



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**



**Estudio del comportamiento dinámico de accionamientos de correas montadas  
con brazo de torque para aplicar técnicas del mantenimiento predictivo**

POR

**Ignacio Antonio Flores Bustos**

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para  
optar al título profesional de Ingeniería Civil Mecánica

Profesor Guía:  
PhD. Cristian Gabriel Rodríguez Godoy  
MSc Javier Eduardo Parra Santos

6 de Diciembre  
Concepción (Chile)

© 2023 Ignacio Antonio Flores Bustos

© 2023 Ignacio Antonio Flores Bustos

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o  
procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

## **Agradecimientos**

*Esta memoria está dedicada a mis padres, Rogelio Flores y Carlota Bustos, quienes gracias a su esfuerzo y dedicación al trabajo, me brindaron la oportunidad de estudiar la carrera de mis sueños. Su apoyo y consejo en los momentos más difíciles me hacen la persona que soy hoy en día. Eternamente agradecido.*

*Agradecer a mi Hermana, Carlota Flores, con la que viví toda mi etapa universitaria. Agradezco su paciencia y apoyo durante en este proceso, dándome la compañía para no sentirme lejos de casa.*

*Agradecer a mis amigos de infancia, quienes me acompañaron incondicionalmente durante toda mi etapa universitaria. A pesar de la distancia, siempre estuvieron ahí con sus consejo y ánimos, ayudándome a afrontar las adversidades.*

*Agradecer a mis compañeros y amigos de universidad por la experiencia y la constante motivación que tuvimos a aprender y ayudarnos entre nosotros. Los recuerdos de las noches sin dormir estudiando o terminando trabajos, junto con los carretes después de los certámenes, permanecerán grabados en mi memoria para siempre.*

*Agradecer a mis queridos trabajos voluntarios, que con el simple hecho de poder ayudar a quienes más lo necesitan me llenaron de enseñanzas para la vida y llenó de alegría mi corazón encontrando a Dios en el servicio a los demás.*

*Finalmente, pero no menos importante, agradecer al Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción y a todos sus profesores. Durante estos años me brindaron los conocimientos y la ayuda necesaria para poder terminar mis estudios.*

## Resumen

En la minería, las cintas transportadoras son importantes para trasladar minerales entre procesos. Si fallan sus accionamientos, las pérdidas económicas para las empresas son considerables. Por ello, se realiza un mantenimiento constante de estos accionamientos para prevenir fallas y mantener la continuidad en el proceso productivo.

Este trabajo aborda un problema asociado al mantenimiento predictivo de los accionamientos motrices que se montan con brazo de torque, debido a que, su movimiento oscilante afecta a los sensores que miden la aceleración para el monitoreo de condiciones registrando tanto las vibraciones causadas por las fuerzas en los descansos de las máquinas como por la oscilación de la plataforma.

Se propone una solución que modela este movimiento mediante un mecanismo de cuatro barras y lo sustrae de las mediciones de los acelerómetros. El estudio se enfoca en la evaluación de tres posibles movimientos para el eje de salida del reductor, movimiento que en la actualidad no se sabe cuál y es el que provoca el movimiento oscilante la plataforma. El objetivo es observar los niveles vibratorios generados por el movimiento oscilante y su posible impacto en los elementos mecánicos para cada evaluación.

Se parte con la evaluación de un movimiento circular al modelo, donde se identificó una frecuencia en los espectros de aceleración en los puntos de medición al doble de la velocidad de rotación de la polea transportadora asociada a la oscilación de la plataforma.

Además, se validaron los resultados de la modelación presentada en [6] respecto a la evaluación de un movimiento circular para la aceleración en el centro geométrico de la barra 3, mediante la fabricación de un banco de ensayos que representaba el mecanismo de cuatro barras a escala.

Por otro lado, se analizó un movimiento elíptico que exhibió frecuencias a  $2x$ ,  $4x$  y  $6x$  en los puntos de medición debido a la oscilación de la plataforma. Los resultados de esta evaluación revelaron diferencias en las amplitudes vibratorias de las componentes debido a la presencia de múltiples componentes.

Finalmente, se evaluó un movimiento vinculado a la rigidez variable de la polea motriz, presentando una frecuencia a la  $6x$  de la polea. En los espectros de los puntos de medición se observaron múltiplos de esta frecuencia, llegando a la conclusión de que las componentes espectrales tanto del motor como del reductor estarían afectadas por el movimiento oscilante, aumentando sus niveles vibratorios, afectando al diagnóstico y evaluación de la severidad vibratoria.

**Palabras clave:** Cintas transportadoras, Brazo de torque, Accionamiento motriz, Mecanismo de 4 barras, Mantenimiento predictivo.

## Abstract

In mining, conveyor belts are crucial for transporting minerals between processes. If their drives fail, the economic losses for companies are substantial. Therefore, constant maintenance of these drives is carried out to prevent failures and maintain continuity in the production process.

This work addresses a problem associated with the predictive maintenance of the drive systems mounted with torque arms, because their oscillating movement affects the sensors that measure acceleration for condition monitoring, recording both vibrations caused by forces on the machine bearings and by the platform oscillation.

A solution is proposed that models this movement using a four-bar mechanism and subtracts it from accelerometer measurements. The study focuses on evaluating three possible movements for the output shaft of the reducer, a movement that is currently unknown and is the one causing the platform's oscillating movement. The aim is to observe the vibrational levels generated by the oscillating movement and its potential impact on mechanical elements for each evaluation.

It begins with evaluating a circular motion model, where a frequency was identified in the acceleration spectra at twice the rotational speed of the conveyor pulley associated with the platform's oscillation. Additionally, the results of the modeling presented in [6] regarding the evaluation of circular motion for acceleration at the geometric center of bar 3 were validated, using a scaled-down four-bar mechanism test bench.

Furthermore, an elliptical motion was analyzed, which exhibited frequencies at  $2x$ ,  $4x$ , and  $6x$  at the measurement points due to platform oscillation. The results of this evaluation revealed differences in vibrational amplitudes of components due to the presence of multiple components.

Finally, a motion linked to the variable stiffness of the drive pulley was evaluated, presenting a frequency at  $6x$  of the pulley. In the spectra of the measurement points, multiples of this frequency were observed, leading to the conclusion that both the motor and reducer's spectral components would be affected by the oscillating movement, increasing their vibrational levels and impacting the diagnosis and evaluation of vibrational severity.

**Keywords: Conveyor belts, Torque arm, Drive system, 4-bar mechanism, Predictive maintenance.**

## Tabla de Contenidos

Tabla de Contenidos .....	iii
Lista de Tablas .....	v
Lista de Figuras .....	vi
Glosario.....	ix
<b>1 CAPÍTULO 1: Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo General y Objetivos Específicos .....	5
1.2 Hipótesis o condiciones de diseño .....	5
1.3 Metodología de trabajo.....	5
<b>2 CAPÍTULO 2: Presentación del caso en estudio y modelación presentada en [6] .....</b>	<b>8</b>
<b>3 CAPÍTULO 3: Evaluación de un movimiento circular .....</b>	<b>11</b>
3.1 Verificación de la compatibilidad de las longitudes de los rígidos .....	14
3.2 Cálculo de posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de los rígidos al imponer una velocidad angular en la barra 2.....	15
3.3 Cálculo de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3.....	17
3.4 Proyección de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 a los puntos de medición...	17
3.5 Espectros de las formas de onda de aceleración en los puntos de medición .....	19
3.6 Influencia de los valores de la amplitud en el espectro de la $1xRPM_{Polea}$ y $2xRPM_{Polea}$ en el sistema motriz.....	21
3.7 Cálculo de las fuerzas que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia.....	23
3.8 Cálculo de la fuerza que debe soportar los descansos del rotor debido a las fuerzas y cuplas de inercia.....	30
3.9 Validación de los resultados a través de la fabricación de un Banco de Ensayos .....	32
<b>4 CAPÍTULO 4: Evaluación de un movimiento elíptico .....</b>	<b>37</b>
4.1 Verificación de la compatibilidad de las longitudes de los rígidos para las posiciones del movimiento elíptico .....	38
4.2 Cálculo de posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de los rígidos al imponer una velocidad angular en la barra 2.....	39
4.3 Cálculo de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3.....	40
4.4 Proyección de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 a los puntos de medición...	41
4.5 Espectros de las formas de onda de aceleración en los puntos de medición .....	43
4.6 Influencia de los valores de la amplitud en el espectro de la $1xRPM_{Polea}$ y $2xRPM_{Polea}$ en el sistema motriz.....	44

4.7 Cálculo de las fuerzas que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia.....	46
4.8 Cálculo de la fuerza que deben soportar los descansos del rotor debido a las fuerzas y cuplas de inercia .....	47
5 CAPÍTULO 5: Evaluación de un movimiento según el cambio de rigidez en la polea.....	49
5.1 Cálculo de posiciones, velocidades y aceleraciones angulares al evaluar el movimiento según el cambio de rigidez en la polea .....	52
5.2 Cálculo de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3 y proyección a los puntos de medición.....	54
5.3 Espectros de las formas de onda de aceleración en los puntos de medición.....	56
6 CAPÍTULO 6: Análisis de resultados y conclusiones.....	58
Referencias .....	60

## Lista de Tablas

Tabla 2-1: Especificaciones técnicas del accionamiento motriz. (Fuente: Confidencial.).....	8
Tabla 3-1: Nuevas longitudes de las barras del sistema equivalente. (Fuente: Elaboración propia.)	14
Tabla 5-1: Desplazamiento generado por la fuerza con respecto a la rotación de la polea. (Fuente: Elaboración propia.) .....	50

## Lista de Figuras

Figura 1-1: Montaje típico en una cinta transportadora. (Fuente: [1], editado).....	1
Figura 1-2: Tensión de la cinta alrededor de la polea. (Fuente: [2]) .....	2
Figura 1-3: Eje de la polea motriz sometido a flexión debido a las tensiones de la cinta. (Fuente: [4]) .....	2
Figura 1-4: Sistema de transmisión de ángulo recto. (Fuente: [1], editado.).....	3
Figura 1-5: Caso en particular con sistema de transmisión de ángulo recto. (Fuente: Elaboración propia).....	4
Figura 2-1: Sistema barras equivalentes al accionamiento con brazo de torque. (Fuente: Elaboración propia.).....	9
Figura 2-2: Representación de las barras del sistema equivalente como vectores. (Fuente: Elaboración propia.).....	10
Figura 3-1: Diagrama de cuerpo libre de la polea de la estación motriz primaria. (Fuente: [4]) .....	11
Figura 3-2: Esquema del conjunto motriz visto como una viga de dos apoyos simples. (Fuente: [4]) .....	12
Figura 3-3: Eje de la polea vibrando en torno a su posición de equilibrio. (Fuente: Elaboración propia.) .....	13
Figura 3-4: Posiciones angulares otorgando la trayectoria circular a la barra 2. (Fuente: Elaboración propia.).....	15
Figura 3-5: Posiciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.) ....	16
Figura 3-6: Velocidades angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)..	16
Figura 3-7: Aceleraciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)	16
Figura 3-8: Proyecciones en los ejes "x" e "y" de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3. (Fuente: Elaboración propia.) .....	17
Figura 3-9: Forma de onda de la aceleración en el punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.) .....	18
Figura 3-10: Forma de onda de la aceleración en el punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.) .....	19
Figura 3-11: Forma de onda de la aceleración en el punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.) .....	19
Figura 3-12: Espectro del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.).....	20
Figura 3-13: Espectro del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.).....	20
Figura 3-14: Espectro del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.).....	20
Figura 3-15: Procedimiento para ver la influencia de los valores de amplitud de la 1x y 2x de la polea en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.).....	22
Figura 3-16: Amplitud de la 1xRPM Polea en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	22
Figura 3-17: Amplitud de la 2xRPM Polea en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	23
Figura 3-18: Modelo 3D del motor junto con las coordenadas del centro de masas y momentos de inercia en dicho punto. (Fuente: Elaboración propia.) .....	24

Figura 3-19: Modelo 3D del reductor junto con las coordenadas del centro de masas y momentos de inercia en dicho punto. (Fuente: Elaboración propia.) .....	24
Figura 3-20: Centros de masa de cada componente del sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	25
Figura 3-21: Diagrama de cuerpo libre del sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	26
Figura 3-22: Diagrama de cuerpo libre del sistema motriz desde una vista lateral. (Fuente: Elaboración propia.) .....	27
Figura 3-23: Longitudes desde el centro de masas de cada componente del sistema motriz hacia su centro de masa. (Fuente: Elaboración propia.) .....	28
Figura 3-24: Fuerza de reacción del brazo de torque los ejes “x” e “y”. (Fuente: Elaboración propia.) .....	29
Figura 3-25: Comparación de la fuerza de diseño que debe soportar el brazo de torque según [1] con el valor calculado. (Fuente: Elaboración propia.) .....	29
Figura 3-26: Geometría del rotor del motor simplificado. (Fuente: Elaboración propia.) .....	30
Figura 3-27: Diagrama de cuerpo libre del rotor del motor. (Fuente: Elaboración propia.) .....	31
Figura 3-28: Fuerza de reacción de los descansos en el rotor del motor. (Fuente: Elaboración propia.) .....	32
Figura 3-29: Banco de Ensayos. (Fuente: Elaboración propia.) .....	33
Figura 3-30: Esquema del circuito electrónico que controla el motor. (Fuente: Elaboración propia.) .....	34
Figura 3-31: Comparación de resultados obtenidos en el modelo y en el banco de ensayos para la medición de la aceleración en el centro geométrico de la Barra 3. (Fuente: Elaboración propia.)....	35
Figura 3-32: Espectro en el eje "x" para la modelación y la medición de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 (Fuente: Elaboración propia.) .....	36
Figura 3-33: Espectro en el eje "y" para la modelación y la medición de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 (Fuente: Elaboración propia.) .....	36
Figura 4-1: Trayectoria elíptica a evaluar para la barra 2. (Fuente: Elaboración propia.) .....	37
Figura 4-2: Posiciones angulares otorgando una trayectoria elíptica a la barra 2. (Fuente: Elaboración propia.) .....	38
Figura 4-3: Posiciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.) ....	39
Figura 4-4: Velocidades angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)..	39
Figura 4-5: Aceleraciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)	40
Figura 4-6: Proyecciones en los ejes "x" e "y" de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3. (Fuente: Elaboración propia.) .....	41
Figura 4-7: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.) .....	41
Figura 4-8: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 2, evaluando un movimiento elíptico. (Fuente: Elaboración propia.) .....	42
Figura 4-9: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.) .....	42
Figura 4-10: Espectro del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.) .....	43

Figura 4-11: Espectro del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.).....	43
Figura 4-12: Espectro del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.).....	44
Figura 4-13: Amplitud de la 1xRPM Polea en la dirección normal y tangencial en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	45
Figura 4-14: Amplitud de la 2xRPM Polea en la dirección normal y tangencial en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	45
Figura 4-15: Fuerza de reacción del brazo de torque los ejes “x” e “y”. (Fuente: Elaboración propia.) .....	46
Figura 4-16: Comparación de la fuerza de diseño que debe soportar el brazo de torque según [1] con el valor calculado, para el movimiento elíptico. (Fuente: Elaboración propia.).....	47
Figura 4-17: Fuerza de reacción de los descansos en el rotor del motor, para la evaluación de un movimiento elíptico. (Fuente: Elaboración propia.) .....	47
Figura 5-1: Sistema masa- resorte equivalente a la polea motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	49
Figura 5-2: Geometría de la polea del accionamiento motriz. (Fuente: Elaboración propia.) .....	49
Figura 5-3: Rigidez variable con respecto al ángulo de rotación de la polea. (Fuente: Elaboración propia.).....	51
Figura 5-4: Desplazamiento en la polea debido a la rigidez variable que se tiene en la polea. (Fuente: Elaboración propia.) .....	51
Figura 5-5: Largo de la Barra 2 para la evaluación del movimiento según el cambio de rigidez en la polea. (Fuente: Elaboración propia.) .....	52
Figura 5-6: Posiciones angulares. (Fuente: Elaboración propia.) .....	53
Figura 5-7: Velocidades angulares. (Fuente: Elaboración propia.).....	53
Figura 5-8: Aceleraciones angulares. (Fuente: Elaboración propia.).....	54
Figura 5-9: Aceleración en el centro geométrico de la barra 3. (Fuente: Elaboración propia.).....	54
Figura 5-10: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.) .....	55
Figura 5-11: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.) .....	55
Figura 5-12: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.) .....	56
Figura 5-13: Espectro del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.).....	56
Figura 5-14: Espectro del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.).....	57
Figura 5-15: Espectro del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.).....	57

## Glosario

HP	:	Caballos de Fuerza
P	:	Potencia
MT	:	Motor
RPM	:	Revoluciones por minuto
RD	:	Reductor
1	:	Índice para indicar la barra 1
2	:	Índice para indicar la barra 2
3	:	Índice para indicar la barra 3
4	:	Índice para indicar la barra 4
H	:	Proyección horizontal de la barra 1
V	:	Proyección vertical de la barra 1
L	:	Largo
rad	:	Radianes
Hz	:	Hercio o Hertz
PT	:	Plataforma
CG	:	Centro geométrico
t	:	Dirección tangencial
n	:	Dirección normal
FFT	:	Transformada Rápida de Fourier
AC	:	Acoplamiento
W	:	Peso
TR	:	Reacción del brazo de torque
SR	:	Salida del reductor
SM	:	Sistema motriz
CM	:	Centro de Masas
V	:	Volumen
M	:	Masa
RT	:	Rotor del Motor
R1	:	Descanso 1 del rotor
R2	:	Descanso 1 del rotor
a	:	Eje mayor de la Elipse
b	:	Eje menor de la Elipse

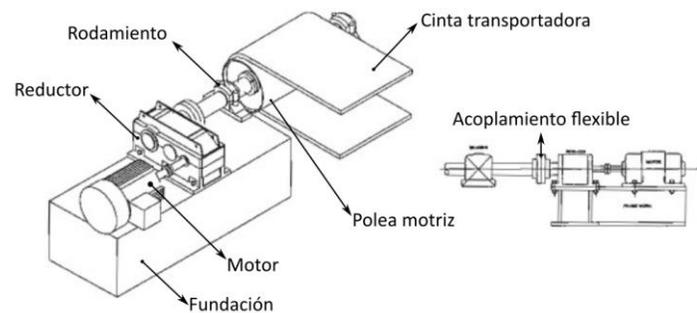
## Símbolos griegos

$\mu$	:	Momento
$\theta$	:	Ángulo
$\rho$	:	Densidad
$w$	:	Velocidad angular
$\alpha$	:	Aceleración angular

## CAPÍTULO 1: Introducción

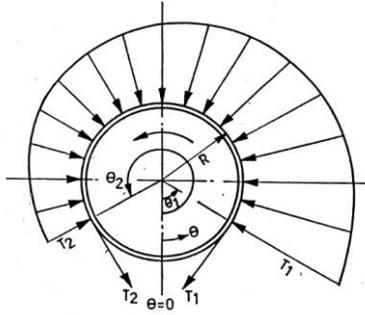
El rubro de la minería cuenta con grandes yacimientos donde cada etapa del proceso minero desde la extracción de mineral hasta la separación de este, están a una gran distancia una de otra, es por esto que se utilizan medios de transporte para poder trasladar el mineral de un proceso a otro. Es así como en la década de 1920 nacen los medios de transporte de mineral a través de correas transportadoras como una alternativa económica y de fácil instalación. En la Figura 1-1 se puede observar una configuración típica de una cinta transportadora con sus respectivas partes enunciadas.

Según [1], las correas transportadoras cuentan con muchas configuraciones en su montaje que por lo general dependen de la potencia del motor que las conduce. Una de estas es la ilustrada en la Figura 1-1 donde el sistema motriz (motor- reductor) está rígidamente montado en una fundación y acoplado flexiblemente al eje de polea, esta configuración es utilizada comúnmente cuando las cintas transportadoras requieren más que 150-250 HP. Esta configuración presenta problemas debido a que crea cargas en voladizo significativas que son creadas cuando el acoplamiento se encuentra desalineado.

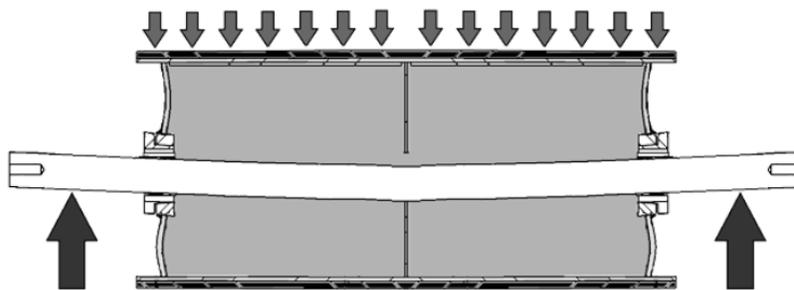


**Figura 1-1: Montaje típico en una cinta transportadora. (Fuente: [1], editado)**

Además de lo anteriormente mencionado, según [2], se puede agregar que la polea motriz está sometida a una tensión variable a su alrededor, como se puede observar en la Figura 1-2. Estas tensiones generan cargas radiales y tangenciales significativas, lo que a su vez provoca la flexión en el eje que la conecta al accionamiento. Esta situación representa un problema para el eje, ya que la mayor causa de fallas prematuras en las estaciones motrices es la fatiga causada por la excesiva curvatura de este, como se representa en la Figura 1-3. Durante mucho tiempo, estas cargas fueron ignoradas o subestimadas, pero eso cambió cuando investigaciones sobre la posible causa de falla en los ejes encontraron su respuesta en el momento flector [3].



**Figura 1-2: Tensión de la cinta alrededor de la polea. (Fuente: [2])**

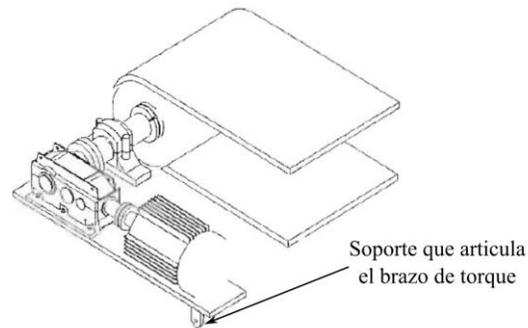


**Figura 1-3: Eje de la polea motriz sometido a flexión debido a las tensiones de la cinta. (Fuente: [4])**

Las cargas que causan la curvatura excesiva del eje se transmiten al reductor, el cual transmite la fuerza necesaria para poner en funcionamiento la polea. Dado que el reductor está montado en una fundación rígida que no permite movimientos, debe soportar esas cargas transmitidas, lo que afecta su diseño y requiere un mayor tamaño para resistir adecuadamente dichas cargas.

A raíz de lo anterior nace otra configuración mencionada en [1] e ilustrada en la Figura 1-4. Esta es llamada "Sistema de transmisión de ángulo recto", la cual consiste en la instalación del accionamiento motriz (motor - reductor) sobre una plataforma que se encuentra articulada a un brazo de torque unido rígidamente a tierra. Esta configuración tiene la particularidad de poder absorber los desplazamientos producidos por los grandes esfuerzos que se generan al operar la cinta transportadora. Esto es debido a que, por su montaje, la caja reductora cuelga de la polea permitiendo la deflexión de ella y del eje de salida del reductor, que conduce al movimiento libre a través de la plataforma [4].

Es importante tener en cuenta que los rodamientos que soportan el eje de la polea pueden estar sometidos a sobrecargas debido al movimiento libre mencionado anteriormente, lo que los convierte en los componentes mecánicos más perjudicados en este tipo de montaje. Por lo tanto, en el diseño de este sistema se deben considerar requisitos especiales, tal como se menciona en [1].



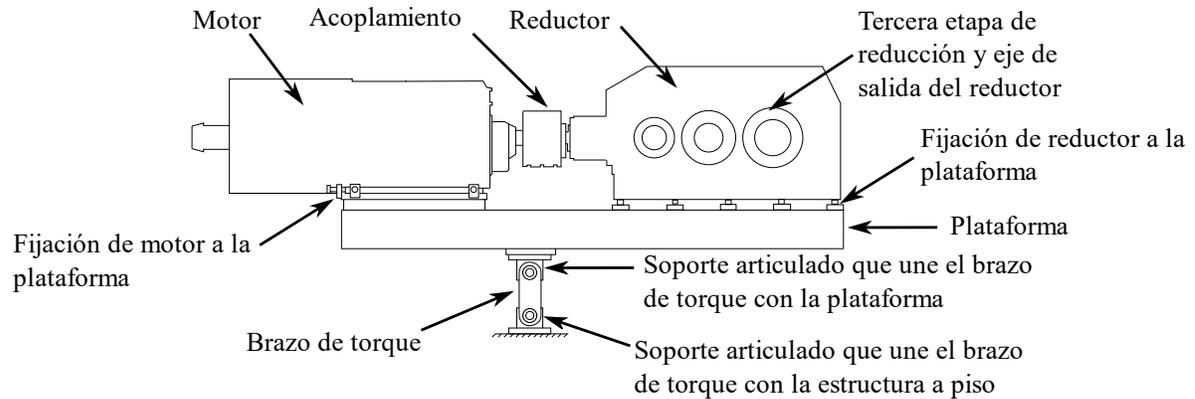
**Figura 1-4: Sistema de transmisión de ángulo recto. (Fuente: [1], editado.)**

En la actualidad, el movimiento oscilante de la plataforma donde se monta el sistema motriz ha generado dificultades en la aplicación de técnicas de monitoreo de condiciones. La medición de las vibraciones del sistema motriz se ve afectada por los desplazamientos vibratorios producidos tanto por el movimiento oscilante de la plataforma como por el funcionamiento del sistema motriz, lo que resulta en vibraciones elevadas y dificulta una evaluación precisa de la severidad de las vibraciones y diagnóstico de posibles fallas en el sistema motriz.

El no poder evaluar de manera correcta las vibraciones en su motor y reductor dificulta hacer un mantenimiento predictivo. El mantenimiento predictivo es fundamental en cualquier empresa debido a que es capaz de diagnosticar fallas antes que estas ocurran a través del monitoreo de condiciones que ayuda a detectar la presencia de un problema a través de los cambios que experimentan las magnitudes que se están midiendo en las máquinas [5]. Además, complejiza saber si la severidad de sus vibraciones se encuentra dentro del rango estimado para la clasificación de la máquina en cuestión, identificando su zona de peligro y de alarma.

La dificultad de aplicar un mantenimiento predictivo adecuado en las máquinas que tienen esta configuración de montaje representa una amenaza constante para su correcto funcionamiento. La falta de evaluación de la severidad vibratoria puede llevar a que los problemas no sean detectados a tiempo, lo que podría provocar daños o fallas en la máquina. Esto puede afectar directamente la productividad de las empresas mineras que utilizan este sistema, ya que, en caso de falla, la correa se detiene y el material deja de ser transportado de un proceso a otro. Esto significa una pérdida de productividad que se traduce en una pérdida económica para la empresa si el sistema está fuera de funcionamiento durante un tiempo prolongado.

En la presente memoria de título se busca estudiar y comprobar una posible solución al actual problema que tiene estas configuraciones de montaje de cintas transportadoras, es para eso que se analizará un caso de una cinta transportadora que cuenta con este tipo configuración de montaje perteneciente a una minera chilena ilustrado en la Figura 1-5. Para esto se utilizarán dimensiones y variables operacionales que se utilizan en dicha minera.



**Figura 1-5: Caso en particular con sistema de transmisión de ángulo recto. (Fuente: Elaboración propia)**

La solución que se busca comprobar requiere realizar un estudio detallado del movimiento que es provocado por la deflexión libre de la polea y el eje de salida del reductor durante el funcionamiento de la cinta transportadora. Esto trae consigo analizar el movimiento de la plataforma cuando el sistema está en operación, para luego desarrollar un modelo matemático que describa la cinemática del accionamiento. Este modelo matemático representará el movimiento del accionamiento mediante un sistema de rígidos conectados, que se representa como barras interconectadas en el plano. Los sistemas de rígidos conectados cuentan con un eslabón motriz que conduce a los rígidos al movimiento. En este caso, el eslabón motriz será el rígido que represente el movimiento del eje de salida del reductor, debido a que dicho movimiento es el que ocasiona el movimiento del accionamiento motriz junto a su plataforma.

En la actualidad, se desconoce el movimiento del eje de salida del reductor. Por ello, en esta memoria de título se utilizará el modelo matemático previamente desarrollado en [6] para evaluar tres posibles movimientos. Esta evaluación comenzará con movimientos simples, como el circular y el elíptico, para posteriormente finalizar evaluando un movimiento provocado por el cambio de rigidez que se tiene en la polea motriz debido a su geometría. Dicha evaluación permitirá obtener los resultados de la forma de onda de aceleración en los puntos de medición para los distintos movimientos.

Posteriormente, con los resultados obtenidos se procederá al cálculo de las fuerzas y cuplas de inercia a los que está expuesto el sistema en función del tiempo, con el fin de determinar las cargas que soportan los componentes mecánicos del sistema, si estos movimientos fueran los del eje de salida del reductor. Se dará especial atención al brazo de torque, en el cual se monta el accionamiento, así como a los rodamientos que sustentan el eje del motor. Se analizará cómo varían las fuerzas de reacción y cómo influye en sus vidas útiles.

Adicionalmente para la evaluación del movimiento circular para el eslabón motriz, se fabrica un banco de ensayos con el propósito de validar los resultados obtenidos a través de la modelación. Este banco de ensayos será diseñado para replicar el movimiento de las barras del sistema equivalente al accionamiento motriz en estudio, a una escala de 1:6. En este sistema de barras, se instalará un acelerómetro en la mitad de la barra que representa el accionamiento motriz. Este dispositivo medirá la aceleración en dicho punto para luego compararla con los resultados obtenidos a partir de la

modelación matemática presentada en el este estudio, validando así los resultados proporcionados por la modelación.

## **1.1 Objetivo General y Objetivos Específicos**

### **1.1.1 Objetivo General**

1. Determinar el movimiento de los accionamientos de las correas montadas con brazos de torque a través de un sistema de rígidos conectados. Para sustraer los desplazamientos a la vibración medida y aplicar de manera correcta las técnicas del mantenimiento predictivo.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

1. Evaluar 3 posibles movimientos del eje de salida del reductor para el eslabón motriz del sistema de rígidos conectados y proyectar la aceleración obtenida a los puntos de medición de la vibración.
2. Calcular las fuerzas y cuplas de inercia generadas por el movimiento oscilante de la plataforma, con el propósito de ver como repercuten en los elementos mecánicos presentes en el sistema.
3. Validar resultados obtenidos por la evaluación del movimiento circular a través del diseño de un banco de ensayos.

## **1.2 Hipótesis o condiciones de diseño**

La determinación del movimiento del accionamiento de correas montadas con brazo de torque a través de un sistema de rígidos conectados, permitirá eliminar los desplazamientos provocados por este a la vibración medida, para así aplicar de manera correcta las técnicas del mantenimiento predictivo.

## **1.3 Metodología de trabajo**

Se plantea la metodología de trabajo vinculando actividades a realizar a través de los objetivos específicos.

**1. Evaluar 3 posibles movimientos del eje de salida del reductor para el eslabón motriz del sistema de rígidos conectados y proyectar la aceleración obtenida a los puntos de medición de la vibración.**

En el estudio realizado en [6], se deriva un modelo matemático que proporciona la capacidad de determinar las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de los rígidos en movimiento. Este modelo matemático se utilizará para evaluar tres posibles movimientos para el movimiento del eje de salida del reductor. Se comenzará por movimientos simples, como el circular y el elíptico, definiendo su radio y eje mayor como el 10% del desplazamiento horizontal obtenidos en el estudio en [4]. Por otro lado, se define el eje menor como el 10% del desplazamiento vertical. Finalmente, se evaluará un movimiento generado por el cambio de rigidez presente en la polea motriz debido a su geometría. Esta evaluación permitirá obtener las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares en el tiempo, para luego calcular la aceleración en los centros geométricos en los distintos rígidos, para los 3 posibles movimientos.

Utilizando los resultados obtenidos para el rígido que representa el sistema motriz y basándose en la aceleración previamente calculada en su centro de geométrico, se procede a proyectar esta aceleración hacia los puntos de medición de vibraciones ubicados en las maquinas rotatorias involucradas en dicho sistema. Para llevar a cabo esta proyección, se emplea la geometría presente en el accionamiento.

De manera adicional, se modifica las direcciones en las que se presentaron las formas de ondas de aceleración en los puntos de medición en [6]. En este caso, estas direcciones se ajustan para considerar las direcciones normal y tangencial a la plataforma. Esto resulta necesario debido a que la plataforma experimenta una rotación y, en consecuencia, sus puntos de mediciones también. Por consiguiente, los puntos de medición registran las formas de onda de aceleración en las direcciones normal y tangencial en relación con la rotación presentada por la plataforma.

**2. Calcular las fuerzas y cuplas de inercia generadas por el movimiento oscilante de la plataforma, con el propósito de ver como repercuten en los elementos mecánicos presentes en el accionamiento.**

El cálculo de las fuerzas que deben soportar los elementos mecánicos, debido a las fuerzas y cuplas de inercia que se generan por el movimiento oscilante de la plataforma, se centrará en el brazo de torque y los rodamientos que sostienen el rotor de motor del accionamiento motriz.

Se comenzará calculando la reacción del brazo de torque debido a la fuerzas y cuplas de inercia transmitidos por el conjunto motriz, que incluye el motor, acoplamiento, reductor y plataforma. Para esto, se calculará el centro de masas de este conjunto y proyectará la aceleración desde el centro geométrico de la barra 3 hacia dicho centro, obteniendo así la fuerza de inercia generada por el movimiento oscilante, al multiplicar dicha aceleración por la masa del conjunto motriz. Luego se calcularán las inercias de cada componente, trasladándolas al mismo punto para calcular la cupla de inercia, multiplicándolo por la aceleración angular de la barra que representa el accionamiento motriz.

Una vez determinadas las fuerzas y cuplas de inercia, se realizará un diagrama de cuerpo libre del accionamiento motriz. Se realizará un corte en el eje de salida del reductor y se retirará el brazo de torque para calcular la reacción provocada por las fuerzas y cuplas de inercias. Con la fuerza de reacción del brazo de torque calculada, se comparará con el valor de diseño establecido en [1] para determinar si la fuerza calculada supera este valor.

Finalmente, se calculará la fuerza que deben soportar los rodamientos del rotor del motor. Se llevará a cabo un análisis similar al realizado para el brazo de torque. Sin embargo, al obtener el valor de la reacción de los rodamientos, se comparará con el valor nominal proporcionado por el fabricante para ver si se encuentra dentro de los límites admisibles que pueden soportar.

### **3. Validar resultados obtenidos por la evaluación del movimiento circular a través del diseño de un banco de ensayos.**

Se crea un banco de ensayos para simular el sistema de barras equivalente al accionamiento motriz y validar los resultados obtenidos mediante la modelación matemática. Para lograrlo, se diseñará el mecanismo de cuatro barras en una escala de 1:6 utilizando el software de dibujo "Inventor". Las barras serán dibujadas a escala según sus dimensiones reales y posteriormente se imprimirá en 3D el modelo resultante.

Una vez obtenido el modelo 3D del mecanismo de cuatro barras equivalente al accionamiento motriz, se conectarán las barras utilizando de rodamientos y pasadores para permitir su articulación. Además, se instalará un motor que accionará la barra que representa el movimiento del eje de salida del reductor, con el objetivo de simular el movimiento del sistema de barras equivalentes al accionamiento motriz. Este motor estará conectado a una placa de Arduino que permitirá ajustar la velocidad y la dirección de rotación.

Posteriormente, se instalará un acelerómetro ADXL335 en la centro de la barra que representa el accionamiento motriz. Este sensor medirá la aceleración en los ejes "x" e "y" en dicho punto. Con los datos de aceleración obtenidos, se podrá comparar la forma de onda de aceleración obtenida mediante la modelación con las mediciones reales recopiladas en el banco de ensayos. Este procedimiento permitirá validar los resultados entregados por la modelación mediante mediciones experimentales.

## CAPÍTULO 2: Presentación del caso en estudio y modelación presentada en [6]

En el presente capítulo, se presentará el caso en estudio y una síntesis de la modelación obtenida en [6].

Se presenta el caso de estudio que servirá como base para esta investigación, el cual es similar al caso abordado en [4] y [6]. En este caso, se analizará el accionamiento motriz de una cinta transportadora de mineral ubicada en una compañía minera chilena. Esta cinta cuenta con accionamientos motrices montados en una plataforma oscilante que está unida al piso mediante un brazo de torque.

A continuación, se presentarán las especificaciones técnicas que esta posee a través de la Tabla 2-1.

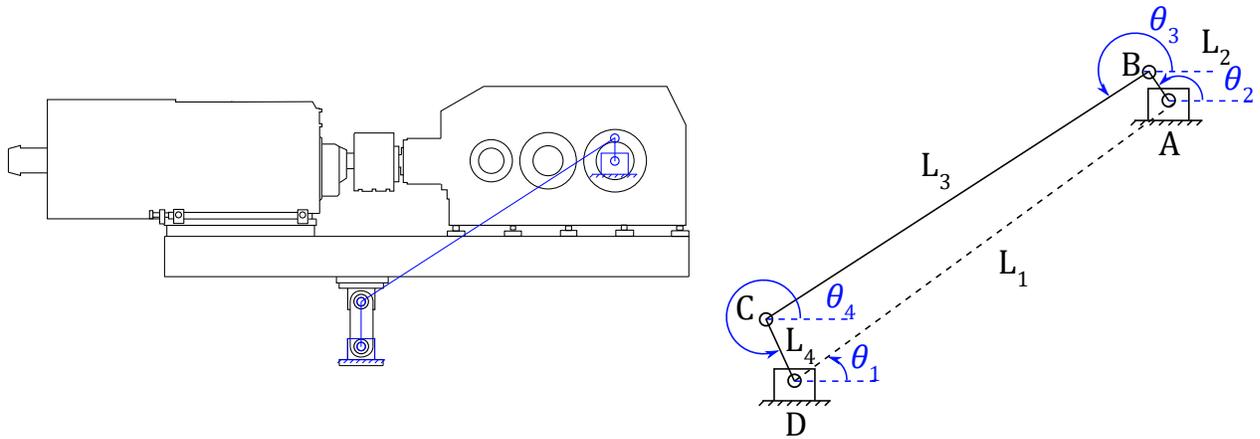
**Tabla 2-1: Especificaciones técnicas del accionamiento motriz. (Fuente: Confidencial.)**

<b>Potencia del Motor por catalogo</b>	4500 [kW]
<b>Potencia del Motor en servicio (<math>P_{MT}</math>)</b>	2500 [kW]
<b>RPM del motor (<math>RPM_{MT}</math>)</b>	1480
<b>Factor de Servicio del Motor</b>	1.80
<b>RPM a la salida del Reductor (<math>RPM_{RD}</math>)</b>	77.73
<b>Capacidad de transporte</b>	10000 [ton/h]
<b>Largo total cinta</b>	4940 [m]
<b>Velocidad nominal cinta</b>	5.3 [m/s]
<b>Diámetro tambores de accionamiento</b>	1300 [mm]
<b>Ángulo de inclinación</b>	4.8°
<b>Peso total del sistema</b>	46267 [kg]

Además, en el Anexo A se incluye un esquema elaborado en Inkscape que muestra las dimensiones específicas del accionamiento motriz en estudio, a través de una vista lateral y frontal. Estas dimensiones especificadas se utilizarán para modelar el movimiento de la plataforma durante su funcionamiento.

En el estudio realizado en [6], se logró modelar el movimiento presente en el accionamiento montado con brazo de torque durante su funcionamiento. Esto se llevó a cabo mediante un sistema de rígidos conectados. Este modelo proporciona las posiciones de los rígidos en función de la evaluación de los posibles movimientos que puede tener el eje de salida del reductor, el cual actúa como el eslabón

motriz del sistema. La Figura 2-1 a) ilustra el accionamiento junto con el sistema de rígidos equivalentes, representados mediante de barras. Por otro lado, la Figura 2-1 b) presenta una vista del sistema de barras equivalentes, junto con la enumeración de cada barra como referencia, acompañada de la medición de la posición angular correspondiente a cada una de ellas. Donde la Barra 1 representa la tierra o referencia fija del sistema, la Barra 2 representa el movimiento presente en el eje de salida del reductor, la Barra 3 representa el accionamiento motriz junto con su plataforma y la Barra 4 representa el brazo de torque en el que está montado dicho accionamiento.



a) Accionamiento montado con brazo de torque junto con el sistema equivalente de rígidos conectados

b) Sistema de barras equivalentes junto con su enumeración y medición de posición angular.

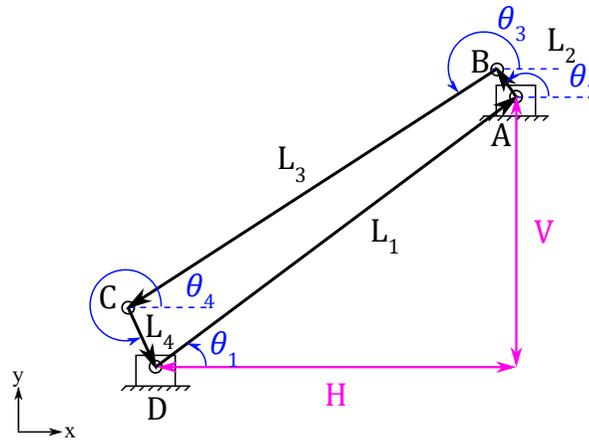
Figura 2-1: Sistema barras equivalentes al accionamiento con brazo de torque. (Fuente: Elaboración propia.)

A partir del sistema de barras equivalentes al accionamiento, se obtiene el modelo matemático que permite obtener las posiciones de los rígidos en función de la evaluación de los posibles movimientos para el eslabón motriz. Para la representación matemática de las posiciones de los rígidos, se utiliza la notación vectorial, expresando cada barra como un vector, tal como se ilustra en la **Figura 2-2**. La suma de estos vectores resulta en un vector nulo, lo que implica que sus proyecciones en los ejes "x" e "y" son iguales a cero, como se indica en las ecuaciones (1) y (2), respectivamente. Estas dos ecuaciones componen un sistema de ecuaciones no lineales representado en la ecuación (3), el cual permite definir las posiciones angulares del sistema de rígidos conectados mediante su resolución a través de un método numérico.

$$H + L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 + L_4 \cos \theta_4 = 0 \quad (1)$$

$$V + L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3 + L_4 \sin \theta_4 = 0 \quad (2)$$

$$F(\theta_3, \theta_4) = \begin{cases} H + L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 + L_4 \cos \theta_4 \\ V + L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3 + L_4 \sin \theta_4 \end{cases} \quad (3)$$



**Figura 2-2: Representación de las barras del sistema equivalente como vectores. (Fuente: Elaboración propia.)**

Utilizando el modelo matemático, en el estudio realizado en [6], se realizó una evaluación de un movimiento circular aplicado a la barra 2, teniendo en cuenta la velocidad de rotación en el eje de salida del reductor. Sin embargo, en el próximo capítulo se abordarán algunas correcciones y detalles que no fueron abordados en dicho trabajo.

### CAPÍTULO 3: Evaluación de un movimiento circular

En el presente capítulo, se abordarán ciertos detalles que no fueron considerados en el trabajo previo mencionado en [6]. Se parte de la base de redefinir las longitudes de las barras en el sistema equivalente, dado que en dicho trabajo se estableció que la longitud de la barra 2 correspondía al radio del eje de salida del reductor. No obstante, es fundamental señalar que el movimiento del eje de salida del reductor no es equivalente al radio de dicho eje, sino a los desplazamientos que se generan cuando el eje de la polea que conduce el mineral está sometido a flexión debido a las fuerzas que lo afectan. Debido a esta diferencia, resulta necesario redefinir la longitud de la barra 2, estableciéndola como un porcentaje de la deflexión experimentada por el eje de salida del reductor debido a las fuerzas que actúan sobre la polea que guía el mineral.

En el estudio previo realizado en [4], se calcula la deflexión del eje de salida del reductor mediante un análisis de fuerzas en la polea motriz. Este estudio aborda el cálculo de las tensiones en la correa mediante un método presentado en [7], lo que permite calcular las reacciones presentes en el conjunto motriz. Este cálculo se realiza mediante un diagrama de cuerpo libre de la polea cortada en uno de sus extremos, considerando las fuerzas aplicadas sobre la estación motriz primaria, tal como se ilustra en la Figura 3-1.

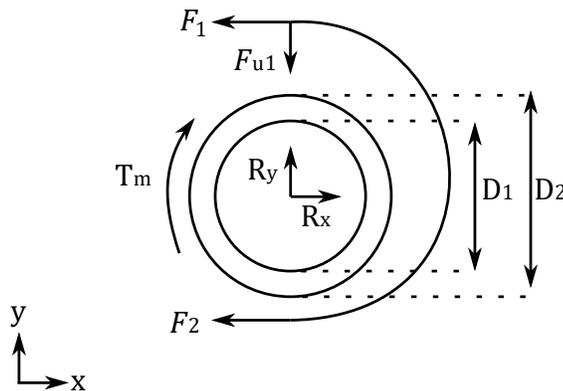


Figura 3-1: Diagrama de cuerpo libre de la polea de la estación motriz primaria. (Fuente: [4])

Donde

- $F_1$  y  $F_2$  son las tensiones de la cinta en el lado de la carga y en el lado del retorno, respectivamente.
- $R_x$  y  $R_y$  son las reacciones sobre el conjunto motriz en la dirección horizontal y vertical, respectivamente.
- $F_{u1}$  es la fuerza de accionamiento de la cinta, definida como la fuerza tangencial total alrededor del tambor motriz, esta se obtiene por la diferencia entre las tensiones de entrada y salida [4].
- $T_m$  es el torque motriz.
- $D_1$  y  $D_2$  es el diámetro interior y exterior de la polea, respectivamente.

Una vez que se han calculado las reacciones generadas por la interacción de fuerzas que actúan sobre la polea de la estación motriz primaria, se procede a llevar cabo una simulación del funcionamiento transiente y estacionario de dicha polea. Esta simulación involucra la modelación del torque motriz y

la aceleración angular de la polea, con el propósito de incorporar estos valores en la ecuación que rige su movimiento, la cual se presenta en la ecuación (4).

$$T_M - (F_1 - F_2)R_2 = I\alpha \quad (4)$$

Al reemplazar el torque motriz y la aceleración angular, se logró obtener el comportamiento dinámico de las fuerzas de reacción en la polea durante el arranque y el funcionamiento nominal en la cinta transportadora. A través del análisis de este comportamiento dinámico en las reacciones en la polea, se obtuvo la deflexión presente en el eje motriz utilizando principios de la mecánica de sólidos. En este análisis, la polea motriz de la estación primaria se modeló como una viga de dos apoyos simples, tal como se representa en la Figura 3-2.

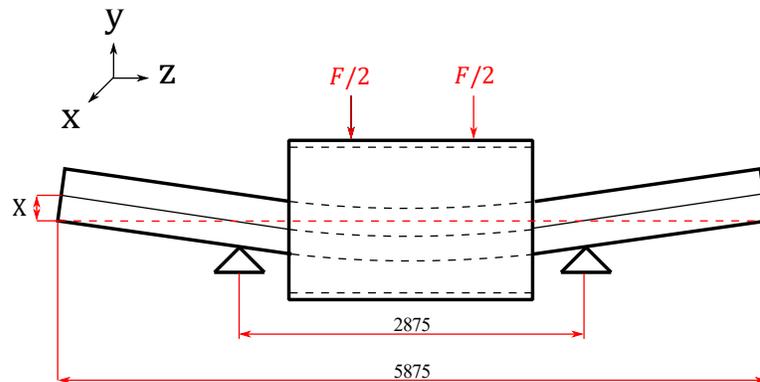


Figura 3-2: Esquema del conjunto motriz visto como una viga de dos apoyos simples. (Fuente: [4])

Al modelar la polea como una viga simplemente apoyada, se calculó el ángulo de deflexión en función del tiempo utilizando la ecuación (5).

$$\theta = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I} \quad (5)$$

Donde

- $F$  es la fuerza que sobre el tambor, en la Figura 3-2.
- $L$  es la distancia entre los apoyos.
- $E$  es el módulo elástico del acero.
- $I$  es el momento de inercia de área del eje en el cual esta causando la deflexión la fuerza sobre la polea motriz.

A partir de la Figura 3-2, se identifica que las fuerzas que provocan deflexión en los ejes "x" e "y" son  $R_y$  y  $R_x$ , respectivamente. Por lo tanto, se reemplazaron en la ecuación (5), lo que resultó en dos

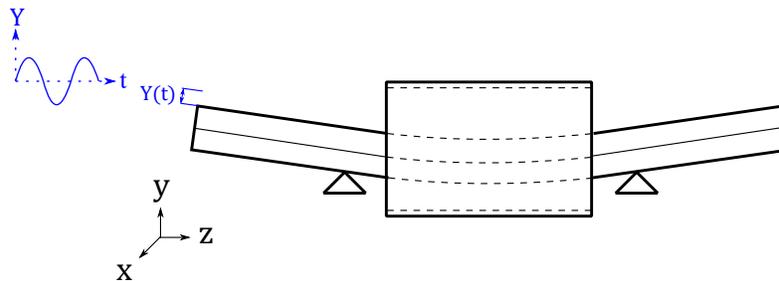
direcciones de deflexión: una horizontal y otra vertical. Estos valores de deflexión se introdujeron en la ecuación (6) para calcular el desplazamiento en el punto de entrada del accionamiento motriz, el cual está montado con el brazo de torque.

$$X = L' \cdot \tan(\theta) \quad (6)$$

Donde:

- $L'$  es la distancia desde el apoyo hasta el extremo del eje.
- $\theta$  es el ángulo de deflexión del eje.

Los resultados de desplazamiento en el punto de entrada del accionamiento motriz indican valores de 7 [mm] y 4 [mm] en los eje "x" e "y", respectivamente, bajo condiciones nominales. No obstante, estos desplazamientos calculados no son los responsables del movimiento oscilante de la plataforma durante el funcionamiento del accionamiento motriz. Esto debido a que el eje de la polea al deflectarse y desplazarse a la posición antes mencionada, vibra en torno a ella generando pequeños desplazamientos que generan el movimiento oscilante de la plataforma, tal como se ilustra en la Figura 3-3.



**Figura 3-3: Eje de la polea vibrando en torno a su posición de equilibrio. (Fuente: Elaboración propia.)**

La forma de esta vibración presente en el eje de la polea no se conoce, por lo que este trabajo se propondrá posibles movimientos para ella, los cuales serán evaluados en el modelo matemático presentado en la ecuación (3). Este capítulo se enfocará en la evaluación de un movimiento circular, definido por su radio, que se aproximará a un 10% de su deflexión horizontal en funcionamiento nominal. Por lo tanto, se define la longitud de la barra 2 a dicho valor. Se excluye la deflexión vertical, ya que como se evaluará un movimiento circular y solo se necesita un valor para representar el radio del círculo. Se opta por utilizar la deflexión horizontal debido a su magnitud superior. El valor de la deflexión vertical se reservará para el próximo capítulo, donde se estudiará un movimiento elíptico.

Una vez ajustada la longitud de la barra 2, se procede redefinir las longitudes de las barras del sistema equivalente. Para llevar a cabo este proceso, se empleó la misma metodología utilizada en el estudio presentado en [6]. Se importó el plano del accionamiento en el programa Inkscape y se utilizó una

escala que establece la relación entre las dimensiones reales del plano y las medidas en el software. Dicha escala se muestra en la ecuación (7).

$$6000.8 \text{ [mm]} \text{ reales} = 508.065 \text{ [mm]} \text{ en Inkscape} \quad (7)$$

Se presentan las nuevas longitudes de las barras en la Tabla 3-1.

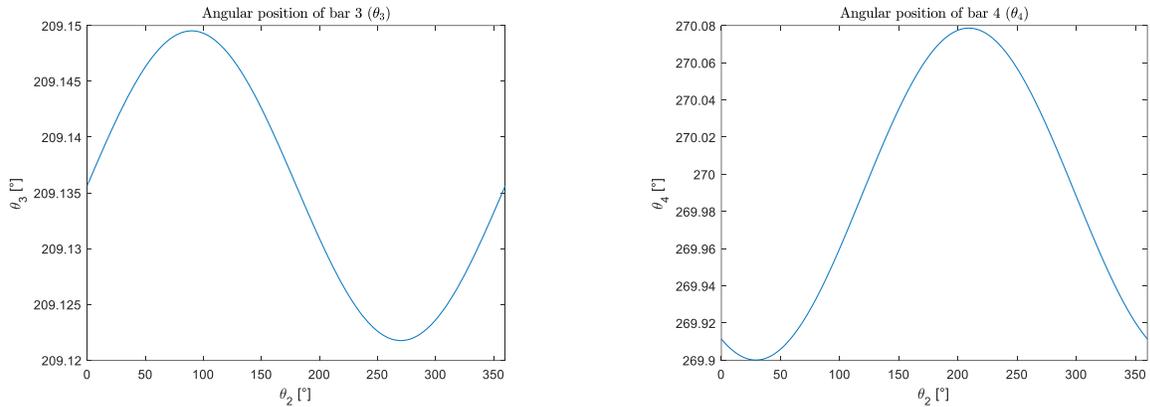
**Tabla 3-1: Nuevas longitudes de las barras del sistema equivalente. (Fuente: Elaboración propia.)**

<b>Nomenclatura</b>	<b>Medida en Inkscape</b>	<b>Medida real</b>
$L_1$	303.86 [mm]	3588.9 [mm]
$L_2$	0.0593 [mm]	0.7 [mm]
$L_3$	280.24 [mm]	3310 [mm]
$L_4$	43.58 [mm]	514.68 [mm]
$H$	244.79 [mm]	2891.3 [mm]
$V$	180.02 [mm]	2126.2 [mm]

Una vez definidas las longitudes de las barras del sistema equivalente, se procede a verificar, al igual que en el estudio realizado en [6], si estas las longitudes son compatibles con el movimiento circular.

### **3.1 Verificación de la compatibilidad de las longitudes de los rígidos**

Para verificar si las longitudes de las barras son compatibles con el movimiento circular, se le asigna a la barra 2 una trayectoria circular, variando el ángulo de su posición angular de  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$  con incrementos de  $1^\circ$ . Utilizando la posición inicial del sistema enunciada en [6], se resuelve el sistema de ecuaciones descrito en (3) a través el programa proporcionado en el Anexo B, el cual utiliza la función "fsolve" de MATLAB para resolver el sistema. Los resultados se ilustran en la Figura 3-4.



a) Posición angular de la barra 3.

b) Posición angular de la barra 4.

**Figura 3-4: Posiciones angulares otorgando la trayectoria circular a la barra 2. (Fuente: Elaboración propia.)**

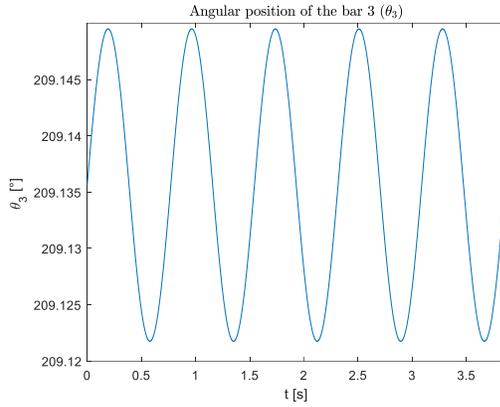
Al analizar los resultados presentados en la Figura 3-4, se puede apreciar que las longitudes de las barras son compatibles con el movimiento circular evaluado para la barra 2. Además, al ejecutar el programa del Anexo B, se observa en la pantalla de comandos de MATLAB que en todas las iteraciones el método numérico "fsolve" encuentra una solución para el sistema de ecuaciones no lineales presentado en la ecuación (3) al evaluar una trayectoria circular.

### 3.2 Cálculo de posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de los rígidos al imponer una velocidad angular en la barra 2

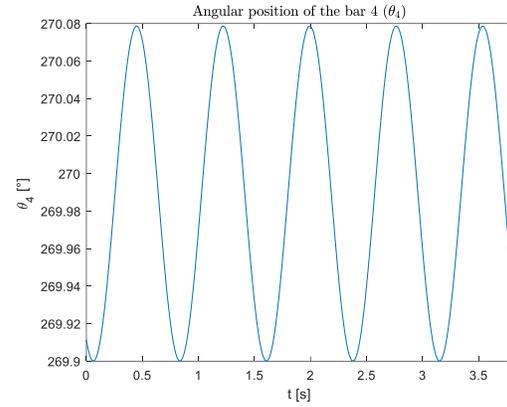
Ya verificada la compatibilidad de las longitudes de las barras para la evaluación de una trayectoria circular, se procede, siguiendo el enfoque del estudio previo en [6], a asignar una velocidad angular a la barra 2. Esta velocidad angular será igual a la velocidad de rotación del eje de salida del reductor, como se especifica en la Tabla 2-1, es decir 77.73 [RPM] (8.14 [rad/s]). En este análisis, se considera que la velocidad angular es constante, por lo tanto, su aceleración angular es cero.

Con la velocidad angular en la barra 2 debidamente establecida, se procede a simular el sistema de barras equivalente al accionamiento a lo largo del tiempo. Para llevar a cabo esta simulación, se ha desarrollado un programa que se incluye como anexo en el Anexo C. Dicho programa tiene la función de calcular las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de los rígidos en el tiempo.

La simulación se lleva a cabo durante el intervalo de tiempo necesario para completar 5 revoluciones de la barra 2 (3.8595 [s]) con una frecuencia de muestreo de 2000 [Hz]. Esto con el objetivo de que en el análisis espectral que se llevará a cabo más adelante se eviten las fugas laterales. Los resultados obtenidos de esta simulación se presentan en la Figura 3-5, Figura 3-6 y Figura 3-7.

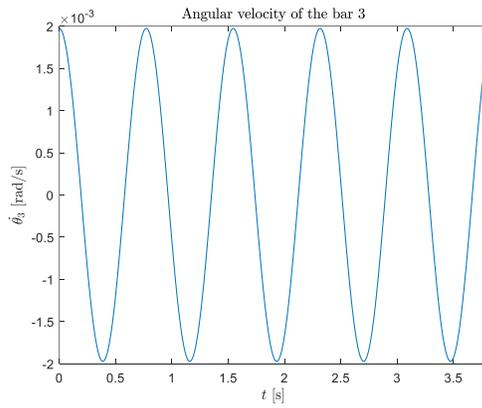


a) Posición angular de la barra 3.

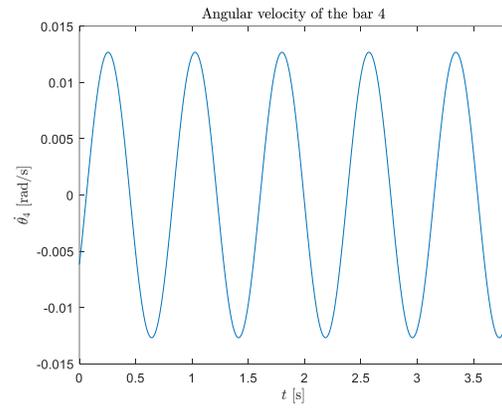


b) Posición angular de la barra 4.

**Figura 3-5: Posiciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)**

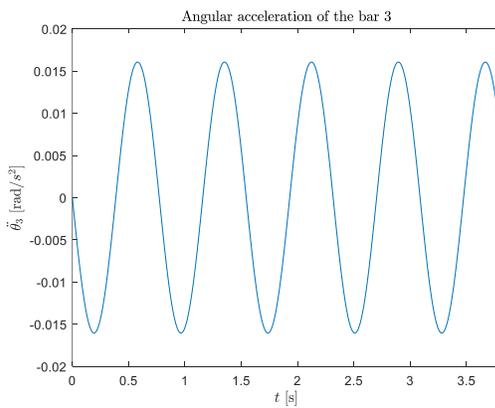


a) Velocidad angular de la barra 3.

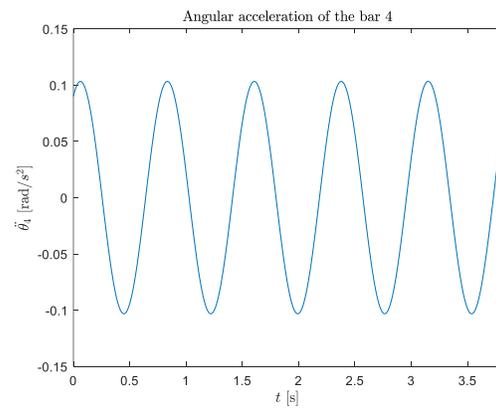


b) Velocidad angular de la barra 4.

**Figura 3-6: Velocidades angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Aceleración angular de la barra 3.



b) Aceleración angular de la barra 4.

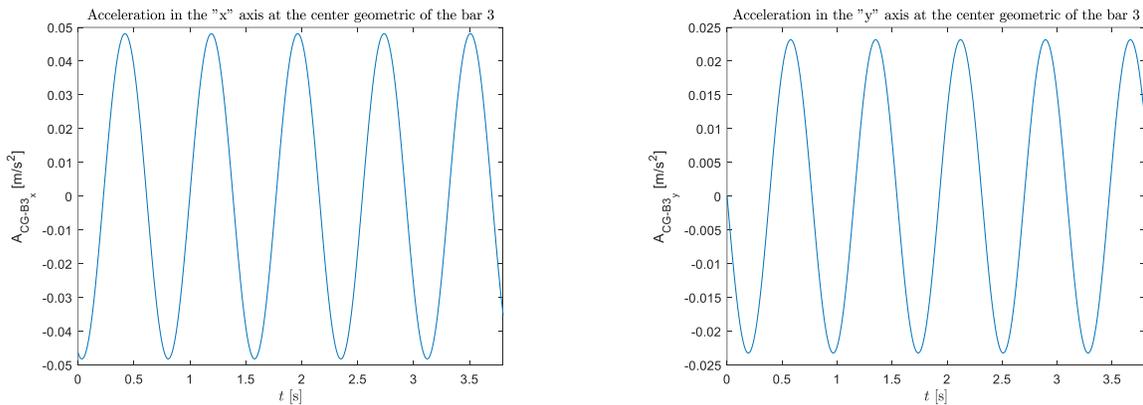
**Figura 3-7: Aceleraciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)**

### 3.3 Cálculo de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3

Después de obtener los valores correspondientes a las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de las barras a través de la simulación mencionada previamente, el siguiente paso consiste en calcular la aceleración en el centro geométrico de la barra 3. Para llevar a cabo este cálculo, se emplea la misma metodología que se utilizó en el estudio previo [6], haciendo uso de la ecuación (8).

$$\vec{A}_B = \vec{A}_A + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}) + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{B/A} + 2 \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}_{B/A}) + \vec{a}_{B/A} \quad (8)$$

Se presenta el resultado correspondiente a la aceleración del centro geométrico de la barra 3, mediante la Figura 3-8.



a) Aceleración en el eje "x".

b) Aceleración en el eje "y".

**Figura 3-8: Proyecciones en los ejes "x" e "y" de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

### 3.4 Proyección de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 a los puntos de medición

Después de obtener la aceleración en el centro geométrico de la barra 3, se procede a proyectar la forma de onda resultante de dicha aceleración hacia los puntos de medición correspondientes. Esta proyección se realiza siguiendo la misma metodología utilizada en el estudio previo [6].

En el estudio realizado en [6] se representaron las aceleraciones en los puntos de medición en las direcciones "x" e "y", las cuales no representan bien las mediciones que se obtienen en los sensores. Debido a que la plataforma rota y sus puntos de mediciones igual, por lo que los puntos de medición registran las formas de onda de aceleración en las direcciones normal y tangencial con respecto a la rotación que se tiene en la plataforma. Para obtener la rotación de la plataforma se debe utilizar el ángulo de rotación de la barra ficticia que representa el movimiento rígido que se tiene del

accionamiento motriz junto con la plataforma que se representa a través de " $\theta_3$ " como se ilustra en la Figura 2-1 b).

Se tomará la posición inicial de la simulación en aquella en la cual la Barra 3 se encuentra en una posición de equilibrio, es decir, cuando la plataforma no presenta inclinación. A esta posición se le asignará un ángulo específico, que se denotará como " $\theta_{3,ref}$ ". Este ángulo servirá como indicador para detectar cualquier grado de inclinación en la plataforma a lo largo de la simulación. Cuando se detecte una inclinación, se ajustará el sistema de coordenadas "x" e "y" en función de la diferencia entre ángulo actual y el ángulo de referencia.

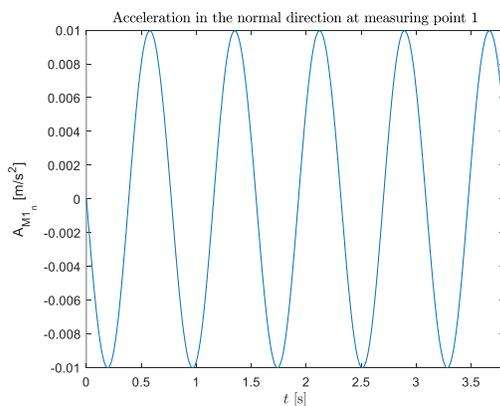
Con el valor de " $\theta_{3,ref}$ " se puede obtener el ángulo que rota la plataforma el cual será el mismo que se debe rotar el sistema de referencia "x" e "y". Dicho ángulo se calcula con la ecuación (9).

$$\theta_{PT} = \theta_3 - \theta_{3,ref} \quad (9)$$

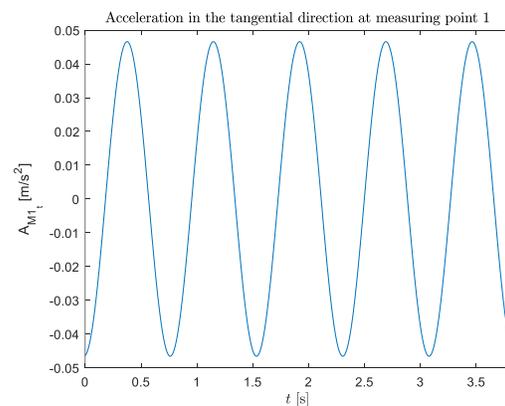
Luego de obtener el ángulo de rotación de la plataforma en función del tiempo, se procede a ajustar los resultados de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 obtenido al sistema de referencias normal y tangencial a la plataforma, los cuales se denotan como "t" y "n". Este proceso se realiza mediante la aplicación de la ecuación (10).

$$\begin{pmatrix} A_{CG-B3t} \\ A_{CG-B3n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{PT} & \sin \theta_{PT} \\ -\sin \theta_{PT} & \cos \theta_{PT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{CG-B3x} \\ A_{CG-B3y} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Una vez obtenida la aceleración del centro geométrico de la barra 3 en las direcciones normal y tangencial, se proyecta en los puntos de medición 1, 2 y 3 (mostrados en el Anexo A). Los resultados se representan en la Figura 3-9, Figura 3-10 y Figura 3-11, respectivamente.

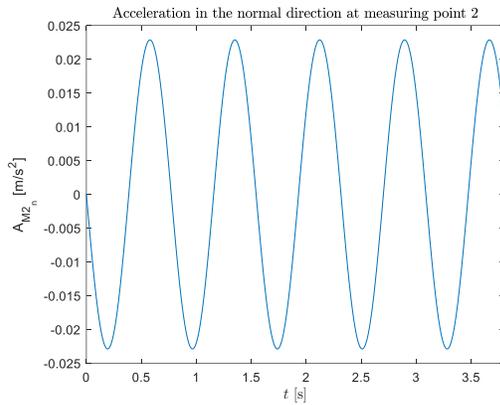


a) Aceleración en la dirección normal.

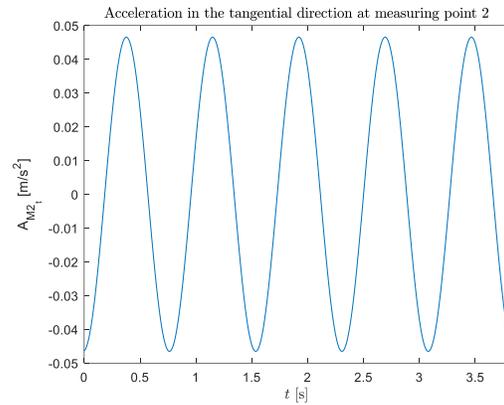


b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 3-9: Forma de onda de la aceleración en el punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.)**

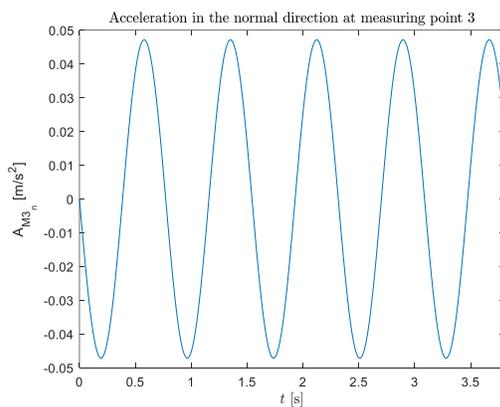


a) Aceleración en la dirección normal.

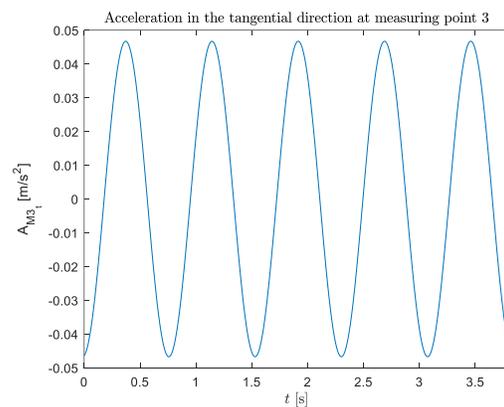


b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 3-10: Forma de onda de la aceleración en el punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Aceleración en la dirección normal.



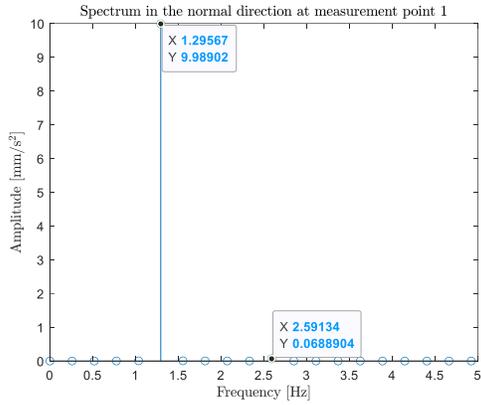
b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 3-11: Forma de onda de la aceleración en el punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

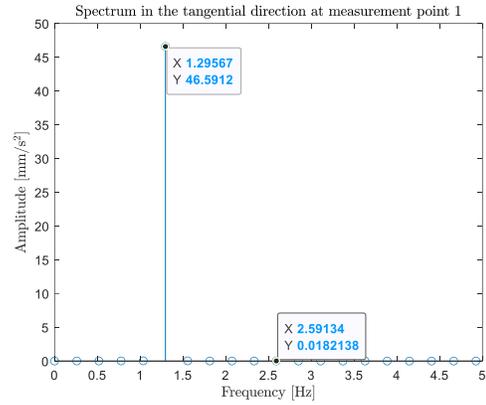
Según se aprecia en la Figura 3-9, Figura 3-10 y Figura 3-11, la aceleración tangencial es similar en los tres puntos de medición. Sin embargo, se observa que en la dirección normal, esta aceleración aumenta a medida que se acerca al eje de salida del reductor, hasta igualarse a la tangencial.

### 3.5 Espectros de las formas de onda de aceleración en los puntos de medición

Obtenidas las formas de ondas de aceleración en los puntos de medición, se procede a aplicarles una FFT para obtener sus respectivos espectros. Los espectros resultantes para cada punto de medición se presentan en la Figura 3-12, Figura 3-13 y Figura 3-14. Es importante mencionar que las componentes que se resaltan se obtuvieron aplicando una escala logarítmica al espectro, lo que permitió reconocerlas como las principales componentes espectrales presentes en el movimiento.

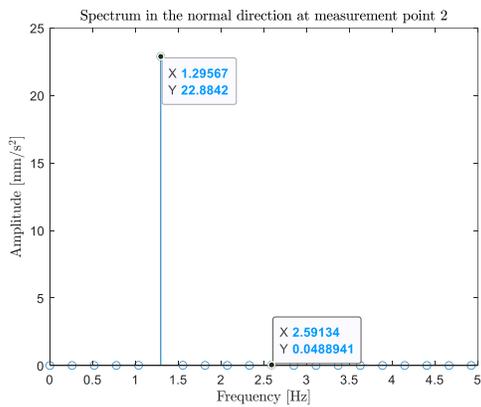


a) Espectro en la dirección normal.

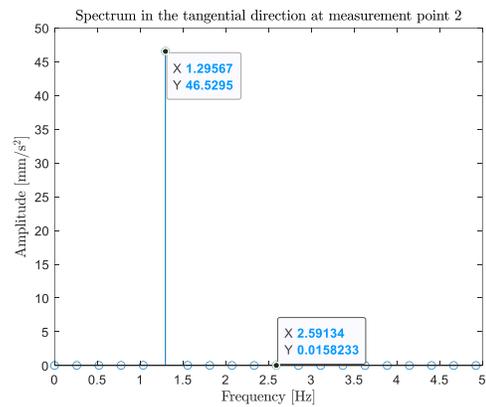


b) Espectro en la dirección tangencial.

**Figura 3-12: Espectro del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.)**

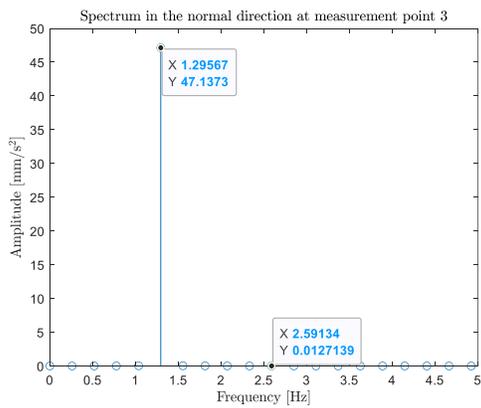


a) Espectro en la dirección normal.

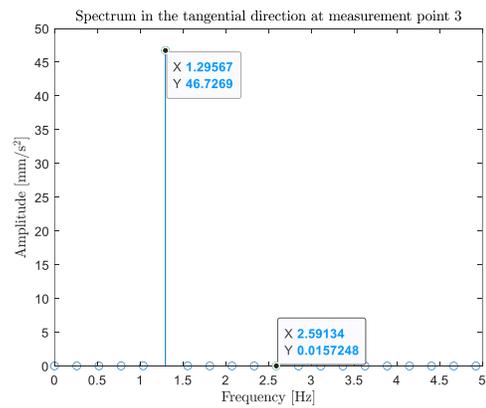


b) Espectro en la dirección tangencial.

**Figura 3-13: Espectro del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Espectro en la dirección normal.



b) Espectro en la dirección tangencial.

**Figura 3-14: Espectro del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

De acuerdo con los espectros resultantes para cada punto de medición presentados en la Figura 3-12, Figura 3-13 y Figura 3-14, se observa la presencia no solo de la velocidad de rotación de la polea ( $1xRPM_{Polea}$ ), sino también de una componente de menor amplitud que corresponde al doble de esta velocidad ( $2xRPM_{Polea}$ ). A pesar de su baja amplitud, no se descarta la presencia de esta componente. Este hecho se fundamenta en el estudio [6], donde se pudo observar que, cuando la Barra 2 tenía una longitud mayor, la componente a la 2x era claramente evidente en la forma de onda. Esta frecuencia adicional surgía del movimiento oscilante inducido por la Barra 2. En el caso actual, al tener la Barra 2 una longitud de 0.7 [mm], la amplitud de la componente a la 2x es baja, pero no se puede descartar y se debe analizar su influencia en los puntos de medición.

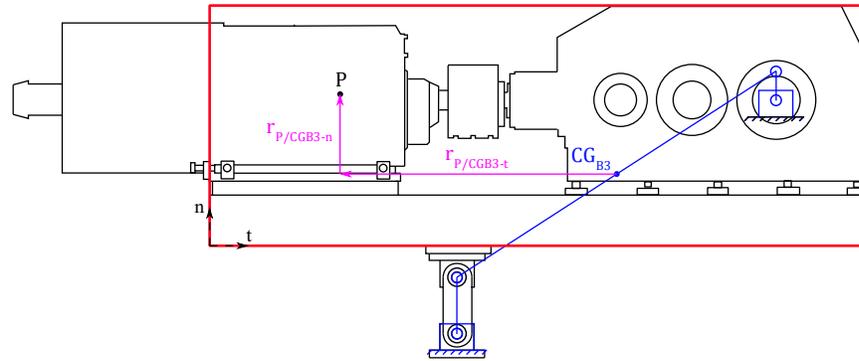
Es relevante señalar que, en el espectro de la dirección normal a la plataforma, la componente a la  $2xRPM_{Polea}$  se manifiesta con mayor amplitud que en la dirección tangencial. Asimismo, se nota que a medida que el punto de medición se encuentra más cercano al eje de salida del reductor, la amplitud de la componente a la  $2xRPM_{Polea}$  disminuye, y la amplitud de la componente a la  $1xRPM_{Polea}$  aumenta. Además, el espectro se asemeja progresivamente al de la dirección tangencial. Por otra parte, los espectros obtenidos para la dirección tangencial permanecen prácticamente constantes para los 3 puntos de medición, con variaciones muy pequeñas.

### 3.6 Influencia de los valores de la amplitud en el espectro de la $1xRPM_{Polea}$ y $2xRPM_{Polea}$ en el sistema motriz

A raíz de los resultados anteriores, en esta sección se busca analizar la variación de los valores de amplitud de las componentes a la  $1xRPM_{Polea}$  y  $2xRPM_{Polea}$  en todo el sistema motriz. Para llevar a cabo este análisis, se define un rectángulo que abarca el sistema motriz, como se muestra en la Figura 3-15. Luego, se proyecta la aceleración desde el centro de geométrico de la barra 3 hacia los distintos puntos contenidos dentro de este rectángulo, calculando tanto la aceleración normal como la tangencial a la plataforma para estos puntos utilizando las ecuaciones (11) y (12), respectivamente.

$$A_{P_n} = A_{CGB3_n} - \omega_3^2 \cdot r_{P/CGB3-n} + \alpha_3 \cdot r_{P/CGB3-t} \quad (11)$$

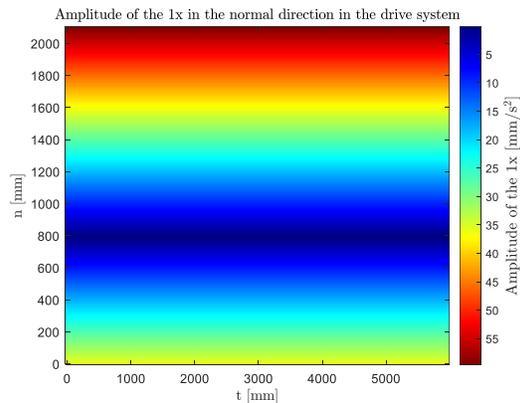
$$A_{P_t} = A_{CGB3-t} - \omega_3^2 \cdot r_{P/CGB3-t} - \alpha_3 \cdot r_{P/CGB3-n} \quad (12)$$



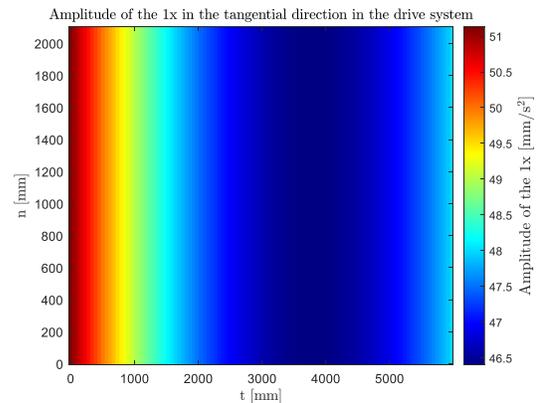
\*Las longitudes de las barras no son las que corresponden, el esquema solo se utiliza como referencia.

**Figura 3-15: Procedimiento para ver la influencia de los valores de amplitud de la 1x y 2x de la polea en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**

Una vez calculadas las aceleraciones, tanto normal como tangencial a la plataforma, para los puntos que se encuentran dentro del rectángulo, como se ilustra en la Figura 3-15, se procede a representar estas amplitudes en un mapa de calor. En este mapa de calor, los ejes representan las ubicaciones dentro del rectángulo, con el origen en la esquina inferior izquierda, y los colores indican los valores de amplitud de la componente correspondiente. Los resultados se presentan en la Figura 3-16 y Figura 3-17.

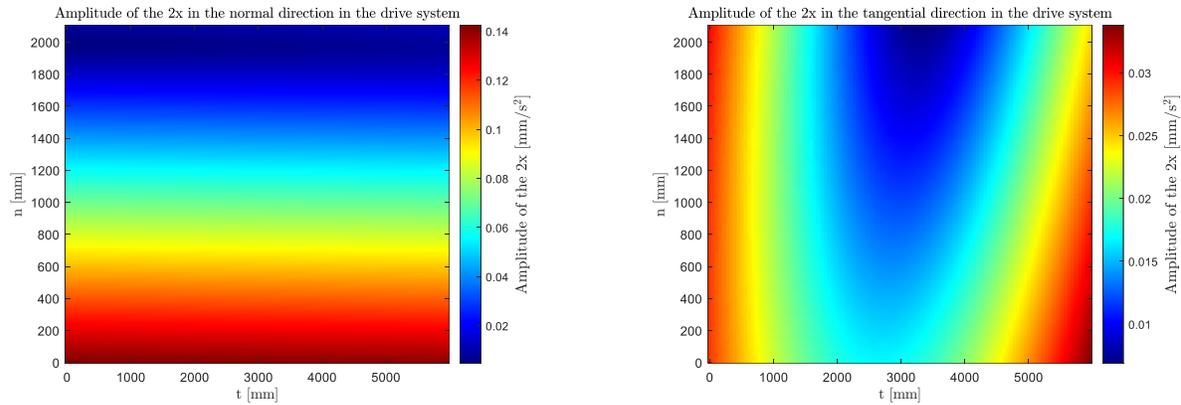


**a) Amplitud de la 1xRPM<sub>Polea</sub> en la dirección normal.**



**b) Amplitud de la 1xRPM<sub>Polea</sub> en la dirección tangencial.**

**Figura 3-16: Amplitud de la 1xRMPolea en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Amplitud de la  $2xRPM_{Polea}$  en la dirección normal.

b) Amplitud de la  $2xRPM_{Polea}$  en la dirección tangencial.

**Figura 3-17: Amplitud de la  $2xRPM_{Polea}$  en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**

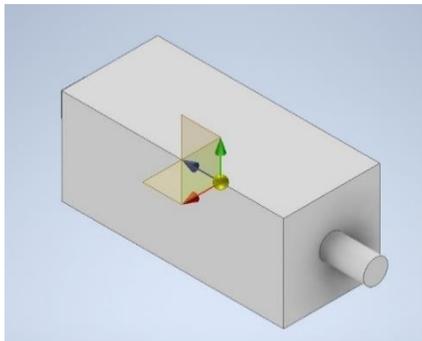
En la Figura 3-16, se puede notar que la amplitud de la componente a la  $1x$  es máxima en la parte superior y en la parte izquierda del sistema motriz para las direcciones normal y tangencial a la plataforma, respectivamente. Esta amplitud disminuye de arriba hacia abajo en la dirección normal y vuelve a aumentar cuando llega a la plataforma. Esto se debe a que la plataforma, al estar directamente conectada al brazo de torque, experimenta un mayor movimiento oscilante. Por otro lado, en la dirección tangencial, esta amplitud aumenta de derecha a izquierda, debido a que la simulación se realizó en dirección antihoraria.

En cuanto a la Figura 3-17, se observa que la amplitud de la componente  $2x$  es significativamente menor en comparación con la amplitud de la  $1x$ . Además, en la dirección normal, esta amplitud aumenta de abajo hacia arriba, ya que el movimiento oscilante que genera la componente  $2x$  se debe al montaje sobre el brazo de torque, el cual está articulado a la plataforma. En cambio, en la dirección tangencial, se aprecia un cambio en la amplitud, que aumenta formando una especie de elipse desde la mitad de la parte superior hasta alcanzar los valores más altos en sus costados. Esta forma obtenida en el mapa de calor parece representar el movimiento que se experimenta en el accionamiento.

### **3.7 Cálculo de las fuerzas que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia**

En este apartado, se realizarán los cálculos de las fuerzas que el brazo de torque debe soportar debido a las fuerzas y cuplas de inercia generadas en el sistema motriz, como consecuencia del movimiento oscilante de la plataforma. Para llevar a cabo estos cálculos, es necesario, en primer lugar, determinar las ubicaciones de los centros de masa de cada uno de los componentes y, posteriormente, calcular el centro de masas del sistema.

En primer lugar, se comienza por el motor del sistema motriz, que tiene un peso de 32077 [lb] (14549.88 [kg]). Utilizando las dimensiones disponibles en el plano adjunto en el Anexo A, considerando que no se dispone de información adicional, se crea un modelo 3D simplificado en el software Inventor. Este modelo representa el motor como una geometría de un prisma rectangular y se le asigna el peso ya conocido. A través de este modelo, el software proporciona las coordenadas del centro de masas y sus inercias en dicho punto. El modelo, las coordenadas del centro de masas y los momentos de inercia se representan en la Figura 3-18.



General Properties	
Mass	14549,880 kg
Area	20936183,466 mm <sup>2</sup>
Volume	5,439467026380E-
Center of Gravity*	
X	660,400 mm (Relat)
Y	660,400 mm (Relat)
Z	1527,815 mm (Rela)
Inertial Properties*	
Principal Global Center of Gravity	
Mass Moments	
Calculated using negative integral.	
Ixx	1,41251131251
Iyy	1,41251131251
Izz	4,15009728967
Ixy	0,000 kg mm <sup>2</sup>
Iyz	0,000 kg mm <sup>2</sup>
Ixz	0,000 kg mm <sup>2</sup>

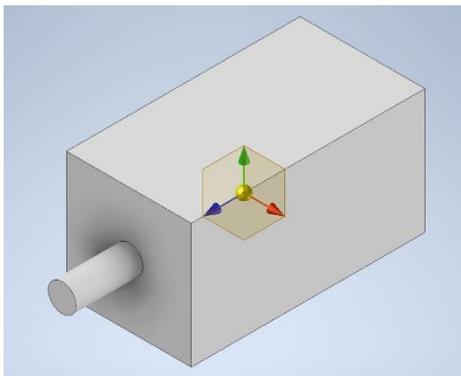
\*Values do not reflect user-overridden mass or volume

a) Modelo 3D del motor simplificado junto a su centro de masa.

b) Datos del centro de masas y momentos de inercia en dicho punto entregados por Inventor.

**Figura 3-18: Modelo 3D del motor junto con las coordenadas del centro de masas y momentos de inercia en dicho punto. (Fuente: Elaboración propia.)**

Una vez que se ha obtenido los datos para el motor, se procede a llevar a cabo el mismo procedimiento para el reductor. En este caso, se tiene conocimiento de que el reductor tiene un peso de 42700 [lb] (19368.4 [kg]), y sus dimensiones se obtienen del Anexo A, de manera similar al motor. El modelo resultante, las coordenadas del centro de masas y los momentos de inercia se representan en la Figura 3-19.



General Properties	
Mass	19368,400 kg
Area	22071242,654 mm <sup>2</sup>
Volume	6,336702775634E-
Center of Gravity*	
X	748,150 mm (Relat)
Y	748,150 mm (Relat)
Z	1419,411 mm (Rela)
Inertial Properties*	
Principal Global Center of Gravity	
Mass Moments	
Calculated using negative integral.	
Ixx	1,67790208355
Iyy	1,67790208355
Izz	7,14981340550
Ixy	0,000 kg mm <sup>2</sup>
Iyz	0,000 kg mm <sup>2</sup>
Ixz	0,000 kg mm <sup>2</sup>

\*Values do not reflect user-overridden mass or volume

a) Modelo 3D del reductor simplificado junto a su centro de masa.

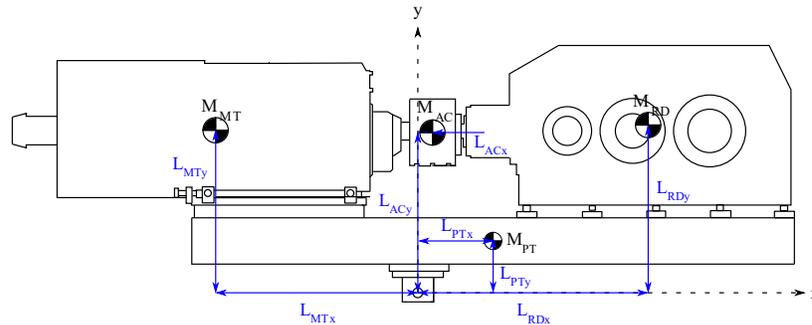
b) Datos del centro de masas y momentos de inercia en dicho punto entregados por Inventor.

**Figura 3-19: Modelo 3D del reductor junto con las coordenadas del centro de masas y momentos de inercia en dicho punto. (Fuente: Elaboración propia.)**

Continuando, el siguiente componente es el acoplamiento, que se modela como un cilindro hueco con un peso de 369 [lb] (167.38 [kg]). Debido a su simetría, su centro de masas se encuentra en el centro geométrico de su estructura. Con las dimensiones proporcionadas en el plano del Anexo A se obtiene una inercia de  $3.67 \times 10^6$  [kg·mm<sup>2</sup>] en su centro de masas.

Finalmente, se considera la plataforma como un prisma rectangular con un peso de 17123 [lb] (167.38 [kg]). Al igual que el acoplamiento, su centro de masas se ubica en el centro geométrico debido a su simetría. Con las dimensiones entregadas en el plano del Anexo A se obtiene una inercia de  $2.35 \times 10^{10}$  [kg·mm<sup>2</sup>] en su centro de masas.

Ya con la información necesaria, se procede al cálculo del centro de masas del sistema motriz. Se ubica un sistema de referencias en el soporte superior del brazo de torque, tal como se muestra en la Figura 3-20. Se utilizan las ecuaciones (13) y (14) para obtener las coordenadas en los ejes “x” e “y”, respectivamente.

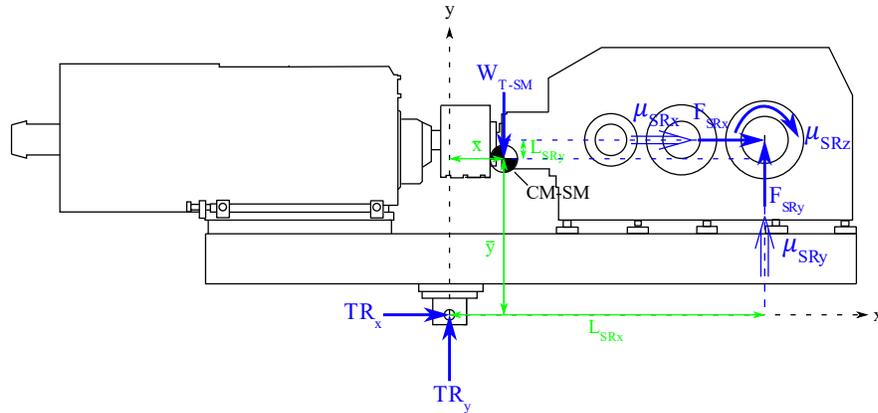


**Figura 3-20: Centros de masa de cada componente del sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**

$$\bar{x} = \frac{M_{MT} \cdot (-L_{MTx}) + M_{AC} \cdot L_{ACx} + M_{RD} \cdot L_{RDx} + M_{PT} \cdot L_{PTx}}{M_{MT} + M_{AC} + M_{RD} + M_{PT}} = 498.09[mm] \quad (13)$$

$$\bar{y} = \frac{M_{MT} \cdot L_{MTy} + M_{AC} \cdot L_{ACy} + M_{RD} \cdot L_{RDy} + M_{PT} \cdot L_{PTy}}{M_{MT} + M_{AC} + M_{RD} + M_{PT}} = 1432.3[mm] \quad (14)$$

Una vez obtenidas las coordenadas del centro de masas del sistema motriz, se procede a realizar un diagrama de cuerpo libre de este, realizando un corte en el descanso del eje de salida del reductor. Este diagrama de cuerpo libre se representa en la Figura 3-21.



**Figura 3-21: Diagrama de cuerpo libre del sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**

Basándose en el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la Figura 3-21 se aplica la Segunda Ley de Newton, lo que implica realizar una sumatoria de fuerzas en los ejes “x” e “y”, así como una sumatoria de momentos en el centro de masa del sistema motriz. Estas sumatorias de fuerzas y momento se expresan en las ecuaciones (15), (16) y (17).

$$\sum F_x = M_{T-SM} \cdot A_{CM-SM_x} \leftrightarrow TR_x + F_{SRx} = M_{T-SM} \cdot A_{CM-SM_x} \quad (15)$$

$$\sum F_y = M_{T-SM} \cdot A_{CM-SM_y} \leftrightarrow F_{SRy} = M_{T-SM} \cdot A_{CM-SM_y} + W_{T-SM} - TR_y \quad (16)$$

$$\sum M_{CM-SM_z} = I_{SM_{CMz}} \cdot \alpha_3 \quad (17)$$

$$\leftrightarrow TR_y = \frac{TR_x \cdot \bar{y} - I_{SM_{CMz}} \cdot \alpha_3 + F_{SRy} \cdot (L_{SRx} - \bar{x}) + F_{SRx} \cdot L_{SRy} - \mu_{SRz}}{\bar{x}}$$

El sistema de ecuaciones compuesto por las ecuaciones (15), (16) y (17) no permite obtener las reacciones en el brazo de torque. Por lo tanto, resulta necesario realizar otro diagrama de cuerpo libre, esta vez desde una vista lateral. Este nuevo diagrama de cuerpo libre se representa en la Figura 3-22.

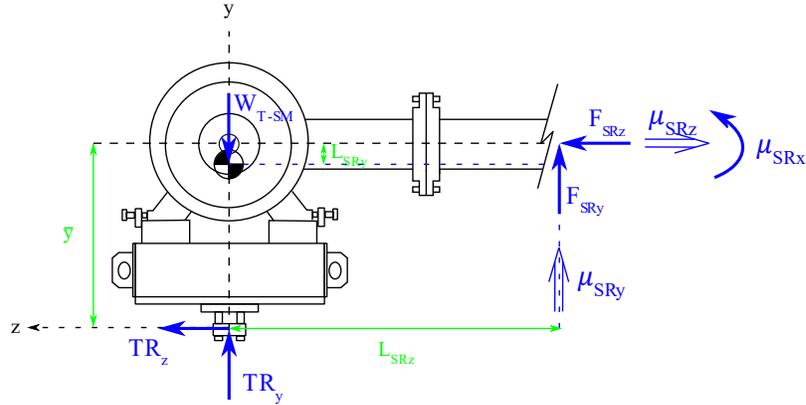


Figura 3-22: Diagrama de cuerpo libre del sistema motriz desde una vista lateral. (Fuente: Elaboración propia.)

A partir del diagrama de cuerpo libre presentado en la Figura 3-22, se realiza la suposición que el accionamiento motriz permanece estático en el eje “z” y no experimenta rotación en los eje “x” e “y”. Con estas consideraciones, se realiza una sumatoria de fuerzas en el eje “z” en la ecuación (18), y una sumatoria de momentos en el centro de masas del accionamiento motriz en el eje “x” e “y” mediante las ecuaciones (19) y (20).

$$\sum F_z = 0 \leftrightarrow TR_z + F_{SRz} = 0 \leftrightarrow TR_z = -F_{SRz} \quad (18)$$

$$\sum M_{CM-SM_x} = 0 \leftrightarrow \mu_{SRx} + F_{SRz} \cdot L_{SRy} + F_{SRy} \cdot L_{SRz} + TR_z \cdot \bar{y} = 0 \quad (19)$$

$$\sum M_{CM-SM_y} = 0 \leftrightarrow \mu_{SRy} - F_{SRz} \cdot (L_{SRy} - \bar{x}) + TR_z \cdot \bar{x} - F_{SRx} \cdot L_{SRz} = 0 \quad (20)$$

De la ecuación (18), se puede asumir que en el eje “z” no hay presencia de fuerzas, lo que conlleva a que “ $TR_z$ ” y  $F_{SRz}$  se conviertan en cero. Además, se asume que “ $\mu_{SRy}$ ” es prácticamente nulo debido a que el brazo de torque cumple con la función de disipar el momento flector mediante el movimiento de la plataforma. En consecuencia, el eje de salida del reductor no debería soportar momentos en el eje “y”, y si lo hiciese sería despreciable.

Al reemplazar las suposiciones mencionadas previamente en la ecuación (20), se obtiene que “ $F_{SRx}$ ” es igual a cero. En consecuencia, al reemplazar este valor en las ecuaciones (15) y (17), permite obtener las reacciones del brazo de torque. No obstante, para obtener ciertas reacciones, es necesario primero calcular ciertas variables. Las primeras variables que se requieren calcular son “ $A_{CM-SM_x}$ ” y “ $A_{CM-SM_y}$ ”, que representan la aceleración en el centro de masas en el eje “x” e “y”, respectivamente.

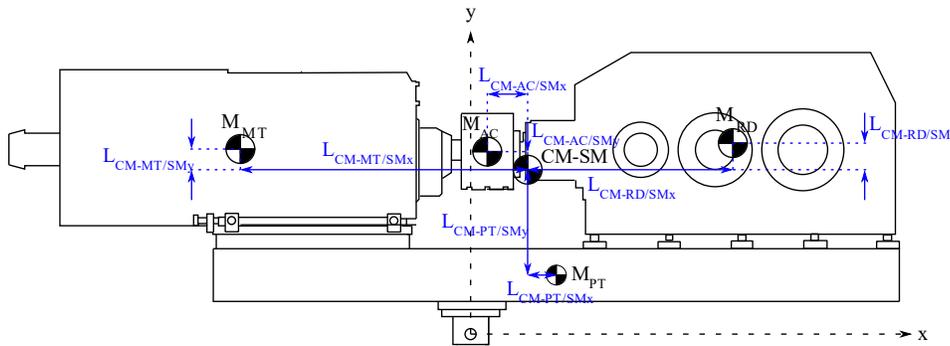
Para obtener estos valores, se proyectan la formas de onda de aceleración del centro geométrico de la barra 3 en dichos ejes hacia el centro de masas del sistema motriz utilizando la ecuación (8).

Además, se necesita calcular “ $M_{SR}$ ”, que corresponde al torque motriz a la salida del reductor. Esta variable se obtiene a través de la ecuación (21), utilizando los valores de “ $P_{MT}$ ” y “ $RPM_{RD}$ ” de la Tabla 2-1.

$$M_{SR} = \frac{P_{MT}}{RPM_{RD} \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{2500000 [W]}{77.73 [RPM] \cdot \frac{2\pi}{60}} = 307130.3 [N \cdot m] \quad (21)$$

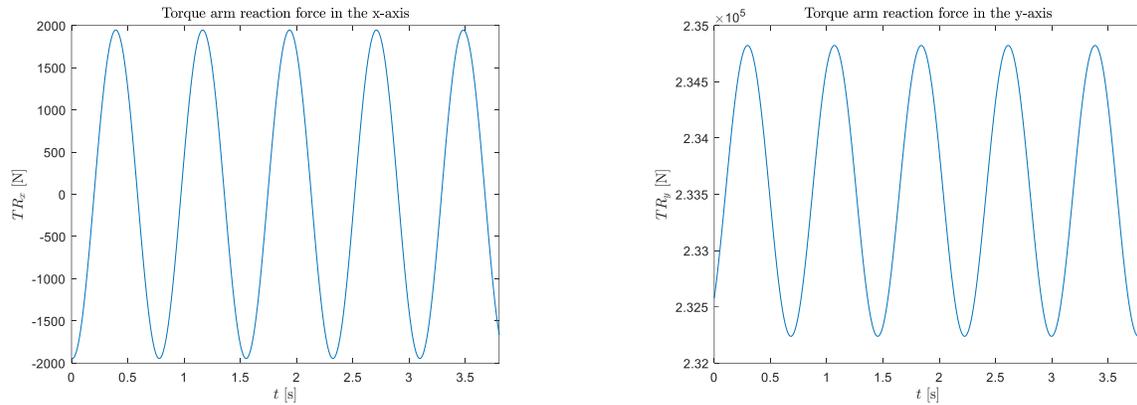
Finalmente, es necesario calcular la inercia del sistema motriz en su centro de masas. Esto implica trasladar las inercias de los componentes desde sus respectivos centros de masas hacia el centro de masas del sistema motriz utilizando el teorema del eje paralelo, que se representa en la ecuación (22). En dicha ecuación las componentes del sistema motriz se representan con la letra “C”, y las distancias correspondientes desde el centro de masas de cada componente se representan a través de la Figura 3-23.

$$I_{C_{CM-SM}} = I_{C_{CM-C}} + M_C \cdot ((L_{CM-C/SMx})^2 + (L_{CM-C/SMy})^2) \quad (22)$$



**Figura 3-23: Longitudes desde el centro de masas de cada componente del sistema motriz hacia su centro de masa. (Fuente: Elaboración propia.)**

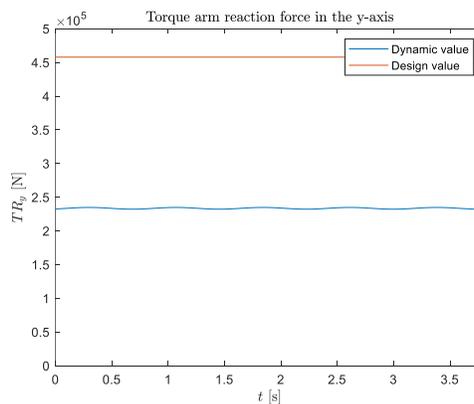
Con las inercias calculadas, se procede al cálculo de las fuerzas de reacción que el brazo de torque debe soportar en los ejes “x” e “y” a través de las ecuaciones (15) y (17), respectivamente. Los resultados se presentan en la Figura 3-24.



a) Fuerza de reacción del brazo de torque en el eje x.      b) Fuerza de reacción del brazo de torque en el eje y.

**Figura 3-24:**Fuerza de reacción del brazo de torque los ejes “x” e “y”. (Fuente: Elaboración propia.)

Los resultados presentados en la Figura 3-24 revelan que el brazo de torque debe soportar una fuerza significativamente mayor en el eje “y” que en el “x”. Esto corrobora lo mencionado en el estudio [1], donde se desprecia la fuerza que debe soportarse en el eje “x” debido a que la distancia que genera el momento de la fuerza “ $TR_x$ ” es considerablemente menor que la distancia resultante del momento de la fuerza “ $TR_y$ ”. Siguiendo con el análisis de [1], a través de la Figura 3-25 se compara la fuerza de diseño requerida según dicho estudio con la fuerza calculada en la Figura 3-24 b).



**Figura 3-25:** Comparación de la fuerza de diseño que debe soportar el brazo de torque según [1] con el valor calculado. (Fuente: Elaboración propia.)

La Figura 3-25 muestra claramente que la fuerza de diseño mencionada en el estudio en [1] es más del doble de la fuerza calculada en la Figura 3-24 b). Esto nos lleva a concluir que el brazo de torque que forma parte del accionamiento motriz mencionado cuenta con un factor de seguridad adecuado para las cargas dinámicas que debe soportar.

### 3.8 Cálculo de la fuerza que debe soportar los descansos del rotor debido a las fuerzas y cuplas de inercia

En este apartado, se procede al cálculo de las fuerzas que deben soportar los apoyos en el rotor del motor del accionamiento motriz. Dicho rotor se presenta de manera simplificada en la Figura 3-26 y está fabricado con Acero SAE 1524, que tiene una densidad de  $7.865 \times 10^{-6}$  [kg/mm<sup>3</sup>] según [8] y peso total de 1380 [kg]. Se observa que el rotor consta de distintos diámetros a lo largo de su longitud, por lo que se divide en 13 cilindros de diferentes diámetros para calcular la inercia total del sistema.

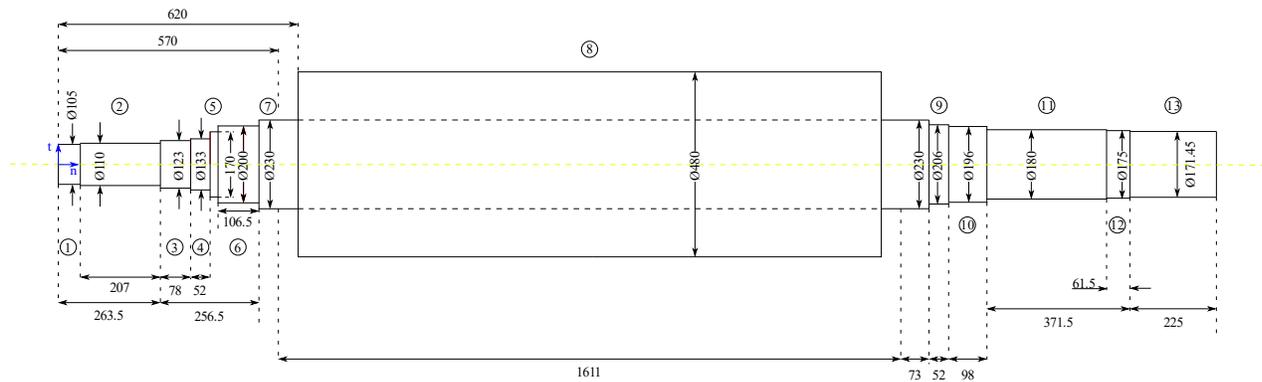


Figura 3-26: Geometría del rotor del motor simplificado. (Fuente: Elaboración propia.)

Antes de proceder al cálculo, es importante tener en cuenta que el tubo 7 tiene un diámetro de 230 [mm] y pasa por dentro del tubo 8, que es hueco y presenta nervaduras alrededor. Las dimensiones exactas de estas nervaduras no son conocidas. Por lo tanto, para calcular su masa, primero se calcularán las masas de los otros cilindros que son sólidos. Luego, se sumarán las masas de los otros cilindros y se restarán de la masa total del rotor para obtener la masa del cilindro mencionado.

Así, el primer paso será el cálculo de las masas de cada cilindro. Esto se hará calculando su volumen utilizando la ecuación (23) y luego determinando su masa mediante la ecuación (24).

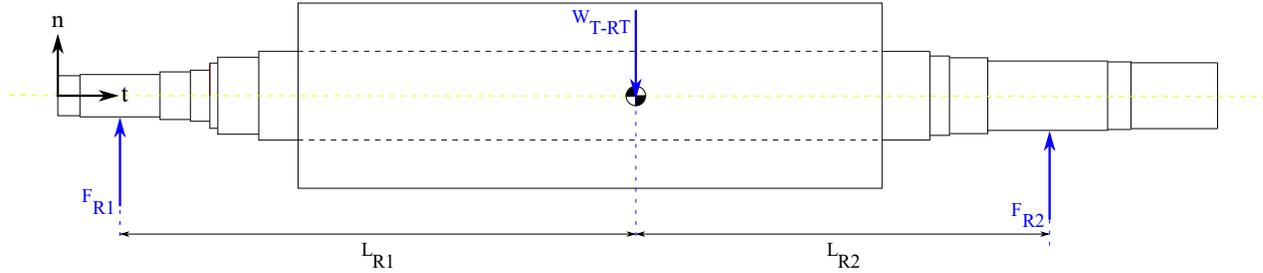
$$V_i = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot L_i; \text{ con } i = 1, 2, \dots, 7, 9, 10, \dots, 13 \quad (23)$$

$$M_i = \rho_{SAE1524} \cdot V_i; \text{ con } i = 1, 2, \dots, 13 \quad (24)$$

Luego de calcular las masas de los cilindros, se procede al cálculo del centro de masas del rotor. Esto se debe a que el rotor es simétrico en el eje “t” pero no en el eje “n”. Por lo tanto, se calcula únicamente el centro de masas en el eje “t”, ya que en el eje “n” es nulo.

Para calcular el centro de masas en el eje “t”, se ubica el sistema de coordenadas en la mitad izquierda del rotor, obteniendo que se encuentra a una distancia de 1429.9 [mm].

Con el centro de masas del rotor obtenido, se procede a realizar el diagrama de cuerpo libre del rotor, asumiendo que los descansos se ubican en la mitad del cilindro 2 y en la mitad del cilindro 11. Este diagrama de cuerpo libre se representa en la Figura 3-27.



**Figura 3-27: Diagrama de cuerpo libre del rotor del motor. (Fuente: Elaboración propia.)**

A través del diagrama de cuerpo libre presentado en la Figura 3-27, se realiza el cálculo de las reacciones en los rodamientos. Esto se lleva a cabo mediante una sumatoria de fuerzas en el eje “n” y una sumatoria de momentos con respecto al centro de masas. Estas sumatorias se representan en las ecuaciones (25) y (26), respectivamente.

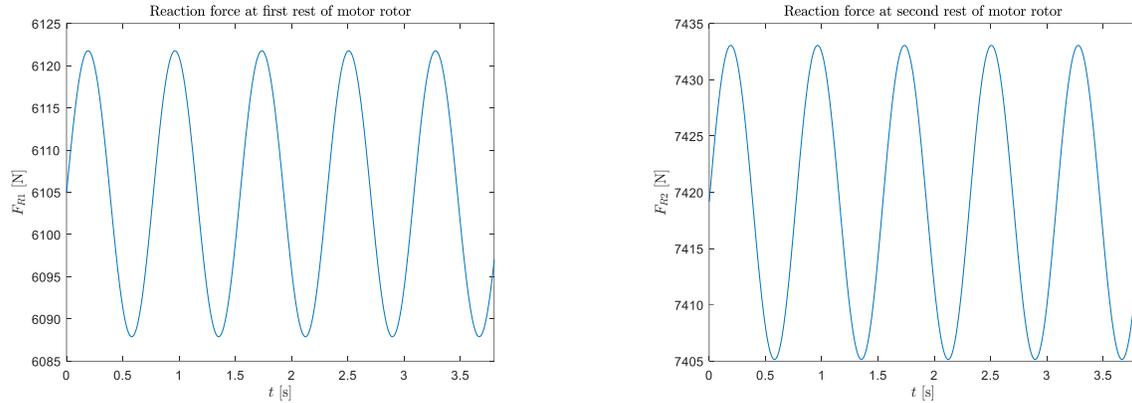
$$\sum F_n = M_{T-RT} \cdot A_{CM-RTy} \leftrightarrow F_{R1} = M_{T-RT} \cdot A_{CM-RTy} + W_{T-RT} - F_{R2} \quad (25)$$

$$\sum M_{CM-RTz} = I_{RTCMz} \cdot \alpha_3 \leftrightarrow F_{R2} = \frac{I_{RTCMz} \cdot \alpha_3 + M_{T-RT} \cdot A_{CM-RTy} \cdot L_{R1} + W_{T-RT} \cdot L_{R1}}{L_{R1} + L_{R2}} \quad (26)$$

Para resolver las ecuaciones (25) y (26), primero se calculan las inercias de los distintos cilindros y luego se trasladan al centro de masas del rotor utilizando la ecuación presentada en (22). Luego, se proyecta la aceleración del centro de la barra 3 hacia el centro de masas del rotor.

Antes de proceder al cálculo de las fuerzas que debe soportar los descansos del rotor, se recopila la información calculada para cada cilindro en el Anexo D.

Una vez definidas todas las variables necesarias para resolver las ecuaciones (25) y (26), se presentan los resultados correspondientes a las fuerzas que deben soportar los descansos del rotor del motor a través de la Figura 3-28.



a) Fuerza de reacción del primer descanso del rotor del motor.      b) Fuerza de reacción del segundo descanso del rotor del motor.

**Figura 3-28: Fuerza de reacción de los descansos en el rotor del motor. (Fuente: Elaboración propia.)**

Al obtener los resultados de la fuerza de reacción en los descansos del rotor del motor, se comparan los valores obtenidos con la capacidad de la carga dinámica de los rodamientos. Actualmente, no se ha podido obtener información precisa sobre los rodamientos utilizados en el rotor del motor en el accionamiento motriz estudiado debido a la falta del catálogo del motor correspondiente. Sin embargo, se encontró información de un motor del mismo fabricante con una geometría similar al motor del accionamiento, el cual es un “Motor WEG Eléctrico Trifásico W50”.

En el catálogo de este motor se especifica el uso de rodamientos de bolas abiertos con una holgura de C3, dando ejemplos de rodamientos utilizados en motores similares. Basándose en esto, se han seleccionado dos rodamientos de bolas de la marca SKF para los descansos del rotor del motor, acordes al diámetro interior del rodamiento. Se seleccionó el rodamiento “6322 M/C3” [9] para el primer descanso y el rodamiento “6336 M/C3” [10] para el segundo descanso. Estos rodamientos tienen una capacidad de carga dinámica de 203 [kN] y 351[kN], respectivamente.

Al comparar estos valores con las fuerzas obtenidas, se observa que las capacidades de carga son significativamente mayores a las que debe soportar los descansos por las fuerzas y cuplas de inercias. Las fuerzas calculadas representan un 3% y un 2.11% de la capacidad de carga dinámica de los descansos. Por lo tanto, se concluye que, en una evaluación de un movimiento circular, los descansos del motor no se ven afectados por las fuerzas y cuplas de inercias generadas por el movimiento oscilante de la plataforma.

### 3.9 Validación de los resultados a través de la fabricación de un Banco de Ensayos

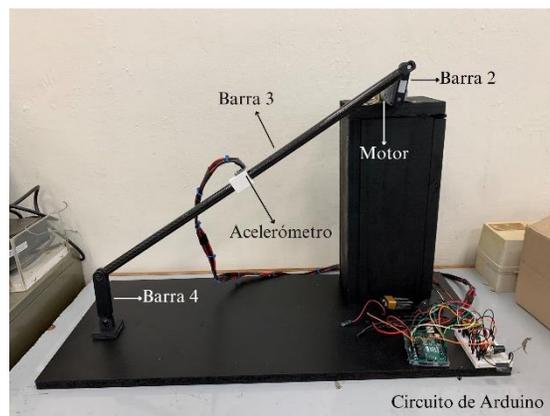
En esta sección, se detalla el procedimiento que se utilizó para fabricar un banco de ensayos con el fin de validar los resultados entregados por el modelo matemático presentado en la ecuación (3). Se llevará a cabo la validación de las aceleraciones en el centro geométrico de la barra 3 en los ejes “x”

e “y”. Estas aceleraciones juegan un rol fundamental en el presente estudio, ya que fueron utilizadas para proyectar las formas de onda hacia los puntos de medición y, posteriormente, obtener los espectros correspondientes, resultados importantes en esta investigación, ya que permitirán sustraer el movimiento oscilante de la plataforma al registro de aceleración que se tiene en los acelerómetros del accionamiento motriz actualmente.

El banco de ensayos fabricado consiste en un mecanismo de barras similar al sistema de barras equivalente al accionamiento motriz estudiado que se muestra en la Figura 2-1 b). Sin embargo, las longitudes no fueron las mismas, debido a que se aumentó el tamaño de la Barra 2 definiéndola como el radio del eje de salida del reductor, siguiendo la metodología utilizada en el estudio [6]. Esto se hizo con el propósito de que el movimiento oscilante que se obtuviera en el mecanismo más marcado y perceptible a simple vista.

Las longitudes del mecanismo para este banco de ensayos se realizaron a una escala de 1:6, según las siguiendo las medidas definidas en el estudio [6]. Una vez determinadas estas dimensiones, se procedió a diseñar y crear las barras utilizando una impresora 3D. Después de obtener las barras impresas, se conectaron entre sí mediante rodamientos y pasadores para permitir su rotación. Los planos de la estructura del mecanismo de barras se representan en el Anexo E.

Posteriormente, se fijó la barra 4 a una base de madera con un prisma rectangular instalado para replicar la altura del sistema de barras equivalentes desde la referencia fija de la barra 4 hasta el soporte de la barra 2. En dicho prisma rectangular se montó un motor en la parte superior, el cual se conectó a la barra 2 con el fin de activar el sistema y lograr el movimiento en el mecanismo de barras. El banco de ensayos montado en su base y conectado al motor se representa en la Figura 3-29.

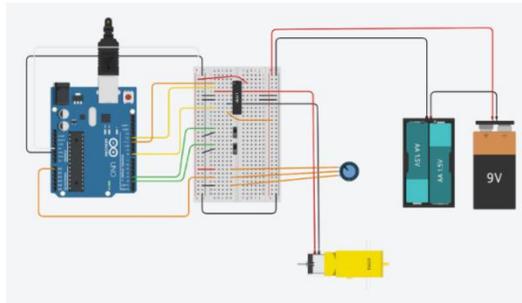


**Figura 3-29: Banco de Ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)**

El motor que activa el movimiento oscilante del banco de ensayos es controlado mediante de un circuito electrónico controlado por un programa en Arduino, tal como se muestra en la Figura 3-29. Este circuito se representa en el software Tinkercad, como se muestra en la Figura 3-30, donde se verificó si el circuito y el programa que se presenta en el Anexo F funcionaba de manera correcta para la activación del motor.

En el esquema del circuito se puede observar que el Arduino se conecta a un protoboard alimentado por una batería de 9 [V] y dos pilas AA, lo que permite la activación del motor. Por otro lado, incluye un Puente H modelo “L293D”, un circuito integrado que permite controlar la dirección y velocidad de rotación del motor. En el protoboard se encuentran dos interruptores deslizantes que se utilizan para cambiar la dirección de rotación: el interruptor superior para el giro horario e inferior para el giro antihorario.

Además, se dispone de un potenciómetro que permite ajustar la velocidad de rotación del motor. Esta velocidad se controla mediante la rotación de la perilla y se mide utilizando un tacómetro apuntando la cinta reflectante que se tiene en la barra 2.



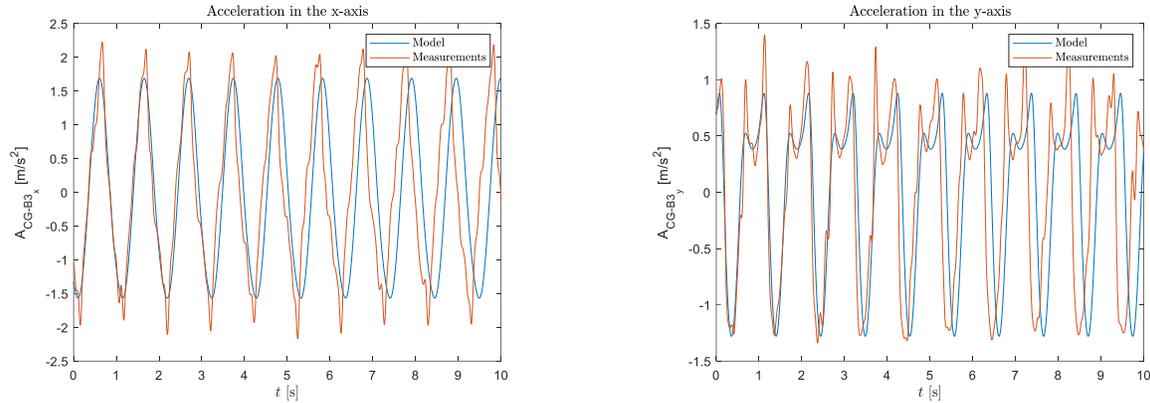
**Figura 3-30: Esquema del circuito electrónico que controla el motor. (Fuente: Elaboración propia.)**

Para la medición de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3, se utilizó un acelerómetro “ADXL335” conectado al Arduino. Se procedió a calibrar los valores de aceleración que proporciona el sensor al medir la gravedad en los tres ejes. Una vez calibrado, se incorporó esta calibración al programa de activación del motor y se subió al Arduino. Dicho programa que se comparte en el Anexo G.

Finalmente, se instaló el acelerómetro en el centro geométrico de la barra 3, tal como se observa en la Figura 3-29, y se recopilaban los datos utilizando un programa en Python que se comparte en el Anexo H. A estos datos se les aplicó una FFT para identificar las componentes espectrales dominantes en el movimiento. Durante este proceso, se logró determinar la velocidad de rotación del motor, cuyo valor era de 57.53 [RPM], la cual era la componente que presentaba mayor amplitud en el espectro obtenido.

Una vez obtenida la velocidad de rotación, se aplicó un proceso de filtrado a la señal, utilizando un filtro pasa alto y un filtro pasa bajo, ajustados a 30 [RPM] y a 180 [RPM], respectivamente. En este rango se escogió para obtener componentes desde la 1x hasta la 3x del motor, con el propósito de eliminar el ruido y componentes externas que no son de interés.

Una vez obtenida la señal filtrada, se realizó una simulación utilizando el modelo matemático presentado en (3) a 57.53 [RPM]. Los resultados obtenidos en el modelo fueron ajustados a las direcciones de medición, rotando el sistema de referencia representado en la Figura 2-2 hacia la dirección de la barra 3 en el tiempo. Posteriormente, se procedió a comparar estos resultados con las mediciones obtenidas en el Banco de Ensayos, comparación representada a través de la Figura 3-31.



a) Aceleración en el eje x.

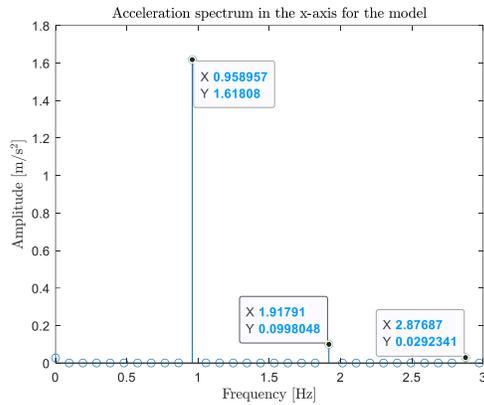
b) Aceleración en el eje y.

**Figura 3-31: Comparación de resultados obtenidos en el modelo y en el banco de ensayos para la medición de la aceleración en el centro geométrico de la Barra 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

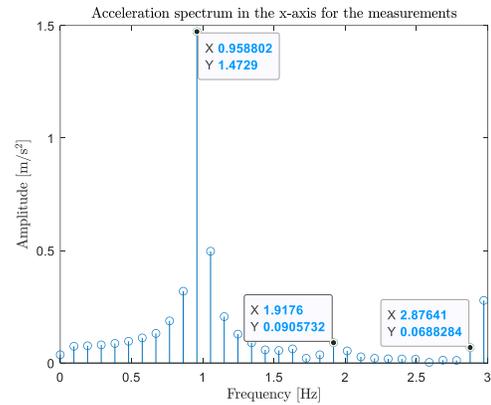
De la Figura 3-31 se puede observar que las mediciones se ajustan al modelo, aunque presentan variaciones en la amplitud. Estas diferencias podrían atribuirse a elementos no considerados que generan frecuencias que afectan en la medición. Se supone que esto puede estar relacionado con la holgura que se tiene en el pasador que conecta la barra 2 con la barra 3, así como con el movimiento del cable del acelerómetro. Además, se puede observar un desfase en la mitad de la simulación en adelante, atribuido a la variación de la velocidad de rotación del motor.

Es importante mencionar que durante la medición de la aceleración en el centro geométrico de la Barra 3, se midió con el banco de ensayos acostado. Esto se debe que el tipo de acelerómetro utilizado mide la aceleración de gravedad. Al ubicar el banco de ensayo de manera que el peso quedara perpendicular al plano del movimiento de interés, la aceleración de gravedad no afecta a las mediciones, debido a que se encuentra en el eje donde no se están recopilando datos (eje “z”).

Con el objetivo de confirmar la hipótesis sobre las frecuencias que afectan en la medición, se aplicó una FFT tanto a la modelación como a las mediciones para comparar los espectros correspondientes. Los espectros en el eje “x” e “y” se representan en la Figura 3-32 y Figura 3-33, respectivamente.

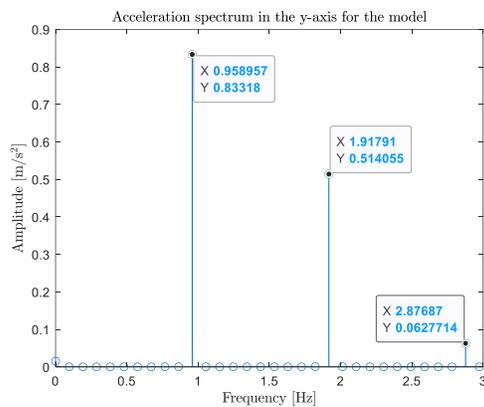


a) Espectro en el eje x para el modelo.

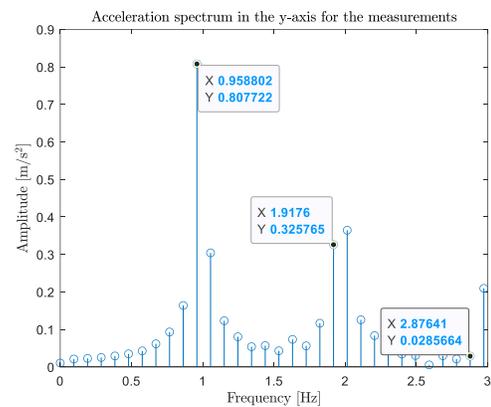


b) Espectro en el eje x para las mediciones.

**Figura 3-32: Espectro en el eje "x" para la modelación y la medición de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Espectro en el eje y para el modelo.



b) Espectro en el eje y para las mediciones.

**Figura 3-33: Espectro en el eje "y" para la modelación y la medición de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 (Fuente: Elaboración propia.)**

De la Figura 3-32 y la Figura 3-33 se observa que los espectros de las mediciones presentan componentes externas a los múltiplos de la velocidad de rotación, las cuales afectan directamente la medición de la aceleración, confirmando la hipótesis que se tenía anteriormente.

Además de la Figura 3-32 y la Figura 3-33, se puede observar la presencia de la componente a la  $2x$ . En la evaluación del movimiento circular, esta se percibía como mínima. Sin embargo, ahora, con una longitud mayor de la Barra 2, se manifiesta de manera más pronunciada e inclusive con una  $3x$ .

En conclusión, se confirma la validez de los resultados obtenidos en la modelación del accionamiento motriz, ya que las mediciones experimentales se ajustaron a lo entregado en la modelación.

Para la fabricación de este banco de ensayos se necesitaron los recursos presentados en el Anexo I.

## CAPÍTULO 4: Evaluación de un movimiento elíptico

En este capítulo, se llevará a cabo la evaluación de un movimiento elíptico para el eslabón motriz. En esta evaluación, se considerará la deflexión vertical, manteniendo la hipótesis de que cuando el eje de salida del reductor se encuentra en flexión, se desplaza un 10% de su deflexión en funcionamiento nominal.

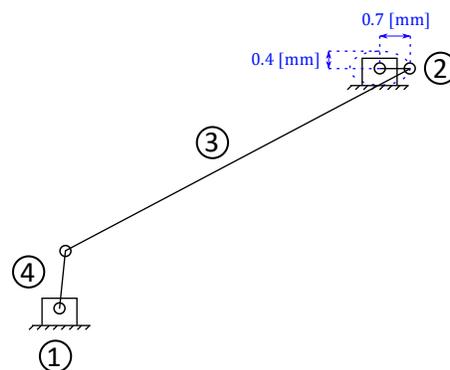
Dado que se está evaluando un movimiento elíptico, la longitud de la barra 2 será variable y seguirá la trayectoria de una elipse. El eje mayor de esta elipse (“a”) será el 10% de la deflexión horizontal, y el eje menor (“b”) será el 10% de la deflexión vertical. La longitud variable de la barra 2 se define a través de coordenadas polares, como se muestra en la ecuación (27), y se transforma a los ejes “x” e “y” mediante las ecuaciones (28) y (29).

$$L_2(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos \theta}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sin \theta}{b}\right)^2}} \quad (27)$$

$$x(L_2) = L_2 \cdot \cos \theta \quad (28)$$

$$y(L_2) = L_2 \cdot \sin \theta \quad (29)$$

Definidas las expresiones que representan la longitud variable de la barra 2, se presenta la trayectoria elíptica que se evaluará en el modelo en la ecuación (3), la cual se ilustra en la Figura 4-1.



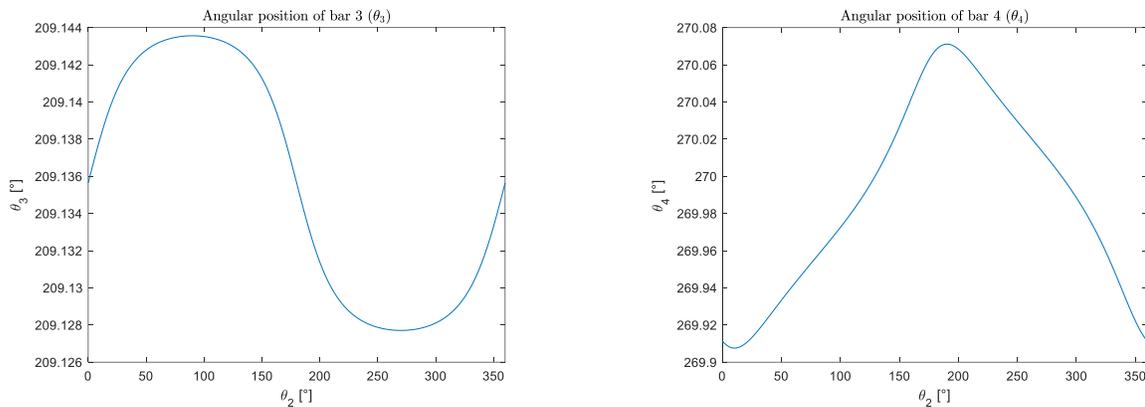
\*Las longitudes de las barras no son las que corresponden, el esquema solo se utiliza como referencia.

**Figura 4-1: Trayectoria elíptica a evaluar para la barra 2. (Fuente: Elaboración propia.)**

Con respecto a las otras barras que forman parte del sistema de barras equivalente al accionamiento, se mantienen las mismas longitudes indicadas en la Tabla 3-1. A continuación, se procederá a verificar si estas longitudes son compatibles con el movimiento elíptico.

#### 4.1 Verificación de la compatibilidad de las longitudes de los rígidos para las posiciones del movimiento elíptico

Siguiendo el mismo procedimiento que se llevó a cabo en la evaluación del movimiento circular, se procede a verificar si las longitudes de las barras son compatibles con el movimiento elíptico. Para ello, se asigna a la barra 2 una trayectoria elíptica, variando el ángulo de su posición angular de  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$  con incrementos de  $1^\circ$ . Utilizando la posición inicial del sistema tal como se describió en [6], se resuelve el sistema de ecuaciones descrito en (3) mediante el programa proporcionado en el Anexo J. En este programa se utiliza la función "fsolve" de MATLAB para resolver el sistema de la ecuación (3). Los resultados se ilustran en la Figura 4-2.



a) Posición angular de la barra 3.

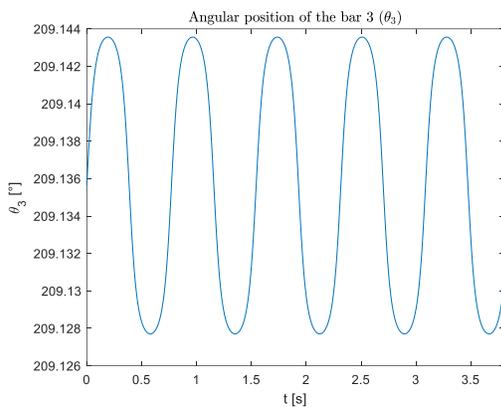
b) Posición angular de la barra 4.

**Figura 4-2: Posiciones angulares otorgando una trayectoria elíptica a la barra 2. (Fuente: Elaboración propia.)**

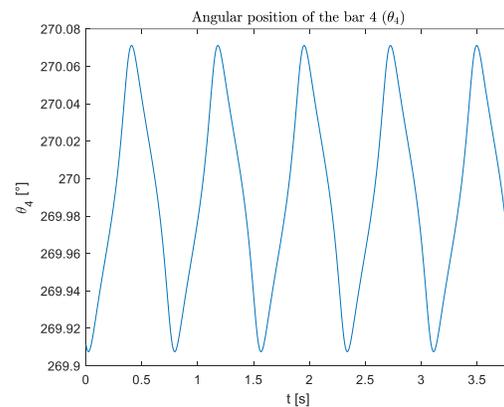
Al igual que en el caso del movimiento circular, se puede observar en la Figura 4-2 que las longitudes de las barras son compatibles con el movimiento elíptico. Además, al ejecutar el programa del Anexo J, se observa en la pantalla de comandos de MATLAB que, en todas las iteraciones, el método numérico "fsolve" encuentra una solución para el sistema de ecuaciones no lineales presentado en la ecuación (3) al evaluar una trayectoria elíptica.

## 4.2 Cálculo de posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de los rígidos al imponer una velocidad angular en la barra 2

Al igual que en la evaluación del movimiento circular, se procede a asignar la velocidad de rotación del eje de salida del reductor a la barra 2 y se procede a simular el sistema de barras equivalente al accionamiento a lo largo del tiempo durante un intervalo de tiempo necesario para completar 5 revoluciones de la barra 2 (3.8595 [s]). Para llevar a cabo esta simulación, se ha desarrollado un programa que se incluye en el Anexo K. Dicho programa tiene la función de calcular las posiciones, velocidades, aceleraciones angulares de los rígidos en el tiempo. Los resultados obtenidos para dicha modelación se presentan en la Figura 4-3, Figura 4-4 y Figura 4-5.

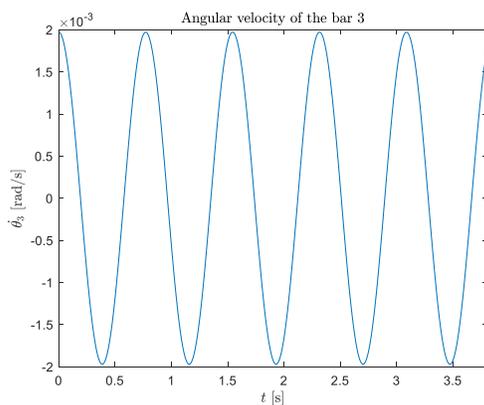


a) Posición angular de la barra 3.

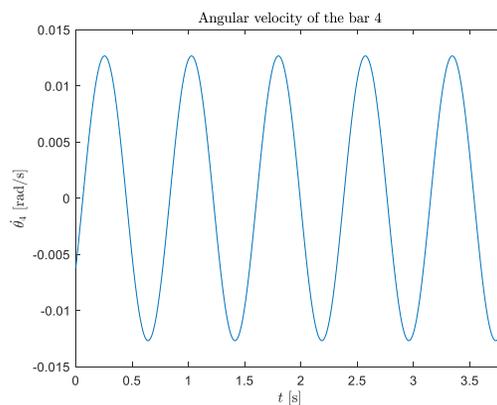


b) Posición angular de la barra 4.

**Figura 4-3: Posiciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)**

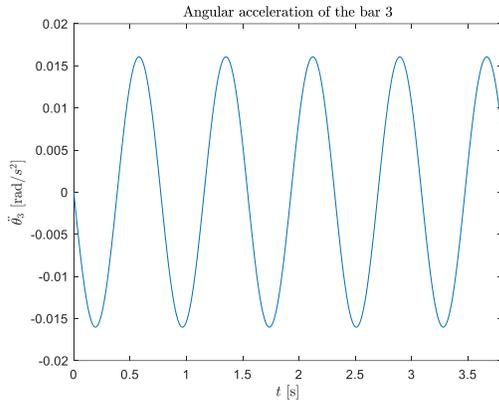


a) Velocidad angular de la barra 3.

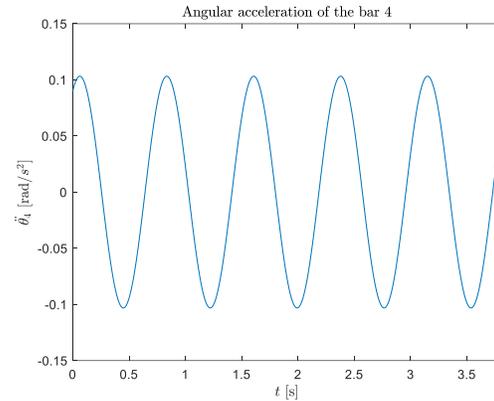


b) Velocidad angular de la barra 4.

**Figura 4-4: Velocidades angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Aceleración angular de la barra 3.



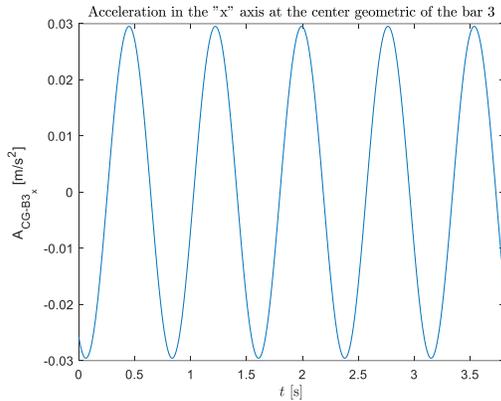
b) Aceleración angular de la barra 4.

**Figura 4-5: Aceleraciones angulares para una simulación de 5 [rev]. (Fuente: Elaboración propia.)**

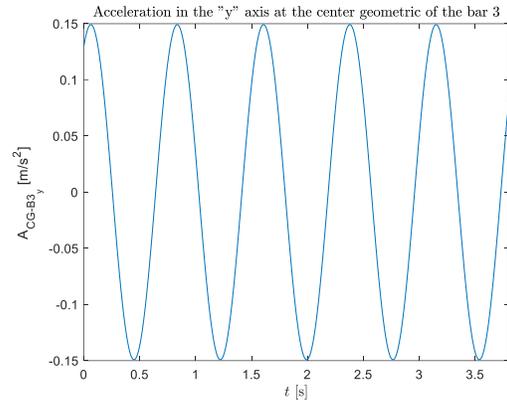
Al observar la Figura 4-3, Figura 4-4 y Figura 4-5, se nota que, en comparación al movimiento circular, la única diferencia es en la forma de onda de la posición angular de ambas barras. Se parecía que existen frecuencias distintas al movimiento circular que provocan cambios en la forma de onda y una leve disminución la amplitud.

### 4.3 Cálculo de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3

Después de obtener los valores correspondientes a las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de las barras a través de la simulación mencionada previamente, el siguiente paso consiste en calcular la aceleración en el centro geométrico de la barra 3. A diferencia de la evaluación del movimiento circular, en esta sección no se calcula la aceleración del centro geométrico de la barra 3 a través de la metodología que se utilizó en el estudio en [6]. En su lugar, se calcula la aceleración desde el extremo superior de la barra 4 mediante la ecuación (8). La forma de onda de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 se presenta en la Figura 4-6.



a) Aceleración en el eje "x".



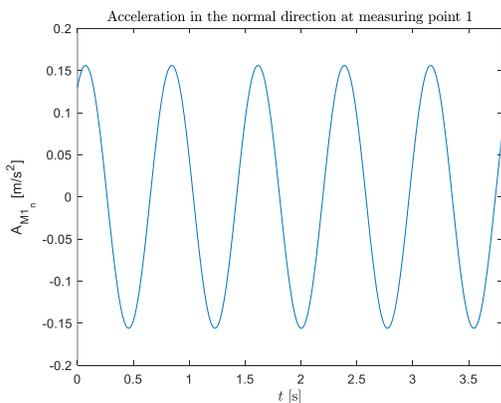
b) Aceleración en el eje "y".

**Figura 4-6: Proyecciones en los ejes "x" e "y" de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

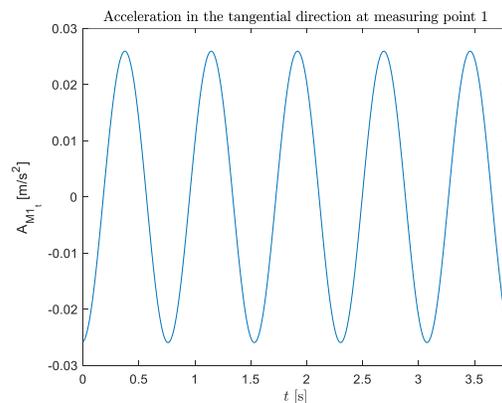
Se puede observar de la Figura 4-6 que los valores pico de la forma de onda de aceleración son menores que en el movimiento circular.

#### 4.4 Proyección de la aceleración del centro geométrico de la barra 3 a los puntos de medición

Una vez obtenida la aceleración en el centro geométrico de la barra 3, se procede, de manera similar al movimiento circular, a rotar esta aceleración al sistema de referencia normal y tangencial a la plataforma. Posteriormente, se proyecta hacia los puntos de medición correspondientes. Los resultados de la forma de onda de aceleración en los puntos de medición 1, 2 y 3 se presentan en la Figura 4-7, Figura 4-8 y Figura 4-9.

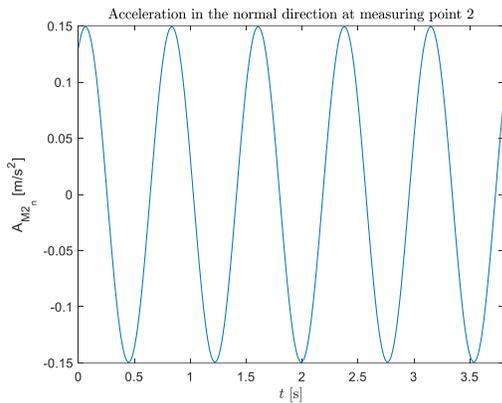


a) Aceleración en la dirección normal.

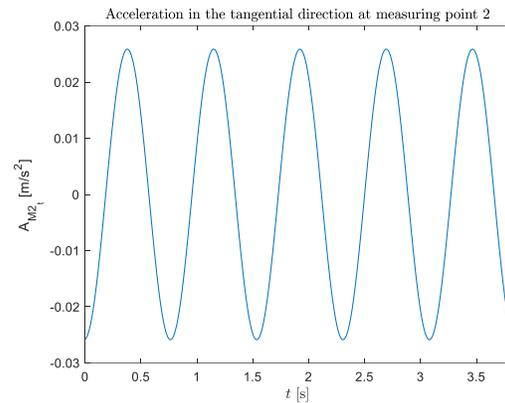


b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 4-7: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.)**

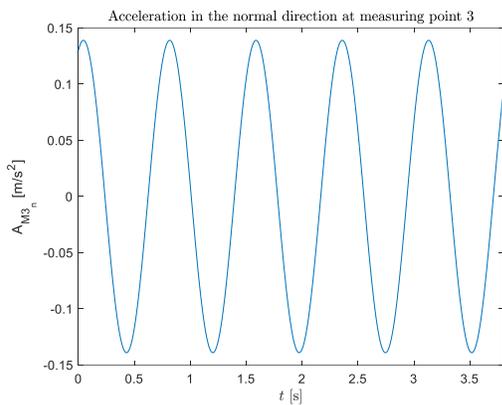


a) Aceleración en la dirección normal.

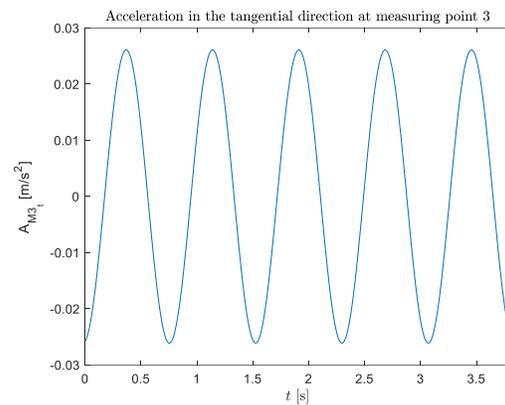


b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 4-8: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 2, evaluando un movimiento elíptico. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Aceleración en la dirección normal.



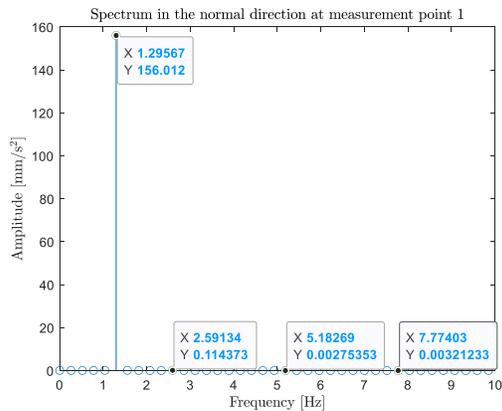
b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 4-9: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

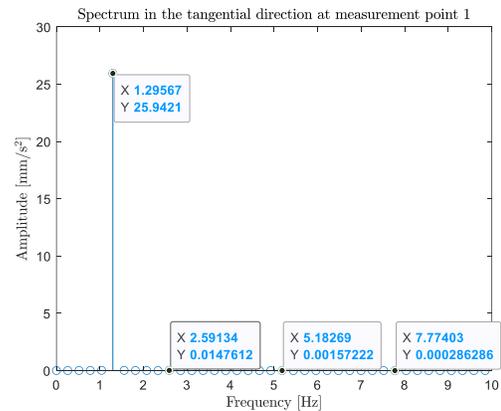
De la Figura 4-7, Figura 4-8 y Figura 4-9, se puede observar una diferencia del movimiento circular, la aceleración en la dirección normal es mayor que en la tangencial, disminuyendo a medida que se llega al eje de salida del reductor. Sin embargo, se mantiene la tendencia similar en la aceleración tangencial similar para los 3 puntos de medición.

## 4.5 Espectros de las formas de onda de aceleración en los puntos de medición

Con las formas de onda de aceleración en los puntos obtenidas en la evaluación del movimiento elíptico, se procede de manera análoga a la evaluación del movimiento circular, aplicándoles una FFT para obtener sus respectivos espectros. Los espectros resultantes para cada punto de medición se presentan en la Figura 4-10, Figura 4-11 y Figura 4-12.

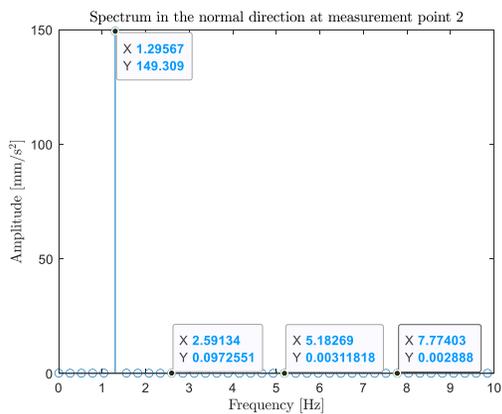


a) Espectro en la dirección normal.

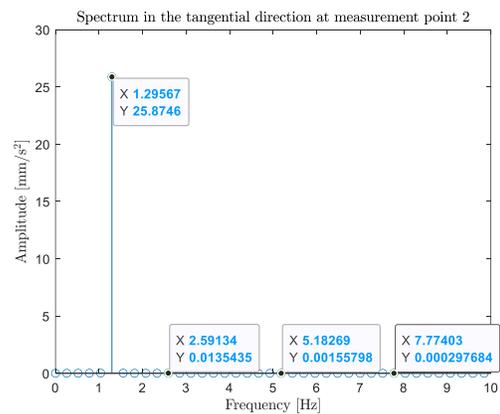


b) Espectro en la dirección tangencial.

Figura 4-10: Espectro del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.)

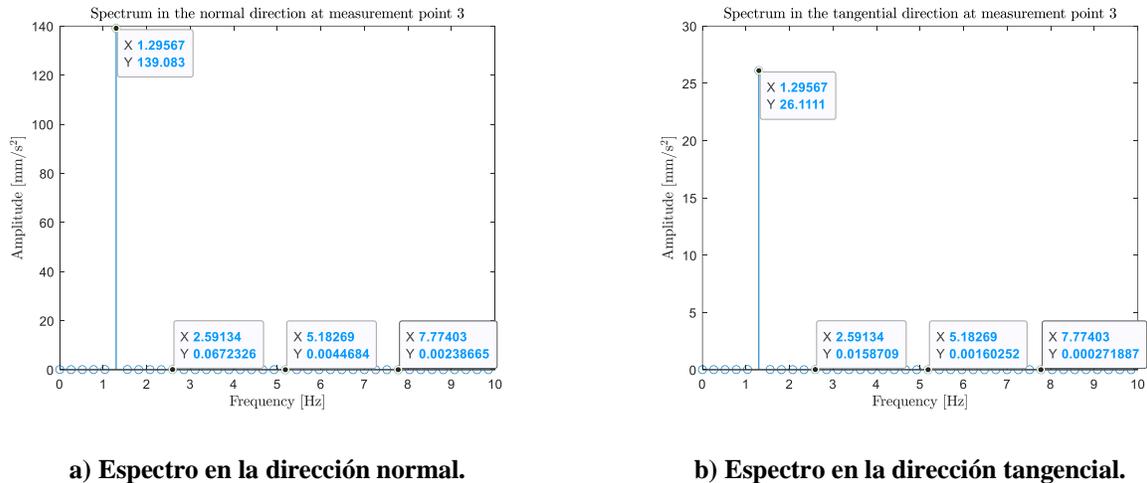


a) Espectro en la dirección normal.



b) Espectro en la dirección tangencial.

Figura 4-11: Espectro del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.)



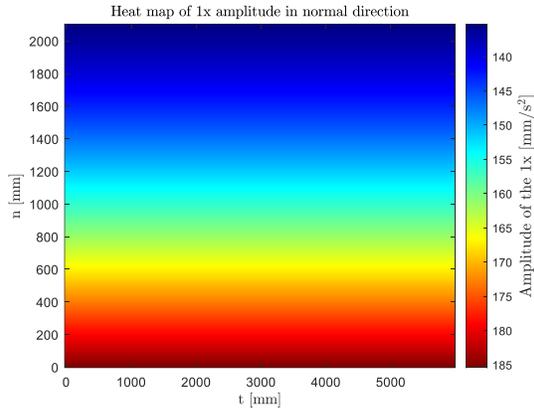
**Figura 4-12: Espectro del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

De la Figura 4-10, Figura 4-11 y Figura 4-12 se observa la aparición de dos componentes espectrales adicionales a las obtenidas en el movimiento circular, estas corresponden a la  $4xRPM_{Polea}$  y a la  $6xRPM_{Polea}$ . Estas componentes se atribuyen a la forma de onda de las posiciones angulares resultantes de la evaluación del movimiento elíptico representadas en la Figura 4-3.

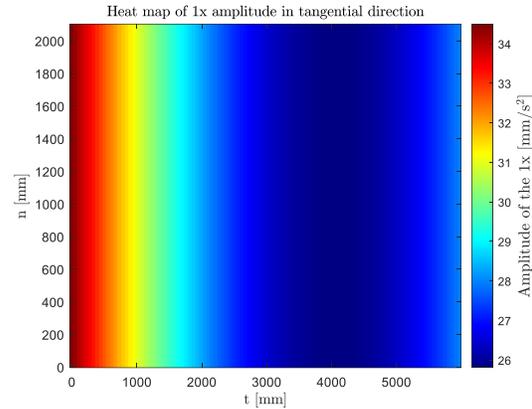
Además de la Figura 4-10, Figura 4-11 y Figura 4-12, se puede observar que se mantiene la tendencia de que, al igual que en el movimiento circular, la componente a la  $2xRPM_{Polea}$  se manifiesta con mayor amplitud en la dirección normal que en la tangencial. Sin embargo, en caso contrario con la evaluación del movimiento circular, las amplitudes a la  $1xRPM_{Polea}$  en la dirección normal son mayores que en la tangencial y a medida que se acercan al eje de salida del reductor van disminuyendo. Además, se observa que los niveles de amplitud en la dirección normal son significativamente mayores que los obtenidos en la evaluación del movimiento circular, y ocurre lo contrario en la dirección tangencial.

#### **4.6 Influencia de los valores de la amplitud en el espectro de la $1xRPM_{Polea}$ y $2xRPM_{Polea}$ en el sistema motriz**

Al igual que en la evaluación del movimiento circular, se analiza la variación de los valores de amplitud de las componentes espectrales  $1xRPM_{Polea}$  y  $2xRPM_{Polea}$  en todo el sistema motriz a través de mapas de calor similares, utilizando la misma metodología empleada en el capítulo anterior. Los resultados de este análisis se presentan en la Figura 4-13 y Figura 4-14.

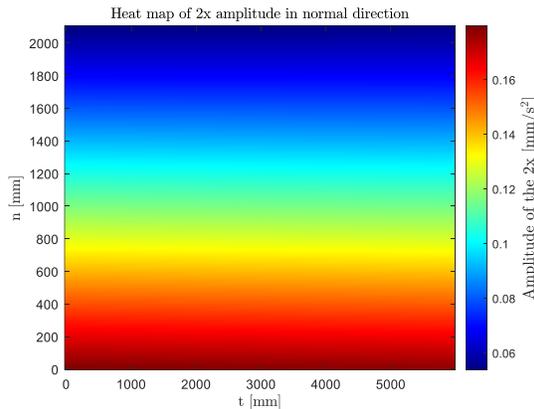


a) Amplitud de la 1xRPM Polea en la dirección normal.

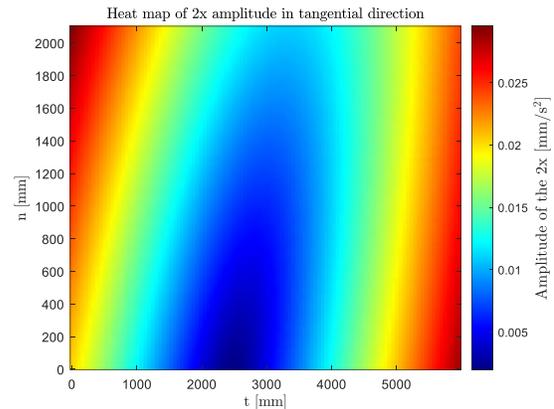


b) Amplitud de la 1xRPM Polea en la dirección tangencial.

**Figura 4-13: Amplitud de la 1xRPM Polea en la dirección normal y tangencial en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Amplitud de la 2xRPM Polea en la dirección normal.



b) Amplitud de la 2xRPM Polea en la dirección tangencial.

**Figura 4-14: Amplitud de la 2xRPM Polea en la dirección normal y tangencial en el sistema motriz. (Fuente: Elaboración propia.)**

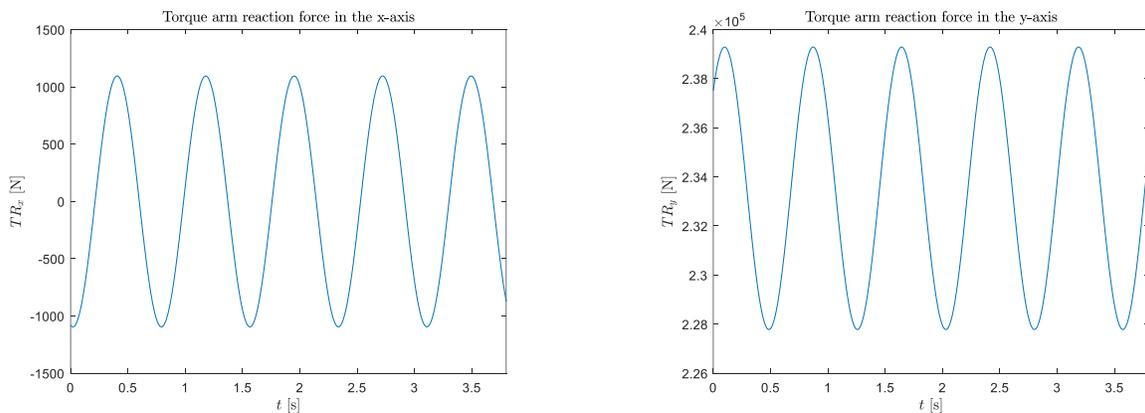
En la Figura 4-13, se aprecia que el gráfico de la dirección tangencial es similar al de la evaluación del movimiento circular, con una disminución en sus niveles de amplitud. Sin embargo, en la dirección normal, se presenta lo contrario a lo obtenido en dicha evaluación, debido a que la amplitud aumenta de arriba hacia abajo. Esto se puede atribuir al movimiento excéntrico que genera la trayectoria elíptica en la plataforma, resultando en niveles de amplitud más altos en la plataforma. Además, se observa un aumento significativo de la amplitud vibratoria en dicha dirección.

En lo que respecta a la Figura 4-14, el mapa de calor obtenido para la dirección normal es similar al de la evaluación del movimiento circular, pero con niveles vibratorios ligeramente más altos. Sin embargo, en la dirección tangencial, la forma de la elipse, que se formaba en el resultado de la evaluación del movimiento circular, se observa de manera opuesta, aumentando desde el centro hacia arriba y propagándose como una elipse, manteniendo sus valores más altos en los costados. Esto

refleja que, a pesar de ser un movimiento similar al circular, genera un patrón contrario debido a la presencia de excentricidad en la evaluación del movimiento.

#### 4.7 Cálculo de las fuerzas que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia

Siguiendo el mismo procedimiento de la evaluación del movimiento circular, se calculan la fuerza que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia. Los resultados se presentan en la Figura 4-15.

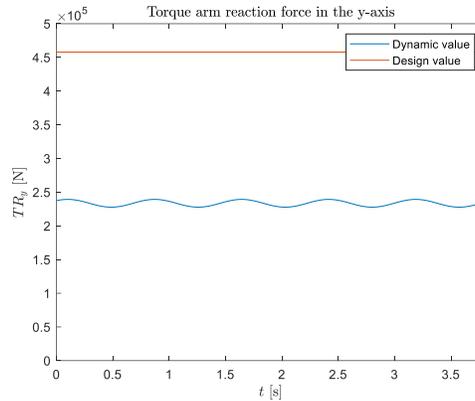


a) Fuerza de reacción del brazo de torque en el eje x.      b) Fuerza de reacción del brazo de torque en el eje y.

**Figura 4-15: Fuerza de reacción del brazo de torque los ejes “x” e “y”. (Fuente: Elaboración propia.)**

De los resultados presentado en la Figura 4-15, se puede observar que, al igual que en la evaluación del movimiento circular, el brazo de torque debe soportar una fuerza considerablemente mayor en el eje “y” en comparación con el eje “x”. No obstante, es importante destacar que la reacción del brazo de torque en el eje “x” es ligeramente menor que la obtenida en la evaluación del movimiento circular, mientras que en el eje “y” es ligeramente mayor.

Al igual que en la evaluación del movimiento circular, se realiza una comparación entre la fuerza de diseño requerida según [1] y la fuerza calculada en la Figura 4-15 b). Los resultados de esta comparación se presentan en el grafico representado en la Figura 4-16.

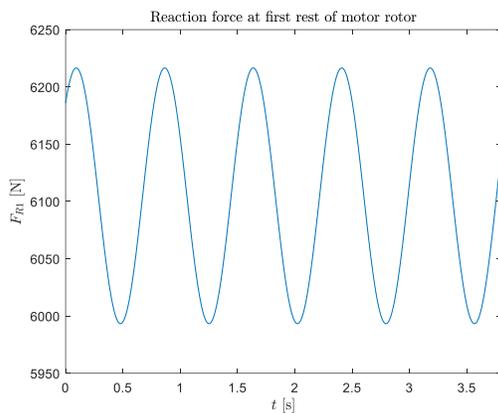


**Figura 4-16: Comparación de la fuerza de diseño que debe soportar el brazo de torque según [1] con el valor calculado, para el movimiento elíptico. (Fuente: Elaboración propia.)**

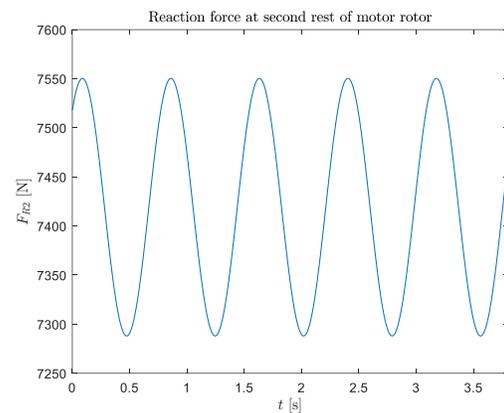
La Figura 4-16 confirma la conclusión que se obtuvo en la evaluación movimiento circular. Por tanto, es evidente que tanto para un movimiento circular como para uno elíptico, el brazo de torque que forma parte del accionamiento motriz estudiado cuenta con un factor de seguridad adecuado para las cargas dinámicas que debe soportar.

#### 4.8 Cálculo de la fuerza que deben soportar los descansos del rotor debido a las fuerzas y cuplas de inercia

Siguiendo el mismo procedimiento de la evaluación del movimiento circular, se calculan la fuerza que deben soportar los descansos del rotor del motor. Los resultados se presentan en la Figura 4-17.



**a) Fuerza de reacción del primer descanso del rotor del motor.**



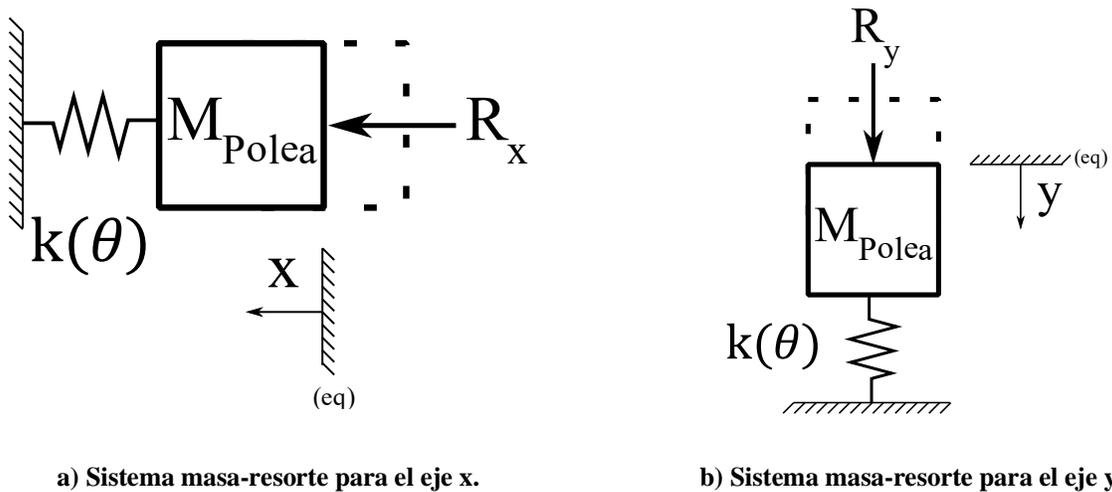
**b) Fuerza de reacción del segundo descanso del rotor del motor.**

**Figura 4-17: Fuerza de reacción de los descansos en el rotor del motor, para la evaluación de un movimiento elíptico. (Fuente: Elaboración propia.)**

Al realizar la comparación entre la fuerza obtenida en los descansos del rotor del motor y la capacidad de carga dinámica de los rodamientos seleccionados en el capítulo anterior. Se llega a la misma conclusión que con el movimiento circular. Las fuerzas obtenidas en los descansos son un 3.05% y un 2.17% de la capacidad de carga dinámica de los rodamientos elegidos, las cuales son 203[kN] y 351 [kN], respectivamente. Por lo tanto, se confirma que, para la evaluación de un movimiento elíptico, los descansos del motor no se ven afectados por las fuerzas y cuplas de inercias generadas por el movimiento oscilante de la plataforma.

## CAPÍTULO 5: Evaluación de un movimiento según el cambio de rigidez en la polea

En el presente capítulo, se llevará a cabo la evaluación de un movimiento según el cambio de rigidez en la polea que conduce el mineral para el eslabón motriz. En esta evaluación, se determinará la longitud de la barra 2 mediante de la resolución de la ecuación del movimiento de la polea, utilizando un sistema equivalente masa-resorte. Este sistema considerará una rigidez variable del resorte debido a la geometría que se tiene en la polea motriz del accionamiento, a la cual se le aplicarán las fuerzas de reacción calculadas en [4]. El sistema equivalente para los dos ejes se muestra en la Figura 5-1.

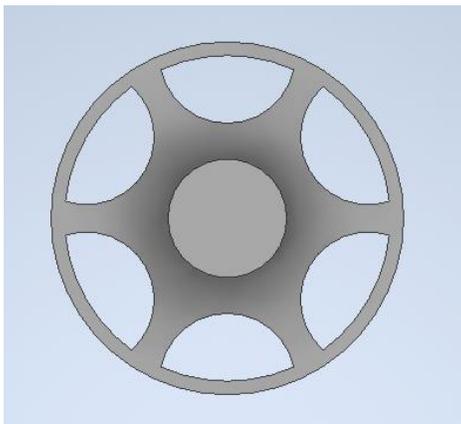


a) Sistema masa-resorte para el eje x.

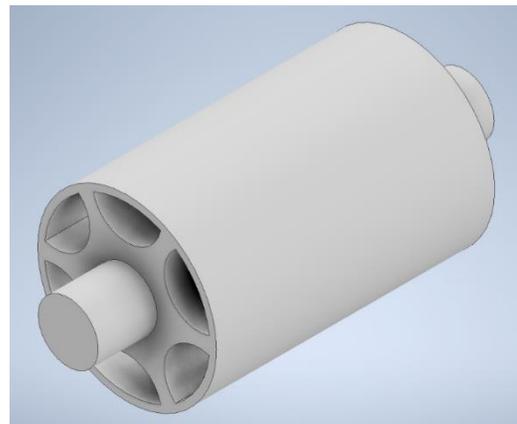
b) Sistema masa-resorte para el eje y.

Figura 5-1: Sistema masa-resorte equivalente a la polea motriz. (Fuente: Elaboración propia.)

Como se mencionó anteriormente, la rigidez variable de la polea se debe a su geometría, la cual presenta nervaduras en su interior, tal como se ilustra en la Figura 5-2.



a) Geometría de la cara de la polea motriz.



b) Isométrico de la polea motriz.

Figura 5-2: Geometría de la polea del accionamiento motriz. (Fuente: Elaboración propia.)

Como se puede observar en la Figura 5-2, se puede deducir que la rigidez de la polea varía cada  $60^\circ$ , generando así una función periódica que describa los resultados de la rigidez cada  $60^\circ$ . Para obtener dicha función, se utilizó el método de elementos finitos a través del software ANSYS. En él se desarrolló un programa que simuló la polea motriz como una viga simplemente apoyada, sometiéndola a una fuerza horizontal de 10000 [N] y rotándola  $15^\circ$  en cada simulación, extrayendo los desplazamiento generado por esta fuerza en la dirección de su aplicación. Los desplazamientos calculados se ilustran en la Tabla 5-1.

**Tabla 5-1: Desplazamiento generado por la fuerza con respecto a la rotación de la polea. (Fuente: Elaboración propia.)**

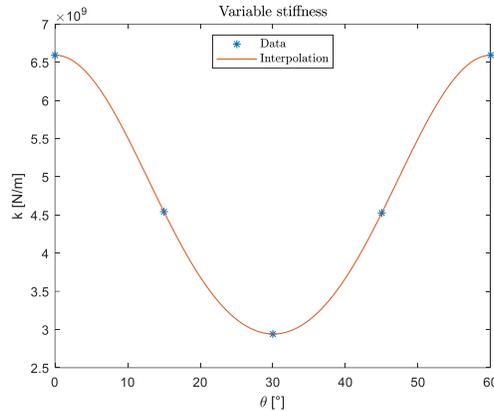
Angulo de rotación de la polea [ $^\circ$ ]	Desplazamiento [mm]
0	$1.5169 \times 10^{-3}$
15	$2.2011 \times 10^{-3}$
30	$3.397 \times 10^{-3}$
45	$2.2097 \times 10^{-3}$
60	$1.5169 \times 10^{-3}$

Luego de obtener los datos de desplazamiento, se calculó la rigidez en función del ángulo de rotación de la polea a través de la Ley de Hooke representada en la ecuación (30).

$$F = k \cdot x \leftrightarrow k = \frac{F}{x} \quad (30)$$

Una vez obtenida la rigidez para los puntos de la Tabla 5-1, se procede a realizar la interpolación de estos datos utilizando el método de mínimos cuadrados. Esta interpolación se lleva a cabo a través de una función armónica representada en la ecuación (31) y representada junto con los puntos obtenidos en la Figura 5-3.

$$k(\theta) = 4.65 \cdot 10^9 + 1.83 \cdot 10^9 \cdot \cos(6 \cdot \theta) + 8.84 \cdot 10^6 \cdot \sin(6 \cdot \theta) + 1.16 \cdot 10^8 \cdot \cos(12 \cdot \theta) \quad (31)$$

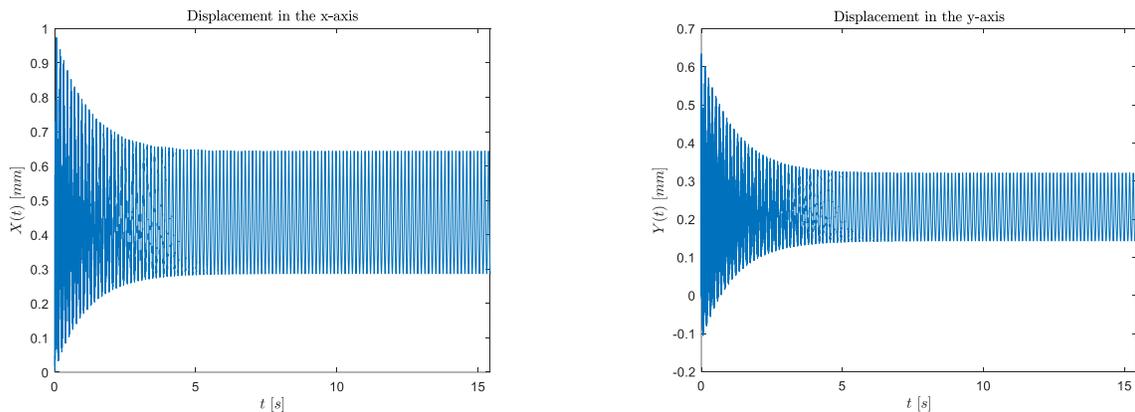


**Figura 5-3: Rigidez variable con respecto al ángulo de rotación de la polea. (Fuente: Elaboración propia.)**

Después de obtener la ecuación que describe cómo varía la rigidez, se procede a ajustar esta función a una serie de Fourier para su mejor representación.

Con la función ajustada a una serie de Fourier, se procede a resolver la ecuación de movimiento del sistema equivalente, representado en la Figura 5-1 para los eje “x” e “y”. Esta ecuación, presentada en la ecuación (32), al ser no lineal, se resuelve mediante el Método de Rungue Kutta de cuarto orden. Los resultados obtenidos se representan en la Figura 5-4. Es importante mencionar que, para resolver esta ecuación diferencial no lineal, se utiliza la velocidad de rotación de la polea de la Tabla 2-1 y se simula para 20 revoluciones con el propósito de obtener tanto la parte transiente como la estacionaria en la solución.

$$m \cdot \ddot{x} + k(\theta) \cdot x = R \quad (32)$$

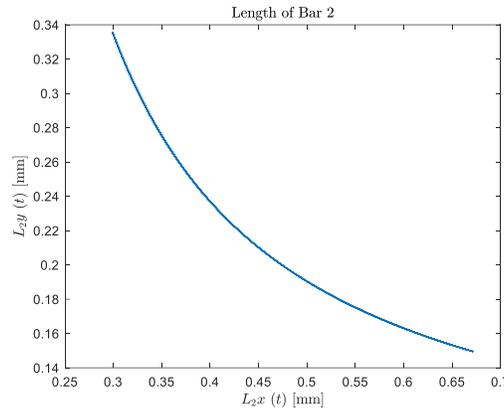


**a) Desplazamiento para el eje x.**

**b) Desplazamiento para el eje y.**

**Figura 5-4: Desplazamiento en la polea debido a la rigidez variable que se tiene en la polea. (Fuente: Elaboración propia.)**

Obtenido los desplazamientos de la polea motriz debido al cambio de rigidez que se tiene en la polea, se procedió a calcular el ángulo de deflexión generado por estos desplazamientos, para posteriormente proyectar estos desplazamientos al eje de salida del reductor definido la longitud de la Barra 2 en el tiempo, como se ilustra en la Figura 5-5.



**Figura 5-5: Largo de la Barra 2 para la evaluación del movimiento según el cambio de rigidez en la polea. (Fuente: Elaboración propia.)**

En la Figura 5-5 se puede observar que el movimiento en el eje de salida del reductor (Barra 2) sigue una trayectoria de una línea oblicua con una curvatura, donde el desplazamiento en “x” es mayor que en el eje “y”.

El largo de la Barra 2, obtenido de la solución de esta ecuación diferencial, difiere de las longitudes definidas en la evaluación de un movimiento circular y elíptico. En este caso, sigue una trayectoria línea oblicua con una curvatura, siendo el cambio de esta longitud de la Barra 2 la que induce la oscilación en el accionamiento, junto con su brazo de torque.

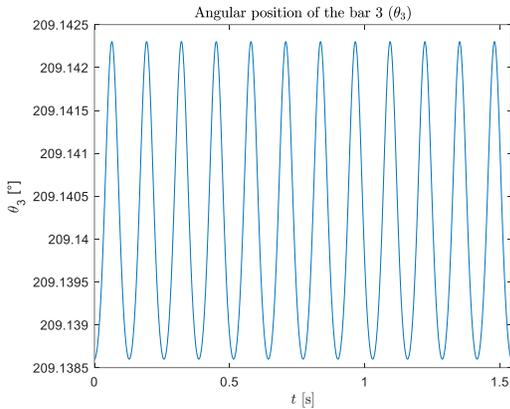
### 5.1 Cálculo de posiciones, velocidades y aceleraciones angulares al evaluar el movimiento según el cambio de rigidez en la polea

Con la longitud variable de la Barra 2 definida, se procede a evaluar en el modelo presentado en la ecuación (3), sustituyendo directamente la longitud de la Barra 2 en los ejes “x” e “y”, tal como se muestra en la ecuación (33).

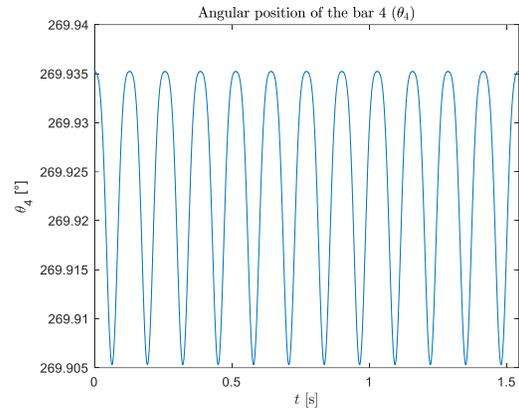
$$F(\theta_3, \theta_4) = \begin{cases} H + L_{2x} + L_3 \cos \theta_3 + L_4 \cos \theta_4 \\ V + L_{2y} + L_3 \sin \theta_3 + L_4 \sin \theta_4 \end{cases} \quad (33)$$

Las formas de onda obtenidas en la Figura 5-4 muestran una parte transiente seguida de una estacionaria. A partir de este punto, solo se considerará la parte estacionaria, que es la de mayor interés en este estudio. Por lo tanto, se considerará la simulación a partir de la decimoctava revolución, que

corresponde a los 13.8942 [s] en adelante. Así, la longitud de la barra 2 en este intervalo se reemplaza en la ecuación (33) para obtener las posiciones angulares en la Barra 3 y 4, las cuales se representan en la Figura 5-6.



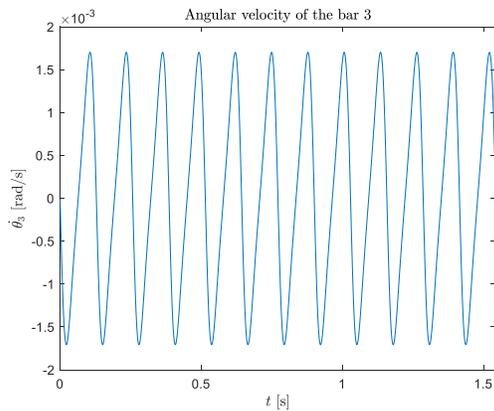
a) Posición angular de la barra 3.



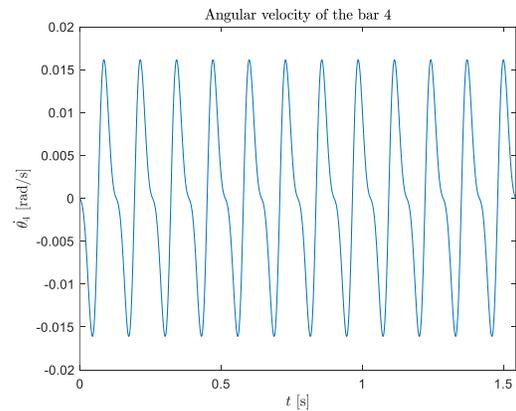
b) Posición angular de la barra 4.

**Figura 5-6: Posiciones angulares. (Fuente: Elaboración propia.)**

Las velocidades y aceleraciones angulares de las Barras 3 y 4 para la parte estacionaria se representan en la Figura 5-7 y Figura 5-8, respectivamente.

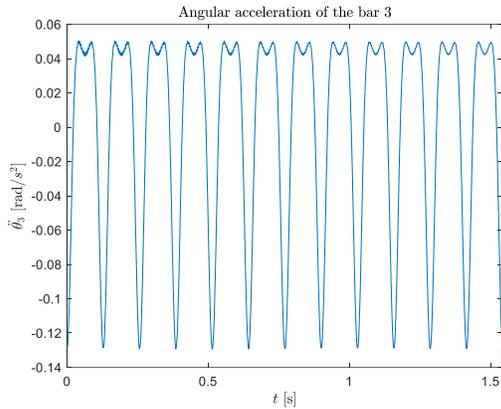


a) Velocidad angular de la barra 3.

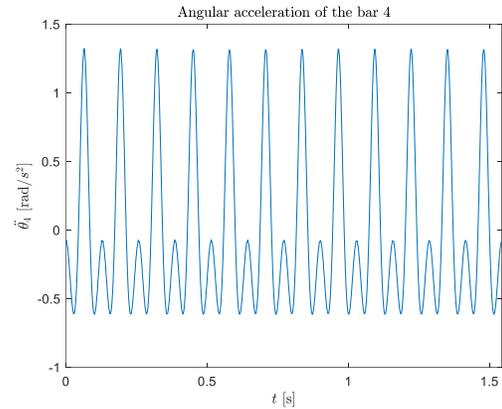


b) Velocidad angular de la barra 4.

**Figura 5-7: Velocidades angulares. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Aceleración angular de la barra 3.



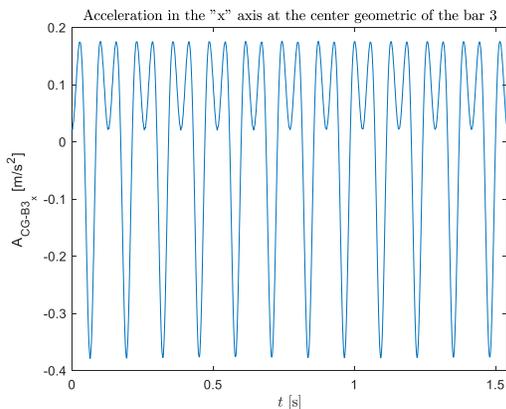
b) Aceleración angular de la barra 4.

**Figura 5-8: Aceleraciones angulares. (Fuente: Elaboración propia.)**

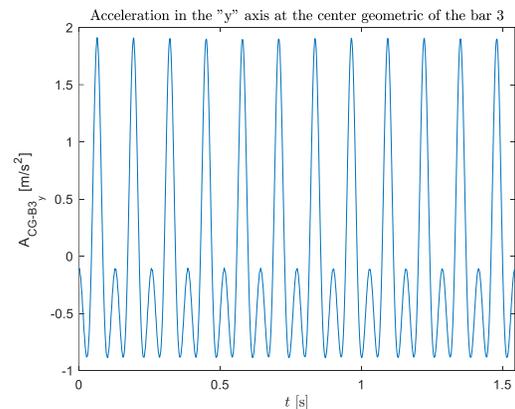
De la Figura 5-6, Figura 5-7 y Figura 5-9 se puede observar que a diferencia de las evaluaciones de un movimiento circular y elíptico. Estas formas de ondas presentan una frecuencia diferente a las de los otros movimientos, consecuencia de la rigidez variable de la geometría de la polea. Esta variación se repite seis veces por cada vuelta, lo que se refleja en las figura con la presencia de doce ciclos en lugar de los dos ciclos esperados. Además, se observa un aumento considerable en la aceleración angular de la barra 4.

## 5.2 Cálculo de la aceleración en el centro geométrico de la barra 3 y proyección a los puntos de medición

Utilizando el mismo procedimiento de los capítulos anteriores, se calcula la aceleración en el centro geométrico de la Barra 3, dicho resultado se muestra en la Figura 5-9.



a) Aceleración en el eje "x".

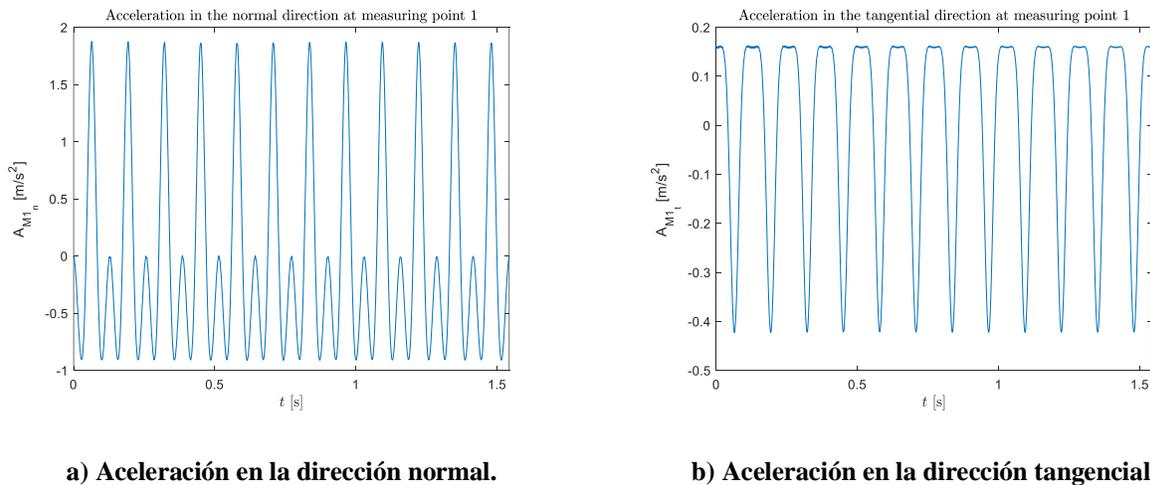


b) Aceleración en el eje "y".

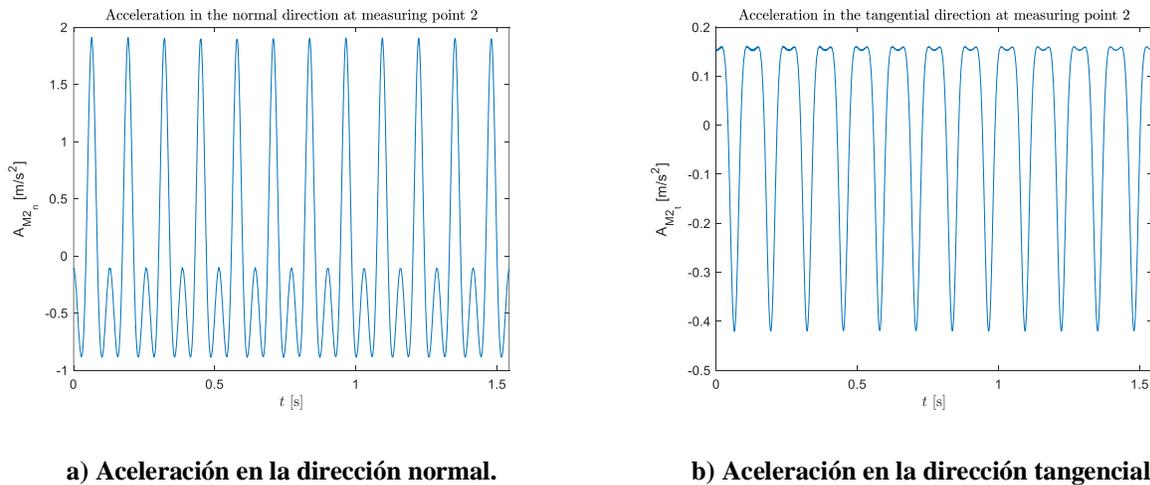
**Figura 5-9: Aceleración en el centro geométrico de la barra 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

De la Figura 5-9 se observa un aumento significativo en los valores picos en comparación con los valores obtenidos para la evaluación de un movimiento circular y elíptico.

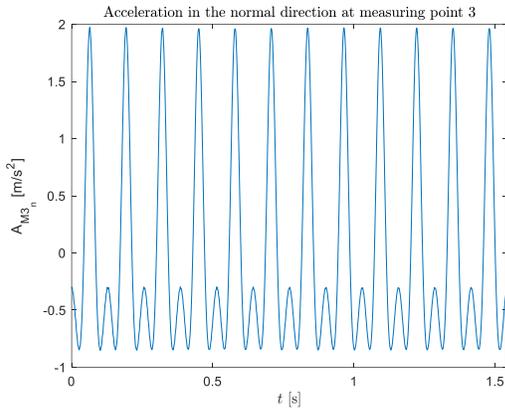
Una vez obtenida la forma de onda de la aceleración en el centro geométrico de la Barra 3, se procede a rotar a las direcciones normal y tangencial a la plataforma, para luego proyectar a los puntos de medición. Las formas de onda de las aceleraciones en los puntos de medición se representan en la Figura 5-10, Figura 5-11 y Figura 5-12.



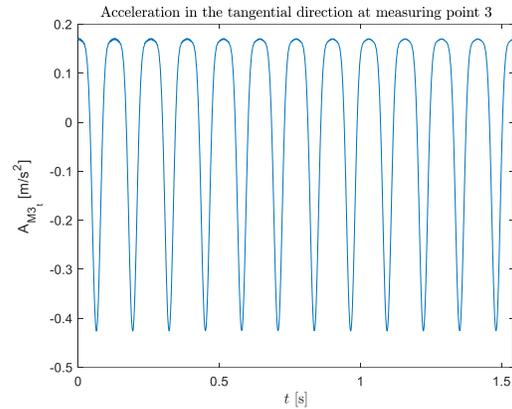
**Figura 5-10: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.)**



**Figura 5-11: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.)**



a) Aceleración en la dirección normal.



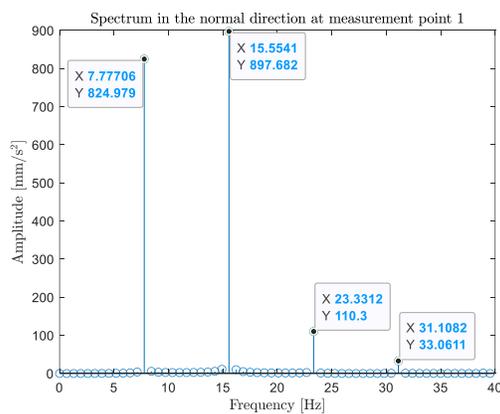
b) Aceleración en la dirección tangencial.

**Figura 5-12: Forma de onda de la aceleración del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.)**

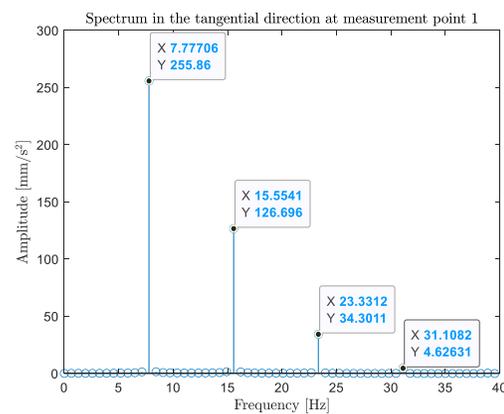
De la Figura 5-10, Figura 5-11 y Figura 5-12, al igual que en la aceleración del centro geométrico de la Barra 3, se observa un incremento significativo en los valores pico en comparación con la evaluación de un movimiento circular y elíptico. Además, se puede observar que la aceleración en los puntos de medición se mantiene prácticamente constante en la dirección tangencial y normal.

### 5.3 Espectros de las formas de onda de aceleración en los puntos de medición

Los espectros resultantes para cada punto de medición se presentan en la Figura 5-13, Figura 5-14 y Figura 5-15.

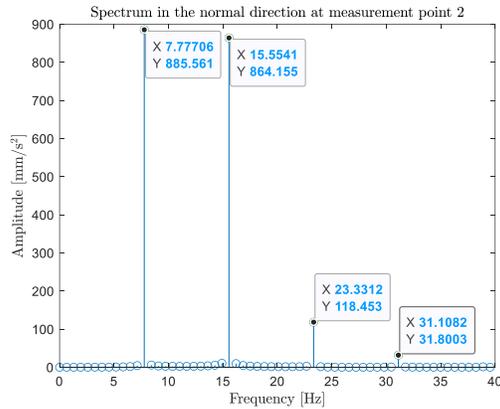


a) Espectro en la dirección normal.

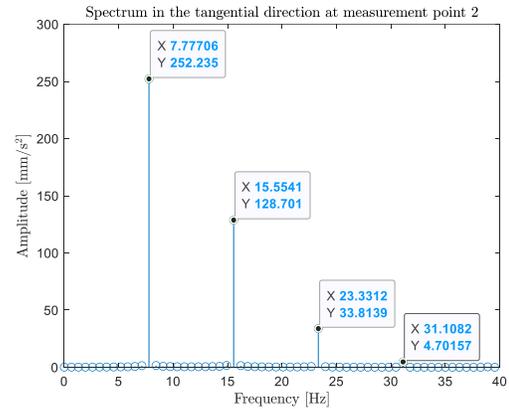


b) Espectro en la dirección tangencial.

**Figura 5-13: Espectro del punto de medición 1. (Fuente: Elaboración propia.)**

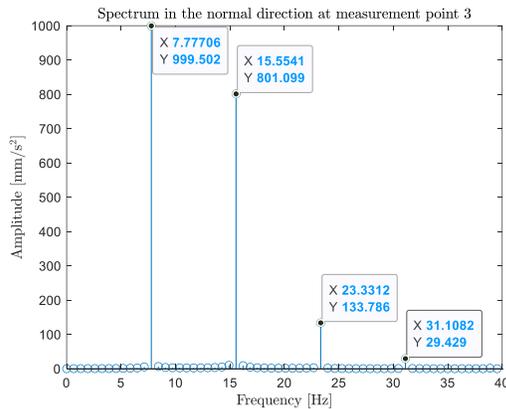


a) Espectro en la dirección normal.

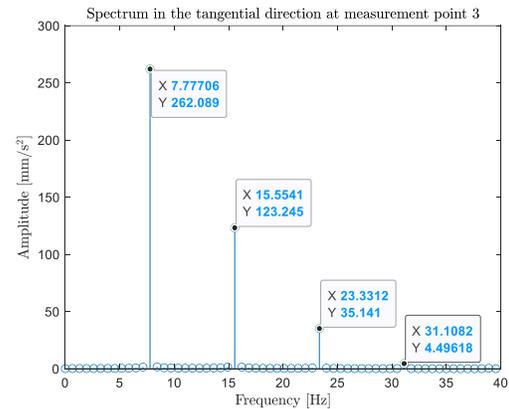


b) Espectro en la dirección tangencial.

Figura 5-14: Espectro del punto de medición 2. (Fuente: Elaboración propia.)



a) Aceleración en la dirección normal.



b) Aceleración en la dirección tangencial.

Figura 5-15: Espectro del punto de medición 3. (Fuente: Elaboración propia.)

De la Figura 5-13, Figura 5-14 y Figura 5-15 se puede observar que en comparación con la evaluación del movimiento circular y elíptico, las componentes presentes en los espectros de los puntos de medición son múltiplos de la  $6xRPM_{Polea}$ , componente correspondiente a la frecuencia con la que se repite la rigidez en la polea. Además, se observa un aumento significativo de los niveles vibratorios en las componentes del espectro, reflejados también en las formas de onda de aceleración.

De lo anterior, se puede concluir que si la variación en la rigidez de la polea es la causa del movimiento oscilante de la plataforma, las componentes afectadas en el análisis espectral serían aquellas a la  $6x$ ,  $12x$ ,  $24x$ ,  $30x$  y  $36xRPM_{Polea}$ . Esto traería consecuencias directas en las componentes espectrales tanto del reductor como del motor, añadiendo niveles vibratorios considerables a sus componentes principales y afectando a su diagnóstico y evaluación de severidad vibratoria.

Se finaliza este capítulo calculando las reacciones en el brazo de torque y en los descansos en el Anexo L y Anexo M, respectivamente.

## CAPÍTULO 6: Análisis de resultados y conclusiones

En el presente trabajo, se trabajó con la modelación entregada en [6], que describe un accionamiento motriz montado con brazo de torque mediante un mecanismo de 4 barras. En él se pudo evaluar posibles movimientos para el eje de salida del reductor que genera el movimiento oscilante de la plataforma, afectando las mediciones en la actualidad. Ya que el movimiento exacto no se sabe cuál es, se evaluó un movimiento circular, un movimiento elíptico y un movimiento según el cambio de rigidez en la polea.

En primer lugar, se evaluó un movimiento circular donde se obtuvo las aceleraciones en los puntos de medición. Se extrajo un espectro en frecuencias que reveló las principales componentes espectrales del movimiento de la plataforma, identificadas a la  $1x$  y  $2x$  de la polea. Se observó que sus amplitudes variaban según la posición del punto de medición. Esta observación condujo a la creación de un mapa de calor que representaba estos cambios a lo largo del sistema motriz. Los resultados mostraron una elipse en la dirección tangencial a la  $2x$ , lo que representa el movimiento que se experimenta en el accionamiento.

Además, se calcularon las fuerzas que el brazo de torque debía soportar debido a las fuerzas y cuplas de inercia al evaluar un movimiento circular. Llegando a la conclusión que las fuerzas de reacción por las cargas dinámicas generadas por el movimiento oscilante eran significativamente menores que las de diseño. Un análisis similar se realizó para los descansos del rotor del motor, obteniendo valores muy por debajo de la capacidad de carga dinámica de los rodamientos seleccionados.

También, se validaron los resultados obtenidos para la evaluación de un movimiento circular en la modelación descrita en [6] mediante la fabricación de un Banco de Ensayos que representaba el mecanismo de cuatro barras a escala. Esto permitió medir la aceleración del centro geométrico de la barra 3 y compararlos con los resultados del modelo. Donde dicha comparación resultó en la similitud de las formas de onda de aceleración en el eje horizontal (“ $x$ ”) y vertical (“ $y$ ”) en la dirección de medición.

Por otra parte, se evaluó un movimiento elíptico y se observaron algunas diferencias respecto a la evaluación de un movimiento circular. Se destacó la aparición de dos componentes espectrales adicionales a las observadas en el movimiento circular ( $4x$  y  $6x$ ). Asimismo, se notó que en los valores de amplitud en los componentes espectrales variaban significativamente, eran mayores en la dirección normal y menores en la tangencial. Estos cambios se reflejaron en los mapas de calor obtenidos en las componentes a la  $1x$  en la dirección normal y la  $2x$  en la dirección tangencial, obteniendo formas diferentes al del movimiento circular asociadas al movimiento excéntrico que genera la evaluación de un movimiento elíptico.

Finalmente, se calcularon las fuerzas y cuplas de inercia para determinar las reacciones tanto en el brazo de torque como en los descansos del rotor. Los resultados coincidieron con los obtenidos en el movimiento circular, concluyendo que si alguno de estos movimientos (elíptico o circular) fuera el

que experimenta el eje de salida del reductor, el movimiento oscilante de la plataforma no perjudicaría ni al brazo de torque ni a los descansos del rotor del motor.

Al concluir este estudio, se obtuvo un movimiento asociado al cambio en la rigidez de la polea causado por su geometría. Los desplazamientos obtenidos en la salida del reductor dieron como resultado un movimiento oscilante en la dirección de deflexión de la polea, utilizado para definir la longitud de la barra 2 y evaluar el movimiento según el cambio de rigidez en la polea. Los resultados evidenciaron una modificación en la frecuencia de las forma de onda de aceleración y niveles vibratorios en comparación con la evaluación del movimiento circular y elíptico.

Este cambio en la frecuencia fue generado por los cambios en la rigidez de la polea, que se producían seis veces por vuelta, creando una frecuencia seis veces mayor a la de la polea. En el espectro de los puntos de medición, se pudo observar esta frecuencia y sus múltiplos, lo que lleva a concluir que, si el movimiento oscilante de la plataforma se debe a la variación de rigidez en la polea, las componentes espectrales tanto del motor como del reductor experimentarían un aumento en los niveles vibratorios. Afectando así, su diagnóstico y severidad vibratoria.

Esta conclusión descarta la solución actualmente utilizada para el motor, donde aplican un filtro pasa alto para los múltiplos de la frecuencia de la polea, utilizada para evaluar la severidad del motor. Esta solución se descarta, ya que los componentes generados por la oscilación de la plataforma también afectarían a los componentes de la velocidad del motor.

Se deja para futuros trabajos sustraer el movimiento modelado a las mediciones de vibraciones medidas para los puntos de medición. Además, se propone la instalación de un motor desbalanceado en el Banco de Ensayos y la medición de las vibraciones de él. Para luego restarle la modelación y compararlo con la medición del motor montado a tierra. Este procedimiento permitiría validar la hipótesis de la investigación y a la vez la solución propuesta.

## Referencias

- [1] Wolf, T.(2000). Effects of Drive Assembly – Overhung Loads on Belt Conveyor and Pulley Design. Bulk Material Handling by Conveyor Belt III, 49-56.
- [2] Ravikumar, M. Chattopadhyay,A (1999). Integral analysis of conveyor pulley using finite element method. Computers & Structures. Volume 71, Issue 3, 303-332.
- [3] Zyl, G. Al-Sahli, A (2013). Failure analysis of conveyor pulley shaft. Case Studies in Engineering Failure Analysis 1, 144-155
- [4] Navarrete Noriega, E (2016). Comportamiento Dinámico en sistema motriz de correa transportadora de gran longitud. Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Informe de Memoria de título, 1-70.
- [5] Saavedra, P. Apunte Mantenimiento Predictivo "01 Introducción". Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, 1-18
- [6] Flores Bustos, I (2023). Estudio del comportamiento dinámico de accionamientos de correas montados con brazo de torque para aplicar técnicas del mantenimiento predictivo. Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Informe de Proyecto de Ingeniería Mecánica, 1-77
- [7] Despodov, Z. Mijalkovski, S. Adziski, V. (2014). Selection of Belt Conveyors Drive Units Number by Technical - Economical Analysis. University Goce Delcev, Faculty of Natural and Technical Sciences. Volume 68, 189 - 195
- [8] AZoM.com. (2013, 11 julio). AISI 1524 Carbon Steel (UNS G15240). <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6608>
- [9] SKF. Rodamiento 6322/C3. <https://www.skf.com/cl/productinfo/productid-6322%20M%2FC3>
- [10] SKF. Rodamiento 6336/C3. <https://www.skf.com/co/productinfo/productid-6336%20M%2FC3>

## Anexo A: Esquema del accionamiento montado con brazo de torque

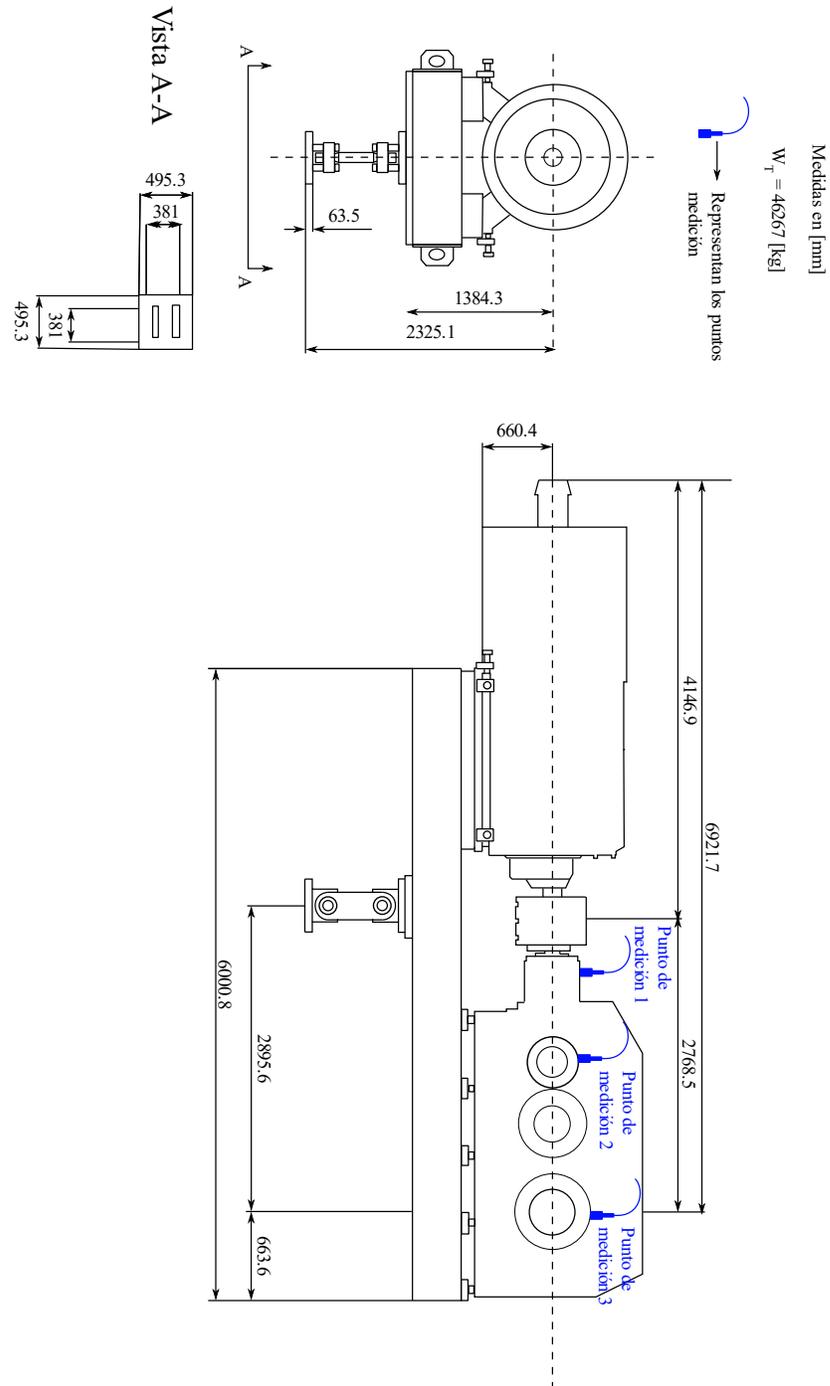


Figura A.1: Plano del accionamiento motriz en estudio. (Fuente: Elaboración propia.)

## Anexo B: Programa utilizado para verificar la compatibilidad de las longitudes con la evaluación del movimiento circular.

```

clc
clearvars
close all

cv_ink_a_real = 6000.8/508.065;
cv_real_a_ink = 1/cv_ink_a_real;

H_ink = 244.793;
H = H_ink*cv_ink_a_real; %Longitud horizontal desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
V_ink = 180.021;
V = V_ink*cv_ink_a_real; %Longitud vertical desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
L_1_ink = sqrt(H_ink^2 + V_ink^2);
L_1 = L_1_ink*cv_ink_a_real; %Longitud del soporte del brazo de torque hasta el
soporte de la barras que representa el reductor
theta_1 = atand(V/H); %Inclinación de la barra 1 [°]
L_2_ink = 0.0593;
L_2 = L_2_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el movimiento
del reductor [mm]
L_3_ink = sqrt(244.747^2 + 136.513^2);
L_3 = L_3_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el sistema
motriz [mm]
L_4_ink = 43.576;
L_4 = L_4_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el brazo de
torque [mm]

in = 1;
theta_2 = (0:in:360)*(pi/180);
t_0_ff = [200 270]*(pi/180);

set(gcf, 'Renderer', 'OpenGL');
writerObj = VideoWriter('rotación_barras_1.mp4', 'MPEG-4');
writerObj.FrameRate = 20;
open(writerObj);

for r = 1:length(theta_2)

    F = @(theta) [H + L_2*cos(theta_2(r)) + L_3*cos(theta(1)) +
L_4*cos(theta(2)) ; V + L_2*sin(theta_2(r)) + L_3*sin(theta(1)) +
L_4*sin(theta(2))];

    if r > 1
        t_0_ff = [theta_3(r-1) theta_4(r-1)];
    else
    end

    theta_f = fsolve(F,t_0_ff);
    theta_3(r) = theta_f(1);
    theta_4(r) = theta_f(2);

    %Barra 1

```

```

L_1_i = 0:0.01:L_1;

for i = 1:length(L_1_i)
    x_B1(i) = L_1_i(i)*cosd(theta_1);
    y_B1(i) = L_1_i(i)*sind(theta_1);
end

%Barra 2
L_2_i = 0:0.01:L_2;

for j = 1:length(L_2_i)
    x_B2(j) = x_B1(end) + L_2_i(j)*cos(theta_2(r));
    y_B2(j) = y_B1(end) + L_2_i(j)*sin(theta_2(r));
end

%Barra 3
L_3_i = 0:0.01:L_3;

for k = 1:length(L_3_i)
    x_B3(k) = x_B2(end) + L_3_i(k)*cos(theta_3(r));
    y_B3(k) = y_B2(end) + L_3_i(k)*sin(theta_3(r));
end

%Barra 4
L_4_i = 0:0.01:L_4;

for i = 1:length(L_4_i)
    x_B4(i) = x_B3(end) + L_4_i(i)*cos(theta_4(r));
    y_B4(i) = y_B3(end) + L_4_i(i)*sin(theta_4(r));
end

plot(x_B4,y_B4,x_B3,y_B3,x_B2,y_B2)
title('Conveyor belt drive motion','Interpreter','latex')
xlabel('$x$','Interpreter','latex')
ylabel('$y$','Interpreter','latex')
legend('Torque arm','Drive system','Gear unit output shaft
movement','Interpreter','latex','Location','northwest')
hold on
grid on
axis equal;
axis([-100 3000 -100 2500])
drawnow
frame = getframe(gcf);
writeVideo(writerObj, frame);
hold off
end

close(writerObj);

theta_2 = theta_2*(180/pi);
theta_3 = theta_3*(180/pi);
theta_4 = theta_4*(180/pi);

figure()
plot(theta_2,theta_3)
title('Angular position of bar 3 ($\theta_3$'),'Interpreter','latex')

```

```
xlabel('\theta_2 [°]')
ylabel('\theta_3 [°]')
xlim([0 360])

figure()
plot(theta_2,theta_4)
title('Angular position of bar 4 ( $\theta_4$ )','Interpreter','latex')
xlabel('\theta_2 [°]')
ylabel('\theta_4 [°]')
xlim([0 360])

save('rotación360','theta_2','theta_3','theta_4')
```

## Anexo C: Programa utilizado para realizar la simulación de la evaluación del movimiento circular.

```

clc
clearvars
close all

cv_ink_a_real = 6000.8/508.065;
cv_real_a_ink = 1/cv_ink_a_real;

H_ink = 244.793;
H = H_ink*cv_ink_a_real; %Longitud horizontal desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
V_ink = 180.021;
V = V_ink*cv_ink_a_real; %Longitud vertical desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
L_1_ink = sqrt(H_ink^2 + V_ink^2);
L_1 = L_1_ink*cv_ink_a_real; %Longitud del soporte del brazo de torque hasta el
soporte de la barras que representa el reductor
theta_1 = atand(V/H); %Inclinación de la barra 1 [°]
L_2_ink = 0.0593;
L_2 = L_2_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el movimiento
del reductor [mm]
L_3_ink = sqrt(244.747^2 + 136.513^2);
L_3 = L_3_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el sistema
motriz [mm]
L_4_ink = 43.576;
L_4 = L_4_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el brazo de
torque [mm]

RPM_polea = 77.73; %RPM
theta_2_pto = RPM_polea*2*pi*(1/60); % Velocidad de rotación del eje de salida
del reductor[rad/s]
rev = 5; % Revoluciones a simular
T = (rev*2*pi)/theta_2_pto; % Tiempo de simulación de la señal [s]; En 1 [s]
alcanza 1.3 vueltas
f_s = 2000; %Frecuencia de muestreo
t = linspace(0,T,T*f_s);
theta_2 = theta_2_pto*t;
t_0_ff = [220 260]*(pi/180);

set(gcf, 'Renderer', 'OpenGL');
writerObj = VideoWriter('sim_5_rev.mp4', 'MPEG-4');
writerObj.FrameRate = 20;
open(writerObj);

for r = 1:length(theta_2)
    if r > 1
        t_0_ff = [theta_3(r-1) theta_4(r-1)];
    end

    F = @(theta) [H + L_2*cos(theta_2(r)) + L_3*cos(theta(1)) +
L_4*cos(theta(2)) ; V + L_2*sin(theta_2(r)) + L_3*sin(theta(1)) +
L_4*sin(theta(2))];

```

```

theta_f = fsolve(F,t_0_ff);
theta_3(r) = theta_f(1);
theta_4(r) = theta_f(2);

%Barra 1
L_1_i = 0:0.01:L_1;

for i = 1:length(L_1_i)
    x_B1(i) = L_1_i(i)*cosd(theta_1);
    y_B1(i) = L_1_i(i)*sind(theta_1);
end

%Barra 2
L_2_i = 0:0.01:L_2;

for j = 1:length(L_2_i)
    x_B2(j) = x_B1(end) + L_2_i(j)*cos(theta_2(r));
    y_B2(j) = y_B1(end) + L_2_i(j)*sin(theta_2(r));
end

%Barra 3
L_3_i = 0:0.01:L_3;

for k = 1:length(L_3_i)
    x_B3(k) = x_B2(end) + L_3_i(k)*cos(theta_3(r));
    y_B3(k) = y_B2(end) + L_3_i(k)*sin(theta_3(r));
end

%Barra 4
L_4_i = 0:0.01:L_4;

for i = 1:length(L_4_i)
    x_B4(i) = x_B3(end) + L_4_i(i)*cos(theta_4(r));
    y_B4(i) = y_B3(end) + L_4_i(i)*sin(theta_4(r));
end

plot(x_B4,y_B4,x_B3,y_B3,x_B2,y_B2)
title('Conveyor belt drive motion','Interpreter','latex')
xlabel('$x$','Interpreter','latex')
ylabel('$y$','Interpreter','latex')
legend('Torque arm','Drive system','Gear unit output shaft
movement','Interpreter','latex','Location','northwest')
hold on
grid on
axis equal;
axis([-100 3000 -100 2500])
drawnow
frame = getframe(gcf);
writeVideo(writerObj, frame);
hold off
end

close(writerObj);

figure()

```

```

plot(t,theta_2*(180/pi))
title('Angular position of bar 2 ( $\theta_2$ )','Interpreter','latex')
xlabel('t [s]')
ylabel('\theta_2 [°]')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_3*(180/pi))
title('Angular position of the bar 3 ( $\theta_3$ )','Interpreter','latex')
xlabel('t [s]')
ylabel('\theta_3 [°]')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_4*(180/pi))
title('Angular position of the bar 4 ( $\theta_4$ )','Interpreter','latex')
xlabel('t [s]')
ylabel('\theta_4 [°]')
xlim([0 3.8])

% Calculo de velocidad

theta_3_pto = [];
theta_4_pto = [];

for i= 1:length(theta_3)
    A = [-L_3*sin(theta_3(i)) -L_4*sin(theta_4(i)) ; L_3*cos(theta_3(i))
L_4*cos(theta_4(i))];
    B = [L_2*sin(theta_2(i))*theta_2_pto ; -L_2*cos(theta_2(i))*theta_2_pto];
    theta_pto = A\B;
    theta_3_pto(i) = theta_pto(1);
    theta_4_pto(i) = theta_pto(2);
end

figure()
plot(t,theta_3_pto)
title('Angular velocity of the bar 3','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\dot{\theta}_3$ [rad/s]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_4_pto)
title('Angular velocity of the bar 4','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\dot{\theta}_4$ [rad/s]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

% Calculo de aceleración

theta_2_pto_pto = 0;
theta_3_pto_pto = [];
theta_4_pto_pto = [];

for i= 1:length(theta_3)

```

```

    A = [-L_3*sin(theta_3(i)) -L_4*sin(theta_4(i)) ; L_3*cos(theta_3(i))
L_4*cos(theta_4(i))];
    B = [(L_2*(cos(theta_2(i))*(theta_2_pto)^2 +
sin(theta_2(i))*theta_2_pto_pto))+(L_3*cos(theta_3(i))*(theta_3_pto(i))^2)+(L_4*
cos(theta_4(i))*(theta_4_pto(i)^2)) ;
        (L_2*(sin(theta_2(i))*(theta_2_pto)^2 -
cos(theta_2(i))*theta_2_pto_pto))+(L_3*sin(theta_3(i))*(theta_3_pto(i))^2)+(L_4*
sin(theta_4(i))*(theta_4_pto(i)^2))];
    theta_pto_pto = A\B;
    theta_3_pto_pto(i) = theta_pto_pto(1);
    theta_4_pto_pto(i) = theta_pto_pto(2);
end

figure()
plot(t,theta_3_pto_pto)
title('Angular acceleration of the bar 3','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\ddot{\theta}_3$ [rad/$s^{\{2\}}$]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_4_pto_pto)
title('Angular acceleration of the bar 4','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\ddot{\theta}_4$ [rad/$s^{\{2\}}$]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

save('Simu_5_rev','t','theta_2','theta_3','theta_4','theta_2_pto','theta_3_pto',
'theta_4_pto','theta_2_pto_pto','theta_3_pto_pto','theta_4_pto_pto')

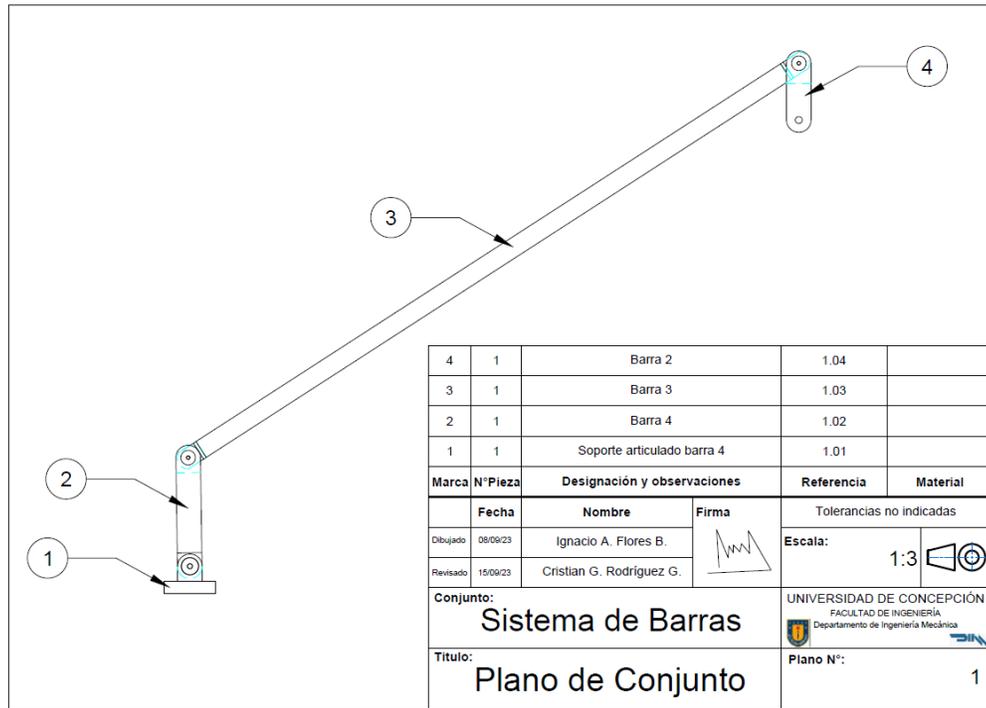
```

## Anexo D: Información para cada cilindro que componen el rotor.

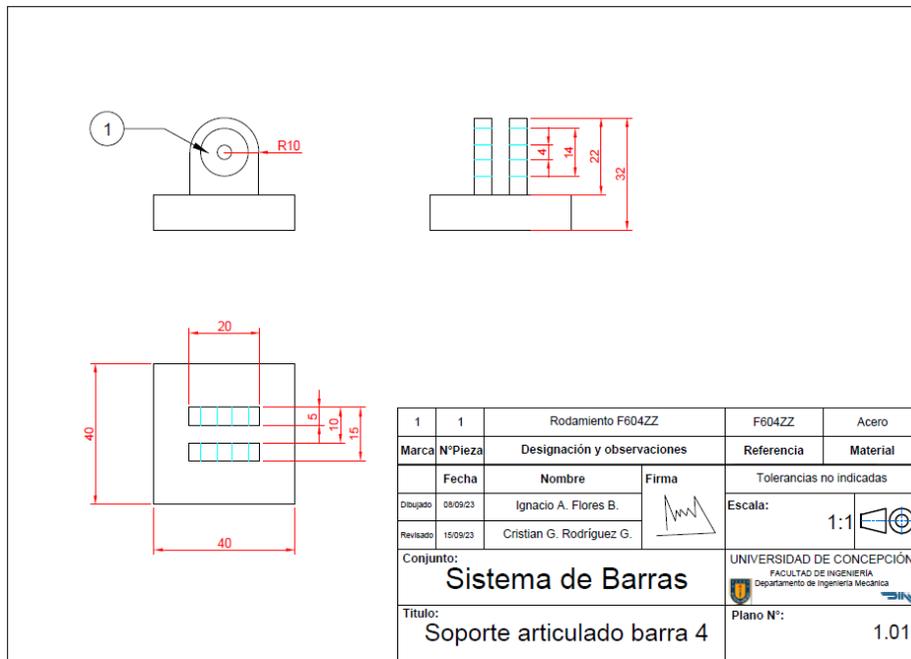
Tabla D.1: Propiedades de los cilindros que componen el rotor del motor. (Fuente: Elaboración propia.)

Cilindro	Volumen [ $mm^3$ ]	Masa [ $kg$ ]	Inercia en CM [ $kg \cdot mm^2$ ]
1	489230	3.85	8258500
2	1967200	3.85	6853200
3	926820	7.29	10341000
4	722430	5.68	7204300
5	453960	3.57	4244200
6	33458	26.31	27802000
7	72043000	566.62	150210000
8	76173000	599.1	14909000
9	1733100	13.63	8483200
10	2956800	23.26	17351000
11	9453500	74.35	90451000
12	1479200	11.63	20093000
13	5194500	40.86	86925000

**Anexo E: Planos del banco de ensayo.**



**Figura E.1: Plano conjunto del banco de ensayo. (Fuente: Elaboración propia.)**



**Figura E.2: Plano conjunto del soporte articulado de la barra 4 del banco de ensayo. (Fuente: Elaboración propia.)**

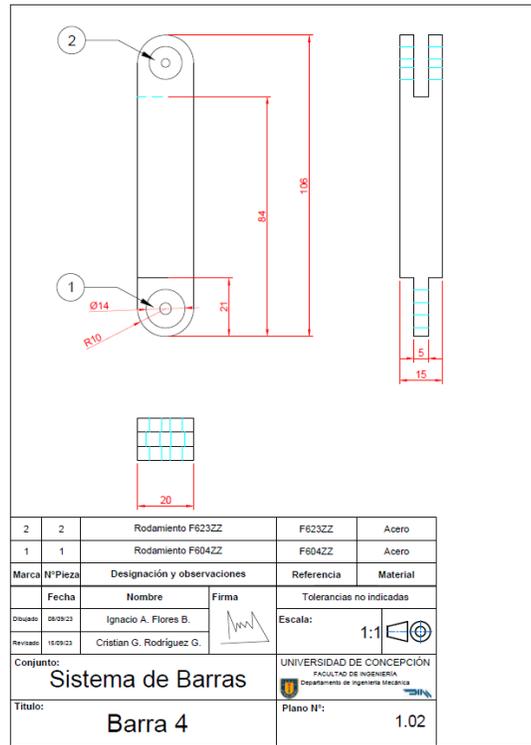


Figura E.3: Plano de la barra 4 del banco de ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)

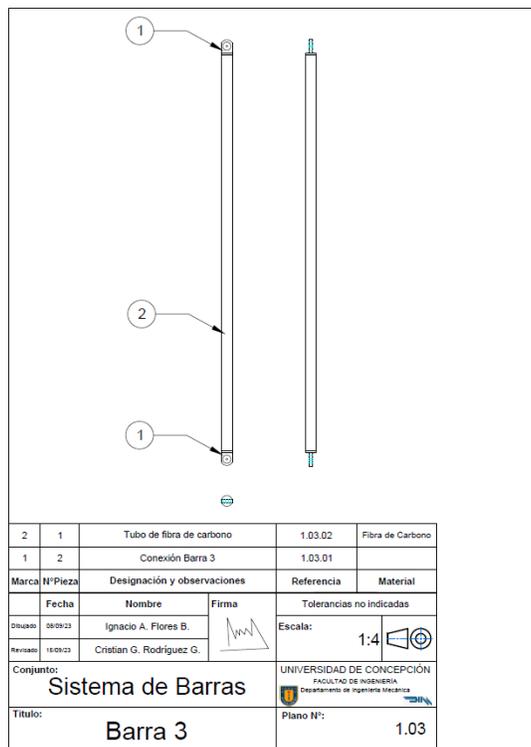


Figura E.4: Plano de la barra 3 del banco de ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)

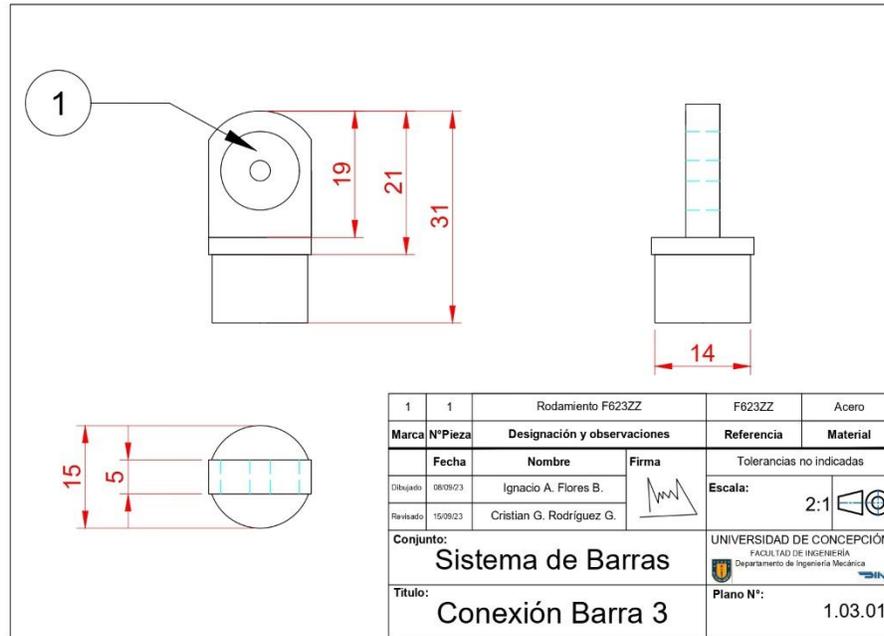


Figura E.5: Plano de la conexión barra 3 del banco de ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)

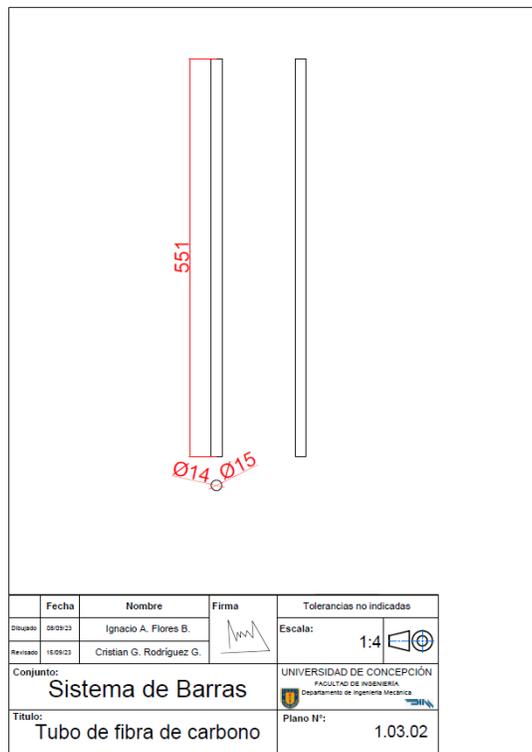


Figura E.6: Plano de tubo de fibra de carbono del banco de ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)

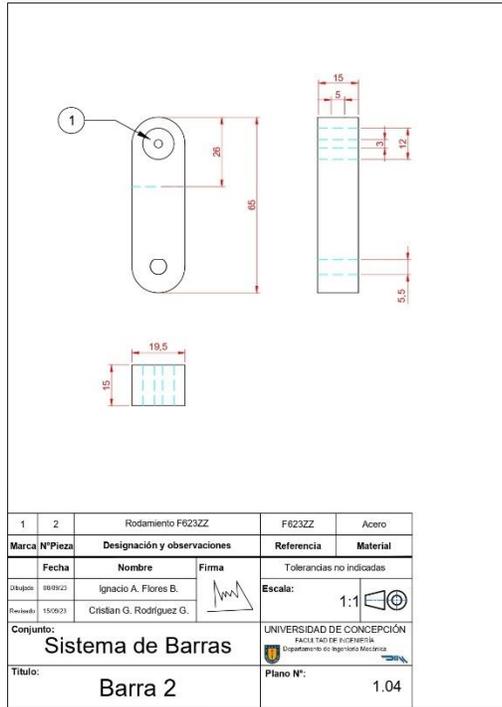


Figura E.7: Plano de la barra 2 del banco de ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)

## **Anexo F: Programa utilizado para activar el motor en Arduino.**

```
const int forwardPin = 8;
const int backwardPin = 12;
const int delayTime = 1000;
const int but1pin = 2;
const int but2pin = 3;
const int potpin = A0;
const int speedpin = 11;
int but1;
int but2;
int pot;
int speed;
void setup(){
    pinMode(forwardPin,OUTPUT);
    pinMode(backwardPin,OUTPUT);
    pinMode(but1pin,INPUT_PULLUP);
    pinMode(but2pin,INPUT_PULLUP);
}
void loop(){
    but1 = digitalRead(but1pin);
    but2 = digitalRead(but2pin);
    pot = analogRead(potpin);
    speed = map(pot,0,1023,0,255);
    analogWrite(speedpin,speed);
    if(but1 == HIGH){
        digitalWrite(forwardPin,LOW);
    }
    else{
        digitalWrite(forwardPin,HIGH);
```

```
}  
if (but2 == HIGH) {  
    digitalWrite (backwardPin, LOW);  
}  
else {  
    digitalWrite (backwardPin, HIGH);  
}  
}
```

## **Anexo G: Programa utilizado para activar el motor en Arduino y medir aceleración con el acelerómetro ADXL335.**

```
const int forwardPin = 8;
const int backwardPin = 12;
const int delayTime = 1000;
const int but1pin = 2;
const int but2pin = 3;
const int potpin = A0;
const int speedpin = 11;
const int xpin = A1;
const int ypin = A2;
const int zpin = A3;

//Calibración
int xMin = 267;
int xMax = 402.5;

int yMin = 261;
int yMax = 395;

int zMin = 270;
int zMax = 405;

const int samples = 10;
int but1;
int but2;
int pot;
int speed;

void setup(){
    pinMode(forwardPin,OUTPUT);
```

```
pinMode(backwardPin,OUTPUT);
pinMode(but1pin,INPUT_PULLUP);
pinMode(but2pin,INPUT_PULLUP);
Serial.begin(115200);
}

void loop(){
  but1 = digitalRead(but1pin);
  but2 = digitalRead(but2pin);
  pot = analogRead(potpin);
  speed = map(pot,0,1023,0,255);
  analogWrite(speedpin,speed);

  if(but1 == HIGH){
    digitalWrite(forwardPin,LOW);
  }
  else{
    digitalWrite(forwardPin,HIGH);
  }
  if(but2 == HIGH){
    digitalWrite(backwardPin,LOW);
  }
  else{
    digitalWrite(backwardPin,HIGH);
  }

  int xRaw=0,yRaw=0,zRaw=0;
  for(int i=0;i<samples;i++)
  {
    xRaw+=analogRead(xpin);
    yRaw+=analogRead(ypin);
    zRaw+=analogRead(zpin);
```

```
}  
xRaw/=samples;  
yRaw/=samples;  
zRaw/=samples;  
  
long xMilliG = map(xRaw, xMin, xMax, -1000, 1000);  
long yMilliG = map(yRaw, yMin, yMax, -1000, 1000);  
long zMilliG = map(zRaw, zMin, zMax, -1000, 1000);  
  
float x_g_value = xMilliG / 1000.0;  
float y_g_value = yMilliG / 1000.0;  
float z_g_value = zMilliG / 1000.0;  
  
float g_to_ms2 = 9.81; // 1 G = 9.81 m/s2  
float x_ms2 = x_g_value * g_to_ms2;  
float y_ms2 = y_g_value * g_to_ms2;  
float z_ms2 = z_g_value * g_to_ms2;  
  
Serial.print(x_ms2, 5); // Imprime con 5 decimales  
Serial.print("\t");  
Serial.print(y_ms2, 5);  
Serial.print("\t");  
Serial.print(z_ms2, 5);  
Serial.println();  
delay(0.5);  
}
```

## **Anexo H: Programa utilizado para recopilar datos de aceleración desde el sensor ADXL335.**

```
from serialToExcel import SerialToExcel

serialToExcel = SerialToExcel("COM3",115200)

columnas = ["Aceleracion"]

serialToExcel.setColumns(["Aceleracion"])
serialToExcel.setRecordsNumber(10000)
serialToExcel.readPort()

serialToExcel.writeFile("Datos_Aceleracion_acostado_6.xls")
```

### **SerialToExcel**

```
import serial
import xlwt
from datetime import datetime

class SerialToExcel:

    def __init__(self, port, speed):

        self.port = port
        self.speed = speed

        self.wb = xlwt.Workbook()
```

```

        self.ws = self.wb.add_sheet("Data from Serial",
cell_overwrite_ok=True)
        self.ws.write(0, 0, "Time (seconds)")
        self.columns = ["Time (seconds)"] # Lista de columnas
        self.number = 100

def setColumns(self, col):
    self.columns.extend(col)

def setRecordsNumber(self, number):
    self.number = number

def readPort(self):
    ser = serial.Serial(self.port, self.speed, timeout=1)
    self.fila = 1 # Empezamos en la fila 1 para evitar
sobreescribir encabezados

    start_time = datetime.now()
    i = 0
    while i < self.number:
        line = str(ser.readline())
        if len(line) > 0:
            current_time = datetime.now()
            time_elapsed = (current_time -
start_time).total_seconds()
            print(time_elapsed, line)

            self.ws.write(self.fila, 0, time_elapsed)
            columnas = line.split(",")

```

```
        c = 1
        for col in columnas:
            if len(self.columns) < 256: # Limitar el número
de columnas

                if c < len(self.columns):
                    self.ws.write(0, c, self.columns[c]) #
Encabezados de columnas

                    self.ws.write(self.fila, c, col)
                    c += 1

            i += 1
            self.fila += 1

def writeFile(self, archivo):
    self.wb.save(archivo)
```

## Anexo I: Presupuesto utilizado para realizar el Banco de Ensayos.

Para la fabricación del banco de ensayos se necesitaron los recursos presentados en la Tabla H-1.

**Tabla I-1: Recursos necesarios para la fabricación del banco de ensayos. (Fuente: Elaboración propia.)**

<b>Descripción</b>	<b>Costo unitario [CLP]</b>	<b>Costo total [CLP]</b>
Rodamiento 695 ZZ	\$2.500	\$7.500
Rodamiento 623 2RS	\$2.000	\$12.000
Amperímetro y voltímetro de corriente	\$4.390	\$4.390
Acelerómetro ADXL335	\$3.890	\$7.780
Transistor NMOS	\$1.090	\$1.090
Botón Pulsador 4 pines	\$90	\$270
Controlador para motor L293D	\$1.400	\$1.400
Potenciómetro 10K	\$490	\$490
Perilla Cobre potenciómetro	\$200	\$200
Porta Pilas 2xAA	\$1.690	\$1.690
Porta Batería 9V	\$1.290	\$1.290
Motor DC 12V	\$13.490	\$13.490
Cable Paralelo por metro 16AWG	\$600	\$12.000
Envío	\$2.990	\$2.990
Filamento 3D Cicla PLA 1kg	\$10.540	\$10.540
Cables para protoboard	\$3.890	\$3.890
Arduino Uno R3	\$23.990	\$23.990
Batería 9V	\$3.990	\$3.990
Pila AA	\$890	\$3.560
Protoboard	\$3.290	\$3.290
Interruptor	\$1.250	\$1.250
Envío	\$4.920	\$4.920

Melamina Blanco 15 mm	\$14.014	\$5.185
Tornillo Volc CRS PFN 6*1 5/8 10U	\$590	\$1.770
Abrazadera de metal 32 mm	\$1.590	\$1.590
Rodamiento 623-2RS	\$2.000	\$2.000
Pegamento la Gotita 2 ml	\$1.785	\$1.785
	<b>Total</b>	\$134.340

## Anexo J: Programa utilizado para verificar la compatibilidad de las longitudes con la evaluación del movimiento elíptico.

```

clc
clearvars
close all

cv_ink_a_real = 6000.8/508.065;
cv_real_a_ink = 1/cv_ink_a_real;

H_ink = 244.793;
H = H_ink*cv_ink_a_real; %Longitud horizontal desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
V_ink = 180.021;
V = V_ink*cv_ink_a_real; %Longitud vertical desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
L_1_ink = sqrt(H_ink^2 + V_ink^2);
L_1 = L_1_ink*cv_ink_a_real; %Longitud del soporte del brazo de torque hasta el
soporte de la barras que representa el reductor
theta_1 = atand(V/H); %Inclinación de la barra 1 [°]
L_3_ink = sqrt(244.747^2 + 136.513^2);
L_3 = L_3_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el sistema
motriz [mm]
L_4_ink = 43.576;
L_4 = L_4_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el brazo de
torque [mm]
a = 0.7; %Longitud eje mayor elipse [mm]
b = 0.4; %Longitud eje menor elipse [mm]

in = 1;
theta_2 = (0:in:360)*(pi/180);
t_0_ff = [200 270]*(pi/180);

for r = 1:length(theta_2)

    L_2(r) = 1/(sqrt((cos(theta_2(r))/a)^2 + (sin(theta_2(r))/b)^2));

    F = @(theta) [H + L_2(r)*cos(theta_2(r)) + L_3*cos(theta(1)) +
L_4*cos(theta(2)) ; V + L_2(r)*sin(theta_2(r)) + L_3*sin(theta(1)) +
L_4*sin(theta(2))];

    if r > 1
        t_0_ff = [theta_3(r-1) theta_4(r-1)];
    else
        end

    theta_f = fsolve(F,t_0_ff);
    theta_3(r) = theta_f(1);
    theta_4(r) = theta_f(2);

    %Barra 1
    L_1_i = 0:0.01:L_1;

    for i = 1:length(L_1_i)
        x_B1(i) = L_1_i(i)*cosd(theta_1);
        y_B1(i) = L_1_i(i)*sind(theta_1);
    end

```

```

%Barra 2
L_2_i = 0:0.01:L_2;

for j = 1:length(L_2_i)
    x_B2(j) = x_B1(end) + L_2_i(j)*cos(theta_2(r));
    y_B2(j) = y_B1(end) + L_2_i(j)*sin(theta_2(r));
end

%Barra 3
L_3_i = 0:0.01:L_3;

for k = 1:length(L_3_i)
    x_B3(k) = x_B2(end) + L_3_i(k)*cos(theta_3(r));
    y_B3(k) = y_B2(end) + L_3_i(k)*sin(theta_3(r));
end

%Barra 4
L_4_i = 0:0.01:L_4;

for i = 1:length(L_4_i)
    x_B4(i) = x_B3(end) + L_4_i(i)*cos(theta_4(r));
    y_B4(i) = y_B3(end) + L_4_i(i)*sin(theta_4(r));
end

plot(x_B4,y_B4,x_B3,y_B3,x_B2,y_B2)
title('Conveyor belt drive motion','Interpreter','latex')
xlabel('$x$','Interpreter','latex')
ylabel('$y$','Interpreter','latex')
legend('Torque arm','Drive system','Gear unit output shaft
movement','Interpreter','latex')
hold on
grid on
axis equal;
axis([-100 3000 -100 2500])
hold off
end

theta_2 = theta_2*(180/pi);
theta_3 = theta_3*(180/pi);
theta_4 = theta_4*(180/pi);

figure()
plot(theta_2,theta_3)
title('Angular position of bar 3 ($\theta_3$)','Interpreter','latex')
xlabel('\theta_2 [°]')
ylabel('\theta_3 [°]')
xlim([0 360])

figure()
plot(theta_2,theta_4)
title('Angular position of bar 4 ($\theta_4$)','Interpreter','latex')
xlabel('\theta_2 [°]')
ylabel('\theta_4 [°]')
xlim([0 360])

save('rotación360_ellipse','theta_2','theta_3','theta_4')

```

## Anexo K: Programa utilizado para realizar la simulación de la evaluación del movimiento elíptico.

```

clc
clearvars
close all

cv_ink_a_real = 6000.8/508.065;
cv_real_a_ink = 1/cv_ink_a_real;

H_ink = 244.793;
H = H_ink*cv_ink_a_real; %Longitud horizontal desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
V_ink = 180.021;
V = V_ink*cv_ink_a_real; %Longitud vertical desde el brazo de torque al eje de
salida del reductor [mm]
L_1_ink = sqrt(H_ink^2 + V_ink^2);
L_1 = L_1_ink*cv_ink_a_real; %Longitud del soporte del brazo de torque hasta el
soporte de la barras que representa el reductor
theta_1 = atand(V/H); %Inclinación de la barra 1 [°]
L_3_ink = sqrt(244.747^2 + 136.513^2);
L_3 = L_3_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el sistema
motriz [mm]
L_4_ink = 43.576;
L_4 = L_4_ink*cv_ink_a_real; %Longitud de la Barra que representa el brazo de
torque [mm]
a = 0.7; %Longitud eje mayor elipse
b = 0.4; %Longitud eje menor elipse

RPM_polea = 77.73; %RPM
theta_2_pto = RPM_polea*2*pi*(1/60); % Velocidad de rotación del eje de salida
del reductor[rad/s]
rev = 5; % Revoluciones a simular
T = (rev*2*pi)/theta_2_pto; % Tiempo de simulación de la señal [s]; En 1 [s]
alcanza 1.3 vueltas
f_s = 2000; %Frecuencia de muestreo
t = linspace(0,T,T*f_s);
theta_2 = theta_2_pto*t;
t_0_ff = [220 260]*(pi/180);

for r = 1:length(theta_2)
    if r > 1
        t_0_ff = [theta_3(r-1) theta_4(r-1)];
    end

    L_2(r) = 1/(sqrt((cos(theta_2(r))/a)^2 + (sin(theta_2(r))/b)^2));

    F = @(theta) [H + L_2(r)*cos(theta_2(r)) + L_3*cos(theta(1)) +
L_4*cos(theta(2)) ; V + L_2(r)*sin(theta_2(r)) + L_3*sin(theta(1)) +
L_4*sin(theta(2))];

    theta_f = fsolve(F,t_0_ff);
    theta_3(r) = theta_f(1);
    theta_4(r) = theta_f(2);

```

```

%Barra 1
L_1_i = 0:0.01:L_1;

for i = 1:length(L_1_i)
    x_B1(i) = L_1_i(i)*cosd(theta_1);
    y_B1(i) = L_1_i(i)*sind(theta_1);
end

%Barra 2
L_2_i = 0:0.01:L_2;

for j = 1:length(L_2_i)
    x_B2(j) = x_B1(end) + L_2_i(j)*cos(theta_2(r));
    y_B2(j) = y_B1(end) + L_2_i(j)*sin(theta_2(r));
end

%Barra 3
L_3_i = 0:0.01:L_3;

for k = 1:length(L_3_i)
    x_B3(k) = x_B2(end) + L_3_i(k)*cos(theta_3(r));
    y_B3(k) = y_B2(end) + L_3_i(k)*sin(theta_3(r));
end

%Barra 4
L_4_i = 0:0.01:L_4;

for i = 1:length(L_4_i)
    x_B4(i) = x_B3(end) + L_4_i(i)*cos(theta_4(r));
    y_B4(i) = y_B3(end) + L_4_i(i)*sin(theta_4(r));
end

plot(x_B4,y_B4,x_B3,y_B3,x_B2,y_B2)
title('Conveyor belt drive motion','Interpreter','latex')
xlabel('$x$','Interpreter','latex')
ylabel('$y$','Interpreter','latex')
legend('Torque arm','Drive system','Gear unit output shaft
movement','Interpreter','latex')
hold on
grid on
axis equal;
axis([-100 3000 -100 2500])
drawnow
hold off
end

figure()
plot(t,theta_2*(180/pi))
title('Angular position of bar 2 ($\theta_2$)','Interpreter','latex')
xlabel('t [s]')
ylabel('\theta_2 [°]')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_3*(180/pi))
title('Angular position of the bar 3 ($\theta_3$)','Interpreter','latex')

```

```

xlabel('t [s]')
ylabel('\theta_3 [°]')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_4*(180/pi))
title('Angular position of the bar 4 ($\theta_4$)','Interpreter','latex')
xlabel('t [s]')
ylabel('\theta_4 [°]')
xlim([0 3.8])

% Calculo de velocidad

theta_3_pto = [];
theta_4_pto = [];

for i= 1:length(theta_3)
    A = [-L_3*sin(theta_3(i)) -L_4*sin(theta_4(i)) ; L_3*cos(theta_3(i))
L_4*cos(theta_4(i))];
    B = [L_2*sin(theta_2(i))*theta_2_pto ; -L_2*cos(theta_2(i))*theta_2_pto];
    theta_pto = A\B;
    theta_3_pto(i) = theta_pto(1);
    theta_4_pto(i) = theta_pto(2);
end

figure()
plot(t,theta_3_pto)
title('Angular velocity of the bar 3','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\dot{\theta}_3$ [rad/s]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_4_pto)
title('Angular velocity of the bar 4','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\dot{\theta}_4$ [rad/s]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

% Calculo de aceleración

theta_2_pto_pto = 0;
theta_3_pto_pto = [];
theta_4_pto_pto = [];

for i= 1:length(theta_3)
    A = [-L_3*sin(theta_3(i)) -L_4*sin(theta_4(i)) ; L_3*cos(theta_3(i))
L_4*cos(theta_4(i))];
    B = [(L_2*(cos(theta_2(i))*(theta_2_pto)^2 +
sin(theta_2(i))*theta_2_pto_pto)+(L_3*cos(theta_3(i))*(theta_3_pto(i))^2)+(L_4*
cos(theta_4(i))*(theta_4_pto(i))^2)) ;
(L_2*(sin(theta_2(i))*(theta_2_pto)^2 -
cos(theta_2(i))*theta_2_pto_pto)+(L_3*sin(theta_3(i))*(theta_3_pto(i))^2)+(L_4*
sin(theta_4(i))*(theta_4_pto(i))^2)];
    theta_pto_pto = A\B;
    theta_3_pto_pto(i) = theta_pto_pto(1);

```

```
theta_4_pto_pto(i) = theta_pto_pto(2);
end

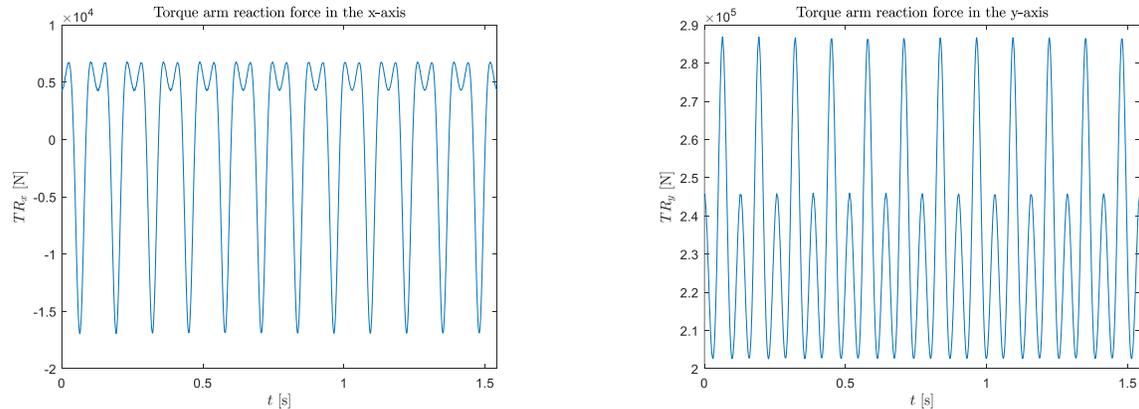
figure()
plot(t,theta_3_pto_pto)
title('Angular acceleration of the bar 3','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\ddot{\theta}_3$ [rad/$s^2$]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

figure()
plot(t,theta_4_pto_pto)
title('Angular acceleration of the bar 4','Interpreter','latex')
xlabel('$t$ [s]','Interpreter','latex')
ylabel('$\ddot{\theta}_4$ [rad/$s^2$]','Interpreter','latex')
xlim([0 3.8])

save('Simu_5_rev_elipse','t','theta_2','theta_3','theta_4','theta_2_pto','theta_3_pto','theta_4_pto','theta_2_pto_pto','theta_3_pto_pto','theta_4_pto_pto')
```

## Anexo L: Cálculo de las fuerzas que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia para el movimiento según el cambio de rigidez en la polea.

Al igual que en la evaluación de un movimiento circular y elíptico, se calculan las fuerzas que debe soportar el brazo de torque debido a las fuerzas y cuplas de inercia. Los resultados se presentan en la Figura L-1.

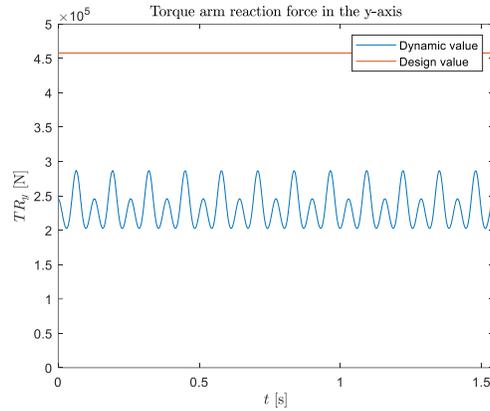


a) Fuerza de reacción del brazo de torque en el eje x.      b) Fuerza de reacción del brazo de torque en el eje y.

**Figura L-1: Fuerza de reacción del brazo de torque los ejes “x” e “y”. (Fuente: Elaboración propia.)**

De la Figura L-1, se puede observar que el brazo de torque debe soportar una fuerza considerablemente mayor en el eje “y” en comparación con el eje “x”. No obstante, es importante destacar que la reacción del brazo de torque en el eje “x” es significativamente mayor que en la evaluación de un movimiento circular y elíptico, mientras que en el eje “y” es ligeramente mayor.

Luego, se realiza una comparación entre la fuerza de diseño requerida según [1] y la fuerza calculada en la Figura L-1 b). Los resultados de esta comparación se presentan en el grafico representado en la Figura L-2.

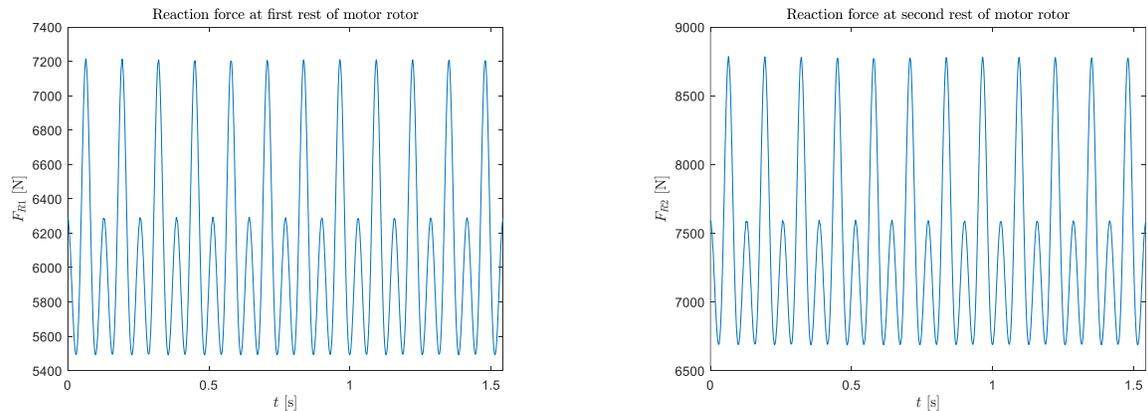


**Figura L-2: Comparación de la fuerza de diseño que debe soportar el brazo de torque según [1] con el valor calculado. (Fuente: Elaboración propia.)**

La Figura L-2 confirma la conclusión que se obtuvo en la evaluación de un movimiento circular y elíptico. Por lo tanto, es evidente que el brazo de torque que forma parte del accionamiento motriz estudiado cuenta con un factor de seguridad adecuado para las cargas dinámicas que debe soportar si el movimiento de la salida del reductor es circular, elíptico o según el cambio de rigidez de la polea.

## Anexo M: Cálculo de la fuerza que deben soportar los descansos del rotor debido a las fuerzas y cuplas de inercia para el movimiento según el cambio de rigidez en la polea

Se calculan la fuerza que deben soportar los descansos del rotor del motor. Los resultados se presentan en la Figura M-1.



a) Fuerza de reacción del primer descanso del rotor del motor.

b) Fuerza de reacción del segundo descanso del rotor del motor.

Figura M-1: Fuerza de reacción de los descansos en el rotor del motor. (Fuente: Elaboración propia.)

Al realizar la comparación entre la fuerza obtenida en los descansos del rotor del motor y la capacidad de carga dinámica de los rodamientos seleccionados. Se llega a la misma conclusión que en la evaluación de un movimiento circular y elíptico. Las fuerzas obtenidas en los descansos son considerablemente menores a la capacidad de carga dinámica de los rodamientos elegidos. Por lo tanto, se confirma que, para la evaluación de un movimiento según el cambio de rigidez en la polea, los descansos del motor no se ven afectados por las fuerzas y cuplas de inercias generadas por el movimiento oscilante de la plataforma.