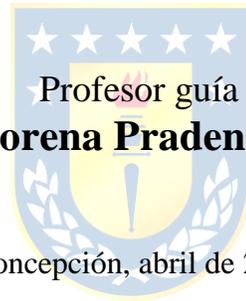


UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN – CHILE
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

***UNA PROPUESTA DE SOLUCIÓN PARA LA GESTIÓN DE
RESIDUOS EN ZONAS DE ALMACENAMIENTO DE
CENTROS DE SALUD. UN ESTUDIO DE CASO
UTILIZANDO HERRAMIENTAS DE PACKING Y AHP***

por

Marco Javier Fuentes Órdenes



Profesor guía

Dra. Lorena Pradenas Rojas

Concepción, abril de 2014

Tesis presentada a la

**DIRECCIÓN DE POSTGRADO
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**



Para optar al grado de

MAGÍSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

RESUMEN

Una propuesta de solución para la gestión de residuos en zonas de almacenamiento de centros de salud. Un estudio de caso utilizando herramientas de Packing y AHP

Marco Javier Fuentes Órdenes
Abril 2014

PROFESOR GUÍA:
PROGRAMA:

Dra. Lorena Pradenas Rojas
Magíster en Ingeniería Industrial

Esta investigación tiene como objetivo apoyar la gestión de cajas de residuos cortopunzantes en la zona de almacenamiento de un centro de salud mediante la técnica multicriterio *AHP*. Se dispone de dos formas de ordenamiento (*packing*): una heurística de ordenamiento y una metaheurística. La metodología consideró la técnica *Analytic Hierarchy Process (AHP)*, aplicada a la zona de almacenamiento, proporcionando un Vector de Prioridad Global. La mejor alternativa obtuvo 58,9% de prioridad y establece en una sala los residuos peligrosos y en otra, residuos especiales. El modelo de *packing* muestra que la heurística tiene la ventaja de ordenar las cajas de mayor a menor tamaño; pero su desventaja es empacar menos cajas en comparación con la metaheurística. Por el contrario, la metaheurística tiene la ventaja de ordenar mayor cantidad de cajas y entregar mejores soluciones; pero sus desventajas son emplear mayor tiempo computacional y entregar arreglos factibles de forma desordenada. El modelo multicriterio fue analizado con ExpertChoice, siendo coherente y consistente. La implementación computacional del modelo de *packing*, demuestra que ambos algoritmos brindan buenas opciones de empaquetamiento dependiendo del criterio del centro de salud.

Palabras Claves: *AHP* en salud, *MCDM*, gestión en centros de salud, corte y empaque, optimización, metaheurística.

ABSTRACT

A proposed solution for managing waste storage areas in health centers. A case study using AHP and Packing tools

Marco Javier Fuentes Órdenes
April 2014

THESIS SUPERVISOR: **Dra. Lorena Pradenas Rojas**
PROGRAM: **Master in Industrial Engineering**

This research aims to support the management of sharps waste boxes in the storage area of a health center by AHP multicriteria technique. There are two ways to order (packing): heuristic ordering and metaheuristic. The methodology considered the Analytic Hierarchy Process (AHP) technique, applied to the storage area, providing a Vector Global Priority. The best alternative earned 58.9% of priority and establishes dangerous wastes into a room, and special waste into another one. The model shows that the packing heuristic has the advantage of ordering boxes larger to smaller, but its disadvantage is less packing boxes compared to the metaheuristic. By contrast, the metaheuristic has the advantage of ordering greater amount of boxes and deliver better solutions, but its disadvantages are using more computational time and deliver workable arrangements disorderly. The multicriteria model was analyzed with ExpertChoice, being coherent and consistent. The computational implementation of the model of packing shows that both algorithms provide good packaging options depending on the criteria of the health center.

Keywords: *AHP* in health, *MCDM*, management in healthcare centers, *cutting & packing*, optimization, metaheuristic.

Tabla de Contenidos

ABREVIACIONES.....	VI
1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	1
2. ESTADO DEL ARTE.....	4
2.1. ANALYTIC HIERARCHY PROCESS - AHP.....	4
2.1.1 Construcción de árbol jerárquico de decisión.....	4
2.1.2 Escala Fundamental de Saaty.....	5
2.1.3 Propiedades AHP	7
2.1.4 Algoritmo AHP	8
2.1.5 Cuociente de Consistencia (CR).....	10
2.1.6 Analytic Hierarchy Process (AHP): Decidir propuesta de gestión de REAS cortopunzantes.....	12
2.2. CUTTING & PACKING PROBLEM.....	14
2.2.1 Tipología de problemas.....	15
2.2.2 Problemas genéricos	18
2.3 SIMULATED ANNEALING	19
3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	21
3.1. AHP Y LA GESTIÓN DE RESIDUOS.....	21
3.2. CUTTING & PACKING.....	23
3.2.1 Cutting & Packing.....	23
3.2.2 Packing of Rectangles.....	25
3.2.3 Packing of rectangles in convex regions	27
3.3. RESUMEN AHP Y C&P	28
3.3.1 Resumen Revisión Bibliográfica AHP.....	28
3.3.2 Resumen Revisión Bibliográfica C&P.....	29
4. HIPOTESIS Y OBJETIVOS	30
4.1. PROPUESTA DE SOLUCIÓN.....	30
4.2. HIPÓTESIS	30
4.3. OBJETIVO GENERAL.....	30
4.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	30
5. METODOLOGÍA	31
5.1. METODOLOGÍA DE APLICACIÓN AHP (ANALYTIC HIERARCHY PROCESS).....	31
5.2. REPRESENTACIÓN CAJAS DEL PROBLEMA.....	35
5.3. ALGORITMO DE ORDENAMIENTO	40
5.4. ALGORITMO DE CONSTRUCCIÓN	40
5.5. BÚSQUEDA DE MEJORES SOLUCIONES: SIMULATED ANNEALING	43
5.6. INSTANCIAS COMPUTACIONALES	45
6. RESULTADOS	46
6.1. AHP Y EXPERTCHOICE	47
6.2. DIMENSIONES DE LOS ELEMENTOS SOMETIDOS A PACKING.....	53
6.3. ALGORITMO DE ORDENAMIENTO Y CONSTRUCCIÓN.....	53
6.3.1 Instancias 1 a 5, listas LME-i (instancias de Listas-Modelo-Exacto).....	54
6.3.2 Instancias 6 a 22, listas LCP-i (instancias de Listas-Cajas-Proporcionales).....	54
6.3.3 Instancias 23 a 50, listas LCA-i (instancias de Listas-Cajas-Aleatorias).....	56
6.3.4 Listas LSA-i, búsqueda de mejores soluciones (instancias de Listas-Simulated-Annealing).....	57
6.4. SIMULATED ANNEALING	57

6.5.	INSTANCIAS COMPUTACIONALES	57
6.5.1	<i>Representación gráfica de packing de instancias</i>	61
6.5.2	<i>Representación gráfica de convergencia Simulated Annealing en cada lista</i>	63
7.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	68
7.1.	ANÁLISIS DE RESULTADOS EN <i>AHP</i>	68
7.2.	ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL PROBLEMA DE <i>PACKING</i>	70
7.3.	ANÁLISIS DE RESULTADOS EN <i>SIMULATED ANNEALING</i>	74
8.	CONCLUSIONES	79
	BIBLIOGRAFÍA	80
	ANEXOS	82
	<i>Al.i) LSA-19</i>	82
	<i>Al.ii) LSA-20</i>	83
	<i>Al.iii) LSA-21</i>	84
	<i>Al.iv) LSA-22</i>	85
	<i>Al.v) LSA-23</i>	86
	<i>Al.vi) LSA-26</i>	87
	<i>Al.vii) LSA-27</i>	88
	<i>Al.viii) LSA-28</i>	89
	<i>Al.ix) LSA-29</i>	90
	<i>Al.x) LSA-30</i>	91
	<i>Al.xi) LSA-31</i>	92
	<i>Al.xii) LSA-33</i>	93
	<i>Al.xiii) LSA-35</i>	94
	<i>Al.xiv) LSA-37</i>	95
	<i>Al.xv) LSA-38</i>	96
	<i>Al.xvi) LSA-40</i>	97
	<i>Al.xvii) LSA-41</i>	98
	<i>Al.xviii) LSA-42</i>	99
	<i>Al.xix) LSA-43</i>	100
	<i>Al.xx) LSA-44</i>	101
	<i>Al.xxi) LSA-46</i>	102
	<i>Al.xxii) LSA-47</i>	103
	<i>Al.xxiii) LSA-48</i>	104
	<i>Al.xxiv) LSA-50</i>	105



Índice de Figuras

FIGURA 1. CONTENEDORES PARA RESIDUOS ESPECIALES CORTOPUNZANTES.	3
FIGURA 2. ESTRUCTURA GENERAL DE AHP. FUENTE: (SAATY, 1980).	5
FIGURA 3. ALGORITMO AHP	9
FIGURA 4. ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DEL ALGORITMO AHP.	9
FIGURA 5. TIPOLOGÍA DE PROBLEMAS BÁSICOS. REPRODUCIDO DE (WÄSCHER ET AL., 2007) E (HINOSTROZA ET AL., 2013). ...	17
FIGURA 6. PSEUDOCÓDIGO SIMULATED ANNEALING. REPRODUCIDO DE (HINOSTROZA ET AL., 2013)..	20
FIGURA 7. ALGORITMO CR	33
FIGURA 8. CAJAS DE REAS, CORTOPUNZANTES SOMETIDAS A PACKING.	35
FIGURA 9. ALGORITMO DE ORDENAMIENTO	40
FIGURA 10. ALGORITMO DE CONSTRUCCIÓN.	41
FIGURA 11. REPRESENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CONSTRUCCIÓN EN CONTENEDOR DE DIMENSIONES EN [U.M], CON 5 TIPOS DISTINTOS DE CAJAS.	42
FIGURA 12. BÚSQUEDA DE VECINDARIO	43
FIGURA 13. BÚSQUEDA DE VECINDARIO. PASO 1: ALEATORIAMENTE SELECCIONAR DOS ELEMENTOS DEL VECTOR (EN ESTE CASO, ID ₂ e ID ₇ ; PASO 2: INTERCAMBIAR LOS ELEMENTOS SELECCIONADOS EN EL VECTOR.	43
FIGURA 14. PSEUDOCÓDIGO SIMULATED ANNEALING. REPRODUCIDO DE (HINOSTROZA ET AL., 2013).....	44
FIGURA 15. ÁRBOL JERÁRQUICO DE DECISIÓN ENTREGADO POR EXPERTCHOICE, PARA LA ZONA DE ALMACENAMIENTO. FUENTE: EXPERTCHOICE DESKTOP, VERSIÓN 3.06.	51
FIGURA 16. COMPARACIÓN PAR-A-PAR DE CRITERIOS EN ZONA DE ALMACENAMIENTO. FUENTE: EXPERT CHOICE DESKTOP, VERSIÓN 3.06.....	52
a) “RESPETAR REAS” vs “COSTOS”	61
b) “RESPETAR REAS” vs “HIGIENE”	61
c) “COSTOS” vs “HIGIENE”	62
FIGURA 17. RESULTADOS ZONA DE ALMACENAMIENTO. VECTOR DE PRIORIDAD GLOBAL DE CRITERIOS Y VECTOR DE PRIORIDAD GLOBAL EN ZONA DE ALMACENAMIENTO. FUENTE: EXPERTCHOICE DESKTOP, VERSIÓN 3.06.	52
FIGURA 18. DESIGNACIÓN DE ÍNDICE (j) PARA CADA CAJA.	53
FIGURA 19. REPRESENTACIÓN DE PACKING DE LISTAS:.....	61
a) LME-3, donde existen 70 cajas empacadas.....	61
b) LCP-16, donde existen 46 cajas empacadas.....	61
c) LCA-35, donde existen 89 cajas empacadas.....	62
d) LSA-35, con 89 cajas empacadas.	62
FIGURA 20. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA CONVERGENCIA CARACTERÍSTICA DE SIMULATED ANNEALING HACIA UNA MEJOR SOLUCIÓN (O PUNTO ÓPTIMO) DE LISTAS LSA-I.	63
i) LSA-14.....	63
ii) LSA-15.....	64
iii) LSA-16.....	65
iv) LSA-17.....	66
v) LSA-18.....	67
FIGURA 21. GRÁFICOS DE SENSIBILIDAD DE ALTERNATIVAS EN FUNCIÓN DE CRITERIOS EN ZONA DE ALMACENAMIENTO	68
a) Gráfica que muestra el resultado obtenido en la sección 6.7. Expert Choice Desktop, versión 3.06.	68
b) Gráfica aumenta intensidad del criterio “Costos”. Expert Choice Desktop, versión 3.06.	69
c) Gráfica aumenta intensidad del criterio “Higiene”. Expert Choice Desktop, versión 3.06.	69
FIGURA 22. RELACIÓN TIEMPO DE EJECUCIÓN V/S INSTANCIA LME-I.	72
FIGURA 23. RELACIÓN TIEMPO DE EJECUCIÓN V/S INSTANCIA LCP-I.....	73
FIGURA 24. RELACIÓN TIEMPO DE EJECUCIÓN V/S INSTANCIA LCA-I.....	74
FIGURA 25. RELACIÓN TIEMPO DE EJECUCIÓN V/S INSTANCIA LSA-I.....	76
a) Solución inicial desde LCP-i.....	76
b) Solución inicial desde LCA-i.	76
FIGURA 26. COMPARACIÓN DE CANTIDAD DE CAJAS EMPACADAS ENTRES LISTAS LSA VERSUS LISTAS LCP Y LCA	77
a) Instancias LCP-i v/s instancias LSA-i.....	77
b) Instancias LCA-i v/s instancias LSA-i.....	78

Índice de Tablas

TABLA 1. LA ESCALA FUNDAMENTAL DE SAATY. FUENTE: (SAATY, 2001).....	7
TABLA 2. COMPARACIÓN RI 1980 – 2001. FUENTE: (SAATY, 2001).....	11
TABLA 3. TIPOLOGÍA SEGÚN (DYCKHOFF, 1990).	16
TABLA 4. TIPOS DE PACKING PROBLEM EN DOS DIMENSIONES.....	18
TABLA 5. RESUMEN REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA AHP.....	28
TABLA 6. RESUMEN REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA C&P.....	29
TABLA 7. DESCRIPCIÓN DE CADA TIPO DE CAJAS, SU VOLUMEN Y DIMENSIONES.....	36
TABLA 8. PARAMETRIZACIÓN METAHEURÍSTICA SIMULATED ANNEALING. REPRODUCIDO DE (HINOSTROZA ET AL., 2013)	45
TABLA 9.A. MATRICES DE COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS EN ZONA DE ALMACENAMIENTO EN FUNCIÓN DE ESCALA FUNDAMENTAL DE SAATY (SAATY, 2001).....	47
a) Matriz de Comparación de Alternativas con respecto al criterio “Respetar REAS”	47
b) Matriz de Comparación de Alternativas con respecto al criterio “Costos”	47
c) Matriz de Comparación de Alternativas con respecto al criterio “Higiene”	47
TABLA 9.B. MATRICES NORMALIZADAS DE COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS, EN LA ZONA DE ALMACENAMIENTO	49
a) Matriz normalizada de alternativas, en función del Criterio “Respetar REAS”	48
b) Matriz normalizada de alternativas, en función del Criterio “Costos”	48
c) Matriz normalizada de alternativas, en función del Criterio “Higiene”	48
TABLA 10. VECTORES DE PRIORIDAD DE ALTERNATIVAS, PARA LA ZONA DE ALMACENAMIENTO.....	49
TABLA 11. CUOCIENTES DE CONSISTENCIA (CR), PARA CADA MATRIZ DE COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS PARA LA ZONA DE ALMACENAMIENTO.....	49
TABLA 12. MATRIZ NORMALIZADA DE COMPARACIÓN DE CRITERIOS, EN LA ZONA DE ALMACENAMIENTO.....	50
TABLA 13. VECTOR DE PRIORIDAD DE CRITERIOS DE LA ZONA DE ALMACENAMIENTO.....	50
TABLA 14. VECTOR DE PRIORIDAD GLOBAL, PARA LA ZONA DE ALMACENAMIENTO.....	51
TABLA 15. LARGO Y ANCHO DE CADA CAJA EN UNIDADES DE MEDIDA [U.M.].....	53
TABLA 16. LISTAS LME-I: INSTANCIAS DE PACKING DE CADA TIPO DE CAJA DE FORMA INDEPENDIENTE	54
TABLA 17. LISTAS LCP-I, CORRESPONDIENTES A INSTANCIAS 6 A 22	55
TABLA 18. LISTAS LCA-I, CORRESPONDIENTES A INSTANCIAS 23 A 50.....	56
TABLA 19. PARÁMETROS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE SIMULATED ANNEALING (EXTRAÍDO DE HINOSTROZA ET AL., 2013) ...	57
TABLA 20. PORCENTAJES DE USO Y TIEMPOS DE EJECUCIÓN	58
a) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LCA	58
b) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LCP	58
c) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LCA	59
d) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LSA. Instancias desde la 6 a 22, provenientes del vector solución de listas LCP.	60
e) Listas LSA, instancias desde la 23 a 50, provenientes del vector de listas LCA.....	60

Abreviaciones

Mayúsculas

<i>MCDM</i>	: <i>Multi Criteria Decision Making</i>
<i>AHP</i>	: <i>Analytic Hierarchy Process</i>
OMS	: Organización Mundial de la Salud
REAS	: Reglamento sobre manejo de Residuos de Establecimientos de Atención de Salud
CR	: Consistency Ratio (Cuociente de Consistencia)
WSM	: Weighted Sum Model (Modelo de Suma Ponderada)
WPM	: Weighted Product Model (Modelo de Producto Ponderado)
SC	: Sub-Criterio
CI	: Consistency Index (Indice de Consistencia)
RI	: Random Index (Indice Aleatorio)
EPP	: Elementos de Protección Personal
GA	: Genetic Algorithm (Algoritmo Genético)
SA	: <i>Simulated Annealing</i> (Recocido Simulado)
C&P	: <i>Cutting & Packing</i> (Corte y Embalaje)
BL	: Bottom Left
EPP	: Naïve Evolution.
LME	: Lista Modelo Exacto
LCP	: Lista Cajas Proporcionalas
LCA	: Lista Cajas Aleatorias



1. Descripción del problema

La legislación chilena vigente establece el REAS, que es el REGLAMENTO DE RESIDUOS GENERADOS EN ESTABLECIMIENTOS DE ATENCION DE SALUD (Minsal, 2009), el cual fue publicado en el Diario Oficial, como Decreto N°6, el 4 de diciembre del año 2009, y que establece las condiciones sanitarias y de seguridad básicas a las que debe someterse el manejo de estos residuos con el fin de prevenir y controlar los riesgos para todo el personal involucrado con su gestión, desde los usuarios internos del propio servicio de salud, el personal encargado de transportar y eliminar estos residuos (generalmente son empresas externas), e incluso la población en general.

Según REAS, los residuos hospitalarios se clasifican en las siguientes categorías, como se muestra a continuación (Minsal, 2009):

- Categoría 1: Residuos Peligrosos;
- Categoría 2: Residuos Radioactivos de Baja Intensidad;
- Categoría 3: Residuos Especiales; y
- Categoría 4: Residuos Sólidos Asimilables a Domiciliarios.



La Categoría 1 corresponde a Residuos Peligrosos, y abarca los residuos consistentes o contaminados: por drogas citotóxicas; por solventes orgánicos halogenados; por solventes orgánicos no halogenados; por sustancia orgánicas peligrosas; por metales pesados y por sustancias químicas inorgánicas (Minsal, 2009).

A la Categoría 2 pertenecen los Residuos Radioactivos de Baja Intensidad, que abarca todos los residuos hospitalarios que contienen o están contaminados por sustancias radiactivas cuya actividad específica, luego de su almacenamiento, ha alcanzado un nivel inferior a 74 becquereles por gramo o a dos milésimas de microcurie por gramo. Aquellos residuos que se encuentren por sobre el nivel de 74 becquereles por gramo, pasan a ser Residuos Radioactivos y son tratados según la normativa que los rige (Minsal, 2009).

Los Residuos Especiales, correspondientes a la Categoría 3, son aquellos residuos hospitalarios sospechosos, de contener agentes patógenos en concentración o cantidades suficientes para causar una enfermedad a una persona. En esta categoría se encuentran: cultivos y muestras almacenadas; residuos patológicos; sangre y productos derivados incluyendo el plasma, el suero y demás componentes sanguíneos y elementos tales como gasas y algodones, saturados con éstos; elementos cortopunzantes y residuos de animales (Minsal, 2009).

Por último, la Categoría 4, corresponde a los Residuos Sólidos Asimilables a Domiciliarios. Se encuentran todos aquellos residuos generados en establecimientos de atención de salud que, por sus características físicas, químicas o microbiológicas (Minsal, 2009), pueden ser entregados al transporte municipal encargado de la recolección en la ciudad.

A modo general, el reglamento sigue una secuencia que está normada de la siguiente forma:

1. Generación.
2. Transporte interno.
3. Almacenamiento.
4. Eliminación.



Un problema común es que los residuos deben ser segregados de forma perfecta por el personal responsable de esta gestión en la zona de generación y debe ser realizado obedeciendo los criterios respectivos de un centro de salud, como por ejemplo la salubridad, la calidad, limpieza, etc. El problema en esta zona de generación es que no se usan contenedores especializados para cada tipo de residuos, sino que se usa un contenedor común para todos. Mejorar la zona de generación permitirá un buen transporte y, posteriormente, un buen empacamiento en la zona de almacenamiento.

La zona de almacenamiento presenta el siguiente problema. Según el reglamento vigente debe haber una zona de almacenamiento dispuesta a albergar los 4 tipos de residuos en contenedores de volumen estándar pero de diferentes colores. Estos deben estar separados, según su categoría, unos de otros y deben estar estrictamente dentro de esta zona de almacenamiento con un tiempo límite de conservación de 48 horas máximo para la categoría de residuos especiales, 6 meses para la categoría de residuos peligrosos, 72 horas para residuos radiactivos y tiempo indefinido para residuos sólidos

asimilables a domiciliario. Esta zona de almacenamiento debe estar constantemente sujeta a cambios, donde el orden es importante para una vía expedita para el personal encargado y así evitar accidentes laborales y multas innecesarias por parte de fiscalizadores. También debe tener presente, que dentro de la categoría de residuos especiales se encuentran los residuos cortopunzantes, los cuales son almacenados en cajas rígidas para una manipulación fuera de peligro. Estas cajas deben ser almacenadas dentro de esta sala de forma ordenada, por lo que hay un problema de *packing* de cajas de residuos especiales cortopunzantes que van dentro de esta zona.

Por lo tanto, con la descripción anterior, es necesario mejorar la gestión de residuos especiales en las bodegas de almacenamiento con criterios bien definidos y un correcto empaque de los contenedores. Para esto se tomará una parte de todo este proceso, es decir, esta investigación está destinada a mejorar la gestión de la zona de almacenamiento.

Las cajas contenedoras de residuos especiales cortopunzantes sometidas a empaquetamiento son las mostradas en la Figura 1.



Figura 1. Contenedores para residuos especiales cortopunzantes.

2. Estado del arte

2.1. *Analytic Hierarchy Process – AHP*

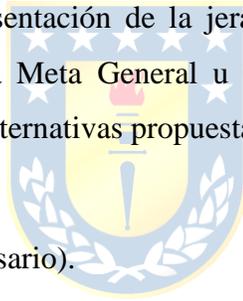
AHP (Analytic Hierarchy Process) es una técnica propuesta por Thomas Saaty en 1980 para la toma de decisiones. Esta decisión es para concretar un objetivo o meta general con respecto a una serie de alternativas que son evaluadas en función de distintos Criterios. Esta meta general, criterios (también pueden existir sub-criterios) y alternativas se establecen en forma jerarquizada.

2.1.1. *Construcción de árbol jerárquico de decisión*

El árbol de decisión es una representación de la jerarquización de factores que servirán para tomar una decisión. Esta decisión es la Meta General u Objetivo, que debe ser elegido ante una evaluación criterio-sobre-criterio de las alternativas propuestas. Esta construcción debe considerar:

- Meta General.
- Criterios y subcriterios (si es necesario).
- Alternativas.

La Figura 2 muestra como debe ser construido el Árbol Jerárquico de Decisión. Notar que *SC* corresponde a Sub-Criterio.



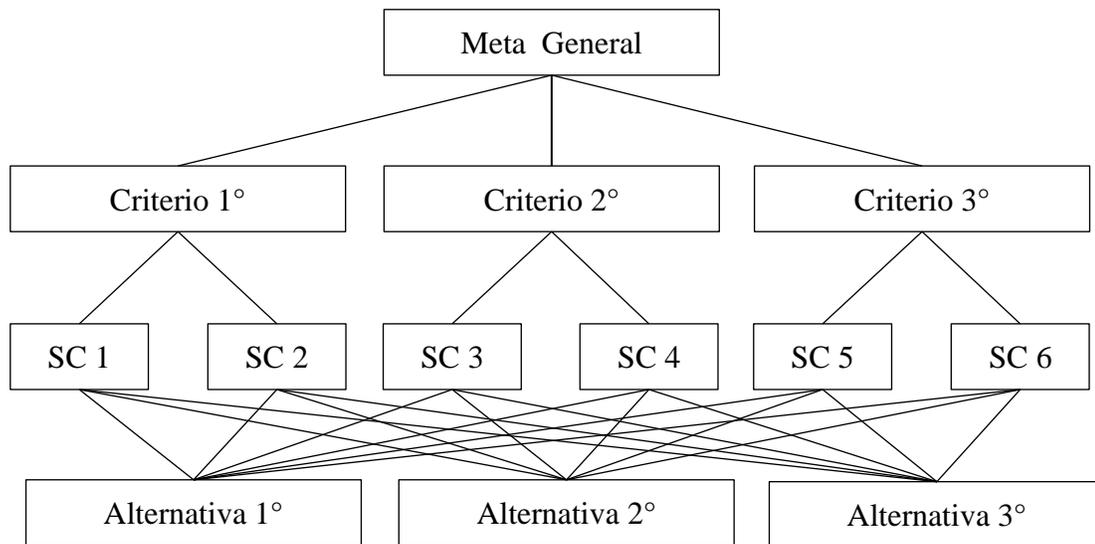


Figura 2. Estructura general de AHP. Fuente: (Saaty, 1980).

Para trabajar con este método, hay que ser cuidadosos en la elección de los criterios y alternativas, sobre todo hay que saber diferenciar un criterio con una alternativa, o peor aún, si no se sabe diferenciar entre un criterio y otro (o entre una alternativa y otra), se puede formar una inconsistencia tal que la decisión final sea incorrecta o poco consecuente con la evaluación en su totalidad. El doctor Thomas Saaty (Saaty, 1980) dice que el método no falla, sino que la forma de evaluación o disponibilidad de información fue incorrecta en algún paso de todo el proceso. Estos pasos se presentarán en las siguientes secciones.

Los criterios identificados deben explicar en qué consisten y cuál es su función en el contexto que se desea evaluar. Estos criterios, como se muestran en la Figura 2, pueden dividirse en “sub-criterios”, los cuáles deben seguir conservando la jerarquización.

2.1.2. Escala fundamental de Saaty

La escala fundamental de Saaty es una lista de valores definidos que son usados para asignar que tan importante es un criterio sobre otro, como también qué tan importante es una alternativa sobre otra con respecto a un criterio de evaluación.

Cuando se encuentra realizado el árbol jerárquico de decisión, se llevan a cabo las comparaciones par a par entre criterios, subcriterios y alternativas, donde se atribuyen valores numéricos a las

preferencias señaladas por los agentes decisores. Estos valores numéricos es una ponderación a los distintos elementos de las jerarquías establecidas en el árbol del proceso de evaluación, donde toman valores creados por Saaty (Saaty, 1980). Estos valores forman la escala fundamental, que lleva su nombre.

Algunas recomendaciones (Saaty, 2001) para abordar el *Analytic Hierarchy Process (AHP)* son:

- ✓ Saber elegir bien la cantidad de criterios y alternativas para que el problema se represente con eficacia, eficiencia y consistencia.
- ✓ Los niveles de jerarquización deben estar muy bien identificados.
- ✓ No rellenar con información innecesaria, es decir, identificar criterios que puedan ser redundantes o que uno esté inserto implícitamente en otro.

Estas comparaciones utilizan escalas de razón en términos de preferencias, sobre la base de una escala numérica propuesta por el mismo Saaty (Saaty, 2001), que tiene valores desde 1 hasta 9, donde “preferentemente” un criterio aumenta sobre otro a medida que ésta escala crece.

La Tabla 1 muestra en que consiste la escala fundamental de Saaty, donde la primera columna muestra valores enteros desde 1 a 9 que representan la *intensidad de importancia* que adquiere un criterio (o alternativa) sobre otro al ser comparados. Las intensidades 1, 3, 5, 7 y 9 representan niveles de intensidades crecientes y las intensidades 2, 4, 6 y 8 representan niveles intermedios entre las intensidades adyacentes respectivas. La segunda columna muestra la *definición* de cada una de las *intensidades de importancia*, incluyendo las intensidades que representan niveles intermedios. La tercera columna muestra la explicación de cada *intensidad de importancia* mostradas en la primera columna. Por lo tanto, una actividad *i* con respecto a una actividad *j* puede tomar cualquiera de los valores mostrados en la primera columna.

Con respecto a las dos últimas filas, la penúltima de estas muestra la definición de los valores recíprocos que toma cada *intensidad de importancia* descrita por Saaty (Saaty, 2001), es decir, si una actividad *i* con respecto a una actividad *j* toma un valor x de intensidad cualquiera, la actividad *j* tendrá el valor $1/x$ con respecto a la actividad *i*. La última fila muestra en su primera columna el concepto de *Racionales*, que son coeficientes resultantes de la escala fundamental y que es explicado en la tercera columna.

Intensidad de importancia	Definición	Explicación
1	Igual importancia	Dos actividades contribuyen igualmente al mismo objetivo
2	Débil	Entre Igual Importancia e Importancia Moderada
3	Importancia moderada	Experiencia y juicio ligeramente a favor una actividad de otra
4	Más moderado	Entre Importancia Moderada y Fuerte Importancia
5	Fuerte importancia	Experiencia y juicio fuertemente a favor una actividad de otra
6	Más fuerte	Entre Fuerte Importancia e Importancia muy fuerte
7	Importancia muy fuerte o demostrada	Una actividad es muy fuertemente favorecida sobre otra; esta dominancia es demostrada en práctica
8	Muy, muy fuerte	Entre Importancia muy Fuerte e Importancia Extrema
9	Importancia extrema	La evidencia que favorece una actividad sobre otra es del orden más alto posible de afirmación
Recíprocos de los valores anteriores	Si la actividad i tiene uno de los números anteriores distinto de cero asignado a él cuando se compara con la actividad j , entonces j tiene el valor recíproco cuando se compara con i	Si x es 5 veces y , por ejemplo, $x = 5y$, entonces $y = x/5$ ó $y = (1/5)x$
Racionales	Coeficientes resultantes de la escala	Esto es si se fuerza la Consistencia obteniendo n valores numéricos para abarcar la matriz

Tabla 1. La escala fundamental de Saaty. Fuente: (Saaty, 2001)

2.1.3. Propiedades AHP

Los instrumentos que se utilizan en el método *AHP*, fundamentalmente son matrices, tienen que cumplir una serie de características importantes para que el Cuociente de Consistencia (que se explica posteriormente) sea correcto. Según (Ishizaka, 2012) estas propiedades básicas de matrices son importantes para *AHP* y se muestran a continuación:

- a. *Reciprocidad*. Esto quiere decir que para los valores propuestos en la Escala Fundamental de Saaty (Ver Tabla 1) que serán usados en las matrices de comparación par a par de criterios y alternativas (independientemente) deben tener un valor recíproco, tal que,

$$\text{Si } a_{ij} = x, \text{ entonces } a_{ji} = 1/x \quad (1)$$

- b. *Homogeneidad*. Este concepto significa que si un elemento i es igual de importante que un elemento j , entonces:

$$a_{ij} = a_{ji} = 1 \quad (2)$$

Además, $a_{ii} = 1$ para todo i .

- c. *Consistencia*: Satisface que:

$$a_{ik} \times a_{kj} = a_{ij} \quad (3)$$

para todo $1 \leq i, j, k \leq q$.



2.1.4. Algoritmo AHP

En esta etapa se muestra el pseudocódigo del método *AHP*. Este algoritmo se resume en 8 pasos generados en este estudio a partir de (Saaty, 2001) y que muestran la secuencia de cómo abordar el Árbol de Decisión para llegar a elegir la mejor Alternativa en función de los Criterios. En la Figura 3 se muestra el algoritmo de *AHP*.

La Figura 4 muestra el pseudocódigo descrito en forma esquemática para una mejor comprensión del comportamiento de cada paso.

Figura 3. Algoritmo AHP

Si Paso 1: Descomponer el problema de decisión en niveles jerárquicos. **Ejecutar Paso 1.**

Si Paso 2: Crear Matriz de Comparación por Pares **Ejecutar Paso 3.** **Sino** Volver a Paso anterior.

Si Paso 3: Normalizar la matriz del paso 2. **Ejecutar Paso 4.** **Sino** Volver a Paso 2.

Si Paso 4: Desarrollo de Vector de Prioridad. **Ejecutar Paso 5.** **Sino** Volver a Paso 3.

Si Paso 5: Verificar el Cuociente de Consistencia. **Ejecutar Paso 6.**
Sino Volver a Paso 2.

Si Paso 6: Crear Matriz de comparación por criterios. **Ejecutar Paso 7.**
Sino Volver a Paso anterior.

Si Paso 7: Crear Matriz de Prioridad. **Ejecutar Paso 8.**
Sino Volver a Paso 6.

Si Paso 8: Crear Vector de prioridad global.
Sino Volver Paso 7.

Fin Si

Fin Si

Fin Si

Fin Si

Fin Si

Fin Si

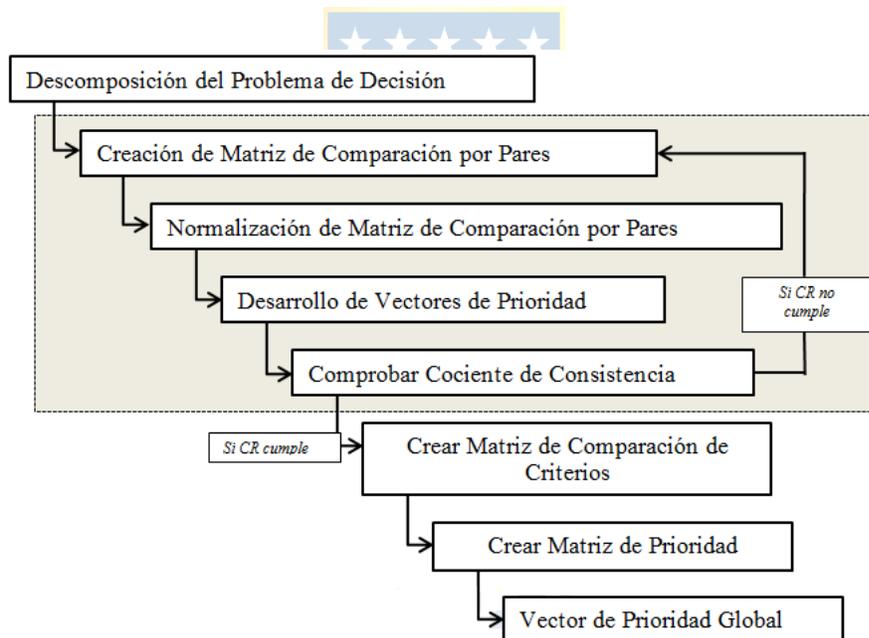


Figura 4. Esquema de funcionamiento del algoritmo AHP.

La Figura 4 muestra el pseudocódigo de forma esquemática, donde el área que se encuentra destacada representa una etapa importante en la evaluación de la toma de decisiones. Esta parte muestra que si el *cuociente de consistencia*, *CR* (*Consistency Ratio*), muestra un valor menor o igual a 0,10,

entonces la evaluación de las *matrices de comparación por pares* se efectuó de forma correcta, por el contrario, si el *cuociente de consistencia* muestra un valor mayor a 0,10, entonces conviene reevaluar la evaluación de las *matrices de comparación por pares* (Saaty, 1982). Hasta el 2001, Saaty retomó sus estudios en la determinación de este cuociente de consistencia, llegando a los resultados que se muestran en la siguiente sección. Por lo tanto, para tomar una decisión certera y correcta, el cuociente de consistencia debe ser más riguroso, como se muestra a continuación según Saaty (Saaty, 2001).

2.1.5. Cuociente de Consistencia (CR)

Existen por lo menos 2 métodos para evaluar errores en los pesos asignados: el método de los cuadrados logarítmicos mínimos y el método del vector propio de Saaty. Existen términos importantes que se deben comprender para entender el método de Saaty (Saaty, 2001) con respecto a esta sección:

- a. λ_{max} : Es el valor propio más grande o principal de la matriz de comparación alterada (Saaty, 2001). Para cada fila de la Matriz de Comparación por Pares, se determina una suma ponderada en base a la suma del producto de cada celda por la prioridad de cada alternativa respectiva. Luego, para cada una de estas filas, se divide la suma ponderada anterior por la prioridad de su Alternativa correspondiente, y así es determinado λ_{max} .
- b. *CI*: Índice de Consistencia, (*Consistency Index*) = $(\lambda_{max} - n)/(n - 1)$. Este índice se calcula para cada Alternativa.
- c. *RI*: Para cada matriz de tamaño n , los agentes decisores de Saaty generan matrices aleatorias donde se calcula su valor *CI* medio, el cual fue llamado el *Índice Aleatorio*, *RI* (de *Random Index*).
- d. *CR*: Razón de Consistencia (*Consistency Ratio*) = CI/RI . Un valor menor o igual a 0,10 es aceptable.

Hasta antes del 2001, Saaty utilizó la técnica de la media geométrica para la aproximación de un vector propio, la cual se describe en su propio libro "*The Analytic Hierarchy Process*", escrito en 1980. En 2001, Saaty escribió otro libro, "*Decision Making for Leaders*", del cual no se entrará en detalle puesto que mantiene el método *AHP* aunque en algunos aspectos difiere de este. Lo que sí se debe destacar de este libro, es que el Índice de Consistencia, *CI*, se vuelve a calcular.

Hasta el 2001, la obtención de λ_{max} usando el método propuesto por Saaty en 1980, sólo se usaba para matrices de tamaño $n = 3$. Con el nuevo método, el Cuociente de Consistencia, CR , es de $CR \leq 0,05$ para $n = 3$; $CR \leq 0,09$ para $n = 4$ y; $CR \leq 0,10$ o menos para matrices con un tamaño de $n \geq 4$ (Saaty, 1982). La Tabla 2 hace una comparación del pasado Índice de Consistencia (CI) con su actual ejemplar.

Índices de Consistencia Aleatorios - 1980		Índices de Consistencia Aleatorios - 2001	
n	RI_{1980}	n	RI_{2001}
1	0	1	0
2	0	2	0
3	0.58	3	0.52
4	0.90	4	0.89
5	1.12	5	1.11
6	1.24	6	1.25
7	1.32	7	1.35
8	1.41	8	1.40
9	1.45	9	1.45
10	1.49	10	1.49

Tabla 2. Comparación RI 1980 – 2001. Fuente: (Saaty, 2001). En la primera columna se muestra el RI de 1980 y en la segunda columna el RI de 2001. Cada columna muestra una muestra de $n = 10$ actividades con su respectivo valor de RI .

Es conveniente mostrar la tabla 2, si es que se presenta el caso de que el Cuociente de Consistencia, CR , no sea apropiado. También es importante destacar que si se evalúa el valor de CR para esta investigación, entonces la aplicación de AHP es correcta.

A continuación, se explica el razonamiento de aplicación de AHP al problema en investigación.

2.1.6 Analytic Hierarchy Process (AHP): Decidir propuesta de gestión de REAS cortopunzantes.

Según el DS 6/2009 existen 4 zonas, de forma secuencial, por las que deben pasar todos los residuos. Como esta investigación está enfocada en la zona de almacenamiento, *AHP* será aplicado según criterios relacionados con esta zona.

Antes de aplicar el Algoritmo *AHP* y Algoritmo *CR* (para demostrar consistencia de los resultados entregados por *AHP*) se debe evaluar lo siguiente: los criterios extraídos y establecidos para esta investigación, son propuestos por el centro decisor que plantea Saaty (Saaty, 1980), que en este caso, está integrado por las personas encargadas del manejo de residuos del establecimiento de atención de salud y los autores. El centro decisor es fundamental en la toma de decisiones con *AHP* y las reuniones deben ser fijadas con anterioridad al desarrollo del trabajo, puesto que no se puede comenzar si no están establecidos los intereses de los representantes del centro en estudio.

Evaluación de Criterios con Centro Decisor.

Las evaluaciones *par-a-par* de los criterios establecidos deben ser según los intereses del establecimiento de atención de salud con los investigadores. Estos intereses provienen de la visión del centro en estudio con respecto a la gestión de residuos.

Los criterios definidos para la zona de almacenamiento establecida por REAS y el Centro Decisor son: ***Respetar REAS*** (respetar características físicas zona de almacenamiento propuesta por REAS), ***Costos*** e ***Higiene***.

Las evaluaciones deben ser *inputs* para las matrices: de *Comparación por Pares de Alternativas* y *Comparación de Criterios*. Para la evaluación de criterios con el centro decisor, según el Algoritmo *AHP*, se debe crear la Matriz de Comparación de Criterios, que presenta la estructura mostrada en la relación 4.

$$\begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{pmatrix}_{n \times n} \quad (4)$$

Donde w_n corresponde a los valores mostrados en la escala fundamental de Saaty (Saaty, 2001). El n -ésimo de cada fila corresponde al número de evaluaciones par a par de los criterios, por lo tanto, es igual al número de tales. De igual forma, el largo de cada columna también corresponde a las evaluaciones par-a-par de los criterios, por lo tanto, también representa el número de criterios. Ver la siguiente ecuación (relación 5).

$$\text{CRITERIOS} = 1, \dots, n; \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (5)$$

El tamaño de la matriz generada en la zona identificada, depende del número de criterios a considerar.



Evaluación de Alternativas.

Las alternativas deben ser las actividades que esta investigación ofrece como soluciones antes de ser sometidas a la evaluación *Multi Criterio* del *Proceso Analítico Jerárquico (AHP)*. Estas alternativas serán mostradas al Centro Decisor y luego, serán evaluadas en la Matriz de Comparación por Pares, que presenta la estructura mostrada en la relación 6.

$$\begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_m \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_m/w_1 & w_m/w_2 & \cdots & w_m/w_m \end{pmatrix}_{m \times m} \quad (6)$$

Donde w_m corresponde a los valores mostrados en la escala fundamental de Saaty (Saaty, 2001). El m -ésimo de cada fila corresponde al número de evaluaciones par a par de las alternativas ofrecidas en la zona definida, por lo tanto, es igual al número de alternativas. De igual forma, el m -ésimo de cada

columna también corresponde a las evaluaciones par-a-par de las alternativas, por lo tanto, también representa el número de alternativas. Ver la relación 7.

$$\text{ALTERNATIVAS} = 1, \dots, m; \quad \forall m \in \mathbb{N} \quad (7)$$

El tamaño de la matriz generada en la zona identificada, depende del número de alternativas a considerar. Por lo tanto, en la zona definida se aplica esta matriz con sus respectivos criterios, desarrollado en Capítulo de Metodología.

En esta investigación se trabajará con matrices cuadradas, según la relación 8, por lo tanto, son 3 alternativas propuestas para la zona de almacenamiento, que priorizan cómo y dónde ordenar las categorías de residuos.

$$\text{Número de CRITERIOS} = \text{Número de ALTERNATIVAS} = n = m; \quad \forall n, m \in \mathbb{N} \quad (8)$$



2.2. *Cutting & Packing Problem*

Los problemas de *packing* son una clase de problemas de optimización en matemáticas que implican embalar objetos de forma junta (a menudo dentro de un recipiente), tan densamente como sea posible. Muchos de estos problemas pueden estar relacionados con problemas de la vida real de embalaje, almacenamiento y transporte. Cada problema de embalaje tiene un problema de cobertura dual, que pregunta cómo muchos de los objetos mismos se requieren para cubrir completamente todas las regiones del contenedor.

En un problema de aplicación de *packing* debe haber:

- Contenedores, que por lo general representan una región convexa sencilla de dos o tres dimensiones, o un espacio infinito.
- Objetos (generalmente tienen un único tipo de forma), algunos o todos de los cuales debe ser embalado en el contenedor.

Una tipología es una organización sistemática de objetos en categorías homogéneas dado un conjunto de criterios característicos. En el caso particular de la investigación de operaciones provee de una base para el análisis estructural de los tipos fundamentales de problemas, la identificación de problemas estándar, el desarrollo de modelos y algoritmos, entre otros.

En (Wäscher et al., 2007) la tipología más reciente en el área de corte y empaque (*Cutting & Packing*, C&P) no había tenido una aceptación internacional satisfactoria. Se detectaron problemas con la identificación de problemas reales, se criticó su inconsistencia provocando confusión y su falta de categorías homogéneas. Por lo tanto, los autores deciden presentar una nueva y perfeccionada tipología que permite incluir el desarrollo actual en la literatura.

2.2.1. Tipología de problemas

El estado del arte de los problemas de *Cutting & Packing* es explicado en forma completa en el estudio de (Wäscher et al., 2007). Ellos presentan un quinto criterio de clasificación a los cuatro ya establecidos por (Dyckhoff, 1990).

Según (Dyckhoff, 1990), hasta ese momento, en la literatura solían llamar de distintas formas al problema de corte y empaque (C&P) como por ejemplo: “*Cutting stock and trim problems*”; “*bin packing*”, “*dual bin packing*”, “*strip packing*”, “*vector packing*” y “*knapsack packing problems*”; “*vehicle loading*”, “*pallet loading*”, etc. Todos estos conceptos son usados desde 1971 hasta 1988. En vista de la variedad de conceptos, los cuatro criterios de clasificación los define de la siguiente forma según la Tabla 3, donde la primera columna representa la tipología expuesta y la segunda columna muestra los criterios de clasificación.

Tipos	Criterios de clasificación
Dimensionalidad	(1) Unidimensional (2) Bidimensional (3) Tridimensional (4) N-dimensional con $N > 3$
Tipos de asignaciones	(B) Todos los objetos y una selección de elementos. (V) Una selección de objetos y todos los elementos.
Variedad de objetos de tamaño grande	(O) Un objeto (I) Figuras idénticas. (D) Figuras diferentes.
Variedad de objetos de tamaño pequeño	(F) Pocos elementos (de diferentes figuras). (M) Muchos elementos de muchas figuras diferentes. (R) Muchos elementos de figuras relativamente poco diferentes (no-congruentes). (C) Figuras congruentes.

Tabla 3. Tipología según (Dyckhoff, 1990).

El primero, según (Hinostroza et al., 2013), indica la cantidad de dimensiones necesarias para definir el layout de la instancia. El segundo, asignación de objetos pequeños a grandes, distingue los casos: en que una selección de objetos pequeños debe ser utilizada manteniendo la totalidad de los grandes (maximización del output) y en que todas las figuras pequeñas deben ser utilizadas en una selección de objetos grandes (minimización del input). El tercer criterio corresponde a la variedad de figuras grandes. Un problema de C&P puede incluir figuras pequeñas idénticas, débilmente heterogéneas y fuertemente heterogéneas. Similarmente, el cuarto criterio clasifica la variedad de figuras pequeñas y la cantidad de ellas. Por último, el quinto criterio, resume la forma de las figuras pequeñas entre figuras regulares e irregulares. La diferencia entre ambas tipologías es que en (Wäscher et al., 2007) se permite clasificar de mejor forma los problemas actuales en desarrollo. Los autores definen 3 tipos de problemas dependiendo de la cantidad de criterios que se utilicen: básicos, intermedios y refinados. Los primeros corresponden a la combinación de los criterios “tipo de asignación” y “variedad de figuras pequeñas”. Luego si se introduce el criterio de “variedad de figuras grandes”, se obtiene un problema de tipo intermedio. Finalmente los problemas refinados se obtienen

agregando los criterios de “dimensionalidad” y “forma de objetos pequeños” (para el caso de dos y tres dimensiones).

La tipología propuesta por (Wäscher et al., 2007) es resumida en la Figura 5.

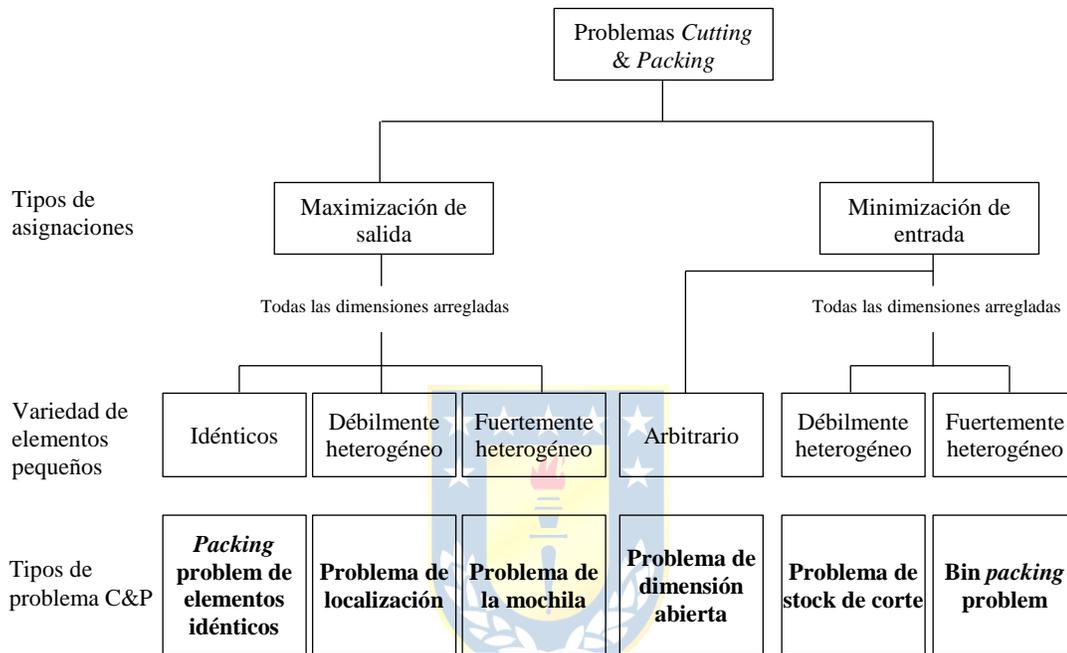


Figura 5. Tipología de problemas básicos. Reproducido de (Wäscher et al., 2007) e (Hinostraza et al., 2013).

Según la tipología expuesta y la descripción del problema en estudio, en conjunto con el trabajo de (Hinostraza et al., 2013) se obtiene la siguiente clasificación: 2 dimensiones, maximización del output; pues el objeto grande es fijo y se requiere acomodar un conjunto de objetos pequeños dentro de él, figuras pequeñas débilmente heterogéneas; por la diversidad de dimensiones de los rectángulos, un único objeto grande y rectángulos regulares. (Wäscher et al., 2007) lo definen como una variación del problema de la mochila, por lo tanto se tiene un problema “*Two-Dimensional Rectangular Single Orthogonal Knapsack Problem*”, permitiéndose también la rotación de los rectángulos en el arreglo.

A diferencia del trabajo de (Hinostraza et al., 2013), donde las figuras son “fuertemente heterogéneas” en esta investigación son pequeñas y “débilmente heterogéneas”.

2.2.2. Problemas genéricos

Lodi (Lodi et al., 2002), realizaron un estado del arte sobre los problemas de *packing* en dos dimensiones. Se centran en aquellos que requieren la asignación de un conjunto de ítems rectangulares a uno estándar de forma de minimizar el espacio sobrante. El problema tratado tiene características de tres tipos de problemas en particular, los cuales se definen y modelan a continuación. Ver Tabla 4.

Modelamiento de problemas genéricos	
Nombre	Modelo
<i>Knapsack Problem</i>	$\max \sum_{j=1}^n p_j x_j$ <p>s.a.</p> $\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c$ $x_j \in 0,1; j = 1, \dots, n$
<i>Bin Packing Problem</i>	 $\min \sum_{j=1}^M x_j$ <p>s.a.</p> $\sum_{j=1}^M a_{ij} x_j = 1; i = 1, \dots, n$ $x_j \in 0,1; j = 1, \dots, M$ $\min H$ <p>s.a.</p>
<i>Strip Packing Problem</i>	$x_i + w_i \leq W; \quad \forall i \in I$ $y_i + h_i \leq H; \quad \forall i \in I$ $\left. \begin{array}{l} x_i + w_i \leq x_j \\ \forall x_j + w_j \leq x_i \\ \forall y_i + h_i \leq y_j \\ \forall y_j + h_j \leq y_i \end{array} \right\} \quad \forall i, j \in I, i \neq j$ $x_i, y_i \geq 0; \quad \forall i \in I$

Tabla 4. Tipos de *Packing Problem* en dos dimensiones.

2.3. *Simulated Annealing*

Los algoritmos metaheurísticos son algoritmos aproximados de optimización y búsqueda de propósito general. Son procedimientos iterativos que guían una heurística subordinada combinando de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda.

El algoritmo metaheurístico propuesto en esta investigación es *Simulated Annealing* (SA) (recocido simulado, o enfriamiento simulado). Es un algoritmo de búsqueda metaheurística para problemas de optimización global; el objetivo general de este tipo de algoritmos es encontrar una buena aproximación al valor óptimo de una función en un espacio de búsqueda grande. A este valor óptimo se lo denomina "óptimo global"

El nombre e inspiración viene del proceso de recocido del acero y cerámicas, una técnica que consiste en calentar y luego enfriar lentamente el material para variar sus propiedades físicas. El calor causa que los átomos aumenten su energía y que puedan así desplazarse de sus posiciones iniciales (un mínimo local de energía); el enfriamiento lento les da mayores probabilidades de recristalizar en configuraciones con menor energía que la inicial (mínimo global).

El método fue descrito independientemente por Scott Kirkpatrick. El método es una adaptación del algoritmo Metropolis-Hastings, un método de Montecarlo utilizado para generar muestras de estados de un sistema termodinámico ("*Simulated annealing*," 2012)

En cada iteración, el método de recocido simulado evalúa algunos vecinos del estado actual s y probabilísticamente decide entre efectuar una transición a un nuevo estado s' o quedarse en el estado s . En el ejemplo de recocido de metales descrito arriba, el estado s se podría definir en función de la posición de todos los átomos del material en el momento actual; el desplazamiento de un átomo se consideraría como un estado vecino del primero en este ejemplo. Típicamente la comparación entre estados vecinos se repite hasta que se encuentre un estado óptimo que minimice la energía del sistema o hasta que se cumpla cierto tiempo computacional u otras condiciones.

La probabilidad de hacer la transición al nuevo estado s es una función $P(\delta E, T)$ de la diferencia de energía $\delta E = E(s') - E(s)$ entre los dos estados, y de la variable T , llamada temperatura por analogía con el concepto físico de temperatura.

Si δE es negativo, es decir, la transición disminuye la energía, el movimiento es aceptado con probabilidad $P=1$. Es importante remarcar que la condición de que el sistema siempre pase a un sistema de menor energía cuando se encuentra una no es en absoluto necesaria para el éxito del método. Cuando δE es positivo la probabilidad de transición P es siempre distinta de cero, es decir, el sistema puede pasar a un estado de mayor energía (peor solución) que el estado actual. Esta propiedad impide que el sistema se quede atrapado en un óptimo local.

A medida que la temperatura tiende al mínimo, la probabilidad de transición a un estado de mayor energía tiende a cero asintóticamente. Cuando T llega a cero, el algoritmo solo aceptará cambios a estados con menor energía. Debido a esta propiedad, la temperatura juega un papel muy importante en el control de la evolución del sistema. A temperaturas altas, el sistema tenderá a saltos de energía grandes entre los estados, mientras que a temperaturas más bajas, los cambios en energía serán menores.



Figura 6. Pseudocódigo Simulated Annealing. Reproducido de (Hinostraza et al., 2013).

```

x = [solución inicial]
i = 0
Mientras [condición de detención no se cumpla] hacer
    T = FunciónEnfriamiento(i)
    i = i + 1
    Mientras [condición local de detención no se cumple] hacer
        x* = ElegirVecino(x)
         $\Delta E = F(x^*) - F(x)$ 
        Si  $\Delta E \leq 0$  entonces
            x = x*
        Sino
            r = [número aleatorio entre 0 y 1]
            Si  $r = e^{(-\Delta/kT)}$  entonces
                x = x*
            Fin Si
        Fin Si
    Fin Si
Fin Mientras
[Entregar solución x]

```

3. Revisión bibliográfica

La revisión bibliográfica tiene el mismo orden del capítulo de Estado del Arte, es decir, hay una revisión de estudios recientes en cada uno de los temas tratados. En el caso de *AHP*, hay una revisión de los estudios en que esta técnica sirve para tomar decisiones en centros de salud. En el caso de *Cutting & Problem (C&P)*, hay un concepto de búsqueda desde la idea más general hasta la más específica en función de la investigación.

3.1. *AHP* y la gestión de residuos

En esta sección se describen investigaciones que relacionan *AHP* y la gestión de residuos, para respaldar que hay evidencia en este tema. La aplicación de *AHP* puede ser desde distintos puntos de vista, como por ejemplo la mejor decisión de costos, decisión de localización, etc. Para cualquier problema que necesite una correcta decisión, es recomendable usar este método, por lo tanto se analizarán a continuación documentos relacionados con cualquier tipo de residuos, ya sea hospitalarios u otros (por ejemplo: residuos industriales).

Según (Karagiannidis et al., 2010), en Grecia se generaban más de 14.000 toneladas de residuos hospitalarios infecciosos cada año, gran parte de esta generación todavía está mal administrada. La mayoría de los problemas se refieren: a la separación de residuos, colecta, transporte y gestión, lo que a menudo conlleva a un costo excesivo. Las prácticas actuales todavía incluyen el vertido de los residuos sólidos hospitalarios en los vertederos y rellenos sanitarios domésticos después de la esterilización, siendo en gran parte sin reciclaje anterior y etapas de separación. Por esto, los procesos de tratamiento térmico fueron evaluados para ser aplicados a tratamiento de los residuos hospitalarios infecciosos con la técnica *AHP* y un análisis de sensibilidad los cuales demostraron que un autoclave centralizado o una planta hydroclave cerca es la mejor opción de rendimiento, dependiendo, sin embargo, de la selección y ponderación de los criterios del proceso de multicriterios, *MCDM*. Además, el estudio encontró que una opción de tratamiento común para el tratamiento de todos los residuos hospitalarios infecciosos producidos en la Región de Macedonia Central, podría ofrecer ventajas económicas y ambientales.

Simoe Gomes (Gomes et al., 2008), afirma también que la gestión de residuos, al igual que otros problemas ambientales, tiende a ser un tema apropiado para la resolución de problemas utilizando las técnicas *MCDM* cuando está de por medio la incertidumbre. El enfoque de este artículo utilizó casos específicos donde los tomadores de decisiones influyen en la evaluación. Con un software lograron una jerarquía coherente de las posibles alternativas.

Respecto a la etapa de eliminación de residuos (Ho, 2011), en Taiwán se implementó un sistema de pago para grupos de diagnóstico relacionados en el 2010, por lo que los ingresos del hospital disminuyeron, lo que provocó una búsqueda urgente de empresas con servicios de alta calidad y a un bajo costo para que satisficieran sus necesidades de eliminación de residuos hospitalarios. La ley en ese año fue rigurosa y para ello se utilizó el método *AHP* (en su versión Fuzzy) para establecer los pesos objetivos de los criterios de evaluación y así seleccionar la empresa que brindara la mejor disposición de residuos, donde todas las empresas de eliminación no puede hacer negocios sin el equipo necesario y personal profesional, debido a que la ley era muy rigurosa. Por lo tanto, todos los proveedores existentes debían ser calificados por la ley. El precio para la eliminación de desechos infecciosos es uno de los criterios más importante para cualquier empresa u hospital relacionado, por lo que la competencia de precios es muy fuerte entre la eliminación de residuos infecciosos.

Para países en vías de desarrollo, como Chile, el método *AHP* en la gestión de residuos si puede ser aplicado según (Brent et al., 2007) ya que los autores aplicaron *AHP*, para establecer y optimizar la atención de salud de gestión de residuos de los países en desarrollo con el fin minimizar infecciones de los pacientes y de los trabajadores dentro del sistema. Este enfoque es importante según REAS, ya que es obligatorio presentar un Plan de Manejo de Residuos, el cual garantiza la salud de los pacientes y personal involucrado. Se ilustra como el método fue aplicado a dos casos de estudio en países africanos sub-saharianos de Sudáfrica y Lesoto, donde los dos estudios ilustran cómo el *AHP* se puede utilizar en apoyo de decisiones ambientales de ingeniería en los países en desarrollo.

Si el DS 6/2009 exige una pauta de ordenamiento de los residuos especiales, la decisión de *AHP* permite avalar como buena opción el *packing* de REAS especiales cortopunzantes. Existe un estudio, perteneciente a (Nordin & Selke, 2010) donde concluyen que la estimulación a la comprensión sobre la importancia de la dimensión social del empaquetamiento sostenible y el rol que este tiene para mejores prácticas de sustentabilidad. Ellos describen que en respuesta a la demanda de procesos que involucren

prácticas sustentables, las estrategias de evaluación y mejora de los sistemas de productos, fueron tradicionalmente desarrolladas en torno a la gestión de residuos en base a 4 conceptos: *reducción, reutilización, reciclaje y recuperación*. El empaquetado sostenible, sin embargo, se centra hacia la mejora de todo el ciclo de vida del producto/envases en toda la cadena de suministro mediante la evaluación de todas las posibilidades de mejora, optimización y transformación, para alinearse con los principios del desarrollo sostenible, que en este caso trata como el ciclo de vida de los residuos generados deben ser considerados como un elemento que debe gestionarse. Para crear una idea de la magnitud de conocimiento con respecto a mejoras en el sector de residuos hospitalarios, el artículo describe cuales son las percepciones de los usuarios/clientes con respecto a instaurar o practicar el concepto de “*sustainable packaging*” resumidos en 4 aspectos: incremento de conciencia medioambiental; falta de conocimiento del concepto de sustentabilidad; vacío significativo de terminología, y brecha entre actitud/comportamiento (buena voluntad no lleva a buen comportamiento).

Por lo tanto, según (Nordin and Selke, 2010), los consumidores deben ser educados para darse cuenta de que el mayor uso de “packaging” es el reflejo de cambiar el estilo de vida al alentar a los consumidores (que en este caso serían los centros de salud, fuente de residuos hospitalarios y a la vez consumidores de servicios externos para el retiro de REAS) a tomar medidas y desempeñar su papel en el consumo sostenible, donde los profesionales de *packing* (investigación de operaciones) tienen que aumentar sus esfuerzos para educar a los trabajadores y pacientes acerca del rol del “embalaje sostenible” en el cumplimiento de estas exigencias.

3.2. *Cutting & Packing*

3.2.1. *Cutting & Packing*

Con respecto a la tipología que ha desarrollado el concepto de *Cutting & Packing*, en el estudio de (Wäscher et al., 2007) presentan una mejor tipología (como se explicó anteriormente), que se basa en parte en las ideas originales de (Dyckhoff, 1990), pero introduce nuevos criterios de categorización, que definen las categorías de problemas diferentes a los del mismo Dyckhoff. Por ejemplo, emplean

nuevos criterios para la definición de los tipos de problemas, así como también si estos problemas son básicos, intermedios o complejos para su resolución y por último, categorizando problemas específicos.

El problema de *Cutting & Packing* en (Alvarez-Valdes et al., 2013) relacionado con formas irregulares, generalmente conocidos como problemas de Nesting (anidación), son comunes en las industrias. Las publicaciones sobre estos problemas son relativamente escasos en comparación con otros de problemas de *Cutting & Packing* con formas rectangulares, y se centran principalmente en métodos heurísticos. Es un estudio sistemático del problema y desarrollan un algoritmo exacto Branch & Bound. Se proponen dos nuevas formulaciones lineales enteras para el problema de anidación.

También se desarrolla un algoritmo ramificado y acotado donde varias estrategias de ramificación, límites inferiores y los procedimientos de reducción son estudiadas. Un amplio estudio computacional se realiza con más de 50 casos de prueba y los resultados muestran que el algoritmo es capaz de resolver los casos de hasta 16 piezas para llevarla a la optimalidad. Por lo tanto, este estudio tiene un enfoque determinístico aun cuando se consideran piezas irregulares.

Existen también modelos matemáticos y algoritmos prácticos para el problema de *Cutting & Packing*, como los mostrados en (Chernov et al., 2010) donde revisan y mejoran aún más la herramienta de los estudios en *objetos-phi*. Estos objetos son llamados ϕ -objetos o *phi-objetos*, los cuales deben tener interior ("parte principal") y límites (fronteras). Estos objetos pueden estar construidos en forma 2D y 3D.

Es importante mencionar que en el trabajo descrito, los ϕ -objetos o funciones-phi mejoran el rendimiento los algoritmos de *Cutting & Packing*. Estas funciones-phi tienen las siguientes características: se pueden aplicar a los objetos 2D y 3D de tipo muy general (phi-objetos), los cuales incluyen objetos desconectados, objetos no convexos, algunas formas curvas, regiones con agujeros y cavidades, etc.; las funciones-phi consideran las translaciones continuas y rotaciones de objetos; toman en cuenta las posibles restricciones a las distancias (mínima y/o máxima) entre objetos y de estos mismos a las paredes del recipiente; también, las funciones-phi son útiles cuando se trata de objetos superpuestos, ya que miden el grado de solapamiento; en la mayoría de los casos prácticos, las phi-funciones (a diferencia de distancias geométricas) son definidas por fórmulas simples (lineales y cuadráticas) que permiten utilizar algoritmos de optimización de programación matemática. En general, las funciones-phi permiten ampliar el tipo de problemas de optimización de *packing* que se pueden

resolver con eficacia. En general, el embalaje debe ser sin solapamientos entre los productos y otros, o con las paredes del recipiente. El objetivo es encontrar la configuración con la densidad máxima. En algunas variantes de la superposición (de productos entre sí y/o con el límite del contenedor) está permitido, pero debe minimizarse. Estos problemas de *packing* pueden ser en 2D o en 3D, en objetos regulares o irregulares. En esta investigación se abordará con objetos regulares en 2D.

3.2.2. *Packing of Rectangles*

Huang y Chen (Huang et al., 2007) señalan que los problemas de *packing* de rectángulos aparecen a menudo en *Cutting & Packing*, y que para resolverlos se han propuesto metaheurísticas como Algoritmos Genéticos, *Simulated Annealing* y otros algoritmos heurísticos. En su investigación, muestran un nuevo algoritmo heurístico que tiene dos conceptos importantes a saber: *la acción de la ocupación de esquinas* y *el grado de formación de cavernas o cuevas*. Veintiún ejemplos de casos de *packing* de rectángulos fueron examinados por el algoritmo que ellos desarrollaron, donde 16 de ellos consiguieron soluciones óptimas en un tiempo de ejecución razonable. Los resultados experimentales demostraron que el algoritmo desarrollado fue bastante eficiente para resolver el problema de *packing* de rectángulos.

En (Chen & Huang, 2007), los autores proponen un algoritmo de búsqueda de dos niveles para resolver el problema de *packing* de rectángulos bi-dimensional. En el algoritmo, los rectángulos se colocan en el recipiente de uno en uno y cada rectángulo debe ser empacado en una posición por una acción de *esquina-ocupante* de modo que toque dos elementos sin superposición de otros rectángulos ya empaquetados. Los dos niveles corresponden a dos algoritmos consecutivos llamados A_0 y A_1 , donde los resultados computacionales muestran que el algoritmo de empaquetado llamado A_1 , produce soluciones de alta densidad de empaquetamiento dentro de los tiempos de funcionamiento cortos al ser comparados con otras metaheurísticas puras, como Algoritmos Genéticos y *Simulated Annealing*, y algoritmos metaheurísticos mixtos, como por ejemplo Algoritmos Genéticos + *Simulated Annealing*. Aquel algoritmo propuesto logra más del 99% de densidad de empaquetado promedio en el tiempo de funcionamiento, que es significativamente mejor que el 96% de la densidad de empaquetamiento obtenido por los algoritmos metaheurísticos conocidos o combinaciones de ellos. Por último, este algoritmo da resultados alentadores cuando se sitúa en el campo industrial, donde el ordenamiento de

cajas considera grandes números de elementos (casi 300 rectángulos en el trabajo de Chen & Huang) que deben ser empacados.

Adicionalmente, en (Maßberg & Schneider, 2011) se consideran nuevas restricciones que pueden ser útiles a la metodología propuesta. Los autores formularon una generalización del problema de *packing* de rectángulos NP-completo por la parametrización en términos de densidad de empaquetamiento, la razón de las áreas rectangulares, y la proporción dimensional de rectángulos individuales. Ellos muestran que casi todas las restricciones de este problema siguen siendo NP-completo e identificaron algunos casos en que la respuesta al problema de decisión se puede encontrar en tiempo constante.

(He & Huang, 2011) proponen una heurística determinística, llamado *Best Fit Algorithm* (BFA) para resolver el problema de *packing* rectangular de dos dimensiones NP-hard y poder maximizar la velocidad de llenado en una superficie rectangular. Hay dos etapas: la etapa constructiva y la etapa de búsqueda ramificada para dar una mejor solución. Obteniendo por primera vez soluciones óptimas a través de un método determinístico para los casos propuestos por (Hopper & Turton, 2001) y soluciones óptimas a 7 de 13 casos propuestos por (Burke et al., 2004). Por lo tanto, el algoritmo determinístico presentado en este trabajo es eficiente en términos tanto de la velocidad de llenado y tiempo de cálculo.

(Hopper & Turton, 2001) es otra investigación donde se considera el problema de *packing* rectangular bidimensional, donde un conjunto fijo de elementos tiene que ser asignado en un solo objeto o una superficie. Dos heurísticas, que pertenecen a la clase de procedimientos que permiten preservar la estabilidad del *Bottom Left* (BL) de *packing*, se hibridan con tres algoritmos metaheurísticos (algoritmos genéticos (GA), *Simulated Annealing* (SA), Naïve Evolution (NE)) y heurísticas de búsqueda local (hill-climbing). Este estudio compara los algoritmos híbridos en términos de calidad de la solución y el tiempo de cálculo de una serie de problemas de diferente tamaño del empaquetado concluyendo que la solución de los algoritmos metaheurísticos supera a las rutinas heurísticas de *packing*. En el estudio, SA logró la mejor calidad de diseño en todas las categorías de problemas aunque su tiempo de ejecución se hace más grande con el aumento de tamaño del problema. Los algoritmos evolutivos, GA y NE, son mejores en términos de tiempo y el rendimiento de los resultados de ejecución, que son ligeramente peores que los obtenidos por el SA. Por lo tanto si el plazo

para la resolución de una tarea de embalaje es limitado, GA y NE son apropiadas, de lo contrario, conviene elegir SA.

Nuevamente, Huang y Chen (Huang & Chen, 2007) muestran un modelo heurístico donde los resultados experimentales demuestran que el algoritmo presentado es bastante eficiente para resolver el problema de *packing* de rectángulos.

(Soke & Bingul, 2006) muestran una combinación de algoritmo genético (GA) y *Simulated Annealing* (SA) con el algoritmo de la mejora de la parte inferior izquierda, *Bottom Left* (BL), que son aplicados a los problemas de empaquetados rectangulares no-guillotina bidimensionales.

3.2.3. *Packing of rectangles in convex regions*

Birgin y Lobato (Birgin & Lobato, 2010), diseñaron un modelo no lineal entero mixto-continuo y un método de solución para el problema de *packing* de rectángulos idénticos empacados ortogonalmente dentro de una región convexa arbitraria. La región convexa está hecha de un material isotrópico, de tal forma que las rotaciones de los ejemplares son arbitrarias, preservando la restricción de ortogonalidad, que es permitida. El método de solución se basa en una combinación de un conjunto de estrategias y *Branch and Bound* para la minimización de funciones relajadas con restricciones establecidas. Los resultados numéricos demuestran la fiabilidad de todo el modelo presentado.

En (Birgin et al., 2006) se considera el embalaje ortogonal de elementos rectangulares en una región convexa arbitraria. Es un procedimiento basado en programación no-lineal, donde los experimentos numéricos muestran que es fiable. En general, el objetivo es mostrar que los modelos de programación no-lineales suaves son una alternativa fiable para los problemas de *packing*. Experimentos numéricos muestran las capacidades y limitaciones del enfoque propuesto en el estudio.

3.3. Resumen *AHP* y C&P

3.3.1. Resumen Revisión Bibliográfica *AHP*

Artículo	Gestión de residuos	Optimización en la gestión de residuos	<i>AHP</i> en gestión de residuos	Keywords e ideas generales
Neveu C & Matus C, 2007	•			Mal manejo produce, enfermedades intra y extra – hospitalarias.
Minsal, 2009	•			DS 6/2009
Reza Sabour et al., 2007		•		Enfoque estadístico a la calidad y cantidad en servicios de salud de Irán.
Bdour et al., 2007		•		Modelo Matemático que calcula generación de residuos.
Yaesoubi & Cohen, 2011		•		Modelo matemático, basado en Cadenas de Markov.
Karagiannidis et al., 2010			•	Procesos de tratamiento térmico para residuos evaluados con <i>AHP</i> .
Gomes et al., 2008			•	Tema apropiado para ser resueltos con técnicas multicriterio.
Brent et al., 2007			•	Minimizar infecciones en pacientes y trabajadores dentro del sistema.
Ho, 2011			•	Utilizaron <i>AHP</i> para establecer los criterios de empresa para la disposición final.

Tabla 5. Resumen revisión bibliográfica *AHP*.

3.3.2. Resumen Revisión Bibliográfica C&P

Artículo	C&P	Packing of Rectangles	Packing of Rectangles in Convex Regions	C&P with GA	C&P with SA	C&P with another algorithm (specify)	Keywords e ideas generales
Wäscher et al., 2007	•						Tipología y categorización de los distintos problemas de C&P
Alvarez-Valdes et al., 2013	•					(Branch & Bound)	Enfoque determinístico al problema de C&P
Chernov et al., 2010	•						Estudios en <i>objetos-phi</i>
Huang et al., 2007		•		•	•	(algoritmos heurísticos)	Se resuelven 21 casos y 16 fueron óptimos.
Chen & Huang, 2007		•		•	•	(algoritmo de búsqueda en 2 niveles: A0 y A1)	Se compara SA y GA.
Maßberg y Schneider, 2011		•					Muestran que C&P sigue siendo un problema NP-completo
He & Huang, 2011		•				(BFA)	Proponen una heurística determinística, llamado <i>Best Fit Algorithm</i> (BFA)
Hopper & Turton, 2001		•		•	•	(Bottom Left BLn NE, Hill-climbing)	SA muestra mejores resultados pero c/mayor t de cpu.
Huang & Chen, 2007		•					Modelo heurístico eficiente
Soke & Bingul, 2006		•		•	•	(Bottom Left)	Combinación de SA+GA+BL
Birgin & Lobato, 2010			•			(Branch & Bound)	Modelo no lineal entero mixto-continuo y método de solución para el problema de <i>packing</i> de rectángulos idénticos empacados ortogonalmente

Tabla 6. Resumen revisión bibliográfica C&P

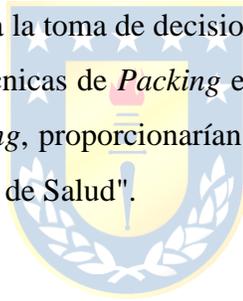
4. Hipótesis y objetivos

4.1. Propuesta de solución

En este estudio, se pretende ejecutar una correcta gestión de residuos en una zona de almacenamiento de un centro hospitalario en función de criterios con *AHP*, respetando las normativas laborales y de medio ambiente, y almacenando por medio de *packing*, las cajas de residuos especiales, cortopunzantes, con sus respectivas restricciones en contenedores de mayor tamaño. Las soluciones entregadas en la zona de almacenamiento serán mejoradas (si es que es factible) por medio de *Simulated Annealing*.

4.2. Hipótesis

"Una evaluación Multi Criterio para la toma de decisiones propuesta por el método *AHP*, seguido por un correcto empaquetamiento con técnicas de *Packing* en 2D y la búsqueda de mejores soluciones con la metaheurística *Simulated Annealing*, proporcionarían una optimización a la gestión de residuos en zonas de almacenamiento en un centro de Salud".



4.3. Objetivo General

Mejorar la gestión de residuos en una zona de almacenamiento de un centro de salud con una metodología basada en optimización multi criterio y algoritmos de empaquetamiento.

4.4. Objetivos Específicos

- Modelar con técnica multi criterio la zona de almacenamiento de REAS.
- Modelar el proceso de *Packing* de cajas con residuos cortopunzantes.
- Implementar computacionalmente ambos modelos.

5. Metodología

La metodología propuesta para desarrollar la hipótesis mencionada considera la resolución de los siguientes ítems:

1. Metodología de Aplicación AHP (Analytic Hierarchy Process)
2. Representación del problema.
3. Algoritmo de Ordenamiento.
4. Algoritmo de Construcción.
5. Búsqueda de mejores soluciones: *Simulated Annealing*.
6. Aplicación y búsqueda de instancias computacionales.

5.1. Metodología de Aplicación AHP (Analytic Hierarchy Process)

La aplicación de *AHP* se realiza cuando están definidos los criterios y las alternativas a evaluar. Para esto, deben estar preparadas las matrices descritas en la sección anterior, siendo son *inputs* para el método *AHP*. Esta aplicación se hace exactamente como fue descrito en el Algoritmo *AHP*, donde se espera como resultado el **Vector de Prioridad Global** que permitirá tomar la decisión de gestión en cada zona definida. A continuación, se presenta el detalle de la metodología de aplicación *AHP*.

Primero, se debe descomponer el problema para la zona definida de forma tal como se muestra en el árbol jerárquico de decisión (Figura 2), es decir, establecer niveles jerárquicos.

Luego, viene la entrada (*input*) de la Matriz de Comparación por Pares descrita en la sección 6.1, la cuál debe ser normalizada en función de cada criterio, es decir, para cada criterio se realiza una comparación par-a-par de las alternativas presentadas. Las alternativas son:

- **Alternativa 1:** Establecer en una sala los residuos peligrosos y en otra sala los residuos especiales y solidos asimilables a domiciliario. Para estos últimos, ordenarlos según el Reglamento REAS. Se debe realizar higiene general todos los días y una higiene complejo cada 1 semana.

- **Alternativa 2:** Ordenar las 3 categorías de residuos por igual en ambas salas, respetando las características de la zona de almacenamiento propuesta por el Reglamento REAS. Se debe realizar higiene general todos los días y una higiene complejo cada 1 semana.
- **Alternativa 3:** Disponer de un sistema de aire acondicionado para mantener por más tiempo los residuos especiales. Se debe realizar higiene general todos los días y una higiene complejo cada 1 semana.

Antes de normalizar la Matriz de Comparación por Pares, se reemplaza $a_{ij} = w_i/w_j$ para todo i y j tal que $i, j = 1, \dots, m \in \mathbb{N}$ en la ecuación 3 para que el cálculo de los siguientes pasos sea más cómodo (ver relación 9).

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{pmatrix} \quad (9)$$

La Matriz de Comparación por Pares Normalizada se muestra en la relación 10, donde cada valor normalizado es el cociente entre el valor a_{ij} y la sumatoria de los valores de la columna respectiva.

$$\begin{pmatrix} \frac{a_{11}}{\sum a_{i1}} & \frac{a_{12}}{\sum a_{i2}} & \dots & \frac{a_{1j}}{\sum a_{ij}} \\ \frac{a_{21}}{\sum a_{i1}} & \frac{a_{22}}{\sum a_{i2}} & \dots & \frac{a_{2j}}{\sum a_{ij}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{a_{i1}}{\sum a_{i1}} & \frac{a_{i2}}{\sum a_{i2}} & \dots & \frac{a_{ij}}{\sum a_{ij}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Una vez normalizada la Matriz de Comparación por Pares, se desarrolla el Vector de Prioridad de aquella matriz. Este vector está formado por los promedios de cada fila de la ecuación, donde cada promedio representa el Vector de Prioridad de la Alternativa con respecto al criterio considerado (ver relación 11).

$$\frac{1}{m} \times \begin{pmatrix} \frac{a_{11}}{\sum a_{i1}} + \frac{a_{12}}{\sum a_{i2}} + \dots + \frac{a_{1j}}{\sum a_{ij}} \\ \frac{a_{21}}{\sum a_{i1}} + \frac{a_{22}}{\sum a_{i2}} + \dots + \frac{a_{2j}}{\sum a_{ij}} \\ \vdots \\ \frac{a_{i1}}{\sum a_{i1}} + \frac{a_{i2}}{\sum a_{i2}} + \dots + \frac{a_{ij}}{\sum a_{ij}} \end{pmatrix} \quad (11)$$

donde m representa el número de alternativas propuestas.

El siguiente paso es comprobar el Cociente de Consistencia (CR) en base a (Saaty, 2001), puesto que no se usarán matrices de orden mayor a 3. La determinación de CR se realiza con el siguiente algoritmo, llamado “Algoritmo CR ”. Ver Figura 7.

Figura 7. Algoritmo CR

-
- Paso 1.** Para cada línea de la Matriz de Comparación por Pares, se determina una suma ponderada en base a la suma del producto de cada celda por la prioridad de cada alternativa correspondiente.
 - Paso 2.** Para cada línea, dividir la suma ponderada anterior por la prioridad de su alternativa correspondiente.
 - Paso 3.** Determinar λ_{max} del resultado del punto 2.
 - Paso 4.** Calcular el CI (*Consistency Index*) para cada alternativa.
 - Paso 5.** Determinar RI (*Random Index*).
 - Paso 6.** Determinar CR (*Consistency Ratio*).
-

Es importante destacar que la consistencia de las evaluaciones debe ser un criterio importante, por lo tanto, si el CR no cumple con la restricción, entonces volver al Paso 2.

Si el CR determinado es permitido para seguir, entonces normalizar la Matriz de Comparación de Criterios. Para esto se debe entregar como *input* la evaluación par-a-par de la Matriz de Comparación de Criterios, desarrollada en la sección 6.1. Esta matriz se desarrolló previamente, porque es esencial que se evalúe con el Centro Decisor pero también debe ser normalizada.

Antes de normalizar la Matriz de Comparación de Criterios, se reemplaza $a_{mn} = w_m/w_n$ para todo b y c tal que, $b, c = 1, \dots, n \in \mathbb{N}$ en la relación 12.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1c} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2c} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{b1} & a_{b2} & \cdots & a_{bc} \end{pmatrix} \quad (12)$$

La Matriz de Comparación de Criterios Normalizada, se muestra en la relación 13 donde, cada valor normalizado es el cuociente entre el valor a_{bc} y la sumatoria de los valores de la columna respectiva.

$$\begin{pmatrix} \frac{a_{11}}{\sum a_{b1}} & \frac{a_{12}}{\sum a_{b2}} & \cdots & \frac{a_{1c}}{\sum a_{bc}} \\ \frac{a_{21}}{\sum a_{b1}} & \frac{a_{22}}{\sum a_{b2}} & \cdots & \frac{a_{2c}}{\sum a_{bc}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{a_{b1}}{\sum a_{b1}} & \frac{a_{b2}}{\sum a_{b2}} & \cdots & \frac{a_{bc}}{\sum a_{bc}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Una vez normalizada la Matriz de Comparación de Criterios, se desarrolla el Vector de Prioridad de ésta. Este vector, al igual que el Vector de Prioridad de la Matriz de Comparación por Pares de Alternativas, está formado por los promedios de cada fila de la relación, donde, cada promedio representa el Vector de Prioridad de cada Criterio (ver relación 14).

$$\frac{1}{n} \times \begin{pmatrix} \frac{a_{11}}{\sum a_{b1}} + \frac{a_{12}}{\sum a_{b2}} + \cdots + \frac{a_{1c}}{\sum a_{bc}} \\ \frac{a_{21}}{\sum a_{b1}} + \frac{a_{22}}{\sum a_{b2}} + \cdots + \frac{a_{2c}}{\sum a_{bc}} \\ \vdots \\ \frac{a_{b1}}{\sum a_{b1}} + \frac{a_{b2}}{\sum a_{b2}} + \cdots + \frac{a_{bc}}{\sum a_{bc}} \end{pmatrix} \quad (14)$$

donde n representa el número de criterios.

Una vez obtenidos los Vectores de Prioridad (de alternativas y criterios), se ordenan en una matriz de prioridad global. Esta matriz de prioridad global está compuesta por una matriz que alberga m columnas, las cuales representan los Vectores de Prioridad de cada alternativa respecto del criterio,

considerado y multiplicado por un vector que representa el Vector de Prioridad de Criterios (relación 14).

El producto de matrices, proporciona un **Vector de Prioridad Global** que explícitamente entrega las prioridades de las alternativas con respecto a “todos” los criterios, considerados en la siguiente relación (denominada relación 15).

$$\begin{pmatrix} \vdots & \vdots \\ \text{Vector de Prioridad} & \text{Vector de Prioridad} \\ \text{Alternativa 1} & \text{Alternativa } m \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \vdots \\ \text{Vector de Prioridad} \\ \text{de Criterios} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \text{Vector de Prioridad} \\ \text{Global} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (15)$$

Aplicación Expert Choice.

Una vez realizado lo anterior, el siguiente paso son los Resultados, los cuales serán comprobados con ExpertChoice en la sección 6.1 del presente informe.



5.2. Representación cajas del problema

Las cajas sometidas a *packing*, son de cinco diferentes tipos (Figura 1), representadas con sus respectivas dimensiones en la Figura 8 y descritas en la Tabla 7. En la Figura 8, las cajas poseen la misma altura y se diferencian entre sí, por su largo y ancho, l y w , respectivamente. Se asume que la altura de las cajas, h_{box} , son iguales para los 5 tipos porque, el problema es abordado en dos dimensiones (2D). La descripción de cada caja se entrega en la Tabla 7. La primera columna representa el tipo de caja (j); la segunda representa el volumen (V); la tercera representa el largo (l) y la cuarta, representa el ancho (w). Notar que el volumen es distinto en cada caja.

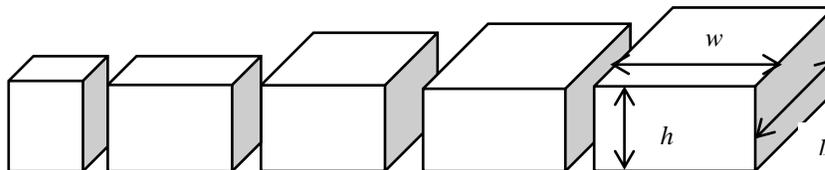


Figura 8. Cajas de REAS, cortopunzantes sometidas a *packing*.

Caja	Volumen (V)	Largo (l)	Ancho (w)
j	V_j	l_j	w_j

Tabla 7. Descripción de cada tipo de cajas, su volumen y dimensiones.

El contenedor es de forma rectangular y de dimensiones que dependen del centro de salud. Para esta investigación, el contenedor serán es de un solo tipo, es decir, habrá un solo contenedor con un largo y ancho establecido aunque, el modelo es flexible para otras medidas u otro tipo de contenedor. Por esta razón, las medidas son representadas en unidades de medida [*u.m.*], para dar mayor flexibilidad al modelo.

En el modelo presentado por (Huang et al., 2007), la función objetivo y el conjunto de restricciones proporcionan una base para el desarrollo de esta investigación o sea, maximizar una función objetivo que permita empacar el máximo número de rectángulos posibles (minimizando el espacio vacío). Este es un criterio importante a considerar (por un tema de sanidad) sobre todo, si existen residuos biológicos sin empaquetar o fuera de las bodegas de almacenamiento.

De acuerdo con lo anterior, a continuación se describen todos los antecedentes necesarios para adaptar el modelo de Huang, a esta investigación.

Sea $n = k = 5$, el tipo de cajas cortopunzantes (rectángulos) a empacar:

Representación del tipo de cajas

$J = \{1 \dots n\}$, El conjunto de cajas tipo j a empacar dentro del contenedor.

Representación de ancho, largo y variable de decisión binaria de cada caja

w_j = Ancho de la caja j .

l_j = Largo de la caja j .

z_j = Variable de decisión binaria (0 = no encajada, 1 = encajada).

VARIABLES REPRESENTANDO LAS POSICIONES BIDIMENSIONALES DE CADA CAJA

$x_{j,izq}$ = Posición x de la esquina izquierda de la caja j .

$x_{j,der}$ = Posición x de la esquina derecha de la caja j .

$y_{j,alto}$ = Posición y de la esquina alta de la caja j .

$y_{j,bajo}$ = Posición y de la esquina baja de la caja j .

Por lo tanto, el modelo de Huang adaptado para esta investigación se presenta a continuación:

$$\max f = \sum_{j=1}^n w_j l_j z_j \quad (16)$$

Sujeto a:

$$0 \leq x_{j,izq} \leq w_j, \quad \forall j \in \mathbb{N}, | j = 1, \dots, n \quad (17)$$

$$0 \leq x_{j,der} \leq w_j, \quad \forall j \in \mathbb{N}, | j = 1, \dots, n \quad (18)$$

$$0 \leq y_{j,bajo} \leq l_j, \quad \forall j \in \mathbb{N}, | j = 1, \dots, n \quad (19)$$

$$0 \leq y_{j,alto} \leq l_j, \quad \forall j \in \mathbb{N}, | j = 1, \dots, n \quad (20)$$

$$\{(x_{j,der} - x_{j,izq} = w_j) \wedge (y_{j,alto} - y_{j,bajo} = l_j)\}, \quad \forall j \in \mathbb{N}, | j = 1, \dots, n \quad (21)$$

$$\vee \{(x_{j,der} - x_{j,izq} = l_j) \wedge (y_{j,alto} - y_{j,bajo} = w_j)\}, \quad \forall j \in \mathbb{N}, | j = 1, \dots, n \quad (22)$$

$$\max [x_{j,izq} - x_{k,der}, x_{k,izq} - x_{j,der}, x_{j,bajo} - y_{k,alto}, y_{k,bajo} - y_{j,alto}] z_j z_k \geq 0 \quad (23)$$

$$\forall j \in \mathbb{N} | j, k = 1, \dots, n$$

$$z_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in \mathbb{N} | j = 1, \dots, n \quad (24)$$

El conjunto de restricciones disponen de las siguientes características:

Las restricciones del tipo: (17), (18), (19) y (20), establecen que todas las cajas deben ser empaquetadas, es decir, ninguna caja debe quedar fuera.

Las restricciones tipo: (21) y (22), establecen que las cajas deben tener una orientación vertical u horizontal. Notar la operación lógica “ó” u OR.

La restricción tipo (23) establece que dos cajas no deben superponerse.

La restricción tipo (24) establece que cada caja toma el valor 1 si está encajada y 0 en caso contrario.

El significado del conjunto de restricciones del modelo de (Huang et al., 2007), es el principal enfoque tomado para el modelo de esta investigación en conjunto con el siguiente estudio de (Hinostroza et al., 2013), que se adapta muy bien a la representación del problema de las cajas de residuos cortopunzantes. Los autores plantean un tipo de empaque basado en la técnica *Bottom-Left (BL)* combinada, con la técnica *Ancho vs Alto* la cual decide que la posición horizontal debe ser mayor o igual sobre la posición vertical de un rectángulo. A diferencia de esta investigación, los autores aplican la heurística a un contenedor circular pero mencionan que es posible aplicar sobre otras estructuras. Ellos, prueban el modelo en 14 de 16 casos propuestos por Birgin y Lobato, 2006, obteniendo resultados óptimos e iguales en 2 casos y el resto casi cercanos. Esta experimentación es buena opción para aplicar en un contenedor rectangular con las siguientes listas, donde instancia es denotado por el índice i :

- Instancia 1 a 5 (listas modelo exacto, LME- i): Cada instancia, es una lista de j rectángulos uniformes a empacar, hasta el máximo permitido.
- Instancia 6 a 22 (listas cajas proporcionales, LCP- i): Cada instancia, es una lista de j rectángulos heterogéneos a empacar y de manera proporcional, por ejemplo, en la instancia 6 se empaquetarían 4 rectángulos de cada tipo.
- Instancia 23 a 50 (listas cajas aleatorias, LCA- i): Cada instancia, es una lista de j rectángulos heterogéneos a empacar pero de manera aleatoria.

Por lo tanto, el modelo de *packing*, en esta investigación considera los siguientes elementos:

Parámetros

$R = \{1, \dots, n\}$, es un conjunto de índices de rectángulos a empacar.

$k \in \{so, se, no, ne\}$, conjunto de vértices para cada rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

a_j : Base o lado de mayor longitud del rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

b_j : Altura o lado de menor longitud (espesor) del rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

M_0 : Base o lado de mayor longitud del contenedor.

N_0 : Alto del contenedor.

x_0 : Coordenada en el eje x del contenedor en $[u, m]$ definidas en \mathbb{R} .

y_0 : Coordenada en el eje y del contenedor en $[u, m]$ definidas en \mathbb{R} .

Variables

c_j^x : Coordenada en el eje de las abscisas para el centro de gravedad del rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

c_j^y : Coordenada en el eje de las abscisas para el centro de gravedad del rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

z_j : indica si el rectángulo $j \in \mathbb{N}$ es considerado dentro de la solución tiene valor 1, o valor 0 en caso contrario, $\forall j \in \mathbb{R}$.

V_{jx}^k : Coordenada en el eje x para el vértice $k \in \{so, se, no, ne\}$, del rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

V_{jy}^k : Coordenada en el eje y para el vértice $k \in \{so, se, no, ne\}$ del rectángulo j , $\forall j \in \mathbb{R}$.

Entonces, el modelo de (Hinostraza et al., 2013), para el presente estudio, se resume en:

$$\max f = \sum_{j=1}^n a_j b_j z_j \quad (25)$$

Sujeto a:

$$(V_{jx}^{so}, V_{jy}^{so}) = (c_j^x - a_j/2, c_j^y - b_j/2); \quad \forall j \in \mathbb{R} \quad (26)$$

$$(V_{jx}^{se}, V_{jy}^{se}) = (c_j^x - a_j/2, c_j^y - b_j/2); \quad \forall j \in \mathbb{R} \quad (27)$$

$$(V_{jx}^{no}, V_{jy}^{no}) = (c_j^x - a_j/2, c_j^y - b_j/2); \quad \forall j \in \mathbb{R} \quad (28)$$

$$(V_{jx}^{ne}, V_{jy}^{ne}) = (c_j^x - a_j/2, c_j^y - b_j/2); \quad \forall j \in \mathbb{R} \quad (29)$$

$$|c_j^x - c_{j'}^x| \geq (a_j/2 + a_{j'}/2)z_j z_{j'}; \quad \forall j \neq j' \quad (30)$$

ó

$$|c_j^y - c_{j'}^y| \geq (b_j/2 + b_{j'}/2)z_j z_{j'}; \quad \forall j \neq j' \quad (31)$$

$$(V_{jx}^k - x_0)^2 + (V_{jy}^k - y_0)^2 \leq M_0 \cdot N_0 \cdot z_j; \quad \forall j \in \mathbb{N}, |j = 1, \dots, n \quad (32)$$

$$k = \{so, se, no, ne\}$$

$$z \in \{0,1\}$$

La adaptación del modelo de (Hinostraza et al., 2013) cambia en la designación de las coordenadas del contenedor. En vez de tomar el valor del radio es reemplazado por los parámetros M_0 y N_0 , representados por el ancho y largo, respectivamente. También, se considera que el índice j está representado sólo por cinco rectángulos de medidas conocidas y distintas entre ellos. El índice j' representa el rectángulo vecino (ver restricción lógica 6 y 7). Notar que la función objetivo es igual a (1).

Respecto de las restricciones, estas expresan lo siguiente:

La expresión (25), es la función objetivo que maximiza la suma del área total utilizada.

Las expresiones (26), (27), (28) y (29), definen los vértices para cada rectángulo j .

Las expresiones (30) y (31), tienen relación lógica. Establecen si existe superposición entre dos rectángulos de la solución, debiéndose cumplir al menos una de ellas para evitar tal situación.

La expresión (32), define que todos los vértices de los rectángulos de la solución estén dentro del contenedor.

Hay que destacar lo siguiente, según (Hinostroza et al., 2013) el modelo resulta ser exacto cuando todos los rectángulos de una lista son empacados mientras que las listas, que sólo alcanzan a empacar lo que el modelo estima como la mejor solución son usadas posteriormente como el arreglo factible para ser tratadas con *Simulated Annealing*. A continuación se presentan los pseudocódigos de los algoritmos de ordenación y construcción adaptado desde (Hinostroza et al., 2013).



5.3. Algoritmo de ordenamiento.

El ordenamiento de las cajas, debe seguir una secuencia. Por esta razón, se reproduce el siguiente algoritmo de ordenamiento (Figura 9):

Figura 9. Algoritmo de Ordenamiento

Paso 1: Rotar rectángulos hasta que su ancho sea siempre mayor o igual al largo.

Paso 2: Ordenar la lista de rectángulos por ancho decreciente, resolviendo empate de ancho por largo decreciente.

5.4. Algoritmo de Construcción

El algoritmo de construcción empieza con una lista ordenada de las cajas entregada, por el *algoritmo de ordenamiento*. Este empaque se hace en la zona izquierda más inferior. Luego se ubica otra caja, en sentido horizontal (acostada) dependiendo de si es factible o no. En base a esta orientación, se vuelve a buscar la zona izquierda más inferior y si no entra, entonces, se sube la cota del plano. Este plano, representa la superficie del contenedor, el cual fue discretizado para representar ejes cartesianos.

Cada eje horizontal de la superficie cuadrículada representa una cota, por lo tanto, si no se encuentra factibilidad al ordenar las cajas (en el orden entregado por el algoritmo de ordenamiento) entonces, se sube la cota a un nivel vecino más arriba y así sucesivamente, hasta entregar un arreglo factible. El pseudocódigo del algoritmo de construcción, presentado en la Figura 10, se detalla a continuación.

- I. *Los rectángulos (cajas cortopunzantes) se posicionan en el punto más bajo a la izquierda.*
- II. *El algoritmo empieza con el rectángulo más grande y trata de posicionarlo en orientación horizontal (acostado).*
- III. *Si el rectángulo seleccionado, no entra en la posición actual, el siguiente rectángulo será seleccionado.*
- IV. *Cuando se ingresa al último nivel y todavía no se encuentra un rectángulo que pueda empacarse, el nivel de posicionamiento aumenta, es decir, la cota sube.*

La aplicación del algoritmo de construcción, muestra el número de cajas de cada tipo y por sí solas que pueden ser empacadas, es decir, se muestran todas las cajas tipo 5 posibles, por si solas, todas las cajas tipo 4, posibles por si solas, todas las cajas tipo 3, posibles por si solas, todas las cajas tipo 2 posibles, por si solas y todas las cajas tipo 1 posibles por si solas.

Figura 10. Algoritmo de Construcción

Inicio

Mientras $i \leq m$ **hacer**

Obtener dimensiones del contenedor rectangular

Obtener lista de cajas de residuos rectangulares ordenada

Mientras [geometría permita empaque] **hacer**

Mientras [exista lista de rectángulos] **hacer**

Encontrar espacio abajo y a la izquierda

Si [se encuentra rectángulo que entra] **hacer**

Empacar siguiente rectángulo

Sino

Si [se debe aumentar cota] **hacer**

Elevar a la cota vecina o contorno más bajo

Fin Si

Fin Si

Fin Mientras

Fin Mientras

Fin Mientras

[Entregar arreglo factible]

En la Figura 11 (nivel de prueba), se observa el ingreso de la caja más grande y luego, el algoritmo, busca la siguiente caja que pueda entrar en la misma cota. La figura representa la forma en que funciona el algoritmo de construcción.

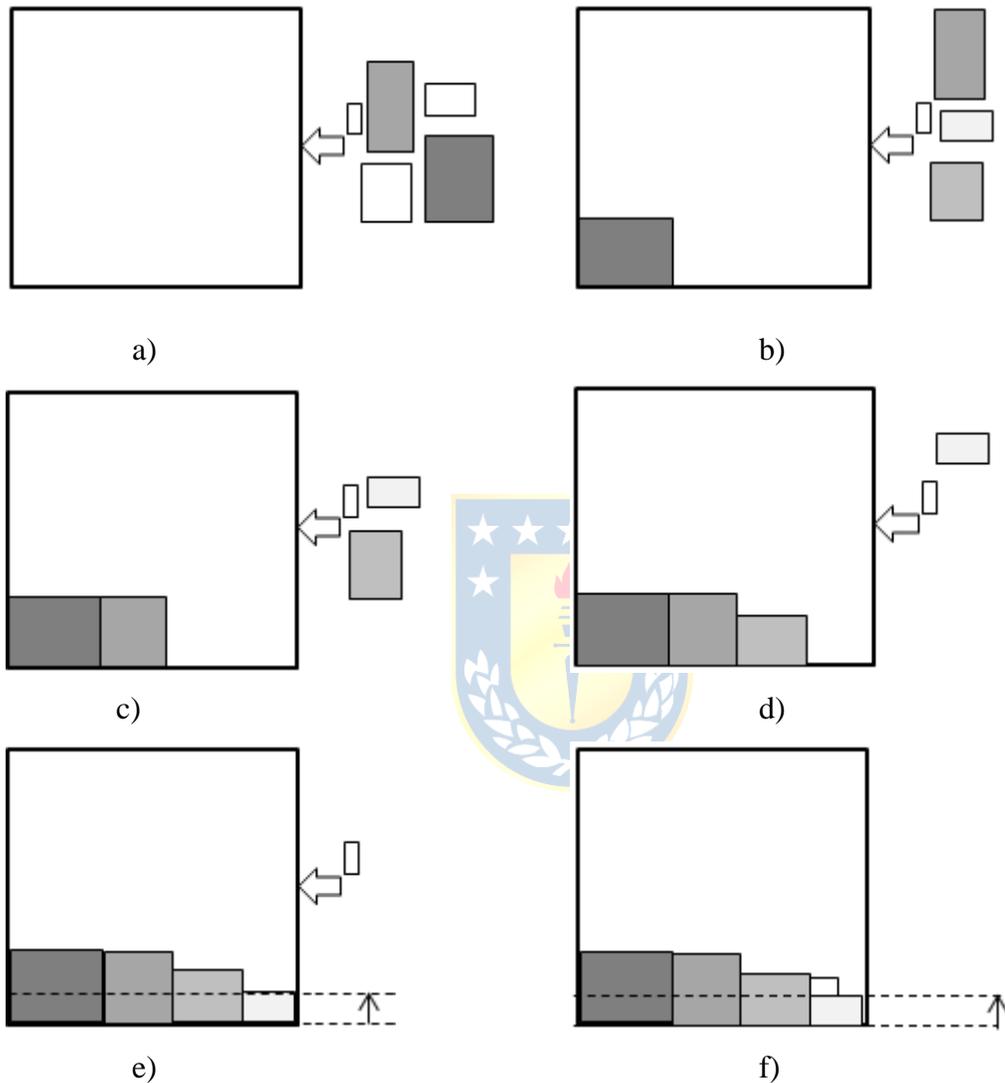


Figura 11. Representación del algoritmo de construcción en contenedor de dimensiones en [u.m], con 5 tipos distintos de cajas. **a)** Cajas a empacar. **b)** Ingresa la caja más grande en el punto más izquierdo y más bajo. **c)** Ingresa la segunda caja más grande que la anterior, en el punto más izquierdo y más bajo. **d)** Ingresa la tercera caja más grande que la anterior, en el punto más izquierdo y más bajo. **e)** Ingresa la cuarta caja más grande que la anterior, en el en el punto más izquierdo y luego más bajo (aún no sube la cota). **f)** Última caja en el punto más izquierdo y más bajo en sentido horizontal (aumenta la cota).

En la representación del problema, se crea un vector de solución el cual es un identificador propio de cada caja y su respectivo número de encajamiento. En la siguiente sección se representa el vector y la forma de búsqueda de mejores soluciones.

5.5. Búsqueda de mejores soluciones: *Simulated Annealing*

Una vez obtenida una solución, se pasa a la siguiente etapa. Esta etapa la realiza el algoritmo *Simulated Annealing*. Para la búsqueda de un vecindario, SA busca de manera aleatoria y selecciona dos elementos de cada vector y luego los intercambia. En la Figura 12, se ilustra el algoritmo de búsqueda de vecindario. En la Figura 13, se muestra una representación esquemática del algoritmo descrito en la Figura 12.

Figura 12. Búsqueda de Vecindario

Paso 1: Aleatoriamente, seleccionar dos elementos del vector.

Paso 2: Intercambiar de posición, los dos elementos seleccionados del vector.

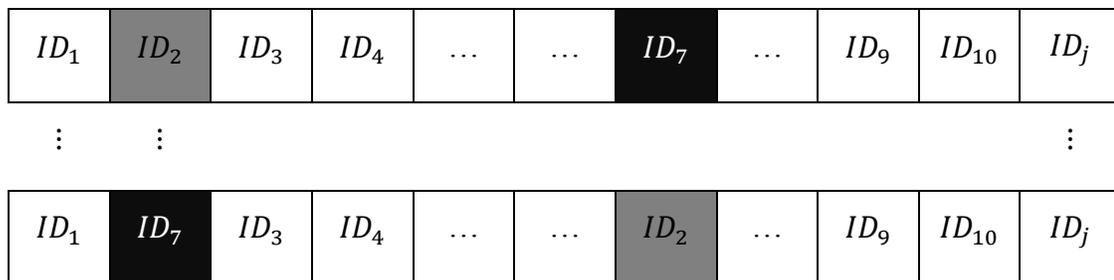


Figura 13. Búsqueda de vecindario. Paso 1: Aleatoriamente seleccionar dos elementos del vector (en este caso, ID_2 e ID_7); Paso 2: Intercambiar los elementos seleccionados en el vector.

Figura 14. Pseudocódigo Simulated Annealing. Reproducido de (Hinostrroza et al., 2013)

```
x = [solución inicial]; i = 0
Mientras [condición de detención no se cumple] hacer
    T = FunciónEnfriamiento(i)
    i = i + 1
    Mientras [condición local de detención no se cumple] hacer
        x* = ElegirVecino(x)
         $\Delta E = F(x^*) - F(x)$ 
        Si  $\Delta E \leq 0$  entonces
            x = x*
        Sino r = [número aleatorio entre 0 y 1]
            Si  $r = e^{(-\Delta/kT)}$  entonces x = x*
        Fin Si
    Fin Si
Fin Mientras
Fin Mientras
[Entregar solución x]
```



La implementación de la metaheurística según (Hinostrroza et al., 2013) plantea que existen decisiones genéricas y específicas a considerar. Tomar decisiones acertadas tanto a nivel genérico como específico es equivalente a conjugar un conjunto de parámetros adecuados, de los cuales no sólo se busca un efecto aditivo, sino que un efecto sinérgico para la obtención de soluciones de calidad.

Las decisiones que los autores plantean son reproducidas en esta investigación, considerando que la metaheurística *Simulated Annealing*, ha sido probada en el empaque de rectángulos en contenedores circulares, ellos dejan planteada la alternativa de probar en otro contenedor. Por lo tanto, la parametrización usada, se muestra resumida en la siguiente tabla. Ver Tabla 8.

Decisiones	Parámetros	Definición
Decisiones genéricas	Temperatura inicial	Ni alta, ni baja. Debe permitir búsqueda en todo el espacio de solución y obtener convergencia.
	Temperatura final	Si es 0, puede provocar mucho tiempo de búsqueda. Por el contrario, si se fija muy alto es posible no alcanzar un óptimo local.
	Función de temperatura	<i>Disminución geométrica</i> en función del parámetro α . Valores entre 0,8 y 0,99 entregan buenos resultados.
	Número de iteraciones	Número de transiciones.
	Criterio de detención	Dos opciones: alcanzar una temperatura final o un número de iteraciones sin mejora.
Decisiones específicas	Representación de la solución	Vector de solución factible.
	Vecindad de solución	Obtención de vecinos.
	Selección de solución inicial	Vector de solución proveniente del algoritmo de construcción.
	Función de evaluación	Diferencia entre el área total del contenedor rectangular ingresado y la suma de las áreas de los n rectángulos incluidos en la solución.

Tabla 8. Parametrización metaheurística *Simulated Annealing*. Reproducido de (Hinostroza et al., 2013).

5.6. Instancias computacionales.

La implementación computacional es llevada a cabo con C++ en el entorno *Code::Blocks* 12.1 para la compilación de la heurística de ordenamiento y *Simulated Annealing*. También, existe una representación gráfica de cada instancia en que se aplica de *Simulated Annealing* en MATLAB®, en su versión R2012b. Ambos software son implementados en un ordenador con procesador Intel® Core™ i3 con la característica de poseer 2 núcleos de procesamiento. El ordenador posee memoria RAM de 2 GB y frecuencia de 4.3 Giga-Hertz.

6. Resultados

En este capítulo se detallan los resultados alcanzados con la metodología propuesta. Para conseguir lo anterior, se decide cuál es la mejor propuesta de gestión de REAS especiales cortopunzantes en zonas de almacenamiento por medio de la herramienta *AHP* y se evalúan los resultados obtenidos en ExpertChoice. Luego se representan las dimensiones del problema, es decir, las medidas de las cajas que serán sometidas a *packing* y las del contenedor. Posteriormente, se entregan los vectores que deben ser ordenados con el *algoritmo de ordenamiento y de construcción*. Se entregan representaciones para cada instancia propuesta y se muestran las mejores soluciones por medio de *Simulated Annealing*. Por último, en la sección 6.5 se muestran resultados de la aplicación y búsqueda de instancias computacionales.



6.1. AHP y ExpertChoice

Normalización de Matrices de Comparación de Alternativas

La Tabla 9.a muestra la matriz de comparación *par-a-par* de alternativas con sus respectivos valores de la escala fundamental de Saaty. La Tabla 9.b representa la matriz anterior, pero normalizada, según metodología.

a) RESPETAR REAS	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alternativa 1	1	3	3
Alternativa 2	1/3	1	2
Alternativa 3	1/3	1/2	1
b) COSTOS	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alternativa 1	1	2	7
Alternativa 2	1/2	1	7
Alternativa 3	1/7	1/7	1
c) HIGIENE	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alternativa 1	1	3	5
Alternativa 2	1/3	1	3
Alternativa 3	1/5	1/3	1

Tabla 9.a. **a)** Matriz de Comparación de Alternativas con respecto al criterio “Respetar REAS” en Zona de Almacenamiento en función de Escala de Saaty (Saaty, 2001). **b)** Matriz de Comparación de Alternativas con respecto al criterio “Costos” en Zona de Almacenamiento en función de Escala de Saaty (Saaty, 2001). **c)** Matriz de Comparación de Alternativas con respecto al criterio “Higiene” en Zona de Almacenamiento en función de Escala de Saaty (Saaty, 2001). Fuente: Centro Decisor definido.

a) Respetar REAS	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alternativa 1	0,154	0,250	0,143
Alternativa 2	0,077	0,125	0,143
Alternativa 3	0,769	0,625	0,714
b) Costos	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alternativa 1	0,241	0,231	0,412
Alternativa 2	0,724	0,692	0,529
Alternativa 3	0,034	0,077	0,059
c) Higiene	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alternativa 1	0,222	0,333	0,200
Alternativa 2	0,111	0,167	0,200
Alternativa 3	0,667	0,500	0,600

Tabla 9.b. Matrices normalizadas de comparación de alternativas, en la zona de almacenamiento. **a)** Matriz normalizada de alternativas, en función del Criterio “Respetar REAS”. **b)** Matriz normalizada de alternativas, en función del Criterio “Costos”. **c)** Matriz normalizada de alternativas, en función del Criterio “Higiene”.

Desarrollo de Vector de Prioridad de Alternativas en función de Criterios.

En la Tabla 10, se muestra el vector de prioridad de alternativas en función del criterio “Respetar REAS”, el Vector de Prioridad de Alternativas en función del criterio “Costos” y el vector de prioridad de alternativas en función del criterio “Higiene”.

La Tabla 10, muestra en la primera columna las alternativas. La segunda, el vector de prioridad de las alternativas en función del criterio Respetar REAS. La tercera, la prioridad de alternativas en función del criterio Costos. La cuarta, muestra la prioridad de alternativas en función del criterio Higiene.

	Vector de prioridades en zona de almacenamiento		
	Respetar REAS	Costos	Higiene
Alternativa 1	0,182	0,295	0,252
Alternativa 2	0,115	0,649	0,159
Alternativa 3	0,703	0,057	0,589

Tabla 10. Vectores de Prioridad de Alternativas, para la Zona de Almacenamiento. **a)** Vector de Prioridad de alternativas, en función del Criterio “Respetar REAS”. **b)** Vector de Prioridad de alternativas, en función del Criterio “Costos”. **c)** Vector de Prioridad de alternativas, en función del Criterio “Higiene”.

Verificar Cuociente de Consistencia.

La Tabla 11, muestra los cuocientes de consistencia, *CR*, de las tres matrices de comparación de alternativas en función de los criterios establecidos para la Zona de Almacenamiento.

La primera columna muestra el nombre de las matrices de comparación de Alternativas en función de cada criterio y la segunda columna muestra el valor de *CR* de cada matriz.

Matriz en función de	Cuociente de Consistencia (CR)
Respetar REAS	0,052
Costos	0,052
Higiene	0,037

Tabla 11. Cuocientes de Consistencia (CR), para cada matriz de comparación de alternativas para la Zona de Almacenamiento.

Normalización de Matrices de Comparación de Criterios.

En la Tabla 12, se muestra la matriz normalizada de comparación de criterios para la zona de almacenamiento.

	Respetar REAS	Costos	Higiene
Respetar REAS	0,545	0,667	0,400
Costos	0,182	0,222	0,400
Higiene	0,273	0,111	0,200

Tabla 12. Matriz Normalizada de Comparación de Criterios, en la Zona de Almacenamiento

Desarrollo de Vector de Prioridad de Criterios.

En la Tabla 13, se muestra el vector de prioridad de los criterios establecidos en la zona de almacenamiento. En la primera columna se muestran los criterios y la segunda columna la prioridad de estos.

Criterios	Prioridad
Respetar REAS	0,537
Costos	0,268
Higiene	0,195

Tabla 13. Vector de Prioridad de Criterios de la Zona de Almacenamiento.

Desarrollo de Vector de Prioridad de Global.

El vector de prioridad global de la zona de almacenamiento, descrito en la sección 5.1 de Metodología, se muestra en la Tabla 14, donde las primeras 3 columnas son los vectores de prioridad de alternativas en función de cada criterio (respetando: REAS-Costos-Higiene) formando una matriz de prioridad de alternativas multiplicada, por la cuarta columna que corresponde al vector de prioridad de criterios. Este producto, que viene de la relación 15, entrega el vector de prioridad global para elegir la mejor decisión en la zona de almacenamiento.

Vectores de prioridad				
Alternativas			Criterios	Global
En función de Respetar REAS	En función de Costos	En función de Higiene		
0,589	0,571	0,633	0,537	0,593
0,252	0,363	0,260	0,268	0,283
0,159	0,066	0,106	0,195	0,124

Tabla 14. Vector de Prioridad Global, para la Zona de Almacenamiento.

ExpertChoice en Zona de Almacenamiento.

En la Figura 15 se muestra el diagrama jerárquico entregado por el software.

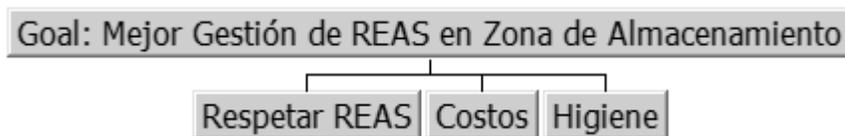


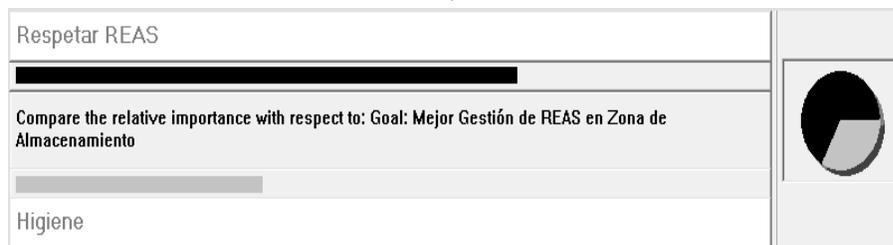
Figura 15. Árbol jerárquico de decisión entregado por ExpertChoice, para la Zona de Almacenamiento.

Fuente: ExpertChoice Desktop, versión 3.06.

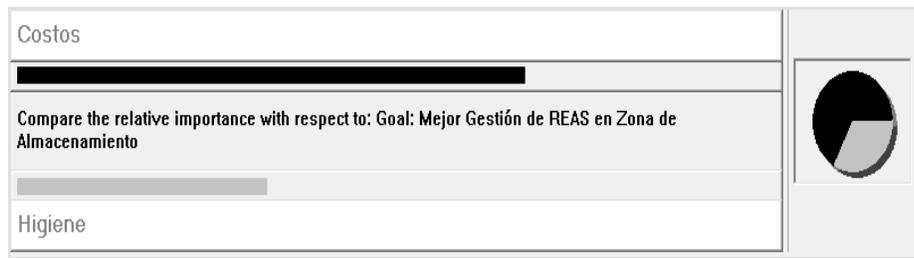
En la Figura 16, se muestran las comparaciones Par-a-Par de criterios de la Zona de Almacenamiento entregados por ExpertChoice.



a)



b)



c)

Figura 16. Comparación par-a-par de criterios en zona de almacenamiento. a) “Respetar REAS” vs “Costos”. b) “Respetar REAS” vs “Higiene”. c) “Costos” vs “Higiene”. Fuente: Expert Choice Desktop, versión 3.06.

En la Figura 17, se muestra la preferencia porcentual de las alternativas propuestas con respecto a las prioridades de los criterios.

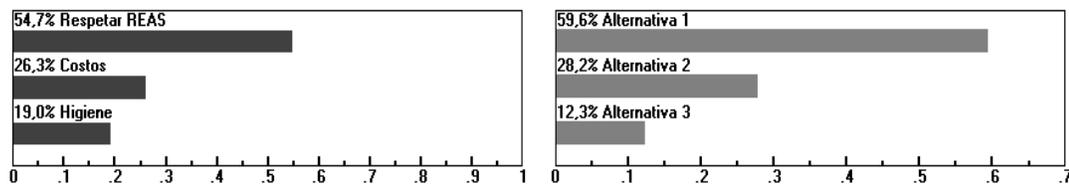


Figura 17. Resultados zona de almacenamiento. Vector de prioridad global de criterios y vector de prioridad global en zona de almacenamiento. Fuente: ExpertChoice Desktop, versión 3.06.

6.2. Dimensiones de los elementos sometidos a *Packing*

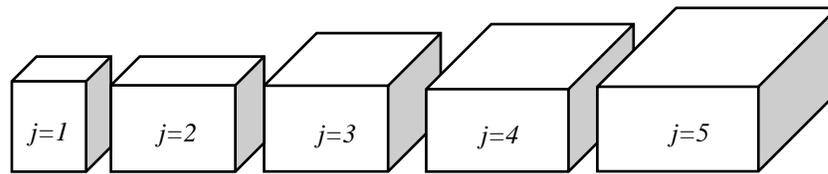


Figura 18. Designación de *índice* (j) para cada caja.

Considerando, 5 cajas, cuyas medidas son presentadas en la Tabla 15.

Caja (j)	Largo (l_j)	Ancho (w_j)
1	1	1
2	2	1
3	2	2
4	2	3
5	3	4

Tabla 15. Largo y ancho de cada caja en unidades de medida [$u. m.$].

El contenedor posee las siguientes dimensiones: Largo (L_{nivel}) = 15 [$u. m.$]; Ancho (W_{nivel}) = 20 [$u. m.$] y Área (A_{nivel}) = 300 [$u. m.$].

6.3. Algoritmo de ordenamiento y construcción

En esta investigación se realizan 50 instancias para probar los algoritmos. Las 5 primeras prueban el problema de *packing* con cada tipo de caja para cada una, es decir, en la instancia 1 sólo cajas tipo $j=1$, en la instancia 2, sólo cajas tipo $j=2$, en la instancia 3, sólo cajas tipo $j=3$, en la instancia 4, sólo cajas tipo $j=4$ y en la instancia 5, sólo cajas tipo $j=5$. Desde la instancia 6 a la 22, aumenta proporcionalmente el número de cajas combinadas desde 20 hasta 100. Por último, desde las instancias 23 a 50, se muestran listas con cantidades aleatorias de cada tipo de cajas.

6.3.1. Instancias 1 a 5, listas LME-*i* (instancias de Listas-Modelo-Exacto)

En la Tabla 16, se muestran las instancias 1 a 5. En cada una sólo se empacan cajas de un mismo tipo. Como son 5 cajas distintas, se realizan 5 instancias para conocer la cantidad máxima empacada en un contenedor de 300 [u. m.]. En la primera columna se señala el nombre de cada lista (notar que, según metodología, corresponden a listas *LME-i*). La segunda, muestra el tipo de caja *j*. Por último, la tercera, muestra cuantas cajas fueron empacadas en total.

Instancia	Caja <i>j</i>	Cajas empacadas
LME-1	1	300
LME-2	2	150
LME-3	3	70
LME-4	4	42
LME-5	5	25

Tabla 16. Listas *LME-i*, correspondientes a instancias de *packing* de cada tipo de caja de forma independiente.

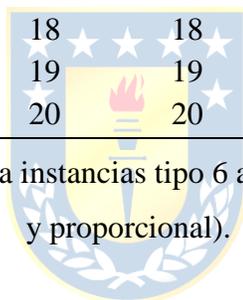
6.3.2. Instancias 6 a 20, listas LCP-*i* (instancias de Listas-Cajas-Proporcionales)

En esta sección, se muestran las instancias 6 a 22, las cuales presentan la forma de empaque combinado, es decir, se somete a *packing* todas las cajas en el contenedor.

En la Tabla 17, para cada instancia se representa de forma proporcional el empaque combinado de cajas. En la primera columna se muestra cada lista *LCP-i*. En la segunda columna existen 5 subcolumnas que representan la cantidad de cajas de cada tipo *j*. En la séptima columna se muestra cuantas cajas son empacadas en el contenedor de 300 [u. m.]².

Instancia	Cantidad de cajas tipo j					Cajas empacadas
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	
LCP-6	4	4	4	4	4	20
LCP-7	5	5	5	5	5	25
LCP-8	6	6	6	6	6	30
LCP-9	7	7	7	7	7	35
LCP-10	8	8	8	8	8	40
LCP-11	9	9	9	9	9	45
LCP-12	10	10	10	10	10	50
LCP-13	11	11	11	11	11	55
LCP-14	12	12	12	12	12	60
LCP-15	13	13	13	13	13	48
LCP-16	14	14	14	14	14	46
LCP-17	15	15	15	15	15	39
LCP-18	16	16	16	16	16	40
LCP-19	17	17	17	17	17	39
LCP-20	18	18	18	18	18	37
LCP-21	19	19	19	19	19	41
LCP-22	20	20	20	20	20	37

Tabla 17. Listas $LCP-i$, correspondientes a instancias tipo 6 a 22 (*packing* de cajas en forma combinada y proporcional).



6.3.3. Instancias 23 a 50, listas LCA-*i* (instancias de Listas-Cajas-Aleatorias)

A continuación se muestran las instancias 23 a 50 (Tabla 18), correspondientes a las listas LCA-*i*, donde la cantidad de cajas *j* es aleatoria, para cada instancia.

Instancia	Cantidad de cajas tipo <i>j</i>					Cajas empacadas
	<i>j</i> = 1	<i>j</i> = 2	<i>j</i> = 3	<i>j</i> = 4	<i>j</i> = 5	
LCA-23	18	15	24	32	12	43
LCA-24	12	22	10	5	13	62
LCA-25	17	22	13	18	2	72
LCA-26	40	30	22	12	17	37
LCA-27	24	6	33	1	14	49
LCA-28	24	50	31	9	16	41
LCA-29	12	50	23	10	10	57
LCA-30	100	22	12	14	18	37
LCA-31	20	6	45	1	8	66
LCA-32	150	10	10	2	2	174
LCA-33	34	17	18	6	15	45
LCA-34	8	22	11	17	3	61
LCA-35	42	8	17	15	7	89
LCA-36	9	60	2	18	1	90
LCA-37	38	57	9	12	4	112
LCA-38	44	60	20	6	6	88
LCA-39	30	17	1	11	13	72
LCA-40	25	59	24	9	2	102
LCA-41	30	11	30	25	9	53
LCA-42	11	66	10	17	12	28
LCA-43	58	44	13	8	5	122
LCA-44	9	12	40	31	16	40
LCA-45	47	33	1	12	1	94
LCA-46	6	21	15	28	9	52
LCA-47	17	12	45	12	4	67
LCA-48	94	14	16	16	6	92
LCA-49	60	1	11	17	2	91
LCA-50	82	32	6	12	6	124

Tabla 18. Listas LCA-*i*, correspondientes a instancias 23 a 50.

6.3.4. Listas LSA-i, búsqueda de mejores soluciones (instancias de Listas-Simulated-Annealing)

En esta lista, están representadas (si es que es posible) las instancias en que *Simulated Annealing* encuentra una mejor solución.

Toda la lista está compuesta por 44 instancias, puesto que se usa como solución inicial el “vector solución” entregado por la heurística de ordenamiento y construcción de las listas LCP-*i* y LCA-*i*. Es necesario notar que, las instancias 1 a 5, correspondientes a la lista LME-*i*, no son consideradas por la sencilla razón en que ya no es posible mejorarlas porque son listas que consideran todos los rectángulos (o cajas) propuestos por sí solos. Esto también ocurre para aquellas listas, del conjunto LCP-*i* y LCA-*i*, en que no fueron empacados todos los rectángulos.

6.4. *Simulated Annealing*

La Tabla 8, proporciona todos los parámetros asociados a *Simulated Annealing*. A continuación se entregan los parámetros genéricos (fuente: Hinostriza et al., 2013) usados en este trabajo. Ver Tabla 19.



Parámetros	Valor de asignación
Temperatura inicial	50
Temperatura final	0,1
α (función de temperatura)	0,98
Número de iteraciones	5
Función de evaluación	Geométrica (α)

Tabla 19. Parámetros usados para la implementación de *Simulated Annealing* (extraído de Hinostriza et al., 2013).

6.5. Instancias computacionales

Las instancias computacionales, muestran: el porcentaje de uso del área del contenedor de las cajas; el tiempo de ejecución y en algunos casos, la representación gráfica de empaque (LME, LCP, LCA y LSA).

La Tabla 20, está distribuida en 5 partes: instancias LME, LCP, LCA y LSA, respectivamente. La Tabla 20.d y 20.e muestran el porcentaje de uso, tiempo de ejecución y cantidad de cajas empacadas de cada instancia LSA.

Lista LME- <i>i</i>	Área total de la lista en [u.m.]	Área utilizada [%]	Tiempo de ejecución [s]
LME-1	300	100	0,874
LME-2	300	100	0,420
LME-3	280	93,3	0,302
LME-4	252	84	0,307
LME-5	300	100	0,114

Tabla 20.a) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LCA.

Lista LCP- <i>i</i>	Área total de la lista en [u. m.] ²	Área utilizada [%]	Tiempo de ejecución [s]
LCP-6	100	33,3	0,041
LCP-7	125	41,6	0,085
LCP-8	150	50	0,091
LCP-9	175	58,3	0,114
LCP-10	200	66,7	0,107
LCP-11	225	75	0,146
LCP-12	250	83,3	0,129
LCP-13	275	91,6	0,183
LCP-14*	280	93,3	0,165
LCP-15	300	100	0,178
LCP-16	300	100	0,172
LCP-17	300	100	0,180
LCP-18	300	100	0,180
LCP-19	300	100	0,168
LCP-20	300	100	0,170
LCP-21	300	100	0,184
LCP-22	300	100	0,172

Tabla 20.b) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LCP.

Lista LCP- <i>i</i>	Área total de la lista en [u.m.]	Área utilizada [%]	Tiempo de ejecución [s]
LCA-23	300	100	0,168
LCA-24	282	94	0,169
LCA-25	245	81,6	0,127
LCA-26	300	100	0,169
LCA-27	300	100	0,131
LCA-28	300	100	0,191
LCA-29	300	100	0,236
LCA-30	300	100	0,210
LCA-31	300	100	0,200
LCA-32	246	82	0,420
LCA-33	300	100	0,160
LCA-34	234	78	0,150
LCA-35	300	100	0,220
LCA-36	257	85,6	0,230
LCA-37	300	100	0,334
LCA-38	300	100	0,304
LCA-39	290	96,6	0,173
LCA-40	300	100	0,327
LCA-41	300	100	0,194
LCA-42	300	100	0,183
LCA-43	300	100	0,300
LCA-44	300	100	0,129
LCA-45	201	67	0,238
LCA-46	300	100	0,209
LCA-47	300	100	0,148
LCA-48	300	100	0,252
LCA-49	232	77,3	0,254
LCA-50	300	100	0,331

Tabla 20.c) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LCA.

Lista LSA- <i>i</i>	Área total de la lista en [u.m.]	Área utilizada [%]	Tiempo de ejecución [s]	Cajas empacadas
LSA-14	300	100	59,441	58
LSA-15	300	100	46,200	62
LSA-16	300	100	67,843	62
LSA-17	300	100	71,041	65
LSA-18	300	100	77,065	64
LSA-19	300	100	79,713	72
LSA-20	300	100	114,119	66
LSA-21	300	100	132,623	66
LSA-22	300	100	149,306	67

Tabla 20.d) Porcentajes de uso y tiempos de ejecución de cada lista LSA. Instancias desde la 6 a 22, provenientes del vector solución de listas LCP.

Lista LSA- <i>i</i>	Área total de la lista en [u.m.]	Área utilizada [%]	Tiempo de ejecución [s]	Cajas empacadas
LSA-23	300	100	155,053	74
LSA-26	300	100	96,409	90
LSA-27	300	100	51,883	70
LSA-28	300	100	159,024	85
LSA-29	300	100	90,242	86
LSA-30	300	100	155,143	109
LSA-31	298	99,3	59,957	80
LSA-33	300	100	86,108	82
LSA-35	288	96	35,461	89
LSA-37	300	100	40,098	117
LSA-38	300	100	90,387	122
LSA-40	300	100	61,402	112
LSA-41	300	100	110,100	67
LSA-42	300	100	119,828	97
LSA-43	300	100	42,600	125
LSA-44	300	100	200,794	62
LSA-46	300	100	94,589	64
LSA-47	300	100	71,031	83
LSA-48	300	100	67,321	137
LSA-50	300	100	48,640	128

Tabla 20.e) Listas LSA, instancias desde la 23 a 50, provenientes del vector solución de listas LCA.

6.5.1. Representación gráfica de packing de instancias

En la Figura 19, se muestran casos de cada lista propuesta.

30	39	38	37	36	35	34	33	32	31
20	9	8	7	6	5	4	3	2	1
10	19	18	17	16	15	14	13	12	11
40	69	68	67	66	65	64	63	62	61
70	79	78	77	76	75	74	73	72	71
60	49	48	47	46	45	44	43	42	41
50	59	58	57	56	55	54	53	52	51



39	38	37	36	35	34	33	18	14	15
							9	55	40
49	50	51	52	54				48	41
43	44	53	46	47			11	45	10
59	58	57	56					42	12
									13
									3
64	63	62	61	60					
69	68	67	66	65					

19.b)

33	41	40	39	38	37	36	35	34	0	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	
42	18	17	16	15	14	13	12	22		9	8	7	6	5	4	3	2	1		
44	47	48	53		52	51	50	66	49		43									
57	56	55	20		63	62	61	60	59	58	19									
81	65	64	11		77		78	79	80											
75	76		54	71		72	73	74												
83		82		69		67	68	70												
88		87		86		85		84												

19.c)

95		87		61		52	88	85												
		55	20	53	53	90		37	80		40	70		58						
93		29	68		28	31	92		63		13	69		54						
		26			14	36			67		84		76							
59		56	25	66		72	50	33	11	48	88		65							
91		73		41	78		98		46		23	82		71						
				19					18		15	82		71						
27		16	45	38	89		60	74		94		97		43						
96				62		86		64		10		97		35						
75		32	83		79		34		24	30	81		39		17	42	12	51	21	
		49																		

19.d)

Figura 19. Representación de *packing* de listas: **a)** LME-3, donde existen 70 cajas empacadas. **b)** LCP-16, donde existen 46 cajas empacadas. **c)** LCA-35, donde existen 89 cajas empacadas. **d)** LSA-35, con 89 cajas empacadas.

Notar que cada imagen muestra el ID (identificador) de cada rectángulo según lo explicado en la Figura 13 y que el espacio no utilizado en el contenedor es de color gris.

6.5.2. Representación gráfica de convergencia *Simulated Annealing* en cada lista

A continuación, la implementación en MATLAB® muestra la convergencia a una mejor solución de cada instancia LSA-*i* mostrada en la Tabla 20.e). Cada Figura muestra en el eje de las abscisas el número de iteraciones y en el eje de ordenadas el *fit*, el cual representa el espacio disponible (que sobra) para empaque en cada iteración. Se muestran todos los casos en el Anexo, específicamente en las figuras A1.i) a A1.xxiv)

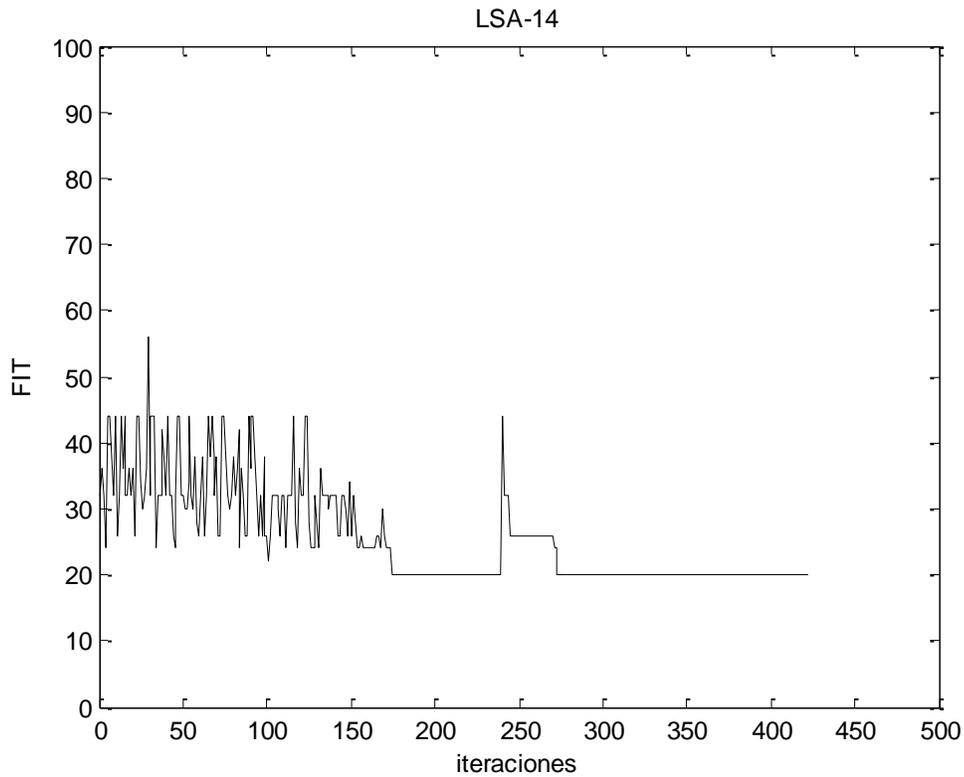


Figura 20. i)

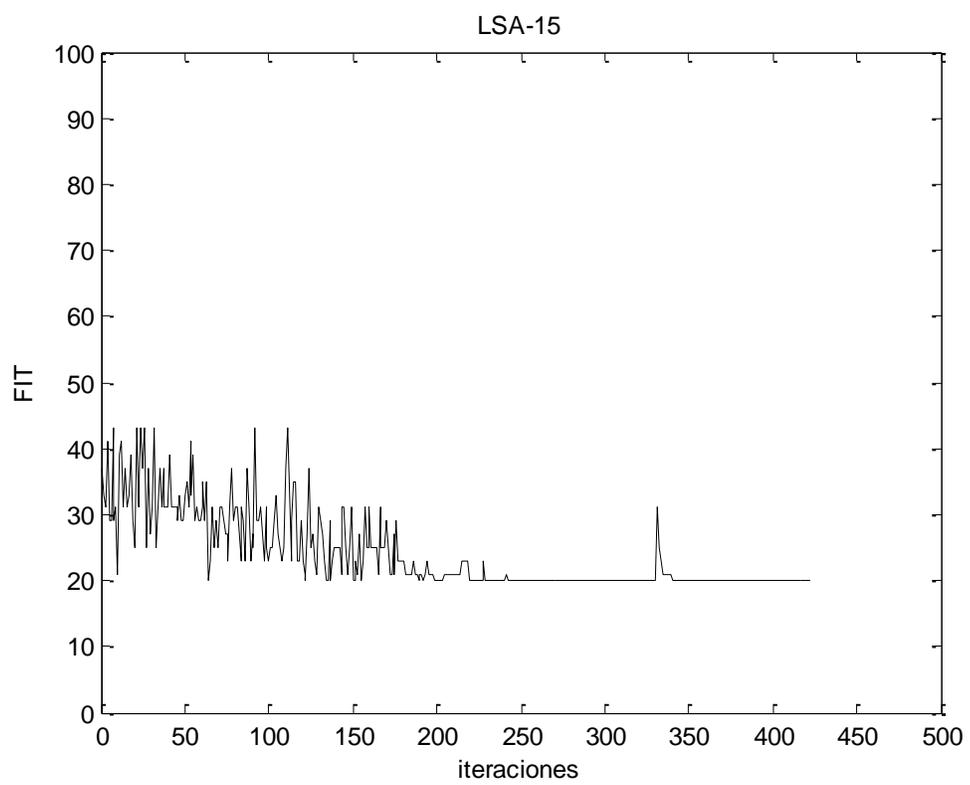


Figura 20. ii)

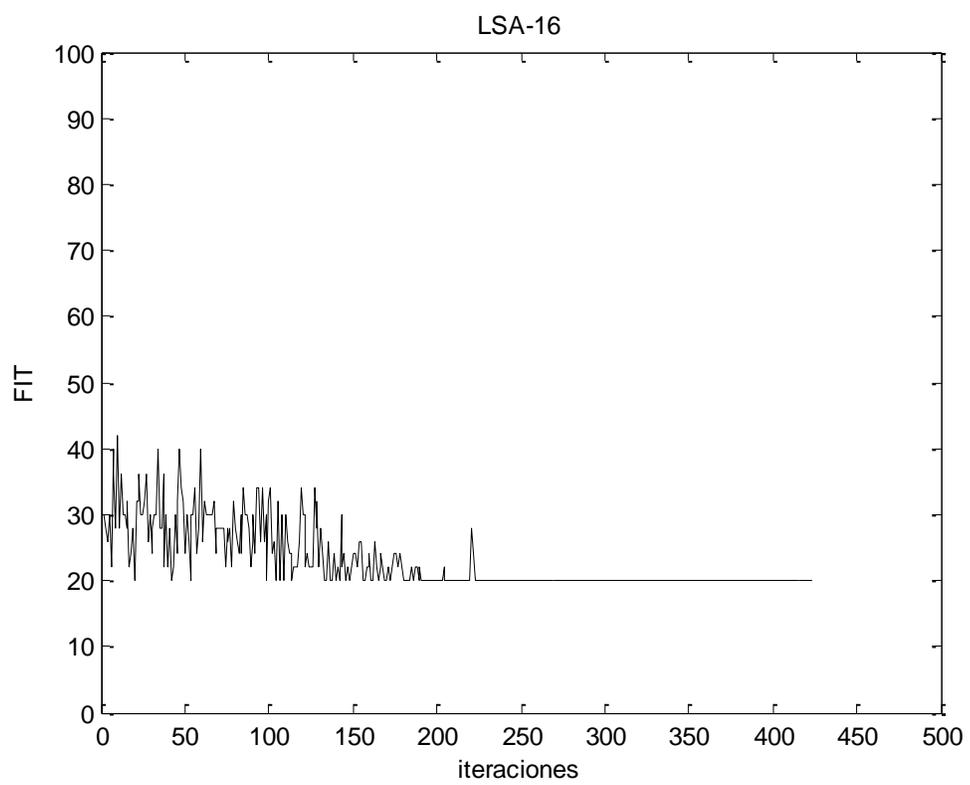


Figura 20. iii)

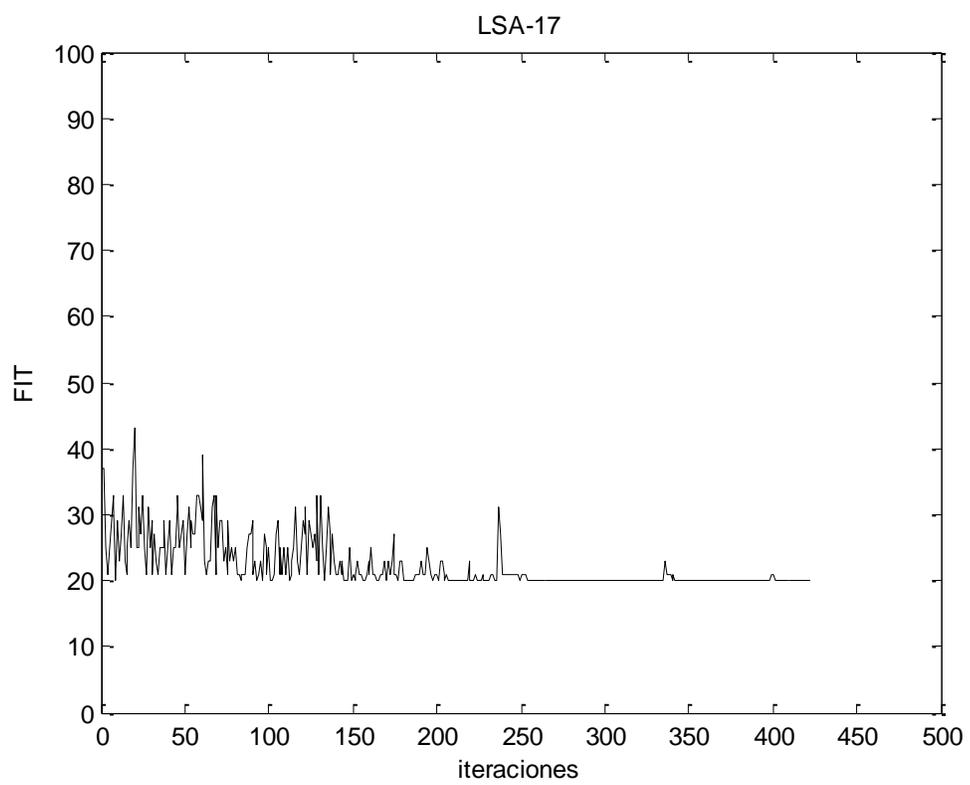


Figura 20. iv)

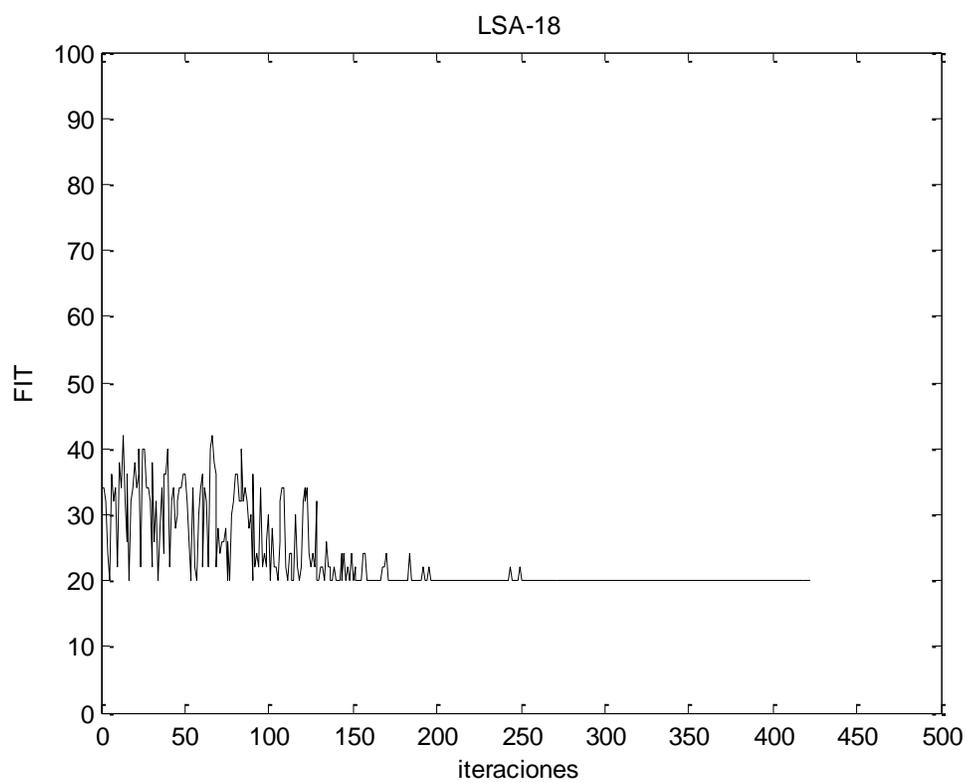


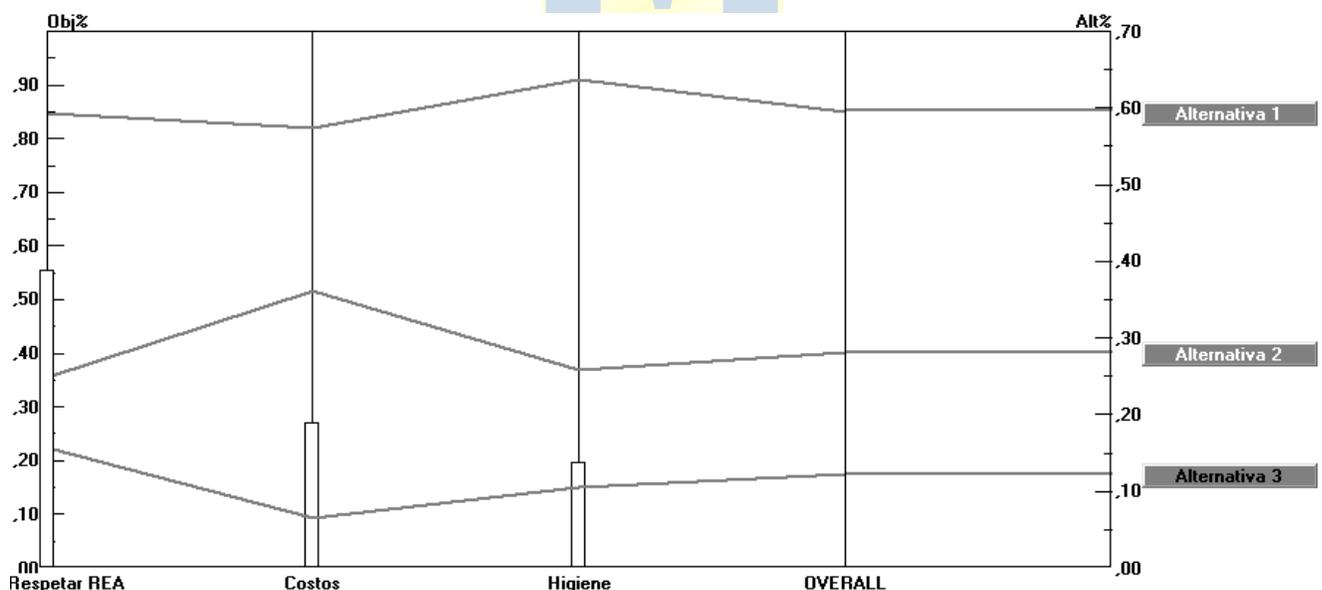
Figura 20. v)

Figura 20. Representación gráfica de la convergencia característica de Simulated Annealing hacia una mejor solución (o punto óptimo) de listas LSA-i.

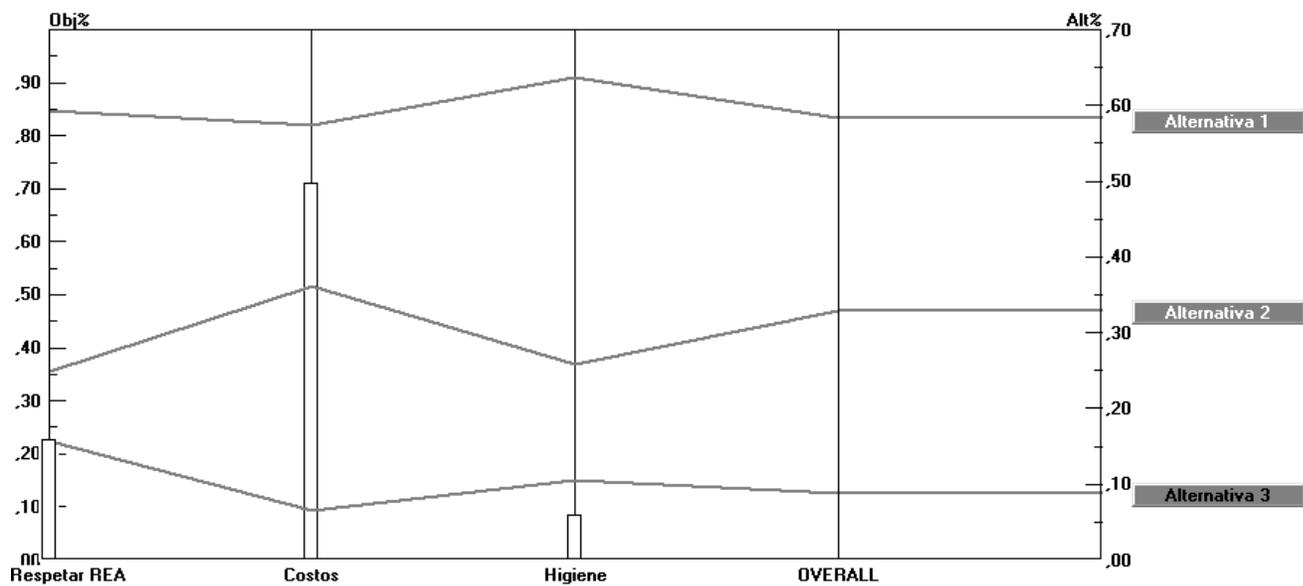
7. Análisis de resultados

7.1. Análisis de resultados en AHP

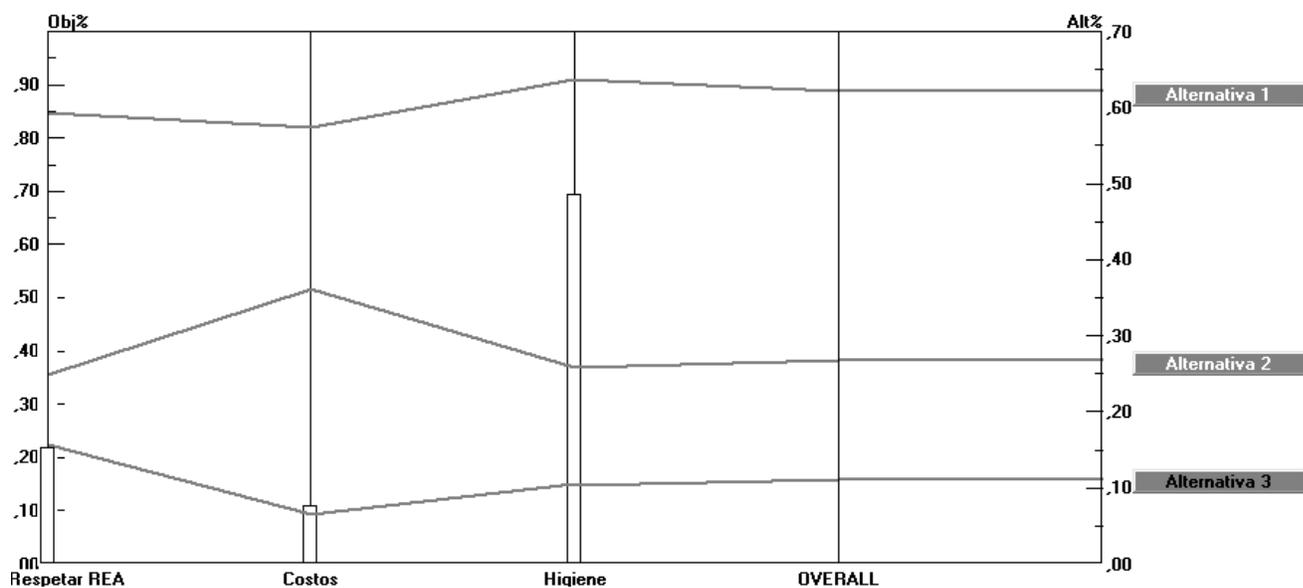
En la Zona de Almacenamiento el criterio más importante es Respetar *REAS* y en base a este se priorizó la Alternativa 1. En esta zona, nuevamente existe un criterio que está intensamente sobre los demás. El criterio “Respetar *REAS*” muestra baja sensibilidad al variar los demás criterios, provocando que la Alternativa 2 siga siendo primordial. En la figura 21.a) se muestra el gráfico de sensibilidad que entrega los resultados obtenidos en la sección de “Aplicación de *ExpertChoice*” de la zona de Almacenamiento. En la figura 21.b) se muestra la sensibilidad del algoritmo AHP al aumentar el criterio de costos, donde se puede apreciar que el criterio de Respetar *REAS* (principal enfoque de la alternativa 1) sigue siendo la alternativa de prioridad. La figura 21.c) muestra la sensibilidad del algoritmo AHP al aumentar el criterio de higiene, donde se puede apreciar que el criterio de Respetar *REAS* (principal enfoque de la alternativa 1) también sigue siendo la alternativa de prioridad.



a)



b)



c)

Figura 21. Gráficos de Sensibilidad de alternativas en función de criterios en zona de almacenamiento. **a)** Gráfica que muestra el resultado obtenido en la sección 6.7. **b)** Gráfica aumenta intensidad del criterio “Costos”. **c)** Gráfica aumenta intensidad del criterio “Higiene”. Fuente: Expert Choice Desktop, versión 3.06.

Los porcentajes de variación, mostrado en las figuras 21.a, 21.b y 21.c se basan en las decisiones de los expertos, es decir, de los miembros del centro decisor. Estas variaciones no están basadas en artículos científicos, simplemente se toma una diferencia considerable para ver las reacciones del algoritmo *AHP*.

El análisis anterior y los resultados obtenidos en esta zona con *AHP* demuestran que la mejor decisión, a modo general, es gestionar los residuos especiales (junto a los residuos sólidos asimilables a domiciliario) en una sala totalmente independiente de los residuos peligrosos, porque el 59,3% de preferencia es hacia la Alternativa 1, aun cuando se cambia las intensidades de prioridad de un criterio sobre otro para verificar si existe un cambio de decisión (Ver Figura 21). Es por esta razón, que se propone un modelo matemático para el ordenamiento de residuos especiales cortopunzantes dentro de las zonas de almacenamiento de todo centro asistencial de salud en función de la herramienta de packing, después del enfoque cualitativo aportado por la herramienta *AHP*, lo que deja una puerta abierta para futuras investigaciones en la aplicación de problemas de packing en, por ejemplo, la zona de almacenamiento para residuos peligrosos.



7.2. Análisis de resultados en el Problema de *Packing*

Se implementó un programa computacional en lenguaje C++, al cual se debe proporcionar, como datos de entrada, la lista de rectángulos y el contorno del recipiente contenedor. Como salida, el programa proporciona el arreglo factible donde se incluyen los rectángulos que se alcanzaron a empacar siguiendo el orden pre-establecido por la heurística o metaheurística.

La primera sesión de instancias, es decir, las listas LME-*i* que comprenden a las instancias 1 a 5, difieren de la clasificación establecida según (Wäscher et al., 2007). En el capítulo de Revisión Bibliográfica, se estableció que el modelo propuesto trabaja con figuras débilmente heterogéneas, es decir, con las cajas tipo *j*, pero en esta situación la tipología se transforma a un problema con cajas idénticas. Este cambio provoca que el problema sea de menos dificultad, sobre todo si la propuesta de las listas LME-*i* es empacar hasta llenar el contenedor, es decir, un modelo exacto.

La segunda sesión de instancias (listas LCP-*i*), empaacan de igual forma proporcional la cantidad de cada tipo de caja. La heurística de ordenamiento y construcción están diseñadas para el empaque de la mejor forma posible, incluso dejando fuera algunas cajas.

El arreglo factible entregado por la heurística será el vector de solución inicial para ser mejorado, si es que es posible, en *Simulated Annealing*.

La diferencia con la *heurística de ordenamiento* de Hinostraza et al., (2013) está en el recipiente contenedor para el cual fue diseñada la función constructora. Para formar una idea con respecto a otras heurísticas, los autores utilizan sólo la política de empaque lo más a la izquierda posible, no siendo el caso de (Burke et al., 2004), donde, utilizan tres criterios para empaacar el rectángulo entrante: lo más a la izquierda posible, junto al vecino más alto y junto al vecino más bajo.

Hay un importante hecho después de analizar las listas LCP-*i* y LCA-*i*. Estas listas corroboran que la heurística de ordenamiento tiene prioridad sobre las cajas más grandes. Esto es considerado, dentro de un centro de salud, una característica importante con respecto a la prevención de riesgos laborales dentro de las zonas de almacenamiento, ya que las cajas poseen residuos especiales cortopunzantes por lo que si son más grandes serán de mayor peso. Por esto, es preferible tener prioridad en empaacar en el orden de cajas grandes a pequeñas.

En una lista desordenada se deben examinar en cada búsqueda posiblemente los n rectángulos para estar seguros que no exista el de mejor empaque. Si se compara la heurística con las aplicadas por los autores señalados, en este estudio, al igual que Hinostraza et al., (2013), la heurística de ordenación ordena los rectángulos primero tomando en cuenta la altura, y no el ancho como la heurística *best fit* de (Burke et al., 2004).

Con respecto a la interacción entre la heurística de ordenación de rectángulos y la función constructora, ocurre lo siguiente. A partir de la información de la cantidad de REAS especiales cortopunzantes (lista de dimensiones de rectángulos) y el tamaño del contenedor (dimensiones del contenedor), se obtiene la lista de rectángulos, que fueron rotados y ordenados con altura decreciente, la cual es tomada por la función constructora y convertida en un arreglo factible de empaque que puede ser la mejor opción para la zona de almacenamiento de REAS. El proceso consta de una sola iteración, de la cual se obtiene la solución final con su función de evaluación asociada.

También, el concepto de congruencia es importante. La congruencia que presentan las cajas con el contenedor provoca que el empaque solo tenga espacios vacíos si es que no es posible entrar otra caja y no por el hecho de que sea imposible empacar un cuadrilátero sobre otra superficie diferente, por ejemplo, circular, donde es imposible no tener espacios perdidos debido a que no sean congruentes.

Otro factor importante es el tiempo de ejecución. Para las listas LME- i , el tiempo varía según el número de cajas, es decir, para la lista LME-1, donde solo se empacan cajas $j = 1$ (pequeñas), caben 300 cajas provocando un mayor tiempo de ejecución. Para la lista LME-2, donde solo se empacan cajas $j = 2$, caben 150 cajas, provocando la reducción de tiempo con respecto a la lista LME-1. Este patrón se repite hasta la lista LME-5, donde entran cajas 25 $j = 5$. La Figura 22 representa el comportamiento del tiempo de ejecución con respecto a cada lista LME- i .

El tiempo de ejecución en las listas LCP- i también presentan el mismo patrón anterior, es decir, un comportamiento lineal que tiende a aumentar levemente el tiempo. Esto ocurre porque la preferencia de ordenamiento de la heurística es siempre del rectángulo más grande al más pequeño. La Figura 23 representa el comportamiento del tiempo de ejecución con respecto a cada lista LCP- i .

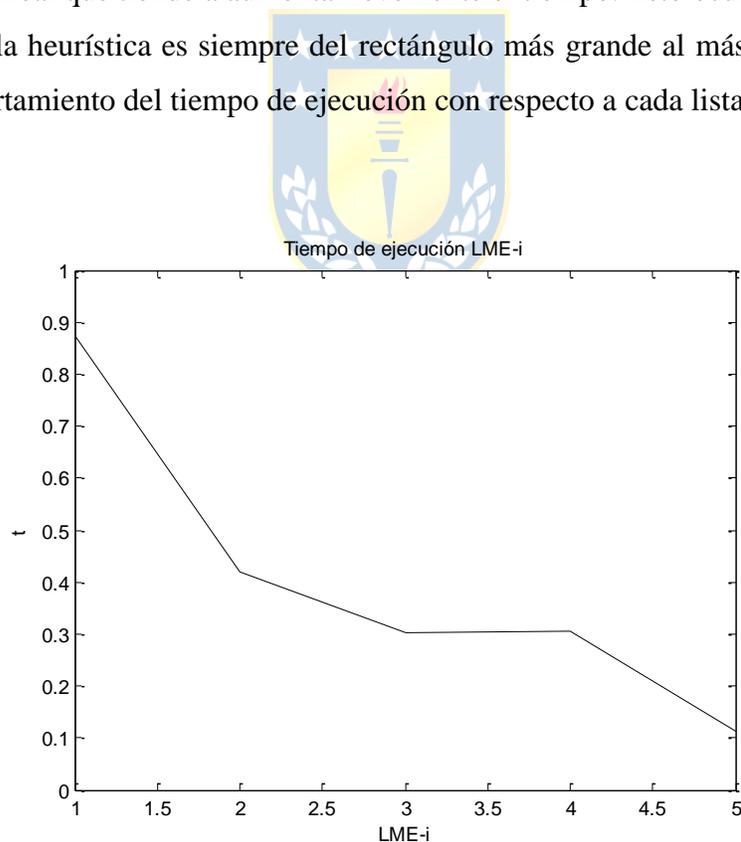


Figura 22. Relación tiempo de ejecución v/s instancia LME- i .

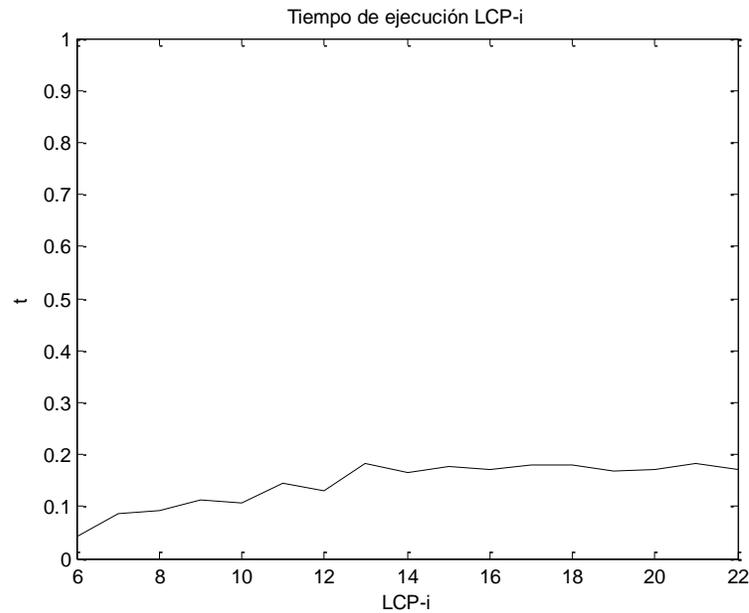


Figura 23. Relación tiempo de ejecución v/s instancia LCP-i.

El tiempo de ejecución en las instancias LCA-*i* tiene comportamiento aleatorio debido a la naturaleza de este tipo de listas. Es importante mencionar que el procedimiento en cada lista permitió corroborar que: a mayor número de cajas más grandes es menor el tiempo de ejecución (o mientras más cajas pequeñas el tiempo de ejecución es mayor) y mientras el contenedor tenga más espacio desocupado existe un mayor tiempo de ejecución. Se destaca que el espacio desocupado corresponde al *fit* de evaluación, por lo tanto, a mayor *fit* el tiempo de ejecución aumenta (no tan considerablemente como aumenta el tipo de caja que empaca). El mejor caso de la explicación anterior es la lista LCA-32, ya que posee 150 cajas $j = 1$, 10 cajas $j = 2$, 10 cajas $j = 3$, 2 cajas $j = 4$ y 2 cajas $j = 5$ y $fit = 54$ (o $246 [u. m.]^2$ de área utilizada). Ver Figura 24.

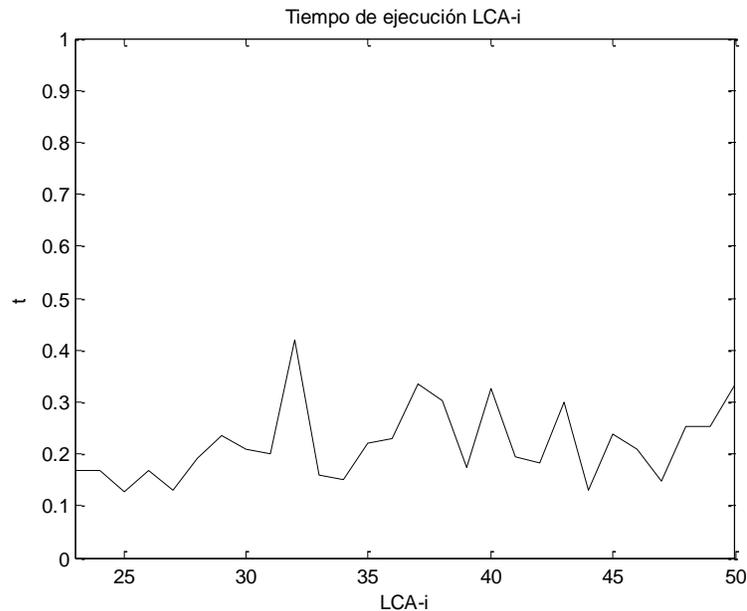


Figura 24. Relación tiempo de ejecución v/s instancia LCA-i.

Es importante destacar que en la implementación computacional en C++ de esta investigación, la función de evaluación *fit* presenta un *offset* de 20, es decir, el valor 20 representa $fit = 0$, ya que la compilación considera el “límite del contenedor” como un espacio dentro del área del mismo y representa el ancho superior del contenedor. Esto se verá representado posteriormente en las gráficas de convergencia de *Simulated Annealing*, donde todas presentan el valor $fit = 20$ como el punto de búsqueda donde se estabiliza y encuentra la mejor solución.

7.3. Análisis de resultados en *Simulated Annealing*

Los parámetros genéricos mostrados en la Tabla 19 del capítulo de Resultados son una buena elección según Hinostroza et al., (2013).

Para determinar cada valor fue necesario realizar un diseño experimental en base a estadísticas. La obtención de cada valor no asegura la entrega de una solución óptima, sino un camino hacia la búsqueda de valores apropiados.

La implementación de *Simulated Annealing* en esta investigación considera las propuestas por los autores mencionados, donde al abordar la justificación de cada parámetro se obtiene lo siguiente:

1. Existen soluciones de calidad para valores altos de α y el número de iteraciones. El parámetro α es característico de una disminución geométrica de la temperatura.
2. Para el parámetro de temperatura final ocurre lo contrario, ya que existen mejores soluciones para un valor bajo de este.
3. Con respecto al valor de la temperatura inicial, no existe cambios significativos al variar fuertemente su valor. Por lo tanto, en esta investigación se usó el valor de 10.

Los parámetros se adaptan muy bien al modelo planteado en esta investigación, acertando a la flexibilidad propuesta (Hinostroza et al., 2013).

Con respecto a los tiempos de ejecución, *Simulated Annealing* emplea mucho más tiempo que la heurística de ordenamiento. El comportamiento del tiempo aumenta a medida que el número de cajas aumenta, ya que al probar la metaheurística en las instancias LCP-*i* (aumento de cajas proporcionalmente) esta ocupa más tiempo a medida que se cambia a una lista con más cajas. Esto es compatible con los trabajos de (Hopper & Turton, 2001) donde indican que *Simulated Annealing* da buenos resultados pero que emplea mayor tiempo computacional.

Es importante destacar que el concepto de optimización, en base al modelo planteado y al vector de prioridad global entregado por *AHP*, presenta una disyuntiva en dos caminos: tiempo y número de cajas empacados. En esta investigación, el modelo matemático planteado tiene como función objetivo empacar el mayor número posible de cajas, por lo tanto, el tiempo (a nivel de gestión de operaciones en un centro de salud) no es importante, ya que los usuarios encargados de gestionar REAS deben ser cuidadosos para evitar accidentes laborales, por lo que ordenar las cajas a su debido tiempo, donde no existe automatización de ordenamiento, es crucial. El planteamiento anterior permite justificar el uso de *Simulated Annealing*, ya que da buenos resultados con un tiempo mayor de ejecución, el cual no es relevante. De todas maneras, en la Figura 25 se muestra el comportamiento del tiempo con respecto a cada instancia LSA-*i*. En la Figura 25.a se muestran el comportamiento del tiempo de las instancias LSA-14 a LSA-22, las cuales usaron como vector solución inicial el arreglo entregado por la heurística de ordenamiento en las instancias LCP-14 a LCP-22, respectivamente. En la Figura 25.b se muestran el

comportamiento del tiempo de las instancias LSA-22 a LSA-50 (a excepción de las instancias LSA-24, LSA-25, LSA-32, LSA-36, LSA-39, LSA-45, LSA-49), las cuales usaron como vector solución inicial el arreglo entregado por la heurística de ordenamiento en las instancias LCA-22 a LCA-50, respectivamente.

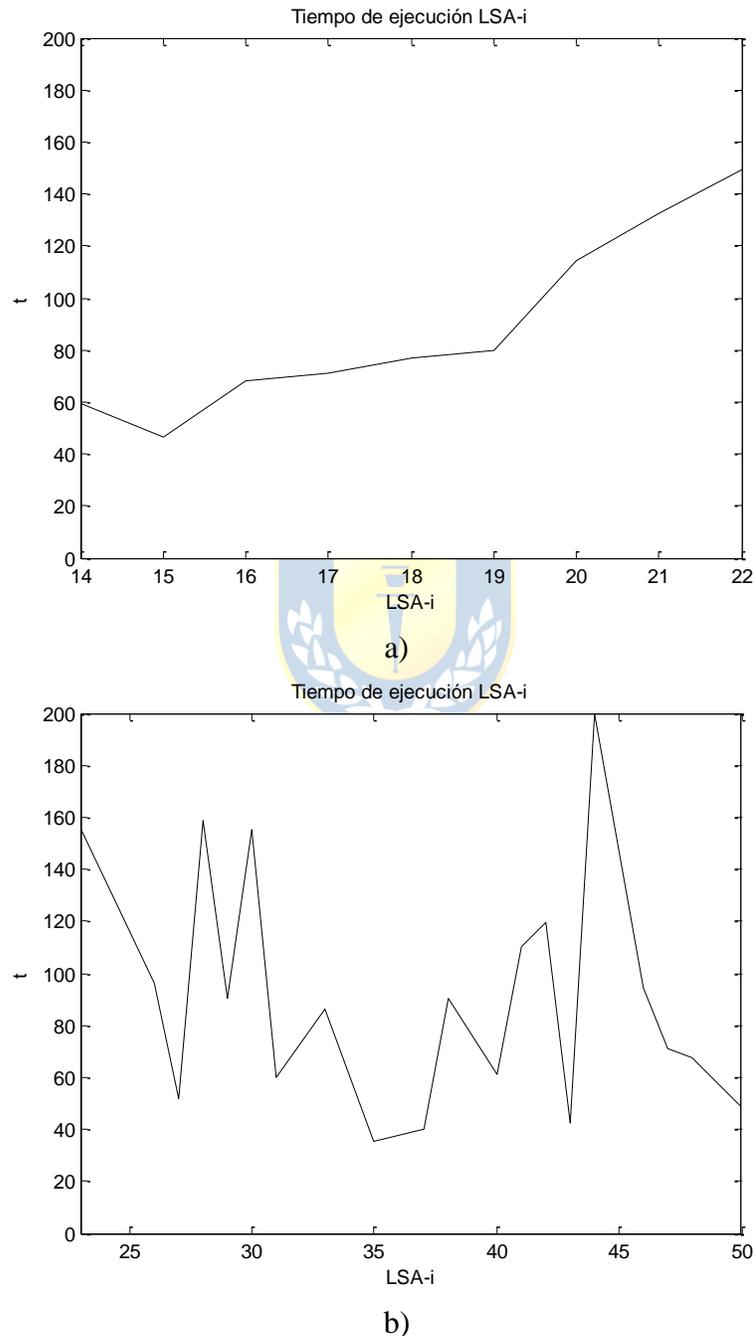
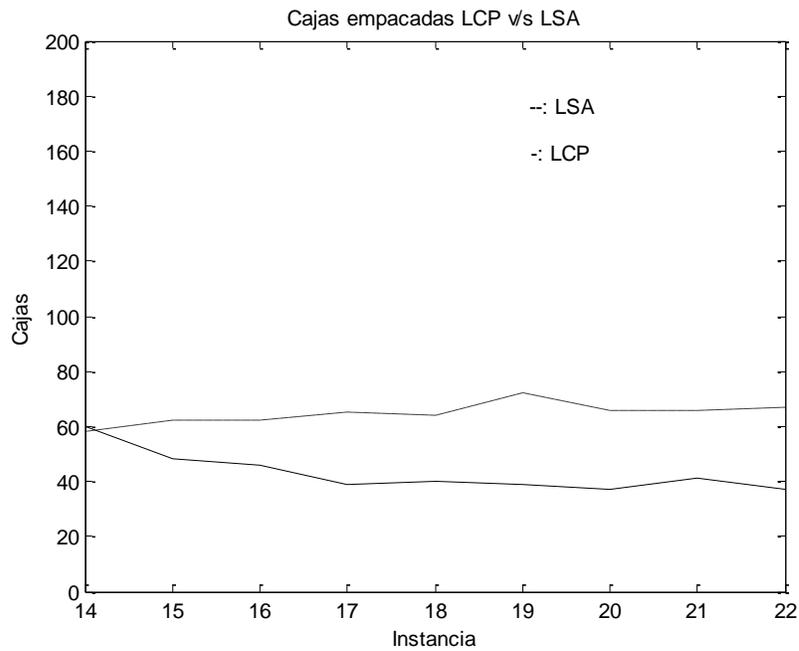


Figura 25. Relación tiempo de ejecución v/s instancia LSA-i. **a)** Solución inicial desde LCP-i. **b)** Solución inicial desde LCA-i.

En la Figura 25.a se nota como el tiempo presenta el mismo comportamiento lineal, que aumenta levemente a medida que avanzan las instancias, de las listas LCP-*i*, donde solo difiere su valor (mucho mayor). La figura 25.b muestra el mismo comportamiento aleatorio de las listas LCA-*i* con sus respectivas objeciones descritas.

Por último, el concepto más importante y principal enfoque del modelo matemático planteado es empacar el mayor número posible de cajas dentro del contenedor. A continuación, la Figura 26 muestra una comparación de las cajas empacadas (listas o instancias descritas) con la heurística de ordenamiento y *Simulated Annealing*.



a)

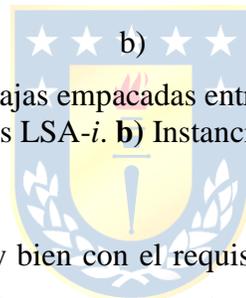
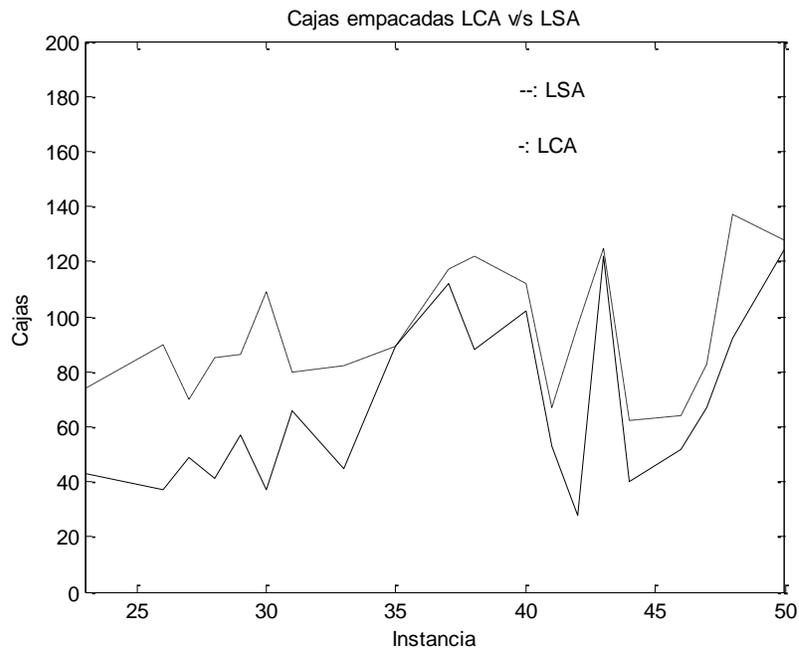


Figura 26. Comparación de cantidad de cajas empacadas entre listas LSA versus listas LCP y LCA. **a)** Instancias LCP-*i* v/s instancias LSA-*i*. **b)** Instancias LCA-*i* v/s instancias LSA-*i*.

Simulated Annealing cumple muy bien con el requisito de empacar el mayor número de cajas dentro del contenedor con respecto a la heurística de ordenamiento. También es importante destacar, que a medida que se empacan más cajas, *Simulated Annealing* emplea mayor tiempo computacional.

En la Figura 26.a se ve como, a medida que se prueban las instancias LCP-14 hasta LCP-22, *Simulated Annealing* empaca más cajas en todo momento porque la heurística tiende a ordenar las cajas más grandes, provocando que el espacio utilizado se ocupe con menos cajas. En la Figura 26.b se aprecia que desde la instancia 23 (para LCA-*i* y LSA-*i*, donde el valor de *i* es el mismo para cada una) hasta la 35, *Simulated Annealing* empaca más cajas que la heurística. En la instancia 35, la metaheurística logra empacar el mismo número de cajas pero disminuyendo en el espacio utilizado en un 2%, lo que resulta bueno ya que deja área para ser utilizada por otras dos piezas $j = 1$ o una pieza $j = 2$. Este suceso fue representado en la Figura 19.c y 19.d. El resto de las instancias de la Figura 26.b, siempre LSA empaca más cajas que la heurística aplicada en LCA.

8. Conclusiones

El propósito de la investigación es apoyar la gestión de cajas de residuos cortopunzantes en la zona de almacenamiento de un centro de salud mediante: la técnica multi criterio *AHP*, la decisión de cómo y dónde ordenar los REAS. Se dispone de dos formas de ordenamiento (*packing*): con la heurística de ordenamiento o con la metaheurística *Simulated Annealing*.

El modelo multi criterio, muestra que en la zona de almacenamiento, la mejor solución es la alternativa 1, es decir, establecer en una sala los residuos peligrosos y en otra sala los residuos especiales y solidos asimilables a domiciliario. Realizando higiene general, todos los días y una higiene complejo, cada 1 semana. La alternativa presenta un 59,3% de prioridad. El criterio más importante sobre los otros es el de Respetar REAS, ya que la zona de almacenamiento, debe tener un diseño riguroso conforme al DS 6/2009. Por lo tanto, se concluye que el criterio Respetar REAS es el más intenso en la zona de almacenamiento, brindando la Alternativa 1 como la mejor solución.

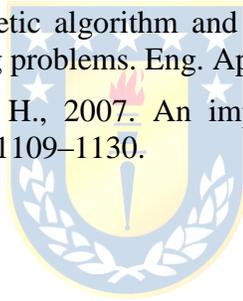
El modelo de *packing*, muestra que la heurística planteada tiene la ventaja de: ordenar las cajas de residuos más grandes (de forma uniforme, es decir, desde la caja más grande a la más pequeña) para prevenir accidentes laborales y emplear menor tiempo computacional. Las desventajas son: empaca menos rectángulos en comparación con la metaheurística (al comparar las mismas listas), ya que ordena primero las cajas más grandes. Por el contrario, la metaheurística *Simulated Annealing* tiene la ventaja de: ordenar mayor cantidad de cajas y entregar mejores soluciones. Las desventajas son: emplear mayor tiempo computacional y entregar arreglos factibles de forma desordenada, es decir, no ordenar desde la caja más grande a la más pequeña. Se concluye que ambas brindan buenas opciones de empaquetamiento dependiendo del criterio que el centro de salud disponga, es decir, si la prioridad es emplear menor tiempo computacional, ordenar cajas más grandes para evitar accidentes laborales u ordenar el mayor número de cajas de residuos posible.

Las instancias computacionales en el modelo multi criterio con *AHP*, muestran que los algoritmos fueron bien descritos, ya que al ser evaluados con ExpertChoice, los resultados entregados son los mismos que el software mostró. Mientras que en el modelo de *packing*, el modelado en C++ y MATLAB muestran correctamente la naturaleza de ambos algoritmos, es decir, la heurística de ordenamiento y *Simulated Annealing*, concluyendo que ambas son buenas herramientas para la gestión de REAS.

Bibliografía

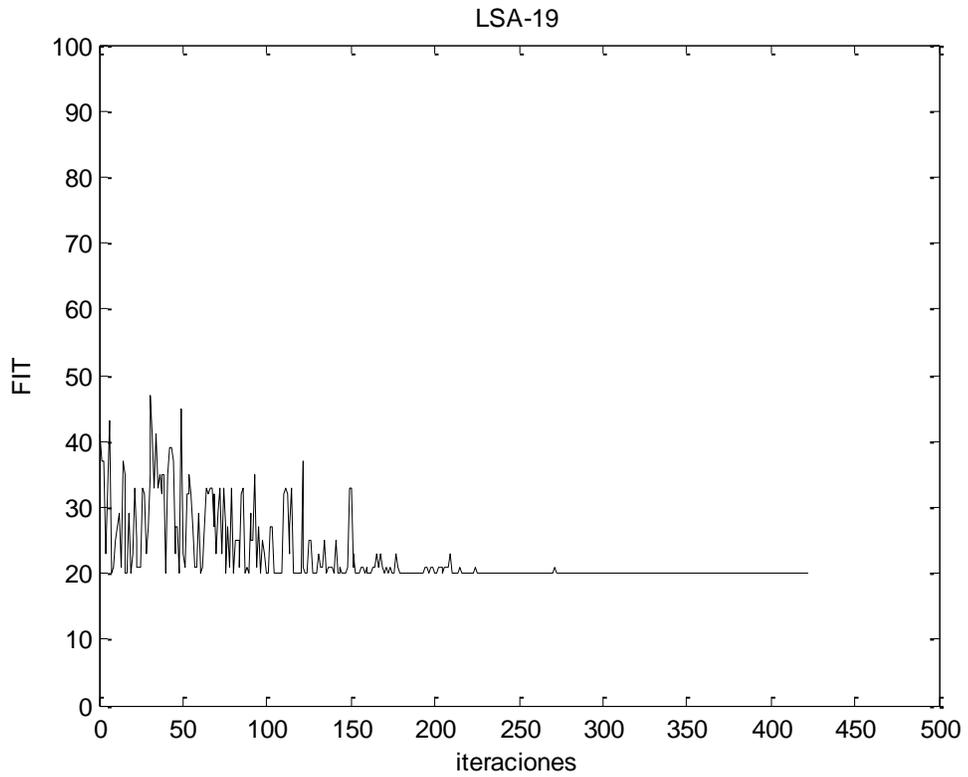
- Alvarez-Valdes, R., Martinez, A., Tamarit, J.M., 2013. A branch & bound algorithm for cutting and packing irregularly shaped pieces. *Int. J. Prod. Econ.*
- Birgin, E.G., Lobato, R.D., 2010. Orthogonal packing of identical rectangles within isotropic convex regions. *Comput. Ind. Eng.* 59, 595–602.
- Birgin, E.G., Martínez, J.M., Nishihara, F.H., Ronconi, D.P., 2006. Orthogonal packing of rectangular items within arbitrary convex regions by nonlinear optimization. *Comput. Oper. Res.* 33, 3535–3548.
- Brent, A.C., Rogers, D.E.C., Ramabitsa-Siimane, T.S.M., Rohwer, M.B., 2007. Application of the analytical hierarchy process to establish health care waste management systems that minimise infection risks in developing countries. *Eur. J. Oper. Res.* 181, 403–424.
- Burke, E.K., Kendall, G., Whitwell, G., 2004. A New Placement Heuristic for the Orthogonal Stock-Cutting Problem. *Oper. Res.* 52, 655–671.
- Chen, M., Huang, W., 2007. A two-level search algorithm for 2D rectangular packing problem. *Comput. Ind. Eng.* 53, 123–136.
- Chernov, N., Stoyan, Y., Romanova, T., 2010. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem. *Comput. Geom.* 43, 535–553.
- Dyckhoff, H., 1990. A typology of cutting and packing problems. *Eur. J. Oper. Res.* 44, 145–159.
- Gomes, C.F.S., Nunes, K.R.A., Helena Xavier, L., Cardoso, R., Valle, R., 2008. Multicriteria decision making applied to waste recycling in Brazil. *Omega* 36, 395–404.
- He, K., Huang, W., 2011. An efficient placement heuristic for three-dimensional rectangular packing. *Comput. Oper. Res.* 38, 227–233.
- Hinostroza, I., Pradenas, L., Parada, V., 2013. Board cutting from logs: Optimal and heuristic approaches for the problem of packing rectangles in a circle. *Int. J. Prod. Econ.*
- Ho, C.C., 2011. Optimal evaluation of infectious medical waste disposal companies using the fuzzy analytic hierarchy process. *Waste Manag.* 31, 1553–1559.
- Hopper, E., Turton, B.C., 2001. An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem. *Eur. J. Oper. Res.* 128, 34–57.
- Huang, W., Chen, D., 2007. An efficient heuristic algorithm for rectangle-packing problem. *Simul. Model. Pract. Theory* 15, 1356–1365.
- Huang, W., Chen, D., Xu, R., 2007. A new heuristic algorithm for rectangle packing. *Comput. Oper. Res.* 34, 3270–3280.
- Ishizaka, A., 2012. Clusters and pivots for evaluating a large number of alternatives in AHP. *Pesqui. Oper.* 32, 87–102.

- Karagiannidis, A., Papageorgiou, A., Perkoulidis, G., Sanida, G., Samaras, P., 2010. A multi-criteria assessment of scenarios on thermal processing of infectious hospital wastes: A case study for Central Macedonia. *Waste Manag.* 30, 251–262.
- Lodi, A., Martello, S., Monaci, M., 2002. Two-dimensional packing problems: A survey. *Eur. J. Oper. Res.* 141, 241–252.
- Maßberg, J., Schneider, J., 2011. Rectangle packing with additional restrictions. *Theor. Comput. Sci.* 412, 6948–6958.
- Nordin, N., Selke, S., 2010. Social aspect of sustainable packaging. *Packag. Technol. Sci.* 23, 317–326.
- Saaty, T.L., 1980. *The analytic hierarchy process: planning, priority setting, resource allocation.* McGraw-Hill International Book Co.
- Saaty, T.L., 1982. *Decision making for leaders: the analytical hierarchy process for decisions in a complex world.* Lifetime Learning Publications.
- Saaty, T.L., 2001. *Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process : the Organization and Prioritization of Complexity.* Rws Publications.
- Simulated annealing, 2012. . Wikipedia Free Encycl.
- Soke, A., Bingul, Z., 2006. Hybrid genetic algorithm and simulated annealing for two-dimensional non-guillotine rectangular packing problems. *Eng. Appl. Artif. Intell.* 19, 557–567.
- Wäscher, G., Haußner, H., Schumann, H., 2007. An improved typology of cutting and packing problems. *Eur. J. Oper. Res.* 183, 1109–1130.

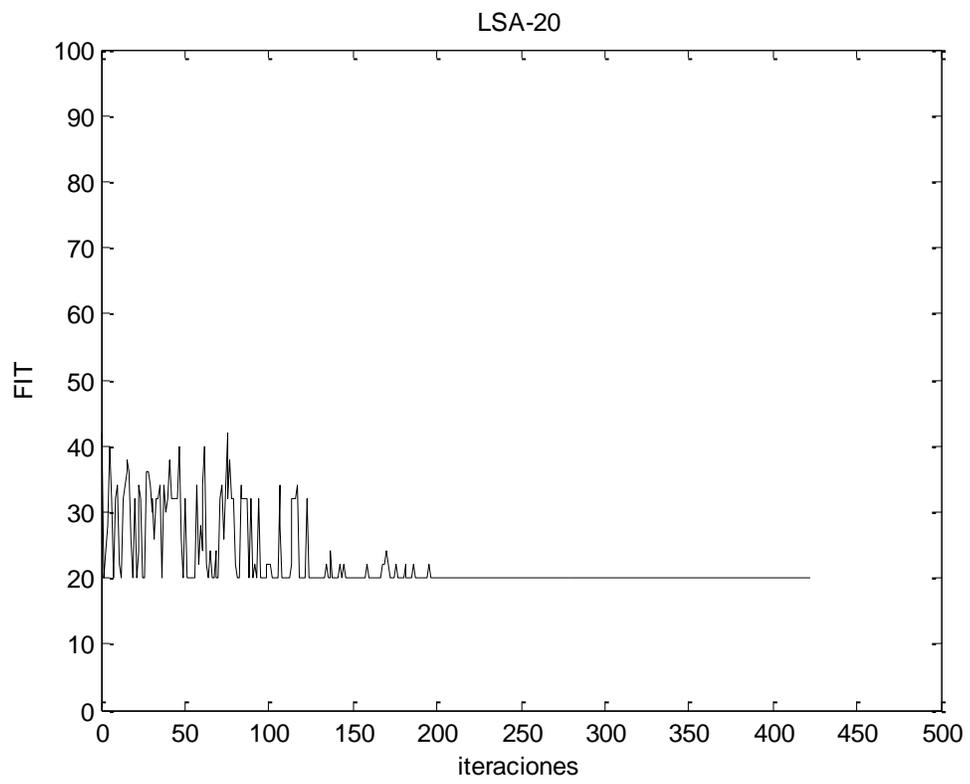


Anexos

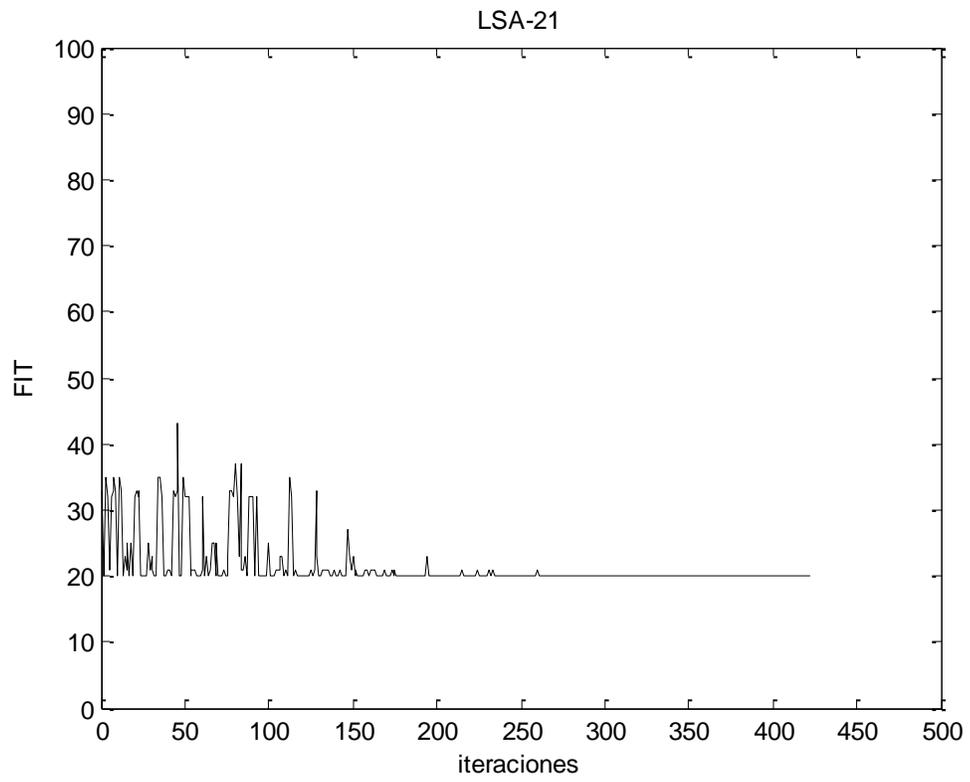
Figuras representativas de Simulated Annealing de instancias 19 a 50 de listas LSA.



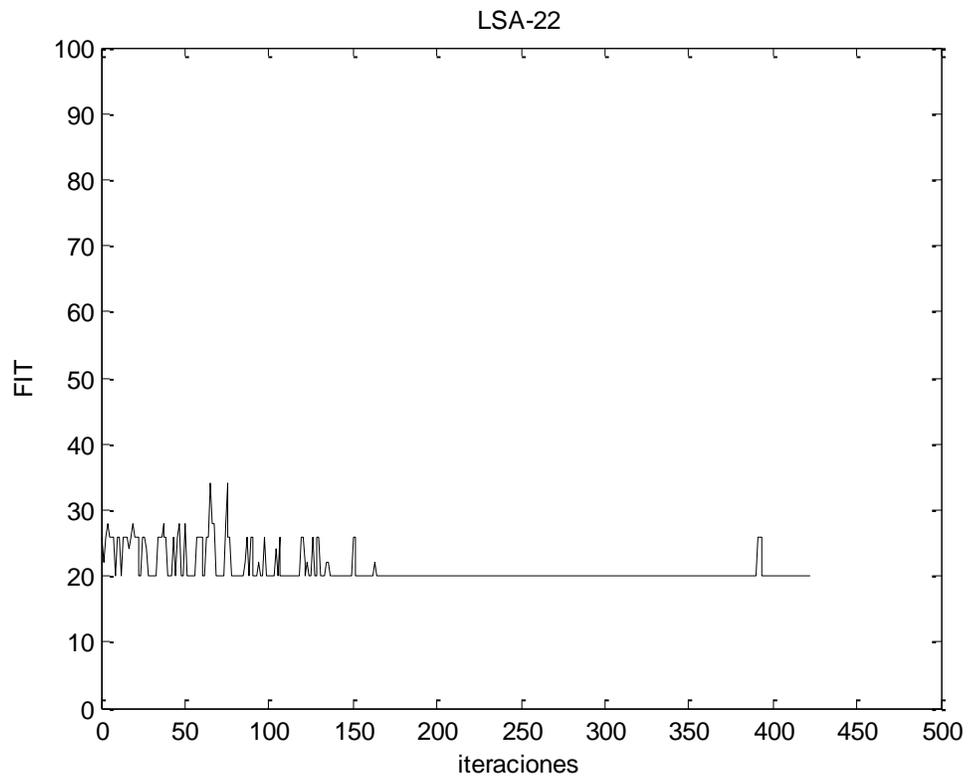
A1.i) LSA-19.



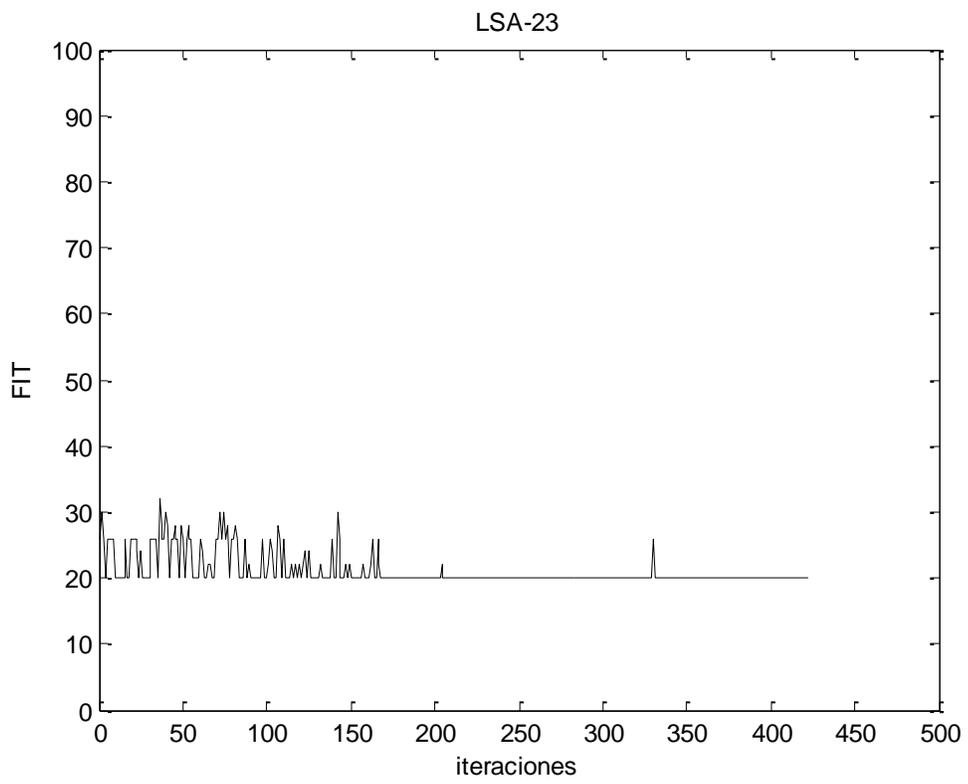
A1.ii) LSA-20.



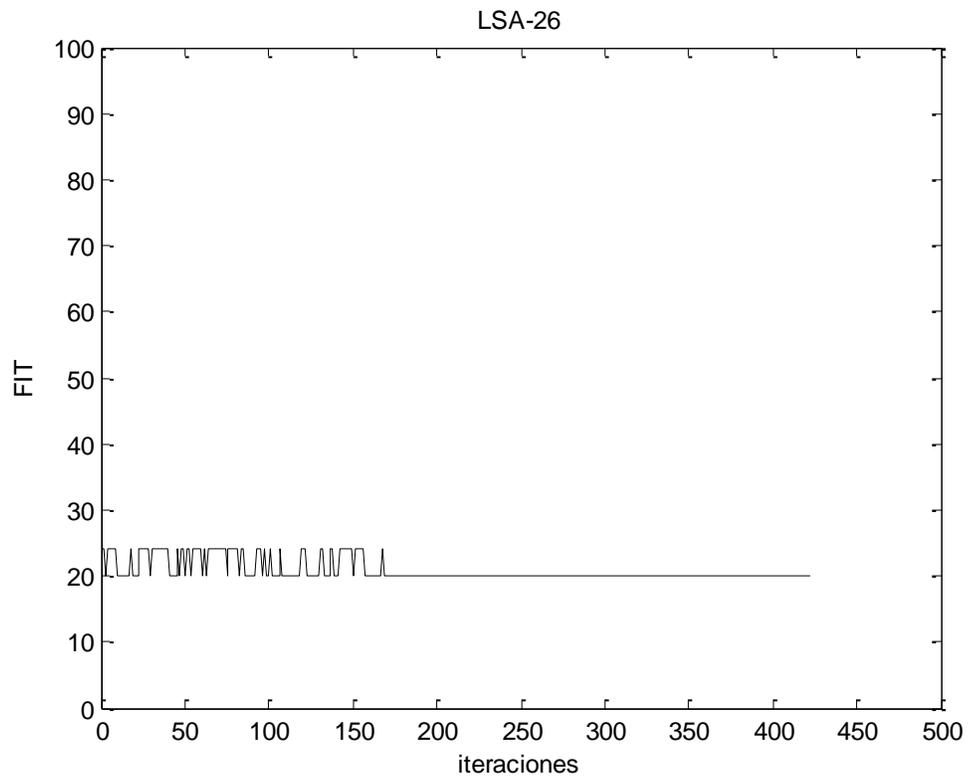
A1.iii) LSA-21.



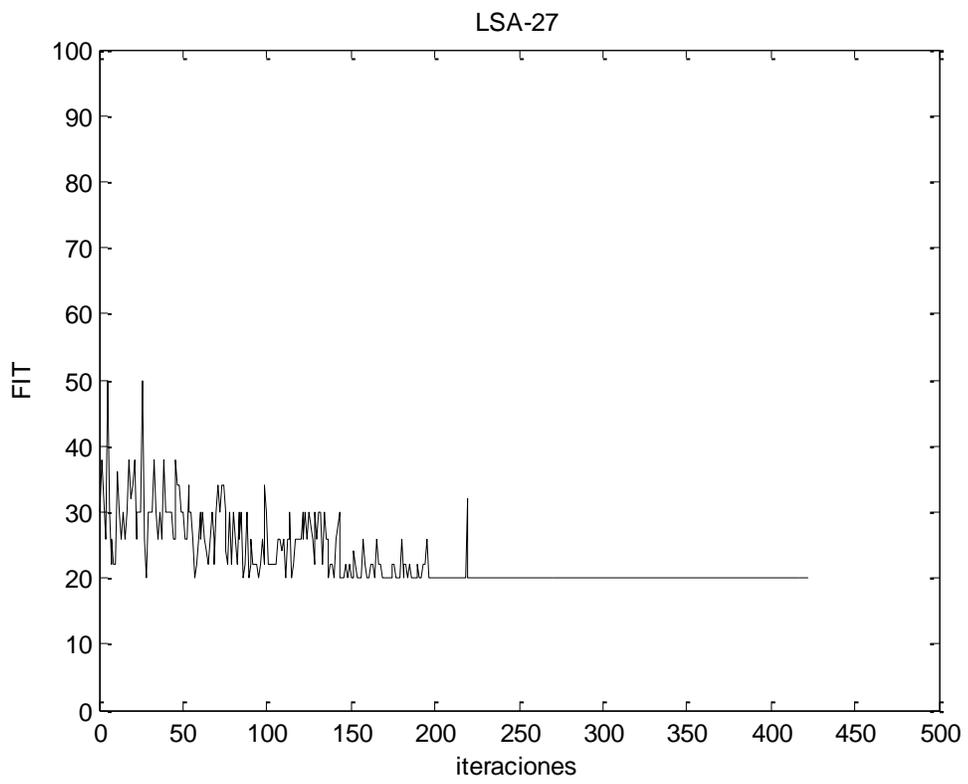
A1.iv) LSA-22.



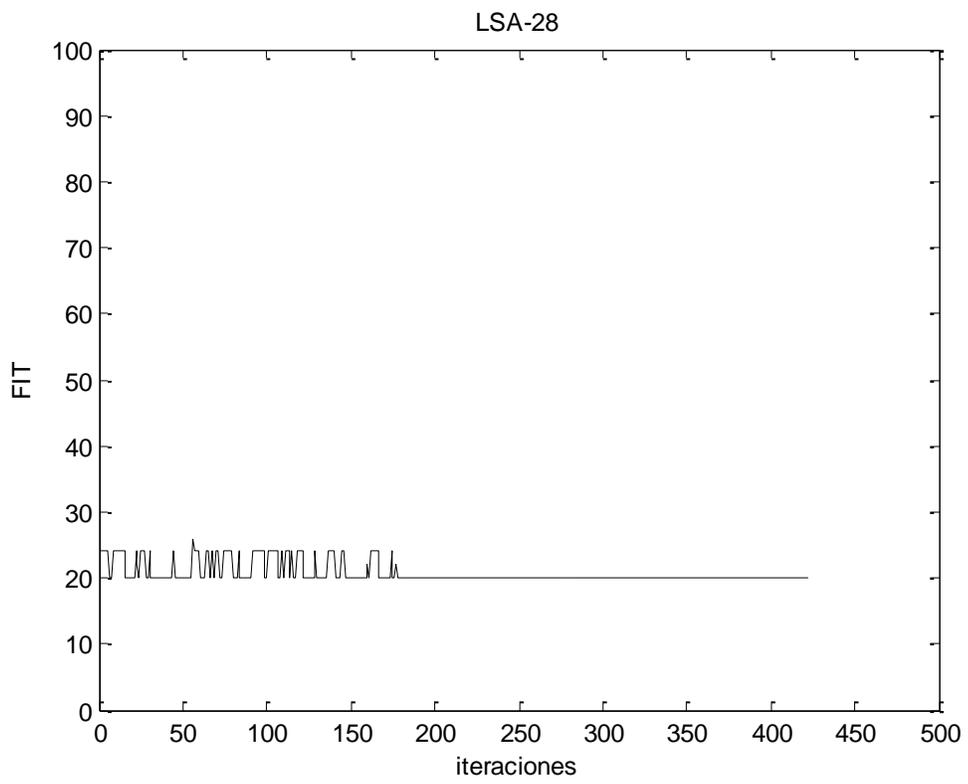
A1.v) LSA-23.



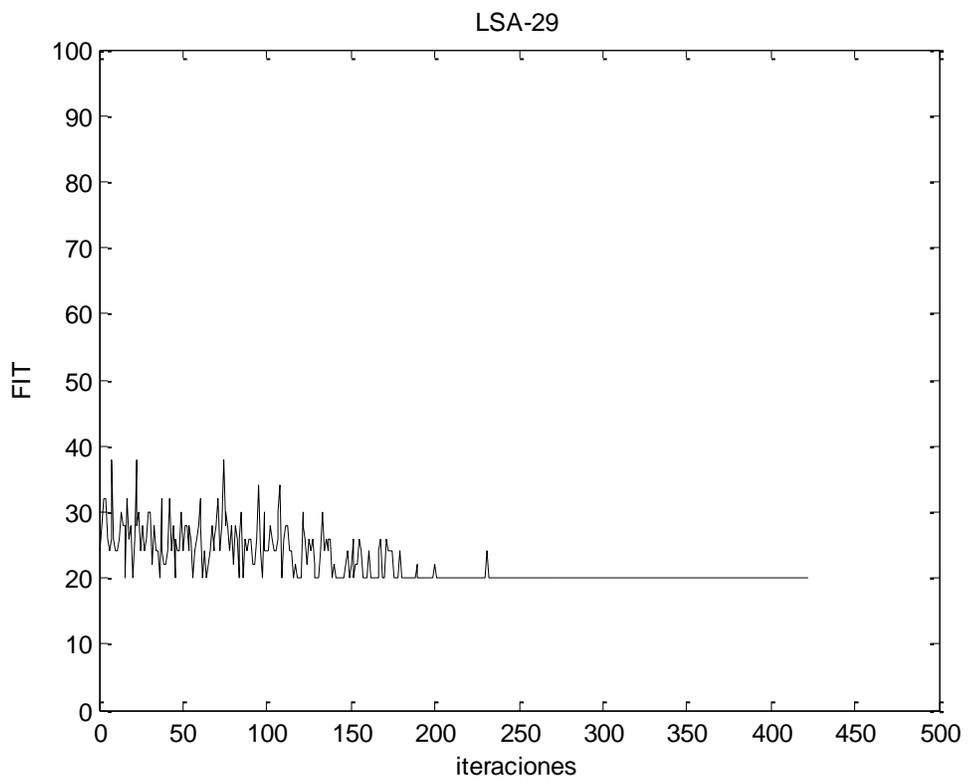
A1.vi) LSA-26.



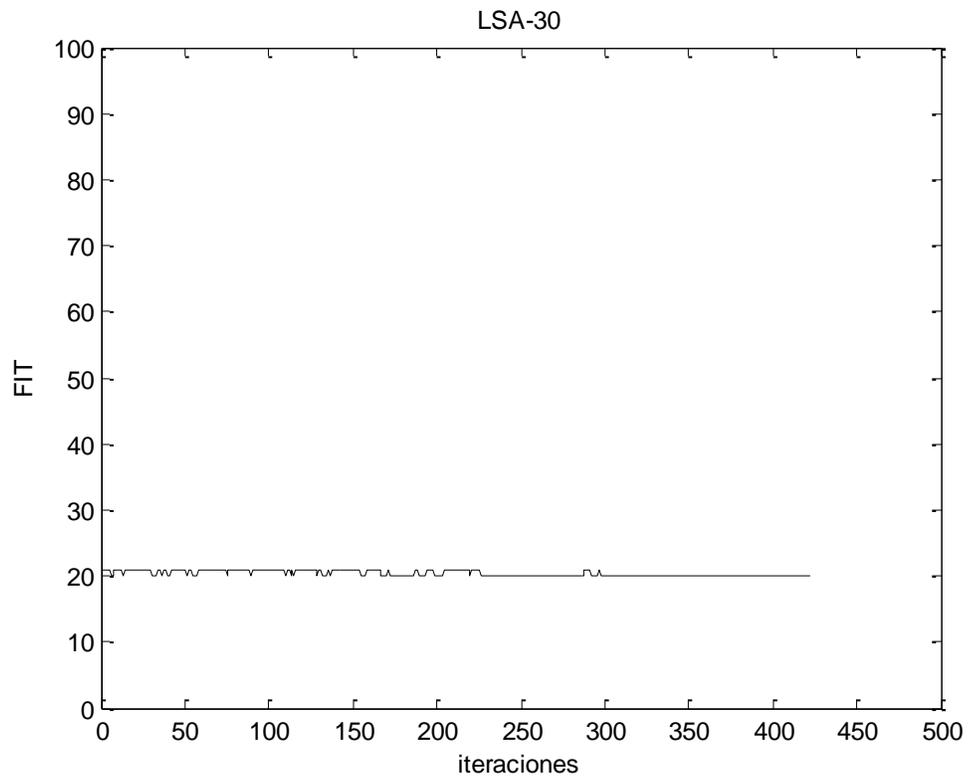
A1.vii) LSA-27.



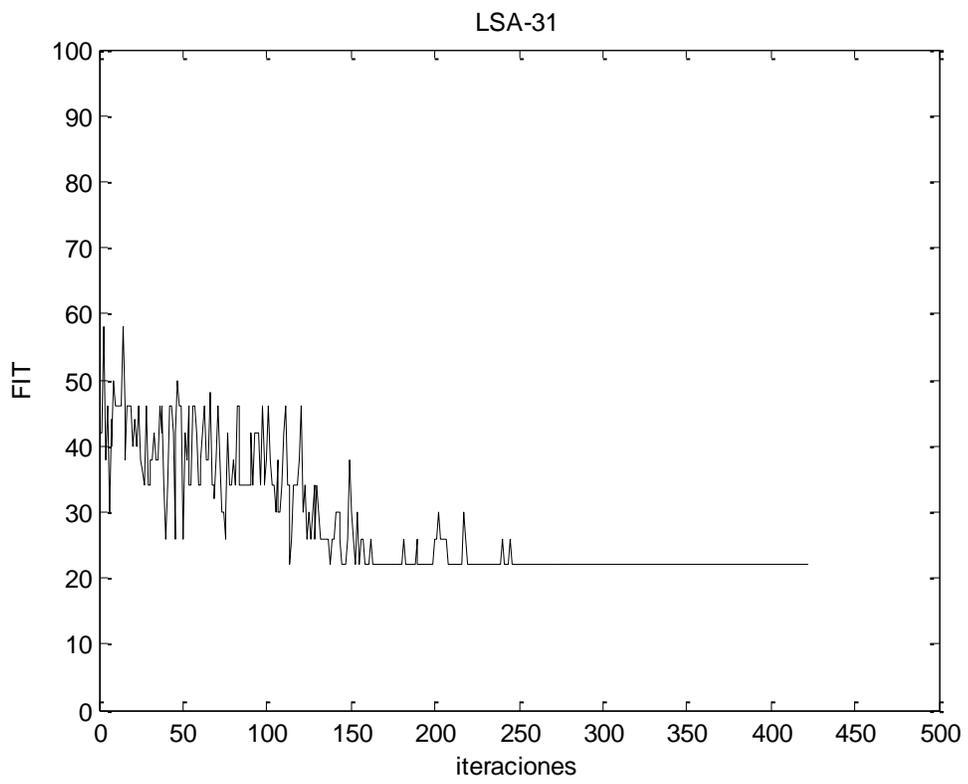
A1.viii) LSA-28.



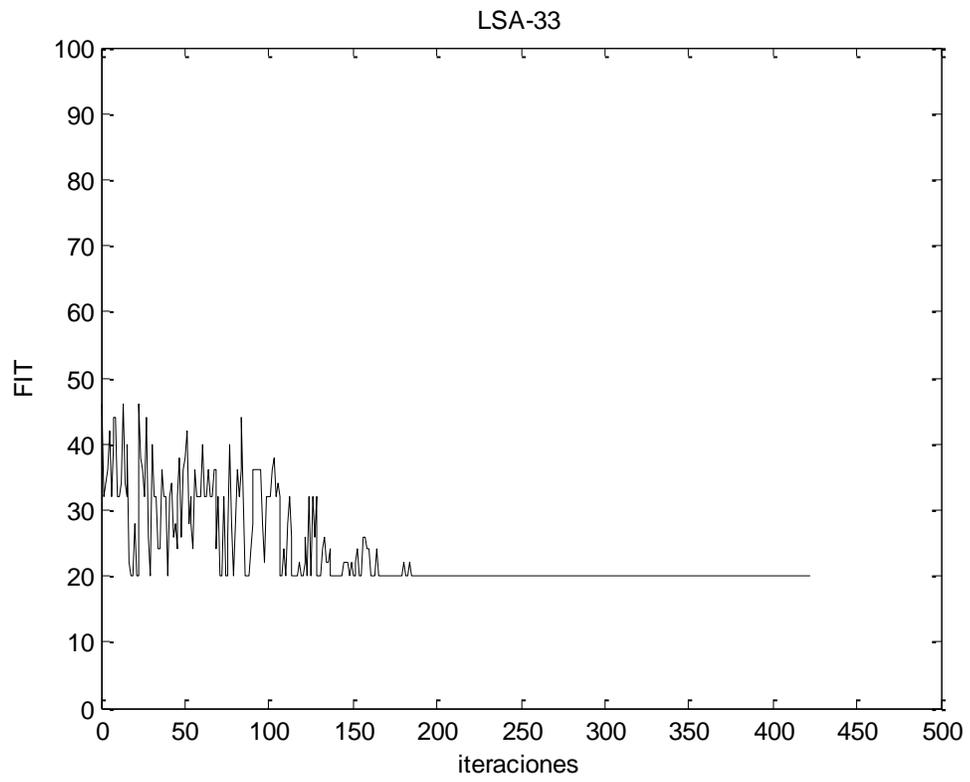
A1.ix) LSA-29.



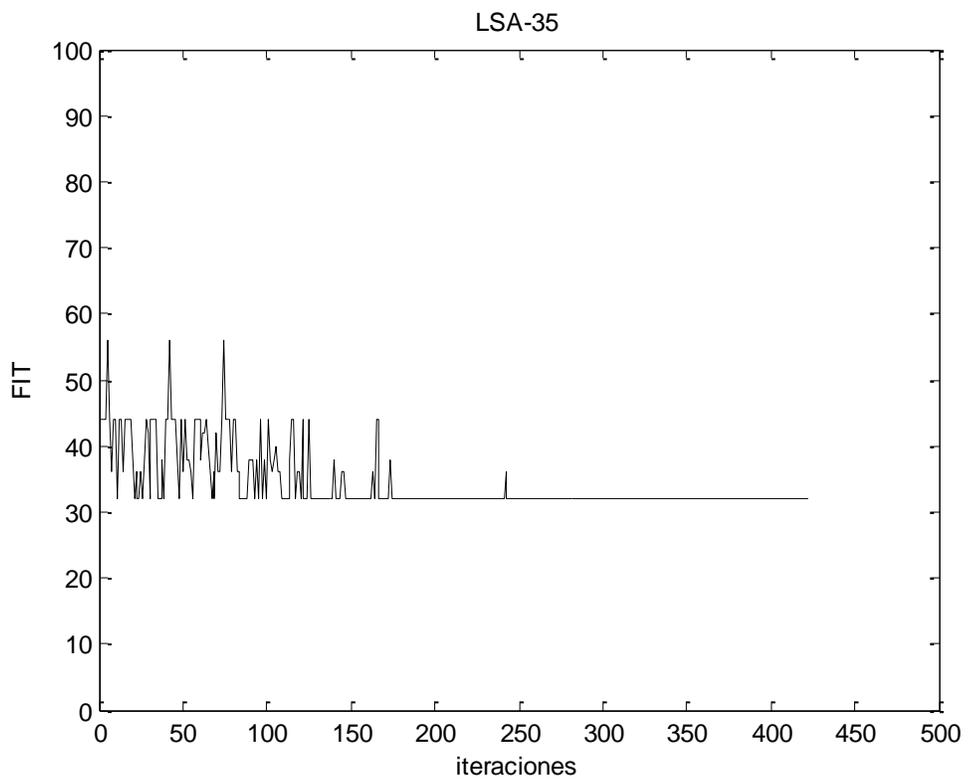
A1.x) LSA-30.



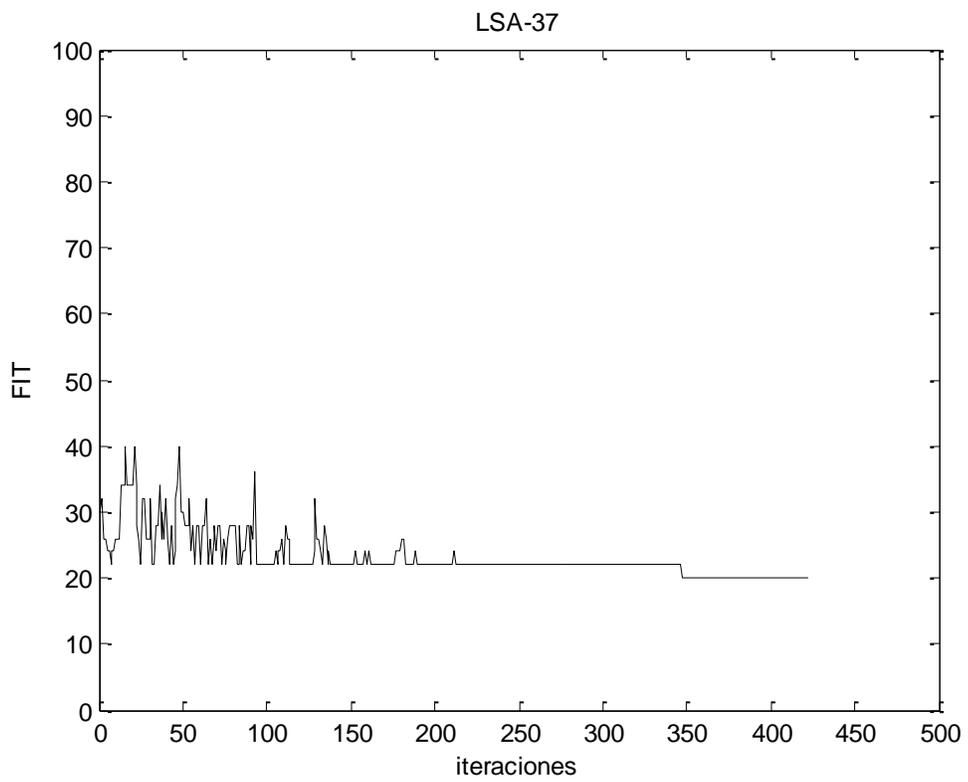
A1.xi) LSA-31.



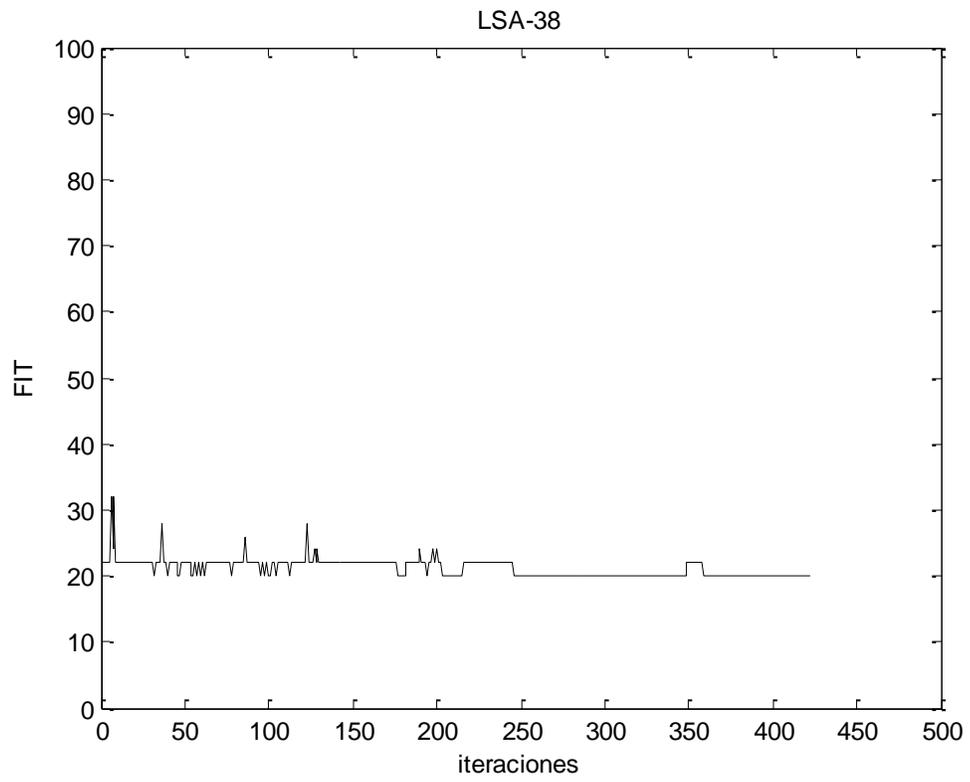
A1.xii) LSA-33.



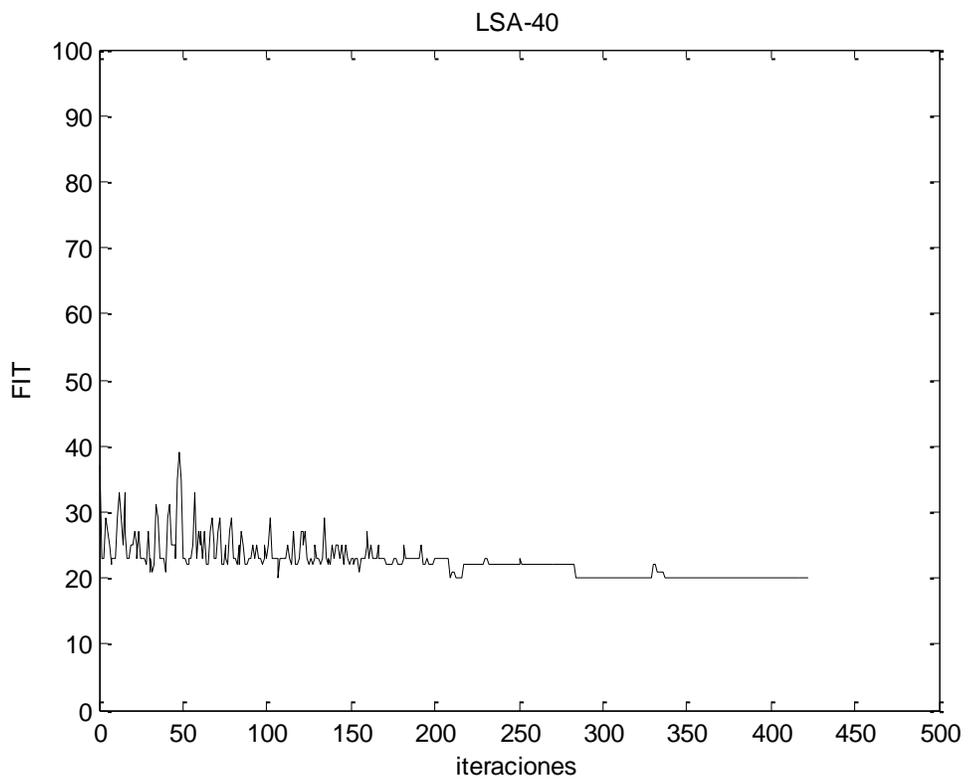
A1.xiii) LSA-35.



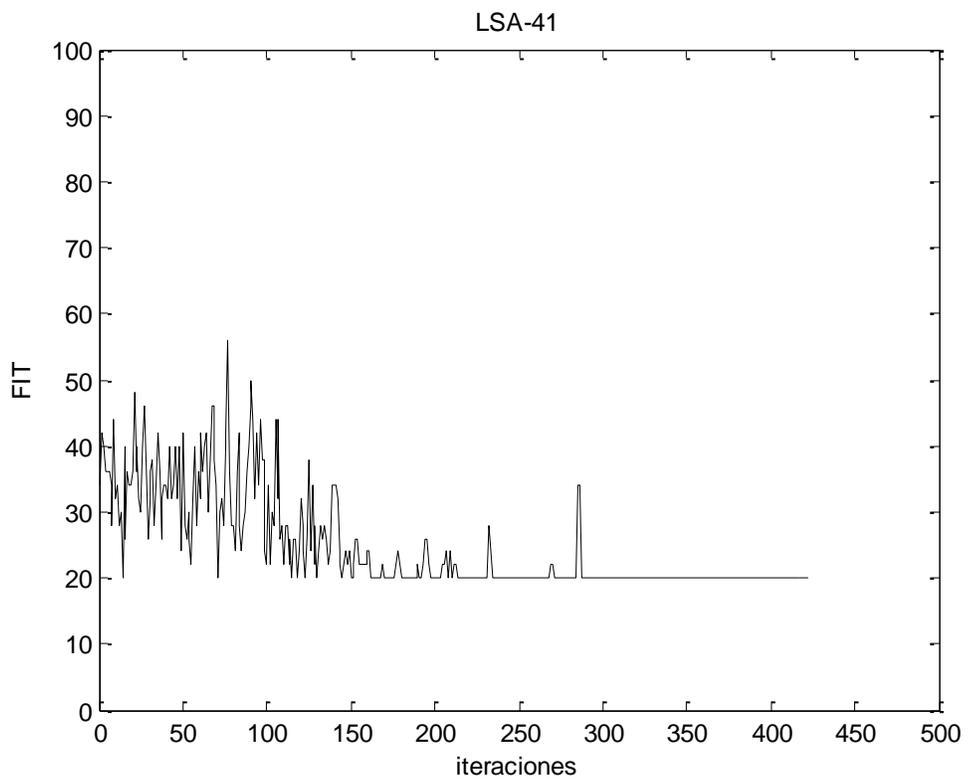
A1.xiv) LSA-37.



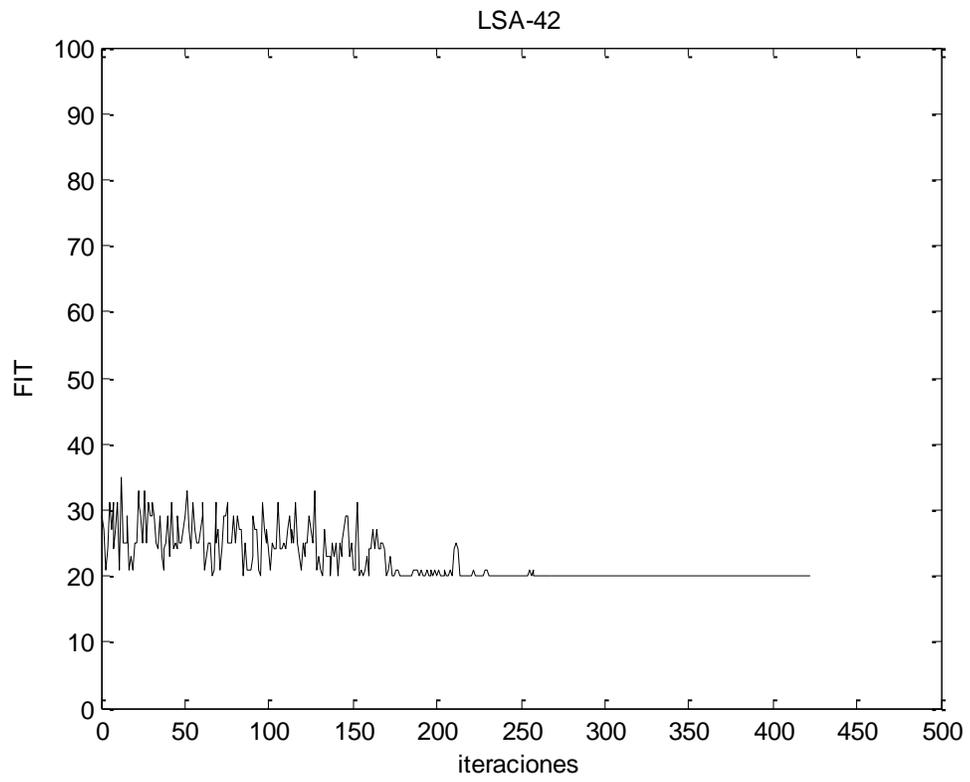
A1.xv) LSA-38.



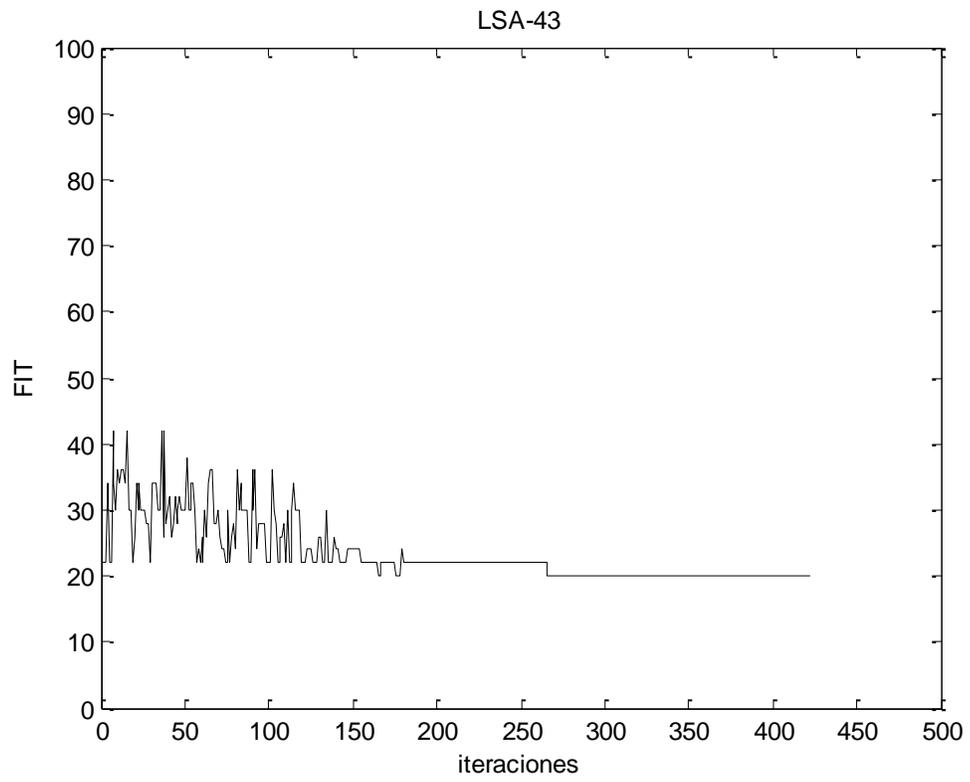
A1.xvi) LSA-40.



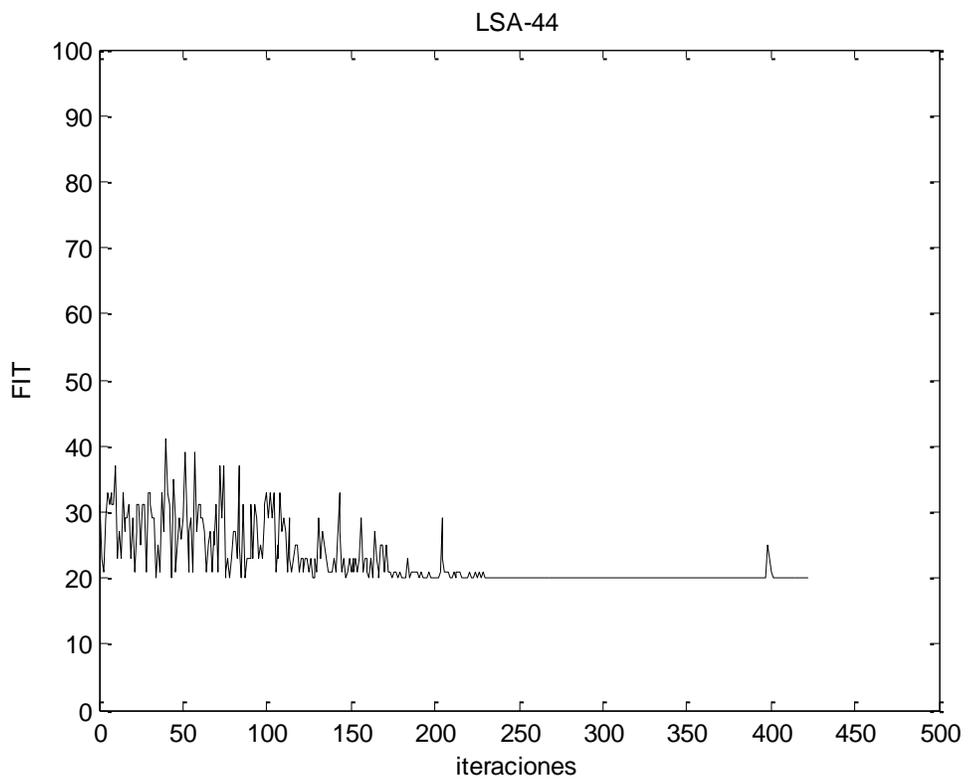
A1.xvii) LSA-41.



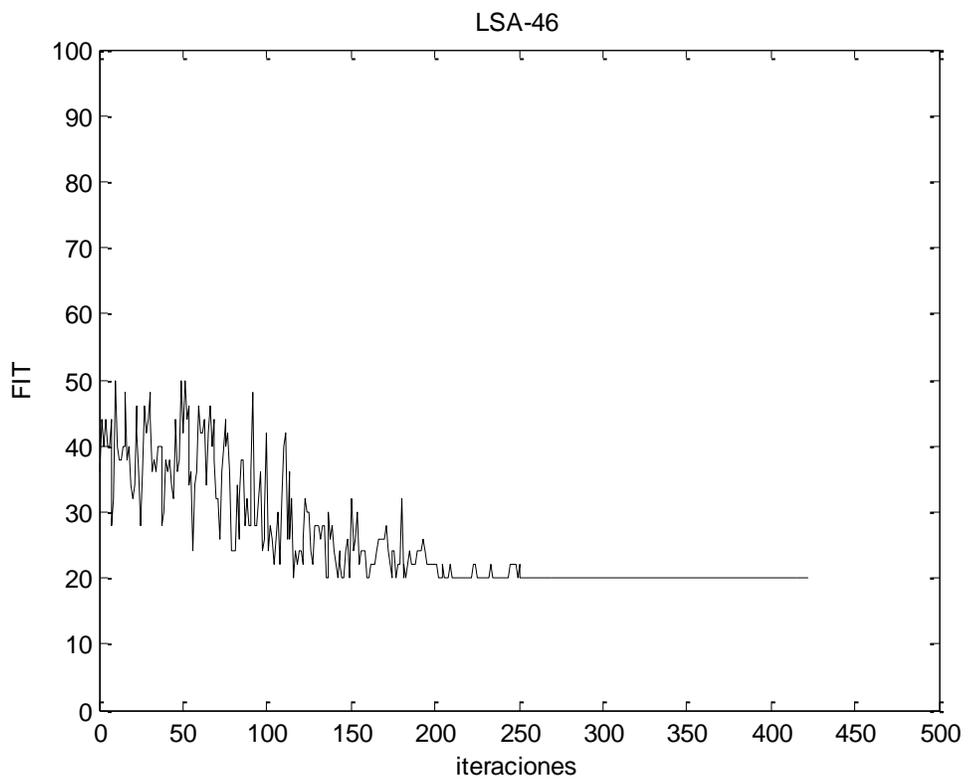
A1.xviii) LSA-42



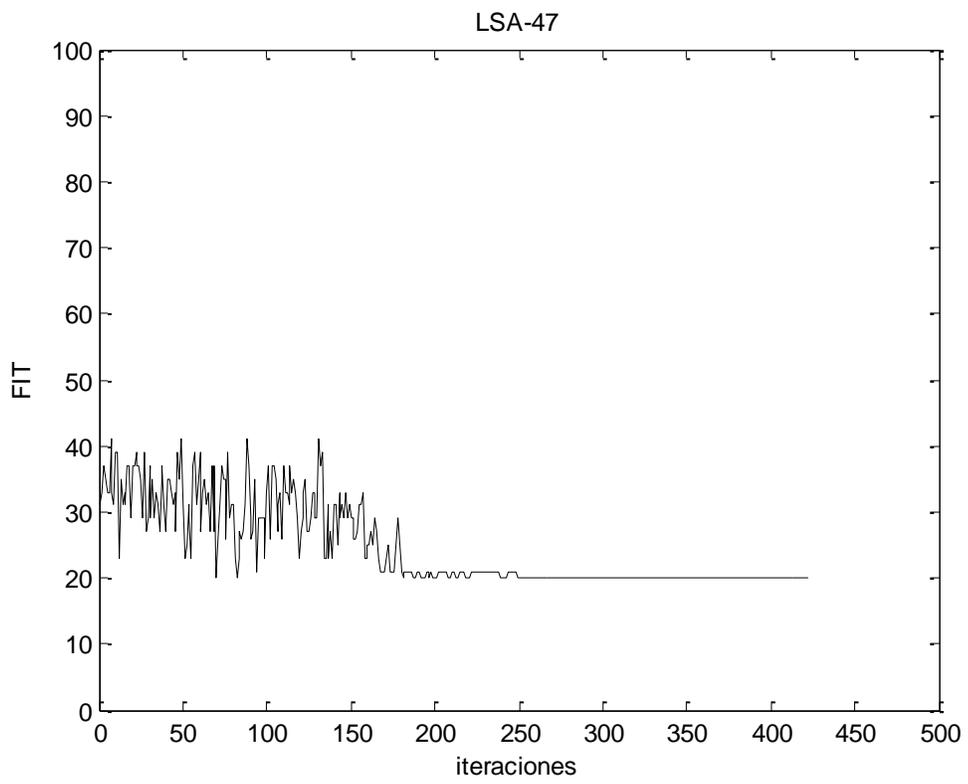
A1.xix) LSA-43.



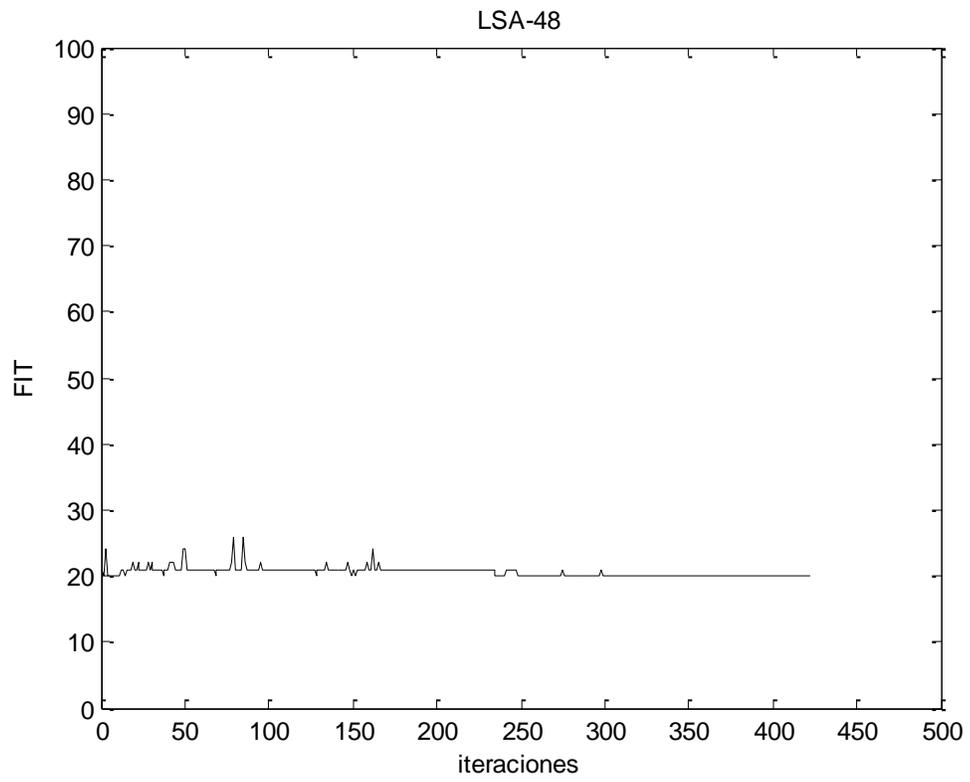
A1.xx) LSA-44.



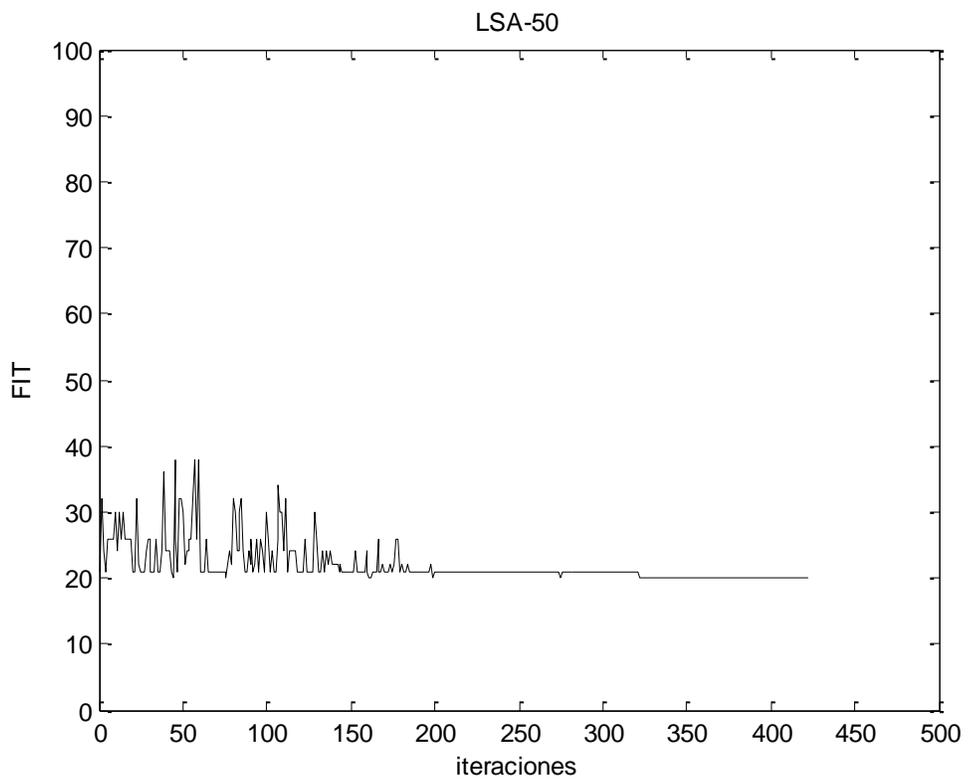
A1.xxi) LSA-46.



A1.xxii) LSA-47.



A1.xxiii) LSA-48.



A1.xxiv) LSA-50.