

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN**



**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL LÉXICO DISPONIBLE EN
ALUMNOS DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA DE DOS
UNIVERSIDADES DE LA REGIÓN DEL BIOBÍO EN EL CENTRO DE
INTERÉS "GEOMETRÍA"**



Proyecto FONDECYT 1140457

“Plataforma adaptativa online para el fortalecimiento de las competencias Matemáticas y Pedagógicas a partir del léxico semántico de estudiantes y profesores de Pedagogía en Matemática.”

Seminario para optar al grado de Licenciado en Educación

Seminaristas: Ada Escobar Peñaloza
 Gonzalo Millanao Vergara

Profesor Guía: Dr. María del Valle Leo
Profesor Co-Guía: Dr. Pedro Salcedo Lagos

Concepción, Enero de 2017



"Ninguna investigación humana puede ser llamada verdadera ciencia si no pasa por la demostración matemática".

Leonardo Da Vinci (1452- 1519).

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte del Proyecto FONDECYT 1140457 “Plataforma adaptativa online para el fortalecimiento de las competencias Matemáticas y Pedagógicas a partir del léxico semántico de estudiantes y profesores de Pedagogía en Matemática” auspiciado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile (CONICYT). Agradecemos a los investigadores, personal técnico y colaboradores la posibilidad de participar en la investigación.



"Mira que te mando que te esfuerces y seas valiente. No temas, ni desmayes; porque yo, el Señor tu Dios, estaré contigo dondequiera que vayas"

(Josué 1:9).

Agradezco en primer lugar a Dios, por ayudarme cada día en este gran desafío, por cumplir mis sueños y anhelos.

Por permitirme conocer a personas que han dejado una huella en mi corazón.

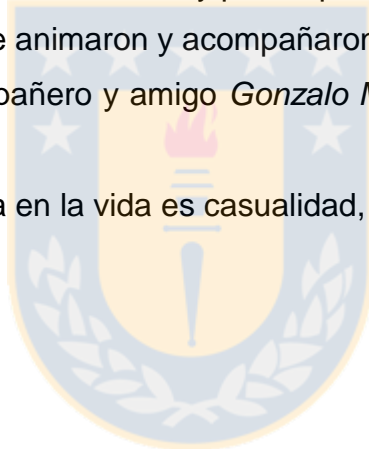
A mis padres por su apoyo y comprensión; por creer en mí y animarme a seguir adelante, superando los obstáculos.

A mi abuelita por sus cuidados y preocupación constante.

A mis amigos que animaron y acompañaron durante esta etapa.

Y a mi gran compañero y amigo *Gonzalo Millanao*, por su dedicación y profesionalismo.

Aprendí que nada en la vida es casualidad, todo tiene un propósito.



Ada Escobar Peñaloza

“He aquí mi secreto, que no puede ser más simple: sólo con el corazón se puede ver bien; lo esencial es invisible para los ojos”

(Antoine de Saint-Exupéry).

A lo largo de nuestras vidas, nos damos cuenta que crecer y madurar no es tan fácil ni tan sencillo, cometemos errores y entendemos que no siempre somos lo que se espera.

El camino ha sido largo, pero me ha enseñado mucho.

Ha sido difícil, pero me ha enriquecido.

Y, sin duda, si he llegado hasta aquí ha sido por la gracia de Dios y el apoyo de mi familia.

A mis padres por estar presentes en todo momento y a mi hermana,

Por ser siempre una motivación para salir adelante y ser la mejor versión de mí mismo.

A mi compañera, Ada Escobar, por su compañía y por ser tal como es, una gran amiga.

A aquellos que han estado conmigo brindándome su amor, apoyo y comprensión incondicional.

A aquellos que me han mirado con el corazón.

Gracias.

Gonzalo Millanao Vergara

Resumen

El presente seminario ha sido realizado con la intención de colaborar con el proyecto FONDECYT 1140457 "Plataforma adaptativa online para el fortalecimiento de las competencias matemáticas y pedagógicas a partir del estudio del léxico semántico de estudiantes y profesores de Pedagogía en Matemática" (Salcedo P. y otros, 2014), lo que permitió realizar un análisis cuantitativo y cualitativo de las relaciones semánticas que se obtuvieron a partir del léxico matemático, específicamente del eje 'Geometría', en estudiantes de Pedagogía en Matemática de la región del Biobío.

De acuerdo con los estudios de disponibilidad léxica que se han realizado a lo largo de los años, desde sus inicios en 1953, sabemos que el dominio del léxico en las distintas áreas proporciona las herramientas básicas para enseñar y aprender sobre un determinado tema. Por lo tanto, es fundamental conocer y caracterizar el vocabulario con el cuál disponen los estudiantes que se convertirán en profesores de matemática. Es por esto, que el objetivo de esta investigación es realizar un análisis comparativo entre una muestra de estudiantes de pedagogía en matemática de dos universidades de la región, una estatal y la otra privada con recursos del estado, de modo que sea posible determinar el comportamiento del léxico disponible de ellos, en el eje geometría, a medida que avanzan en la carrera, además de determinar qué universidad genera una variación más importante en la disponibilidad léxica de los alumnos.

Para realizar el análisis mencionado fue necesario recopilar los datos por medio de la aplicación de un test de disponibilidad léxica, el cual fue aplicado a la muestra. Para manejar la cantidad de datos que fueron recogidos se hizo uso de la Plataforma LexMath, de modo que se tuvo acceso de los estadígrafos pertinentes de manera más rápida. Además, se pudo visualizar y estudiar los resultados haciendo uso del Software Gephi, que mostró los grafos y métricas necesarias para establecer las relaciones existentes.

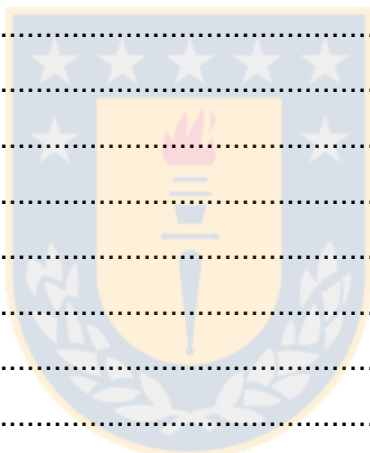
Índice

Tabla de contenido

AGRADECIMIENTOS	2
Resumen	5
1. Capítulo I: DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA Y SUS ANTECEDENTES	9
1.1 Necesidades y requerimientos desde el currículum escolar.....	9
1.2 Situación problemática	10
2. Capítulo II: MARCO TEÓRICO	13
2.1 Comunicación.....	13
2.1.1 Comunicación docente en el aula	17
2.2 Comunicación y Aprendizaje	20
2.2.1 Aprendizaje	21
2.3 Léxico	25
2.3.1 Orígenes y componentes del léxico	25
2.3.2 Primeros estudios de Disponibilidad Léxica	27
2.4 Índices cuantitativos para estudios de Disponibilidad Léxica	28
2.4.1 Estadígrafos	28
2.4.2 Índice de Disponibilidad Léxica (IDL)	29
2.5 Grafos y Métricas	30
2.5.1 Teoría de grafos	30
2.5.2 Estructura de un grafo	32
2.5.2.1 Tipos de Grafos	33
2.5.3 Métricas	34
2.6 LexMath y su aporte al análisis de los datos	34
2.6.1 Plataforma LexMath	34
2.6.2 Software Gephi.....	35
2.7 Los recursos tecnológicos y la posibilidad de analizar variables.....	36
2.8 Formación de profesores en Pedagogía en Matemática en instituciones de la región del Biobío	37

2.8.1 Perfil de la carrera en la institución "Universidad A"	37
2.8.1.1 Objetivos Generales	38
2.8.1.2 Objetivos Específicos	38
2.8.1.3 Perfil de egreso de la carrera	39
2.8.1.4 Aspectos curriculares	39
2.8.2 Perfil de la carrera en la institución Universidad "B"	41
2.8.2.1 Objetivos de la carrera	41
2.8.2.2 Perfil de egreso	41
2.8.2.3 Aspectos curriculares	42
2.9 Didáctica y enseñanza de la Geometría.	44
2.9.1 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría.....	45
2.9.1.1 Características de los niveles	48
2.9.1.2 Fases del paso entre niveles	48
3. Capítulo III: OBJETIVOS Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN	51
3.1 Objetivos de la investigación	51
3.1.1 Objetivos General.....	51
3.1.2 Objetivos Específicos	51
3.2 Población y muestra	52
3.3 Variables a considerar.....	53
3.4 Hipótesis.....	53
3.5 Metodología de trabajo.....	53
3.5.1 Recolección de los datos.....	53
3.5.1.1 El instrumento y su aplicación	54
3.5.2 Procesamiento de la información	56
3.5.2.1 Aplicando Lexmath.....	58
3.5.2.2 Aplicando Gephi	62
4. Capítulo IV: ANÁLISIS DE DATOS	66
4.1 Análisis cuantitativo	66
4.1.1 Análisis comparativo de la variación en el léxico disponible de alumnos antes y después de cursar las asignaturas de Geometría.	66
4.1.1.1 Universidad "A"	66

4.1.1.2 Universidad "B"	69
4.1.2 Análisis comparativo de la variación en el léxico disponible entre alumnos de primer y quinto año en el eje Geometría	72
4.1.2.1 Universidad "A"	73
4.1.2.2 Universidad "B"	73
4.1.3 Análisis comparativo del léxico disponible en geometría entre estudiantes de un mismo nivel y distinta universidad.	76
4.1.3.1 Universidad "A" - Universidad "B"	77
4.2 Análisis cualitativo	80
4.2.1 Resultados por variable universidad y nivel	81
4.2.1.1 Universidad "A"	81
4.2.1.1.1 Primer año	81
4.2.1.1.2 Tercer año	83
4.2.1.1.3 Quinto año	85
4.2.1.2 Universidad "B"	88
4.2.1.2.1 Primer año	88
4.2.1.2.2 Segundo año	92
4.2.1.2.3 Tercer año	94
4.2.1.2.4 Cuarto año	96
4.2.1.2.5 Quinto año	100
4.2.2 Análisis de métricas de grafos	102
5. Capítulo V: CONCLUSIONES	106
5.1 Referentes al análisis cuantitativo	106
5.2 Referentes al análisis cualitativo	108
6. Capítulo VI: BIBLIOGRAFÍA	110
7. Capítulo VII: Referencias electrónicas	112



1. CAPÍTULO I: DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA Y SUS ANTECEDENTES

A continuación se señalan los antecedentes principales que permiten comprender los requerimientos básicos de la enseñanza de la matemática, en particular geometría, para así dar una justificación pertinente a la situación problemática que se planteará como preocupación de la investigación en este trabajo.

1.1 Necesidades y requerimientos desde el currículum escolar

La enseñanza de la Matemática en el sistema escolar pretende que los estudiantes comprendan los conceptos y procedimientos propios de la disciplina, además de que sean capaces de aplicarlos en la resolución de distintos problemas. También busca que éstos puedan interpretar una cantidad mayor de situaciones de la vida diaria, en distintos contextos, haciendo uso de las herramientas y el razonamiento matemático pertinente.

Ahora, en particular, el estudio de la Geometría en las aulas está contemplado dentro del currículum como un eje temático de la Matemática, de modo que parte importante del aprendizaje de ésta radica también en este eje. De acuerdo con los requerimientos curriculares expuestos por el Ministerio de Educación para alumnos desde séptimo básico hasta segundo medio podemos afirmar que se espera de los estudiantes que: “Desarrollen sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas” (Bases curriculares, Ministerio de Educación, 2013). Para lograr todo esto es necesario también que los estudiantes utilicen la habilidad de “representar”, que juega un papel de gran importancia en el proceso de aprendizaje, además deben ser capaces de “describir” posiciones y movimientos, haciendo uso de coordenadas y vectores, para en último lugar obtener conclusiones respecto de las

propiedades y las características de lugares geométricos, polígonos y cuerpos conocidos. En este orden es imprescindible que los estudiantes tengan el dominio adecuado del lenguaje y el léxico correspondiente al eje de Geometría.

Finalmente, los requerimientos curriculares señalan que los alumnos al final del ciclo deberán ser capaces de apreciar y utilizar de manera adecuada y precisa las propiedades y relaciones geométricas, tendrán que ser competentes en mediciones y deberán poder relacionar la Geometría con los números y el Álgebra de manera armoniosa y concreta. Esto requiere que los profesores de la especialidad tengan la precaución de hacer correcto uso del vocabulario de modo que al momento de establecer relaciones entre conceptos los alumnos sean capaces de comprender de forma clara, además de que aprendan también a usar adecuadamente el lenguaje propio de este eje al momento de concluir y argumentar haciendo uso de las distintas propiedades y definiciones aprendidas.

1.2 Situación problemática

A lo largo de nuestra experiencia como estudiantes, hemos tenido varios acercamientos a distintos tipos de establecimientos educacionales, en los cuales hemos observado el modo de trabajo de los docentes y también las dificultades que enfrentan los estudiantes a la hora de aprender Matemática.

Uno de los ejes, en los cuales los estudiantes presentan mayores problemas de aprendizaje, es en el de Geometría (Baeza, D, 2016). Al presenciar las clases de esta área hemos observado que la mayoría de los alumnos dicen no entender los contenidos o no comprender lo que se les pide que hagan, al momento de realizar una actividad.

Además, es importante destacar que la cantidad de horas dedicadas al estudio de la Geometría es a veces reducida, en algunos establecimientos las horas de enseñanza de la Geometría se separan de las horas generales de enseñanza de la Matemática, como si la primera no fuese parte de la segunda, pero aun así, el tiempo que se le dedica es insuficiente, reduciéndose por lo

general a dos horas semanales. Como consecuencia, los procesos de enseñanza se ven afectados, provocando en los alumnos un aprendizaje incorrecto que, en muchos casos, no se ha logrado superar a lo largo de los años que comprenden la escolaridad, vale decir, la educación básica y media.

Otra situación observada, es que, en muchos casos, los alumnos logran comprender algunas ideas mediante representaciones gráficas, sin embargo, los profesores no relacionan de manera eficiente dichas representaciones con términos verbales, por lo cual, los alumnos al momento de enfrentar una evaluación, carecen del dominio de lenguaje asociado a la Geometría, de modo que no logran descifrar lo que deben hacer (Gamboa & Ballesterro, 2010). Este problema se puede explicar en la dificultad o también la falta de cuidado específico del docente con respecto a la manera en que éste expresa sus ideas geométricas, de modo que sus preguntas presentan la misma debilidad, sumándose a las dificultades de los estudiantes.

Esta situación se puede explicar ya que en Geometría son muchos los conceptos que se trabajan y en este aspecto, la tarea del docente es la de abordarlos de manera correcta e introducirlos de un modo significativo, generando la apropiada relación entre concepto y representación gráfica, tarea que no se cumple a cabalidad en la mayoría de los casos. Esta dificultad impide la adecuada comprensión e interiorización de las ideas geométricas. En muchos casos el problema surge dado que sólo se trabaja con los recursos gráficos desechando o dando escasa importancia a la calidad verbal, oral y escrita.

Dicha situación, a nuestro parecer, podría tener directa relación con el manejo y uso del lenguaje geométrico por parte del profesor, ya que es él quien debe crear las relaciones pertinentes entre una visualización gráfica y su nominalización (Goñi & Planas, 2011). Esto nos lleva a cuestionarnos: ¿Cuánto vocabulario dominamos nosotros como estudiantes de Pedagogía en Matemática?, ¿Cómo varía este léxico disponible a medida que avanzamos en nuestra carrera?

Dichas preguntas surgen ya que es también necesario considerar que en algunas generaciones, de la carrera Pedagogía en Matemática y Computación de la Universidad de Concepción, la asignatura de Geometría que es ofrecida en sólo dos semestres, se ha impartido por profesores de nacionalidad extranjera, que de algún modo, poseen un vocabulario, un poco distinto (Aunque han aprendido el idioma Español utilizan algunos términos en su idioma natal). Sin embargo, se han visto algunos problemas en el uso del lenguaje en los profesores de nuestro país. De este modo, es necesario verificar cuál es la relación existente entre el vocabulario disponible entre estudiantes y sus profesores.

Finalmente, llama la atención que no hay una preocupación especial por el análisis de la Geometría escolar que es el campo del desempeño profesional de los futuros egresados de la carrera, lo cual de alguna manera constituye una debilidad frente a la necesidad de desarrollar procesos metodológicos y didácticos apropiados para el cargo docente. Es decir, muchas veces lo que se enseña desde el punto de vista de los profesores que disciplinariamente enseñan la Geometría en la Universidad de Concepción, no guarda una relación directa con lo que el estudiante de Pedagogía en Matemática necesita para su posterior labor en aula.

2. CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

En la sociedad actual en que vivimos, una de las problemáticas es la disminución en la calidad y cantidad del vocabulario que utilizamos, lo cual genera una notoria pobreza en la forma en que nos comunicamos.

En el desarrollo de este Marco Teórico, analizaremos los factores que influyen en el aumento del léxico que está presente en los futuros profesores de matemática que se forman en dos de las principales Universidades de la Octava Región, dado que el primer paso para mejorar el uso del vocabulario en los que aprenden Matemática, es que los profesores dominen los conceptos que han de enseñar lo que les permite expresarse fluidamente en pos de la comprensión por parte de sus alumnos(as).

2.1 Comunicación

El estudio de la comunicación ha pasado por tres importantes etapas a lo largo del último siglo: la primera, centrada en el análisis de la profesión de la oratoria, la segunda en el desarrollo del campo de la comunicación y la tercera enfocada en el surgimiento de la disciplina de la comunicación. (Fernández & Galguera, 2008).

Sin embargo, lo que en este capítulo analizaremos es la comunicación desde una perspectiva práctica, para lo cual podemos hacer uso del significado etimológico. Comunicación deriva de la raíz latina COMMUNIS: establecer en común algo con otro. Es la misma raíz de *comunidad*, *comuni6n*; es decir, expresa algo que se comparte, que se tiene o se vive en común.

Es también importante mencionar que la comunicación es un proceso que está presente en todas las etapas de la vida del ser humano y que además se define como el intercambio de mensajes verbales y no verbales, entre dos o más

personas (Sarria, 2006). Además, de acuerdo con una de las definiciones entregadas por la Real Academia Española, comunicación es: "Transmisión de señales mediante un código común al emisor y al receptor" (RAE, 2001). Por tanto, se entiende que para que haya comunicación tiene que existir un código compartido, de modo que los mensajes del emisor sean descifrados eficazmente por el receptor.

Otras definiciones de comunicación que se pueden hallar son:

- Comunicar es *"llegar a compartir algo de nosotros mismos. Es una cualidad racional y emocional específica del hombre que surge de la necesidad de ponerse en contacto con los demás, intercambiando ideas que adquieren sentido o significación de acuerdo con experiencias previas comunes"*, (Fonseca, 2000).
- La comunicación es *"la transmisión verbal o no verbal de información entre alguien que quiere expresar una idea y quien espera captarla o se espera que la capte"*, (Stanton, Etzel & Walker, 2007).
- Comunicación es *"el intercambio de información entre personas. Significa volver común un mensaje o una información. Constituye uno de los procesos fundamentales de la experiencia humana y la organización social"*, (Chiavenato, 2006).

De los párrafos anteriores, podemos inferir, de modo general, que la comunicación es un proceso mediante el cual se comparte o se intercambia una determinada información o idea, en forma de mensaje, ya sea de modo verbal o no verbal, por medio de un determinado canal que va desde un emisor hacia un receptor, utilizando un código en común, el cual permite que el receptor pueda interpretar y darle un sentido o significación. En éste proceso es importante que todos los involucrados tengan la oportunidad de asumir en un determinado momento el rol de emisor o receptor, de modo que efectivamente haya un

‘intercambio’ de información. Por tanto, podemos afirmar que todo proceso de comunicación, es esencialmente dialógico.

Sin embargo, se han realizado diversas investigaciones sobre comunicación, por lo cual existen también otros modelos del proceso que en algunos aspectos se contraponen o no concuerdan con lo planteado anteriormente; uno de los más influyentes en los estudios sobre el tema retoma el modelo de Aristóteles basándose en las observaciones científicas sobre: ¿Quién? ¿Qué? ¿A quién? ¿En qué canal? ¿Con qué efectos? De este modo Lasswell define comunicación como el acto intencional de una persona de dirigir un mensaje a otra, de tal manera que con esta estructura se sigue el movimiento de dicho mensaje desde el emisor, hasta el receptor. Años más tarde Nixon recuperó este modelo e incorpora dos nuevos elementos: ¿Con qué intenciones se emite el mensaje? ¿Bajo qué condiciones se recibe? (Lasswell, 1964).

Cabe señalar que en el modelo mencionado, el centro de interés está situado en el recorrido que sigue el mensaje que se transmite (del emisor al receptor), concibiendo el acto de comunicar como la acción de entregar una información, sin tomar en cuenta la reacción del receptor, asignándole sólo un rol pasivo, es decir, se considera como un proceso unidireccional, sin hacer énfasis en el posible diálogo que se genera en los modelos de comunicación en general.

Finalmente, podemos notar que si bien este último modelo sugiere un tipo de comunicación unidireccional, es decir, en forma de monólogo, lo cual se puede asociar a la comunicación que se haya presente en la mayoría de las aulas de clases, es necesario que consideremos un elemento clave dentro de este modelo, el cual corresponde a la información que devuelve el receptor, que en este caso, no necesariamente es información verbal.

Por tanto y de acuerdo con las definiciones vistas podemos interpretar en nuestros propios términos, algunos de los elementos principales que se hallan presentes en la mayoría de los modelos de comunicación y que intervienen haciendo posible que se lleve a cabo el proceso:

- En primer lugar, quién toma la iniciativa en el proceso de comunicación, es el *emisor*, que se define como el sujeto que “comunica”. En tanto que se entiende por *receptor* a aquel a quien está destinado el mensaje. Sin embargo, estos componentes, más que sujetos específicos, hacen referencia a un rol que se cumple por un sujeto en este proceso, dichos roles pueden por tanto intercambiarse, es decir, el emisor se convertirá en receptor y el receptor en emisor, y posteriormente ambos intercambiarán sus papeles en un número indeterminado de ocasiones.
- Al conjunto de las diferentes ideas o informaciones que se transmiten mediante códigos, claves, imágenes, etc. se le denomina *mensaje*. Este consta de la idea o información central que queremos transmitir y de la redundancia que supone todo aquello que ‘adorna’ el mensaje, contribuyendo a captar la atención y facilitar la comprensión por parte del receptor.
- El *código* se define como el conjunto de claves, imágenes, lenguaje, normas, etc., que sirven para transmitir la información o las ideas que constituyen el mensaje. El código, debe ser compartido por el emisor y receptor (o disponer de ‘traductor’), pues en caso contrario es imposible que se produzca una comunicación efectiva.
- El *canal* es el medio a través del cual se emite el mensaje del emisor al receptor. Supone el soporte de la información que actúa como línea de transmisión.
- Se entiende por *contexto* al conjunto de circunstancias que existen en el momento de la comunicación, siendo fundamental para la correcta interpretación de los mensajes.
- Los *ruidos* son todas las alteraciones que se producen durante la transmisión del mensaje y, pese a su nombre, no tienen por qué tener relación con el

sonido. Son aquellas interrupciones visuales, ruidos de tráfico, etc., que dificultan la comunicación.

- Los *filtros* suponen lo que se denomina barreras mentales, que surgen de los valores, experiencias, conocimientos, expectativas, prejuicios, etc., de emisor y receptor.
- Finalmente, la *retroalimentación* corresponde a la información que devuelve el receptor al emisor sobre su comunicación, tanto en lo que se refiere a su contenido como a la interpretación del mismo o sus consecuencias en el comportamiento de los interlocutores.

2.1.1 Comunicación docente en el aula

La comunicación es un proceso que se encuentra presente en todas las etapas del desarrollo humano, ya que es el componente principal al momento de interactuar con la sociedad. A lo largo de los años, estas interacciones son las que generan aprendizajes de diversos tipos en el ser humano, sin embargo, la mayor parte de la vida de los niños y jóvenes transcurre en un establecimiento educacional de modo que sus principales relaciones sociales se dan en la sala de clases. Por tanto, ahora centraremos nuestra atención en lo que sucede en las aulas de clase.

Podemos observar que el tipo de comunicación que se lleva a cabo en el aula, es aquel con estructura de monólogo, ya que, por lo general, es sólo el profesor quien posee el rol de emisor ya sea para entregar contenidos o dar indicaciones. Sin embargo, esto no significa que ese sea el modelo más apropiado para favorecer el aprendizaje de los estudiantes ya que, si bien no es posible un diálogo fluido entre el profesor y sus alumnos, sí es necesario que el profesor esté atento a la reacción que presentan los jóvenes en el aula.

En este contexto podemos decir que la comunicación que propone el docente, guía las expectativas de los alumnos sobre lo que se espera de ellos, además debemos considerar que la participación de los alumnos no será en función de sus características individuales, sino que dependerá de la situación comunicativa del aula en la cual cada uno de ellos hace el esfuerzo por comprender a su enseñante, en tanto que éste hace lo propio por comprender lo que sus alumnos de uno u otro modo le expresan.

Sin embargo, la comunicación, como ya hemos mencionado antes no solo se da de forma verbal, es decir, no solo nos comunicamos por medio de las palabras, por tanto, son de suma importancia también las señales que emitimos tales como las posturas corporales, los gestos, la expresión facial, la mirada, la risa, la respiración y los silencios, las cuales enriquecen la comunicación interpersonal. Así, ante las innumerables interferencias, es fundamental que como docentes utilicemos esta comunicación no verbal y que promovamos en los alumnos la capacidad de cuestionarse a sí mismos, en el sentido de saber si han percibido lo que se les ha transmitido.

De forma general, es posible definir algunos tipos de comunicación que se dan en el aula “elementos de la comunicación”:

- **Comunicación Afectiva:** Es aquel tipo de comunicación donde prima el elemento afectivo en el discurso. Este se manifiesta en un lenguaje expresivo, posturas corporales de cercanía con los alumnos y alumnas y expresiones faciales como sonrisas y miradas atentas a la participación del educando y en la cual se observa una respuesta positiva de éste.
- **Comunicación Autoritaria:** Es aquel tipo de comunicación mediante la cual el profesor o profesora establece una relación de imposición de su rol social con la consecuente sumisión y pasividad del alumno o alumna.

- **Comunicación Conciliadora:** Es aquel tipo de comunicación donde el profesor o profesora establece una relación de mediador, conformidad, avenencia, entendimiento y armonía con los alumnos y alumnas, siendo la toma de acuerdos la base para la comunicación entre ellos.
- **Comunicación Flexible:** Es aquel tipo de comunicación en que el profesor o profesora establece una relación de tolerancia a las actitudes de los alumnos y donde no se observan límites en el rol del alumno o alumna.
- **Comunicación Jerárquica:** Es aquel tipo de comunicación en el cual el profesor o profesora establece un rol de guía reconocido socialmente en forma tácita.

Otro aspecto que debemos considerar en la relación comunicativa de los profesores con sus alumnos y alumnas es la participación de éstos a través de las respuestas que se presentan. Estas acciones pueden ser clasificadas como: Expresión alumno, Participación alumno y Silencio alumno.

- Se considera la *Expresión Alumno* básicamente en la respuesta no verbal a los mensajes del profesor o profesora definidos en expresiones de susto y sonrisas entre otras.
- En cuanto a la *Participación Alumno*, se entiende dentro del contexto teórico constructivista en el cual el alumno o alumna tiene un protagonismo en su proceso de construcción de conocimiento y no las simples respuestas a los mensajes del profesor o profesora.
- La situación que se da cuando el alumno o alumna se ve intimidado a expresarse verbalmente se denomina *Silencio Alumno*.

(Cabrera J, 2009)

2.2 Comunicación y Aprendizaje

Como sabemos, los seres humanos por naturaleza estamos en un constante proceso de aprendizaje; desde que un niño nace comienza a aprender de su entorno mediante las interacciones con el mundo que lo rodea. Dentro de estas interacciones una de las más importantes es la comunicación, por ende, el aprendizaje está fuertemente ligado a la comunicación establecida entre quien aprende y quien cumple el rol de enseñar. De modo que en el contexto escolar, es necesario el 'incremento del discurso', para poder así aumentar el potencial de los alumnos en su aprendizaje y el del profesor en su labor de ayudarlo a aprender.

Existen expresiones verbales que son utilizadas en el aula de clases, ya sea por el profesor o sus alumnos, que no consideran precisamente una estructura formal y/o estructura que garantice la comprensión de lo que se desea aprender, lo cual inevitablemente incide en el aprendizaje. Es por esto que es importante que el lenguaje que utilizan los docentes considere el lenguaje con el que disponen sus alumnos, de modo que la adquisición de nuevos conceptos esté vinculada a los conceptos previos que los estudiantes ya manejan (del Valle, M., 2011).

Para que se produzca una mejora en los logros de los estudiantes al momento de aprender es necesario que los profesores identifiquen y trabajen a partir del conocimiento y las creencias que el alumno posee previamente, para que así produzcan conocimientos organizados y los apliquen en diversos contextos, promoviendo en sus estudiantes el auto monitoreo del aprendizaje, ya que el profesor debe cuidar que los alumnos puedan atribuirle sentido a lo que aprenden a partir de sus conocimientos previos, experiencias e intereses. Además, se considera de suma importancia que el profesor comparta con los estudiantes los propósitos de la clase, los aprendizajes a lograr y los guíe acerca de los criterios a través de los cuales serán evaluados. Por tanto, es necesario preocuparse de los procesos de comunicación y de la interacción que el docente establece con sus alumnos, ya que estos factores inciden en la calidad de los aprendizajes en las clases de matemática.

“Los profesores deben discutir con sus alumnos el propósito de su aprendizaje y proporcionar una retroalimentación que apoye este proceso, estimule a los alumnos a evaluar su trabajo en términos de cuánto han aprendido y cuánto han progresado, que les ayude a comprender dónde se encuentran en relación con las metas del aprendizaje y cómo progresar aún más, y les entregue una retroalimentación que les permita conocer los pasos siguientes y cómo darlos en forma exitosa. Una vez que el docente comprende la naturaleza del crecimiento en un área de aprendizaje y ha establecido el nivel actual de logros del alumno, podrá tomar decisiones basadas en evidencias acerca de cómo facilitar de mejor manera un mayor aprendizaje” (Mineduc, 2008).

2.2.1 Aprendizaje

Sabemos que no existe una definición de aprendizaje que sea del todo satisfactoria ni completamente compartida por todos los especialistas, sin embargo, sí hay una definición que podemos considerar en general como más aceptada es aquella en la que se entiende por aprendizaje a “un cambio más o menos permanente de conducta que se produce como resultado de la práctica” (Kimble, 1971; Beltrán, 1984).

Tanto de manera explícita como de manera implícita, casi la totalidad de los especialistas aceptan estos tres criterios de cambio señalado, es decir, un cambio en la conducta o en la potencialidad de esta, un cambio producido por algún tipo de práctica y un cambio más o menos duradero.

Sin embargo, en el contexto de definir lo que es el aprendizaje nos podemos encontrar con otras ideas que nos ayudarán a definir lo que significa aprender, por ejemplo:

- El aprendizaje debe ser ante todo ‘significativo’; ya que mientras en el aprendizaje mecánico las tareas de aprendizaje constan de asociaciones

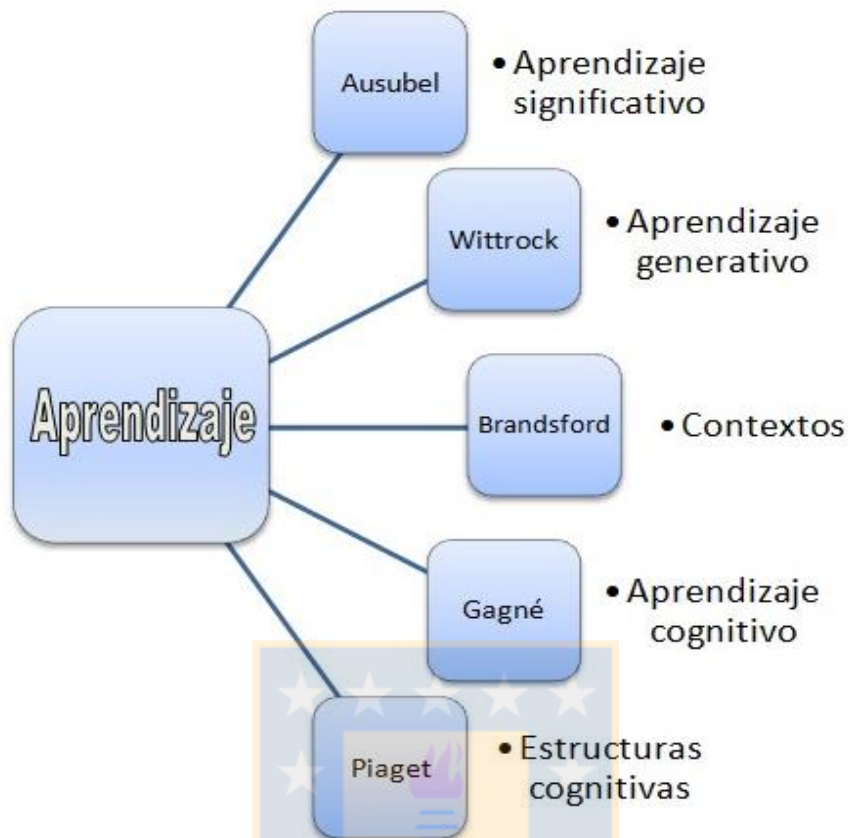
puramente arbitrarias, en el aprendizaje significativo las tareas se relacionan de manera congruente (Ausubel, 1968). De este modo, para el autor, el aprendizaje significativo requiere tanto de la disposición del sujeto para aprender significativamente como de material de aprendizaje potencialmente significativo. Es decir, es necesario que el material tenga un sentido lógico y que la estructura del sujeto tenga ideas de afianzamiento relevantes con las cuales pueda relacionar el material nuevo.

- Un sujeto aprende material significativo mediante la construcción de relaciones entre la nueva información y el conocimiento que ya se encuentra almacenado en la memoria de largo plazo. Estas construcciones verbales o imaginativas se dan cuando el estudiante busca descubrir la regla o la relación subyacente, haciendo inferencias sobre la regla, aplicándola, probándola, relacionándola con otras reglas y con la experiencia. El principal mecanismo de esta teoría es la producción, de parte del alumno, de inferencias acerca de las relaciones potenciales y la posterior búsqueda de retroalimentación sobre la adecuación de estas relaciones (Wittrock, 1974).
- Comprender de manera significativa requiere que el conocimiento se adquiera en un principio de manera contextualizada, sin embargo, posteriormente el conocimiento debe ser abstracto, de manera que éste pueda ser relacionado con distintas situaciones. Si bien no se señala un mecanismo específico para este proceso de descontextualización, sí es necesario que el conocimiento llegue a ser abstracto de manera que pueda ser utilizado para clasificar variadas situaciones (Brandsford, 1982).
- El aprendizaje se genera de forma jerárquica, de modo que para que se produzca un aprendizaje de nivel superior, es necesario que se hayan adquirido otros niveles inferiores de aprendizaje (o más básicos). De este modo existe una altísima correlación entre lo que se aprende en un nivel

superior con lo que se ha aprendido en otros niveles inferiores. Un ejemplo de esto es el descubrimiento y demostración de los criterios de congruencia de triángulos (Gagné, 1974).

- Por último, es importante considerar algunos conceptos claves del aprendizaje que son: asimilación, acomodación, adaptación y equilibración. De acuerdo con esta teoría, todo individuo construye esquemas de asimilación con la finalidad de abordar la realidad. Cuando los esquemas de asimilación no son capaces de asimilar una situación, la mente tiene dos opciones, desistir o modificarse. En el segundo caso, se produce la llamada acomodación, es decir, una reestructuración de los esquemas de asimilación que ya posee el individuo, generando esquemas nuevos. Es aquí en donde se da el desarrollo cognitivo, de modo que, si el medio no presenta dificultades, el ejercicio mental es solo de asimilación, sin embargo ante problemas se reestructura y se desarrolla. Cuando las experiencias que se han acomodado originan nuevos esquemas de adaptación, se produce un nuevo estado de equilibrio que es denominado como adaptación. Finalmente, cuando este equilibrio se rompe por experiencias no asimilables, la mente del individuo se reestructura para crear nuevos esquemas de asimilación y alcanzar un nuevo equilibrio, este proceso es el que se denomina como equilibración mayorante y es el responsable del desarrollo cognitivo del individuo (Piaget, 1971)

Cabe mencionar que Piaget no enfatiza en el concepto de aprendizaje, pero sí se puede realizar una analogía entre lo que conocemos por aprendizaje y lo que en términos piagetianos sería aumento del conocimiento mediante la acomodación de nuevos esquemas de asimilación.



Esquema 1. Aprendizaje. Líneas de investigación

De acuerdo con la teoría y la experiencia que se ha adquirido podemos afirmar que aprender es un proceso de reorganización interna de esquemas, que se produce cuando entra en conflicto lo que el alumno ya sabe con lo que debería saber. El aprendizaje no es comparable a un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador, por ende, requiere principalmente la participación directa y activa de los estudiantes mediante la interacción de unos con otros. De modo que éste se puede comprender como un proceso social y cooperativo (Johnson, D. citado por Moreno, J., 2015).

El aprendizaje de la matemática en los estudiantes se genera mediante las experiencias que los estos obtienen de las actividades que son proporcionadas por el profesor; de modo que la comprensión de éstas por parte de los alumnos y la capacidad que ellos desarrollan para usarlas al momento de resolver

problemas, además de la confianza y la buena disposición hacia ellas, están condicionadas por la enseñanza que se les imparte en el aula (Godino, 2013).

Desde este punto de vista el profesor debe organizar y seleccionar las experiencias educativas, guiar, orientar y evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje de modo que le entregue a sus estudiantes todas las herramientas necesarias para lograr un aprendizaje significativo. Por tanto, en el contexto del uso de lenguaje, es indispensable que el profesor tenga un alto dominio del vocabulario que se requiere para introducir los conceptos nuevos, de modo que todo aquello que el estudiante vaya comprendiendo y asimilando, sea capaz de verbalizarlo de la manera correcta.

Si tomamos como ejemplo el área de la Geometría, a menudo nos encontraremos con quienes afirmen que “una imagen vale más que mil palabras”, sin embargo, debemos considerar que muchas veces existen ideas complejas las cuales no es posible simplificar con solo una imagen, de modo que se requiere que algunas concepciones sean debidamente puestas en palabras. Además, según Godino (2003), se entiende por “saber matemáticas” que cualquier persona haya adquirido ciertas nociones básicas, de modo que sea capaz de usar dicho lenguaje y conceptos matemáticos en el contexto que sea necesario para resolver un problema. Es decir, entender una idea determinada mediante una demostración gráfica o visual no abarca todo el proceso de aprendizaje ni nos asegura que el individuo haya experimentado un aprendizaje significativo, por lo tanto, es necesario que éste se pruebe mediante la verbalización y el uso del lenguaje.

2.3 Léxico

2.3.1 Orígenes y componentes del léxico

Los primeros estudios sobre léxico disponible, que utilizan determinados grupos de personas, se remontan al año 1953 cuando los lingüistas franceses Gougenheim, Michéa, Rivenc y Sauvageot comienzan a realizar estudios a hablantes de una determinada lengua en situaciones distintas. Posteriormente

estos estudios fueron conocidos como 'Estudios de Disponibilidad Léxica' y el 'Léxico Disponible' fue definido como las palabras que se presentan en la mente del hablante de forma inmediata y natural cuando se trata de un determinado tema (Michéa, 1953).

Un ejemplo de este trabajo es el que realizó Echeverría (1987) al estudiar el léxico disponible en estudiantes de distintos cursos de enseñanza básica y media. Dichos estudios de disponibilidad léxica han permitido a lo largo del tiempo conocer cuánto y cuál es el léxico que un individuo posee en diferentes etapas de su vida. En la actualidad, la Disponibilidad Léxica (DL) es el campo de investigación que busca recolectar y analizar el léxico disponible (LD) de un determinado grupo de individuos, es decir, las palabras que se presentan en la mente del hablante en forma inmediata y natural cuando se trata un determinado tema (Urzua, 2006), (Echeverría, 1991). Este LD se obtiene a través de encuestas que utilizan estímulos con el fin de actualizar el lexicón mental del hablante, que de acuerdo con Emmorey y Fromkin (1988) es el 'componente de la gramática que contiene información de las palabras necesarias para el hablante'; además nos permite establecer la manera en que la comunidad comprende un concepto determinado, estableciendo así las carencias, debilidades o la forma de relacionar las palabras frente a un concepto.

Considerando lo expuesto hasta ahora, es lógico pensar en la siguiente interrogante: ¿qué pasa con los hablantes que se desenvuelven en ámbitos restringidos y que además reciben un entrenamiento lingüístico en este ámbito? (del Valle, 2012). No se trata de individuos aislados, sino que de individuos que necesitan específicamente de vocabulario particular en contextos determinados, como por ejemplo un docente o un alumno universitario. La pregunta de rigor es ¿existe un crecimiento de este léxico disponible específico a medida que se avanza en el estudio académico?.

2.3.2 Primeros estudios de Disponibilidad Léxica

Para recopilar el léxico disponible de una muestra de habla determinada se prepararon unos estímulos que fueron llamados centros de interés (alimentos, juegos y diversiones, profesiones y oficios, etc.) en torno a los cuales cada sujeto de la muestra produciría unas listas de unidades léxicas con cada centro de interés. De modo que el trabajo era hacer una asociación, estímulo de palabras.

En los test de disponibilidad léxica los estímulos usados eran los mismos para todos los sujetos que conforman la muestra y además contaban con un cierto tiempo para reaccionar ante cada centro de interés. Al principio, en investigaciones canadienses y francesas se utilizaron listas cerradas en las que los encuestados disponían de 15 minutos para completar con las 20 palabras que estimaran más convenientes al centro de interés entregado. El primero que comenzó a utilizar un sistema de listas abiertas fue (Dimitrijevic, 1969), determinando que los encuestados debían disponer de un tiempo más reducido para responder, con la finalidad de que no se anotaran términos que apenas serían usados en la realidad. Por último, quien determinó que el tiempo suficiente para responder era de sólo 2 minutos por cada centro de interés fue (Mena, 1986), este tiempo se ha mantenido en gran parte de los estudios que se han realizado de disponibilidad léxica.

En un principio los encuestados entregaban sus listados correspondientes a cada centro de interés de la prueba de disponibilidad léxica, luego sus respuestas se analizaban y con ellas se calculaba la frecuencia de cada vocablo en cada centro de interés. Esto se desarrolló de esa forma hasta que (Muller, 1968) advirtió que era mucho más conveniente considerar, en el estudio, el orden en que las palabras aparecían en las listas, lo cual mostraría más claramente la realidad, dado que muchas palabras podrían tener igual frecuencia y no tener el mismo orden de disponibilidad.

Luego de quince años de que Muller formulara su propuesta, ya en el año 1983 se comenzaron a diseñar fórmulas que fuesen capaces de ponderar la

frecuencia de las palabras con los lugares que estas ocupaban en las listas. Es necesario tener en cuenta que las primeras palabras en acudir a la memoria como reacción a un determinado estímulo son realmente las que están más disponibles.

A la fecha existen agrupaciones, proyectos y países que cuentan con un preliminar banco de datos de disponibilidad léxica, como por ejemplo el Proyecto Prehispánico de Léxico Disponible, que abarca los diversos ámbitos Españoles e Hispanoamericanos de lengua española (<http://www.dispalex.com>), y cuya finalidad es la elaboración de diccionarios de Disponibilidad Léxica para las mencionadas áreas, con objeto de obtener, en el futuro, el Léxico Disponible del mundo hispánico. Estos diccionarios se realizan con total homogeneidad de criterios, de forma que puedan establecerse comparaciones lingüísticas, etnográficas y culturales entre las regiones del mundo hispánico. Hoy el estudio ya abarca más de 50 localidades, tales como, Santiago de los Caballeros de República Dominicana, Jaén, Zaragoza, Cádiz, Burgos, Las Palmas, Barcelona y otros de España, Chile, Argentina y otros países Hispanos.

2.4 Índices cuantitativos para estudios de Disponibilidad Léxica

2.4.1 Estadígrafos

Los índices que más aportan a la determinación de la riqueza léxica de los sujetos se utilizarán para realizar el análisis cuantitativo de los datos de nuestra investigación, éstos son el *promedio de respuestas* a cada centro de interés ($\bar{X}R$), el *total de palabras diferentes* por centro (PD), y el *índice de cohesión* (IC).

- El ($\bar{X}R$) indica cuántos son los vocablos que, en promedio, poseen los sujetos para su comunicación en el ámbito de conocimiento que explora el centro de interés respectivo.
- EL (PD): es un índice que da cuenta del total de vocablos conocidos por el grupo muestral. Es necesario manejar con cautela este índice ya que en

caso de que el grupo sea en general heterogéneo, bastaría con uno o dos sujetos atípicos para elevar el valor del índice de manera desproporcionada.

- EL **(IC)**: es un indicador del grado de coincidencia en las respuestas. Esto permite interpretar más adecuadamente los datos del índice anterior, pues el grado de homogeneidad en el uso del léxico está en proporción directa con el grado de disponibilidad que ese léxico tiene para todos los sujetos como conjunto.

Este índice se considera como la razón entre los índices anteriores, es decir

$$IC = \frac{\bar{X}R}{PD}$$

de tal manera que en el caso hipotético en que todos los encuestados contestaran las mismas palabras se obtendría un *IC* igual a 1, y en el caso particular de obtener un valor 0, éste expresaría el hecho de que todos los alumnos presentaron respuestas distintas. Cabe destacar que mientras más variadas sean las respuestas el *IC* se acerca a 0.

2.4.2 Índice de Disponibilidad Léxica (IDL)

Es el indicador que expresa el grado de disponibilidad de una palabra en la mente del hablante, es decir, la capacidad o impedimento con que un vocablo se manifiesta en el hablante en un momento determinado. Este índice está compuesto por tres factores, estos son: frecuencia de las menciones de la palabra (*f*), número de sujetos encuestados (*N*) y factor de ponderación (λ) elevado a *n* – 1, donde *n* es la posición que ocupa la palabra.

Con el paso del tiempo, se han determinado diversos valores para λ , los cuales podrían ser 0.60, 0.75, 0.80 y 0.90 (López, 1991). Éste autor también explica que el mejor factor de ponderación es aquel que es más cercano a uno (1),

esto se debe a que si λ es muy bajo, resta valor a las palabras con posiciones más lejanas.

Debido a lo mencionado anteriormente, López (1983) propuso la siguiente expresión para calcular el IDL, usando $\lambda = 0.90$.

$$D(p) = \frac{f_1 + \lambda f_2 + \lambda^2 f_3 + \dots + \lambda^{n-1} f_n}{N}$$

Donde:

$D(p)$: Índice de disponibilidad léxica de la palabra p

N : Número de sujetos encuestados

F_i : Frecuencia de la palabra en la posición i , con $1 < i < n$

λ : Factor de ponderación (con un valor de 0,90)

2.5 Grafos y Métricas

2.5.1 Teoría de grafos

Se atribuye el inicio de los estudios de la Teoría de Grafos al Matemático Leonhard Euler, quien intentó dar solución a la incógnita de los Puentes de Königsberg (hoy Kaliningrado). El desafío consistía en cruzar a través de los 7 puentes en un recorrido, sin pasar 2 veces por el mismo puente y regresar al punto de partida. Euler, primero realizó un bosquejo de la disposición de los puentes para luego realizar un bosquejo de líneas y puntos, de los cuales los puntos determinaban una ubicación en la ciudad y las líneas representaban trayectorias a través de los puentes, como se muestra en la siguiente figura.

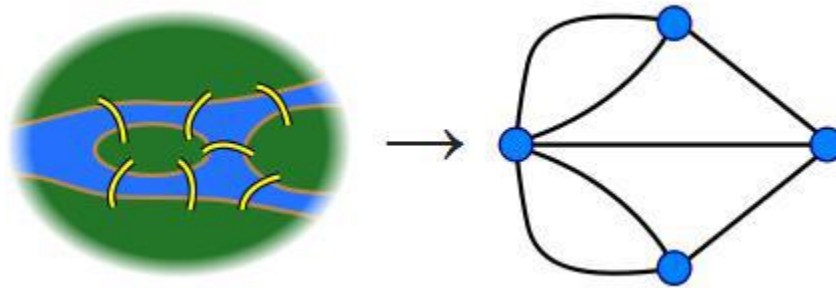


Figura 1: Puentes de Königsberg

La solución en sí, (aunque por sí misma no da origen a la teoría), da inicio a la primera noción de grafo, ya que la representación abstracta del problema presenta los datos con vértices y aristas.

Se define grafo como una representación gráfica de un conjunto de objetos o puntos, que se conocen como nodos o vértices, los cuales se encuentran unidos a través de líneas que reciben el nombre de enlaces o aristas (Díaz &Valenzuela, 2013).

En términos matemáticos un grafo es un par $G = (V, E)$, donde V es el conjunto de objetos, llamados nodos o vértices, y E es el conjunto de pares de nodos, llamados enlaces o aristas. Un ejemplo básico de un grafo con seis nodos y siete enlaces se puede apreciar en la siguiente figura:

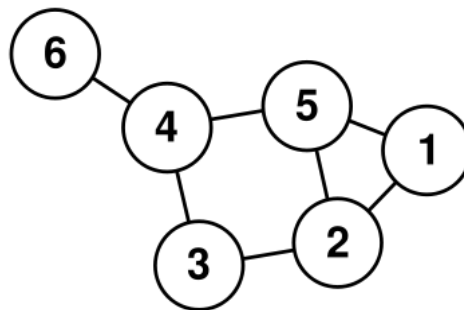


Figura 2: Grafo con seis nodos y siete enlaces.

Visto de manera práctica, los grafos nos permiten el estudio de las interrelaciones entre unidades que interactúan unas con otras. Por ejemplo, una red de computadoras puede representarse y estudiarse mediante un grafo, en el

cual los vértices representan terminales y las aristas representan conexiones (las cuales, a su vez, pueden ser cables o conexiones inalámbricas). De modo que es posible representar prácticamente cualquier situación problemática mediante un grafo, haciendo que su estudio trascienda a diversas áreas como lo son: química, informática, ingeniería, sociología, economía, etc. En particular el uso de grafos se encuentra estrechamente relacionado con ramas de la matemática tales como la teoría de conjuntos, matrices, análisis numérico, probabilidades, entre otras.

2.5.2 Estructura de un grafo

Para comprender mejor la estructura de ellos es necesario considerar algunos conceptos y términos básicos:

- **Vértice:** Nodo.
- **Enlace o arista:** Conexión entre dos vértices (nodos).
- **Vértices adyacentes:** Son dos vértices que tienen un enlace directo entre ellos.
- **Vecindad:** Conjunto de vértices adyacentes entre sí.
- **Camino:** Secuencia de aristas para ir desde un nodo origen hasta un nodo destino.
- **Circuito:** Se presenta cuando existe un camino que empieza y acaba en el mismo vértice.
- **Orden:** Es el número de vértices (nodos) del grafo.
- **Grafo conectado:** Aquél que tiene un camino directo entre todos los nodos.
- **Grafo con pesos:** Aquél cuyos enlaces tienen asociado un valor.
- **Grafo dirigido:** Aquél cuyos enlaces son unidireccionales e indican hacia donde están dirigidos. Entre estos se encuentran:

- **Débilmente conexo:** Es cuando existe una cadena que une cada par de nodos distintos sin tener en cuenta la orientación.
- **Fuertemente conexo:** Es cuando para cada par ordenado de nodos existe un camino que va entre ellos.
- **Grafo no dirigido:** Es aquel cuyas aristas no tienen dirección definida.
- **Grado de un vértice:** Es un número natural de cero al infinito que designa el número de aristas que le conectan con otros vértices.

2.5.2.1 Tipos de Grafos

De acuerdo con las características de un grafo y sus aristas, es posible clasificarlos en algunos tipos como:

- **Grafo Simple:** Es un grafo donde a lo más existe una arista uniendo a dos vértices.
- **Multigrafo:** Es un grafo con múltiples aristas entre pares de nodos.
- **Grafo completo:** Es un grafo que tiene todos los vértices mutuamente adyacentes.
- **Grafo Bipartido:** Es un grafo cuyo conjunto de vértices puede ser particionado en dos clases, de tal manera que dos vértices de la misma clase no sean adyacentes.
- **Grafo Regular:** Es un grafo en el que todos sus vértices tienen el mismo grado.
- **Grafo Conexo:** Es un grafo en el que cada par de vértices existe una cadena que los une.

2.5.3 Métricas

El estudio de la teoría de grafos menciona conceptos cuya asociación permite establecer ciertos indicadores cuantitativos que en su conjunto reciben el nombre general de métricas. Estos son fundamentales al momento de analizar e interpretar la estructura de un determinado grafo, a continuación se describen estas métricas:

- **Diámetro de la red:** Es la mayor distancia entre cualquier par de vértices.
- **Grado medio:** es el número de aristas que inciden en un vértice dado.
- **Densidad del grafo:** Es la proporción entre la cantidad de relaciones presentes en la muestra en relación al total. La densidad de un grafo depende del tamaño que tenga la muestra.
- **Coficiente medio de Clustering:** Es el que mide la densidad de las conexiones que hay entre los vecinos directos de un nodo.
- **Modularidad:** Conjunto de nodos altamente interconectados.

2.6 LexMath y su aporte al análisis de los datos

2.6.1 Plataforma LexMath



Los estudios de disponibilidad léxica son una herramienta que resulta muy útil para comprender cuánto sabe un grupo de personas (muestra) sobre un determinado tema. Desde esta perspectiva se origina la plataforma LexMath, un sistema que forma parte del proyecto FONDECYT 1120911 *“Disponibilidad Léxica Matemática en Estudiantes de Enseñanza Media y su Aplicación en Hipermedios*

Adaptativos” (Salcedo P. y otros, 2012-2014), auspiciado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile (CONICYT).

En esta plataforma se estudia el léxico mediante diversas herramientas, buscando cuantificarlo y describirlo para apoyar diversas áreas como educación, psicología, informática, etc. En primera instancia se creó con el objetivo de estudiar el léxico de estudiantes de enseñanza media de la ciudad de Concepción, sin embargo, en la actualidad la plataforma ha permitido realizar estudios en otros grupos, como es el caso de los estudiantes de Pedagogía en Matemática de dos universidades de la región del Biobío, permitiendo realizar variados análisis comparativos del léxico centrados en los distintos ejes temáticos que conforman la disciplina.

Otra de las finalidades de la plataforma ha sido crear una propuesta didáctica para generar un hipermedio adaptativo que permita ampliar la Disponibilidad Léxica en los centros de interés de: números (aritmética), álgebra, geometría, probabilidades y azar (estadística), transporte, hogar y ciudad. Además, tiene como objetivo también generar un lexicón computacional en línea, que bajo el paradigma de la Web Semántica, permita compartir tanto los léxicos disponibles y latentes, como los estadígrafos asociados y los grafos con las relaciones semánticas correspondientes.

2.6.2 Software Gephi



Gephi es un software para la exploración, navegación y análisis de datos, que resulta ideal para desplegar gráficos representados por medio de grafos. Este software, es un programa de código abierto, que puede ejecutarse tanto en Windows, Linux como Mac y que puede ser descargado libremente desde <http://www.gephi.org>.

Su diseño permite explorar y comprender grafos, de modo que hace posible interactuar de forma sencilla con la representación de estos, ya que entrega opciones para manipular las estructuras, formas y colores de sus gráficos para distinguir más fácilmente las propiedades ocultas. Además permite analizar diversos tipos de redes a través de su moderna capacidad gráfica y sus aplicaciones estadísticas. Gephi busca ayudar a los analistas de datos a plantear hipótesis, descubrir patrones, aislar la estructura de singularidades o fallos durante el abastecimiento de datos, etc.; todo gracias a las herramientas con las que cuenta el software, como por ejemplo los filtros, que nos permiten simplificar las representaciones gráficas obtenidas para poder analizarlas cualitativamente de una manera más simple. También cuenta herramientas de tipo estadísticas llamadas métricas que nos ayudan a interpretar cuantitativamente el comportamiento de los datos.

Ésta es una herramienta complementaria a las estadísticas tradicionales, que actualmente es reconocida por facilitar el razonamiento, por medio de pensamiento visual pero con interfaces interactivas. Este software para análisis de datos exploratorio, apareció en el campo de la investigación como un paradigma en la analítica visual.

2.7 Los recursos tecnológicos y la posibilidad de analizar variables

En el transcurso de la investigación, parte primordial del proceso corresponde a la recolección de los datos que serán posteriormente analizados. De modo que mediante esta recopilación se tuvo acceso a datos importantes como lo son el “Léxico Disponible” de los estudiantes de Pedagogía en matemática de la octava región. Para este fin fue importante el uso de Recursos tecnológicos tales como LexMath y Gephi que permitieron el análisis de los datos. Dichos datos permiten contrastar variables como las siguientes: curso, sexo y universidad de procedencia. De esta forma, se pretende averiguar cómo se relacionan las variables entre ellas, que tan relacionadas están, y cómo influye cada una de ellas en el dominio del léxico en el eje geometría.

En los términos del diccionario de la Real Academia Española, podemos señalar que “Relación” se define como “Conexión, correspondencia de algo con otra cosa”. De la misma forma se entiende “Relación” en metodología de la investigación, de modo que se debe entender cómo la conexión de una cosa con otra, de una acción con un efecto, de una variable con otra variable. Las relaciones no son situaciones o realidades palpables, muchas de ellas no son tangibles o visibles, pero nos podemos dar cuenta de que existen, que se hacen presentes y muchas veces tenemos que auxiliarnos de instrumentos para presentarlos.

2.8 Formación de profesores en Pedagogía en Matemática en instituciones de la región del Biobío

La carrera Pedagogía en Matemática se puede encontrar en distintas universidades de nuestra región, con distintas menciones y con distintos planes de estudio. Para el presente seminario se utilizó como muestra a los alumnos que estudian la mencionada carrera, pertenecientes a dos universidades de la región del Biobío. La primera es una institución estatal, la cual denominaremos para efectos de este informe denominaremos como “Universidad A”. La siguiente, es una institución privada con recursos del estado, a la cual llamaremos “Universidad B”.

2.8.1 Perfil de la carrera en la institución "Universidad A"

La Universidad A presentó la malla curricular de la carrera de Pedagogía en Educación Matemática al Consejo Superior en el año 2001, aprobándose la creación de la nueva Carrera. Luego, el año 2004 se da inicio a la nueva primera generación de estudiantes, contando con un alto número de postulantes y con muy buenos puntajes de ingreso.

2.8.1.1 Objetivos Generales

- Formar profesores competentes, integrales y reflexivos en la enseñanza de la Matemática para el sistema educacional, acorde con las exigencias de los planes y programas vigentes de enseñanza Básica y Media del Ministerio de Educación, y para contribuir a resolver el problema de déficit existente de profesores de matemática, titulados de la región y del país.
- Formar profesores que se distingan por su capacidad para transferir en el aula los conocimientos disciplinares en sus aspectos cognitivo, procedimentales y actitudinales comprometidos con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

2.8.1.2 Objetivos Específicos

- Analizar críticamente los contenidos de las diferentes disciplinas del currículo de la especialidad (álgebra, geometría, análisis matemático, estadísticas y didáctica) desde una perspectiva transdisciplinaria y globalizadora.
- Asumir el tratamiento de la especialidad con una actitud crítica y ético-valórica, de manera transversal, privilegiando la interacción, la autonomía, el trabajo cooperativo, el pensamiento reflexivo y la resolución de problemas, en contextos socioculturales pertinentes y significativos.
- Evaluar en forma permanente, los procesos de enseñanza-aprendizaje, monitoreándolos para su funcionamiento y adecuándolos al contexto educacional mediante competencia, habilidades de desempeño.
- Modelar los conocimientos teóricos y prácticos de la Matemática, sus estructuras y aplicaciones a la resolución de problemas en los diferentes contextos científicos y de la vida real.

- Comprender la dinámica de desarrollo del campo disciplinar y profesional.

Diseñar situaciones de aprendizaje matemático, de acuerdo a los contenidos establecidos en los programas oficiales, fundamentando sus propuestas didácticas en base a los modelos didácticos existentes.

2.8.1.3 Perfil de egreso de la carrera

A rasgos generales la universidad A pretende que sus estudiantes cumplan con el siguiente perfil de egreso:

“El egresado de la “Universidad A” se distingue por el compromiso permanente con su aprendizaje y por la responsabilidad social con que asume su quehacer profesional y ciudadano. Respeta la diversidad, favoreciendo el trabajo colaborativo e interdisciplinario. Potencia sus capacidades de manera integral para servir a la sociedad con innovación y excelencia”

2.8.1.4 Aspectos curriculares

Dentro del plan de estudios de la universidad A, es interesante observar el orden en el que están organizadas sus asignaturas. La siguiente imagen nos muestra la malla curricular de pedagogía en educación matemática en la universidad A.

I SEMESTRE	II SEMESTRE	III SEMESTRE	IV SEMESTRE	V SEMESTRE	VI SEMESTRE	VII SEMESTRE	VIII SEMESTRE	IX SEMESTRE	X SEMESTRE
Álgebra y Geometría Analítica	Álgebra	Análisis Matemático I	Álgebra Lineal	Estructuras Algebraicas	Electivo Especialidad	Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Numérico	Didáctica Álgebra y Geometría	Actividad de Titulación I	Actividad de Titulación II
Taller de Software	Geometría Plana	Geometría del Espacio	Análisis Matemático II	Análisis Matemático III	Análisis Matemático IV	Orientación Educativa	Historia Epistemología de la Matemática	Práctica Profesional	
Tecnologías y Aprendizaje	Sociología General	Aritmética	Métodos Estadísticos y Probabilidades	Preferencia Estadística	Didáctica Estadística	Investigación Educativa Cuantitativa			
Inglés Técnico I	Psicología General y del Desarrollo	Sociedad, Cultura y Educación	Formación General	Formación General	Taller II: Problemas del Aprendizaje	Didáctica del Cálculo	Investigación Educativa Cualitativa		
Estrategias de Comunicación	Inglés Técnico II	Psicología Educativa	Taller II: Escenarios Educativos	Curso y Evaluación Educativa I	Curso y Evaluación Educativa II	Didáctica y Evaluación de la Especialidad	Taller de Didáctica y Evaluación de la Especialidad		
Filosofía General		Inglés Técnico III			Gestión Educativa		Práctica Pedagógica		

Figura 3: Malla curricular Universidad "A"

Podemos observar que las asignaturas relacionadas con el eje de Geometría en la Universidad A son las siguientes:

- Geometría Plana (Semestre II)
- Didáctica del Álgebra y la Geometría (Semestre VIII)

2.8.2 Perfil de la carrera en la institución Universidad "B"

En la Universidad B la carrera Pedagogía en Matemática y Computación fue creada en 1999 a través de un Proyecto FIDD, dentro del cual se planteaba el objetivo de desarrollar y validar una nueva estructura académico-formativa en la especialidad en el área de Matemáticas, con una duración de 5 años en modalidad modular y semestral.

2.8.2.1 Objetivos de la carrera

- Formar un profesional en el ámbito de la Matemática y la Computación que desarrolle procesos de análisis conceptual, hábil en la resolución de problemas y en el uso del computador, de manera tal, que le permita explicar su funcionamiento y posibilidades de uso pero al mismo tiempo le permita seleccionar y operar eficientemente software matemáticos interactivos.
- Formar un profesional en el ámbito de la Matemática y la Computación, metodológicamente habilitado para producir aprendizajes, motivar y fortalecer el gusto por las disciplinas, capaz de comunicarse y reconocer la diversidad de los otros en una perspectiva valórica, social y cultural.

2.8.2.2 Perfil de egreso

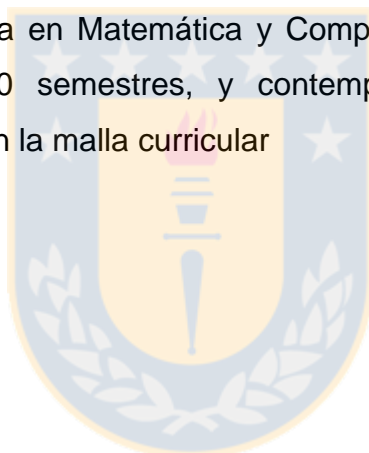
En la dimensión pedagógica se espera que el egresado de la Universidad B sea desarrolle la capacidad para utilizar recursos metodológicos que colaboren con la comprensión y toma de significado de los conceptos matemáticos, lo que redundará en el uso apropiado de ellos. También considera alcanzar el

reconocimiento del computador como una herramienta de trabajo que es necesario conocer en su funcionamiento para poder operar con ella y el uso de software matemáticos interactivos que exigirán saber de sus estructuras y propósitos para adecuar su inserción en el quehacer docente de forma adecuada.

En la dimensión disciplinaria, se pretende habilitar al futuro profesor en la comprensión y utilización de conceptos matemáticos, beneficiando preferentemente la contextualización, así como también habilitar en el trabajo con el computador, tanto desde el punto de vista de hardware como de software.

2.8.2.3 Aspectos curriculares

La carrera Pedagogía en Matemática y Computación de la Universidad B tiene una duración de 10 semestres, y contempla las asignaturas que a continuación se muestran en la malla curricular



Semestre 1	Semestre 2	Semestre 3	Semestre 4	Semestre 5	Semestre 6	Semestre 7	Semestre 8	Semestre 9	Semestre 10
LENGUAJE MATEMÁTICO	LOS NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS II	CÁLCULO DIFERENCIAL	CÁLCULO INTEGRAL	GEOMETRÍA I	GEOMETRÍA II	HISTORIA DE LA MATEMÁTICA Y LA TECNOLOGÍA II	REDES DE COMUNICACIÓN III	PRÁCTICA DE PROFESOR JEFE	
MATEMÁTICAS Y JUEGOS	FUNCIONES	ESPACIOS VECTORIALES	ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS	CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES	HISTORIA DE LA MATEMÁTICA Y LA TECNOLOGÍA I	MODELOS MATEMÁTICOS	ASIGNATURA ELECTIVA	PRÁCTICA DE LA ESPECIALIDAD	
LOS NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS	SISTEMAS LINEALES	SOFTWARE MATEMÁTICOS I	SOFTWARE MATEMÁTICOS II	REDES DE COMUNICACIÓN I	REDES DE COMUNICACIÓN II	ASIGNATURA ELECTIVA	ESPACIOS MÉTRICOS	SEMINARIO	
GEOMETRÍA ANALÍTICA	PROGRAMAS UTILITARIOS	TÉCNICA DE LA VOZ HABLADA	ELEMENTOS DE ORTOGRAFÍA Y REDACCIÓN	DIDÁCTICA I	DIDÁCTICA II	DIDÁCTICA III	DIDÁCTICA IV		
INTRODUCCIÓN AL USO DE PROGRAMAS UTILITARIOS	ASIGNATURA COMPLEMENTARIA	ANÁLISIS ORGANIZACIONAL Y LIDERAZGO	MÉTODOS CUANTITATIVOS Y CUALITATIVOS DE INVESTIGACIÓN	DESARROLLO INFANTE JUVENIL	ESTADÍSTICA I	ESTADÍSTICA II	ORIENTACIÓN EDUCATIVA		
PRINCIPIOS DE EDUCACIÓN I	PRINCIPIOS DE EDUCACIÓN II	ASIGNATURA COMPLEMENTARIA	INGLÉS FUNCIONAL, EDUCACIÓN		PSICOLOGÍA EDUCATIVA				
ASIGNATURA COMPLEMENTARIA									

Figura 4: Malla Curricular Universidad "B"

En este caso, para el análisis que se realizará, es necesario señalar que la carrera cuenta con 2 asignaturas relacionadas con el centro de interés geometría, las cuales son:

- Geometría I (Semestre V)
- Geometría II (Semestre VI)

2.9 Didáctica y enseñanza de la Geometría.

Los docentes deben tener presente que lo más importante es hacer que en las mentes se inicie el proceso de pensamiento que conduce a la creación de ideas y a la expresión verbal y simbólica de las mismas (González, 1997). De esta manera, desde la perspectiva constructivista, el maestro como mediador del aprendizaje, es el más llamado a brindar al estudiante estrategias con contenidos contextualizados e interrelacionados, que conduzcan al logro de aprendizajes significativos y permanentes.

En este orden de ideas, se sostiene que la didáctica de la Matemática “es la disciplina científica cuyo objeto es la génesis, circulación y apropiación del saber matemático y sus condiciones de enseñanza y aprendizaje” (Zambrano, 2005). Por ello, es necesario que tanto el docente en servicio, como el futuro docente de Matemática, asimilen la importancia de la didáctica de esta disciplina, a fin de buscar alternativas metodológicas para que el alumno, constructor de su propio aprendizaje, se apropie de esos saberes matemáticos. Al respecto, se afirma que una de las principales tareas que debe implementar el docente en su práctica pedagógica es fomentar el gusto por la Matemática, combatiendo los mitos que subyacen alrededor de esta disciplina tal como el de ser aburrida y difícil de comprender, los cuales se hacen presentes en todos los procesos de enseñanza-aprendizaje de las cuatro ramas de la Matemática en la escuela básica: Aritmética, Álgebra, Geometría y Estadística. (González, 1997, Op.Cit)

“Particularmente en el área de Geometría, el docente de Educación Básica tiene la tarea de resaltar las grandes virtudes y fortalezas que ella ofrece, al brindar oportunidades al estudiante para que se ubique en el espacio que lo rodea, de tal manera que pueda observar, reconocer y describir las formas de las figuras de su entorno inmediato y, en consecuencia, establecer relaciones entre espacio y forma. Para ello, se requiere de un docente mediador del aprendizaje, que propicie ambientes adecuados con base en la utilización de materiales concretos provenientes de su propio entorno, para estimular el interés y la creatividad de los alumnos, y el gusto y placer por aprender Matemática.” (Pachano & Terán, 2008)

2.9.1 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría

“El aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”, “que no van asociados a la edad” y “solo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente”. (Van Hiele, 1957).

El modelo de Van Hiele no es un modelo nuevo, dado que data del final de los años cincuenta, sin embargo, sus ideas principales, niveles de aprendizaje y las fases para una didáctica que facilite el paso de un nivel a otro, siguen vigentes y son de gran interés para la elaboración de currículos en Geometría.

En palabras de Van Hiele, se puede afirmar que: “con un nuevo orden de pensamiento una persona es capaz, respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos”

“En la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes, ‘el lenguaje utilizado’ y ‘la significatividad de los contenidos’. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es

presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo”

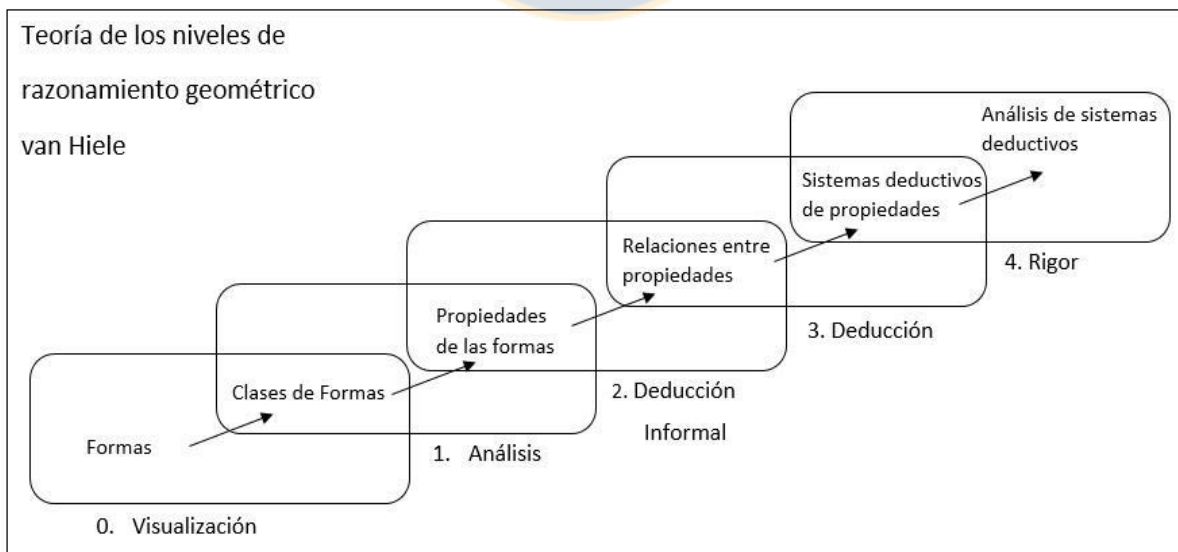
Descripción de los Niveles de Van Hiele desde la perspectiva del aprendizaje de los estudiantes:

Nivel	Características
<p>Nivel 0: Visualización o reconocimiento</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Los objetos se perciben sin diferenciar sus partes, es decir, como una unidad. - Se describen asemejándolos a elementos cotidianos, (descripciones meramente visuales), sin involucrar ningún tipo de lenguaje geométrico. - No hay reconocimiento explícito de las componentes o propiedades de dicho objeto.
<p>Nivel 1: Análisis</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Se perciben los componentes y propiedades de los objetos y figuras. - Se describen informalmente las figuras por sus propiedades, pero éstas no se relacionan entre sí, ni se relacionan unas figuras con otras. Aún no es posible elaborar definiciones. - Se establecen nuevas propiedades mediante la experimentación. - No hay clasificación a partir de propiedades.
<p>Nivel 2: Ordenación o clasificación</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Descripción formal de las figuras (Se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir) - Clasificaciones lógicas de manera formal (Reconocen como algunas propiedades derivan de otras)

	- Se siguen las demostraciones (Sin entender su estructura)
Nivel 3: Deducción formal	<ul style="list-style-type: none"> - En este nivel se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, justificando las proposiciones planteadas. - Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos. - Se comprende que partiendo de proposiciones distintas se puede llegar a los mismos resultados (Distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado).
Nivel 4: Rigor	<ul style="list-style-type: none"> - Se conocen, analizan y comparan diferentes sistemas axiomáticos. - Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

Tabla 1: Descripción de los niveles de Van Hiele.

Podemos apreciar la dependencia y relación que se da de un nivel a otro en el siguiente esquema resumen:



Esquema 2: Teoría de los niveles de razonamiento geométrico van Hiele.

2.9.1.1 Características de los niveles

1. En primer lugar hablamos de “Secuenciación”, es decir, los niveles tienen un orden que no se puede alterar, además lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel, denominado “Recursividad”.

A continuación se presenta una tabla resumen, prescindiendo del Nivel 4.

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
NIVEL 0	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 1	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 2	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 3	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)

Tabla 2: Tabla resumen. Características de los niveles de razonamiento geométrico

2. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje y a ampliar las capacidades referidas al lenguaje necesario en cada nivel.

3. La tercera idea es si el aprendizaje y por tanto, el paso de nivel se hace de una manera “continua o discreta”.

2.9.1.2 Fases del paso entre niveles

A continuación se darán pistas de cómo organizar las actividades dentro de una unidad didáctica, es decir qué tipo de actividades se realizarán conforme al desarrollo de la unidad.

Fase 1ª: Preguntas/ Información

- Esta fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos y el camino a seguir de las actividades siguientes.
- Se debe tener en cuenta que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta como la respuesta.

Fase 2ª: Orientación dirigida

- El buen rendimiento de los alumnos depende de que exista una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc. las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc. que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Fase 3ª: Explicación (Explicitación)

- Es una fase de interacción entre alumnos y en la que el papel del profesor se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel.

Fase 4ª: Orientación Libre

- Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario.
- Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado.

Fase 5ª: Integración

- En esta fase no se trabajan contenidos nuevos, sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía.
- En esta estructura de actividades se pueden integrar actividades de recuperación o profundización de los conocimientos geométricos.



3. CAPÍTULO III: OBJETIVOS Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Objetivos de la investigación

3.1.1 Objetivos General

Nuestra investigación tiene como objetivo conocer y cuantificar el léxico disponible de los alumnos de la carrera Pedagogía en Matemática de dos universidades de la región del Biobío en el centro de interés Geometría, de modo que podamos analizar el comportamiento de éste en la medida que los estudiantes avanzan en la carrera además de establecer las comparaciones pertinentes entre niveles e instituciones.

3.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar un análisis comparativo del léxico disponible, en el eje geometría, de los estudiantes que son parte de la investigación antes y después de cursar las asignaturas correspondientes al eje que incluye el plan de formación profesional de cada centro de estudios.
- Comparar el Léxico Disponible de los alumnos que cursan primer año de la carrera con el de aquellos que están en proceso de práctica profesional y tesis (5° Año), en el eje de geometría.
- Comparar el Léxico disponible, en el eje de geometría, entre los estudiantes de la “Universidad A” y la “Universidad B” en algunos niveles específicos.

3.2 Población y muestra

La población sobre la cual trabajamos corresponde a todos los estudiantes de la carrera Pedagogía en Matemática de las instituciones “Universidad A” y “Universidad B” pertenecientes a la región del Biobío. En tanto que la muestra corresponde a un total de 233 alumnos que fueron encuestados.

La distribución de encuestados por institución y por sexo se detalla a continuación en las siguientes tablas:

- Alumnos pertenecientes a la “Universidad A”

Curso	1 ^{er} año	2 ^{do} año	3 ^{er} año	4 ^{to} año	5 ^{to} año	Total
Cantidad de Alumnos	27	42	13	23	11	116

Tabla 3: Cantidad de alumnos por nivel en Universidad "A".

- Alumnos pertenecientes a la “Universidad B”

Curso	1 ^{er} año	2 ^{do} año	3 ^{er} año	4 ^{to} año	5 ^{to} año	Total
Cantidad de Alumnos	35	12	24	34	12	117

Tabla 4: Cantidad de alumnos por nivel en Universidad "B".

- Distribución de la muestra por género:

Sexo	Femenino	Masculino	Total
Cantidad	121	112	233

Tabla 5: Cantidad de alumnos por género.

3.3 Variables a considerar

Para el análisis de esta investigación, se considerarán las siguientes variables:

- Género (Femenino, Masculino)
- Dependencia (Universidad "A", Universidad "B")
- Nivel (1ro, 2do, 3ro, 4to, 5to Año)
- Léxico disponible

3.4 Hipótesis

H₁: El léxico disponible en geometría aumenta después de haber cursado las asignaturas correspondientes en los estudiantes de las Universidades "A" y "B".

H₂: Existe diferencia significativa en el léxico disponible entre los alumnos que cursan el primer año de la carrera y los alumnos que ya están en proceso de práctica profesional (quinto año) pertenecientes a la carrera de Pedagogía en Matemática de la Universidad "A" y la Universidad "B", en el eje geometría.

H₃: Existe diferencia significativa en el léxico entre los estudiantes de las dos universidades que forman parte de la investigación en algunos niveles específicos.

3.5 Metodología de trabajo

3.5.1 Recolección de los datos

Para llevar a cabo este seminario fue necesario recopilar el léxico disponible de los estudiantes de Pedagogía en Matemáticas de dos instituciones de nuestra región, las cuales ya mencionamos antes (Universidad "A" y Universidad "B"), mediante la encuesta de disponibilidad léxica, la cual es un instrumento que se ha utilizado en reiteradas ocasiones (Echeverría, 2006).

3.5.1.1 El instrumento y su aplicación

La encuesta de disponibilidad léxica que nos permite recopilar los datos necesarios (léxico disponible de los estudiantes) corresponde a un cuestionario escrito, de tiempo limitado pero con un número abierto de respuestas. Este instrumento está estructurado en torno a siete centros de interés considerados en el proyecto Fondecyt 1140457, los cuales son: Sistemas numéricos y Álgebra, Cálculo, Estructuras Algebraicas, Geometría, Datos y Azar, Ser un Profesor y Ser un Matemático. Además de los vocablos recopilados en el test, la encuesta recoge información personal y de identificación de cada encuestado, es decir, nombre, edad, sexo, curso, tipo de establecimiento de procedencia, si estudió otra carrera anteriormente (y si la terminó) y si ha reprobado alguna asignatura en cada uno de los ejes.

El instrumento de recolección de datos, Test de Disponibilidad Léxica, consta de ocho páginas, entre las cuales se puede observar que la primera es una carta de consentimiento donde se informa a los alumnos sobre su eventual participación en la investigación “Plataforma adaptativa online para el fortalecimiento de las competencias Matemáticas y Pedagógicas a partir del léxico semántico de estudiantes y profesores de Pedagogía en Matemática” que pretende medir su Disponibilidad Léxica. Como parte del proceso, se entregan las instrucciones de aplicación y los centros de interés, la posible publicación y su consentimiento previo y las copias que recibirán posteriormente del artículo o informe de los resultados del estudio. Las siguientes páginas corresponden a las hojas de respuesta destinadas a cada centro de interés. A continuación, podemos observar el formato de hoja de respuesta en la Figura 5.

HOJA DE RESPUESTAS

Posición	Palabras	Posición	Palabras
1		41	
2		42	
3		43	
4		44	
5		45	
6		46	
7		47	
8		48	
9		49	
10		50	
11		51	
12		52	
13		53	
14		54	
15		55	
16		56	
17		57	
18		58	
19		59	
20		60	
21		61	
22		62	
23		63	
24		64	
25		65	
26		66	
27		67	
28		68	
29		69	
30		70	
31		71	
32		72	
33		73	
34		74	
35		75	
36		76	
37		77	
38		78	
39		79	
40		80	

Figura 5: Hoja de respuestas encuesta de disponibilidad léxica.

Antes de aplicar el test, las instrucciones fueron leídas en voz alta y se respondieron las eventuales dudas de los estudiantes encuestados. Después de que el encuestador nombró un centro de interés, los encuestados completaron las casillas del instrumento con palabras relacionadas al centro de interés que se les mencionó, todo dentro de un límite de tiempo de dos minutos.

Una vez terminado el tiempo, el encuestado volteó la página y esperó a que el encargado de realizar del test le nombrara el próximo centro de interés. Aproximadamente el tiempo empleado en aplicar el test completo fue de quince minutos.

3.5.2 Procesamiento de la información

Una vez aplicada la encuesta el primer paso a seguir fue someter el total de palabras entregadas a una estandarización, a fin de homogeneizar los datos, cuidando de respetar, en lo posible, la versión original. Los estándares fueron los siguientes:

- Se revisó la ortografía para corregir posibles errores. Para los casos de variantes morfológicas, se tomó la decisión de anotar en singular las palabras.
- Se decidió digitar todo con letra imprenta y mayúscula.
- Anotar en singular sustantivos y adjetivos.

La información se sometió a un proceso de digitalización para una mayor utilidad y optimización para el cálculo de índices, frecuencias y otros. El software que se utilizó para el proceso y cálculo de datos fue EXCEL.

Para la construcción de la base de datos, a cada curso se le asignó un archivo que contiene 8 hojas que incluyen:

Hoja 1 “Datos personales” (Ver Figura 6)

A	B	C	D	E	F	G	H	
ID alumno	Universidad	Curso	Apellido + Nombre	Sexo (0=hombre / 1=mujer)	Edad	Establecimiento	Otra carrera (sí / no)	Terminó
1	UBB	1º año	Muñoz Campos Claudia	1	20	M	No	
2	UBB	1º año	Fuentes Vargas Jonathan	0	22	PS	Si	
3	UBB	1º año	Ortiz Yañez Francisco	0	20	M	Si	
4	UBB	1º año	Quintero Soto Francia	1	24	M	Si	
5	UBB	1º año	Díaz González Jorge	0	19	M	No	
6	UBB	1º año	Alarcón Gutierrez Marta	1	19	M	No	
7	UBB	1º año	Aedo Marín Pedro	0	19	S	Si	
8	UBB	1º año	Toro Díaz Pablo Israel	0		P.S.	No	
9	UBB	1º año	Toro Alexis	0	19	P.S.	No	
10	UBB	1º año	Villa Arellano Camila	1	19	P.S.	No	
11	UBB	1º año	Valdebenito Ricardo	0		P.S.	Si	
12	UBB	1º año	Berrio Inostroza Elías	0	19	P.S.	Si	
13	UBB	1º año	Oyarzún Zapata Tamara	1	19	P.S.	No	
14	UBB	1º año	Candia Romero Cristian	0	19	P.S.	No	
15	UBB	1º año	Carrasco Sepúlveda Javiera	0	20	P.S.	No	
16	UBB	1º año	Guiñez Zapata Nicole	1	18	M	No	
17	UBB	1º año	Poblete Lagos Macarena	1	18	P.S.	No	
18	UBB	1º año	Mardones Hermosilla Victor	0	21	P.S.	No	
19	UBB	1º año	Suazo Muñoz Karina	1	18	P.S.	No	

Figura 6: Hoja 1 "Datos Personales"

En la hoja antes mencionada, se digitalizó considerando:

- ID alumno.
- Universidad.
- Curso.
- Apellido + Nombre.
- Edad.
- Establecimiento.
- Otra carrera (si/no).
- Terminó otra carrera (si/no).

Luego en las siguientes hojas se digitalizó cada uno de los centros de interés, como se detalla a continuación:

- Hoja 2 “Sistemas numéricos”
- Hoja 3 “Cálculo”
- Hoja 4 “Estructuras”
- Hoja 5 “Geometría”
- Hoja 6 “Datos y Azar”
- Hoja 7 “Ser un profesor”
- Hoja 8 “Ser un matemático”



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	ID alumno	Sexo (0=hombre / 1=mujer)	Ubicación de la palabra	Palabra original	Palabra modificada						
2											
3	1	1		1 PITAGORAS	PITAGORAS						
4	1	1		2 EUCLIDES	EUCLIDES						
5	1	1		3 TRIANGULO	TRIANGULO						
6	1	1		4 CUADRADO	CUADRADO						
7	1	1		5 NUMERO DE LADOS	NUMERO DE LADOS						
8	1	1		6 TIPOS DE TRIANGULO	TIPO DE TRIANGULO						
9	1	1		7 TIPOS DE FIGURAS GEOMETRI	TIPO DE FIGURA GEOMETRICA						
10	1	1		8 AREA	AREA						
11	1	1		9 PERIMETRO	PERIMETRO						
12	1	1		10 CIRCUNFERENCIA	CIRCUNFERENCIA						
13	1	1		11 CONGRUENCIA	CONGRUENCIA						
14	2	0		1 TRIANGULO	TRIANGULO						
15	2	0		2 CIRCULO	CIRCULO						
16	2	0		3 PENTAGONO	PENTAGONO						
17	2	0		4 CUADRADO	CUADRADO						
18	2	0		5 ROMBO	ROMBO						
19	2	0		6 LINEA	LINEA						
20	2	0		7 RECTA	RECTA						
21	2	0		8 CURVA	CURVA						
22	2	0		9 PUNTO	PUNTO						
23	2	0		10 PLANO	PLANO						
24	2	0		11 ANGULO	ANGULO						
25	2	0		12 VERTICE	VERTICE						

Figura 7: Ejemplo digitalización de respuestas en centro de interés Geometría.

En la primera columna se identifica al alumno con un número (**ID**), en la segunda columna se enumeran las palabras según el orden en que estas fueron escritas, en la tercera columna están ubicadas las palabras originales escritas por el alumno y en la cuarta columna las palabras modificadas.

3.5.2.1 Aplicando Lexmath

Para acceder a los archivos se deben seguir los siguientes pasos:

1. Acceder al Link <http://www.lexmath.com> e ingresar e-mail y contraseña (Ver Figura 8)



Figura 8: Inicio LexMath

2. Hacer clic en el icono "Reportes" presente en la parte superior (Ver Figura 9)



Figura 9: Iconos en el Inicio de LexMath

3. Hacer clic en el icono "Reportes para docentes" (Ver Figura 10)

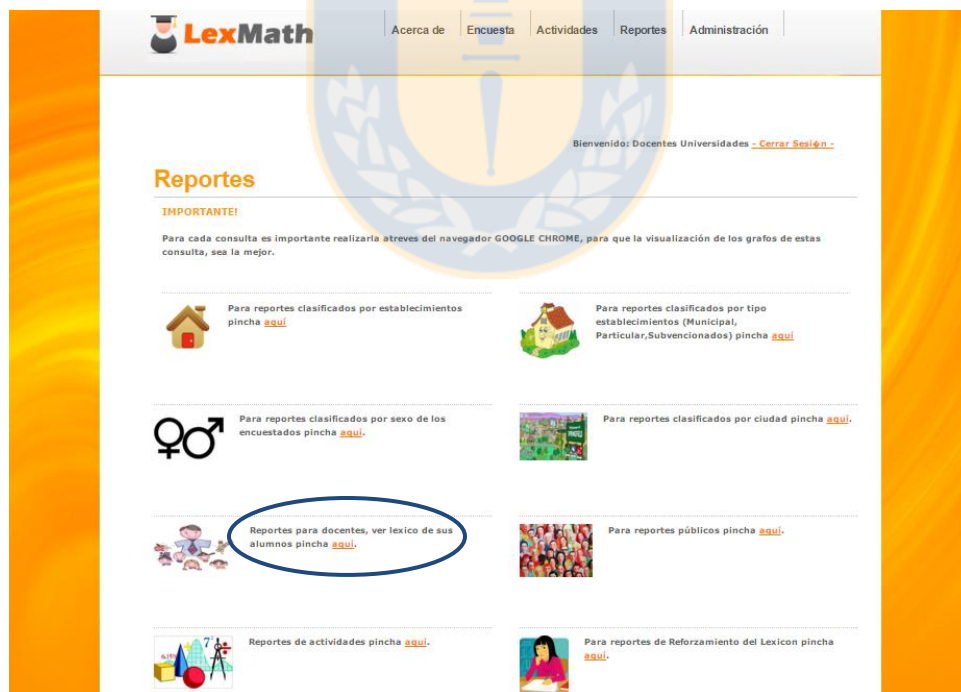


Figura 10: Reportes

4. Luego, hacer clic en el icono "Reportes Universitarios" (Ver Figura 11)



Figura 11: Reportes "Alumnos de Enseñanza Media" y "Universitarios"

5. Posteriormente en la pantalla aparecerá la siguiente imagen (Ver Figura 12)

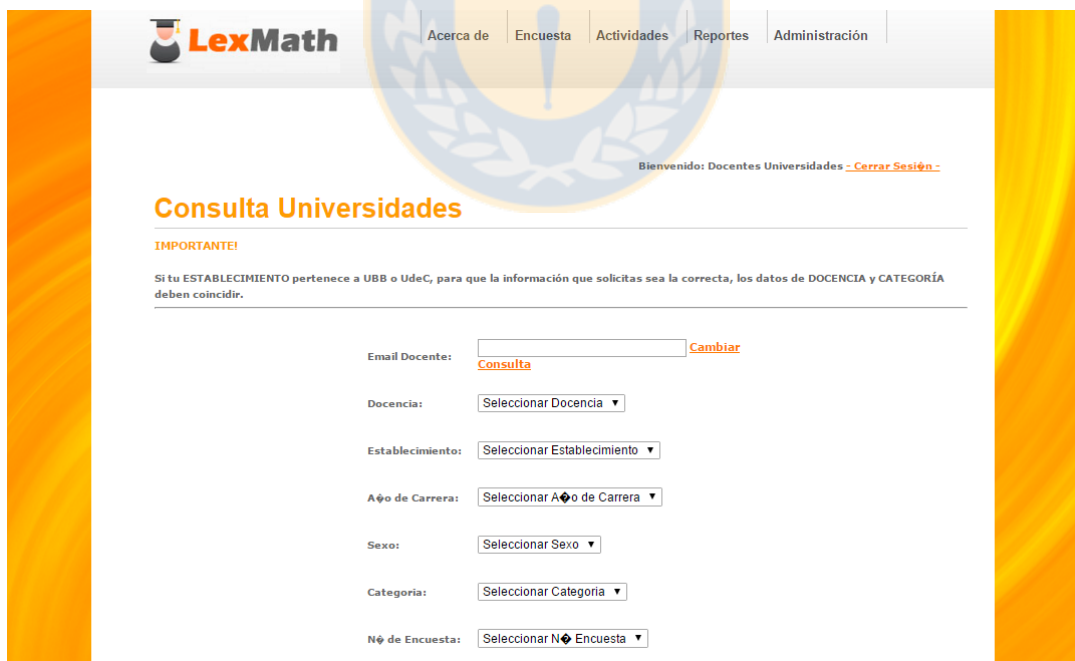


Figura 12: Consulta Universidades

6. Se deben seleccionar las opciones deseadas, correspondientes al Año de Carrera, sexo, categoría, etc. Al finalizar, hacer Clic en "consultar" (Ver Figura 13)

Bienvenido: Docentes Universidades - [Cerrar Sesión](#) -

Consulta Universidades

IMPORTANTE!

Si tu ESTABLECIMIENTO pertenece a UBB o UdeC, para que la información que solicitas sea la correcta, los datos de DOCENCIA y CATEGORÍA deben coincidir.

Email Docente: [Cambiar Consulta](#)

Docencia:

Establecimiento:

Año de Carrera:

Sexo:

Categoría:

Nº de Encuesta:

Figura 13: Consulta Universidades. Opciones

7. En su pantalla aparecerá el siguiente reporte. Para obtener el detalle de la información, hacer clic en "Más detalle" (Ver figura 14)

Bienvenido: Docentes Universidades - [Cerrar Sesión](#) -

Reporte Universidades

Docente:	Docentes Universidades
Clase:	GEOMETRIA
Establecimiento:	UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
Año de Carrera:	1 Año
Año:	Año
Sexo:	Ambos Sexos
Categoría:	GEOMETRIA
Encuesta:	1 Encuestas
Nº de Encuestas Realizadas	35

Total de Palabras	SR	PD	IC
686	19.60	234	0.08376

Acercas de | Encuesta | Contacto

© LEXMATH. Léxico Matemático

Figura 14: Ejemplo de Reporte Universidades

8. Luego, obtendrá las siguientes tablas (Ver figura 15).

Por último, para descargar la información Hacer clic en "Generar Reporte en Excel" y en "Descargar Archivo para Gephi (gexf)"

Reporte Universidades

[Generar Reporte en Excel](#)
[Descargar Archivo para Gephi \(gexf\)](#)
(botón derecho mouse guardar como)

Total de Palabras	XI	PD	IC
686	19.60	234	0.08376

Ver Grafo

Palabras	Nº. de Palabras	En la Posición	Se Repite	IDL
FIGURA	12			
		1	7	
		2	1	
		4	1	
		13	1	
		16	1	
		23	1	0.26330850739411
ANGULO	20			
		1	2	
		2	4	
		4	2	
		6	2	
		8	1	

Figura 15: Reporte LexMath

3.5.2.2 Aplicando Gephi

Una vez instalado el Software Gephi en el PC se deben seguir los siguientes pasos:

1. Abrir el Software desde el Menú inicio o Acceso directo creado en el Escritorio, según las opciones que se escogieron al momento de la instalación. Una vez abierto, se observará lo siguiente (Ver figura 16).

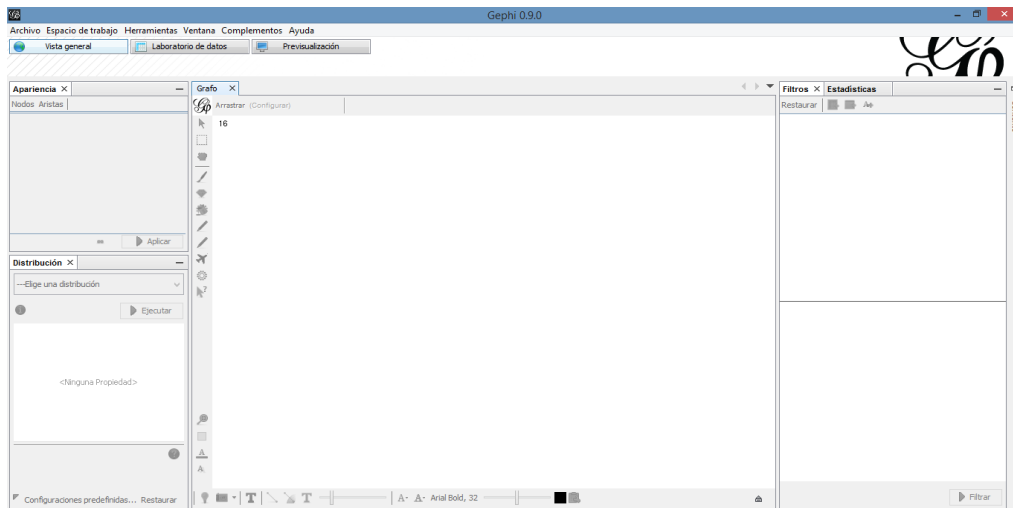


Figura 16: Inicio Gephi

2. Hacer clic en "Archivo" (Parte superior izquierda) y luego en "Abrir" y seleccionar archivo .gexf que desea analizar. Posteriormente en su pantalla aparecerá un "Informe de Importación" el cual puede aceptar o cancelar. (Ver figura 17).

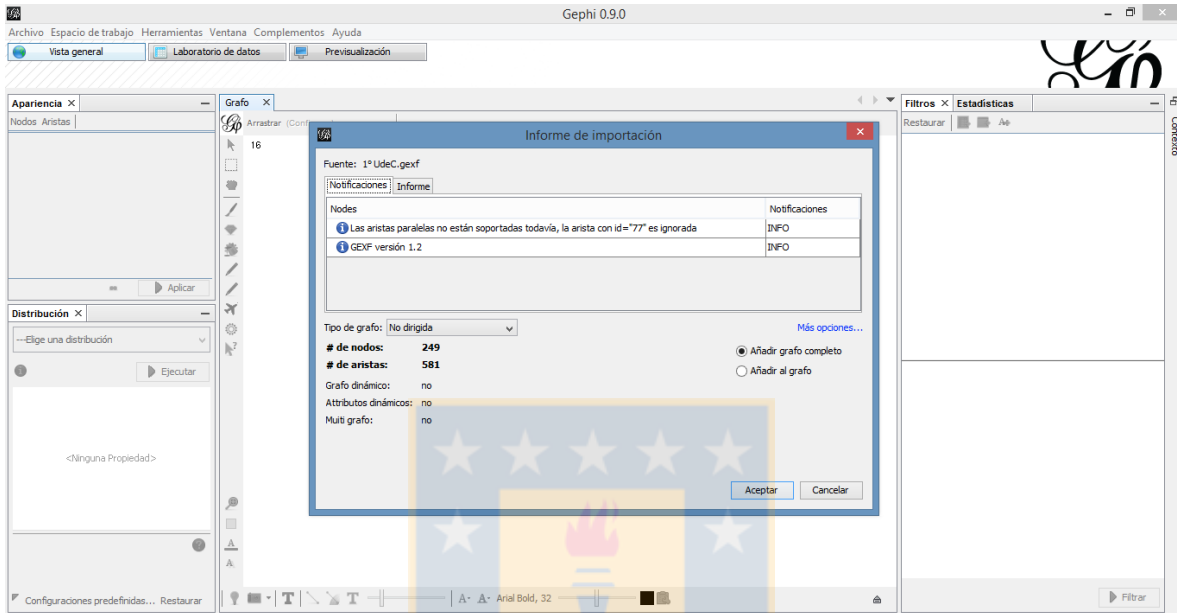


Figura 17: Ejemplo de Informe de Importación.

3. Luego, se genera un grafo como se muestra a continuación (Ver Figura 18)

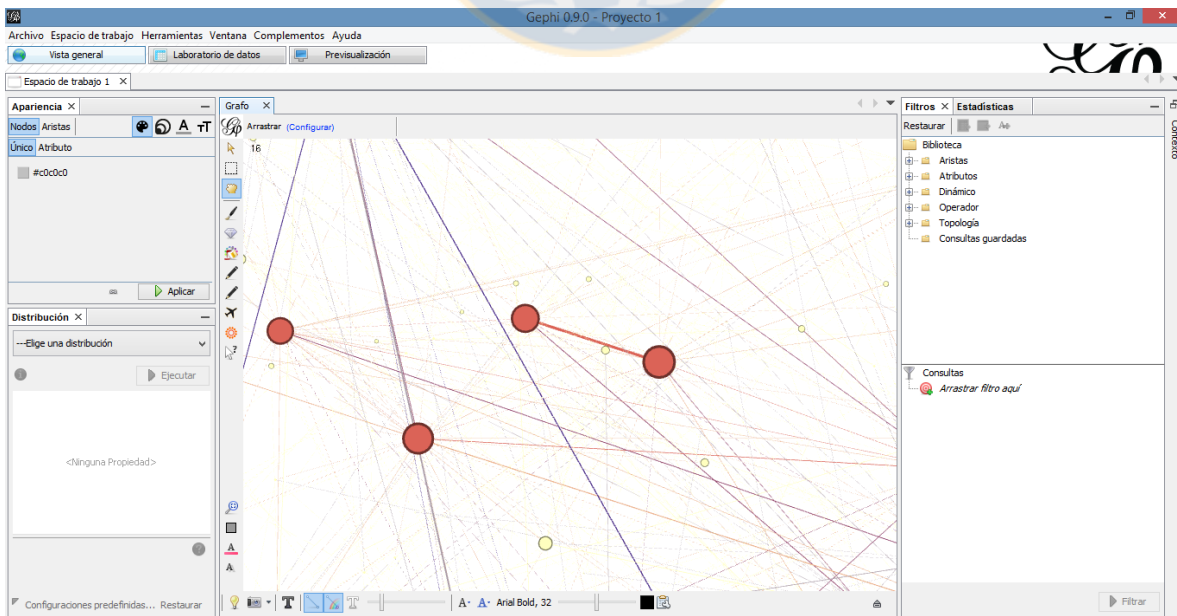


Figura 18: Grafo inicial en Gephi.

4. Seleccionar la Distribución "Fruchterman Reingold" y Ejecutar. Esta distribución permite visualizar de forma más clara las relaciones semánticas de los alumnos. (Ver Figura 19)

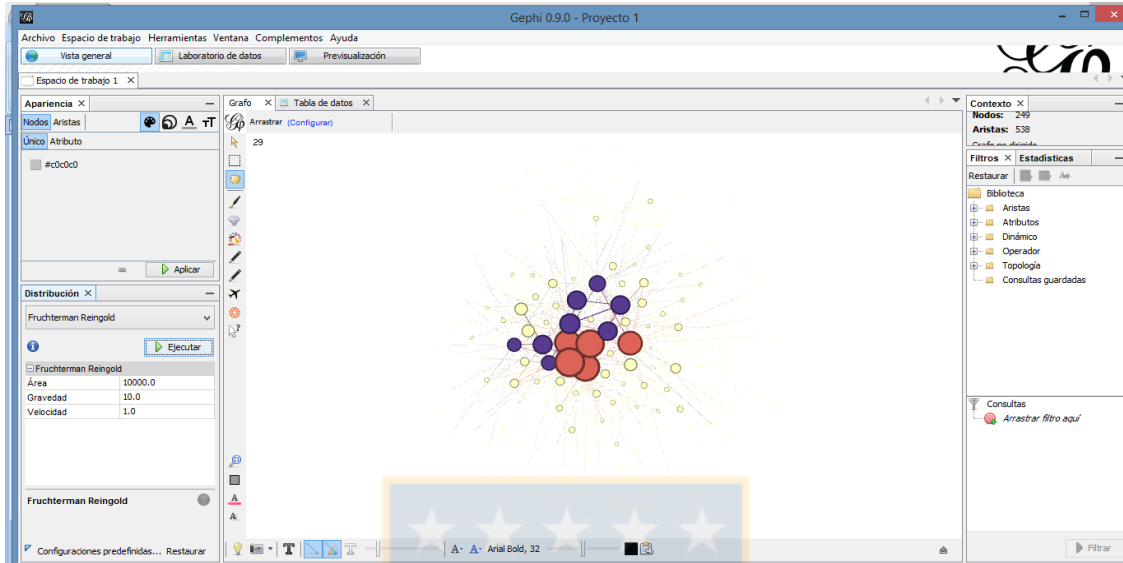


Figura 19: Ejemplo de Grafo en Gephi

5. También es posible realizar ajustes para mejorar la calidad del Grafo como por ejemplo: Color de fondo, zoom, fuente, tamaño de fuente, entre otros.

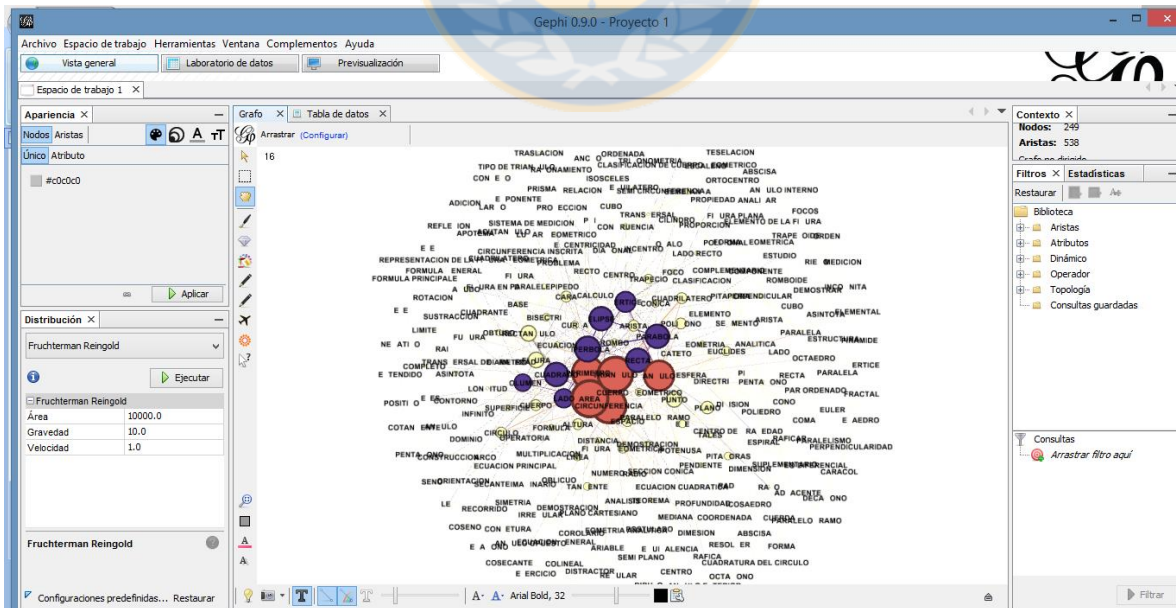


Figura 20: Ejemplo de Grafo en Gephi.

6. Además es posible aplicar una serie de "Filtros" con el fin de visualizar lo más importante. Al aplicar el Filtro "Topología" - "Rango de grado", se obtiene el siguiente grafo (Figura 21)

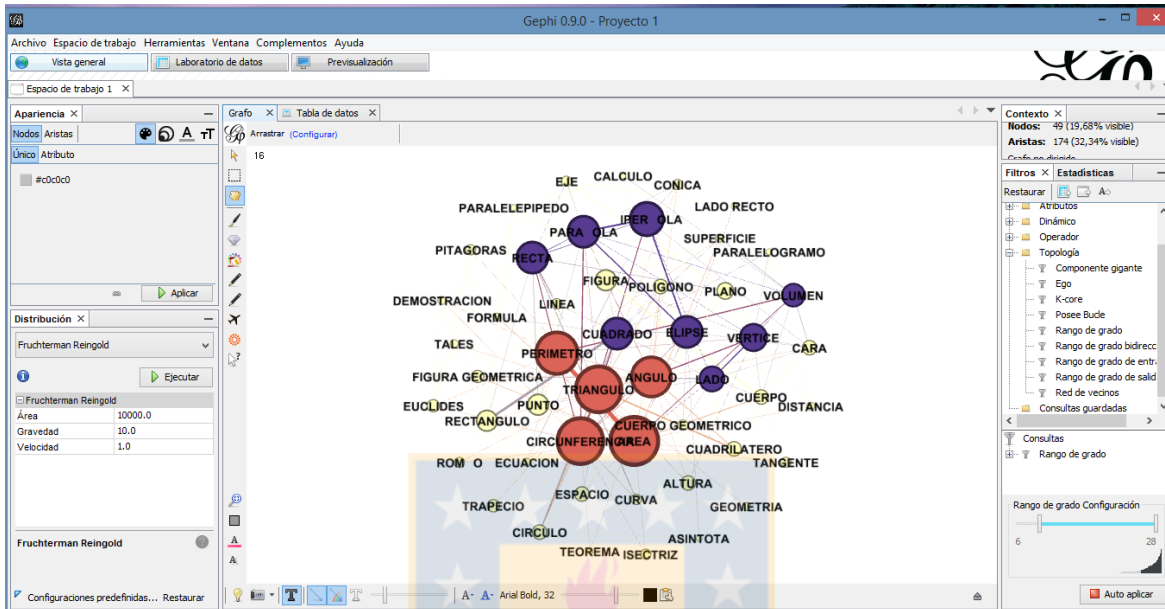


Figura 21: Grafo en Gephi

4. CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE DATOS

4.1 Análisis cuantitativo

A continuación, analizaremos algunos estadígrafos más relevantes, tales como: *promedio de palabras (XR)*, *número de palabras diferentes (PD)* e *índice de cohesión (IC)*; los cuales serán de gran aporte al momento de determinar el nivel de disponibilidad léxica de los estudiantes de las universidades A y B.

4.1.1 Análisis comparativo de la variación en el léxico disponible de alumnos antes y después de cursar las asignaturas de Geometría.

Como sabemos, uno de los objetivos de la investigación es determinar si las asignaturas de geometría producen un cambio significativo en el léxico disponible de los estudiantes que se preparan para ser profesores de matemática en ambas universidades, además de establecer las comparaciones pertinentes a la investigación.

4.1.1.1 Universidad "A"

En la siguiente tabla podemos observar una síntesis de los estadígrafos obtenidos en los niveles primero y quinto, dado que son los niveles antes y después de cursar las asignaturas de geometría del plan de estudios de la institución "A", los cuales se analizan a continuación:

Nivel	Nº Alumnos	Total de palabras	XR	PD	IC
Primer Año	27	515	19.07	161	0.11847
Quinto Año	11	246	22.36	125	0.17891

Tabla 6: Resumen estadígrafos primer y quinto año, Universidad "A".

En la *Tabla 6*, podemos notar que 27 alumnos de primero respondieron la encuesta, en tanto que solo 11 estudiantes de quinto año lo hicieron, por lo tanto, el total de palabras respondidas por los alumnos de primer año es mayor por 269 palabras, situación que se debe a que el grupo de encuestados de primero fue mayor en número que los encuestados de quinto. En cuanto a los alumnos de primero, estos respondieron en los dos minutos que duró el test un total de 19,07 palabras en promedio, además este grupo presentó 161 palabras diferentes, de modo que el coeficiente de cohesión no es representativo. Por otro lado los estudiantes de quinto año tienen en promedio un total de 22,36 palabras disponibles para su comunicación en lo que respecta al eje de geometría. El número de palabras diferentes en este nivel fue de 125 con un índice de cohesión ligeramente más alto que sus compañeros que acaban de ingresar a la carrera, sin embargo, el valor de este índice es muy bajo también en este grupo como para asumir que existe cohesión en las respuestas de los estudiantes.

A continuación podemos apreciar los gráficos comparativos para cada uno de los estadígrafos antes analizados.

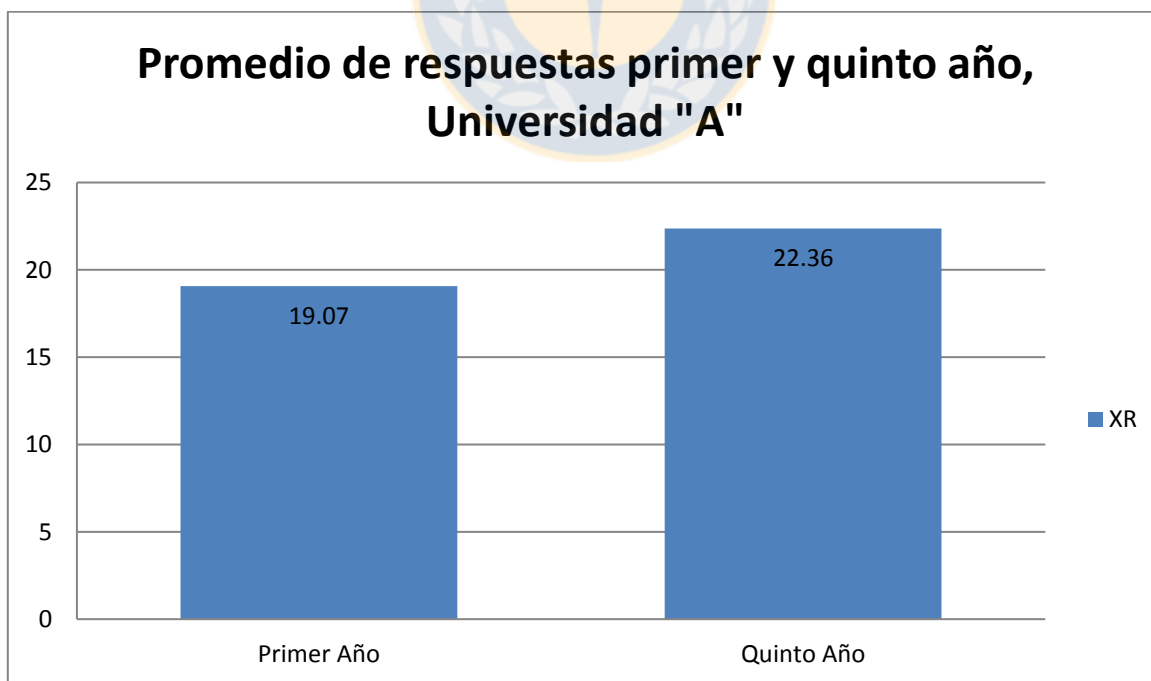


Gráfico 1: Promedio de respuestas primer y quinto año, Universidad "A".

Al observar el *Gráfico 1*, se muestra la comparación del promedio de palabras obtenido de la *Tabla 6* previamente analizada y podemos observar que los alumnos de quinto año (aquellos que ya cursaron las asignaturas de geometría) han aumentado en promedio el número de vocablos con los que cuentan para comunicarse, en lo que respecta a este eje, en comparación con los estudiantes que acaban de ingresar a la carrera.

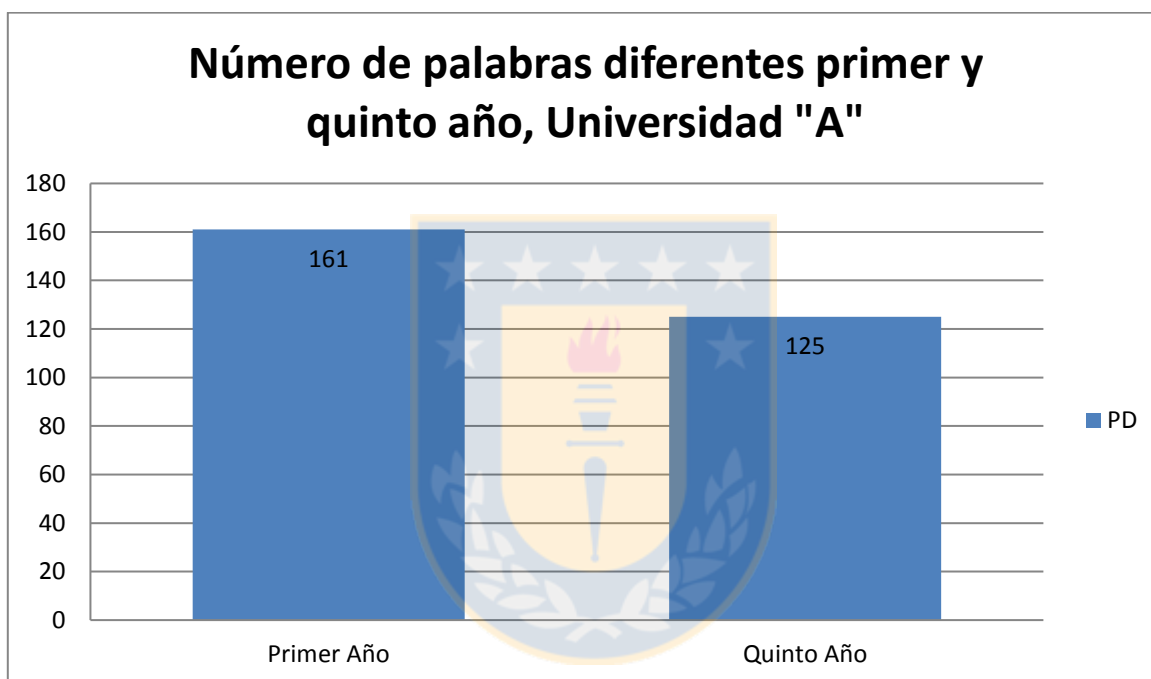


Gráfico 2: Número de palabras diferentes primer y quinto año, Universidad "A".

Siguiendo con el análisis comparativo, en el *Gráfico 2* se observa claramente que número de palabras diferentes disminuyó, lo cual nos muestra que los alumnos una vez que cursan las asignaturas referentes al eje que estamos investigando, tienden a homogeneizar el léxico disponible como conjunto.

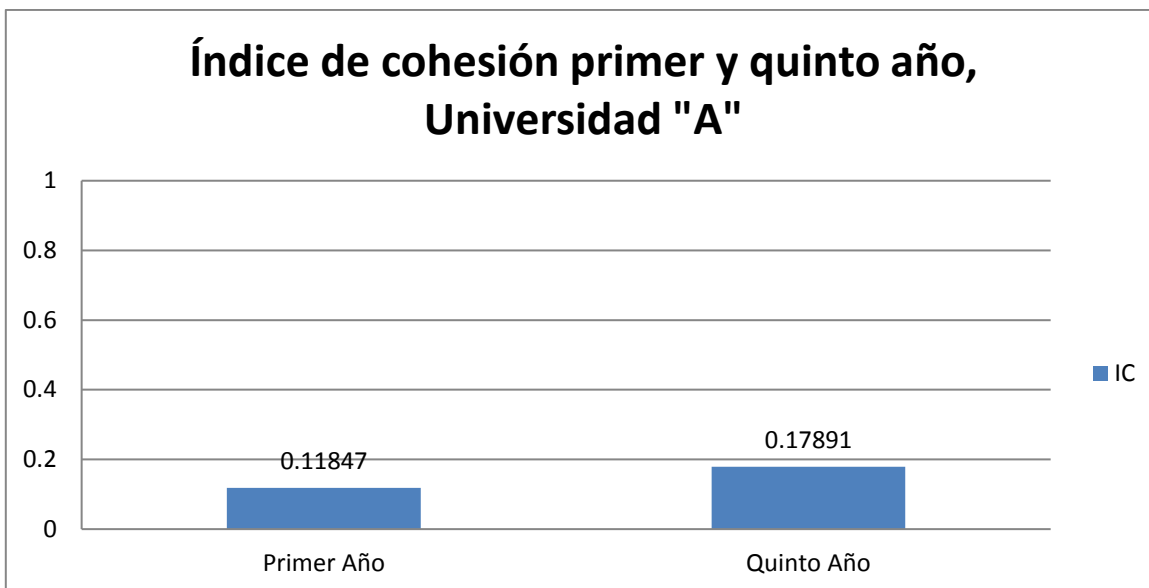


Gráfico 3: Índice de cohesión primer y quinto año, Universidad "A".

Finalmente, de acuerdo con el IC analizado en la *Tabla 6*, podemos notar que el valor en ambos casos es muy poco significativo, lo cual nos señala que a pesar de existir un leve aumento en el índice desde primero a quinto, como se observa en el *Gráfico 3*, las respuestas de los alumnos en ambos niveles son muy diversas al momento de utilizar el lenguaje en el eje geometría.

4.1.1.2 Universidad "B"

En el caso de la Universidad "B" las asignaturas correspondientes al eje de geometría son dos y se encuentran en el quinto y sexto semestre, de modo que en la siguiente tabla podemos observar un resumen de los estadígrafos obtenidos por los estudiantes que pertenecen a segundo y cuarto año, los cuales a continuación serán analizados:

Nivel	Nº Alumnos	Total de palabras	XR	PD	IC
Segundo Año	12	305	25.42	119	0.21359
Cuarto Año	34	865	25.44	205	0.12410

Tabla 7: Resumen estadígrafos segundo y cuarto año, Universidad "B".

En la *Tabla 7* se indica que los encuestados de segundo año fueron 12 alumnos, en comparación a los 34 encuestados de cuarto año, de modo que como es de esperar el número total de palabras es mucho más alto en los estudiantes del segundo grupo, superando al primero en 560 palabras. En relación al promedio de respuestas podemos comentar que ambos grupos obtuvieron promedios similares con una diferencia de 0.02 palabras entre ellos, como se puede observar a continuación en el *Gráfico 4*.



Gráfico 4: Promedio de respuestas segundo y cuarto año, Universidad "B".

Este comportamiento podría significar que las asignaturas de geometría no son significativas en los que estudian la carrera en esta institución. Sin embargo cabe destacar que el hecho de que los alumnos de segundo sean notoriamente menos, puede implicar que en dicho grupo haya algunos valores atípicos, los cuales podrían haber aumentado la media del grupo completo.

En el caso de las palabras diferentes podemos notar que los alumnos de quinto conocen más palabras entre sí, como se observa en el *Gráfico 5*:

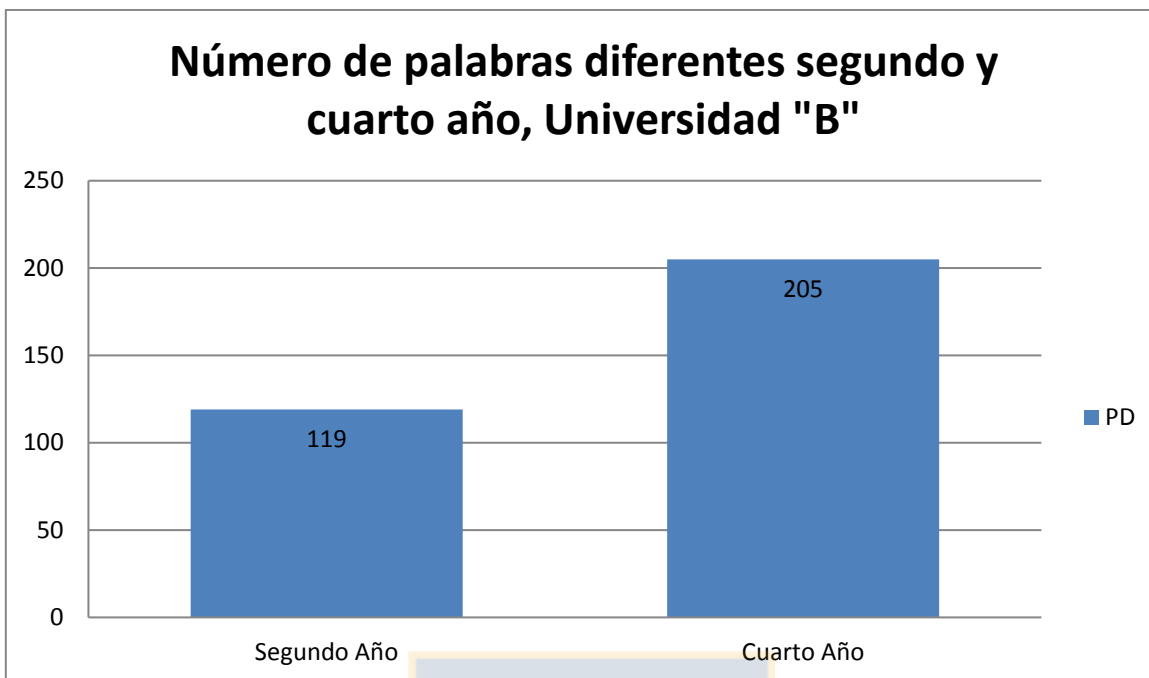


Gráfico 5: Número de palabras diferentes segundo y cuarto año, Universidad "B".

Esta situación nos indica que los alumnos de cuarto año conocen más palabras distintas en conjunto, sin embargo, esta diversidad de respuestas puede estar influenciada por el hecho de que en este grupo hay más encuestados.

Aunque el índice de cohesión obtenido por los alumnos de segundo año es mayor que el de los alumnos de cuarto, de acuerdo con los datos de la *Tabla 7*, éste no es representativo, es decir, no existe evidencia suficiente para determinar que un grupo tiene respuestas más homogéneas que el otro.

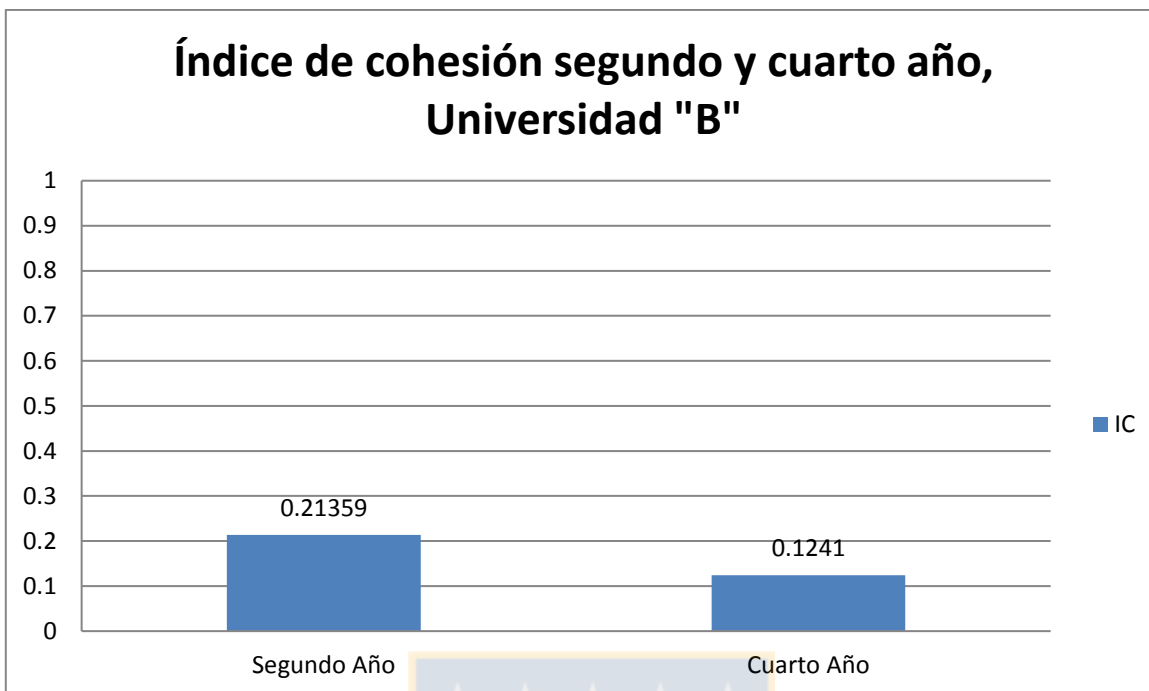


Gráfico 6: Índice de cohesión segundo y cuarto año, Universidad "B".

De acuerdo con el análisis de la tabla, el Gráfico 6, nos muestra que a pesar de la diferencia notoria entre ambos niveles, el valor del índice no es significativo por lo cual se asume que entre los encuestados hay una gran diversidad de palabras al momento de responder.

4.1.2 Análisis comparativo de la variación en el léxico disponible entre alumnos de primer y quinto año en el eje Geometría

Entre los objetivos de la investigación, está el verificar como varía la disponibilidad léxica de los estudiantes de ambas casas de estudios, desde su inicio en la carrera hasta que ya cursaron la totalidad de las asignaturas que contempla la correspondiente malla curricular, por lo tanto, a continuación haremos un análisis comparativo entre los alumnos que ingresan a la carrera Pedagogía en Matemática y alumnos que ya están en la etapa de práctica profesional y seminario.

4.1.2.1 Universidad "A"

En el ítem 4.1.1.1 realizamos un análisis comparativo, en base a los datos de la *Tabla 6*, acerca del léxico disponible en geometría de los alumnos de la Universidad "A" antes y después de cursar las asignaturas referentes al eje antes nombrado. Dicho análisis se realizó con los alumnos correspondientes a primer y quinto año, de modo que coincide con los niveles que se analizarán en este ítem.

De acuerdo con el análisis previo hecho para estos mismos cursos, podemos afirmar que los estudiantes que están en proceso de práctica y tesis (quinto año) respondieron en promedio 3,29 palabras más que sus compañeros que acaban de entrar a la carrera (primer año). (ver *Gráfico 1*, página 71).

En cuanto al número de palabras diferentes y el índice de cohesión, estos valores mostraron que por 37 palabras de diferencia, los alumnos de último año tienen un léxico ligeramente más homogéneo (ver *Gráfico 2*, página 72), sin embargo, el valor del índice de cohesión en ambos casos es bajo, de modo que no se puede asegurar que el léxico disponible en ninguno de los casos sea homogéneo (ver *Gráfico 3*, página 73).

4.1.2.2 Universidad "B"

Para determinar si existe o no una variación en el léxico de los estudiantes de Pedagogía en matemática de la Universidad "B", en el eje de geometría a lo largo de su educación superior, analizaremos los datos de la siguiente tabla, la cual nos muestra los estadígrafos más relevantes para nuestra investigación, referentes a los estudiantes de primer y quinto año de la carrera.

Nivel	Nº Alumnos	Total de palabras	XR	PD	IC
Primer Año	35	686	19.60	234	0.08376
Quinto Año	12	321	26.75	145	0.18448

Tabla 8: Resumen estadígrafos primer y quinto año, Universidad "B".

La *Tabla 8*, nos muestra que los alumnos encuestados de primer año fueron 35, en contraste con los encuestados de quinto año que fueron solamente 12, por ende, el número total de palabras del primer grupo fue claramente mayor que el segundo grupo. A pesar de esto, la información obtenida acerca del promedio de respuestas de cada alumno nos señala que la diferencia entre los alumnos de primero y los de quinto fue de 7,15 palabras en promedio a favor de los alumnos que ya están en proceso de práctica y tesis, tal como se puede observar a continuación en el *Gráfico 7*.

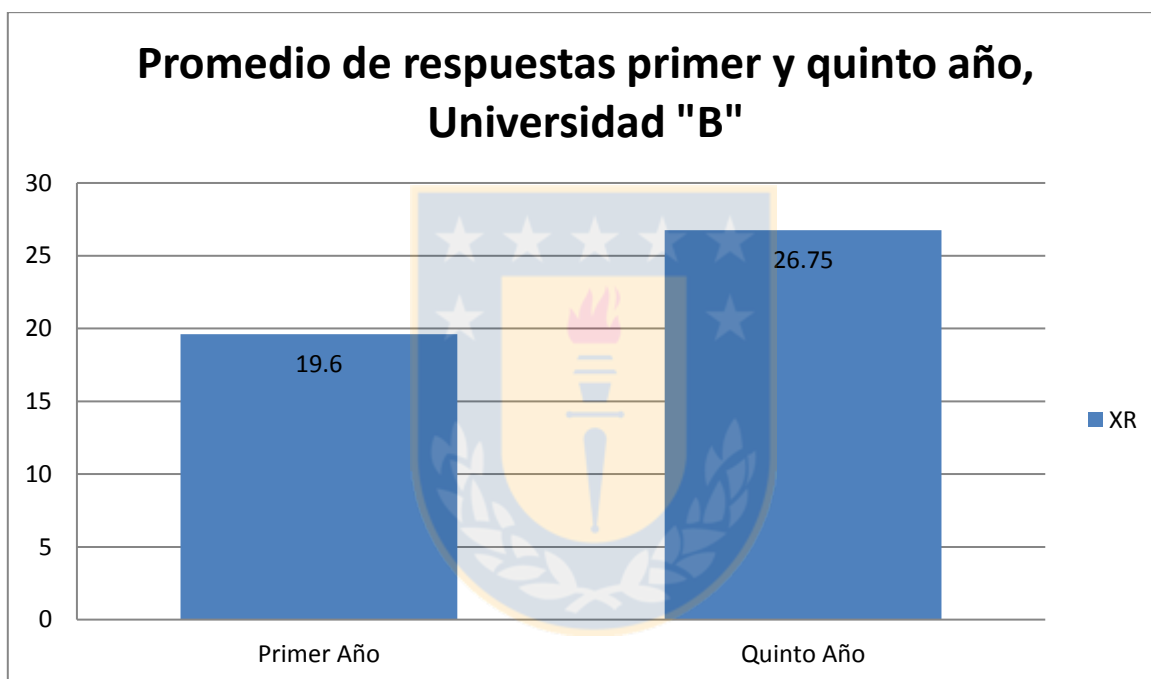


Gráfico 7: Promedio de respuestas primer y quinto año, Universidad "B".

De acuerdo con la información de la *Tabla 8* y el *Gráfico 7*, es posible señalar que los estudiantes de esta casa de estudios aumentan su léxico disponible en un total de 7 palabras aproximadamente a medida que completan todas las asignaturas del plan de estudios, de modo que su vocabulario disponible se ha enriquecido en el eje de geometría, presentándose cada uno de ellos más preparado para su desempeño laboral en cuanto al lenguaje asociado al eje temático.

La *Tabla 8*, además nos muestra el número de palabras diferentes y el índice de cohesión, valores que nos sirven para determinar qué tan diversas son las respuestas, a continuación en el *Gráfico 8* podemos observar más claramente las diferencias entre el número de palabras de los alumnos de primer y quinto año.

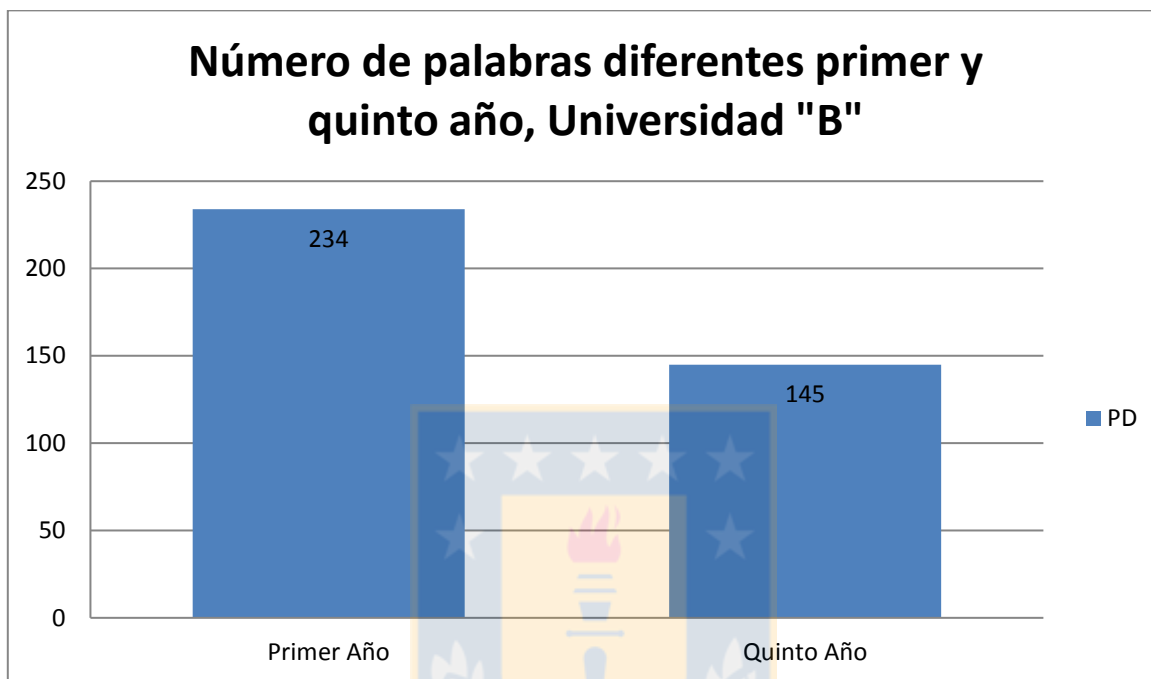


Gráfico 8: Número de palabras diferentes primer y quinto año, Universidad "B".

Considerando el gráfico podemos notar que el número de palabras diferentes de los alumnos de primer año supera en 89 palabras a los estudiantes de último año, lo cual tiene sentido, dado que los alumnos de quinto ya cursaron todas las asignaturas referentes al eje de geometría, además de las didácticas, de manera que las palabras que dominan cada uno de ellos ha tendido a la homogeneización.

Por otro lado, en el *Gráfico 9* que se presenta a continuación, podemos observar el valor que toma el índice de cohesión para cada uno de los dos niveles que estamos estudiando.

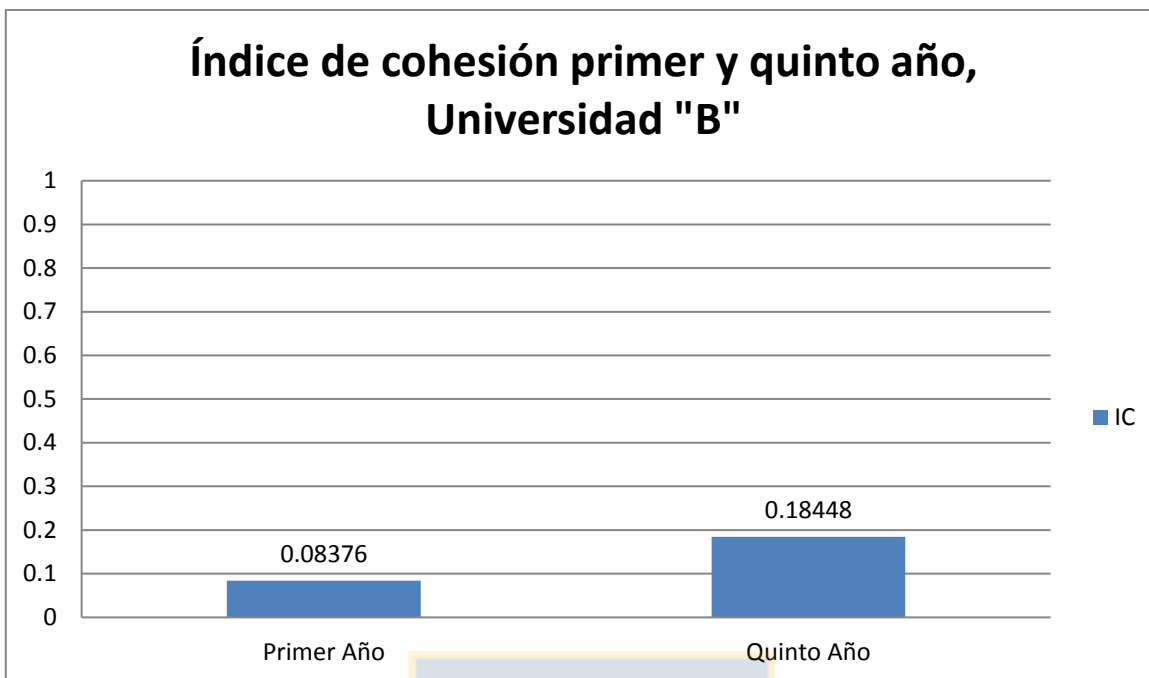


Gráfico 9: Índice de cohesión primer y quinto año, Universidad "B".

Como ya sabemos, el índice de cohesión nos permite determinar si las respuestas que dan los alumnos en el test son coherentes entre sí, al observar el *Gráfico 9* nos damos cuenta que a pesar de que existe un aumento en este valor en los alumnos que ya están en su fase de práctica profesional, este índice es muy bajo para representar homogeneidad en las respuestas, es decir, en ambos cursos existe una gran diversidad de respuestas.

4.1.3 Análisis comparativo del léxico disponible en geometría entre estudiantes de un mismo nivel y distinta universidad.

Una de las interrogantes que surgen al disponer de profesionales con un mismo título pero distinta casa de estudio es saber si existen diferencias significativas en el dominio del lenguaje técnico de la profesión entre ellos. Por esto es que parte de esta investigación tiene como objetivo comparar el léxico disponible en estudiantes de la carrera pedagogía en matemática de algunos niveles específicos, pero pertenecientes a dos instituciones distintas, las cuales son Universidad "A" y Universidad "B".

4.1.3.1 Universidad "A" - Universidad "B"

Para realizar este análisis utilizaremos tres de los cinco niveles en los cuales está estructurada la investigación, de modo que podamos comparar los resultados de los estudiantes entre ambas universidades. Esta comparación se realizará para el primer, tercer y quinto nivel de ambas universidades, con la finalidad de verificar las posibles diferencias del léxico en geometría en lo que consideramos las etapas inicial, de proceso y final de la carrera.

A continuación observamos en la siguiente tabla los estadígrafos más importantes ordenados por nivel y clasificados por universidad:

Nivel	Universidad	N° Alumnos	Total de palabras	XR	PD	IC
Primer Año	A	27	515	19.07	161	0.11847
	B	35	686	19.60	234	0.08376
Tercer Año	A	13	225	17.31	122	0.14187
	B	24	530	22.08	178	0.12406
Quinto Año	A	11	246	22.36	125	0.17891
	B	12	321	26.75	145	0.18448

Tabla 9: Resumen estadígrafos primer, tercer y quinto año, Universidad "A" y "B".

Al observar la *Tabla 9* podemos notar que número de alumnos encuestado en los tres niveles es más alto en la Universidad "B", de modo que en los tres casos el total de palabras también es más alto. Cabe destacar que en el quinto nivel la diferencia en el número de encuestados es solo de un estudiante, sin embargo, el total de palabras que respondieron es superior en la institución "B" por 75 palabras.

El promedio de respuestas en cada uno de los cursos es un indicador importante para hacer comparaciones entre ambas universidades, de modo que a continuación, observaremos esta información en el *Gráfico 10*.

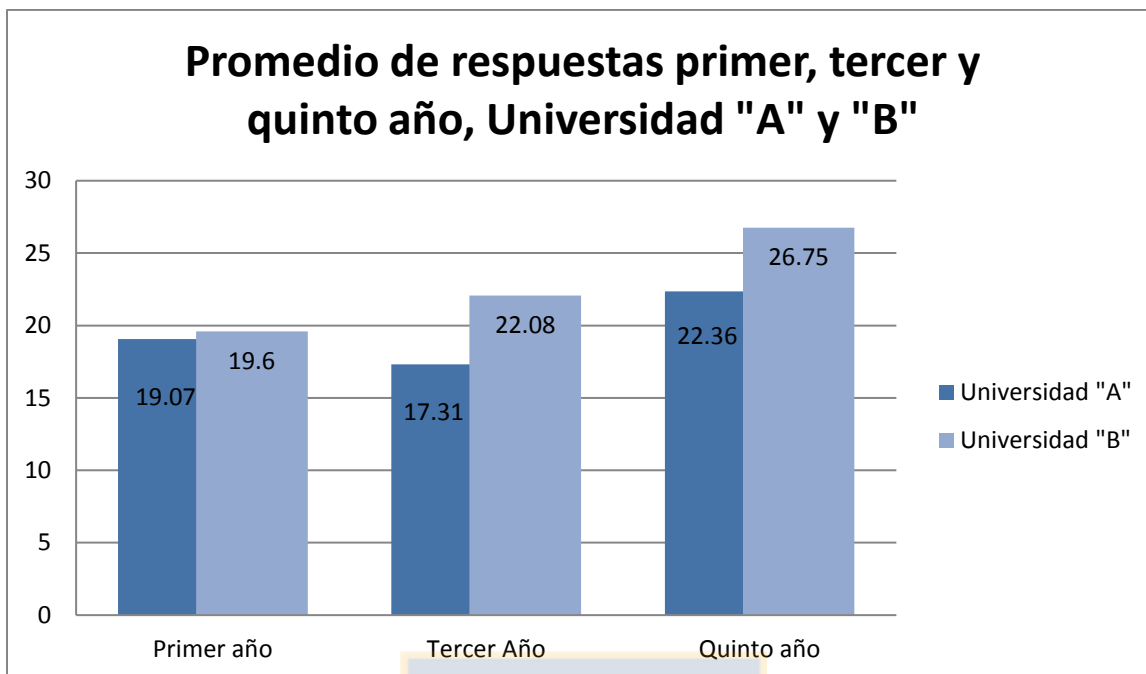


Gráfico 10: Promedio de respuestas primer, tercer y quinto año, Universidad "A" y "B".

De acuerdo con la información de la *Tabla 9* y el *Gráfico 10*, se puede observar a simple vista que en cada uno de los niveles los estudiantes de la Universidad "B" tienen un promedio de respuestas más alto que sus homólogos de la Universidad "A", en geometría, de tal manera que podemos asumir que los aprendizajes adquiridos en este eje son más significativos en la Institución "B" que en la Institución "A". Además si observamos ahora los tres niveles en conjunto, separando por casa de estudios, se puede notar que en la Universidad "B", este promedio aumenta a lo largo del proceso, es decir, crece en cada uno de los niveles analizados. Por el contrario, en la Universidad "A" el promedio de respuestas se comporta de manera irregular, decayendo en los encuestados de tercer año, situación que se puede explicar dado que en esta institución, las asignaturas referentes al eje estudiado en esta investigación, se encuentran en primer y cuarto año de la carrera.

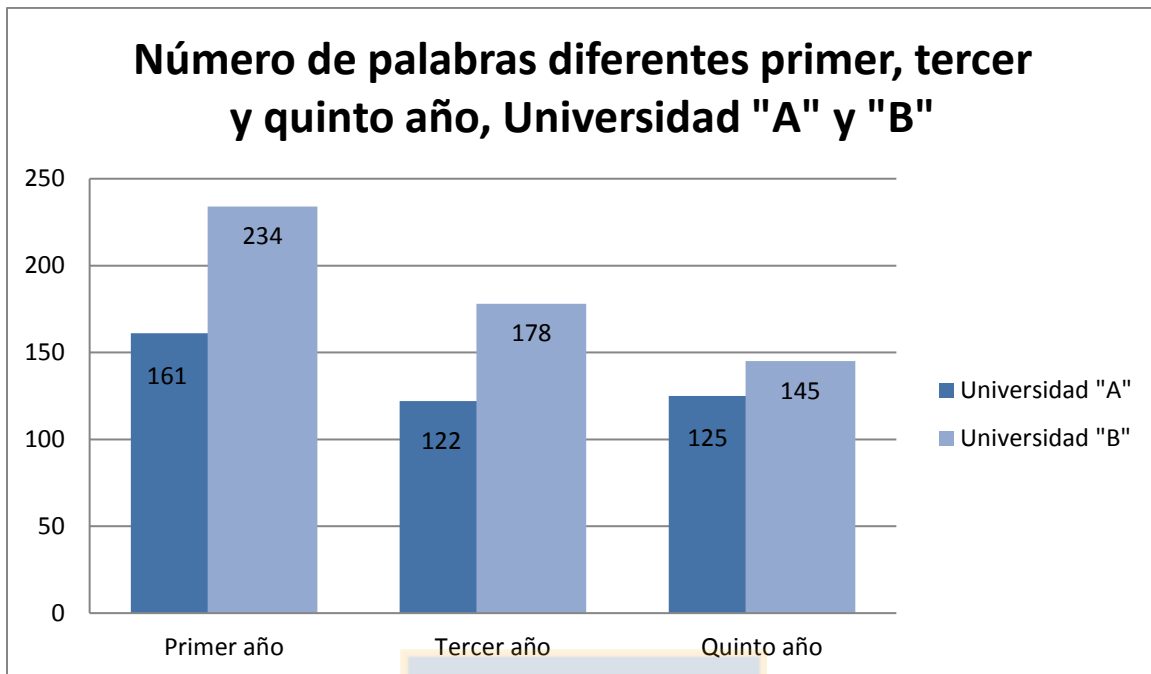


Gráfico 11: Número de palabras diferentes primer, tercer y quinto año, Universidad "A" y "B".

El Gráfico 11, nos permite ver de una forma más clara el comportamiento del número de palabras diferentes obtenidas de los estudiantes de los tres niveles en ambas casas de estudio. Es posible observar en este gráfico que en los tres cursos el número de palabras diferentes es menor en la Universidad "A", lo cual se podría deberse a que el número de encuestados, como ya vimos en la *Tabla 9*, es menor en esta institución en los tres niveles. En este mismo orden, analizaremos los valores del índice de cohesión de cada nivel y universidad, además, con la finalidad de poder dar una mejor interpretación a los datos usaremos el siguiente gráfico que veremos a continuación:

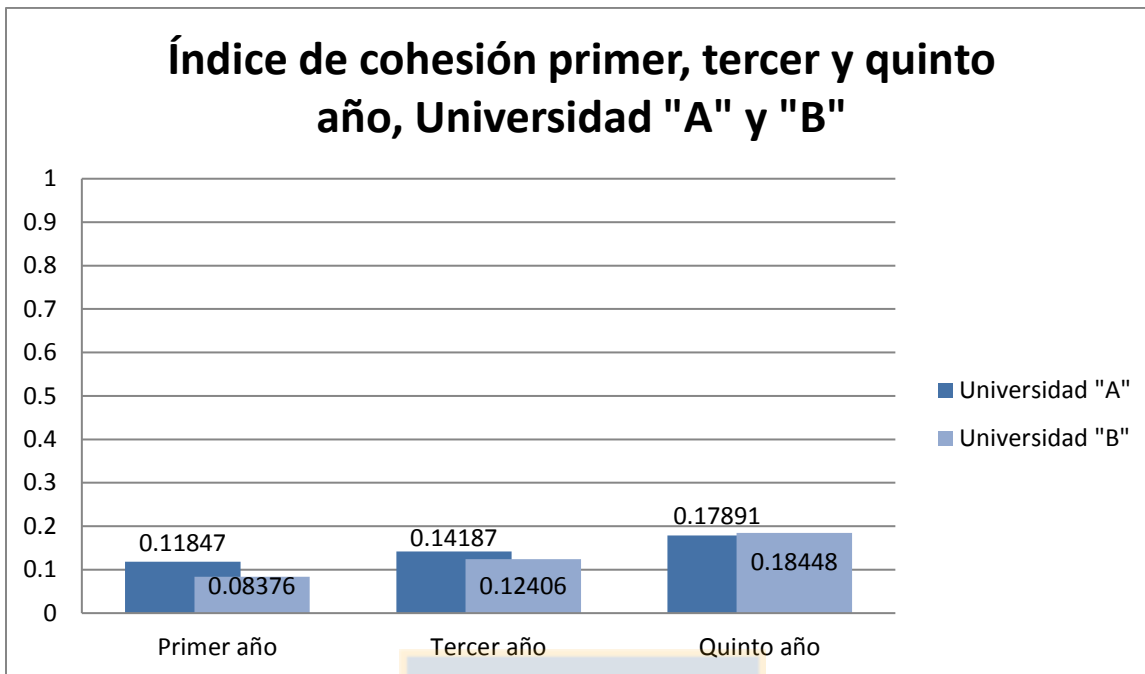


Gráfico 12: Índice de cohesión primer, tercer y quinto año, Universidad "A" y "B".

Los valores del índice de cohesión que se pueden observar en el *Gráfico 12*, nos muestran desde el punto de vista numérico que en primer y tercer año, el grado de homogeneidad es mayor para la Universidad "A", en tanto que en quinto año la Universidad "B" tiene un índice más alto de cohesión. No obstante los valores de este índice son muy cercanos a cero como para ser significativos, de modo que solo se puede decir que en general, las respuestas de los alumnos encuestados fueron muy diversas entre sí.

4.2 Análisis cualitativo

En este punto de la investigación analizaremos de manera descriptiva los grafos y métricas, correspondientes al eje "Geometría", entregados por el software Gephi, con la finalidad de comparar las relaciones semánticas y la frecuencia de éstas, acorde a los objetivos de este seminario. Una red de disponibilidad léxica puede contener un número elevado de nodos y aristas que los unen, es difícil obtener información precisa a partir de la primera visualización. Es por esto, que

se han aplicado algunos filtros a cada grafo de manera que podamos sacar conclusiones más acertadas en cada caso.

4.2.1 Resultados por variable universidad y nivel

4.2.1.1 Universidad "A"

En consideración de los objetivos de esta indagación, en el caso de la Universidad "A" analizaremos a continuación las respuestas de los estudiantes de primer, tercer y quinto año. Para así poder realizar las comparaciones referentes a la finalidad de este seminario.

4.2.1.1.1 Primer año

En el caso de los estudiantes de primer año de la Universidad "A", los encuestados fueron 27 en total. De esta manera podemos resumir la información acerca de las palabras disponibles, en el eje de geometría, con su respectiva frecuencia e índice de disponibilidad léxica en la tabla que se muestra a continuación.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
TRIANGULO	25	0,92593	0,806245203
CUADRADO	18	0,66667	0,425316364
AREA	18	0,66667	0,31838044
PERIMETRO	18	0,66667	0,294079014
FIGURA	8	0,2963	0,278518519
ANGULO	15	0,55556	0,27807445
RECTANGULO	11	0,40741	0,226050923
RECTA	10	0,37037	0,182757994
CIRCULO	7	0,25926	0,158057777
CIRCUNFERENCIA	11	0,40741	0,150673108

Tabla 10: Primeras diez palabras de los alumnos de primer año, Universidad "A".

Como podemos ver en la *Tabla 10*, de las palabras más mencionadas por los alumnos encuestados en 1er año, podemos observar que los diez vocablos presentes en la tabla son de uso exclusivo del eje Geometría. Cabe destacar que el concepto con mayor disponibilidad en la mente de los alumnos es TRIÁNGULO, concepto mencionado por 25 de los 27 encuestados. Además cabe destacar que esta misma palabra posee un IDL muy cercano a 1 (0,806 aprox.) de modo que también corresponde a la palabra que está más disponible en la mente de estos estudiantes, al momento de utilizar el lenguaje referente al eje temático que estamos estudiando.

Si siguiendo con el análisis de la *Tabla 10*, se puede notar que las palabras CUADRADO, ÁREA y PERÍMETRO fueron mencionadas 18 veces por los encuestados. Si consideramos el índice de disponibilidad léxica también podemos notar que en orden de disponibilidad primero se encuentra la palabra CUADRADO, luego ÁREA y finalmente PERÍMETRO, conceptos que están relacionados al momento de referirse al eje “Geometría”. Esta situación se puede observar más claramente en la *Figura 22*.

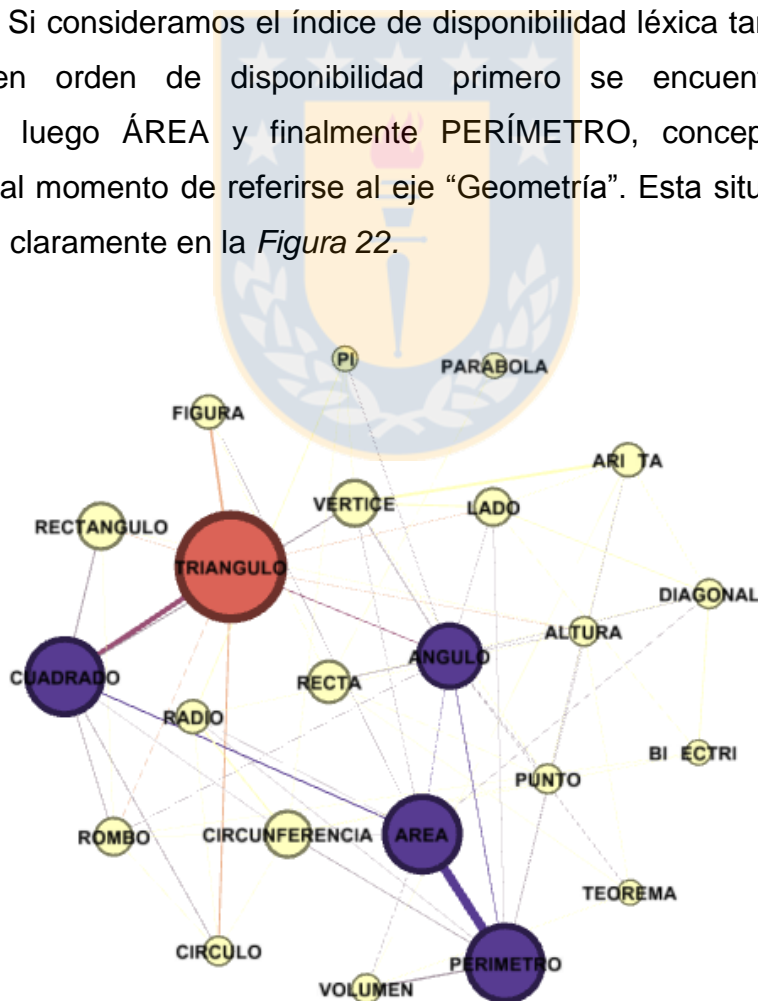


Figura 22: Grafo por rango de grado, primer año Universidad "A".

Al analizar el grafo de la *Figura 22*, al cual se le aplicó un filtro por rango de grado, es decir, se consideraron solo aquellas palabras mencionadas más de diez veces por los encuestados. Podemos ver que los nodos de mayor tamaño son las palabras más latentes que ya antes nombramos, se puede observar que las palabras TRIÁNGULO y CUADRADO están fuertemente ligadas una a la otra, de modo que se asume que los alumnos tienden a relacionar de manera directa estos conceptos entre sí. Por otro lado, es importante destacar que entre las palabras ÁREA y PERÍMETRO existe una fuerte conexión, lo cual se puede apreciar en el peso de la arista.

4.2.1.1.2 Tercer año

En el caso de los estudiantes de tercero, solo 13 son los encuestados, de modo que no se puede esperar una frecuencia muy alta en ninguna de las respuestas. A continuación, se puede observar una tabla que resume la información sobre frecuencias absoluta y relativa además del índice de disponibilidad léxica.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
TRIANGULO	11	0,84615	0,542239741
CUADRADO	7	0,53846	0,376539153
ANGULO	8	0,61538	0,372776009
AREA	6	0,46154	0,286501257
VOLUMEN	6	0,46154	0,255437204
RECTA	6	0,46154	0,244161161
PLANO	5	0,38462	0,225276876
CIRCULO	3	0,23077	0,202230769
ESPACIO	4	0,30769	0,158134097
PUNTO	4	0,30769	0,149260553

Tabla 11: Primeras diez palabras de los alumnos de tercer año, Universidad "A".

En la *Tabla 11* podemos apreciar un listado de las diez palabras con mayor índice de disponibilidad léxica, es decir, las diez palabras que están más

presentes en el vocabulario de los alumnos en el eje de geometría, cabe destacar que estas palabras corresponden en su totalidad al eje antes mencionado.

Además, es importante señalar que la palabra con mayor IDL es TRIÁNGULO, sin embargo este valor es de 0,54 aproximadamente, de modo que el valor no es lo suficientemente representativo como para asegurar que esta palabra es la más latente en el vocabulario de la mayoría de los estudiantes.

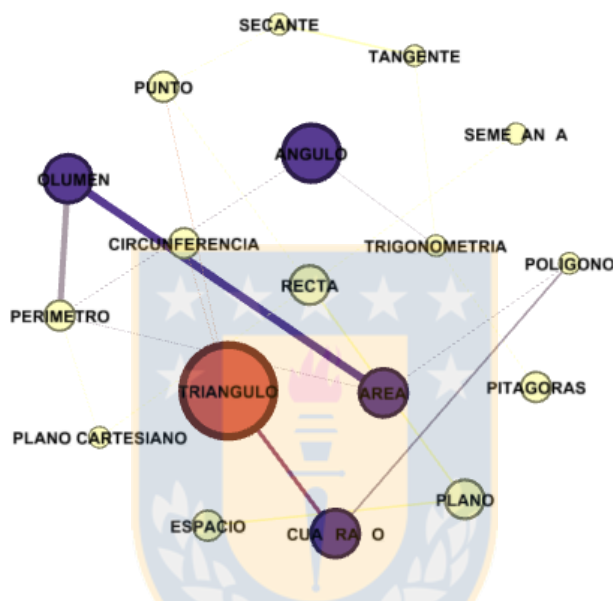


Figura 23: Grafo por rango de grado, tercer año Universidad "A".

Al observar la *Figura 23* se aprecian las relaciones semánticas presentes en los alumnos de tercer año de la Universidad "A". De las cuales se pueden resaltar el hecho de que el peso de la arista entre los vocablos **ÁREA** y **VOLUMEN** es el mayor que se puede encontrar en el grafo, lo que denota un fuerte enlace entre estas palabras. Para poder obtener una vista más clara de este grafo fue necesario aplicar un filtro por grado de 5 palabras.

De acuerdo con el grafo de la *Figura 23*, **TRIÁNGULO** es la palabra más mencionada en las respuestas de los alumnos, con una frecuencia absoluta igual a 11, como se puede verificar en la Tabla 11. Además, analizando el tamaño de los nodos, podemos notar que las otras palabras que más se repiten son: **ÁNGULO**, **CUADRADO**, **ÁREA** y **VOLUMEN**.

4.2.1.1.3 Quinto año

Al momento de realizar el test de disponibilidad léxica, el número de estudiantes de quinto que fueron encuestados fue once. A fin de analizar de manera más precisa los datos, a continuación presentamos una tabla con las diez palabras con mayor IDL.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
ANGULO	9	0,81818	0,694499091
TRIANGULO	8	0,72727	0,588887993
CIRCUNFERENCIA	7	0,63636	0,35803373
ISOSCELES	7	0,63636	0,302995383
CUADRADO	5	0,45455	0,265725149
EQUILATERO	6	0,54545	0,260437877
PLANO	3	0,27273	0,255454546
ESCALENO	5	0,45455	0,225215874
CUADRILATERO	5	0,45455	0,184989723
CUBO	4	0,36364	0,167199248

Tabla 12: Primeras diez palabras de los alumnos de quinto año, Universidad "A".

Al analizar el léxico disponible de alumnos, es importante conocer las palabras que están más latentes en la mente de los encuestados, al observar la *Tabla 12* podemos notar que las dos palabras con mayor índice de disponibilidad léxica (ÁNGULO y TRIÁNGULO) son también las dos palabras con mayor frecuencia entre los estudiantes de quinto año. La tercera palabra con mayor frecuencia es CIRCUNFERENCIA e ISÓSCELES, las cuales aparecieron siete veces entre las respuestas, además de tener un IDL similar.

De las diez palabras presentes en la *Tabla 12* es interesante resaltar que siete corresponden a figuras geométricas y solo una corresponde a un cuerpo geométrico (CUBO), de modo que se entiende que los estudiantes tienen a asociar el eje de Geometría mayormente con las figuras geométricas.

A continuación para analizar las relaciones que existen entre las palabras recogidas en la encuesta de este grupo (quinto año) nos centraremos en la

siguiente figura que nos muestra un grafo filtrado por un rango de grado de cinco palabras.

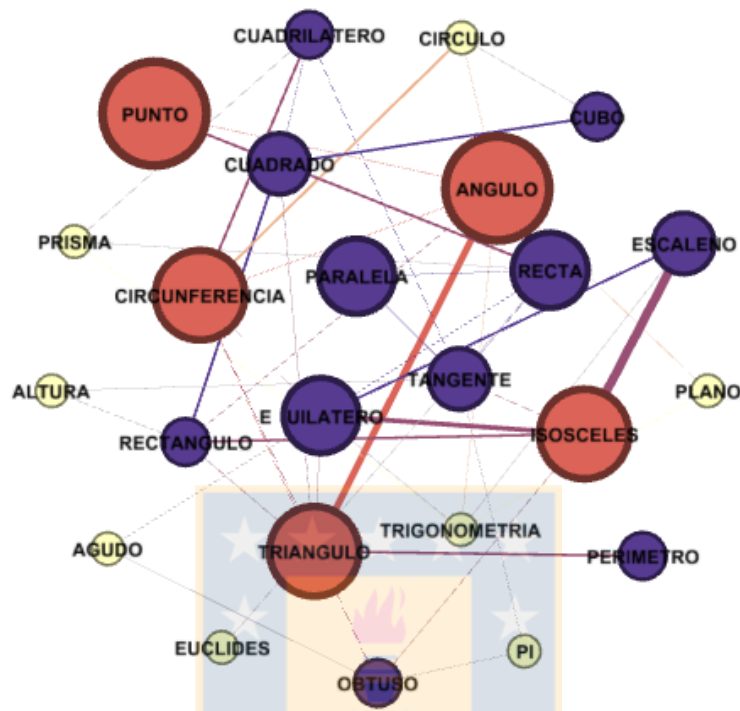


Figura 24: Grafo por rango de grado, quinto año Universidad "A".

Como podemos ver en la *Figura 24*, las palabras con mayor frecuencia, es decir, mayor nodo, son PUNTO, ÁNGULO, CIRCUNFERENCIA, TRIÁNGULO e ISÓSCELES, las cuales a excepción de PUNTO, están en el listado de la *Tabla 12*, lo que quiere decir que la palabra punto a pesar de tener una alta frecuencia, su índice de disponibilidad léxica es inferior a 0,167199248. Esta situación puede explicarse en el hecho de que si bien la palabra se repite en reiteradas ocasiones, es probable que esta palabra no venga a la mente de los encuestados en los primeros lugares, es decir, está presente en el léxico pero luego de referirse a conceptos más concretos como las figuras y cuerpos geométricos.

Siguiendo con el análisis de la *Figura 24*, podemos notar que las palabras ISÓSCELES, ESCALENO y EQUILATERO forman entre sí un circuito, es decir están relacionadas unas con otras en el uso del lenguaje referente a geometría, situación que se justifica dado que estas palabras corresponden a la clasificación

según las medidas de los lados de un TRIÁNGULO, palabra que en este grupo de alumnos tuvo la segunda frecuencia más alta. Sin embargo, a pesar de existir una relación entre estas tres palabras mencionadas antes, cabe señalar que al analizar el peso de las aristas, la palabra ISÓSCELES tiene una relación mucho más fuerte con la palabra ESCALENO y con la palabra EQUILÁTERO, como podemos ver a continuación.

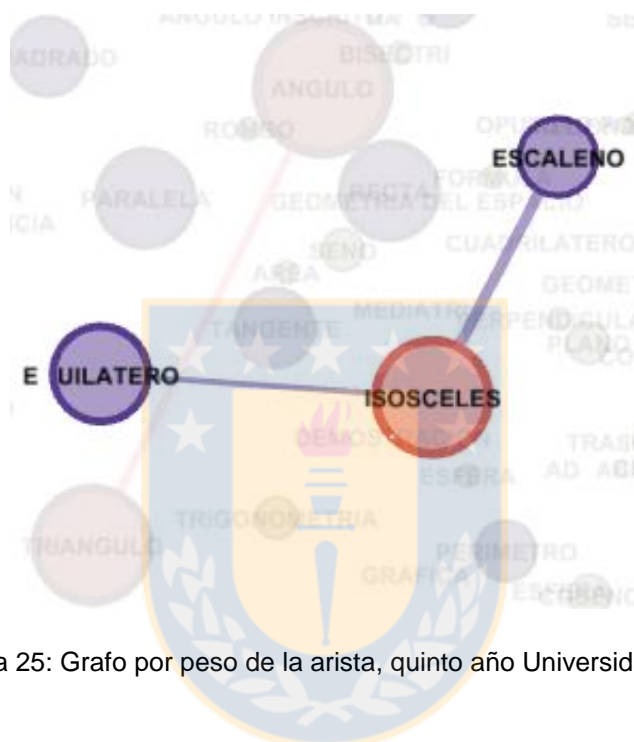


Figura 25: Grafo por peso de la arista, quinto año Universidad "A".

Al observar la *Figura 25* podemos ver claramente que el peso de las aristas entre ISÓSCELES y ESCALENO es mayor que el de la arista formada entre ISÓSCELES y EQUILÁTERO, es decir, los estudiantes tienden a nombrar luego de la palabra ISÓSCELES la palabra ESCALENO con mayor frecuencia que la palabra EQUILÁTERO.

Otra relación importante que se observa en la *Figura 24* es la existente entre las dos palabras con mayor frecuencia (ver *Figura 26*), en la cual podemos observar claramente que poseen un nodo más grande en relación al resto de las palabras, además, considerando el peso de la arista entre ellas es posible deducir que los alumnos que utilizan la palabra ÁNGULO suelen relacionarla con la

palabra TRIÁNGULO, lo cual puede darnos información acerca de cómo se entiende, entre los encuestados, el concepto de triángulo ligado a los ángulos.

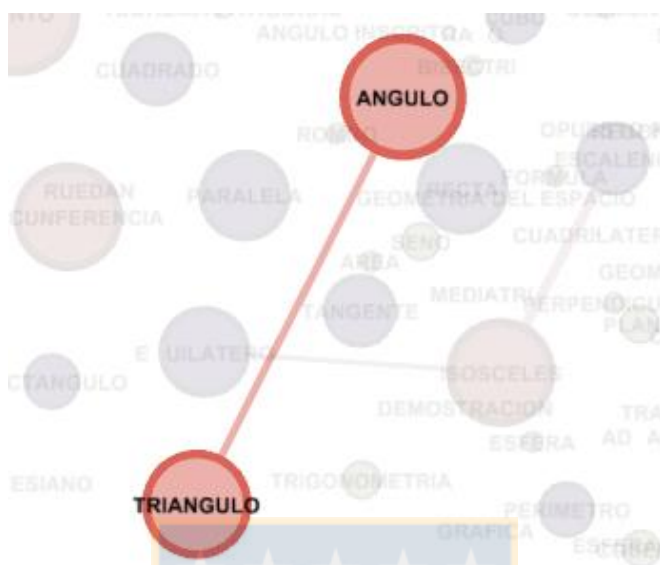


Figura 26: Grafo por peso de la arista, quinto año Universidad "A".

4.2.1.2 Universidad "B"

Para poder cumplir con los objetivos de la investigación es necesario que analicemos la disponibilidad léxica de los alumnos de la Universidad "B" antes y después de cursar las asignaturas de geometría (segundo y cuarto año), además del análisis a los alumnos de primer, tercer y quinto año, de modo que será necesario observar lo que ocurre en cada uno de los niveles de la carrera.

4.2.1.2.1 Primer año

En la institución "B" fueron encuestados un total de 35 estudiantes, cuyos resultados fueron procesados por la plataforma LexMath, de la cual se obtuvo los datos de la siguiente tabla.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
AREA	23	0,65714	0,351059319
CIRCUNFERENCIA	22	0,62857	0,325414064
ANGULO	20	0,57143	0,322947495
TRIANGULO	22	0,62857	0,313941318
PERIMETRO	20	0,57143	0,285599045
FIGURA	12	0,34286	0,263308507
PARABOLA	15	0,42857	0,25382957
HIPERBOLA	16	0,45714	0,241999397
CUADRADO	15	0,42857	0,228566283
RECTA	16	0,45714	0,228226455

Tabla 13: Primeras diez palabras de los alumnos de primer año, Universidad "B".

La *Tabla 13* nos muestra un total de las diez palabras con mayor índice de disponibilidad léxica en el eje de Geometría, de las cuales las cinco primeras tienen una frecuencia superior a 20. Estas palabras con la mayor frecuencia e IDL corresponden en su totalidad a conceptos de la geometría euclidiana (ÁREA, CIRCUNFERENCIA, ÁNGULO, TRIÁNGULO y PERÍMETRO). Cabe destacar que estas palabras a pesar de ser las que tienen mayor IDL, estos valores están más cercanos a cero que a uno, es decir, no son representativos, lo cual nos dice que a pesar de que estas se repiten en muchos de los casos, los alumnos las mencionan en orden diferente en cada caso, de modo que no se puede decir que alguna de ellas sea la que está más latente en la mente de los encuestados.

El siguiente grafo nos muestra las palabras con mayor frecuencia en el test de disponibilidad léxica, para ello hemos aplicado un filtro por rango de grado de diez palabras, de tal manera que las palabras que se observan son aquellas que han sido nombradas más de diez veces.

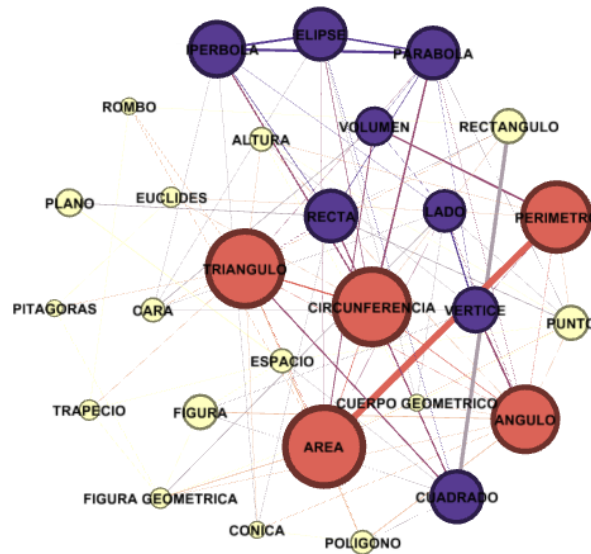


Figura 27: Grafo por rango de grado, primer año Universidad "B".

De acuerdo con la *Figura 27*, se puede destacar a pesar de haber aplicado un filtro de diez palabras, aun así el grafo es denso, de manera que existe un gran número de vocablos que aparecen más de diez veces en las respuestas del test, lo cual podemos interpretar como una mayor riqueza léxica en el grupo de alumnos de primer año de la Universidad "B". Otro punto importante de señalar es que existen algunos circuitos que relacionan ciertas palabras entre sí, como es el caso de las palabras TRIÁNGULO, CIRCUNFERENCIA y CUADRADO, las cuales corresponden a figuras geométricas básicas nombradas con mayor frecuencia en el test. Además, está el circuito formado por las palabras HIPÉRBOLA, ELIPSE y PARÁBOLA, las cuales tienen relación con cónicas que se estudian en asignaturas de geometría analítica. Así pues, podemos afirmar que los alumnos que nombran la palabra TRIÁNGULO también nombran las palabras CIRCUNFERENCIA y CUADRADO. Situación que se repite en el segundo caso mencionado.

Finalmente, es interesante observar que las palabras con mayor cantidad de relaciones son TRIÁNGULO y CIRCUNFERENCIA, las cuales presentan catorce y diez relaciones semánticas respectivamente (ver *Figura 28* y *29*).

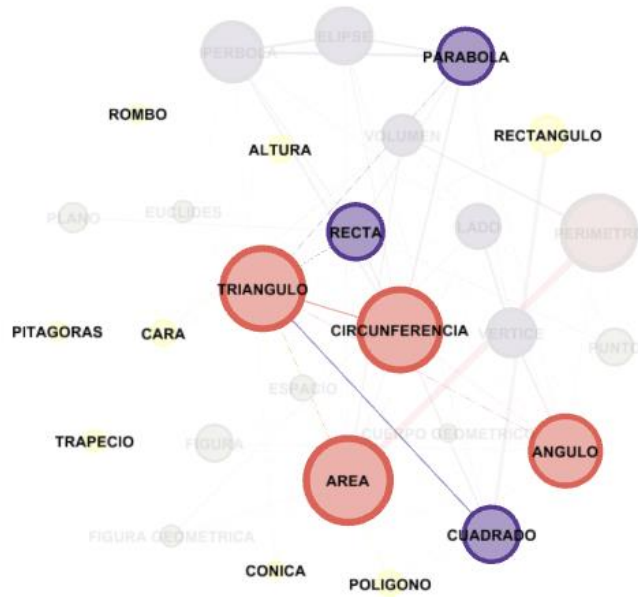


Figura 28: Relaciones de la palabra TRIÁNGULO.

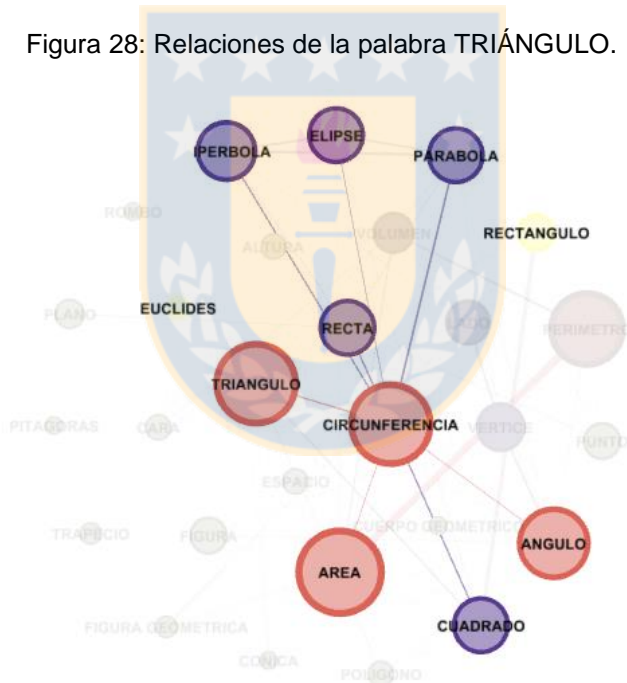


Figura 29: Relaciones de la palabra CIRCUNFERENCIA.

4.2.1.2.2 Segundo año

Al momento de realizar el test de disponibilidad léxica doce alumnos de segundo año fueron encuestados, las diez palabras con mayor IDL fueron organizadas en la siguiente tabla de modo que se puede también apreciar la frecuencia de cada una de ellas.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
ANGULO	11	0,91667	0,555644967
CUADRADO	11	0,91667	0,484458962
TRIANGULO	11	0,91667	0,478507875
RECTA	9	0,75	0,372928973
CIRCUNFERENCIA	9	0,75	0,35593323
FIGURA	4	0,33333	0,243650883
VERTICE	6	0,5	0,240387129
CUERPO	4	0,33333	0,22234737
PARALELA	5	0,41667	0,216267401
SEGMENTO	5	0,41667	0,21442845

Tabla 14: Primeras diez palabras de los alumnos de segundo año, Universidad "B".

En relación a los datos de la *Tabla 14*, podemos resaltar que las palabras ÁNGULO, CUADRADO y TRIÁNGULO son además de ser las que tienen mayor índice de disponibilidad léxica, también las que tienen mayor frecuencia, repitiéndose cada una en once de los doce estudiantes. Si bien los valores del IDL no son tan cercanos a uno, esto se puede justificar en el hecho de que los alumnos aun no cursan las asignaturas del eje geometría.

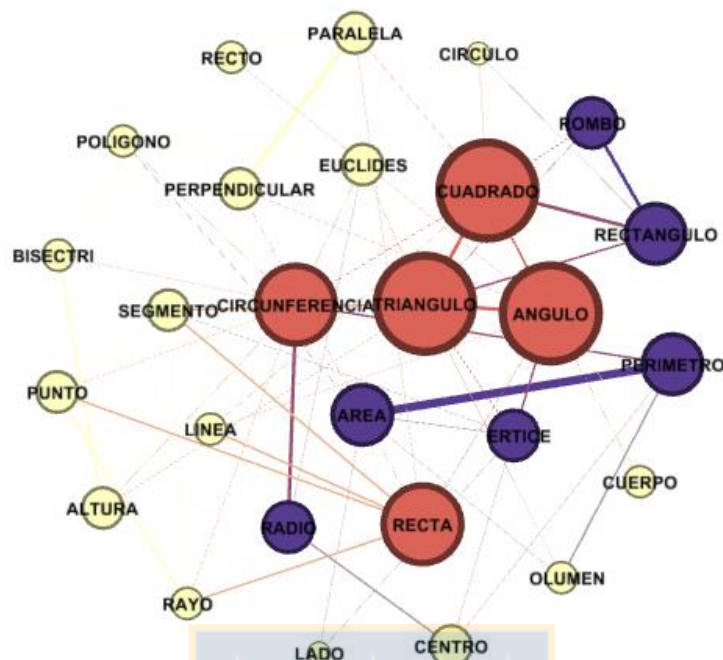


Figura 30: Grafo por rango de grado, segundo año Universidad "B".

La *Figura 30* nos muestra el grafo de las palabras de los alumnos de segundo año de la institución "B" el cual ha sido filtrado con un rango de 6 palabras, esto pues el número de encuestados fue solo de doce, de manera que las frecuencias de las palabras no son muy altas. Al observar el grafo podemos notar a simple vista las palabras con mayor frecuencia las cuales se pueden corroborar con la Tabla, también es posible notar que existen algunas relaciones muy fuertes representadas por medio de las aristas con mayor peso, como es el caso de las palabras **ÁREA** y **PERÍMETRO**, **CIRCUNFERENCIA** y **RADIO**, lo cual nos muestra que al momento de pensar en el eje Geometría los alumnos tienden a decir estas palabras una después de la otra, demostrando un dominio coherente de los vocablos de acuerdo al concepto que escriben. Esta misma situación puede notarse al observar algunos circuitos formados como es el caso de las palabras **ÁNGULO**, **TRIÁNGULO** y **CUADRADO**, **TRIÁNGULO**, **CUADRADO** Y **RECTANGULO**.

Otro hecho importante de destacar es que la palabra con más conexiones es CUADRADO, la cual, como podemos ver en la *Figura 31*, tiene un total de ocho relaciones con otras palabras.

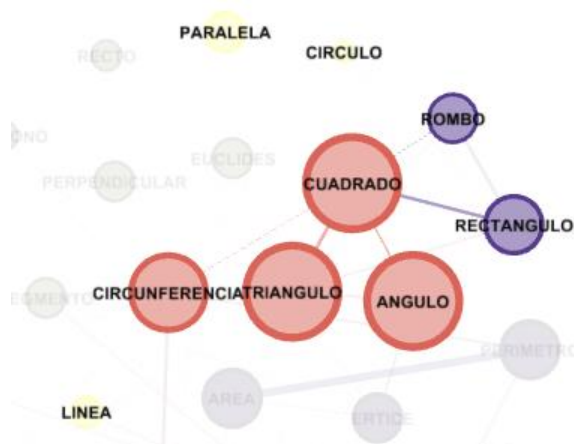


Figura 31: Relaciones de la palabra CUADRADO.

4.2.1.2.3 Tercer año

En el caso de los estudiantes de tercer año de Pedagogía en Matemática en la Universidad “B” fueron 24 los encuestados, de modo que en la siguiente tabla se muestran las diez palabras con mayor índice de disponibilidad léxica.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
TRIANGULO	21	0,875	0,57441228
ANGULO	19	0,79167	0,384308227
CIRCUNFERENCIA	16	0,66667	0,368429481
RECTA	19	0,79167	0,331127005
EUCLIDES	14	0,58333	0,322361663
SEMEJANZA	13	0,54167	0,31695541
CUADRADO	12	0,5	0,3108122
CONGRUENCIA	12	0,5	0,306279303
PUNTO	12	0,5	0,212424914
PITAGORAS	7	0,29167	0,195878194

Tabla 15: Primeras diez palabras de los alumnos de tercer año, Universidad "B".

En el listado de palabras de la *Tabla 15* podemos ver que las palabras con mayor frecuencia son TRIÁNGULO, ÁNGULO y RECTA, de las cuales la primera es la que posee un mayor IDL, Además las palabras presentes en la lista corresponden a conceptos relacionados exclusivamente con la geometría plana. Esta situación se justifica dado que los estudiantes de este nivel están cursando las asignaturas de Geometría (Euclidiana) del plan de estudios de la carrera.

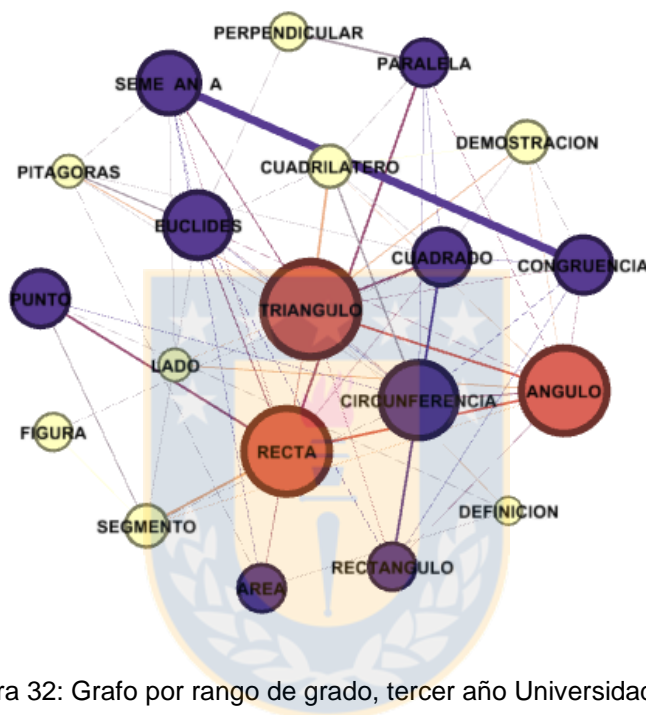


Figura 32: Grafo por rango de grado, tercer año Universidad "B".

Para realizar el grafo de la Figura 32 se aplicó el filtro “rango de grado”, es decir, en este caso se consideraron solo las palabras mencionadas más de diez veces. En la figura se observa una gran cantidad de enlaces entre las palabras mostradas en el grafo, de estos enlaces, el de mayor peso de arista es aquel que muestra la relación entre las palabras CONGRUENCIA y SEMEJANZA, lo que quiere decir que ambos vocablos están fuertemente relacionados, vale decir, cuando un estudiante menciona la palabra CONGRUENCIA la tendencia es a nombrar enseguida la palabra SEMEJANZA.

Siguiendo en este contexto, se puede observar un circuito formado por las palabras TRIÁNGULO, ÁNGULO y RECTA, lo que al igual que en el caso anterior, nos muestra que los alumnos tienden a relacionar de manera muy frecuente estas

palabras. En el caso de las palabras TRIÁNGULO y ÁNGULO se puede deducir que el concepto que los alumnos tienen de la primera palabra está construido sobre la base del segundo vocablo.

Por otro lado, la palabra TRIÁNGULO es la que posee un mayor número de relaciones o enlaces con otros vocablos, como se puede apreciar en la *Figura 33*, TRIÁNGULO está relacionado con catorce palabras en total, lo cual nos permite comprender que los encuestados tienen una idea de la geometría en la que la palabra triángulo se relaciona con un gran número de otros conceptos del eje.

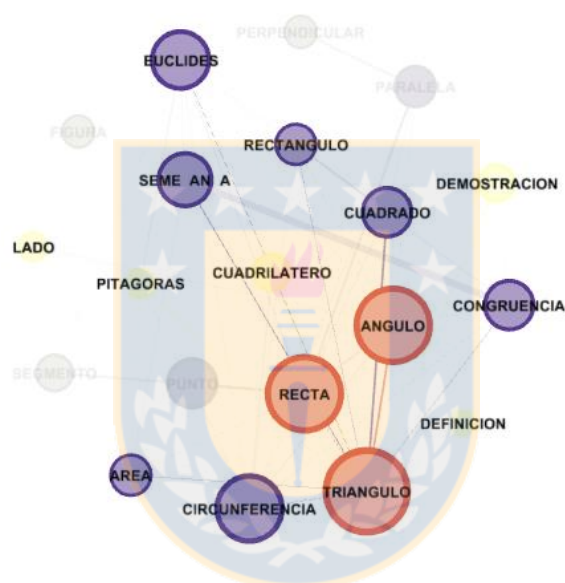


Figura 33: Relaciones de la palabra TRIÁNGULO.

4.2.1.2.4 Cuarto año

Al momento de responder el test de disponibilidad léxica, los estudiantes de cuarto año superaron a los encuestados de tercero en diez personas, de manera que las respuestas de estos 34 alumnos fueron procesadas y ordenadas por IDL, como se muestra a continuación.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
TRIANGULO	32	0,94118	0,657635337
ANGULO	32	0,94118	0,581407291
CIRCUNFERENCIA	29	0,85294	0,480259425
RECTA	26	0,76471	0,415849427
CUADRADO	21	0,61765	0,328797715
PUNTO	20	0,58824	0,285968613
EUCLIDES	17	0,5	0,285897041
RECTANGULO	17	0,5	0,232805254
AREA	20	0,58824	0,208723662
PARALELA	15	0,44118	0,158571067

Tabla 16: Primeras diez palabras de los alumnos de cuarto año, Universidad "B".

Al igual que en análisis anterior, podemos ver en la *Tabla 16* que las palabras con mayor frecuencia son TRÁNGULO y ÁNGULO, las cuales son también las palabras con mayor índice de disponibilidad léxica, es decir, son las palabras que están más latentes en el vocabulario de la mayoría de los estudiantes. Cabe destacar que las palabras mostradas en la tabla corresponden a las diez con mayor IDL y en su totalidad son palabras relacionadas a conceptos de la Geometría euclidiana.

Otro hecho importante, es que estas diez palabras tienen todas una frecuencia mayor o igual que 15. A continuación observaremos un grafo que muestra el comportamiento de las respuestas de los encuestados filtradas por rango de grado 12, filtro que fue necesario aplicar dado la gran cantidad de respuestas de los estudiantes.

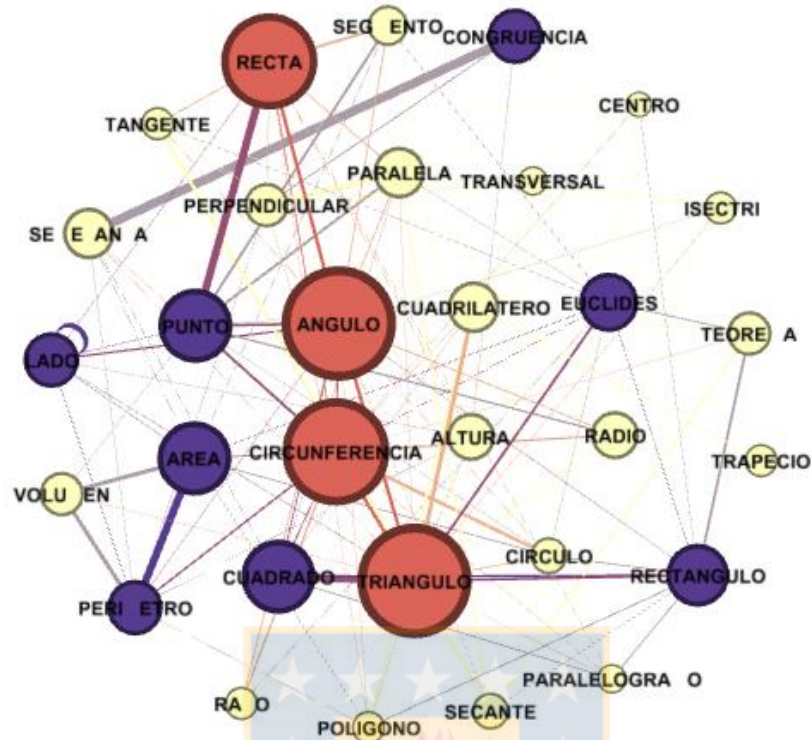


Figura 34: Grafo por rango de grado, cuarto año Universidad "B".

De acuerdo con las *Figura 34*, podemos apreciar que existen tres enlaces fuertes, representados por aristas de gran peso. Estos enlaces, relacionan las palabras: **ÁREA** y **PERIMETRO**, **RECTA** y **PUNTO** y, **CONGRUENCIA** y **SEMEJANZA**. Al analizar estas relaciones, podemos darnos cuenta que los estudiantes de cuarto año tienen un conocimiento de las palabras en el que los conceptos vienen a sus mentes de forma coherente. Así **ÁREA** y **PERÍMETRO** están relacionadas ya que ambas corresponden a medidas de superficie y longitud respectivamente. **RECTA** y **PUNTO** relacionadas con construcción de figuras en un plano y finalmente **CONGRUENCIA** y **SEMEJANZA** que son conceptos utilizados para comparar figuras geométricas.

Otro dato importante de señalar es que las palabras con más enlaces o relaciones son: **CIRCUNFERENCIA** y **ÁNGULO**, que específicamente poseen 17 enlaces cada una. Esto quiere decir que los estudiantes que mencionan una de estas dos palabras tienden a nombrar una de las 17 palabras con las que están relacionadas (Ver *Figura 35* y *36*).

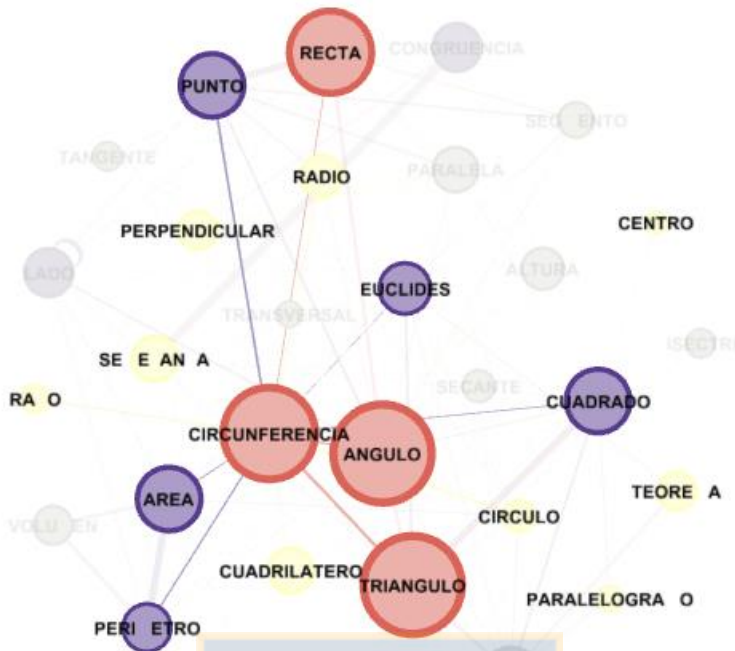


Figura 35: Relaciones de la palabra CIRCUNFERENCIA.

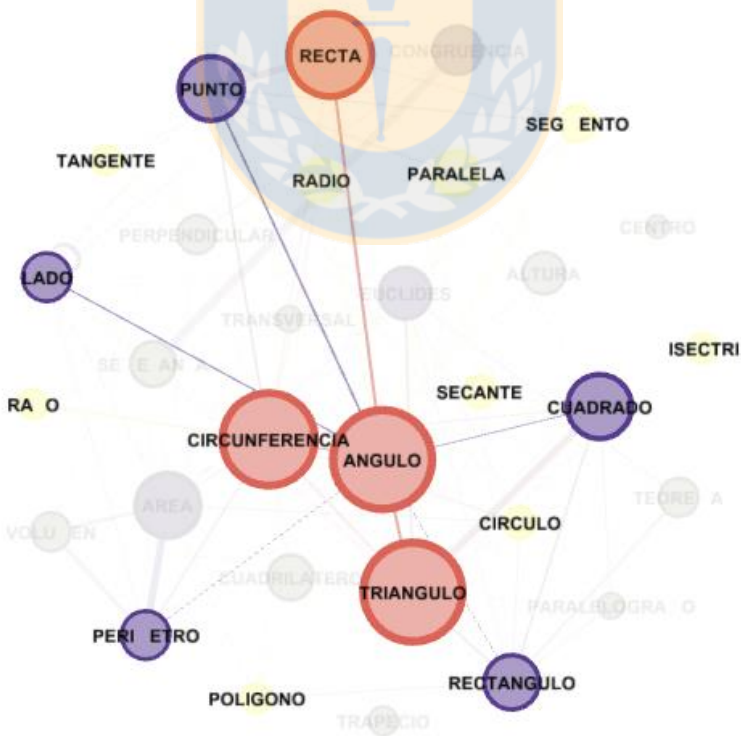


Figura 36: Relaciones de la palabra ÁNGULO.

4.2.1.2.5 Quinto año

Los alumnos de quinto año que fueron encuestados corresponden a un total de doce, por lo cual las frecuencias de las respuestas no son tan altas como en el caso anterior. A continuación presentamos una tabla que muestra las diez palabras con mayor IDL.

Palabra	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	IDL
TRIANGULO	9	0,75	0,479884118
ANGULO	10	0,83333	0,39508866
AREA	8	0,66667	0,391382867
CIRCUNFERENCIA	9	0,75	0,356693376
PERIMETRO	6	0,5	0,281819178
VOLUMEN	6	0,5	0,259675453
GEOMETRIA	3	0,25	0,25
CUADRADO	5	0,41667	0,235570573
CIRCULO	6	0,5	0,23268433
RECTANGULO	7	0,58333	0,232467866

Tabla 17: Primeras diez palabras de los alumnos de quinto año, Universidad "B".

Con respecto a los vocablos que se muestran en la *Tabla 17*, es importante señalar que todas las respuestas pertenecen al eje de Geometría. Además, podemos observar que al igual que en los alumnos de tercero y cuarto, se repite un patrón en el que las palabras con mayor índice de disponibilidad léxica y frecuencia son TRIÁNGULO, ÁNGULO y CIRCUNFERENCIA.

A continuación, para dar una mejor interpretación a los datos analizaremos el grafo de las palabras mencionadas por los alumnos, al cual se le aplicó un filtro de seis palabras, esto dado que el número de encuestados no fue muy alto. De este modo la siguiente figura muestra aquellas palabras que fueron mencionadas más de seis veces al aplicar la encuesta.

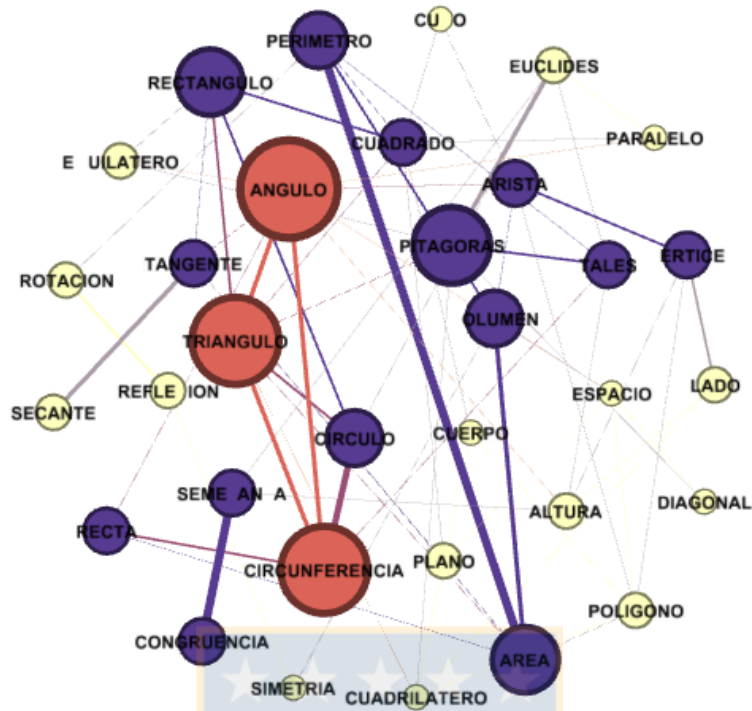


Figura 37: Grafo por rango de grado, quinto año Universidad "B".

Al observar el grafo de la *Figura 37*, podemos notar que a pesar de haber aplicado un filtro por grado de rango de seis palabras, el grafo es denso, de modo que se puede asumir que los alumnos de quinto año poseen un gran número de vocablos en su léxico disponible. En cuanto a las relaciones existentes podemos notar que los enlaces más fuertes se dan nuevamente en las palabras: **ÁREA - PERÍMETRO** y **CONGRUENCIA - SEMEJANZA**. Lo cual reafirma las interpretaciones de los niveles tercero y cuarto, en cuanto a la forma coherente de relacionar las palabras en torno a conceptos generales, como las medidas de superficie y longitud o el concepto de comparación de figuras. Cabe destacar que en el caso de **CONGRUENCIA** y **SEMEJANZA**, ambos vocablos solo se relacionan entre ellos, es decir al momento de nombrar una de las palabras los estudiantes inmediatamente piensan en la otra. Esta misma situación se puede ver en las palabras **SECANTE** y **TANGENTE**.

Otra relación importante que existe en este grafo es la que podemos observar en el circuito formado por las palabras **ÁNGULO**, **TRIÁNGULO** y **CIRCUNFERENCIA**, las cuales son como ya vimos en la tabla, las palabras con

mayor frecuencia, estos enlaces nos muestran que los estudiantes tienden a mencionar luego de la palabra TRIÁNGULO, las palabras ÁNGULO O CIRCUNFERENCIA inmediatamente.

4.2.2 Análisis de métricas de grafos

A continuación realizaremos un análisis de las métricas que se obtuvieron a partir de los grafos de palabras nombradas por los estudiantes que fueron encuestados, a fin de realizar las comparaciones pertinentes con la investigación.

NIVEL	UNIVERSIDAD	NÚMERO DE NODOS	NÚMERO DE ARISTAS	MÉTRICAS				
				GRADO MEDIO	DIAMETRO DE LA RED	DENSIDAD DEL GRAFO	MODULARIDAD	COEFICIENTE MEDIO DE CLUSTERING
1°	A	168	407	4,845	9	0,029	0,47	0,118
	B	249	538	4,321	9	0,017	0,514	0,079
2°	A	153	328	4,288	8	0,028	0,459	0,108
	B	122	251	4,115	7	0,034	0,522	0,113
3°	A	129	202	3,132	13	0,024	0,586	0,068
	B	194	437	4,505	8	0,023	0,484	0,093
4°	A	164	364	4,439	10	0,027	0,504	0,095
	B	219	634	5,79	7	0,027	0,446	0,146
5°	A	133	219	3,293	9	0,025	0,568	0,044
	B	148	272	3,676	8	0,025	0,562	0,069

Tabla 18: Resumen métricas de grafos.

De acuerdo con los datos de la *Tabla 18*, haremos un análisis de las métricas en base a los objetivos que se han planteado para esta investigación.

En primer lugar, si comparamos el comportamiento entre los resultados obtenidos por los encuestados en la Universidad “A” pertenecientes a primer y quinto nivel, es decir, antes y después de cursar las asignaturas de Geometría. Se puede observar que el número de nodos presentes en los grafos disminuyó en los

alumnos de quinto año al igual que el número de aristas, grado medio, densidad del grafo y coeficiente medio de Clustering, en el caso del diámetro de la red este se mantuvo, en tanto que solo la modularidad aumentó desde 0,47 a 0,568, variación que no refleja una gran incidencia de las asignaturas de geometría en la formación de subconjuntos de palabras relacionadas.

Ahora por otro lado en la Universidad “B”, los alumnos de segundo y cuarto año (antes y después de cursar las asignaturas de geometría) presentan un notorio incremento en algunas métricas, por ejemplo, el número de nodos, número de aristas y el grado medio, lo cual nos muestra que los estudiantes de esta institución una vez que cursan las asignaturas correspondientes al eje, aumentan el número de palabras que dominan y las relaciones entre ellas. En cuanto al diámetro de la red, este se mantuvo igual, presentando solo una leve disminución en la densidad del grafo y modularidad, sin embargo la disminución es poco significativa.

Otro análisis interesante de realizar es entre los alumnos que ingresan a la carrera (primero) y aquellos que ya están en el último año. En el caso de los alumnos de la institución “A”, este análisis corresponde al mismo realizado al principio. Ahora, en cuanto a los encuestados de la casa de estudios “B” podemos notar que la tendencia es a la baja en la mayoría de las métricas, sin embargo este hecho se puede justificar en que los alumnos que ingresan a la carrera traen en su mente muchas palabras las cuales pueden haber sido adquiridas en su previa preparación de la Prueba de Selección Universitaria sumado a los conocimientos de enseñanza media, en contraste los alumnos de quinto año han pasado ya dos semestres sin cursar asignaturas referentes al eje de geometría.

Siguiendo con el análisis de la *Tabla 17*, existen algunos datos importantes de señalar al momento de establecer comparaciones, por ejemplo, si hablamos del número de nodos, podemos afirmar que en la Universidad "B" fue en donde se encontró el mayor número de nodos con 249 y 219 en primer y cuarto año respectivamente, en comparación a los estudiantes de la Universidad “A” cuyo número más alto fue en primero con un total de 168 nodos. Esta información se

puede cotejar con el número de aristas, las cuales representan el número de relaciones entre palabras, que de acuerdo con la *Tabla 17* tiene su mayor valor en los alumnos de primero y cuarto año en la Universidad "B" nuevamente, con un total de 538 y 634 respectivamente. Esta situación puede significar que los estudiantes de la casa de estudios "B" tienden a manejar más vocablos relacionados con el eje de geometría y a generar una mayor cantidad de enlaces entre palabras.

El grado medio como ya sabemos nos indica el promedio de enlaces que tiene un nodo, en este caso es importante señalar que la universidad "B" obtuvo su mayor valor (5,79) en cuarto año, es decir, luego de haber cursado las asignaturas del ramo, en tanto que los alumnos de la institución "A" tuvieron su valor más alto en primero, sin embargo este valor no supera al mayor valor de universidad "B".

El cuanto al diámetro de la red, este valor es mayor en los estudiantes de tercer año de la Universidad "A", con un valor de trece, de modo que, la cadena de palabras más larga puede llegar hasta trece enlaces. Para la institución "B" este valor solo llega hasta nueve, en los alumnos de primer año..

De las palabras conectadas, en promedio de todos los niveles, en la Universidad "A" sólo el 2,6 % están interrelacionadas, mientras que en la Universidad "B" sólo el 2,5 %, valores que se han obtenido de la densidad del grafo. Siguiendo con este análisis de la relaciones entre palabras también cabe destacar que la modularidad presente en el grafo de palabras mencionadas por los estudiantes de Pedagogía en Matemática en 3ro y 5to de la Universidad "A" y en 1ro, 2do y 5to de la Universidad "B" es más alta que en los otros niveles, lo que significa que en estos niveles recién mencionados se forman más comunidades o subgrafos, vale decir, existen más subconjuntos de palabras relacionadas que en los otros.

Finalmente si nos centramos en lo que ocurre en las comunidades o subgrafos, podemos notar claramente en la tabla 17 que el coeficiente de clustering más significativo corresponde a 4to año de la Universidad "B", con un

valor de 0,146, lo que señala, que existe una mayor densidad entre los vecinos de un vértice, es decir, una cantidad mayor de conexiones entre los miembros de la comunidad o subgrafo. Esta situación nos muestra que los alumnos a medida que han avanzado en la carrera y han cursado las asignaturas de geometría, han homogeneizado las relaciones que establecen entre las palabras, de modo que el comportamiento al mencionar un vocablo, es similar entre ellos. En comparación, podemos ver que en la universidad “A”, los encuestados obtuvieron un mayor coeficiente de clustering en los alumnos de primer año, con un valor de 0,118, de modo que no presentan un variación positiva a medida que avanzaron en la carrera.



5. Capítulo V: CONCLUSIONES

5.1 Referentes al análisis cuantitativo

Para el análisis cuantitativo, trabajamos en base a los estadígrafos: promedio de respuestas, número de palabras diferentes e índice de cohesión, de modo que podemos concluir que:

- i. El léxico disponible en los estudiantes en el eje de geometría de ambas universidades aumenta una vez que estos cursan las asignaturas referentes al eje, lo cual se puede apreciar en el promedio de respuestas de cada curso, como se observó al realizar las comparaciones.

Además, en la Universidad "A", la tendencia del grupo es a homogeneizar las palabras que dominan el eje de geometría una vez que cursan las asignaturas correspondientes, a pesar de que el IC no representa una cohesión significativa. En el caso de la Universidad "B" la tendencia es a aumentar el número de palabras una vez que se cursan los ramos de geometría del plan de estudios, situación que se explica dado que aumentó el número de encuestados en dicho caso.

- ii. En consideración de lo anterior, se acepta la hipótesis H_1 , dado que tanto en la Universidad "A" como en la Universidad "B" existe una variación positiva en el léxico disponible de los estudiantes de la carrera Pedagogía en Matemática.
- iii. Los estudiantes que están en proceso de práctica profesional y tesis, en ambas universidades presentan un aumento en el léxico disponible en comparación con los estudiantes que ingresan a la carrera, este hecho se puede observar en el aumento del promedio de respuestas, además de una

disminución en el número de palabras diferentes, de modo que en ambas instituciones, la tendencia es a la homogeneización del léxico de los estudiantes, esto a pesar de que el IC en ambos casos, no es significativo. Cabe destacar que estas variaciones fueron más significativas en la Universidad "B".

- iv. Dado los antecedentes del punto anterior, se acepta la hipótesis H_2 , es decir, se concluye que existe una diferencia significativa entre el léxico disponible de los estudiantes que están en quinto año y los estudiantes que están en el inicio de la carrera en ambas universidades.

- v. Al analizar el léxico disponible de los estudiantes de primer, tercer y quinto año, y compararlos entre universidades, se puede observar que la Universidad "B" en cada uno de los niveles antes mencionados supera el promedio de respuestas de la Universidad "A", de modo que se puede concluir que las asignaturas de geometría tienen una mayor influencia en el léxico disponible de los estudiantes, en esta institución, esto sabiendo que en el caso de los primeros de ambas universidades tienen una diferencia muy pequeña entre sí, a pesar de la ventaja de la institución "B" sobre la institución "A".

También es importante señalar que en la Universidad "A" los alumnos tienden a tener un número de palabras diferentes menor, lo cual, significa que los estudiantes de esta institución tienden a conocer palabras similares entre sí, sin embargo, en ninguno de los niveles el valor del IC es realmente representativo, de modo que se concluye que en ambas universidades existe una gran diversidad de respuestas.

- vi. De acuerdo con lo anterior, se acepta la hipótesis H_3 , ya que efectivamente, se puede observar que existen diferencias a favor de la Universidad "B" al momento de analizar los promedios de respuestas y las palabras diferentes de los alumnos de niveles correspondientes en las dos instituciones.

5.2 Referentes al análisis cualitativo

El análisis cualitativo realizado con respecto a las palabras con mayor frecuencia e IDL, que fue cotejado también con los grafos correspondientes nos permitieron concluir lo siguiente:

- i. Los alumnos de la Universidad “A” manejan en general menos conceptos que los estudiantes de la institución “B”, además de que tienden a establecer menos relaciones entre palabras, o en algunos casos relaciones más débiles, esto se puede observar dado que en general presentan grafos menos densos y con una cantidad menor de relaciones semánticas, con pesos de aristas bajos.
- ii. Los estudiantes de la Universidad “A” tienden a relacionar el eje de geometría con más conceptos relacionados a figuras geométricas específicas, sin embargo, las relaciones semánticas entre ellas no son tan fuertes.
- iii. Los encuestados pertenecientes a la Universidad “B” conocen y dominan más palabras relacionadas al eje de geometría, lo cual se puede observar en la densidad de los grafos, además del hecho de que existe en este grupo valores más altos para el número de nodos.
- iv. Aquellos alumnos que pertenecen a la Universidad “B” establecen relaciones semánticas más significativas entre palabras que pertenecen a conceptos relacionados, de modo que se puede observar que en todos los niveles las palabras con mayor frecuencia se repiten al igual que los enlaces semánticos, los cuales tienden a ser iguales desde tercer año en adelante.
- v. Se concluye que los estudiantes de la Universidad “B” tienen conocimientos más sólidos y más amplios en el eje de geometría, dominan un número

mayor de vocablos y establecen un número mayor de relaciones semánticas, de modo que se puede afirmar también que la manera en que piensan en las palabras está determinada por la coherencia y la secuenciación lógica con que adquirieron los conocimientos referentes al eje de geometría.

- vi. Es posible también, dados los anteriores antecedentes, que las asignaturas de geometría que están presentes en el plan de estudios de la Universidad “B” tienen una marcada influencia positiva en los estudiantes de la carrera.



6. Capítulo VI: BIBLIOGRAFÍA

Aguilera, C., Medina V. y Soto, C. (2013). *Análisis descriptivo de la disponibilidad léxica matemática en alumnos de enseñanza media de establecimientos municipales, subvencionados y particulares del gran Concepción*. Universidad de Concepción, Chile.

Araneda, P., Garcés, C., Llanos, H. y Monje, N. (2014). *Incidencia del léxico disponible de profesores y alumnos participantes del curso Estructuras algebraicas, en el rendimiento de la asignatura*. Universidad de Concepción, Chile.

Bustos, P. y Palma, E. (2015). *Estudio transversal del léxico disponible de alumnos de Pedagogía en Matemática en la Universidad de Concepción y la Universidad del Bío-Bío en el centro de interés "Cálculo"*. Universidad de Concepción, Chile.

Castro, A. y Lagos, G. (2013). *Análisis semántico del léxico disponible en matemática de alumnos del gran Concepción*. Universidad de Concepción, Chile.

Contreras, S. y Cruz, J. (2014). *Análisis del léxico disponible en estudiantes de Pedagogía Matemática y Computación de la Universidad de Concepción y de Pedagogía en Educación Matemática de la Universidad del Bío-Bío en el eje datos y azar*. Universidad de Concepción, Chile.

Del Valle, M. (2012). *Los procesos interactivos en las clases de matemática y su incidencia en el aprendizaje*. Universidad de Concepción, Chile.

Díaz, K. y Valenzuela, F. (2013). *Análisis semántico del léxico disponible en matemática de alumnos de enseñanza media del gran Concepción*. Universidad de Concepción, Chile.

Echeverría, M., Sáez, K. y Úrzua, P. (2006). *Disponibilidad Léxica Matemática. Análisis cuantitativo y cualitativo*. Universidad de Concepción, Chile.

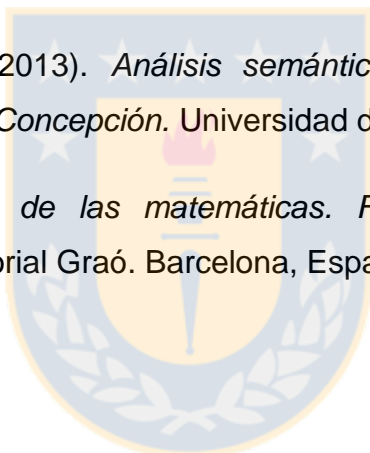
Godino, J. (2004). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

López, H. (1995). *Estudios de disponibilidad léxica: pasado y presente*. Universidad de Puerto Rico, Río Piedras.

Mella, E. y Merino, K. (2014). *Análisis descriptivo de la disponibilidad léxica de los estudiantes de Pedagogía en Matemática de la Universidad del Bio-Bío y Universidad de Concepción en el centro de interés Sistemas numéricos y Álgebra*. Universidad de Concepción, Chile.

Moya, J. y Salazar, M. (2013). *Análisis semántico del léxico disponible en matemática en alumnos de Concepción*. Universidad de Concepción, Chile.

Goñi, J, (2011) *Didáctica de las matemáticas. Formación del profesorado. Educación secundaria*. Editorial Graó. Barcelona, España



7. Capítulo VII: REFERENCIAS ELECTRÓNICAS

Fonseca, M. (2005). *Comunicación oral y escrita*. Recuperado el 15 de Abril del 2016, desde <http://es.slideshare.net/flaviaodely/comunicacion-oral-yescrita-libro>

Gabrielli, P. *La enseñanza de la Matemática*. Recuperado el 7 de Marzo del 2016, desde <http://didactica-y-matematica.idoneos.com/>

Gabrielli, P. *El lenguaje y la Matemática*. Recuperado el 7 de Marzo del 2016, desde http://didactica-y-matematica.idoneos.com/el_lenguaje_y_la_matematica/

Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Recuperado el 24 de Enero del 2017, desde <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933>

Grupo de investigación dispoLex (2003). *¿Qué es la disponibilidad léxica?*. Recuperado el 10 de Junio del 2016, desde <http://www.dispoplex.com/info/la-disponibilidad-lexica>

Ministerio de Educación (2013). *Bases Curriculares 7° básico a 2° Medio. Matemática*. Recuperado el 24 de Mayo del 2016, desde https://www.docentemas.cl/docs/2016/Segundo%20Ciclo/Bases%20Curriculares_Matematica_8%20Basico.pdf

Moreno, J. (2015). *Aprendizaje cooperativo como medio para mejorar la interpretación y argumentación de textos a través del debate, en el programa de administración de empresas de la corporación tecnológica industrial Colombia Teinco*. Recuperado el 24 de Enero del 2017, desde http://repository.unimilitar.edu.co/bitstream/10654/6831/1/T_Grado_Oswaldo%20Moreno.pdf

Real Academia de la Lengua española, RAE. (2016). *Comunicación*. Recuperado el 2 de Marzo del 2016, desde <http://lema.rae.es/drae2001/>

