



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
INGENIERIA FORESTAL

**ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE EN LA MODELACIÓN DE ALTURA
DOMINANTE EN RODALES DE *Pinus radiata* D. DON**

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad de
Concepción para otorgar al título profesional de Ingeniera Forestal

POR: Melissa Valeria Ramírez Choque

Profesor Guía: Simón Pedro Sandoval Rocha

Eduardo Alfonso Acuña Carmona

Octubre, 2023

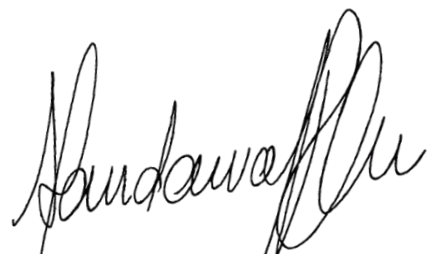
Concepción, Chile

© 2023, Melissa Valeria Ramírez Choque

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

**ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE EN LA MODELACIÓN DE ALTURA
DOMINANTE EN RODALES DE *Pinus radiata* D. DON**

Profesor Guía



Simón Pedro Sandoval Rocha

Profesor Asistente

Ingeniero Forestal, Dr.

Profesor Guía



Eduardo Alfonso Acuña Carmona

Profesor Asociado

Ingeniero forestal, Dr.

DEDICATORIA

A mis padres por haberme brindado su apoyo incondicional, emigrar a otra ciudad para estudiar lo que me gusta no es fácil y no hubiera sido posible si no hubiera contado con ustedes; Vuestro cariño y paciencia me llevó a ser una persona más fuerte y resiliente frente a los desafíos que me ha presentado la vida en esta última etapa. La distancia no es obstáculo para sentir que están a mi lado, apoyándome en cada decisión que tome en el futuro. Gracias de corazón, Mamá y Papá, por todo lo que han hecho por mí.

A mis padrinos, por su invaluable contribución en mi crecimiento personal, que ha sido tan significativo como el apoyo brindado por mis padres. Desde entonces y el resto de mi vida estaré agradecida con ustedes.

A mi tío, desde que decidí venir a estudiar a Concepción me ha brindado su apoyo que ha sido fundamental para que mi vida universitaria en esta ciudad sea exitosa. Sin su ayuda, habría enfrentado mayores dificultades durante mi estadía aquí. En los momentos más difíciles, siempre ha estado a mi lado. Gracias de corazón por hacer una diferencia significativa en mi camino hacia el crecimiento académico y personal.

A mis amigas, por acompañarme en los buenos y malos momentos de la carrera. Han logrado sacarme una sonrisa siempre, incluso en los momentos más difíciles, rescatando el lado positivo de esta etapa.

A mi pareja, por tu compañía y apoyo que han sido fundamentales para alcanzar este logro, y no puedo evitar sentir una inmensa gratitud por tenerte en mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi profesor guía por brindarme las herramientas necesarias para llevar a cabo mi trabajo de investigación con éxito y desenvolverme en el área que más me apasiona dentro de mi carrera. Además del apoyo académico, su respaldo personal ha sido de gran importancia durante esta etapa de cambios y desafíos. Su orientación y comprensión me han permitido enfrentar diversos problemas con mayor confianza y determinación. También le agradezco las oportunidades laborales que me ha brindado a lo largo del camino, estas experiencias me han permitido conocer a personas excepcionales que han sido de gran ayuda para mi crecimiento profesional. Quiero extender mi gratitud a todas aquellas personas que, junto con mi profesor guía, han contribuido a mi bienestar personal y han creado un ambiente laboral positivo y enriquecedor. Gracias por brindarme momentos del día para dedicarme a mi trabajo de investigación, para resolver mis dudas y ayudarme a superar los obstáculos que enfrentaba.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	ix
ABSTRACT.	x
I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. METODOLOGÍA.....	8
2.1. Descripción de datos	8
2.2. Generación de curvas de índice de sitio con método de Diferencia Algebraica (ADA).....	9
2.3. Generación de curvas de índice de sitio con método de Predicción de Parámetros.....	10
2.4. Generación de curvas de índice de sitio con método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).....	10
2.5. Estimación de incertidumbre.....	11
2.6. Selección de modelos.....	12
2.7. Simulación de curvas de crecimiento.....	13
2.8. Evaluación de incertidumbre en intercepciones de curvas.....	13
III. RESULTADOS	15
3.1. Selección de modelo y resultados de ajuste.....	15
3.2. Proyección de curvas de crecimiento con método de Diferencia Algebraica (ADA).....	18
3.3. Proyección de curvas de crecimiento con método de Predicción de Parámetros (MPP).....	19
3.4. Proyección de curvas de crecimiento con método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).....	20
3.5. Estimación de incertidumbre en proyecciones de altura dominante en diferentes índices de sitio para cada zona de estudio.....	21
3.6. Determinación de probabilidad de traslape de incertidumbre en curvas de índice de sitio.....	27
IV DISCUSIÓN	37
V. CONCLUSIONES.....	46
VI. BIBLIOGRAFÍA	48

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de características dasométricas de rodales de <i>P. radiata</i> a la edad base de 20 años.	9
Tabla 2. Estructura de modelos para generación de curvas anamórficas con método ADA.	9
Tabla 3. Estructura de modelos para generación de curvas polimórficas con método de Predicción de Parámetros.	10
Tabla 4. Modelos evaluados y formulaciones GADA.	11
Tabla 5. Resultados de ajuste en la modelación de altura dominante con método de Diferencia Algebraica (ADA), Predicción de Parámetros (MPP) y Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).	17
Tabla 6. Parámetros estimados para proyección de altura dominante con método de Diferencia Algebraica (ADA).	17
Tabla 7. Parámetros estimados para proyección de altura dominante con método de Predicción de Parámetros (MPP).	17
Tabla 8. Parámetros estimados para proyección de altura dominante con método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).	18
Tabla 9. Probabilidad de traslape en curvas índice de sitio de rodales de <i>P. radiata</i> en zona norte, utilizando método ADA.	31
Tabla 10. Probabilidad de traslape en curvas de índice de sitio de rodales de <i>P. radiata</i> en zona sur, utilizando método ADA.	32
Tabla 11. Probabilidad de traslape en curvas de índice de sitio de rodales de <i>P. radiata</i> en zona norte, utilizando método de Predicción de Parámetros.	33
Tabla 12. Probabilidad de traslape en curvas de índice de sitio de rodales de <i>P. radiata</i> en zona sur, utilizando método de Predicción de Parámetros.	34
Tabla 13. Probabilidad de traslape en curvas de índice de sitio de rodales de <i>P. radiata</i> en zona norte, utilizando método GADA.	35
Tabla 14. Probabilidad de traslape en curvas de índice de sitio de rodales de <i>P. radiata</i> en zona sur, utilizando método GADA.	36

INDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 1. Comparación de curvas de crecimiento con índices de sitio de 20, 25 30 y 35 m en zona norte y sur. Utilizando ecuación de Chapman-Richards con método ADA.	19
Figura 2. Comparación de curvas de crecimiento con índices de sitio de 20, 25 30 y 35 m en zona norte y sur. Utilizando ecuación de Weibull con método de Predicción de Parámetros.....	20
Figura 3. Comparación de curvas de crecimiento con índices de sitio de 20, 25 30 y 35 m en zona norte y sur. Utilizando ecuación de Chapman-Richards con método GADA.	21
Figura 4. Comparación de incertidumbre estimada en proyección de altura dominante con índices de sitio de 36, 32, 28, 25, 22 m en zona norte y sur con método ADA.	22
Figura 5. Comparación de incertidumbre estimada en proyección de altura dominante con índices de sitio de 36, 32, 28, 25, 22 m en zona norte y sur con método de Predicción de Parámetros.....	24
Figura 6. Comparación de incertidumbre estimada en proyección de altura dominante con índices de sitio de 36, 32, 28, 25, 22 m en zona norte y sur con método GADA.	26

RESUMEN

El presente trabajo de investigación se centra en cuantificar la incertidumbre en curvas de índice de sitio en plantaciones de *Pinus radiata* en diferentes períodos de tiempo. Se llevó a cabo un ejercicio metodológico que conlleva la división de la información en zona norte y sur con respecto a su ubicación geográfica, donde se realizaron estimaciones de altura dominante y la evaluación de incertidumbre mediante tres métodos de ajuste: ADA, GADA y Predicción de Parámetros. El modelo de Chapman-Richards demostró el mejor ajuste con el método ADA y GADA, excepto en el método de Predicción de Parámetros, donde el modelo de Weibull fue el más adecuado. La incertidumbre estimada en curvas de diferentes índices de sitio varió según el método de ajuste. En el método ADA, la probabilidad de traslape de incertidumbre fue disminuyendo en ambas zonas de estudio, mostrando una alta similitud entre diferentes índices de sitio en distintas edades. En el método de Predicción de Parámetros, la probabilidad de traslape no fue constante debido a la sensibilidad del método. En el método GADA, se observó una menor incertidumbre en las estimaciones y la probabilidad de traslape de las curvas de crecimiento aumentó con el tiempo en ambas zonas. La representatividad de los datos fue un factor determinante en la discusión, ya que la zona norte si bien contaba con una mayor cantidad de datos, disponía de poca variabilidad de lugares. Por el contrario, la zona sur disponía de menos datos, pero una amplia variedad de lugares y condiciones.

ABSTRACT

The present research work focuses on quantifying the uncertainty in site index curves in *Pinus radiata* plantations over five time periods. A methodological exercise was carried out that using the information in both zones northern and southern. The dominant height estimates and uncertainty evaluation were made using three fitting methods: ADA, GADA, and Parameter Prediction. The Chapman-Richards model demonstrated the best fit with the ADA and GADA methods, except in the Parameter Prediction method, where the Weibull model was the most appropriate. The estimate of uncertainty among dominant height curves at different site indices varied depending on the fitting method. In the ADA method, the uncertainty overlap probability was decreasing for both study areas, showing a high similarity between different site indices at different ages. In the parameter prediction method, the uncertainty between curves was not constant due to the sensitivity of the method. In the GADA method, lower uncertainty was observed in the estimates, and the overlap probability of the growth curves increased over time in both areas. The data representativity was a determining factor in the discussion, since the northern area, although it had a greater amount of data, had little variability of locations. In contrast, the southern zone had less data, but a wide variety of locations and condition.

I. INTRODUCCIÓN

La productividad forestal es un factor importante que se utiliza para medir la capacidad de un bosque de producir madera y otros productos forestales. Al mismo tiempo, es un indicador fundamental en la planificación de un manejo silvícola, ya que brinda información relevante del crecimiento potencial de un bosque. La productividad forestal depende de la calidad del sitio, la cual a su vez se refiere a la capacidad productiva del bosque que es influenciada por factores ambientales. Estos factores pueden ser bióticos y abióticos, como las características del suelo, clima, topografía, disponibilidad de agua y nutrientes, así como la presencia de otras especies vegetales o animales (Gerding & Schlatter, 1995). Los factores ambientales propician el desarrollo máximo del bosque, que a su vez permite expresar su máximo potencial de crecimiento.

La calidad de sitio es posible estimarla bajo métodos directos o indirectos. El método directo consiste en la medición de variables del bosque que se pueden extraer de datos históricos en parcelas temporales o permanentes, como el desarrollo de tablas de rendimiento. Los métodos indirectos emplean relaciones entre las especies del dosel, las características de la vegetación del sotobosque, factores topográficos, climáticos y edáficos. Una manera indirecta de cuantificar la calidad del sitio es a partir del índice de sitio, ya que existe una relación directa entre ambos. Un sitio de buena calidad con suelos fértiles y clima favorable tendrá

un índice de sitio alto, en esta condición los árboles crecerán más rápido y se obtendrá mayor producción de materia prima. Por otro lado, un índice de sitio bajo indica sitios con suelos pobres o condiciones climáticas desfavorables, en esta condición los árboles tendrán un crecimiento más lento y su rendimiento será menor.

La importancia del índice de sitio radica en determinar qué tan bueno es el sitio para obtener beneficios de la actividad forestal, ayuda en la planificación de esquemas de manejo y puede ser utilizado como un predictor de rendimiento de las masas forestales (Soto Sánchez, 2019). El índice de sitio es una expresión matemática de la calidad de sitio y está basado en la altura dominante (Vallejos, 1996). La altura dominante se define como el promedio de altura de los árboles más gruesos del rodal, generalmente se utiliza la proporción de árboles que representan el promedio de los 100 árboles de mayor diámetro en una hectárea. Existe consenso de que en esos árboles que dominan el sitio expresan la productividad potencial de este. Sin embargo, hay otras definiciones las cuales incorporan más árboles en el cálculo de la altura dominante, como la proporción de 200 o 300 árboles por hectárea. Al mismo tiempo que el volumen, área basal y diámetro medio, la altura dominante es una variable de estado de rodal, pero está menos influenciada por la densidad de este. Esto se debe a que el crecimiento en altura de los árboles está relacionado con los factores edafoclimáticos que compongan el sitio.

La altura dominante es posible estimarla a través de un modelo matemático de crecimiento. Se utiliza información de la altura dominante observada a una edad específica, de esta manera se proyecta el crecimiento de la altura para edades futuras. También se considera una edad base o de referencia, que corresponde al número de años seleccionado para determinar el índice de sitio (Diéguez-Aranda et al., 2005). Existen diferentes métodos para estimar el crecimiento en altura dominante, como el método estático y dinámico. El método estático no incorpora explícitamente una tasa de crecimiento para los árboles o rodales, lo que implica que los cambios en el tiempo se evalúen con datos obtenidos de un único inventario de una serie de parcelas (Hirigoyen Dominguez, 2016). Por otro lado, el método dinámico si incorpora dichas tasas de crecimiento mediante información de al menos dos inventarios. La proyección del crecimiento en altura dominante utilizando el método dinámico posee mayor flexibilidad, considerándose más realista que la obtenida con el método estático (Cailliez & Alder, 1980; Diéguez-Aranda et al., 2009).

Existen varios métodos de ajuste de curvas de índice de sitio, donde los más relevantes y utilizados son: Curva guía, Predicción de Parámetros, Diferencia Algebraica (Algebraic Difference Approach o ADA) y Diferencia Algebraica Generalizada (Generalized Algebraic Difference Approach o GADA). El método de la curva guía es el más simple, la información para este método se puede obtener de mediciones repetidas en parcelas de muestreo temporales o

permanentes. De este modo, se genera una curva promedio de altura dominante a una edad base.

El método de Predicción de Parámetros predice cada parámetro del modelo expresándolo en función del índice de sitio. Por otra parte, el método de Diferencia Algebraica (Algebraic Difference Approach o ADA) requiere configurar la información de crecimiento en altura en diferencias, es decir, diferencias entre edades de medición y sus respectivas alturas observadas. Bailey and Clutter (1974) introdujeron el concepto de edad base invariante, el cual es incorporado en el método de Diferencia Algebraica (ADA). Este concepto declara que las estimaciones de crecimiento en curvas de índice de sitio deben ser independientes de la edad base.

Cieszewski and Bailey (2000) introdujeron una generalización del método de Diferencia Algebraica (ADA) denominado como método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA). Este método considera la expansión del modelo, donde más de un parámetro dependa de las condiciones del sitio (Cieszewski, 2001). Aquí se genera una variable auxiliar X cuya solución es incorporada en una ecuación tridimensional $Y=f(t, X)$, donde Y la altura dominante en función del tiempo y X la variable independiente en función del sitio. La variable X resume factores no-observables que afectan el crecimiento, de esta manera se describe

implícitamente las variaciones del sitio como el clima, disponibilidad de agua, profundidad del suelo orgánico, área foliar, etc.

El método GADA es uno de los métodos más potentes para generar curvas de índice de sitio, ya que su formulación permite generar curvas anamórficas, polimórficas con asíntotas múltiples y tasas de crecimiento variables (Cieszewski & Strub, 2008). Las curvas de crecimiento anamórficas se caracterizan por ser proporcionales entre sí. Por otra parte, las curvas polimórficas pueden ser de dos tipos: con y sin intersecciones en la proyección, y en ambos casos la proporción de las curvas de crecimiento es diferente entre sí, ya que poseen pendientes variables y, por lo tanto, éstas aparentan diferente forma en cualquiera de sus dos variantes (Torres-Rojo, 2001).

Se han realizado diversos estudios asociados a la generación de curvas de índice de sitio bajo el método GADA. Cieszewski et al. (2007); Cieszewski et al. (2006) examinaron distintas ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Pinus sylvestris*. Los autores concluyeron que modelos polimórficos con formulación GADA pueden describir los patrones de crecimiento mejor que modelos anamórficos. Diéguez-Aranda et al. (2006) evaluaron cuatro ecuaciones GADA para plantaciones de *Pinus taeda*. Los autores seleccionaron un modelo que cumplió con las características deseables de una ecuación dinámica de índice de sitio, según lo propuesto por Cieszewski and Bailey (2000). Estas características

son: polimorfismo, asíntotas variables, edad base invariante y las curvas deben comenzar a través del origen. Castillo-López et al. (2018) desarrollaron una ecuación que cumple con las mismas características para cuatro especies de pino. Hernández-Cuevas et al. (2018) concluyeron que las ecuaciones GADA poseen mejor capacidad predictiva en plantaciones de *Pinus ayacahuite*. Estas investigaciones realizadas en México, Estados Unidos y algunas zonas de Europa han brindado predicciones más consistentes de altura dominante. No obstante, en Chile no se han reportado investigaciones sobre el método GADA en plantaciones forestales.

García (2006) indicó que, en un entorno determinista, las curvas de índice de sitio muestran que las predicciones de altura dominante en el tiempo son constantes y predecibles. El autor también mencionó que el modelo determinista no considera la variabilidad provocada por los cambios del clima, errores de medición y/o deficiencias en el muestreo. Estos factores no medibles podrían desviar el crecimiento de la tendencia esperada, lo que podría ocasionar que las estimaciones del crecimiento reflejado en la altura dominante difieran de los valores reales. Por otro lado, existen los modelos estocásticos, los cuales reconocen el grado de aleatoriedad que puedan tener los procesos biológicos y las variaciones ambientales en la proyección del crecimiento. Este tipo de modelos incorporan la incertidumbre en las estimaciones, lo que permite generar curvas de índice de sitio que representen la distribución probabilística del

crecimiento en función de las variables ambientales. Los modelos estocásticos proporcionan una representación más realista y completa de las relaciones entre el sitio y el crecimiento de las plantaciones.

La incorporación de incertidumbre en las estimaciones de altura dominante aporta un valor significativo al considerar los factores externos no medibles, que pueden ocasionar desviaciones en las tendencias esperadas de las mismas. Al mismo tiempo, la incertidumbre existente entre curvas de índice de sitio expresa el nivel de traslape en el crecimiento de la altura dominante de una plantación bajo diversas condiciones de sitio. Por lo tanto, incluir de manera explícita la incertidumbre en las proyecciones de altura dominante bajo diferentes índices de sitio puede proporcionar información valiosa para la planificación forestal y toma de decisiones. El objetivo principal de esta investigación es cuantificar e incorporar explícitamente la incertidumbre en la modelación de altura dominante, a través de un ejercicio metodológico utilizando como ejemplo un inventario de rodales pulpables de *Pinus radiata*. Para la generación de curvas de índice de sitio se contrastaron los métodos de Diferencia Algebraica (ADA), Predicción de Parámetros y Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).

II. METODOLOGÍA

2.1. Descripción de datos

Los datos fueron proporcionados por el Modelo Nacional de Simulación (MNS), que dispone con información dasométrica de una extensa red de parcelas permanentes y ensayos silvícolas, la cual cubre la distribución geográfica de las plantaciones de *Pinus radiata*. De esta red se utilizaron 172 parcelas distribuidas entre los paralelos 35°25'36" al 41° 1'2.82" latitud sur. La información fue categorizada en zona norte y sur (Tabla 1). Las parcelas situadas en la Región del Maule y Ñuble fueron agrupadas en la zona norte, mientras que aquellas ubicadas en las regiones del Biobío, La Araucanía y Los Ríos fueron designadas en la zona sur. La información de las parcelas corresponde a monitoreos permanentes, en donde se registró el diámetro altura pecho (DAP), área basal, altura total, volumen, diámetro medio cuadrático (DMC), altura dominante e índice de sitio. Los rodales poseen densidades de plantación inicial que varían entre 403 a 2.585 árboles por hectárea, con mediciones desde el establecimiento de las parcelas hasta los 29 años.

Tabla 1. Resumen de características dasométricas de rodales de *P. radiata* a la edad base de 20 años.

Zona	N° de parcelas	Densidad (árbol ha ⁻¹)	DAP (cm)	Área basal (m ² ha ⁻¹)	Altura (m)	Volumen (m ³ ha ⁻¹)	DMC (cm)	Altura dominante (m)
Norte	81	1.249	26,13	59,83	27,06	573,83	26,68	30,14
Sur	91	857	30,17	58,76	28,05	598,83	30,81	30,55

2.2. Generación de curvas de índice de sitio con método de Diferencia Algebraica (ADA).

En el proceso de ajuste de la altura dominante con el método de Diferencia Algebraica (ADA), se utilizaron los modelos de Weibull y Chapman-Richards. Las ecuaciones se desarrollaron con el enfoque de la curva guía para la obtención de curvas anamórficas. De esta manera, se generó una curva promedio donde la altura estimada H_j está vinculada a un índice de sitio determinado a la edad base de 20 años (Tabla 2).

Tabla 2. Estructura de modelos para generación de curvas anamórficas con método ADA.

	Ecuación base	Ecuación de proyección
Weibull	$H = k(1 - e^{-aE^b})$	$H_j = IS \frac{(1 - e^{-aE^b})}{(1 - e^{-aE_0^b})}$
Chapman- Richards	$H = k(1 - e^{-aE})^b$	$H_j = IS \frac{(1 - e^{-aE})^b}{(1 - e^{-aE_0})^b}$

*H es la altura dominante, E es la edad, E_0 es la edad base, k, a y b son parámetros de asíntota, escala y forma respectivamente.

2.3. Generación de curvas de índice de sitio con método de Predicción de Parámetros.

En este método se emplearon nuevamente los modelos de Weibull y Chapman-Richards. En este caso, cada parámetro del modelo depende de las condiciones del sitio y fueron estimados a partir del índice de sitio por parcela en la respectiva zona de estudio, lo que permitió la generación de curvas polimórficas (Tabla 3). La estimación de la altura dominante para cada parcela fue definida como H_j .

Tabla 3. Estructura de modelos para generación de curvas polimórficas con método de Predicción de Parámetros.

Ecuación base	k	a	b
Weibull $H_j = k(1 - e^{-aE^b})$	$k_0 + k_1IS$	$a_0 + a_1IS + a_2IS^2$	$b_0 + b_1IS + b_2IS^2$
Richards $H_j = k(1 - e^{-aE})^b$	$k_0 + k_1IS$	$a_0 + a_1IS + a_2IS^2$	$b_0 + b_1IS + b_2IS^2$

* $k_0, k_1, a_0, a_1, a_2, b_0, b_1$ y b_2 , son parámetros de regresión.

2.4. Generación de curvas de índice de sitio con método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).

En este método se utilizaron los modelos de Richards, Hossfeld y Korf (Tabla 4). Estos modelos proporcionaron buenos resultados con la formulación GADA en el ajuste de altura dominante para distintas especies de pino en los estudios de

Castillo-López et al. (2018), Hernández-Cuevas et al. (2018), Quiñonez-Barraza et al. (2015); Vargas-Larreta et al. (2013). En las ecuaciones dinámicas, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ son expresados por los parámetros b_3, b_4 y b_5 junto con la variable X (variable no observable e independiente).

Tabla 4. Modelos evaluados y formulaciones GADA.

Ecuación base	Solución X	Ecuación de proyección
Richards		
$H = \delta_1(1 - e^{-\delta_2 E})\delta_3$	$X = \frac{1}{2}[\ln H_0 - b_4 Y + \sqrt{(\ln H_0 - b_4 Y)^2 - 4b_5 Y}]$	$H = H_0 \left[\frac{1 - e^{-b_3 E}}{1 - e^{-b_3 E_0}} \right]^{-(b_4 + \frac{b_5}{X})}$
$\delta_1 = e^X$	$Y = \ln [1 - e^{(-b_3 E_0)}]$	
$\delta_3 = b_4 + \frac{b_5}{X}$		
Korf		
$H = \delta_1 e^{-\delta_2 E^{-\delta_3}}$	$X = \frac{1}{2} E_0^{-b_5} [b_1 + E_0^{b_5} \ln H_0 + \sqrt{4b_4 E_0^{b_5} + (-b_3 - E_0^{b_5} \ln H_0)^2}]$	$H = e^{X E} \left[-\left(\frac{b_3 + b_4}{X}\right) E^{-b_5} \right]$
$\delta_1 = e^X$		
$\delta_3 = \frac{b_3 + b_4}{X}$		
Hossfeld		
$H = \frac{\delta_1}{1 + \delta_2 E^{-\delta_3}}$	$X = \frac{1}{2} [H_0 - b_3 \pm \sqrt{(H_0 - b_3)^2 + 4b_4 H_0 E_0^{-b_5}}]$	$H = \frac{b_3 + X}{1 + \frac{b_4}{X} E^{-b_5}}$
$\delta_1 = b_3 + X$		
$\delta_2 = \frac{b_4}{X}$		

* H_0 es la altura dominante definida a una edad base E_0 de 20 años.

2.5. Estimación de incertidumbre.

La estimación de la incertidumbre se llevó a cabo mediante una función de varianza residual. Esta fue ajustada simultáneamente junto a la función base de

crecimiento en altura dominante. La función de varianza residual incorporó el parámetro (ν), el cual sirve como ponderador de la varianza del estimador con relación a la edad. De esta manera, se logró capturar la heterocedasticidad de la altura dominante con el transcurso del tiempo.

$$\sigma^2 = \nu \cdot \text{Edad}$$

El parámetro (ν) se estimó junto con los parámetros de los modelos en el ajuste, incorporando de manera explícita la incertidumbre en las estimaciones de altura dominante.

2.6. Selección de modelos.

Se hizo uso del software R para la evaluación del ajuste de los modelos. En este proceso se emplearon los criterios de la raíz del error cuadrático medio (RMSE), logaritmo de verosimilitud (LogLik), índice de Akaike (AIC) y el criterio de información bayesiano (BIC). Estos indicadores compensan la diferencia de grados de libertad que poseen modelos de diferente estructura.

$$\text{AIC} = -2\text{Loglik} + 2k$$

$$\text{BIC} = -2\text{Loglik} + k \ln n$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (H_i - \hat{H}_i)^2}$$

Donde, H_i es la altura dominante observada, \hat{H}_i es la altura dominante estimada, k es el número de parámetros del modelo y, n es el tamaño de la muestra.

Considerando los resultados estadísticos de los modelos evaluados, se realizó una comparación entre dichos modelos utilizando los enfoques de ajuste ADA, GADA y Predicción de Parámetros.

2.7. Simulación de curvas de crecimiento.

Se estableció un periodo de tiempo de 0 a 35 años y se consideraron índices de sitio en un rango de 20 a 36 metros. De esta manera, se proyectó la altura dominante con el modelo más apropiado basado en los resultados de ajuste. La simulación se llevó a cabo de manera independiente para cada zona de estudio.

2.8. Evaluación de incertidumbre en intercepciones de curvas.

Una vez determinada la incertidumbre mediante la función de varianza residual, se proyectó el valor medio de la altura y su desviación estándar. Aquí, se asume una distribución normal, según $H \sim N(f(E_i, E_0, IS), f(E_i, IS))$ donde $f(E_i, E_0, IS)$

representa la función de proyección de la altura dominante y $f(E_i, IS)$ es la función de varianza residual generada a la edad de proyección E_i . De esta forma, se visualizó la incertidumbre de cada curva de crecimiento, la cual podría interceptarse con la incertidumbre de otra curva, generando una zona de traslape. Para cuantificar esa zona de traslape, se calculó la probabilidad correspondiente al valor de la altura dominante en el cual se inicia la intersección, así como para la otra altura dominante restando la misma probabilidad para obtener el valor total. De este modo, se determinó si la probabilidad de traslape de incertidumbre aumenta o disminuye con el transcurso del tiempo.

III. RESULTADOS

3.1. Selección de modelo y resultados de ajuste.

En la Tabla 5 se observan los resultados estadísticos de los modelos evaluados en los tres métodos de ajuste de altura dominante. El modelo de Chapman-Richards obtuvo mayor precisión de ajuste con la formulación ADA y GADA en ambas zonas de estudio, según lo indica la raíz cuadrada del error medio (RMSE) en comparación con los modelos de Weibull, Hossfeld y Korf. Por otra parte, en el método de Predicción de Parámetros (MPP), el modelo de Weibull fue el que mejor se ajustó a los datos de ambas zonas de estudio, según lo reflejaron sus indicadores de precisión comparado con los métodos ADA y GADA. La precisión del ajuste del modelo de Richards con la formulación GADA fue similar a la obtenida con el método ADA, dado que sus valores de RMSE son bastante cercanos, particularmente en la zona sur. Sin embargo, la ecuación ADA de Richards se ajusta mejor a los datos observados según los valores AIC y BIC.

El ajuste de la altura dominante mediante la formulación ADA del modelo de Richards arrojó un parámetro de función de varianza de 2,68 m en la zona norte y 0,55 m en la zona sur. Estos valores son similares con los obtenidos mediante el ajuste de la función de Weibull con una diferencia de 0,01 m en la zona norte y 0,03 m en la zona sur. Sin embargo, es relevante mencionar que debido a los

valores bajos del parámetro (v), la función de varianza residual proyecta una menor incertidumbre en las estimaciones de altura dominante de la zona sur (Tabla 6).

Dado los resultados de ajuste, se utilizó el modelo de Weibull para proyectar la altura dominante con el método de Predicción de Parámetros, que al mismo tiempo tiene valores más bajos del parámetro (v) en comparación con el modelo de Richards. El modelo de Weibull obtuvo valores del parámetro (v) cercanos a los obtenidos con el método ADA, con 2,69 m en la zona norte y 0,53 m en la zona sur (Tabla 7).

El ajuste realizado con la formulación GADA generó valores del parámetro (v) más bajos en comparación a los obtenidos con los métodos ADA y MPP en zona norte y sur. De acuerdo con los resultados, el modelo de Richards fue el que mejor se ajustó a los datos observados en este método. Al mismo tiempo, el modelo arrojó valores de 0,66 m en la zona norte y 0,36 m en la zona sur, lo que resulta una menor incertidumbre en la función de varianza residual en comparación con los modelos de Hossfeld y Korf (Tabla 8).

Tabla 5. Resultados de ajuste en la modelación de altura dominante con método de Diferencia Algebraica (ADA), Predicción de Parámetros (MPP) y Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).

Método	Modelo	Zona	Número de datos	LogLik	AIC	BIC	RMSE
ADA	Weibull	Norte	4517	-8831,83	17671,66	17697,32	1,74
		Sur	2911	-5221,51	10451,02	10474,93	1,41
	Richards	Norte	4517	-8815,50	17638,99	17664,66	1,73
		Sur	2911	-5225,94	10459,88	10483,79	1,41
MPP	Weibull	Norte	4383	-6909,30	13836,60	13894,06	1,17
		Sur	2742	-3685,93	7389,86	7443,11	0,73
	Richards	Norte	4114	-6510,79	13039,59	13096,49	1,18
		Sur	2605	-3529,68	7077,36	7130,15	0,75
GADA	Richards	Norte	4097	-9213,27	18432,54	18451,49	1,63
		Sur	2691	-4777,32	9560,64	9578,33	1,39
	Hossfeld	Norte	4097	-11450,92	22909,83	22935,11	3,28
		Sur	2691	-6573,62	13155,23	13178,82	2,59
	Korf	Norte	4097	-10878,18	21764,37	21789,64	3,30
		Sur	2691	-6663,01	13334,01	13357,61	2,69

Tabla 6. Parámetros estimados para proyección de altura dominante con método de Diferencia Algebraica (ADA).

Método	Modelo	Zona	k	A	b	v
ADA	Weibull	Norte	39,75	0,02	1,41	2,67
		Sur	45,59	0,02	1,34	0,52
	Richards	Norte	43,56	0,08	1,59	2,68
		Sur	51,01	0,06	1,45	0,55

Tabla 7. Parámetros estimados para proyección de altura dominante con método de Predicción de Parámetros (MPP).

Método	Modelo	Zona	k_0	k_1	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	v
MPP	Weibull	Norte	-5,95	1,42	2,30	-0,08	0,0017	0,074	-0,0016	-0,000005	2,69
		Sur	71,51	-0,89	3,29	-0,19	0,0041	-0,046	0,0058	-0,000121	0,53
	Richards	Norte	-4,78	1,48	0,94	0,03	-0,000002	0,206	-0,0066	0,000100	2,74
		Sur	80,04	-1,04	5,07	-0,35	0,0078	0,271	-0,0218	0,000499	0,55

Tabla 8. Parámetros estimados para proyección de altura dominante con método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).

Método	Modelo	Zona	b_3	b_4	b_5	v
GADA	Richards	Norte	0,05	-169,57	659,13	0,66
		Sur	0,04	-88,35	367,32	0,36
	Hossfeld	Norte	1185,19	9998,38	0,52	0,61
		Sur	1311,53	9993,15	0,91	0,32
	Korf	Norte	-78,91	71,37	-0,59	0,53
		Sur	91,01	32,28	0,01	0,32

3.2. Proyección de curvas de crecimiento con método de Diferencia Algebraica (ADA).

En la Figura 1 se presentan las estimaciones de altura dominante utilizando el método ADA con la ecuación de Richards. Las proyecciones cubren en gran parte la trayectoria de los datos observados, particularmente en la zona sur, aunque algunos datos tienden a desviar la tendencia después de los cinco años. Las proyecciones de la zona norte tienden a subestimar la altura dominante desde el periodo inicial hasta los 20 años aproximadamente.

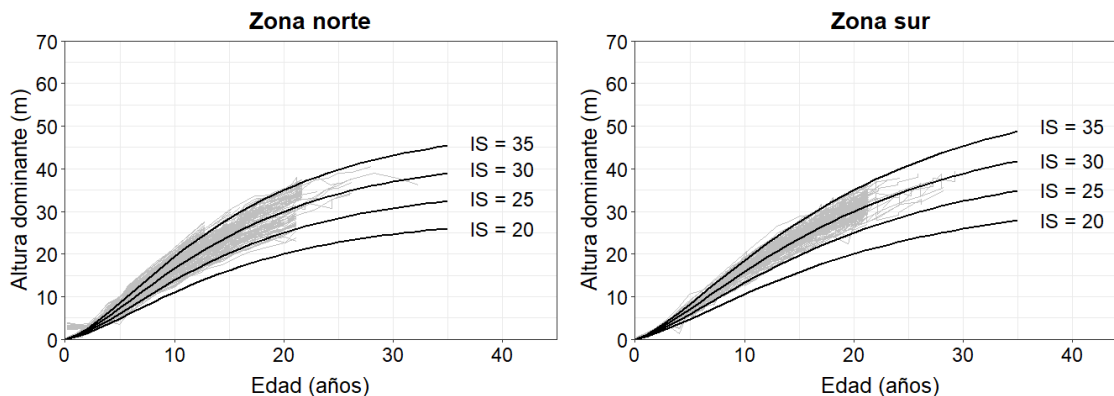


Figura 1. Comparación de curvas de crecimiento con índices de sitio de 20, 25 30 y 35 m en zona norte y sur. Utilizando ecuación de Chapman-Richards con método ADA.

3.3. Proyección de curvas de crecimiento con método de Predicción de Parámetros (MPP).

El modelo de Weibull bajo el método de Predicción de Parámetros generó curvas de altura dominante polimórficas para los diferentes sitios durante el tiempo evaluado (Figura 2). Además, se detectaron inconsistencias en las proyecciones, como en la zona sur, donde el crecimiento en altura dominante para un índice de sitio de 25 m resultó ser menor que un índice de sitio de 20 m. En la zona norte, se identificó la presencia de polimorfismo desde el inicio hasta los 7 años y para la zona sur se observa en todo el periodo de evaluación, subestimando la tendencia de los datos observados. En la zona sur, la curva correspondiente al índice de sitio de 35 m obtuvo una forma sigmoide en comparación con la curva correspondiente al índice de sitio de 20 metros. Al mismo tiempo, se observan dichas curvas interceptándose antes de los 10 años y después de los 30 años.

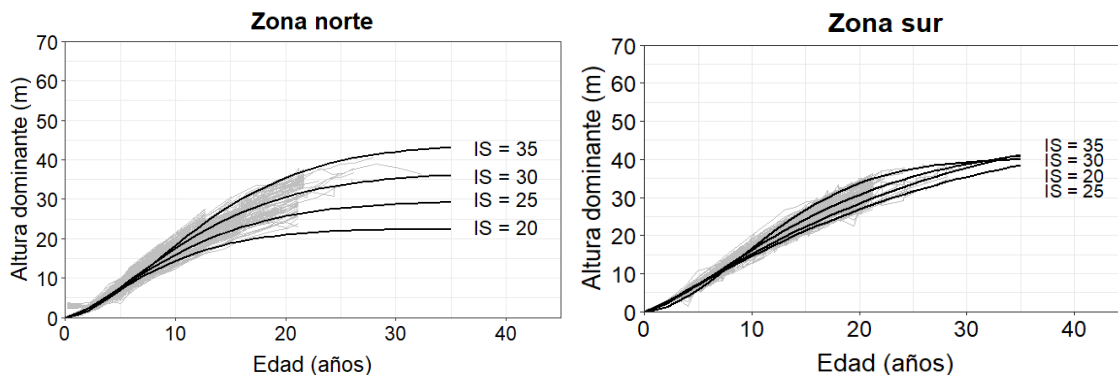


Figura 2. Comparación de curvas de crecimiento con índices de sitio de 20, 25, 30 y 35 m en zona norte y sur. Utilizando ecuación de Weibull con método de Predicción de Parámetros.

3.4. Proyección de curvas de crecimiento con método de Diferencia Algebraica Generalizada (GADA).

Con el método GADA se proyectó un crecimiento inicial rápido de la altura dominante con un índice de sitio de 35 m en ambas zonas (Figura 3). Por otro lado, las curvas proyectadas con índices de sitio más bajos como de 25 y 20 m muestran una forma sigmoide. En ambas zonas, es evidente la variación en las formas y tasas de crecimiento en las proyecciones. Según la tendencia de las curvas, es probable que la potencialidad máxima de crecimiento se asimile para todos los índices de sitio en edades posteriores.

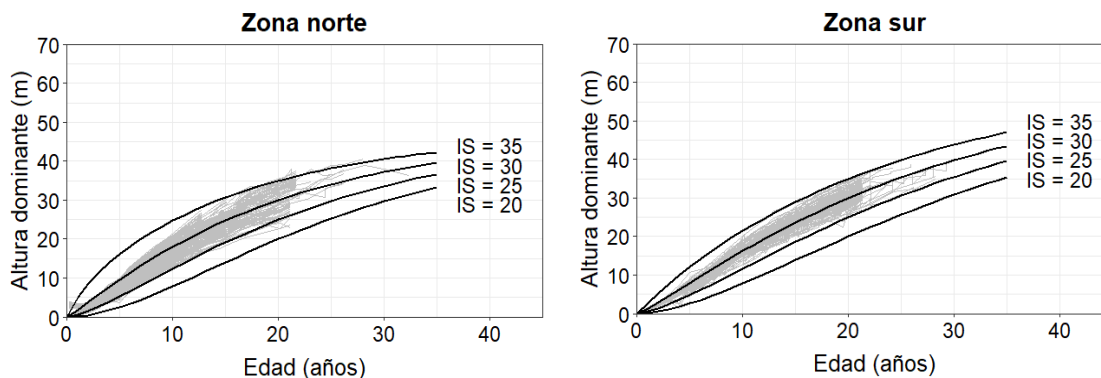


Figura 3. Comparación de curvas de crecimiento con índices de sitio de 20, 25 30 y 35 m en zona norte y sur. Utilizando ecuación de Chapman-Richards con método GADA.

3.5. Estimación de incertidumbre en proyecciones de altura dominante en diferentes índices de sitio para cada zona de estudio.

En la Figura 4 se observa la distribución de incertidumbre en curvas proyectadas con el método ADA para diferentes índices de sitio. En la zona norte se obtuvo una mayor incertidumbre que en la zona sur. La comparación de curvas con índices de sitio de 36-32, 36-28 y 36-25 m presentan una zona de traslape durante todo el periodo establecido. En curvas de índices de sitio de 36 y 22 m se observa la intersección de su incertidumbre hasta los 20 años y sobre los 25 años se observa un menor nivel de traslape. Por otro lado, en la zona sur se observa una incertidumbre más baja, y sólo en curvas de crecimiento con índices de sitio de 36 y 32 m se refleja el área de traslape a lo largo del periodo evaluado. En la comparación de curvas con índices de sitio de 36-28, 36-25 y 36-22 m sólo se puede observar el área de traslape en los primeros años.

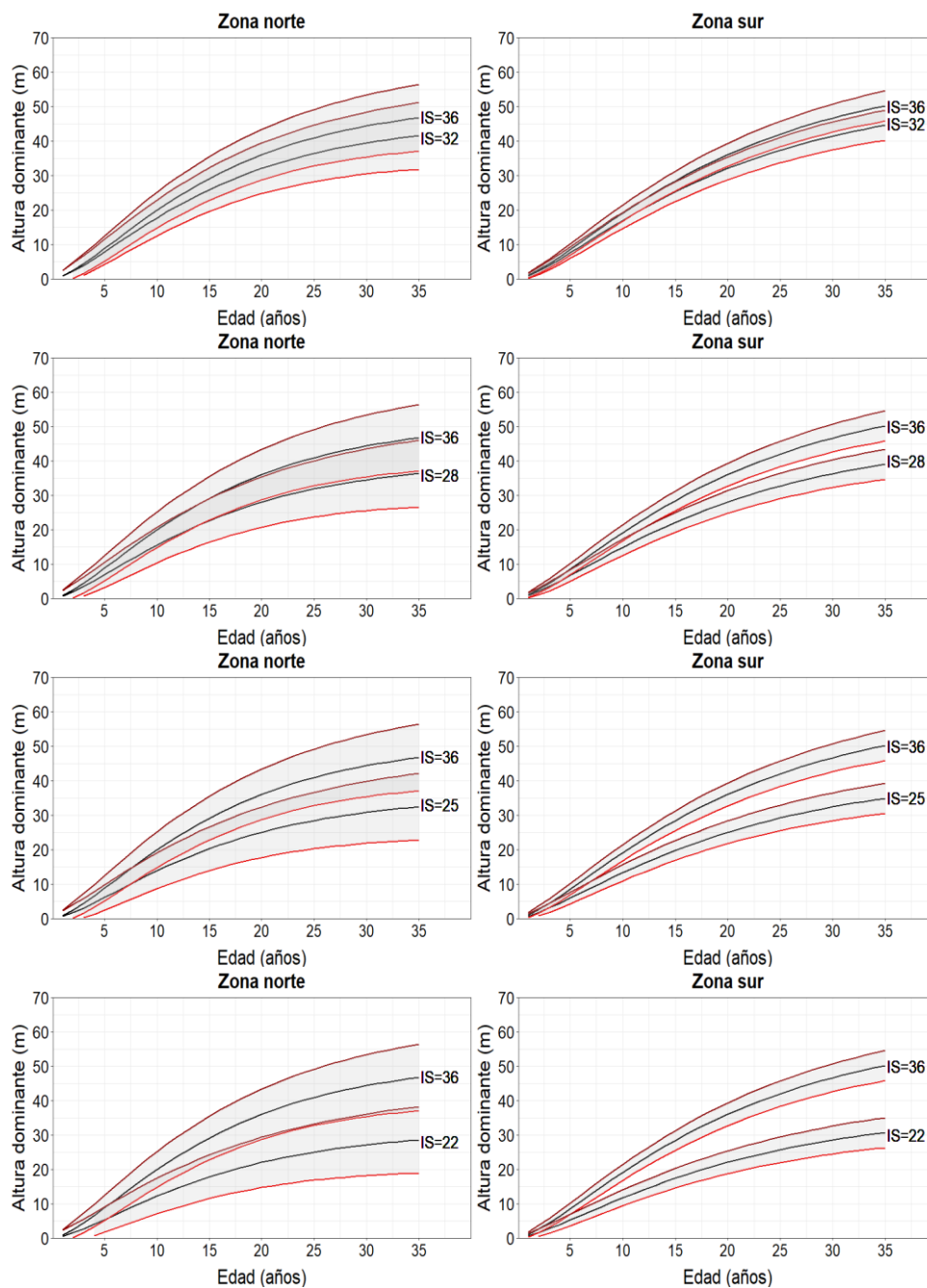


Figura 4. Comparación de incertidumbre estimada en proyección de altura dominante con índices de sitio de 36, 32, 28, 25, 22 m en zona norte y sur con método ADA.

En la Figura 5 se observa que las curvas proyectadas con el método de Predicción de Parámetros presentan una probabilidad de traslape variable para todos los índices de sitio y en ambas zonas de estudio. En la zona norte, se observa un nivel de traslape constante en el tiempo en curvas con índices de sitio de 36-32 y 36-28 m, pero con índices de sitio de 36-25 y 36-22 m la probabilidad de traslape va disminuyendo gradualmente en edades avanzadas. Por otro lado, en la zona sur, las curvas de crecimiento muestran varios puntos de intersección a lo largo del tiempo. En general, las curvas coinciden en edades iniciales, luego el nivel de traslape disminuye y vuelve a aumentar en edades más avanzadas, a excepción de las curvas con índices de sitio de 36-32 m, donde permanecen interceptadas. Esto implica que la probabilidad de que los sitios compartan las mismas características varía en cualquier edad.

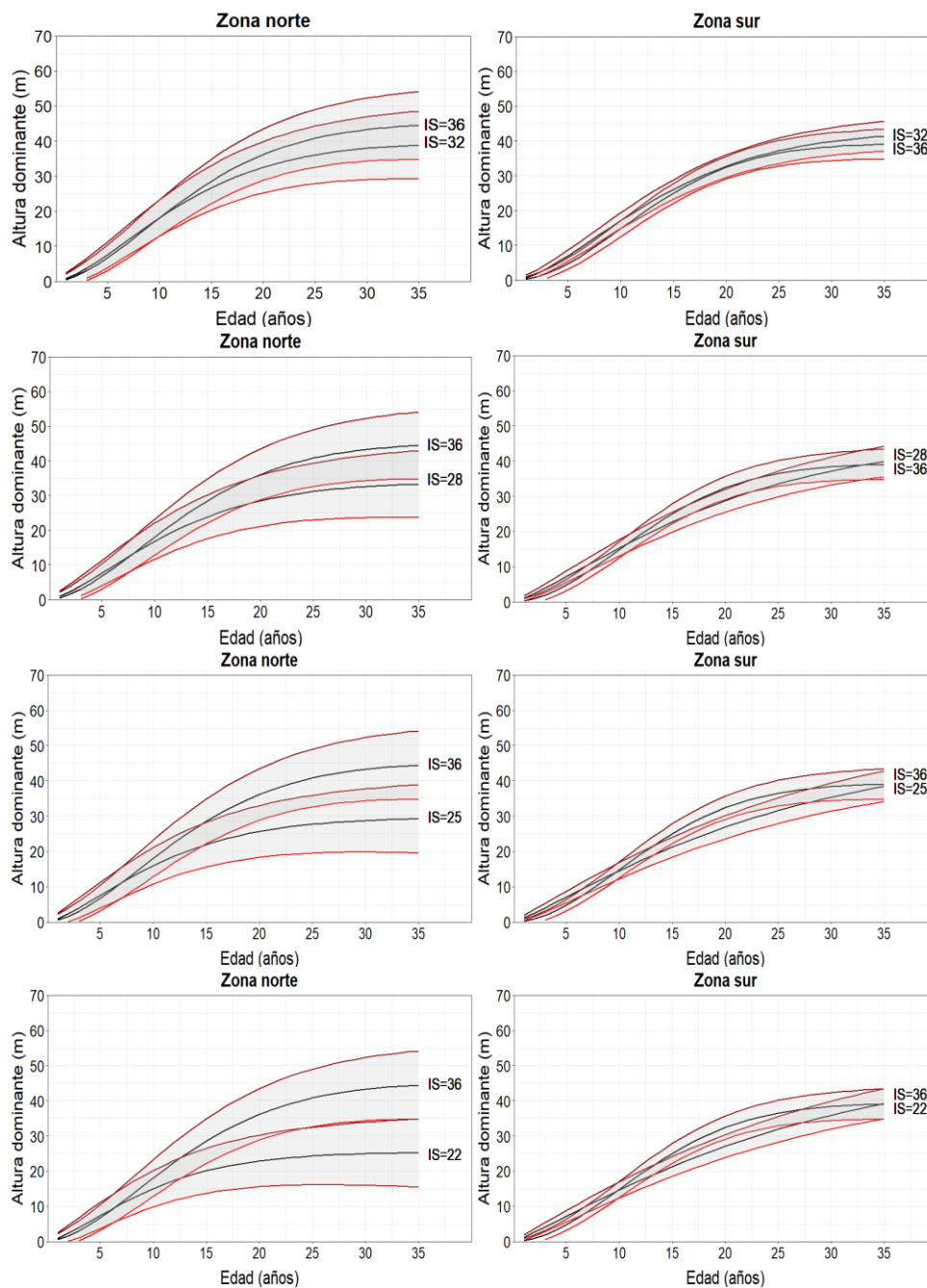


Figura 5. Comparación de incertidumbre estimada en proyección de altura dominante con índices de sitio de 36, 32, 28, 25, 22 m en zona norte y sur con método de Predicción de Parámetros.

En las proyecciones de altura dominante con el método GADA se identificaron áreas de traslape mayoritariamente en etapas avanzadas de crecimiento. En la zona norte, se observa la probabilidad de traslape en las curvas de índices de sitio de 36 y 32 m partir de los 13 años. Por otra parte, en la zona sur, esta probabilidad comienza a proyectarse después de los 15 años con los mismos índices de sitio. En curvas con índices de sitio de 36- 28 m, las curvas de crecimiento de la zona norte comienzan a interceptarse a los 22 años, mientras que en la zona sur este suceso ocurre pasado los 30 años. Al comparar el índice de sitio de 36 m con índices de sitio de 22 y 25 m, se observa la zona de traslape entre curvas sólo en la zona norte, presentándose a los 27 y 32 años respectivamente. Por otro lado, en la zona sur, no se observa el área de traslape en las curvas con estos índices de sitio, ya que mantienen una separación significativa a lo largo del tiempo.

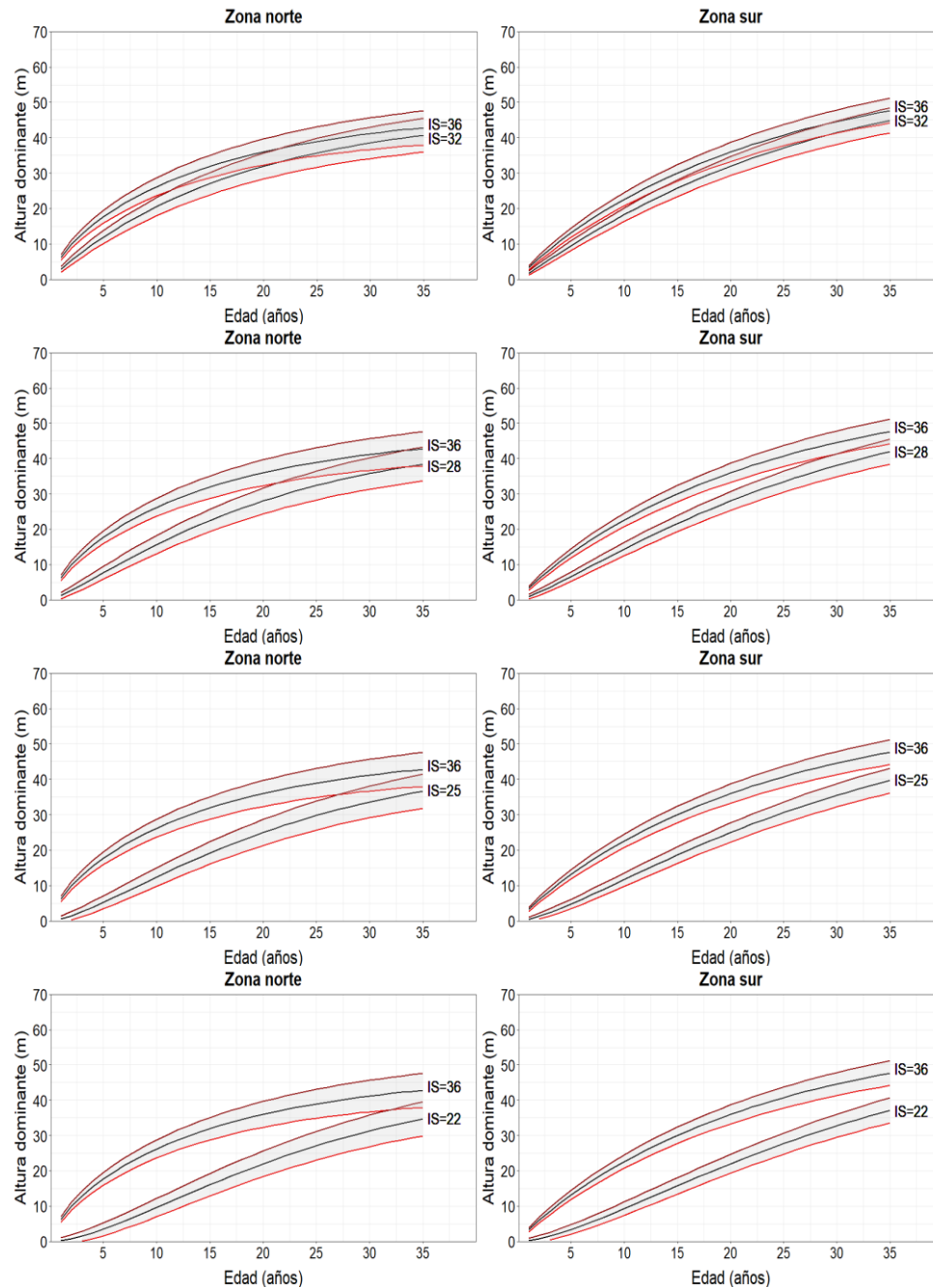


Figura 6. Comparación de incertidumbre estimada en proyección de altura dominante con índices de sitio de 36, 32, 28, 25, 22 m en zona norte y sur con método GADA.

3.6. Determinación de probabilidad de traslape de incertidumbre en curvas de índice de sitio.

En la Tabla 9 se resume el porcentaje de probabilidad de traslape entre curvas de distintos índices de sitio utilizando el método ADA. En la zona norte, existe una probabilidad de 91,50% de traslape de incertidumbre entre índices de sitio de 34-36 m a los 10 años. En el caso del crecimiento entre índices de sitio de 32-36 m, la probabilidad disminuye a 83,09%. Así, los valores de probabilidad de traslape de incertidumbre disminuyen sistemáticamente. Sin embargo, en índices de sitio de 36-32 m, la probabilidad de traslape vuelve a aumentar a la edad de 30 años. En varios sitios, este valor aumenta a los 25 años y disminuye a los 30. El valor más bajo fue de un 33,67% en la comparación de índices de sitio de 36-22 m.

En los sitios de la zona sur se observa un 82,06 % de probabilidad de traslape de incertidumbre en índices de sitio 36-34 a la edad de 10 años. Luego, esta probabilidad disminuye desde un 4% a 2% desde los 15 años en adelante, llegando a disminuir un 1% o menos a la edad de 30 años. La probabilidad de traslape en índices de sitios altos con índices de sitios bajos disminuye significativamente a la edad de 15 años. A partir de ese punto, la probabilidad de traslape disminuye gradualmente. La probabilidad de que índices de sitio de 36-22 compartan las mismas características es menor a un 5% (Tabla 10).

Con el método de Predicción de Parámetros, Las probabilidades de traslape de incertidumbre van disminuyendo gradualmente con el tiempo para los sitios de la zona norte (Tabla 11). En índices de sitios productivos como de 36-34, 36-32, 36-30 y 36-28 m, se alcanza una probabilidad de traslape mayor a 90% a la edad de 10 años. Sucede lo mismo si la comparación se hace en índices de sitio de 34-32, 32-30, 28-26, 26-24, y 24-22 m.

En la zona sur, la probabilidad de que la altura dominante sea similar en diferentes índices de sitios puede variar a lo largo del tiempo (Tabla 12). La probabilidad de traslape de incertidumbre aumenta en índices de sitio de 36-32 y 36-34 m entre los 15 y 25 años, pero disminuye a los 30 años, en sitios de 36-26 m la probabilidad disminuye y vuelve a aumentar a los 25 años, entre otros casos más. Las probabilidades de traslape entre sitios con un índice de sitio 36 son las menos consistentes, ya que existe una probabilidad de 96,59% de que un sitio productivo se asemeje a otro con un índice de sitio de 22 m, pero sólo una probabilidad de 58,96% de que se asimile a un índice de sitio de 32 m. Esto indica que hay más probabilidad de que el crecimiento de una plantación en un sitio de buena calidad coincida sus características con el crecimiento de otra plantación en un sitio de mala calidad en su proyección de altura dominante.

En la Tabla 13 se detalla la probabilidad de traslape de incertidumbre entre curvas con método GADA. En la zona norte, la probabilidad de traslape fue aumentando

gradualmente para todos los índices de sitios observados. La comparación entre índices de sitio 36-34 m alcanza una probabilidad de traslape de incertidumbre de 88,51% a los 30 años. En un comienzo, a los 10 años esta probabilidad fue de 57,43%. Por otro lado, en índices de sitio de 36-28, 36-26 y 32-22 m la probabilidad de traslape de las curvas de altura dominante carece de significancia, ya que los valores son inferiores al 5% a los 10 años. Esto sugiere que comparar el crecimiento entre estos sitios es prácticamente inviable. Sucede lo mismo con índices de sitio de 36-24, 36-22 y 34-22 m a los 15 años. Por otro lado, la comparación del crecimiento de los rodales en sitios de buena calidad, así como de sitios de mala calidad presentaran siempre un porcentaje de probabilidad mayor a cuando se compara un sitio de mejor calidad con uno de menor calidad. Esto se ve reflejado en índices de sitios bajos como 28-26, 26-24 y 24-22 m, donde la probabilidad de traslape de incertidumbre es mayor que a la obtenida en la comparación de índices de sitio de 30-28 m en edades tempranas.

En la zona sur, se observó la misma tendencia en la probabilidad de traslape de incertidumbre entre las curvas, aumentando a medida que transcurre el tiempo (Tabla 14). No obstante, es importante destacar que en los índices de sitio de 36-28 m, la probabilidad de traslape comienza a notarse desde los 15 años con un 6,76% de coincidencia. En índices de sitios de 36-26 m, esta cifra se reduce a 6,12% en los 20 años, mientras que en índices de sitio de 36-24 m se observa un 6,33% de coincidencia. En la comparación de índices de sitio 36-22 m, se puede

registrar una coincidencia del 7,05% a los 30 años. Esta misma dinámica se repite en situaciones similares, como en los índices de sitio de 34-26, 34-24 y 34-22 m, y luego con los índices de sitio de 32-24 y 32-22 m.

IV DISCUSIÓN

Con el método de diferencias algebraicas (ADA), los modelos de Chapman-Richards y Weibull generaron indicadores similares de precisión. Sin embargo, el primero de ellos evidenció mejores indicadores de calidad de ajuste. El modelo de Richards generó las estimaciones de altura dominante más precisas en ambas zonas evaluadas para la mayoría de los resultados. Quiñonez-Barraza et al. (2015) afirmaron que la estructura matemática del modelo Richards en comparación con otros modelos es más sencilla y fácil de interpretar. Esto significa que el modelo puede adaptarse a una amplia variedad de patrones de crecimiento de árboles, desde un crecimiento rápido en las etapas tempranas hasta un crecimiento más lento en edades más avanzadas. Vargas-Larreta et al. (2013) indicaron que la ecuación de Chapman-Richards tiende a sobreestimar la altura dominante a edades menores que la edad base. Los mismos autores señalaron que el modelo de Korf es el más consistente y que la complejidad de este modelo cumple con todas las propiedades deseables que debe tener una ecuación de índice de sitio. Sin embargo, en este estudio el modelo de Korf resultó ser el que menos se ajustó a los datos. Por otro lado, Cuevas et al. (1998) indicaron que el modelo de Weibull representaba mejor el polimorfismo en el crecimiento de los árboles que se desarrollan en diferentes sitios, destacando la flexibilidad del modelo de representar una amplia variedad de condiciones biológicas.

La proyección de la altura dominante desarrolló una forma sigmoide durante el periodo evaluado utilizando el método ADA de curva guía. Es habitual obtener esa forma utilizando el modelo de Richards, en este caso representó de mejor manera la tendencia de los datos observados. El método de Predicción de Parámetros generó curvas con polimorfismo a edades tempranas en la zona norte y edades futuras en la zona sur. En este caso, los parámetros del modelo son dependientes del sitio de manera que, si se estima la altura con un índice de sitio fuera de la distribución de los datos, no se puede asegurar la consistencia en las estimaciones de altura dominante. Con el método GADA se generaron curvas de índice de sitio polimórficas con formas y tasas de crecimiento utilizando la ecuación de Richards.

El método de la curva guía permite desarrollar un patrón de crecimiento proporcional de altura con los índices de sitios seleccionados. Esto se debe al despejar el parámetro asintótico, y su expresión se sustituya en la ecuación original, donde el valor asintótico se considera implícito. Oviedo et al. (2005) detallaron que el método de la curva guía hace que la tasa relativa de crecimiento se mantenga constante para todos los sitios, justificando la proporcionalidad de las curvas generadas. Si bien este método generó buenos resultados en la estimación del crecimiento con los datos observados, Huendo and Maldonado (1995) concluyeron que no es tan confiable como la generación de curvas polimórficas con el mismo método. Ambos autores generaron curvas polimórficas

al despejar el parámetro de forma (b) en la ecuación de Chapman-Richards mediante el método de la curva guía, y obtuvieron mejores resultados que con el modelo anamórfico para plantaciones de *Pinus douglasiana*. Además, destacaron que el desarrollo altura-edad de los árboles dominantes es polimórfico. Beck (1971) indicó que los bosques experimentan cambios en la forma de las curvas producto de las variaciones ambientales. En este sentido, las tasas relativas de crecimiento en altura dominante variarán en todos los índices de sitio. Esta observación resalta la importancia de emplear enfoques polimórficos con el fin de mejorar la precisión de las estimaciones de altura dominante. El método de la curva guía es accesible al no necesitar estrictamente pares de datos sucesivos obtenidos en parcelas permanentes. Sin embargo, tiene sus desventajas, como que la curva de crecimiento puede no ser representativa si se llega a ampliar la base de datos con la que se trabaja.

El modelo de Weibull fue el que mejor se ajustó a los datos utilizando el método de Predicción de Parámetros. En este caso, se estimó el valor de los parámetros a nivel de parcela, Huendo et al. (2004) evaluaron los modelos de Chapman-Richards y Schumacher en rodales de *Pinus pseudostrobus* donde obtuvieron mejores resultados estimando el valor de los parámetros a nivel de árbol. El método de Predicción de Parámetros es sensible al valor de los índices de sitios de las parcelas en las zonas de estudio. Debido a que los parámetros de la función general se estiman en función del sitio y no poseen ninguna restricción,

lo cual se refleja en las estimaciones inconsistentes que se generan al utilizar información fuera del rango en el proceso de ajuste. Estas anomalías se reflejaron en las proyecciones de altura dominante en ambas zonas de estudio. Por un lado, en la zona norte, ya que las observaciones de la base de datos no disponían de un índice de sitio de 35 m, esto provocó una proyección de altura dominante menor a la de un índice de sitio más bajo en edades tempranas. Por otro lado, en la zona sur se detectó la ausencia de parcelas con índice de sitio igual o superior a 35 m, así como la falta de observaciones con índice de sitio de 20 m. Estas omisiones podrían haber causado alteraciones en la estimación de los parámetros, y como resultado, se generaron curvas de índice de sitio de 20 m con crecimiento en altura dominante mayor a la de un índice de sitio de 25 m. Por otra parte, el polimorfismo observado a edades tempranas en los rodales de la zona norte podría explicarse con la afirmación de Huang (1999), quien mencionó que es normal la alta variabilidad de crecimiento en altura en los árboles a edades jóvenes, explicado por su reacción rápida a los cambios climáticos.

Las ecuaciones derivadas con el método GADA demostraron ser las menos precisas en comparación con los métodos ADA y Predicción de Parámetros, según lo indicaron los resultados de ajuste. Por su parte, la formulación GADA del modelo Richards obtuvo un valor RMSE cercano a los obtenidos con los otros métodos de ajuste, mostrando un patrón de crecimiento apropiado para la

trayectoria de los datos. Nava-Nava et al. (2020) obtuvieron resultados similares en plantaciones de *Pinus patula*, donde destacan que este método es más flexible en la generación de curvas polimórficas de índice de sitio. Por su parte, el método GADA obtuvo el valor más bajo del parámetro (v) de la función de varianza para ambas zonas de estudio, lo que implica una menor incertidumbre en las curvas de crecimiento. Los otros métodos de ajuste obtuvieron valores más altos del parámetro (v), lo que refleja una mayor incertidumbre en las proyecciones de crecimiento.

Las proyecciones de altura dominante difieren según las etapas de crecimiento del árbol. En los primeros años, los árboles experimentan un crecimiento más rápido debido a que en esta etapa presentan una mayor capacidad de capturar recursos, lo que se refleja en una tasa de crecimiento abrupta en esta fase inicial. Las proyecciones en el periodo inicial de los árboles pueden ajustarse o ser corregidas con datos actuales de inventario, lo que significa que las estimaciones se pueden actualizar a medida que se obtengan datos sobre el estado de los árboles. Por otro lado, las proyecciones en edades avanzadas proporcionan una visión del desarrollo a largo plazo de los árboles. En esta etapa, el crecimiento se desacelera debido a la competencia, ya que a medida que los árboles crecen y ocupan el sitio, aumenta la competencia por agua, luz y nutrientes con individuos cercanos. Las proyecciones a edades avanzadas también permiten

determinar el momento adecuado para la cosecha, identificando el punto en que los árboles alcanzan su máximo rendimiento maderero.

Las probabilidades de traslape de incertidumbre observadas entre curvas de índices de sitio mostraron distintas tendencias de acuerdo con el método de proyección y zona de estudio. En la proyección de altura dominante con el método ADA, las probabilidades de traslape fueron disminuyendo en ambas zonas de estudio y sus magnitudes fueron las mismas en cada comparación de índices de sitios. En edades tempranas es esperable que la incertidumbre entre las curvas de altura dominante sea mayor, ya que los árboles aún están experimentando un crecimiento rápido por lo que se obtiene un porcentaje de similitud significativo. El método de Predicción de Parámetros arrojó porcentajes variables de traslape de incertidumbre a lo largo del tiempo, tanto para la zona norte como para la zona sur. Esta variación también es producto de las inconsistencias generadas en la etapa de proyección de las curvas de índice de sitio. Con el método GADA, las probabilidades de traslape de incertidumbre fueron aumentando gradualmente con el tiempo en ambas zonas de estudio. Así, el método GADA se considera una opción más confiable para ser utilizada en las estimaciones de altura dominante debido a su menor incertidumbre en las proyecciones.

La zona norte está compuesta por más de 4000 datos, los cuales disponen de 81 parcelas distribuidas en las comunas de Constitución, Curepto, Chillán, Cobquecura, Coihueco, Florida y Yungay. Estos lugares se caracterizan por sus periodos secos y con altas temperaturas, lo que puede afectar a la productividad de los rodales en edades más avanzadas. Por otra parte, se encuentran rodales ubicados en la zona costera de la séptima región de Chile. Esta zona suele tener alta eficiencia productiva cuya causa es la capacidad de almacenamiento de agua disponible y en efecto, el aumento de la productividad. La capacidad de almacenamiento de agua disponible es importante en climas mediterráneos, donde las precipitaciones se concentran en invierno, cuando la evapotranspiración es baja. Flores and Allen (2004) señalaron que mientras más agua pueda almacenar el suelo durante el invierno, más tarde se produce el estrés hídrico que provoca el cierre de las estomas y la reducción de eficiencia fotosintética. Estas afirmaciones podrían explicar los valores altos de probabilidad de la traslape de incertidumbre en las curvas de crecimiento de sitios ubicados en la zona norte. La procedencia de los datos se concentra principalmente en sitios ubicados en la zona costera de Curepto y Cobquecura, por lo que es probable que las condiciones del sitio sean similares. Sin embargo, existe la posibilidad de que estos datos no representen en su totalidad las variaciones edafoclimáticas de los sitios de la zona norte, lo que podría explicar un valor más alto del parámetro estimado de la función de varianza residual.

La zona sur dispone de poco más de 2000 datos, lo que representa una cantidad menor en comparación con la zona norte. A pesar de ello, la zona sur cuenta con 91 parcelas y contribuye a una mayor variabilidad de lugares, como las comunas de Cabrero, Laja, Los Ángeles, Santa Bárbara, Quilleco y Nacimiento. Siguiendo hacia el sur con las comunas de Lebu, Arauco y Curanilahue, ubicadas en la Región del Biobío. Luego, en la Región de los Araucanía se encuentran las comunas de Angol y Collipulli. Finalmente, con la Región de los Ríos, que abarcan las comunas de Valdivia y La Unión. Arriagada (2018) mencionó que la elevación sobre el nivel del mar puede provocar un efecto negativo para el crecimiento en altura de *P. radiata* y la productividad de los sitios. Esto podría significar una limitante en el crecimiento de los rodales con distintos índices de sitio y su baja probabilidad de que se asimilen en edades tempranas. El autor señaló al mismo tiempo que sobre los 800 metros sobre el nivel del mar en la Región del Biobío, se aprecian suelos de menor profundidad con una menor capacidad de almacenamiento de agua disponible, junto con texturas y drenajes menos adecuados para el crecimiento radical de los árboles. Con ese rango de elevación, las plantaciones quedan expuestas a fuertes vientos y temperaturas bajas que dificultan el desarrollo de los árboles. Esta explicación la corrobora otro estudio realizado por Fuica (1988) en plantaciones de *P. radiata* en Valdivia. Por otro parte, los sitios de Nacimiento presentan suelos muy profundos, mejor arraigamiento y un régimen hídrico favorable. Sin embargo, Schlatter et al. (1998) indicaron que algunos de estos sitios también pueden presentar mayor acidez

por saturación de Aluminio. La variabilidad de lugares de la zona sur permite una caracterización más precisa de los sitios, lo que se refleja en un menor valor del parámetro estimado de la función de varianza residual y, en consecuencia, valores más bajos de probabilidad de traslape de incertidumbre.

Considerando las edades en las que se ha proyectado la altura dominante con su distribución probabilística, es notable cómo los porcentajes de incertidumbre varían entre las curvas de crecimiento a medida que avanza el tiempo. Esta característica adquiere relevancia a la hora de planificar un manejo silvícola en un sitio específico. En este estudio, se proyectó la altura dominante de las plantaciones desde el inicio hasta los 35 años, donde se evaluó la incertidumbre desde los 10 hasta los 30 años en intervalos de cinco años. Si se desea proyectar la incertidumbre de la altura dominante desde los 5 años hasta los 20 años, no se obtendrá la misma precisión si se inicia la proyección desde los 15 años. Esto se debe a que, al iniciar la proyección del crecimiento desde una edad temprana, se genera un rango de incertidumbre que aumenta y se propaga con el tiempo. Por lo tanto, cuando se llega a la edad evaluada, la incertidumbre es alta y la precisión de las estimaciones de altura dominante es menor. Por el contrario, si se desea proyectar una altura dominante partiendo los 15 para evaluar su cambio a los 20 años, existe una diferencia de tiempo más corta. En este caso la incertidumbre propagada en el tiempo sería menor y, por lo tanto, el resultado sería más preciso.

V. CONCLUSIONES

El método de Predicción de Parámetros, en comparación con los otros métodos de ajuste, evidenció un ajuste más preciso con el modelo de Weibull, según los indicadores de precisión RMSE, AIC y BIC. Sin embargo, se observaron inconsistencias en las proyecciones de altura dominante con este método, debido a su sensibilidad ante la disponibilidad de datos de índice de sitio. Por otra parte, al comparar únicamente los métodos de Diferencia Algebraica (ADA) y Diferencia Algebraica Generalizada (GADA), se observó que el modelo de Chapman-Richards fue más preciso.

En la fase de ajuste, el método GADA fue el método menos preciso. Sin embargo, con este método se obtuvo una menor incertidumbre, lo que se reflejó en un valor menor del parámetro (ν) que define la función de varianza residual. En consecuencia, cuando se realizaron las proyecciones de altura dominante con el método GADA, se observaron incertidumbres de proyección más estrechas en comparación con los métodos ADA y Predicción de Parámetros.

Con el método GADA, al comparar índices de sitio de 36-34, 34-32, 32-30 o 28-26 m, se observó que el traslape de las incertidumbres en las proyecciones de altura dominante, comenzaron a estabilizarse a partir de los 20 años. En la zona norte, cuando se compararon sitios con productividades distintas, como índices

de sitio de 34-22 o 36-22 m, se observó una probabilidad de traslape de incertidumbre de 5,45% y 9,94% a los 20 años. Por su parte, en la zona sur, en la comparación de índices de sitio 34-22 y 36-22 m se obtuvo una probabilidad de traslape de incertidumbre de 5,93% y 7,05% a los 25 y 30 años, respectivamente.

VI.BIBLIOGRAFÍA

1. Arriagada, M. (2018). Factores de sitio y productividad de *Pinus radiata* a escala predial en la región del Biobío, Chile [Memoria de Título Ingeniero Forestal, Universidad de Valdivia]. Valdivia, Chile.
2. Bailey, R. L., & Clutter, J. L. (1974). Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*, 20(2), 155-159.
3. Beck, D. E. (1971). Height-growth patterns and site index of white pine in the southern Appalachians. *Forest Science*, 17(2), 252-260.
4. Cailliez, F., & Alder, D. (1980). Forest volume estimation and yield prediction. Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO).
5. Castillo-López, A., Santiago-García, W., Vargas-Larreta, B., Quiñonez-Barraza, G., Solis-Moreno, R., & Corral Rivas, J. J. (2018). Modelos dinámicos de índice de sitio para cuatro especies de pino en Oaxaca. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49), 4-27.
6. Cieszewski, C. J. (2001). Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Canadian Journal of Forest Research*, 31(1), 165-173.
7. Cieszewski, C. J., & Bailey, R. (2000). Generalized algebraic difference approach: theory-based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science*, 46(1), 116-126.
8. Cieszewski, C. J., & Strub, M. (2008). Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science*, 54(3), 303-315.

9. Cieszewski, C. J., Strub, M., & Zasada, M. (2007). New dynamic site equation that fits best the Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *Forest Ecology and Management*, 243(1), 83-93.
10. Cieszewski, C. J., Zasada, M., & Strub, M. (2006). Analysis of different base models and methods of site model derivation for Scots pine. *Forest Science*, 52(2), 187-197.
11. Cuevas, X. G., Maldonado, H. R., Franco, C. R., Mata, J. J., & Solario, C. A. O. (1998). Índice de sitio para caoba (*Swietenia macrophylla* King) en Quintana Roo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 23(84), 9-18.
12. Diéguez-Aranda, U., Alboreca, A. R., Castedo-Dorado, F., González, J., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., González, J. G., Pérez-Cruzado, C., Soalleiro, R. R., & López-Sánchez, C. (2009). Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. *Forestry*, 82, 1-16.
13. Diéguez-Aranda, U., Burkhart, H. E., & Amateis, R. L. (2006). Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States. *Forest Science*, 52(3), 262-272.
14. Diéguez-Aranda, U., Burkhart, H. E., & Rodríguez-Soalleiro, R. (2005). Modeling dominant height growth of radiata pine (*Pinus radiata* D. Don) plantations in north-western Spain. *Forest Ecology and Management*, 215(1-3), 271-284.
15. Flores, F. J., & Allen, H. (2004). Efectos del clima y capacidad de almacenamiento de agua del suelo en la productividad de rodales de *Pinus radiata* en Chile: un análisis utilizando el modelo 3-PG. *Bosque (Valdivia)*, 25(3), 11-24.

16. Fuica, X. (1988). Relación entre los factores del sitio y el índice de sitio de *Pinus radiata* D. Don para la zona de Valdivia [Memoria de Título Ingeniero Forestal, Universidad de Valdivia]. Valdivia, Chile.
17. García, O. (2006). Site index: concepts and methods. Second International Conference on Forest Measurements and Quantitative Methods and Management. Warnell School of Forestry and Natural Resources, University of Georgia, Athens, GA, USA. pp.
18. Gerding, V., & Schlatter, J. E. (1995). Variables y factores del sitio de importancia para la productividad de *Pinus radiata* D. Don en Chile. *Bosque*, 16(2), 39-56.
19. Hernández-Cuevas, M., Santiago-García, W., Santos-Posadas, H. M. D. I., Martínez-Antúnez, P., & Ruiz-Aquino, F. (2018). Modelos de crecimiento en altura dominante e índices de sitio para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Agro ciencia*, 52(3), 437-453.
20. Hirigoyen Dominguez, A. E. (2016). Desarrollo de un modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* L. en Uruguay [Magíster en Ciencias Agrarias, Universidad de la República]. Paysandú, Uruguay.
21. Huang, S. (1999). Development of compatible height and site index models for young and mature stands within an ecosystem-based management framework. *Empirical and process-based models for forest tree and stand growth simulation*, 61-98.
22. Huendo, S. M., Chan, J. M., & Collazo, I. V. (2004). Comportamiento de dos métodos en la predicción y representación gráfica del índice de sitio. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 29(95), 26-41.
23. Huendo, S. M., & Maldonado, H. R. (1995). Comparación de nueve modelos empíricos para la determinación de índice de sitio en Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 20(78), 35-57.

24. Nava-Nava, A., Santiago-García, W., Rodríguez-Ortiz, G., Héctor, M., Ruiz-Aquino, F., Santiago-García, E., & Suárez-Mota, M. E. (2020). Ecuaciones dinámicas de crecimiento en altura doinante e índice de sitio para *Pinus patula* *Revista Fitotecnia Mexicana*, 43(4), 470-470.
25. Oviedo, E. H. C., Goicochea, J. A. P., Arreola, O. M., Manzo, S. V., & López, C. F. (2005). Índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb. en la región de Cd. Hidalgo, Michoacán. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 28(3), 213-219.
26. Quiñonez-Barraza, G., los Santos-Posadas, D., Héctor, M., Cruz-Cobos, F., Velázquez-Martínez, A., Ángeles-Pérez, G., & Ramírez-Valverde, G. (2015). Índice de sitio con polimorfismo complejo para masas forestales de Durango, México. *Agro ciencia*, 49(4), 439-454.
27. Schlatter, J. E., Gerding, V., & Oñate, M. I. (1998). Características y variabilidad de sitios con plantaciones adultas de *Pinus radiata* D. Don en suelos graníticos de las Regiones VIII y IX. *Bosque*, 19(1), 37-59.
28. Soto Sánchez, S. R. (2019). Influencia de la calidad de sitio en la producción maderable del *Pinus radiata* D. Don, en el Parque Forestal Cumbe Mayo-Cajamarca [Maestría en Ciencias, Universidad Nacional de Cajamarca]. Cajamarca, Perú.
29. Torres-Rojo, J. M. (2001). Curvas de índice de sitio de forma y escala variables en investigación forestal. *Agro ciencia*, 35(1), 87-98.
30. Vallejos, O. (1996). Productividad y relaciones del índice de sitio con variables fisiográficas edafoclimáticas y foliares para *Tectona grandis* L.F., *Bombacopsis quinatum* (Jacq.) Dugand y *Gmelina arborea* Roxb. en Costa Rica [Magister Scientiae, Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza (CATIE)]. Turrialba, Costa Rica.

31. Vargas-Larreta, B., Aguirre-Calderón, O. A., Corral-Rivas, J. J., Crecente-Campo, F., & Diéguez-Aranda, U. (2013). Modelo de crecimiento en altura dominante e índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el noreste de México. *Agrociencia*, 47(1), 91-106.