



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



**DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA DE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA PARA
LA OBTENCIÓN DE MODELOS PUNTAL-TENSOR**

POR

Pedro Barberis Díaz

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para
optar al título de Ingeniero Civil

Profesor Guía
Dr. Patricio Cendoya

Profesor Comisión
Dr. Víctor Aguilar

Marzo 2024
Concepción (Chile)
© 2024 Pedro Barberis Díaz

© 2024 Pedro Barberis Díaz

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

RESUMEN

Los modelos puntal-tensor constituyen una poderosa herramienta de diseño aplicable a cualquier estructura de hormigón armado, teniendo especial utilidad en las regiones de discontinuidad, en donde se suelen utilizar expresiones empíricas no generalizables que no capturan correctamente el comportamiento mecánico de las estructuras.

El paso que presenta mayor complejidad al realizar un diseño mediante este método es el planteamiento del modelo de puntal-tensor, ya que requiere de experiencia y conocimiento previo sobre las trayectorias de los esfuerzos. En esta memoria se plantea una metodología para la creación de modelos de puntal-tensor generados a partir de una metodología basada en optimización topológica de variable continua del tipo SIMP (*Solid isotropic material with penalization*) compatible con las prescripciones del Capítulo 23 del Código ACI 318-19.

Se presentan dos ejemplos en donde se aplica la metodología, un primer caso correspondiente a una ménsula de una columna y el segundo correspondiente a una viga alta con abertura. Ejemplos que resultan útiles para comprender la aplicación de la optimización topológica como herramienta para definir las trayectorias de las cargas dentro de un elemento.

Finalmente se concluye sobre la compatibilidad entre el método puntal-tensor y los modelos de optimización topológica resaltando la importancia de los parámetros de optimización en la obtención de topologías que puedan aplicarse como base para la generación de modelos puntal-tensor. Adicionalmente, se entregan conclusiones sobre los diseños obtenidos utilizando esta metodología mencionando sus ventajas y diferencias con respecto a métodos convencionales y diseños realizados por otros autores.

ABSTRACT

Strut-and-tie models constitute a powerful design tool applicable to any reinforced concrete structure, particularly useful in discontinuity regions where non-generalizable empirical expressions are often used, failing to accurately capture the mechanical behavior of structures.

The most complex step in designing using this method is formulating the strut-and-tie model, as it requires experience and prior knowledge of stress trajectories. This paper proposes a methodology for creating strut and tie models generated from a topology optimization methodology of the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) type, compatible with the provisions of Chapter 23 of ACI 318-19 Code.

Two examples are presented where the methodology is applied: a first case corresponding to a corbel of a column and the second corresponding to a high beam with an opening. These examples are useful for understanding the application of topology optimization as a tool to define load trajectories within an element.

Finally, conclusions are drawn regarding the compatibility between the Strut-and-Tie method and topology optimization models, emphasizing the importance of optimization parameters in obtaining topologies that can serve as a basis for generating strut and tie models. Additionally, conclusions are provided on the designs obtained using this methodology, mentioning their advantages and differences compared to conventional methods and designs by other authors.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Metodología	2
1.4. Principales resultados	3
CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA Y DEL MÉTODO PUNTAL-TENSOR.....	4
2.1 Introducción	4
2.2 Optimización topológica	4
2.2.1 Formulación matemática del problema de optimización topológica	5
2.3 Algoritmo de optimización topológica SIMP	6
2.4 Efecto de los parámetros sobre la solución.	8
2.4.1 Efecto del factor de penalización p	9
2.4.2 Efecto del factor de r_{\min}	10
2.5 Modelos Puntal y Tensor.....	12
2.5.1 Antecedentes históricos y estado del arte.....	12
2.5.2 Regiones B y D	13
2.5.3 Principios del diseño mediante modelo puntal-tensor.....	15
2.5.4 Formulación de modelos puntal-tensor	16
2.5.5 Dimensionamiento de Puntales	17
2.5.6 Tensores	20
2.5.7 Nodos y Zonas Nodales.....	20
2.6 Conclusiones	23

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA DE GENERACIÓN DE MODELOS PUNTAL-TENSOR A PARTIR DE ALGORITMOS DE OT	24
3.1 Introducción	24
3.2 Casos de estudio	24
3.3 Software	25
3.3.1 Rhino 8 V8.1	25
3.3.2 SAP 2000 V23.....	25
3.3.3 AutoCAD 2024	26
3.4 Procedimiento general.....	26
3.4.1 Modelamiento de elementos en Rhinos 8 V8.1.....	26
3.4.2 Obtención de topologías óptimas mediante GrassHopper	27
3.4.3 Planteamiento de modelos puntal-tensor.....	29
3.4.4 Diseño de elementos mediante método puntal-tensor.....	30
3.5 Conclusiones	31
CAPITULO 4: Ejemplos de aplicación.....	33
4.1 Introducción	33
4.2 Ménsula simple con carga vertical y horizontal.....	33
4.2.1 Creación del modelo puntal-tensor	34
4.2.2 Dimensionamiento de puntales y nodos.....	40
4.2.3 Dimensionamiento de tensores.....	43
4.3 Viga Alta con Abertura y carga puntual.....	46
4.3.1 Creación del modelo puntal-tensor	46
4.3.2 Dimensionamiento de puntales y nodos.....	50
4.3.3 Dimensionado de tensores.....	55
4.4 Conclusiones	58
CAPÍTULO 5: Conclusiones y comentarios.....	59

REFERENCIAS	61
ANEXO A: Tablas del Código ACI 318-19	67
ANEXO B: Diagramas de distribución de tensiones principales para la ménsula y la viga con abertura	70
ANEXO C: Comparación de diseño de viga con abertura con respecto a la investigación de Chen et al., (2019)	75
ANEXO D: Muros de corte de tres pisos bajo carga sísmica	81

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.2.1-1 Resumen de fuerzas en miembros del modelo.....	39
Tabla 4.2.2-1 Verificación zona nodal C	42
Tabla 4.2.2-2 Anchos necesarios para cada zona nodal y puntales asociados.	43
Tabla 4.2.3-1 Áreas mínimas de acero requeridas en mm²	43
Tabla 4.2.3-2. Refuerzos dispuestos en los tensores	44
Tabla 4.3.1-1 Resumen de fuerzas en elementos del modelo	50
Tabla 4.3.2-1 Componentes horizontales y verticales de puntales del nodo A.....	51
Tabla 4.3.2-2 Magnitudes y ángulos resultantes de puntales compuestos	51
Tabla 4.3.2-3 Anchos mínimos necesarios para la zona nodal	53
Tabla 4.3.2-4 Verificación zona nodal A	54
Tabla 4.3.2-5 Anchos requeridos por zonas nodales y nodos	54
Tabla 4.3.3-1 Armaduras mínimas requeridas por los tensores	55
Tabla 4.3.3-2 Armaduras ubicadas en los tensores del modelo	56
Tabla A1. Factores de reducción de resistencia ϕ (Fuente: ACI 318-19).....	67
Tabla A2. Coeficiente de puntal β_s (Fuente: ACI 318-19)	68
Tabla A3. Coeficiente de puntal β_c (Fuente: ACI 318-19).....	68
Tabla A4. Refuerzo distribuido mínimo (Fuente: ACI 318-19).....	69
Tabla A5. Coeficiente β_n de zonas nodales (Fuente: ACI 318-19)	69
Tabla C1. Cargas de agrietamiento, de diseño y últimas para E1, E2 y E3.	79
Tabla D1. Parámetros de optimización para los grupos de muro A y B	82

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.3-1 Parametrización del dominio de diseño en algoritmo SIMP. (Fuente: Cartes 2023)	7
Figura 2.3-2 Efecto de la variación del factor p sobre la rigidez en algoritmos SIMP (París, 2007) ..	8
Figura 2.4-1 Dominio de diseño para viga cantiléver. (Fuente: Elaboración propia).....	9
Figura 2.4.1-1 Efecto del factor de penalización p sobre la topología final de una viga cantiléver. (Fuente: Elaboración propia).....	10
Figura 2.4.2-1 Topologías óptimas para distintos valores de r_{\min}	11
Figura 2.5.2-1 Trayectorias de esfuerzos σ_{11} (línea punteada) y σ_{22} (línea continua) en una sección de viga con regiones B y D acotadas. (Fuente: adaptado de Elmeligy 2019).....	14
Figura 2.5.2-2 Regiones D acotadas para diferentes secciones (Fuente: ACI 318-19).....	14
Figura 2.5.3-1 Modelo puntal-tensor para una viga alta (Fuente: Elaboración propia)	15
Figura 2.5.5-1 Puntal prismático (a), Puntal en forma de botella (b) y Puntal en forma de abanico (c) (Fuente: Elaboración propia).....	17
Figura 2.5.7-1 Nodo CCC (a), Nodo CCT (b), Nodo CTT (c), Nodo TTT (d).....	21
Figura 2.5.7-2. Zona nodal con cuatro fuerzas actuantes (a) y zona nodal con puntales A-E y A-C resueltos (b) (Fuente: ACI 318-19)	21
Figura 2.5.7-3 Zona nodal hidrostática (Fuente: Elaboración propia)	22
Figura 3.4.1-1 Cargas aplicadas y geometría de la viga (Fuente: Elaboración propia)	27
Figura 3.4.1-2 Modelación de la viga en Rhinos 8 V8.1 (Fuente: Elaboración propia)	27
Figura 3.4.2-1 Topologías óptima para la viga para fracciones volumétricas de 25% (a), 35%(b) y 50% (c)	28
Figura 3.4.2-2 Topologías óptima para la viga para fracciones volumétricas de $f_1 = f_2$ de 12.5% (a), 17.5%(b) y 25% (c)	29
Figura 3.4.4-1 Modelo puntal-tensor (SAP 2000) y topología óptima de la viga (TopOpt).....	30
Figura 4.2-1 Geometría y cargas aplicadas a la Ménsula. (Extraído y adaptado de Putri (2018)).....	34

Figura 4.2.1-1. Modelación de la Ménsula en Rhinos 8.1	35
Figura 4.2.1-2 Ménsula optimizada topológicamente para fracciones de volumen de 25% (a) y 35% (b).	36
Figura 4.2.1-3 Optimización topológica para dos materiales para la Ménsula con fracciones volumétricas de 12.5% (a) y 17.5% (b).....	36
Figura 4.2.1-3 Modelo puntal-tensor para la Ménsula generado a partir del modelo de optimización topológica al 25% de fracción de volumen.	37
Figura 4.2.1-4 Fuerzas actuantes en puntales y tensores del modelo propuesto para la Ménsula	39
Figura 4.2.2-1 Zona nodal C	42
Figura 4.2.3-1 Diseño de la Ménsula mediante el método puntal-tensor. Solo armadura principal mostrada. (Fuente: Elaboración propia)	45
Figura 4.3-1 Carga aplicada y dimensiones de la Viga.....	46
Figura 4.3.1-1 Modelación de la viga en software Rhinos 8.1.....	47
Figura 4.3.1-2 Optimización topológica de la Viga para fracción de volumen del 25% (a) y 35% (b)	47
Figura 4.3.1-3. Optimización topológica de la Viga para dos materiales con fracciones volumétricas $f_1 = f_2$ de 12.5% (a) y 17.5% (b)	48
Figura 4.3.1-4 Modelo puntal-tensor para la Viga	49
Figura 4.3.2-1 Puntales y sus resultantes en el nodo A.....	52
Figura 4.3.1-2 Zona nodal A	53
Figura 4.3.3-1 Diseño final de la viga. Solo armadura principal mostrada. (Fuente: Elaboración propia)	57
Figura B1 Diagrama de esfuerzos σ_{11} en kN/mm.	70
Figura B2 Diagrama de esfuerzos σ_{22} en kN/mm	71
Figura B3. Diagrama de trayectorias de esfuerzos máximos, en kN/mm	72
B4. Diagrama de esfuerzos σ_{11} para la viga con abertura en kN/mm.	73

Figura B5. Diagrama de esfuerzos σ_{22} para la viga con abertura en kN/mm	73
Figura B6. Diagrama de trayectorias de esfuerzos máximos para la viga con abertura, en kN/mm .	74
Figura C1. Modelos puntal-tensor (E1 y E2) propuestos por Maxwell & Breen (2000) y propuesto por Chen et al., (2019) (E3). Fuente: Chen et al., (2019)	76
Figura C2. Propuestas de enfierradura de Maxwell & Breen (2000) (E1 y E2) y propuesta de enfierradura de Chen et al., (2019) (E3). (Fuente: Chen et al., 2019).....	77
Figura C3. Resultados experimentales para los diseños E1, E2 y E3. (Fuente: Chen et al., 2019) ...	79
Figura D1. Geometría y cargas aplicadas a los muros	82
Figura D2. Topologías óptimas para el grupo de muros A	83
Figura D3. Topologías óptimas para el grupo de muros A	83
Figura D4. Modelos puntal-tensor para muros del grupo A	87
(d) Figura D4. Modelos puntal-tensor para muros del grupo B.....	90
Figura D5. Acercamiento a grupo de puntales y tensores del muro con abertura de 1.0 x 1.0 m del grupo B.....	91

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación

En los últimos años, el diseño de estructuras de hormigón armado mediante modelos puntal-tensor ha ganado popularidad debido a que este método proporciona una compresión detallada de la trayectoria de las fuerzas dentro de los elementos y conduce a diseños eficientes en términos económicos y de desempeño. Desde que Schlaich (1987) formalizó el método, éste comenzó a ganar espacio en los códigos de diseño, estando actualmente presente en importantes normativas a nivel mundial como el Código ACI 318, Eurocódigo 2 (EN1992), AASHTO LRFD, y CSA, entre otros. Además, el Código ACI 318-19 dedicó un Capítulo al método de puntal-tensor, dándole más importancia en comparación a sus versiones anteriores en las que se incluía el método en un Apéndice.

Los antecedentes teóricos sobre el modelamiento mediante puntal-tensor son proporcionados por Schlaich et al. (1987, 1991); ACI 445R (1999); y Collins y Mitchell (1991) mientras que varios ejemplos de aplicación se pueden encontrar en Reineck (2002); Reineck y Novak (2010); y Kuchma et al. (2008) (Aguilar et al., 2022). Uno de los principales desafíos para realizar un diseño mediante el método mencionado es definir un modelo de puntal-tensor que capturen adecuadamente el flujo interno de las fuerzas. Para lograr esto existen diferentes métodos que han sido ampliamente difundidos. El primero, y más utilizado hasta hace pocos años es el método de trayectorias de carga (Schlaich et al., 1987 y He et al., 2020). La segunda manera es mediante la adaptación de modelos estándar para casos puntuales publicados en la bibliografía especializada (ACI SP 208, 2002). Estos dos caminos para formular un modelo de puntal-tensor requieren de un alto grado de experiencia y criterio ingenieril para ser aplicados, lo que conduce a diferencias sustanciales en las soluciones presentadas por distintos diseñadores.

Recientemente, investigadores como Bruggi (2009), Chen et al., (2019) y Xia et al., (2020) han generado modelos basándose en la optimización topológica, que al contrario de los dos métodos anteriormente mencionados reducen la subjetividad, automatizando la generación de estructuras optimizadas que pueden ser utilizadas como una propuesta de modelo puntal-tensor.

El presente trabajo trata de responder a dos preguntas i) ¿Es posible construir modelos puntal-tensor que satisfagan las disposiciones del Capítulo 23 del Código ACI 318-19 a partir de configuraciones geométricas obtenidas de procesos de optimización topológica (OT)?; ii) ¿Los modelos puntal-tensor

construidos a partir de procesos de OT conducen a diseños más eficientes en términos de cuantías de acero?

Por último, mediante esta memoria se busca difundir y acercar el método de puntales y tensores a los estudiantes de Ingeniería Civil debido al creciente interés de la comunidad académica respecto al tema.

1.2. Objetivos

El objetivo general de esta investigación es elaborar una metodología de optimización topológica que permita definir modelos de puntal-tensor.

Se plantean tres objetivos específicos:

1. Aplicar un algoritmo de optimización topológica de variable continua para identificar las trayectorias de esfuerzos en elementos estructurales.
2. Desarrollar una metodología de ajuste geométrico de la configuración topológica que cumpla con las prescripciones del ACI 318-19 para el método puntal-tensor.
3. Analizar elementos estructurales que presenten zonas de discontinuidad aplicando la metodología anterior.

1.3. Metodología

Este trabajo se inicia con una revisión bibliográfica de los fundamentos de la optimización topológica (OT) y sus aplicaciones en elementos de hormigón armado. Asimismo, se estudian los fundamentos del método puntal-tensor formalizado por Schlaich (1987) y las respectivas prescripciones dispuestas en el Capítulo 23 del Código ACI 318-19. El propósito de esta revisión bibliográfica es recopilar la información disponible y necesaria para el entendimiento de los conceptos anteriormente mencionados.

Para la obtención de las topologías óptimas se utiliza el plugin TopOpt para Grasshopper, el cual utiliza el código de 99 líneas desarrollado por Sigmund (2001). Para corroborar que las trayectorias de carga descritas por los modelos de OT sean las correctas, se crean modelos de elementos finitos en la plataforma SAP200 V23 que modelan la configuración puntal-tensor obtenida y que permiten obtener los esfuerzos internos en cada barra.

La metodología desarrollada se aplica a dos elementos estructurales: una viga con aberturas y la ménsula de una columna, proponiéndose en ambos casos un diseño a partir de las disposiciones del ACI 318-19.

1.4. Principales resultados

Mediante la metodología planteada se concluye que es factible crear modelos puntal-tensor válidos para las disposiciones del ACI 318-19 y se reconoce la importancia de la elección del factor de penalización y del radio de filtro en el modelo de optimización. Las variaciones de estos parámetros conducen a estructuras con distinta cantidad de elementos y diferentes disposiciones angulares. Se debe tener especial cuidado con los ángulos entre puntales y tensores, debido a la recomendación del ACI 318-19 que establece que los ángulos no deben ser inferiores a 25° .

Para el caso de la ménsula en una columna, se definió un modelo compuesto por tres tensores y dos puntales que conducen a un diseño con armaduras horizontales y diagonales posicionadas en los lugares donde están las trayectorias de tensiones principales de tracción. A diferencia de los modelos convencionales de puntal-tensor, el modelo propuesto cuenta con menos elementos, siendo más sencillo de resolver y ubica los elementos en los lugares donde existen concentraciones de cargas.

Para la viga con abertura, se obtiene un modelo compuesto por once puntales y nueve tensores que reflejan las trayectorias de cargas. La configuración obtenida y el diseño realizado se comparó con el diseño propuesto por Chen et al., (2019) y Maxwell y Breen (2000), obteniéndose un 4.82% menos de acero con respecto al diseño propuesto por Chen et al., (2019) y un 34.7% y 78.07% menos de cantidad de acero con respecto a los diseños definidos por Maxwell y Breen (2000), respectivamente.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA Y DEL MÉTODO PUNTAL-TENSOR.

2.1 Introducción

En este capítulo se desarrollan los principios de la optimización topológica, centrándose en el algoritmo de variable continua SIMP, desarrollado por Sigmund (2001). Se presenta una pequeña reseña histórica y se plantea la formulación matemática del problema de optimización donde se destaca la importancia de los parámetros de entrada. Posteriormente, se expone el estado del arte del Método de puntal-tensor y se introduce este método como una herramienta de diseño, revisando los elementos que componen un modelo y las disposiciones presentes en el Capítulo 23 del ACI 318-2019 para su dimensionado y cálculo de capacidades resistentes.

2.2 Optimización topológica

El problema de la optimización topológica tiene como propósito encontrar la disposición óptima de material dentro de un dominio especificado. Las únicas variables conocidas en el problema son las cargas aplicadas, las condiciones de apoyo, el volumen final de la estructura y el tamaño y ubicación de agujeros prescritos o de áreas sólidas (Bendsøe & Sigmund, 2003). La estructura resultante luego del proceso de optimización nos entrega el tamaño físico, la forma y la conectividad de la estructura.

La función objetivo más común dentro de los algoritmos de optimización topológica es minimizar la masa del elemento o maximizar la rigidez de la estructura (o bien, minimizar la energía de deformación) utilizando restricciones de volumen.

Se diferencian dos tipos de modelos para la resolución de problemas de optimización topológica: de variable continua y de variable discreta. La diferencia entre ambos tipos de modelos radica en la naturaleza de las variables de diseño para representar la geometría final de la estructura optimizada.

Los modelos de variable continua permiten que las variables de diseño tomen valores dentro de un rango continuo. Para el caso en que la variable de diseño es la densidad de material en puntos discretos dentro del dominio, se obtiene una geometría con distribución continua de densidades en todo el dominio, donde a cada elemento se le asigna un valor dentro de un rango que oscila entre x_{min} hasta

1, siendo x_{min} un valor muy cercano al 0. El valor de x_{min} representa que la densidad en ese punto es nula, es decir, que no hay material y 1 si el material está presente en su totalidad en ese elemento.

Por otro lado, en los modelos de variable discreta la variable de diseño es la densidad relativa del material a nivel de cada elemento, el cual puede tomar únicamente valores binarios 0 o 1. En este caso la presencia de material se asocia a un valor unitario de la variable y el cero se relaciona a la ausencia de material.

2.2.1 Formulación matemática del problema de optimización topológica

Teniendo en cuenta que la función objetivo será minimizar la energía de deformación, lo que es equivalente a maximizar la rigidez de la estructura, el problema de optimización topológica se plantea de la siguiente forma:

$$\min: C(x) = \frac{1}{2} U^T K U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N u_e^T k_0 u_e \quad (2.2.1-1)$$

$$\text{sujeto a} \quad : \frac{V(x)}{V_0} = f \quad (2.2.1-2)$$

$$: 0 < x_{min} \leq x_i \leq 1 \quad (2.2.1-3)$$

$$: K U = F \quad (2.2.1-4)$$

Donde U es el vector de desplazamientos globales, F el vector de fuerzas, K es la matriz de rigidez global, u_e el vector de desplazamientos elementales, k_0 la matriz de rigidez elemental, $V(x)$ y V_0 el volumen de material final e inicial respectivamente, f es la fracción de volumen de material deseada, x_{min} es la densidad del i -ésimo elemento y N es el número total de elementos finitos en una estructura.

La primera restricción (2.2.1-2) está asociada al volumen. El diseñador debe definir previamente una fracción de volumen de material que será distribuida dentro del dominio del problema de manera óptima.

La segunda restricción (2.2.1-3) corresponde al rango de valores admisibles que la densidad elemental puede tomar. El valor x_{min} tiende a cero, pero no puede ser cero, ya que, de tomar este valor, la matriz de rigidez queda indefinida. Si la densidad relativa toma el valor de x_{min} significa la ausencia de material en el elemento. Por otro lado, si la densidad relativa toma el valor de uno, representa que el material está presente en su totalidad en el elemento.

La tercera restricción (2.2.1-4) es para asegurar que la suma de las fuerzas internas generadas por los desplazamientos de la estructura esté en equilibrio con las fuerzas externas aplicadas a la estructura.

2.3 Algoritmo de optimización topológica SIMP

El método SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*) es uno de los métodos más populares basados en elementos finitos para la obtención de topologías óptimas. El término SIMP fue introducido por primera vez por Rozvany et al., (1992), sin embargo, Bendsøe (1989) fue el primero en aplicar el método, eliminando la naturaleza discreta del problema original mediante la introducción de una función de densidad que es una variable de diseño continua (Bendsøe, 1989).

Sigmund (2001) desarrolló un código de 99 líneas en MatLab en el que implemento el algoritmo anteriormente descrito que permite generar imágenes ráster, en donde cada píxel representa a un elemento del dominio de diseño con una densidad relativa (entre x_{min} y 1) obtenida luego de un proceso de optimización. Posteriormente, Aage et al., (2014) desarrolló una extensión para Grasshopper llamada TopOpt-plugin en base al código desarrollado por Sigmund (2001), el cual será utilizado para obtener las topologías óptimas en esta memoria.

El planteamiento matemático de los algoritmos de optimización topológica SIMP consiste en penalizar el módulo de elasticidad mediante un parámetro de penalización que se acentúa para las densidades relativas intermedias y dando como resultado una estructura binaria representada en forma de imagen ráster. (Faurrieta, 2014). En el algoritmo SIMP se define que el módulo de elasticidad del i -ésimo elemento, E_i , está dado por la Ecuación 2.3-1 (Cartes, 2023).

La parametrización del dominio de diseño en un problema de OT se hace mediante el método de Distribución de Material (Bendsøe, 1989), válido para materiales isotrópicos, tal como se muestra en la Figura 2.3-1.

$$E_i = x_i^p E_0, \quad p > 1, \quad x_i \in [x_{min}, 1] \quad (2.3-1)$$

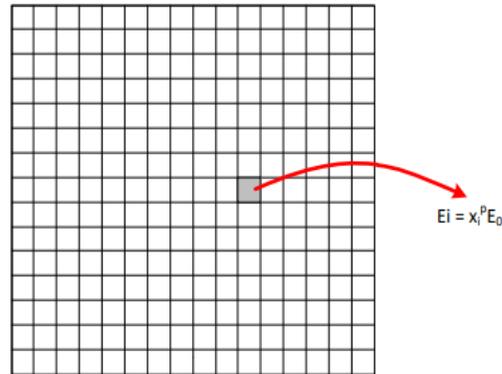


Figura 2.3-1 Parametrización del dominio de diseño en algoritmo SIMP. (Fuente: Cartes 2023)

Donde p es el factor de penalización. El valor x_{min} suele tomar valores pequeños del orden de 10^{-2} o 10^{-3} , logrando que las regiones vacías tengan una rigidez mínima en lugar de 0.

El factor de penalización p posibilita la existencia de densidades intermedias, eliminando el carácter discreto del problema, pero al mismo tiempo penaliza dichas densidades intermedias facilitando una convergencia hacia los extremos del intervalo de manera que las soluciones obtenidas se aproximen a distribuciones binarias (Elvira, 2021).

La penalización de las densidades intermedias implica que la rigidez del material sea proporcionalmente inferior a la fracción de volumen preestablecida, tal como se observa en la Figura 2.3-2 (París, 2007). Es aconsejable utilizar valores de p de entre 3 y 4, ya que conducen a soluciones de tipo binaria y bien definidas. Para valores cercanos al uno no se obtienen soluciones definidas, ya que predominan los elementos con densidades intermedias y para valores altos se presentan problemas de estabilidad numérica (Elvira, 2021).

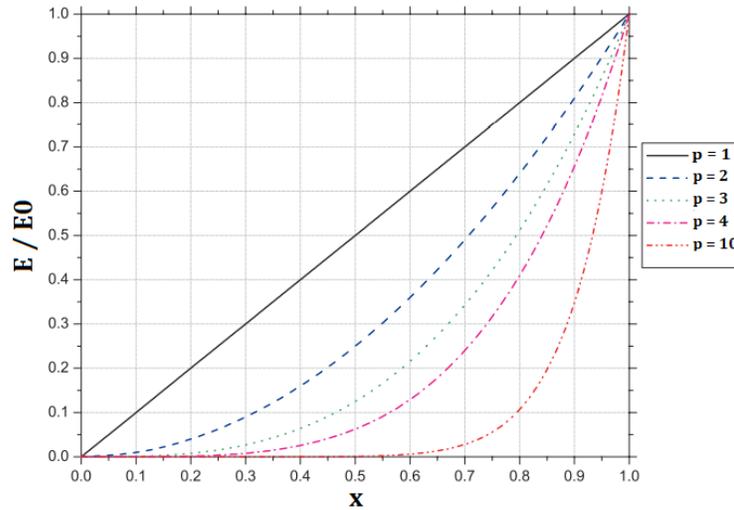


Figura 2.3-2 Efecto de la variación del factor p sobre la rigidez en algoritmos SIMP (París, 2007)

Para garantizar la existencia de soluciones al problema de optimización y evitar la formación de patrones de tablero de ajedrez y problemas de dependencia de malla, se debe aplicar un filtro a las sensibilidades o a las densidades denotado como r_{min} (Sigmund, 2001). En pocas palabras, el filtro de sensibilidades actúa multiplicando las sensibilidades de cada elemento por un factor de peso dependiente de la distancia entre el elemento considerado y los demás elementos de su vecindario. De esta manera, se suavizan los cambios abruptos en la distribución de material y permite una evolución gradual de la topología en la optimización. La elección del valor de este parámetro debe ser decidida heurísticamente y encontrar el valor correcto para las necesidades del diseñador es un proceso iterativo.

2.4 Efecto de los parámetros sobre la solución.

Para ilustrar la influencia del factor de penalización p y radio de filtro r_{min} sobre las soluciones obtenidas a partir del algoritmo SIMP desarrollado en el plugin TopOpt para Rhinos, se crea un modelo de elementos finitos cuadriláteros de cuatro nodos para una viga cantiléver de 90 x 30 cm con una fuerza F aplicada en su extremo libre, tal como se muestra en la Figura 2.4.2-1. A partir del modelo mencionado, se varían los parámetros para visualizar sus efectos sobre las topologías logradas.



Figura 2.4-1 Dominio de diseño para viga cantiléver. (Fuente: Elaboración propia)

2.4.1 Efecto del factor de penalización p

Se realizan cuatro procesos de optimización para la viga, en los cuales se escoge un 50% de fracción de volumen y se eligen factores de penalización de 1.5, 2.0, 3.5 y 8.0. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 2.4.1-1

Se observa que la topología obtenida para valores $p=1.5$ y $p=2.0$ es irregular y difuminada debido a la alta cantidad de elementos con densidades intermedias. Para el valor de $p=8$ la estructura final presenta problemas de oscilación que no permiten que la solución converja a una topología estable, y requieren de un alto gasto computacional (más de 5000 iteraciones en este caso). Por otra parte, para el valor de $p=3.5$ se consigue una topología con los contornos bien definidos y con muy pocos elementos con densidades intermedias.

De lo anterior se puede ver que para valores bajos de factor de penalización (menores a 3) se obtienen topologías con demasiados elementos con valores de densidad relativa intermedios que no aportan beneficios en términos de rendimiento estructural. Por otro lado, se observa que los factores de penalización altos conducen a topologías con problemas de oscilación y que requieren de excesivo gasto computacional. Para obtener topologías binarias que sean estables, se deben utilizar factores de penalización de entre 3 y 4, tal como recomienda Bendsøe y Sigmund (1999)

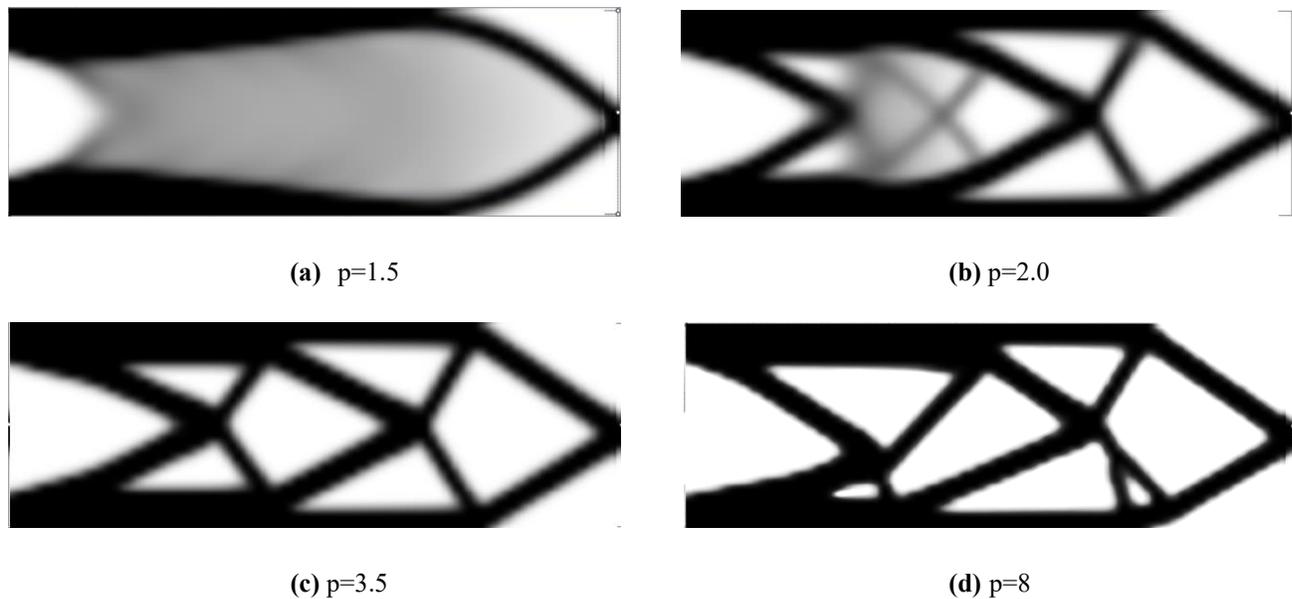


Figura 2.4.1-1 Efecto del factor de penalización p sobre la topología final de una viga cantiléver. (Fuente: Elaboración propia)

2.4.2 Efecto del factor de r_{\min}

Se realizan cuatro procesos de optimización para la viga, en los cuales se escoge un 50% de fracción de volumen y se eligen radios de filtro de 1.0, 1.05, 1.3 y 2.5. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 2.4.2-1.

Cuando el valor de r_{\min} toma valores pequeños, cercanos a uno, la función objetivo es muy baja, lo que indica que la rigidez de la estructura es alta. Sin embargo, se sobrevalora la rigidez de elementos conectados por un sólo nodo, lo que conduce a soluciones con patrones de tablero de ajedrez (Ver Figura 2.4.2-1 (a) y (b)). Al aumentar r_{\min} , la función objetivo también aumenta, lo que implica que la estructura se hace más flexible, lo que es congruente con la aparición de zonas grises en los contornos de las estructuras (Irribarra, 2011), tal como se puede apreciar en la Figura 2.4.2-1 (d).

Además, se observa que al mantener la fracción de volumen y aumentar el radio de filtro, se eliminan agujeros y se obtienen topologías más simples.

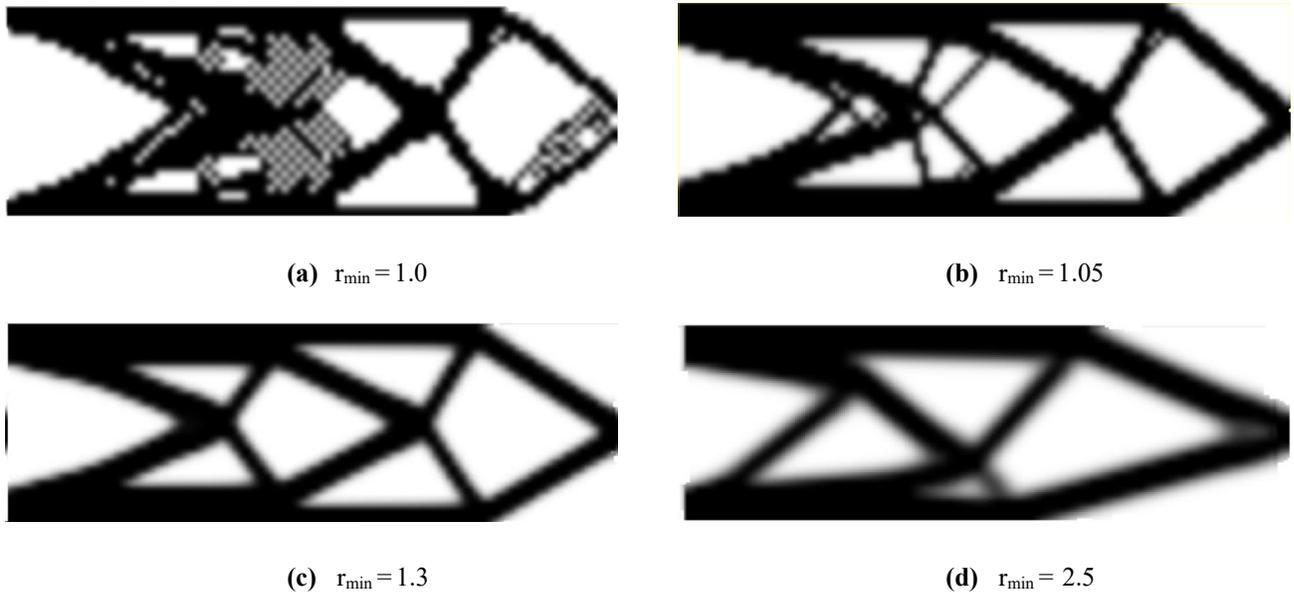


Figura 2.4.2-1 Topologías óptimas para distintos valores de r_{min}

Se comprueba que usar $r_{min} = 1$ es lo mismo que no utilizar filtro de sensibilidades, conduciendo a soluciones que contienen amplias zonas con patrones de tablero de ajedrez que se van eliminando a medida que el filtro r_{min} aumenta (Iribarra, 2011)

2.5 Modelos Puntal y Tensor

2.5.1 Antecedentes históricos y estado del arte

El origen de los modelos puntal-tensor se remonta a inicios del siglo XX, en los trabajos de los investigadores August Ritter (1826-1908) y Emil Mörsch (1872-1950). El primero plantea la analogía de la armadura (1899), afirmando que los elementos en tensión de las armaduras equivalentes contribuían a la resistencia al corte de los elementos de hormigón armado, pero sin resistir esfuerzos tangenciales. Sin embargo, su método no tuvo mucha aceptación en el medio profesional, dando a lugar a la aparición de dos líneas de pensamiento; una en la que se creía que los tensores resistían tensiones tangenciales y otra en concordancia con Ritter, que apoyaba a la teoría de la tensión diagonal en el alma de los elementos (Pérez, 2021).

Las dos líneas de pensamiento se clarificaron con el estudio de Mörsch (1909), quien demostró que en vigas que se encuentran sometidos a tensiones tangenciales existe una tensión diagonal con una inclinación de 45° (Rojas, 2014). A partir de su estudio se origina el análisis en equilibrio entre el incremento de la armadura en tensión, la resistencia de la armadura de corte y la compresión de puntales entre fisuras consecutivas.

Es difícil definir con exactitud el origen del método puntal-tensor, pues diversos autores como Leonhardt, Rosch y Kupfer entre otros crearon una metodología científica más refinada del método basándose en la teoría de la plasticidad. En la década de 1980, los ingenieros canadienses Collins y Mitchell (1984) tomaron en consideración las deformaciones del modelo de armadura y concluyeron en un diseño racional por corte y torsión, siendo aceptado por la comunidad científica e incluyendo el concepto por primera vez en una norma; las Normas del Código de Asociación de Concreto Canadiense (CAN3-A23.3-M84) (Pérez, 2021).

Schlaich (1987) desarrolló un procedimiento de diseño de elementos mediante modelos de puntal-tensor para zonas de discontinuidad en miembros de hormigón armado, que consiste en disponer puntales de compresión orientados en la aproximación del flujo de esfuerzo obtenido mediante un análisis elástico que permite evaluar las condiciones de límite de estado último y de serviciabilidad mediante un único modelo (Morales, 2007).

Una de las dificultades para aplicar el método de puntal-tensor es proponer un modelo que represente correctamente las trayectorias de carga dentro de los elementos a diseñar. La actual investigación sobre el tema se ha centrado en la automatización de la generación de modelos de puntal-tensor óptimos, utilizando como herramienta la optimización topológica.

En la investigación de Xia et al., (2020) se automatiza el proceso de conversión desde una topología optimizada a una armadura idealizada, que luego es evaluada objetiva y automáticamente según tres criterios: el modelo de armadura extraído es analizable; en qué medida las regiones traccionadas están cubiertas por tirantes; y que tan económico es el diseño. A su vez Zhou & Wan (2021) desarrolló modelos puntal-tensor para zonas de anclaje rectangulares mediante criterios modificados de optimización, en donde se maximiza la rigidez total y se minimiza la energía de optimización.

2.5.2 Regiones B y D

Se conoce como región B (*“Beam región”*), o región viga, las zonas o elementos donde se pueden aplicar las teorías clásicas, en donde la hipótesis de Bernoulli linealidad de distribución de deformaciones se supone válida. En estas regiones, las fuerzas internas pueden ser derivadas de los momentos, fuerzas cortantes y axiales obtenidos a partir de métodos estáticos (J. Schlaich, K Schafer, 1991).

En las estructuras existen regiones en donde no son aplicables las teorías clásicas debido a las condiciones geométricas de sus elementos, o bien, por la condición de cargas a la que la estructura se encuentra sometida. Dichas zonas se denominan zonas de discontinuidad o región-D (*“Disturbed region”*) y la distribución de deformaciones es significativamente no lineal, es decir, no se cumple la hipótesis de Bernoulli. En estas zonas la mayor parte de la carga es directamente transmitida a los apoyos mediante compresiones en el plano del hormigón, por lo que es necesario recurrir a un enfoque.

En la Figura 2.5.2-1 se aprecia una sección de viga con sus trayectorias de tensiones y zonas B y D acotadas. Se observa que en las zonas B, la distribución de esfuerzos puede ser considerada uniforme, mientras que en las zonas D son no lineales.

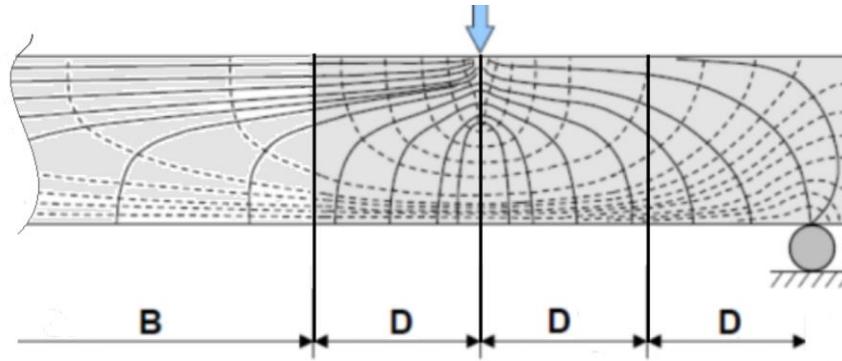


Figura 2.5.2-1 Trayectorias de esfuerzos σ_{11} (línea punteada) y σ_{22} (línea continua) en una sección de viga con regiones B y D acotadas. (Fuente: adaptado de Elmeligy 2019)

Para acotar la extensión de las regiones D, Schlaich (1987) propone la aplicación del principio de Saint-Venant, el cual establece que “Los efectos localizados causados por cualquier carga actúan en la estructura disipándose o suavizándose en regiones suficientemente alejadas de la ubicación de la carga”. En consecuencia, las tensiones producidas por una discontinuidad estática llegan a ser uniformes a una determinada distancia de la carga, que suele corresponder a la dimensión “h” del canto del elemento. En la Figura 2.5.2-2 se observan diferentes elementos con sus regiones D acotadas según el principio de Saint-Venant.

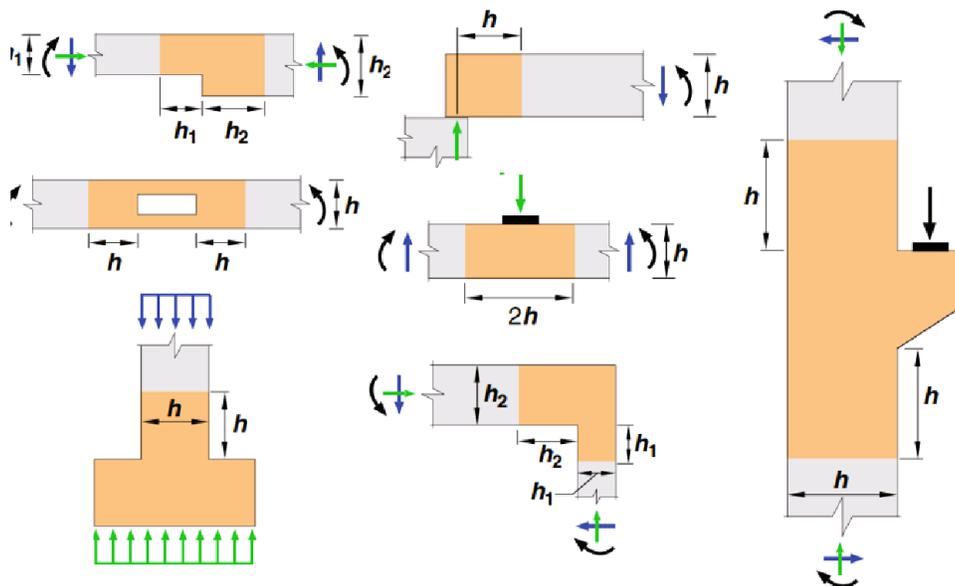


Figura 2.5.2-2 Regiones D acotadas para diferentes secciones (Fuente: ACI 318-19)

2.5.3 Principios del diseño mediante modelo puntal-tensor

Los elementos que conforman un modelo puntal-tensor se ilustran en la Figura 2.5.3-1, donde se muestra una viga alta simplemente apoyada solicitada por dos fuerzas externas verticales en su extremo superior.

En un modelo puntal-tensor (Figura 2.5.3-1), los puntales (con línea exterior en rojo) representan campos de compresión dentro del hormigón, mientras que los tensores (en azul) representan una o más capas de refuerzos de acero, aunque también pueden representar tensiones de baja magnitud que pueden ser resistidas por el hormigón. Los puntales y tensores se unen a través de nodos (en gris), que representan regiones en las que ocurre un cambio en las direcciones del flujo de fuerzas internas. Los tres elementos mencionados anteriormente forman un reticulado que representa el mecanismo que adoptará un miembro de hormigón armado para desarrollar capacidad resistente y mantener el equilibrio hasta alcanzar la capacidad última.

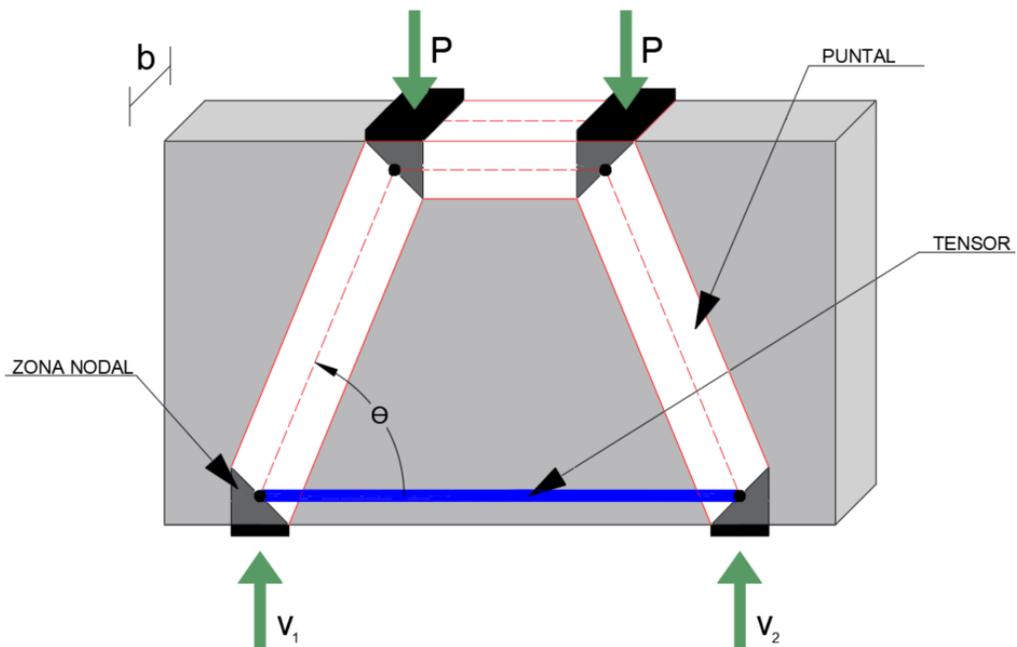


Figura 2.5.3-1 Modelo puntal-tensor para una viga alta (Fuente: Elaboración propia)

Teniendo un modelo adecuado para una región D, se calculan las fuerzas axiales en los elementos del modelo satisfaciendo el equilibrio entre las fuerzas aplicadas y las fuerzas internas. Los puntales, tensores y nodos se dimensionan para poder resistir las fuerzas a las que se someten mediante

disposiciones del ACI 318-19 que imponen límites a las fuerzas actuantes en cada uno de los elementos.

El dimensionamiento del refuerzo de acero no presenta un gran problema debido al evidente comportamiento uniaxial de las barras de acero. Sin embargo, los puntales al ser resultantes de un campo de compresiones presentan un comportamiento tridimensional, por lo tanto, la capacidad de éstos depende de la forma geométrica del campo tensional en cuestión, de la existencia de reforzamiento transversal y del patrón de agrietamiento del puntal. Para simplificar este problema, el ACI 318-19 recomienda idealizar los puntales como prismáticos y unidireccionales.

El diseño se realiza de acuerdo con el límite inferior de la teoría de la plasticidad, por lo que la carga de falla calculada subestima la carga de falla real. Sin embargo, dado que los materiales estructurales permiten deformaciones plásticas limitadas, el modelo puntal-tensor debe escogerse tal que la capacidad de deformación no sea excedida en ningún punto.

A diferencia de procedimientos tradicionales de diseño, los modelos puntal-tensor no distinguen entre el diseño a flexión del diseño al corte (Azócar, 2004). Su implementación obliga a modificar la visión clásica basada en los mecanismos de flexión, corte y torsión de la resistencia de materiales.

2.5.4 Formulación de modelos puntal-tensor

El mayor desafío al realizar un diseño mediante este método es la proposición de un modelo de puntal-tensor adecuado. Existen diferentes formas de obtener modelos puntal-tensor, entre ellas, mediante el análisis elástico de tensiones, por el método de trayectorias de cargas, por medio de modelos estándar presentes en la literatura o bien mediante la optimización topológica. En este contexto la aplicación de técnicas de optimización topológica permite automatizar el proceso de creación de modelos, quitando una cuota de incertidumbre al momento de plantear la trayectoria de cargas.

En el Capítulo 23 del ACI 318-19 se entregan algunas recomendaciones para el planteamiento de un modelo puntal-tensor.

- A. Los modelos deben consistir en puntales y tensores conectados en los nodos formando una cercha idealizada en dos o tres dimensiones.
- B. La geometría de la cercha idealizada debe ser consistente con las dimensiones de los puntales, tensores, zonas nodales, áreas de transferencia de cargas y apoyos.

- C. Los modelos deben ser capaces de transferir todas las cargas hacia los apoyos o zonas B adyacentes
- D. Las fuerzas internas del modelo deben estar en equilibrio con las cargas aplicadas y las reacciones de apoyos.
- E. Los tensores pueden cruzar a los puntales o a otros tensores
- F. Los puntales deben interceptarse o superponerse entre sí únicamente en los nodos.
- G. El ángulo entre los ejes de cualquier puntal o tensor que ingresen a un nodo debe ser mayor a 25°.

2.5.5 Dimensionamiento de Puntales

Los puntales, como se dijo anteriormente, corresponden a los elementos resistentes a compresión que consideran la resultante de los campos de compresiones que aparecen en el hormigón. Existen tres tipos de clasificación que dependen de la forma geométrica que tengan los campos de compresiones dentro del elemento, lo que a su vez depende de la geometría y al estado de carga que se encuentre sometido el elemento en estudio. En la Figura 2.5.5-1 se observan las formas de los tres tipos de puntales, donde b es el grosor del puntal (coincidente con la profundidad del elemento analizado) y w_s es el ancho efectivo del puntal

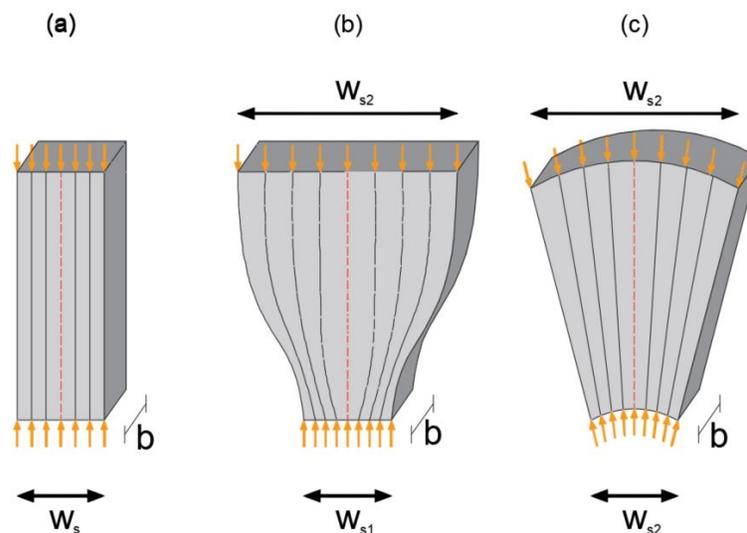


Figura 2.5.5-1 Puntal prismático (a), Puntal en forma de botella (b) y Puntal en forma de abanico (c) (Fuente: Elaboración propia)

- A. Puntal prismático: Ocurre cuando existe una limitación física o mecánica que permite que el campo de compresión tenga trayectorias uniformes y paralelas.
- B. Puntal en abanico: Ocurre cuando existe la posibilidad de dispersión en una dirección de los campos de compresión
- C. Puntal en botella: Ocurre cuando existe la posibilidad de dispersión en dos direcciones de los campos de compresiones.

Es importante identificar correctamente el tipo de puntal existente en el modelo, debido a que la capacidad resistente del mismo vendrá determinada directamente por el área de hormigón colaborante. Esto se debe a que la capacidad resistente del puntal está relacionada con la capacidad de dispersión de energía del puntal y, por lo tanto, también se relaciona con el área equivalente.

A efectos prácticos, el código ACI 318-19 recomienda idealizar los puntales como elementos prismáticos de ancho efectivo w_s , el cual se considera como la dimensión perpendicular al eje de este. En el caso de que el puntal sea de sección variable, el ancho w_s debe ser considerado como la menor de las dimensiones en los extremos del puntal. El grosor b de los puntales coincide con el grosor del elemento que se estudia, considerando la dimensión perpendicular al plano de análisis Figura 2.5.5-1

La resistencia de diseño de los puntales debe ser calculada para cada una de las combinaciones de carga aplicables y debe cumplir la desigualdad mostrada en la Ecuación 2.5.5-1

$$\phi F_{ns} \geq F_{us} \quad (2.5.5-1)$$

Donde F_{ns} es la resistencia a la compresión nominal del puntal; F_{us} es la carga de compresión mayorada en un puntal y ϕ es el factor de reducción de resistencia. Según la Tabla A1 del Anexo A, todos los factores de reducción de resistencia en los modelos puntal-tensor son $\phi = 0.75$. Investigación reciente ha mostrado que esto puede conducir a modos de falla no dúctiles no deseados (Aguilar et al., 2022)

La resistencia nominal a la compresión F_{ns} en el caso de que el puntal no cuente con refuerzo longitudinal se calcula con la Ecuación 2.5.5-2

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad (2.5.5-2)$$

En el caso de que el puntal cuente con armadura de refuerzo longitudinal, F_{ns} se calcula con la ecuación 2.5.5-3

$$F_{ns} = f_{ce}A_{cs} + A'_s f'_s \quad (2.5.5-3)$$

F_{ns} debe ser evaluado en ambos extremos del puntal y el menor valor obtenido debe ser considerado; A_{cs} es el área transversal menor del puntal ($A_{cs} = b * w_s$); f_{ce} es la resistencia efectiva a la compresión del puntal; A'_s es el área de compresión del refuerzo longitudinal a lo largo del puntal; f'_s es la tensión en el refuerzo de compresión en el puntal.

La resistencia efectiva a la compresión en el hormigón del puntal, f_{ce} se calcula según la Ecuación 2.5.5-4

$$f_{ce} = 0.85\beta_c\beta_s f'_c \quad (2.5.5-4)$$

Donde β_c representa un coeficiente de modificación dado el confinamiento del puntal y se obtiene según lo especificado en la Tabla A3 del Anexo 1; β_s es un factor que considera el efecto de la fisuración y el refuerzo de confinamiento influyente en la resistencia a la compresión efectiva del hormigón en un puntal y se obtiene de acuerdo con lo dispuesto en la Tabla A2 del Anexo 1; f'_c es la resistencia específica a la compresión del hormigón.

Se debe tener en cuenta que valores bajos del coeficiente β_s representan una penalización a la resistencia efectiva a la compresión de los puntales debido a la relación de longitud de los puntales y la distancia de los puntos de aplicación de la carga. Por otro lado, el coeficiente β_c aumenta el valor de la resistencia efectiva a la compresión debido al confinamiento proporcionado por la existencia de una superficie de aplastamiento en el puntal en estudio.

Para dimensionar correctamente un puntal se debe buscar el ancho efectivo mínimo tal que la resistencia de diseño sea mayor o igual a la carga mayorada a la que está sometido el elemento. Para esto se debe tener en cuenta que el grosor b corresponde a la dimensión fuera del plano del modelo y se considera igual al grosor del elemento de hormigón que se esté estudiando.

Reescribiendo la ecuación 2.5.5-1 y reemplazando los términos de las ecuaciones 2.5.5-2 y 2.5.5-4, se tiene que el ancho mínimo w_s para que un puntal tenga las dimensiones necesarias para soportar una carga mayorada F_{us} es la dispuesta en la Ecuación 2.5.5-4

$$w_{s,min} \geq \frac{F_{us}}{\phi * f_{ce} * b} \quad (2.5.5-5)$$

2.5.6 Tensores

El tensor representa las zonas traccionadas del modelo propuesto y son materializadas con barras de acero. La capacidad de los tirantes viene dada únicamente por la configuración y la cuantía de acero definida por el proyectista. El valor de la capacidad resistente a la tracción se obtiene como el producto entre el área dispuesta por la capacidad resistente adoptada por el acero que se utilice.

Al igual que en el caso de los puntales, la resistencia de diseño de los tensores conferida por las barras de refuerzo debe ser superior a la carga mayorada de tensión a la que se encuentra sometida el elemento, cumpliendo con la Ecuación (2.5.6-1)

$$\phi F_{nt} \geq F_{ut} \quad (2.5.6-1)$$

Donde F_{ut} es la carga de tracción mayorada en un tensor; ϕ es el factor de reducción de resistencia, según la Tabla A1 del Anexo A; y F_{nt} es la capacidad nominal del tensor que se calcula según la ecuación 2.5.6-1 presentada a continuación:

$$F_{nt} = A_{ts}f_y + A_{tp}\Delta f_p \quad (2.5.6-2)$$

Donde A_{ts} es el área de refuerzo no pretensado en un tensor; A_{tp} es el área de refuerzo pretensado en un tensor. El cálculo de la resistencia del tensor está basado en la inclusión de la contribución del pretensado como fuerzas externas. En el presente trabajo el área A_{tp} es nula debido a que no se consideran elementos con pretensado.

2.5.7 Nodos y Zonas Nodales

Los nodos son aquellos puntos en donde se concentran los cambios de dirección en las trayectorias de esfuerzos, los que son representados por puntales y tensores. De acuerdo con la combinación de puntales, tensores y fuerzas externas que confluyan a un mismo nodo, se clasifica el tipo de nodo:

- Nodos CCC: Nodos a los cuales confluyen únicamente fuerzas de compresión
- Nodos CCT: Nodos a los cuales confluye un tensor
- Nodos CTT: Nodos a los cuales confluye dos o más tensores.
- Nodos TTT: Nodos a los cuales confluyen únicamente tensores

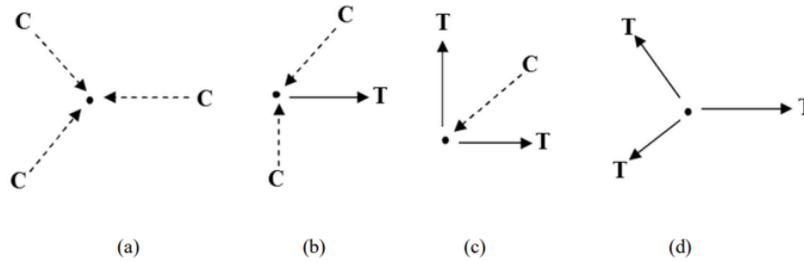


Figura 2.5.7-1 Nudo CCC (a), Nudo CCT (b), Nudo CTT (c), Nudo TTT (d)

La cantidad de puntales, tensores y fuerzas externas que convergen en un nodo influye directamente en la capacidad resistente del nodo, por lo que se le asigna un coeficiente que penalizará su resistencia según la cantidad de tirantes que se anclan en un nodo, el cual será definido más adelante. En la Figura 2.5.7-1 se presentan gráficamente los tres tipos de nodos existentes.

Es conveniente diferenciar entre nodos y zonas nodales. Los nodos son los puntos exactos donde convergen las fuerzas axiales provocadas por tensores, puntales o fuerzas externas, mientras que las zonas nodales son regiones que rodean las áreas de unión en donde los elementos se conectan (Azocar, 2004).

Si más de tres fuerzas actúan sobre un nodo, se recomienda resolver alguna de las fuerzas involucradas para que solo sean tres las fuerzas que intercepten a la zona nodal, tal como es el caso mostrado en la Figura 2.5.7-2. En la Figura 2.5.7-2 (a) se observa que actúan cuatro fuerzas de compresión denotadas por los puntales A-B, B-C, C-E y A-E. En este caso, es conveniente expresar los puntales A-E y A-C como una resultante de ambas fuerzas de compresión, tal como se representa en 2.5.7-2 (b). Realizando el procedimiento mencionado, se hace más fácil dimensionar la zona nodal ya que esta toma una geometría triangular en vez de cuadrangular.

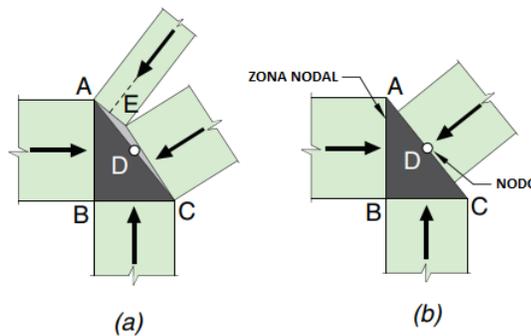


Figura 2.5.7-2. Zona nodal con cuatro fuerzas actuantes (a) y zona nodal con puntales A-E y A-C resueltos (b) (Fuente: ACI 318-19)

Si los esfuerzos de los puntales que se encuentran en un nodo son equivalentes, se puede definir una zona nodal hidrostática. Las caras de dicha zona nodal son perpendiculares a los ejes de los elementos que la conforman y proporcionales a las fuerzas en las barras. En otras palabras, se puede establecer una relación geométrica $w_1: w_2: w_3 = P_1: P_2: P_3$, tal como se muestra gráficamente en la Figura 2.5.7-3.

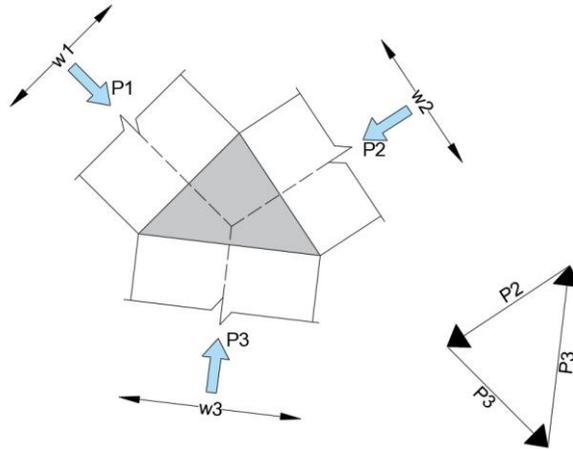


Figura 2.5.7-3 Zona nodal hidrostática (Fuente: Elaboración propia)

En el caso de nodos hidrostáticos que anclan uno o dos tensores, se supone que estos se extienden a través de las zonas nodales para ser anclados en el lado más alejado del nodo mediante ganchos o adherencia. El área efectiva del tensor es la fuerza en este dividida por la tensión de apoyo admisible para los puntales que concurren en un nodo (Herrera, 2008).

Para todas las zonas nodales que componen un modelo de puntal-tensor, la Ecuación 2.5.7-1 se debe satisfacer:

$$\phi F_{nn} \geq F_{un} \tag{2.5.7-1}$$

Donde F_{un} es la carga mayorada en la cara de un nodo; ϕ es el factor de reducción de resistencia, según la Tabla A1 del Anexo A; y F_{nn} es la resistencia nominal

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} \tag{2.5.7-2}$$

Donde f_{ce} corresponde a la resistencia a la compresión efectiva en la zona nodal; A_{nz} es el área de la zona nodal en la cara de la sección. El valor de f_{ce} se calcula de manera similar al caso de los puntales, con la Ecuación 2.5.7-3

$$f_{ce} = 0.85\beta_c\beta_n f_c' \quad (2.5.7-3)$$

Para el cálculo de la resistencia nominal de la zona nodal se introduce el coeficiente β_n , que considera el efecto de la disminución de la capacidad resistente debido al anclaje de los tensores en la zona nodal. Los valores bajos de este coeficiente representan el aumento del grado de perturbación de las zonas nodales debido a la incompatibilidad de las deformaciones unitarias de tracción en los tensores y deformaciones unitarias de compresión en los puntales. El valor de β_n se obtiene de acuerdo con lo estipulado por la A5 del Anexo A del ACI 318-19.

El ancho mínimo requerido en una zona nodal para desarrollar la capacidad necesaria para resistir las compresiones generadas por los puntales viene dado por la Ecuación 2.5.5-5.

2.6 Conclusiones

El Capítulo 2 resume los conceptos básicos de la optimización topológica de variable continua del tipo SIMP resaltando la influencia de los parámetros del algoritmo sobre las soluciones obtenidas. Además, se plantean los fundamentos de los modelos puntal-tensor según lo dispuesto en el ACI 318-19.

Para utilizar la optimización topológica como una herramienta para la formulación de modelos de puntal-tensor y posterior diseño de elementos, es clave conocer los principales aspectos teóricos involucrados en sus respectivas formulaciones. El paso que mayor dificultad presenta es el planteamiento del modelo puntal-tensor que reflejen las trayectorias de tensiones.

A efectos de obtener topologías óptimas se deben utilizar valores de factor de penalización de entre 3 y 4, tal como señala Bendsøe y Sigmund (1999), y se corrobora en el ejemplo presentado en 2.4.1. Por otro lado, el radio del filtro de sensibilidades garantiza la existencia de soluciones y evita la formación de patrones de tablero de ajedrez

Finalmente se concluye que la optimización topológica es una herramienta viable para el planteamiento de modelos puntal-tensor, siempre y cuando se elijan correctamente los parámetros de optimización y se usen fracciones volumétricas bajas, ya que de esta manera se logran estructuras que se asemejan a reticulados.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA DE GENERACIÓN DE MODELOS PUNTAL-TENSOR A PARTIR DE ALGORITMOS DE OT

3.1 Introducción

En este capítulo se presentan los casos de estudio; a) Ménsula simple en una columna y b) viga alta con una abertura, los cuales fueron extraídos y adaptados de las investigaciones de Putri (2018) y Chen et al., (2019), respectivamente.

Luego, se realiza una breve descripción de los softwares utilizados (Rhino 8 V8.1, SAP2000 V23 y AutoCAD 2024) para el desarrollo de la metodología de generación de modelos puntal-tensor

Se presenta un procedimiento general para la generación de modelos puntal-tensor, en donde se realizan procesos de optimización considerando uno y dos materiales con el objetivo de identificar los elementos en compresión y tracción en el dominio de diseño para una fracción de volumen definida. Además, mediante la obtención de topologías óptimas se reconocen las disposiciones geométricas de los elementos que conforman los modelos puntal-tensor.

Finalmente, se entregan recomendaciones para el diseño de elementos mediante modelos puntal-tensor basadas en las disposiciones del ACI 318-19.

3.2 Casos de estudio

Este trabajo aborda el estudio de dos casos extraídos de la literatura; a) Putri (2019) y b) Chen et al., (2019), con el fin de tener un parámetro de comparación con respecto a diseños planteados por otros autores.

Los casos por estudiar son:

- a) Ménsula simple en una columna con carga vertical y horizontal. La geometría y cargas sobre la ménsula son adaptaciones del estudio de Putri (2018).
- b) Viga alta simplemente apoyada con una abertura y carga puntual. La geometría y cargas de la viga corresponden a un problema estudiado por Chen et al., (2019) y Maxwell & Breen (2000).

Los casos se desarrollan en el Capítulo 4, donde se presentan diseños para ambos elementos.

3.3 Software

En el desarrollo de la metodología se emplean las siguientes herramientas de software especializado para llevar a cabo el análisis y diseño requerido:

1. Rhino 8 V8.1
2. SAP2000 V23
3. AutoCAD 2024

La elección de estos programas se basa en la amplia aceptación y uso en la industria y academia, así como su capacidad para satisfacer las necesidades específicas de este estudio. En las siguientes subsecciones se presenta una breve descripción de cada uno de ellos.

3.3.1 Rhino 8 V8.1

Rhinos es un software de modelado tridimensional desarrollado por Robert McNeel & Associates que destaca por su versatilidad y potencia siendo popular en las industrias de la ingeniería y arquitectura. Para la elaboración de esta investigación se utiliza el complemento Grasshopper de dicho programa, el cual es una herramienta de diseño paramétrico y algoritmos visuales, que permite crear modelos a partir de la manipulación de parámetros y relaciones.

Para la obtención de topologías óptimas se utiliza el plugin TopOpt para Grasshopper, desarrollado por la Universidad Técnica de Dinamarca, el Instituto de Tecnología de Israel y la Escuela de Arquitectura de Aarhus. El plugin proporciona una serie de metodologías de optimización que amplían los métodos actualmente disponibles basados en el código de Matlab de 99 líneas de optimización topológica desarrollado por Sigmund (2001). Mediante Tepopote para Grasshopper se programa visualmente el algoritmo de optimización topológica, facilitando el proceso iterativo de obtención de topologías óptimas que sean aptas para conformar un modelo puntal-tensor.

3.3.2 SAP 2000 V23

SAP2000 es un software de análisis y diseño estructural basado en elementos finitos desarrollado por Computer and Structures Inc. (CSI). El programa permite modelar estructuras definiendo sus materiales, secciones y combinaciones de carga entregando como resultado su respuesta estructural.

Este programa es relevante para esta investigación ya que permite obtener mediante el uso de elementos finitos cuadriláteros en tensión plana la distribución y magnitud de las tensiones principales del elemento estructural con el fin de validar y comparar la trayectoria de estas tensiones con la distribución de elementos asociada a la configuración resultante del proceso de OT. Además, con esta plataforma se determinan los valores de las fuerzas de compresión y tracción a utilizar en los modelos puntal-tensor propuestos.

3.3.3 AutoCAD 2024

Para facilitar la elaboración de dibujos técnicos se utiliza el software AutoCAD 2024, el cual es una herramienta de dibujo asistido computadora (CAD) desarrollada por Autodesk ampliamente aceptada y utilizada en la industria de la ingeniería.

3.4 Procedimiento general

3.4.1 Modelamiento de elementos en Rhinos 8 V8.1

Para el modelamiento de los elementos estructurales, se debe dibujar la geometría con la herramienta de dibujo asistido por computadora (CAD) de Rhinos 8, especificando los puntos donde se ubicarán los apoyos y las cargas aplicadas para luego establecer los parámetros del algoritmo de optimización topológica, como la fracción de volumen, el factor de penalización y el radio de filtro.

El plugin TopOpt asigna automáticamente sobre la geometría a discretizar una malla de elementos finitos cuadriláteros de dimensiones unitarias. La malla debe contar con los suficientes elementos finitos para que se generen contornos suavizados sobre la topología resultante.

Para definir el dominio de diseño, se debe asignar la geometría al programa que posteriormente discretizará como se señaló anteriormente. Además, en caso de ser necesario, se pueden asignar zonas no optimizables y/o con espacios vacíos. En la Figura 3.4.1-1 se observa la geometría de una viga alta de 60 x 30 cm simplemente apoyada con dos cargas puntuales P de 50 kN, la cual fue modelada en Rhinos 8 v8.1. Se debe notar que la viga estudiada corresponde en su totalidad a una región D.

En la Figura 3.4.1-2 se puede apreciar el modelo de la viga en Rhino V8 8.1, que cuenta con una malla de 600x300 elementos finitos cuadriláteros de cuatro nodos de 1 x 1mm.

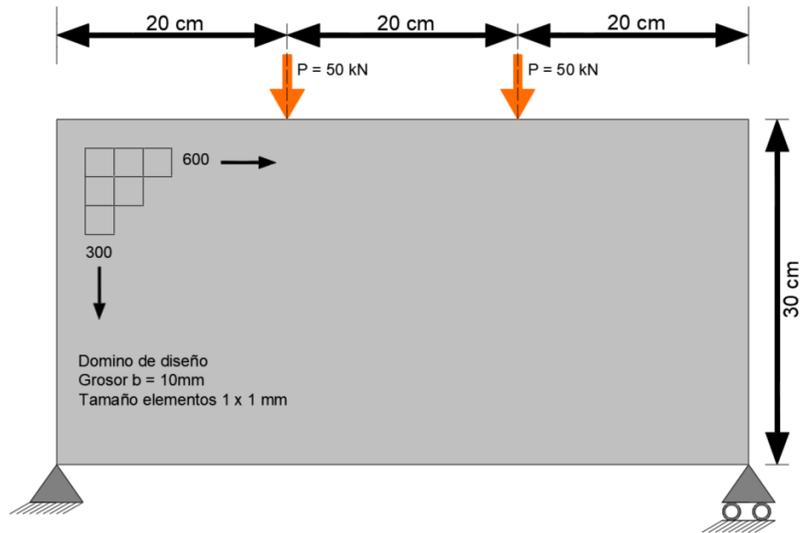


Figura 3.4.1-1 Cargas aplicadas y geometría de la viga (Fuente: Elaboración propia)

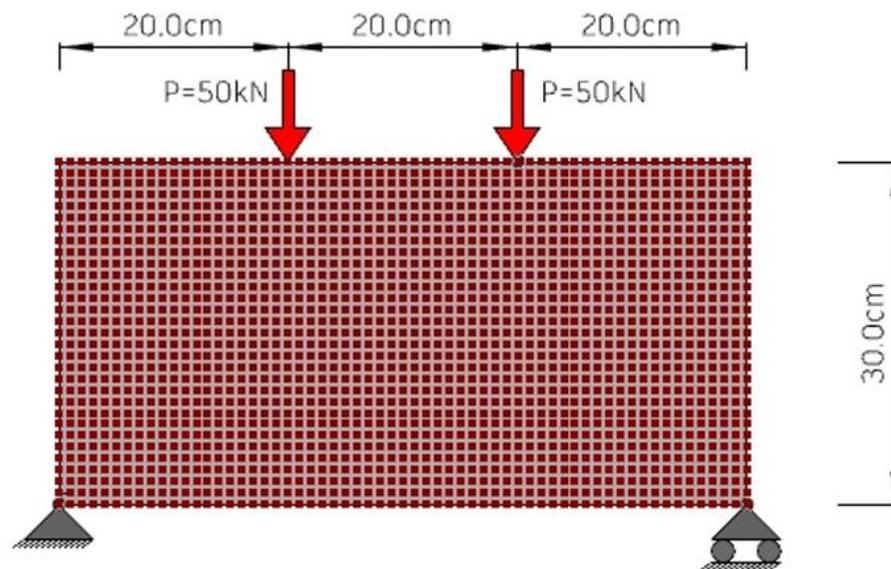


Figura 3.4.1-2 Modelación de la viga en Rhinos 8 V8.1 (Fuente: Elaboración propia)

3.4.2 Obtención de topologías óptimas mediante GrassHopper

Una vez definida la geometría y condiciones de contorno del elemento que se desea diseñar se debe establecer los parámetros de la optimización topológica.

Mediante el componente “*2D Optimization*” se obtienen las topologías óptimas para materiales compuestos por un material lineal-elástico e isotrópico.

La fracción volumétrica se debe mantener en valores que rondan el 25% que eviten la generación de desplazamientos no admisibles (Oviedo, 2020) pero que a la vez sean semejantes a un enrejado. El factor de penalización se debe escoger teniendo en cuenta lo señalado en la subsección 2.4.1, de manera que el modelo de optimización topológica obtenido conduzca a una estructura similar a un enrejado. Para evitar problemas de estabilidad y gastos computacionales excesivos, se recomienda utilizar valores de factor de penalización entre 3 y 4.

El radio de filtro se define según la subsección 2.4.2, considerando valores bajos para el radio de filtro, ya que estos conducen a topologías suavizadas y con menos ramificaciones. El radio de filtro se escoge heurísticamente y de manera iterativa.

En la Figura 3.4.2-1 se muestra la topología optimizada de la viga anteriormente descrita, utilizando una fracción de volumen del 25 %, 35% y 50%, un factor de penalización de 3.0 y un radio de filtro de 1.5 mm

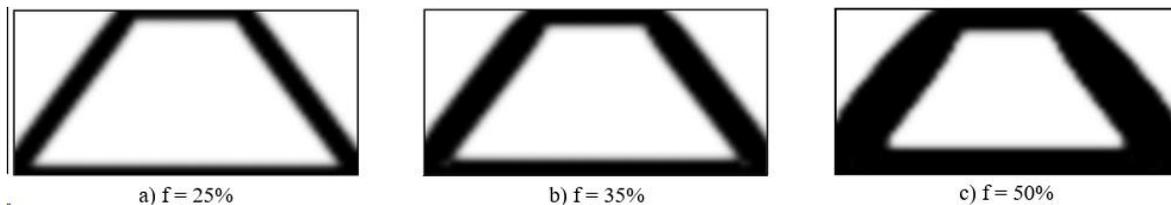


Figura 3.4.2-1 Topologías óptima para la viga para fracciones volumétricas de 25% (a), 35%(b) y 50% (c)

Adicionalmente, se utiliza el componente “*TenCom.2Mat*”, diseñado para distribuir dos materiales lineales-elásticos. Se considera que un material es preferible en compresión (en rojo), mientras que el otro es preferible en tensión (en azul), en donde cada una de las fases tiene su propia fracción volumétrica. Esta herramienta presta especial utilidad para reconocer si las regiones de los elementos analizados se encuentran traccionadas o comprimidas y permitirá diferenciar entre puntales y tensores en la posterior elaboración del modelo. En la Figura 3.4.2-2 se muestra la optimización topológica en dos materiales para la viga bajo los mismos parámetros de optimización, en donde f_1 es la fracción volumétrica asociada al material comprimido y f_2 para el material traccionado.

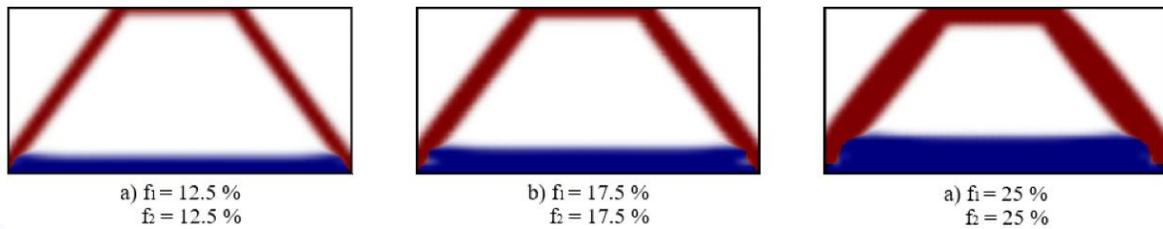


Figura 3.4.2-2 Topologías óptima para la viga para fracciones volumétricas de $f_1 = f_2$ de 12.5% (a), 17.5%(b) y 25% (c)

A partir de las topologías óptimas obtenidas para uno y dos materiales, se observa que las seis fracciones volumétricas definidas conducen al mismo enrejado, por lo que en este caso es indiferente cuál de los tres se escoge para la formulación del modelo puntal-tensor.

3.4.3 Planteamiento de modelos puntal-tensor

Una vez obtenida y validada la optimización topológica se procede a formular un modelo puntal-tensor basado en la disposición geométrica de la topología optimizada, dibujando los elementos en AutoCAD para luego crear un modelo de elementos finitos de barra en SAP 2000.

Para que el modelo puntal-tensor sea válido, se deben tener en cuenta las recomendaciones del Capítulo 23 Código ACI 318-19 que garantizan la compatibilidad de los modelos. Dichas recomendaciones son mencionadas en la subsección 2.8 del presente documento.

En la Figura 3.4.4-1 se muestra una propuesta de modelo de puntal-tensor para la viga utilizada como ejemplo en este capítulo, donde las barras rojas representan puntales, y las azules tensores. Las zonas nodales están representadas por los círculos de contorno negro. El sistema de enrejado se resuelve aplicando las ecuaciones estáticas de equilibrio de fuerzas y momentos.



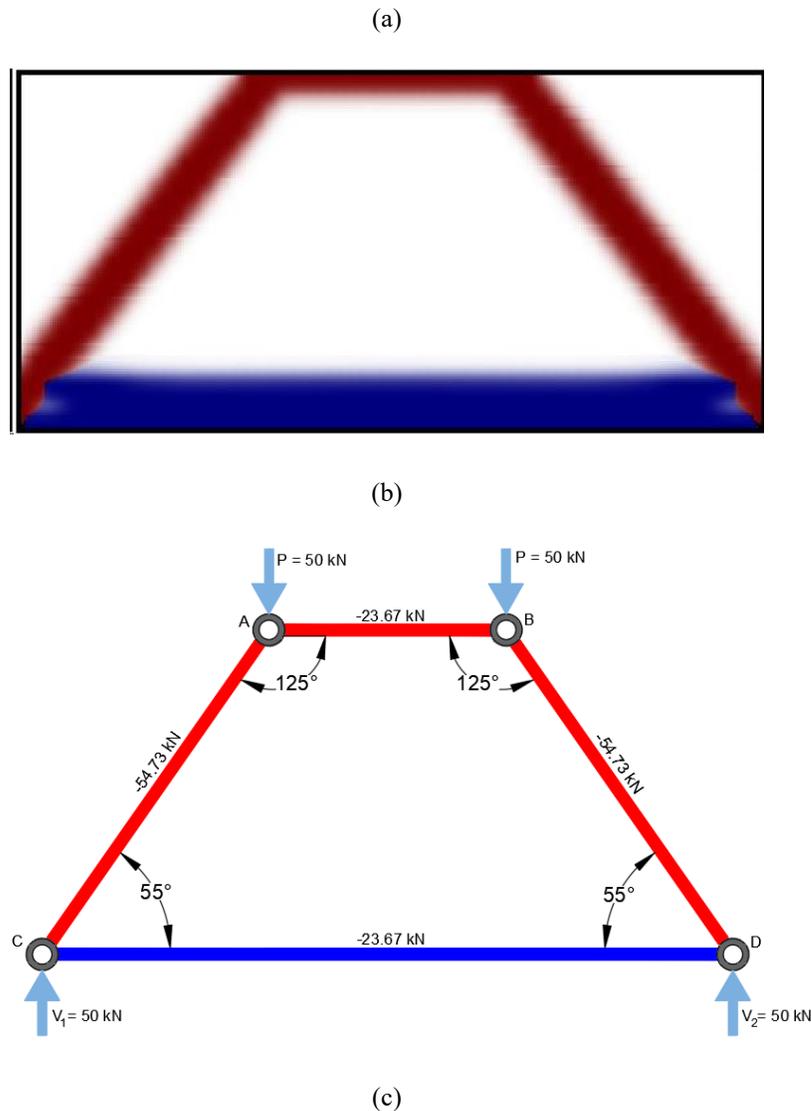


Figura 3.4.4-1 Modelo puntal-tensor (SAP 2000) y topología óptima de la viga (TopOpt)

Adicionalmente, en el Anexo D se aplica la metodología desarrollada para la generación de modelos puntal-tensor para dos grupos de muros.

3.4.4 Diseño de elementos mediante método puntal-tensor

Para el diseño de miembros de hormigón se utilizan las disposiciones del Capítulo 23 del Código ACI 318-19, que entrega recomendaciones para zonas donde existen discontinuidades geométricas o estáticas, que causan una distribución no lineal de las deformaciones

En primer lugar, se nombran los nodos y luego se registran las fuerzas axiales de cada uno de los elementos, identificando como positivas las fuerzas de tracción y como negativas las de compresión. Simultáneamente, se clasifica cada uno de los nodos que componen el modelo según lo indicado en la subsección 2.5.7 del presente documento.

Una vez identificadas las fuerzas sobre los elementos en tracción (tensores) y en compresión (puntales), se procede al diseño de las respectivas secciones.

Para el dimensionado de los puntales, se recurre a la sección 2.5.5 y se verifica que las dimensiones del elemento sean las adecuadas para contener a los puntales que conforman los modelos utilizados para el diseño.

Las armaduras requeridas por los tensores se calculan con las ecuaciones presentadas en la subsección 2.5.6, y se posicionan coincidiendo con los centroides de los tensores existentes en el modelo. Las zonas y longitudes de anclaje se establecen cuando se definen las zonas nodales.

Las zonas nodales se diseñan conforme con lo explicado en la subsección 2.5.7. En estas zonas, se debe calcular el ancho mínimo requerido por los puntales para soportar las solicitaciones axiales de compresión, por lo que se debe satisfacer la Ecuación 2.5.5-5.

3.5 Conclusiones

Se plantea un procedimiento general para la formulación de modelos puntal-tensor utilizando el software descrito y se muestra un ejemplo en donde se obtiene el modelo puntal-tensor para una viga alta mediante la metodología desarrollada. De esta manera, se valida y se aplica lo explicado en el Capítulo 2 de la presente investigación.

Se propone un modelo puntal-tensor para una viga alta, la cual es conformada en su totalidad por una región D., en donde la hipótesis de Bernoulli no se cumple. El modelo generado es compatible y cumple con las prescripciones del ACI 318-19, por lo que se concluye que mediante un algoritmo de optimización topológica SIMP se puede llegar a modelos puntal-tensor válidos.

Durante la elaboración del modelo puntal-tensor se iteró el proceso de OT con distintas fracciones de volumen, en las que se observaron cambios significativos en la topología. Se concluye que las fracciones volumétricas que conducen a topologías óptimas similares a enrejados y aptas para ser usadas como modelos puntal-tensor deben ser de alrededor del 25% (Oviedo, 2020).

Mediante el componente de TopOpt para Grasshopper y Rhinos “*TenCom.2Mat*” se pueden obtener topologías óptimas que diferencian las zonas comprimidas de las zonas traccionadas. Debido a que las topologías óptimas resultantes son concordantes con los modelos de barras creados en SAP2000, se concluye que estos capturan adecuadamente las trayectorias de tensiones dentro de los elementos.

Se concluye que los programas usados para la elaboración de esta metodología son adecuados, debido a la amplia aceptación que estos tienen en la industria de la ingeniería y a que se obtuvo un modelo puntal-tensor concebido correctamente mediante el uso de los programas descritos

CAPITULO 4: EJEMPLOS DE APLICACIÓN

4.1 Introducción

En este Capítulo se aplican los conceptos teóricos vistos en el Capítulo 2 y la metodología desarrollada en el Capítulo 3. Se plantean modelos de puntal-tensor y se explica el proceso de dimensionamiento de los elementos que conforman el modelo para los casos de estudio mencionados anteriormente, correspondientes a una ménsula simple en una columna y a una viga alta con abertura y adicionalmente se proponen detalles de los diseños concordantes con las disposiciones del ACI 318-19.

Finalmente se concluye sobre las consideraciones de la aplicación del método puntal-tensor para el diseño de elementos, así como sobre sus ventajas y desventajas.

4.2 Ménsula simple con carga vertical y horizontal

La ménsula presentada en la Figura 4.2-1 forma parte de una columna de 30 x 40 cm, tiene 10 cm de luz de cortante a_v , y 35 cm de altura, la razón a/d es de 0.28. Las extensiones de la columna sobre y bajo la ménsula son de 35 cm, lo que representa la región D acotada de acuerdo con el principio de Saint Venant. Se considera una carga vertical puntual de 250 kN y una carga horizontal puntual de 49.8 kN, correspondiente al 19.92% de la carga vertical. La resistencia a la compresión del hormigón es $f'_c = 35MPa$ y la tensión de fluencia del acero es $f_y = 420MPa$. En la Figura 4.2-1 se muestra la geometría y las cargas aplicadas a la ménsula, la cual fue adaptada de la investigación de Putri (2018).

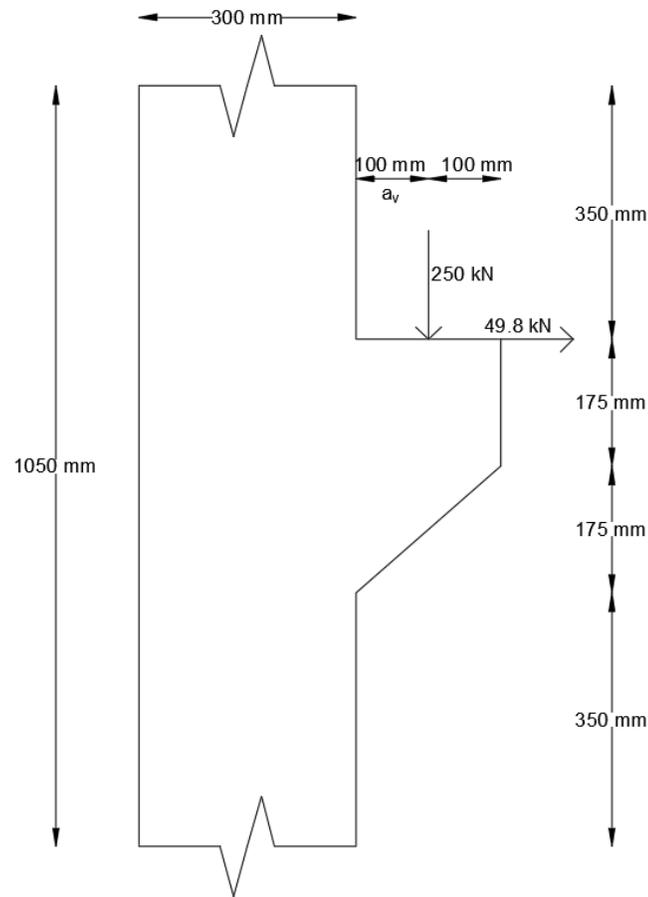


Figura 4.2-1 Geometría y cargas aplicadas a la Ménsula. (Extraído y adaptado de Putri (2018)).

4.2.1 Creación del modelo puntal-tensor

Se crea un modelo de optimización topológica de dos dimensiones que consta de 3675 de elementos finitos de 10x10mm. Como condición de borde, se establece que los desplazamientos de ambos extremos de la columna están restringidos y se aplican las cargas anteriormente mencionadas. En la Figura 4.2.1-1 se presenta el modelo de elementos finitos.

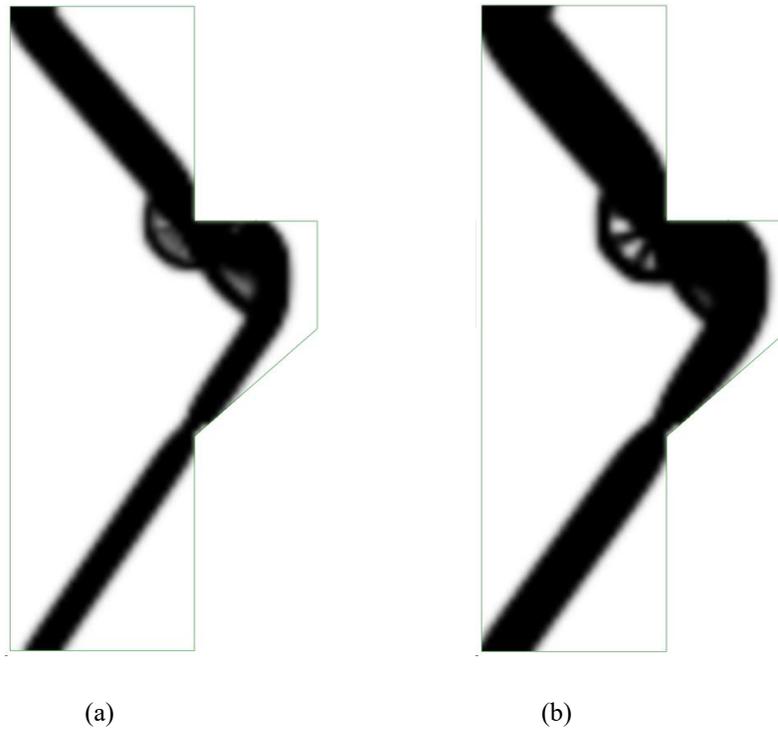


Figura 4.2.1-2 Ménsula optimizada topológicamente para fracciones de volumen de 25% (a) y 35% (b).

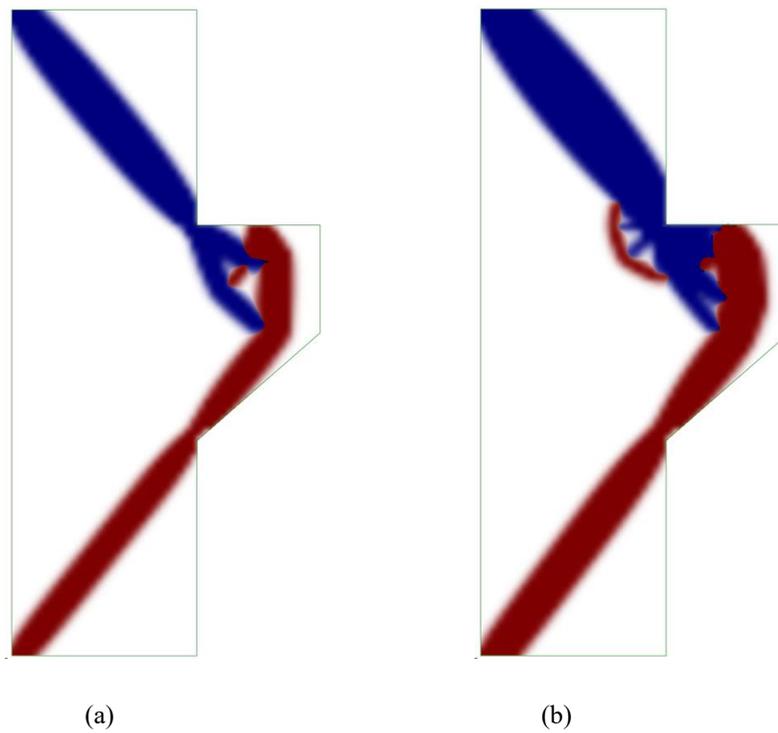


Figura 4.2.1-3 Optimización topológica para dos materiales para la Ménsula con fracciones volumétricas de 12.5% (a) y 17.5% (b)

Mediante el software SAP2000 v23 se obtienen las distribuciones de tensiones principales, las cuales se presentan en las Figuras B1 a B3 del Anexo B. Este modelo permitirá a su vez comprender de mejor forma la distribución de esfuerzos sobre la imagen resultante del proceso de optimización topológica.

Se puede observar que las trayectorias de tensiones son concordantes con el modelo de optimización topológica. Se identifica que en la región superior de la ménsula aparecen tensiones, mientras que en la región inferior existen esfuerzos de compresión.

Retomando el modelo de optimización topológica obtenido para una fracción de volumen del 25%, se procede a proponer una cercha idealizada, en donde los miembros traccionados son de color azul, y los comprimidos de color rojo.

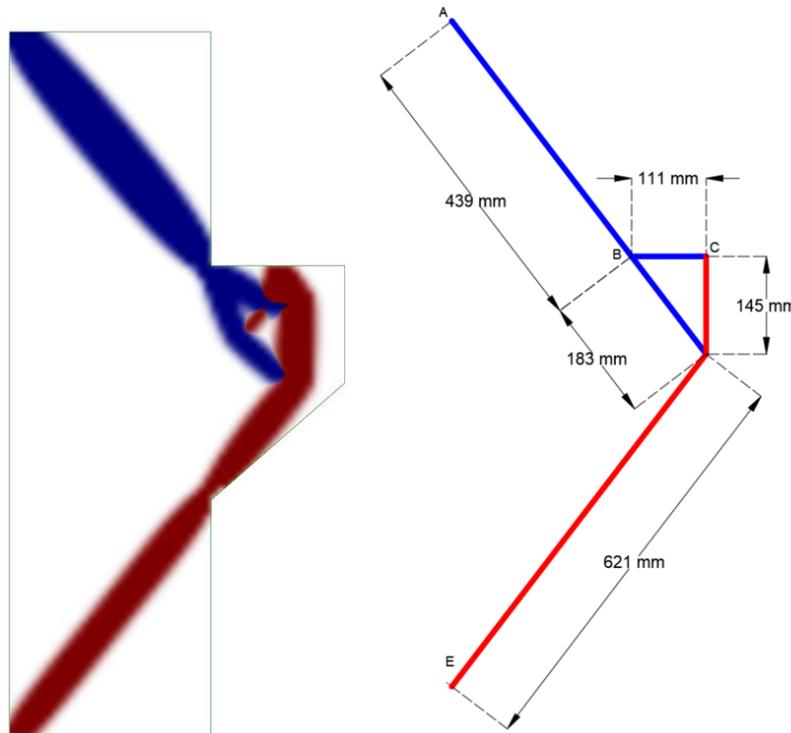
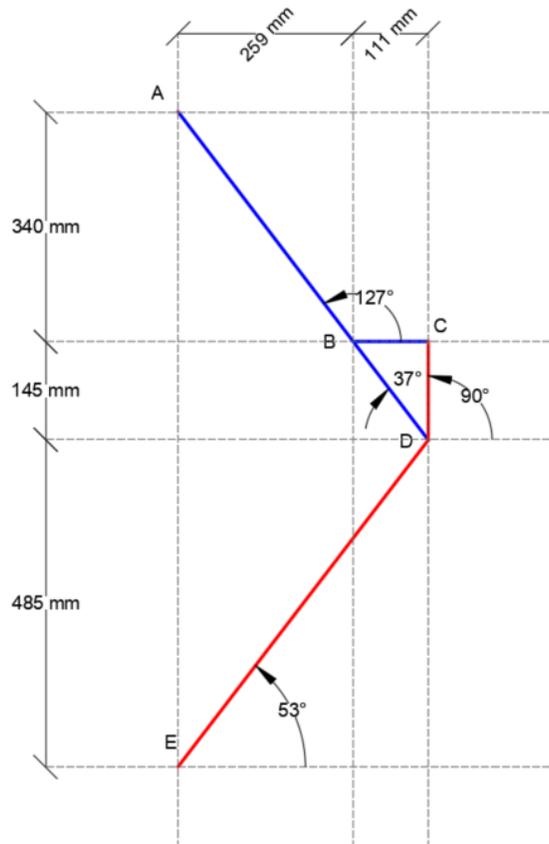


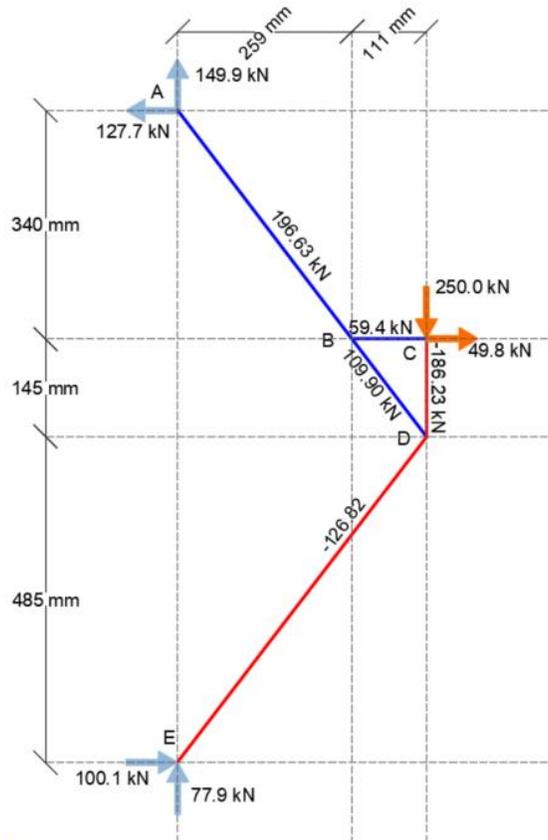
Figura 4.2.1-3 Modelo puntal-tensor para la Ménsula generado a partir del modelo de optimización topológica al 25% de fracción de volumen.

De esta manera, se obtiene un modelo puntal-tensor que representa el flujo de los esfuerzos de tensiones y compresiones dentro de la ménsula

Luego se crea un modelo en SAP 2000 v23.3.1 conformado por barras de acero de igual sección y rigidez a partir del modelo puntal-tensor propuesto en los pasos anteriores. Las fuerzas obtenidas en cada uno de los puntales y tensores, y los nombres de los nodos se observan en la Figura 4.2.1-4(b). En la Figura 4.2.1-4 (a) se presentan los ángulos de los elementos que conforman el modelo. En la Tabla 4.2.1-1 se muestra un resumen de las fuerzas, ángulos y largos de cada uno de los elementos.



(a)



(b)

Figura 4.2.1-4 Fuerzas actuantes en puntales y tensores del modelo propuesto para la Ménsula

Tabla 4.2.1-1 Resumen de fuerzas en miembros del modelo

MIEMBRO	TIPO MIEMBRO	ÁNGULO (°)	LARGO (cm)	F_u (kN)
AB	TENSOR	127	42.7	196.63
BC	TENSOR	0	11.1	59.4
BD	TENSOR	127	18.2	109.9
CD	PUNTAL	90	14.5	-186.23
DE	PUNTAL	53	61	-126.82

Se debe notar que la armadura idealizada propuesta cumple con las exigencias dispuestas en los apartados 23.2.1 al 23.2.7 del código ACI 318-19, siendo de especial importancia la restricción angular que debe existir entre los puntales y tensores del modelo, los cuales deben tener un ángulo mayor a 25° al encontrarse en un nodo.

Una vez calculadas las fuerzas en cada uno de los miembros del modelo, y verificando que estas cumplan las restricciones dispuestas en el código ACI 318-19, se deben dimensionar los elementos que conforman al modelo.

4.2.2 Dimensionamiento de puntales y nodos

La resistencia a la compresión en las zonas nodales se obtiene a partir del artículo 23.9.2 del ACI 318-19, donde se especifica que esta depende de la resistencia a la compresión del hormigón utilizado y de la cantidad de puntales y tensores que confluyen a un nodo, pudiendo diferenciarse nodos tipo CCC, CCT y CTT, según lo mencionado anteriormente la Subsección 2.5.7. Utilizando la Ecuación 2.5.7-3 se tiene que:

- CCC: $f_{ce} = \beta_n * 0.85 * f'_c = 29.75MPa$
- CCT: $f_{ce} = \beta_n * 0.85 * f'_c = 23.80MPa$
- CTT: $f_{ce} = \beta_n * 0.85 * f'_c = 17.85MPa$

En la Tabla 4.2.2-2 se detalla la clasificación de cada uno de los nodos del modelo.

Luego, se debe verificar la Ecuación 2.5.7-1 para todos los nodos que componen el modelo. Para realizar esta verificación, es recomendable calcular el ancho mínimo $w_{s,min}$ que necesita el nodo para poder desarrollar la resistencia necesaria, por lo que es conveniente reemplazar algunos términos de la Ecuación 2.5.7-1 de la siguiente manera

$$F_u \leq \phi * f_{ce} A_{nz}$$

$$F_u \leq \phi * f_{ce} * b * w_{s,min}$$

$$w_{s,min} \geq \frac{F_u}{\phi * f_{ce} * b} \quad (4.2.2-1)$$

Para el nodo C, que es el nodo más desfavorable ya que en este punto se aplica la carga, se debe tener en consideración que en este nodo se ancla el tensor BC y el puntal CD, por lo que se trata de un nodo del tipo CCT, por lo tanto, el coeficiente $\beta_n = 0.8$. Se calcula el espesor necesario para la magnitud mayor asociada a este nodo, correspondiente a la resultante R de las fuerzas externas, de 254.9 kN a un ángulo de 79 grados con respecto a la horizontal.

Considerando que la profundidad de la columna es de 0.40 m, que la resistencia a la compresión del hormigón es de 35 MPa y que se utilizará un coeficiente de reducción de resistencia $\phi = 0.75$, se aplica la Ecuación 4.2.2-1 resultando en lo siguiente:

$$w_{s,\min R} \geq \frac{254.9kN}{0.75 * 23.80MPa * 0.40m} = 35.70mm$$

Además, se deben calcular los anchos mínimos para el tensor BC (59.4 kN) y el puntal CD (-186.23 kN) utilizando la ecuación 4.2.2-1. De esta manera, se tiene que:

$$w_{s,\min CD} \geq \frac{186.23kN}{0.75 * 23.80MPa * 0.40m} = 26.1mm$$

$$w_{s,\min BC} \geq \frac{59.4kN}{0.75 * 23.80MPa * 0.40m} = 8.3mm$$

Luego se construye una zona nodal triangular en la cual sus lados excedan los anchos mínimos anteriormente calculados. Para la correcta definición de la zona nodal, se debe tener en cuenta que los elementos deben ser perpendiculares a la cara del nodo que recibe al puntal o tensor en cuestión. Además, los puntales y tensores deben llegar al punto medio de la cara correspondiente. En este caso, se definió el ancho mínimo requerido por el tensor BC y se ajustó la geometría de la zona nodal de manera que se cumpla lo dicho anteriormente. De esta forma, el ancho efectivo que recibe al tensor BC, puntal CD y resultante R son de 8.4, 42.1 y 43.0 mm, respectivamente. En la Figura 4.2.2-1 se muestra el detalle de la zona nodal C.

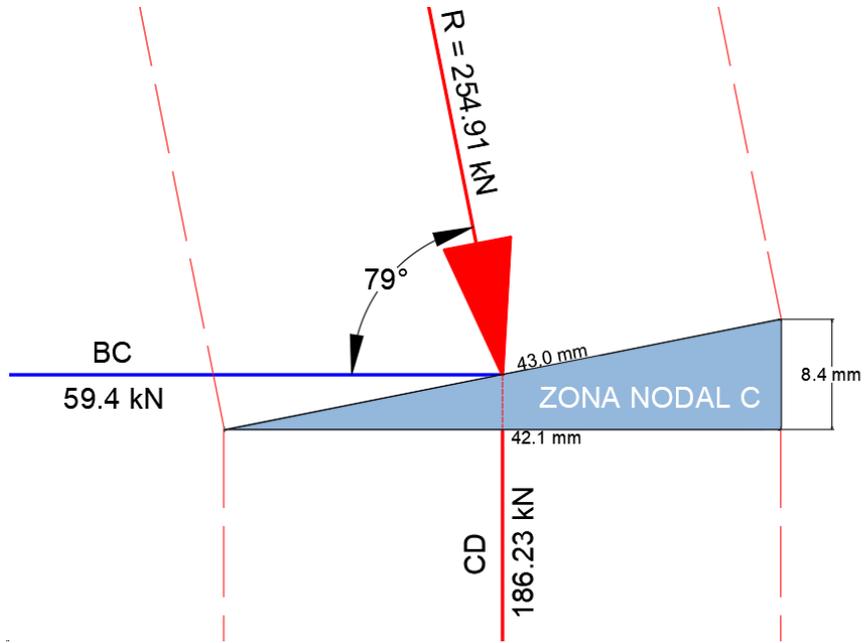


Figura 4.2.2-1 Zona nodal C

Para asegurar el buen comportamiento del nodo se verifica que se satisfaga la ecuación 2.9.3-1. Las resistencias de diseño $F_n * \phi$, los anchos mínimos utilizados w_s (mm) y los factores de demanda-capacidad ($\frac{D}{C}$) se muestran en la Tabla 4.2.2-1

Tabla 4.2.2-1 Verificación zona nodal C

ELEMENTO	F_u (kN)	$F_n * \phi$ (kN)	w_s (mm)	$\frac{D}{C}$
R	254.91	307.02	43.0	0.83
BC	59.40	59.97	8.4	0.99
CD	186.23	300.59	42.1	0.62

Las dimensiones de los puntales vienen dadas por el ancho efectivo w_s del nodo que recibe a dicho puntal, y por el espesor del muro, definiéndose como la dimensión perpendicular al eje del puntal en los extremos de este. En la Tabla 4.2.2-2 se resumen los espesores efectivos de cada uno de los nodos y puntales que componen al modelo.

Tabla 4.2.2-2 Anchos necesarios para cada zona nodal y puntales asociados.

NODO	ELEMENTOS	F_u	TIPO	ϕ	β_n	f_{ce}	$\frac{F_u}{\phi}$	$w_s(\text{mm})$
A	AB	196.63	CCT	0.75	0.8	23.80	262.2	27.5
B	BC	59.4	CTT	0.75	0.6	17.85	79.2	11.1
	BD	109.9	CTT	0.75	0.6	17.85	146.5	20.5
C	BC	59.4	CCT	0.75	0.8	23.80	79.2	8.3
	CD	-186.23	CCT	0.75	0.8	23.80	-248.3	26.1
D	BD	109.9	CCT	0.75	0.8	23.80	146.5	15.4
	CD	-186.23	CCT	0.75	0.8	23.80	-248.3	26.1
	DE	-126.82	CCT	0.75	0.8	23.80	-169.1	17.8
E	DE	-126.82	CCC	0.75	1	29.75	-169.1	14.2

Observando los resultados expuestos en la Tabla 4.2.2-2 se comprueba que todos los anchos de las zonas nodales y de los puntales no sobrepasan las dimensiones disponibles de la ménsula.

4.2.3 Dimensionamiento de tensores

Para dimensionar los tensores del modelo es necesario aplicar la Ecuación 2.5.6-2. Considerando que no existen barras pretensadas dentro del modelo, la ecuación se reduce a la expresión $F_{ut} \leq \phi F_{nt} = A_{ts} * f_y$. Reemplazando los términos se obtienen las áreas de acero mínimas requeridas para cada tensor, las cuales se indican en la Tabla 4.2.3-1.

Tabla 4.2.3-1 Áreas mínimas de acero requeridas en mm^2

MIEMBRO	ÁNGULO (°)	F_{ut} (kN)	$\frac{F_{ut}}{\phi}$ (kN)	$A_{ts,min}$ (mm^2)
AB	127	196.63	262.17	624
BC	0	55.50	74.00	176
BD	127	102.99	137.32	327

Para distribuir la armadura en la ménsula se colocan los centroides de las armaduras en los tensores propuestos en el modelo y estas deben ser ancladas en los anchos obtenidos para cada uno de los tensores mostrados en la Tabla 4.2.2-2. En la Tabla 4.2.3-2 se muestran las disposiciones de armaduras que satisfacen los refuerzos mínimos anteriormente calculados.

Tabla 4.2.3-2. Refuerzos dispuestos en los tensores

MIEMBRO	$A_{ts,min}$ (mm ²)	DIAMÉTRO (mm)	CANTIDAD BARRAS	A_{ts} (mm ²)
AB	624	12	6	679
BC	176	12	4	452
BD	327	12	6	679

Se debe notar que la armadura que satisface la demanda presente en los tensores AB y BD no se anclará al nodo C y esta armadura sufrirá un cambio importante de esfuerzo en este punto, por lo que es importante que esta satisfaga ambas demandas. Por otro lado, la armadura que se colocará para cubrir la demanda que provoca el tensor BC, se extenderá hacia la izquierda para ser anclada en las armaduras calculadas a flexión compuesta de la columna, mientras que hacia el lado derecho será anclada al nodo C anteriormente dimensionado.

Para la colocación de estribos alrededor de la armadura principal se calcula la armadura al corte con la expresión $A_h = 0.5 * (A_{sc} - A_n)$ según lo dispuesto por el artículo 16.5.5.2 del Código ACI 318-19, donde A_{sc} es el área de refuerzo primario, correspondiente a la armadura asociada al tensor BC (452 mm²) y A_n es el área de refuerzo que resiste la fuerza horizontal N_{uc} (139.5 mm²), lo que se considera como la armadura mínima necesaria para cubrir dicha demanda. Según el artículo 16.5.6.6 del Código ACI 318-19, los estribos deben ser distribuidos uniformemente a una profundidad de $\frac{2}{3}d$ medida desde los refuerzos primarios, correspondiente a 233 mm. Sin embargo, para mayor seguridad en el diseño y para facilitar la construcción de la ménsula, esta profundidad se decide de 250 mm. Según lo mencionado anteriormente, se colocan dos estribos de 8mm de diámetro espaciados cada 125 mm.

También, se confinan las barras colocadas en los tensores BC y BD, según el artículo 10.6.2.2 del ACI 318-19, con lo que se obtiene que se deben colocar estribos de diámetro 8 mm espaciados cada 150 mm.

El artículo 23.5.2 del Código ACI 318-19 menciona dos restricciones para la disposición de la armadura distribuida para el corte, que consisten en que el espaciamiento entre los estribos no debe exceder las 12 pulgadas (304 mm) y que el ángulo entre la armadura y los puntales debe superar los 40°. Ambas recomendaciones se cumplen con el modelo propuesto.

El diseño de la enfierradura de la ménsula según lo descrito en párrafos anteriores se muestra en la Figura 4.2.3-1, en donde no se muestran las armaduras de la columna para facilitar el entendimiento del diseño mediante el método puntal-tensor.

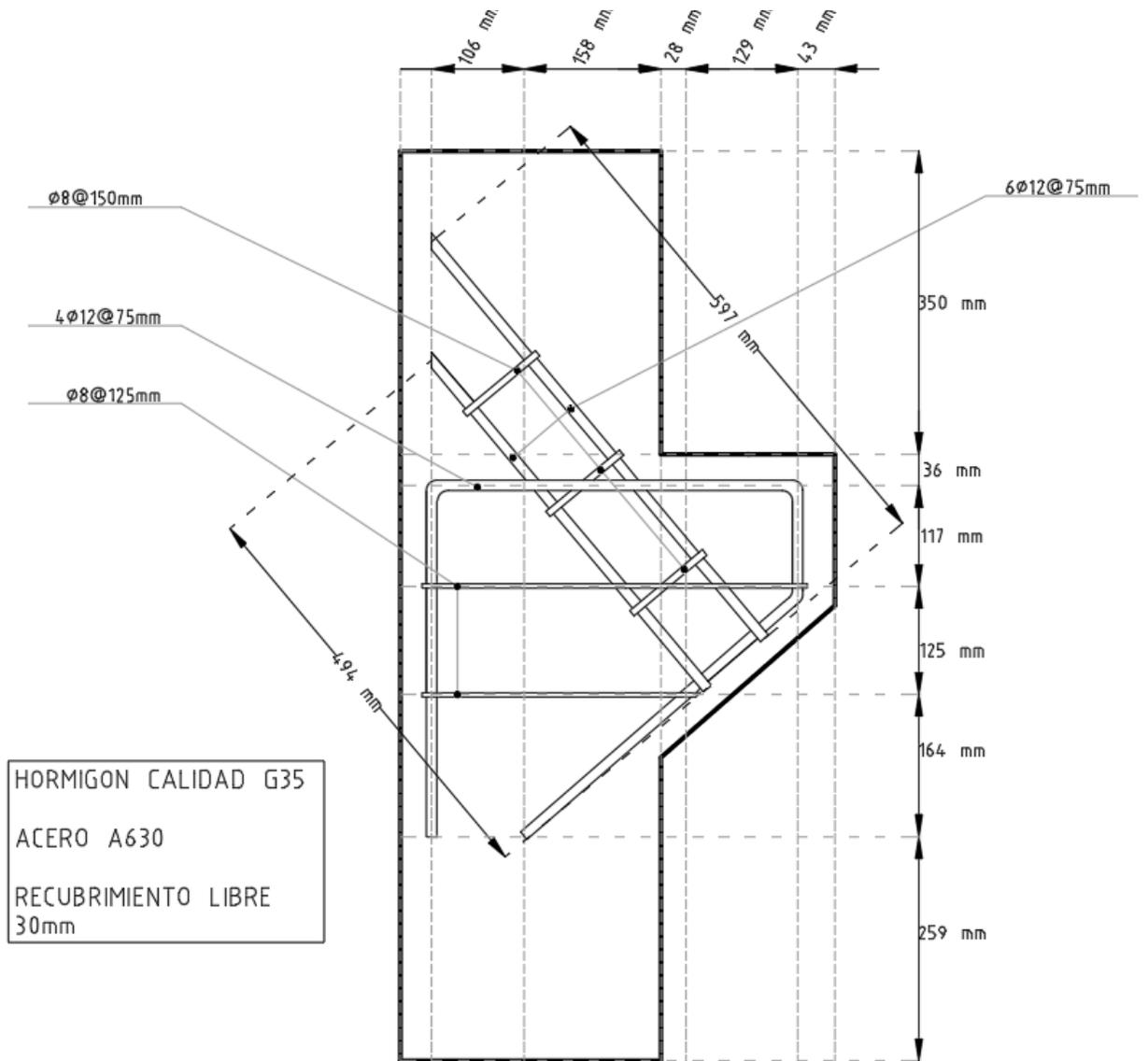


Figura 4.2.3-1 Diseño de la Ménsula mediante el método puntal-tensor. Solo armadura principal mostrada. (Fuente: Elaboración propia)

4.3 Viga Alta con Abertura y carga puntual

Chen et al., 2019 propuso la viga alta con abertura mostrada en la Figura 4.3-1. La Viga es simplemente apoyada, de 1270 mm de largo por 864 mm de alto y espesor de 65 mm y cuenta con una abertura de 270 x 270 mm en el lado inferior izquierdo. Se le aplica una carga vertical de 100 kN.

Los materiales que se usan para el diseño de la viga son los mismos que se proponen en la literatura, siendo el hormigón utilizado de clase G30, teniendo una resistencia a la compresión de $f'_c = 30MPa$ y la tensión de fluencia del acero es $f_y = 335MPa$

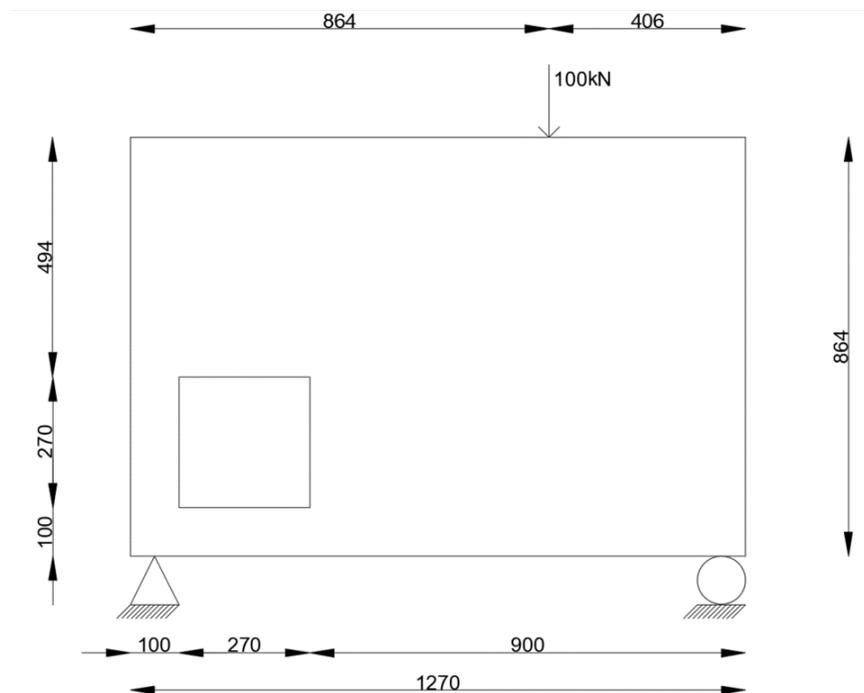


Figura 4.3-1 Carga aplicada y dimensiones de la Viga

4.3.1 Creación del modelo puntal-tensor

Se crea un modelo de 10243 elementos finitos en el software Rhinos 8.1 y se realiza el proceso de optimización topológica con un filtro de sensibilidad r_{min} de 1.3 y un factor de penalización de 3. En la Figura 4.3.1-1 se observa la modelación en Rhinos 8.1 y en las Figuras 4.3.1-2 (a) y (b) se muestran los resultados obtenidos para fracciones de volumen del 25 y 35%.

Adicionalmente, se realiza el proceso de optimización para dos materiales, utilizándose el mismo valor de r_{min} y de p que el caso anterior, y las fracciones de volumen f_1 y f_2 de 12.5% y 17.5%. Los

resultados se pueden apreciar en la Figura 4.3.1-3 a) y b), respectivamente, donde las zonas azules representan las regiones traccionadas y las rojas las zonas comprimidas.

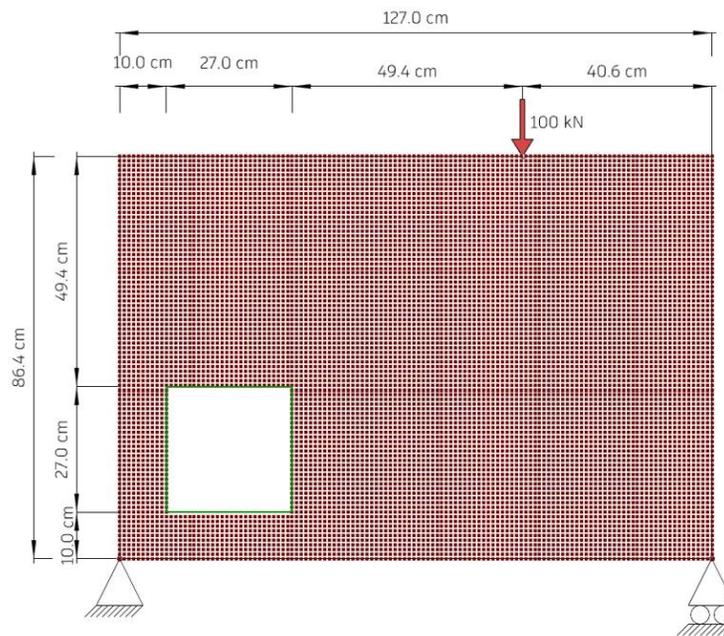


Figura 4.3.1-1 Modelación de la viga en software Rhinos 8.1

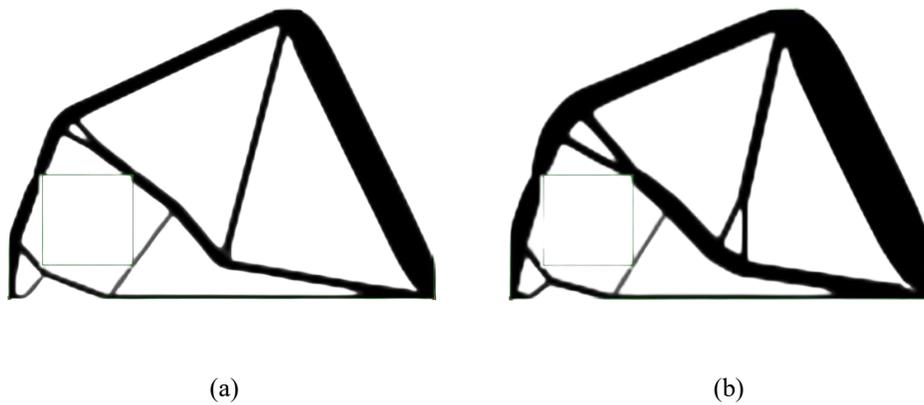


Figura 4.3.1-2 Optimización topológica de la Viga para fracción de volumen del 25% (a) y 35% (b)

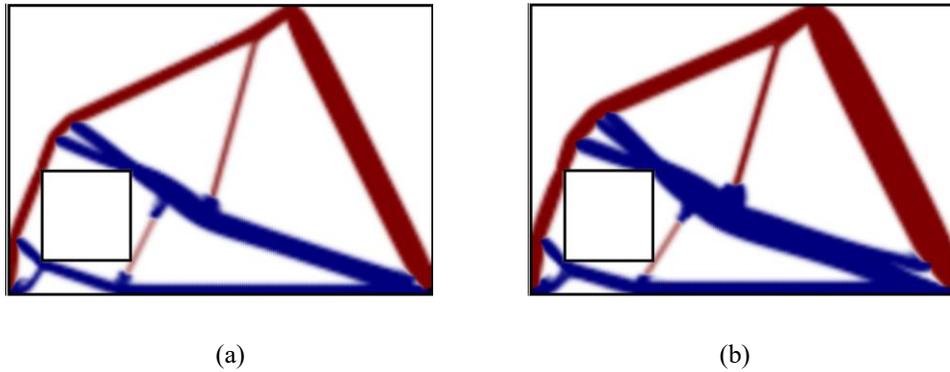
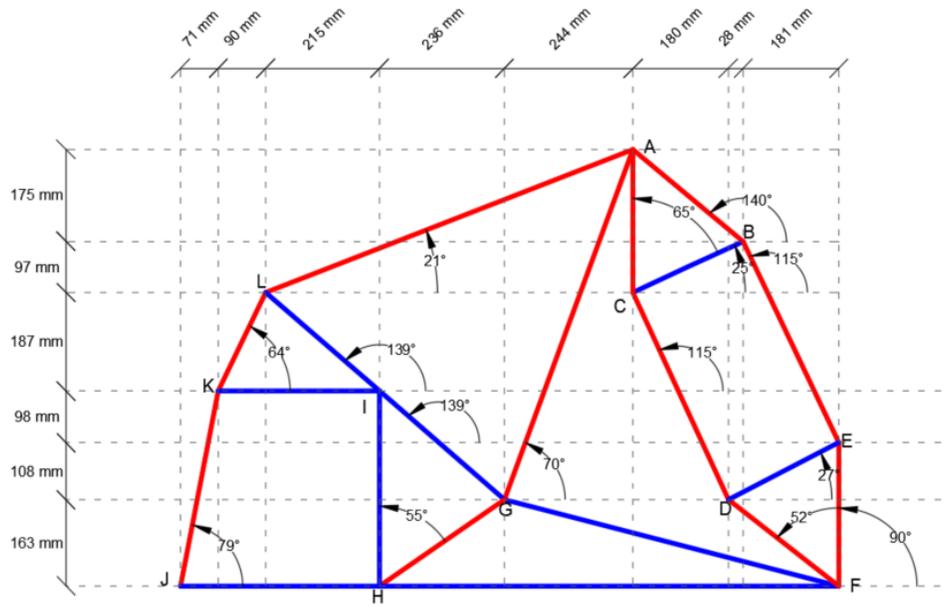


Figura 4.3.1-3. Optimización topológica de la Viga para dos materiales con fracciones volumétricas $f_1 = f_2$ de 12.5% (a) y 17.5% (b)

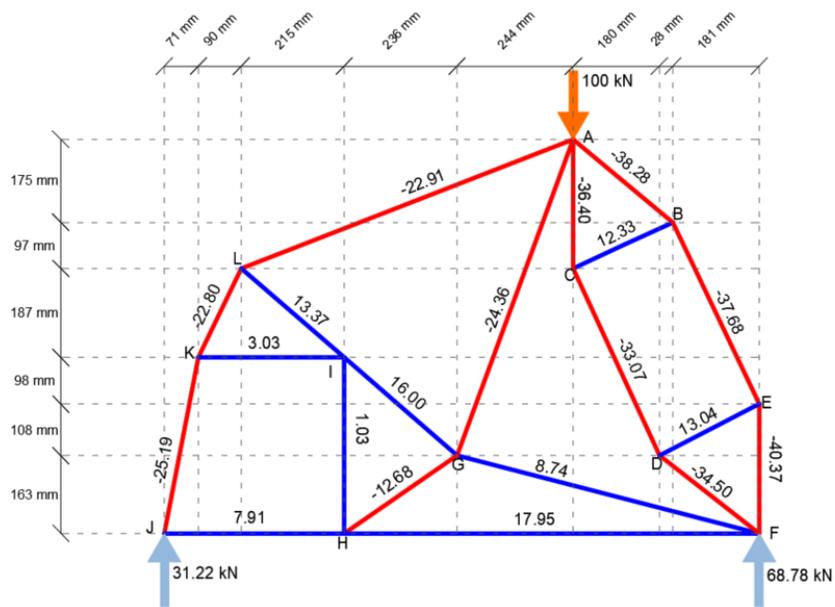
Alternativamente, con la ayuda del software SAP2000 V23.3.1, se desarrolla un modelo de 3328 elementos finitos cuadriláteros de cuatro nodos con el objetivo de conocer la distribución y trayectoria de tensiones principales, lo cual es útil para identificar en el modelo de OT qué elementos se traccionan y cuales se comprimen. Los resultados se presentan en las Figuras B4 a B6 del Anexo B.

Se puede apreciar, a partir de las distribuciones de tensiones principales (Anexo B, Figuras B4 a B6), que el modelo de optimización topológica captura adecuadamente las trayectorias de esfuerzo obtenidas en los modelos de elementos finitos, por lo que se procede a crear un modelo puntal-tensor basado en optimización topológica para una fracción de volumen del 25%, tal como se muestra en la Figura 4.3.1-2 (b).

En la región que va desde el apoyo derecho hasta el punto de aplicación de la carga se dispone un puntal en forma de botella debido a las tensiones reflejadas en el engrosamiento de la zona optimizada topológicamente. La expansión interna lateral de la fuerza de compresión conduce a una tracción transversal, por lo tanto, para simplificar el diseño los puntales en forma de botella se idealizan de forma prismática o de ancho variable y se proporciona una armadura para el control que resista la tracción transversal (Rojas, 2014). Las dimensiones del modelo puntal-tensor se presentan en la Figura 4.3.1-4 (a) y el sistema resuelto mediante SAP2000 en la Figura 4.3.1-4(b) y en la Tabla 4.3.1-1 se muestra un resumen de las fuerzas en cada uno de los elementos que conforman el modelo.



(a)



(b)

Figura 4.3.1-4 Modelo puntal-tensor para la Viga

Tabla 4.3.1-1 Resumen de fuerzas en elementos del modelo

MIEMBRO	TIPO MIEMBRO	ÁNGULO (°)	LARGO (cm)	F_u (kN)
AB	PUNTAL	140	27.1	-38.28
AC	PUNTAL	92	27.1	-36.40
AG	PUNTAL	70	70.8	-24.36
AL	PUNTAL	21	74.7	-22.91
BC	TENSOR	25	22.9	12.33
BE	PUNTAL	115	42.3	-37.68
CD	PUNTAL	115	43.3	-33.07
DE	TENSOR	27	23.5	13.04
DF	PUNTAL	142	26.5	-34.50
EF	PUNTAL	90	27.2	-40.37
FG	TENSOR	168	65.4	8.74
FH	TENSOR	0	87.0	17.95
GH	PUNTAL	35	28.7	-12.68
GI	TENSOR	139	31.4	16.00
HI	TENSOR	90	36.9	1.03
HJ	TENSOR	0	37.7	7.91
IK	TENSOR	0	30.5	3.03
IL	TENSOR	139	28.5	13.37
JK	PUNTAL	79	37.6	-25.19
KL	PUNTAL	64	20.8	-22.80

4.3.2 Dimensionamiento de puntales y nodos

En un proceso análogo al realizado en 4.2.2 se calcula la resistencia asociada a cada tipo de nodo, pero esta vez considerando que la resistencia a la compresión del hormigón es de 30 MPa. En la Tabla 4.3.2-5 se muestra la clasificación de cada uno de los nodos.

- CCC: $f_{ce} = \beta_n * 0.85 * f'_c = 25.50MPa$
- CCT: $f_{ce} = \beta_n * 0.85 * f'_c = 20.40MPa$
- CTT: $f_{ce} = \beta_n * 0.85 * f'_c = 15.30MPa$

Se verifica que se cumpla la Ecuación 2.9.3-1 para los nodos del modelo y se calculan los anchos mínimos que necesita cada nodo para poder desarrollar la resistencia demandada utilizando la Ecuación 4.2.2-1.

En este caso, se verifica que el nodo A, que es el nodo más desfavorable, ya que es el punto de aplicación de la carga, notamos que es un nodo del tipo CCC, por lo que el coeficiente $\beta_n = 1.0$.

Se obtienen las componentes horizontales y verticales de los puntales involucrados y luego se suman sus componentes para obtener las resultantes mencionadas anteriormente, de manera que concurren tres fuerzas de compresión en el nodo. En la Tabla 4.3.2-1 se muestran las magnitudes de las componentes de los puntales y en la Tabla 4.3.2-2 se presentan las magnitudes y ángulos resultantes de los puntales compuestos. En la Figura 4.3.1-7 (a) se observa un esquema de la descomposición de los puntales y sus ángulos en el nodo A, y en la Figura 4.3.1-7(b) se muestran las magnitudes de los puntales y las resultantes.

Tabla 4.3.2-1 Componentes horizontales y verticales de puntales del nodo A

MIEMBRO	ÁNGULO (°)	F_u(kN)	$F_{u,x}$(kN)	$F_{u,y}$(kN)
AB	320	-38.28	-29.32	24.61
AC	270	-36.40	0.00	36.40
AG	250	-24.36	8.33	22.89
AL	201	-22.91	21.39	8.21

Tabla 4.3.2-2 Magnitudes y ángulos resultantes de puntales compuestos

MIEMBRO	$F_{u,R}$ (kN)	ÁNGULO
AB+AC	67.69	295.7
AG+AL	43.02	223.7

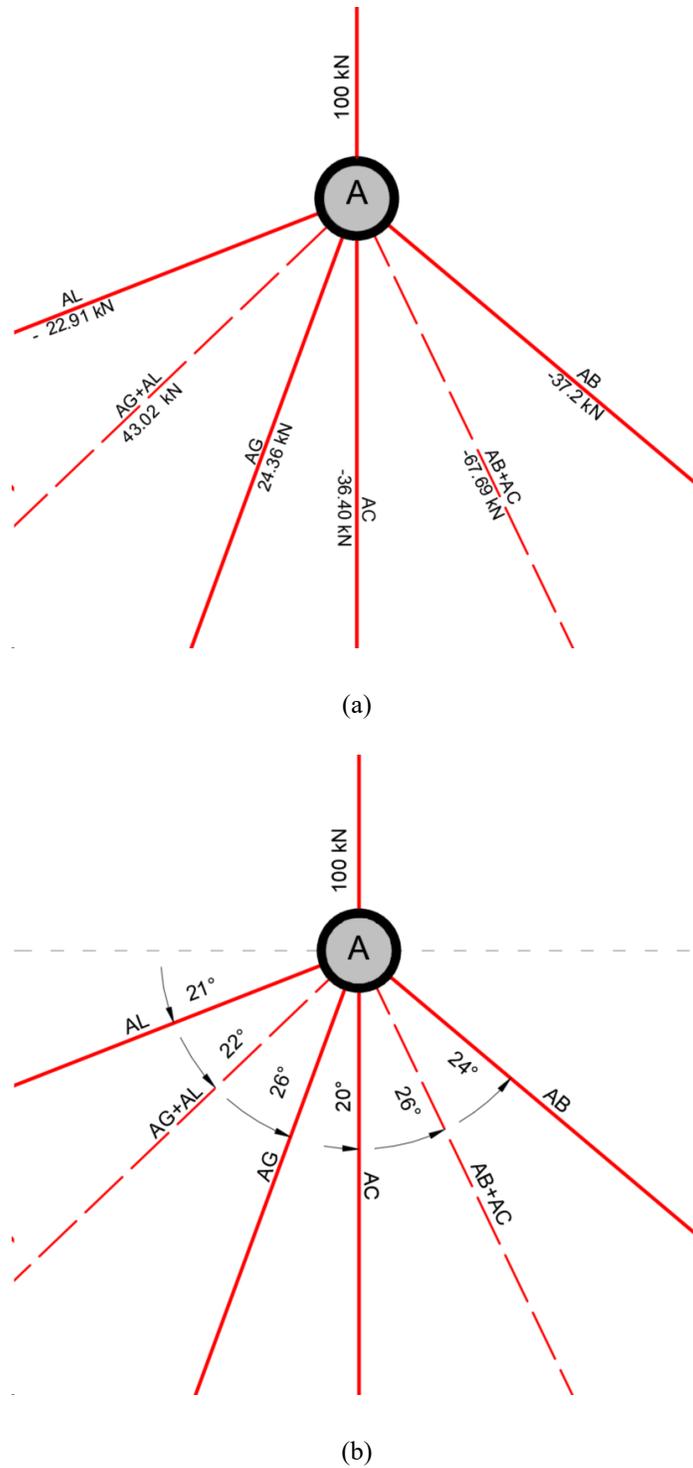


Figura 4.3.2-1 Puntales y sus resultantes en el nodo A.

Una vez conocidas las magnitudes y ángulos se calculan los anchos mínimos que requiere la zona nodal para poder soportar las demandas mediante la Ecuación 4.2.2-1, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 4.3.2-3.

Tabla 4.3.2-3 Anchos mínimos necesarios para la zona nodal

NODO	ELEMENTOS	$F_{u,R}$	TIPO	ϕ	β_n	f_{ce}	$\frac{F_u}{\phi}$	$w_{s,min}$ (mm)
A	F	-100.00	CCC	0.75	1	25.50	-133.33	80.4
	AB+AC	-67.69	CCC	0.75	1	25.50	-90.3	54.4
	AG+AL	-43.02	CCC	0.75	1	25.50	-57.4	34.6

Para fijar las dimensiones de la zona nodal se traza un triángulo tal que los puntales pasen por los puntos medios de cada lado del triángulo, y que estos superen los anchos mínimos $w_{s,min}$ de manera que la zona nodal A pueda resistir las sollicitaciones de compresión que ejercen los puntales. En la Figura 4.3.2-8 se muestra la zona nodal A acotada.

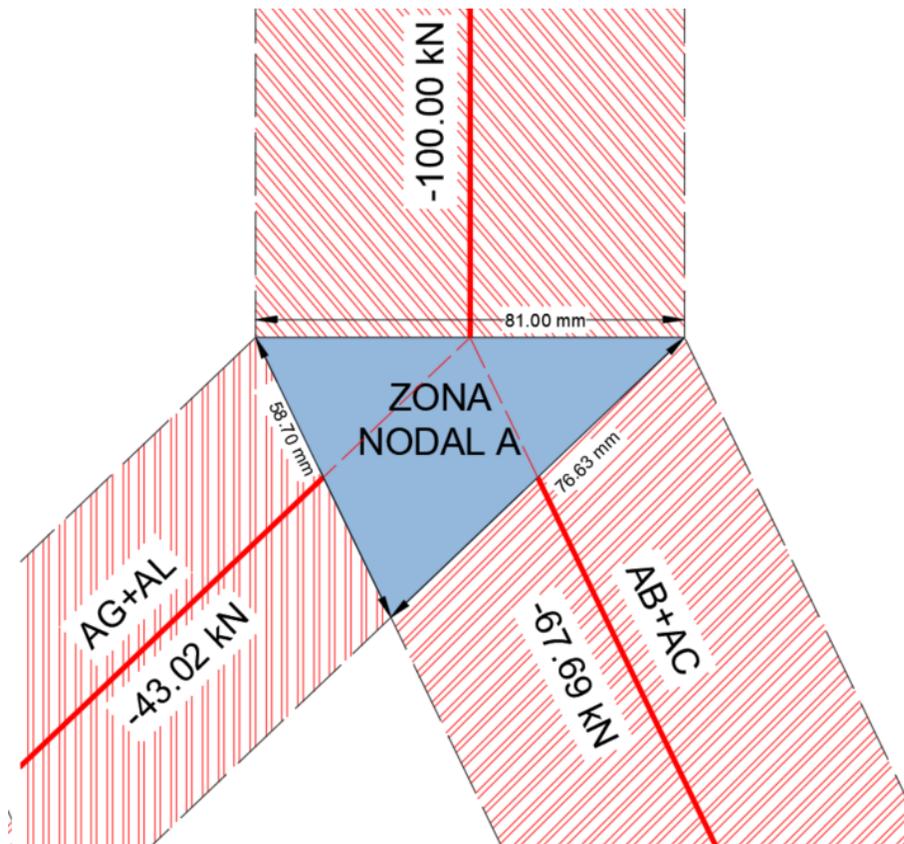


Figura 4.3.1-2 Zona nodal A

Mediante la ecuación 2.5.7-1 se verifica que la resistencia otorgada por la zona nodal definida es suficiente para soportar las demandas generadas por cada uno de los puntales que conforman la zona nodal. En la Tabla 4.3.2-4 se muestra la verificación, junto con las razones de demanda y capacidad.

Tabla 4.3.2-4 Verificación zona nodal A

ELEMENTO	F_u (kN)	w_s (mm)	F_n^* ϕ (kN)	$\frac{D}{C}$
F	100.00	81.00	100.69	0.99
AB+AC	67.69	76.63	95.26	0.71
AG+AL	43.02	58.70	72.97	0.59

Los anchos del resto de los puntales que conforman el modelo vienen dados por los anchos requeridos por las zonas nodales, los cuales a su vez vienen definidos por la Ecuación 4.2.2-1. En la Tabla 4.3.2-5 se muestran los anchos requeridos por cada uno de los puntales.

Tabla 4.3.2-5 Anchos requeridos por zonas nodales y nodos

NODO	ELEMENTOS	F_u	TIPO	ϕ	β_n	f_{ce}	$\frac{F_u}{\phi}$	$w_{s,min}$ (mm)
A	AB	-38.28	CCC	0.75	1	25.50	-51.0	-30.8
	AC	-36.40	CCC	0.75	1	25.50	-48.5	-29.3
	AG	-24.36	CCC	0.75	1	25.50	-32.5	-19.6
	AL	-22.91	CCC	0.75	1	25.50	-30.5	-18.4
B	AB	-38.28	CCT	0.75	0.8	20.40	-51.0	-38.5
	BE	-37.68	CCT	0.75	0.8	20.40	-50.2	-37.9
	BC	12.33	CCT	0.75	0.8	20.40	16.4	12.4
C	AC	-36.40	CCT	0.75	0.8	20.40	-48.5	-36.6
	BC	12.33	CCT	0.75	0.8	20.40	16.4	12.4
	CD	-33.07	CCT	0.75	0.8	20.40	-44.1	-33.3
D	CD	-33.07	CCT	0.75	0.8	20.40	-44.1	-33.3
	DE	13.04	CCT	0.75	0.8	20.40	17.4	13.1
	DF	-34.50	CCT	0.75	0.8	20.40	-46.0	-34.7
E	BE	-37.68	CCT	0.75	0.8	20.40	-50.2	-37.9
	DE	13.04	CCT	0.75	0.8	20.40	17.4	13.1
	EF	-40.37	CCT	0.75	0.8	20.40	-53.8	-40.6
F	DF	-34.50	CTT	0.75	0.6	15.30	-46.0	-46.3
	EF	-40.37	CTT	0.75	0.6	15.30	-53.8	-54.1
	FG	8.74	CTT	0.75	0.6	15.30	11.7	11.7
G	FH	17.95	CTT	0.75	0.6	15.30	23.9	24.1
	AG	-24.36	CTT	0.75	0.6	15.30	-32.5	-32.7
	FG	8.74	CTT	0.75	0.6	15.30	11.7	11.7
	GH	-12.68	CTT	0.75	0.6	15.30	-16.9	-17.0

	GI	16.00	CTT	0.75	0.6	15.30	21.3	21.5
H	FH	17.95	CTT	0.75	0.6	15.30	23.9	24.1
	GH	-12.68	CTT	0.75	0.6	15.30	-16.9	-17.0
	IH	1.03	CTT	0.75	0.6	15.30	1.4	1.4
	HJ	7.91	CTT	0.75	0.6	15.30	10.5	10.6
I	GI	16.00	CTT	0.75	0.6	15.30	21.3	21.5
	HI	1.03	CTT	0.75	0.6	15.30	1.4	1.4
	IL	13.37	CTT	0.75	0.6	15.30	17.8	17.9
	IK	3.03	CTT	0.75	0.6	15.30	4.0	4.1
J	HJ	7.91	CCT	0.75	0.8	20.40	10.5	8.0
	JK	-25.19	CCT	0.75	0.8	20.40	-33.6	-25.3
K	IK	3.03	CCT	0.75	0.8	20.40	4.0	3.0
	JK	-25.19	CCT	0.75	0.8	20.40	-33.6	-25.3
	KL	-22.8	CCT	0.75	0.8	20.40	-30.4	-22.9
L	AL	-22.91	CCT	0.75	0.8	20.40	-30.5	-23.0
	KL	-22.8	CCT	0.75	0.8	20.40	-30.4	-22.9
	IL	13.37	CCT	0.75	0.8	20.40	17.8	13.4

4.3.3 Dimensionado de tensores

Se aplica la ecuación 2.5.6-2 para conocer la enfierradura mínima que requiere cada uno de los tensores. En la Tabla 4.3.3-1 se muestran los resultados.

Tabla 4.3.3-1 Armaduras mínimas requeridas por los tensores

MIEMBRO	ÁNGULO (°)	F_{ut} (kN)	$\frac{F_{ut}}{\phi}$ (kN)	$A_{ts,min}(mm^2)$
FH	0	17.95	23.93	71
GI	139	16.00	21.33	64
IL	139	13.37	17.83	53
DE	27	13.04	17.39	52
BC	25	12.33	16.44	49
FG	166	8.74	11.65	35
HJ	0	7.91	10.55	31
IK	0	3.03	4.04	12
HI	90	1.03	1.37	4

Para que exista consistencia entre el modelo puntal-tensor propuesto a partir de la optimización topológica y la colocación de refuerzos en la viga, se dispone la armadura únicamente en los lugares donde existen tensores en el modelo. En la Tabla 4.3.3-2 se muestran las combinaciones de diámetros de barra que satisfacen las áreas mínimas requeridas calculadas en la Tabla 4.3.3-1.

Tabla 4.3.3-2 Armaduras ubicadas en los tensores del modelo

MIEMBRO	$A_{ts,min}$ (mm^2)	DIÁMETRO (mm2)	CANTIDAD BARRAS	$A_{ts}(mm^2)$
FH	71	10	1	79
GI	64	10	1	79
IL	53	10	1	79
DE	52	10	1	79
BC	49	8	1	50
FG	35	8	1	50
HJ	31	8	1	50
IK	12	8	1	50
HI	4	8	1	50

Se debe notar que los refuerzos no se anclarán en todos los nodos del modelo, específicamente en los tensores que representan la continuidad de otro tensor, como es en el caso de las armaduras ubicadas en los tensores FH y HJ, y en los tensores GI y LI. Además, se disponen armaduras en forma de estribos a lo largo de todo el puntal en forma de botella, ya que existirán tensiones transversales que deben ser controladas y confinadas a lo largo de la totalidad de dicha zona, a pesar de que solamente se ubican los tensores CB y DE en el modelo.

El diseño final para la viga mediante el modelo puntal-tensor es se muestra en la Figura 4.3.3-1.

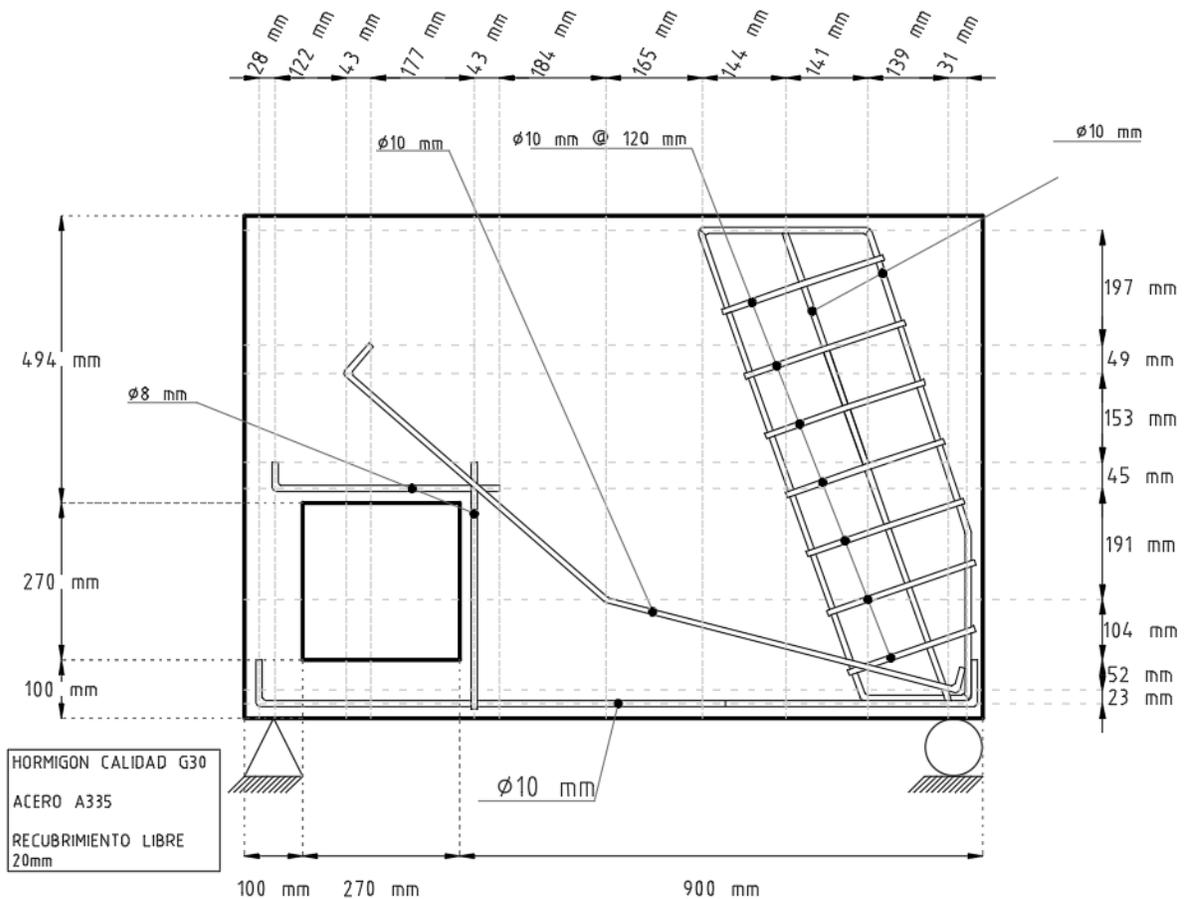


Figura 4.3.3-1 Diseño final de la viga. Solo armadura principal mostrada. (Fuente: Elaboración propia)

En este estudio, se diseñó una viga de similares características a la propuesta por Chen et al., (2019), que cuenta con un peso de acero de 4.15 kg, un 4.8% menor que la propuesta de Chen et al., (2019), y un 34.70 y 78.07% menor que las propuestas de Maxwell & Breen (2000). La principal diferencia con respecto al diseño de Chen et al., (2019) es que el diseño propuesto en este estudio no cuenta con un tensor en el lado izquierdo de la abertura, y que cuenta con una mayor cuantía de acero donde se ubica el puntal en forma de botella. En el Anexo C se presenta un análisis comparativo en mayor profundidad con respecto a la investigación de Chen et al., (2019).

Se logró un diseño que incluye enfierradura en diagonal que reduce la cantidad de acero utilizada con respecto a un diseño convencional, debido a que al colocar enfierradura en horizontal, se debe descomponer el esfuerzo de tracción en componentes. Sin embargo, las disposiciones entregadas en el capítulo 16 del ACI 318-19 para el diseño de este tipo de elementos no recomiendan colocar enfierradura en diagonal, debido a que presenta dificultades para ser construida.

4.4 Conclusiones

La creación de un modelo puntal-tensor requiere que el diseñador conozca con precisión las trayectorias de carga dentro de un elemento, por lo que la creación de un modelo de elementos finitos como parámetro de comparación con respecto a la topología óptima es de gran ayuda para el diseñador al momento de la formulación del modelo.

Mediante modelos puntal-tensor se puede conocer las ubicaciones y cantidades exactas de refuerzo que necesita el elemento para resistir las solicitaciones a las que se encuentra sometido. En consecuencia de lo anterior, los diseños a partir de modelos puntal-tensor suelen requerir menores cantidades de armadura. Sin embargo, la disposición de la armadura resulta de una manera poco convencional, tal como se mostró en este capítulo con la enfierradura en diagonal de la ménsula y la viga. Lo anterior puede conducir a confusiones a la hora de construir los elementos, por lo que se debe realizar un esquema detallado de la disposición de acero y capacitación por parte de los constructores.

Los diseños obtenidos mediante modelos puntal-tensor varían según los criterios de creación de los modelos por parte del diseñador. En consecuencia, las soluciones para una misma condición pueden variar significativamente según los criterios del diseñador.

Los resultados evidencian que los diseños a partir de modelos basados en optimización topológica presentan una ventaja significativa en términos de costo-efectividad y que simultáneamente garantizan la capacidad de carga, retrasan la propagación de grietas y reducen la cantidad de acero utilizado (Chen et al., 2019).

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

La metodología elaborada en esta investigación consiste en modelar elementos de hormigón armado en el software Rhinos V8 8.1 con el plugin TopOpt, basado el código de optimización topológica de 99 líneas presentado en la investigación de Sigmund (2001), con el objetivo de obtener topologías óptimas que se asemejen a un enrejado y que permitan diferenciar las zonas comprimidas de las zonas traccionadas. Es recomendable utilizar fracciones de volumen que rondan el 25%, factores de penalización p entre 3 y 4 y radios de filtro entre 1.3 y 1.5. Luego se propone un modelo puntal-tensor compatible con las prescripciones del Capítulo 16 del ACI 318-19 basado en la disposición geométrica de la optimización topológica y se crea un modelo de elementos finitos de barra en el software SAP2000 V23 para conocer las fuerzas axiales que actúan en cada uno de los elementos del modelo. Alternativamente, se crean modelos de elementos finitos para obtener las trayectorias de esfuerzos principales y corroborar que estos sean concordantes con la distribución de esfuerzos de compresión y tracción de las topologías óptimas. Luego del procedimiento mencionado, se procede con el diseño de las armaduras de acuerdo con la normativa del ACI 318-19.

La aplicación de modelos puntal-tensor obliga al diseñador a conocer el flujo de esfuerzos dentro de los elementos. Mediante la optimización topológica en dos materiales es posible distinguir las zonas comprimidas de las traccionadas, por lo que a priori se conocen las ubicaciones de los puntales y tensores. Se concluye que mediante la utilización de la optimización topológica se pueden conocer las trayectorias de esfuerzos dentro de un elemento y posteriormente proponer modelos puntal-tensor que reflejen dichos flujos de esfuerzo.

Se debe tener conocimiento sobre cómo afectan los parámetros de optimización en las topologías resultantes para utilizar algoritmos de OT como medio para la generación de modelos puntal-tensor consecuentes con las disposiciones del Código ACI 318-19. La fracción de volumen es un parámetro que influye significativamente en la topología final. Concluyéndose que se pueden lograr topologías óptimas similares a estructuras enrejadas escogiendo valores de fracción de volumen bajo, que rondan entre el 25 y 35%. Mediante este estudio se validó y comprobó que los valores de p de entre 3 y 4 conducen a topologías binarias y computacionalmente eficientes.

La elección del *radio de filtro* tiene un impacto significativo en la topología resultante. Al escoger valores altos de radio de filtro, se obtienen topologías más suavizadas, siendo beneficioso para

resultados más regulares. Por otro lado, radios de filtro elevados conducen a topologías más detalladas y ramificadas. Para este estudio, se concluye que para la obtención de topologías aptas para la formulación de modelos puntal-tensor se deben escoger de radio de filtro entre los valores de 1.3 y 1.5

El paso que presenta mayor dificultad al aplicar los modelos puntal-tensor como herramienta de diseño es la definición de la geometría del modelo debido a que el diseñador requiere de conocimiento previo acerca del comportamiento de las estructuras, y una misma estructura no tiene un único modelo correcto. El uso de algoritmos de optimización topológica es una herramienta valiosa para superar dichas dificultades. Sin embargo, su efectividad depende del conocimiento que el diseñador tenga sobre el proceso de optimización y la elección de sus parámetros. Es crucial comprender como los parámetros de optimización afectan la geometría de las topologías y que reflejen de manera precisa el flujo de esfuerzos dentro de la estructura en cuestión.

Se aplicó el algoritmo de optimización topológica de variable continua SIMP para identificar las trayectorias de esfuerzos y posteriormente plantear modelos puntal-tensor en una ménsula y en una viga alta con abertura, conduciendo a topologías que identifican con precisión el flujo de esfuerzos y las zonas en compresión y tracción dentro de los elementos, lo que sugiere su eficacia para la generación de topologías estructurales óptimas. Los resultados obtenidos demostraron concordancia con los diagramas de esfuerzos principales generados a partir de modelos de elementos finitos, validando la utilidad de esta técnica.

REFERENCIAS

He, Z., Zhao, L., Wang, J., & John, Z. (2020). Development of Strut-and-Tie Models Using Load Path in Structural Concrete. *Journal Of Structural Engineering-asce*, 146(5). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002631](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002631)

Reineck, K.-H. (Ed.). (2002). *Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models (SP-208)*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute.

Reineck, K.-H., & Novak, L. C. (Eds.). (2010). *Further Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models (SP-273)*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute.

318-19 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. (2019). En *American Concrete Institute eBooks*. <https://doi.org/10.14359/51716937>

Kuchma, D. A., Yindeesuk, S., & Nagle, T. (2008). Experimental Validation of Strut-and-Tie Method for Complex Regions. *ACI Structural Journal*, 105(5), 578-589.

Aguilar, V., Barnes, R. W., & Nowak, A. (2022). Strength reduction factors for ACI 318 strut-and-tie method for deep beams. *ACI Structural Journal*, 119(2), 103–112. <https://doi.org/10.14359/51734332>

British Standards Institution (2004) EN 1992-1-1:2004. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. London, BSI.

CSA (2004), CSA A23.3-04 “Design of Concrete Structures”, Canadian Standards Association, Mississauga, Ontario.

American Association of State Highway and Transportation Officials. (2020). AASHTO Load and Resistance Factor Design (LRFD) Bridge Design Specifications (Ninth Edition, LRFD BDS-9). Washington, DC.

Rojas, W. (2014). Comparación de esfuerzos cortantes en vigas de concreto reforzado de gran altura, mediante el método de los elementos finitos y el modelo puntal-tensor [Tesis]. Universidad Nacional de Colombia.

Morales, E. (2007). Diseño de discontinuidades en vigas de hormigón estructural con modelos puntal-tensor [Tesis]. Universidad Austral de Chile.

Pérez, J. (2021). Método puntal-tensor con ACI 318-19 y comparativa con NTC-17 [Tesis]. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Mei, L., & Wang, Q. (2021). Structural Optimization in Civil Engineering: A Literature Review. *Buildings*, 11(2), 66. <https://doi.org/10.3390/buildings11020066>

Bendsøe, M. P., & Sigmund, O. (2004). *Topology Optimization*. En Springer eBooks. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05086-6>

Cartes, G. (2022). Análisis del desempeño estructural de vigas de hormigón armado considerando una metodología basada en optimización topológica [Memoria de Título]. Universidad de Concepción.

Bendsoe, M. P. (1989). Óptimal Shape Design as a Material Distribution Problem. *Structural Optimization*, 1, 193-202. <https://doi.org/10.1007/BF01650949>.

Buhl, T., Pedersen, C., & Sigmund, O. (2000). Stiffness design of geometrically nonlinear structures using topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 19, 93–104.

Leon, J. (2015). Método de optimización topológica de estructuras continuas basado en quimiotaxis de bacterias Tesis. Universidad Nacional de Colombia.

Victoria, V. (2006). Optimización de forma y topología con malla fija y algoritmos genéticos Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena.

Faurrieta, N. (2014). Optimización Topológica de Estructuras con Algoritmo de Estimación de Distribución Tesis de maestría. CIMAT.

Paris, L. (2007) Restricciones en Tensión y Minimización del Peso: Una Metodología General para la Optimización Topológica de Estructuras. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Coruña. España.

Sigmund, O. (2001). A 99-line topology optimization code written in Matlab. *Structural And Multidisciplinary Optimization*, 21(2), 120-127. <https://doi.org/10.1007/s001580050176>

Aage, N., Sigmund, O., Amir, O., Maier, D., & Søndergaard, A. (2014). TopOpt for Grasshopper. Recuperado de <https://www.grasshopper3d.com/group/topopt>

Putri, M. R. (2018). Reinforced Concrete Corbel's Behavior using Strut and Tie Model. *Journal Of The Civil Engineering Forum*, 4(2), 97. <https://doi.org/10.22146/jcef.28221>

Chen, H., Wang, L., & Zhong, J. (2019). Study on an Óptimal Strut-And-Tie Model for Concrete Deep Beams. *Applied Sciences*, 9(17), 3637. <https://doi.org/10.3390/app9173637>

Azócar, M. (2004). *Modelo Puntal-tensor Aplicado al Diseño de Elementos de Hormigón Armado* (Tesis). Universidad Austral de Chile.

Maxwell, B.S., & Breen, J.E. (2000). Experimental evaluation of strut-and-tie model applied to deep beam with opening. *ACI Structural Journal*, 97, 142–148.

Uarac, P. (2014). *Optimización Topológica de Estructuras planas considerando Múltiples Restricciones de Desplazamiento* (Tesis de Magister). Universidad de Concepción.

Iribarra, J. (2011) *Optimización topológica de estructuras mediante modelos de variable continua*. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Concepción, Chile.

Oviedo, I. (2020). *Desarrollo de un modelo de optimización topológica para procesos de manufactura aditiva* [Memoria de Título]. Universidad de Concepción.

Ritter, W. (1899). *Die Bauweise Hennebique* (Construction techniques of Hennebique). *Schweizerische Bazeitung*, February, Zürich.

Mörsch, E. (1908). *Der Eisenbeton: Seine Theorie und Anwendung*. Stuttgart, Germany: Wittwer.

Schlaich, J., Schaefer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *Pci Journal*, 32(3), 74-150. <https://doi.org/10.15554/pcij.05011987.74.150>

Xia, Y., Langelaar, M., & Hendriks, M. A. (2020). A critical evaluation of topology optimization results for strut-and-tie modeling of reinforced concrete. *Computer-Aided Civil And Infrastructure Engineering*, 35(8), 850-869. <https://doi.org/10.1111/mice.12537>

Zhou, L., & Wan, S. (2021). Development of strut-and-tie models using topology optimization based on modified optimal criterion. *Structural Concrete*, 22(6), 3304-3314. <https://doi.org/10.1002/suco.202100123>

Schlaich, J., & Schafer, K. (1991). Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models. *Structural Engineering*, 69(6), 113-125.

Bruggi, M. (2009). Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization. *Computers & Structures*, 87(23-24), 1483-1495. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2009.06.003>

Samur, A. (1997). Diseño de estructuras de hormigón armado según método puntal tirante [Memoria de Título]. Universidad de Concepción, Chile.

Herrera, S. (2008). Diseño de muros de hormigón armado según modelos puntal tensor. [Memoria de Título]. Universidad de Concepción, Chile.

Joint ACI-ASCE Committee 445. (1999). Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete (ACI 445R-99). Farmington Hills, MI: American Concrete Institute.

Collins, M. P., & Mitchell, D. (1991). Prestressed Concrete Structures. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

ANEXO A: Tablas del Código ACI 318-19

En este anexo se presentan tablas que contribuyen al entendimiento de esta memoria.

Tabla A1. Factores de reducción de resistencia ϕ (Fuente: ACI 318-19)

Acción o Elemento Estructural		ϕ	Excepciones
(a)	Momento, fuerza axial o momento y fuerza axial combinados	0.65 a 0.90 de acuerdo con 21.2.2	Cerca de los extremos de miembros pretensados donde los torones no se han desarrollado totalmente, ϕ debe cumplir con 21.2.3
(b)	Cortante	0.75	Se presentan requisitos adicionales en 21.2.4 para estructuras diseñadas para resistir efectos sísmicos
(c)	Torsión	0.75	----
(d)	Aplastamiento	0.65	----
(e)	Zonas de anclajes de postensado	0.85	----
(f)	Cartelas y ménsulas	0.75	----
(g)	Puntales, tensores, zonas nodales y áreas de apoyo diseñadas de acuerdo con el método puntal-tensor del Capítulo 23	0.75	----
(h)	Componentes de conexiones de miembros prefabricados controlados por fluencia de los elementos de acero a tracción	0.9	----
(i)	Elementos de concreto simple	0.6	----
(j)	anclajes en elementos de concreto	0.45 a 0.75 de acuerdo con Capítulo 17	----

Tabla A2. Coeficiente de puntal β_s (Fuente: ACI 318-19)

Ubicación del puntal	Tipo de puntal	Criterio	β_s
Miembros a tracción o zonas de tracción dentro de los miembros	Cualquiera	Todos los casos	0.4
Todos los otros casos	Puntales de borde	Todos los casos	1
	Puntales interiores	Refuerzo que cumple con (a) o (b) de la Tabla 23.5.1	0.75
		Localizados en regiones que cumplen con 23.4.4	0.75
		Nudos viga-columna	0.75
		Todos los otros casos	0.4

Tabla A3. Coeficiente de puntal β_c (Fuente: ACI 318-19)

Ubicación	β_c	
<ul style="list-style-type: none"> • Extremo de un puntal conectado a un nodo que incluye una superficie de aplastamiento. • Nodo que incluye una superficie de aplastamiento 	Menor de	$\sqrt{A_2/A_1}$ Donde A_1 se define por la superficie de aplastamiento
		2
Otros casos		1.0

Tabla A4. Refuerzo distribuido mínimo (Fuente: ACI 318-19)

Restricción lateral del puntal	Configuración del refuerzo	Cuantía mínima del refuerzo distribuido
Sin restricción	Disposición ortogonal	0.0025 en cada dirección
	Refuerzo en una dirección cruzando un puntal con ángulo α_1	$\frac{0.0025}{\text{sen}^2 \alpha_1}$
Restringido	No se requiere refuerzo distribuido	

Tabla A5. Coeficiente β_n de zonas nodales (Fuente: ACI 318-19)

Configuración de la zona nodal	β_n
Zonas nodales limitadas por puntales, áreas de apoyo, o ambas	1.0
Zonas nodales que anclan un tensor	0.80
Zonas nodales que anclan dos o más tensores	0.60

ANEXO B: Diagramas de distribución de tensiones principales para la ménsula y la viga con abertura

En las siguientes figuras se pueden apreciar los modelos de elementos finitos que permiten reconocer las distribuciones de tensiones principales de la ménsula y viga con abertura analizadas en las subsecciones 4.2 y 4.3, respectivamente. Las tracciones se representan en tonalidades azules y las compresiones en tonalidades rojo y violeta.

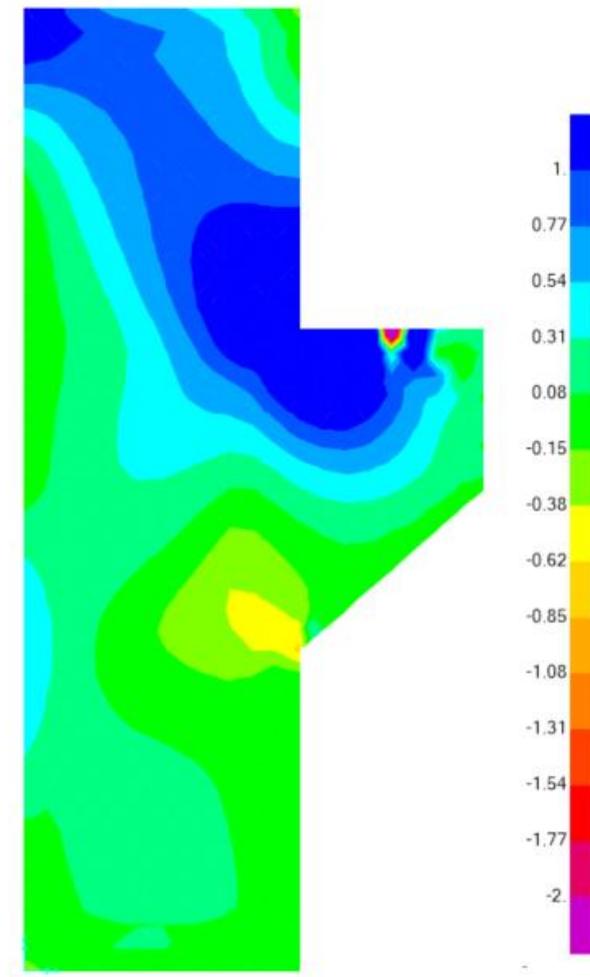


Figura B1 Diagrama de esfuerzos σ_{11} en kN/mm.

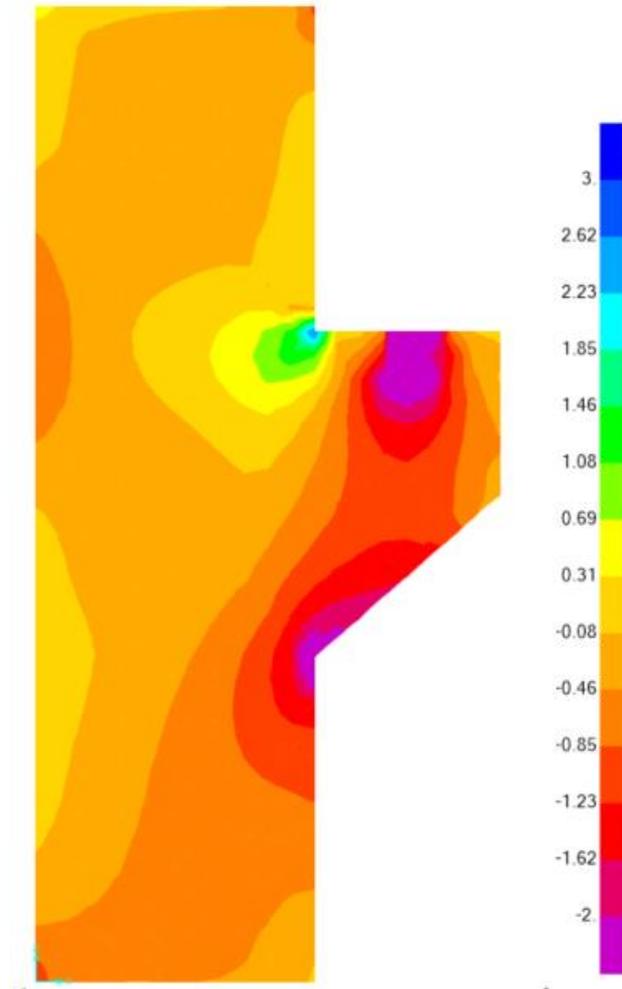


Figura B2 Diagrama de esfuerzos σ_{22} en kN/mm

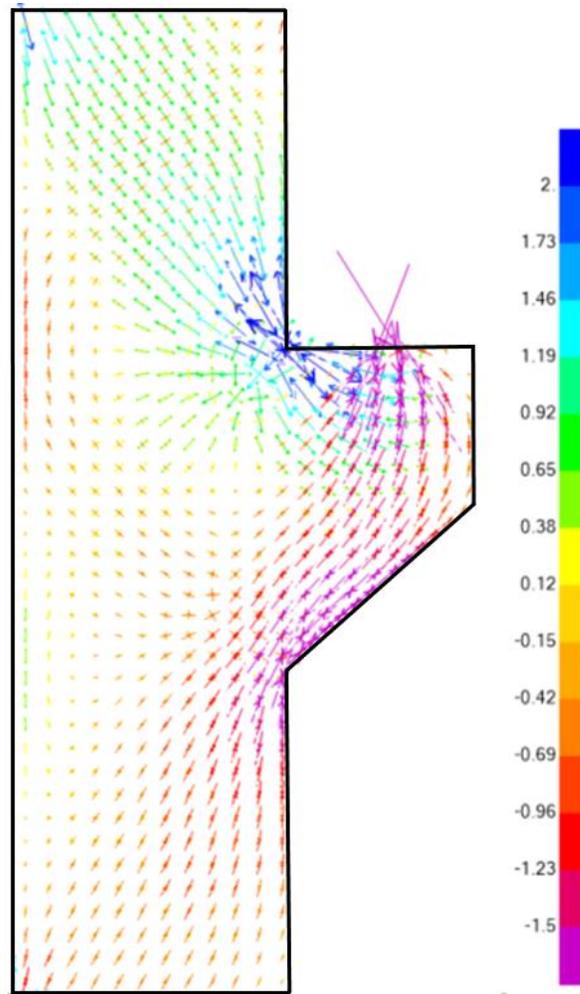
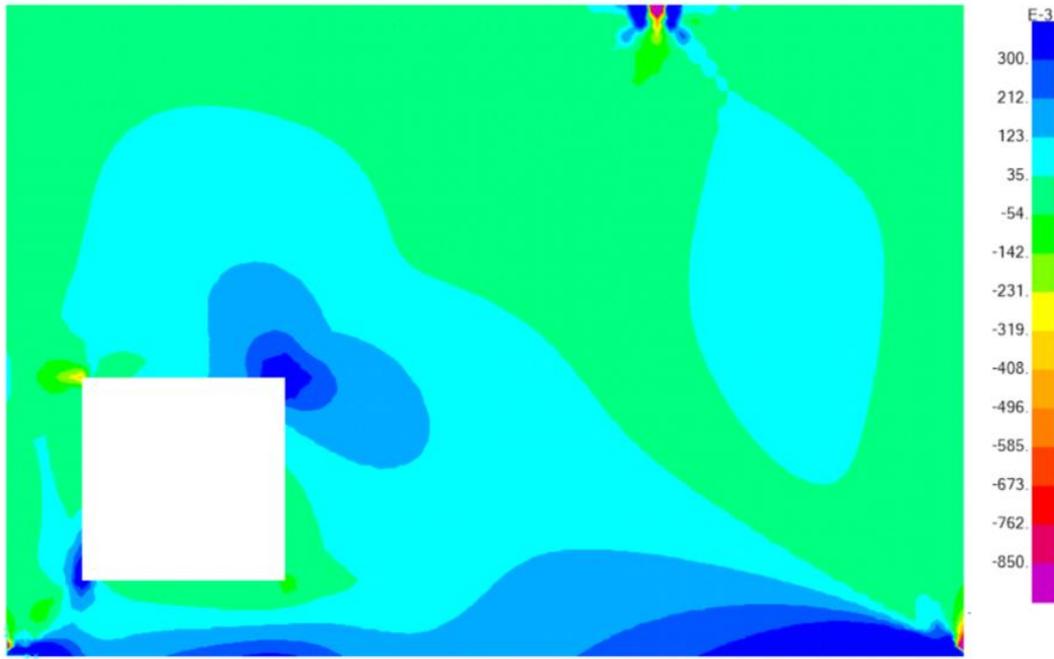


Figura B3. Diagrama de trayectorias de esfuerzos máximos, en kN/mm



B4. Diagrama de esfuerzos σ_{11} para la viga con abertura en kN/mm.



Figura B5. Diagrama de esfuerzos σ_{22} para la viga con abertura en kN/mm

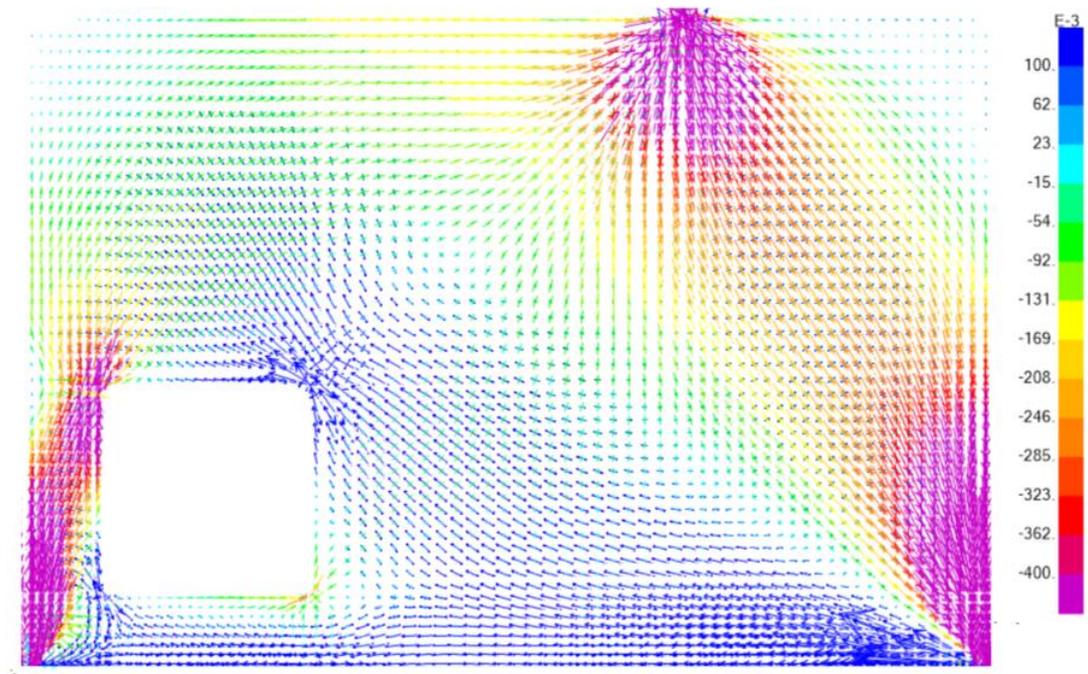


Figura B6. Diagrama de trayectorias de esfuerzos máximos para la viga con abertura, en kN/mm

ANEXO C: Comparación de diseño de viga con abertura con respecto a la investigación de Chen et al., (2019)

En la investigación de Chen et al., 2019 se generan modelos puntal-tensor usando la optimización estructural evolucionaria para el diseño de una viga alta con la misma geometría, materiales y carga que la diseñada anteriormente y se comparan los diseños con investigaciones anteriores. Además, las vigas se testean experimentalmente aplicándoles cargas que aumentan progresivamente y se comparan sus desempeños resaltando la importancia de las cantidades de acero colocadas en cada espécimen.

En las Figuras C1 y C2 se muestran los modelos puntal-tensor y las disposiciones de enfierradura para dos vigas propuestas por Maxwell y Breen, (2000) y una por Chen et al., (2019), las que luego serán materializadas y ensayadas por Chen et al., (2019). Dichas probetas serán referidas como E1, E2 y E3 respectivamente. En la Figura C3 se muestran los patrones de agrietamiento tras el ensayo.

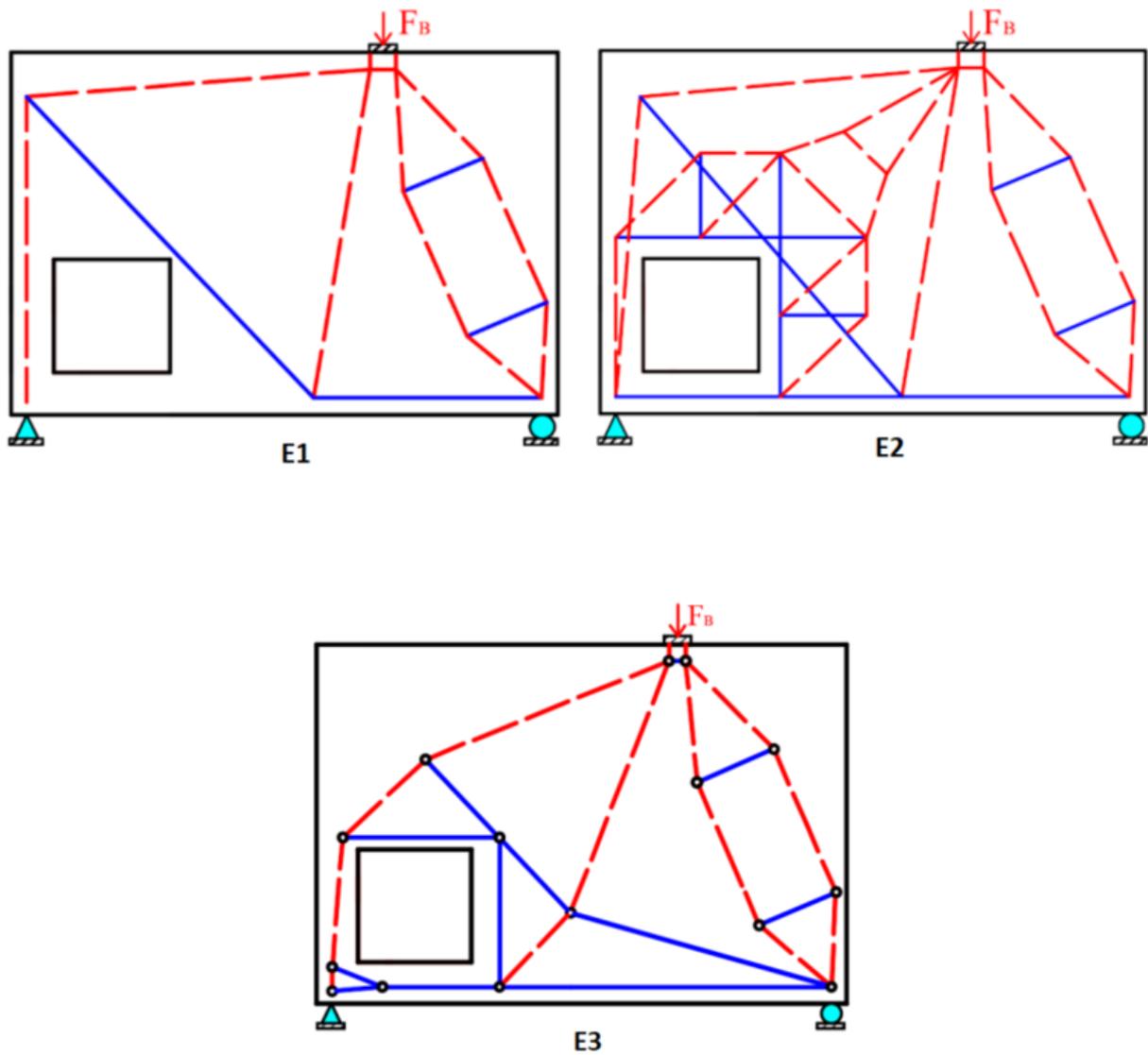


Figura C1. Modelos puntal-tensor (E1 y E2) propuestos por Maxwell & Breen (2000) y propuesto por Chen et al., (2019) (E3). Fuente: Chen et al., (2019)

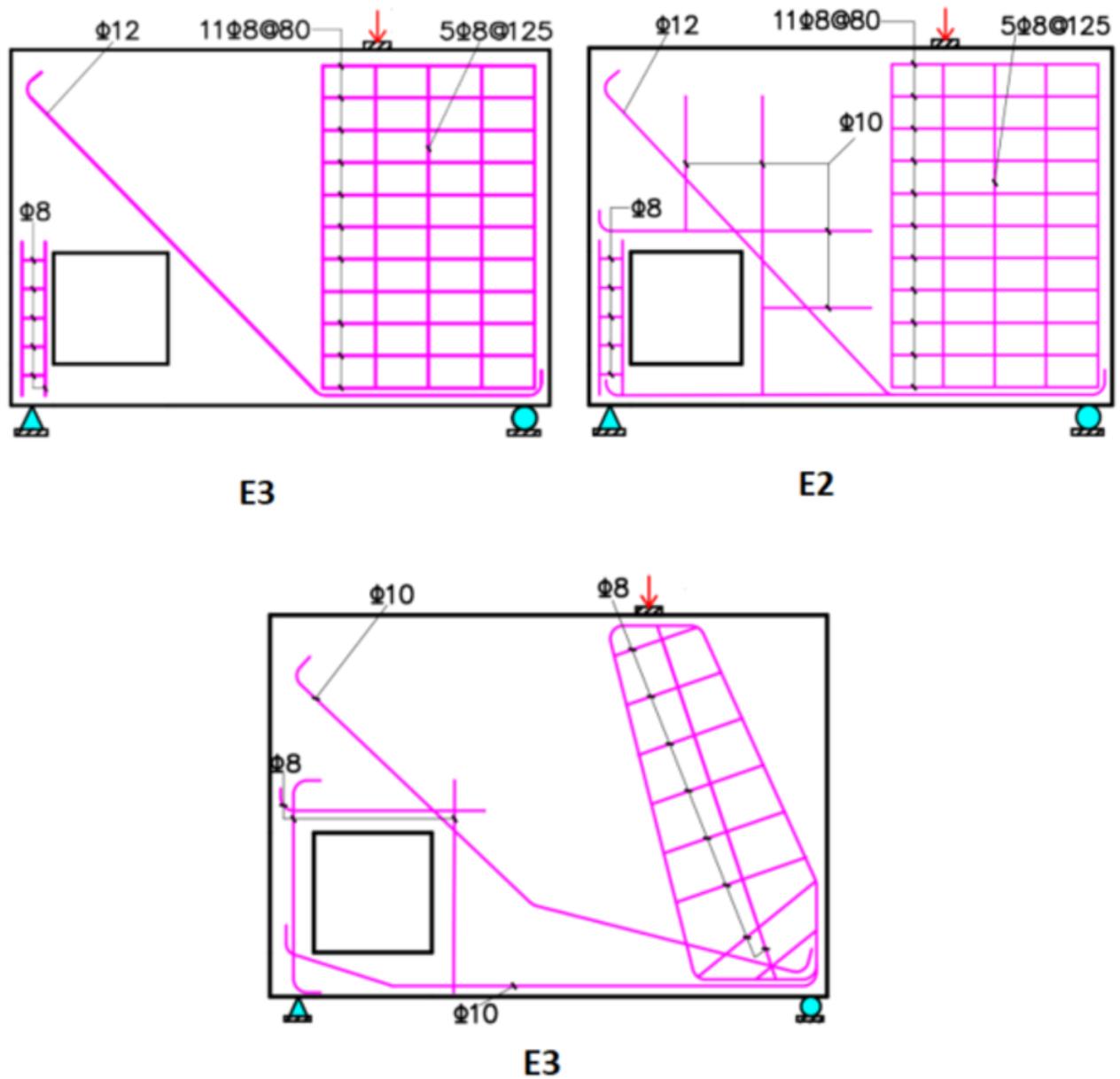


Figura C2. Propuestas de enfierradura de Maxwell & Breen (2000) (E1 y E2) y propuesta de enfierradura de Chen et al., (2019) (E3). (Fuente: Chen et al., 2019)

Para E1 (Figura C3 a)), la primera grieta en aparecer fue para una carga de 85 kN y va desde la esquina superior derecha de la abertura hasta el punto de aplicación de carga. Esta grieta es controlada por el refuerzo diagonal ubicado en la parte superior derecha de la abertura. A medida que la carga aumenta,

aparecen dos grietas en las esquinas inferiores de la abertura debido a la ausencia de un refuerzo a lo largo del extremo inferior de la viga. La carga última que soportó la viga fue de 120 kN

E2 (Figura C3 b)) presentó una baja integridad, debido a la escasa conexión entre los lados izquierdo y derecho de la viga los cuales están unidas únicamente por refuerzos horizontales en la parte inferior de la viga. Como la viga está bien reforzada en la zona débil ubicada entre el apoyo izquierdo y el punto de aplicación de la carga, el hormigón de la parte inferior de la viga se agrieta y se propaga hacia arriba por el lado izquierdo del puntal en forma de botella hasta encontrarse con el punto de aplicación de la carga para una carga de 91 kN. La carga última registrada para este espécimen fue de 136 kN

El caso de E3 (Figura C3 c)), que cuenta con el diseño más similar al propuesto en este estudio no mostró agrietamiento para cargas inferiores a los 95 kN. Al superarse esa magnitud de carga, el concreto del apoyo derecho de la viga comenzó a colapsar. El elemento comenzó a ser inestable debido a la falla del apoyo derecho, lo cual se le puede atribuir al bajo recubrimiento que se utilizó para la construcción de la barra. La carga última que resistió esta muestra fue 141 kN.

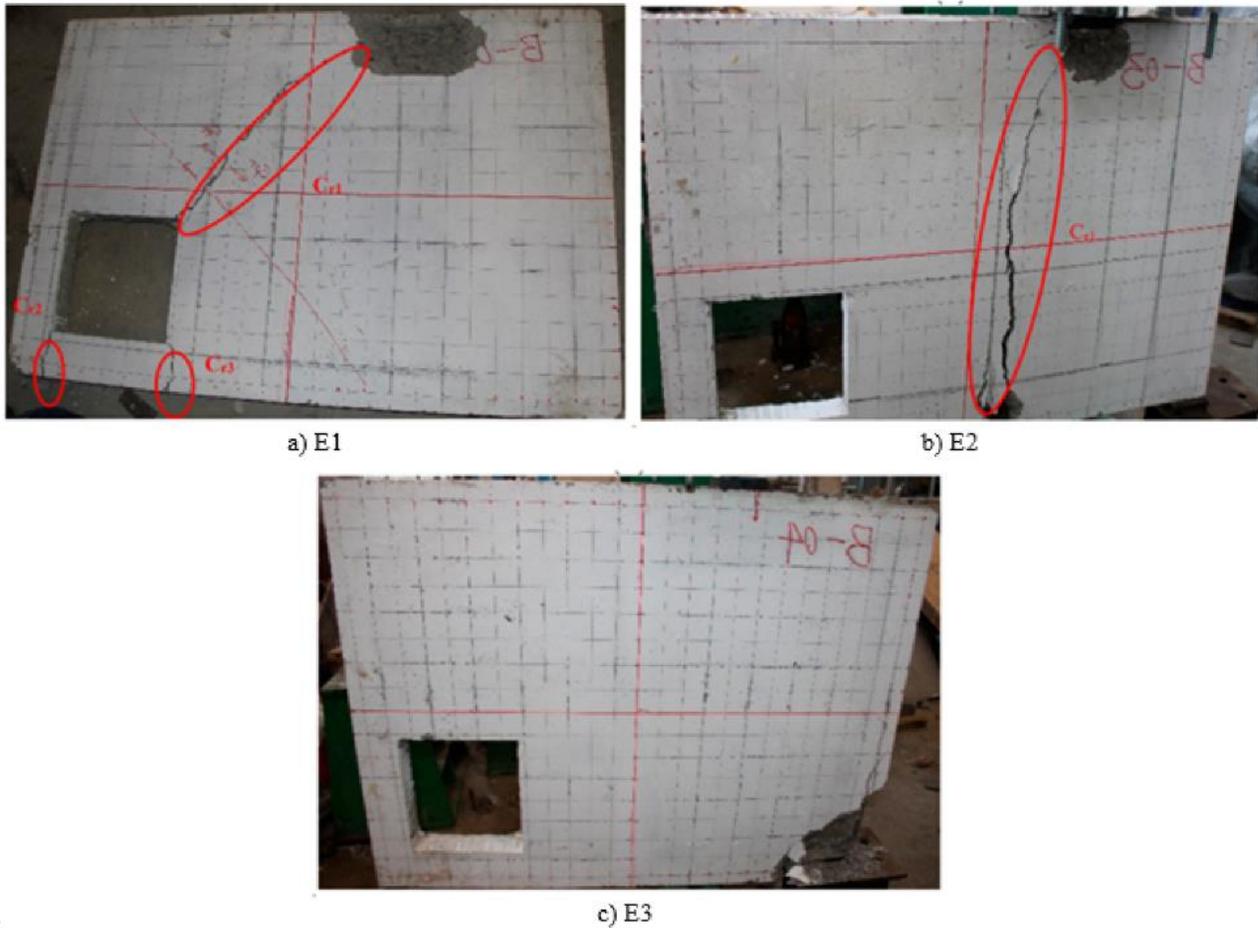


Figura C3. Resultados experimentales para los diseños E1, E2 y E3. (Fuente: Chen et al., 2019)

En la Tabla 4.3.4-1 se muestra unacomparativa de las cargas de agrietamiento P_c , la carga de diseño P_d , la carga última P_u y el peso de acero total W_s para cada uno de los especímenes. En la Figura C3 se muestran los patrones de agrietamiento para las pruebas experimentales a cada uno de los especímenes anteriormente mencionados.

Tabla C1. Cargas de agrietamiento, de diseño y últimas para E1, E2 y E3.

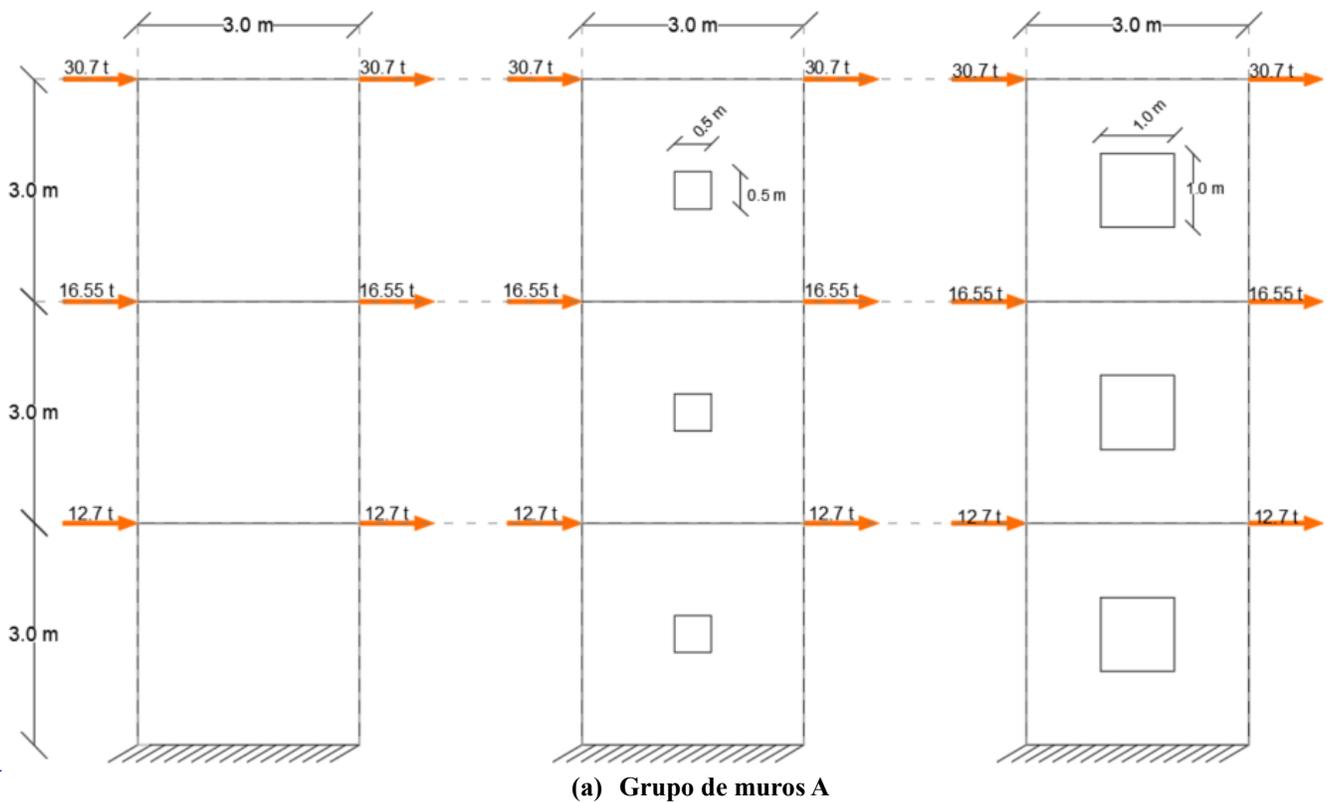
ESPECIMEN	P_c (kN)	P_d (kN)	P_u (kN)	W_s (kg)	$\frac{P_u}{P_d}$
E1	85	100	120	4.36	1.2
E2	91	100	136	5.59	1.36
E3	95	100	141	7.39	1.41

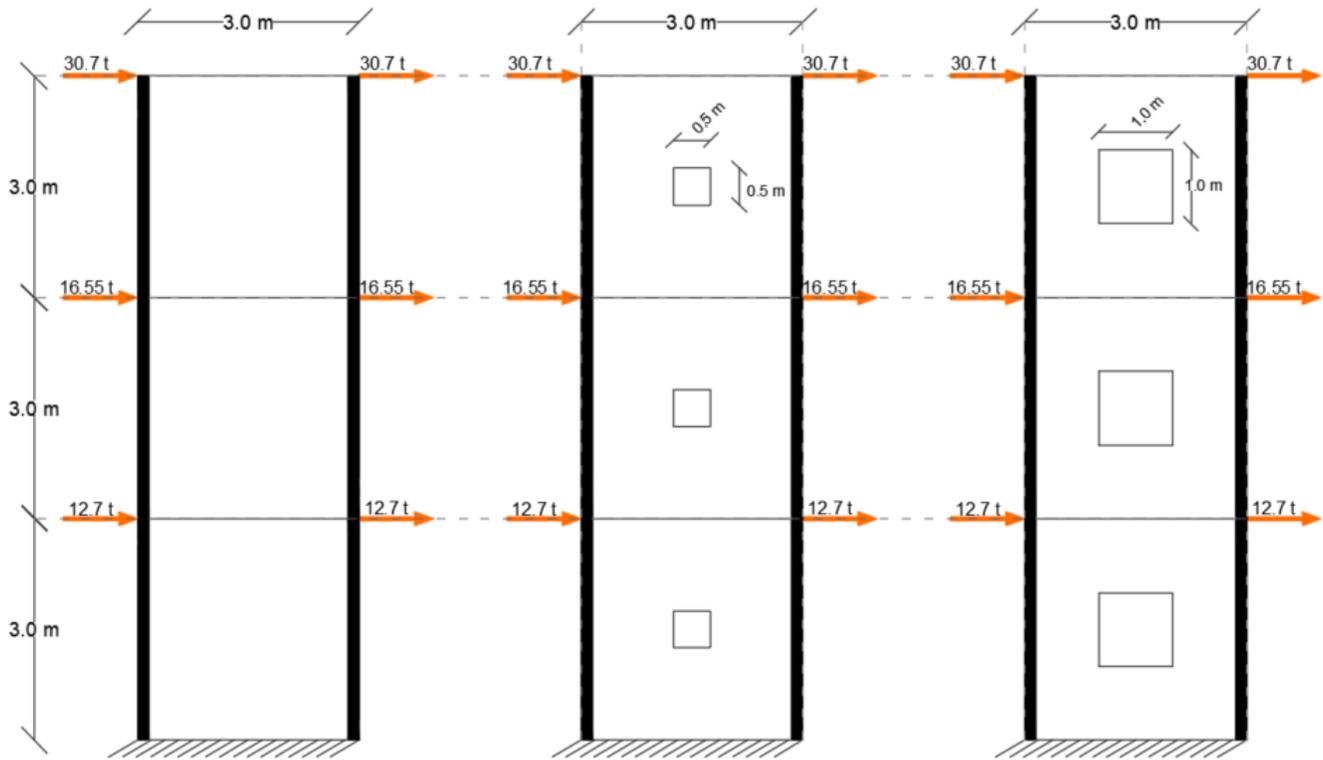
En la subsección 4.3 diseñó una viga mediante el método puntal-tensor basado en optimización topológica, para la que se obtuvieron resultados muy similares a los de Chen et al., (2019). La viga

propuesta cuenta con un peso de acero de 4.15 kg, un 4.8% menor que la propuesta de Chen et al., (2019), y un 34.70 y 78.07% menor que las propuestas de Maxwell & Breen (2000). La principal diferencia con respecto al diseño de Chen et al., (2019) es que el diseño propuesto en este estudio no cuenta con un tensor en el lado izquierdo de la abertura, y que cuenta con una mayor cuantía de acero donde se ubica el puntal en forma de botella. En el Anexo C se presenta un análisis comparativo en mayor profundidad con respecto a la investigación de Chen et al., (2019).

ANEXO D: Muros de corte de tres pisos bajo carga sísmica

En el presente Anexo se mostrarán los resultados para la generación de modelos puntal-tensor para dos grupos de muros con distintas condiciones de borde para el proceso de optimización. Los muros analizados consisten en tres muros de 3 m de largo por 9 m de alto, con altura de entre piso constante de 3 m. El primer muro es continuo y sin aberturas, el segundo muro tiene aberturas centrales de 0.5 x 0.5 m y el tercer muro cuenta con aberturas de 1.0 x 1.0 m. Al primer grupo de muros no se le añadió ninguna región no optimizable, mientras que al segundo grupo de muros se le asignaron regiones no optimizables en las cuerdas laterales del muro, las cuales corresponderían a los muros adyacentes al estudiado. En la Figura C1 (a) se muestra el grupo de muros A y en la Figura C1 (b) se presenta el grupo de muros B. La geometría de los muros y las cargas aplicadas fueron extraídas y adaptadas de la investigación de Uarac (2014).





(b) Grupo de muros B

Figura D1. Geometría y cargas aplicadas a los muros

Los parámetros de OT para cada uno de los grupos de muros se presentan en la Tabla C1, y las topologías óptimas obtenidas se muestran en la Figura C2 y C3 para los grupos de muros A y B, respectivamente.

Tabla D1. Parámetros de optimización para los grupos de muro A y B

	Grupo A	Grupo B
Fracción de volumen f	35%	45%
Radio de filtro r_{min}	1.3	1.3
Factor de penalización p	3.0	3.0

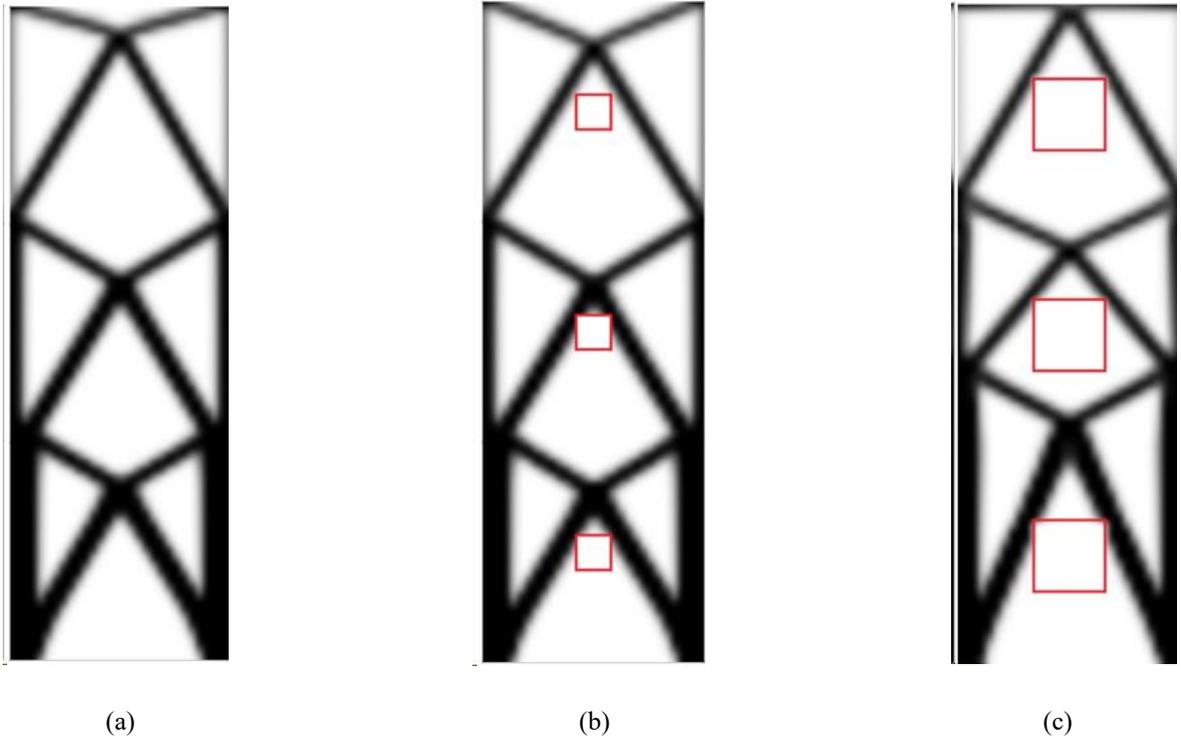


Figura D2. Topologías óptimas para el grupo de muros A

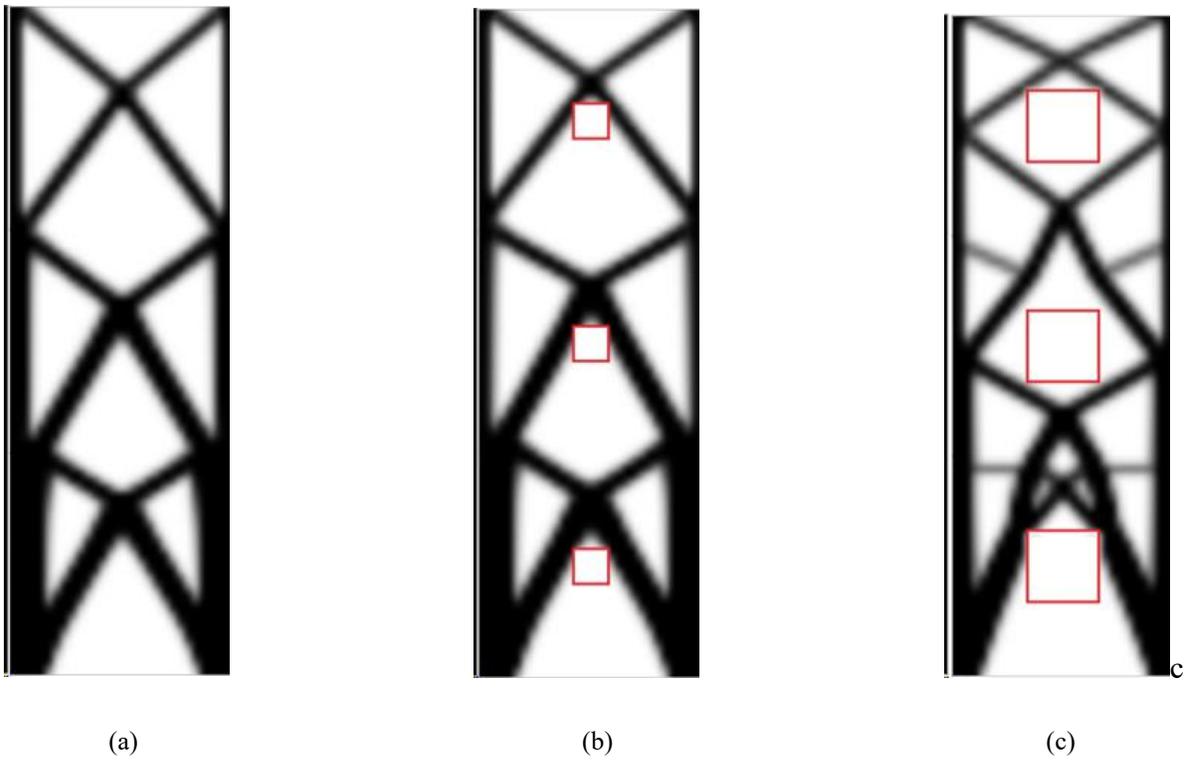


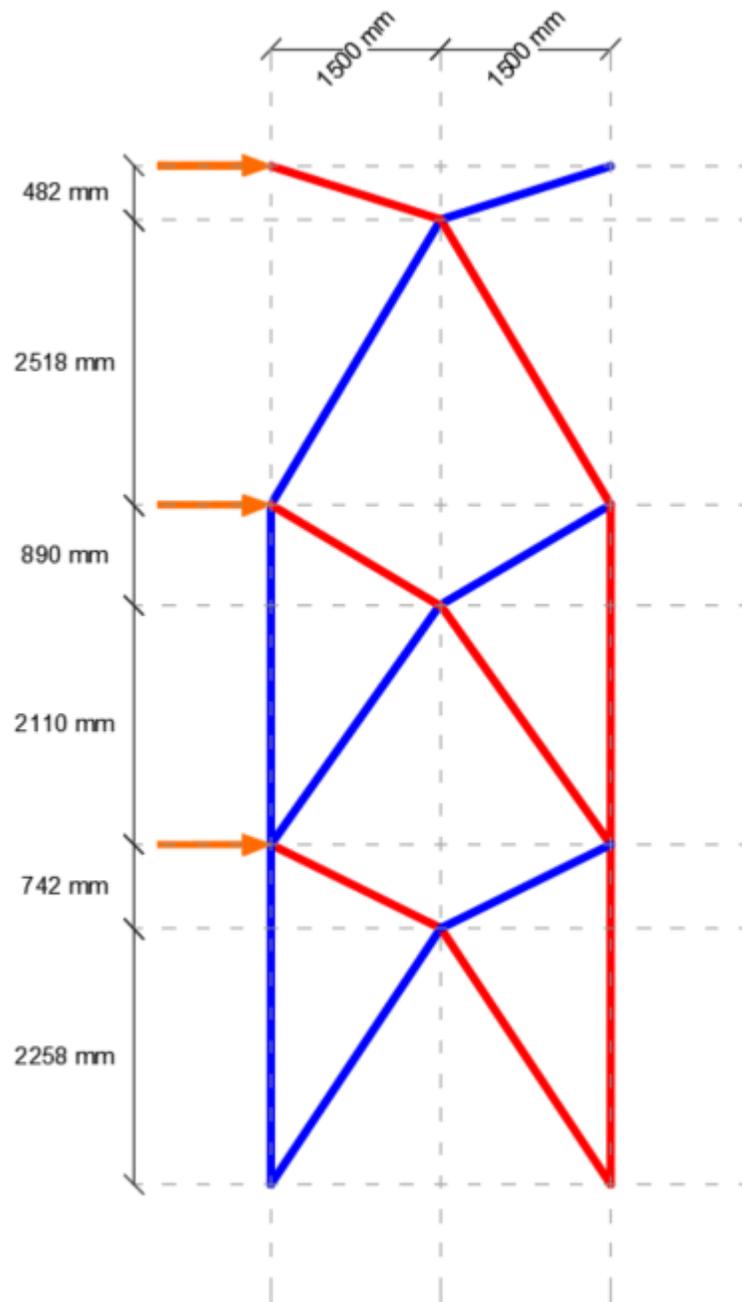
Figura D3. Topologías óptimas para el grupo de muros A

Se observa que, para el muro continuo y el muro con aberturas de 0.5 x 0.5m las topologías óptimas son idénticas para ambos grupos de muros. Sin embargo, para el muro con una abertura de 1.0 x 1.0m si se observa un cambio significativo en la geometría de la estructura obtenida a través de OT. Además, se puede notar que las topologías óptimas del muro continuo y del muro con abertura de 0.5 x 0.5 m son prácticamente iguales para los grupos de muros A y B, lo que supone que la definición de regiones no optimizables en los costados del muro no influye significativamente en las topologías óptimas de muros que no presentan discontinuidades geométricas importantes. Por otro lado, para el muro con una abertura de 1.0 x 1.0 m, si se observó un cambio sustancial en la disposición geométrica de la topología, así como en la cantidad de elementos que la conforman.

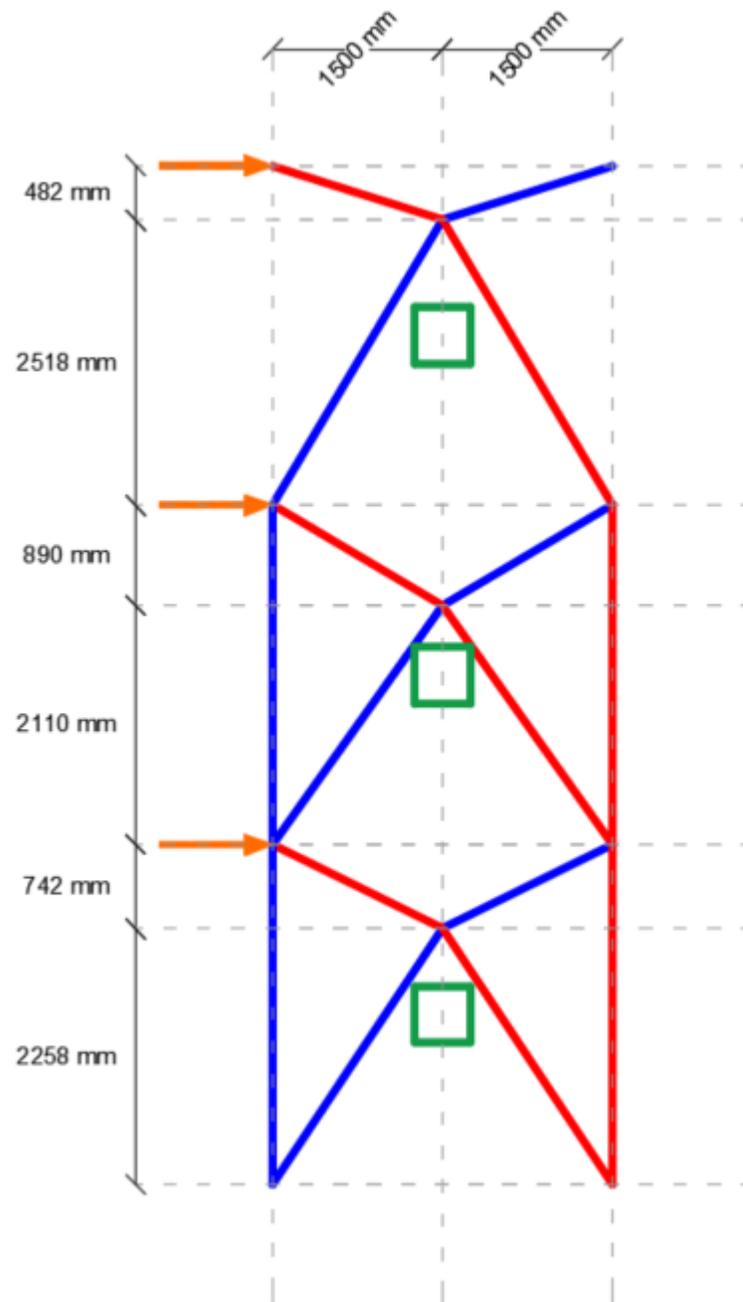
Se procede a plantear modelos puntal-tensor mediante la metodología desarrollada en el Capítulo 3. En las Figuras C4 y C5 se observan los resultados, donde los puntales se representan en color rojo y los tensores en azul. Los modelos de armaduras idealizadas son simplemente apoyados, de manera que sean sistemas isostáticos.

A partir de los resultados obtenidos en este Anexo, se concluye que si las aberturas en un muro son lo suficientemente pequeñas, estas no generan ningún cambio en la topología óptima resultante, así como en el modelo de puntal-tensor obtenido. Además, en consecuencia de los resultados conseguidos para el muro de 1.0 x 1.0 m se concluye que la metodología desarrollada no es generalizable a todo tipo de elementos, ya que los modelos puntal-tensor obtenidos no cumplen con los requerimientos para un modelo correctamente concebido.

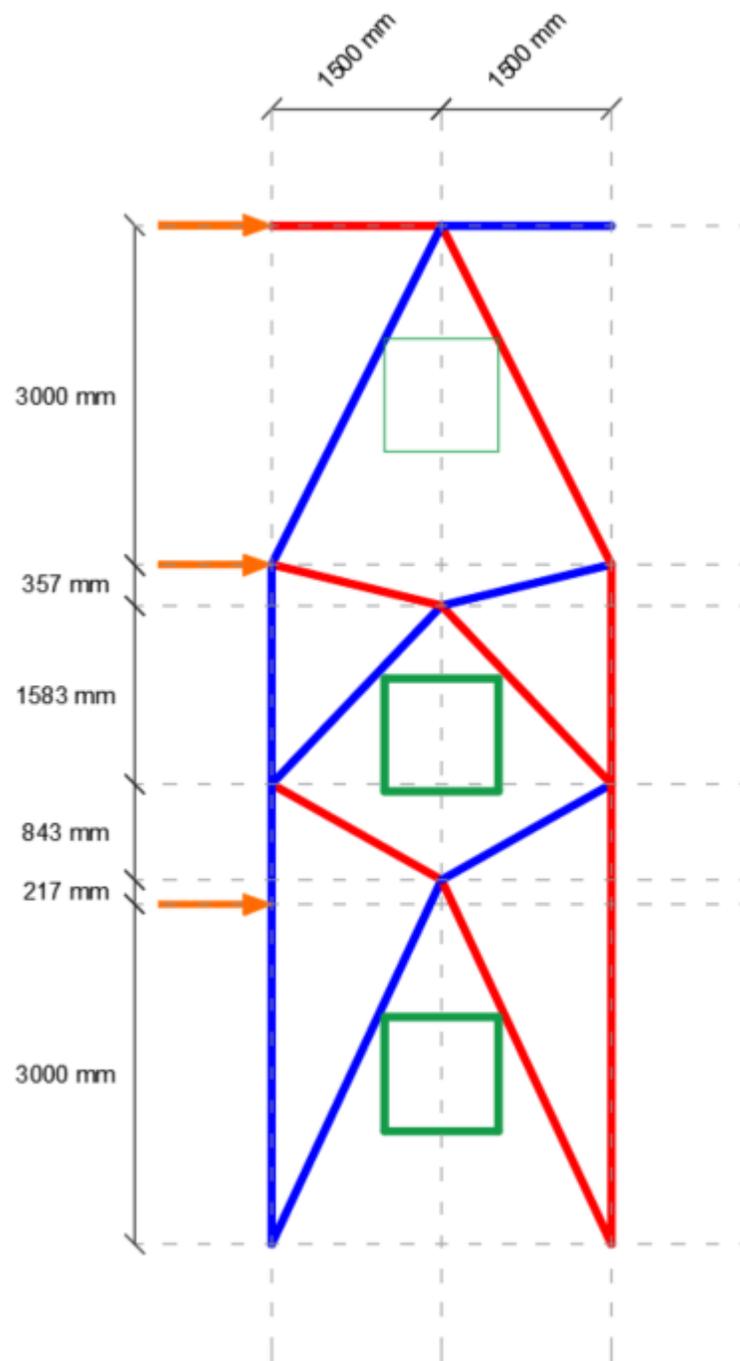
Además, se puede concluir que la metodología desarrollada en el Capítulo 3 no es aplicable a todo tipo de elementos de hormigón armado. Para el caso del muro de 1.0 x 1.0 m se observaron dos falencias que invalidan el modelo puntal-tensor obtenido. En primer lugar la optimización topológica condujo a un modelo en que una de las fuerzas externas no estaba aplicada en uno de los nodos del modelo. En segundo lugar, un grupo de puntales y tensores se dispuso a un ángulo de 15°, lo que va en contra de una de las prescripciones del ACI 318-19.



(a) Modelo puntal-tensor para muro continuo del grupo A

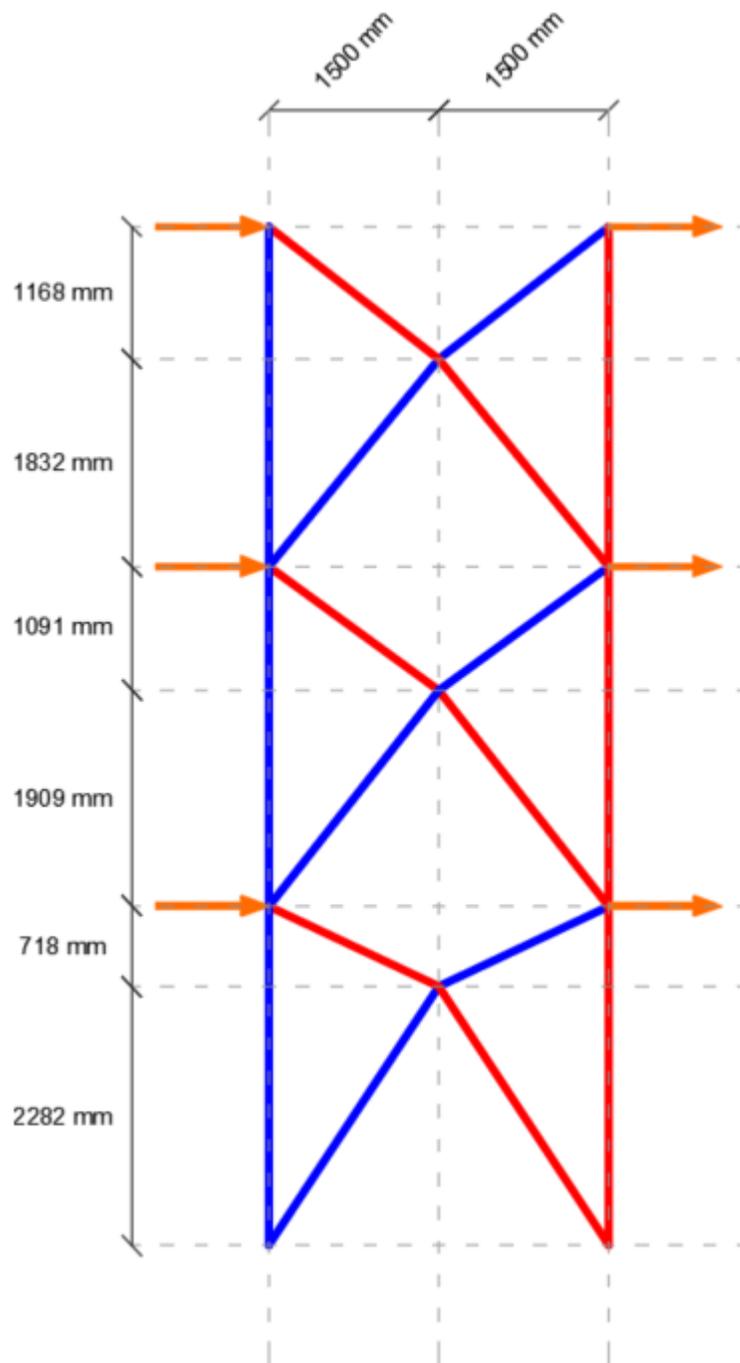


(b) Modelo puntal-tensor para el muro con aberturas de 0.5 x 0.5 m del grupo A

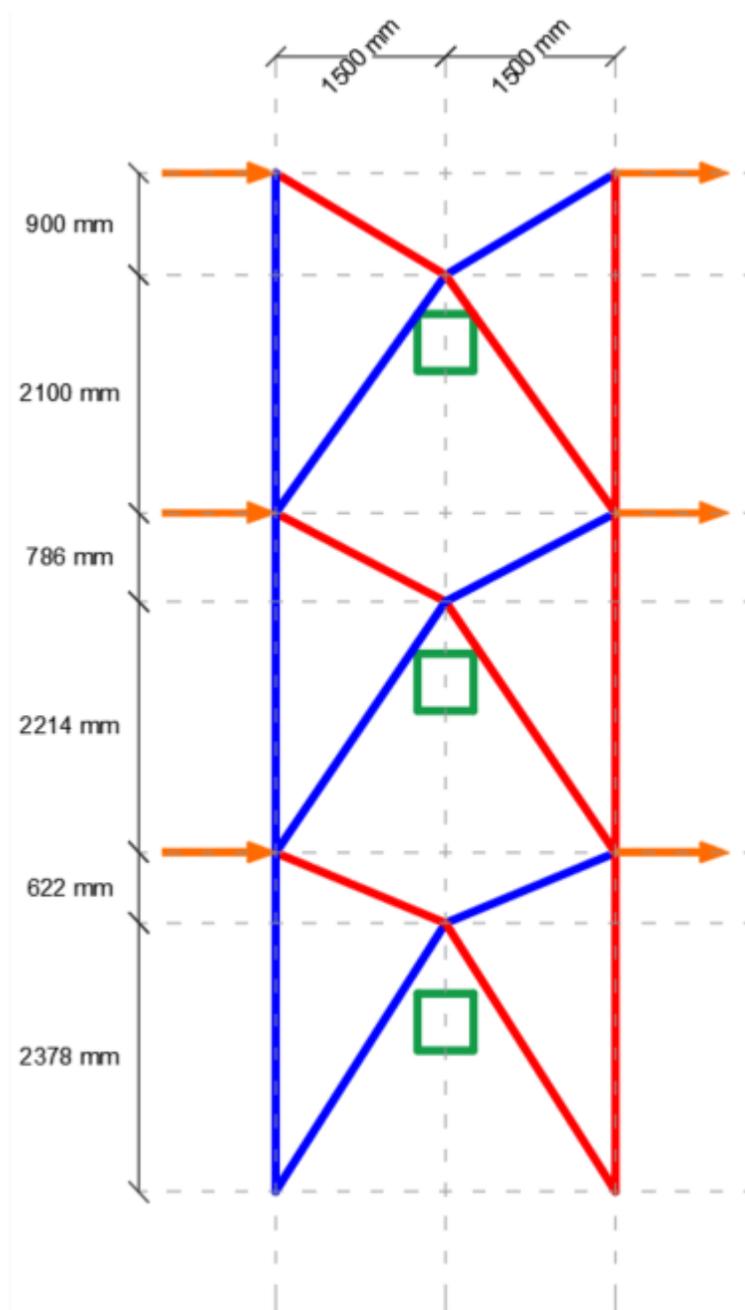


(c) Modelo puntal-tensor para el muro con aberturas de 1.0 x 1.0 m del grupo A

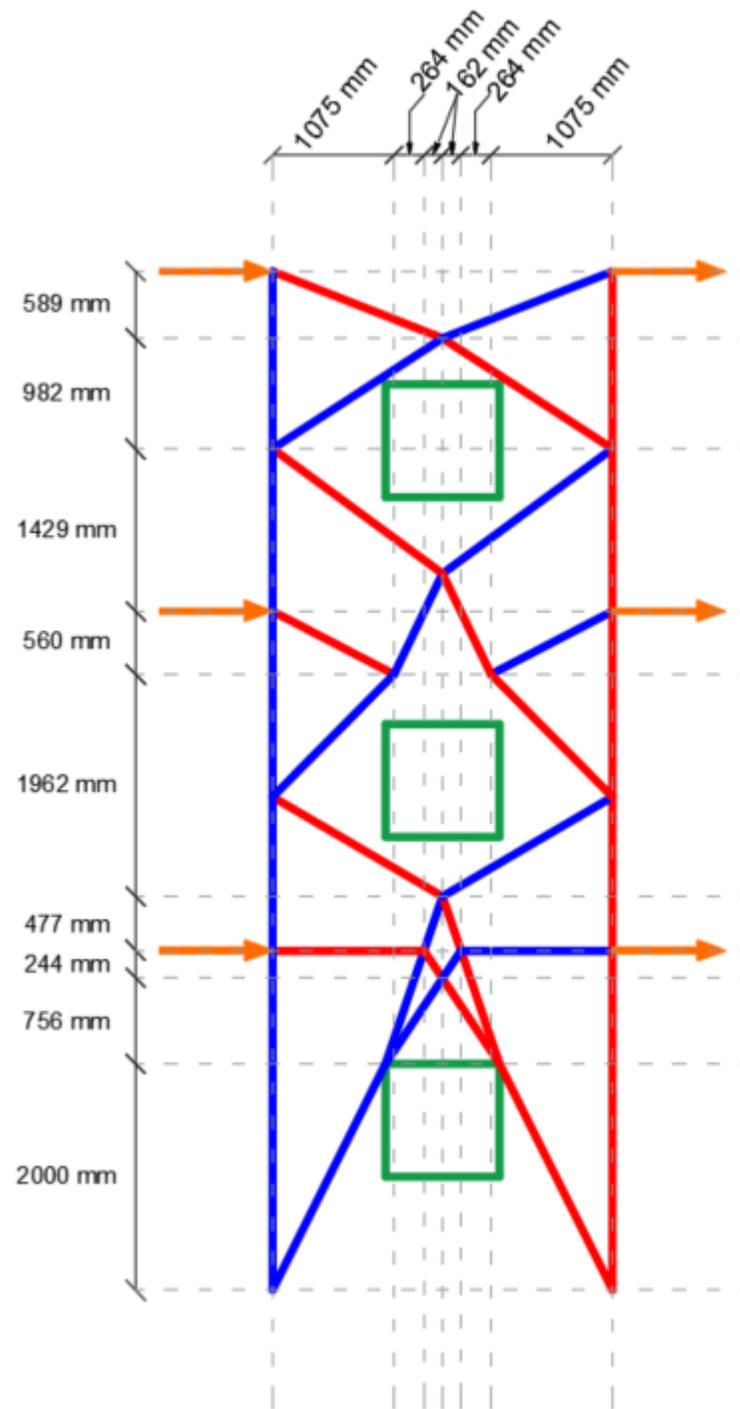
Figura D4. Modelos puntal-tensor para muros del grupo A



(a) Modelo puntal-tensor para el muro continuo del grupo B



(b) Modelo puntal-tensor para el muro con abertura de 0.5 x 0.5 m del grupo B



(c) Modelo puntal-tensor para el muro con abertura de 1.0 x 1.0 m del grupo B

(d) Figura D4. Modelos puntal-tensor para muros del grupo B

Para los muros continuos y con aberturas de 0.5 x 0.5 m se observa que las topologías óptimas conducen a modelos puntal-tensor que respetan las disposiciones del ACI 318-19, por lo que un diseño

para estos casos es viable. A partir de los resultados de OT y modelos puntal-tensor construidos, se puede notar que las aberturas son lo suficientemente pequeñas como para no afectar en los resultados. Sin embargo, las topologías óptimas de los muros con abertura de 1.0 x 1.0 m no conducen a modelos de puntal-tensor correctamente concebidos, debido a dos importantes razones:

1. Para el caso del muro del grupo A, se observa que la fuerza externa aplicada en el primer nivel no queda en una zona nodal, lo que no es admisible para un modelo puntal-tensor, ya que las fuerzas siempre deben estar ubicadas en los nodos.
2. En el muro del grupo B se observa que los ángulos entre el grupo de puntales y tensores ubicados sobre la abertura del primer nivel tienen ángulos muy cerrados, menores a 25° , tal como se observa en la Figura C5.

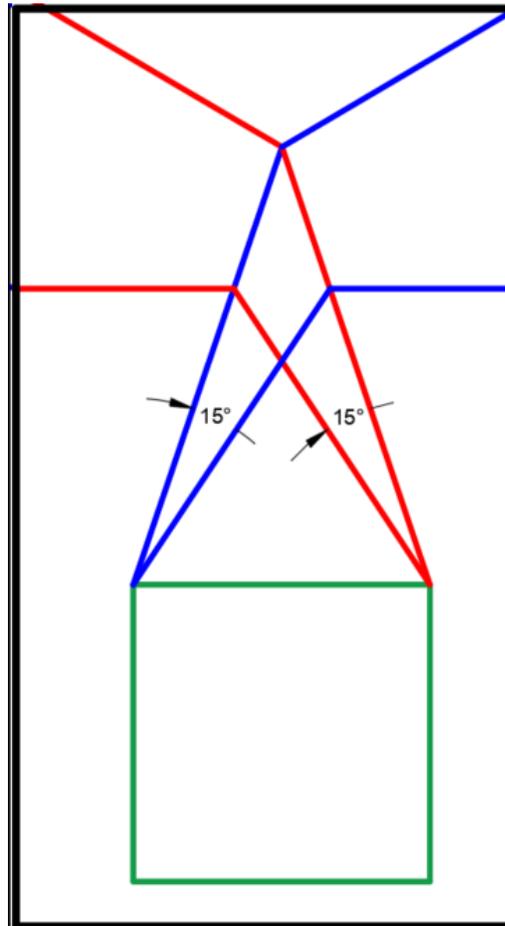


Figura D5. Acercamiento a grupo de puntales y tensores del muro con abertura de 1.0 x 1.0 m del grupo B.