



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**



**Evaluación, propuesta e implementación de modificaciones dinámicas para  
mejorar el tiempo de vuelta de un vehículo de competición**

POR

**Rodolfo Sebastián Vejar Gutiérrez**

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para  
optar al título profesional de Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guía:  
Ph. D. Felipe Vasquez S.

Julio 2023  
Concepción (Chile)

© 2023 Rodolfo Sebastián Vejar Gutiérrez

© 2023 Rodolfo Sebastián Vejar Gutiérrez

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o  
procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.



**Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mis padres, quienes han sido un gran apoyo en mi vida personal y me han inculcado los valores de la responsabilidad y la perseverancia. También deseo agradecer a los profesores de la Facultad de Ingeniería por compartir sus conocimientos y consejos, en especial al profesor Felipe Vásquez y a Rodrigo Moreno. Su tiempo, apoyo y buena voluntad durante este último periodo han sido invaluable para mi desarrollo personal y esta memoria.**

*Esta memoria está dedicada a los aguerridos integrantes del equipo Firt, con quienes he compartido innumerables días y noches de trabajo arduo, risas contagiosas y desafíos superados juntos. Su coraje y compromiso han sido fundamentales en el desarrollo de esta memoria.*

## Resumen

En la presente memoria se busca diseñar, fabricar e implementar refuerzos estructurales en el vehículo de competición de la facultad de ingeniería de la Universidad de Concepción con el objetivo de obtener un buen desempeño en el campeonato Regional Cady Yumbel. Se enfoca en tres aspectos clave: la rigidez torsional del chasis, la rigidez de los brazos de suspensión y la optimización de la rigidez de los espirales.

En primer lugar, se realiza un análisis sobre la importancia de la rigidez torsional en el comportamiento dinámico del vehículo. Un ensayo de torsión revela una baja rigidez, lo que motiva la decisión de implementar una jaula antivuelco. La instalación de esta jaula no solo cumple con los requisitos del reglamento del campeonato, sino que también aumenta significativamente la rigidez torsional del chasis.

En segunda lugar, se explora el efecto del ángulo de camber en el comportamiento del vehículo en su paso por curva. Un entendimiento de las fuerzas laterales que actúan sobre los neumáticos resulta fundamental para apreciar la importancia de mantener este ángulo constante. En respuesta a esto, se toma la decisión de rigidizar los brazos de suspensión con el objetivo de minimizar las variaciones en los ángulos de camber. Se realizan ensayos de rigidez de los brazos de suspensión tanto antes como después de los refuerzos para evaluar la efectividad de estas modificaciones.

Por último, se calcula la rigidez óptima de la suspensión mediante el modelo "Quarter Car Model", el cual nos indica un valor de rigidez que maximiza la adherencia de los neumáticos a la pista y, por lo tanto, mejora el rendimiento del vehículo. Se establecen medidas específicas para los espirales con el objetivo de obtener la rigidez óptima deseada.

Estas modificaciones permitirán mejorar la distribución de cargas sobre los neumáticos y aumentar su adherencia al terreno de la pista. Como resultado, se espera reducir el tiempo de vuelta del vehículo y mejorar su desempeño general en el Campeonato Regional Cady Yumbel.

**Palabras Clave: Vehículo de Competición, Rigidez Torsional, Adherencia de los neumáticos.**

## Abstract

This report aims to design, manufacture, and implement structural reinforcements in the competition vehicle of the Engineering Faculty at the Universidad de Concepción, with the objective of achieving optimal performance in the Cady Yumbel Regional Championship. It focuses on three key aspects: the torsional stiffness of the chassis, the stiffness of the suspension arms, and the optimization of the spring stiffness.

Firstly, an analysis is conducted on the importance of torsional stiffness in the vehicle's dynamic behavior. A torsion test reveals low stiffness, which motivates the decision to implement a roll cage. The installation of this roll cage not only complies with the championship regulations but also significantly increases the torsional stiffness of the chassis.

Secondly, the effect of the camber angle on the vehicle's cornering behavior is explored. Understanding the lateral forces acting on the tires is crucial to appreciate the importance of maintaining this angle constant. In response to this, the decision is made to stiffen the suspension arms to minimize variations in camber angles. Stiffness tests of the suspension arms are conducted both before and after the reinforcements to evaluate the effectiveness of these modifications.

Finally, the optimal suspension stiffness is calculated using the "Quarter Car Model," which indicates a stiffness value that maximizes tire grip on the track and, therefore, improves vehicle performance. Specific measures are established for the springs to achieve the desired optimal stiffness.

These modifications will enhance the distribution of loads on the tires and increase their traction on the track surface. As a result, it is expected to reduce the vehicle's lap time and improve its overall performance in the Cady Yumbel Regional Championship.

**Keywords: Competition Vehicle, Torsional Stiffness, Tire Grip.**

## Tabla de Contenidos

CAPÍTULO 1: Introducción.....	1
1.1 Objetivos.....	2
1.1.1 Objetivo principal. ....	2
1.1.2 Objetivos específicos. ....	2
1.2 Hipótesis.....	2
1.3 Metodología.....	2
1.4 Planificación.....	3
2 Capítulo 2. Antecedentes iniciales.....	4
2.1 Estado Inicial del vehículo .....	4
2.2 Desempeño inicial del vehículo.....	5
3 Capítulo 3. El Chasis y su rigidez torsional.....	8
3.1 Rigidez torsional del chasis y su influencia en el desempeño.....	8
3.2 Estructura y partes de la jaula de seguridad.....	11
3.3 Evaluación inicial de la rigidez torsional .....	14
3.4 Implementación de refuerzos para la rigidez torsional.....	17
3.5 Verificación del aumento de la rigidez torsional.....	19
4 Capítulo 4. Los brazos de suspensión y su rigidez.....	21
4.1 Partes del sistema de suspensión.....	21
4.2 Generación de fuerzas en el neumático y su influencia en el desempeño.....	22
4.2.1 Coeficiente de subviraje.....	23
4.2.2 Camber ( $\gamma$ ).....	25
4.3 Evaluación inicial de la rigidez de los brazos de suspensión.....	28
4.4 Implementación de refuerzos en los brazos de suspensión.....	31
4.5 Verificación del aumento de la rigidez de los brazos de suspensión.....	34
5 Capítulo 5. Rigidez de los espirales.....	36
5.1 Quarter car model.....	36
5.1.1 Ajuste óptimo de la suspensión.....	39
5.2 Mediciones necesarias para el cálculo de la rigidez óptima de los espirales.....	39
5.2.1 Medición de masas no suspendidas.....	39
5.2.2 Medición de las relaciones de movimiento.....	40
5.2.3 Medición del coeficiente de rigidez de los espirales y amortiguadores.....	41
5.2.4 Medición de la rigidez de los neumáticos.....	42

5.3 Rigidez óptima de los espirales. ....	43
5.3.1 Aplicación de las funciones de transferencia.....	44
5.4 Implementación de la rigidez óptima de los espirales. ....	47
6 Conclusión.....	49
7 Referencias. ....	50
8 Anexo 1. Carta Gantt.....	51
9 Anexo 2. Tipos de camino según norma ISO 8608. [3].....	52



## Lista de Tablas

Tabla 2.1. Distribución de masas. ....	5
Tabla 3.1. Especificaciones del material.[9] .....	13
Tabla 5.1. Masas no suspendidas. ....	40
Tabla 5.2. Coeficientes de rigidez iniciales de los espirales y los amortiguadores.....	42
Tabla 5.3. Rigidez del neumático a diferentes presiones. ....	43
Tabla 5.4 Resumen de coeficientes presentes en el vehículo.....	44
Tabla 5.5. Valores del RMS para condiciones actuales y optimizadas a distintas velocidades.....	46
Tabla 5.6. Medidas de los espirales óptimos.....	48

## Lista de Figuras

Figura 2.1. Estado inicial del vehículo.....	4
Figura 2.2. Medición de las masas del vehículo. ....	5
Figura 2.3. Realización de la prueba de la rotonda. ....	6
Figura 2.4. Especificaciones de la prueba del alce.[4] .....	6
Figura 2.5. Realización de la prueba del alce.....	6
Figura 3.1. DCL de fuerzas que actúan sobre el chasis.....	9
Figura 3.2. DCL de fuerzas y momento sobre el chasis.....	9
Figura 3.3. Arco principal a) y Arco frontal b) [9]. ....	12
Figura 3.4. Arco lateral [9].....	12
Figura 3.5. Tirantes transversales [9]. ....	12
Figura 3.6. Puntales traseros [9].....	13
Figura 3.7. Tirantes diagonales [9].....	13
Figura 3.8. Esquema del ensayo torsional. ....	14
Figura 3.9. Medición de la rigidez torsional. ....	14
Figura 3.10. Dispositivo de medición de la rigidez torsional.....	15
Figura 3.11. Esquema representativo de los ángulos en el ensayo de torsión.....	15
Figura 3.12. Gráfico Torque versus Theta del ensayo de torsión. ....	16
Figura 3.13. Gráfico de variación del ángulo theta a lo largo del vehículo. ....	16
Figura 3.14. Jaula de seguridad vista trasera.....	18
Figura 3.16. Gráfico de rigidez torsional en estado inicial y final. ....	19
Figura 3.17. Gráfico de variación del ángulo theta a lo largo del vehículo en estado inicial y final. ....	19
Figura 4.1. Sistema de suspensión McPherson.[10].....	21
Figura 4.2. Origen de la fuerza lateral.[11] .....	22
Figura 4.3. Gráfico fuerza lateral versus deriva lateral.[11] .....	23
Figura 4.4. Gráfico velocidad versus Ángulo de dirección de un vehículo de pasajeros común. [8] .....	24
Figura 4.5. Curvatura de respuesta de subviraje, sobreviraje y neutral. [12].....	25
Figura 4.6. Camber positivo y negativo. [ 14]. ....	26
Figura 4.7. Rueda en rodadura pura con presencia de Camber.[10] .....	26
Figura 4.8. Gráfico de Fuerza lateral versus Camber.[10] .....	26
Figura 4.9. Ensayo medición de la rigidez de la suspensión McPherson.....	28

Figura 4.10. Medición de la rigidez de los brazos de suspensión. ....	29
Figura 4.11. Gráfico de rigidez de suspensión delantera. ....	30
Figura 4.12. Gráfico de rigidez de suspensión trasera. ....	30
Figura 4.13. Refuerzos en los anclajes de la suspensión delantera. ....	32
Figura 4.14. Recambio de maza y rodamientos delanteros. ....	32
Figura 4.15. Refuerzo cazoleta trasera. ....	33
Figura 4.16. Refuerzo en el brazo inferior de la suspensión trasera. ....	33
Figura 4.17. Gráfico de rigidez de la suspensión delantera en estado inicial y final. ....	34
Figura 4.18. Gráfico de rigidez de la suspensión trasera en estado inicial y final. ....	34
Figura 5.1. Quarter car model.[3].....	36
Figura 5.2. Esquema representativo de la relación de movimiento. ....	40
Figura 5.3. Prensa hidráulica. ....	42
Figura 5.4. Fuerza sobre neumático delantero a 72 <i>kmh</i> . ....	45
Figura 5.5. Fuerza sobre neumático trasero a 72 <i>kmh</i> . ....	45
Figura 5.6. Cuñas de goma. ....	47

## Glosario

$M$	: Masa
$N$	: Fuerza normal a la superficie
$a$	: Aceleración
$g$	: Aceleración de gravedad.
$K$	: Rigidez
$t$	: Ancho de vía
$T$	: Torque
$h$	: Altura del centro de masa
$S$	: Desplazamiento en dirección del espiral
$Z$	: Desplazamiento en dirección vertical
$q$	: Relación de movimiento

### Subíndices

$y$	: Lateral
$f$	: Frontal
$r$	: Trasera
$e$	: Exterior
$i$	: Interior
$c$	: Chasis
$ópt$	: Óptimo
$T$	: Neumático
$U$	: Masa no suspendida
$b$	: Brazos de la suspensión

### Letras Griegas

$\Delta$	: Delta
$\theta$	: Ángulo de rotación chasis
$\chi$	: Ángulo de rotación suspensión
$\gamma$	: Camber

## CAPÍTULO 1: Introducción

El presente trabajo se centra en el vehículo de competición de la Universidad de Concepción dirigido por el equipo Firt, el cual tiene el propósito de competir en el Campeonato Regional Cady Yumbel que se realizará durante el año 2023. Este vehículo no cuenta con las preparaciones mínimas necesarias para afrontar las exigencias propias de la competición automovilística, por lo que es necesario realizar modificaciones mediante cálculos dinámicos y estructurales que permitan dar al vehículo las capacidades necesarias para enfrentar el campeonato.

El desafío propuesto por el equipo es obtener un buen desempeño en el campeonato disminuyendo el tiempo de vuelta del vehículo sin aumentar la potencia del motor. Para llevar a cabo esto se plantea aumentar la adherencia de los neumáticos mediante la rigidización del chasis y la suspensión. Esto se lleva a cabo mediante la mejora de tres aspectos los cuales son la rigidez torsional del chasis, la rigidez de los brazos de suspensión y la rigidez de los espirales.

Se plantea que para mejorar el desempeño en la pista es preciso aumentar la rigidez torsional del chasis [1] hasta niveles de rigidez cercanas a vehículos de competición las cuales bordean los 23000 Nm/grado [2]. Esto se lleva a cabo, en parte, mediante la incorporación de una jaula antivuelco que cumpla con las exigencias mínimas planteadas por la Federación Internacional de Automovilismo (FIA).

En segundo lugar, se propone reforzar los brazos de suspensión con el objetivo de mejorar el rendimiento en curvas. Para lograr esto, es necesario implementar refuerzos que aumenten la rigidez de los componentes de la suspensión, lo cual se espera una reducción en las variaciones en el ángulo de camber.

Por último, se propone aumentar la rigidez de los espirales con el fin de mejorar la adherencia de los neumáticos. Para alcanzar este propósito, es necesario examinar las variaciones de carga que afectan a los neumáticos, lo cual implica considerar la rigidez de los espirales. En este sentido, se emplea el modelo "Quarter Car Model" y los estudios de Lot [3] para determinar la rigidez óptima de los espirales, que normalmente es mayor a la que el vehículo posee de fábrica. Una vez obtenida esta rigidez óptima, se procede a implementarla en el vehículo, lo que contribuirá significativamente a mejorar la adherencia de los neumáticos.

De esta manera, las modificaciones propuestas permitirán aumentar el desempeño del vehículo y así reducir el tiempo de vuelta. Esto se traducirá en una mayor competitividad en las carreras que se disputen en el campeonato regional Cady Yumbel en el año 2023.

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo principal.**

Implementar cambios de componentes en la carrocería y la suspensión para mejorar el tiempo de vuelta del vehículo de competición de la Facultad de ingeniería de la Universidad de Concepción, durante el primer semestre del año 2023.

### **1.1.2 Objetivos específicos.**

- Aumentar al doble de la rigidez torsional del chasis del vehículo mediante la implementación de refuerzos estructurales, evaluando y mejorando los puntos críticos identificados, para mejorar la distribución de cargas sobre los neumáticos.
- Aumentar la rigidez de los brazos de suspensión del vehículo con el fin de reducir las variaciones de camber a menos de  $1^\circ$ , para la estabilidad y la precisión de la dirección durante la conducción.
- Calcular e implementar la rigidez óptima de los espirales en el sistema de suspensión del vehículo, mediante un análisis y ajuste adecuado, para reducir las variaciones de carga sobre los neumáticos.

## **1.2 Hipótesis.**

Con modificaciones en la carrocería y en la suspensión es posible disminuir el tiempo de vuelta de un vehículo de competición.

## **1.3 Metodología.**

La metodología para la evaluación, propuesta e implementación de modificaciones dinámicas para mejorar el tiempo de vuelta de un vehículo de competición se llevará a cabo en tres etapas.

La primera etapa consistirá en aumentar la rigidez torsional del vehículo mediante implementación de una jaula antivuelco que cumpla con las exigencias mínimas de la FIA y que alcance una rigidez dos veces mayor a la inicial. Para ello, se evaluará la rigidez torsional del vehículo con el fin de evaluar las condiciones iniciales, luego se diseñará e implementará una jaula antivuelco. Finalmente se evaluará la rigidez torsional obtenida.

La segunda etapa consistirá en aumentar la rigidez de los brazos de la suspensión mediante refuerzos en los anclajes de la suspensión. Para ello se medirán las rigidez de los brazos de suspensión en condiciones iniciales, luego se implementarán refuerzos que permitan aumentar esta rigidez y finalmente se evaluará la rigidez final.

La tercera y última etapa se centrará en el cálculo e implementación de la rigidez óptima de la suspensión. Para esto, se medirán las condiciones iniciales de las masas y rigideces ya que son necesarias para calcular la rigidez óptima que maximizan la adherencia de los neumáticos. Luego se procederá a implementarlas en el vehículo y finalmente se comprobará la rigidez obtenida con el dinamómetro presente en el taller mecánico.

#### **1.4 Planificación.**

Para realización exitosa de esta memoria es necesario tener una planificación clara y ordenada de las diversas actividades que se llevarán a cabo, para esto se desarrolla una carta Gantt mostrada en el Anexo 1 con las actividades en orden cronológico.

## Capítulo 2. Antecedentes iniciales.

### 2.1 Estado Inicial del vehículo

El Nissan V16 o también llamado Nissan Tsuru, es un automóvil compacto fabricado por la marca japonesa Nissan. Caracterizado por ser muy popular en varios mercados, especialmente en México. Este vehículo se encuentra equipado con un motor de cuatro cilindros y 1.6 litros de capacidad con 105 hp, además cuenta con una carrocería de tipo monocasco y una suspensión Mcpherson en sus cuatro ruedas. Por otro lado, cuenta con frenos de disco en las ruedas delanteras y de tambor en las traseras.



Figura 2.1. Estado inicial del vehículo.

Para poder determinar las rigideces óptimas de los espirales más adelante, es necesario conocer el peso del vehículo en los ejes delanteros y traseros y en específico las masas suspendidas y no suspendidas. Para esto se utiliza una balanza de tipo “wireless quik weigh” modelo sw650r1 (Figura 2.2) lo que proporciona los siguientes resultados mostrados en la Tabla 2.1. Cabe mencionar que en estos valores se toman en cuenta el peso del piloto y la jaula de seguridad.





Figura 2.2. Medición de las masas del vehículo.

Tabla 2.1. Distribución de masas.

Eje	Masa [kg]	Proporción
<i>Delantero</i>	600.5	62%
<i>Trasero</i>	363	38%
Total	963.5	

## 2.2 Desempeño inicial del vehículo.

Con el propósito de comprender y evaluar el desempeño inicial del vehículo de competición, se llevan a cabo una serie de pruebas experimentales. Estas incluyen una evaluación en una rotonda, la prueba del alce, aceleración, frenado y el tiempo de vuelta en el circuito. Es importante destacar que estos datos no están destinados específicamente para esta memoria, sino que servirán como un registro útil para futuros memoristas.

Para empezar, se realiza una prueba de rotonda el cual consiste en circular por una rotonda de radio conocido a una velocidad constante. El propósito de este ensayo es medir la aceleración lateral máxima que es posible alcanzar con el vehículo.

Para la realización de esta prueba se demarcan dos circunferencia de radio 14 y 16 metros en la cancha La Cascada de la Universidad (Figura 2.3). Una vez demarcada es posible conducir a una velocidad máxima de  $27 \text{ km/hr}$ , lo que resulta en una aceleración lateral máxima de  $3,92 \text{ m/s}^2$  equivalente a 0,4 veces la aceleración de gravedad.

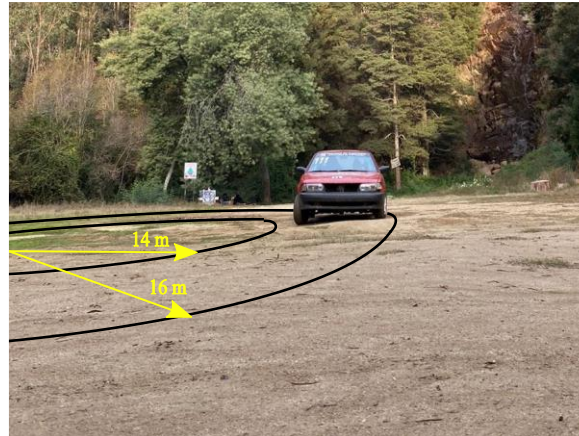


Figura 2.3. Realización de la prueba de la rotonda.

La siguiente es la prueba del alce, la cual es un test de maniobrabilidad que evalúa la capacidad del vehículo para realizar cambios rápidos de dirección y sortear obstáculos en forma de zigzag. El vehículo debe pasar a través de conos colocados en una pista con un patrón especificado por la norma ISO-3888-2 a la máxima velocidad posible sin derribar los conos. Esta prueba es crucial para medir la estabilidad y agilidad del vehículo en situaciones de emergencia y maniobras evasivas [4]. En la Figura 2.4 se muestra las especificaciones para realizar esta prueba.

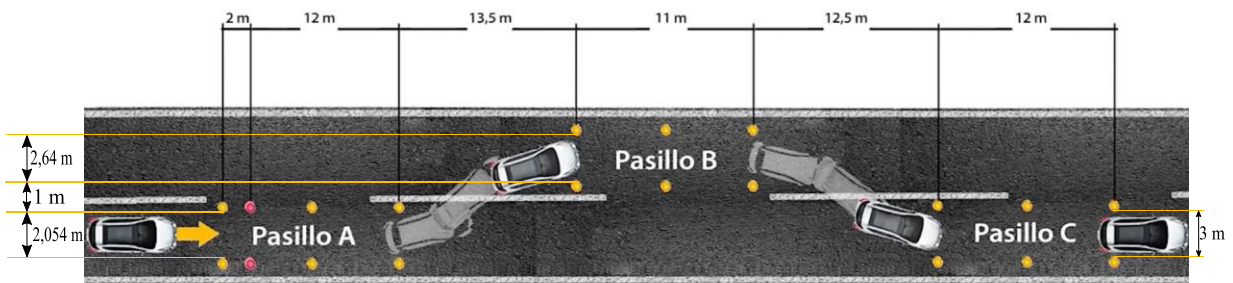


Figura 2.4. Especificaciones de la prueba del alce.[4]



Figura 2.5. Realización de la prueba del alce.

La prueba, ilustrada en la Figura 2.5, es llevada a cabo por dos pilotos en el circuito del campeonato, logrando en ambos casos una velocidad máxima de  $55 \text{ km/hr}$  para completarla exitosamente. No fue posible completarla a mayor velocidad sin golpear los conos.

Además, en la pista se llevan a cabo pruebas de rendimiento donde el vehículo logra alcanzar los  $100 \text{ km/hr}$  en un tiempo de 12,5 segundos en repetidas ocasiones. Asimismo, con ayuda de una cinta métrica se efectúa una prueba de frenado desde esta velocidad hasta detenerse por completo, logrando detenerse en una distancia de 43,6 metros.

Finalmente, se procede a cronometrar el tiempo de vuelta del vehículo en la pista, arrojando resultados de entre 1 minuto y 1 minuto y 3 segundos. Estos tiempos de vuelta son fundamentales para evaluar el desempeño general del vehículo en un circuito y su competitividad en el campeonato.

## Capítulo 3. El Chasis y su rigidez torsional.

El objetivo de este capítulo es analizar el efecto de la rigidez torsional del chasis en el desempeño del vehículo y, posteriormente, implementar refuerzos estructurales para aumentar dicha rigidez. Se empieza con los fundamentos teóricos que nos permiten analizar la influencia de la rigidez en el desempeño. Luego se realiza una medición de la rigidez torsional presente en el vehículo para después implementar una jaula antivuelco que nos permita aumentar la rigidez y cumplir con las normativas del campeonato. Finalmente se realiza una verificación en el aumento de la rigidez torsional.

### 3.1 Rigidez torsional del chasis y su influencia en el desempeño.

El chasis de un auto es la estructura o armazón que soporta y conecta todas las partes del vehículo, incluyendo el motor, la transmisión, las suspensiones, la carrocería y las ruedas. El chasis es fundamental para la integridad estructural. [5]. Siendo esta última función la más importante debido a que el chasis es la primera línea de defensa en caso de un accidente, encargándose de absorber el impacto directo para que los pasajeros reciban el menor daño posible [6]. La estructura debe soportar sin fallas ni grandes deformaciones todas las cargas generadas durante la conducción en pista, tales como la aceleración, frenado, transferencia de cargas, etc.

En caso de una colisión, el vehículo con un chasis poco rígido puede sufrir una deformación irreversible que puede provocar la torsión o desalineación del chasis, generando una distribución desigual del peso sobre los neumáticos. Esto implica que algunos neumáticos soportarán una carga mayor que otros, lo que resulta en un desequilibrio en la distribución del peso.

Este desequilibrio tiene un impacto negativo en la maniobrabilidad del vehículo. Cuando los neumáticos no soportan una carga equitativa, se produce una falta de uniformidad en las fuerzas de fricción entre los neumáticos y la superficie de la carretera. Como consecuencia, algunos neumáticos tienen menos adherencia, lo que se traduce en una reducción en la capacidad de respuesta del vehículo y una pérdida de estabilidad al tomar curvas.

La rigidez torsional se refiere a cuánto rota el chasis a medida que se le aplica una carga a una rueda delantera hacia arriba y la otra rueda delantera hacia abajo, mientras que la parte trasera del automóvil se mantiene nivelada. Lo mismo ocurre cuando se rota la parte trasera del automóvil y la parte delantera se mantiene inmóvil [7]. Esta condición se ve en cada curva de un circuito, por lo que su importancia a la maniobrabilidad del vehículo resulta crítica.

Para analizar la influencia de la rigidez torsional del vehículo en la conducción se realiza un diagrama de cuerpo libre (DCL) considerando al vehículo como dos paneles que representan los ejes delanteros y traseros que son unidos por una viga Figura 3.1. Además, los vértices superiores representando los centros de masa y los inferiores como las cazoletas.

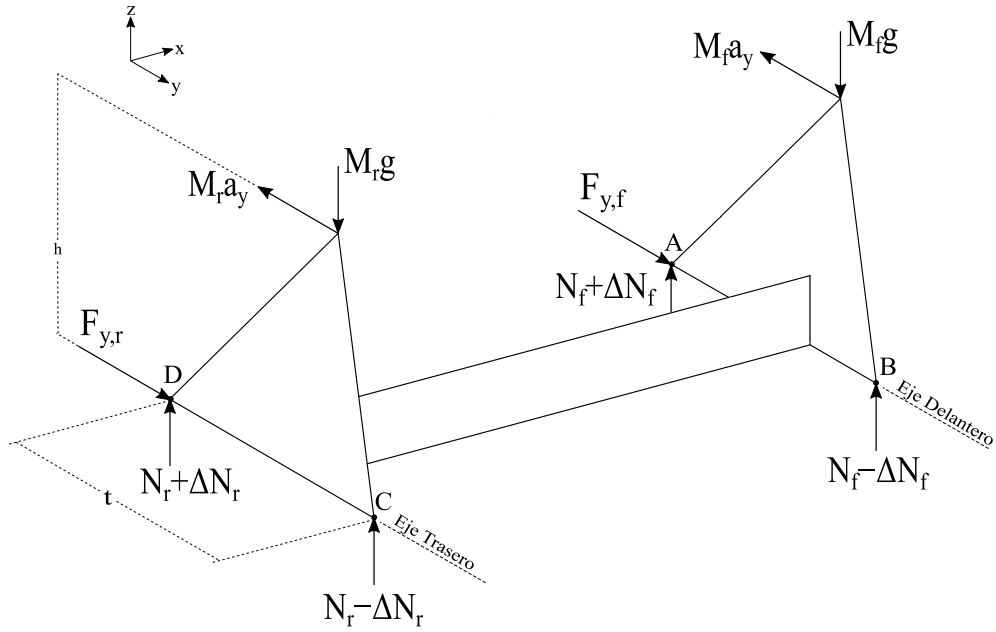


Figura 3.1. DCL de fuerzas que actúan sobre el chasis.

Luego, considerando la viga central como un resorte torsional y aplicando las transferencias de carga simulando que el vehículo gira hacia la derecha, se obtiene el siguiente diagrama.

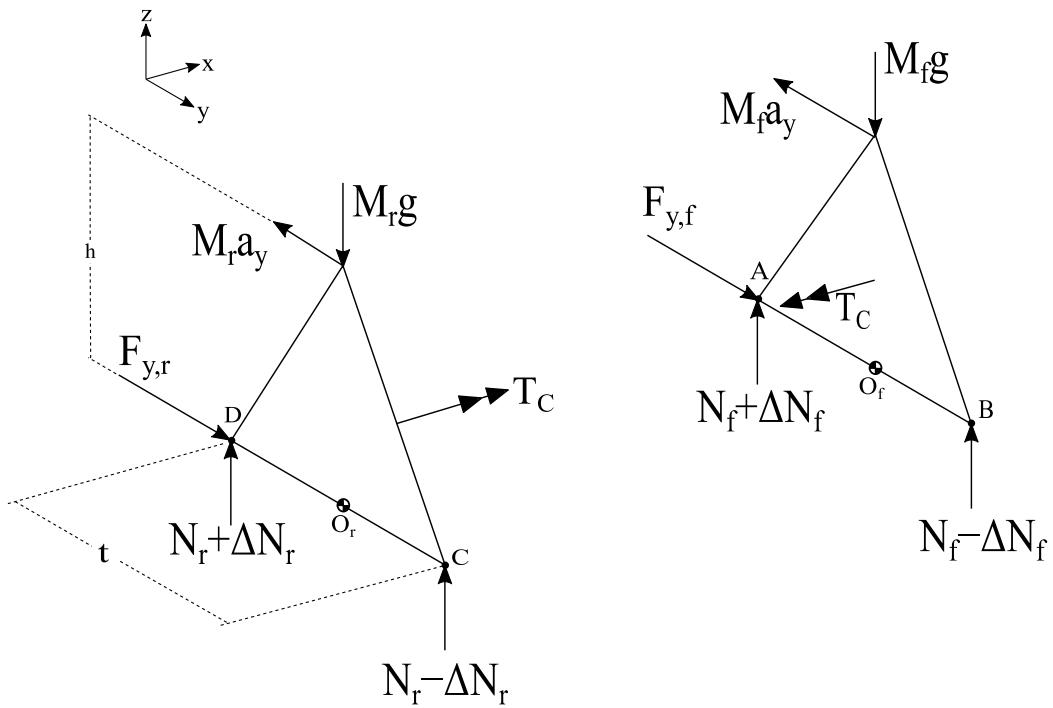


Figura 3.2. DCL de fuerzas y momento sobre el chasis.

Considerando:

$$T_C = K_C \theta \quad (3.1)$$

$$N_{r,e} = N_r + \Delta N_r \quad N_{r,i} = N_r - \Delta N_r \quad (3.2)$$

$$N_{f,e} = N_f + \Delta N_f \quad N_{f,i} = N_f - \Delta N_f \quad (3.3)$$

De acuerdo a [8], al analizar el DCL de la Figura 3.2 es posible desarrollar lo siguiente:

$$\sum M_{O_f} = 0 = (N_f + \Delta N_f) \frac{t}{2} - (N_f - \Delta N_f) \frac{t}{2} - M_f a_y h - T_C \quad (3.4)$$

$$\sum M_{O_r} = 0 = (N_r + \Delta N_r) \frac{t}{2} - (N_r - \Delta N_r) \frac{t}{2} - M_r a_y h + T_C \quad (3.5)$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow N_r = \frac{M_r g}{2} \quad \sum F_z = 0 \rightarrow N_f = \frac{M_f g}{2} \quad (3.6)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \begin{aligned} F_{y,f} &= M_f a_y \\ F_{y,r} &= M_r a_y \end{aligned} \quad (3.7)$$

Reorganizando las ecuaciones anteriores, se obtiene el siguiente resultado:

$$\Delta N_r = M_r a_y \frac{h}{t} - \frac{T_C}{t} \quad (3.8)$$

$$\Delta N_f = M_f a_y \frac{h}{t} + \frac{T_C}{t} \quad (3.9)$$

Remplazando en la ecuaciones 3.2 y 3.3 se obtiene lo siguiente.

$$N_{r,e} = \frac{M_r g}{2} + M_r a_y \frac{h}{t} - \frac{T_C}{t} \quad N_{r,i} = \frac{M_r g}{2} - M_r a_y \frac{h}{t} + \frac{T_C}{t} \quad (3.10)$$

$$N_{f,e} = \frac{M_f g}{2} + M_f a_y \frac{h}{t} + \frac{T_C}{t} \quad N_{f,i} = \frac{M_f g}{2} - M_f a_y \frac{h}{t} - \frac{T_C}{t} \quad (3.11)$$

Analizando las ecuaciones anteriores es posible deducir que la carga vertical sobre cada rueda depende de tres términos. El primero es la carga estática. El segundo, es la transferencia de carga lateral, que es provocada por la aceleración lateral. El tercero, es debido al torque que transmite el chasis entre ambos ejes.

Si el vehículo presenta una gran rigidez torsional aumenta el torque ( $T_C$ ) influyendo directamente en las transferencias de carga. Dadas las ecuaciones 3.10 y 3.11 es posible notar que, con una rigidez del chasis grande y por ende un torque ( $T_C$ ) grande, es posible contrarrestar la transferencia de carga en un eje, a cambio de empeorarla en el otro. Esto es beneficioso en vehículos con diferencial libre ya que evita la pérdida de transmisión de potencia al suelo que se genera cuando se levanta la rueda motriz interna. En cambio, si la rigidez es pequeña, no se puede contrarrestar la transferencia de carga, con lo que la rueda de tracción interna perderá carga normal y no podrá transmitir potencia al suelo. De esta manera, una elevada rigidez torsional del chasis permite contrarrestar la transferencia de carga lateral, lo que aumenta la capacidad de tracción y frenado del vehículo.

Debido a los beneficios anteriormente mencionados, en general los vehículos que presentan una mayor rigidez torsional son vehículos de alta gama y de competición. Los valores rodean entre  $60000 \text{ Nm/grado}$  de un Bugatti Veyron hasta  $4880 \text{ Nm/grado}$  de un Mazda MX-5 NA 1990.[2]

Una de las mejores medidas para aumentar la rigidez torsional de un vehículo es agregar una jaula de seguridad. Otras alternativas es agregar soldadura por puntos a los paneles superpuestos que solo están soldados por puntos de fábrica o incluso no están unidos entre sí. Estas medidas para aumentar la rigidez torsional se verán más detalladas en las secciones siguientes.

### **3.2 Estructura y partes de la jaula de seguridad.**

La jaula de seguridad o jaula antivuelco es una estructura multi-tubular instalada en el habitáculo y anclada a la carrocería cuyo propósito es proteger a los ocupantes del habitáculo en caso de vuelco del vehículo. Este tipo de sistema de seguridad es obligatorio en la mayor parte de las competiciones automovilísticas en Chile las cuales están normadas por la Federación Chilena del Automovilismo Deportivo (FADECH) siendo el órgano rector del deporte motor nacional.

Otro propósito importante de la jaula de seguridad es aumentar la rigidez torsional del vehículo, manteniendo la integridad estructural durante las curvas o en situaciones de grandes aceleraciones.

A continuación, se explica la nomenclatura de la estructura básica de la jaula de seguridad que exige esta federación [9], y que a su vez proviene de las exigencias provenientes de la Federación Internacional de Automovilismo.

- Arco principal (Figura 3.3.a): Estructura constituida por un cuadro o arco tubular de una pieza, situado en un plano transversal al vehículo, e inmediatamente detrás de los asientos delanteros.

- Arco frontal (Figura 3.3.b): Similar al arco principal pero su forma sigue los montantes y el borde superior del parabrisas.

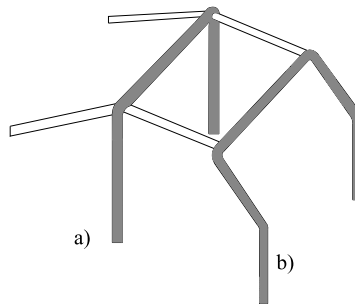


Figura 3.3. Arco principal a) y Arco frontal b) [9].

- Arco lateral (Figura 3.4): Estructura constituida por un cuadro o arco tubular de una pieza, situado a lo largo de la parte derecha o izquierda del vehículo. El montante delantero del arco debe seguir el montante del parabrisas y el montante trasero debe seguir una línea aproximadamente vertical justo detrás de los asientos delanteros.

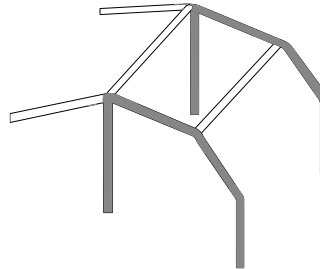


Figura 3.4. Arco lateral [9].

- Tirante transversal (Figura 3.5): Tubo aproximadamente transversal que une por su parte superior los arcos laterales o semi-arcos laterales.

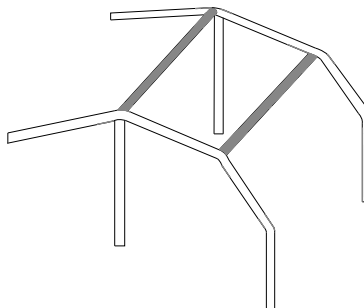


Figura 3.5. Tirantes transversales [9].

- Puntal trasero (Figura 3.6): Tubo aproximadamente longitudinal que une la parte superior del arco principal o la parte superior trasera del arco lateral con la parte inferior trasera del chasis.



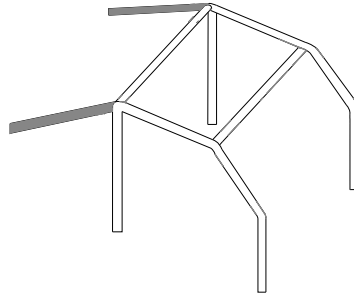


Figura 3.6. Puntales traseros [9].

- Tirante diagonal (Figura 3.7): Tubo transversal entre una de las esquinas superiores del arco principal.

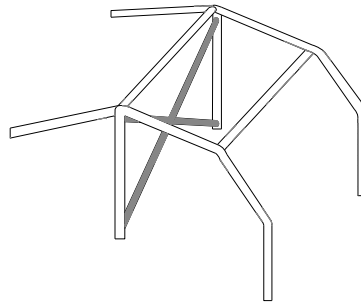


Figura 3.7. Tirantes diagonales [9].

La normativa impuesta por la FIA es clara al señalar las especificaciones del tipo, dimensiones y el uso del material las cuales son mostradas en la siguiente Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Especificaciones del material.[9]

Material	Tensión mínima de Tracción	Dimensiones mínimas	Uso
Acero al Carbono sin aleación (conteniendo un máximo de 0.3% de carbono estirado en frío y sin costura.	$350 \text{ N/mm}^2$	45 x 2.5 mm o 50 x 2 mm	Arco Principal o Arcos laterales de acuerdo con la construcción.
		38 x 2.5 mm o 40 x 2 mm	Semi-arcos laterales y otras partes de la Jaula de Seguridad.

### 3.3 Evaluación inicial de la rigidez torsional

Para evaluar la rigidez torsional del vehículo se realiza el siguiente ensayo. Para lograr una torsión, se levanta una cazoleta con la ayuda de un tecele, mientras que la otra cazoleta es tirada hacia abajo mediante un cable. El vehículo es apoyado en su parte trasera por dos soportes, donde se fija con eslingas. Los dispositivos de medición, que en este caso son los strain gages, se conectan entre las cazoletas y el tecele, así como también entre las cazoletas y el cable. Para un mejor entendimiento del ensayo se muestra un esquema en la Figura 3.8 y el ensayo en la Figura 3.9.

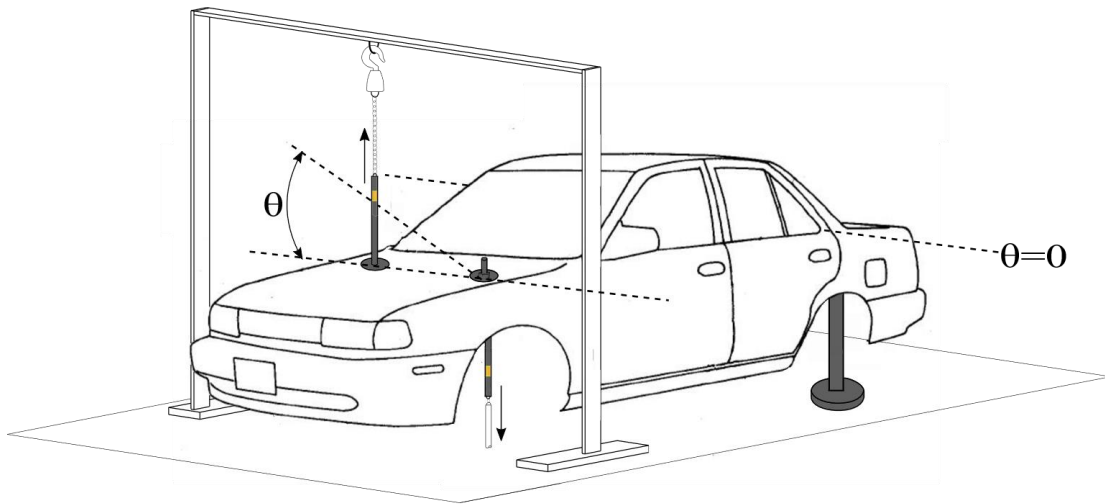


Figura 3.8. Esquema del ensayo torsional.

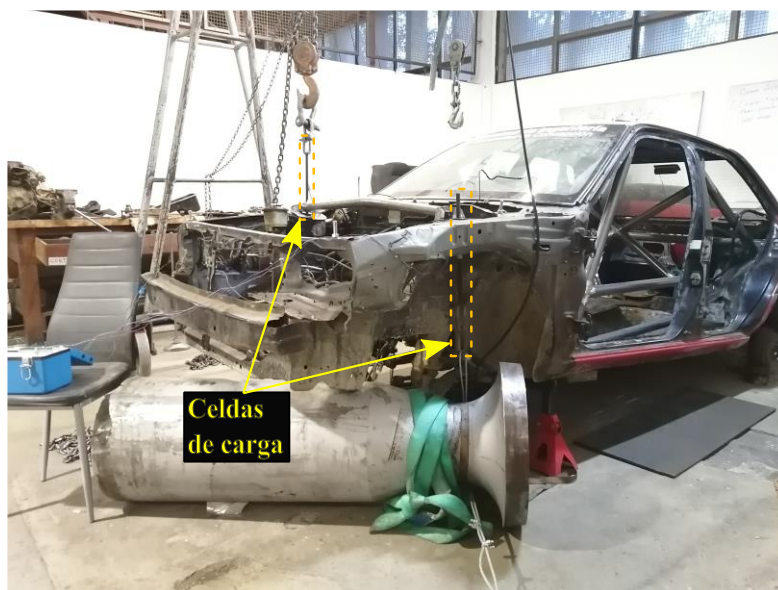


Figura 3.9. Medición de la rigidez torsional.

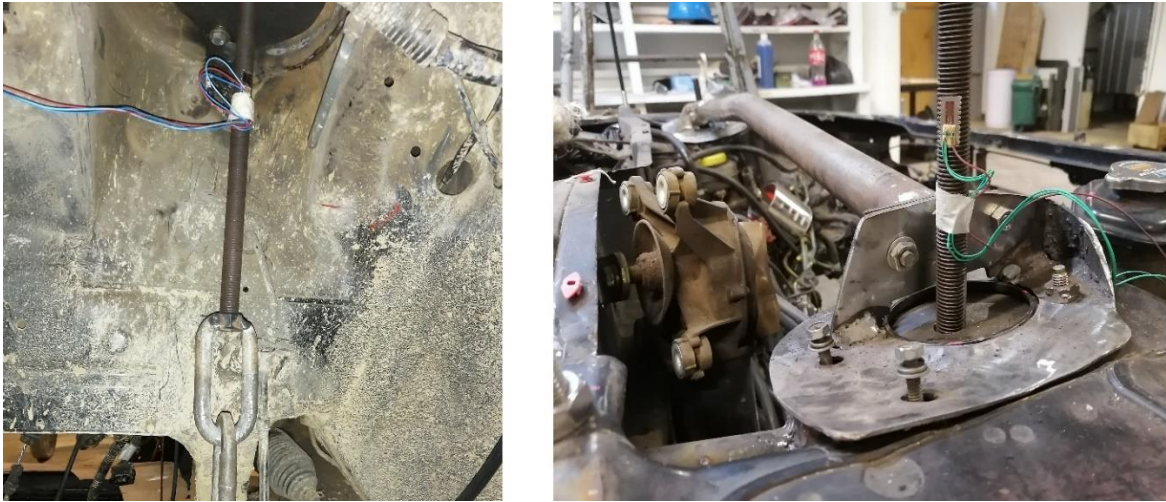


Figura 3.10. Dispositivo de medición de la rigidez torsional.

El procedimiento del ensayo de torsión consiste en levantar una de las cazoletas delanteras para aplicarle un desplazamiento de torsión  $\theta$ , y medir con qué torque se resiste a este. En el siguiente esquema (Figura 3.11) es posible describir los ángulos de torsión que se producen a lo largo del vehículo.

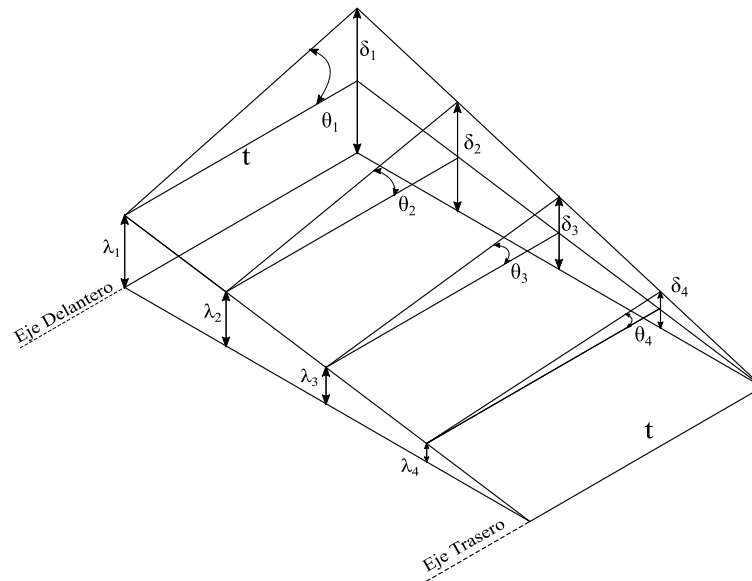


Figura 3.11. Esquema representativo de los ángulos en el ensayo de torsión.

Cuando se levanta una cazoleta, su cazoleta opuesta también se eleva levemente. Esto implica que el ángulo de torsión se calcula teniendo en cuenta esta relación, como se muestra en la ecuación 3.12.

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{\delta_i - \lambda_i}{t}\right) \quad (3.12)$$

Finalmente, se puede generar un gráfico que representa la rigidez torsional del vehículo (Figura 3.12). En base a estos datos, se obtiene una rigidez torsional del chasis de  $K_C = 1820 \left[ \frac{Nm}{grado} \right]$ . Es importante destacar que para el ensayo de torsión el vehículo no cuenta con sus puertas, el capot ni el motor, por lo que el valor de rigidez antes mencionado debiese ser menor al valor con el auto completamente armado.

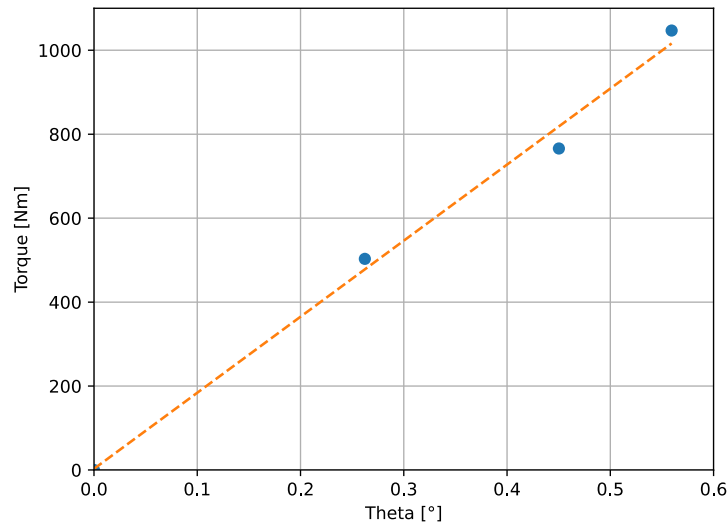


Figura 3.12. Gráfico Torque versus Theta del ensayo de torsión.

Como se puede apreciar en la Figura 3.13, es posible identificar las zonas del vehículo que presentan menor rigidez gracias a que en el ensayo se mide el ángulo de torsión a lo largo del vehículo, los cuales son representados en el siguiente gráfico. En donde, se puede rescatar que la zona en la cual se produce más ángulo de torsión es la zona central-trasera, lugar donde actualmente se encuentra el asiento del piloto.

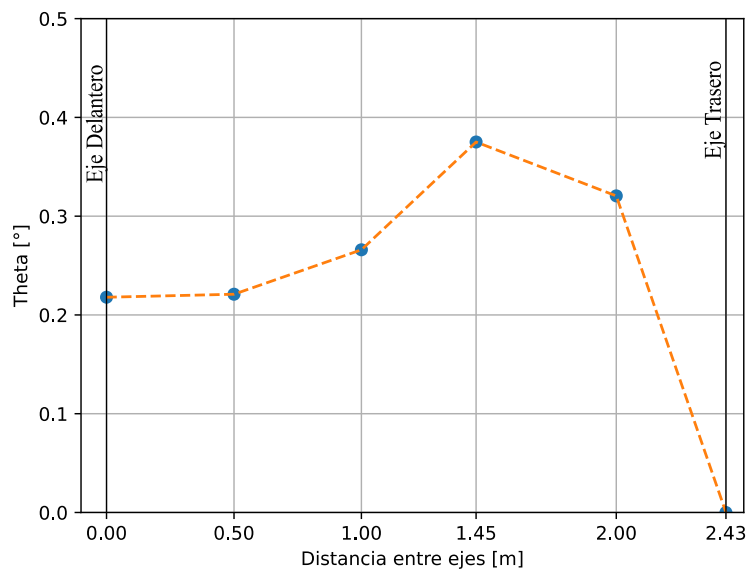


Figura 3.13. Gráfico de variación del ángulo theta a lo largo del vehículo.

La medición de la rigidez torsional del chasis ha revelado un valor de 1820 [ $Nm/grado$ ], el cual se considera bajo en comparación con los estándares de vehículos de competición, además, gran parte de la deformación se encuentra en la mitad del vehículo. De esta forma, es evidente que mejorar la rigidez torsional se vuelve una necesidad para optimizar el desempeño del vehículo. Una de las soluciones más efectivas es la implementación de una jaula de seguridad, la cual no solo es requisito para la protección en caso de vuelco, sino que también aumenta significativamente la rigidez torsional del chasis.

Debido a esto, la implementación de una jaula de seguridad se presenta como una solución efectiva para mejorar la rigidez torsional del chasis.

### **3.4 Implementación de refuerzos para la rigidez torsional**

A continuación, se muestra el desarrollo e implementación de la jaula de seguridad fabricada en el taller mecánico de la Universidad de Concepción. Con el propósito de participar de campeonatos de automovilismo profesionales, se decide implementar el diseño de la jaula de seguridad siguiendo la normativa impuesta por la FIA mostrada en el Capítulo 3.2.

Para la elaboración se utilizan 12 metros de tubo de acero al carbono con un diámetro de 2 pulgadas y 2 mm de espesor, además, para las uniones se utiliza soldadura al arco manual con electrodos 6011 punto azul 3/32" (2.4 mm) debido a su buena penetración y resistencia.

En la fase de fabricación de la jaula de seguridad, se llevaron a cabo diversas tareas que requirieron un trabajo extenso y minucioso. A continuación, se enumera y se describe el proceso llevado a cabo:

1. Desmontaje del interior del vehículo: Con el objetivo de facilitar la instalación de la jaula, se procedió a desmontar todo el interior del vehículo. Esto incluyó la extracción de asientos, paneles y cualquier otro elemento que pudiera interferir con la colocación adecuada de la jaula.
2. Preparación del piso del vehículo: Se llevó a cabo un proceso de lijado del piso del vehículo, eliminando cualquier material que no fuera de metal y dejando únicamente la superficie de metal expuesta. Esto aseguró un área de contacto limpia y así evitar un riesgo de incendio durante las soldaduras.
3. Adquisición de los tubos: Se cuantificaron los metros necesarios para luego efectuar la compra de los tubos necesarios para construir la jaula.
4. Preparación de los tubos: En primer lugar, los tubos fueron sometidos a un proceso de curvado en un taller especializado, con el fin de obtener una curva precisa y sin arrugas. Seguidamente, se procedió a cortar los extremos de los tubos en forma de boca de pescado. Esta forma especial permitió una mejor unión de los tubos, asegurando una conexión sólida y resistente.
5. Creación de los anclajes: Para fijar la jaula al chasis del vehículo, se elaboraron anclajes utilizando placas de metal de 5 mm de espesor. Estas placas fueron cortadas y soldadas para formar los anclajes, los cuales posteriormente fueron equipados con pernos de tamaño M8.

6. Instalación de la jaula: Finalmente, se procedió a la implementación de la jaula en el interior del vehículo. Utilizando los anclajes previamente fabricados, se aseguró la jaula al chasis, y garantizando una fijación sólida y finalmente se procedió a soldar los tubos.

A continuación, en las Figuras 3.14 y 3.15 se muestran el resultado final de la implementación de la jaula de seguridad en el vehículo.

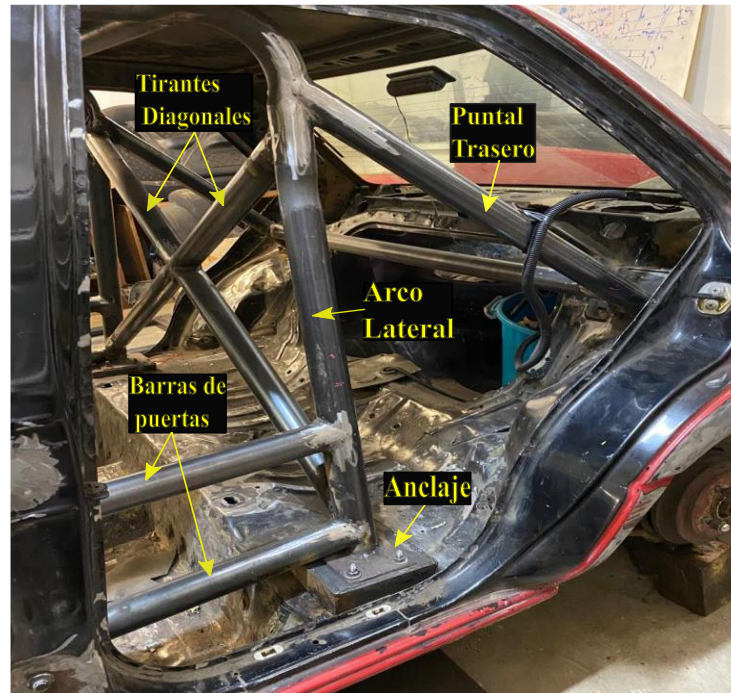


Figura 3.14. Jaula de seguridad vista trasera.

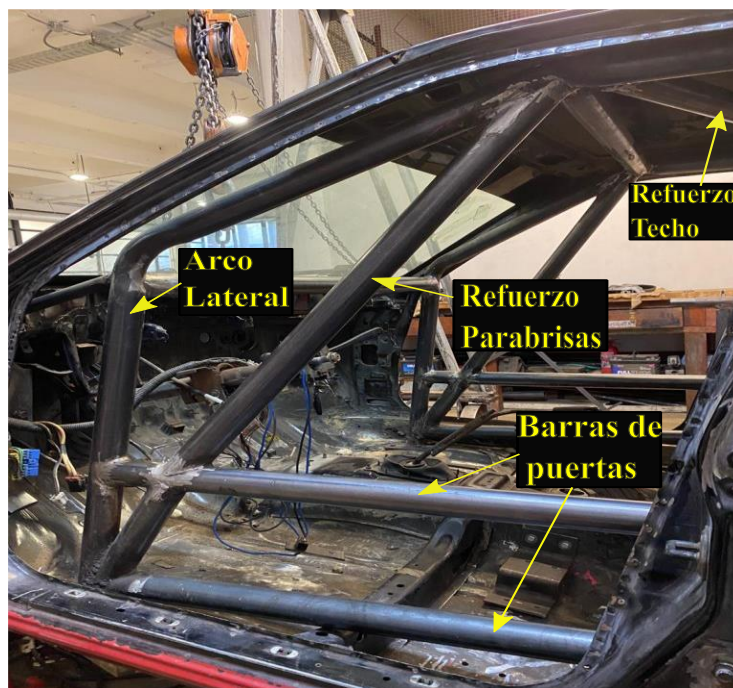


Figura 3.15. Jaula de seguridad vista delantera.

### 3.5 Verificación del aumento de la rigidez torsional

Después de completar la fabricación y montaje de la jaula de seguridad, se procede a realizar un nuevo ensayo de rigidez en el chasis. En este ensayo, se busca evaluar el impacto de la implementación de la jaula en la rigidez torsional del vehículo.

Realizando el mismo ensayo de torsión mencionado anteriormente, es posible obtener los siguientes gráficos mostrados en las Figuras 3.16 y 3.17.

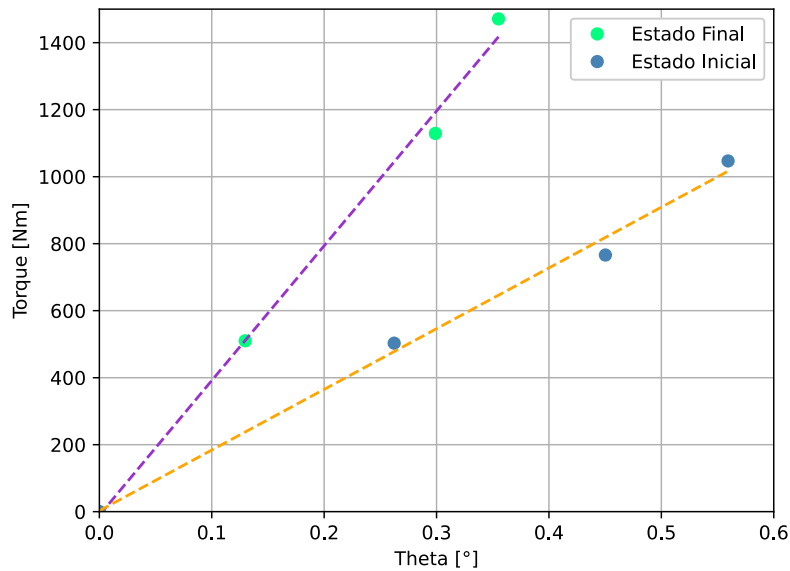


Figura 3.16. Gráfico de rigidez torsional en estado inicial y final.

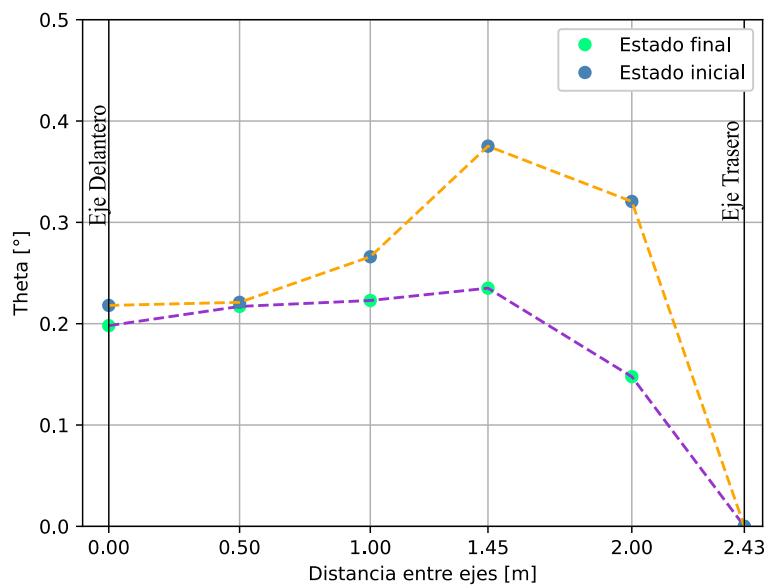


Figura 3.17. Gráfico de variación del ángulo theta a lo largo del vehículo en estado inicial y final.

Como es posible en el observar en la Figura 3.16, hay un aumento en 2,25 la rigidez torsional alcanzando los  $4087 \left[ \frac{Nm}{grado} \right]$ . Si bien se esperaba un incremento mayor, es importante considerar posibles errores de medición debido a la complicación en realizar el ensayo después de rigidizar debido a dificultad de provocar un ángulo de torsión en el vehículo, y también a la elongación en las eslingas y cables utilizados en el ensayo.

Por otro lado, en el gráfico 3.17 se observa una notable disminución del ángulo de torsión en la zona central, lo que indica un aumento significativo de rigidez en dicha área. Esta característica es de suma importancia, ya que en esa región se encuentra ubicado el asiento del piloto, lo que contribuye en gran medida a su seguridad en caso de un accidente.

En resumen, este capítulo abordó los fundamentos teóricos para analizar el impacto de la rigidez torsional en el desempeño del vehículo, destacando que su aumento conlleva a una mejora en el rendimiento. Se realizó una medición de la rigidez torsional, resultando en  $1820 Nm/grado$ , considerado bajo en comparación con los estándares competitivos. Para cumplir con el reglamento de seguridad del campeonato, se implementó una jaula antivuelco, lo que también aumentó la rigidez torsional a  $4087 Nm/grado$ , 2,25 veces mayor que el valor inicial. Aunque no se alcanzaron valores competitivos, se logró un gran incremento en la seguridad del piloto.



## Capítulo 4. Los brazos de suspensión y su rigidez.

En este capítulo, se aborda la importancia de la rigidez de los brazos de suspensión en relación con el ángulo de camber y su influencia en la conducción de un vehículo. Comenzamos por comprender las fuerzas que actúan sobre los neumáticos utilizando el modelo del cepillo y linealizando estas fuerzas al introducir la rigidez de deriva lateral del neumático. A continuación, utilizamos esta rigidez para analizar el viraje de un vehículo. Posteriormente, exploramos cómo el ángulo de camber puede modificar el tipo de viraje. A través de este análisis, se pone de manifiesto la relevancia de la rigidez de los brazos de suspensión en el rendimiento global del vehículo. Para ello, se implementan refuerzos en los brazos de suspensión y en sus anclajes para finalmente verificar el aumento de su rigidez.

### 4.1 Partes del sistema de suspensión.

Primero es necesario reconocer las partes que conforman los brazos de suspensión. En la Figura 4.1 se muestra los principales componentes que conforman la suspensión McPherson

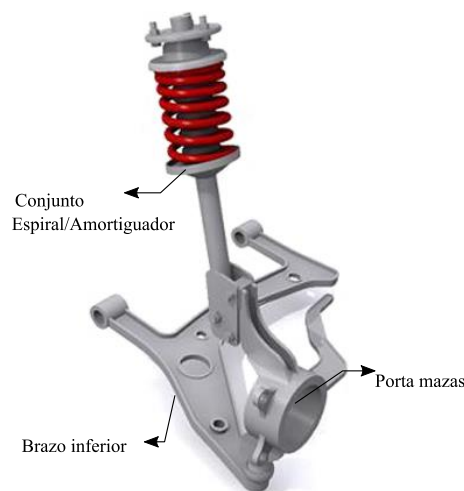


Figura 4.1. Sistema de suspensión McPherson.[10]

La suspensión McPherson se compone de un brazo inferior que conecta el chasis con el porta mazas en la parte inferior. En la parte superior, el conjunto espiral/amortiguador une la cazoleta del vehículo con el porta mazas. Esta configuración permite que la suspensión McPherson proporcione una conexión entre el chasis y las ruedas del vehículo, absorbiendo los impactos y proporcionando confort y control durante la conducción. Una característica relevante de esta configuración es que el porta mazas se encuentra unido al chasis mediante dos pernos en lugar de uno. Esta unión solidaria crea un momento flector en el amortiguador, convirtiéndolo en un elemento estructural adicional.

## 4.2 Generación de fuerzas en el neumático y su influencia en el desempeño.

En este modelo mostrado en la Figura 4.2, se considera que el neumático está formado por una serie de cepillos o cerdas que se deforman al entrar en contacto con la superficie de la carretera. A medida que el neumático rueda sobre la superficie, los cepillos se deforman y generan fuerzas de contacto que permiten que el neumático se adhiera a la carretera.[11]

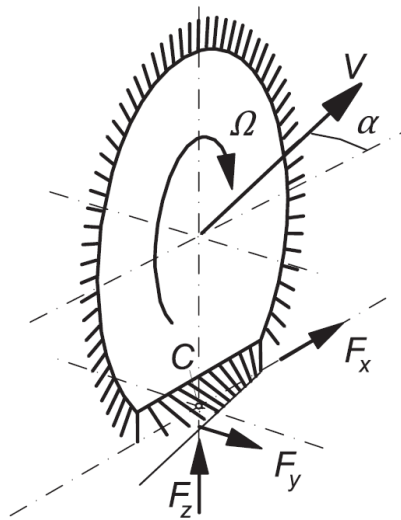


Figura 4.2. Origen de la fuerza lateral.[11]

La fuerza lateral se origina debido a la diferencia entre el ángulo de dirección del neumático y su ángulo de desplazamiento, que se conoce como ángulo de deriva o slip angle ( $\alpha$ ). Mediante el modelo del cepillo es posible explicar el origen de esta fuerza.

En el caso de rodadura pura, donde no hay deslizamiento longitudinal, podemos analizar cómo se genera la fuerza lateral. Cuando un pelo entra en el parche de contacto, se adhiere al suelo. Luego, en un intervalo de tiempo muy pequeño ( $dt$ ), la rueda se mueve hacia adelante mientras que la base del pelo se mueve hacia atrás, manteniendo su longitud sin cambios. Además, durante ese intervalo de tiempo, la rueda también se mueve lateralmente una distancia  $Vdt \sin\alpha$ , donde  $V$  es la velocidad del vehículo y  $\alpha$  es el ángulo de deriva. Esto genera una deformación lateral en el pelo. En el siguiente intervalo de tiempo  $dt$ , el pelo continúa moviéndose hacia atrás desde la perspectiva de la rueda, y se desplaza lateralmente otro  $Vdt \sin\alpha$ . Esto provoca que la deformación lateral se duplique en comparación con el intervalo de tiempo anterior. Como resultado, la deformación lateral aumenta hacia la parte trasera del parche de contacto. A medida que aumenta el ángulo de deriva  $\alpha$ , la deformación lateral se incrementa. La resultante de la fuerza lateral ( $F_y$ ) actúa en el parche de contacto y se encuentra detrás del centro del parche, a una distancia  $t$ . Esto genera un momento alineante ( $M_z$ ) que tiende a restaurar las ruedas a su posición original. En los casos en los que el ángulo de deriva es más pronunciado, algunos pelos llegan a su límite de deformación lateral y comienzan a deslizarse. En

ese punto, la distribución de la fuerza lateral se vuelve más simétrica, y la resultante  $F_y$  se centra en el centro del parche de contacto. El momento alineante  $M_z$  tiende a desaparecer.

Finalmente es posible describir la fuerza lateral en el siguiente gráfico mostrado en la Figura 4.3.

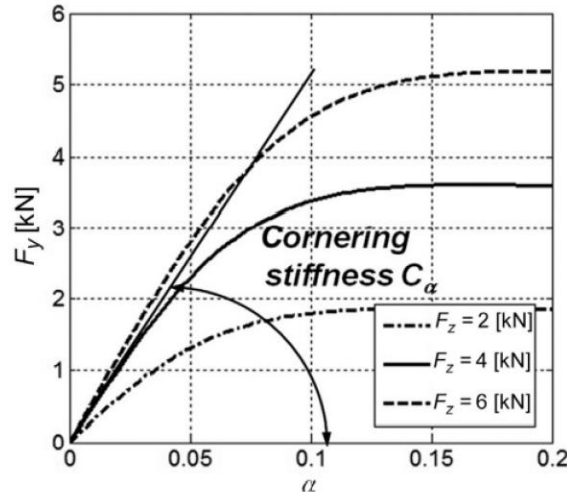


Figura 4.3. Gráfico fuerza lateral versus deriva lateral.[11]

Para simplificar la descripción matemática de las fuerzas, es posible linealizar la fuerza lateral considerando la pendiente en el origen y derivas laterales pequeñas obteniendo la rigidez de deriva lateral  $C_\alpha$ . En donde, este coeficiente depende de varios factores siendo el principal la superficie del camino.

$$C_\alpha = \left. \frac{dF_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (4.1)$$

Por lo tanto, la fuerza lateral queda definida de la siguiente manera,

$$F_y = C_\alpha * \alpha \quad (4.2)$$

Donde  $C_\alpha$  es la rigidez de deriva lateral. Esta rigidez es fundamental para comprender el comportamiento lateral del vehículo. La forma más básica de analizar el comportamiento de viraje es mediante el coeficiente de subviraje el cual se analiza en la siguiente subsección.

#### 4.2.1 Coeficiente de subviraje.

Es una medida de la capacidad de un vehículo para seguir la dirección deseada durante una curva. Cuantifica el cambio en el ángulo de deslizamiento del eje delantero (la diferencia entre la dirección en la que apunta el neumático y la dirección en la que realmente se dirige con respecto al trasero).

La ecuación que representa el coeficiente de subviraje queda representada a continuación, [8].

$$K = \frac{m_f}{C_{\alpha,f}} - \frac{m_r}{C_{\alpha,r}} \quad (4.3)$$

Que depende de las rigideces de derivas delanteras y traseras, y la distribución de masa del vehículo. Dependiendo del signo que presente este coeficiente el vehículo tendrá un comportamiento en curva diferente. A continuación, se presenta en la Figura 4.4 el gráfico que nos muestra dicho comportamiento.

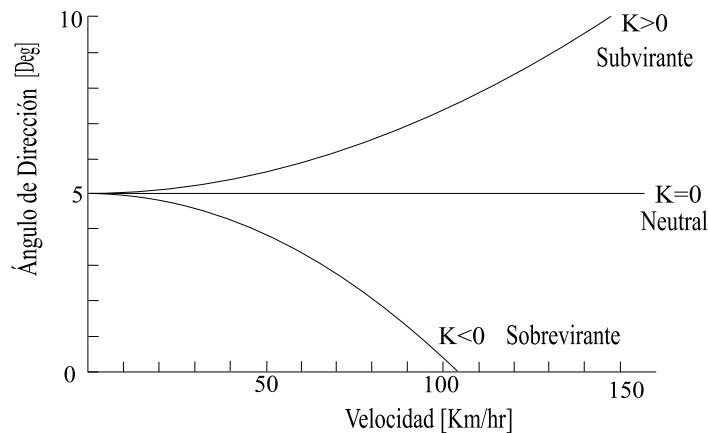


Figura 4.4. Gráfico velocidad versus Ángulo de dirección de un vehículo de pasajeros común. [8]

- **Comportamiento Subvirante ( $K > 0$ ).**

Se dice que un vehículo es subvirante cuando la parte delantera del vehículo tiende a ir hacia el exterior de la curva, y es necesario girar el volante más de lo deseado para mantener la trayectoria como se muestra en la Figura 4.5.

La mayoría de los vehículos de producción están diseñados para subvirar ligeramente en una curva, lo que se considera una característica de seguridad, ya que permite al conductor corregir la trayectoria mediante la dirección. Sin embargo, si el subviraje es excesivo, puede ser peligroso y requerir correcciones rápidas e intensas del conductor.

- **Comportamiento Sobrevirante ( $K < 0$ ).**

Un vehículo sobrevirante es aquel que tiende a girar demasiado en la dirección de la curva en la que se está conduciendo. Es decir, el vehículo girará más de lo que el conductor está girando el volante. Figura 4.5.

Un vehículo sobrevirante tiende a ser más difícil de controlar y puede resultar en una pérdida de tracción en la parte trasera del vehículo, lo que puede provocar que el vehículo derrape o realice un trompo.

- **Comportamiento Neutral ( $K=0$ ).**

Un vehículo se considera neutral cuando su comportamiento en curva es equilibrado y no presenta una tendencia clara hacia la subviraje o el sobreviraje. En otras palabras, el ángulo de deslizamiento de las ruedas delanteras y traseras es similar. Figura 4.5.

Este tipo de comportamiento es el deseado para una conducción deportiva, debido a que permite una conducción en curva más precisa y eficiente.

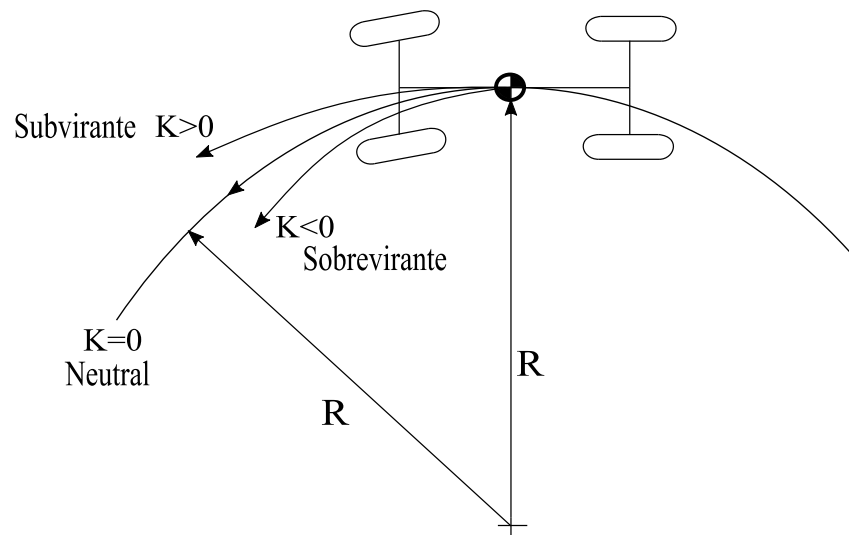


Figura 4.5. Curvatura de respuesta de subviraje, sobreviraje y neutral. [12]

Por lo tanto, como es necesario una conducción deportiva eficiente se desea un comportamiento neutral del vehículo. Analizando la ecuación 4.3 se logra extraer que para un vehículo cuya masa suspendida frontal  $m_f$  es mayor que la masa suspendida trasera  $m_r$  es necesario aumentar la rigidez de deriva lateral delantera  $C_{\alpha,f}$  y disminuir  $C_{\alpha,r}$  de tal manera que el coeficiente de subviraje sea lo más cercano a cero. Estas rigideces pueden ser modificadas por varios parámetros, entre ellos el ángulo de camber.

#### 4.2.2 Camber ( $\gamma$ ).

El camber es el ángulo de inclinación entre el plano de una rueda y el vector normal al camino [13]. Se describe como positivo cuando la parte superior de la rueda se inclina hacia afuera y negativa cuando la parte superior de la rueda se inclina hacia adentro Figura 4.6.

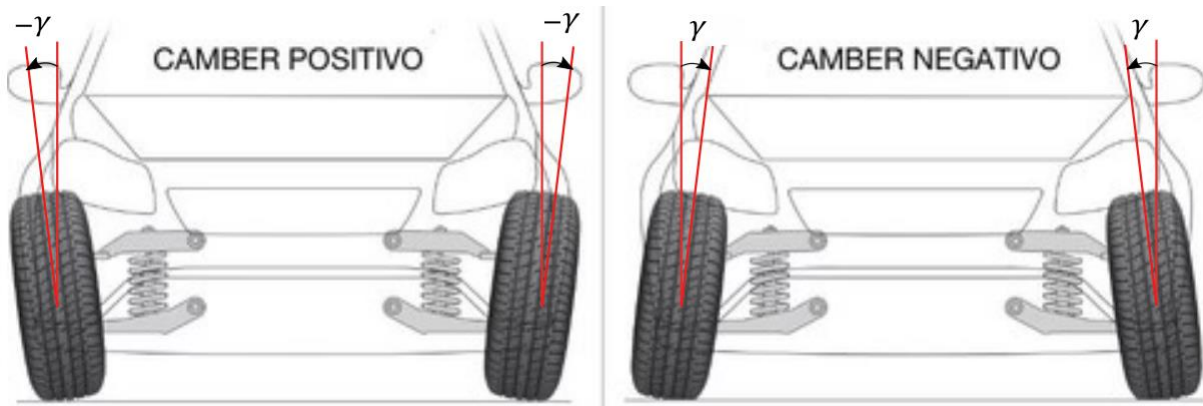


Figura 4.6. Camber positivo y negativo. [ 14].

En rodadura pura, una rueda con camber sigue una trayectoria circular como se indica en la Figura 4.7. Al forzar la rueda a seguir una trayectoria recta, el neumático se deforma generando una fuerza lateral, también conocido como “camber thrust” la cual depende del grado de inclinación, tipo de neumático y la presión de inflado.

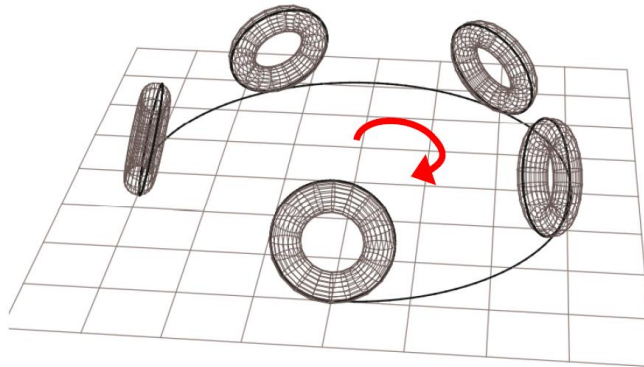


Figura 4.7. Rueda en rodadura pura con presencia de Camber.[10]

A bajos grados de inclinación, la fuerza lateral se puede considerar lineal dando origen a la rigidez de camber  $C_\gamma$  como se muestra en la Figura 4.8.

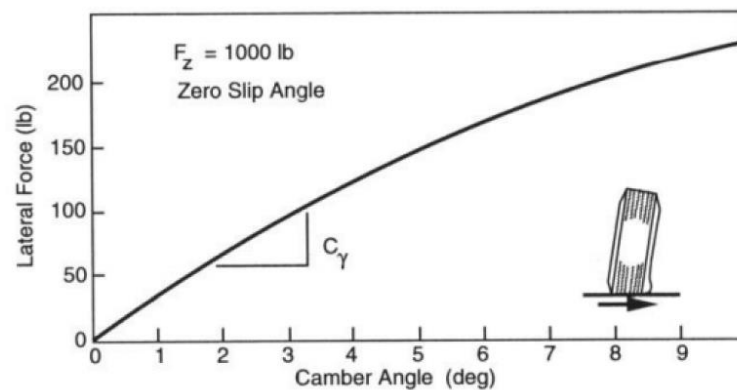


Figura 4.8. Gráfico de Fuerza lateral versus Camber.[10]

Por lo tanto, la fuerza lateral que actúa sobre el neumático en presencia de Camber queda representado por la siguiente ecuación 4.4.

$$F_y = C_\gamma * \gamma \quad (4.4)$$

Como vimos anteriormente que a bajas rigideces de derivas laterales y a un bajo ángulo de camber es posible linealizar las fuerzas laterales que actúan sobre el neumático, es por lo que estos efectos se pueden superponer quedando representada la fuerza lateral de la siguiente manera.

$$F_y = C_\alpha * \alpha + C_\gamma * \gamma \quad (4.5)$$

Después de analizar los efectos de aplicar Camber a los neumáticos, se puede concluir que esto aumenta la fuerza lateral sobre los mismos. Este aumento de fuerza es beneficioso ya que mejora la capacidad del vehículo para girar y maniobrar en curvas. Cuando un vehículo se mueve en una curva, se genera una fuerza centrífuga produciendo que el vehículo pierda la trayectoria en la curva. Para contrarrestar esta fuerza, se debe aplicar una fuerza lateral hacia el centro de la curva. Por lo tanto, al aumentar la fuerza lateral sobre los neumáticos con el Camber, se mejora la capacidad del vehículo para mantenerse en la curva. Visto de otra manera, al aplicar un ángulo de camber disminuye la deriva necesaria para generar una fuerza lateral.

Por otro lado, para estudiar la influencia del camber con el coeficiente de subviraje se considera lo siguiente:

Con  $C_\alpha = k_\alpha N$  y  $C_\gamma = k_\gamma N$  y aplicando transferencia de carga lateral se obtiene la ecuación 4.6.

$$F_y = k_\alpha N_e * \alpha + k_\alpha N_i * \alpha + k_\gamma N_e * \gamma - k_\gamma N_i * \gamma \quad (4.6)$$

$$F_y = k_\alpha(N + \Delta N) * \alpha + k_\alpha(N - \Delta N) * \alpha + k_\gamma(N + \Delta N) * \gamma - k_\gamma(N - \Delta N) * \gamma \quad (4.7)$$

$$F_y = 2k_\alpha N * \alpha + 2k_\gamma \Delta N * \gamma \quad (4.8)$$

Teniendo en cuenta que  $\Delta N_{r,f} = m_{r,f} a_y \frac{h}{t}$  y  $F_y = m_{r,f} a_y$  se obtiene:

$$F_y = m_{r,f} a_y = \left( \frac{2k_\alpha N}{1 - 2k_\gamma \frac{h}{t} \gamma} \right) \alpha \quad (4.9)$$

Luego, realizando una comparación con la ecuación 2.13 se tiene que:

$$C_{\alpha} = \left( \frac{2k_{\alpha}N}{1 - 2k_{\gamma} \frac{h}{t} \gamma} \right) \quad (4.10)$$

Finalmente, analizando la expresión anterior es claro inferir que al aumentar el camber ( $\gamma$ ) aumenta  $C_{\alpha}$ . Por lo tanto, al aplicar camber en las ruedas delanteras se produce un aumento en la rigidez de deriva lateral delantera  $C_{\alpha,f}$  provocando un valor más neutral en el coeficiente de subviraje.

En resumen, en esta sección se muestran las fuerzas que actúan sobre los neumáticos y los efectos que tiene el ángulo de camber en el comportamiento del vehículo. Se inicia con las fuerzas laterales que actúan sobre los neumáticos, luego se continúa el coeficiente de subviraje el cual determina que para tener un comportamiento más neutral es necesario aumentar la masa suspendida trasera y disminuir la masa delantera, o en su defecto, aumentar la rigidez de deriva lateral delantera y disminuir la rigidez de deriva lateral trasera. Para lograr esto, se aplicaron modelos dinámicos que nos permitieron mostrar que al emplear camber en las ruedas delanteras permite aumentar la aceleración lateral del vehículo.

Dicho esto, es evidente la importancia de pequeños ángulos de variación del camber como  $0,5-1^{\circ}$  tienen en la fuerza lateral por ende en el comportamiento del vehículo. Por lo tanto, si la rigidez de los brazos de suspensión es baja, existe el riesgo de que esta alineación se pierda durante la carrera. Por esta razón, es crucial reforzar los brazos de suspensión para asegurar que estos ángulos se mantengan invariables a lo largo de la competencia.

#### 4.3 Evaluación inicial de la rigidez de los brazos de suspensión.

Para medir la rigidez de los brazos de suspensión es necesario fabricar una herramienta que permita aplicar un torque en la maza de la suspensión y así generar un ángulo  $\chi$  con el propósito de calcular una rigidez de los brazos de suspensión. Como se muestra en el siguiente esquema 3.12.

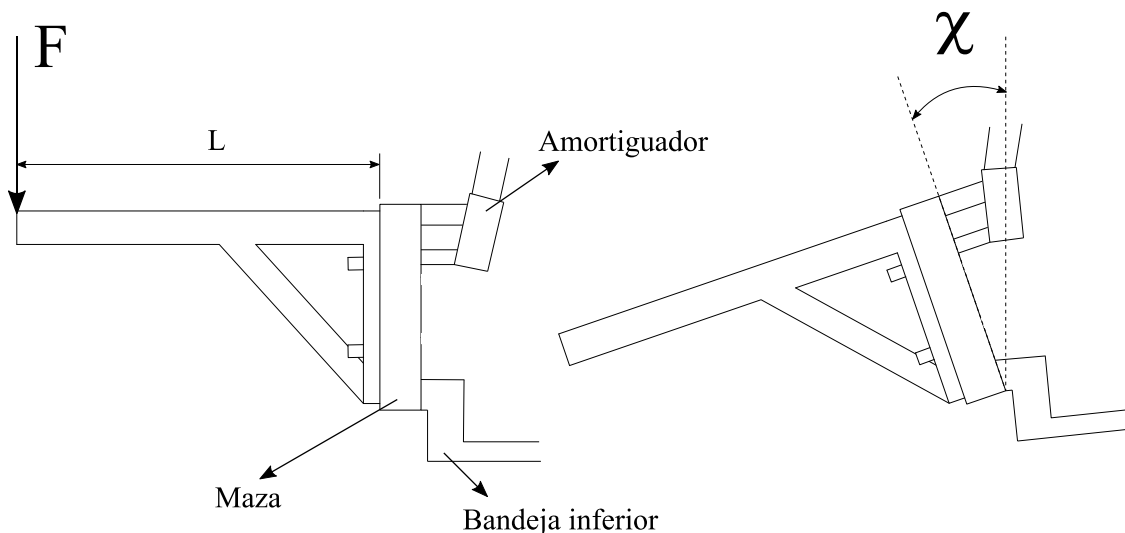


Figura 4.9. Ensayo medición de la rigidez de la suspensión McPherson.



Del esquema anterior es posible encontrar el valor de esta rigidez planteando las siguientes ecuaciones:

$$T_b = F * L \quad (4.11)$$

$$K_b = \frac{T_b}{\chi} \quad (4.12)$$

El procedimiento para realizar el ensayo consiste en aplicar una carga conocida al extremo de la herramienta de medición con el propósito de generar un torque y con la ayuda de un altímetro medir la distancia vertical para encontrar el ángulo de variación. Como se muestra en la Figura 4.10.

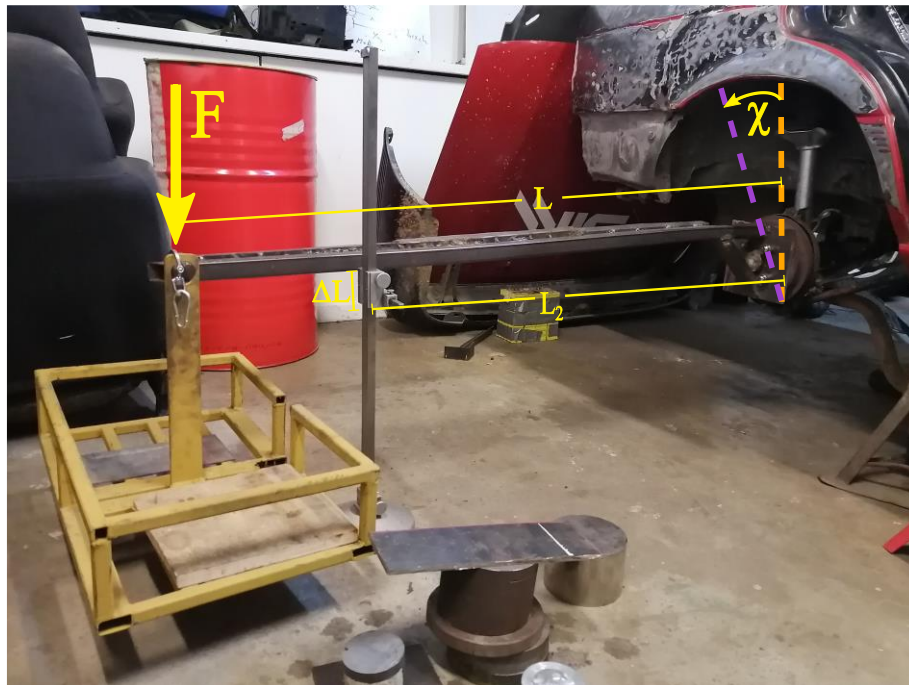


Figura 4.10. Medición de la rigidez de los brazos de suspensión.

A continuación, después de someter a los componentes de la suspensión a diversos torques. Es posible desarrollar los siguientes gráficos mostrados en las Figuras 4.11 y 4.12 que nos indican el ángulo de giro ( $\chi$ ) de la suspensión delantera y trasera.

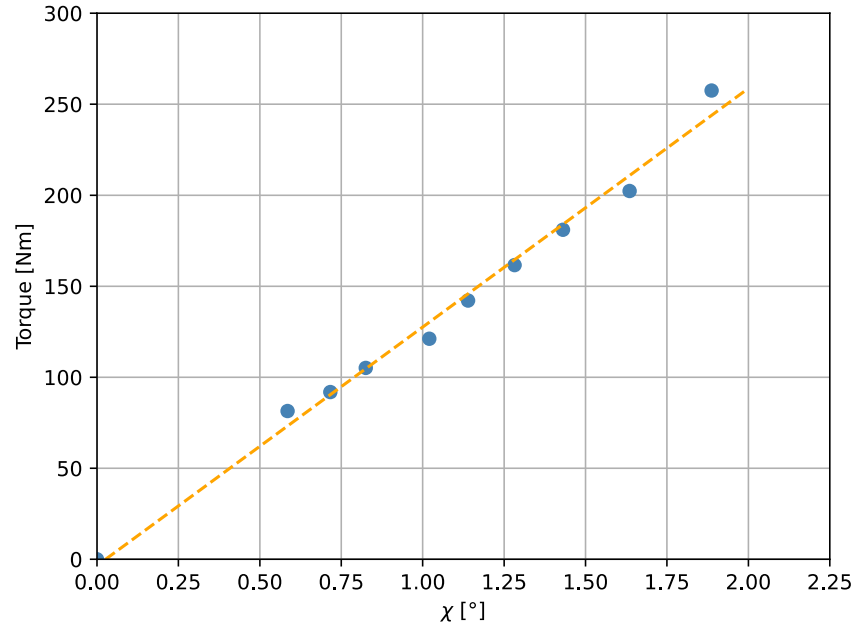


Figura 4.11. Gráfico de rigidez de suspensión delantera.

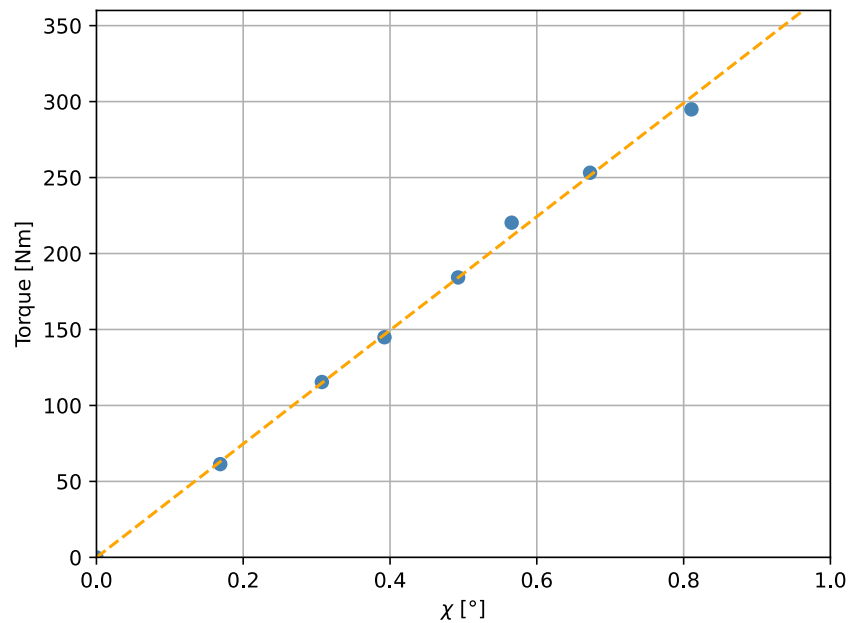


Figura 4.12. Gráfico de rigidez de suspensión trasera.

Se resulta en una rigidez de la suspensión delantera y trasera de  $K_{bf} = 131 \left[ \frac{Nm}{grado} \right]$   $K_{br} = 365 \left[ \frac{Nm}{grado} \right]$ .

Para identificar la variación en el ángulo de camber que presentan las ruedas con este nivel de rigidez se realiza el siguiente análisis.

Considerando la máxima aceleración lateral que es posible alcanzar con el vehículo obtenida en el capítulo 2, se calcula la fuerza lateral máxima en el eje con las siguientes ecuaciones 4.13 y 4.14.

$$F_{y,f} = M_f a_y = 600,5 * 3,92 = 2354 [N] \quad (4.13)$$

$$F_{y,r} = M_r a_y = 363 * 3,92 = 1423 [N] \quad (4.14)$$

Luego, teniendo en cuenta el análisis del capítulo anterior es posible calcular las fuerzas laterales máximas de las ruedas externas dado lo siguiente.

$$F_{y,f,e} = F_{y,f} * \frac{N_{f,e}}{N_{f,e} + N_{f,i}} = 2354 * \frac{4177}{4177 + 1703} = 1672,2 [N] \quad (4.15)$$

$$F_{y,r,e} = F_{y,r} * \frac{N_{r,e}}{N_{r,e} + N_{r,i}} = 1423 * \frac{2535}{2535 + 1022,5} = 1014 [N] \quad (4.16)$$

Finalmente, conociendo el radio de la rueda es posible calcular el torque máximo que recibe la rueda.

$$T_{f,máx} = F_{y,f,e} * R_T = 1672,2 * 0,28 = 468,2 [Nm] \quad (4.17)$$

$$T_{r,máx} = F_{y,r,e} * R_T = 1014 * 0,28 = 283,9 [Nm] \quad (4.18)$$

En conclusión, con las rigideces iniciales de los brazos de suspensión se obtienen una variación en el ángulo de camber de  $3,57^\circ$  en la rueda delantera y de  $0,78^\circ$  en la trasera al tomar una curva a la máxima aceleración lateral.

Dado que se alcanzan ángulos de variación excesivos, llegando incluso a  $3,68^\circ$  en la suspensión delantera provocando una notable reducción en el desempeño del vehículo. Para lograr una menor variabilidad en estos ángulos y conseguir un comportamiento más estable en las curvas, es necesario aumentar la rigidez de estos componentes. Por lo tanto, se propone reforzar los anclajes de la suspensión y realizar el recambio de las piezas deterioradas. Estas acciones contribuirán significativamente a mejorar el rendimiento general del vehículo.

#### 4.4 Implementación de refuerzos en los brazos de suspensión.

A continuación, se muestra la implementación de refuerzos estructurales en los brazos de suspensión y en sus anclajes, con el propósito de aumentar su rigidez para disminuir la variación del ángulo de camber.

En el caso de la suspensión delantera, se implementa un puntal que conecta ambas cazoletas para reforzar la estructura (Figura 4.13). Además, se extiende la jaula de seguridad mediante la adición de un tubo de 1" de diámetro y 2 mm de espesor desde los arcos laterales hasta las cazoletas delanteras, con el objetivo de proporcionar un anclaje superior más resistente. Asimismo, se realiza el reemplazo

de las mazas junto con sus rodamientos, debido a su excesiva holgura, con el fin de asegurar una tolerancia mínima (Figura 4.14).

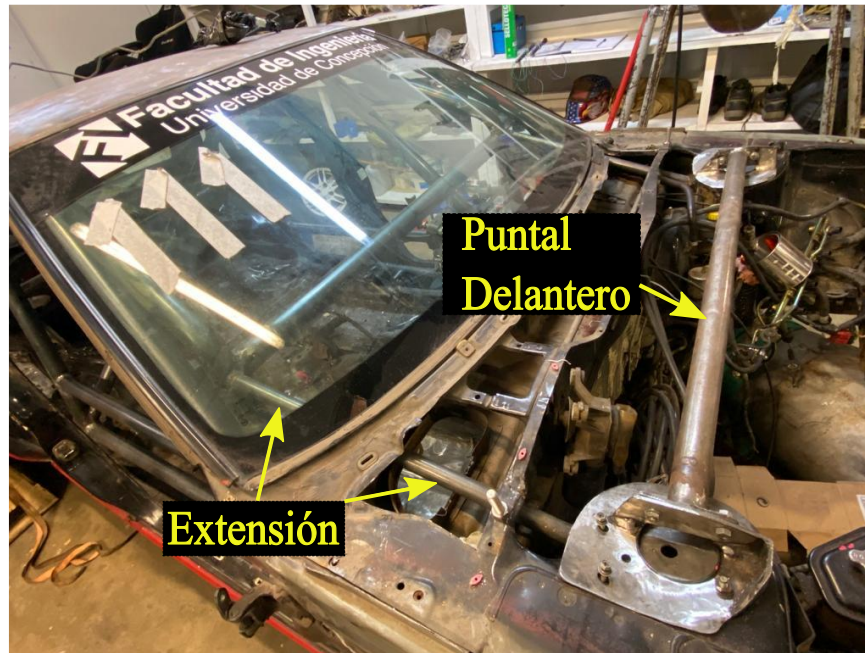


Figura 4.13. Refuerzos en los anclajes de la suspensión delantera.



Figura 4.14. Recambio de maza y rodamientos delanteros.

Por otro lado, en el eje trasero se tiene que en el sistema de suspensión McPherson, el conjunto del espiral/amortiguador está sujeto a las cazoletas mediante tres pernos. Sin embargo, dado que las

cazoletas están fabricadas con una lámina de acero de bajo espesor, se realizó un refuerzo adicional en las cazoletas traseras soldando una placa de acero (Figura 4.15) para brindarles una mayor rigidez. Además, se reforzaron los brazos inferiores de la suspensión adicionando una placa de acero de 2 mm apernada como se muestra en la Figura 4.16.



Figura 4.15. Refuerzo cazoleta trasera.



Figura 4.16. Refuerzo en el brazo inferior de la suspensión trasera.

#### 4.5 Verificación del aumento de la rigidez de los brazos de suspensión.

Después de completar la fabricación e implementación de los refuerzos en los anclajes de la suspensión, se procede a repetir el ensayo de rigidez sobre los componentes de la suspensión. En este ensayo, se busca comprobar la existencia de un aumento en la rigidez al implementar estos refuerzos.

Realizando el mismo ensayo de torsión sobre los componentes de la suspensión mencionado anteriormente, es posible obtener los siguientes gráficos en las Figuras 4.17 y 4.18.

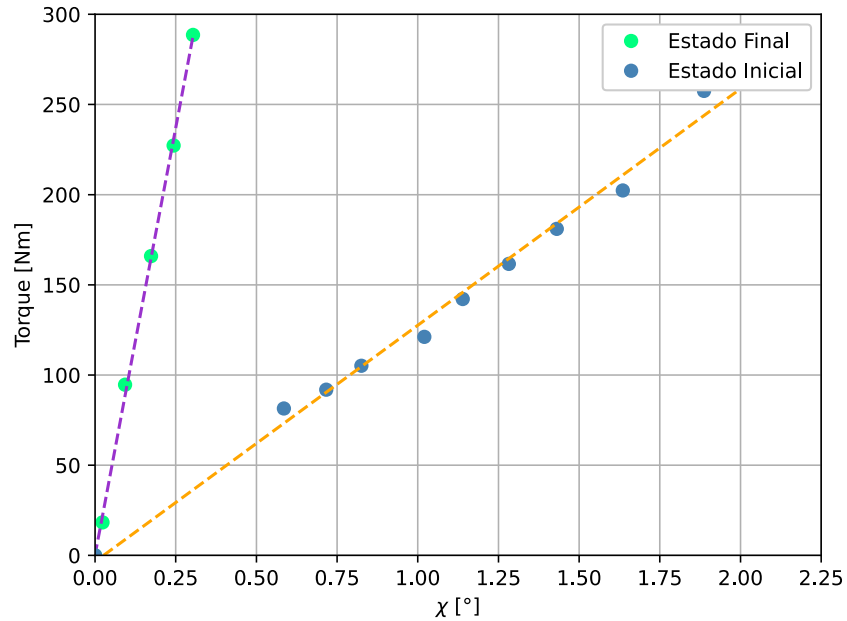


Figura 4.17. Gráfico de rigidez de la suspensión delantera en estado inicial y final.

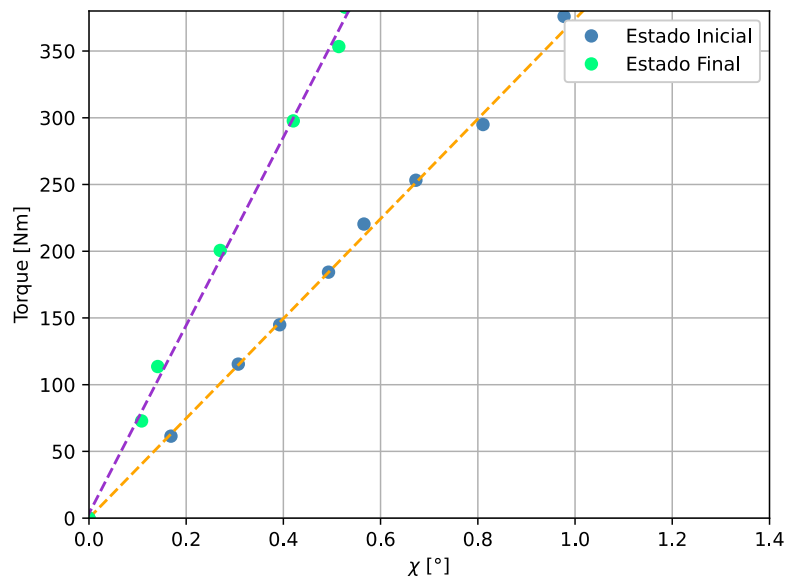


Figura 4.18. Gráfico de rigidez de la suspensión trasera en estado inicial y final.

De acuerdo con los gráficos presentados anteriormente, se ha logrado aumentar la rigidez de los brazos de suspensión delanteros en 6,47 veces y los traseros en 1,93 veces. Como resultado de estas mejoras, al enfrentarse ahora a una curva a máxima aceleración lateral, la variación del ángulo de camber en la rueda delantera es de solo  $0,55^\circ$ , y en la trasera es de  $0,4^\circ$ , lo cual representa una reducción considerable en comparación con los valores iniciales.

Además, al observar el comportamiento que presenta la suspensión se percata de la baja rigidez que presentan los amortiguadores. Al momento de ejercer un torque de mayor magnitud, se produce una flexión en el amortiguador lo que conlleva a una variación del ángulo de camber. Por lo tanto, se espera una mayor mejora en la rigidez de los brazos de suspensión al momento de implementar un nuevo diseño de amortiguador, lo que no se encuentra en los alcances de esta memoria.

Como hemos analizado previamente, los ángulos de la suspensión son determinantes para el comportamiento subvirante del vehículo. Con los resultados obtenidos, es posible inferir que el vehículo presentará un comportamiento menos subvirante al doblar en las curvas del circuito, ya que se ha reducido en alrededor de  $3^\circ$  la variación del ángulo de camber en las ruedas delanteras. Esta mejora en la configuración de la suspensión se traduce en un aumento en el desempeño del vehículo durante las maniobras en curvas.

## Capítulo 5. Rigidez de los espirales.

En este capítulo se congrega la información relevante para justificar que el desempeño del vehículo aumenta por medio del ajuste de la rigidez de los espirales. Se estudia el efecto de esta rigidez mediante el modelo “Quarter Car Model” el cual nos indica la respuesta dinámica del vehículo ante diferentes configuraciones de rigidez de los espirales.

### 5.1 Quarter car model.

Para lograr un óptimo rendimiento en pista, es esencial maximizar la adherencia de los neumáticos con la superficie de la carretera. En esta línea, se emplea el modelo de cuarto de auto "Quarter car model" para examinar el efecto de la rigidez de los resortes en dicha adherencia. Este modelo, representado en la Figura 5.1, consta de dos grados de libertad y está compuesto por dos masas: la masa suspendida ( $M_C$ ), que representa aproximadamente una cuarta parte del peso total del vehículo y se encuentra aislada de la carretera como el chasis, y la masa no suspendida ( $M_U$ ), que engloba los componentes de la suspensión, como las ruedas, los neumáticos, los frenos y sus componentes asociados.

Estas dos masas están conectadas mediante parámetros combinados de rigidez y amortiguación, asumiendo que la suspensión tiene un comportamiento lineal con una rigidez ( $K_Z$ ) y un coeficiente de amortiguación ( $C_Z$ ). La rigidez vertical del neumático se representa mediante un muelle lineal ( $K_T$ ). En este contexto, se considera que la amortiguación del neumático es tan pequeña que puede ser despreciada.[3]

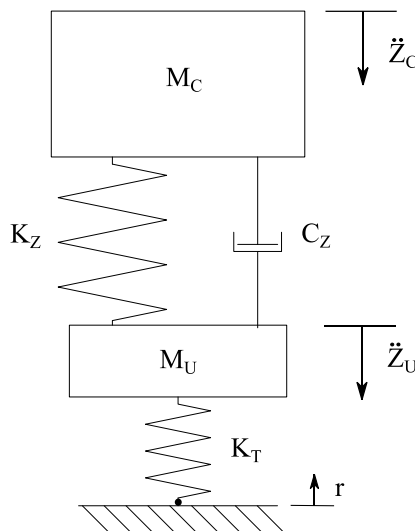


Figura 5.1. Quarter car model.[3]

El modelo de cuarto auto es un sistema de dos grados de libertad. Por lo cual presenta dos ecuaciones del movimiento que son mostradas a continuación. Utilizando  $\ddot{Z}_C$  como aceleración vertical de la masa suspendida y  $\ddot{Z}_U$  como la aceleración de la masa no suspendida, se puede encontrar que:



$$M_C \ddot{Z}_C = -K_Z(Z_C - Z_U) - C_Z(\dot{Z}_C - \dot{Z}_U) \quad (5.1)$$

$$M_U \ddot{Z}_U = K_Z(Z_C - Z_U) + C_Z(\dot{Z}_C - \dot{Z}_U) - K_T(Z_U - r) \quad (5.2)$$

Donde,  $r$  es la excitación debido a las asperezas del camino. Las ecuaciones anteriores en notación matricial se muestran a continuación.

$$\begin{bmatrix} M_C & 0 \\ 0 & M_U \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{Z}_C \\ \ddot{Z}_U \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_Z & -C_Z \\ -C_Z & C_Z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{Z}_C \\ \dot{Z}_U \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_Z & -K_Z \\ -K_Z & K_Z + K_T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_C \\ Z_U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ K_T \end{pmatrix} r \quad (5.3)$$

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Rr \quad (5.4)$$

Este modelo nos indica las funciones de respuesta dada una excitación propuesta por el camino. El dominio frecuencia es un método potente para investigar la dinámica de vehículos y de sistemas mecánicos. La transición del dominio del tiempo al dominio frecuencia requiere la aplicación de la Transformada de Fourier a las ecuaciones de movimiento. Según Lot [3] se realiza esta transformación expresando la entrada armónica de la carretera en su forma compleja de la siguiente manera.

$$r(t) = r(i\omega)e^{i\omega t} \quad (5.5)$$

Donde  $r(i\omega)$  representa la amplitud y paso de la excitación, mientras que  $e^{i\omega t}$  indica la oscilación armónica. La respuesta estacionaria del vehículo es igualmente de forma armónica, por lo que el movimiento de la masa suspendida y no suspendida queda de la siguiente manera.

$$Z_C(t) = Z_C(i\omega)e^{i\omega t} \quad (5.6)$$

$$Z_U(t) = Z_U(i\omega)e^{i\omega t} \quad (5.7)$$

Donde  $Z_C(i\omega)$  y  $Z_U(i\omega)$  son constantes complejas que contienen ambas magnitudes y fase de la respuesta. Introduciendo las ecuaciones (5.6) y (5.7) en la ecuación (5.3) y dividiendo ambos lados por  $e^{i\omega t}$ , se obtienen las siguientes frecuencia respuesta a la entrada del desplazamiento armónico de la carretera.

$$Z_C(i\omega) = \frac{[C_Z(i\omega) + K_Z]K_T}{D(i\omega)} r(i\omega) \quad (5.8)$$

$$Z_U(i\omega) = \frac{[M_C(i\omega)^2 + C_Z(i\omega) + K_Z]K_T}{D(i\omega)} r(i\omega) \quad (5.9)$$

Donde  $D(i\omega)$  corresponde a lo siguiente.

$$D(i\omega) = M_C M_U (i\omega)^4 + C_Z (M_C + M_U) (i\omega)^3 + [(K_Z + K_T) M_C + K_Z M_U] (i\omega)^2 + (C_Z K_T) i\omega + K_T K_Z \quad (5.10)$$

Con el objetivo de evaluar el sistema de suspensión del vehículo, en particular, para maximizar la adherencia del neumático con el camino, se presenta la siguiente función de transferencia. Esta función nos proporciona información sobre la relación entre la fuerza ejercida sobre el neumático y la entrada armónica del camino.

$$H_N(i\omega) = \frac{N(i\omega)}{\dot{r}(i\omega)} = \frac{K_T [Z_U(i\omega) - r(i\omega)]}{i\omega r(i\omega)} \quad (5.11)$$

Reemplazando las ecuaciones (5.8) y (5.9) en la expresión anterior, se puede expresar la frecuencia de respuesta de la fuerza del neumático.

$$H_N(i\omega) = \frac{N(i\omega)}{\dot{r}(i\omega)} = \frac{-i\omega K_T [M_C M_U (i\omega)^2 + (M_C + M_U) (C_Z i\omega + K_Z)]}{D(i\omega)} \quad (5.12)$$

Luego, para cuantificar la respuesta de la fuerza sobre el neumático al ser excitado por una entrada armónica del camino es necesario introducir la función de densidad de potencia espectral, la cual se describe a continuación.

$$S_{yy}(\omega) = |H_N(i\omega)|^2 G_{vv} V_x \quad (5.13)$$

Con  $G_{vv}$  una constante que depende del tipo de camino y  $V_x$  la velocidad traslacional del vehículo.

Finalmente, es posible calcular la raíz cuadrada media o RMS de la función de densidad anteriormente mostrada. Este valor nos indica el valor de las variaciones de la fuerza sobre el neumático según la siguiente ecuación.

$$y_{RMS} = \sqrt{\int_0^\infty S_{yy}(\omega) d\omega} = \sqrt{\int_0^\infty |H_N(i\omega)|^2 G_{vv} V_x} \quad (5.14)$$

### 5.1.1 Ajuste óptimo de la suspensión.

Para mejorar la aceleración longitudinal de un vehículo, es necesario maximizar la adherencia, que implica minimizar la variación de fuerza normal de los neumáticos. La optimización de la suspensión implica encontrar los valores ideales de rigidez y amortiguamiento que maximicen la adherencia de los neumáticos a la carretera. Para obtener una expresión que defina una rigidez y amortiguamiento óptimos, es necesario analizar varios aspectos.

Uno de estos aspectos es la amplitud de excitación de la carretera, ya que puede tener un impacto negativo en la estabilidad del vehículo y la adherencia a la superficie de la carretera. En general, cuanto más grandes sean las oscilaciones de la carga del neumático, menor será la adherencia a la carretera.

Considerando estos aspectos, se toma en cuenta el análisis propuesto por Lot [3] y se utiliza el modelo de Quarter Car Model, el cual describe las ecuaciones que permiten disminuir el RMS de la función de densidad espectral y así maximizar la adherencia de los neumáticos a la carretera. Esta expresión se presenta a continuación.

$$K_{z,opt} = \frac{M_C M_U}{(M_C + M_U)^2} K_T \quad (5.15)$$

Es decir, la rigidez óptima depende de las masas suspendidas y no suspendidas del vehículo y de la rigidez del neumático. En general, la rigidez óptima de los espirales suele superar las rigideces de fábrica de los vehículos, ya que se busca dar prioridad a la maniobrabilidad por encima del confort.

## 5.2 Mediciones necesarias para el cálculo de la rigidez óptima de los espirales.

El objetivo de esta sección es calcular e implementar la rigidez óptima de los espirales que permitan mejorar la adherencia de los neumáticos con la pista. Para calcular esta rigidez óptima se utiliza el modelo "Quarter Car Model" descrito en el anterior en el cual es necesario identificar distintos parámetros tales como las masas no suspendidas, la relación de movimiento entre la suspensión con la vertical, la rigidez del espiral y la del neumático.

### 5.2.1 Medición de masas no suspendidas.

El método utilizado para calcular las masas no suspendidas implica colocar el vehículo sobre cuatro balanzas de tipo "wireless quik weigh". Posteriormente, se liberan los anclajes superiores de las suspensiones y se levanta el chasis del vehículo, de manera que solo los componentes de la suspensión queden sobre las balanzas. En la Tabla 3.2 se señalan las masas no suspendidas por rueda obtenidas.

Tabla 5.1. Masas no suspendidas.

Eje	Masa no suspendida [kg]
<i>Delantero</i>	32.5
<i>Trasero</i>	16.5

### 5.2.2 Medición de las relaciones de movimiento.

En el modelo "Quarter Car Model", se emplea la rigidez vertical de la suspensión, la cual se obtiene al establecer una relación de movimiento entre el recorrido del espiral y el recorrido efectivo de la rueda. Esta relación se ilustra en la Figura 5.2.

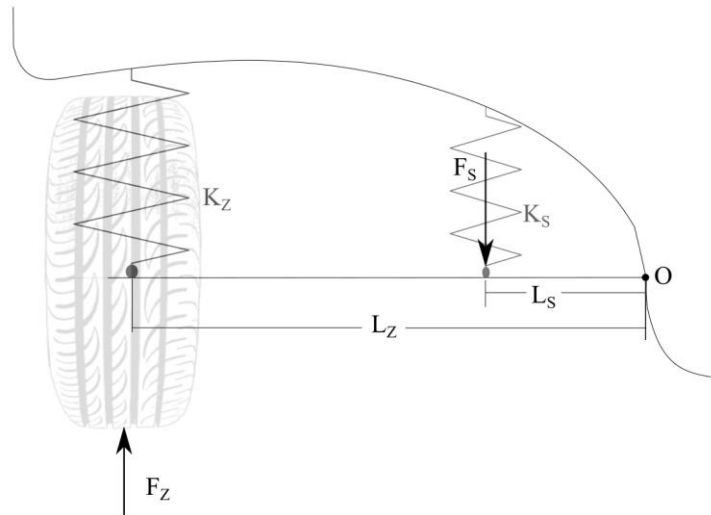


Figura 5.2. Esquema representativo de la relación de movimiento.

Del esquema anterior es posible rescatar la siguiente relación que nos indica la relación de movimiento.

$$\frac{L_S}{L_Z} = \frac{S}{Z} = q \quad (5.16)$$

Donde S representa el movimiento en la dirección del espiral y Z el movimiento vertical de la rueda.

Para identificar la rigidez equivalente de la rueda  $K_Z$  se realiza el siguiente análisis vectorial de fuerzas.

$$\sum M_O: F_Z L_Z = F_S L_S \quad (5.17)$$

$$F_Z = \frac{F_S L_S}{L_Z} = F_S q_E \quad (5.18)$$

$$K_Z = \frac{\delta F_Z}{\delta Z} = \frac{\delta(F_S q_E)}{\delta Z} \quad (5.19)$$

$$= q \frac{\delta F_S}{\delta Z} + F_S \frac{\delta q_E}{\delta Z} = q \frac{\delta F_S}{\delta S} \frac{\delta S}{\delta Z} + F_S \frac{\delta q_E}{\delta Z} \quad (5.20)$$

$$= q_E K_S q + F_S \frac{\delta q_E}{\delta Z} \quad (5.21)$$

Finalmente se obtiene que la rigidez equivalente de la rueda queda de la siguiente manera.

$$K_Z = q_E^2 K_S \quad (5.22)$$

Para medir la relación de movimiento vertical del espiral con respecto a la suspensión, se sigue el siguiente procedimiento: Se realizan mediciones de dos distancias en diferentes alturas de elevación del vehículo. Primero, se mide la distancia entre la parte superior de la llanta y la parte inferior del tapabarro. Luego, se mide la distancia entre los extremos del espiral. Estas mediciones se llevan a cabo utilizando un pie de metro y un elevador hidráulico. El elevador permite elevar progresivamente la carrocería del vehículo, lo que permite obtener múltiples puntos de medición en diferentes niveles de altura lo que nos permite encontrar una relación de delantera  $q_f = 0,731$  y una relación trasera de  $q_r = 0,882$ .

### 5.2.3 Medición del coeficiente de rigidez de los espirales y amortiguadores.

Con el propósito de medir la rigidez de los espirales y los amortiguadores es necesario la fabricación de una prensa que nos permita extraer el espiral de la suspensión. Para la elaboración se utilizaron materiales reutilizados presentes en el taller mecánico y soldaduras Indura 6011 punto azul. En la Figura 5.3 se presenta la prensa terminada.



Figura 5.3. Prensa hidráulica.

Una vez que se han extraído los espirales y los amortiguadores, es posible medir los coeficientes utilizando el dinamómetro disponible en el taller. En el caso de los espirales el procedimiento implica aplicar una carga de peso conocido y medir la distancia de compresión. Por otro lado, para medir el coeficiente de amortiguamiento se aplica una carga conocida y se mide la velocidad con la cual es comprimido. Los valores de rigidez y amortiguamiento se muestran en la siguiente Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Coeficientes de rigidez iniciales de los espirales y los amortiguadores.

Suspensión	Coef. De rigidez [N/m]	Coef. De amortiguamiento [Ns/m]
<i>Delantera</i>	16068	540
<i>Trasera</i>	13993	1440

#### 5.2.4 Medición de la rigidez de los neumáticos.

Por otro lado, para calcular la rigidez del neumático, es necesario medir la deflexión del mismo cuando está sometido a una carga conocida. Utilizando la masa del vehículo por rueda, el procedimiento para determinar la rigidez del neumático implica medir el radio de la rueda sin carga y con carga a diferentes presiones. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3. Rigidez del neumático a diferentes presiones.

Presión [PSI]	Rigidez [N/m]
19	143645
24	145883
26	155112
28	161995

### 5.3 Rigidez óptima de los espirales.

Con las consideraciones propuestas en el Capítulo 5.1 y la ecuación (5.15) y según Lot [3] que describen los valores de rigidez que maximiza la adherencia de los neumáticos sobre la carretera. Se obtienen los siguientes resultados.

$$K_{z,opt,f} = \frac{M_{C,f}M_{U,f}}{(M_{C,f} + M_{U,f})^2} K_T = \frac{267,75 * 32,5}{(267,75 + 32,5)^2} * 155112 = 14972[\text{N/m}] \quad (5.23)$$

$$K_{z,opt,r} = \frac{M_{C,r}M_{U,r}}{(M_{C,r} + M_{U,r})^2} K_T = \frac{165 * 16,5}{(165 + 16,5)^2} * 155112 = 12819[\text{N/m}] \quad (5.24)$$

A continuación, se muestran en la Tabla 5.4 el resumen de los valores más relevantes para la correcta optimización del vehículo.

Tabla 5.4 Resumen de coeficientes presentes en el vehículo.

Parámetro	Descripción	Resultado
$M_{Cf}$	Masa suspendida delantera	267,75 [kg]
$M_{Cr}$	Masa suspendida trasera	165 [kg]
$M_{Uf}$	Masa no suspendida delantera	32.5 [kg]
$M_{Ur}$	Masa no suspendida trasera	16.5 [kg]
$M$	Masa total del vehículo	963,5 [kg]
$K_T$	Rigidez del neumático	155112[N/m]
$K_{S,f}$	Rigidez espiral delantero	15648 [N/m]
$K_{S,r}$	Rigidez espiral trasero	13993 [N/m]
$q_f$	Rel. Movimiento delantera	0,731 [--]
$q_r$	Rel. Movimiento trasera	0,882 [--]
$K_{z,f}$	Rigidez vertical delantera	8362 [N/m]
$K_{z,r}$	Rigidez vertical trasera	10836 [N/m]
$K_{z,ópt,f}$	Rigidez vertical óptima delantera	14972 [N/m]
$K_{z,ópt,r}$	Rigidez vertical óptima trasera	12819 [N/m]
$K_{S,ópt,f}$	Rigidez espiral delantero óptima	28095 [N/m]
$K_{S,ópt,r}$	Rigidez espiral trasero óptima	16478 [N/m]
$C_{Sf}$	Coef. De amortiguación delantero	540 [Ns/m]
$C_{Sr}$	Coef. De amortiguación trasero	1440 [Ns/m]

### 5.3.1 Aplicación de las funciones de transferencia.

Como vimos que para la evaluación del sistema de suspensión del vehículo es necesario un análisis en el dominio de la frecuencia. Específicamente en la maximización de la adherencia del neumático con el camino es primordial la disminución de las variaciones de fuerzas sobre el neumático.

Para reafirmar que los cálculos de rigidez óptima señalados anteriormente presentan una mejora en el desempeño. Se realiza una comparación entre estas fuerzas del neumático con la rigidez óptima y actual del vehículo.

A continuación, se presentan en las Figuras 5.4 y 5.5 las funciones de transferencia que nos indican la relación entre la fuerza sobre el neumático a una entrada de armónica del camino con la condición actual y óptima de rigidez.



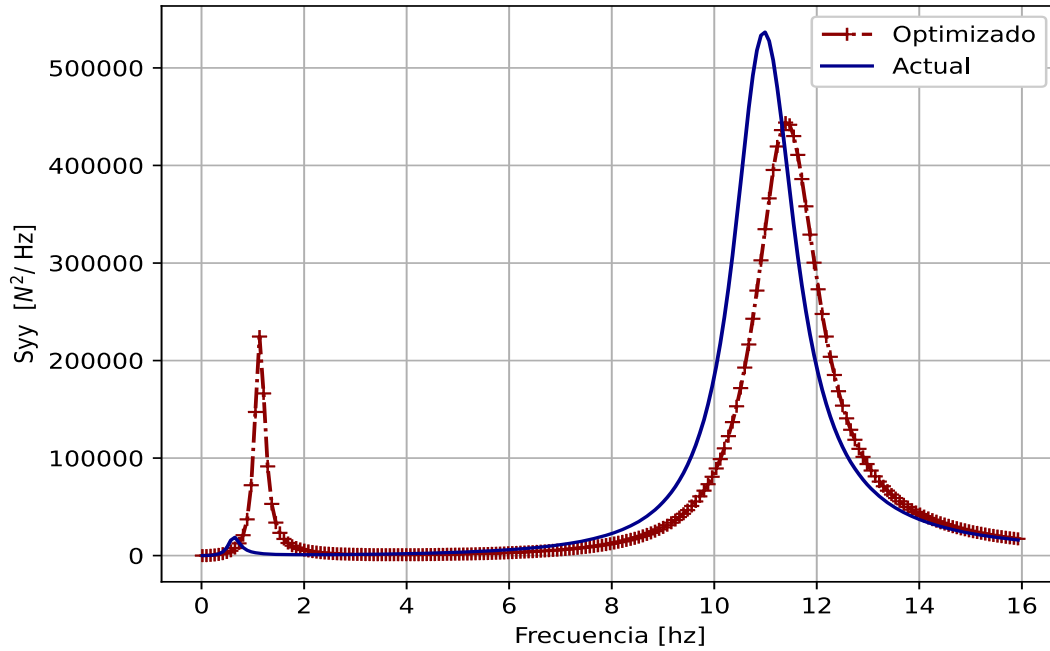


Figura 5.4. Fuerza sobre neumático delantero a 72 *km/h*.

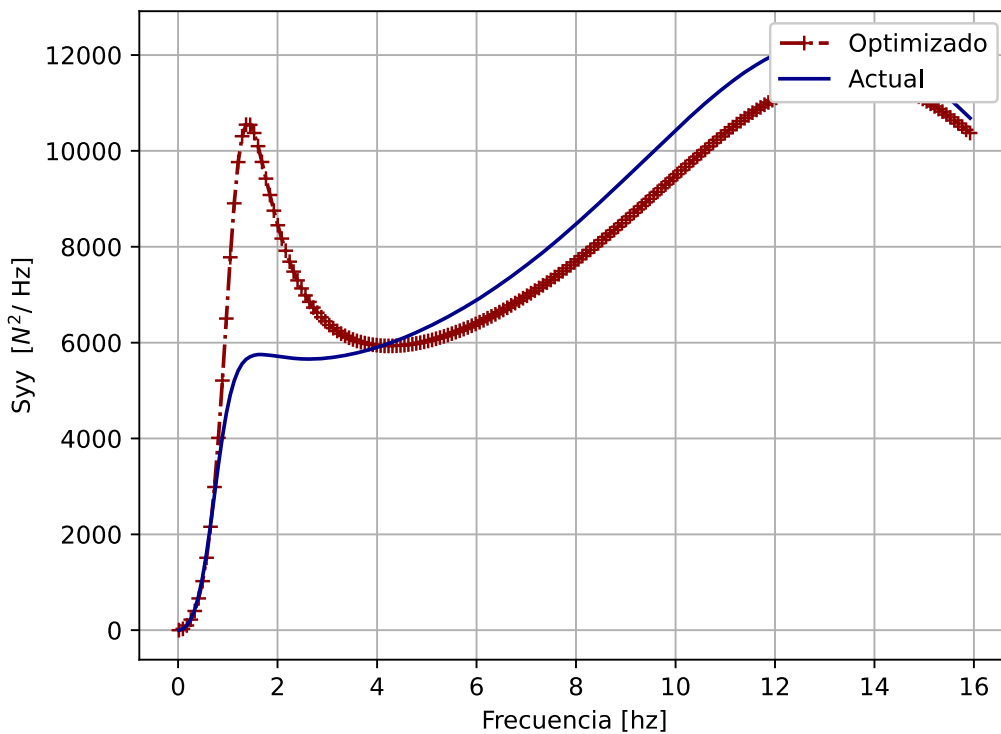


Figura 5.5. Fuerza sobre neumático trasero a 72 *km/h*.

Las frecuencias de los caminos, también conocidas como frecuencias de excitación o frecuencias de vibración del camino, se refieren a las frecuencias a las que un vehículo está expuesto mientras transita por diferentes superficies de la carretera. Cada camino o superficie de la carretera tiene su propia

frecuencia característica, que depende de factores como el tipo de pavimento, la rugosidad, las irregularidades y los obstáculos presentes en el camino.

En los gráficos anteriores, se pueden observar dos picos de resonancia. El primero de ellos corresponde a la resonancia de tipo "heave", que se refiere al movimiento vertical de la masa suspendida. Según los gráficos anteriores, el modelo predice oscilaciones excesivamente grandes en el chasis al conducir en caminos dentro del rango de esta resonancia. Sin embargo, en la práctica esto no es cierto, ya que incluso una pequeña cantidad de amortiguación en los neumáticos reduce el pico de resonancia. Además, el pico estacionario solo puede alcanzarse si la excitación se mantiene durante un tiempo suficiente [3]. Por otro lado, el segundo pico corresponde a la resonancia de tipo "Wheel-hoop", que se refiere al movimiento vertical de los componentes de la masa no suspendida.

Como se puede observar en los gráficos anteriores, para caminos que presentan frecuencias sobre los 4 Hz la implementación de la rigidez óptima resulta beneficioso para disminuir las fuerzas sobre los neumáticos, lo que conlleva a un mejor desempeño.

Con el fin de visualizar de manera más clara la disminución de las fuerzas sobre el neumático, se presenta en la Tabla 5.5 el valor de la raíz cuadrada media (RMS) de la función de densidad espectral. Este valor corresponde al área bajo la curva de los gráficos 5.4 y 5.5, lo cual nos indica el valor promedio de la fuerza sobre el neumático. Estos valores se obtuvieron a diferentes velocidades del vehículo en un camino clasificado como "C" según la norma ISO 8608, que se muestra en el anexo 2.

Tabla 5.5. Valores del RMS para condiciones actuales y optimizadas a distintas velocidades.

Velocidad $\left[\frac{km}{h}\right]$	Suspensión	RMS Cond. Actual [N]	RMS Cond. Optimizada [N]
54	Delantera	852658	781937
	Trasera	100990	99630
72	Delantera	1705316	1563874
	Trasera	201980	199261
108	Delantera	1705316	1563874
	Trasera	201980	199261
144	Delantera	2273755	2085165
	Trasera	269307	265682

El cálculo del RMS nos proporciona una medida cuantitativa de las fuerzas que actúan sobre el neumático a diferentes velocidades. Al analizar la tabla anterior, podemos comparar las fuerzas en las condiciones actuales y las condiciones óptimas, lo que revela una disminución del 8,293% en la suspensión delantera y un 1,346% en la suspensión trasera. Estos valores indican claramente que al implementar la rigidez óptima de los espirales, se logra una mejora en el rendimiento del vehículo.

#### 5.4 Implementación de la rigidez óptima de los espirales.

Dado el análisis realizado anteriormente, se requiere aumentar los coeficientes de rigidez de los espirales delanteros en 1,8 veces y en 1,18 los traseros. Para ello se plantean las siguientes opciones que permitan alcanzar estos resultados.

Una de las opciones es disminuir la cantidad de espiras activas de los espirales mediante la implementación de cuñas de goma como se puede apreciar en la Figura 5.6.



Figura 5.6. Cuñas de goma.

Para calcular la cantidad de espiras con la cual se obtiene la rigidez deseada se utiliza la siguiente ecuación según Budynas, R. [15]

$$K_s = \frac{d_{espira}^4 G}{8D^3 N_a} \quad (5.25)$$

Luego, para lograr las rigideces requeridas, es necesario ajustar el número de espiras activas en el espiral delantero a 3,2 y en el espiral trasero a 4,8, de las 5,75 espiras activas que cuentan.

Se consideró inicialmente el uso de cuñas de goma para trabar las espiras. Sin embargo, se detectaron dos problemas significativos. En primer lugar, las cuñas de goma no lograban ajustarse adecuadamente entre las espiras, generando espacios muertos que comprometían la precisión de la medición de la rigidez en el dinamómetro. Estos espacios muertos causaban imprecisiones en las lecturas, lo que dificultaba obtener resultados confiables y precisos. Además, el montaje del resorte en la suspensión se volvió complicado debido a la longitud excesiva del resorte producto de la adición de estas cuñas, superando la capacidad de la prensa disponible y generando preocupaciones en términos de seguridad durante el proceso de instalación.

Este desafío plantea la necesidad de buscar opciones adicionales para alcanzar la rigidez deseada en los resortes. Se ha considerado la posibilidad de obtener o fabricar espirales con las características adecuadas como una solución viable. Sin embargo, debido a las limitaciones y alcance de este estudio, la adquisición o fabricación de nuevos espirales se encuentra fuera de su alcance. No obstante, en caso de la fabricación de los espirales se requieren de las siguientes medidas mencionadas en la Tabla 5.6 para alcanzar la rigidez óptima deseada.

Tabla 5.6. Medidas de los espirales óptimos.

Parámetro	Espiral Delantero	Espiral Trasero
Diámetro Externo	14 [cm]	14[cm]
Diámetro de espira	13 [mm]	11,5 [mm]
Número de espiras activas	5	5
Módulo de corte del material	79,3 [GPa]	79,3 [GPa]

En resumen, este capítulo se abordó la caracterización, diseño y análisis de componentes clave para mejorar el desempeño del vehículo por medio del ajuste de la rigidez de los espirales. Se estableció una metodología para medir las rigideces iniciales y así calcular la rigidez óptima de la suspensión mediante el modelo "Quarter Car Model", que permite mejorar la adherencia de los neumáticos al reducir las variaciones de carga.

Aunque no se logró implementar la rigidez óptima en los espirales debido a desafíos técnicos, los cálculos realizados destacan la importancia de ajustar adecuadamente la rigidez de los espirales para mejorar la adherencia de los neumáticos.

## **Conclusión.**

En conclusión, el desarrollo de esta memoria ha permitido realizar una serie de mejoras significativas en el desempeño del vehículo de competición del equipo Firt de la Universidad de Concepción. A través de la implementación de refuerzos estructurales y el ajuste de rigidez en diferentes componentes, se han logrado optimizar varios aspectos clave del vehículo, lo que contribuirá a su competitividad en el Campeonato Regional Cady Yumbel.

En primer lugar, la mejora en la rigidez torsional del chasis ha sido fundamental. La implementación de una jaula de seguridad ha aumentado 2,25 la rigidez torsional, lo que mejora la distribución de cargas sobre los neumáticos proporcionando así una mayor estabilidad al vehículo.

En segundo lugar, el refuerzo de los brazos de suspensión ha sido clave para mantener los ángulos de camber. Los cambios de camber debieran disminuir desde  $3,57^\circ$  a  $0,55^\circ$  en las ruedas delanteras y desde  $0,78^\circ$  a  $0,4^\circ$  en las traseras, con la condición de máxima aceleración lateral. Esto mejora la estabilidad del vehículo durante el paso por curvas, evitando cambios indeseados en la geometría de las ruedas. Esto garantiza un mejor manejo y una respuesta más precisa en diferentes condiciones de conducción.

Finalmente, se logra identificar la importancia de ajustar adecuadamente la rigidez de los espirales y se calcula la rigidez óptima para mejorar la adherencia de los neumáticos. Aunque esta implementación no se llevó a cabo en este proyecto, se han establecido las bases y los cálculos de las rigideces óptimas para que sean consideradas en futuros desarrollos, con el objetivo de alcanzar un desempeño aún mejor.

En resumen, las modificaciones realizadas en este proyecto han sentado las bases para un vehículo de competición más competitivo y seguro. Se espera que estas mejoras permitan al equipo Firt alcanzar mejores tiempos de vuelta en el Campeonato Regional Cady Yumbel, lo que los posicionará en una mejor posición en la competencia. Además, los conocimientos adquiridos a lo largo de este proyecto servirán como punto de partida para futuros desarrollos y mejoras en el vehículo.

## Referencias.

- [1] Beltramo, E., Stuardi, J. E., & Chiappero, G. (2017). Influencia de la rigidez torsional del chasis en el comportamiento dinámico de un vehículo Súper TC 2000. *Revista De La Facultad De Ciencias Exactas, Físicas Y Naturales*. Recuperado de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/FCEFYN/article/view/14491>
- [2] Yorwheel.(2022). Car Body Torsional Rigidity – A Comprehensive List.*Yorwheel the future of car buying*. Recuperado de <http://youwheel.com/home/2016/06/20/car-body-torsional-rigidity-a-comprehensive-list/>
- [3] Lot, R., Sadauckas, J. (2021). *Motorcycle Design*. Italia.
- [4] Km77 (2023). Maniobra de esquiwa. ¿Cómo lo hacemos? *km77*. Recuperado de <https://www.km77.com/reportajes/varios/maniobra-de-esquiwa-test-del-alce>
- [5] Autofact (2023). Tipos de chasis y carrocería de vehículos. *Autofact*. Recuperado de <https://www.autofact.cl/blog/comprar-auto/mecanica/chasis>
- [6] Vernaéz, B. (2020). Conoce la importancia y funciones del chasis de tu auto. *Bolavip*. Recuperado de <https://bolavip.com/motor/Conoce-la-importancia-y-funciones-del-chasis-de-tu-auto-20201215-0194.html>
- [7] Adams, H. (1992). *Chassis Engineering: Chassis Design, Building & Tuning for High Performance Handling*. Vermont: USA.
- [8] Vasquez, F. (2021). Apuntes de curso Dinámica de vehículos.
- [9] Fadech. (2007). Anexo J Art. 253 Equipamiento de seguridad.
- [10] Blancarte, J. (2013). ¿Cuáles son los tipos de suspensión más comunes? *Autocosmos*. Recuperado de <http://noticias.espanol.autocosmos.com/2013/12/18/cuales-son-los-tipos-de-suspension-mas-comunes>
- [11] Pacejka, H. (2012). *Tire and Vehicle Dynamics* (3a. ed.). Reino Unido: Butterworth-Heinemann.
- [12] J. Y. Wong. (2001). *Theory of Ground Vehicles*. Ottawa: Canada.
- [13] Limebeer, D., Massaro, M. (2018). *Dynamics and Optimal Control of Road Vehicles*. Oxford: UK.
- [14] Niño, J. (2020). Guía Básica de la Corrección de Camber. *Gnrepresentaciones S.A.S*. Recuperado de <https://gnrepresentaciones.co/blogs/noticias/guia-basica-de-la-correccion-de-camber>.
- [15] Budynas, R., Nisbett, K. (2012). *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*. (9a. ed.). México: McGraw Hill.



## Anexo 2. Tipos de camino según norma ISO 8608. [3]

Clase	$r_{RMS}$	$G_{d0}$ $\left[ \frac{mm^2}{rad/m} \right]$	$G_{vv}$ $\left[ \frac{mm}{rad} \right]$	$\hat{G}_{d0}$ $\left[ \frac{mm^2}{ciclos/m} \right]$	$\hat{G}_{vv}$ $\left[ \frac{mm}{ciclos} \right]$
A	4	1	0,001	16	0,006
B	8	4	0,004	64	0,025
C	15	16	0,016	256	0,101
D	30	64	0,064	1024	0,404
E	60	256	0,256	4096	1,617
F	120	1024	1,024	16384	6,47
G	250	4096	4,096	65536	24,84
H	500	16384	16,38	262144	103,49