

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
ESCUELA DE GRADUADOS
CONCEPCION-CHILE**

**ANÁLISIS NUMÉRICO DE MODELOS DE TRANSPORTE Y
DEGRADACIÓN DE CONTAMINANTES EN MEDIOS ACUÁTICOS**

The logo of the University of Concepcion, Chile, is a shield-shaped emblem. It features a central yellow shield with a blue border. Inside the yellow shield, there is a blue and white design that resembles a stylized 'U' or a similar symbol. The shield is surrounded by a blue laurel wreath. At the top of the shield, there are five white stars. The entire emblem is set against a light blue background.

*Tesis para optar al grado de
Doctor en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática*

Edwin Marcelo Enrique Behrens Rincón

**FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA**

2006

RESUMEN

Los cursos de agua, además de ser un recurso esencial para la vida del hombre, son utilizados para eliminar desechos. Con la creciente población y número de fábricas que arrojan hoy en día sus desechos en ellos, una gran cantidad de ríos han sido contaminados. Para prevenir esta situación es necesario desarrollar modelos de calidad de agua que permitan predecir la concentración de poluto ante eventuales escenarios de caudales y descarga de contaminantes.

Para modelar el transporte de contaminantes en el río, en esta tesis hemos considerado la ecuación de advección-reacción-difusión, en donde la descarga se modela con una fuente regular si es difusa, y con una fuente delta de Dirac si es puntual .

Para resolver eficientemente esta ecuación utilizamos un esquema adaptivo, basado en un método estabilizado de elementos finitos combinado con estimadores de error a posteriori.

En la primera parte de la tesis consideramos descargas difusas. Aquí introducimos un esquema de elementos finitos adaptivo para la ecuación de transporte, considerando fuentes en $L^2(\Omega)$. Hemos desarrollado estimadores de error a posteriori tanto de tipo residual como basados en la solución de problemas locales. Ambos estimadores permiten obtener mallas correctamente refinadas.

Posteriormente se estudia la ecuación de Laplace con una fuente delta soportada en un punto interior del dominio. Se muestra que la solución de este problema pertenece a $W^{1,p}(\Omega)$, $1 \leq p < 2$, y por lo tanto a $L^r(\Omega)$, $r < \infty$. Por esta razón, se introducen algunos estimadores a posteriori del error de tipo residual equivalentes al error tanto en norma $W^{1,p}(\Omega)$ como $L^r(\Omega)$.

Por último, se resuelve la ecuación de transporte con fuentes delta mediante un esquema adaptivo estabilizado, para el que se desarrollan estimadores a posteriori de tipo residual equivalentes al error, los que permiten obtener mallas correctamente refinadas. Esto hace posible obtener buenas aproximaciones de la concentración de contaminantes, lo cual es de gran utilidad a la hora de analizar posibles descargas en ríos.

En todos los casos se presenta una abundante experimentación numérica, que nos

permite establecer el buen comportamiento de los estimadores desarrollados.

