



Universidad de Concepción

Dirección de Postgrado

Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

**Estimación de la migración de votantes y ubicación de  
coaliciones políticas usando máxima entropía generalizada  
Evidencia en Chile (2001-2013)**

Tesis para optar al grado de Magíster en Economía de Recursos Naturales y del  
Medio Ambiente

RICARDO ANDRÉS TRONCOSO SEPÚLVEDA

CONCEPCIÓN-CHILE

2016

Profesor Guía: Claudio Parés Bengoechea

Dpto. de Economía, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

Universidad de Concepción

## TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE GRÁFICAS .....	iii
LISTA DE TABLAS .....	iii
RESUMEN .....	1
ABSTRACT .....	1
CAPÍTULO 1.....	2
INTRODUCCIÓN .....	2
1.1.    Objetivos de la investigación .....	4
CAPÍTULO 2.....	5
SISTEMA Y CONTEXTO ELECTORAL.....	5
2.1.    Sistema electoral chileno: Elecciones parlamentarias .....	5
2.2.    Elecciones de Diputados en Chile .....	6
2.2.1.    Participación electoral .....	6
2.2.2.    Resultados electorales.....	7
CAPÍTULO 3.....	10
INFORMACIÓN, ENTROPÍA Y ESTIMACIÓN POR MÁXIMA ENTROPÍA GENERALIZADA (GME) .....	10
3.1.    Información y Entropía.....	10
3.2.    Métrica de Información y Función de Entropía de Shannon .....	11
3.3.    Máxima entropía generalizada (GME) .....	13
3.4.    Modelo Empírico.....	17
CAPÍTULO 4.....	21
RESULTADOS .....	21
4.1.    Datos.....	21
4.2.    Resultados de estimación .....	21
4.2.1.    Probabilidades de transición y migración de votantes .....	22
4.2.2.    Distancia entre coaliciones políticas .....	28
4.2.3.    Ubicación coaliciones políticas.....	29
CAPÍTULO 5.....	32
COMENTARIOS FINALES .....	32
REFERENCIAS .....	33

## LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica 2.1. Tasas de participación. Elecciones de diputados 2001-2013 .....	6
Gráfica 4.1. Ubicación partidos políticos, basada en transición de votos 2001-2005....	30
Gráfica 4.2. Ubicación partidos políticos, basada en transición de votos 2005-2009....	30
Gráfica 4.3. Ubicación partidos políticos, basada en transición de votos 2009-2013....	31

## LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Resultados elecciones de diputados 2001-2013 .....	8
Tabla 2.2. Porcentajes de votación y escaños coaliciones políticas 2001-2013 .....	8
Tabla 4.1. Matriz de transiciones. Elecciones diputados 2001/2005 .....	22
Tabla 4.2. Migración de votos estimada. Elecciones diputados 2001/2005 .....	24
Tabla 4.3. Matriz de transiciones. Elecciones diputados 2005/2009 .....	25
Tabla 4.4. Migración de votos estimada. Elecciones Diputados 2005/2009 .....	26
Tabla 4.5. Matriz de transiciones. Elecciones de diputados 2009/2013.....	27
Tabla 4.6. Migración de votos estimada. Elecciones diputados 2009/2013 .....	27
Tabla 4.7. Matriz de distancias 2001/2005 .....	28
Tabla 4.8. Matriz de distancias 2005/2009 .....	28
Tabla 4.9. Matriz de distancias 2009/2013 .....	29

## RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es estimar los patrones de migración de votantes y la ubicación de coaliciones, en un espacio político bidimensional, en el marco de las elecciones parlamentarias en Chile, periodo 2001-2013. Para tal propósito, se utiliza el método de máxima entropía generalizada, que basado en el principio de máxima entropía, permite estimar patrones de migración desde datos electorales agregados. Los resultados muestran altas tasas volatilidad de votantes en las coaliciones, dejan en evidencia el rol de los “no votantes” y señalan cierta coherencia en la ubicación de las coaliciones políticas de un período electoral a otro.

**Palabras clave:** Patrones de migración de votantes, ubicación de coaliciones, elecciones de diputados, máxima entropía generalizada.

## ABSTRACT

The aim of this paper is to estimate voter migration patterns and the coalitions location in a two-dimensional policy space, within the framework of the parliamentary elections in Chile, 2001-2013 period. For this purpose, we use the method of generalized maximum entropy (based on the principle of maximum entropy) to estimate voter migration patterns from aggregates election data. The results show high rates of voter volatility, the role of "non-voting" and indicate some consistency in the coalitions location from an election period to another.

**Keywords:** Voter migration patterns, coalitions location, parliamentary elections, generalized maximum entropy.

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUCCIÓN**

Cuando se comparan los resultados de la votación popular entre dos elecciones consecutivas, se obtiene una imagen bastante incompleta de la dinámica electoral que subyace. Los resultados de votación agregados, sólo muestran las ganancias y pérdidas netas de los partidos políticos; el grado en que los votantes cambian sus preferencias desde una elección a otra es difícil de captar en forma empírica. Los cambios en las preferencias pueden ser capturados a través de encuestas electorales o aplicando técnicas econométricas a partir de datos electorales agregados. El propósito de este trabajo, es demostrar la utilidad de nuevas técnicas econométricas para estimar y analizar la migración de votantes y la ubicación política de coaliciones (partidos). Para ello, se utilizan los datos de cuatro elecciones de diputados recientes en Chile, para responder a una serie de preguntas acerca de la dinámica electoral.

¿Cuáles son los tipos de preguntas que pueden ser respondidas si se conocen los patrones de migración de votantes? Las coaliciones políticas (y el público interesado) podrían apreciar la composición de las ganancias netas (o pérdidas) observadas en una elección respecto de otra. Comúnmente, tales descomposiciones sólo están disponibles a nivel geográfico, es decir, las ganancias (o pérdidas) netas de las coaliciones en los distritos, regiones o comunas. En otras palabras, conocer ¿Cómo el flujo de votantes se desagrega en los cambios de preferencias entre coaliciones y transiciones entre votantes y no votantes?, ¿Qué coaliciones atraen la mayoría de los nuevos votantes?, ¿Qué coaliciones presentan mayor fidelidad electoral de votantes?, ¿Entre qué coaliciones existe mayor distancia, es decir, entre cuáles el flujo de votantes es menor?, ¿Cómo ha cambiado la ubicación de las coaliciones en un espacio político bidimensional? La estimación de la migración de votantes y distancia entre partidos, puede también dar señales a historiadores y científicos políticos sobre los patrones de conducta de los votantes o la dinámica electoral en el tiempo.

El análisis estadístico de la migración de votantes es un problema de inferencia ecológica. Schuessler (1999) lo define como el proceso de usar datos agregados para sacar conclusiones sobre el comportamiento a nivel individual cuando no se dispone de datos a ese nivel. Cuando los patrones de migración de votantes no son medidos directamente (por ejemplo, a través de encuestas de salida) o cuando las mediciones existentes son de mala calidad, la migración de votantes puede ser inferida a partir de datos electorales agregados usando métodos estadísticos apropiados. En tal contexto, una alternativa es utilizar estimadores convencionales basados en ecuaciones logit o probit, pero que presentan problemas como la necesidad de elegir un partido de referencia y establecer supuestos específicos sobre la distribución. Otro método, es el programa estadístico para inferencia ecológica propuesto por King (2004). Sin embargo, el método de King no trabaja bien los problemas de probabilidades de transición de

votantes (Park, 2004). Una tercera alternativa, menos masificada, es utilizar métodos de programación cuadrática como el usado por McCarthy & Ryan (1977), pero tienden a subestimar los elementos fuera de la diagonal principal de la matriz de probabilidades de transición, según lo descrito en Upton (1978).

El método analítico propuesto en este trabajo es conocido como máxima entropía generalizada (GME, por sus siglas en inglés). Comparado con otros estimadores, el criterio de máxima entropía deja más espacio para todo lo que se desconoce. Esto implica, que la estimación de los patrones de migración debe dejar el mayor espacio para que los votantes se muevan entre las elecciones<sup>1</sup>. Además, GME ofrece un número considerable de propiedades estadísticas deseables (ver Mittelhammer, Scott & Marsh, 2013). El principio de máxima entropía (ME), constituye el punto de partida para la estimación por GME y se basa en la búsqueda de probabilidades que maximizan una función de entropía sujeto a condiciones de momento, restricciones de probabilidad acumulada y restricciones de adición sobre la variable aleatoria. El método, se caracteriza por su robustez y por su capacidad de ajustarse a modelos sobre parametrizados como los relacionados con problemas de inferencia ecológica. Sin embargo, y a pesar de sus virtudes, GME no ha sido ampliamente utilizado para analizar patrones de migración en votantes, debido principalmente a lo reciente del método. Johnston & Hay (1983) fueron los primeros en usar máxima entropía para estimar probabilidades de transición de votantes en el contexto de las elecciones de Reino Unido. En su trabajo, utilizaron datos de encuestas nacionales, además de resultados electorales, para restringir el problema de estimación y a pesar de ello, no mejoraron las fronteras del error. Antweiler (2007) estimó la migración de votantes en Canadá utilizando GME para las elecciones de la asamblea legislativa en British Columbia periodos 1996, 2001 y 2005, y para las elecciones federales 2000, 2004 y 2006. Con su trabajo, demostró la creciente volatilidad de votantes, cuando y donde se produce la erosión en el apoyo de los ciudadanos a los partidos, cómo se distribuye las ganancias o pérdidas entre partidos, el grado de fidelidad de los electores y la importancia de la transición entre votantes y no votantes. Una aplicación reciente, es el trabajo de Odendahl (2012) quien estimó las probabilidades de transición de votantes y la ubicación de partidos en un espacio político bidimensional para las elecciones parlamentarias del estado de Baviera periodos 1998, 2003 y 2008. Determinó que los patrones de transición difieren en los periodos electorales y utilizando la matriz de transiciones, calculó la ubicación y distancia entre partidos políticos.

La idea de usar las transiciones de votantes para inferir la ubicación (posición) de partidos o coaliciones políticas ha sido aplicada por autores como Schadee (1988) y De Rooij (2008). La ventaja de este procedimiento, radica en que la ubicación de los partidos (coaliciones) no está basada en factores subjetivos como las opiniones o puntos de vista de expertos, las intenciones o anuncios de los partidos y tampoco, en las percepciones de los votantes, sino que en el comportamiento actual de éstos últimos. En este sentido,

---

<sup>1</sup> Para mayor detalle, ver Johnston y Pattie (2000).

el principal problema es la estimación de las transiciones de votantes cuando los datos de encuestas electorales no están disponibles o no son de buena calidad, haciendo necesaria su estimación mediante técnicas estadísticas como GME. En este trabajo, para inferir la ubicación de partidos se estimó una medida de distancia entre las coaliciones políticas por medio del odd- ratio, el que se define como una medida del grado de asociación entre grupos, intuitivamente similar al coeficiente de correlación<sup>2</sup>.

Los resultados de este estudio muestran que es posible estimar la migración de votantes en Chile a partir de datos electorales agregados, cuando no se dispone de encuestas electorales de calidad o cuando las disponibles, no entregan la información suficiente para inferir patrones de migración de votantes, especialmente si se trabaja con un nivel que haga comparable los clúster geográficos, como el nivel municipal. Además, usando las transiciones estimadas, es factible calcular una medida de distancia e inferir una ubicación de las coaliciones que refleje el actual comportamiento de los votantes. En otras palabras, la ubicación de las coaliciones puede ser estimada si sólo se dispone de datos electorales agregados. Los resultados de este estudio podrían ayudar a los políticos a pensar sobre la asignación de sus gastos en campaña y dirigirlos con mayor eficiencia, especialmente cuando se busca revertir un resultado electoral insatisfactorio en una elección previa.

### **1.1. Objetivos de la investigación**

El objetivo general de la investigación es estimar los patrones de migración de votantes y la ubicación de coaliciones políticas en un espacio bidimensional, analizando la evolución de los resultados, en el marco de las elecciones de diputados en Chile, periodos 2001, 2005, 2009 y 2013.

Los objetivos específicos de la investigación son: 1) estimar la matriz de transiciones de Markov para los periodos electorales 2001-2005, 2005-2009 y 2009-2013, 2) calcular la matriz (simétrica) de distancia entre las coaliciones, a partir de las transiciones estimadas, para cada periodo electoral, 3) analizar la evolución de los patrones de migración y de la ubicación de las coaliciones en el tiempo.

El resto del trabajo consta de cuatro capítulos. En el segundo, se aborda el sistema de elecciones parlamentarias en Chile y la evolución reciente de las elecciones de Diputados. En el tercer capítulo, se presentan los aspectos teóricos del método de GME y se plantea el modelo empírico a estimar. En el cuarto capítulo de la investigación, se presentan y analizan los principales resultados obtenidos. En el quinto y último capítulo, se exponen las conclusiones más relevantes del trabajo.

---

<sup>2</sup> Ver Fisher y Swyngedouw (2003) para una aplicación en el contexto de transición de votantes.



## **CAPÍTULO 2**

### **SISTEMA Y CONTEXTO ELECTORAL**

#### **2.1. Sistema electoral chileno: Elecciones parlamentarias**

En Chile, existe un sistema electoral público que regula la forma en que se realizan los procesos electorales y plebiscitarios mediante los cuales se ejerce la soberanía. Previo a la reforma electoral del año 2015, las elecciones parlamentarias se basaban en un sistema directo conocido como binominalismo, dado que en cada distrito o circunscripción senatorial se elegían dos representantes al parlamento y los candidatos se presentaban en listas con dos integrantes. La Cámara de Diputados se componía de 120 miembros elegidos de manera directa por un período de cuatro años en sesenta distritos de dos miembros cada uno, mientras que el Senado estaba compuesto por 38 miembros electos de manera directa para un término de ocho años en diecinueve circunscripciones de dos miembros.

Respecto del mecanismo de elección, el sistema binominal operaba en función de las votaciones obtenidas en los distritos y circunscripciones, independiente de los resultados de las agrupaciones a nivel nacional. Para determinar los candidatos elegidos, se realizaba la suma total de votos por cada lista o nómina, así, las listas que obtenían las dos más altas mayorías elegían a un candidato de cada una, siendo electos aquellos que obtuvieran la mayor votación al interior de cada lista. Sin embargo, el sistema binominal también establecía que en el caso que la lista que obtuviera mayores votos doblara la votación de la segunda lista, entonces la primera lista elegiría a sus dos integrantes. Inicialmente, se trataba de un sistema de representación proporcional, pero se limitaba a las dos primeras listas en votación lo que limitaba la representatividad de pactos menos fuertes e independientes y en ocasiones eran elegidos candidatos débiles arrastrados por el candidato fuerte de la lista.

Probablemente, la principal crítica al sistema radicaba en que concedía una ventaja indebida a la coalición electoral situada en la segunda posición (desde 1989, la derecha), al otorgarle la misma representación que a la primera lista en la mayoría de las divisiones (Carey, 2006).

Después de 25 años del sistema binominal, se sustituyó el sistema electoral por uno de carácter proporcional inclusivo, estableciendo que a partir del 2017 la Cámara de Diputados estará compuesta por 155 miembros elegidos de manera directa y por una duración de cuatro años, en veintiocho distritos de entre tres y ocho miembros cada uno, mientras que el Senado estará integrado de 50 miembros electos de manera directa para un período de ocho años en quince circunscripciones (una por región) de dos a cinco miembros cada una. Del mismo modo que en el sistema binominal, las elecciones al Senado se seguirán celebrando cada cuatro años, las regiones de número impar escogerán



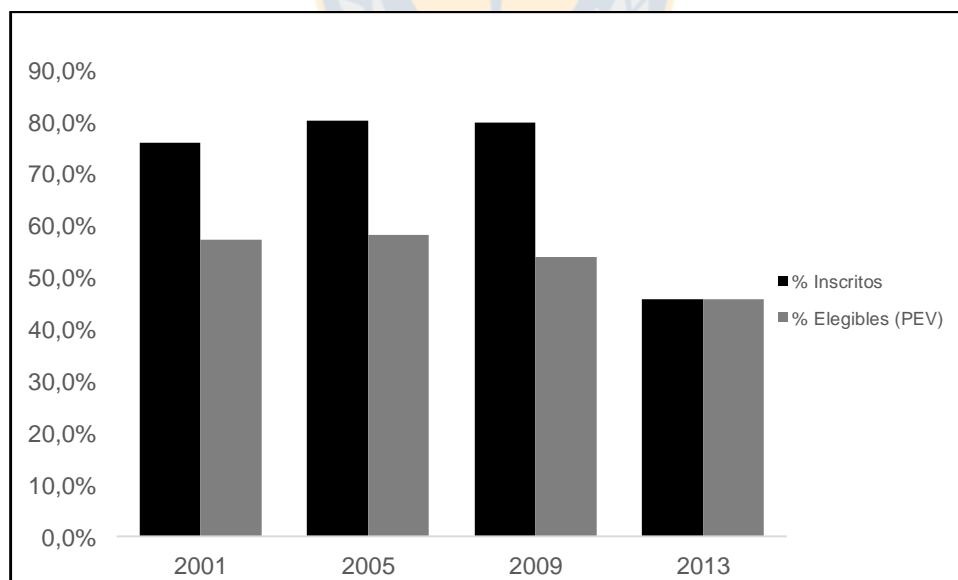
a sus senadores a partir de 2017, mientras que las regiones de número par y la Región Metropolitana celebrarán las elecciones senatoriales en el siguiente periodo. En cuanto al mecanismo de elección, para asegurar la proporcionalidad, se usará el coeficiente D'Hondt que consiste en dividir los votos de cada lista por uno, dos, tres y así sucesivamente según la cantidad de escaños a elegir y luego ordenar los valores resultantes para determinar la cifra repartidora y el número de escaños por lista.

## 2.2. Elecciones de Diputados en Chile

### 2.2.1. Participación electoral

Desde el retorno a la democracia en 1990, la participación electoral en Chile ha venido en caída. A medida que la población se acostumbró a tener elecciones, el interés en las mismas declinó. Por ejemplo, en las elecciones de 1993 el 75,8% de la Población en Edad de Votar (PEV) emitió votos válidos, cifra considerablemente menor a la participación ciudadana en los plebiscitos de 1989 y 1988, donde el 84,6% y 89,1% emitió votos válidos. En lo sucesivo, la tasa de participación electoral experimentó una caída sostenida, bajando a 65,3% en 1996 y 59,6% en 1997 para luego, a partir de las elecciones parlamentarias de 2001, quedarse bajo la barrera del 60%. En la gráfica 2.1, se muestra la evolución reciente de la participación en elecciones de diputados a partir del año 2001.

**Gráfica 2.1. Tasas de participación. Elecciones de diputados 2001-2013**



Fuente: Elaboración propia con datos del SERVEL.

Como se aprecia en la gráfica, la participación electoral de votantes inscritos experimentó una mejoría leve (4,2%, llegando a un 80,3%) en las elecciones de diputados de 2005. Una situación similar, pero en menor escala, ocurre al mirar la tasa de

participación sobre la PEV, que aumentó 0,8% para alcanzar el 58,2% en el mismo período. Las elecciones de diputados de 2009 mostraron una caída de la participación ciudadana, más marcada en relación a la PEV (4,3% menos que en 2005) que al número de inscritos (0,4% menos que en 2005).

La entrada en vigencia de la Ley 20.568, sobre inscripción automática y voto voluntario, trajo consecuencias importantes en términos de la edad del electorado, composición socioeconómica y participación electoral en las elecciones de 2013. En términos de la edad del electorado, la entrada en vigencia de la nueva ley disminuyó el sesgo etario ya que la distribución de quienes votaron en 2013 fue considerablemente más pareja por rangos de edad, que los que estaban inscritos anteriormente. La participación electoral en 2013 fue más alta entre las personas mayores de 45 años (poco más del 60%) que entre los menores de 45 años (entre 30% y 50% dependiendo de la edad). En tanto, la sobre representación de los mayores de 45 años en el padrón cayó de 2,6 a 1,6 veces tras la entrada en vigencia de la ley. La composición socioeconómica, medida por nivel educacional, también experimentó cambios importantes lo que se vio reflejado en una mayor participación de los grupos medios a costa de los grupos más bajos. El grupo de mayor nivel educacional, en tanto, continúa con una participación electoral mayor que la que tenía en el sistema electoral anterior. Respecto de la participación electoral, como se ve en la gráfica 2.1, durante 2013 la participación de los votantes inscritos se redujo en 34% y la participación de la PEV en 8,1%, respecto de las elecciones anteriores. Esto significa que poco más de 6,2 millones de ciudadanos emitieron votos válidos. El número más bajo desde las elecciones de diputados de 2005.

### **2.2.2. Resultados electorales**

La tabla 2.1 muestra los resultados nacionales de las elecciones de diputados desde 2001 al 2013 por partidos políticos. Como se aprecia, en los últimos cuatro periodos electorales la Unión Demócrata Independiente (UDI) ha sido el partido más votado, promediando un 22,4% de los sufragios. Sin embargo, y exceptuando las elecciones de 2009, el porcentaje de votos obtenidos sobre el total nacional, ha ido cayendo considerablemente para posicionarse en torno al 19% en 2013, esto es, un 6,2% menor a la cifra obtenida en 2001. El Partido Demócrata Cristiano (PDC), es el segundo de mayor votación y promedia un 17,4% desde 2001, con un máximo de 20,8% de sufragios en las elecciones de 2005. Más atrás aparecen Renovación Nacional (RN) promediando 15,2%, el Partido por la Democracia (PPD) con 13%, el Partido Socialista (PS) con un 10,3%, otros partidos (OTROS)<sup>3</sup> con 9,1%, los candidatos independientes (IND) con 9% y el Partido Radical Social Demócrata (PRSD) con un 3,7% promedio de la votación.

---

<sup>3</sup> Incluye al Partido Comunista (PC).

Al mirar el número de escaños asignados a cada partido, llama poderosamente la atención el caso de la UDI que a pesar de experimentar una caída en el porcentaje de votación, consiguió aumentar el número de escaños en 2005 y 2009, y apenas reducirlo en 2013, respecto de las elecciones de diputados en 2001. Una situación similar, pero en menor medida se observa en el PS que aumentó un 50% el número de escaños al comparar las elecciones de 2013 con las de 2001. La Ley de inscripción automática y voto voluntario, tuvo un efecto notorio homogenizando la votación entre los partidos políticos, pero no fue tan efectiva en cuanto al número de escaños asignados.

**Tabla 2.1. Resultados elecciones de diputados 2001-2013**

Partidos	2001		2005		2009		2013	
	(%)	Escaños	(%)	Escaños	(%)	Escaños	(%)	Escaños
PDC	18,9	23	20,8	20	14,2	19	15,5	21
PPD	12,7	20	15,4	21	12,7	18	11,0	15
PRSD	4,0	6	3,5	7	3,8	5	3,6	6
PS	10,0	10	10,1	15	9,9	11	11,1	15
RN	13,8	18	14,1	19	17,8	18	14,9	19
UDI	25,2	31	22,4	33	23,1	37	19,0	29
IND	8,9	12	6,3	4	10,4	6	10,4	8
OTROS	6,4	0	7,4	1	8,2	6	14,4	7

Fuente: Elaboración propia con datos del SERVEL.

A nivel de coaliciones, la Nueva Mayoría<sup>4</sup> (NM, comúnmente conformada por el PDC, PS, PPD y PRSD) ha sido la más votada promediando 44,3% de la votación nacional y 48,3% del total de escaños de la Cámara de Diputados. La Alianza<sup>5</sup> (ALI, comúnmente conformada por RN y UDI), por su parte, promedia cuotas de 37,5% de la votación y 42,5% del total de escaños. Claramente, estos resultados revelan que ambas coaliciones han sido sobrerrepresentadas en la Cámara de Diputados. La tabla 2.2 muestra los porcentajes de votación y escaños de ambas coaliciones políticas en el periodo 2001-2013.

**Tabla 2.2. Porcentajes de votación y escaños coaliciones políticas 2001-2013**

Elecciones	NM		ALI	
	Votación (%)	Escaños (%)	Votación (%)	Escaños (%)
Diputados				
2001	45,7	49,2	38,9	40,8
2005	49,8	52,5	36,5	43,3
2009	40,6	44,2	40,9	45,8
2013	41,3	47,5	33,9	40,0

Fuente: Elaboración propia en base a datos del SERVEL.

<sup>4</sup> En 2001-2009 era conocida como Concertación de Partidos por la Democracia.

<sup>5</sup> En 2001 era conocida como Alianza por Chile y en 2009 como Coalición por el cambio

Como se aprecia, ha existido una volatilidad considerable en los resultados electorales de ambas coaliciones. En las elecciones de 2005, la NM aumentó en 4,1% su cuota de votación, correspondientes a poco más de 477.000 sufragios, mientras que la Alianza, en el mismo periodo, redujo su votación en 2,4%, cerca de 202.000 sufragios. Las elecciones de 2009 mostraron mayor volatilidad sobre todo de parte de la NM que redujo su votación en 9,2% (aproximadamente 601.000 sufragios) en relación a 2005. La Alianza, por su parte, obtuvo un aumento de 4,4% sobre el total nacional, correspondiente a 295.000 sufragios. Finalmente, en las elecciones de 2013 la caída más abrupta la experimentó la Alianza perdiendo un 7% de votación o 596.000 sufragios válidamente emitidos.

Al analizar la volatilidad de los resultados electorales a nivel de coaliciones, surgen algunas preguntas como las siguientes: ¿Cuál fue el origen/destino de los votos que obtuvo/perdió la NM y la alianza en las últimas cuatro elecciones de diputados?; ¿Qué porcentaje de la votación obtenida en la elección inmediatamente anterior fue retenida por los partidos o coaliciones?; ¿Qué fracción de los votantes de la NM y de la Alianza decidió votar por Independientes u otros partidos políticos? o en otras palabras, ¿Cómo son las preferencias políticas de los votantes desde una elección a otra?; ¿Cómo es el grupo de no votantes?. En capítulo siguiente se abordarán aspectos teóricos de la metodología utilizada en las estimaciones (Máxima Entropía Generalizada) y se discutirá en detalle el modelo empírico utilizado.

## CAPÍTULO 3

### INFORMACIÓN, ENTROPÍA Y ESTIMACIÓN POR MÁXIMA ENTROPÍA GENERALIZADA (GME)

#### 3.1. Información y Entropía

La palabra información ha sido ampliamente definida. La Real Academia Española la define como “La acción y efecto de informar”; “Comunicación o adquisición de conocimientos que permiten ampliar o precisar los que se poseen sobre una materia determinada”; “Conocimientos así comunicados o adquiridos”. El diccionario Oxford la define como “La acción de informar; formación o moldeo de la mente o el carácter, la formación, instrucción, enseñanza; comunicación del conocimiento instructivo”. El diccionario Webster define información como “El acto de informar o comunicar el conocimiento o inteligencia”; “Cualquier hecho o conjunto de hechos, conocimientos, noticias o avisos, ya sea comunicada por otros u obtenida por el estudio personal y la investigación”; “Cualquier dato que reduce la incertidumbre sobre el estado de cualquier parte del mundo”; “Inteligencia” o “Conocimiento derivado desde la lectura, observación o instrucción”.

Si bien muchas definiciones de información son vagas, la mayoría concuerda en que implica disminución de la ambigüedad con respecto a un fenómeno particular. Un punto de vista común de los investigadores en estadística, economía y otras ciencias sociales es que cuando no se conoce un fenómeno con certeza, la información se reduce a los límites de lo posible o se concentra a la probabilidad de posibles resultados. Desde esta perspectiva, mientras más certeza exista sobre un fenómeno, más probable es que ocurra. Más técnicamente, el contenido de información de un resultado es una función inversa de su probabilidad.

Por su parte, el concepto de entropía tuvo su origen en la Termodinámica y en la Estadística Mecánica y se remonta al siglo XIX. En Termodinámica, se define como una medida de desorden de un sistema<sup>6</sup> donde describe la variación de la energía no utilizable (la que crece en sistemas cerrados). Esto último, se refiere a que ésta representa la progresión de un sistema hacia el equilibrio, el que es alcanzado cuando se llega al nivel más alto de entropía (Sevillano, 2012). En Estadística Mecánica el concepto se reformuló para que fuera proporcional al número de estados que puede tomar proporcionalmente un sistema, es decir, el concepto es similar al de un espacio muestral. Por su parte, la Teoría de la Información define entropía como una medida de incertidumbre o la información esperada en una fuente de información. Esto refleja lo que se espera

---

<sup>6</sup> Según Diccionario de la Real Academia Española. Edición 23.ª, octubre 2014.

aprender desde la observación (en promedio), y depende de cómo se mida la información. En palabras más técnicas, entropía es una medida de incertidumbre de una variable aleatoria o una medida de uniformidad (Golan A. , 2008).

La breve discusión anterior sobre los conceptos de información y entropía sugiere que probablemente el significado de estos términos es aproximadamente el mismo en distintas áreas del saber, pero los objetos a los que ellos son aplicados son diferentes. Un punto importante al respecto. es conocer cómo medir el contenido de información de un mensaje y su relación con el concepto de entropía.

### 3.2. Métrica de Información y Función de Entropía de Shannon

El trabajo de Hartley (1928) constituye el primer intento de enmarcar el tema de la información en una teoría formal. Hartley establece que para que exista comunicación, y por tanto información, debe existir un grupo de símbolos físicos, tales como palabras, puntos y guiones o similares, los cuales de común acuerdo significan lo que las partes están comunicando. En cualquier comunicación, el remitente selecciona mentalmente un símbolo particular y por algún movimiento corporal, por ejemplo el habla, causa la atención del receptor quien descifra el mensaje. Sucesivas elecciones llevan a una secuencia de símbolos o mensaje. El número de símbolos es limitado e igual a  $s$  y a partir de estos, las partes deben ejecutar  $n$  selecciones que llevan a  $s^n$  secuencias o permutaciones.

Hartley establece que para un sistema particular,  $s$  se puede asumir fijo y el número de elecciones  $n$  creciente a medida que avanza la comunicación. En consecuencia, con esta medida, la cantidad de información transmitida crece exponencialmente con el número de selecciones y la contribución marginal de una elección al total de información transmitida debe aumentar progresivamente. Basado en la expresión  $s^n$ , se redefine la medida de información<sup>7</sup> como proporcional al número de selecciones y a un factor que iguala la cantidad de información correspondiente a iguales números de secuencias posibles. Para un sistema particular, la cantidad de información asociada con  $n$  selecciones viene dada por:

$$H = Kn \tag{3.1}$$

Donde  $K$  es una constante que depende del número de símbolos  $s$  disponibles para cada selección. Hartley propone tomar dos sistemas cualquiera para los cuales el

---

<sup>7</sup> Según Hartley (1928) el número de secuencias posibles, no es adecuado para usarlo directamente como una medida de información.

número de símbolos tiene los valores  $s_1$  y  $s_2$  y las constantes  $K_1$  y  $K_2$ . Las constantes se definen de forma que cuando el número de selecciones es  $n_1$  y  $n_2$ , los dos sistemas tienen la misma cantidad de secuencias posibles y de información. Así definido, se tiene:

$$s_1^{n_1} = s_2^{n_2} \quad (3.2)$$

$$H = K_1 n_1 = K_2 n_2 \quad (3.3)$$

Aplicando logaritmo, despejando  $n_1$  en (3.2) y luego reemplazando en (3.3), se tiene:

$$\frac{K_1}{\log s_1} = \frac{K_2}{\log s_2} \quad (3.4)$$

Esta relación se mantiene para todos los valores de  $s$  solo si  $K$  se asocia con  $s$  a través de la relación:

$$K = K_0 \log s \quad (3.5)$$

Donde  $K_0$  es igual para todos los sistemas. Como  $K_0$  es arbitrario, se puede omitir haciendo la base del logaritmo arbitraria. La base seleccionada, fija el tamaño de la unidad de información. Sustituyendo (3.5) en (3.1):

$$H = \log s^n \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) es conocida como la fórmula de Hartley (Hartley, 1928) y toma como medida de información el logaritmo del número de posibles secuencias de símbolos.

En 1948 Shannon señaló que los posibles eventos o mensajes no necesariamente ocurren con igual probabilidad, y por tanto, pueden existir esquemas distintos para asignar códigos a cada mensaje de modo que la transmisión sea más eficiente. En esta formulación es conveniente expresar el contenido de información directamente en términos de probabilidades. Así, Shannon propone partir de un conjunto de mensajes independientes  $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$  con probabilidades  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . Si se envía una serie (secuencia)  $N$  de estos mensajes, habrá aproximadamente  $p_1 N$  mensajes  $m_1$ ,  $p_2 N$  mensajes  $m_2$  y así sucesivamente. Todas las secuencias  $S$  tendrán la misma probabilidad de ocurrencia, porque contendrán igual número de mensajes  $m_i$ , entonces la probabilidad puede ser expresada como el producto de las probabilidades de repetir cada  $m_i$ :



$$P(S) = (p_1)^{p_1 N} (p_2)^{p_2 N} \dots (p_n)^{p_n N} \quad (3.7)$$

Usando la fórmula de Hartley y considerando que la cantidad información es inversa a la probabilidad de ocurrencia de un evento, se tiene:

$$I(S) = \log \frac{1}{P(S)} = \log \left( \frac{1}{p_1} \right)^{p_1 N} \left( \frac{1}{p_2} \right)^{p_2 N} \dots \left( \frac{1}{p_n} \right)^{p_n N} = N \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{1}{p_i} \quad (3.8)$$

Dividiendo por N:

$$H = \frac{I(S)}{N} = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{1}{p_i} = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (3.9)$$

$$H(p) = -K \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (3.10)$$

Donde  $K$  es una constante positiva.

Las ecuaciones (3.9) y (3.10) corresponden al promedio de información por secuencia o mensaje. La variable  $H$  (entropía) fue introducida por Shannon (1948) y representa el mínimo costo que se requiere en promedio para transmitir un mensaje, la base del logaritmo determina la unidad de información.

### 3.3. Máxima entropía generalizada (GME)

Frente a la pregunta fundamental de inferencia a partir de datos limitados e insuficientes, Jaynes propuso el principio de Máxima Entropía (ME), el cual es visto como una generalización del Principio de Razón Insuficiente de Laplace. El formalismo de ME fue introducido por Jaynes (1957) y estuvo basado en la medida de entropía desarrollada por Shannon en 1948. El principio de ME se basa en la búsqueda de las probabilidades  $p$  que maximizan  $H(p)$ <sup>8</sup> sujeto a todas las restricciones existentes (condiciones de momento, restricciones de probabilidad acumulada, restricciones de adición) sobre la variable aleatoria  $X$ .

Golan, Judge, & Miller (1996) propusieron el método de Máxima Entropía Generalizada (GME), el que a pesar de las potencialidades de la aproximación ME,

---

<sup>8</sup> Función de entropía de Shannon (1948).

incrementó sustancialmente el número posible de extensiones y aplicaciones en economía, particularmente cuando existen problemas en modelos lineales mal planteados.

Con el fin de explicar convenientemente GME, considerar un modelo de regresión lineal con T observaciones y K variables explicativas que matricialmente se representa de la siguiente manera:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (3.11)$$

Donde y es un vector columna de dimensión T de la variable aleatoria  $y_t$ , X es una matriz de orden TxK de variables explicativas,  $\beta$  es el vector columna de dimensión K de parámetros desconocidos a recuperar desde los datos, y  $\varepsilon$  es un vector columna de dimensión T que recoge la perturbación aleatoria del modelo. El método GME reparametriza el modelo original de tal manera que cada uno de los parámetros  $\beta_k$  se modela como una variable aleatoria discreta con  $M \geq 2$  posibles realizaciones, cada una de las cuales tiene una probabilidad de aparición p.

De esta forma, cada uno de los parámetros a estimar se puede expresar como una combinación lineal de los valores contenidos en el vector de soporte ponderados por la probabilidad desconocida de cada uno de ellos:

$$\hat{\beta}_k = \sum_m \hat{p}_{km} z_{km} \equiv E_{p_k}[z_k] \quad (3.12)$$

Generalizando la ecuación anterior a los K parámetros a estimar se tiene la siguiente estructura matricial:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix} = Zp = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & z_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Las perturbaciones  $\varepsilon$  tienen un tratamiento similar. Asumir que  $\varepsilon \in V$ , donde V es un conjunto convexo simétrico alrededor de cero. Cada término de error puede tomar  $J \geq 2$  valores  $v = (v_1, v_2, \dots, v_j)$  con probabilidades  $w'_t = (w_{t1}, w_{t2}, \dots, w_{tj})$  de forma que el vector se puede escribir como:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} = VW = \begin{bmatrix} v & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_T \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

De la misma manera que se hizo con los parámetros del modelo, cada perturbación se redefine como:

$$\hat{\varepsilon}_t = \sum_j \hat{w}_{tj} v_j \equiv E_{w_t}[v] \quad (3.15)$$

Es decir, las perturbaciones son consideradas como realizaciones aleatorias de una distribución con probabilidades  $w_{tj}$ .

Con las definiciones anteriores, el modelo original de la ecuación (3.11) se puede escribir como:

$$y = XZp + Vw \quad (3.16)$$

$$y_t = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M z_{km} p_{km} x_{tk} + \sum_j v_j w_{tj} \quad (3.17)$$

De esta forma, el problema de estimar los parámetros del modelo  $\beta$  se transforma en la estimación de las probabilidades  $p_k$  y  $w_t$  de los valores escogidos para los vectores de soporte.

La estimación por GME de estas probabilidades se basa en la maximización de la función de entropía de Shannon (1948) sujeta a la información disponible y a restricciones de normalización. Así definido, se plantea el siguiente problema de maximización restringida:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{p,w} H(p, w) &\equiv \text{Max}_{p,w} \{H(p) + H(w)\} \\ &\equiv - \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M p_{km} \ln p_{km} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J w_{tj} \ln w_{tj} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Sujeto a:

$$y_t = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M z_{km} p_{km} x_{tk} + \sum_j v_j w_{tj}, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.19)$$

$$\sum_{m=1}^M p_{km} = 1, \quad k = 1, \dots, K \quad (3.20)$$

$$\sum_{j=1}^J w_{tj} = 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.21)$$

La ecuación (3.18) es la función de entropía de Shannon adaptada para la estimación de las probabilidades de ambos vectores de soporte. La ecuación (3.19) corresponde al modelo lineal propuesto y contiene la información muestral disponible.

Las soluciones de este problema de maximización para las probabilidades  $\hat{p}_{km}$  (Golan *et al.*, 1996) son:

$$\hat{p}_{km} = \frac{\exp(-z_{km} \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}_t x_{tk})}{\sum_{m=1}^M \exp(-z_{km} \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}_t x_{tk})} \quad (3.22)$$

Y las probabilidades estimadas para el vector de errores:

$$\hat{w}_{tj} = \frac{\exp(-\hat{\lambda}_t v_j)}{\sum_{j=1}^J \exp(-\hat{\lambda}_t v_j)} \quad (3.23)$$

Donde  $\hat{\lambda}$  es el vector de multiplicadores de Lagrange para las restricciones de datos.

El criterio de valorización de los puntos de soporte puede suponer un vector simétrico o asimétrico, dependiendo del problema en consideración. Para el término de error, comúnmente se utiliza un vector de soporte simétrico centrado en cero. Golan *et al.* (1996) recomiendan usar la “regla de las tres sigmas” de Pukelsheim (1994) para definir los límites del vector de errores como  $v'_1 = -3\sigma$  y  $v'_j = 3\sigma$ , donde  $\sigma$  es la desviación estándar de  $e$ . Como  $\sigma$  es desconocido, puede ser reemplazado por un estimador. Campbell & Hill (2005) consideraron dos posibilidades: 1. Obtener  $\hat{\sigma}$  desde la regresión por MCO, y 2. Usar como proxy la desviación estándar muestral de  $y$ . Tras someter a pruebas las dos posibilidades, los autores encontraron mejores resultados usando la segunda alternativa.

Para el vector  $Z$ , es necesario asegurar que los soportes contengan el verdadero valor de  $\beta$ . Si el soporte es muy estrecho, el verdadero valor de  $\beta$  podría estar fuera de él (Fraser, 2000). Golan *et al.* (1996) explican que se pueden utilizar límites amplios, sin consecuencias de riesgo extremas, si la información a priori es mínima a fin de garantizar

que las estimaciones de  $Z$  contengan el valor real de  $\beta$  (el impacto de los datos en las estimaciones aumenta en relación a los valores límite del soporte).

Otra problemática es como definir el número de elementos ( $M$  y  $J$ ) en los vectores de soporte. Fraser (2000) señala que  $M$  y  $J$  son definidos, comúnmente, más por el tiempo de cálculo que por la precisión en la estimación. Aumentando el número de elementos en los vectores de soporte y manteniendo la equidistancia entre ellos, la varianza de la distribución uniforme disminuirá, llevando también a mayores tiempos de cálculo<sup>9</sup>. Mittelhammer *et al.* (2013) concluye que la calidad de los estimadores GME depende de la calidad de los soportes elegidos, los experimentos de Monte Carlo sugieren que el método GME con amplios soportes a menudo entrega mejores resultados que MCO, especialmente en muestras pequeñas ( $n < 25$ ).

Con las probabilidades estimadas de los vectores de soporte, se estiman los parámetros de interés  $\beta$  de la forma expresada en (3.12). Finalmente, el modelo de la ecuación (3.16) se puede expresar como:

$$y = XZp + VW = X\beta_{GME} + \varepsilon \quad (3.24)$$

El principio básico que subyace al estimador  $\hat{\beta} = Z\hat{p}$  para  $\beta$  es elegir una estimación que contenga sólo la información disponible. De esta forma, el estimador de GME no está limitado por supuestos extraños. La información usada es la información observada contenida en los datos, la información contenida en las restricciones sobre los valores admisibles de  $\beta$ , y la información inherente en la estructura del modelo, incluyendo la elección de los soportes para los parámetros. En efecto, el conjunto de la información utilizada en la estimación se redujo hasta el límite de los datos observados y la información de la restricción de los parámetros. Dado que el valor de la función objetivo aumenta cuando las probabilidades de los soportes son más uniformes, cualquier pérdida de uniformidad representa el efecto de las restricciones de datos sobre el peso de los puntos de soporte usados para representar  $\beta$  y  $\varepsilon$ . Este hecho también motiva la interpretación del estimador GME como un estimador de tipo “más estrecho” que en ausencia de restricciones sobre  $\beta$  reducirá  $\hat{\beta}$  al centro de los soportes definidos en  $Z$  (Mittelhammer *et al.*, 2013).

### 3.4. Modelo Empírico

Considerar un problema de inferencia ecológica para dos períodos electorales consecutivos en donde el número de distritos  $n$  y el número de elecciones (coaliciones o abstención)  $J$  permanece constante a través de las elecciones. En el distrito  $i$ , sea  $v_{i,t}^j$  y

<sup>9</sup> La existencia de softwares econométricos permite realizar estos cálculos rápidamente.

$v_{i,t-1}^j$  la fracción de votos obtenida por la coalición  $j$  en la elección actual y pasada, respectivamente. El objetivo es estimar la matriz de transición de probabilidad condicional (Matriz de Markov) con elementos  $p_{i,jk}$  que reflejan la probabilidad que un votante que haya votado por la coalición  $j$  en la elección pasada, vote por la coalición  $k$  en la elección actual. Para recuperar las probabilidades de transición, se resuelve el siguiente problema de maximización bajo el principio de máxima entropía:

$$H(p_i) = - \sum_j \sum_k p_{i,jk} \ln p_{i,jk} \quad (3.25)$$

Sujeto a la información disponible,

$$v_{i,t}^k = \sum_j p_{i,jk} v_{i,t-1}^j \quad \forall i, k \quad (3.26)$$

Y a las restricciones de adición y no negatividad,

$$\sum_j p_{i,jk} = 1 \quad \forall k, \quad p_{i,jk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (3.27)$$

La restricción de información muestra que la fracción de votos obtenida por la coalición  $k$ , en el distrito  $i$ , durante la elección actual, es igual a la sumatoria de las fracciones de votos obtenidas por las demás coaliciones, en la elección anterior, ponderadas por las probabilidades de transición de votantes hacia la coalición  $k$ .

La mayoría de las aplicaciones no contienen una relación exacta entre la variable dependiente y las independientes (problema puro inverso), por tanto, existe un componente de error que debe ser modelado. Este término de error  $\varepsilon_{i,k}$  captura la diferencia entre la verdadera fracción de votos  $v_{i,t}^k$  en la elección actual y la fracción de votos estimada  $\hat{v}_{i,t}^k$ . Esta fracción de votos estimada, es el producto de la fracción de votos en la elección pasada y las probabilidades de transición estimadas, como se aprecia en la ecuación (3.26). Utilizando la metodología GME, se pueden definir límites simétricos en torno a cero y escribir  $\varepsilon_{i,k}$  como una combinación convexa de estos límites:

$$\varepsilon_{i,k} = w_{i,k,1} V_{i,k,1} + w_{i,k,2} V_{i,k,2} \quad (3.28)$$

Donde  $V_{i,k,1} = -V_{i,k,2}$  son los límites simétricos, y  $w_{i,k,1}$ ,  $w_{i,k,2}$  las respectivas probabilidades. Entonces el problema de maximización es:

$$H(p_i) = - \sum_j \sum_k p_{jk} \ln p_{jk} - \sum_i \sum_k w_{ik} \ln w_{i,k} \quad (3.29)$$

Sujeto a,

$$v_{i,t}^k = \sum_j p_{jk} v_{i,t-1}^j + (w_{i,k} V_{i,k} - (1 - w_{i,k}) V_{i,k}) \quad \forall i, k \quad (3.30)$$

Y a las restricciones de adición y no negatividad.

Las probabilidades de transición  $p_{jk}$  (para distritos cruzados) resultantes se distribuyen asintóticamente normal, permitiendo el uso de pruebas paramétricas convencionales de significancia estadística<sup>10</sup>.

Una vez estimada la matriz de Markov, el siguiente paso es trasladar las probabilidades de transición a una medida de distancia ideológica entre cada par de coaliciones. Una forma sencilla y eficaz para medir la distancia ideológica entre dos coaliciones es el logaritmo del odds ratio. El odds ratio es una medida estadística comúnmente utilizada en la investigación biomédica como una medida de asociación entre un evento y la vulnerabilidad a este, intuitivamente similar al coeficiente de correlación. Heath *et al.* (1991), Fisher & Swyngedouw (2003) y Odendahl (2012) realizaron aplicaciones del odds ratio en el contexto de transiciones de votantes para determinar la distancia ideológica entre pares de partidos políticos. Como la matriz de distancias es mayor a 2x2, ya que hay  $j$  coaliciones, existirán varios odds ratios locales para cada par de coaliciones. Cuanto menor sea la transición entre un par de coaliciones, y por tanto, mayor la distancia entre ambas, mayor será el odds ratio: en otras palabras, la fidelidad de los votantes a la coalición de su preferencia es alta entre dos periodos electorales.

Esto implica que el odds ratio es simétrico y puede ser utilizado como una medida de flujo bidireccional de la migración de votantes. Una medida más fácil de interpretar es el logaritmo del odds ratio, donde un valor de cero implicará probabilidades iguales de permanencia o migración entre los partidos. Formalmente, el logaritmo del odds ratio viene dado por:

$$D_{j,k} = \ln \left( \frac{P(j_t | j_{t-1}) / P(k_t | j_{t-1})}{P(j_t | k_{t-1}) / P(k_t | k_{t-1})} \right) = \ln \left( \frac{P(j_t | j_{t-1}) P(k_t | k_{t-1})}{P(j_t | k_{t-1}) P(k_t | j_{t-1})} \right) \quad (3.31)$$

Donde  $D_{j,k}$  es el logaritmo del odds ratio que representa la distancia entre la coalición  $j$  y la coalición  $k$ , y  $P(\cdot | \cdot)$  es la probabilidad condicional, es decir, la

<sup>10</sup> Para más detalle de este estimador ver Judge et al. (2004).



probabilidad de votar por la coalición  $j$  ( $k$ ) en el periodo  $t$  condicional a haber votado por la coalición  $j$  o  $k$  en el periodo anterior. El numerador de la expresión (3.31) representa la capacidad de la coalición  $j$  para mantener votantes (fidelidad) el periodo  $t$  respecto del periodo  $t-1$  y el denominador la capacidad para atraer nuevos votantes en el mismo periodo. Un valor mayor de  $D_{j,k}$  implica que la fidelidad de los votantes es alta, traduciéndose en una mayor distancia ideológica entre las coaliciones políticas y menores tasas de migración.

Siguiendo lo realizado por Odendahl (2012), las medidas de distancia entre cada par de coaliciones se utilizaron para determinar las posiciones de las coaliciones en un espacio político bidireccional<sup>11</sup>. Este método toma el punto medio de la matriz de distancias como el origen y a partir de ello encuentra la mejor coordenada posible para las coaliciones. Las coordenadas óptimas se encuentran minimizando la siguiente función:

$$L = \sum_k \sum_j (d_{j,k}^* - d_{j,k})^2 \quad (3.32)$$

Donde  $d_{j,k}^*$  es la distancia observada entre las coaliciones  $j$  y  $k$ , y  $d_{j,k}$  es la distancia entre las ubicaciones estimadas de las coaliciones  $j$  y  $k$ .

---

<sup>11</sup> Se utilizó escalamiento multidimensional.

## **CAPÍTULO 4 RESULTADOS**

### **4.1. Datos**

El sistema de elección parlamentaria chileno establece simultáneamente 60 distritos electorales (conformados como conjuntos de comunas) y 19 circunscripciones senatoriales (conformados como conjuntos de distritos de una misma región). Los partidos más grandes en Chile son Unión Demócrata Independiente (UDI) de derecha, Renovación Nacional (RN) de centro derecha, Partido Demócrata Cristiano (PDC) de centro, Partido por la Democracia (PPD) de centro izquierda y Partido Socialista de Chile (PS) de centro izquierda. Partidos, de votación menor, pero de larga trayectoria son el Partido Comunista de Chile (PCCh) y el Partido Radical Socialdemócrata (PRSD). Los demás partidos no obtienen votaciones significativas y alcanzan escasa representatividad.

Para estimar la matriz de probabilidades de transición de Markov se utilizó el software SAS 9.4 (procedimiento entropía) y se tomaron los datos agregados del SERVEL de las elecciones de diputados 2001, 2005, 2009 y 2013 de todas las comunas de Chile (346). En el caso de las nuevas comunas: Alto Biobío (creada en 2003), Alto Hospicio (2004) y Hualpén (2004), para las elecciones de diputados del año 2001, fueron consideradas como comunas, pese a ser sólo circunscripciones electorales, esto a fin de homologar con los años siguientes. Los partidos fueron agrupados en las siguientes coaliciones: Nueva Mayoría<sup>12</sup> (NM, formada por PDC, PPD, PS y PRSD), Alianza<sup>13</sup> (ALI, formada por UDI y RN), OTROS (que incluye al PCCh y otros partidos de menor votación) e Independientes (INDEP). Para tratar los cambios netos de población (flujos de entrada y salida de votantes) y las tasas de participación electoral, se incluyó al grupo de No Votantes (NO VOTO) definidos como la suma de Abstención, Votos nulos y blancos. La abstención, en cada comuna, se calculó como la diferencia entre los votantes elegibles (población de 18 años y más) y el total de votos (incluyendo nulos y blancos), para lograr una medida más acertada de la participación ciudadana y normalizar las elecciones 2001, 2005, 2009 a la ley de Inscripción Automática y Voto Voluntario<sup>14</sup> que comenzó a regir en enero de 2012 y tendría su estreno en las elecciones municipales del mismo año.

### **4.2. Resultados de estimación**

Los resultados se componen de tres partes. Primero, se muestran las matrices de transición estimadas y migración de votantes periodos 2001-2005, 2005-2009 y 2009-

---

<sup>12</sup> Antes llamada Concertación de Partidos por la Democracia.

<sup>13</sup> Llamada Alianza por Chile (2001) y Coalición por el Cambio (2009, al incluir Partido “Chile Primero”)

<sup>14</sup> Ley n° 20 568, que regula la inscripción automática, modifica el Servicio Electoral y moderniza el sistema de votaciones.

2013. Segundo, con los resultados obtenidos, la matriz de distancia entre coaliciones. Finalmente, usando la matriz de distancias, se determinó la ubicación de las coaliciones en un espacio político bidimensional.

#### 4.2.1. Probabilidades de transición y migración de votantes

La tabla 4.1 muestra los resultados de estimación para el primer período electoral, 2001-2005. Las probabilidades de transición se indican desde una coalición (origen) en la elección pasada, filas de la tabla, hacia una coalición (destino) en la elección actual. Los superíndices a, b y c, señalan los niveles de significancia y los valores T se muestran en paréntesis bajo cada estimador. La diagonal principal de la matriz de transición revela la capacidad de las coaliciones de mantener su apoyo previo. Los partidos pertenecientes a NM retienen aproximadamente el 64% de votantes del 2001, mientras que ALI logra retener alrededor del 48%. INDEP y OTROS lograron tasas de mantención de votantes débiles con 17% y 19%, respectivamente. La pérdida de 36% de NM se puede desagregar en 68% hacia ALI, 12% ganancias de INDEP (no significativas), 15% OTROS y 5% NO VOTO (no significativas). La fuerte pérdida de apoyo de ALI de 52% fue captada mayoritariamente por NM 74%, seguida de OTROS con 12% e INDEP 11%; el grupo de NO VOTO no resultó estadísticamente significativo. El apoyo a INDEP y OTROS indica un fuerte grado de fragmentación. El grupo NO VOTO presentó la probabilidad de transición más alta, 86%, lo que advierte que una proporción menor de quienes no votaron en 2001, decidieron participar en 2005.

**Tabla 4.1. Matriz de transiciones. Elecciones diputados 2001/2005**

Origen 2001		Destino 2005				
		NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO
Nueva Mayoría	NM	0,6365 <sup>c</sup> (19,91)	0,2450 <sup>c</sup> (7,8)	0,0413 (1,6)	0,0547 <sup>c</sup> (3,64)	0,0249 (0,65)
Alianza	ALI	0,3825 <sup>c</sup> (11,22)	0,4759 <sup>c</sup> (14,2)	0,0566 <sup>b</sup> (2,05)	0,0603 <sup>c</sup> (3,76)	0,0230 (0,56)
Independiente	INDEP	0,2582 <sup>c</sup> (6,58)	0,3247 <sup>c</sup> (8,42)	0,1709 <sup>c</sup> (5,39)	0,1461 <sup>c</sup> (7,91)	0,0995 <sup>b</sup> (2,11)
Todos los otros partidos	OTROS	0,2703 <sup>a</sup> (1,92)	0,2279 <sup>a</sup> (1,65)	0,1525 (1,34)	0,1948 <sup>c</sup> (2,94)	0,1544 (0,91)
No votantes	NO VOTO	0,0543 <sup>c</sup> (4,46)	0,0323 <sup>c</sup> (2,7)	0,0403 <sup>c</sup> (4,09)	0,0211 <sup>c</sup> (3,67)	0,8595 <sup>c</sup> (58,73)

Nota: Las probabilidades de transición se muestran desde las elecciones de 2001 (filas) a las elecciones de 2005 (columnas). Valores T en paréntesis. Significancia estadística para el 90%, 95% y 99% está indicado con los superíndices a, b y c, respectivamente. Fuente: Elaboración propia con SAS 9.4.

A partir de la matriz de transiciones se estimó la migración de votantes. El flujo se obtuvo multiplicando las probabilidades con el número de votos correspondiente a cada coalición y comparando las entradas y salidas se determinó la ganancia neta (o pérdida) correspondiente. La tabla 4.2 muestra los flujos migratorios (expresados en miles de votos) para las elecciones 2001-2005. NM obtuvo la ganancia neta más grande en 2005, captando 384.000 votos adicionales (1.411.000 menos 1.027.000) de los cuales la mayoría provinieron de ALI (227.000) y de NO VOTO (178.000). ALI presentó una pérdida neta de 147.000 sufragios y el grupo NO VOTO, una variación negativa de 435.000 votos, destinado principalmente a NM.

Los resultados de la tabla 4.2 sugieren una medida de volatilidad de votos específica para las coaliciones, definida como el valor absoluto de todos los flujos de entrada y salida relativos a los elementos de la diagonal principal de la matriz. Siguiendo a Antweiler (2007), la medida de volatilidad  $VV_j$  para el partido  $j$  viene dada por:

$$VV_j \equiv 100\% \frac{\sum_{k \neq j} (F_{jk} + F_{kj})}{F_{jj}} \quad (4.1)$$

Donde  $F_{jk} \geq 0$  denota el flujo de votantes desde el partido  $j$  al partido  $k$ .

La tabla 4.2 indica que el apoyo de ALI es más volátil que el de NM, y que INDEP y OTROS presentan volatilidades superiores a 1.000% respecto a las elecciones de 2001. La volatilidad de los votos de ALI es consistente con su pérdida de representatividad en 2005 a manos de NM, y la variabilidad de INDEP y OTROS se explica por la alta fragmentación de sus votos.

**Tabla 4.2. Migración de votos estimada. Elecciones diputados 2001/2005**

Destino 2005	Origen votos 2001					Ganancia 2013	Pérdida 2013	Ganancia Neta	VV <sub>j</sub> (%)
	NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO				
NM	1.787	915	142	106	248	1.411	1.027	384	136
ALI	688	1.139	178	90	147	1.103	1.250	-147	207
INDEP	116	135	94	60	184	495	455	40	1.012
OTROS	154	144	80	77	96	474	317	157	1.031
NO VOTO	70	55	55	61	3.922	240	675	-435	23

Nota: Estimaciones en miles de votos. VV<sub>j</sub> es la medida de volatilidad de votos específica del partido definida en el texto. La ganancia neta podría diferir del valor real dado el error de estimación. Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la siguiente elección, periodo 2005-2009, son presentados en las tablas 4.3 y 4.4. Inmediatamente destaca la pérdida de capacidad de NM para captar los votos obtenidos en la elección pasada (51%) y el leve repunte de ALI (51%), INDEP (25%) y OTROS (24%). Un 51% de la pérdida de votantes de NM fue capitalizado por ALI, 18% por INDEP, 16% por OTROS y 15% por NO VOTO. Dentro de ALI, que si bien logró aumentar la fidelidad de su electorado, se repitió el patrón de la elección anterior y la pérdida de votantes fue captada por NM (43%). INDEP y OTROS presentaron una elevada fragmentación y NO VOTO fueron el grupo de mayor fidelidad.

**Tabla 4.3. Matriz de transiciones. Elecciones diputados 2005/2009**

Origen 2005		Destino 2009				
		NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO
Nueva Mayoría	NM	0,5120 <sup>c</sup> (16,06)	0,2514 <sup>c</sup> (6,81)	0,0895 <sup>a</sup> (1,94)	0,0799 <sup>c</sup> (2,95)	0,0685 (1,4)
Alianza	ALI	0,2111 <sup>c</sup> (5,24)	0,5050 <sup>c</sup> (10,83)	0,1876 <sup>c</sup> (3,21)	0,0474 (1,39)	0,0493 (0,8)
Independiente	INDEP	0,2250 <sup>c</sup> (3,18)	0,2691 <sup>c</sup> (3,28)	0,2546 <sup>b</sup> (2,48)	0,1549 <sup>c</sup> (2,58)	0,0956 (0,88)
Todos los otros partidos	OTROS	0,1703 (1,39)	0,1862 (1,32)	0,2170 (1,22)	0,2375 <sup>b</sup> (2,29)	0,1891 (1,01)
	NO VOTO	0,0528 <sup>c</sup> (3,91)	0,0632 <sup>c</sup> (4,05)	0,0000 (0)	0,0139 (1,21)	0,8726 <sup>c</sup> (42,23)

Nota: Las probabilidades de transición se muestran desde las elecciones de 2005 (filas) a las elecciones de 2009 (columnas). Valores T en paréntesis. Significancia estadística para el 90%, 95% y 99% está indicado con los superíndices a, b y c, respectivamente. Fuente: Elaboración propia con SAS 9.4.

La estimación del flujo migratorio advierte que NM perdió más votos que los que ganó desde ALI, INDEP y OTROS. La pérdida neta asciende a 671.000 votos (936.000 menos 1.608.000). Por comparación, ALI obtuvo 318.000 votos desde NM y 181.000 desde el grupo de NO VOTO, pero cedió importantes votos a INDEP (452.000), que capitalizaron la ganancia neta más alta (540.000 votos).

Las volatilidades se aprecian similares al periodo electoral anterior. El cambio más llamativo se ve en OTROS, cuya medida de volatilidad retrocedió en 273%, el grupo de NO VOTO sigue siendo el más estable, apenas 26% de volatilidad, NM tuvo un aumento de 15% y ALI se mantuvo sin cambios en la medición.

**Tabla 4.4. Migración de votos estimada. Elecciones Diputados 2005/2009**

Destino 2009	Origen votos 2005					Ganancia 2013	Pérdida 2013	Ganancia Neta	VV <sub>i</sub> (%)
	NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO				
NM	1.682	508	94	83	250	936	1.608	-671	151
ALI	826	1.216	113	91	300	1.329	1.193	136	207
INDEP	294	452	107	106	0	852	312	540	1.092
OTROS	262	114	65	116	66	507	373	134	758
NO VOTO	225	119	40	93	4.138	476	616	-139	26

Nota: Estimaciones en miles de votos. VV<sub>i</sub> es la medida de volatilidad de votos específica del partido definida en el texto. La ganancia neta podría diferir del valor real dado el error de estimación. Fuente: Elaboración propia.

Las elecciones de 2013 (período electoral 2009-2013) fueron particularmente interesantes por el estreno, en elecciones presidenciales y parlamentarias, de la llamada ley de inscripción automática y voto voluntario que reguló la inscripción en registros electorales. Los resultados de estimación se muestran en la tabla 4.5. Las entradas de la diagonal principal señalan una fuerte caída en la capacidad de las coaliciones de mantener su apoyo. NM retuvo apenas 33% de los votos de 2009, un 18% menor al periodo 2005-2009 y 31% menor a 2001-2005. Situación similar ocurrió en ALI, donde poco más de un quinto de los votantes mantuvo su preferencia, reduciendo en un 30% y 27% su apoyo respecto de los dos periodos previos. INDEP y OTROS presentaron caídas menores en el apoyo respecto 2009, aunque persiste la fragmentación de votantes. Los efectos de la ley de inscripción automática y voto voluntario se dejan ver con fuerza en el grupo NO VOTO, hacia donde migraron porcentajes significativos desde los demás partidos políticos. Por ejemplo, de quienes votaron por NM y ALI en 2009, el 51% y 57% respectivamente, decidieron no votar en las elecciones 2013. En INDEP y OTROS, el panorama no fue más alentador, el 48% de los primeros optó por no votar y el 40% de los segundos, tomó la misma decisión. Dentro de quienes no votaron en 2009, el 48% optó por participar en las elecciones de 2013, porcentaje muy superior a las cifras de los periodos anteriores, lo que revela una leve inclinación a votar dentro de quienes pertenecían a este grupo.



**Tabla 4.5. Matriz de transiciones. Elecciones de diputados 2009/2013**

Origen 2009		Destino 2013				
		NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO
Nueva Mayoría	NM	0,3271 <sup>c</sup> (10,36)	0,0947 <sup>c</sup> (4,02)	0,0409 <sup>a</sup> (1,87)	0,0304 <sup>a</sup> (1,65)	0,5116 <sup>c</sup> (14,32)
Alianza	ALI	0,1401 <sup>c</sup> (4,38)	0,2055 <sup>c</sup> (8,6)	0,0426 <sup>a</sup> (1,92)	0,0414 <sup>b</sup> (2,22)	0,5736 <sup>c</sup> (15,84)
Independiente	INDEP	0,1164 <sup>c</sup> (3,46)	0,1578 <sup>c</sup> (6,27)	0,1329 <sup>c</sup> (5,69)	0,1086 <sup>c</sup> (5,53)	0,4829 <sup>c</sup> (12,67)
Todos los otros partidos	OTROS	0,1638 <sup>c</sup> (3,16)	0,1342 <sup>c</sup> (3,47)	0,1527 <sup>c</sup> (4,25)	0,1497 <sup>c</sup> (4,95)	0,3979 <sup>c</sup> (6,78)
No votantes	NO VOTO	0,2078 <sup>c</sup> (16,16)	0,1571 <sup>c</sup> (16,35)	0,0568 <sup>c</sup> (6,37)	0,0615 <sup>c</sup> (8,2)	0,5200 <sup>c</sup> (35,72)

Nota: Las probabilidades de transición se muestran desde las elecciones de 2009 (filas) a las elecciones de 2013 (columnas). Valores T en paréntesis. Significancia estadística para el 90%, 95% y 99% está indicado con los superíndices a, b y c, respectivamente. Fuente: Elaboración propia con SAS 9.4.

Los resultados de la tabla 4.6 evidencian que el flujo migratorio en el periodo 2009-2013 perjudicó ampliamente a ALI con pérdidas netas de 833.000 votos y en menor escala a NM con 97.000 votos. Como era de esperar, gran parte de la migración fue hacia NO VOTO que obtuvo una ganancia neta de 740.000 votos. Los efectos de la nueva ley también se pueden apreciar en la medida de volatilidad que creció para los cinco grupos, destacando las altísimas tasas en NM (4.433%) y ALI (3.216%).

**Tabla 4.6. Migración de votos estimada. Elecciones diputados 2009/2013**

Destino 2013	Origen votos 2009					Ganancia 2013	Pérdida 2013	Ganancia Neta	VV <sub>j</sub> (%)
	NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO				
NM	878	379	80	89	1.174	1.722	1.819	-97	4.433
ALI	254	556	108	73	888	1.323	2.156	-833	3.216
INDEP	110	115	91	83	321	629	594	35	1.340
OTROS	82	112	75	81	348	616	460	156	1.443
NO VOTO	1.373	1.55	331	216	2.940	3.471	2.731	740	1.872

Nota: Estimaciones en miles de votos. VV<sub>j</sub> es la medida de volatilidad de votos específica del partido definida en el texto. La ganancia neta podría diferir del valor real dado el error de estimación. Fuente: Elaboración propia.

Evidentemente, los patrones de transición difieren a través de los periodos considerados ya que persisten, en general, movimientos muy diferentes. Sin embargo, como se verá en las siguientes secciones, los patrones de distancia y ubicación de las coaliciones son consistentes con la transición de votos en los periodos.

#### 4.2.2. Distancia entre coaliciones políticas

Para determinar la distancia entre las coaliciones, se utilizaron las matrices de transición de cada periodo y a partir de las probabilidades, se calculó el logaritmo del odds ratio (ecuación 3.21) como una medida de distancia entre cada par de coaliciones. Las tablas 4.7-4.9 muestran las distancias, en los tres periodos, en una matriz simétrica.

En el periodo 2001-2005, la baja transición de votantes entre las coaliciones y el grupo NO VOTO condujo a las mayores distancias de la matriz. En el otro extremo, la distancia más baja se dio entre INDEP y OTROS explicada principalmente por la fragmentación de votos. NM y ALI se encuentran más cercanos entre sí que de las demás coaliciones. Se aprecia mayor cercanía de ALI hacia INDEP y OTROS que de NM.

**Tabla 4.7. Matriz de distancias 2001/2005**

	NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO
NM	0	1,17	2,32	2,13	6,00
ALI	1,17	0	1,49	1,91	6,31
INDEP	2,32	1,49	0	0,40	3,60
OTROS	2,13	1,91	0,40	0	3,94
NO VOTO	6,00	6,31	3,60	3,94	0

Nota: La tabla muestra el logaritmo del odds ratio entre cada par de partidos. Fuente: Elaboración propia.

El periodo 2005-2009 (tabla 4.8) presentó patrones muy similares a los del periodo anterior. Nuevamente, la distancia menor se dio entre INDEP y OTROS y las mayores distancias, entre todas las coaliciones y NO VOTO. Sin embargo, NM y ALI parecen haberse acercado a NO VOTO, debido a probabilidades de transición más altas, que de todas formas no resultaron estadísticamente significativas (ver tabla 4.4).

**Tabla 4.8. Matriz de distancias 2005/2009**

	NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO
NM	0	1,58	1,87	2,19	4,82
ALI	1,58	0	0,94	2,61	4,95
INDEP	1,87	0,94	0	0,59	12,89
OTROS	2,19	2,61	0,59	0	4,37
NO VOTO	4,82	4,95	12,89	4,37	0

Nota: La tabla muestra el logaritmo del odds ratio entre cada par de partidos. Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, las elecciones de 2013 mostraron la misma tónica entre coaliciones que los dos períodos anteriores. El gran punto a destacar, es la abrupta caída de la distancia entre cada coalición y el grupo NO VOTO, confirmando el aumento del flujo migratorio desde y hacia este último grupo. Esto deja en evidencia una menor voluntad de votar por parte de la población.

**Tabla 4.9. Matriz de distancias 2009/2013**

	NM	ALI	INDEP	OTROS	NO VOTO
NM	0	1,62	2,21	2,29	0,47
ALIANZA	1,62	0	1,40	1,71	0,17
INDEP	2,21	1,40	0	0,18	0,93
OTROS	2,29	1,71	0,18	0	1,16
NO VOTO	0,47	0,17	0,93	1,16	0

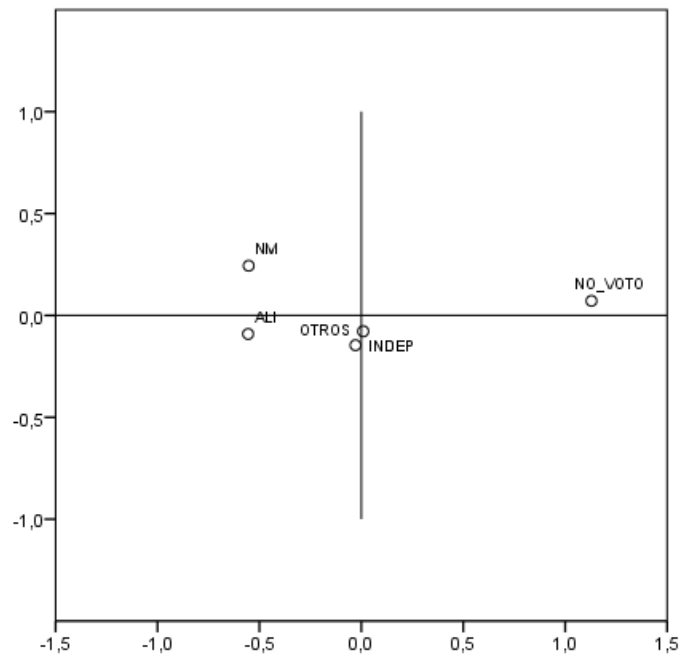
Nota: La tabla muestra el logaritmo del odds ratio entre cada par de partidos. Fuente: Elaboración propia.

#### **4.2.3. Ubicación coaliciones políticas**

Partiendo de las matrices de distancia, se usó escalamiento multidimensional para inferir la mejor posición de las coaliciones en un espacio bidimensional. Los resultados se presentan en las gráficas 4.1, 4.2 y 4.3. Mientras NM y OTROS se han movido más cerca del centro, ALI e INDEP han alternado posiciones. En los dos primeros períodos electorales se aprecia mayor cercanía entre las coaliciones; NM y ALI permanecen poco distantes y ambas se ubicaron más próximas al centro en las elecciones de 2009. En el último periodo, ALI retoma su posición de 2005 (hacia la izquierda) y se visualiza una mayor dispersión del espacio común. El grupo NO VOTO se mantiene en una ubicación muy lejana en relación a las coaliciones, pero se aprecia un leve movimiento desde la extrema derecha hacia el centro durante el año 2013.

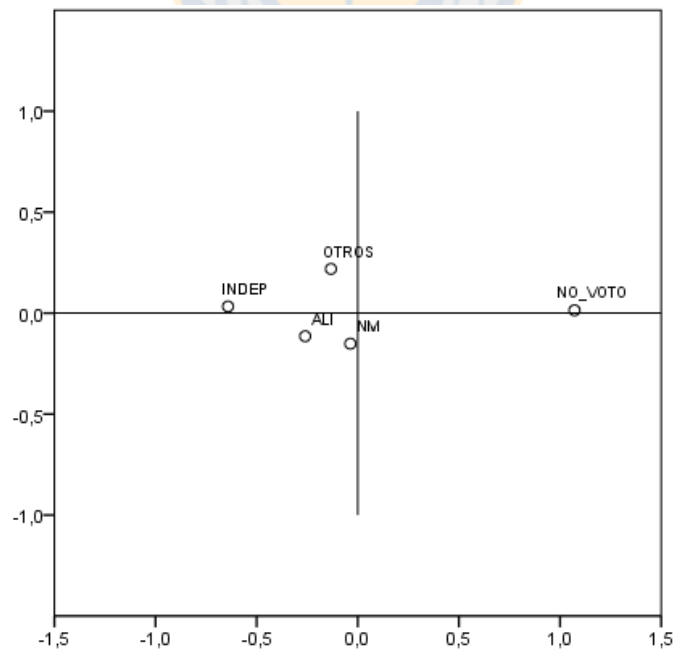
Los resultados muestran que es posible estimar posiciones de coaliciones políticas desde datos electorales agregados. Las estimaciones son bastante consistentes a través de tres diferentes períodos electorales, no mostrando movimientos significativos, y permiten apreciar cómo ha evolucionado la relación entre las coaliciones y entre éstas y el grupo de no votantes.

**Gráfica 4.1. Ubicación partidos políticos, basada en transición de votos 2001-2005**



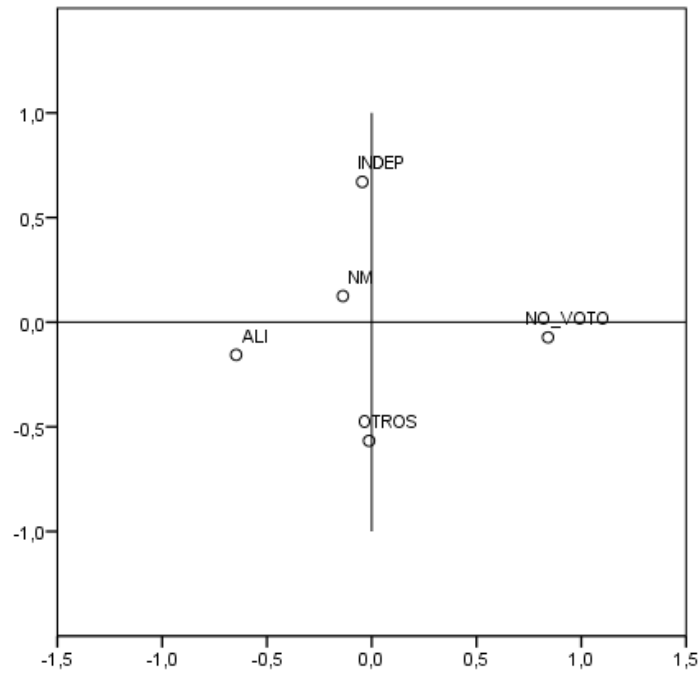
Fuente: Elaboración propia con SPSS 19

**Gráfica 4.2. Ubicación partidos políticos, basada en transición de votos 2005-2009**



Fuente: Elaboración propia con SPSS 19

**Gráfica 4.3. Ubicación partidos políticos, basada en transición de votos 2009-2013**



Fuente: Elaboración propia con SPSS 19



## **CAPÍTULO 5**

### **COMENTARIOS FINALES**

Este trabajo ha definido y aplicado GME para la estimación de la migración de votantes desde datos electorales agregados y determinado la ubicación de coaliciones políticas en un espacio bidimensional en cuatro recientes elecciones de diputados en Chile. Los resultados obtenidos pueden ser de interés de científicos políticos, historiadores, economistas o público en general. Dada la relativa simpleza y robustez del método, el análisis de migración de votantes y ubicación de coaliciones podría ser incorporado en reportes electorales en Chile.

El análisis realizado en este trabajo contribuye a responder preguntas importantes sobre la dinámica electoral en Chile. La migración de votantes permite identificar algunas características importantes y hechos estilizados sobre el comportamiento de los votantes. Claramente, los resultados obtenidos son muchos más complejos que las ganancias o pérdidas netas obtenidas y esto último, revela la importancia de las probabilidades de transición entre votantes y no votantes. En concreto, la estimación del flujo migratorio de votantes permite identificar cuando ocurre la erosión o pérdida de apoyo a los partidos y hacia donde se dirigen aquellos votantes. Los resultados muestran con claridad que la capacidad de retener votantes desde una elección a otra ha ido cayendo en la Nueva Mayoría y en la Alianza y que el grupo más fiel es el de no votantes. Hasta antes de las elecciones de 2013, la mayoría del flujo migratorio ocurría entre la Nueva Mayoría y la Alianza, en una especie de intercambio de votantes, y desde los independientes y otros partidos hacia éstos. Las coaliciones recibían pocos votos desde el grupo de no votantes, pero también las pérdidas eran pequeñas y estadísticamente no significativas, presumiblemente por la obligatoriedad de votar en votantes inscritos. Con el estreno, en elecciones parlamentarias 2013, de la ley de inscripción automática y voto voluntario, la fidelidad de los votantes tuvo una considerable caída. Según las estimaciones, la Nueva Mayoría logró retener un 32,7% y la Alianza un 20,6% del apoyo obtenido en la elección anterior. La mayoría de flujo migratorio de votos se dirigió hacia los no votantes, que evidentemente fue el grupo de mayor crecimiento. Además de tener un impacto importante en la volatilidad del apoyo a las coaliciones, la nueva ley de votación tuvo un efecto leve aumentando la distancia entre los partidos y reduciéndola entre éstos y los no votantes. Éste último punto se pudo apreciar en el escalamiento multidimensional (ubicación de los partidos) realizado a partir de la matriz de distancias.

Para finalizar, la estimación del flujo migratorio de votantes puede ayudar a las coaliciones y partidos políticos a identificar hacia donde se fueron sus votantes y como intentar atraerlos de nuevo. Esto puede ser muy importante, ya que gran parte del gasto electoral está dirigido para cautivar a votantes de coaliciones adversarias más que hacia los no votantes, entonces, conocer la migración de votantes puede ayudar a las coaliciones a reasignar los gastos de campaña y posiblemente obtener mejores resultados electorales.

## REFERENCIAS

1. Antweiler, W. (2007). Estimating voter migration in Canada using generalized maximum entropy. *Electoral Studies*, 26, 756-771.
2. Campbell, R., & Hill, R. (2005). A Monte Carlo study of the effect of design characteristics on the inequality restricted maximum entropy estimator. *Review of Applied Economics*, 1, 53-84.
3. Carey, J. (2006). Las virtudes del sistema binominal. *Revista de ciencia política, Pontificia Universidad Católica de Chile*, 226-235.
4. De Rooij, M. (2008). The analysis of change, Newton's law of gravity and association models. *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, 171, 137-157.
5. Fisher, S., & M, S. (2003). Does Electoral Change Reflect Party Positioning? Flanders 1991-1995. *Revue de la Maison Francaise dOxford*, Vol 1.
6. Fisher, S., & Swyngedouw, M. (2003). Does Electoral Change Reflect Party Positioning? Flanders 1991-1995. *Revue de la Maison Francaise dOxford*, 1 (1).
7. Fraser, I. (2000). An application of maximum entropy estimation: the demand for meat in the United Kingdom. *Applied Economics*, Vol. 32, 45-59.
8. Golan, A. (2008). Information and Entropy Econometrics-A Review and Synthesis. *Foundations and Trends in Econometrics*, Vol. 2, Nos 1-2, pag. 1-145.
9. Golan, A., Judge, G., & Miller, D. (1996). *Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data*. John Wiley & Sons.
10. Hartley, R. (1928). Transmission of information. *Bell System Technical Journal*, pags. 535-563.
11. Heath, A., R, J., J, C., G, E., J, F., & S, W. (1991). *Understanding Political Change: the British Voter 1964-87*. Oxford: Pergammon.
12. Jaynes, E. (1957). Information Theory and Statistical Mechanics. *The Physical Review*, Vol. 106, No. 4, 620-630.
13. Johnston, R., & Hay, A. (1983). Voter transition probability estimates: an entropy-maximizing approach. *European Journal of Political Research*, 93-98.
14. Johnston, R. J., C. J. Pattie, and A. T. Russell (1993): "Dealignment, spatial
15. polarisation and economic voting," *European Journal of Political Research*, 23(1), 67-90.
16. King, G. (2004). EI: A Program of Ecological Inference. *Journal of Statistical Software*, 11 (7).



17. McCarthy, C., & Ryan, T. (1977). Estimates of voter transition probabilities from the British General Election of 1974. *Journal of the Royal Statistical Society* , 78-85.
18. Mittelhammer, R., Scott, N., & Marsh, T. (2013). The Data-Constrained Generalized Maximum Entropy Estimator of the GLM: Asymptotic Theory and Inference. *Entropy*, Vol. 15, 1756-1775.
19. Odendahl, C. (2012). Voter Transitions and Party Location - Evidence from Germany. Universidad de Estocolmo.
20. Park, W. (2004). Estimation of Voter Transition Rates and Ecological Inference. Working Paper. . Department of Political Science, University of Michigan.
21. Pukelsheim, F. (1994). The three sigma rule. *American Statistician*, Vol. 48, 88-91.
22. SAS Institute. (2015). SAS/ETS 9.4 User's Guide, Chapter 14: The Entropy Procedure. SAS Publishing: Cary, NC.
23. Schuessler, A. (1999). Ecological inference. *Proceedings of the National Academy of Science of the USA*, 10578-10581.
24. Sevillano, R. (2012). Estimación de las Elasticidades de Armington y CET: Una aproximación de Máxima Entropía Generalizada. *Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas*, 1-17.
25. Schadee, H. (1988). Interparty Distances in Italian Elections, 1968- 1987. paper presented to the Italian Society for Electoral Studies .
26. Shannon, C. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27, pags. 379-423, 623-656.
27. Upson, G. (1978). A note on the estimation of voter transition probabilities. *Journal of the Royal Statistical Society*, 141 (4), 507-512.