



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
Facultad de Ingeniería - Programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en
Ingeniería Mecánica**

**ALGORITMO PARA DETERMINAR EL ORIGEN DE LA
VIBRACIÓN SINCRÓNICA EN ROTORES RÍGIDOS
VERTICALES**

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica

**IGNACIO SEBASTIÁN SANTA MARÍA GONZÁLEZ
CONCEPCIÓN – CHILE
2022**

Profesor Guía: Dr. Ing. CRISTIAN RODRÍGUEZ GODOY
Dpto. de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción

Resumen

Dentro de las técnicas de mantenimiento empleadas en la actualidad se utiliza la medición y análisis de vibraciones para detectar distintas fallas. Esta técnica se basa, principalmente, en que los distintos modos de falla producen vibraciones a distintas frecuencias. Sin embargo, en la industria existen máquinas en las que el análisis mencionado tiene algunas complicaciones, ya que existen varios modos de falla que producen componentes vibratorias a una misma frecuencia, por lo que no es posible discriminar sobre su origen. Para identificar el origen, es necesario contar con mediciones a distintas condiciones de operación en las que la contribución relativa de los distintos modos de falla que originan la vibración sea diferente.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un algoritmo capaz de identificar la contribución de los distintos modos de falla que generan vibración a la velocidad de rotación de manera de establecer la importancia relativa de cada una de ellas. Se desarrolla el algoritmo aplicándolo al caso de turbinas hidráulicas de eje vertical, sin embargo, la metodología desarrollada es aplicable a cualquier rotor rígido.

En primer lugar, se analizan los cuatro principales fenómenos que generan vibración sincrónica en turbinas hidráulicas de eje vertical: desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento magnético, desbalanceamiento hidráulico y *runout*; logrando obtener relaciones de proporcionalidad con las condiciones de operación para cada uno de estos fenómenos. Posteriormente, estas relaciones de proporcionalidad fueron utilizadas para conseguir la ponderación de las componentes en la vibración resultante bajo distintas condiciones de operación.

En segunda instancia, se realiza el desarrollo matemático utilizando distintas condiciones de operación para plantear un sistema de ecuaciones y determinar los cuatro orígenes. Debido a que el sistema de ecuaciones tiene más incógnitas que ecuaciones, se utilizan las proporciones anteriormente descritas para plantear el sistema de ecuaciones en función de una ecuación definida, formando un sistema de ecuaciones de $n \times n$. Finalmente, resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtienen las amplitudes de cada origen para un intervalo definido.

Posteriormente se realiza una simulación, basada en mediciones reales, de cómo sería una vibración en presencia de los cuatro modos de falla, para luego estudiar su superposición. Además, con la simulación se realiza un estudio del error de la solución del sistema de ecuaciones en función de las diferencias de amplitud y fase. También se estudia el error en función de los intervalos seleccionados donde la principal conclusión obtenida es que, si se utilizan condiciones de operación similares, el número de condición de la matriz se hace muy alto, obteniéndose una solución con un error alto. Por otra parte, durante la programación del algoritmo se presentaron errores de cálculo no previstos por lo que se optó por plantear el sistema de ecuaciones de cinco formas distintas para luego entregar aquella solución que tenga el menor error estimado.

El algoritmo se programó en lenguaje MATLAB, basado en las conclusiones obtenidas de la simulación. La programación se realizó de tal forma que al ejecutar el programa se abre una ventana que solicita una hoja de cálculo en archivo Excel que debe contener en sus columnas los vectores de tiempo, vibración, pulso, corriente y potencia. Luego, se buscan los intervalos donde sea factible plantear y resolver el sistema de ecuaciones. Posteriormente se realizan los cálculos y finalmente se entregan los resultados.

La principal conclusión de la investigación es que el algoritmo queda validado mediante datos de simulación con errores relativos máximos de 2.12%, mientras que con mediciones reales hechas en una turbina hidráulica en junio de 2019 los errores relativos máximos fueron de 3.12% y con otras mediciones reales hechas en octubre de 2020 los errores relativos máximos fueron de 8.18%.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1	1
Introducción	1
1.1. Contextualización.....	1
1.2. Máquinas de rotores rígidos verticales.....	2
1.3. Estado del arte	3
1.4. Solución propuesta	4
1.5. Hipótesis.....	5
1.6. Objetivo general	5
1.7. Objetivos específicos	5
CAPÍTULO 2	7
Análisis del movimiento del eje en el descanso	7
2.1. Análisis de la vibración sincrónica	7
2.1.1. Desbalanceamiento mecánico	7
2.1.2. Desbalanceamiento magnético.....	8
2.1.3. Desbalanceamiento hidráulico	9
2.1.4. Runout	9
2.2. Análisis de la posición media del eje en el descanso	10
CAPÍTULO 3	12
Algoritmo de identificación	12
3.1. Algoritmo para la identificación del origen de la vibración sincrónica	12
3.2. Modelo matemático para la posición media del eje en el descanso	17
3.3. Estructura y programación del algoritmo.....	18
CAPÍTULO 4	20
Aplicación del algoritmo de detección.....	20
4.1. Aplicación del algoritmo para la detección del origen de la vibración sincrónica	20
4.1.1. Antecedentes	20
4.1.2. Aplicación del algoritmo a un caso simulado con valores K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} conocidos.....	22
4.1.3. Aplicación del algoritmo a mediciones reales.....	30
4.1.4. Aplicación del algoritmo a nuevas mediciones reales	31
4.2. Aplicación modelo matemático para la posición media del eje en el descanso	33
4.3. Discusión de los resultados	38
CAPÍTULO 5	40
Conclusiones y perspectivas	40
5.1. Conclusiones	40
5.2. Perspectivas.....	41
REFERENCIAS.....	42

ANEXO A.....	45
Código MATLAB del algoritmo.....	45
A.1. Código del algoritmo principal.	45
A.2. Código FFT utilizado en el algoritmo.	62
A.3. Código FFT con desfase utilizado en el algoritmo.	62
A.4. Código de función ajuste sinusoidal.....	63
A.5. Código de función promedio de ángulos.....	63



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: a) Ondas con distintas amplitudes y desfases, pero con misma frecuencia. b) Superposición de ondas.	2
Figura 2.1: a) Amplitud de la vibración generada por desbalanceamiento mecánico. b) Desfase entre el punto alto y el punto pesado.	7
Figura 3.1: a) Determinante con segunda condición con ponderación de 20%. b) Determinante con segunda condición con ponderación de 40%. c) Determinante con segunda condición con ponderación de 60%. d) Determinante con segunda condición con ponderación de 80%.	16
Figura 3.2: a) Número de condición con segunda condición con ponderación de 20%. b) Número de condición con segunda condición con ponderación de 40%. c) Número de condición con segunda condición con ponderación de 60%. d) Número de condición con segunda condición	17
Figura 4.1: Unidad generadora.	20
Figura 4.2: a) Velocidad durante las mediciones. b) Potencia durante las mediciones.	21
Figura 4.3: a) Vibración y potencia en función del tiempo. b) Aproximación de la fuerza hidráulica en función de la potencia.	22
Figura 4.4: Vibración simulada.	23
Figura 4.5: a) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mec} y k_{ro} . b) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mec} y k_{mag} . c) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mec} y k_{hyd} . d) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mag} y k_{hyd} . e) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mag} y k_{ro} . f) Error del sistema de ecuaciones variando k_{hyd} y k_{ro}	26
Figura 4.6: a) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mec} y ϕ_{ro} . b) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mec} y ϕ_{mag} . c) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mec} y ϕ_{hyd} . d) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mag} y ϕ_{hyd} . e) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mag} y ϕ_{ro} . f) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{hyd} y ϕ_{ro}	27
Figura 4.7: Amplitudes y fases vibratorias para distintas condiciones de operación de los datos simulados (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).	28
Figura 4.8: Ilustración gráfica del error de la solución para distintas condiciones de operación de la simulación (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).	29
Figura 4.9: a) Amplitud de la componente 1X para cada período. b) Desfase de la componente 1X para cada período. c) Coeficiente de variación de la amplitud y desfase calculando cada 10 períodos.	30

Figura 4.10: Amplitudes y fases vibratorias para distintas condiciones de operación de los datos reales (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).....	32
Figura 4.11: Representación gráfica del cálculo realizado para distintas condiciones de operación de las mediciones reales (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).	32
Figura 4.12: Amplitudes y fases vibratorias para distintas condiciones de operación en datos simulados (Nominal: 22 [MW], 300 [rpm]).....	33
Figura 4.13: Representación gráfica del cálculo realizado para distintas condiciones de operación de las mediciones reales (Nominal 22 [MW], 300 [rpm]).	34
Figura 4.14: a) Desplazamiento medio versus potencia. b) Desplazamiento medio hasta el comienzo de la detención. c) Desplazamiento medio durante la detención. d) Promedio de los desplazamientos medios hasta el comienzo de la detención.	35
Figura 4.15: a) Residuo en función de γ y θ . b) Residuo en función de θ . c) Residuo en función de γ . d) Residuo en función de γ y θ	37
Figura 4.16: Representación de las combinaciones de $w_j - w_i$,del ajuste y del error calculado.	39



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1: Condiciones de operación con temperaturas de los descansos estabilizadas.....	21
Tabla 4.2: Distintas condiciones entregadas por la simulación.	24
Tabla 4.3: Solución del sistema para distintas condiciones.	25
Tabla 4.4: Tabla entregada por el algoritmo para los datos de la simulación a 10 [MW] y 375 [rpm]. ..	27
Tabla 4.5: Error para cada amplitud calculada a 10 [MW] y 375 [rpm].....	28
Tabla 4.6: Tabla entregada por el algoritmo para mediciones reales a 10 [MW] y 375 [rpm].....	31
Tabla 4.7: Tabla entregada por el algoritmo para mediciones reales a 22 [MW] y 300 [rpm].....	34
Tabla 4.8: Nomenclatura de vectores.....	36
Tabla 4.9: Errores del ajuste.....	38



NOMENCLATURA

Símbolos griegos

- α : Factor de proporcionalidad.
- β : Función desplazamiento hidráulico.
- γ : Ángulo de \vec{v} [°].
- Δ : Cambio o incremento.
- θ : Ángulo de \vec{u} [°].
- μ : Permeabilidad magnética del aire.
- ζ : Coeficiente definido en función del número de espiras y sus fallas.
- ϕ : Desfase [°].
- ω : Velocidad de rotación $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$, [Hz] o [rpm].

Símbolos latinos

- A : Matriz.
- B : Densidad de flujo magnético.
- b : Vector columna de un sistema de ecuaciones.
- E : Error.
- F : Fuerza [N].
- I : Corriente eléctrica [A].
- K : Factor de proporcionalidad de una vibración.
- \mathcal{K} : Coeficiente de variación de los datos de la simulación.
- L : Longitud del rotor del generador.
- M : Matriz de relaciones de constantes de las vibraciones.
- \mathcal{N} : Norte.
- N_s : Número de vueltas de la bobina con cortocircuito.
- N_t : Número total de vueltas del devanado de excitación en cada polo.
- n : Cantidad de ecuaciones o incógnitas de un sistema de ecuaciones.
- P : Potencia [W].
- Pol : Polinomio.
- R : Radio del rotor del generador.
- \vec{r} : Vector desplazamiento inicial.
- r : Radio [m].
- \mathcal{S} : Sur.
- T : Torque [N · m].



- t : Tiempo [s].
 U : Magnitud del desbalanceamiento [m · kg].
 \vec{u} : Vector desplazamiento en función de la potencia hidráulica.
 \hat{u} : Vector unitario en la dirección de \vec{u} .
 V : Vibración.
 \vec{v} : Vector desplazamiento en función de la corriente.
 \hat{v} : Vector unitario en la dirección de \vec{v} .
 \vec{w} : Vector desplazamiento total.
 X : Vector columna de un sistema de ecuaciones utilizado para obtener la solución proyectada en el eje x .
 x : Solución de un sistema de ecuaciones.
 Y : Vector columna de un sistema de ecuaciones utilizado para obtener la solución proyectada en el eje y .

Subíndices

- c : Centrífugo.
 $desb$: Desbalanceado.
 hyd : Hidráulico.
 mag : Magnético.
 mec : Mecánico.
 i : i-ésimo.
 j : j-ésimo.
 N : Norte.
 R, r : Resultante.
 ro : Runout.
 S : Sur.
 v : Vibración.
 x : Relativo al eje x .
 y : Relativo al eje y .



Abreviaciones

- FFT : Transformada rápida de Fourier.
 $1X$: Frecuencia a la velocidad de rotación.
 rpm : Revoluciones por minuto.

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1. Contextualización

En el contexto industrial existen las llamadas máquinas críticas, es decir, el funcionamiento de éstas es fundamental para las operaciones de la industria. Es por esta razón que se busca que el tiempo de operación de este tipo de máquinas sea el mayor posible. Sin embargo, todas las máquinas están sujetas a distintos tipos de fallas, como por ejemplo un rodamiento dañado o la aparición de una grieta en un eje, forzando una programación de una mantención para un corto, mediano o largo plazo o, en el caso más desfavorable, una detención inmediata para realizar la reparación. Por el contrario, si la falla no es detectada a tiempo o si es ignorada, se puede provocar una falla catastrófica para la industria, logrando hasta incluso dejar inutilizable la máquina, forzando una parada de planta de tiempo considerable que se traduce en un alto costo económico.

Dentro de las máquinas críticas están las turbinas hidráulicas, que son turbomáquinas que obtienen energía de un fluido para entregarla a un generador, transformando así la energía mecánica en energía eléctrica. Distintos autores resaltan que la energía hidroeléctrica ha proporcionado aproximadamente un 20% del suministro total de electricidad del mundo desde la década de 1990 [Bilgili et al. 2018; Zhang 2017]. Además, tiene la ventaja de tener una polución reducida, bajo costo de operación, confiable y asequible. Es importante mencionar que su proceso de generación es completamente mecánico y no produce residuos sólidos ni aguas residuales. La energía hidroeléctrica tiene el mayor potencial para ser un sistema sostenible de reducción de emisiones. Actualmente, se han hecho distintos estudios sobre turbinas hidráulicas: modelos considerando las características hidrodinámicas de los descansos [Pérez et al. 2016]; estudios sobre la interacción rotor-estator en bomba/turbinas [Rodríguez et al. 2007, Rodríguez et al. 2014] y análisis del monitoreo de vibraciones en grandes unidades de bomba/turbinas reversibles [Egusquiza et al. 2015]. Así, las turbinas hidráulicas tienen y tendrán una gran relevancia en la generación de este tipo de energía.

Por otra parte, para estudiar las fallas y disponibilidad de las máquinas existe una rama de la ingeniería llamada mantenimiento, que se define como el conjunto de actividades que tienen como fin preservar o restaurar una máquina para que realice su normal funcionamiento. Una de las herramientas utilizadas en el mantenimiento es el monitoreo de condición a partir de la medición de ciertos parámetros de las máquinas como, por ejemplo: corriente, caudal, flujo másico, presión, velocidad de rotación, etc.

Caso particular de lo anteriormente mencionado, es la medición y análisis de vibraciones, donde se encuentran herramientas desarrolladas para identificar fallas e incluso cuantificar su severidad. En las máquinas rotatorias, como las turbinas hidráulicas, siempre están presentes las vibraciones que son comúnmente el resultado de fenómenos como desbalanceamiento mecánico, desalineamiento, problemas electromecánicos en el generador, entre otros. A medida que estos fenómenos se vuelven más pronunciados, la amplitud de la vibración crece y se puede provocar fatiga en algunas piezas o daños en los descansos, reduciendo la vida de la máquina.

Es importante determinar el origen de las vibraciones y evaluar así si la unidad se encuentra sometida a las solicitudes para las que fue diseñada. Comúnmente, para diagnosticar fallas mediante las vibraciones, éstas se deben medir y posteriormente utilizar la transformada rápida de Fourier (FFT) para traspasar los datos desde el dominio tiempo al dominio frecuencias, donde se pueden asociar las presencias de ciertas componentes a distintos tipos de fallas. En el caso de las turbinas hidráulicas, los principales fenómenos y fuerzas que actúan sobre el rotor producen vibraciones sincrónicas a la velocidad de rotación.

Se sabe que las ondas, o vibraciones en este caso, de misma frecuencia se superponen obteniéndose una sola onda resultante con la misma frecuencia, pero con amplitud y fase distintas a las de las componentes iniciales, tal como se indica en la Figura 1.1.

Notar que el desbalanceamiento mecánico es el mayor malfuncionamiento presente en rotores y que su principal síntoma es una vibración a 1X, por lo que existe una tentación de interpretar cualquier problema de una alta vibración a 1X como un desbalanceamiento mecánico [Bently et al. 2002]. Sin embargo, existen otras condiciones que pueden generar una vibración a esa misma frecuencia, como *runout*, eje arqueado, problemas de fricción o problemas asociados a motores o generadores eléctricos.

En base a lo anterior se concluye que esto conlleva a un problema debido a que en turbinas hidráulicas la principal vibración es a una única frecuencia: la velocidad de rotación, pero es originada por distintos fenómenos (o modos de falla). En otras palabras, al medir las vibraciones y obtener el espectro, se podrá apreciar principalmente una única componente en la frecuencia 1X sin poder determinar su origen y, por lo tanto, no se podrán tomar medidas para disminuir y/o mejorar la vibración utilizando métodos convencionales.

1.2. Máquinas de rotores rígidos verticales

En primer lugar, para clasificar los rotores existen dos categorías: rígidos y flexibles. Un rotor rígido es aquel que mientras funciona se deforma poco y, en efecto, pueden despreciarse estas deformaciones y considerar el rotor rígido durante su operación. Por el contrario, un rotor flexible es aquel que mientras opera sufre deformaciones considerables que no se pueden despreciar, perturbando la rotación del sistema. Para clasificar los rotores existe un criterio: un rotor rígido es aquel que opera a una velocidad de rotación menor al 75% de la primera velocidad crítica del sistema máquina/soporte; por otra parte, si no se cumple lo anterior, se considera como rotor flexible.

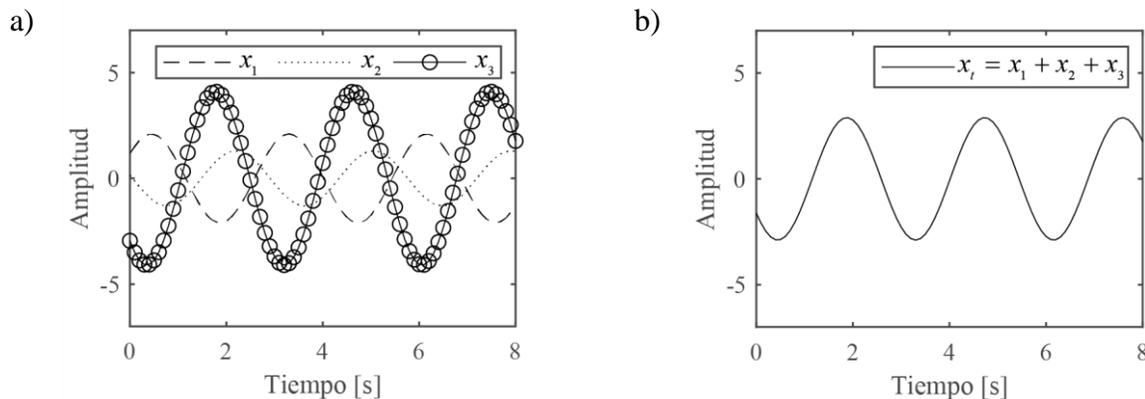


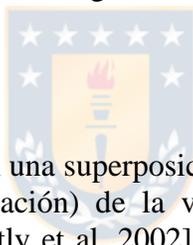
Figura 1.1: a) Ondas con distintas amplitudes y desfases, pero con misma frecuencia. b) Superposición de ondas.

Un ejemplo de rotores rígidos son las turbinas hidráulicas ya que poseen una limitación en sus dimensiones, originada en que las velocidades a las que puede circular el agua por el rodete tienen un valor máximo debido a que a partir de cierta velocidad el agua comienza a tener efectos compresibles y podrían existir ondas de alta presión. Es por esto por lo que las turbinas hidráulicas tienen, por lo general, velocidades de trabajo no mayor a 500 [rpm], a diferencia de las turbinas de vapor que operan cerca de las 3000 [rpm] y de las turbinas a gas que operan alrededor de las 30000 [rpm].

En el caso de las turbinas hidráulicas, para generar una potencia con una velocidad de rotación baja se debe tener en cuenta la ecuación (1). Es decir, se necesita un alto torque para generar una alta potencia, esto implica que el diámetro del rotor debe ser mayor que en otro tipo de máquinas para soportar mecánicamente estos altos torques. Por otra parte, para obtener electricidad a la frecuencia de línea a partir de un rotor de baja velocidad es necesario una cantidad alta de polos. Para satisfacer estas condiciones anteriormente mencionadas se necesita un diámetro del rotor mayor que en otro tipo de máquinas.

$$P = T \cdot \omega \quad (1)$$

Debido a la significativa masa del rotor, si el montaje fuera horizontal, el eje se flectaría por su propio peso, distorsionando el giro del sistema. Es por esto que las turbinas hidráulicas, generalmente, se montan de forma vertical en lugar de horizontal.



1.3. Estado del arte

Para diferenciar algunas componentes en una superposición de vibraciones sincrónicas se define una componente constante (o de poca variación) de la vibración que tiene un comportamiento no dinámico llamada *slow roll vector* [Bently et al. 2002]. Esta componente varía para cada posición del sensor y es originada por el *runout*, eje arqueado o problemas de acoplamiento. Además, se resalta que puede distorsionar y esconder la respuesta vibratoria dinámica de la máquina. Para medir el *slow roll vector* se debe encontrar una condición de operación donde esta componente sea la predominante en la señal de la vibración.

Como alternativa al análisis tradicional de vibraciones, para identificar un desbalanceamiento mecánico se han planteado alternativas como: una técnica basada en la forma de la deflexión del eje para identificar desbalanceamiento en sus componentes rotatorias [Saleem et al. 2012], ya que la forma de la deflexión da indicios de desbalanceamiento en el eje; una forma de identificar desbalanceamiento utilizando un modelo de regresión [Chatzisavvas et al. 2014]; identificación de desbalanceamiento y eje arqueado basado en un modelo matemático cuando se presentan estas dos fallas al mismo tiempo [Dalmazzo et al. 2016].

Por otra parte, pueden existir distintos fenómenos que generen una fuerza de desbalanceamiento magnético como excentricidad o cortocircuitos en el devanado del rotor o el estator. Como alternativa al análisis tradicional de vibraciones, existen métodos como el análisis de los voltajes terminales de las máquinas en el apagado ya que revelan características que pueden guiar a la detección de fallas asociadas a excentricidad [Nandi et al. 2011]; la utilización de mediciones mediante acelerómetros MEMS (Micro-Electro-Mechanical-System) y la DIT-FFT (Decimation in time-Fast Fourier Transform) para detectar problemas de excentricidad [Maruthi et al. 2013]; el análisis del campo magnético en el entrehierro para detectar cortocircuitos en el devanado del rotor [Verkhovtsev et al. 2016]; y el análisis de la relación entre la amplitud de la vibración y la magnitud

de la corriente para diagnosticar fallas de cortocircuitos en el devanado del estator [Huang et al. 2009].

Se han estudiado algunos de los fenómenos que provocan vibraciones en turbomáquinas [Florjancic et al. 1993; Yoshida et al. 1998]. Lo importante a resaltar es que en estos estudios en particular se discuten que la componente de desbalanceamiento hidráulico se comporta de forma similar al desbalanceamiento mecánico y que puede ser estudiado de forma teórica en bancos de ensayos donde se conozcan ciertos parámetros.

Los autores mencionados plantean métodos que requieren un cierto desarrollo y estudio que pueden ser de difícil aplicación en ciertos casos en las turbinas hidráulicas.

Otra alternativa para solucionar el problema planteado sería la implementación de algoritmos con inteligencia artificial mediante el uso de machine learning y big data de manera de detectar ciertos modos de falla, como un sistema de monitoreo de condición para turbinas eólicas basado en un tipo de red neuronal con el fin de detectar fallas [Schlechtingen et al. 2012]. Estos modelos de comportamiento normal de la red neuronal se desarrollan para detectar el comportamiento anormal de las señales capturadas e indicar malfuncionamientos o fallas en las componentes utilizando un error de predicción para los datos comunes de SCADA (supervisión, control y adquisición de datos). Para el caso particular del estudio, se utilizan y describen 33 señales SCADA estándar diferentes, para lo cual se desarrollan 45 modelos de comportamiento normal. Finalmente, el trabajo está basado en datos SCADA de 18 turbinas eólicas de 2 [MW] medidos en forma continua durante un período de 30 meses.

Lo enunciado anteriormente se podría implementar en el caso de las turbinas hidráulicas y lograr diagnosticar las mismas fallas que producen vibraciones sincrónicas, sin embargo, estos métodos son a largo plazo y requieren una gran cantidad de mediciones y de datos para obtener soluciones acertadas, además de necesitar una cantidad considerable de registros de fallas anteriores.

1.4. Solución propuesta

La solución propuesta para el problema se centraliza en turbinas hidráulicas de rotor rígido vertical, debido a que por su condición de rotor rígido es válido realizar la suposición de que, durante la operación, la función respuesta en frecuencia no varía considerablemente para el rango de frecuencias que incluye la 1X. Esto permite caracterizar la vibración total como una suma de vibraciones cuya proporcionalidad respecto a la fuerza/fenómeno que la produce no cambia. Para contar con suficientes ecuaciones para resolver el problema se necesitan mediciones durante distintas condiciones de operación de potencia y velocidad, ya que las amplitudes vibratorias debido a los modos de falla cambian en función de estas condiciones de operación. Finalmente, en base a lo anterior, es viable plantear un sistema de ecuaciones y resolverlo para obtener la amplitud que representa el aporte de cada modo de falla o fenómeno considerado.

Se plantea una formulación para identificar las vibraciones originadas por desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento magnético, desbalanceamiento hidráulico y runout. Así, la solución que se propone es obtener la amplitud y fase de las mencionadas cuatro componentes vibratorias sincrónicas en una superposición de vibraciones, de forma automatizada mediante un algoritmo, utilizando solamente mediciones de vibraciones, pulso de referencia y potencia.

Esto se puede lograr asumiendo que la componente 1X de la vibración total está compuesta en todo instante como la ecuación (2) donde V corresponde a la vibración total, V_{mec} es la vibración generada por desbalanceamiento mecánico, V_{mag} es la vibración generada por desbalanceamiento

magnético, V_{hyd} es la vibración generada por desbalanceamiento hidráulico y V_{ro} corresponde a la medición asociada al runout. Luego se puede plantear la misma ecuación para distintas condiciones de operación formando un sistema de ecuaciones. Además, al conocer aproximaciones o modelos matemáticos de las vibraciones generadas [Bently et al. 2002; Florjancic et al. 1993; Shuting et al. 2006; Feng 2001], se pueden asociar las ecuaciones de distintas condiciones de operación en función de una sola reduciendo la cantidad de incógnitas a un sistema de $n \times n$ que se puede resolver fácilmente logrando obtener la amplitud y fase de cada componente.

$$V = V_{mec} + V_{mag} + V_{hyd} + V_{ro} \quad (2)$$

El método recién enseñado es de fácil desarrollo y programación, y, por lo tanto, de fácil ejecución, haciendo que sea rápido y sencillo de esta forma obtener la amplitud y fase característica de cada componente de la vibración.

Existe una tentación de ver cualquier problema de alta vibración 1X como un problema de desbalanceamiento mecánico [Bently et al. 2002], sin embargo, existen otras condiciones que pueden generar vibraciones a 1X. Es decir, si no se conoce la verdadera causa de la vibración, entonces, balancear la máquina se ve como la única solución. Sin embargo, los síntomas probablemente se mantendrán o empeorarán. Por lo tanto, es relevante diferenciar las componentes sincrónicas para no cometer errores en los diagnósticos de fallas ni de medidas a implementar.

Por otra parte, debido a la potencialidad y al desarrollo de la energía hidroeléctrica [Bilgili et al. 2018; Zhang 2017], la solución propuesta tendría un impacto en el ahorro de tiempo y para simplificar las tareas de mantención en turbinas hidráulicas de rotor rígido vertical.

1.5. Hipótesis

La hipótesis del presente trabajo corresponde a: utilizando la vibración sincrónica (componente 1X) de una turbina hidráulica de rotor vertical funcionando bajo distintas condiciones de operación, es posible identificar modos de falla asociados al desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento magnético, desbalanceamiento hidráulico y *runout*, de forma automatizada, caracterizando la vibración sincrónica como una superposición de vibraciones sincrónicas aportadas por cada modo de falla.

1.6. Objetivo general

El objetivo principal de esta tesis es desarrollar un algoritmo programado en lenguaje MATLAB que permita identificar la fase y amplitud característica de cada componente sincrónica asociada al desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento hidráulico, desbalanceamiento magnético y runout en la superposición de vibraciones utilizando mediciones disponibles en diferentes condiciones de operación.

1.7. Objetivos específicos

Entre los objetivos específicos se encuentran:

1. Realizar, a partir de mediciones reales, un ajuste no lineal del valor medio de la posición del eje en el descanso en función de la potencia y corriente de una turbina hidráulica de rotor rígido vertical.

2. Programar una simulación de la vibración del eje en el descanso de una turbina hidráulica de rotor rígido vertical en base a mediciones reales.
3. Determinar la validez del algoritmo en casos críticos de la simulación variando considerablemente las amplitudes y desfases de las vibraciones.
4. Garantizar un error bajo de cálculo determinando las mejores condiciones numéricas para reducir errores asociados a problemas de cálculo con discretizaciones, aproximaciones, matrices, resolver sistemas de ecuaciones, entre otros.
5. Programar el algoritmo en base a las conclusiones de la simulación y los problemas numéricos.
6. Validar el algoritmo con los datos de la simulación.
7. Validar el algoritmo con distintas mediciones reales.



CAPÍTULO 2

Análisis del movimiento del eje en el descanso

2.1. Análisis de la vibración sincrónica

2.1.1. Desbalanceamiento mecánico

El desbalanceamiento mecánico es una condición física que constituye una fuente común de vibraciones en todas las máquinas rotatorias. Debido a que, si existe una componente desbalanceada en un rotor, siempre existirán vibraciones originadas por esta condición, sin embargo, existen normas que permiten asegurar el buen funcionamiento de la máquina debido a que definen tolerancias para el desbalanceamiento. El origen del desbalanceamiento mecánico se debe a que el eje principal de inercia del rotor no coincide con su eje de rotación, provocando que la masa no quede distribuida de forma simétrica y generando una fuerza centrífuga o momento resultante mientras el rotor opera.

Entre las causas más comunes del desbalanceamiento mecánico se encuentra: desgaste asimétrico de los álabes, dilataciones asimétricas, montaje excéntrico de los elementos, adherencia de material durante la operación, etc.

Para comprender mejor el desbalanceamiento se definen los siguientes conceptos:

- Punto pesado: corresponde a la posición radial de la masa desbalanceada en el rotor [Rieger 1986].
- Magnitud del desbalanceamiento, U : corresponde a la medida cuantitativa del desbalanceamiento del rotor. Es la multiplicación de la masa desbalanceada m_{desb} y su distancia al eje de rotación r .
- Punto alto: es el punto del rotor desbalanceado que alcanza la mayor distancia al eje de rotación. El punto alto y el punto pesado son bastante coincidentes hasta cierta velocidad de rotación, luego, existe un desfase entre ambos puntos como lo indica la Figura 2.1 b).

Como se mencionó anteriormente, el principal problema del desbalanceamiento es que se generan fuerzas centrífugas (fuerzas de inercia) que sobrecargan los elementos de la máquina. Esta fuerza tiene como magnitud:

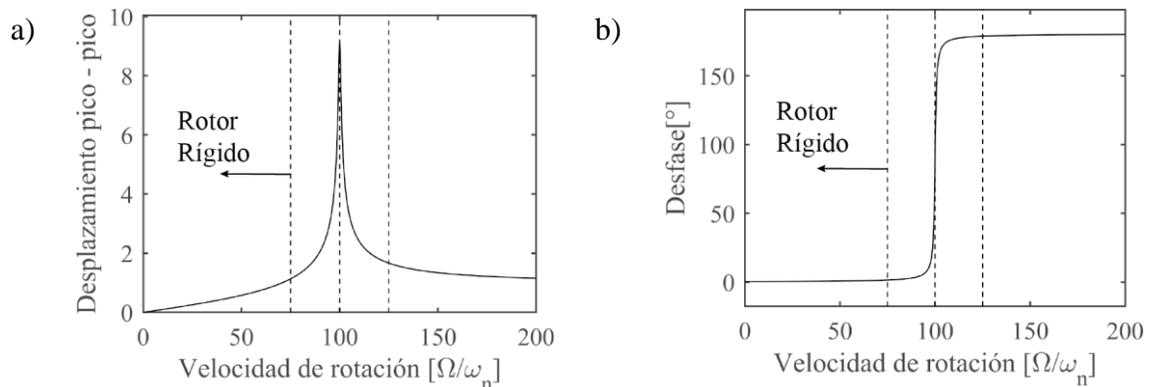


Figura 2.1: a) Amplitud de la vibración generada por desbalanceamiento mecánico. b) Desfase entre el punto alto y el punto pesado.

$$F_c = m_{desb} \cdot r \cdot \omega^2 = U \cdot \omega^2 \quad (3)$$

Donde m_{desb} es la masa desbalanceada, r la distancia al eje de rotación de la masa desbalanceada y ω es la velocidad de rotación. Se hace referencia a la magnitud de la fuerza debido a que ésta es periódica con frecuencia igual a la velocidad de rotación del rotor, ya que va cambiando la dirección a medida que el eje rota. Lo relevante de esta fuerza es la generación de vibraciones a la frecuencia de velocidad de rotación y con amplitud variable debido a la dependencia de la velocidad de rotación como lo indica la ecuación (3). La vibración resultante en el rotor debido a esta fuerza depende de la función respuesta en frecuencia, así, esta vibración posee un mínimo que corresponde cuando la fuerza es cero ($\omega = 0$) y un máximo cuando la amplificación de la fuerza es máxima, que es cuando ω coincide con la frecuencia natural, como se aprecia en la Figura 2.1 a). Otro aspecto importante para el desarrollo del algoritmo es el desfase que tiene la vibración generada por la fuerza desbalanceada con otros tipos de vibración sincrónica. Sin embargo, la condición de rotor rígido limita a este desfase a valores cercanos a constantes como se marca en la Figura 2.1, por lo tanto, se puede considerar que el desfase de esta vibración es constante durante la operación de la máquina, mientras que la amplitud de la vibración variará si cambia la velocidad de rotación, o en un caso no deseado, si cambia la masa desbalanceada.

Lo anteriormente mencionado, en la ecuación (2), implica que:

$$V_{mec} = K_{mec} \omega^2 \angle \phi_{mec} \quad (4)$$

Donde K_{mec} es una constante que define la magnitud de la vibración producto del desbalanceamiento mecánico y ϕ_{mec} es el ángulo de fase con respecto a una posición angular de referencia en el rotor.

2.1.2. Desbalanceamiento magnético

Existen estudios sobre las vibraciones cuando ocurre una falla de cortocircuito en el devanado del rotor de un generador [Shuting et al. 2006]. Además, este autor señala que la densidad de flujo magnético del entrehierro del polo N y el polo S es simétrica en condiciones normales. Sin embargo, cuando ocurre un cortocircuito en el devanado del rotor, la densidad del flujo magnético del entrehierro del polo N y el polo S es asimétrica. Suponiendo que la densidad de flujo magnético del polo N y el polo S es B_N y B_S respectivamente, se define la magnitud del desbalanceamiento magnético que actúa sobre el rotor como la ecuación (5) [Shuting et al. 2006]. Notar que el desbalanceamiento magnético rota con la misma frecuencia del rotor, por lo que causa vibraciones a la frecuencia de rotación.

$$F_{mag} = \frac{B_N^2 - B_S^2}{2\mu_0} \quad (5)$$

Con:

$$B_N(180 - 2\zeta)RL = B_S(180 + 2\zeta); \zeta = \frac{90Ns}{2Nt - Ns} \quad (6)$$

Donde R es el radio del rotor de generador, L es el largo del rotor, Nt es el número total de espiras del devanado de excitación en cada polo, Ns es número de espiras de la bobina con cortocircuito y μ_0 es la permeabilidad magnética del aire.

La fuerza indicada anteriormente es proporcional a la corriente I al cuadrado. El efecto de esta fuerza en la vibración se considera en este modelo como el vector V_{mag} de la ecuación (7).

$$V_{mag} = K_{mag} I^2 \angle \phi_{mag} \quad (7)$$

Donde K_{mag} es una constante que define la magnitud de la vibración producto del desbalanceamiento magnético y ϕ_{mag} es el ángulo de fase con respecto a una posición angular de referencia en el rotor.

2.1.3. Desbalanceamiento hidráulico

Existe una fuerza del fluido sobre cada álabe del rodete debido a la distribución de presiones alrededor de la superficie de los álabes. La componente radial de la fuerza resultante del fluido sobre el rodete no es cero debido a la voluta y a los procesos de fabricación, ya que, en la práctica existen diferencias geométricas entre los álabes. Esta fuerza rota junto al rodete por lo que se denomina desbalanceamiento hidráulico y genera una vibración con frecuencia igual a la velocidad de rotación [Florjancic et al. 1993].

La amplitud del desbalanceamiento hidráulico es dependiente de la potencia [Florjancic et al. 1993]. A baja potencia la magnitud es mayor y baja hasta un mínimo a una potencia cercana a la potencia nominal, para luego aumentar de amplitud al aumentar la potencia. Observando la relación entre la magnitud de la fuerza y la potencia, se opta en este trabajo por ajustar la magnitud de la fuerza hidráulica con un polinomio en función de la potencia de operación. La expresión utilizada para la magnitud del desbalanceamiento hidráulico se muestra en la ecuación (8).

$$F_{hyd} \approx Pol(P) = a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \dots + a_1 P^1 + a_0 P^0 \quad (8)$$

Donde P es la potencia y a_i son los coeficientes del polinomio. El efecto de esta fuerza en la vibración se considera en este modelo como el vector V_{hyd} de la ecuación (9):

$$V_{hyd} = K_{hyd} Pol(P) \angle \phi_{hyd} \quad (9)$$

Donde K_{hyd} es una constante que define la magnitud de la vibración producto del desbalanceamiento hidráulico y ϕ_{hyd} es el ángulo de fase con respecto a una posición angular de referencia en el rotor.

2.1.4. Runout

Esta componente no cambia con la velocidad de rotación. Para evaluar el runout en el análisis de vibraciones comúnmente se utiliza el *slow roll vector* que corresponde a la vibración medida a baja velocidad del rotor, condición bajo la que se supone que los efectos del desbalanceamiento mecánico e hidráulico son bajos, y donde no está presente el desbalanceamiento magnético.

En este caso el *slow roll vector* corresponde al runout que depende principalmente de tres factores, la cilindricidad del eje, el alineamiento de los ejes y la rugosidad de la superficie donde se mida el *runout*.

Notar que las mediciones de vibraciones en turbinas hidráulicas se realizan con sensores de desplazamiento sin contacto por lo tanto el *runout* siempre está incorporado en la medición sin importar la condición de velocidad o potencia bajo la cual se encuentra operando.

El aporte del runout a la medición de vibraciones con sensores de desplazamiento sin contacto posee una amplitud constante e independiente de la velocidad de rotación y de la potencia de operación. Es decir, a distintas condiciones de operación de la turbina, el aporte del runout a la vibración mantendrá su amplitud y fase [Bently et al. 2002]. Lo anterior implica que:

$$V_{ro} = K_{ro} \angle \phi_{ro} \quad (10)$$

Donde K_{ro} es una constante que define la magnitud de la vibración producto del runout y ϕ_{ro} es el ángulo de fase con respecto a una posición angular de referencia en el rotor.

2.2. Análisis de la posición media del eje en el descanso

En primer lugar, es importante mencionar las vibraciones en turbinas hidráulicas son medidas con sensores de desplazamiento sin contacto, es decir, se mide una posición que contiene dos componentes; un desplazamiento medio y otro alterno.

La posición media del eje en el descanso entrega la información para construir el polinomio $Pol(P)$ asociado al desbalanceamiento hidráulico. Para obtener esta información, en primer lugar, se debe obtener la posición media del eje en el descanso para cada condición de operación y calcular la respectiva desviación estándar, luego se buscan los máximos y mínimos de la desviación estándar y se utilizan como puntos de inflexión del polinomio. Finalmente, al conocer estos puntos se puede resolver un sistema de ecuaciones para que el polinomio $Pol(P)$ dependa solamente de una variable y pueda ser utilizado de forma simplificada.

Notar que el valor medio de la vibración va cambiando tanto en el eje x como en el eje y a medida que cambian las condiciones de operación de la máquina, es decir, no es constante a lo largo del tiempo. Por otra parte, la posición media depende de los fenómenos que generan desplazamientos no alternos, por lo tanto, en este caso se asume que el desplazamiento medio posee una parte electromagnética y otra hidráulica. En base a esto se escribe la ecuación (11) que representa la posición media instantánea.

$$\vec{w}_i = \vec{v}_i + \vec{u}_i + \vec{r}_0 \quad (11)$$

Donde \vec{w} representa la posición instantánea media, \vec{v} la parte electromagnética de la posición, \vec{u} la parte hidráulica y \vec{r}_0 un desplazamiento constante. Por otra parte, al conocerse las fuerzas que actúan sobre el rotor, el vector \vec{v} cumple que:

$$\vec{v} \propto I^2 \quad (12)$$

Por lo tanto, se puede escribir de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \alpha I^2 \hat{v} \quad (13)$$

Donde α es un factor de proporcionalidad, I es la corriente y \hat{v} es un vector unitario en la dirección del vector \vec{v} .

Además, se sabe que la fuerza hidráulica es función de la potencia. Por lo tanto, se tiene que:

$$\vec{u} = \beta(P) \hat{u} \quad (14)$$

Donde \hat{u} es un vector unitario en la dirección de \vec{u} además, se sabe que β es una función que debe poseer una concavidad y se asume de la forma:

$$\beta(P) = a_m P^m + a_{m-1} P^{m-1} + \dots + a_1 P^1 + a_0 P^0 \quad (15)$$

Luego se puede escribir el vector \vec{u} de la siguiente forma:

$$\vec{u} = (a_m P^m + a_{m-1} P^{m-1} + \dots + a_1 P^1 + a_0 P^0) \hat{u} \quad (16)$$

Finalmente, la expresión para \vec{w}_i es:

$$\vec{w}_i = \alpha I_i^2 \hat{v} + (a_m P^m + a_{m-1} P^{m-1} + \dots + a_1 P^1 + a_0 P^0) \hat{u} + \vec{r}_0 \quad (17)$$



CAPÍTULO 3

Algoritmo de identificación

3.1. Algoritmo para la identificación del origen de la vibración sincrónica

Para solucionar el problema planteado en esta tesis, se asume que la vibración a la velocidad de rotación (1X) $V_R \angle \phi_R$ en todo instante está compuesta por la suma del aporte individual del desbalanceamiento mecánico, magnético, hidráulico, y *runout*, como lo muestra la ecuación (18).

$$V_R \angle \phi_R = K_{mec} \omega^2 \angle \phi_{mec} + K_{mag} I^2 \angle \phi_{mag} + K_{hyd} Pol(P) \angle \phi_{hyd} + K_{ro} \angle \phi_{ro} \quad (18)$$

Se considera que los coeficientes K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} y K_{ro} se mantienen constantes en dos direcciones ortogonales x e y . Se asume esta hipótesis como correcta al aplicarla a turbinas hidráulicas de eje vertical debido a que en este tipo de máquinas los descansos son de igual rigidez en todas las direcciones radiales. Esto no ocurre en máquinas horizontales donde el pedestal que sostiene el descanso tiene distinta rigidez horizontal y vertical.

Luego, la ecuación (18) se descompone en sus componentes $x - y$ como indica la ecuación (19).

$$\begin{aligned} K_{mec} \omega^2 \cos(\phi_{mec}) + K_{mag} I^2 \cos(\phi_{mag}) + K_{hyd} Pol(P) \cos(\phi_{hyd}) + K_{ro} \cos(\phi_{ro}) \\ = V_R \cos(\phi_R) \\ K_{mec} \omega^2 \sin(\phi_{mec}) + K_{mag} I^2 \sin(\phi_{mag}) + K_{hyd} Pol(P) \sin(\phi_{hyd}) + K_{ro} \sin(\phi_{ro}) \\ = V_R \sin(\phi_R) \end{aligned} \quad (19)$$

Posteriormente, las ecuaciones (19) se pueden plantear para cuatro condiciones de operación distintas obteniéndose un sistema de ecuaciones para las componentes en x como se indica en (20).

$$\begin{aligned} K_{mec} \omega_1^2 \cos(\phi_{mec,1}) + K_{mag} I_1^2 \cos(\phi_{mag,1}) + K_{hyd} Pol(P_1) \cos(\phi_{hyd,1}) + K_{ro} \cos(\phi_{ro,1}) \\ = V_{R,1} \cos(\phi_{R,1}) \\ K_{mec} \omega_2^2 \cos(\phi_{mec,2}) + K_{mag} I_2^2 \cos(\phi_{mag,2}) + K_{hyd} Pol(P_2) \cos(\phi_{hyd,2}) + K_{ro} \cos(\phi_{ro,2}) \\ = V_{R,2} \cos(\phi_{R,2}) \\ K_{mec} \omega_3^2 \cos(\phi_{mec,3}) + K_{mag} I_3^2 \cos(\phi_{mag,3}) + K_{hyd} Pol(P_3) \cos(\phi_{hyd,3}) + K_{ro} \cos(\phi_{ro,3}) \\ = V_{R,3} \cos(\phi_{R,3}) \\ K_{mec} \omega_4^2 \cos(\phi_{mec,4}) + K_{mag} I_4^2 \cos(\phi_{mag,4}) + K_{hyd} Pol(P_4) \cos(\phi_{hyd,4}) + K_{ro} \cos(\phi_{ro,4}) \\ = V_{R,4} \cos(\phi_{R,4}) \end{aligned} \quad (20)$$

Al plantear el sistema de ecuaciones (20) se incorpora la hipótesis que el aporte a la vibración representada por los coeficientes K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} y las fases ϕ_{mec} , ϕ_{mag} , ϕ_{hyd} , ϕ_{ro} no varían al cambiar la condición de operación. Se considera esta hipótesis como correcta debido a que en turbinas hidráulicas de eje vertical la velocidad de rotación se encuentra normalmente muy por debajo de 0.7

veces la velocidad de rotación [Gunter et al. 1980]. Posteriormente, se expresan las ecuaciones (20) en función de la primera ecuación obteniendo el sistema de la ecuación (21).

$$\begin{aligned}
& K_{mec}\omega_1^2 \cos(\phi_{mec}) + K_{mag}I_1^2 \cos(\phi_{mag}) \\
& + K_{hyd}Pol(P_1)\cos(\phi_{hyd}) + K_{ro}\cos(\phi_{ro}) = V_{R,1}\cos(\phi_{R,1}) \\
& \frac{K_{mec}\omega_2^2}{K_{mec}\omega_1^2} K_{mec}\omega_1^2 \cos(\phi_{mec}) + \frac{K_{mag}I_2^2}{K_{mag}I_1^2} K_{mag}I_1^2 \cos(\phi_{mag}) \\
& + \frac{K_{hyd}Pol(P_2)}{K_{hyd}Pol(P_1)} K_{hyd}Pol(P_1)\cos(\phi_{hyd}) + \frac{K_{ro}}{K_{ro}} K_{ro}\cos(\phi_{ro}) = V_{R,2}\cos(\phi_{R,2}) \\
& \frac{K_{mec}\omega_3^2}{K_{mec}\omega_1^2} K_{mec}\omega_1^2 \cos(\phi_{mec}) + \frac{K_{mag}I_3^2}{K_{mag}I_1^2} K_{mag}I_1^2 \cos(\phi_{mag}) \\
& + \frac{K_{hyd}Pol(P_3)}{K_{hyd}Pol(P_1)} K_{hyd}Pol(P_1)\cos(\phi_{hyd}) + \frac{K_{ro}}{K_{ro}} K_{ro}\cos(\phi_{ro}) = V_{R,3}\cos(\phi_{R,3}) \\
& \frac{K_{mec}\omega_4^2}{K_{mec}\omega_1^2} K_{mec}\omega_1^2 \cos(\phi_{mec}) + \frac{K_{mag}I_4^2}{K_{mag}I_1^2} K_{mag}I_1^2 \cos(\phi_{mag}) \\
& + \frac{K_{hyd}Pol(P_4)}{K_{hyd}Pol(P_1)} K_{hyd}Pol(P_1)\cos(\phi_{hyd}) + \frac{K_{ro}}{K_{ro}} K_{ro}\cos(\phi_{ro}) = V_{R,4}\cos(\phi_{R,4})
\end{aligned} \tag{21}$$

Así, el sistema se puede expresar de forma matricial tal como indica la ecuación (22).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 & \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 & \frac{Pol(P_2)}{Pol(P_1)} & 1 \\ \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 & \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 & \frac{Pol(P_3)}{Pol(P_1)} & 1 \\ \left(\frac{\omega_4}{\omega_1}\right)^2 & \left(\frac{I_4}{I_1}\right)^2 & \frac{Pol(P_4)}{Pol(P_1)} & 1 \end{pmatrix} \vec{X} = \vec{b}_x \tag{22}$$

Donde los vectores \vec{X} y \vec{b}_x son los mostrados en la ecuación (23).

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} K_{mec}\omega_1^2 \cos(\phi_{mec}) \\ K_{mag}I_1^2 \cos(\phi_{mag}) \\ K_{hyd}Pol(P_1)\cos(\phi_{hyd}) \\ K_{ro}\cos(\phi_{ro}) \end{pmatrix} \wedge \vec{b}_x = \begin{pmatrix} V_{R,1}\cos(\phi_{R,1}) \\ V_{R,2}\cos(\phi_{R,2}) \\ V_{R,3}\cos(\phi_{R,3}) \\ V_{R,4}\cos(\phi_{R,4}) \end{pmatrix} \tag{23}$$

Al plantear las ecuaciones en la dirección del eje y, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 & \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 & \frac{Pol(P_2)}{Pol(P_1)} & 1 \\ \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 & \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 & \frac{Pol(P_3)}{Pol(P_1)} & 1 \\ \left(\frac{\omega_4}{\omega_1}\right)^2 & \left(\frac{I_4}{I_1}\right)^2 & \frac{Pol(P_4)}{Pol(P_1)} & 1 \end{pmatrix} \vec{Y} = \vec{b}_y \quad (24)$$

Donde los vectores \vec{Y} y \vec{b}_y son los mostrados en la ecuación (25).

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} K_{mec}\omega_1^2 \sin(\phi_{mec}) \\ K_{mag}I_1^2 \sin(\phi_{mag}) \\ K_{hyd}Pol(P_1) \sin(\phi_{hyd}) \\ K_{ro} \sin(\phi_{ro}) \end{pmatrix} \wedge \vec{b}_y = \begin{pmatrix} V_{R,1} \sin(\phi_{R,1}) \\ V_{R,2} \sin(\phi_{R,2}) \\ V_{R,3} \sin(\phi_{R,3}) \\ V_{R,4} \sin(\phi_{R,4}) \end{pmatrix} \quad (25)$$

Los vectores \vec{X} e \vec{Y} que se obtienen de resolver (22) y (24) son los que permiten calcular los valores de los coeficientes K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} y las fases ϕ_{mec} , ϕ_{mag} , ϕ_{hyd} , ϕ_{ro} . Para obtener las constantes se debe realizar en primer lugar lo mostrado en la ecuación (26).

$$\sqrt{X_i^2 + Y_i^2} = \begin{pmatrix} \sqrt{(K_{mec}\omega_1^2 \cos(\phi_{mec}))^2 + (K_{mec}\omega_1^2 \sin(\phi_{mec}))^2} \\ \sqrt{(K_{mag}I_1^2 \cos(\phi_{mag}))^2 + (K_{mag}I_1^2 \sin(\phi_{mag}))^2} \\ \sqrt{(K_{hyd}Pol(P_1) \cos(\phi_{hyd}))^2 + (K_{hyd}Pol(P_1) \sin(\phi_{hyd}))^2} \\ \sqrt{(K_{ro} \cos(\phi_{ro}))^2 + (K_{ro} \sin(\phi_{ro}))^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{mec}\omega_1^2 \\ K_{mag}I_1^2 \\ K_{hyd}Pol(P_1) \\ K_{ro} \end{pmatrix} \quad (26)$$

*Operación componente a componente

Notar que se obtienen como resultado las constantes K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} acompañadas cada una por un factor diferente, por lo tanto, hay que dividir los resultados obtenidos por el factor específico para obtener las constantes reales. Luego las constantes vienen dadas por lo indicado en la ecuación (27).

$$\begin{pmatrix} K_{mec}\omega_1^2/\omega_1^2 \\ K_{mag}I_1^2/I_1^2 \\ K_{hyd}Pol(P_1)/Pol(P_1) \\ K_{ro} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} K_{mec} \\ K_{mag} \\ K_{hyd} \\ K_{ro} \end{pmatrix} \quad (27)$$

Para el caso de las fases ϕ_{mec} , ϕ_{mag} , ϕ_{hyd} , ϕ_{ro} se debe realizar lo mostrado en la ecuación (28).

$$\begin{pmatrix} \arctan (Y_1/X_1) \\ \arctan (Y_2/X_2) \\ \arctan (Y_3/X_3) \\ \arctan (Y_4/X_4) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \phi_{mec} \\ \phi_{mag} \\ \phi_{hyd} \\ \phi_{ro} \end{pmatrix} \quad (28)$$

El algoritmo determina las constantes de la ecuación (27) y las fases de la ecuación (28). Esto permite determinar el aporte por separado de cada fenómeno para cualquier condición de operación. La utilidad de contar con el aporte a la vibración de los distintos fenómenos es que se pueden utilizar para monitorear una tendencia, plantear valores de alarma y también para tomar acciones correctivas y así poder disminuir y/o mejorar las vibraciones para determinadas condiciones de operación.

Es importante mencionar que si las cuatro condiciones de operación que se utilizan para formular las ecuaciones (22) y (24) son similares, entonces el determinante de la matriz del sistema será cercano a cero. Si por ejemplo las cuatro condiciones de operación son la misma, entonces el determinante será cero y el sistema de ecuaciones (22) y (24) no tendría solución. Esto muestra que la posibilidad de determinar los coeficientes K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} y las fases ϕ_{mec} , ϕ_{mag} , ϕ_{hyd} , ϕ_{ro} es altamente dependiente de las condiciones de operación seleccionadas. Para cuantificar y evaluar la calidad de la solución para distintas condiciones de operación se plantea la matriz A de la ecuación (29) en la que se seleccionan cuatro condiciones de operación distintas entre sí. En (29), la primera fila corresponde a la condición de velocidad y potencia nominales, mientras que la tercera fila corresponde a una condición operando con corriente y potencia j , luego la segunda fila corresponde a una condición media ponderada entre la primera y la tercera, y finalmente la última ecuación corresponde a la condición operando sin potencia, pero con velocidad k . Esta última condición de operación es importante de utilizar porque en ella la potencia y la corriente son cero, para que esta condición de operación sea válida, debe contar con la temperatura de los descansos estabilizada condición que no se logra durante la partida de la unidad, pero que si se logra durante la detención. En (29) la condición de operación con potencia y corriente cero y con velocidad de rotación menor que la velocidad de rotación nominal se toma durante la detención y antes que se apliquen los frenos. Notar que todos los valores son normalizados, es decir, se utilizan valores en porcentajes de velocidad y corriente para simplificar los cálculos.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \left(\frac{i_{(j+o)}}{i_o}\right)^2 & \frac{Pol(P_{(j+o)})}{Pol(P_o)} & 1 \\ 1 & \left(\frac{i_j}{i_o}\right)^2 & \frac{Pol(P_j)}{Pol(P_o)} & 1 \\ \left(\frac{\omega_k}{\omega_o}\right)^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

Notar que los coeficientes de la matriz A son números menores o iguales a uno, por lo tanto, el determinante de esta matriz debe ser menor que uno. Así, se calcula el determinante de la matriz A para cada condición j y k como se aprecia en la Figura 3.1.

Por otra parte, el número de condición de una matriz puede influir en la calidad de la solución de un sistema de ecuaciones para matrices mal condicionadas [Bradie 2006]. Es por esto que también se

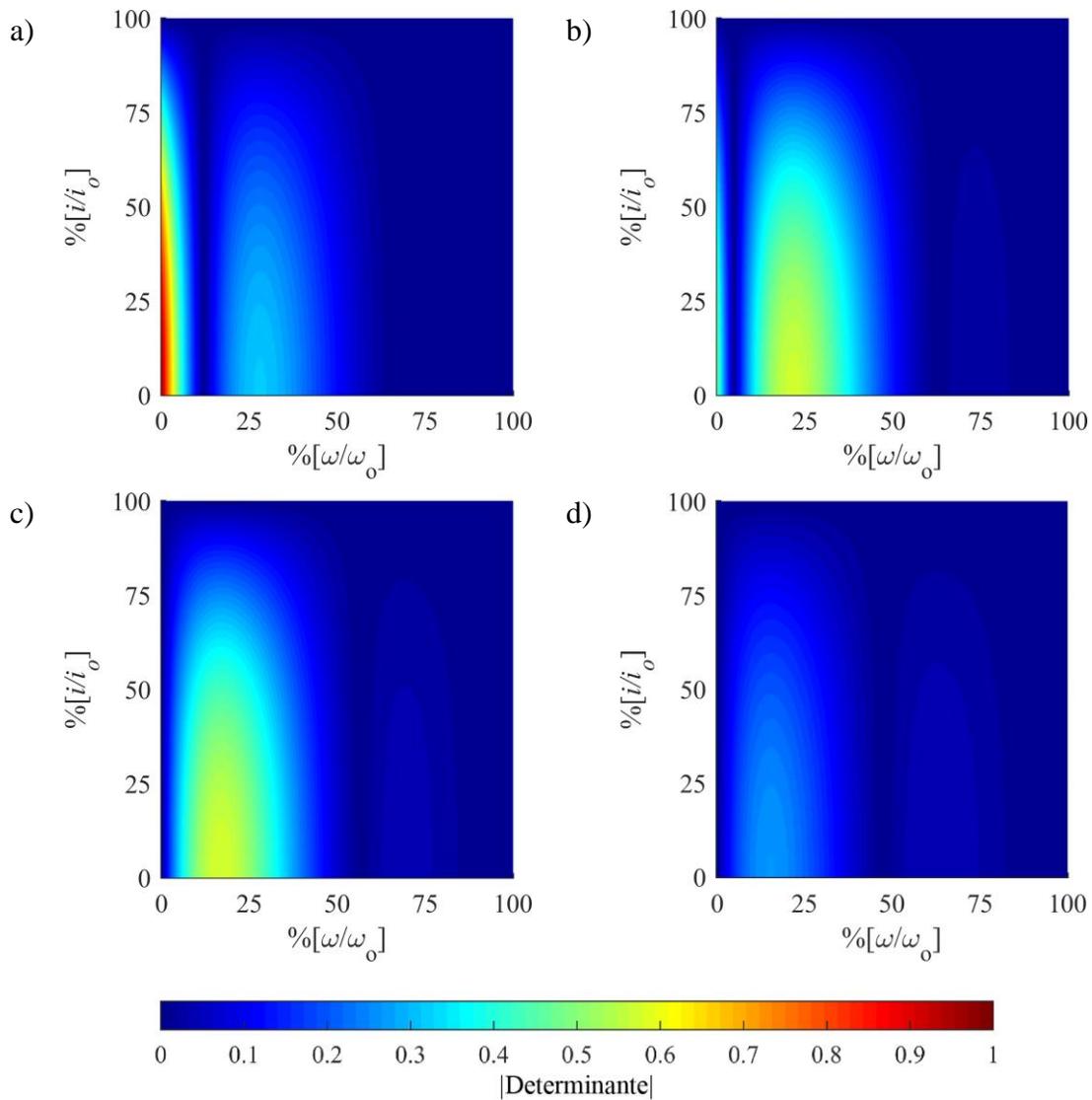


Figura 3.1: a) Determinante con segunda condición con ponderación de 20%. b) Determinante con segunda condición con ponderación de 40%. c) Determinante con segunda condición con ponderación de 60%. d) Determinante con segunda condición con ponderación de 80%.

calcula el número de condición de la matriz mostrada en la ecuación (29). Posteriormente se muestra el resultado obtenido en la Figura 3.2.

Es fácil ver que en la mayor parte de las combinaciones el determinante es cero o cercano a cero y el número de condición es muy alto, sin embargo, existe una región donde el determinante es alto y el número de condición bajo. Es decir, se debe tener una noción acerca de cuánto influyen las condiciones de operación en la solución al momento de construir la matriz del sistema.

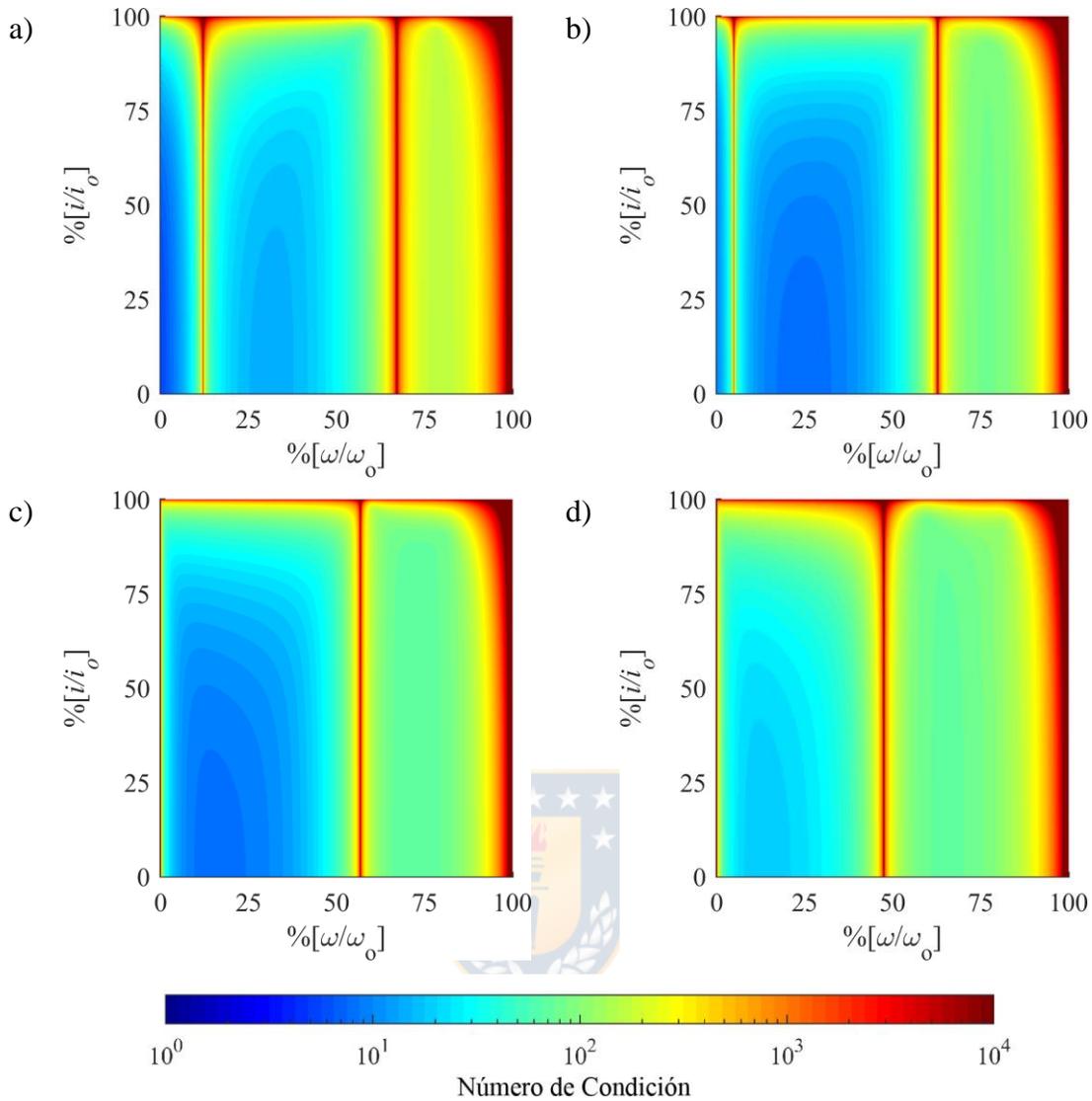


Figura 3.2: a) Número de condición con segunda condición con ponderación de 20%. b) Número de condición con segunda condición con ponderación de 40%. c) Número de condición con segunda condición con ponderación de 60%. d) Número de condición con segunda condición

3.2. Modelo matemático para la posición media del eje en el descanso

Como se mencionó en el capítulo anterior no se tiene una referencia espacial del vector \vec{w}_i , por lo tanto, para obtener un modelo matemático se debe trabajar con la diferencia de los vectores $\Delta\vec{w} = \vec{w}_{i+1} - \vec{w}_i$ que siempre tendrá el mismo valor independiente de la posición absoluta de los vectores como muestra la ecuación (30).

$$\Delta\vec{w}_{2-1} = \alpha(I_2^2 - I_1^2)\hat{v} + (a_m(P_2^m - P_1^m) + a_{m-1}(P_2^{m-1} - P_1^{m-1}) + \dots + a_1(P_2 - P_1))\hat{u} \quad (30)$$

Luego, si se tienen n condiciones de operación se pueden plantear $n - 1$ ecuaciones linealmente independientes como se muestra en la ecuación (31).

$$\begin{aligned}
\vec{w}_2 - \vec{w}_1 &= \alpha(I_2^2 - I_1^2)\hat{v} + (a_m(P_2^m - P_1^m) + a_{m-1}(P_2^{m-1} - P_1^{m-1}) + \dots + a_1(P_2 - P_1))\hat{u} \\
\vec{w}_3 - \vec{w}_2 &= \alpha(I_3^2 - I_2^2)\hat{v} + (a_m(P_3^m - P_2^m) + a_{m-1}(P_3^{m-1} - P_2^{m-1}) + \dots + a_1(P_3 - P_2))\hat{u} \\
&\vdots \\
\vec{w}_n - \vec{w}_{n-1} &= \alpha(I_n^2 - I_{n-1}^2)\hat{v} + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots + a_1(P_n \\
&\quad - P_{n-1}))\hat{u}
\end{aligned} \tag{31}$$

Luego se separan las ecuaciones en sus componentes x e y , además, para facilitar la solución del sistema los vectores unitarios se cambian por senos y cosenos como lo mostrado en la ecuación (32).

$$\begin{aligned}
(\vec{w}_2 - \vec{w}_1)_x &= \alpha(I_2^2 - I_1^2) \cos(\gamma) + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots + a_1(P_n \\
&\quad - P_{n-1}))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_2 - \vec{w}_1)_y &= \alpha(I_2^2 - I_1^2) \sin(\gamma) + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots + a_1(P_n \\
&\quad - P_{n-1}))\sin(\theta) \\
(\vec{w}_3 - \vec{w}_2)_x &= \alpha(I_3^2 - I_2^2) \cos(\gamma) + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots + a_1(P_n \\
&\quad - P_{n-1}))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_3 - \vec{w}_2)_y &= \alpha(I_3^2 - I_2^2) \sin(\gamma) + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots + a_1(P_n \\
&\quad - P_{n-1}))\sin(\theta) \\
&\vdots \\
(\vec{w}_n - \vec{w}_{n-1})_x &= \alpha(I_n^2 - I_{n-1}^2) \cos(\gamma) + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots \\
&\quad + a_1(P_n - P_{n-1}))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_n - \vec{w}_{n-1})_y &= \alpha(I_n^2 - I_{n-1}^2) \sin(\gamma) + (a_m(P_n^m - P_{n-1}^m) + a_{m-1}(P_n^{m-1} - P_{n-1}^{m-1}) + \dots \\
&\quad + a_1(P_n - P_{n-1}))\sin(\theta)
\end{aligned} \tag{32}$$

Para resolver el sistema se calculan, en primer lugar, los valores de los coeficientes del polinomio que no son incógnitas, luego se utiliza el siguiente método iterativo: dado un γ_i y un θ_j entre 0 y 179° se resuelve el sistema de ecuaciones lineal obteniéndose un valor de $\alpha_{i,j}$ y $a_{i,j}$ y se calcula el residuo de la ecuación. Finalmente se selecciona la solución que tenga el menor residuo.

3.3. Estructura y programación del algoritmo

En base a los puntos anteriores, el algoritmo debe tener la siguiente estructura para garantizar una buena convergencia:

- i. En primer lugar, se leen las variables.
- ii. En segundo lugar, se calcula la velocidad instantánea y se busca que todos los vectores tengan la misma discretización (mismo Δt). Luego se separa el desplazamiento en su parte alterna y su parte media para finalmente calcular la dispersión de la parte media de la vibración.
- iii. En tercer lugar, se clasifican los datos en función de las condiciones de operación.
- iv. Luego se analiza la dispersión de la parte media de la vibración con el fin de obtener el polinomio asociado a desbalanceamiento hidráulico.

- v. Posteriormente se van construyendo distintas matrices con las condiciones de operación y se calcula una cantidad reducida de determinantes. Luego se selecciona el mayor determinante para asegurar una buena solución del sistema.
- vi. Se construyen los vectores que acompañan a la matriz en el sistema de ecuaciones. La amplitud y el desfase se obtienen mediante la FFT de 10 períodos si la velocidad de rotación no varía o utilizando solamente un período de rotación si la velocidad varía.
- vii. Después se resuelve el sistema de ecuaciones.
- viii. Finalmente se reconstruye la 1X de la vibración (utilizando la solución) para cada condición de operación y se calcula el error de ajuste con la 1X real, posteriormente se calcula el error total como la media cuadrática de todos los errores específicos.

En el Anexo A se encuentra el código MATLAB completo del algoritmo y las cuatro funciones adicionales que trabajan internamente en el algoritmo: una función que calcula la FFT con variable de frecuencia y amplitud de salida; otra función que calcula FFT pero ésta además incluye el desfase como variable de salida; función de ajuste sinusoidal para la reconstrucción de la 1X de una onda con el fin de calcular un desfase más preciso que utilizando únicamente el de la transformada de Fourier y por último una función para calcular el promedio de ángulos, ya que con este tipo de variable no es posible calcular un promedio de una forma normal (el promedio normal entre 0° y 360° es 180° lo que no es correcto polarmente).



CAPÍTULO 4

Aplicación del algoritmo de detección

4.1. Aplicación del algoritmo para la detección del origen de la vibración sincrónica

4.1.1. Antecedentes

Para evaluar el algoritmo se dispone, en primer lugar, de mediciones en una turbina Francis de eje vertical de potencia nominal igual a 10 [MW] como la mostrada en la Figura 4.1. Esta unidad generadora cuenta con tres descansos hidrodinámicos: i) un descanso de empuje y un descanso guía en la parte superior del generador; ii) un descanso guía en la parte inferior del generador; y iii) un descanso guía ubicado en la parte superior de la tapa de la turbina. La unidad cuenta con sensores de desplazamiento sin contacto frente al eje instalados lo más cercano posible a cada uno de los tres descansos guía. Las posiciones de medición se esquematizan en la Figura 4.1 y fueron denominadas como upper guide bearing (UGB), lower guide bearing (LGB), y turbine guide bearing (TGB). En cada una de estas tres posiciones de medición se instalaron dos sensores de desplazamiento sin contacto ubicados formando 90° entre sí.

La unidad fue medida bajo distintas condiciones de operación: se iniciaron las mediciones con la unidad detenida, luego la unidad arrancó, llegando a velocidad nominal, se procedió a energizar la excitación, sincronizar y generar con 10 [MW] hasta lograr la estabilización de las temperaturas de los descansos. Una vez estabilizadas las temperaturas se fue disminuyendo la potencia de generación cada 2 [MW] hasta llegar a 0 [MW], desconectar y detener la unidad. En la Tabla 4.1 y en la Figura 4.2 se resumen las condiciones de operación (una vez que se habían estabilizado las temperaturas) que se utilizarán en este estudio.

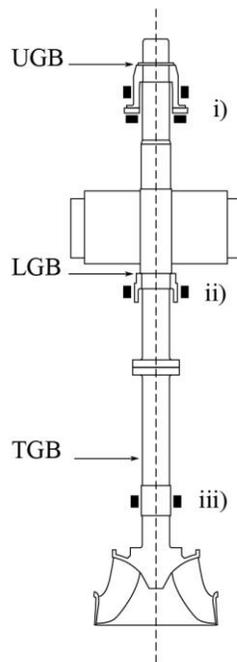


Figura 4.1: Unidad generadora

Tabla 4.1: Condiciones de operación con temperaturas de los descansos estabilizadas.

N°	Potencia [MW]	Corriente [A]	Velocidad [Hz]
1	10	735.29	6.25
2	8	588.24	6.25
3	6	441.18	6.25
4	4	294.12	6.25
5	2	147.06	6.25
6	0	0	6.23
7	0	0	4.99
8	0	0	4.42
9	0	0	3.77
10	0	0	2.36
11	0	0	2.02
12	0	0	1.68

Para validar el algoritmo, en la sección 4.1.2, se aplica el algoritmo a una vibración simulada bajo las condiciones de operación que se midieron en la turbina suponiendo un valor conocido para las constantes: K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} y K_{ro} que se buscan detectar. El algoritmo se evalúa en función de su capacidad para detectar automáticamente las constantes impuestas K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} y K_{ro} en la simulación.

Posteriormente, en la sección 4.1.3, se aplica el algoritmo a las vibraciones medidas en la turbina real operando bajo las condiciones de operación descritas anteriormente. El algoritmo se evalúa en función de su capacidad para detectar automáticamente los valores de K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} y K_{ro} que sean equivalentes al comportamiento que diagnosticaría probablemente el análisis de un experto en vibraciones de turbinas hidráulicas.

Luego, en la sección 4.1.4, se aplica el algoritmo a vibraciones medidas en octubre de 2020 a una nueva turbina real operando en condiciones de operación distintas a las mencionadas anteriormente. Esta es una turbina de eje vertical de potencia y velocidad nominal de 10 [MW] y 300 [RPM] respectivamente,

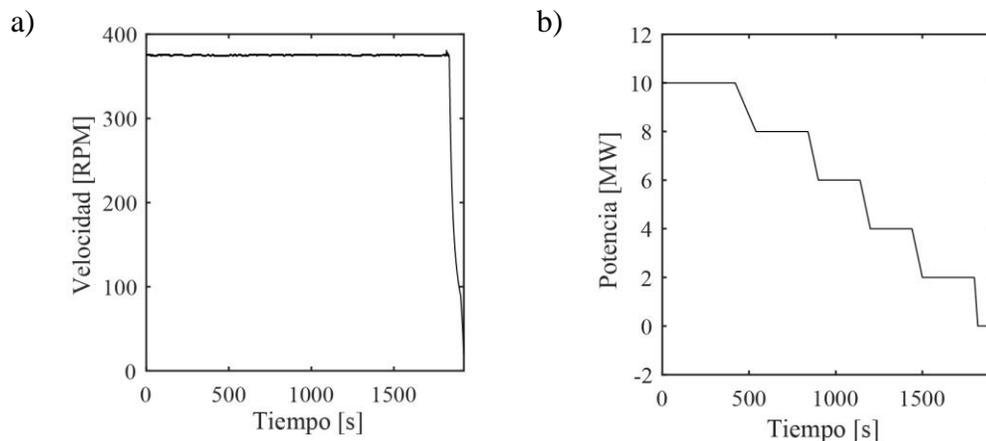


Figura 4.2: a) Velocidad durante las mediciones. b) Potencia durante las mediciones.

luego, al momento de comenzar la detención la potencia comienza a disminuir de a 10% hasta llegar a 0. Finalmente, se busca evaluar la capacidad del algoritmo de forma similar que el caso anterior.

4.1.2. Aplicación del algoritmo a un caso simulado con valores K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} conocidos.

Se realiza una simulación suponiendo valores de desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento magnético, desbalanceamiento hidráulico y runout. El objetivo de esta simulación es evaluar si el algoritmo es capaz de identificar las componentes simuladas y determinar la mejor forma de aplicar el algoritmo.

Se selecciona un valor de $K_{mec} = 4.32 \cdot 10^{-3}$ [Mircea et al. 2011]. Así, la vibración generada por el desbalanceamiento mecánico se simula como (33).

$$V_{mec} = 4.32 \cdot 10^{-3} \omega^2 \angle 154^\circ \mu m \quad (33)$$

Se toma como referencia un valor de $K_{mag} = 4.2735 \cdot 10^{-5}$ [Shuting et al. 2006]. Así, la vibración generada por el desbalanceamiento magnético se simula como (34).

$$V_{mag} = 4.2735 \cdot 10^{-5} \cdot I^2 \angle 312^\circ \mu m \quad (34)$$

Para el caso del desbalanceamiento hidráulico se toma como referencia las mediciones reales de la turbina en la que se basa la simulación, luego, se observa la forma de onda de las vibraciones con la potencia a la que está sometida la turbina como se muestra en la Figura 4.3. En esta vibración se aprecia una dependencia total de la potencia, más aún, se puede ver que posee un mínimo cuando opera a 6 [MW]. Además, la fuerza hidráulica posee un mínimo a un determinado caudal de operación y que además posee una forma tal que es cóncava hacia arriba [Florjancic et al. 1993]. En base a lo anterior, el polinomio asociado al desbalanceamiento hidráulico debe tener los siguientes puntos críticos:

- $Pol(0) = 0$
- Máximos locales en $P = 2 \text{ MW}$ y $P = 10 \text{ MW}$, es decir, $P'(2) = 0$, $P'(10) = 0$
- Mínimo absoluto en $P = 6 \text{ MW}$, es decir, $P'(6) = 0$.

Por lo tanto, se opta por usar un polinomio grado 4 y normalizado para el coeficiente que acompaña al término de mayor grado con el fin de emplear la constante K_{hyd} . Luego, el polinomio obtenido es el

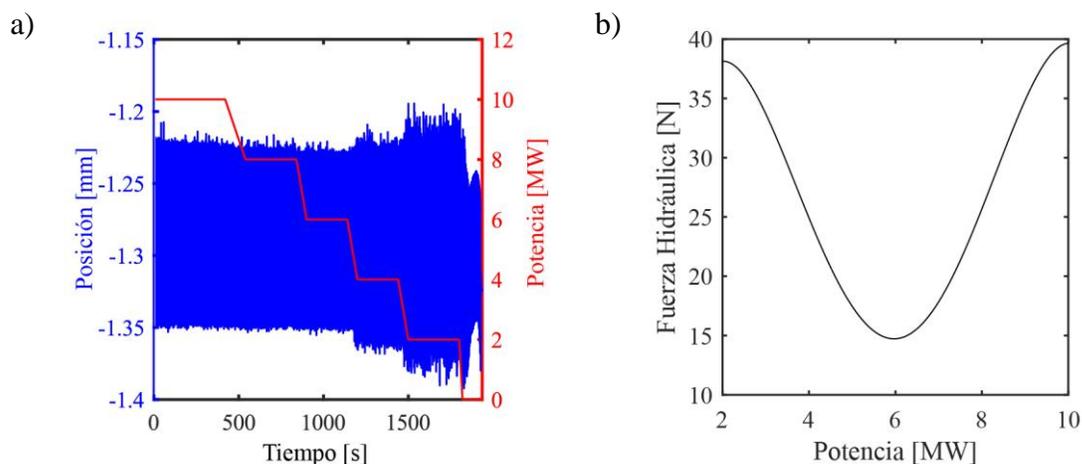


Figura 4.3: a) Vibración y potencia en función del tiempo. b) Aproximación de la fuerza hidráulica en función de la potencia.

mostrado en la ecuación (35).

$$Pol(P) = -(P^4 - 24P^3 + 184P^2 - 480P) \quad (35)$$

El desbalanceamiento hidráulico puede ser, en un caso desfavorable, cinco veces la amplitud generada por un desbalanceamiento mecánico [Yoshida et al. 1998]. Es por esto que se opta por un valor de $K_{hyd} = 0.0944 \cdot 10^{-5}$. Luego la vibración generada por desbalanceamiento hidráulico se simula como (36).

$$V_{hyd} = -0.0944(P^4 - 24P^3 + 184P^2 - 480P) \angle 108^\circ \mu m \quad (36)$$

Debido a la falta de perpendicularidad entre el descanso de empuje y el eje, al girar el eje con los descansos guía y la empaquetadura retirados, la línea central generará una forma cónica. La tolerancia de perpendicularidad entre el descanso de empuje y el eje es 0.002 in , sin embargo, este valor es difícil de medir en la práctica, sin embargo, este efecto puede determinarse midiendo el diámetro de runout a una distancia conocida del descanso de empuje. El diámetro del runout medido no puede ser mayor a $0.002 L/D \text{ in}$ con L : la distancia de la superficie de empuje al punto de medición y D : el diámetro exterior del descanso de empuje [IEEE 2012; Bureau of Reclamation 2016]. Se toman como referencias valores reales medidos de $L = 3010 \text{ mm}$ y $D = 950 \text{ mm}$ por lo tanto el runout debe ser menor a $6.37 \cdot 10^{-3} \text{ in}$ ($160.96 \mu m$). Así, se selecciona un valor de $K_{ro} = 39.98$ para obtener una forma de onda de las vibraciones similar a la real. Luego, la vibración generada por el runout es la indicada en la ecuación (37).

$$V_{ro} = 39.98 \angle 190^\circ \mu m \quad (37)$$

Notar que a todas las vibraciones son acompañadas por un desfase calculado de tal forma para obtener una forma de onda lo más similar posible a la de las vibraciones reales. Finalmente, la sumatoria de las componentes anteriores representa la vibración resultante a la que además se le añade ruido blanco. Esta vibración total simulada se muestra en la Figura 4.4.

Luego, la Tabla 4.2 se construye en función de la simulación y muestra distintas condiciones de operación con la amplitud y desfase de la 1X asociada. Luego se toman cuatro condiciones de la Tabla 4.2 para plantear y resolver el sistema de ecuaciones donde se obtienen los resultados mostrados en la

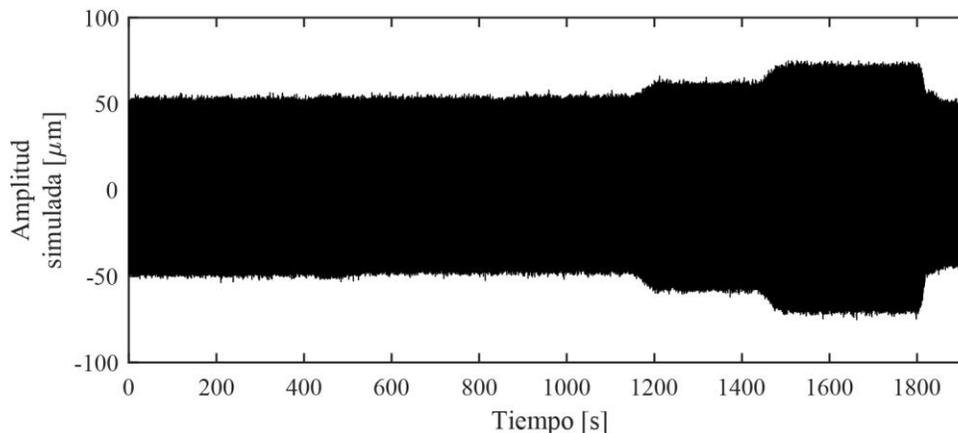


Figura 4.4: Vibración simulada.

Tabla 4.2: Distintas condiciones entregadas por la simulación.

N°	Potencia [MW]	Corriente [A]	Velocidad [Hz]	Amplitud [μm]	Fase [$^\circ$]
1	10	735.29	6.25	44.17	290.43
2	8	588.24	6.25	43.56	281.51
3	6	441.18	6.25	44.14	273.46
4	4	294.12	6.25	52.82	289.03
5	2	147.06	6.25	64.46	300.28
6	0	0	6.23	45.94	263.55
7	0	0	4.99	43.72	261.25
8	0	0	4.42	42.58	261.24
9	0	0	3.77	42.11	260.15
10	0	0	2.36	40.61	260.35
11	0	0	2.02	40.74	260.16
12	0	0	1.68	40.29	259.73

Tabla 4.3. Notar que en la Tabla 4.3 se incluye el error calculado como la ecuación (38). Además, se incluye el determinante del sistema por lo que se verifica lo mencionado en el capítulo anterior, es decir, las condiciones de operación influyen de gran forma en la calidad de la solución del sistema y esto puede ser cuantificado mediante el determinante. Por ejemplo, para los casos que poseen un determinante muy cercano a cero (del orden de 10^{-17} o 10^{-19}) se obtienen errores del orden de 10^{16} , es decir, se obtiene una solución totalmente distinta a la real o esperada, por otra parte, para el caso de los determinantes (en valor absoluto) del orden de 10^{-1} menores a 0.5 igual se obtienen errores altos, pero solamente para la componente del desbalanceamiento mecánico.

$$\%E_K = \frac{K_{calculated} - K_{real}}{K_{real}} \cdot 100\% \quad (38)$$

Posteriormente se busca estudiar cómo influye la amplitud de cada vibración en la solución del sistema. Para esto se utiliza la condición más favorable de la Tabla 4.3 y además se le agrega un peso \mathcal{K} entre 1 y 100 a cada componente como muestra la ecuación (39). Luego se estudia cómo varía el error de la solución del sistema mientras se hacen variar dos de los pesos, obteniéndose seis casos distintos como lo muestra la Figura 4.5.

$$V(t) = \mathcal{K}_{mec} \cdot V_{mec} + \mathcal{K}_{mag} \cdot V_{mag} + \mathcal{K}_{hyd} \cdot V_{hyd} + \mathcal{K}_{ro} \cdot V_{ro} \quad (39)$$

Para estudiar la influencia de los desfases en las componentes se realiza un procedimiento similar al anterior: para el caso más favorable de la Tabla 4.3 se construye la ecuación (40) donde se impone un nuevo desfase arbitrario que varía entre 0 y 360° . Luego se estudia cómo varía el error de la solución del sistema mientras se hacen variar dos de los desfases, obteniéndose lo mostrado en la Figura 4.6.

Tabla 4.3: Solución del sistema para distintas condiciones.

Condiciones	$Det(A)$	Desb.	Desb.	Desb.	Runout
		Mecánico	Magnético	Hidráulico	
		$\%E_K$	$\%E_K$	$\%E_K$	$\%E_K$
1-2-3-4	0	Indet.	Indet.	Indet.	Indet.
1-2-3-6	$-1.93 \cdot 10^{-19}$	2928.2%	$4.40 \cdot 10^{16}\%$	$2.69 \cdot 10^{16}\%$	294.21%
1-2-3-7	$-1.29 \cdot 10^{-17}$	1086.23%	$3.85 \cdot 10^{16}\%$	$2.36 \cdot 10^{16}\%$	-3.03%
1-2-5-8	-0.172	29.34%	0.38%	1.06%	0.98%
1-2-5-9	-0.219	23.51%	0.38%	1.06%	1.57%
1-2-5-10	-0.296	5.92%	0.38%	1.06%	-0.19%
1-3-5-11	-0.550	-0.81%	0.38%	3.78%	0.47%
1-4-5-11	-0.309	5.37%	0.38%	0.91%	0.61%
1-5-6-12	0.884	2.71%	0.38%	5.31%	-0.31%
1-5-11-12	0.031	151.88%	0.38%	-9.72%	-1.73%
1-5-6-7	0.342	19.55%	0.38%	5.28%	-0.05%

$$V(t) = 4.32 \cdot 10^{-3} \omega^2 \angle \phi_{mec} + 4.2735 \cdot 10^{-5} \cdot i^2 \angle \phi_{mag} - 0.0944(P^4 - 24P^3 + 184P^2 - 480P) \angle \phi_{hyd} + 39.98 \angle \phi_{ro} \quad (40)$$

El aumento de una amplitud vibratoria por sobre las otras componentes puede significar errores considerables, sin embargo, como el peso \mathcal{K} puede tomar hasta un valor de 100, es esperable que existan grandes errores cuando este peso se acerca a su valor máximo ya que se puede provocar que el sistema de ecuaciones no sea homogéneo (muchos cambios en orden de magnitud de las componentes en el sistema de ecuaciones). Asimismo, son casos muy específicos por lo que sería difícil que se presentara uno, ya que una amplitud vibratoria debería ser por lo menos 30 veces mayor a otra.

Para el caso de los cambios en los desfases se puede apreciar que los errores son acotados, ya que los desfases no pueden influir en el orden de magnitud de los componentes por lo que los errores esperados no eran altos. En base en lo anterior, se puede concluir que cambios en los desfases no influyen de manera considerable en los errores.

El algoritmo está programado en base a la simulación, por lo tanto, se deben obtener los mismos resultados de amplitud que se programaron. Así, se ingresan las variables al algoritmo y se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 4.4. Esta tabla, incluye un error de ajuste de 2.12% que se calcula como la norma cuadrática del vector que contiene todos los errores de ajuste (diferencia entre la componente medida y la reconstruida con la solución) para cada condición de operación.

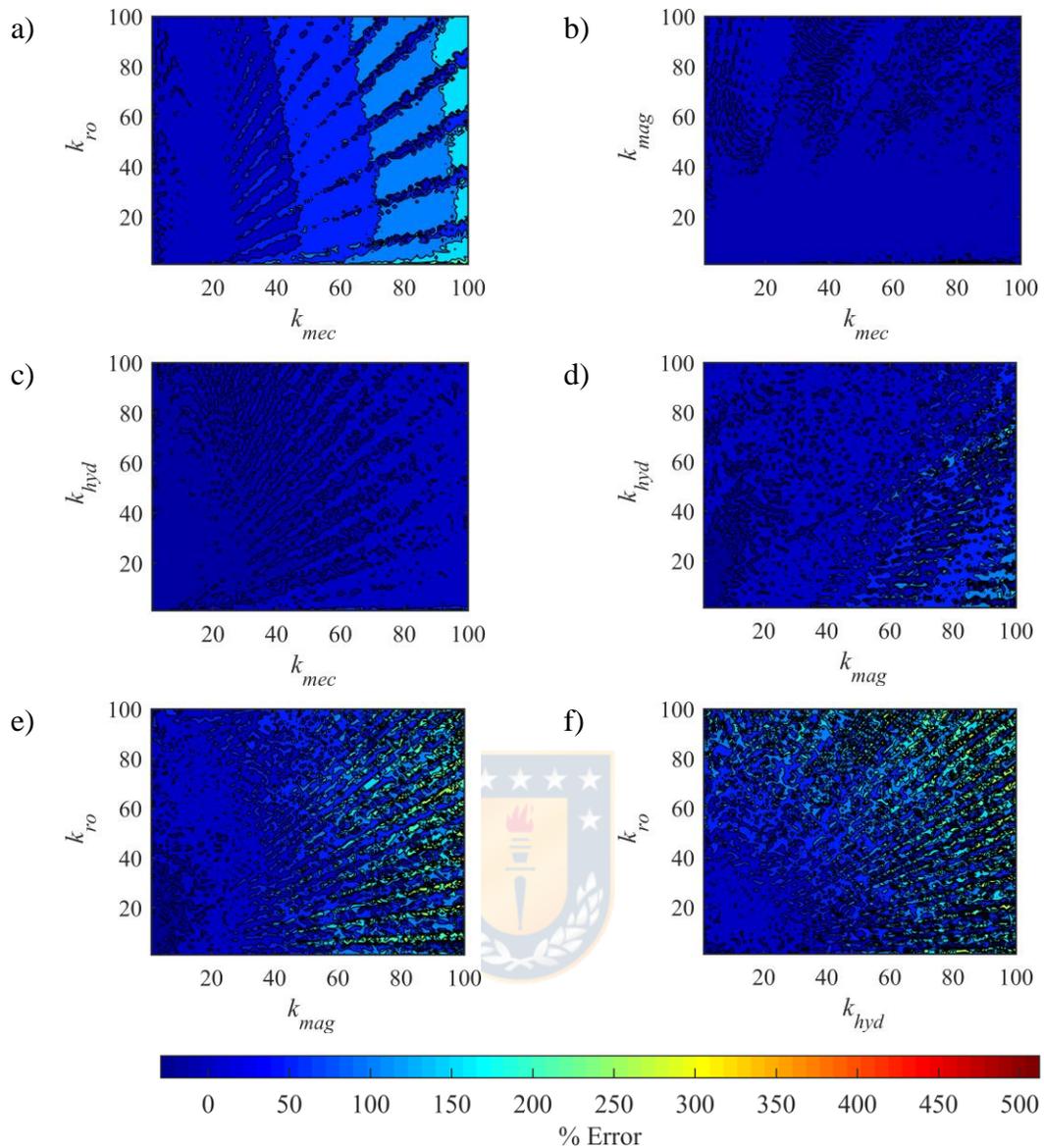


Figura 4.5: a) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mec} y k_{ro} . b) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mec} y k_{mag} . c) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mec} y k_{hyd} . d) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mag} y k_{hyd} . e) Error del sistema de ecuaciones variando k_{mag} y k_{ro} . f) Error del sistema de ecuaciones variando k_{hyd} y k_{ro} .

Para mostrar las amplitudes resultantes para las distintas condiciones de operación se incluye la Figura 4.7 que muestra las amplitudes mencionadas y un valor ilustrativo de alarma arbitrario de $A_v = 52.7 \mu m$ para indicar las mayores amplitudes. Notar que como se mencionó anteriormente, este valor se selecciona en función de las amplitudes V .

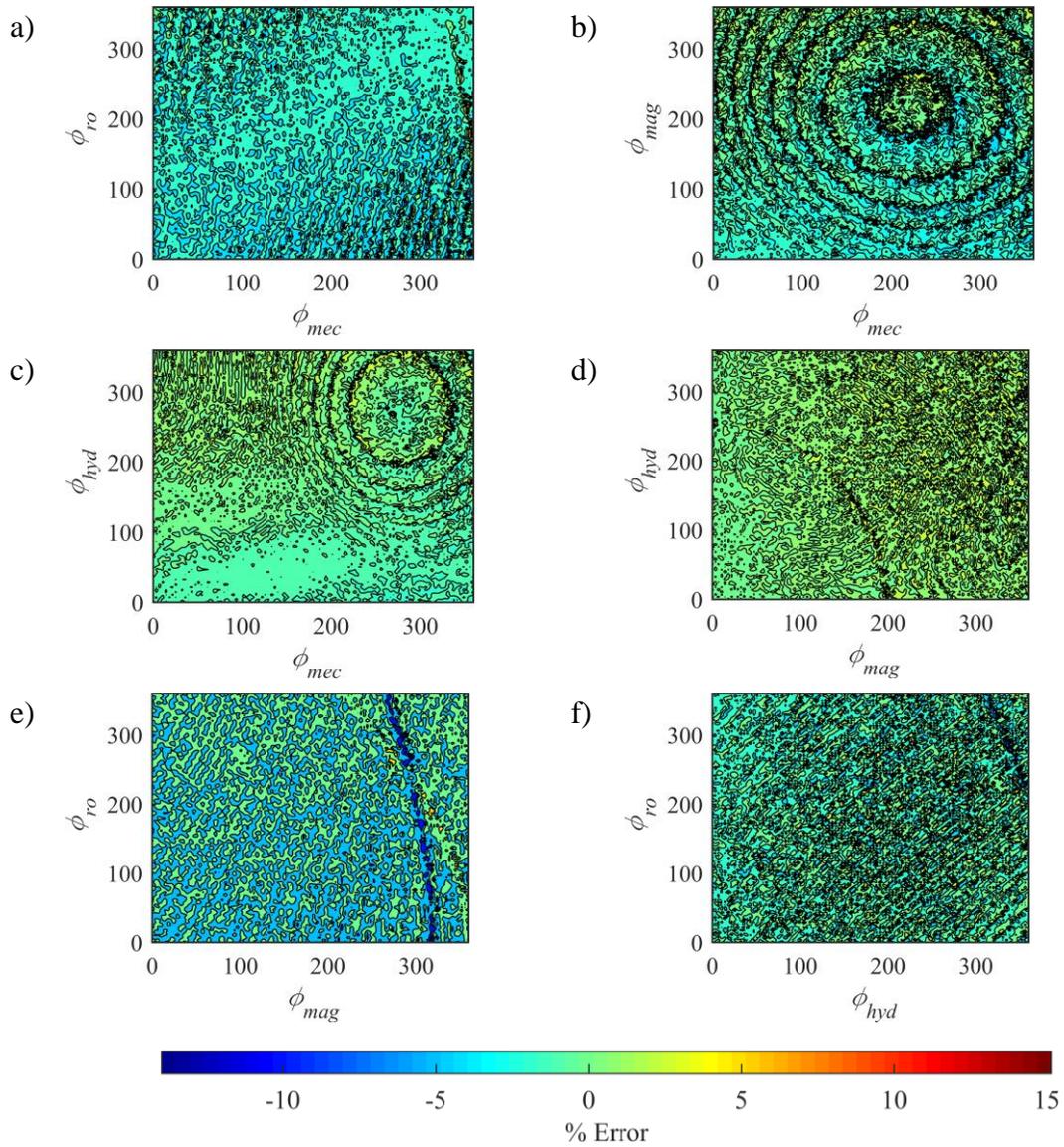


Figura 4.6: a) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mec} y ϕ_{ro} . b) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mec} y ϕ_{mag} . c) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mec} y ϕ_{hyd} . d) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mag} y ϕ_{hyd} . e) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{mag} y ϕ_{ro} . f) Error del sistema de ecuaciones variando ϕ_{hyd} y ϕ_{ro} .

Tabla 4.4: Tabla entregada por el algoritmo para los datos de la simulación a 10 [MW] y 375 [rpm].

Condición	K	Amplitud [μm]	Desfase [$^\circ$]
Desb. Mecánico	$4.43 \cdot 10^{-3}$	6.84	-62.91
Desb. Magnético	$4.25 \cdot 10^{-5}$	22.98	137.71
Desb. Hidráulico	$-9.66 \cdot 10^{-2}$	38.64	-17.08
Runout	$4.00 \cdot 10^1$	40.03	-101.05
Error de Ajuste			2.12%

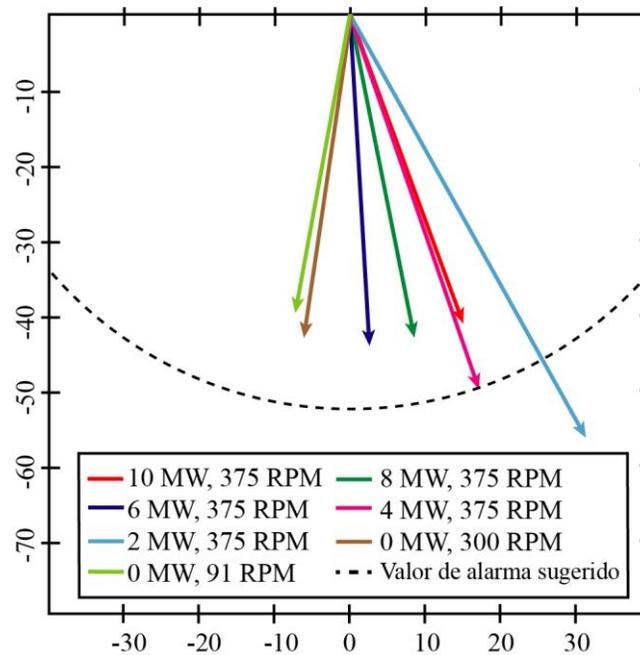


Figura 4.7: Amplitudes y fases vibratorias para distintas condiciones de operación de los datos simulados (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).

Por otra parte, al estar trabajando con la simulación se pueden comparar los resultados obtenidos con los datos de la simulación y así obtener el error real como se indica en la Tabla 4.5. Se obtienen errores pequeños esperados por estar trabajando con la simulación.

Como se puede apreciar el error de la amplitud correspondiente al desbalanceamiento hidráulico es el más alto. Para mostrar este error de otra forma se adjunta la Figura 4.8 donde se aprecia gráficamente el error de las amplitudes calculadas versus las amplitudes simuladas para distintas condiciones de operación.

Una forma de analizar los resultados es con la matriz M mostrada en la ecuación (41). Esta matriz muestra las proporciones para cada constante K en función de las otras constantes K . La utilidad de esta matriz es que se puede analizar la importancia relativa de cada una de las vibraciones. Si alguno de los coeficientes de la matriz es muy elevado, se le puede dar prioridad a ese modo de falla en una futura mantención o también se puede crear un archivo histórico para analizar su comportamiento a través del tiempo. La ecuación (42) muestra la matriz con las proporciones obtenidas como resultado al utilizar los datos de la simulación.

Tabla 4.5: Error para cada amplitud calculada a 10 [MW] y 375 [rpm].

Condición	Amplitud Real [μm]	Amplitud Calculada [μm]	Error [%]
Desb. Mecánico	6.69	6.84	2.17
Desb. Magnético	23.10	22.98	0.49
Desb. Hidráulico	37.77	38.64	2.31
Runout	39.98	40.03	0.13

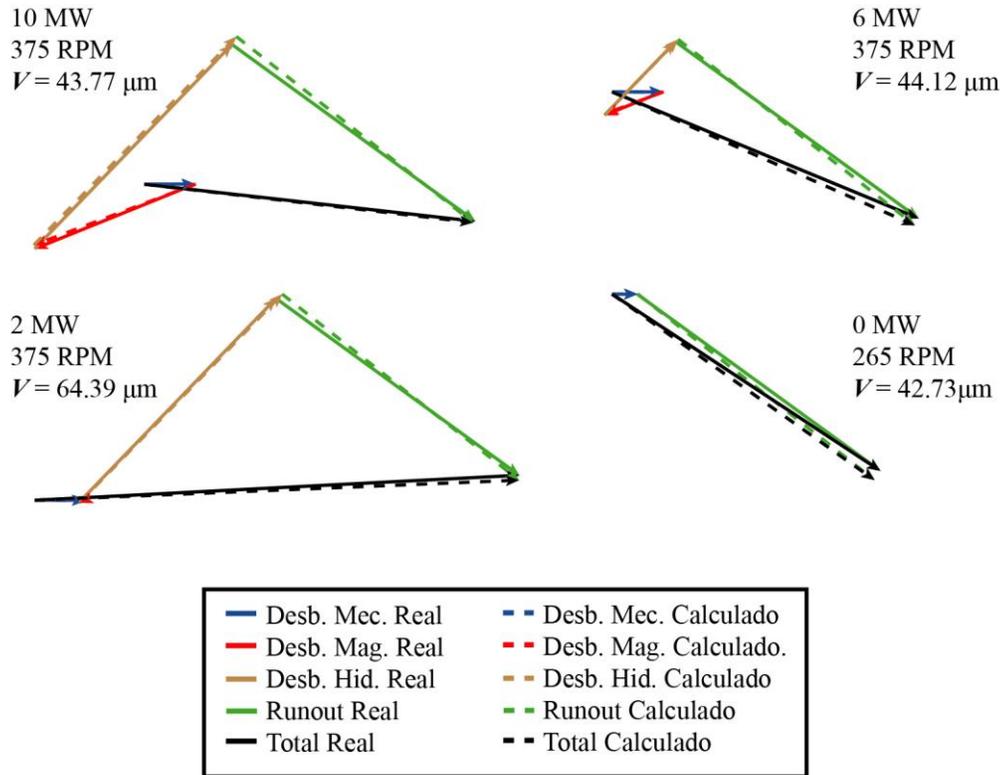


Figura 4.8: Ilustración gráfica del error de la solución para distintas condiciones de operación de la simulación (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).

$$M = \begin{matrix} & K_{mec} & K_{mag} & K_{hyd} & K_{ro} \\ \begin{matrix} K_{mec} \\ K_{mag} \\ K_{hyd} \\ K_{ro} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & \frac{K_{mec,c}}{K_{mag,c}} & \frac{K_{mec,c}}{K_{hyd,c}} & \frac{K_{mec,c}}{K_{ro,c}} \\ \frac{K_{mag,c}}{K_{mec,c}} & 1 & \frac{K_{mag,c}}{K_{hyd,c}} & \frac{K_{mag,c}}{K_{ro,c}} \\ \frac{K_{hyd,c}}{K_{mec,c}} & \frac{K_{hyd,c}}{K_{mag,c}} & 1 & \frac{K_{hyd,c}}{K_{ro,c}} \\ \frac{K_{ro,c}}{K_{mec,c}} & \frac{K_{ro,c}}{K_{mag,c}} & \frac{K_{ro,c}}{K_{hyd,c}} & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (41)$$

$$M = \begin{matrix} & K_{mec} & K_{mag} & K_{hyd} & K_{ro} \\ \begin{matrix} K_{mec} \\ K_{mag} \\ K_{hyd} \\ K_{ro} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1.04 \cdot 10^2 & 4.59 \cdot 10^{-2} & 1.11 \cdot 10^{-4} \\ 9.59 \cdot 10^{-3} & 1 & 4.40 \cdot 10^{-4} & 1.06 \cdot 10^{-6} \\ 2.18 \cdot 10^1 & 2.27 \cdot 10^3 & 1 & 2.41 \cdot 10^{-3} \\ 9.03 \cdot 10^3 & 9.41 \cdot 10^5 & 4.14 \cdot 10^2 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (42)$$

4.1.3. Aplicación del algoritmo a mediciones reales

Las mediciones utilizadas son de una turbina hidráulica realizadas en junio de 2019. Se midió la potencia para distintos intervalos, las vibraciones mediante sensores de desplazamiento sin contacto y un pulso tacométrico de referencia.

En primer lugar, todas las mediciones comienzan con la máquina operando a su velocidad y potencia nominal que son 375 [rpm] y 10 [MW] respectivamente. Posteriormente la potencia comienza a bajar escalonadamente de a 2 [MW] hasta llegar a 0. En el momento que ya no opera con potencia comienza la detención de la turbina donde la velocidad comienza a bajar.

Por otra parte, para el sistema de ecuaciones representado por la forma $Ax = b$ es importante construir adecuadamente el vector b . Este vector está formado por las amplitudes de la componente 1X medidas. Sin embargo, la amplitud y desfase pueden variar considerablemente para una misma condición de operación como muestra en la Figura 4.9 a) y b), por lo tanto, la amplitud y desfase dependerán de la cantidad de ciclos utilizados para realizar la FFT. Para solucionar este problema se plantea un criterio en función del coeficiente de variación. Por esto se muestra la Figura 4.9 c), que grafica el coeficiente de variación cada diez períodos para la amplitud y desfase. De este modo, se busca el mínimo coeficiente para el desfase o amplitud y se utilizan esos diez períodos para construir el vector b .

Utilizando las mediciones anteriormente descritas, el algoritmo plantea y resuelve el sistema de ecuaciones obteniéndose como solución lo indicado en la Tabla 4.6 donde se muestran las constantes

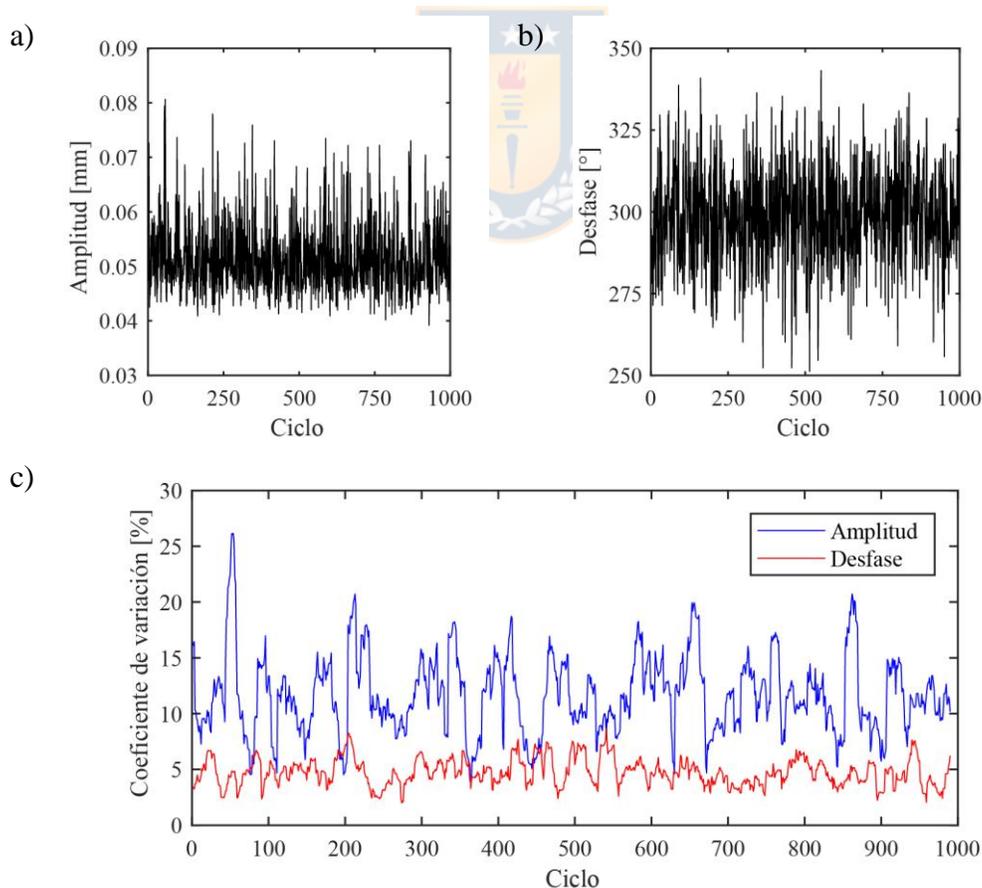


Figura 4.9: a) Amplitud de la componente 1X para cada período. b) Desfase de la componente 1X para cada período. c) Coeficiente de variación de la amplitud y desfase calculando cada 10 períodos.

K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} , las amplitudes y un error de ajuste de 3.12%. También la Figura 4.10 muestra las amplitudes y fases vibratorias para las distintas condiciones de operación, análogamente al caso de la simulación, se incluye un valor de alarma $V = 47.96 \mu m$. Además, se incluye la matriz M en la ecuación (43). Finalmente, se muestran los resultados de las distintas componentes vibratorias en la Figura 4.11. En este caso las componentes asociadas a desbalanceamiento mecánico e hidráulico son pequeñas gráficamente comparadas con las componentes restantes.

$$M = \begin{matrix} & K_{mec} & K_{mag} & K_{hyd} & K_{ro} \\ \begin{matrix} K_{mec} \\ K_{mag} \\ K_{hyd} \\ K_{ro} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1.35 \cdot 10^3 & 4.46 \cdot 10^{-1} & 2.06 \cdot 10^{-4} \\ 7.40 \cdot 10^{-4} & 1 & 3.29 \cdot 10^{-4} & 1.52 \cdot 10^{-7} \\ 2.24 & 3.03 \cdot 10^3 & 1 & 4.62 \cdot 10^{-4} \\ 4.86 \cdot 10^3 & 6.56 \cdot 10^6 & 2.16 \cdot 10^3 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (43)$$

4.1.4. Aplicación del algoritmo a nuevas mediciones reales

Se disponen de nuevas mediciones realizadas a una turbina hidráulica en octubre de 2020. Se midió la potencia para distintos intervalos, las vibraciones mediante sensores de desplazamiento sin contacto y un pulso de referencia (igual que en el caso anterior).

De forma similar al caso anterior todas las mediciones comienzan con la máquina operando a su velocidad y potencia nominal que son 300 [rpm] y 22 [MW] respectivamente. Luego la potencia comienza a bajar escalonadamente de a 10% hasta llegar a 0. En el momento que ya no opera con potencia comienza la detención de la turbina donde la velocidad comienza a bajar.

Utilizando las mediciones anteriormente descritas y lo planteado en el punto anterior, el algoritmo plantea y resuelve el sistema de ecuaciones obteniéndose como solución lo indicado en la Tabla 4.7 donde se muestran las constantes K_{mec} , K_{mag} , K_{hyd} , K_{ro} , las amplitudes y un error de ajuste de 8.18%. Igual que en los casos anteriores se muestran gráficamente los vectores para distintas condiciones de operación en la Figura 4.12 con un valor de alarma arbitrario alarma $V = 39.98 \mu m$. Además, se incluye la matriz M en la ecuación (44). Finalmente, se muestran los resultados de las distintas componentes vibratorias en la Figura 4.13. Al igual que el caso anterior, se puede apreciar que las componentes de desbalanceamiento hidráulico y magnético son pequeñas comparadas con las componentes de *runout* y desbalanceamiento mecánico.

Tabla 4.6: Tabla entregada por el algoritmo para mediciones reales a 10 [MW] y 375 [rpm].

Condición	K	Amplitud [μm]	Desfase [$^\circ$]
Desb. Mecánico	$8.89 \cdot 10^{-3}$	13.72	-147.76
Desb. Magnético	$6.59 \cdot 10^{-6}$	3.56	116.81
Desb. Hidráulico	$-1.99 \cdot 10^{-2}$	7.99	-58.38
Runout	$4.32 \cdot 10^1$	43.22	-55.68
Error de Ajuste			3.12%

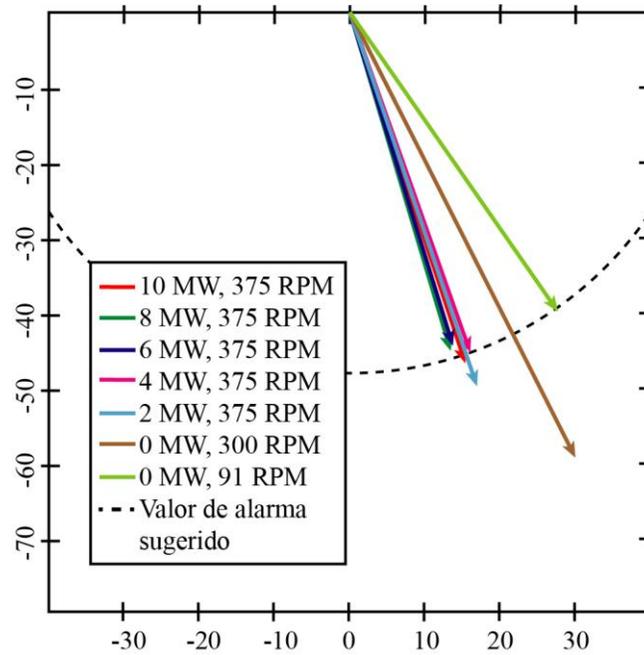


Figura 4.10: Amplitudes y fases vibratorias para distintas condiciones de operación de los datos reales (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).

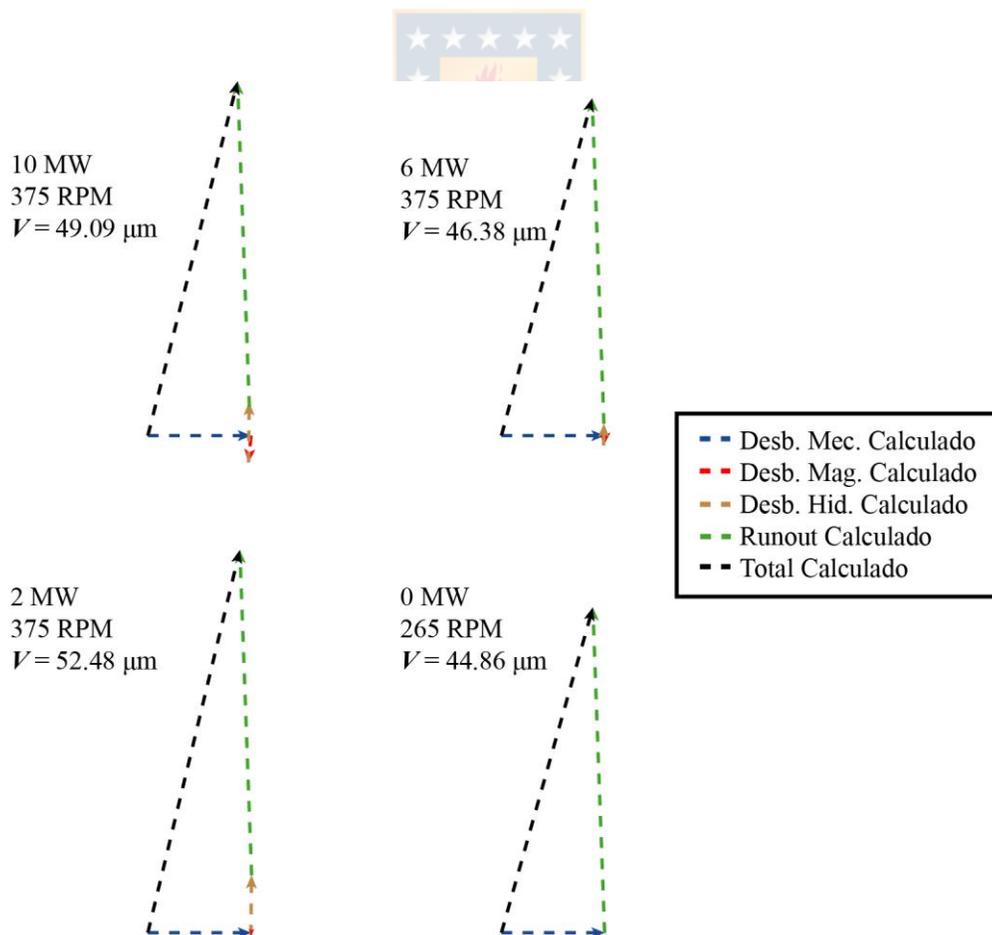


Figura 4.11: Representación gráfica del cálculo realizado para distintas condiciones de operación de las mediciones reales (Nominal: 10 [MW], 375 [rpm]).

$$M = \begin{matrix} & K_{mec} & K_{mag} & K_{hyd} & K_{ro} \\ \begin{matrix} K_{mec} \\ K_{mag} \\ K_{hyd} \\ K_{ro} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1.59 \cdot 10^4 & 5.66 \cdot 10^2 & 1.24 \cdot 10^{-3} \\ 6.28 \cdot 10^{-5} & 1 & 3.56 \cdot 10^{-2} & 7.77 \cdot 10^{-8} \\ 1.76 \cdot 10^{-3} & 2.80 \cdot 10^1 & 1 & 2.18 \cdot 10^{-6} \\ 8.08 \cdot 10^2 & 1.29 \cdot 10^7 & 4.58 \cdot 10^5 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (44)$$

4.2. Aplicación modelo matemático para la posición media del eje en el descanso

Para analizar cómo varía el valor medio se utilizan las mediciones de vibraciones, mencionadas anteriormente, hechas a una turbina hidráulica en junio de 2019 con potencia nominal 10 [MW] y velocidad nominal 375 [rpm]. En primer lugar, a estas mediciones se realiza la FFT en el plano x - y cada 10 ciclos y se guarda su primera componente que corresponde al desplazamiento medio. Posteriormente, estos datos se grafican en función de la potencia o velocidad de rotación. La Figura 4.14 a) muestra el desplazamiento medio para todo el funcionamiento de la turbina versus la potencia de operación. Por otra parte, la Figura 4.14 b) muestra los mismos puntos de la figura anterior pero solamente se incluye el primer punto de la detención. Para mostrar el cambio en la detención se incluye la Figura 4.14 c) que muestra el cambio en el desplazamiento medio en función de la velocidad de rotación en la detención. Finalmente, la Figura 4.14 d) muestra los promedios de los desplazamientos con potencia unidos con el primer punto de la detención.

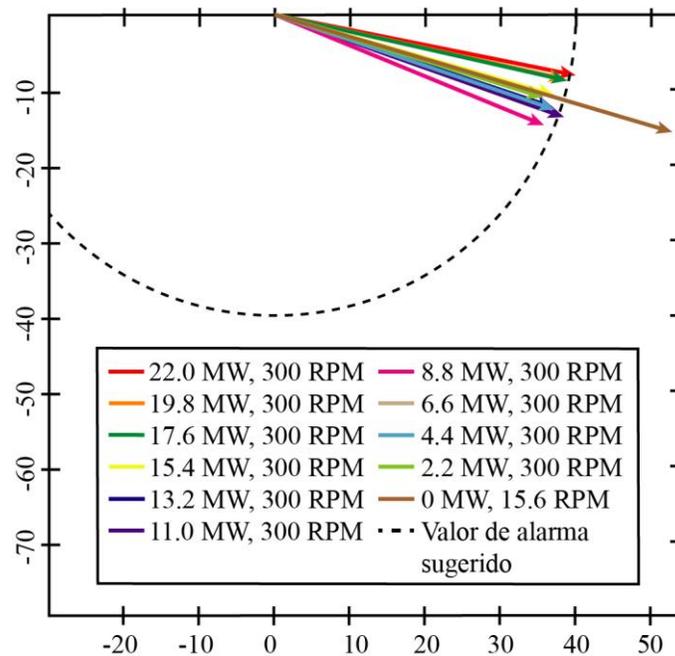


Figura 4.12: Amplitudes y fases vibratorias para distintas condiciones de operación en datos simulados (Nominal: 22 [MW], 300 [rpm]).

Tabla 4.7: Tabla entregada por el algoritmo para mediciones reales a 22 [MW] y 300 [rpm].

Condición	K	Amplitud [μm]	Desfase [$^\circ$]
Desb. Mecánico	$3.21 \cdot 10^{-2}$	31.79	23.03
Desb. Magnético	$2.02 \cdot 10^{-6}$	5.28	51.75
Desb. Hidráulico	$5.67 \cdot 10^{-5}$	0.89	60.57
Runout	$2.60 \cdot 10^1$	26.00	-74.58
Error de Ajuste			8.18%

Luego, como se mostró en la ecuación (30), es necesario obtener la función β que corresponde a la función desplazamiento hidráulico. Como se está trabajando con las mismas mediciones en las que se basa la simulación y se poseen las mismas características para el desbalanceamiento hidráulico, se opta por utilizar el mismo polinomio que se utilizó en la ecuación (35). Así, la función β queda como muestra la ecuación (45).

$$\beta = a(P^4 - 24P^3 + 184P^2 - 480P) \quad (45)$$

Luego la expresión para \vec{w}_i para condición de operación es:

$$\vec{w}_i = \alpha I_i^2 \hat{v} + a(P^4 - 24P^3 + 184P^2 - 480P) \hat{u} + \vec{r}_0 \quad (46)$$

Como se mencionó anteriormente no existe una referencia espacial de los vectores por lo que se debe trabajar con la diferencia entre éstos:

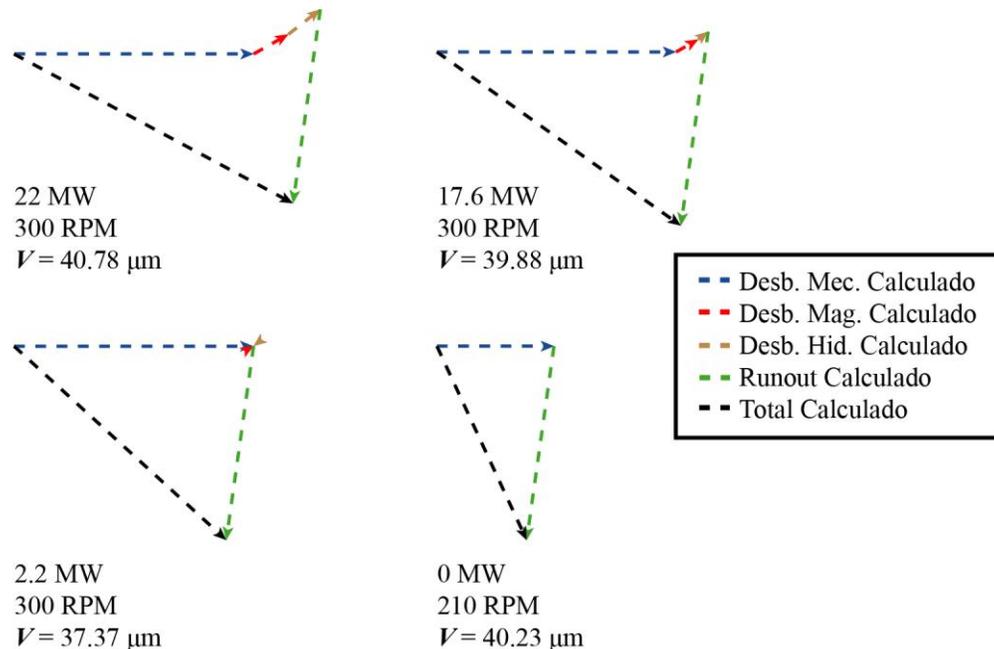


Figura 4.13: Representación gráfica del cálculo realizado para distintas condiciones de operación de las mediciones reales (Nominal 22 [MW], 300 [rpm]).

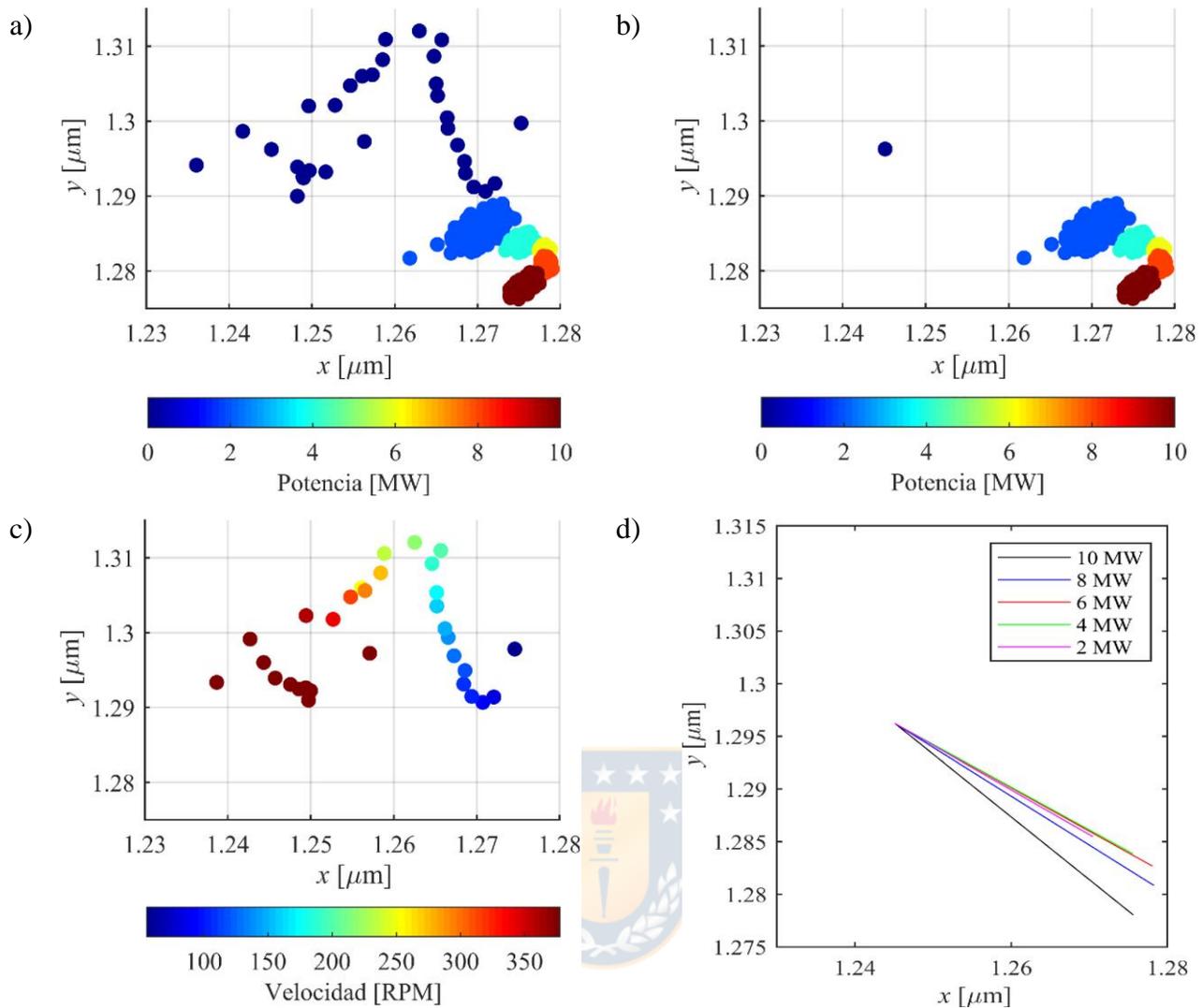


Figura 4.14: a) Desplazamiento medio versus potencia. b) Desplazamiento medio hasta el comienzo de la detención. c) Desplazamiento medio durante la detención. d) Promedio de los desplazamientos medios hasta el comienzo de la detención.

$$\Delta \vec{w}_{2-1} = \alpha(I_2^2 - I_1^2)\hat{v} + a((P_2^4 - P_1^4) - 24(P_2^3 - P_1^3) + 184(P_2^2 - P_1^2) - 480(P_2 - P_1))\hat{u} \quad (47)$$

Notar que la diferencia $\Delta \vec{w}_i$ no depende de \vec{r}_0 que corresponde a la referencia espacial. Luego como se poseen cinco vectores \vec{w}_i , solamente se pueden plantear cuatro vectores linealmente independientes. Por convenio se muestran las consideraciones de la Tabla 4.8.

Por lo tanto, las ecuaciones a plantear son las siguientes:

$$\begin{aligned} \vec{w}_2 - \vec{w}_1 &= \alpha(I_2^2 - I_1^2)\hat{v} + a((P_2^4 - P_1^4) - 24(P_2^3 - P_1^3) + 184(P_2^2 - P_1^2) - 480(P_2 - P_1))\hat{u} \\ \vec{w}_3 - \vec{w}_2 &= \alpha(I_3^2 - I_2^2)\hat{v} + a((P_3^4 - P_2^4) - 24(P_3^3 - P_2^3) + 184(P_3^2 - P_2^2) - 480(P_3 - P_2))\hat{u} \\ \vec{w}_4 - \vec{w}_3 &= \alpha(I_4^2 - I_3^2)\hat{v} + a((P_4^4 - P_3^4) - 24(P_4^3 - P_3^3) + 184(P_4^2 - P_3^2) - 480(P_4 - P_3))\hat{u} \\ \vec{w}_5 - \vec{w}_4 &= \alpha(I_5^2 - I_4^2)\hat{v} + a((P_5^4 - P_4^4) - 24(P_5^3 - P_4^3) + 184(P_5^2 - P_4^2) - 480(P_5 - P_4))\hat{u} \end{aligned} \quad (48)$$

Tabla 4.8: Nomenclatura de vectores.

Vector	Velocidad	Potencia [MW]	Corriente [A]
\vec{w}_1	Nominal	2	147.1
\vec{w}_2	Nominal	4	294.1
\vec{w}_3	Nominal	6	441.2
\vec{w}_4	Nominal	8	588.2
\vec{w}_5	Nominal	10	735.3

Luego se separan las ecuaciones en sus componentes x e y y se cambian los vectores por senos y cosenos como lo mostrado en la ecuación (49).

$$\begin{aligned}
(\vec{w}_2 - \vec{w}_1)_x &= \alpha(I_2^2 - I_1^2) \cos(\gamma) + a((P_2^4 - P_1^4) - 24(P_2^3 - P_1^3) + 184(P_2^2 - P_1^2) - 480(P_2 - P_1))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_2 - \vec{w}_1)_y &= \alpha(I_2^2 - I_1^2) \sin(\gamma) + a((P_2^4 - P_1^4) - 24(P_2^3 - P_1^3) + 184(P_2^2 - P_1^2) - 480(P_2 - P_1))\sin(\theta) \\
(\vec{w}_3 - \vec{w}_2)_x &= \alpha(I_3^2 - I_2^2) \cos(\gamma) + a((P_3^4 - P_2^4) - 24(P_3^3 - P_2^3) + 184(P_3^2 - P_2^2) - 480(P_3 - P_2))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_3 - \vec{w}_2)_y &= \alpha(I_3^2 - I_2^2) \sin(\gamma) + a((P_3^4 - P_2^4) - 24(P_3^3 - P_2^3) + 184(P_3^2 - P_2^2) - 480(P_3 - P_2))\sin(\theta) \\
(\vec{w}_4 - \vec{w}_3)_x &= \alpha(I_4^2 - I_3^2) \cos(\gamma) + a((P_4^4 - P_3^4) - 24(P_4^3 - P_3^3) + 184(P_4^2 - P_3^2) - 480(P_4 - P_3))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_4 - \vec{w}_3)_y &= \alpha(I_4^2 - I_3^2) \sin(\gamma) + a((P_4^4 - P_3^4) - 24(P_4^3 - P_3^3) + 184(P_4^2 - P_3^2) - 480(P_4 - P_3))\sin(\theta) \\
(\vec{w}_5 - \vec{w}_4)_x &= \alpha(I_5^2 - I_4^2) \cos(\gamma) + a((P_5^4 - P_4^4) - 24(P_5^3 - P_4^3) + 184(P_5^2 - P_4^2) - 480(P_5 - P_4))\cos(\theta) \\
(\vec{w}_5 - \vec{w}_4)_y &= \alpha(I_5^2 - I_4^2) \sin(\gamma) + a((P_5^4 - P_4^4) - 24(P_5^3 - P_4^3) + 184(P_5^2 - P_4^2) - 480(P_5 - P_4))\sin(\theta)
\end{aligned} \tag{49}$$

Luego se resuelve el sistema mediante el método iterativo mencionado en el capítulo anterior. En la Figura 4.15 se puede apreciar la norma de los residuos de cada ecuación en función de los ángulos. El mínimo absoluto está definido por:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \gamma \\ \theta \\ \alpha \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 121.8^\circ \\ 176.8^\circ \\ -1.66 \cdot 10^{-8} \\ -2.38 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} \quad (50)$$

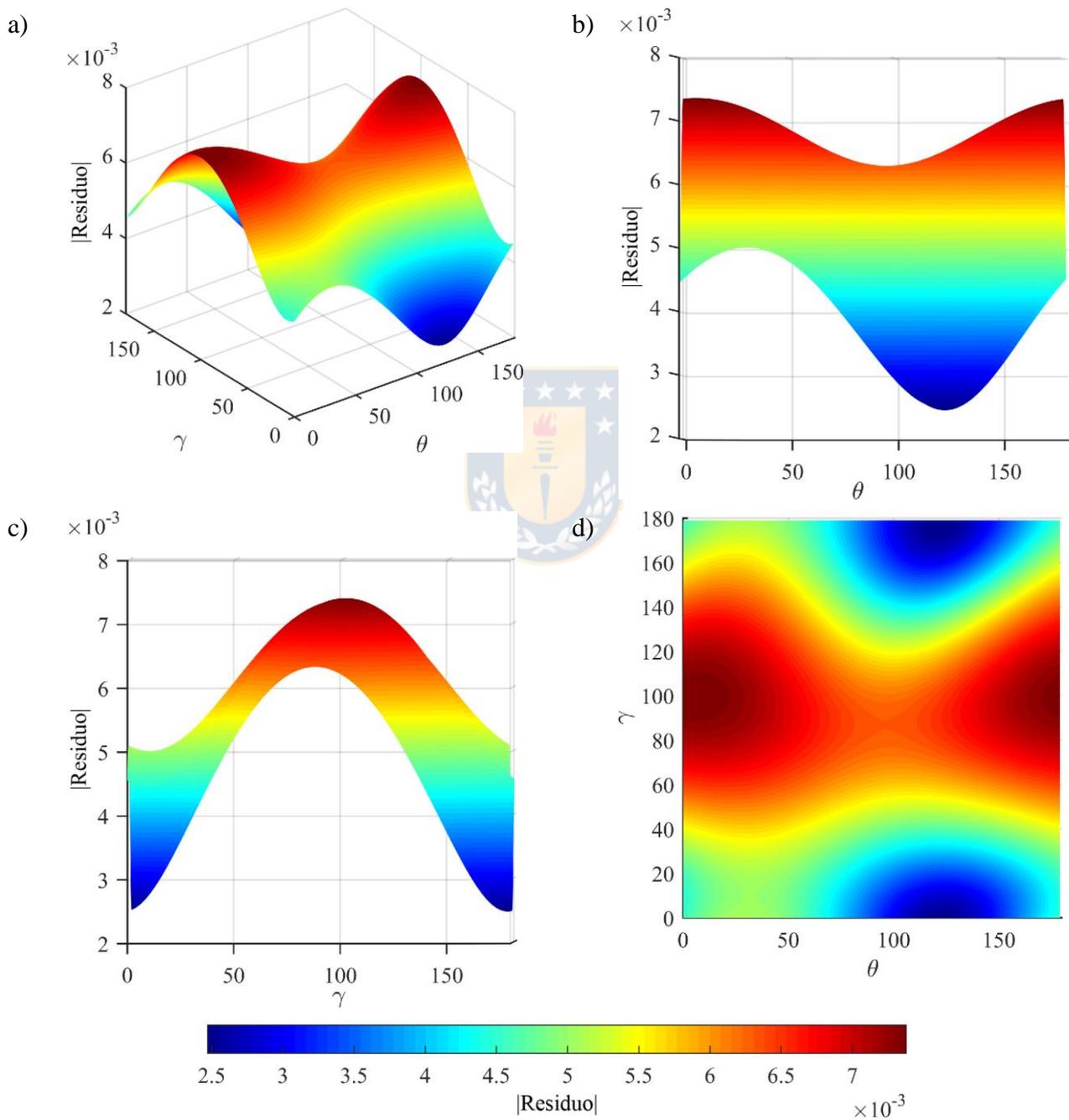


Figura 4.15: a) Residuo en función de γ y θ . b) Residuo en función de θ . c) Residuo en función de γ . d) Residuo en función de γ y θ

Así, la diferencia $\Delta\vec{w}_{j-i}$ queda definida de la siguiente forma:

$$(\vec{w}_j - \vec{w}_i)_x = 8.77 \cdot 10^{-9}(I_2^2 - I_1^2) + 2.37 \cdot 10^{-5}((P_2^4 - P_1^4) - 24(P_2^3 - P_1^3) + 184(P_2^2 - P_1^2) - 480(P_2 - P_1)) \quad (51)$$

$$(\vec{w}_j - \vec{w}_i)_y = -1.41 \cdot 10^{-8}(I_2^2 - I_1^2) - 1.33 \cdot 10^{-6}((P_2^4 - P_1^4) - 24(P_2^3 - P_1^3) + 184(P_2^2 - P_1^2) - 480(P_2 - P_1)) \quad (52)$$

Para analizar la calidad de la solución, se presenta la Tabla 4.9, que muestra las diez posibles combinaciones de diferencias, el $(\vec{w}_j - \vec{w}_i)$ real, el obtenido y el error relativo. Como se puede apreciar los mayores errores relativos se encuentran en los menores valores de $\Delta\vec{w}$. Por otra parte, se aprecia en la Figura 4.16 la solución obtenida de forma gráfica.

4.3. Discusión de los resultados

Para la validación del algoritmo con los datos de la simulación se obtiene un error bajo de ajuste y, además, como se conocen los resultados exactos, se puede determinar el error absoluto siendo este bajo también. Por otra parte, se puede apreciar de forma gráfica las componentes reales y la solución obtenida por el algoritmo. Es decir, existen tres criterios para analizar la validez del algoritmo en este caso: error de ajuste, error real y error gráfico. Además, se obtuvo la matriz con las relaciones de los distintos coeficientes K que puede ser utilizada para establecer un orden de mantención a futuro.

Para la prueba del algoritmo con datos reales, se obtiene un error de ajuste bajo para ambos casos. Sin embargo, no existe un criterio o datos para comparar con el fin de determinar la calidad exacta de la solución. Es por esta razón que para validar esta solución se debe observar la componente asociada a runout, ya que esta componente, por la condición de constante, posee bajo error y se puede determinar de forma casi exacta cuando el desbalanceamiento mecánico tiende a cero (en la detención de la máquina), es decir, esta componente tendrá un bajo error real independiente de las circunstancias. Por otra parte, la componente de desbalanceamiento mecánico se puede obtener fácilmente al restar la componente asociada a runout en la condición de operación donde estén presente solamente estas dos vibraciones. Por lo tanto, se utiliza este criterio para analizar la capacidad del algoritmo para funcionar con mediciones reales. Sin embargo, para las componentes asociadas a desbalanceamiento hidráulico y

Tabla 4.9: Errores del ajuste.

Diferencia	$\Delta\vec{w}_x$ Real [μm]	$\Delta\vec{w}_x$ Calculado [μm]	Error [%]	$\Delta\vec{w}_y$ Real [μm]	$\Delta\vec{w}_y$ Calculado [μm]	Error [%]
$(\vec{w}_2 - \vec{w}_1)$	5.096	3.995	-21.6	-1.609	-1.109	-30.64
$(\vec{w}_3 - \vec{w}_1)$	7.610	7.608	0.109	-2.792	-2.789	-0.367
$(\vec{w}_4 - \vec{w}_1)$	7.775	6.627	-19.59	-4.620	-4.782	3.97
$(\vec{w}_5 - \vec{w}_1)$	5.137	4.555	-10.68	-7.421	-7.347	-0.712
$(\vec{w}_3 - \vec{w}_2)$	2.513	3.613	44.54	-1.182	-1.680	40.00
$(\vec{w}_4 - \vec{w}_2)$	2.679	2.277	-15.648	-3.010	-3.673	22.44
$(\vec{w}_5 - \vec{w}_2)$	0.04100	0.560	-1267.6	-5.812	-6.237	7.54
$(\vec{w}_4 - \vec{w}_3)$	0.1652	-1.336	-768.06	-1.82	-1.993	10.72
$(\vec{w}_5 - \vec{w}_3)$	-2.472	-3.053	22.11	-4.629	-4.557	-0.922
$(\vec{w}_5 - \vec{w}_4)$	-2.638	-1.717	-33.97	-2.801	-2.564	-8.41

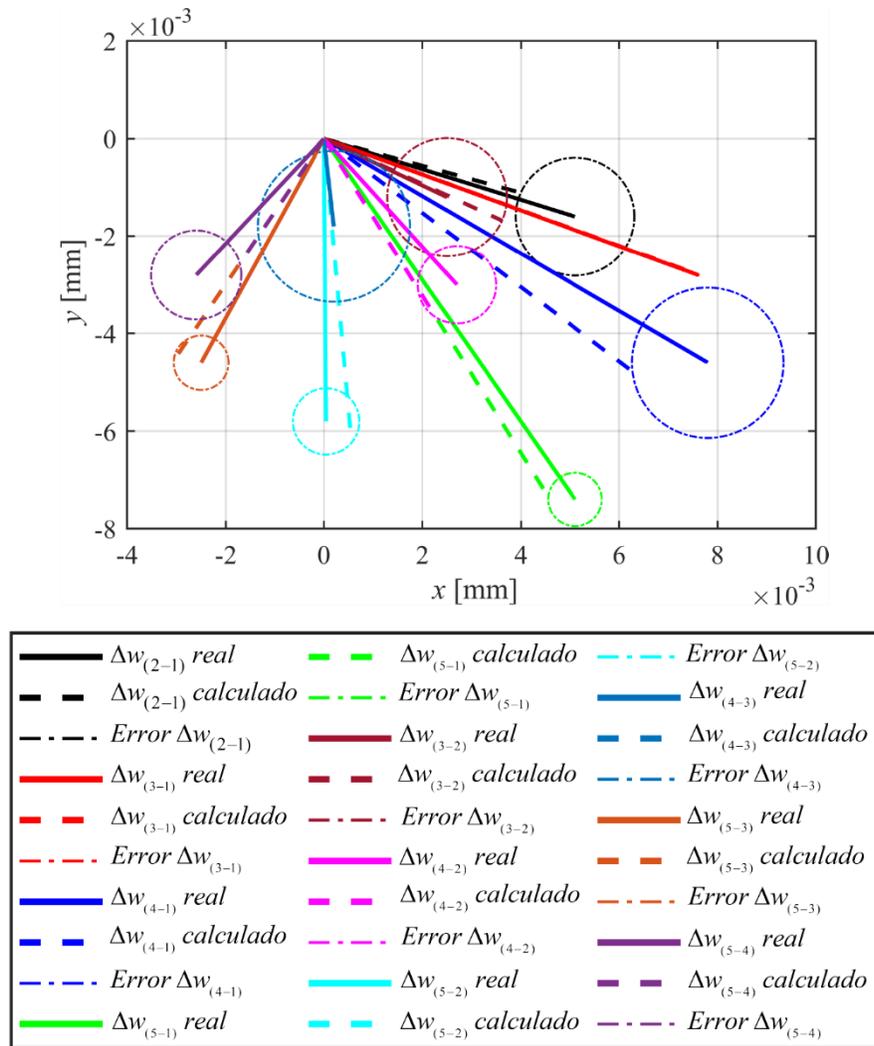


Figura 4.16: Representación de las combinaciones de $(\vec{w}_j - \vec{w}_i)$, del ajuste y del error calculado.

desbalanceamiento magnético no es posible utilizar el criterio mencionado anteriormente ya que las dos vibraciones ocurren de manera simultánea, además dependen totalmente de las suposiciones y los ajustes realizados, es decir, si se utiliza otra función para ajustar la magnitud de la vibración del desbalanceamiento hidráulico, se obtendrán otros valores. Por lo tanto, se hace necesario un criterio para determinar la validez de todas las componentes vibratorias cuando se utilicen mediciones reales.

Finalmente, para modelo matemático de la posición media del eje en el descanso se obtuvieron errores altos y bajos, sin embargo, los errores más altos se obtienen en los casos de los vectores con norma más pequeña. Notar que en este caso pequeños cambios en la norma significan grandes errores. Por otra parte, al ver los errores de forma gráfica se aprecia que los errores no son tan altos de forma absoluta. Además, es importante mencionar que en este caso se minimizó la norma de los residuos, es decir, se buscó minimizar la distancia de los puntos a la curva, sin embargo, este mismo análisis se podría hacer, pero buscando reducir el error en porcentaje para así obtener una solución con el menor error relativo.

CAPÍTULO 5

Conclusiones y perspectivas

5.1. Conclusiones

Se logró desarrollar un algoritmo que a partir de la vibración a la velocidad de rotación es capaz de identificar por separado el aporte de las principales condiciones que producen una vibración a la 1X aplicado a turbinas hidráulicas de eje vertical: el desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento magnético, desbalanceamiento hidráulico y *runout*. El algoritmo permite separar estos distintos fenómenos a partir del análisis de distintas condiciones de operación: a distintas velocidades de rotación durante la partida o detención; y a distintas condiciones de generación de potencia. El algoritmo obtiene dos tipos de valores: la vibración de cada componente mencionada para la condición de operación nominal y además obtiene la constante que caracteriza a cada fenómeno lo que permite evaluar la importancia relativa de cada fenómeno, información útil para planificar la mantención y hacer un seguimiento a su comportamiento en el tiempo.

Para programar el algoritmo se debió realizar primero un estudio de la ubicación media del eje en el descanso con el fin de determinar su relación con las distintas condiciones de operación.

Se buscó extender la aplicación en paralelo del algoritmo a mediciones hechas en más de un descanso y así obtener mejores conclusiones, sin embargo, debido a la cantidad de grados de libertad del sistema, no fue posible establecer una relación entre una posición medida utilizando la medición en varios descansos de manera simultánea.

Una conclusión importante es que la solución entregada por el algoritmo puede variar en función de los distintos criterios utilizados para realizar ciertos cálculos, por ejemplo, la forma de calcular el desfase de la onda o también la cantidad de ciclos utilizados para realizar la FFT en la construcción del vector b del sistema $Ax = b$. En el algoritmo propuesto, la matriz del sistema se construye en función del determinante para garantizar que no existan grandes errores asociados a problemas numéricos y el vector b se construye utilizando los diez períodos consecutivos que tengan el menor coeficiente de variación para el desfase.

Por otra parte, se realizó una simulación de las vibraciones de una turbina hidráulica, logrando obtener una forma de onda similar a una real. Luego se realizaron ciertas modificaciones en la simulación para analizar cómo podría variar la solución en casos extremos, donde se concluye que los errores no crecen considerablemente si varían las amplitudes o desfases de las componentes de la vibración.

De los análisis numéricos realizados se concluye que no todas las combinaciones de ecuaciones permiten plantear un sistema que tenga solución, o una solución válida, es decir, existen combinaciones de distintas condiciones de operación que resultan en un sistema de ecuaciones que posee una matriz con un determinante pequeño y/o un número de condición bastante elevado, lo que se traduce en que la solución del sistema (si es que existe) tenga un error alto.

Posteriormente, en la programación del algoritmo, se presentaron errores de cálculo no previstos, por lo que se adaptó al algoritmo para plantear cinco sistemas de ecuaciones distintos para luego entregar la solución con el menor error relativo.

Luego, para validar el algoritmo se reconstruye con la solución la 1X para cada condición de operación disponible y se calcula el error específico como la diferencia de la 1X reconstruida con la real, posteriormente se calcula el error total como la media cuadrática de todos los errores específicos. Al respecto, es preciso que, al utilizar la media cuadrática, el error crece de forma más rápida que la de un promedio normal.

Se probó el algoritmo en una vibración simulada donde se impusieron los aportes a la 1X del desbalanceamiento mecánico, desbalanceamiento magnético, desbalanceamiento hidráulico y runout. Al aplicar el algoritmo a esta condición conocida se obtuvo un error de ajuste de 2.12%. Al ser datos simulados, se conocen los verdaderos valores para cada componente, en este caso el error máximo real fue de un 2.31 % para la componente de desbalanceamiento hidráulico.

Se aplicó el algoritmo a una medición de una turbina hidráulica de potencia nominal de 10 [MW] y 375 [rpm]. Se logró detectar los distintos efectos con un error de ajuste de 3.12%.

Finalmente, el algoritmo se aplica a otras mediciones de una turbina hidráulica de potencia nominal de 22 [MW] y de 300 [rpm] en la que se habían realizado medidas previas de runout y balanceamiento mecánico. Se logró detectar los efectos con un error de ajuste medio de 8.18%.

Finalmente, es importante resaltar que el algoritmo es válido solamente en rotores rígidos como los de las turbinas hidráulicas.

5.2. Perspectivas

Entre las perspectivas y posibles trabajos a realizar en un futuro sobre el proyecto realizado se encuentran los siguientes temas:

- Determinar si existe una mejor interpolación que un polinomio para el desbalanceamiento hidráulico.
- Mejorar la simulación para casos de condición de operación similares (que generan alto error).
- Definir mejores criterios para la construcción del vector b en el sistema $Ax = b$.
- Verificar el buen funcionamiento del algoritmo con nuevas mediciones reales.

REFERENCIAS

- Bently D., Hatch C., Grissom B. (2002)
Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics.
ASME Press.
- Bilgili M., Bilirgen H., Ozbek A., Ekinçi F., Demirdelen T. (2018)
The role of hydropower installations for sustainable energy development in Turkey and the world,
Renew.
Energy, 126, 755–764.
- Bradie B. (2006)
A friendly introduction to numerical analysis.
New Jersey, USA, first edition.
- Bureau of Reclamation Technical Service Center Mechanical Equipment Group. (2016)
Alignment of Vertical Shaft Hydro Units
Denver, Colorado.
- Chatzisavvas I., Dohnal F. (2015)
Unbalance identification using the least angle regression technique.
Mechanical Systems and Signal Processing, Volumes 50–51, Pages 706-71.
- Dalmazzo F., Pederiva R. (2016)
Theoretical and experimental identification of the simultaneous occurrence of unbalance and shaft bow
in a Laval rotor.
Mechanism and Machine Theory, 101, 209–221
- Egusquiza E., Valero C., Valentin D., Presas A., Rodríguez C. (2015)
Condition monitoring of pump-turbines. New challenges
Measurement, 67(1): 151–163
- Feng F., Fulei C. (2001).
Dynamic análisis of a hydraulic turbine.
Mechanics of Structures and Machines, 29(4), 505-531.
- Florjancic S., Frei A. (1993).
Dynamic Loading On Pumps - Causes For Vibration.
Turbomachinery Laboratories. Department of Mechanical Engineering, Texas A&M University.
- Gunter E., Jackson C. (1980).
Balancing of Rigid and Flexible Rotors.

Huang H., Zhang K., Zhang Y. (2009)

Detection of turbine generator field winding serious inter-tum short circuit based on the rotor vibration feature.

44th International Universities Power Engineering Conference (UPEC), Glasgow, pp. 1-5.

IEEE. (2012)

Guide for the Installation of Vertical Generators and Generator/Motors for Hydroelectric Applications in IEEE Std 1095-2012 (Revision of IEEE Std 1095-1989), vol., no., pp.1-52, 20 June 2012.

Maruthi G., Hedge V. (2013)

Mathematical Analysis of Unbalanced Magnetic Pull and Detection of Mixed Air gap Eccentricity in Induction Motor by Vibration Analysis using MEMS Accelerometer.

IEEE 1st International Conference on Condition Assessment Techniques in Electrical Systems.

Mircea V., Radu T., Danut D. (2011)

Critical Analysis of vibration sources of hydro aggregates in operating regime.

Journal of sustainable energy, 2 (4), 1-8.

Nandi S., Ilamparithi T., Lee S., Hyun D. (2011)

Detection of Eccentricity Faults in Induction Machines Based on Nameplate Parameters

IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58 (5), 1673-1683

Pérez N., Rodríguez C. (2021)

Vertical rotor model with hydrodynamic journal bearings

Engineering Failure Analysis, 119(1), 104964

Rieger N. (1986).

Balancing of Rigid and Flexible Rotors

The Shock and Vibration Information Center, Naval Research Laboratory, Washington, DC, 1986.

Rodríguez C., Egusquiza E., Santos I. (2007).

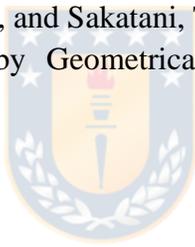
Frequencies in the Vibration Induced by the Rotor Stator Interaction in a Centrifugal Pump Turbine ASME. J. Fluids Eng.; 129(11): 1428–1435

Rodríguez C., Mateos-Prieto B., Egusquiza E. (2014).

Monitoring of Rotor-Stator Interaction in Pump-Turbine Using Vibrations Measured with On-Board Sensors Rotating with Shaft

Shock and Vibration; 2014(1): 276796

- Saleem A., Diwakar G., Satyanarayana M. (2012)
Detection of Unbalance in Rotating Machines Using Shaft Deflection Measurement during Its Operation.
Journal of Mechanical and Civil Engineering, 3 (3), 08-20
- Schlechtingen M., Ferreira I., Achiche S. (2012).
Wind turbine condition monitoring based on SCADA data using normal behavior models. Part 1: System description.
Applied Soft Computing, 13(1), 259-270.
- Shuting W., Yonggang L., L. Heming, T. Guiji. (2006)
A composite diagnosis method on turbine-generator rotor winding inter-turn short circuit fault.
2006 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 3, 1662 -1666.
- Verkhovtsev D., Gulai, S. (2016)
Detection of Interturn Short-Circuits in the Rotor Winding of a Hydrogenerator.
Power Technology and Engineering, 49 (8), 58-62
- Yoshida, Y., Tsujimoto, Y., Kawakami, T., and Sakatani, T. (1998).
Unbalanced Hydraulic Forces Caused by Geometrical Manufacturing Deviations of Centrifugal Impellers.
ASME. J. Fluids Eng, 120(3), 531–537
- Zhang Y. (2017)
Accelerating sustainability by hydropower development in China: the story of HydroLancang.
Sustainability 9(8).



ANEXO A

Código MATLAB del algoritmo

A.1. Código del algoritmo principal.

```

%% 1.- Lectura de Archivo
[archivo,ruta]=uigetfile('*.xlsx','Archivo de datos');
[mat,txt,todo]=xlsread(strcat(ruta,archivo));
t=mat(:,1);
pul=mat(:,2);
x1=mat(:,3);
y1=mat(:,4);
pot=mat(:,5);
pp=pot;
nper=5;
nper2=5;
%% 2.- Convertir y analizar datos
% Cálculo de velocidad
j=1;
pul22=zeros(1,length(t));
% Homogenizar pulso <<<<<
for i=2:length(pul)
    if pul(i)>0.5 && pul(i-1)<0.5
        tt(j)=t(i);
        ut(j)=i;
        j=j+1;
        pul22(i)=10;
    end
end
mm=find(pul22==max(pul22));
% >>>> Homogenizar pulso

% Parte media <<<<<
tic
j=1;
disc=10;
for i=1:disc:length(mm)-disc
    [f,amp]=tdfp(t(mm(i):mm(i+disc)),y1(mm(i):mm(i+disc)));
    yy(j)=amp(1);
    [f,amp]=tdfp(t(mm(i):mm(i+disc)),x1(mm(i):mm(i+disc)));
    xx(j)=amp(1);
    pp(j)=mean(p(mm(i):mm(i+disc)));
    i/length(mm)*100
    j=j+1;

```



```

end
toc
pp=pp*1e-6;
j=1;
for i=1:length(pp)
    if pp(i)~=fix(pp(i))
        cont(j)=i;
        j=j+1;
    end
end
xx(cont)=[];
yy(cont)=[];
pp(cont)=[];
% Parte media >>>>>

% Parte alterna <<<<<
tic
j=1;
disc=1;
for i=1:disc:length(mm)-disc
    [f,amp]=tdfp(t(mm(i):mm(i+disc)),y1(mm(i):mm(i+disc)));
    yy11(mm(i):mm(i+disc))=y1(mm(i):mm(i+disc))+amp(1);
    [f,amp]=tdfp(t(mm(i):mm(i+disc)),x1(mm(i):mm(i+disc)));
    xx11(mm(i):mm(i+disc))=x1(mm(i):mm(i+disc))+amp(1);
    %     i/length(mm)*100
    j=j+1;
end
toc
% Parte alterna >>>>>
clear f amp j

t2=t(1:length(yy11));
t=t2;
pulso=zeros(1,length(t));
pulso(ut)=10;
mm=find(pulso==max(pulso));
% Velocidad
for i=2:length(mm)
    dt=t(mm(i))-t(mm(i-1));
    rpm(i-1)=(1/dt)*60;
end
rpm=[rpm(1) rpm];
tt=[0 tt];
aa=find(pulso==max(pulso));
aa=[1 aa];
aa(end)=[];
for i=1:length(rpm)-1
    x=[tt(i) tt(i+1)];

```

```

    y=[rpm(i) rpm(i+1)];
    p1=polyfit(x,y,1);
    for j=aa(i):aa(i+1)
        rpm1(j)=t(j)*p1(1)+p1(2);
    end
    i/(length(tt)-1)*100
end
t1=t(1:length(rpm1));
ff=rpm1/60;
% Aceleración
for i=1:length(rpm1)-1
    acel(i)=(rpm1(i+1)-rpm1(i))/(t1(i+1)-t1(i));
end
acel=[acel(1) acel];
% Análisis dispersión parte media <<<<<
cont1=1;
indpot(cont1,2)=1;
for i=1:length(pp)-1
    if pp(i)~=pp(i+1)
        indpot(cont1,1)=pp(i);
        indpot(cont1,3)=i;
        cont1=cont1+1;
        indpot(cont1,1)=pp(i+1);
        indpot(cont1,2)=i+1;
    end
end
indpot(cont1,3)=length(pp);
for i=1:cont1
    indpot(i,4)=std(xx(indpot(i,2):indpot(i,3)));
    indpot(i,5)=std(yy(indpot(i,2):indpot(i,3)));
    indpot(i,6)=sqrt(indpot(i,4)^2+indpot(i,5)^2);
    indpot(i,7)=mean([indpot(i,4) indpot(i,5)]);
    indpot(i,8)=mean(xx(indpot(i,2):indpot(i,3)));
    indpot(i,9)=mean(yy(indpot(i,2):indpot(i,3)));
end
% Análisis dispersión parte media >>>>>

%% 3.- Definir Intervalos
clear mm
pulso2=pulso(1:length(rpm1));
mm=find(pulso2==max(pulso2));
pot=p*1e-6;
for i=1:length(mm)
    Inter(i,1)=mm(i);
    Inter(i,2)=rpm1(mm(i));
    Inter(i,3)=pot(mm(i));
    Inter(i,4)=i;
    Inter(i,5)=acel(mm(i));
end

```



```

Inter2=Inter;
cont1=1;
cont2=1;
jjj=size(Inter,1);
while cont1<=jjj-1
    if Inter(cont1,3) == Inter(cont1+1,3) && 0.99*Inter(cont1,2) <=
Inter(cont1+1,2) && 1.01*Inter(cont1,2) >= Inter(cont1+1,2) %&&
        cont1=cont1+1;
        bor(cont2)=cont1;
        cont2=cont2+1;
    else
        cont1=cont1+1;
    end
end
Inter(bor,:)=[];
cont2=1;
jjj=size(Inter,1);
clear bor
for cont1=1:jjj-1
    if Inter(cont1,4)+1==Inter(cont1+1,4)

        bor(cont2)=cont1;
        cont1=cont1+1;
        cont2=cont2+1;
    else
        cont1=cont1+1;
    end
end
Inter(bor,:)=[];
clear bor
cont2=1;
jjj=size(Inter,1);
for cont1=1:jjj
    if Inter(cont1,3)==0
        bor(cont2)=cont1;
        cont2=cont2+1;
    end
end
Inter(bor,:)=[];
jjj=size(Inter,1);
j4=find(Inter2(:,3)==0);
j5=find(Inter2(:,2)<0.8*Inter(1,2));
Inter3=Inter2(j5,:);
indpot2=indpot;
j3=size(indpot,1);
indpot(j3,:)=[];
% 4.- Análisis valor medio
p1=indpot(find(indpot(:,7)==min(indpot(:,7))),1);
p2=indpot(find(indpot(:,7)==max(indpot(:,7))),1);

```



```

j=1;
p3=-1;
while p3== -1
    if indpot(j,1)==p1 || indpot(j,1)==p2
        j=j+1;
    else
        p3=indpot(j,1);
    end
end
A=[3*p1^2 2*p1 1; 3*p2^2 2*p2 1; 3*p3^2 2*p3 1];
b=[-4*p1^3 -4*p2^3 -4*p3^3]';
pol=A\b;
pol=[1 pol' 0];
%% 5.- Buscar mejor determinante
% Método uno (Mejor determinante)
clear A ind deter condi B
jjj=size(Inter,1);
Inter4=[Inter; Inter3];
Inter5=Inter4;
time=1*jjj*(size(Inter4,1))^2;
A=[1 1 1 1];
jjj4=size(Inter4,1);
cont4=1;
for cont1=2:jjj
    A(2,:)=[(Inter(cont1,2)/Inter(1,2))^2
            ((Inter(cont1,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
            polyval(pol,Inter(cont1,3))/polyval(pol,Inter(1,3)) 1];
    for cont2=1:jjj4
        A(3,:)=[(Inter4(cont2,2)/Inter(1,2))^2
                ((Inter4(cont2,3)*1e6/13600)/(Inter4(1,3)*1e6/13600))^2
                polyval(pol,Inter4(cont2,3))/polyval(pol,Inter4(1,3)) 1];
        for cont3=1:jjj4
            A(4,:)=[(Inter4(cont3,2)/Inter(1,2))^2
                    ((Inter4(cont3,3)*1e6/13600)/(Inter4(1,3)*1e6/13600))^2
                    polyval(pol,Inter4(cont3,3))/polyval(pol,Inter4(1,3)) 1];
            ind(cont4,1)=cont1;
            ind(cont4,2)=cont2;
            ind(cont4,3)=cont3;
            deter(cont4)=det(A);
            condi(cont4)=cond(A);
            cont4/time*100
            cont4=cont4+1;
        end
    end
end
end
mincond=find(condi==min(condi));
mincond=find(deter==max(deter));
% Asumir mas de una solución anterior
mcc=1;

```

```

Interdef(1,:)=Inter(1,:);
Interdef(2,:)=Inter(ind(mincond(mcc),1),:);
Interdef(3,:)=Inter4(ind(mincond(mcc),2),:);
Interdef(4,:)=Inter4(ind(mincond(mcc),3),:);
% Fin método uno
% Método dos (Mínimos cuadrados con condición de mínima aceleración
en la detención)
macel=abs(Inter3(:,5));
macel=find(macel==min(macel));
Interdef2=Inter;
jjj=size(Interdef2,1);
Interdef4=Interdef2;
Interdef2(jjj+1,:)=Inter3(1,:);
Interdef2(jjj+2,:)=Inter3(macel,:);

% Método tres (Resolviendo dos sistemas de 2x2)
AAA=[(Inter3(1,2)/Inter(1,2))^2 1; (Inter3(macel,2)/Inter(1,2))^2 1];
Interdef33(1,:)=Inter3(1,:);
Interdef33(2,:)=Inter3(macel,:);
jjj=size(Interdef33,1);
for cont1=1:jjj
    clear f amp x10 p1 j1 tt x11 t11 pull k desf1
    const=1;
    nper=0;
    qq=Interdef33(cont1,4);
    ii=aa(qq);
    ff=aa(qq+const);
    [f,amp]=tdfp(t1(ii:ff),xx11(ii:ff));
    j1=find(amp==max(amp));
    x12=xx11(ii:ff);
    pull(1:ff-ii+1)=pulso(ii:ff);
    p1=find(pull==max(pull));
    tt=t1(1:ff-ii+1);
    for k=2:length(p1)
        x11=ajsen(tt((p1(k-1)):p1(k)),x12((p1(k-1)):p1(k)),nper);
        t11=tt((p1(k-1)):p1(k))-tt(p1(k-1));
        xmax=find(x11==max(x11));
        desf11=t11(xmax);
        desf1(k-1)=desf11*f(j1)*360;
    end
    B(cont1,1)=amp(j1);
    B(cont1,2)=mean(desf1);
    B(cont1,3)=f(j1);
end
jjj=size(B,1);
for i=1:jjj
    Bx(i)=B(i,1)*cos(B(i,2)*pi/180);
    By(i)=B(i,1)*sin(B(i,2)*pi/180);
end

```

```

solix=AAA\Bx';
soliy=AAA\By';
solinter=sqrt(solix.^2+soliy.^2);
phiinter=angle(solix+soliy*1i)*180/pi;

clear A ind deter condi
cont4=1;
combi=combnk(Inter(:,3),2);
jjj4=size(combi,1);
for cont1=1:jjj4
    A(1,:)=[((combi(cont1,1)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,combi(cont1,1))/polyval(pol,Inter(1,3))];
    A(2,:)=[((combi(cont1,2)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,combi(cont1,2))/polyval(pol,Inter(1,3))];
    deter(cont1)=det(A);
    condi(cont1)=cond(A);
end
mincond=find(condi==min(condi));
mincond=find(deter==max(deter));
% Asumir mas de una solución anterior
mcc=1;
vax=combi(mincond(mcc),:);
Interdef3(1,:)=Inter(find(Inter(:,3)==vax(1)),:);
Interdef3(2,:)=Inter(find(Inter(:,3)==vax(2)),:);

clear A ind deter condi ind
A=[1 1 1 1];
A(4,:)=[(Inter3(macel,2)/Inter(1,2))^2 0 0 1];
jjj=size(Inter,1);
cont4=1;
for cont1=2:jjj
    A(2,:)=[(Inter(cont1,2)/Inter(1,2))^2
((Inter(cont1,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Inter(cont1,3))/polyval(pol,Inter(1,3)) 1];
    for cont2=1:jjj
        A(3,:)=[(Inter(cont2,2)/Inter(1,2))^2
((Inter(cont2,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Inter(cont2,3))/polyval(pol,Inter(1,3)) 1];
        ind(cont4,1)=cont1;
        ind(cont4,2)=cont2;
        deter(cont4)=det(A);
        condi(cont4)=cond(A);
        cont4=cont4+1;
    end
end
mincond=find(condi==min(condi));
mincond=find(deter==max(deter));
% Asumir mas de una solución anterior

```

```

mcc=1;
Interdef5(1,:)=Inter(1,:);
Interdef5(2,:)=Inter(ind(mincond(mcc),1),:);
Interdef5(3,:)=Inter4(ind(mincond(mcc),2),:);
Interdef5(4,:)=Inter3(macel,:);

%% 6.- Construcción del vector b_1 y b_2 (Ax=b)
nper=5;
nper2=5;
clear B Bx By AAA
jjj=size(Interdef,1);
for cont1=1:jjj
    clear f amp x10 p1 j1 tt x11 t11 pull1 k desf1 j11 f123 amp123
    if Interdef(cont1,3)==0
        const=1;
        qq=Interdef(cont1,4);
        nper=0;
    else
        qq=Interdef(cont1,4)+5;
        const=1000;
    end
    ii=aa(qq);
    ff=aa(qq+const);
    [f,amp]=tdfp(t1(ii:ff),xx11(ii:ff));
    j1=find(amp==max(amp));
    x12=xx11(ii:ff);
    pull1(1:ff-ii+1)=pulso(ii:ff);
    p1=find(pull1==max(pull1));
    tt=t1(1:ff-ii+1);
    for k=2:length(p1)-nper
        x11=ajsen(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-1)):p1(k+nper)),nper);
        t11=tt((p1(k-1)):p1(k))-tt(p1(k-1));
        [f123,amp123]=tdfp(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-1)):p1(k+nper)));
        j10=find(amp123==max(amp123));
        j11(k-1)=amp123(j10);
        x11=x11(1:length(t11));
        xmax=find(x11==max(x11));
        desf11=t11(xmax);
        desf1(k-1)=desf11*f123(j10)*360;
    end
    if Interdef(cont1,3)==0
        B(cont1,1)=amp(j1);
        B(cont1,2)=mean_angle((desf1));
        % B(cont1,2)=mean(mode(desf1));
        B(cont1,3)=f(j1);
    else
        clear stdamp stddesf

```

```

        for cont2=1:length(desf1)-10
stdamp(cont2)=std(j11(cont2:cont2+10))/mean(j11(cont2:cont2+10));
stddesf(cont2)=std(desf1(cont2:cont2+10))/mean(desf1(cont2:cont2+10))
;
        end
        desfind1=mean(stddesf);
        desfind2=mean(stdamp);
        if desfind1 > desfind2
            desfind=find(stddesf==min(stddesf));
        else
            desfind=find(stdamp==min(stdamp));
        end
        B(cont1,1)=mean(j11(desfind:desfind+10));
        B(cont1,2)=mean_angle((desf1(desfind:desfind+10)));
        B(cont1,3)=f(j1);
    end
    nper=nper2;
end

jjj=size(Interdef2,1);
for cont1=1:jjj
    clear f amp x10 p1 j1 tt x11 t11 pull k desf1 j11 f123 amp123
    if Interdef2(cont1,3)==0
        const=1;
        qq=Interdef2(cont1,4);
        nper=0;
    else
        qq=Interdef2(cont1,4)+5;
        const=1000;
    end
    ii=aa(qq);
    ff=aa(qq+const);
    [f,amp]=tdfp(t1(ii:ff),xx11(ii:ff));
    j1=find(amp==max(amp));
    x12=xx11(ii:ff);
    pull(1:ff-ii+1)=pulso(ii:ff);
    p1=find(pull1==max(pull1));
    tt=t1(1:ff-ii+1);
    for k=2:length(p1)-nper
        x11=ajsen(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-1)):p1(k+nper)),nper);
        t11=tt((p1(k-1)):p1(k))-tt(p1(k-1));
        [f123,amp123]=tdfp(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-1)):p1(k+nper)));
        j10=find(amp123==max(amp123));
        j11(k-1)=amp123(j10);
    end
end

```



```

        x11=x11(1:length(t11));
        xmax=find(x11==max(x11));
        desf11=t11(xmax);
        desf1(k-1)=desf11*f123(j10)*360;
    end
    if Interdef2(cont1,3)==0
        B2(cont1,1)=amp(j1);
        B2(cont1,2)=mean_angle((desf1));
        % B(cont1,2)=mean(mode(desf1));
        B2(cont1,3)=f(j1);
    else
        clear stdamp stddesf
        for cont2=1:length(desf1)-10
            stdamp(cont2)=std(j11(cont2:cont2+10))/mean(j11(cont2:cont2+10));
            stddesf(cont2)=std(desf1(cont2:cont2+10))/mean(desf1(cont2:cont2+10));
        ;
        end
        desfind1=mean(stddesf);
        desfind2=mean(stdamp);
        if desfind1 > desfind2
            desfind=find(stddesf==min(stddesf));
        else
            desfind=find(stdamp==min(stdamp));
        end
        B2(cont1,1)=mean(j11(desfind:desfind+10));
        B2(cont1,2)=mean_angle((desf1(desfind:desfind+10)));
        B2(cont1,3)=f(j1);
    end
    nper=nper2;
end

jjj=size(Interdef3,1);
for cont1=1:jjj
    clear f amp x10 p1 j1 tt x11 t11 pull k desf1 j11 f123 amp123
    if Interdef3(cont1,3)==0
        const=1;
        qq=Interdef3(cont1,4);
        nper=0;
    else
        qq=Interdef3(cont1,4)+5;
        const=1000;
    end
    ii=aa(qq);
    ff=aa(qq+const);
    [f,amp]=tdfp(t1(ii:ff),xx11(ii:ff));
    j1=find(amp==max(amp));
    x12=xx11(ii:ff);

```

```

pull1(1:ff-ii+1)=pulso(ii:ff);
p1=find(pull1==max(pull1));
tt=t1(1:ff-ii+1);
for k=2:length(p1)-nper
    x11=ajsen(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-
1)):p1(k+nper)),nper);
    t11=tt((p1(k-1)):p1(k))-tt(p1(k-1));
    [f123,amp123]=tdfp(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-
1)):p1(k+nper)));
    j10=find(amp123==max(amp123));
    j11(k-1)=amp123(j10);
    %   j98=j10-1;
    %   j102=j10+1;
    x11=x11(1:length(t11));
    xmax=find(x11==max(x11));
    desf11=t11(xmax);
    desf1(k-1)=desf11*f123(j10)*360;
end
if Interdef3(cont1,3)==0
    B3(cont1,1)=amp(j1);
    B3(cont1,2)=mean_angle((desf1));
    %   B(cont1,2)=mean(mode(desf1));
    B3(cont1,3)=f(j1);
else
    clear stdamp stddesf
    for cont2=1:length(desf1)-10
stdamp(cont2)=std(j11(cont2:cont2+10))/mean(j11(cont2:cont2+10));

stddesf(cont2)=std(desf1(cont2:cont2+10))/mean(desf1(cont2:cont2+10))
;
        end
        desfind1=mean(stddesf);
        desfind2=mean(stdamp);
        if desfind1 > desfind2
            desfind=find(stddesf==min(stddesf));
        else
            desfind=find(stdamp==min(stdamp));
        end
        B3(cont1,1)=mean(j11(desfind:desfind+10));
        B3(cont1,2)=mean_angle((desf1(desfind:desfind+10)));
        B3(cont1,3)=f(j1);
    end
    nper=nper2;
end

jjj=size(Interdef5,1);
for cont1=1:jjj
    clear f amp x10 p1 j1 tt x11 t11 pull1 k desf1 j11 f123 amp123

```

```

if Interdef5(cont1,3)==0
    const=1;
    qq=Interdef5(cont1,4);
    nper=0;
else
    qq=Interdef5(cont1,4)+5;
    const=1000;
end
ii=aa(qq);
ff=aa(qq+const);
[f,amp]=tdfp(t1(ii:ff),xx11(ii:ff));
j1=find(amp==max(amp));
x12=xx11(ii:ff);
pull(1:ff-ii+1)=pulso(ii:ff);
p1=find(pull==max(pull));
tt=t1(1:ff-ii+1);
for k=2:length(p1)-nper
    x11=ajsen(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-1)):p1(k+nper)),nper);
    t11=tt((p1(k-1)):p1(k))-tt(p1(k-1));
    [f123,amp123]=tdfp(tt((p1(k-1)):p1(k+nper)),x12((p1(k-1)):p1(k+nper)));
    j10=find(amp123==max(amp123));
    j11(k-1)=amp123(j10);
    %    j98=j10-1;
    %    j102=j10+1;
    x11=x11(1:length(t11));
    xmax=find(x11==max(x11));
    desf11=t11(xmax);
    desf1(k-1)=desf11*f123(j10)*360;
end
if Interdef5(cont1,3)==0
    B5(cont1,1)=amp(j1);
    B5(cont1,2)=mean_angle(desf1);
    %    B(cont1,2)=mean(mode(desf1));
    B5(cont1,3)=f(j1);
else
    clear stdamp stddesf
    for cont2=1:length(desf1)-10
stdamp(cont2)=std(j11(cont2:cont2+10))/mean(j11(cont2:cont2+10));
stddesf(cont2)=std(desf1(cont2:cont2+10))/mean(desf1(cont2:cont2+10));
;
        end
        desfind1=mean(stddesf);
        desfind2=mean(stdamp);
        if desfind1 > desfind2
            desfind=find(stddesf==min(stddesf));

```

```

else
    desfind=find(stdamp==min(stdamp));
end
B5(cont1,1)=mean(j11(desfind:desfind+10));
B5(cont1,2)=mean_angle((desf1(desfind:desfind+10)));
B5(cont1,3)=f(j1);
end
nper=nper2;
end

%% Construcción matriz y solución del sistema
clear A bx by
A(1,:)=[1 1 1 1];
A(2,:)=[(Interdef(2,2)/Interdef(1,2))^2
((Interdef(2,3)*1e6/13600)/(Interdef(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef(2,3))/polyval(pol,Interdef(1,3)) 1];
A(3,:)=[(Interdef(3,2)/Interdef(1,2))^2
((Interdef(3,3)*1e6/13600)/(Interdef(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef(3,3))/polyval(pol,Interdef(1,3)) 1];
A(4,:)=[(Interdef(4,2)/Interdef(1,2))^2
((Interdef(4,3)*1e6/13600)/(Interdef(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef(4,3))/polyval(pol,Interdef(1,3)) 1];
bx=[B(1,1)*cos(B(1,2)*pi/180) B(2,1)*cos(B(2,2)*pi/180)
B(3,1)*cos(B(3,2)*pi/180) B(4,1)*cos(B(4,2)*pi/180)]';
by=[B(1,1)*sin(B(1,2)*pi/180) B(2,1)*sin(B(2,2)*pi/180)
B(3,1)*sin(B(3,2)*pi/180) B(4,1)*sin(B(4,2)*pi/180)]';
solx=A\bx;
soly=A\by;
solfinal=sqrt(solx.^2+soly.^2);
phidef=angle(solx+soly*1i)*180/pi;

jjj=size(Interdef2,1);
clear A bx by
for i=1:jjj
    A(i,:)=[(Interdef2(i,2)/Interdef2(1,2))^2
((Interdef2(i,3)*1e6/13600)/(Interdef2(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef2(i,3))/polyval(pol,Interdef2(1,3)) 1];
end
bx=cos(B2(:,2)*pi/180).*B2(:,1);
by=sin(B2(:,2)*pi/180).*B2(:,1);
solx2=A\bx;
soly2=A\by;
solfinal2=sqrt(solx2.^2+soly2.^2);
phidef2=angle(solx2+soly2*1i)*180/pi;
% phidef2=atan(soly2./solx2)*180/pi;

clear A bx by
bx=[B3(1,1)*cos(B3(1,2)*pi/180)-solinter(1)*cos(phiinter(1)*pi/180)-
solinter(2)*cos(phiinter(2)*pi/180) B3(2,1)*cos(B3(2,2)*pi/180)-

```

```

solinter(1)*cos(phiinter(1)*pi/180)-
solinter(2)*cos(phiinter(2)*pi/180)]];
by=[B3(1,1)*sin(B3(1,2)*pi/180)-solinter(1)*sin(phiinter(1)*pi/180)-
solinter(2)*sin(phiinter(2)*pi/180) B3(2,1)*sin(B3(2,2)*pi/180)-
solinter(1)*sin(phiinter(1)*pi/180)-
solinter(2)*sin(phiinter(2)*pi/180)]];
A(1,:)=[((Interdef3(1,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef3(1,3))/polyval(pol,Inter(1,3))];
A(2,:)=[((Interdef3(2,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef3(2,3))/polyval(pol,Inter(1,3))];
solx3=A\bx;
soly3=A\by;
solfinal33=sqrt(solx3.^2+soly3.^2);
phidef33=angle(solx3+soly3*1i)*180/pi;
solfinal3=[solinter(1) solfinal33' solinter(2)]';
phidef3=[phiinter(1) phidef33' phiinter(2)]';

jjj=size(Interdef4,1);
clear A bx by
B4=B2(1:jjj,:);
for i=1:jjj
    A(i,:)=[((Interdef4(i,3)*1e6/13600)/(Interdef4(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef4(i,3))/polyval(pol,Interdef4(1,3))];
    bx(i)=B4(i,1)*cos(B4(i,2)*pi/180)-
solinter(1)*cos(phiinter(1)*pi/180)-
solinter(2)*cos(phiinter(2)*pi/180);
    by(i)=B4(i,1)*sin(B4(i,2)*pi/180)-
solinter(1)*sin(phiinter(1)*pi/180)-
solinter(2)*sin(phiinter(2)*pi/180);
end
bx=bx';
by=by';
solx4=A\bx;
soly4=A\by;
solfinal44=sqrt(solx4.^2+soly4.^2);
phidef44=angle(solx4+soly4*1i)*180/pi;
solfinal4=[solinter(1) solfinal44' solinter(2)]';
phidef4=[phiinter(1) phidef44' phiinter(2)]';

clear A bx by
A(1,:)=[1 1 1 1];
A(2,:)=[(Interdef5(2,2)/Interdef5(1,2))^2
((Interdef5(2,3)*1e6/13600)/(Interdef5(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef5(2,3))/polyval(pol,Interdef5(1,3)) 1];
A(3,:)=[(Interdef5(3,2)/Interdef5(1,2))^2
((Interdef5(3,3)*1e6/13600)/(Interdef5(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef5(3,3))/polyval(pol,Interdef5(1,3)) 1];
A(4,:)=[(Interdef5(4,2)/Interdef5(1,2))^2

```

```

((Interdef5(4,3)*1e6/13600)/(Interdef5(1,3)*1e6/13600))^2
polyval(pol,Interdef5(4,3))/polyval(pol,Interdef5(1,3)) 1];
bx=[B5(1,1)*cos(B5(1,2)*pi/180) B5(2,1)*cos(B5(2,2)*pi/180)
B5(3,1)*cos(B5(3,2)*pi/180) B5(4,1)*cos(B5(4,2)*pi/180)]';
by=[B5(1,1)*sin(B5(1,2)*pi/180) B5(2,1)*sin(B5(2,2)*pi/180)
B5(3,1)*sin(B5(3,2)*pi/180) B5(4,1)*sin(B5(4,2)*pi/180)]';
solx5=A\bx;
soly5=A\by;
solfinal5=sqrt(solx5.^2+soly5.^2);
phidef5=angle(solx5+soly5*1i)*180/pi;
%% Cálculo del error
jjj=size(Inter,1);
for i=1:jjj

ampc1(i,1)=solfinal(1)*cos(phidef(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2))^2+solfinal(2)*cos(phidef(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal(3)*cos(phidef(3)*pi/180)*polyval(pol,Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal(4)*cos(phidef(4)*pi/180);

ampc1(i,2)=solfinal(1)*sin(phidef(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2))^2+solfinal(2)*sin(phidef(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal(3)*sin(phidef(3)*pi/180)*polyval(pol,Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal(4)*sin(phidef(4)*pi/180);
    ampc1(i,3)=sqrt(ampc1(i,1)^2+ampc1(i,2)^2);
    ampc1(i,4)=B4(i,1)*cos(B4(i,2)*pi/180);
    ampc1(i,5)=B4(i,1)*sin(B4(i,2)*pi/180);
    ampc1(i,6)=B4(i,1);
    ampc1(i,7)=(ampc1(i,4)-ampc1(i,1))/ampc1(i,4)*100;
    ampc1(i,8)=(ampc1(i,5)-ampc1(i,2))/ampc1(i,5)*100;

ampc2(i,1)=solfinal2(1)*cos(phidef2(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2))^2+solfinal2(2)*cos(phidef2(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal2(3)*cos(phidef2(3)*pi/180)*polyval(pol,Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal2(4)*cos(phidef2(4)*pi/180);

ampc2(i,2)=solfinal2(1)*sin(phidef2(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2))^2+solfinal2(2)*sin(phidef2(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal2(3)*sin(phidef2(3)*pi/180)*polyval(pol,Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal2(4)*sin(phidef2(4)*pi/180);
    ampc2(i,3)=sqrt(ampc2(i,1)^2+ampc2(i,2)^2);
    ampc2(i,4)=B4(i,1)*cos(B4(i,2)*pi/180);
    ampc2(i,5)=B4(i,1)*sin(B4(i,2)*pi/180);
    ampc2(i,6)=B4(i,1);
    ampc2(i,7)=(ampc2(i,4)-ampc2(i,1))/ampc2(i,4)*100;
    ampc2(i,8)=(ampc2(i,5)-ampc2(i,2))/ampc2(i,5)*100;

```

```

ampc3(i,1)=solfinal3(1)*cos(phidef3(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2)
)^2+solfinal3(2)*cos(phidef3(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter
(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal3(3)*cos(phidef3(3)*pi/180)*polyval(pol,
Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal3(4)*cos(phidef3(4)*pi/18
0);

```

```

ampc3(i,2)=solfinal3(1)*sin(phidef3(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2)
)^2+solfinal3(2)*sin(phidef3(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter
(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal3(3)*sin(phidef3(3)*pi/180)*polyval(pol,
Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal3(4)*sin(phidef3(4)*pi/18
0);

```

```

ampc3(i,3)=sqrt(ampc3(i,1)^2+ampc3(i,2)^2);
ampc3(i,4)=B4(i,1)*cos(B4(i,2)*pi/180);
ampc3(i,5)=B4(i,1)*sin(B4(i,2)*pi/180);
ampc3(i,6)=B4(i,1);
ampc3(i,7)=(ampc3(i,4)-ampc3(i,1))/ampc3(i,4)*100;
ampc3(i,8)=(ampc3(i,5)-ampc3(i,2))/ampc3(i,5)*100;

```

```

ampc4(i,1)=solfinal4(1)*cos(phidef4(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2)
)^2+solfinal4(2)*cos(phidef4(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter
(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal4(3)*cos(phidef4(3)*pi/180)*polyval(pol,
Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal4(4)*cos(phidef4(4)*pi/18
0);

```

```

ampc4(i,2)=solfinal4(1)*sin(phidef4(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2)
)^2+solfinal4(2)*sin(phidef4(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter
(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal4(3)*sin(phidef4(3)*pi/180)*polyval(pol,
Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal4(4)*sin(phidef4(4)*pi/18
0);

```

```

ampc4(i,3)=sqrt(ampc4(i,1)^2+ampc4(i,2)^2);
ampc4(i,4)=B4(i,1)*cos(B4(i,2)*pi/180);
ampc4(i,5)=B4(i,1)*sin(B4(i,2)*pi/180);
ampc4(i,6)=B4(i,1);
ampc4(i,7)=(ampc4(i,4)-ampc4(i,1))/ampc4(i,4)*100;
ampc4(i,8)=(ampc4(i,5)-ampc4(i,2))/ampc4(i,5)*100;

```

```

ampc5(i,1)=solfinal5(1)*cos(phidef5(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2)
)^2+solfinal5(2)*cos(phidef5(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter
(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal5(3)*cos(phidef5(3)*pi/180)*polyval(pol,
Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal5(4)*cos(phidef5(4)*pi/18
0);

```

```

ampc5(i,2)=solfinal5(1)*sin(phidef5(1)*pi/180)*(Inter(i,2)/Inter(1,2)
)^2+solfinal5(2)*sin(phidef5(2)*pi/180)*((Inter(i,3)*1e6/13600)/(Inter
(1,3)*1e6/13600))^2+solfinal5(3)*sin(phidef5(3)*pi/180)*polyval(pol,
Inter(i,3))/polyval(pol,Inter(1,3))+solfinal5(4)*sin(phidef5(4)*pi/18
0);

```

```

0);
    ampc5(i,3)=sqrt(ampc5(i,1)^2+ampc5(i,2)^2);
    ampc5(i,4)=B4(i,1)*cos(B4(i,2)*pi/180);
    ampc5(i,5)=B4(i,1)*sin(B4(i,2)*pi/180);
    ampc5(i,6)=B4(i,1);
    ampc5(i,7)=(ampc5(i,4)-ampc5(i,1))/ampc5(i,4)*100;
    ampc5(i,8)=(ampc5(i,5)-ampc5(i,2))/ampc5(i,5)*100;
end
eee(1)=norm([ampc1(:,7)' ampc1(:,8)'])/sqrt(length([ampc1(:,7)'
ampc1(:,8)']));
eee(2)=norm([ampc2(:,7)' ampc2(:,8)'])/sqrt(length([ampc2(:,7)'
ampc2(:,8)']));
eee(3)=norm([ampc3(:,7)' ampc3(:,8)'])/sqrt(length([ampc3(:,7)'
ampc3(:,8)']));
eee(4)=norm([ampc4(:,7)' ampc4(:,8)'])/sqrt(length([ampc4(:,7)'
ampc4(:,8)']));
eee(5)=norm([ampc5(:,7)' ampc5(:,8)'])/sqrt(length([ampc5(:,7)'
ampc5(:,8)']));

solfinal1=solfinal;
phidef1=phidef;
eefinal=find(eee==min(eee));
switch eefinal
    case 1
        solfinal=solfinal1;
        phidef=phidef1;
    case 2
        solfinal=solfinal2;
        phidef=phidef2;
    case 3
        solfinal=solfinal3;
        phidef=phidef3;
    case 4
        solfinal=solfinal4;
        phidef=phidef4;
    case 5
        solfinal=solfinal5;
        phidef=phidef5;
end
%% Cálculo de K
K=[solfinal(1)/(Inter(1,2)/60*2*pi)^2
solfinal(2)/(Inter(1,3)*10^6/13600)^2
solfinal(3)/polyval(pol,Inter(1,3)) solfinal(4)];
%% Imprimir
clc
fprintf(1,'|-----|
---|\n')
fprintf(1,'| Condición | Constante | Amplitud |
Desfase |\n')

```



```

fprintf(1, '|-----|
---|\n')
fprintf(1, '| Desb. Mecánico      | %11.3d | %9.5f | %8.2f°
|\n',K(1)*1000,solfinal(1),phidef(1))
fprintf(1, '| Desb. Magnético      | %11.3d | %9.5f | %8.2f°
|\n',K(2)*1000,solfinal(2),phidef(2))
fprintf(1, '| Desb. Hidráulico      | %11.3d | %9.5f | %8.2f°
|\n',K(3)*1000,solfinal(3),phidef(3))
fprintf(1, '| Runout                | %11.3d | %9.5f | %8.2f°
|\n',K(4)*1000,solfinal(4),phidef(4))
fprintf(1, '|-----|
---|\n')
fprintf(1, '| Error Estimado          | %8.2f%
|\n', min(eee))
fprintf(1, '|-----|
---|\n')

```

A.2. Código FFT utilizado en el algoritmo.

```

function [f,amp] = tdfp(t,x)
N=length(t);
dt=t(2)-t(1);
tfx=fft(x)/N;
tfx(2:N)=2*tfx(2:N);
tfx=tfx(1:(N/2));
amp= abs(tfx);
T=N*dt;
f=(0:N/2-1)'/T;
end

```



A.3. Código FFT con desfase utilizado en el algoritmo.

```

function [f,amp,desf] = fftcd(t,x)
Y=fft(x);
L=length(x);
dt=t(2)-t(1);
Fs=1/dt;
P2 = Y/L;
P1 = P2(1:L/2+1);
phi=angle(P1)*180/pi+90;
P1=abs(P1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
amp=P1;
P11=phi(1:L/2+1);
% P11(2:end-1)=2*P11(2:end-1)+90;
desf=P11;
f = Fs*(0:(L/2))/L;
end

```

A.4. Código de función ajuste sinusoidal.

```

function [y] = ajsen(t,x,nper)
[f,amp,desf] = fftcd(t,x);
j1=find(amp==max(amp));
if nper==0
    j98=j1-1;
    j102=j1+1;
else
    j98=j1-4;
    j102=j1+4;
end
y=0;
tt=t-t(1);
for k=j98:j102
    y=y+amp(k)*sin(desf(k)*pi/180+tt*f(k)*2*pi);
end
end

```

A.5. Código de función promedio de ángulos.

```

function u = mean_angle(phi)
    u = angle(mean(exp(i*pi*phi/180)))*180/pi;
end

```

