



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA



**FABRICACIÓN DE UN BANCO DE ENSAYOS PARA EL ANÁLISIS DE UN
MODELO DEM-MBD**

POR

Francisco Ariel Parra Calzadilla

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para
optar al título profesional de Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guía:
Dr. Manuel Alonso Moncada Merino

Marzo 2024
Concepción (Chile)

© 2024 Francisco Ariel Parra Calzadilla

© 2024 Francisco Ariel Parra Calzadilla

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o
procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a mi familia, especialmente a mis padres por el apoyo incondicional entregado en estos seis años de estudios, y también agradezco a mis amigos y compañeros por acompañarme en esta etapa de mi vida.

También me gustaría agradecer a mi profesor guía, Manuel Moncada por permitirme desarrollar el tema, y por la confianza depositada en mi trabajo. Además del apoyo constante entregado a lo largo del desarrollo del tema.

Por otro lado, me gustaría agradecer al profesor, Cristián Vicuña por prestarme parte del equipo necesario para el desarrollo de las mediciones experimentales y ayudarme en su realización.

Finalmente me gustaría agradecer al maestro encargado de la fabricación del banco de ensayos, Mario Ramírez por el gran trabajo realizado.

Esta memoria está dedicada a mis padres, Maribel Calzadilla Ulloa y Bernardo Soto Mansilla.

Resumen

La interacción que se desarrolla entre partículas y harneros vibratorios es de vital interés para las industrias de procesamiento de materiales a granel. El comportamiento cinemático de la estructura de estos equipos se puede evaluar a través de un modelo dinámico multicuerpo (MBD), mientras que la influencia del material sobre el equipo se puede modelar mediante un modelo de elementos discretos (DEM). Pero solo un modelo acoplado DEM-MBD puede modelar la compleja interacción que se desarrolla entre las partículas del material y el equipo.

En este trabajo se desarrolla un modelo acoplado DEM-MBD de un grado de libertad, enfocado en harneros vibratorios que permite modelar la fuerza de interacción que se genera con las partículas, se construye un modelo dinámico del sistema bajo la teoría de la modelación MBD, y posteriormente este modelo se acopla a un modelo DEM mediante la interfaz de maqueta funcional (FMI). Se realiza una completa calibración experimental de los parámetros físicos del modelo dinámico y de los parámetros principales de material y de contacto del modelo DEM, con el fin de mejorar la precisión numérica del modelo propuesto.

Se diseña y fabrica un banco de ensayos que consta de un contenedor de partículas que se mueve solamente en la dirección vertical, y se mide la fuerza de interacción entre partículas y el contenedor, aceleración del sistema y se monitorea el movimiento de las partículas. Estos datos experimentales se comparan con los simulados para la evaluación de la precisión del modelo numérico.

Se obtiene una buena modelación del movimiento vibratorio del sistema, con errores menores al 6.4% cuando la amplitud vibratoria *peak* del conjunto fijo no supera los 2.5 mm y la del conjunto móvil los 2 mm. Para mayores amplitudes vibratorias se identificó que el banco de ensayos presento problemas en su comportamiento dinámico, ocasionados por un roce variable entre los elementos rodantes de los rodamientos y los ejes guía, roce que se tradujo en un elemento adicional de disipación de energía, además de un desgaste prematuro de los ejes, esto provoco amplitudes vibratorias experimentales menores a las simuladas en los casos de evaluación a 17 y 20 Hz.

En relación con la fuerza de impacto generada por las partículas, se pudo medir experimentalmente, pero la variación en el amortiguamiento también afectó en sus amplitudes y en la estimación de la fuerza de inercia, necesaria para su evaluación.

Palabras clave: material a granel, MBD, DEM y FMI.

Abstract

The interaction that occurs between particles and vibrating screens is of vital interest to bulk material processing industries. The kinematic behavior of the structure of these equipment's can be evaluated through a multibody dynamic model (MBD), while the influence of the material on the equipment can be modeled using a discrete element model (DEM). However, only a coupled DEM-MBD model can capture the complex interaction that occurs between the material particles and the equipment.

This work develops a one-degree-of-freedom coupled DEM-MBD model focused on vibrating screens that allows modeling the interaction force generated with the particles. A dynamic model of the system is built under the MBD modeling theory, and subsequently, this model is coupled to a DEM model using the Functional Mock-up Interface (FMI). A comprehensive experimental calibration of the physical parameters of the dynamic model and the main material and contact parameters of the DEM model is conducted to improve the numerical accuracy of the proposed model.

A test bench is designed and manufactured consisting of a particle container that moves only in the vertical direction. The interaction force between particles and the container, system acceleration, and particle movement are measured. These experimental data are compared with simulated ones to evaluate the accuracy of the numerical model.

A good modeling of the vibratory movement of the system is obtained, with errors of less than 6.4% when the peak vibratory amplitude of the fixed assembly does not exceed 0.0984 inch and that of the mobile assembly does not exceed 0.0787 inch. For larger vibratory amplitudes, it was identified that the test bench exhibited problems in its dynamic behavior caused by variable friction between the rolling elements of the bearings and the guide shafts. This friction resulted in an additional energy dissipation element, as well as premature wear of the shafts, leading to experimental vibratory amplitudes lower than those simulated in the cases evaluated at 17 and 20 Hz.

Regarding the impact force generated by the particles, it could be measured experimentally, but the variation in damping also affected its amplitudes and the estimation of the inertia force necessary for its evaluation.

Keywords: Bulk material, MBD, DEM and FMI.

Tabla de Contenidos

Tabla de Contenidos.....	vi
Lista de Figuras.....	viii
Lista de Tablas.....	x
Nomenclatura.....	xi
CAPÍTULO 1: Introducción.....	1
1.1 Estado del arte.....	1
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Condiciones de diseño.....	4
1.4 Metodología de trabajo.....	5
CAPÍTULO 2: Banco de ensayos.....	6
2.1 Diseño del banco de ensayos.....	6
2.2 Fabricación del banco de ensayos.....	7
CAPÍTULO 3: Modelo numérico.....	9
3.1 Descripción del modelo numérico.....	9
3.2 Modelo MBD.....	10
3.3 Modelo DEM.....	11
3.4 Acoplamiento DEM-MBD.....	15
CAPÍTULO 4: Calibración de parámetros.....	17
4.1 Parámetros del modelo MBD.....	17
4.2 Parámetros del modelo DEM.....	19
CAPÍTULO 5: Resultados experimentales.....	24
5.1 Montaje experimental y ensayos realizados.....	24
5.2 Análisis de mediciones experimentales.....	25
5.2.1 Condiciones de simulación.....	26
5.2.2 Análisis del movimiento vibratorio del sistema.....	27
5.2.3 Análisis de la medición de fuerza.....	31
CAPÍTULO 6: Resultados.....	35
6.1 Evaluación de la precisión del modelo numérico.....	35
6.1.1 Validación modelo MBD.....	35
6.1.2 Análisis de los resultados del modelo DEM-MBD.....	36
CAPÍTULO 7: Conclusiones.....	42
Trabajos Futuros.....	42

Referencias 43

Anexo A: Planos de fabricación del banco de ensayos 45

Lista de Figuras

Figura 1.1: Diagrama de acoplamiento DEM-MBK. (Fuente: [9]).....	3
Figura 1.2: Modelo acoplado propuesto por <i>Wu et al.</i> para el análisis de mecanismos que contienen partículas de amortiguación: (a) Modelo, (b) banco de ensayos. (Fuente: [10]).	4
Figura 2.1: Diseño del banco de ensayos: (a) vista frontal, (b) vista lateral.	6
Figura 2.2: Conexión de la celda de carga a las placas móviles 1 y 2: (a) vista en corte de la conexión, (b) acoplamiento superior de la celda de carga, (c) acoplamiento inferior de la celda de carga.	7
Figura 2.3: Banco de ensayos fabricado.....	8
Figura 3.1: Modelo acoplado DEM-MBD: (a) modelo de parámetros concentrados, (b) diagrama de cuerpo libre.....	9
Figura 3.2: Implementación de la geometría del banco de ensayos en Ansys Motion: (a) conjunto fijo, (b) conjunto móvil, (c) contenedor.....	11
Figura 4.1: Caracterización dinámica del sistema: (a) barrido sinusoidal, (b) factor de amplificación.	18
Figura 4.2: Ensayo de compresión implementado en DEM.....	21
Figura 4.3: Resultados ensayos de compresión.....	22
Figura 4.4: Resultados ensayos de compresión, evaluados para el rango estimado de traslapos en las simulaciones.	23
Figura 5.1: Montaje experimental del banco de ensayos: (a) Computador, (b) Amplificador, (c) shaker, (d) banco de ensayos, (e) DAQ, (f) laptop.....	24
Figura 5.2: Medición experimental para una frecuencia de evaluación de 14 Hz y sin partículas: (a) aceleración medida, (b) espectro de aceleración, (c) espectro de velocidad, (d) espectro de desplazamiento.	28
Figura 5.3: Medición experimental para una frecuencia de evaluación de 14 Hz, con una carga de partículas de 1.2 kg: (a) aceleración medida, (b) espectro de aceleración, (c) espectro de velocidad, (d) espectro de desplazamiento.	29
Figura 5.4: Señal y espectros de aceleración para una frecuencia de perturbación de 14 Hz y distintas amplitudes vibratorias, para una masa fija de partículas de 1 kg: (a) señal para $Y_0 = 0.784$ mm, (b) espectro para $Y_0 = 0.784$ mm, (c) señal para $Y_0 = 1.326$ mm, (d) espectro para $Y_0 = 1.326$ mm, (e) señal para $Y_0 = 3.170$ mm, (f) espectro para $Y_0 = 3.170$ mm.	30
Figura 5.5: Fuerza y espectro para el sistema sin partículas evaluado a 20 Hz: (a) fuerza medida, (b) aceleración medida, (c) espectro de fuerza, (d) espectro de aceleración.	32
Figura 5.6: Aproximación de la fuerza de inercia para el sistema sin partículas y una frecuencia de evaluación de 20 Hz.	33
Figura 5.7: Fuerza de impacto experimental para una frecuencia de evaluación de 14 Hz y 1.2 kg de partículas.	34
Figura 6.1: Error relativo en la amplitud <i>peak</i> 1X en el modelo MBD: (a) variación de la constante del resorte para el coeficiente de amortiguamiento calibrado, (b) variación del coeficiente de amortiguamiento para una constante del resorte fija de 6100 N/m.....	36

Figura 6.2: Error relativo en la amplitud <i>peak</i> 1X del modelo DEM-MBD: (a) simulaciones realizadas para distintas frecuencias de perturbación, amplitudes vibratorias y masa de partículas, (b) simulaciones evaluadas a 14 Hz, con una masa de partículas de 1 kg, para distintas amplitudes <i>peak</i> del conjunto móvil (Y0).	37
Figura 6.3: Tendencia de las amplitudes vibratorias del contenedor en función de la amplitud del conjunto fijo para diferentes frecuencias de evaluación: (a) evaluadas a 14 Hz, (b) evaluadas a 17 Hz, (c) evaluadas a 20 Hz.	39
Figura 6.4: Fuerza de impacto para el sistema evaluado a 14 Hz y con 1 kg de partículas: (a) fuerza de impacto experimental, (b) fuerza de impacto DEM-MBD, (c) espectro de fuerza de impacto experimental, (d) espectro de fuerza de impacto DEM-MBD.	40
Figura 6.5: Fuerza de impacto para el sistema evaluado a 14 Hz y con 1.2 kg de partículas: (a) fuerza de impacto experimental, (b) fuerza de impacto DEM-MBD, (c) espectro de fuerza de impacto experimental, (d) espectro de fuerza de impacto DEM-MBD.	41

Lista de Tablas

Tabla 4-1: Parámetros modelo MBD.	19
Tabla 4-2: Propiedades mecánicas de los materiales.	20
Tabla 4-3: Parámetros de contacto calibrados experimentalmente.	20
Tabla 5-1: Condiciones de simulación para el análisis del modelo DEM-MBD.	26
Tabla 5-2: Condiciones de simulación para el análisis del comportamiento de la fuerza.	27

Nomenclatura

Variables

Símbolo	Descripción	Unidad
m_t	Masa total del banco de ensayos	kg
m_v	Masa vibratoria efectiva del banco de ensayos	kg
m_p	Masa de las partículas	kg
m_{ICM}	Masa captada por la celda de carga	kg
y	Grado de libertad en dirección vertical del modelo MBD	mm
a_{CM}	Aceleración del conjunto móvil	m/s ²
Y_0	Amplitud vibratoria <i>peak</i> del conjunto móvil	mm
k	Constante del resorte	N/m
c	Coefficiente de amortiguación	Ns/m
ξ	Factor de amortiguamiento	-
FA	Factor de amplificación	-
f_n	Frecuencia natural	Hz
$1X$	Frecuencia fundamental	Hz
f_r	Frecuencia de resonancia	Hz
E	Módulo de Young	MPa
G	Módulo de elasticidad cortante	MPa
ν	Coefficiente de Poisson	-
μ_e	Coefficiente de roce estático	-
μ_d	Coefficiente de roce dinámico	-
μ_r	Coefficiente de resistencia a la rodadura	-
e	Coefficiente de restitución	-
δ	Traslapo	m
g	Aceleración de gravedad	9.80665 m/s ²
d	Diámetro del alambre del resorte	m
D	Diámetro de espiras del resorte	m
N_a	Numero de espiras activas del resorte	-
F_e	Fuerza experimental	N
F_{IP}	Fuerza de impacto de las partículas experimental	N
F_{ICM}	Fuerza de inercia del conjunto móvil	N
F_{base}	Fuerza generada en el sistema por el movimiento del shaker	N
F_{DEM}	Fuerza de impacto de las partículas modelada en DEM	N
Ω	Frecuencia de excitación del movimiento vibratorio del shaker	Hz
Y_s	Amplitud <i>peak</i> del movimiento vibratorio del shaker	mm
n	Factor de comunicación entre los modelos MBD y DEM	-
Δt_{MBD}	Paso de tiempo máximo en la resolución del modelo MBD	s
Δt_{DEM}	Paso de tiempo de simulación del modelo DEM	s

Abreviaturas

MBD	Dinámica Multicuerpo
DEM	Método de Elementos Discretos
FMI	Interfaz de maqueta funcional
FMU	Unidad de maqueta funcional
CAD	Diseño asistido por computadora
CNC	Control numérico por computadora
FFT	Transformada rápida de Fourier

CAPÍTULO 1: Introducción

En este capítulo se presenta la problemática a resolver y se desarrolla el estado del arte de los Modelos Dinámicos Multicuerpo (MBD), Modelos de Elementos Discretos (DEM) y modelos acoplados DEM-MBD en harneros vibratorios, además se presenta un banco de ensayos presente en la literatura desarrollado para la validación de un modelo numérico acoplado DEM-MBD. Posteriormente se establecen los objetivos, condiciones de diseños y la metodología del trabajo a desarrollar.

1.1 Estado del arte

Los harneros vibratorios son equipos de clasificación utilizados en las industrias de procesamiento de minerales, estos equipos se componen principalmente de una malla clasificadora que contiene aberturas fijas que permiten el paso del mineral fino, una estructura donde va montada la malla y el sistema de perturbación, sistema que le otorga el movimiento vibratorio necesario para el funcionamiento del equipo. Por último, poseen una base compuesta por resortes y que sostiene la estructura del harnero.

Los harneros vibratorios son equipos críticos en la industria minera, lo que motiva una mejora continua de los mismos [1]. La modelación numérica de harneros vibratorios puede ser dividida en tres métodos, cada uno con distintos objetivos: i) modelos de dinámica multicuerpo (MBD), para analizar la cinemática de la estructura del harnero: ii) modelación mediante el método de elementos discretos (DEM), para la selección óptima de parámetros operativos: y iii) modelación mediante el método de elementos finitos (FEM), para un análisis estructural [2].

Los modelos MBD modelan el movimiento cinemático de la estructura del harnero vibratorio y permiten evaluar las conexiones entre los elementos de la estructura, además de considerar la acción de fuerzas externas constantes o variables en el tiempo que actúen sobre el equipo. *Peng et al.* [3], desarrolló y válido un modelo dinámico de tres grados de libertad para un harnero vibratorio DELVS, harnero que posee doble excitación lateral, y además evaluó un método para determinar la rigidez transversal de los resortes, método que le permitió mejorar la precisión del modelo dinámico desarrollado.

Por otro lado, también se han investigado nuevos diseños de mallas, dentro de los cuales se encuentran los harneros vibratorios flip-flow, harneros que poseen mallas diseñadas para cribar materiales pegajosos o húmedos y evitar que se bloqueen las aberturas de estas mediante su deformación por flexión, y a la aceleración del movimiento de la superficie elástica de la malla. *Lin et al.* [4] propone un modelo dinámico no lineal para estas mallas, modelo que permite evaluar la no linealidad que causa la fuerza de tensión generada en la malla y analizar la influencia de esta en el comportamiento dinámico del harnero vibratorio.

A través de la modelación dinámica en harneros vibratorios se ha evaluado también la influencia de la carga de material particulado, en específico, *Jiang et al.* [5] desarrollaron un modelo dinámico que le permitió considerar la influencia de la carga en la matriz de masa del modelo numérico desarrollado y evaluar la influencia de la carga de material en el comportamiento dinámico del equipo, concluyendo que el peso de la carga tiene una influencia significativa en las frecuencias naturales del sistema, en específico un aumento de la carga implica una disminución de las cuatro primeras frecuencias naturales.

Los modelos DEM son una herramienta numérica que permite modelar el comportamiento y la interacción entre partículas y su entorno. Las aplicaciones de DEM en harneros vibratorios se han enfocado mayoritariamente en conocer la influencia del mineral sobre la malla clasificadora y cómo esta afecta en el movimiento vibratorio de estos equipos [6, 7].

También la modelación DEM de harneros vibratorios ha permitido evaluar el desgaste sobre la malla clasificadora provocado por la interacción con las partículas, *Jafari et al.* [7] modelaron mediante DEM el funcionamiento de un harnero vibratorio con el fin de evaluar la influencia de diferentes parámetros operativos sobre la eficiencia del proceso y el desgaste de la malla, determinando para este último punto que el aumento de la frecuencia de vibración provocó un aumento de la tasa de desgaste de la malla. Además, considero la relación eficiencia/desgaste como un factor indicativo que le permitió evaluar distintos parámetros de operación con el fin de optimizar el funcionamiento del equipo.

Por otro lado, en la modelación DEM se suele simplificar la geometría de las partículas, estas se definen comúnmente como esferas, *Zhao et al.* [8] evalúa la implicación de esta simplificación y su influencia en los resultados, donde concluye que una mejor representación de la geometría de las partículas lleva a mejores resultados, debido principalmente a que los resultados correspondientes a las velocidades de las partículas y a la eficiencia del proceso están sobreestimados en relación con una modelación más detallada de las partículas, la cual se explica por una mayor aleatoriedad en el comportamiento del flujo debido a la forma de estas.

No obstante, cada uno de estos modelos por sí solo no logra modelar la compleja interacción que se desarrolla entre el material particulado y la estructura del harnero, debido a la dependencia recíproca entre cada uno de los modelos. Pero una combinación de ambos métodos permite modelar esta interacción, que implica solucionar cada uno de los modelos en pasos de tiempos distintos e ir generando una retroalimentación bidireccional entre ambos, es decir, por un lado, se resuelve el modelo MBD que proporciona el movimiento vibratorio del sistema, que posteriormente es entregado al modelo DEM como condiciones de frontera para las partículas, el cual se resuelve y calcula el movimiento y la posición de las partículas, como también, la fuerza de interacción de estas partículas con el sistema, este ciclo se repite hasta abarcar completamente el periodo de simulación.

Xia et al. [9] establece un modelo acoplado DEM-MBK para la optimización de los parámetros de funcionamiento de un harnero vibratorio, y con ello mejorar la estabilidad de la respuesta dinámica y la eficiencia de cribado. En la Figura 1.1 se muestra el diagrama de acoplamiento del modelo planteado, donde se ejemplifica cada uno de los modelos numéricos evaluados, junto a sus variables de interés,

además se ilustra el flujo de información existente entre modelos. Dentro de los resultados obtenidos se tiene que con los parámetros optimizados se logró un aumento del 3.28% en la eficiencia de cribado, mientras que la estabilidad de la respuesta dinámica mejoró en un 49.07%.

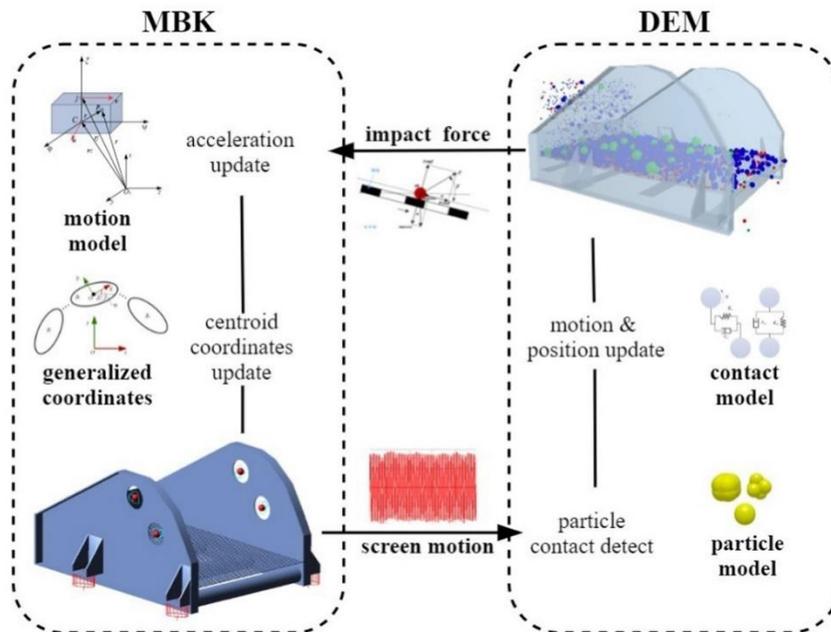


Figura 1.1: Diagrama de acoplamiento DEM-MBK. (Fuente: [9]).

Por otro lado, *Wu et al.* [10], desarrollaron un modelo acoplado para estudiar la respuesta dinámica de mecanismos que contienen partículas de amortiguación, construyendo un banco de ensayo para la validación del modelo, ambos se muestran en la Figura 1.2. Cabe destacar que la validación solo la realiza sobre el movimiento vibratorio de la caja, dentro de resultados se tiene que el amortiguamiento extra que inducen las partículas no afecta el periodo de vibración del sistema, pero si reduce las amplitudes de esta, además este amortiguamiento se genera principalmente por la fuerza de impacto entre las partículas y las paredes de la caja que las contiene.

Dentro del análisis de la fuerza de impacto de las partículas sobre la malla del harnero, se tiene que debido a que su medición experimental es complicada, su evaluación se realiza principalmente por simulaciones. Esta fuerza se puede estimar a través de la modelación DEM y evaluar su comportamiento en función de los parámetros característicos del movimiento vibratorio del equipo [11].

Debido a que no existe una validación experimental de la fuerza de interacción dinámica generada entre partículas y un sistema vibratorio [11 - 13], ni tampoco una calibración de esta, en este trabajo se desarrolla un modelo acoplado DEM-MBD de un grado de libertad enfocado en harneros vibratorios, que permite modelar el movimiento de un contenedor con partículas libres en su interior y calcular la fuerza de impacto que generan las partículas sobre el sistema, además se fabrica un banco de ensayos para su posterior validación.

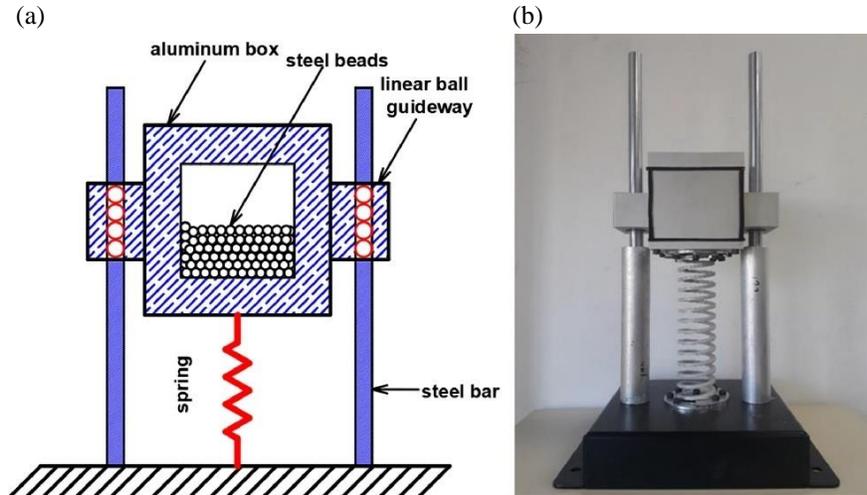


Figura 1.2: Modelo acoplado propuesto por *Wu et al.* para el análisis de mecanismos que contienen partículas de amortiguación: (a) Modelo, (b) banco de ensayos. (Fuente: [10]).

1.2 Objetivos

Esta Memoria de Título tiene como objetivo general desarrollar un modelo acoplado DEM-MBD que representa la interacción entre partículas y un sistema vibratorio. Para ello se siguen los siguientes objetivos específicos:

- I. Diseñar y fabricar el banco de ensayos.
- II. Implementar el modelo numérico en la suite de Ansys.
- III. Comparar el modelo numérico con los resultados experimentales.

1.3 Condiciones de diseño

El banco de ensayos necesario para la obtención de mediciones experimentales, que permitan una comparación con los resultados del modelo numérico propuesto, debe cumplir con las siguientes condiciones de diseño:

- I. Permitir movimiento solo en la dirección vertical.
- II. Fuerza de perturbación solo en la dirección vertical.
- III. Medición de las vibraciones de sus elementos.
- IV. Medición de la fuerza generada en la interacción del sistema con las partículas.
- V. Permitir el monitoreo del movimiento de las partículas a través de video.
- VI. Masa total del banco de ensayos de 3 kg, definida por la limitante técnica del shaker a utilizar, esta masa contempla la masa total del banco de ensayos (m_t), más la masa de las partículas a evaluar (m_p).

1.4 Metodología de trabajo

El diseño del banco de ensayos se desarrollará en el software Autodesk Inventor 2023. La fabricación de componentes se desarrollará en el Laboratorio de Procesos Mecánicos de la Universidad de Concepción, mientras que el montaje se llevará a cabo en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas.

La medición de las variables de interés se realizará por medio de dos acelerómetros, un Brüel & Kjaer 4513-001 para la medición del movimiento del shaker y un acelerómetro PCB Piezotronics 353b15 para las vibraciones del conjunto vibratorio del banco de ensayos, mientras que la medición de la fuerza dinámica entre las partículas y el sistema se llevará a cabo a través de una celda de carga PCB Piezotronics 208C05. Estos sensores serán conectados al dispositivo de adquisición de datos NI cDAQ-9172, mediante un módulo NI-9234, la visualización de estas mediciones será a través del software LabVIEW y el post-procesado se realizará en el software Matlab. Por otro lado, el monitoreo del movimiento de las partículas se llevará a cabo mediante video a través de una cámara digital a 120 fps, mientras que el sistema de excitación corresponde a un shaker vibration exciter S 51110.

Tanto el modelo DEM, como el modelo MBD se desarrollarán en los softwares de la suite de Ansys, específicamente en los softwares Ansys Rocky y Ansys Motion, respectivamente. Posteriormente su acoplamiento se llevará a cabo mediante la interfaz de maqueta funcional (FMI), la cual se encuentra implementada en la suite de Ansys.

La evaluación de la precisión del modelo numérico propuesto se realizará mediante la comparación de las mediciones experimentales y de los resultados obtenidos de las simulaciones.

CAPÍTULO 2: Banco de ensayos

En este capítulo se presenta el modelo CAD del banco de ensayos y se describen sus distintos componentes principales, además se detalla su proceso de fabricación.

2.1 Diseño del banco de ensayos

El banco de ensayos diseñado se muestra en la Figura 2.1, este consta de dos conjuntos de elementos principales, denominados conjunto fijo y conjunto móvil, fabricados en aluminio. El conjunto fijo compone la estructura principal del banco de ensayos, y está compuesto por la primera placa de aluminio, denominada base fija y que tiene un espesor de 8 mm, esta cuenta con las perforaciones necesarias para el acoplamiento con el shaker y en ella también van montados los ejes que sirven de guía para el movimiento vertical del conjunto móvil, además del soporte inferior para el resorte. Cabe destacar que este conjunto fijo se mueve solidariamente con el shaker.

El conjunto móvil del sistema se compone de las dos placas restantes que tienen un espesor de 6 mm y están unidas a través de la celda de carga. Este conjunto comienza en la placa móvil 1, donde van montados cuatro rodamientos lineales LMK10UU, y el acople superior del resorte, además esta placa cuenta con la perforación y terminación superficial necesaria para instalar la celda de carga, al igual que la placa móvil 2, esta última placa también lleva montados 4 rodamientos lineales, pero son los LMH10UU y en ella va montado también el contenedor de partículas.

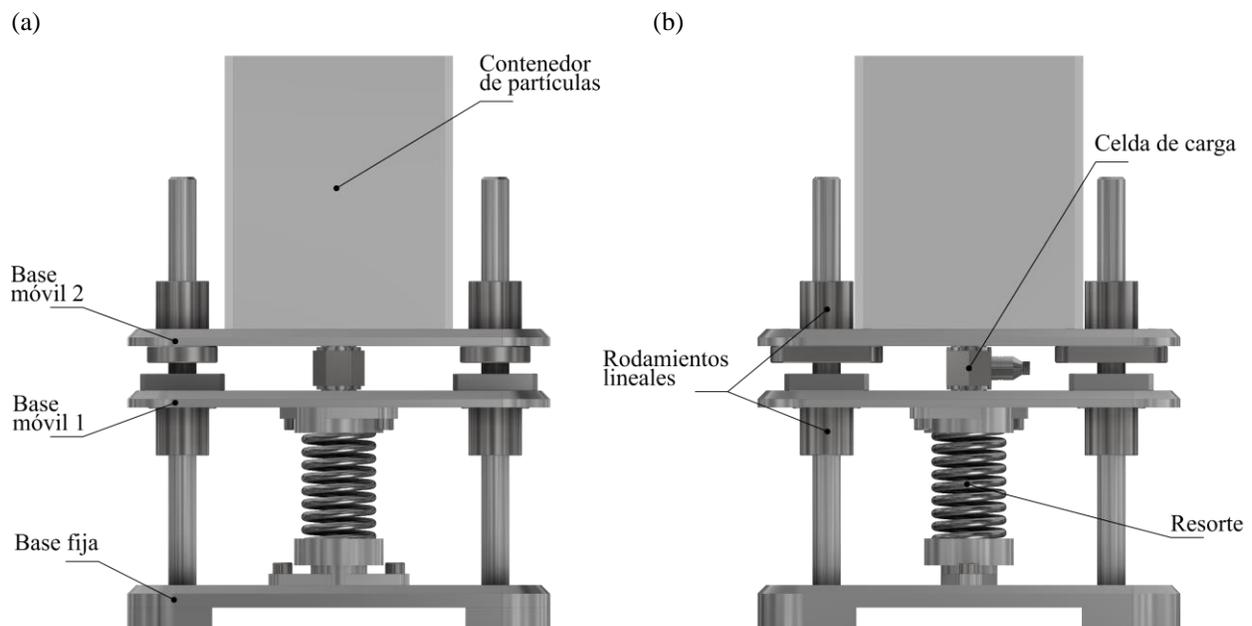


Figura 2.1: Diseño del banco de ensayos: (a) vista frontal, (b) vista lateral.

Cabe destacar que el uso de rodamiento lineales está enfocado en guiar con la menor fricción posible el movimiento del conjunto móvil a través de los ejes verticales y limitar su movimiento solo en esta dirección.

La conexión de la celda de carga con las placas se realiza a través del diseño de dos acoples roscados que permiten fijar la celda entre ambas placas, además para la instalación del sensor la superficie de las placas debe poseer una planitud de 0.03 mm y una colinealidad en las perforaciones donde se albergan los acoples de máximo 1° con respecto a la superficie de asentamiento de la celda, con el fin de cumplir con las recomendaciones del fabricante y obtener una medición precisa.

En la Figura 2.2 (a) se muestra la vista en corte de parte del banco de ensayos, donde se ve la conexión roscada entre la celda de carga y los acoples diseñados los cuales se muestran en las figuras (b) y (c), para el superior e inferior, respectivamente. Este tipo de acople se diseña de esta manera ya que la medición de la fuerza en compresión de la celda se realiza a través de la diferencia de presión entre sus caras, mientras que la medición de la fuerza de tensión se realiza a través de tensión impuesta a las zonas roscadas de la celda.

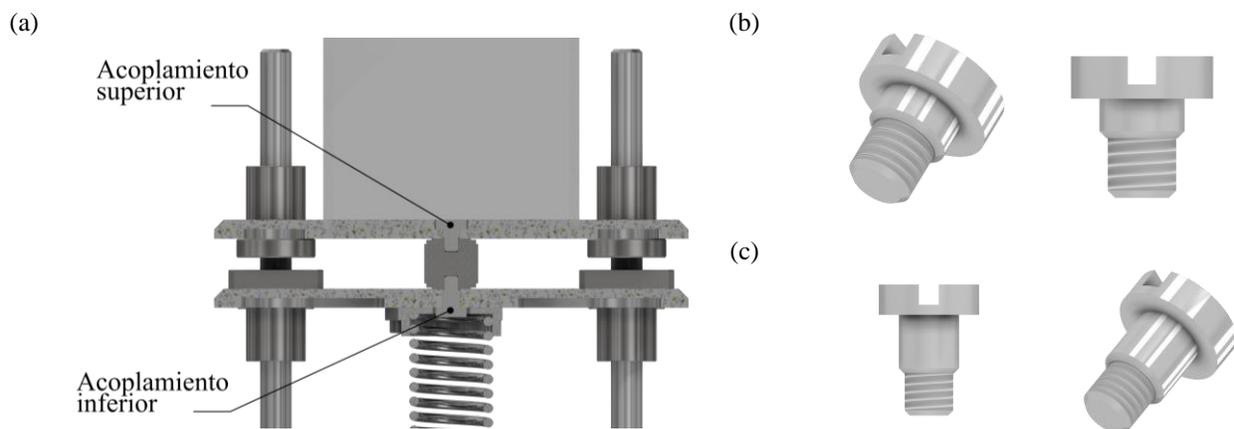


Figura 2.2: Conexión de la celda de carga a las placas móviles 1 y 2: (a) vista en corte de la conexión, (b) acoplamiento superior de la celda de carga, (c) acoplamiento inferior de la celda de carga.

2.2 Fabricación del banco de ensayos

La fabricación de los componentes principales del banco de ensayos se lleva a cabo mediante una máquina de fresado de Control Numérico por Computadora (CNC) de 3 ejes XH7126, esta fabricación se realiza en este tipo de maquina con el fin de asegurar la colinealidad y replicabilidad en las perforaciones de las placas de aluminio encargadas de albergar los ejes y rodamientos, además de permitir geometrías complejas con el fin de remover material en las placas, con el propósito de disminuir su peso.

Por otro lado, la fabricación de los acoples inferior y superior del sensor de carga, además de los ejes se llevará a cabo mediante un torno CNC DOOSAN Lynx 220. Los detalles de cada uno de los

elementos del banco de ensayos se encuentran en sus correspondientes planos de fabricación adjuntos en el Anexo A. El banco de ensayos fabricado y montado se muestra en la Figura 2.3.



Figura 2.3: Banco de ensayos fabricado.

CAPÍTULO 3: Modelo numérico

En este capítulo se desarrolla el modelo acoplado DEM-MBD de parámetros concentrados que representa el comportamiento dinámico del banco de ensayos. Además, se presenta la teoría y configuración de los respectivos modelos MBD y DEM, y posteriormente se describe su acoplamiento.

3.1 Descripción del modelo numérico

El banco de ensayos representa la interacción que se da entre un conjunto de partículas y un sistema vibratorio, esta interacción se representa numéricamente a través de un modelo acoplado DEM-MBD. Este sistema puede ser modelado a través de su respectiva ecuación del movimiento, para lo cual se define un modelo de parámetros concentrados del banco de ensayos junto a su respectivo diagrama de cuerpo libre, mostrados en la Figura 3.1.

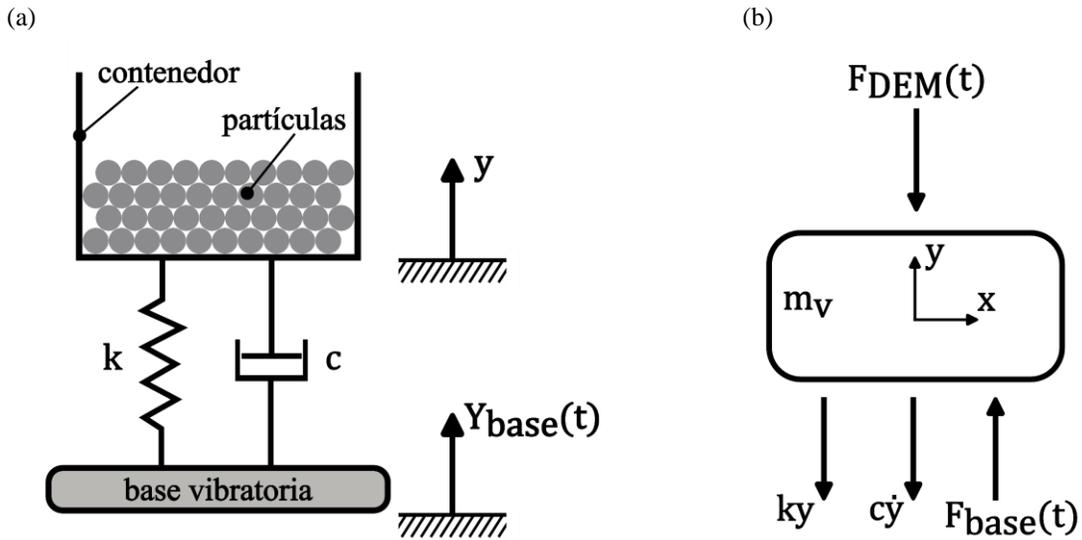


Figura 3.1: Modelo acoplado DEM-MBD: (a) modelo de parámetros concentrados, (b) diagrama de cuerpo libre.

Por lo tanto, aplicando la segunda ley de Newton se obtiene la ecuación del movimiento del sistema, definida como:

$$m_v \ddot{y} + c \dot{y} + ky = F_{base}(t) - F_{DEM}(t) \quad (3.1)$$

Donde:

- i. $F_{base}(t)$ representa la fuerza ejercida sobre el sistema por el movimiento de la base, la cual está definida como:

$$F_{base}(t) = cY_{base}(t) + kY_{base}(t) \quad (3.2)$$

Con:

$$Y_{base}(t) = Y_s \sin(\Omega t) \quad (3.3)$$

Para Y_s igual a la amplitud *peak* del movimiento del shaker (o movimiento de la base fija), mientras que Ω corresponde a su frecuencia.

- ii. $F_{DEM}(t)$ corresponde a la fuerza de interacción resultante ejercida por las partículas sobre el sistema, la cual es modelada mediante DEM.

Cabe destacar que se desarrolla el diagrama de cuerpo libre desde la posición de equilibrio del sistema, por lo que al realizar la sumatoria de fuerza el término asociado a la gravedad ($m_v g$) es cancelado directamente por la fuerza de deformación estática del resorte, por lo que no se consideran en el desarrollo de la ecuación del movimiento.

3.2 Modelo MBD

La implementación del modelo dinámico del banco de ensayos en Ansys Motion se realiza a través de la teoría MBD, para lo que es necesario contar con la geometría de este y definir los distintos contactos y/o articulaciones entre sus elementos, debido a que por medio de estos elementos y restricciones es que se genera la ecuación diferencial de segundo orden por resolver.

Por lo tanto, teniendo presente que el banco de ensayo se busca modelar por la Ecuación (3.1), se deben de considerar las siguientes simplificaciones al importar la geometría del banco a Ansys Motion e imponer su movimiento.

- i. Eliminación de los pernos de sujeción para el montaje del banco de ensayos, esto debido a que su modelación no es relevante para el modelo dinámico y por cada uno de estos elementos debido a la formulación del solucionador numérico de Ansys Motion, se agregan 6 grados de libertad que posteriormente son reducidos a través de los contactos y/o articulaciones que se les impongan.
- ii. Se generan 3 conjuntos geométricos, definidos como; conjunto fijo, conjunto móvil, y contenedor, con el fin de simplificar las conexiones entre elementos y modelar solo los elementos principales del banco de ensayos, para posteriormente poder definir los materiales de cada uno de estos en el software Ansys Rocky. Estos conjuntos se muestran en la Figura 3.2.

- iii. Los conjuntos geométricos son modelados como cuerpos rígidos, es decir cuerpos que no se deforman, ya que fueron diseñados con este fin.
- iv. La representación del elemento elástico del banco de ensayos correspondiente al resorte se modela a través de una conexión de fuerza del tipo resorte que considera la rigidez del elemento elástico (k) y además permite considerar el amortiguamiento (c) del sistema.
- v. El movimiento del shaker es generado a través de una articulación traslacional, la que se configura con su movimiento definido por la Ecuación (3.3) y que se le impone al conjunto fijo.
- vi. La unión entre el conjunto fijo y el conjunto móvil se realiza a través de una articulación traslacional, la cual permite el movimiento relativo de los cuerpos restringido a una sola dirección, correspondiente a la vertical.
- vii. Por último, la conexión entre el conjunto móvil y el contenedor de partículas se realiza a través de una unión fija, para eliminar su movimiento relativo y generar un movimiento de cuerpo rígido entre ambos elementos.

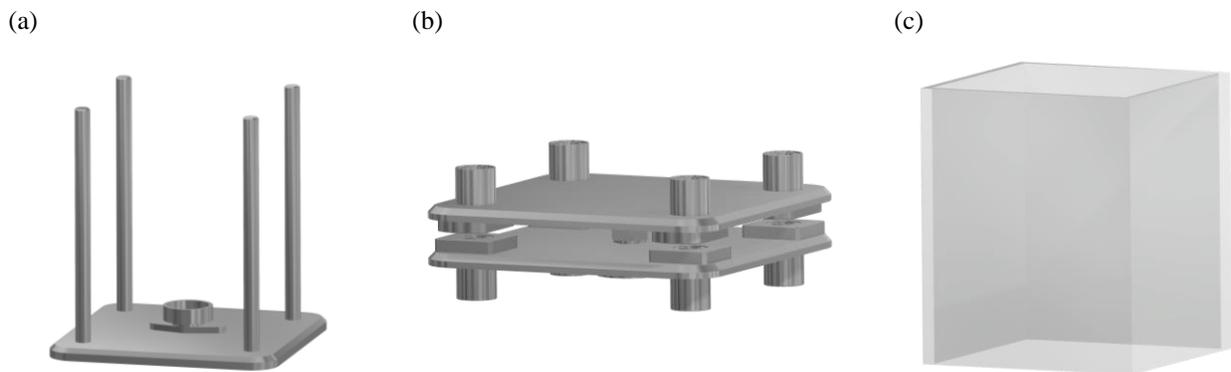


Figura 3.2: Implementación de la geometría del banco de ensayos en Ansys Motion: (a) conjunto fijo, (b) conjunto móvil, (c) contenedor.

3.3 Modelo DEM

Tal como se mencionó anteriormente el método de elementos discretos es una herramienta numérica para modelar el comportamiento entre partículas y entre partículas con su entorno, la simulación a través de este método consta del cálculo del movimiento de cada partícula i contenida en el sistema que entra en contacto con la partícula o frontera j a través de la segunda ley de Newton. La Ecuación (3.4) representa el movimiento traslacional de la partícula, mientras que la Ecuación (3.5) representa el movimiento rotacional.

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = m_i g + \sum_{j=1}^N F_{ij} \quad (3.4)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j=1}^N M_{ij} \quad (3.5)$$

Donde m_i y V_i corresponde a la masa y a la velocidad de la partícula i , respectivamente. F_{ij} corresponde a la fuerza de contacto que ejerce la partícula o frontera j sobre la partícula i , I_i y ω_i corresponden a la inercia y a la velocidad angular de la partícula i , respectivamente. M_{ij} corresponde al momento de contacto entre la partícula i y la partícula o frontera j , y por último N corresponde al número de contactos existentes para la partícula i .

Determinar los contactos existentes entre partículas y entre partículas con fronteras suele ser uno de los principales costos computacionales asociados a la solución del modelo, en específico en el software Ansys Rocky se realiza este procedimiento en dos etapas independientes con el fin de optimizar dicho costo computacional. En la primera etapa, se realiza una búsqueda entre todas las partículas del dominio para definir una lista de partículas vecinas, donde se define que una partícula es vecina de otra si las distancias entre ellas son menores que un valor ε , llamado *neighboring distance*. Este valor determina esferas limítrofes para cada una de las partículas. Cabe destacar que por lo costoso de evaluar cada una de las partículas contenidas en el dominio, este paso se realiza solo cada una cantidad fija de pasos de tiempos y no considera la geometría real de las partículas.

En la segunda etapa, se calculan las distancias exactas entre partículas vecinas establecidas en el paso anterior, donde se considera la geometría real de las partículas y se determinan los parámetros relevantes asociados al contacto entre partículas y entre partículas y frontera, tal como el plano normal de contacto, punto de aplicación de la fuerza de contacto, entre otros. Por otro lado, Ansys Rocky emplea un enfoque *soft-sphere*, que implica que en el contacto existe una distancia de penetración denominada traslapo (δ) y necesaria para el cálculo de la fuerza de contacto.

En específico para el modelo DEM se adopta para el cálculo de la fuerza normal el Modelo Hertziano resorte-amortiguador, mientras que para el cálculo de la fuerza tangencial se utiliza Modelo de Mindlin Deresiewicz, ambos implementados en el software Ansys Rocky.

Por lo tanto, la fuerza normal (F_n) en el contacto está definida como:

$$F_n = \hat{K}_n \delta_n^{\frac{3}{2}} + \hat{C}_n \delta_n^{\frac{1}{4}} \dot{\delta}_n \quad (3.6)$$

Donde:

- i. δ_n corresponde al traslapo en la dirección normal de contacto, mientras $\dot{\delta}_n$ corresponde a su velocidad.
- ii. \hat{K}_n corresponde al coeficiente de rigidez normal y está definido como:

$$\hat{K}_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \quad (3.7)$$

- iii. \hat{C}_n corresponde al coeficiente de amortiguamiento normal y está definido como:

$$\hat{C}_n = 2\eta_n \sqrt{m^* \hat{K}_n} \quad (3.8)$$

Con η_n igual a la relación de amortiguamiento normal, la cual se relaciona con el coeficiente de restitución (e) mediante la relación del amortiguamiento (η) del modelo de contacto lineal con amortiguador, a través de la siguiente relación.

$$\eta_n = \frac{\sqrt{5}}{2} \eta \quad (3.9)$$

Con:

$$e = \begin{cases} \exp \left[-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \left(\pi - \arctan \left(\frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{1-2\eta^2} \right) \right) \right], & \text{Si } 0 < \eta < \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \exp \left[-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \arctan \left(\frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{2\eta^2-1} \right) \right], & \text{Si } \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \eta \leq 1 \\ \exp \left[-\frac{\eta}{\sqrt{\eta^2-1}} \ln \left(\frac{\eta + \sqrt{\eta^2-1}}{\eta - \sqrt{\eta^2-1}} \right) \right], & \text{Si } \eta \geq 1 \end{cases} \quad (3.10)$$

- iv. Mientras que E^* , R^* y m^* corresponde a las propiedades efectivas definidas por las siguientes relaciones.

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{R^*} = \begin{cases} \frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2}, & \text{entre partículas} \\ \frac{2}{R_1}, & \text{entre partícula y frontera} \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{m^*} = \begin{cases} \frac{2}{m_1} + \frac{2}{m_2}, & \text{entre partículas} \\ \frac{2}{m_1}, & \text{entre partícula y frontera} \end{cases} \quad (3.13)$$

Donde los subíndices 1 y 2 hacen referencia a las partículas en contacto i y j o a la partícula i y a la frontera j .

La fuerza tangencia (F_T) está definida como:

$$F_{\tau} = -\mu F_n \left(1 - \zeta^{\frac{3}{2}}\right) \frac{\delta_{\tau}}{|\delta_{\tau}|} + \eta_{\tau} \sqrt{\frac{6\mu m^* F_n}{\delta_{\tau, max}}} \zeta^{\frac{1}{4}} \dot{\delta}_{\tau} \quad (3.14)$$

Con:

$$\zeta = 1 - \frac{\min(|\delta_{\tau}|, \delta_{\tau, max})}{\delta_{\tau, max}} \quad (3.15)$$

Donde:

- i. δ_{τ} corresponde al traslapo en la dirección tangencial del contacto, mientras que $\dot{\delta}_{\tau}$ corresponde a su velocidad.
- ii. μ corresponde al coeficiente de fricción estático o dinámico, dependiendo si se produce o no deslizamiento en el contacto.
- iii. $\delta_{\tau, max}$ corresponde al traslapo tangencial máximo donde las partículas comienzan a deslizar entre ellas.
- iv. η_{τ} es la relación de amortiguamiento tangencial, relacionada con el coeficiente de restitución (e) y definida como:

$$\eta_{\tau} = -\ln\left(\frac{e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}}\right) \quad (3.16)$$

Por lo tanto, la fuerza de contacto (F_{ij}) queda definida como:

$$F_{ij} = F_{n_{ij}} + F_{\tau_{ij}} \quad (3.17)$$

Además, el modelo desarrollado considera también un modelo de resistencia a la rodadura, que representa la resistencia o fricción de rodadura de las partículas, a través de un par (M_r^t) que surge de la asimetría de la distribución de la presión de contacto, y es ocasionada por distintas fuentes, tales como la forma de la partícula, deformación plástica alrededor del contacto, micro deslizamientos, entre otros [14]. Específicamente para este caso se utiliza el Type C de Ansys Rocky, el cual está definido como:

$$M_r^t = \min(|M_{r,e}^t|, M_{r,lim}) \frac{M_{r,e}^t}{|M_{r,e}^t|} \quad (3.18)$$

Donde:

- i. $M_{r,e}^t$ corresponde a la componente elástica del par de resistencia a la rodadura y se define como:

$$M_{r,e}^t = M_r^{t-\Delta t} - K_r w_{rel} \Delta t \quad (3.19)$$

Con K_r igual a la rigidez a la rodadura, w_{rel} corresponde al vector de velocidad angular relativa, que se define como la diferencia entre las velocidades angulares de dos partículas en contacto o la velocidad angular de una partícula con relación a una frontera y Δt corresponde al paso de tiempo de la simulación

- ii. $M_{r,lim}$ corresponde al momento de rodadura limite que se alcanza en el ángulo de movilización de la partícula, y está definido como:

$$M_{r,lim} = \mu_r R^* F_n \quad (3.20)$$

Donde μ_r corresponde al coeficiente de resistencia a la rodadura.

Por último, el paso de tiempo del solucionador del modelo DEM está definido para el caso donde se modela la fuerza normal mediante el método Hertziano resorte-amortiguador como:

$$\Delta t_{DEM} = \frac{\pi}{2N_{\Delta t}^t} \min \left(\sqrt{\frac{m^*}{K_H}} \right) \quad (3.21)$$

Donde, $N_{\Delta t}^t$ corresponde al valor mínimo de pasos de tiempo por ciclo de carga y tiene un valor de 15, además la rigidez de contacto normal (K_H) se estima considerando un traslapo máximo del 10% del radio efectivo y la evaluación del termino $\left(\sqrt{\frac{m^*}{K_H}} \right)$ se evalúa para todas las posibles combinaciones entre partículas y entre una partícula y frontera.

3.4 Acoplamiento DEM-MBD

El acoplamiento del modelo DEM-MBD se desarrolla a través de la interfaz de maqueta funcional (FMI), herramienta informática que define un contenedor y una interfaz para intercambiar modelos de simulación utilizando una combinación de archivos XML, binarios y código C, distribuidos como un archivo ZIP con la extensión *.fmu*. Este contenedor de archivos se denomina unidad de maqueta funcional (FMU).

En específico la FMI utilizada en este trabajo corresponde a la versión 2.0, la cual permite importar a Ansys Rocky un archivo FMU, el cual contiene la geometría, los contactos, las articulaciones y los movimientos definidos previamente en Ansys Motion que conforman el modelo MBD, además de los recursos necesarios para resolver la ecuación del movimiento.

Debido a que los solucionadores de los modelos MBD y DEM son completamente distintos, donde la resolución del modelo MBD se realiza en pasos de tiempo variables, a diferencia del modelo DEM que se resuelve en pasos de tiempos fijos, se deben tener presente los intervalos de comunicación entre ambos modelos. Para ello se establece un factor de comunicación (n), que establece la relación entre

el paso de tiempo máximo en la resolución del modelo MBD (Δt_{MBD}) y el paso de tiempo de simulación del modelo DEM (Δt_{DEM}), definida como:

$$\Delta t_{MBD} \leq n\Delta t_{DEM} \quad (3.22)$$

Esta relación depende del paso de tiempo del modelo DEM, el cual en Ansys Rocky se calcula por la Ecuación (3.21). Para determinar el valor de n se debe evaluar la precisión de la resolución del modelo acoplado [15], pero debido a que la precisión del modelo numérico se evalúa mediante la comparación directa con las mediciones experimentales, y su calibración se realiza a través de la variación de los parámetros que definen el modelo MBD y posteriormente los parámetros del modelo DEM, se eligió este valor igual a 100, valor predefinido en Ansys Rocky que cumple con la relación de la Ecuación (3.22).

CAPÍTULO 4: Calibración de parámetros

En este capítulo se desarrolla la calibración de los parámetros físicos, de contacto y de material que permiten modelar numéricamente el comportamiento dinámico del sistema.

4.1 Parámetros del modelo MBD

Para definir el modelo dinámico del banco de ensayos es necesario contar con las características físicas del mismo, tal como lo son la masa total (m_t), la masa vibratoria efectiva (m_v), la rigidez de su elemento elástico (k) y el amortiguamiento (c) del sistema.

El banco de ensayos tiene una masa total (m_t) de 1.702 kg, con una masa vibratoria efectiva (m_v) de 1.135 kg. Por otro lado, para determinar la constante del resorte en una primera instancia se llevó a cabo un ensayo de compresión a través de una máquina universal Zwick Roell Z005, obteniendo una constante para el resorte de 5179.4 N/m, pero este ensayo no considero la posterior instalación del resorte en el banco de ensayos, instalación que se lleva a cabo mediante dos soportes que alojan los extremos del resorte mediante interferencia, esto provoca que las espiras en contacto con los soportes no se compriman, lo que conlleva a una reducción de las espiras activas, que se traduce en un aumento en la constante del resorte, explicada por la relación teórica que la define como:

$$k = \frac{Gd^4}{8D^3N_a} \quad (4.1)$$

Donde, G corresponde al módulo de elasticidad cortante, d corresponde al diámetro del alambre, D corresponde al diámetro de las espiras y N_a corresponde a las espiras activas, una disminución de estas últimas se traduce en el aumento antes mencionado.

El amortiguamiento del sistema es provocado principalmente por la fricción existente en el contacto entre los elementos rodantes de los rodamientos lineales y los ejes guía, este se puede calcular de manera experimental mediante un ensayo de golpe y a través del método del decremento logarítmico, pero debido a los pequeños desplazamientos provocados en el ensayo y al amortiguamiento elevado para el sistema no es posible determinarlo por este método, principalmente porque el desplazamiento queda completamente opacado por el ruido electrónico del acelerómetro y las vibraciones se amortiguan de manera inmediata, lo que no permite analizar el decremento en las amplitudes del movimiento del sistema.

Por lo mismo, para determinar el amortiguamiento y la constante del resorte se realiza un barrido sinusoidal para caracterizar dinámicamente el movimiento del banco de ensayos, este barrido sinusoidal consiste en perturbar solo una frecuencia a la vez y medir la respuesta del sistema. El barrido se realiza entre 1 y 25 Hz, rango que contiene las frecuencias a evaluar experimentalmente y también contiene la frecuencia natural del sistema (f_n).

El barrido sinusoidal realizado se muestra en la Figura 4.1 (a), donde cabe destacar que, debido a que la amplitud del shaker, depende tanto de la masa evaluada como de la frecuencia, es complejo establecer una amplitud vibratoria experimental fija para todo el rango de evaluación, por lo mismo este gráfico muestra el cociente entre la amplitud vibratoria *peak* del conjunto móvil (Y_0) desarrollada por el sistema y la amplitud vibratoria *peak* entregado por el shaker (Y_s), con el fin de comparar el comportamiento del sistema entre frecuencias.

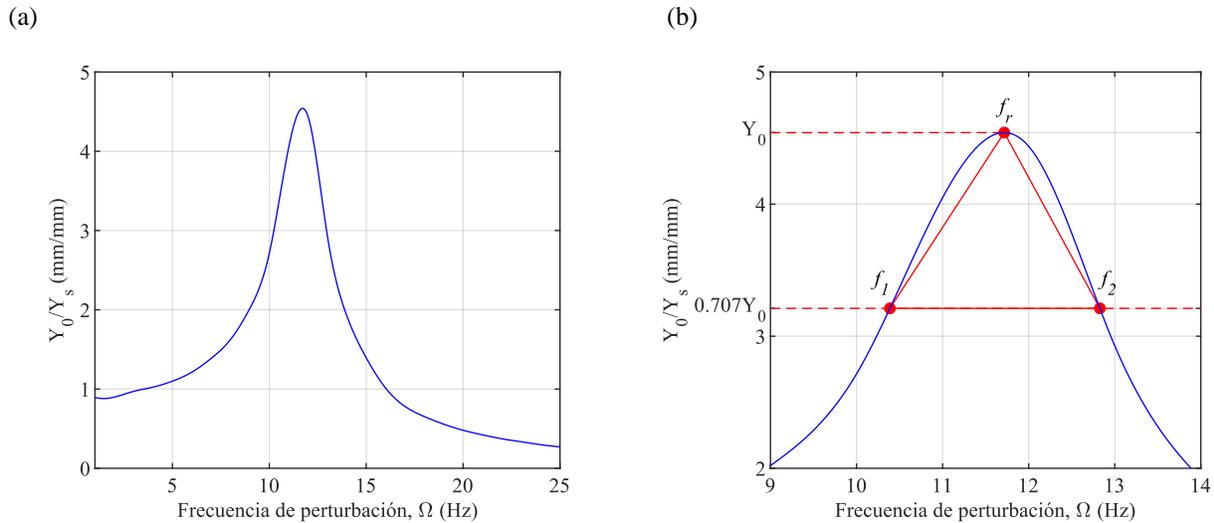


Figura 4.1: Caracterización dinámica del sistema: (a) barrido sinusoidal, (b) factor de amplificación.

Del gráfico de la Figura 4.1 (a), se puede apreciar claramente la tendencia de la respuesta vibratoria del sistema en el rango de frecuencias evaluado, en este gráfico se puede desprender que las amplitudes vibratorias del conjunto móvil aumentan a medida que se incrementa la frecuencia de perturbación del movimiento del shaker (Ω), alcanzando su máximo para una frecuencia de 11.716 Hz, para luego disminuir rápidamente a medida que la frecuencia de perturbación se sigue incrementando. Esta amplitud máxima que alcanza el sistema se desarrolla a la frecuencia de resonancia (f_r), la cual se relaciona con la frecuencia natural del sistema en relación con el amortiguamiento de este, por la siguiente relación:

$$f_r = f_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (4.2)$$

Donde, ξ corresponde al factor de amortiguamiento.

También del gráfico de la Figura 4.1 (a) se puede desprender el factor de amplificación (FA), que cuantifica el aumento de la respuesta estacionaria de un sistema ante una fuerza dinámica, en relación con la respuesta del sistema a una fuerza de igual magnitud, pero estática. Para obtener el factor de amplificación, es necesario encontrar los límites de la banda de potencia media, límites que se definen a 3 dB por debajo de la amplitud máxima obtenida en la frecuencia de resonancia [16], donde el factor de amplificación queda definido como:

$$FA = \frac{f_r}{f_2 - f_1} \quad (4.3)$$

Donde, f_1 y f_2 corresponde a la frecuencia de perturbación ubicadas en la banda de potencia media. Por otro lado, una reducción de 3 dB representa una disminución de 0.707 en la amplitud máxima, con cuyo valor es posible determinar las frecuencias buscadas, la cuales se muestran gráficamente en la Figura 4.1 (b). Entonces, con el factor de amplificación se puede determinar el factor de amortiguamiento mediante la siguiente relación:

$$FA = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (4.4)$$

Por lo tanto, al obtener el factor de amortiguamiento se determina la frecuencia natural del sistema a través de la Ecuación (4.2) y con ello también, la constante del resorte a través de la relación para la frecuencia natural de un sistema de un grado de libertad, definida como:

$$f_n = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_v}}}{2\pi} \quad (4.5)$$

Finalmente, el coeficiente de amortiguamiento queda definido como:

$$c = 2\xi\sqrt{m_vk} \quad (4.6)$$

Los valores obtenidos para los distintos parámetros buscados se resumen en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1: Parámetros modelo MBD.

Parámetro	Magnitud	Unidad
Factor de amplificación (FA)	4.804	-
Factor de amortiguamiento (ξ)	0.105	-
Frecuencia natural (f_n)	11.847	Hz
Coefficiente de amortiguamiento (c)	17.742	Ns/m
Constante del resorte (k)	6288.866	N/m

4.2 Parámetros del modelo DEM

Para la implementación del modelo DEM es necesario definir las propiedades mecánicas de los materiales constitutivos de los distintos elementos en interacción del sistema, los cuales corresponde a acero inoxidable para las partículas, aluminio 2017 para la estructura del banco de ensayos, y acrílico para el contenedor de partículas. Las propiedades mecánicas de estos materiales se obtienen de la literatura y se muestran en la Tabla 4-2.

Tabla 4-2: Propiedades mecánicas de los materiales.

Propiedad	Magnitud	Unidades	Fuente
Densidad del acero	7850	kg/m ³	[17]
Densidad del aluminio 2017	2790	kg/m ³	[18]
Densidad del acrílico	1200	kg/m ³	[17]
Módulo de Young del aluminio 2017	72400	MPa	[18]
Módulo de Young del acrílico	2200	MPa	[17]
Coefficiente de Poisson del acero	0.3	-	[17]
Coefficiente de Poisson del aluminio 2017	0.33	-	[18]
Coefficiente de Poisson del acrílico	0.37	-	[17]

Además de las propiedades mecánicas de los materiales, los modelos DEM depende en gran medida de la calibración de sus parámetros de contacto, para lo que se requiere de procedimientos de calibración precisos [19]. Estos parámetros permiten modelar las interacciones que se desarrollan en el sistema, y corresponden a los coeficientes de restitución (e), coeficientes de roce estático (μ_e) y dinámico (μ_d), y al coeficiente de resistencia a la rodadura (μ_r). La calibración de los coeficientes de roce y restitución se realiza de manera experimental, mientras que el valor del coeficiente de resistencia a la rodadura se obtiene de [20] y tiene un valor de 0.01.

En la calibración del coeficiente de restitución, se deben de diferenciar dos tipos de contactos existentes en el sistema, por un lado, se tiene el contacto entre partículas para cuyo caso la calibración se desarrolla a través de la implementación de un sistema de doble péndulo [21], mientras que para el contacto entre partícula y frontera su calibración se desarrolla a través de la caída libre de una partícula [22]. La calibración de los coeficientes de fricción estáticos y dinámicos se realiza mediante ensayos de plano inclinado.

Los resultados promediados a partir de 7 evaluaciones distintas para cada uno de los parámetros descritos se muestran en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3: Parámetros de contacto calibrados experimentalmente.

Parámetro	Acero – Acero	Acero - Aluminio	Acero - Acrílico
Coefficiente de fricción estático (μ_e)	0.229	0.307	0.313
Coefficiente de fricción dinámico (μ_d)	0.174	0.228	0.257
Coefficiente de restitución (e)	0.939	0.509	0.416

Otro parámetro que se calibra de manera experimental es el Módulo de Young de las partículas, parámetro que influye en la fuerza de interacción entre partículas, y entre las partículas y fronteras, pero, también en el paso de tiempo de simulación de DEM. Su calibración se desarrolló a través de la comparación directa de un ensayo de compresión experimental realizado en una máquina universal Zwick Roell Z005 con una velocidad de avance de 1 mm/min, con un modelo DEM que lo replica,

esto con el fin de aproximar su valor real, para evitar una sobre o subestimación de las fuerzas calculadas en DEM.

El modelo DEM implementado se muestra en la Figura 4.2, donde la prensa superior avanza a una velocidad de 1 mm/min hacia la partícula, los parámetros del material utilizados en esta simulación corresponden a las propiedades del acero mostrados en la Tabla 4-2 y en la Tabla 4-3, además para las prensas se utilizó un Módulo de Young de 208000 MPa y la partícula tiene un diámetro de 6.38 mm.

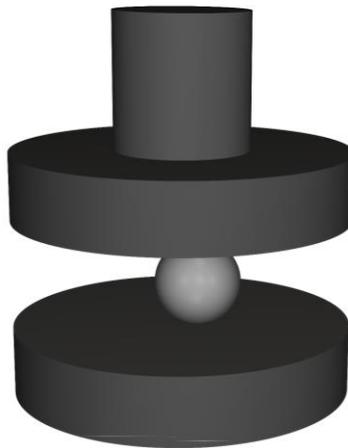


Figura 4.2: Ensayo de compresión implementado en DEM.

Los resultados de los ensayos experimentales y simulaciones se muestran en la Figura 4.3, donde la curva experimental corresponde al promedio de 3 ensayos, de este gráfico se concluye que la comparación entre la curva experimental en relación con las simulaciones no permite una aproximación directa del módulo de Young, principalmente porque el comportamiento de la fuerza en relación con el desplazamiento de la prensa difiere en su forma. Por lo mismo se revisó la literatura presente para la elección del módulo de Young en simulaciones DEM.

En la literatura la elección del módulo de Young tiene dos principales formas de elección, por un lado, se utiliza el valor real del módulo en los casos que donde se cuenta con él, mientras que la segunda forma consiste en definir un valor de rigidez normal controlando el traslapo máximo en la interacción entre partículas y entre partículas y fronteras, este último enfoque se sustenta en el hecho de que mientras los traslapos estén en el orden de 0.1 - 0.5% del diámetro de la partícula, la fuerza de interacción no depende directamente de la rigidez de la partícula [23], esta última metodología permite disminuir de manera sustancial el paso de tiempo de simulación de DEM.

Entonces como no se conoce el valor real de módulo de Young del material de las partículas, pero si se conoce la curva de compresión de las partículas, se buscar calibrar el mismo mediante una combinación de ambos enfoques.

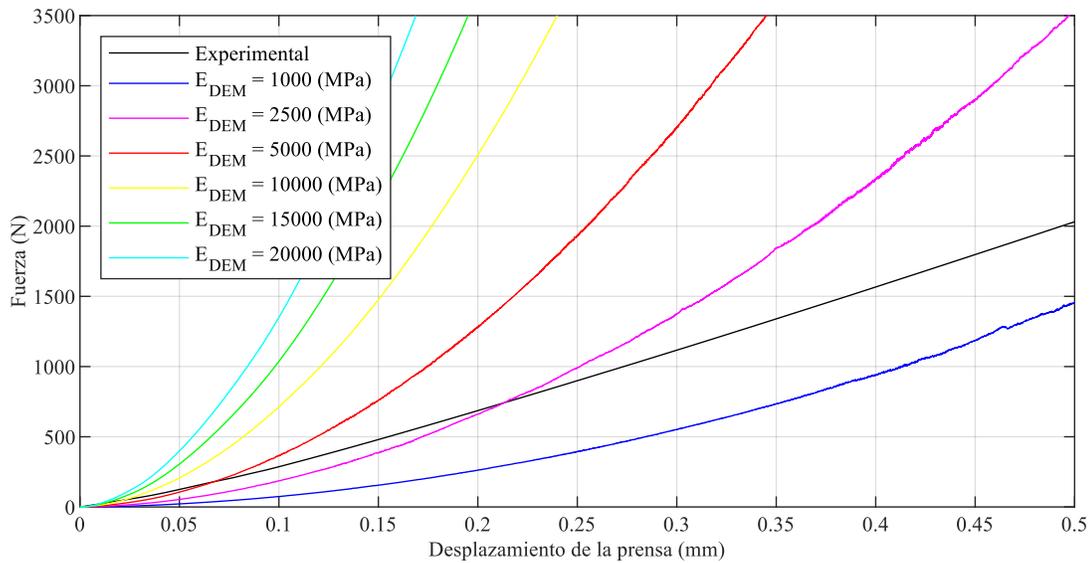


Figura 4.3: Resultados ensayos de compresión.

Por lo mismo, para seleccionar el mejor módulo de Young entonces se analiza el rango objetivo de traslazo definido anteriormente, que está comprendido entre 0.00638 y 0.0319 mm, lo que en el gráfico de la Figura 4.3 corresponde a un movimiento total de la presa de 0.0160 mm, esto debido a que, al ser la partícula comprimida por ambos extremos, su traslazo total es el doble del desplazamiento de la prensa. Este acercamiento nos permite aproximar de mejor manera el coeficiente, ya que independiente de que a mayores traslazos la evaluación numérica del módulo difiera enormemente de lo experimental, el rango real de evaluación no pasara del 0.5% del diámetro de la partícula.

En la Figura 4.4 se muestra la comparación de los resultados del ensayo de compresión limitados al rango de traslazos definido, donde se aprecia claramente que a diferencia de los gráficos de la Figura 4.3, los valores más representativos del módulo de Young corresponden al rango entre 10000 a 12500 MPa. En específico se elige el valor de 12500 MPa.

Para ratifica el valor seleccionado, en la literatura se establece también que los traslazos deben mantenerse inferiores al 0.3% del radio de la partícula (o 1.5% del diámetro) o mantener el módulo de corte por encima de 10 MPa [24], el cual se relaciona con el módulo de Young mediante la Ecuación (4.7) y para este caso específico entrega un valor de 4808 MPa, el cual es muy superior al límite establecido, lo que confirma una buena aproximación para el módulo de Young.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.7)$$

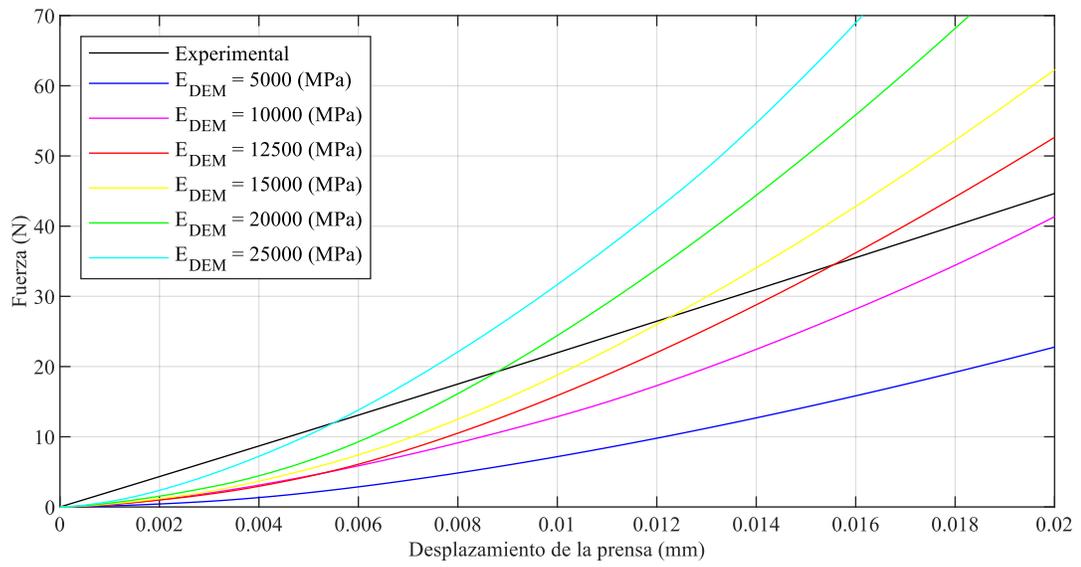


Figura 4.4: Resultados ensayos de compresión, evaluados para el rango estimado de traslajos en las simulaciones.

CAPÍTULO 5: Resultados experimentales

En este capítulo se presenta el montaje experimental del banco de ensayos y se analizan las mediciones realizadas, con el fin de extraer la información necesaria para entender el movimiento vibratorio del sistema y establecer las condiciones de simulación.

5.1 Montaje experimental y ensayos realizados

En la Figura 5.1 se muestra el montaje experimental del banco de ensayos junto a los equipos de medición y monitoreo necesarios para la realización de las pruebas experimentales y adquisición de variables relevantes para el posterior análisis del sistema.

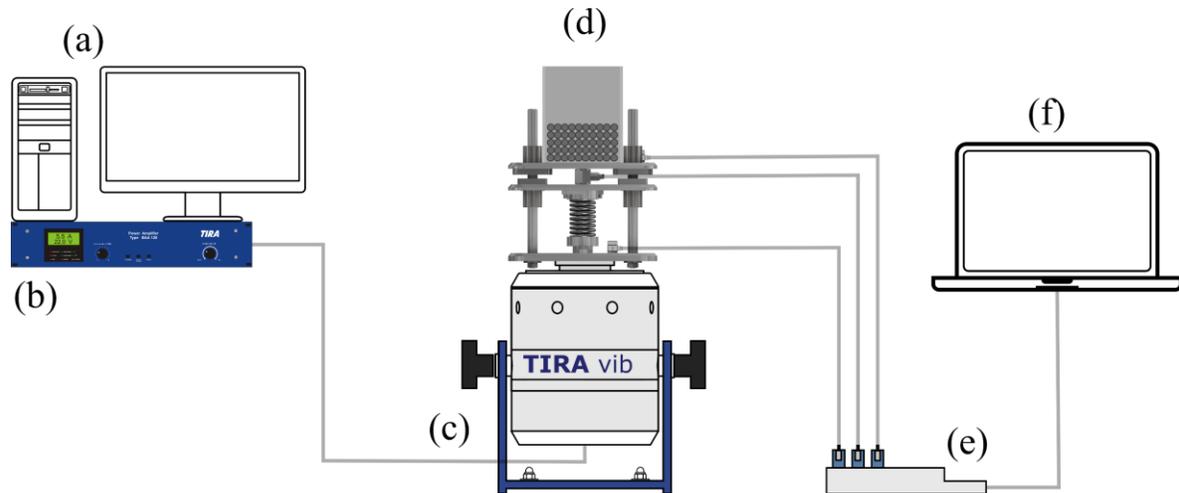


Figura 5.1: Montaje experimental del banco de ensayos: (a) Computador, (b) Amplificador, (c) shaker, (d) banco de ensayos, (e) DAQ, (f) laptop.

La realización de las mediciones experimentales consta de dos etapas, la primera de ella consiste en la generación del movimiento de la base fija del banco de ensayos, esta comienza con la definición de la curva sinusoidal del movimiento del shaker dada por la Ecuación (3.3), que es generada en el computador (a), y posteriormente es enviada al equipo Power Amplifier DA 200 (b) encargado de amplificar y establecer la amplitud vibratoria del movimiento, esta señal posteriormente es enviada al shaker vibration exciter S 51110 (c) el cual la transmite al conjunto fijo del banco de ensayos (d).

La segunda etapa del procedimiento experimental corresponde a la medición de las variables de interés del banco de ensayos (d), variables que corresponden a la medición de la aceleración de la base fija, a la aceleración del conjunto móvil y a la fuerza dinámica sobre el banco de ensayos, los sensores encargado de esta medición están conectados al DAQ NI cDAQ-9172 (e), mediante un módulo NI-9234, estas mediciones son enviadas a la laptop (f) donde son visualizadas a través del software

LabVIEW y que posteriormente serán exportadas para su análisis. Adicionalmente se cuenta con una cámara digital que graba el movimiento vibratorio del banco de ensayos y permite una visualización del movimiento de las partículas dentro del contenedor.

Los ensayos realizados se dividen en 3 grupos, el primero corresponde a los ensayos que permitirán evaluar el comportamiento del modelo numérico, donde se evalúa el sistema para distintas frecuencias y condiciones de carga. Los posteriores dos grupos de ensayos permitirán analizar el comportamiento de la fuerza, en función de la frecuencia y amplitud del movimiento del shaker, respectivamente.

La frecuencia de perturbación (Ω) y la amplitud *peak* del desplazamiento del shaker (Y_s) corresponden a los principales factores de operación a evaluar. Para establecer las frecuencias de perturbación se tomó en cuenta las frecuencias de operación en harneros vibratorios con el fin de representar de mejor manera estos equipos, donde se concluyó que estas varían entre 10 y 20 Hz [3, 4, 6, 9], pero se busca trabajar en todos los casos por sobre 15% de la frecuencia natural del sistema con el fin de evitar las grandes amplitudes vibratorias que se desarrollan alrededor de esta, tal como se muestra en la curva de la Figura 4.1.

Por lo tanto, se decidió evaluar el sistema a 14, 17 y 20 Hz, mientras que la amplitud de este movimiento quedará determinada por el caso que se evalúa, debido a que la misma depende de la frecuencia y la masa evaluada. Por último, estos ensayos se evalúan primeramente en vacío, para posteriormente evaluarlos con cargas de partículas de 0.4, 0.8, 1 y 1.2 kg.

5.2 Análisis de mediciones experimentales

Para realizar la comparación con el modelo numérico desarrollado, es necesario primero obtener las condiciones de cada una de las mediciones experimentales realizadas, además de entender el movimiento vibratorio del sistema con el fin de determinar las variables representativas de su movimiento.

Antes del análisis de las mediciones, estas se evalúan y se limitan solo a un estado estacionario del sistema, para lo que se establece una duración de 7 segundos para todas las mediciones con el fin de eliminar los periodos transitorios, que corresponde principalmente al inicio y al final de las pruebas, donde se ajustan los parámetros característicos del movimiento. Cabe destacar que la elección de este tiempo de evaluación corresponde al tiempo donde todas las mediciones realizadas cumplen con un comportamiento estacionario.

La evaluación de las mediciones se realiza mediante la transformada rápida de Fourier (FFT), fórmula matemática que permite analizar las mediciones en el dominio de frecuencias y caracterizarlas según sus componentes en este dominio, las mediciones se registraron a una frecuencia de muestreo de 25600 Hz, lo que entrega una resolución en el espectro de 0.143 Hz. Por otro lado, la integración para obtener el espectro de velocidad y de desplazamiento se realiza de manera digital.

A las señales de aceleración se le aplico un filtro pasa alto con una frecuencia de corte de 0.4Ω , esto con el fin de eliminar las componentes de baja frecuencia que corresponde a ruido electrónico del acelerómetro, que al realizar la integración digital a pesar de su baja amplitud generan componentes irreales de gran amplitud en las frecuencias cercanas a cero, provocadas por la división de un valor pequeño.

5.2.1 Condiciones de simulación

Tal como se ha explicado anteriormente la amplitud vibratoria entregada por el shaker depende de la masa y frecuencia evaluada, además su movimiento se define por la Ecuación (3.3), de las mediciones experimentales, específicamente de la medición de la aceleración del conjunto fijo se extraen las amplitudes *peak* (Y_s) y la frecuencia de perturbación (Ω) que permiten establecer las condiciones para cada una de las simulaciones a realizar.

Las condiciones de simulación se muestran en la Tabla 5-1 para las simulaciones que permiten evaluar el comportamiento del sistema, mientras que en la Tabla 5-2 se muestran las condiciones de simulación para el posterior análisis de la fuerza. Además, también se detalla la cantidad de masa de partículas (m_p) evaluada en cada una de las pruebas experimentales realizadas.

Tabla 5-1: Condiciones de simulación para el análisis del modelo DEM-MBD.

Ensayo experimental /Simulación	Frecuencia de perturbación, Ω (Hz)	Masa de partículas, m_p (kg)	Amplitud vibratoria del shaker, Y_s (mm)
1	14	0	0.58704
2	14	0.4	2.01112
3	14	0.8	3.67275
4	14	1.2	4.41332
5	17	0	0.80537
6	17	0.4	3.98393
7	17	0.8	4.50458
8	17	1.2	4.65825
9	20	0	0.85666
10	20	0.4	4.80170
11	20	0.8	4.78745
12	20	1.2	4.89801

Tabla 5-2: Condiciones de simulación para el análisis del comportamiento de la fuerza.

Ensayo experimental / Simulación	Frecuencia de perturbación, Ω (Hz)	Masa de partículas, m_p (kg)	Amplitud vibratoria del shaker, Y_s (mm)
13	14	1	1.41131
14	14	1	2.48408
15	14	1	3.72694
16	14	1	3.59461
17	17	1	3.46098
18	20	1	3.78142

5.2.2 Análisis del movimiento vibratorio del sistema

Al analizar las vibraciones del conjunto móvil, para los casos sin partículas (mediciones experimentales 1, 5 y 9 de la Tabla 5-1), casos que corresponden solo al modelo dinámico, se tiene que el comportamiento vibratorio del sistema corresponde a un movimiento sinusoidal caracterizado principalmente por la frecuencia de perturbación (Ω).

En la Figura 5.2 (a) se muestra la señal captada por el acelerómetro para una frecuencia de evaluación de 14 Hz, mientras que en la figura (b) se muestra el espectro de aceleración, donde se aprecian algunos armónicos, de la frecuencia fundamental (1X), pero estos son insignificantes en amplitud y no tienen un aporte significativo al movimiento. Cabe destacar que solo los armónicos que sean a lo menos en amplitud un 10% de la componente principal 1X son considerados en el análisis debido a que si representan una contribución al movimiento vibratorio.

En la Figura 5.2 (c) y (d) se muestran los espectros de velocidad y desplazamiento, donde se ratifica que el comportamiento vibratorio del sistema queda descrito solamente por la componente fundamental, para los casos evaluados a 17 y 20 Hz este comportamiento es idéntico.

Por otro lado, al analizar el sistema con partículas encontramos que su comportamiento vibratorio difiere completamente del antes descrito, esto porque las vibraciones ya no tienen un comportamiento sinusoidal, si no que más bien poseen una vibración periódica, caracterizada por transientes de amplitud variable que suceden a la misma frecuencia de perturbación. En la Figura 5.3 (a) se muestra la aceleración del conjunto móvil para la medición experimental a 14 Hz y con 1.2 kg de partículas.

En la Figura 5.3 (b) se muestra el espectro de aceleración, donde se puede observar cómo estas vibraciones del conjunto móvil contienen componentes significativas en todo el rango de frecuencias evaluado. Ahora bien, en la figura (c) se muestra el espectro de velocidad donde se aprecian múltiples armónicos de la componente fundamental, pero solo hasta el armónico 3X representan una contribución significativa del movimiento, ya que la magnitud de esta componente corresponde al 11.55% de la amplitud de la 1X.

Por otro lado, en la Figura 5.3 (d) se muestra el espectro de desplazamiento donde se aprecia que el movimiento del sistema queda descrito solo por la componente principal 1X. Este comportamiento

descrito se repite en la mayoría de los casos con partículas, y solo con variaciones en la amplitud de las componentes en los espectros de aceleración y velocidad.

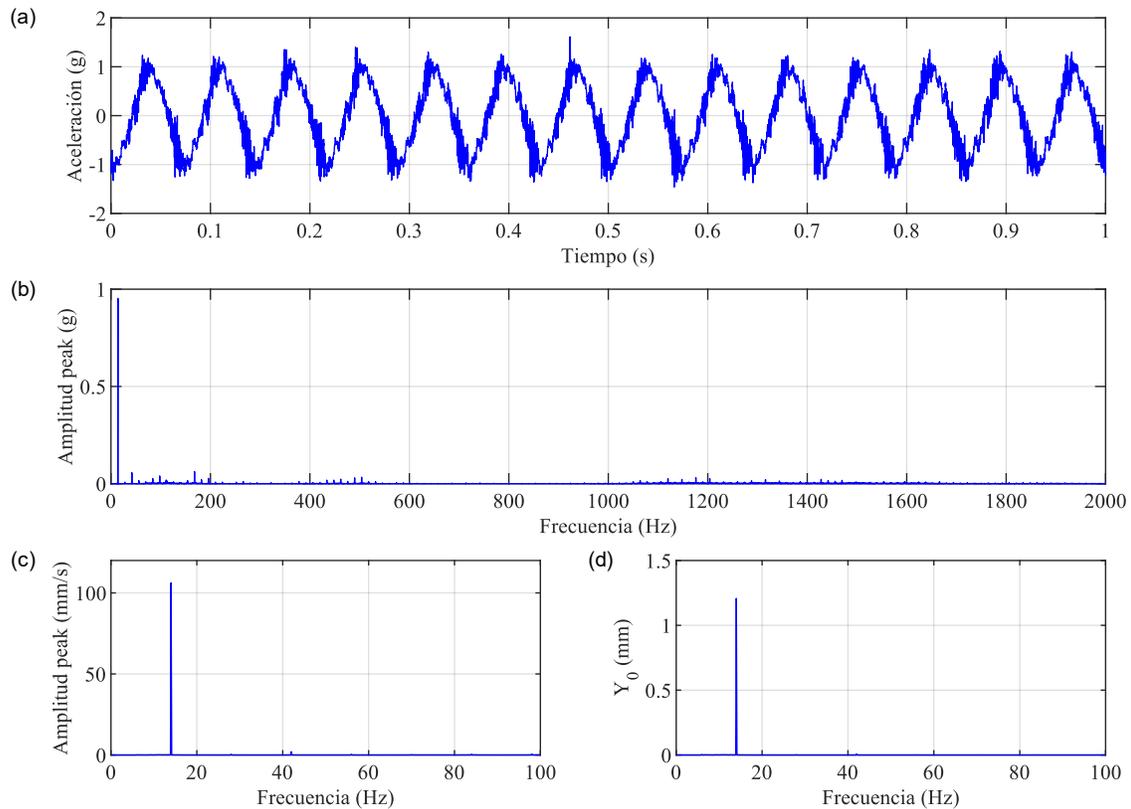


Figura 5.2: Medición experimental para una frecuencia de evaluación de 14 Hz y sin partículas: (a) aceleración medida, (b) espectro de aceleración, (c) espectro de velocidad, (d) espectro de desplazamiento.

El comportamiento presentado para el sistema con partículas requiere un análisis más detallado para determinar la influencia en el comportamiento dinámico que tienen las transientes presentes en la señal de aceleración, por lo mismo se pone especial énfasis en determinar que causa este comportamiento dentro del banco de ensayos y como afecta en el movimiento vibratorio del mismo.

Entonces al analizar todos los casos con partículas, encontramos que en las mediciones experimentales 13, 14 y 15 de la Tabla 5-2, mediciones realizadas con el propósito de determinar la influencia de la amplitud vibratoria en la fuerza estudiada, que a menor desplazamiento del contenedor, la amplitud de estas transientes se atenúan notablemente, esto se puede observar en las gráficas (a), (c) y (e) de la Figura 5.4, incluso para la amplitud vibratoria mínima, la señal de aceleración muestra un comportamiento sinusoidal que a medida que aumenta la amplitud vibratoria queda totalmente escondido en las transientes que aparecen en la señal.

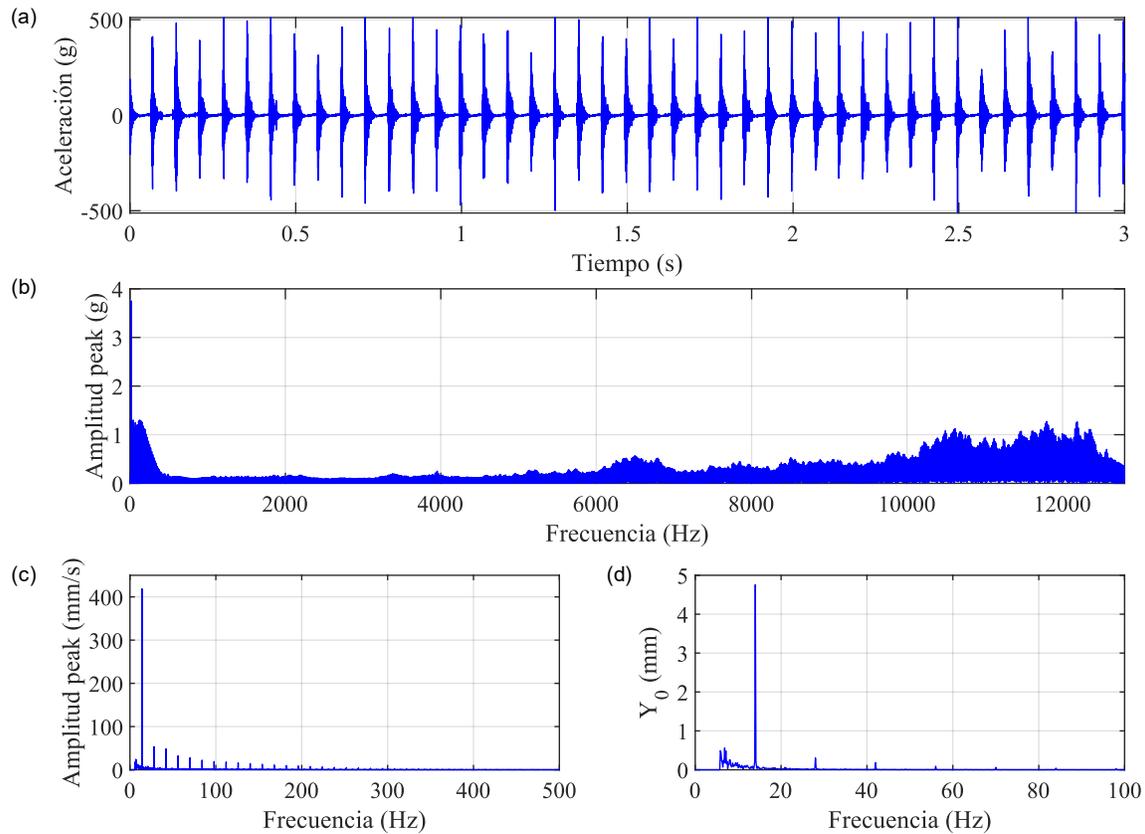


Figura 5.3: Medición experimental para una frecuencia de evaluación de 14 Hz, con una carga de partículas de 1.2 kg: (a) aceleración medida, (b) espectro de aceleración, (c) espectro de velocidad, (d) espectro de desplazamiento.

En la Figura 5.4 (b), (d) y (e) se muestran los espectros de aceleración de estos casos evaluados, donde se aprecia claramente como al aumentar la amplitud vibratoria del conjunto móvil aparecen las componentes de amplitud variables a lo largo del espectro. Por lo tanto, podemos concluir de estos casos que estas transientes se relacionan directamente con la amplitud vibratoria del movimiento, y no con la carga de partículas.

Entonces al analizar una de estas transientes encontramos que tienen una atenuación característica y se asemejan a una falla en pista interna de un rodamiento [25], falla caracterizada por producir variaciones periódicas significativas en la amplitud de la aceleración cada vez que un elemento rodante pasa por un defecto en la pista y que son atenuadas rápidamente por el amortiguamiento del sistema.

Los rodamientos utilizados son lineales, lo que implica que la pista interna de los mismos corresponde a los ejes guía del banco de ensayos, por lo mismo se examinan estos y se encuentra que tienen completamente marcadas las pistas de los elementos rodantes. Además, hay que destacar que cada rodamiento tiene 4 hileras de elementos rodantes, con 8 elementos en cada una de ellas y se utilizan en total 8 rodamientos, por lo que es de esperar que estos perturben un gran rango de frecuencias y

que su influencia depende en gran medida del desplazamiento de estos, es decir, de la amplitud vibratoria del sistema.

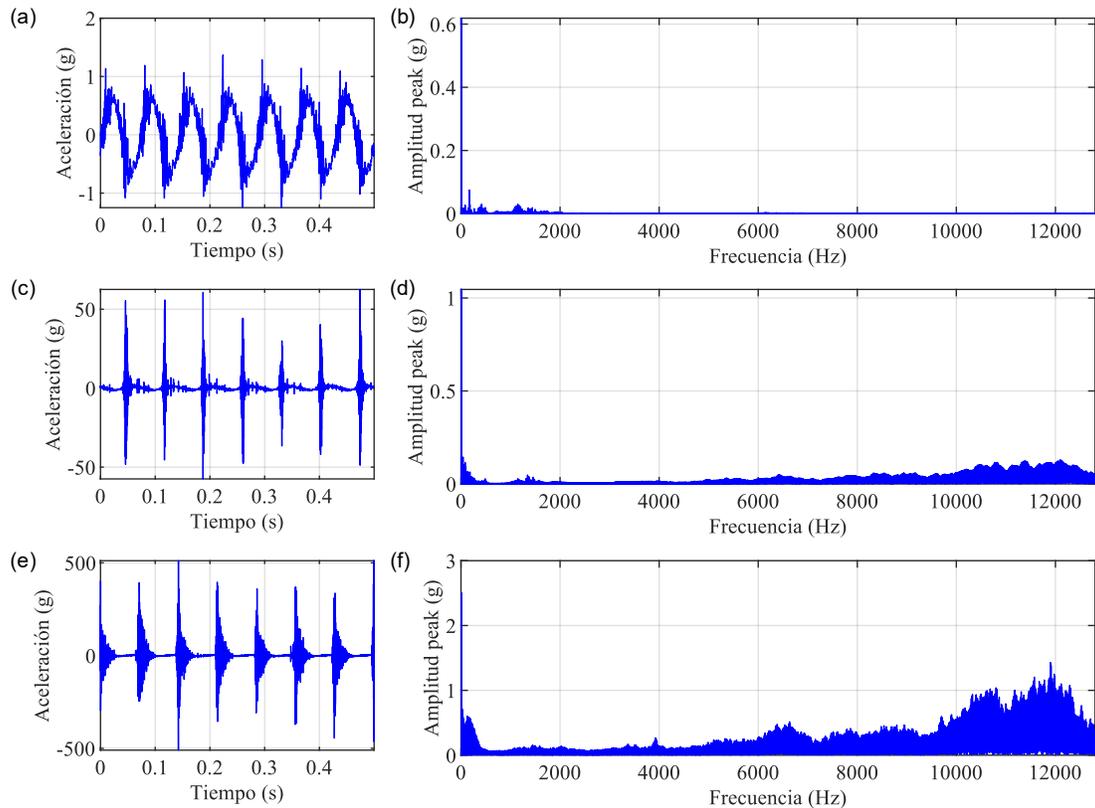


Figura 5.4: Señal y espectros de aceleración para una frecuencia de perturbación de 14 Hz y distintas amplitudes vibratorias, para una masa fija de partículas de 1 kg: (a) señal para $Y_0 = 0.784$ mm, (b) espectro para $Y_0 = 0.784$ mm, (c) señal para $Y_0 = 1.326$ mm, (d) espectro para $Y_0 = 1.326$ mm, (e) señal para $Y_0 = 3.170$ mm, (f) espectro para $Y_0 = 3.170$ mm.

El desgaste excesivo y prematuro de los ejes se debe a la elección del material, que corresponde a aluminio, mientras que las bolas son de acero, por lo mismo, se desarrolla el desgaste del material más blando correspondientes a los ejes. La elección de los ejes de aluminio se debió a la limitante de peso que tiene el banco de ensayos, ya que elegir estos de acero implicaba un aumento en el peso de cada uno de los ejes de 197%.

Por último, se decide que la comparación con los resultados de las simulaciones se realiza en función de la amplitud vibratoria del conjunto móvil (Y_0), de acuerdo con el error relativo porcentual en su estimación, por lo tanto, este error queda definido como:

$$Error_{1X}(\%) = \frac{Y_{si} - Y_{sei}}{Y_{sei}} \cdot 100 \quad (5.1)$$

Donde, Y_{si} corresponde a la amplitud vibratoria del conjunto móvil obtenida en la simulación i , mientras que Y_{sei} corresponde a la amplitud vibratoria del conjunto móvil obtenida en la medición experimental i .

Se decide por esta comparación porque como se demostró, el movimiento vibratorio del sistema queda completamente definido en el espectro de desplazamiento por la componente 1X, además permite observar cuando el modelo numérico sobreestima o subestima la amplitud vibratoria.

5.2.3 Análisis de la medición de fuerza

La fuerza medida experimentalmente (F_e) no corresponde solamente a la fuerza de impacto que ejercen las partículas sobre el sistema (F_{IP}), sino que además contiene la fuerza inercial del conjunto móvil (F_{ICM}), provocada por el movimiento vibratorio, entonces la fuerza medida experimentalmente queda definida como:

$$F_e = F_{IP} + F_{ICM} \quad (5.2)$$

Para realizar la comparación con la fuerza entregada por el modelo numérico es necesario trabajar antes estas mediciones. La fuerza inercial se puede aproximar mediante la medición de la aceleración del conjunto móvil (a_{CM}) y a través de la calibración de la masa captada por la celda de carga (m_{ICM}) [26], por lo tanto, despejando la fuerza de impacto de las partículas de la Ecuación (5.2) y reemplazando la fuerza de inercia, se tiene que la fuerza de impacto finalmente queda definida como:

$$F_{IP} = F_e - m_{ICM}a_{CM} \quad (5.3)$$

Para el caso del sistema evaluado sin partículas, se tiene que no existe fuerza de impacto, por lo tanto, de estos casos se puede obtener la masa inercial captada por la celda de carga. En la Figura 5.5 (a) se muestra la señal de fuerza medida para una frecuencia de evaluación de 20 Hz, la cual como era de esperar tiene un comportamiento sinusoidal a esta frecuencia correspondiente a la fuerza de inercia. Por otro lado, la señal de aceleración del conjunto móvil se muestra en el gráfico (b), de donde se aprecia que posee mucha mayor variación que la señal de fuerza en la medición.

La Figura 5.5 (c) y (d) muestran los espectros de fuerza y aceleración, respectivamente, donde se tiene que la señal de aceleración en este caso es descrita solo por la componente 1X, este hecho es importante porque permite eliminar parte del ruido presente en la fuerza resultante, principalmente porque este ruido en las mediciones es considerable y provoca que los resultados se vean perjudicados, ya que si se deja el ruido de la señal de aceleración en muchos caso este se termina sumando con el de la fuerza y genera componentes de gran amplitud que opacan las componentes reales de la fuerza.

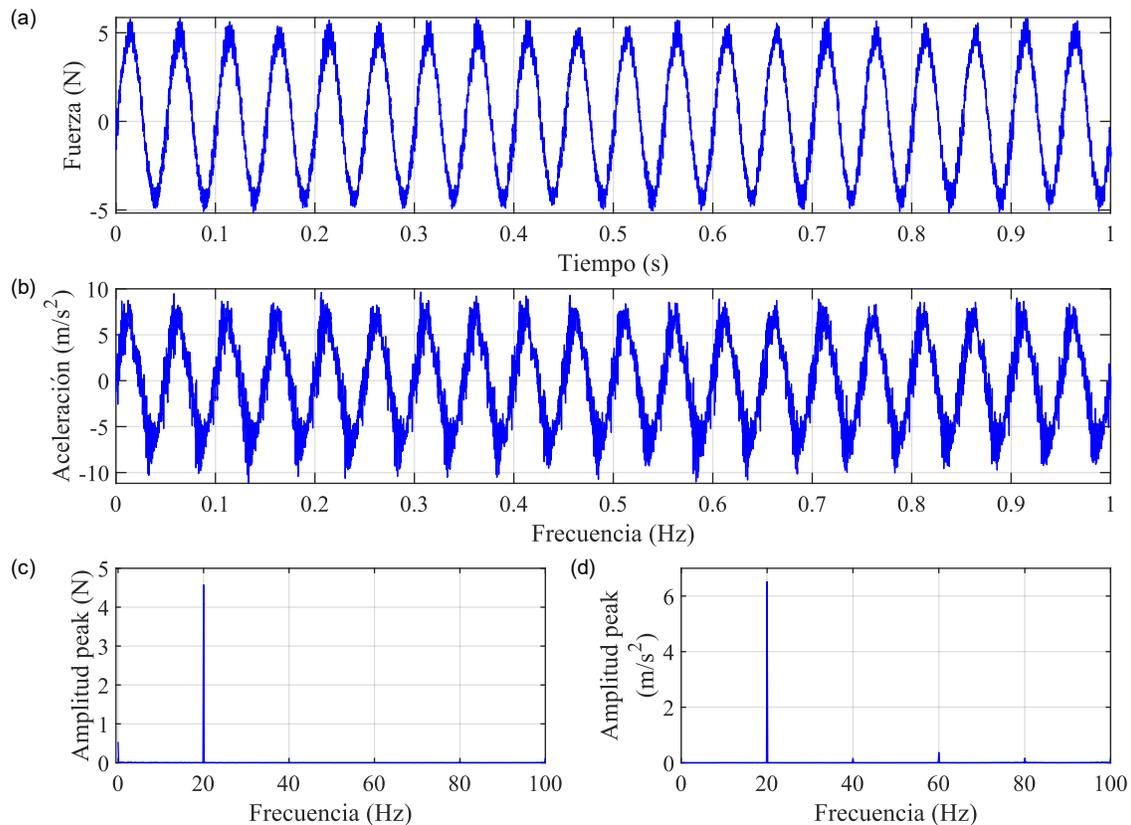


Figura 5.5: Fuerza y espectro para el sistema sin partículas evaluado a 20 Hz: (a) fuerza medida, (b) aceleración medida, (c) espectro de fuerza, (d) espectro de aceleración.

Para aproximar la fuerza de inercia se aplica un filtro pasa bajo con un límite de 500 Hz a la medición de fuerza, debido a que hasta esta frecuencia se logran apreciar en los demás casos algunos armónicos de la componente principal de la fuerza, por otro lado, en la señal de aceleración solo se considera la componente 1X.

En la Figura 5.6 se muestra la aproximación de la fuerza de inercia en comparación con la señal captada por la celda para una masa calibrada de 0.710 kg y una frecuencia de evaluación de 20 Hz, al restar ambas fuerzas se tiene que la señal resultante está caracterizada principalmente por el ruido electrónico correspondiente a la medición de fuerza, a pesar de ello la metodología utilizada entrega una buena aproximación considerando que en los casos con partículas la fuerza aumenta en amplitud y con ello este ruido electrónico en la medición se hace menos notorio.

Finalmente, evaluando la aproximación de la fuerza de inercia en los casos con partículas, se tienen dos casos característicos, por un lado, cuando la amplitud vibratoria es baja las partículas no se desprenden completamente del banco de ensayos y en consecuencia la fuerza resultante está caracterizada al igual que en el caso sin partículas por un señal sinusoidal, mientras que cuando las partículas si logran desprenderse del banco de ensayos, aparecen impactos de gran amplitud, en este último caso se centra el análisis.

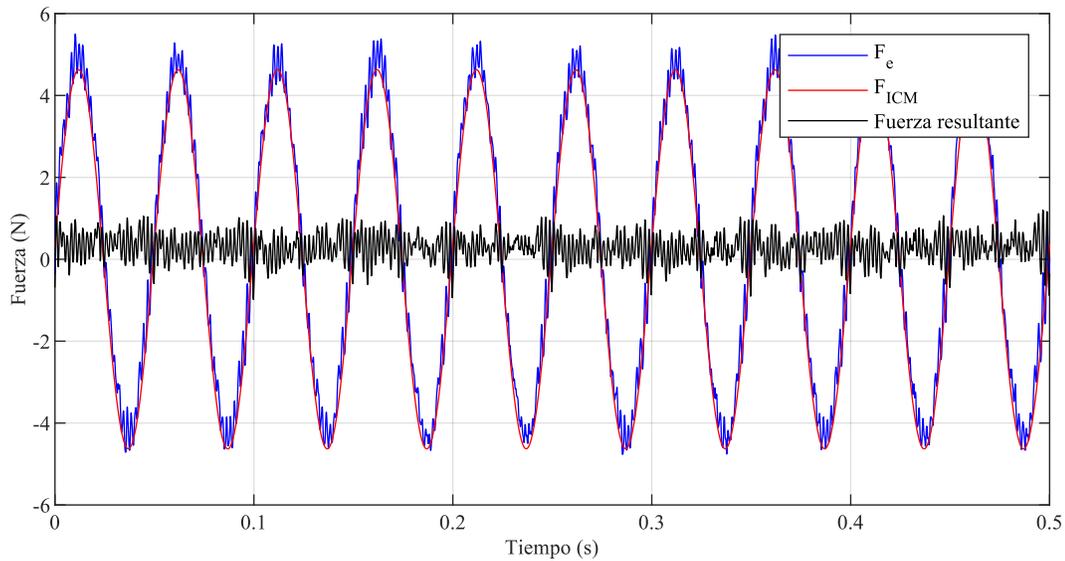


Figura 5.6: Aproximación de la fuerza de inercia para el sistema sin partículas y una frecuencia de evaluación de 20 Hz.

La fuerza de impacto resultante para el caso evaluado a 14 Hz y con 1.2 kg de partículas se muestra en la Figura 5.7, donde se aprecia que la señal presenta bastantes variaciones entre 0 y 15 N, estas variaciones son provocadas por el ruido electrónico en la medición de fuerza y a componentes de la fuerza inercial que no se logran eliminar solo con la componente principal de la aceleración utilizada, pero aun así la metodología usada entrega buenos resultados en la obtención de la fuerza de impacto a estudiar.

Esta variación en la fuerza de impacto se podría disminuir con la elección de una nueva celda de carga acorde con las amplitudes vibratorias de las fuerzas desarrolladas en el sistema, las cuales no superan los 250 N en ninguno de los casos evaluados y la celda utilizada tiene un límite de medición en compresión de 22240 N, límite que al considerar que la variación en la señal es porcentual a este, una disminución en el mismo se traduciría en tener una mejor medición en relación con el ruido de la señal.

En este caso la comparación con los resultados del modelo numérico se realiza por la comparación directa de las señales de fuerza y un análisis de espectros.

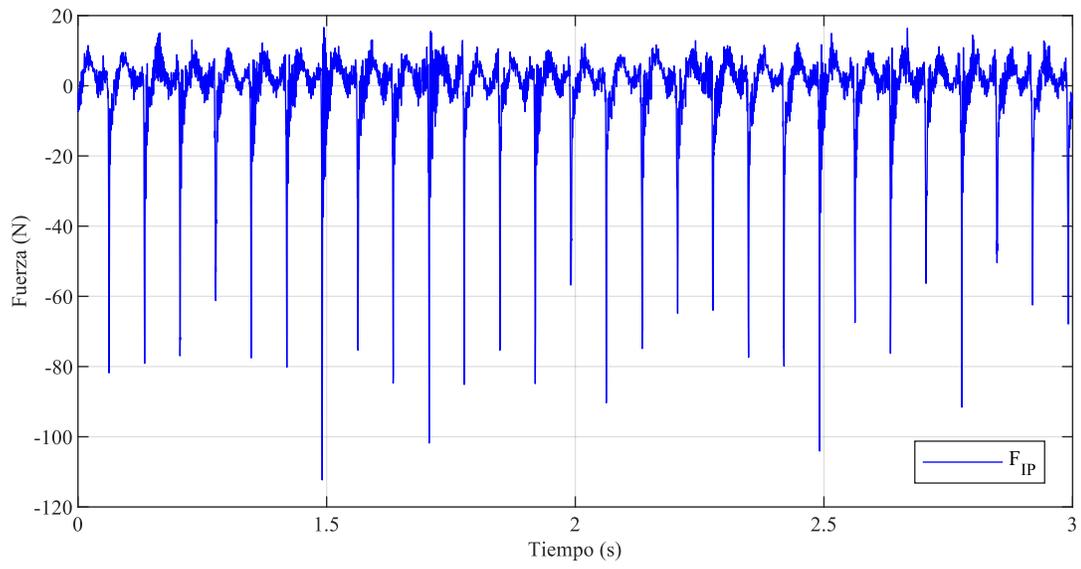


Figura 5.7: Fuerza de impacto experimental para una frecuencia de evaluación de 14 Hz y 1.2 kg de partículas.

CAPÍTULO 6: Resultados

En este capítulo se realiza la comparación entre los resultados experimentales y simulados con el fin de estudiar la precisión del modelo numérico desarrollado.

6.1 Evaluación de la precisión del modelo numérico

La evaluación del modelo numérico se lleva a cabo en dos etapas, primero se simula y compara el modelo MBD, ajustando sus parámetros en función de minimizar el error relativo porcentual en la amplitud vibratoria del conjunto móvil en relación con las mediciones experimentales, para posteriormente acoplar el modelo DEM-MBD y analizar sus resultados.

Las simulaciones consideran 10 segundos de evaluación, de donde se tiene que en los primeros 3 segundos el sistema se estabiliza, esto debido a que las partículas se crean en el instante cero a través de un volumen de control ubicado en el contenedor de manera instantánea e impactan el banco de ensayos generando un movimiento vibratorio en el mismo. Además, en este mismo instante de tiempo comienza el movimiento del shaker, por lo tanto, solo se extraen los últimos 7 segundos de cada simulación para realizar la comparación con las mediciones experimentales, tiempo donde el sistema en todas las simulaciones se encuentra en un estado estacionario.

6.1.1 Validación modelo MBD

Al comprara los resultados obtenidos en las simulaciones 1, 5 y 9 de la Tabla 5-1, se tiene que el modelo MBD entrega una muy buena aproximación para el caso evaluado a 14 Hz pero a medida que aumenta la frecuencia de evaluación el error relativo crece hasta llegar a un 15% en el caso de la evaluación a 20 Hz, por lo tanto, se varían los parámetros que definen este modelo, los cuales corresponde a la constante del resorte (k) y al amortiguamiento del sistema (c), con el fin de mejorar la precisión de los resultados.

En la Figura 6.1 (a) se muestran los resultados obtenidos con los parámetros calibrados y se comparan con diferentes valores para la constante del resorte, cabe destacar que esta constante se varia en un rango de $\pm 10\%$ del valor calibrado experimentalmente, del gráfico de barras se aprecia que un aumento de la misma implica un aumento del error en todos los caso evaluados, pero una disminución de la misma conlleva a una disminución del error en los casos de evaluación a 17 y 20 Hz, pero con un aumento en el caso de 14 Hz, de este gráfico de barras se concluye que los mejores resultado se obtiene para un valor de la constante del resorte entre 5900 y 6100 N/m.

Posteriormente con el rango definido para la constante del resorte se evalúa la influencia del amortiguamiento, en la Figura 6.1 (b) se presenta el caso de evaluación del amortiguamiento para el

mejor valor de k encontrado, donde se aprecia que la influencia del amortiguamiento es significativa principalmente en el caso de 14 Hz, este comportamiento era esperable debido a que en este caso el sistema se encuentra cercano a su zona resonante, lo que implica que el amortiguamiento tiene su mayor influencia.

Finalmente se tiene que los parámetros ajustados corresponden a un k igual a 6100 N/m y a un c igual a 15 Ns/m, parámetros que combinados entregaron los mejores resultados.

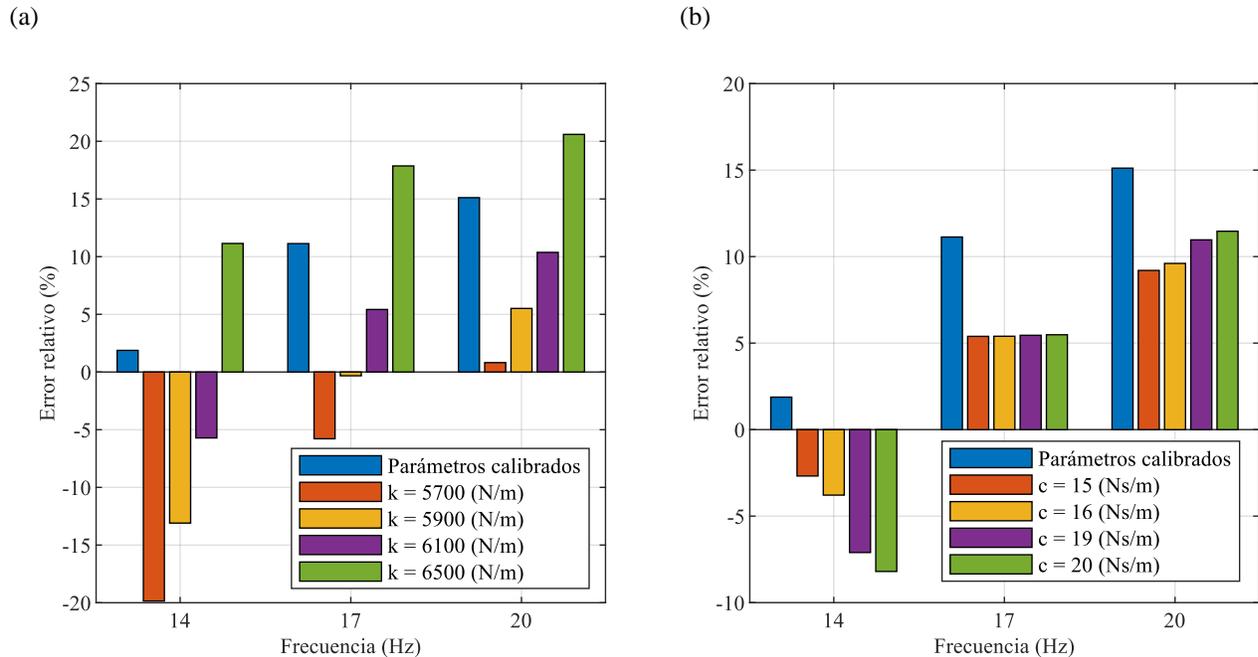


Figura 6.1: Error relativo en la amplitud *peak* 1X en el modelo MBD: (a) variación de la constante del resorte para el coeficiente de amortiguamiento calibrado, (b) variación del coeficiente de amortiguamiento para una constante del resorte fija de 6100 N/m.

6.1.2 Análisis de los resultados del modelo DEM-MBD

La evaluación del modelo numérico acoplado se desarrolla en primera instancia en relación con el movimiento vibratorio del sistema, para posteriormente analizar los resultados obtenidos para la fuerza de estudio. En esta última evaluación se debe de considerar que la fuerza entregada por el modelo numérico (F_{DEM}) se compone de la fuerza de impacto sobre el conjunto móvil, más la fuerza tangencial que ejercen las partículas sobre las paredes del contenedor.

En la Figura 6.2 (a) se muestra el error relativo porcentual en la amplitud vibratoria del conjunto móvil para las distintas simulaciones realizadas de la Tabla 5-1, donde se aprecian errores relativamente elevados principalmente para el caso donde se evalúan 1.2 kg de partículas. En este punto se podrían modificar los parámetros de contacto de DEM para mejorar los resultados teniendo presente que la calibración de los parámetros de contacto realizadas para partículas individuales, solo representan una

aproximación para el comportamiento del conjunto de partículas [17], pero considerando el roce excesivo provocado por los rodamientos lineales se prefiere analizar estos resultados.

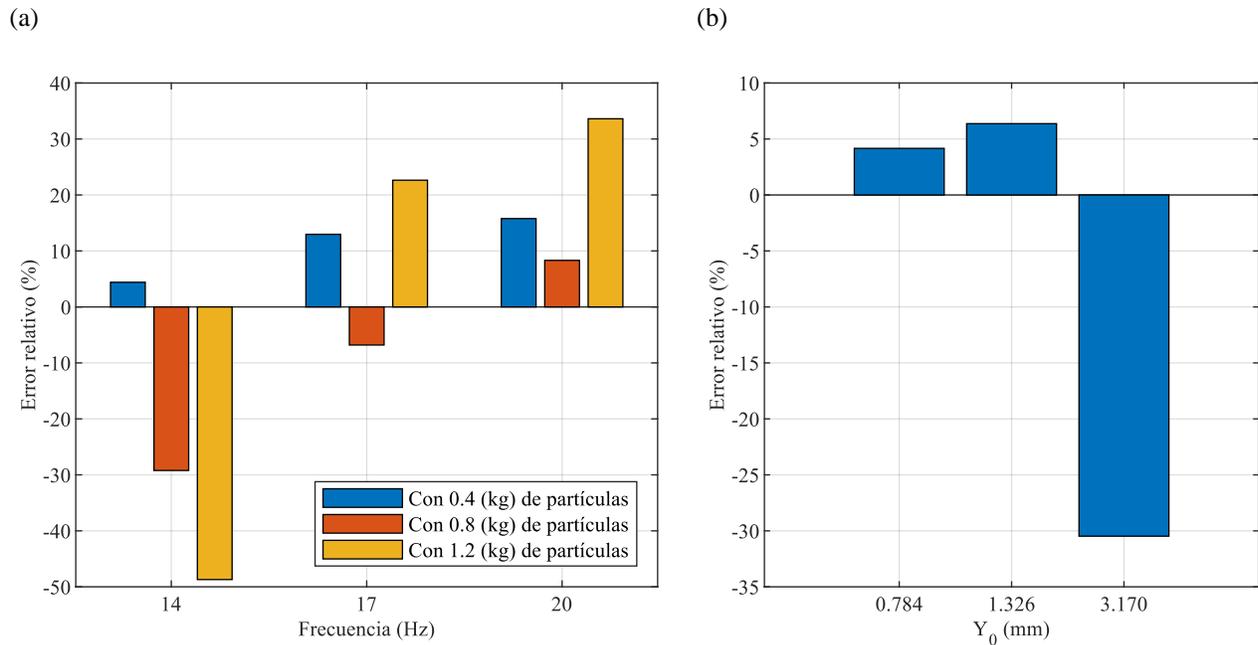


Figura 6.2: Error relativo en la amplitud *peak* 1X del modelo DEM-MBD: (a) simulaciones realizadas para distintas frecuencias de perturbación, amplitudes vibratorias y masa de partículas, (b) simulaciones evaluadas a 14 Hz, con una masa de partículas de 1 kg, para distintas amplitudes *peak* del conjunto móvil (Y_0).

Entonces al analizar los casos presentados en la Figura 6.2 (a), se tiene que el mayor error se da para una frecuencia de evaluación de 14 Hz y 1.2 kg de partículas, donde encontramos además que para esta frecuencia de evaluación el modelo subestima la amplitud vibratoria del sistema, en comparación con las simulaciones a 17 y 20 Hz, donde el modelo las sobreestima, en el caso del modelo MBD, esto también sucedió para cualquier valor distinto del coeficiente de amortiguamiento calibrado evaluados en la Figura 6.1 (b).

Este caso particular es explicado por la influencia que tiene el coeficiente de amortiguamiento en la zona resonante del sistema, la cual como se aprecia en la Figura 4.1 (a), está próxima a los 14 Hz y a medida que aumentamos la frecuencia de perturbación esta influencia disminuye rápidamente, mientras que al aumentar la masa de partículas nos adentramos más en esta zona, por lo tanto, numéricamente el amortiguamiento tiene aún más influencia.

Por otro lado, para los casos evaluados a 17 y 20 Hz el modelo numérico principalmente sobreestima las amplitudes vibratorias, a excepción del caso evaluado a 17 Hz y con 0.8 kg de partículas, pero el error es el menor de todos estos casos, por lo tanto, el análisis se centra en los demás, de donde se destaca también que el error aumenta con el aumento de la masa evaluada.

Del análisis del movimiento vibratorio del banco de ensayos, se determinó que este posee un defecto de diseño que implica un roce constante entre los elementos rodantes de los rodamientos y los ejes

guía, que se traduce en un desgaste significativo de estos últimos elementos, esto implica un mecanismo adicional de disipación de energía que el modelo numérico no considera, además al aumentar la masa de partículas evaluadas, implica mayores fuerzas horizontales producto del comportamiento aleatorio de las partículas, lo que se traduce en una mayor presión entre los elementos rodantes y los ejes, atenuando aún más el roce entre ambos elementos.

Entonces para tener una idea correcta de la precisión del modelo se analiza el error en las simulaciones donde se varia la amplitud vibratoria y principalmente donde la influencia de los rodamientos es conocida, en la Figura 6.2 (b) se muestra el error asociado a las simulaciones evaluadas a 14 Hz, con 1 kg de partículas y con una variación en la amplitud vibratoria, en el análisis de las vibraciones se determinó que para el primer caso la influencia de los rodamientos es nula por lo que es la mejor aproximación de la precisión del modelo de donde se tiene que el error es solo del 4% y aumenta a medida que esta influencia se acrecienta con el aumento de la amplitud vibratoria, llegando a un 30%.

Por lo tanto, la sobreestimación de las amplitudes vibratorias en los casos de 17 y 20 Hz es lo correcto, considerando que el modelo no considera la variación extra del amortiguamiento generada por el roce y posterior desgaste de los ejes guía. Entonces, teniendo presente el caso sin influencia de este fenómeno, se puede concluir que el modelo representa con una gran precisión un funcionamiento ideal del banco de ensayos, por lo que se validan sus resultados en función del movimiento vibratorio.

Además, al graficar la tendencia de las amplitudes *peak* del conjunto móvil en relación con la amplitud vibratoria de la base fija, se puede ratificar como el error asociado a las simulaciones depende en gran medida de la amplitud vibratoria del sistema, estas curvas se muestran en la Figura 6.3 para las distintas frecuencias de evaluación. Además, se desprende que la precisión del modelo no solo depende la amplitud vibratoria del conjunto móvil, sino también de la amplitud del conjunto fijo, amplitud encargada de perturbar el sistema y generar su movimiento vibratorio.

De estas curvas de tendencia se puede concluir que el modelo numérico presenta una buena modelación del movimiento vibratorio en los casos donde no se supera una amplitud vibratoria *peak* del conjunto fijo de 2.5 mm y del conjunto móvil de 2 mm, casos donde el error no supera el 6.4%.

En relación con la fuerza dinámica de impacto, esta se evalúa primeramente en las simulaciones donde se obtuvieron los menores errores en las vibraciones, específicamente, los casos donde este fue menor a 10%, debido principalmente porque en los demás casos la comparación no será representativa, ya que no solamente se depende de la señal de fuerza sino también de la aceleración del conjunto móvil, por lo que se estaría arrastrado diferentes errores en la estimación de la fuerza de impacto.

Pero, se tiene que estas simulaciones están relacionadas con las menores amplitudes vibratorias donde en muchas de ellas las partículas no logran desprenderse de la base del contenedor, por lo que no existe una fuerza de impacto a evaluar debido a que la masa en conjunto de las partículas actúa como un peso extra para el conjunto móvil, y la fuerza medida termina siendo proporcional a una fuerza de inercia que considera esta masa extra de las partículas.

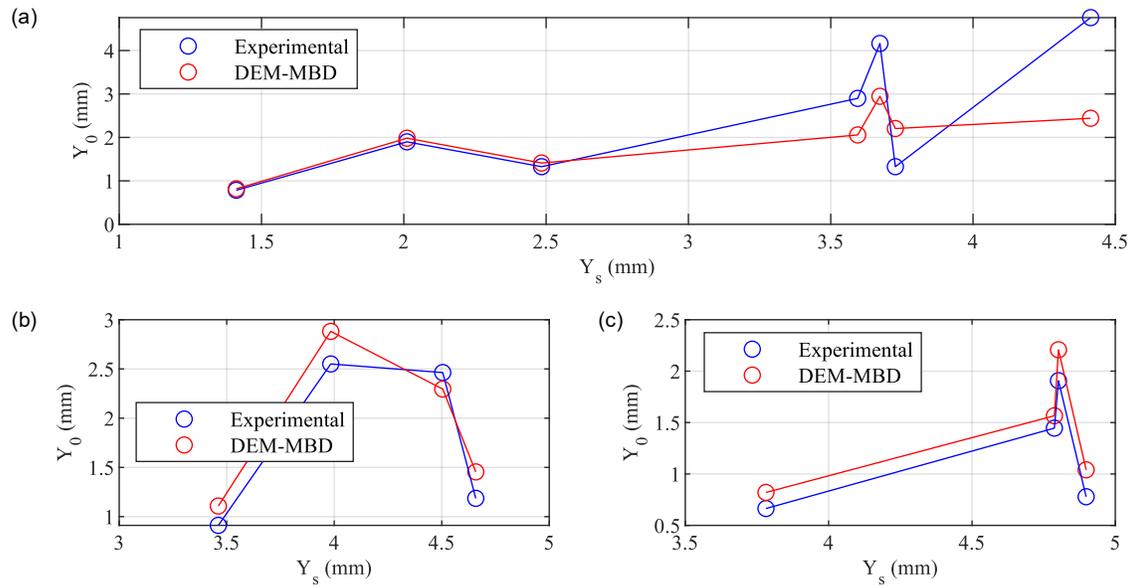


Figura 6.3: Tendencia de las amplitudes vibratorias del contenedor en función de la amplitud del conjunto fijo para diferentes frecuencias de evaluación: (a) evaluadas a 14 Hz, (b) evaluadas a 17 Hz, (c) evaluadas a 20 Hz.

En la Figura 6.4 se muestra la comparación de la fuerza para el caso de evaluación a 14 Hz y con 1 kg de partículas, para una amplitud vibratoria *peak* del conjunto móvil de 0.784 mm, aquí se aprecia como ambas curvas de fuerza tiene un comportamiento sinusoidal a la frecuencia de evaluación, pero para el caso experimental mostrado en la figura (a) se tiene que la fuerza oscila tomando valores de compresión, para cuando el sistema levanta a las partículas y de tensión cuando la fuerza de inercia atrae el conjunto móvil contra el conjunto fijo provocado por el movimiento del sistema, mientras que en la simulación mostrada en la figura (b) no se considera la fuerza de inercia y por lo mismo está siempre tiene un valor negativo.

Al analizar los espectros mostrados en la Figura 6.4 (c) y (d), se tiene que para el caso experimental esta muestra una componente en la frecuencia de 0 Hz de baja amplitud, relacionada experimentalmente con la fuerza constante de compresión debido a la fijación de la celda en el banco de ensayos, pero en el caso de la simulación está componente es significativa, incluso de mayor amplitud que la componente principal a la frecuencia de perturbación, la que al analizar las demás simulaciones también está presente y su amplitud se relaciona con la masa de partículas evaluada y no con la frecuencia de perturbación o las amplitudes vibratorias. Por otro lado, al analizar la componente fundamental 1X, estas solo difieren en un 9.6%.

Para la comparación de la fuerza de impacto se decide evaluar el caso a 14 Hz y con 1.2 kg de partículas, la curva correspondiente a la fuerza de impacto experimental, a la fuerza de impacto de la simulación y a los espectros de la fuerza experimental y simulada se muestran en la Figura 6.5 (a), (b), (c) y (d), respectivamente.

De los gráficos mostrados en la Figura 6.5, se aprecia que ambas fuerzas representan notoriamente los impactos, cuya señal se caracteriza por contener múltiples armónicos de la frecuencia de evaluación,

pero con relación a sus amplitudes difieren completamente, esta diferencia radica principalmente en las amplitudes vibratorias evaluadas en cada caso, ya que en este caso específico las amplitud vibratoria del conjunto móvil varia en un 48.7% entre lo experimental y lo simulado.

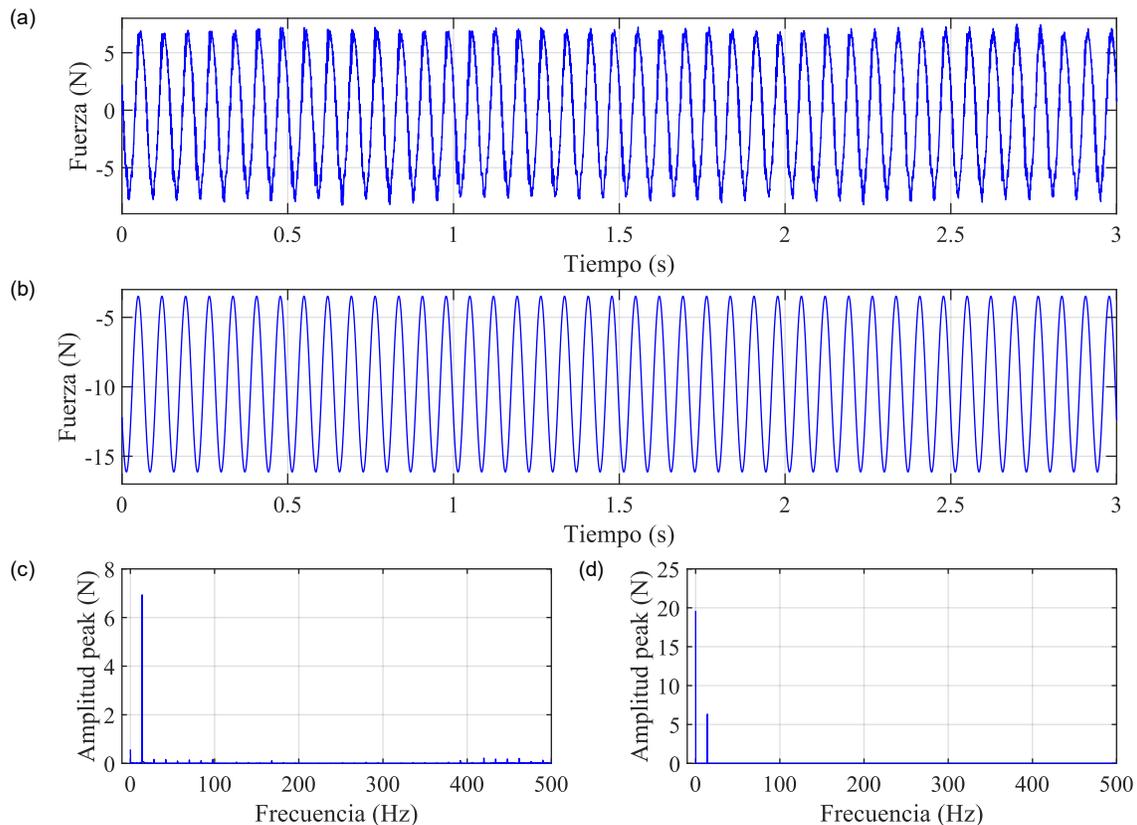


Figura 6.4: Fuerza de impacto para el sistema evaluado a 14 Hz y con 1 kg de partículas: (a) fuerza de impacto experimental, (b) fuerza de impacto DEM-MBD, (c) espectro de fuerza de impacto experimental, (d) espectro de fuerza de impacto DEM-MBD.

Finalmente, no se realiza el análisis de la fuerza en relación con las variables que definen el movimiento del shaker, esto debido a que los casos experimentales están fuertemente influenciados por el roce excesivo entre los rodamientos y los ejes guía, lo que no permite una comparación directa entre los resultados simulados y experimentales. Además, en la aproximación de la fuerza no solamente está el error asociado a la medición de la fuerza, sino también el error en la medición de la aceleración que afecta directamente en la aproximación de la fuerza de impacto.

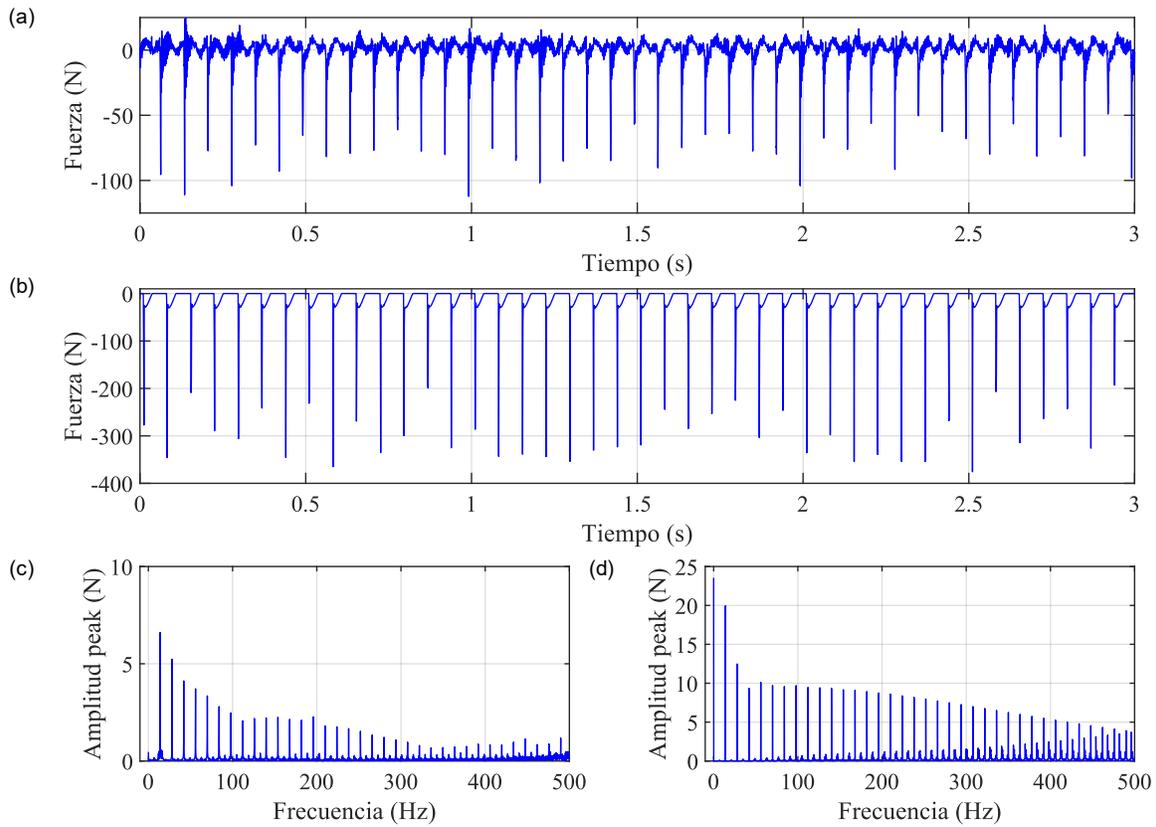


Figura 6.5: Fuerza de impacto para el sistema evaluado a 14 Hz y con 1.2 kg de partículas: (a) fuerza de impacto experimental, (b) fuerza de impacto DEM-MBD, (c) espectro de fuerza de impacto experimental, (d) espectro de fuerza de impacto DEM-MBD.

CAPÍTULO 7: Conclusiones

Se diseñó y fabricó un banco de ensayos que permite modelar un sistema acoplado DEM-MBD que representa la interacción entre un sistema vibratorio y un conjunto de partículas libres en su interior, además permite monitorear mediante la sensorización del mismo las variables de interés que representan numéricamente el comportamiento dinámico del sistema.

Se desarrolló un modelo dinámico que representa el movimiento vibratorio del banco de ensayos, bajo la teoría de la modelación MBD y posteriormente se acopló con DEM para modelar la influencia de las partículas sobre el sistema, el acoplamiento de los modelos se llevó a cabo bajo la interfaz de maqueta funcional (FMI). Para obtener los mejores resultados del modelo numérico desarrollado se calibró cada uno de sus parámetros físicos, de material y de contacto necesarios para representar numéricamente el comportamiento del banco de ensayos.

Al comparar los resultados experimentales con los simulados, se obtiene una buena relación en la amplitud vibratoria, mientras que, en la fuerza se analizaron las fuentes de error para una futura validación del modelo. Se identificó que los problemas con el comportamiento dinámico del banco de ensayos son ocasionados por un roce constante entre los elementos rodantes de los rodamientos y los ejes guía, roce que se tradujo en un elemento adicional y variable de disipación de energía, además de un desgaste prematuro de los ejes, esto provocó amplitudes vibratorias experimentales menores a las simuladas en los casos de evaluación a 17 y 20 Hz.

A pesar de los problemas presentes en el banco de ensayos, se logró una buena precisión en la modelación del movimiento vibratorio del sistema, con errores menores al 6.4% cuando la amplitud vibratoria *peak* del conjunto fijo no supera los 2.5 mm y la del conjunto móvil los 2 mm, casos donde la influencia de los rodamientos es mínima.

Se pudo aislar la fuerza de impacto experimental generada por las partículas, pero la variación en el amortiguamiento del sistema también afectó en sus amplitudes y en la estimación de la fuerza de inercia, debido a que en la señal de aceleración medida aparecieron múltiples armónicos de la frecuencia de evaluación que aportan al movimiento vibratorio. Por último, la celda de carga utilizada presentó demasiado ruido electrónico en la medición de los casos con fuerzas de baja amplitud, y no se lograron realizar ensayos que permitieran una comparación directa en relación con la fuerza.

Trabajos Futuros

Dentro de los trabajos futuros a realizar para obtener una validación del modelo se proponen:

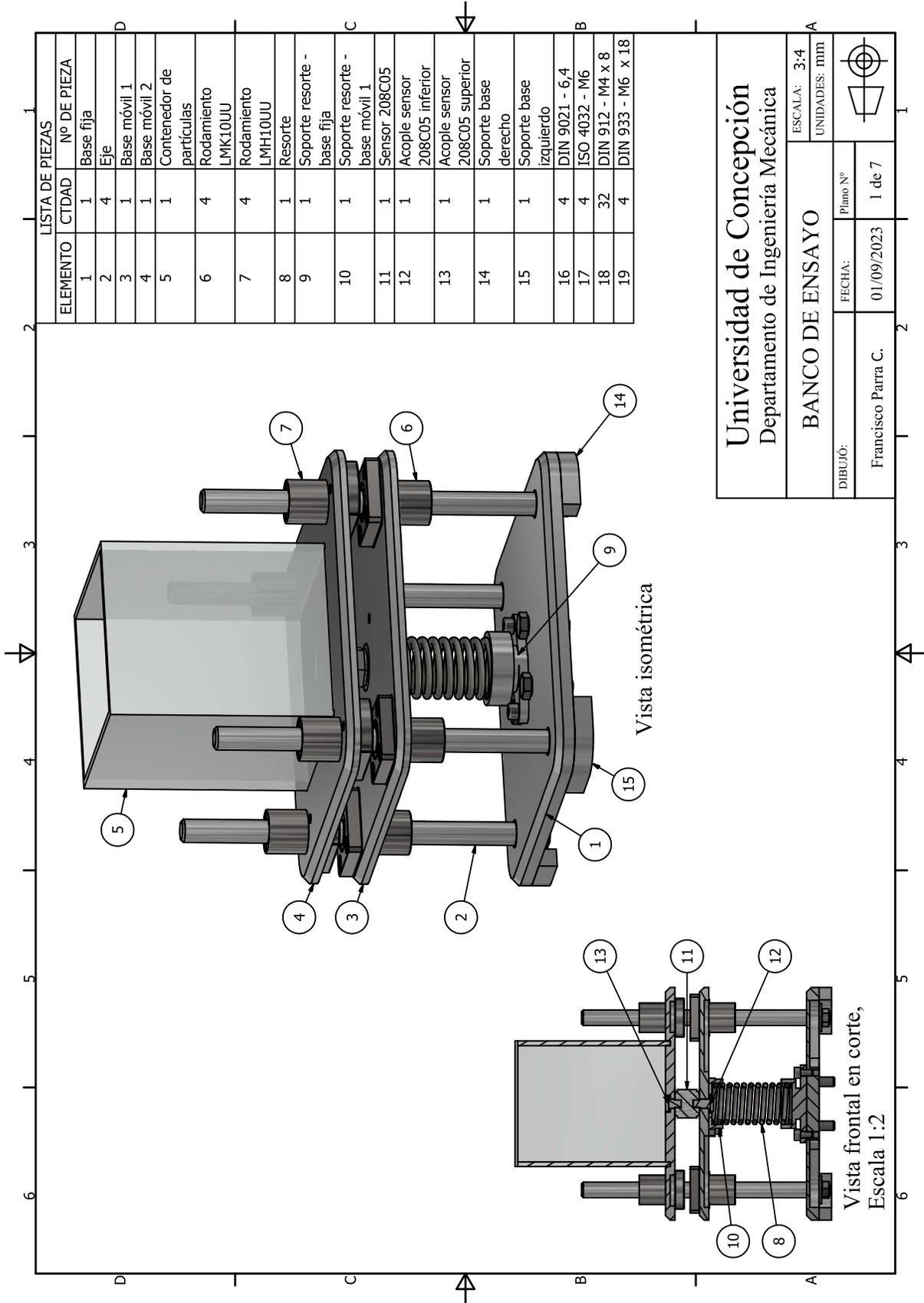
- I. Realizar un ajuste del diseño del banco de ensayos con el fin de minimizar su peso y poder agregar ejes guía de acero.
- II. Utilizar una celda de carga con un rango adecuado de medición que permita disminuir la amplitud del ruido electrónico en la medición de fuerzas de baja amplitud.

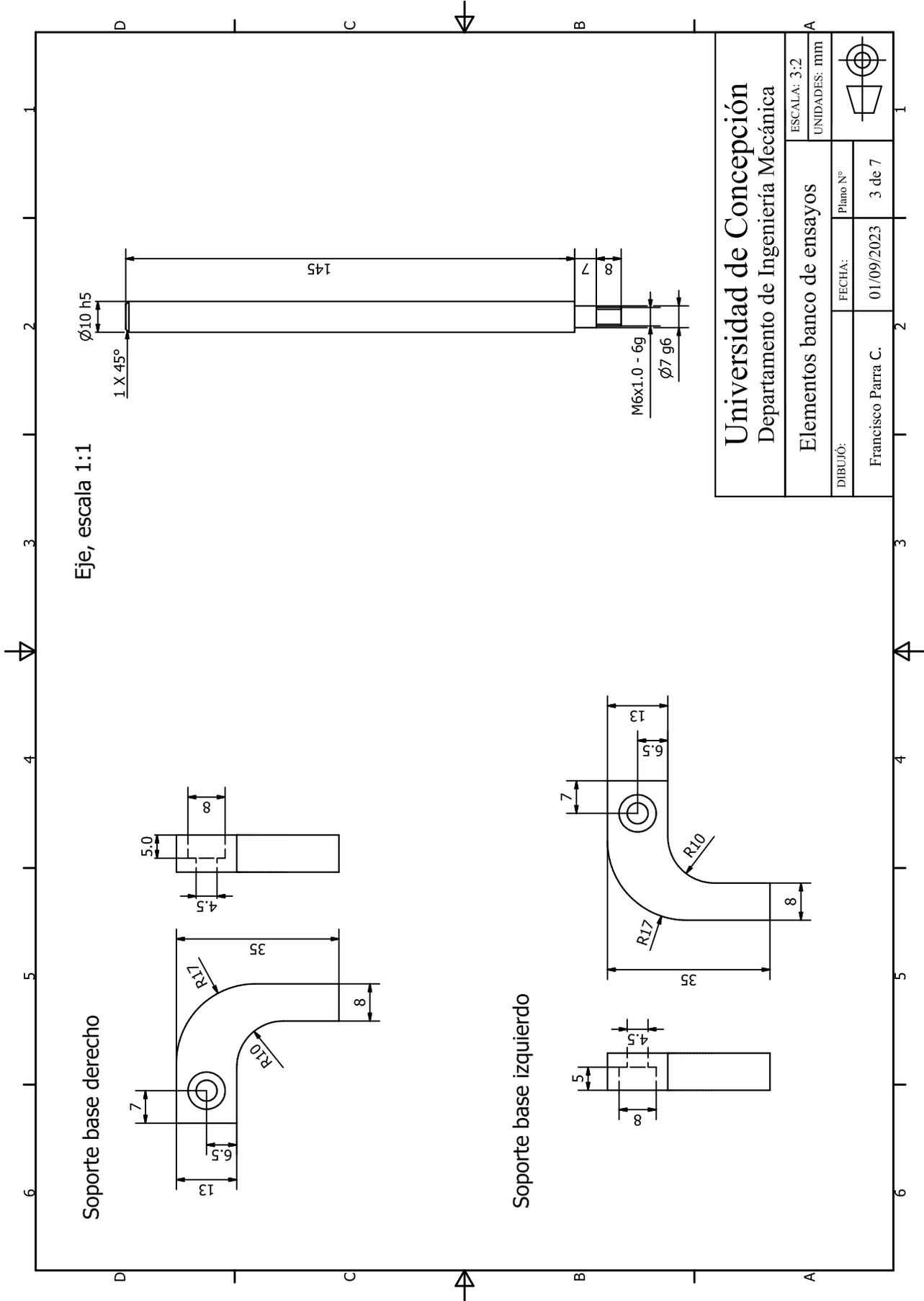
Referencias

- [1] O.A. Makinde, B.I. Ramatsetse, y K. Mporfu, “Review of vibrating screen development trends: Linking the past and the future in mining machinery industries”, *International Journal of Mineral Processing*, vol. 145, pp. 17-22, Diciembre 2015.
- [2] L. Peng, H. Jiang, X. Chen, D. Liu, H. Feng, L. Zhang, Y. Zhao, y C. Liu. “Review on the advanced design techniques and methods of vibrating screen for coal preparation”, *Powder Technology*, vol. 347, pp. 136-147, Abril 2019.
- [3] L. Peng, H. Feng, R. Fang, L. Zhang, W. Ma, y X. He, “A more accurate dynamic model for dual-side excitation large vibrating screens”, *Journal of Vibroengineering*, vol. 20, no. 2, pp. 858–871, Marzo 2018.
- [4] D. Lin, J. Ji, C. Yu, X. Wang, y N. Xu, “A non-linear model of screen panel for dynamics analysis of a flip-flow vibrating screen”, *Powder Technology*, vol. 418, Marzo 2023.
- [5] Y.Z. Jiang, K.F. He, Y.L. Dong, D. Yang, y W. Sun, "Influence of Load Weight on Dynamic Response of Vibrating Screen", *Shock and Vibration*, vol. 2019, pp. 8, Abril 2019.
- [6] M.A. Moncada, “Modelación dinámica no lineal de harnero vibratorio considerando inercia del mineral y fuerza del mineral sobre el harnero calculada con elementos discretos”, Tesis M.S, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción, Chile, 2017.
- [7] A. Jafari, y V. S. Nezhad, “Employing DEM to study the impact of different parameters on the screening efficiency and mesh wear”, *Powder Technology*, vol. 297, pp. 126-143, Abril 2016.
- [8] L. Zhao, Y. Zhao, C. Bao, Q. Hou, y A. Yu, “Laboratory-scale validation of a DEM model of screening processes with circular vibration”, *Powder Technology*, vol. 303, pp. 269-277, Septiembre 2016.
- [9] X. Xia, L. Gou, Z. Zhang, L. Wang, Y. Guo, y W. Jing, “Collaborative optimization of linear vibrating screen screening efficiency and dynamic response stability based on coupled DEM-MBK simulation”, *Particuology*, vol. 78, pp. 49-61. Julio 2023.
- [10] Y. Wu, Y. Chung, y I. Wang, “Two-way coupled MBD–DEM modeling and experimental validation for the dynamic response of mechanisms containing damping particles”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 159, Mayo 2021.
- [11] Z. Wang, L. Peng, C. Zhang, L. Qi, C. Liu, y Y. Zhao, “Research on impact characteristics of screening coals on vibrating screen based on discrete-finite element method”, *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, vol. 42, no. 16, pp. 1963-1976, Marzo 2019.
- [12] M. Moncada, C. Rodríguez, y F. Betancourt, “Applications of a DEM-MBD coupled model of a vibrating screen in vibration analysis”, en PROCEEDINGS OF THE 8TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON DISCRETE ELEMENT METHODS. 2019.
- [13] C. Richter, T. Roessler, H. Otto y A. Katterfeld, “Coupled discrete element and multibody simulation, part I: implementation, verification and validation”, *Powder Technology*, vol. 379, pp. 494-504, Febrero 2021.
- [14] J. Ai, J. Chen, J. Michael Rotter, y J.Y. Ooi, “Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations”, *Powder Technology*, vol. 206, no. 3, pp. 269-282, Enero 2011.

- [15] S. Lommen, G. Lodewijks, y D.L. Schott, “Co-simulation framework of discrete element method and multibody dynamics models”, *Engineering Computations*, vol. 35, no. 3, pp. 1481-1499, Mayo 2018.
- [16] E. Palomino, "LA MEDICIÓN y EL ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN EL DIAGNÓSTICO DE MÁQUINAS ROTATORIAS", *Centro de Estudios Innovación y Mantenimiento*, 1997.
- [17] F. Elskamp, H. Kruggel-Emden, M. Henning, y U. Teipel, “A strategy to determine DEM parameters for spherical and non-spherical particles”, *Granular Matter*, vol. 19, Junio 2017.
- [18] “Aluminum 2017-T4”. Online Materials Information Resource - MatWeb. Accedido el 8 de septiembre de 2023. [Online]. Disponible: <https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=53d0e31ee66f4cf9b28abb87c08e4d39>
- [19] C.J. Coetzee, “Particle upscaling: Calibration and validation of the discrete element method”, *Powder Technology*, vol. 344, pp. 487-503, Febrero 2019.
- [20] Z. Li, y X. Tong, “A study of particles penetration in sieving process on a linear vibration screen”. *International Journal of Coal Science & Technology*, vol. 2, pp. 299–305. Diciembre 2015.
- [21] J. Hlosta, D. Žurovec, J. Rozbroj, Á. Ramírez-Gómez, J. Nečas, y J. Zegzulka, “Experimental determination of particle–particle restitution coefficient via double pendulum method”, *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 135, pp. 222-233, Julio 2018.
- [22] G.K.P. Barrios, R.M. de Carvalho, A. Kwade, y L.M. Tavares, “Contact parameter estimation for DEM simulation of iron ore pellet handling”, *Powder Technology*, vol. 248, pp. 84-93, Noviembre 2013.
- [23] P.W. Cleary, “DEM prediction of industrial and geophysical particle flows”, *Particuology*, vol. 8, no. 2, pp. 106-118, 2010.
- [24] S. Lommen, D. Schott, y G. Lodewijks, “DEM speedup: Stiffness effects on behavior of bulk material”, *Particuology*, vol. 12, pp. 107-112, 2014.
- [25] J.E. Quiroga, G. Trujillo, y S. Quintero, “Estudio de fallas incipientes en rodamientos usando la técnica de la envolvente y cepstrum”, *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, vol. 20, no. 3, pp. 350-359, Diciembre 2012.
- [26] Y. Zhang, I. Sharf, “Force reconstruction for low velocity impacts using force and acceleration measurements”, *Journal of Vibration and Control*, vol. 17, no. 3, pp. 407-420, Junio 2011.

Anexo A: Planos de fabricación del banco de ensayos



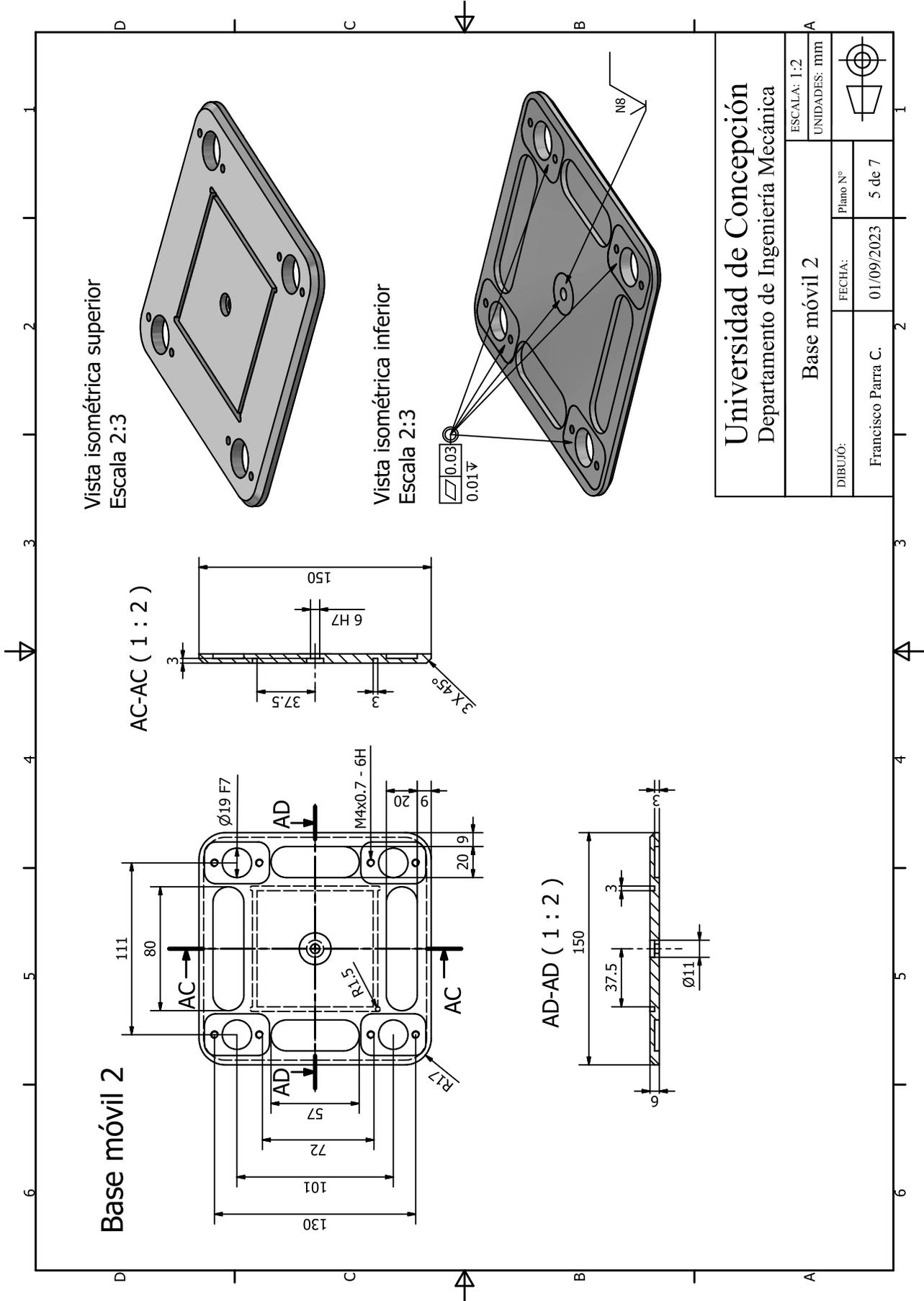


Eje, escala 1:1

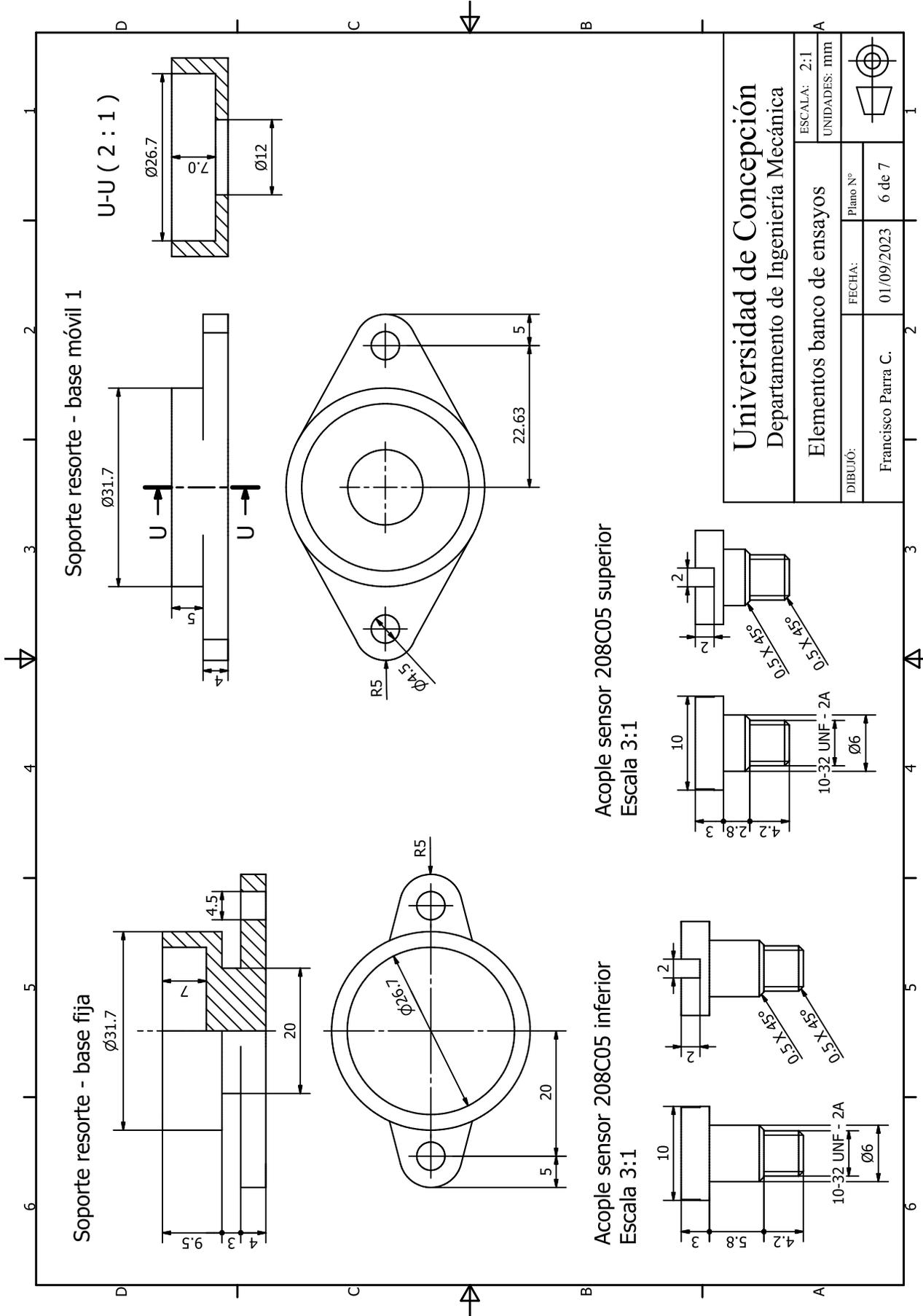
SopORTE base derecho

SopORTE base izquierdo

Universidad de Concepción Departamento de Ingeniería Mecánica		ESCALA: 3:2	
		UNIDADES: mm	
Elementos banco de ensayos		Plano N°	3 de 7
DIBUJÓ:	FECHA:	01/09/2023	
Francisco Parra C.			



Universidad de Concepción Departamento de Ingeniería Mecánica		ESCALA: 1:2	
		UNIDADES: mm	
DIBUJÓ:	FECHA:	Plano N°	5 de 7
Francisco Parra C.	01/09/2023		



Universidad de Concepción Departamento de Ingeniería Mecánica		ESCALA: 2:1
		UNIDADES: mm
Elementos banco de ensayos		Plano N°
DIBUJÓ:	FECHA:	6 de 7
Francisco Parra C.		

