



Universidad de Concepción
Dirección de Postgrado
Facultad de Ingeniería -Programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención
en Ingeniería Mecánica

Caracterización de síntomas vibratorios producidos por fallas en transmisiones planetarias



Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con
mención en Ingeniería Mecánica

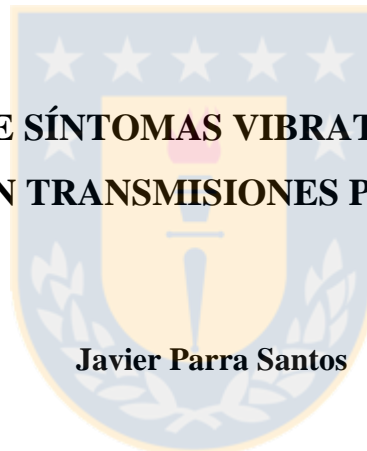
JAVIER EDUARDO PARRA SANTOS
CONCEPCIÓN-CHILE
2016

Profesor Guía: Cristián Molina Vicuña
Dpto. de Ingeniería Mecánica y Aeroespacial, Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

Profesor Patrocinante:
Cristián Molina Vicuña

**CARACTERIZACIÓN DE SÍNTOMAS VIBRATORIOS PRODUCIDOS POR
FALLAS EN TRANSMISIONES PLANETARIAS**



Javier Parra Santos

Informe de Tesis de Magíster
para optar al Grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica

Noviembre - 2016

RESUMEN

El análisis de vibraciones de las transmisiones planetarias ha sido investigado activamente en los últimos años debido a la importancia y el alto impacto que éstas tienen en el desarrollo industrial. Desde el punto de vista de la modelación de vibraciones, este problema ha sido normalmente investigado con dos herramientas distintas: el modelo dinámico, que depende de la resolución numérica de las ecuaciones del movimiento y el modelo fenomenológico, que modela las vibraciones producidas por la interacción entre los diferentes engranes basándose en la observación de la cinemática del sistema. Con la ayuda de estos modelos es posible realizar la simulación de distintos tipos de falla que afecten a las componentes de la transmisión, para luego analizar el efecto de éstas en las vibraciones del sistema y compararlo con resultados experimentales que permitan encontrar patrones vibratorios que posibiliten determinar la condición mecánica de la máquina. Para esto es necesaria la comparación entre los modelos, lo cual ha sido escasamente abordado en la literatura. El problema radica en que esta comparación no se puede realizar directamente. El modelo fenomenológico entrega las vibraciones medidas por un sensor que se encuentra fijo en la parte externa del anillo de la transmisión incluyendo el efecto de modulación de amplitud debida a la variación de la posición de las fuentes de vibración con respecto al punto donde está ubicado el sensor, lo que es compatible con las mediciones experimentales. En cambio, el modelo dinámico entrega las vibraciones del anillo basadas en un marco de referencia rotatorio sin incluir el efecto de la modulación descrita.

Los objetivos de este trabajo son, en primer lugar, proponer un método de descomposición del sistema no inercial del método dinámico a un sistema inercial fijo que represente las mediciones del transductor montado en la parte externa del anillo, para sentar las bases que permitan la comparación entre este modelo con el fenomenológico y mediciones experimentales. En segundo lugar utilizar el modelo fenomenológico y el modelo dinámico, incluyendo la descomposición planteada, para simular fallas que permitan encontrar patrones vibratorios que las identifiquen.

Para enfrentar este problema, primero se exponen los modelos fenomenológico, enunciado en el trabajo de Molina [Molina 2010], y dinámico, enunciado en el trabajo de Lin [Lin et al. 1999]. En segundo lugar, la descomposición planteada se analiza algebraicamente y se ocupa en un caso simulado numéricamente. En tercer lugar, se presenta y utiliza un método para introducir fallas puntuales en distintos componentes de la transmisión planetaria con ambos modelos. Finalmente se validan las simulaciones comparándolas con mediciones experimentales.

La función de descomposición entrega una respuesta análoga a la del modelo fenomenológico. Luego, esta herramienta se puede utilizar para la simulación de fallas en pos de la búsqueda de los indicadores de éstas. Se modelan fallas puntuales en un planeta, en el sol y anillo y los resultados se comparan con mediciones experimentales, obteniendo una buena predicción del comportamiento vibratorio de la transmisión para las fallas puntuales en general. Además, se realiza un breve análisis de la influencia del cambio de la posición del sensor al descanso del rodamiento lado motor de la transmisión. Se obtiene, para este caso, que la medición es análoga a la tomada con la configuración típica, ya que la estructura espectral es la misma. También se simulan fallas que analizó Torregrosa [Torregrosa 2013] con el modelo dinámico, obteniendo mayor información en las vibraciones proveniente del uso de la función de descomposición.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	iii
LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE TABLAS.....	viii
NOMENCLATURA.....	ix
CAPÍTULO 1	1
Introducción.....	1
1.1 Introducción a las transmisiones planetarias.....	1
1.2 Estado del arte.....	1
CAPÍTULO 2	6
Aspectos generales de la transmisión planetaria.....	6
2.1 Descripción general.....	6
2.2 Cinemática de los engranajes.....	7
2.3 Vibraciones inherentes al funcionamiento de engranajes.....	7
2.3.1 Error de transmisión.....	7
2.3.2 Frecuencia de engrane en una transmisión planetaria.....	8
2.3.3 Rigidez de engrane en transmisiones planetarias.....	8
CAPÍTULO 3	10
Simulación de fallas con modelos de vibraciones.....	10
3.1 Descripción de modelos.....	10
3.1.1 Modelo fenomenológico.....	10
3.1.2 Modelo de parámetros concentrados.....	12
3.2 Función de descomposición del modelo de parámetros concentrados.....	16
3.2.1 Respuesta del modelo en el tiempo.....	16
3.2.2 Análisis frecuencial de la función de descomposición.....	19
3.2.3 Uso de la función de descomposición en una simulación numérica.....	21
3.3 Procedimiento para simulación de fallas.....	22
3.3.1 Procedimiento para simulación de fallas en modelo fenomenológico.....	22
3.3.2 Procedimiento para simulación de fallas en modelo de parámetros concentrados.....	24
3.4 Simulación de fallas puntuales en ambos modelos.....	25
3.4.1a Falla puntual en diente de un planeta: Modelo fenomenológico.....	25

3.4.1b	Falla puntual en diente de un planeta: Modelo de parámetros concentrados	26
3.4.2a	Falla puntual en diente del anillo: Modelo fenomenológico	28
3.4.2b	Falla puntual en diente del anillo: Modelo de parámetros concentrados	30
3.4.3a	Falla puntual en diente del sol: Modelo fenomenológico.....	30
3.4.3b	Falla puntual en diente del sol: Modelo de parámetros concentrados	32
3.5	Resultados experimentales.....	33
3.5.1	Resultados Banco de Ensayo 1 (BE1)	33
3.5.2	Resultados Banco de Ensayo 2 (BE2)	37
3.6	Análisis de resultados	41
CAPÍTULO 4		46
Análisis complementarios.....		46
4.1	Medición de vibraciones de transmisión planetaria con falla distribuida en el anillo	46
4.2	Medición de vibraciones de transmisión planetaria en rodamiento lado motor	48
4.3	Simulación de otros errores en modelo dinámico	49
4.3.1	Excentricidad	50
4.3.2	Error de fabricación	52
4.4	Resumen de resultados análisis complementarios	53
CAPÍTULO 5		54
Conclusiones y perspectivas.....		54
5.1	Conclusiones	54
5.2	Trabajo a futuro.....	54
REFERENCIAS		56
ANEXO A		60
Características de la simulación numérica del modelo dinámico.....		60
A.1	Datos requeridos para la simulación	60
ANEXO B		63
Características de los bancos de ensayo utilizados.....		63
B.1	Banco de Ensayo 1 (BE1)	63
B.2	Banco de Ensayo 2 (BE2)	63

LISTA DE FIGURAS

1.1.	Modelos de vibraciones del reductor planetario investigados en la literatura	2
1.2.	Ubicación instrumento de medición de vibraciones, [Molina 2010]	3
1.3.	Grados de libertad de modelo dinámico [Torregrosa 2013]	5
2.1.	Ilustración de transmisión epicicloidal de una etapa, [Molina 2010]	6
2.2.	Ilustración del error de transmisión	8
2.3.	Rigidez equivalente de un engrane en el tiempo [Torregrosa 2013]	9
3.1:	Arreglo de medición con el sensor fijo en el anillo [Molina 2010]	11
3.2.	Vibraciones simuladas por modelo fenomenológico	12
3.3.	Definición grados de libertad del sol [Torregrosa 2013]	13
3.4.	Modelo dinámico del reductor planetario [Torregrosa 2013]	14
3.5.	Esquema de descomposición de la fuerza $F_{ri}(t)$ en la dirección del sensor	18
3.6.	Forma de las ondas que generan la respuesta del sensor	18
3.7.	Espectro obtenido para una transmisión planetaria de Grupo B	21
3.8.	Fuerzas dinámicas $F_{ri}(t)$ de simulación numérica	22
3.9.	Espectros de vib. calculadas con función de descomposición y una sol. num.	23
3.10.	Función de perturbación $p_i(t)$ utilizada para simular las fallas puntuales	24
3.11.	Simulación de vibración con falla en modelo fenomenológico	25
3.12.	Método de inclusión de falla en modelo de parámetros concentrados	25
3.13.	Simulación de falla puntual en el flanco de un planeta en mod. fenomenológico	27
3.14.	Acercamiento de espectro de Figura 3.13 alrededor de f_g	27
3.15.	Simulación falla planeta modelo dinámico	28
3.16.	Simulación de falla puntual en un diente del anillo en modelo fenomenológico	29
3.17.	Acercamiento de espectro de Figura 3.16 alrededor de f_g	30
3.18.	Simulación falla anillo modelo dinámico	31
3.19.	Simulación de falla puntual en un diente del sol en modelo fenomenológico	32
3.20.	Acercamiento de espectro de Figura 3.19 alrededor de f_g	33
3.21.	Simulación falla sol modelo dinámico	34
3.22.	Falla puntual en el flanco del diente de un planeta de BE1 [Molina 2010]	35
3.23.	Mediciones de BE1 sin falla a $f_s = 1200 \text{ RPM}$ y $T_c = 15 \text{ Nm}$	35

3.24.	Mediciones de BE1 sin falla a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 40 \text{ Nm}$	36
3.25.	Mediciones de BE1 con falla en planeta a $f_s = 1200 \text{ RPM}$ y $T_c = 15 \text{ Nm}$	36
3.26.	Mediciones de BE1 con falla en planeta a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 40 \text{ Nm}$	37
3.27.	Falla puntual en el flanco del diente del anillo de BE2	38
3.28.	Falla puntual en el flanco del diente del sol de BE2	38
3.29.	Mediciones de BE2 sin falla a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$	38
3.30.	Mediciones de BE2 sin falla a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$	39
3.31.	Mediciones de BE2 con falla en sol a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$	39
3.32.	Mediciones de BE2 con falla en sol a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$	40
3.33.	Mediciones de BE2 con falla en anillo a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$	40
3.34.	Mediciones de BE2 con falla en anillo a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$	41
4.1.	Mediciones de BE2 con falla en anillo a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$	47
4.2.	Mediciones de BE2 con falla dist. en anillo a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$	47
4.3.	Falla distribuida en el anillo	48
4.4.	Banco de ensayo con dos sensores en posiciones distintas	49
4.5.	Mediciones de BE2 con falla dist. en anillo a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$	50
4.6.	Modelo de un par de dientes en proceso de engrane [Torregrosa 2013]	51
4.7.	Simulación de excentricidad solar con modelo dinámico	51
4.8.	Simulación de excentricidad en un planeta con modelo dinámico	52
4.9.	Simulación de error de fabricación con modelo dinámico	52
B.1.	Banco de ensayo 2 utilizado en LVM	63

LISTA DE TABLAS

2.1.	Configuraciones de transmisiones epicicloidales	7
2.2.	Frecuencias de rotación de las componentes de la transmisión planetaria	7
2.3.	Relación de transmisión y torque al carrier en transmisión planetaria de N etapas.....	7
3.1.	Características transmisión planetaria	24
3.2.	Condiciones de operación para los casos estudiados en BE1.	34
3.3.	Condiciones de operación para los casos estudiados en BE2	37
3.4.	Resumen de bandas laterales observadas en la simulación de fallas y mediciones	43
A.1	Datos requeridos para la simulación de modelo dinámico	60
B.1.	Características transmisión planetaria BE1	63



NOMENCLATURA

c :	Carrier.
s :	Sol.
p :	Planeta.
r :	Anillo.
i :	Componente de la transmisión $i = c, s, p$.
f :	Frecuencia de rotación.
f_r :	Frecuencia de rotación anillo.
f_s :	Frecuencia de rotación engranaje solar.
f_p :	Frecuencia de rotación planeta.
f_c :	Frecuencia de rotación carrier.
f_g :	Frecuencia de engrane reductor planetario.
\mathbf{C} :	Matriz de amortiguamiento en ecuación matricial modelo dinámico.
\mathbf{K} :	Matriz de rigidez en ecuación matricial modelo dinámico.
\mathbf{M} :	Matriz de masa en ecuación matricial modelo dinámico.
N :	Número de planetas.
q :	Vector con grados de libertad de modelo dinámico.
T_c :	Periodo de rotación carrier.
T_g :	Periodo de engrane reductor planetario.
Z_r :	Número de dientes anillo.
Z_s :	Número de dientes engranaje solar.
Z_p :	Número de dientes engranaje planetario.
BL:	Banda lateral.
\mathcal{F} :	Transformada de Fourier.
ψ_i :	Posición angular de planeta i relativa al planeta 1 en $t = 0$.
Ω_c :	Velocidad de rotación del carrier [rad/s].
$v_i^r(t)$:	Vibración del planeta i en modelo fenomenológico.
$a_i^r(t)$:	Función de modulación de amplitud de planeta i en modelo fenomenológico.

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Introducción a las transmisiones planetarias

Las transmisiones de engranajes son dispositivos utilizados ampliamente en la industria para transmitir potencia en máquinas rotatorias, variando el torque y velocidad angular de éstas según los requerimientos particulares de cada proceso. En particular, las transmisiones planetarias son utilizadas en varias aplicaciones, tales como transmisión de helicópteros [Samuel et al. 2005], grúas [Assad et al. 2014], turbinas eólicas [Sawalhi et al. 2014], etc., ya que presentan una buena relación de bajo peso y relación de transmisión con respecto a otras configuraciones reductoras menos complejas. En algunos de estos ejemplos, el rol que cumple la transmisión planetaria puede ser crucial en lo que respecta a formar parte de un proceso crítico, lo que implica que una falla imprevista no solo pueda disminuir ostensiblemente la producción en una empresa, sino que también pueda provocar accidentes o influir en la seguridad del lugar donde se encuentra. Por esta razón es indispensable monitorear el estado mecánico en que una transmisión planetaria se encuentra, de modo de realizar una mantención o reparación cuando ésta sea estrictamente necesaria, previniendo la posible ocurrencia de una falla catastrófica.

Una de las técnicas más utilizadas en la industria para monitorear la condición mecánica de una máquina es el análisis de vibraciones. Éste ha sido estudiado e implementado en el monitoreo de transmisiones de engranajes convencionales con bastante profundidad y frecuencia, a diferencia del caso de las transmisiones planetarias. Esto se debe al aumento de la dificultad existente en el análisis de la estructura y dinámica del comportamiento vibratorio inherente al funcionamiento de la transmisión planetaria. Esta dificultad es producida principalmente por la distribución del torque a través de múltiples parejas de engrane, cuyos puntos de contacto rotan alrededor de un elemento central. A pesar de esto, de todas formas se ha llevado a cabo el estudio en esta materia, el cual contiene la existencia de modelos de vibraciones y la validación de éstos, lo que puede ser observado en la literatura especializada.

1.2 Estado del arte

El análisis de vibraciones de la transmisión planetaria ha sido abordado por medio de modelos que predicen y describen el comportamiento vibratorio del sistema. En particular, estos modelos pueden ser clasificados en dos grupos principales: los modelos fenomenológicos y los modelos de parámetros concentrados o dinámicos. Los primeros se basan en la modelación directa de las vibraciones producidas por la interacción entre diferentes pares de engrane, destacando la observación y la consideración de la cinemática del sistema. Se trata de funciones algebraicas que describen el comportamiento del sistema sin la necesidad de describir la dinámica de los cuerpos que lo constituyen; es un modelo que predice la estructura vibratoria ideal de una transmisión planetaria. En cambio, los modelos

de parámetros concentrados o dinámicos se basan en la resolución de las ecuaciones del movimiento que gobiernan al sistema, obteniéndose las posiciones, velocidades y aceleraciones de los grados de libertad, incluyendo el efecto de las masas, rigideces, inercias y amortiguaciones de los elementos que lo conforman. En la Figura 1.1 se presentan en forma esquemática los dos modelos estudiados.

Otro tipo de modelos tratados en la literatura que describen a la transmisión planetaria, es la modelación de sistemas mecánicos reales por medio de sistemas de multicuerpos [Dabrowski et al. 2014][Dresig et al. 2005]. Estos son llevados a cabo mediante software especializado y consideran que cada sistema está conformado por elementos o componentes rígidos o flexibles interconectados por medio de uniones. Este tipo de modelos responde a las desventajas del modelo de parámetros concentrados, referentes a la dificultad en la modelación y a las desventajas de los modelos fenomenológicos que requieren un conocimiento muy detallado de los fenómenos que ocurren en el sistema.

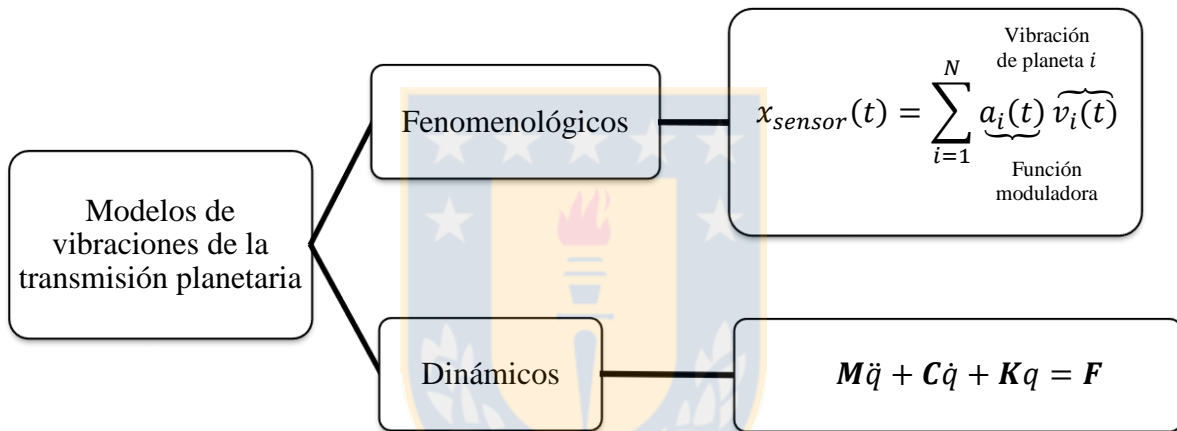


Figura 2.1. Modelos de vibraciones del reductor planetario investigados en la literatura.

El estudio a partir del modelo fenomenológico es abordado con un enfoque en el análisis de la asimetría que se observa en las bandas laterales que aparecen en la zona de la frecuencia de engrane en el espectro de la vibración del planetario. Se aborda de esta forma, debido a las diferencias notorias que existen entre las composiciones espectrales de éste con los reductores convencionales: en estos últimos, el espectro estimado de la vibración medida, es simétrico y centrado en la frecuencia de engrane, sin considerar el efecto de las zonas resonantes y modulación en frecuencia, en cambio, para las transmisiones en cuestión, el espectro es normalmente asimétrico y la componente dominante no es necesariamente a la frecuencia de engrane. En primer lugar, McFadden y Smith [McFadden et al. 1985], describen un modelo de las vibraciones del reductor planetario, en el cual analizan el efecto que produce la diferencia de fase entre las vibraciones producidas por el engrane de cada planeta, en la vibración total inherente al funcionamiento, con respecto a la medición hecha por un sensor montado fijo en el exterior del anillo del reductor, tal como se muestra esquemáticamente en la Figura 1.2. Usando sumatorias de las fases de las vibraciones producidas por el engrane de cada planeta, mostraron la forma de predecir e identificar las principales componentes espectrales, pero sin poder predecir las amplitudes relativas de estas

componentes. Posteriormente, McNames [McNames 2002], generaliza este último estudio usando el método de la transformada continua de Fourier, suministrando una explicación más entendible e intuitiva sobre el comportamiento del espectro observado. Mostró que las bandas laterales que causan la asimetría son componentes a frecuencias que son producto del factor de la frecuencia del carrier f_c y múltiplos enteros del número de planetas, pero sólo para una configuración específica de la transmisión planetaria, con planetas equiespaciados y cuyo engranes ocurren en fase. Luego, Lin y Parker [Lin et al. 2004], presentan un análisis de los desfases existentes entre las vibraciones producidas por los engranes entre distintos puntos de contacto, permitiendo de esta forma caracterizar las vibraciones observadas en reductores planetarios de diferentes composiciones geométricas. A partir de esto, entre otros estudios, surgen los trabajos de Molina [Molina 2010] e Inalpolat y Kahraman [Inalpolat et al. 2009], donde estudian la composición espectral de las vibraciones, a partir de la transformada de Fourier de la sumatoria de las vibraciones de cada planeta, incluyendo el efecto de la modulación producido por su movimiento relativo con respecto a la referencia fija del sensor montado en la parte externa del anillo. Esto es realizado para distintas configuraciones de las transmisiones planetarias, de acuerdo al número de planetas, número de dientes y posición angular alrededor del sol. Feng [Feng et al. 2012] incluye en el análisis el efecto de modulación de frecuencias, causado por la variación de rigidez de engrane o daños en los engranes. Trabajos más recientes son los realizados por Hong [Hong et al. 2014] y Li [Li et al. 2014], donde ocupan el modelo fenomenológico para modelar algunos tipos de fallas en los componentes de este tipo de transmisión.

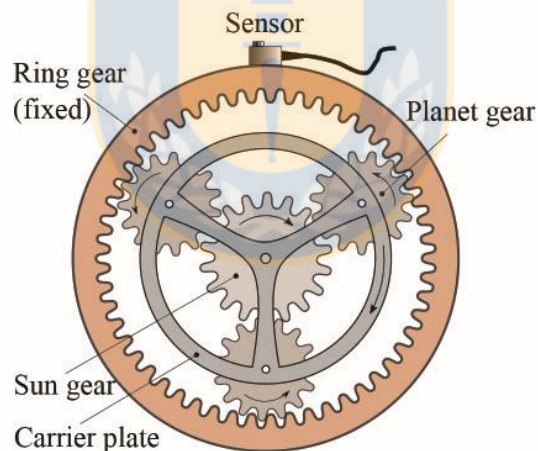


Figura 1.2. Ubicación instrumento de medición de vibraciones, [Molina 2010].

En contraste al anterior, el modelo de parámetros concentrados comenzó siendo estudiado con el motivo de determinar modos y frecuencias naturales de vibrar de reductores planetarios. Para esto Kahraman [Kahraman 1994], presentó un modelo dinámico sólo considerando el comportamiento torsional de los componentes del sistema. Saada y Velez [Saada et al. 1995], presentaron las ecuaciones del movimiento del sistema para un modelo de elementos finitos, relativas a un marco de referencia rotatorio fijo al movimiento del carrier (Figura 1.3), no considerando así las modulaciones que son modeladas en el modelo fenomenológico (debido al desplazamiento relativo entre planetas y sensor en referencia fija). Posteriormente Lin [Lin et al. 1999], presenta un análisis modal del sistema, enunciando un

sistema de ecuaciones referido nuevamente al sistema de referencia no inercial, el cual está fijo al carrier. Chaari [Chaari et al. 2006] desarrolla este último modelo para investigar la influencia de errores de manufactura en el comportamiento dinámico de los engranajes planetarios, usando una transformación de la ecuación del movimiento a una que entrega directamente la respuesta vibratoria del sistema en el dominio frecuencia sin incluir el efecto de la modulación observada por el movimiento relativo de los planetas con respecto al sensor fijo montado en la parte externa del anillo. Además, en la literatura hay otras investigaciones, tales como, distribución de carga entre planetas [Singh et al. 2010][Qiu et al. 2015], dinámica no lineal y fallas en los dientes [Chen et al. 2013][Chen et al. 2013-2][Lei et al. 2016], donde se destaca, para nuestros propósitos, el trabajo de Chaari [Chaari et al. 2008], donde se estudia los cambios en la rigidez de engrane debido a dos tipos de falla en los dientes: desprendimiento de material y fractura.

En general, las soluciones de los modelos dinámicos están referidas a un marco de referencia no inercial, fijo al carrier y rotando con él. La descomposición¹ de este sistema de referencia rotatorio al sistema de referencia fijo representado por el sensor es crucial, según este autor, en la medida que se requiera poder comparar los resultados obtenidos de este modelo con observaciones experimentales. Luego, ésta es necesaria para posteriormente poder implementar fallas en el modelo, que permitan predecir el estado en que se encuentra una transmisión planetaria. El problema radica en que esta descomposición no ha sido realizada con resultados satisfactorios o simplemente no ha sido requerida por algunos autores. Por ejemplo, Hong [Hong et al. 2014] compara los resultados de su modelo fenomenológico (relativos al marco de referencia fijo representado por el sensor) con un modelo dinámico sin informar de alguna forma cómo realiza la descomposición del marco de referencia no inercial a la referencia fija. Un caso similar sucede en la publicación de Chen [Chen et al. 2015]. Otros trabajos en la literatura de esta materia que no tienen resultados satisfactorios, según el autor, son los estudios de Inalpolat [Inalpolat et al. 2010], que propone una función que representa las mediciones del sensor, en función de las fuerzas dinámicas entre los planetas-sol y planetas-anillo sin considerar la diferencia entre la dirección de sus líneas de acción. Torregrosa [Torregrosa et al. 2014], propone otra función similar que no considera el cambio de dirección en el tiempo de las líneas de acción de las fuerzas dinámicas. Karray [Karray et al. 2014] introduce una función en el modelo que simula un error de transmisión, lo que no representa a una transmisión sana, y Liang [Liang et al. 2015] que propone que las mediciones del sensor son obtenidas con la suma de una ponderación entre las vibraciones de los planetas y una modulación de amplitud, sin considerar las vibraciones de otros componentes de la transmisión, tales como anillo, sol y carrier.

En resumen, no se ha propuesto una metodología coherente que permita la descomposición del sistema no inercial del modelo dinámico, a una referencia fija que represente las mediciones del sensor. Esto es necesario para comparar los resultados obtenidos entre este modelo, el modelo fenomenológico y las mediciones experimentales.

En este trabajo se aborda en primer lugar los modelos fenomenológico y de parámetros concentrados, para lo cual se presentan los modelos expuestos en el trabajo de Molina

¹ Descomposición del sistema representado en la Figura 1.3 a las mediciones del sensor ubicado como se muestra en la Figura 1.2.

[Molina 2010] y Lin [Lin et al. 1999]. En segundo lugar, se plantea y evalúa una nueva alternativa al problema planteado de la descomposición de las soluciones del modelo dinámico, resolviéndolo algebraicamente para luego utilizarlo junto a la solución numérica de un problema en particular. En tercer lugar, se introducen fallas puntuales a ambos modelos, que pudieran existir en los componentes de la transmisión planetaria, pudiendo así observar el comportamiento vibratorio resultante y contrastarlo con mediciones experimentales que permitan obtener indicadores de la condición mecánica que ésta presenta.

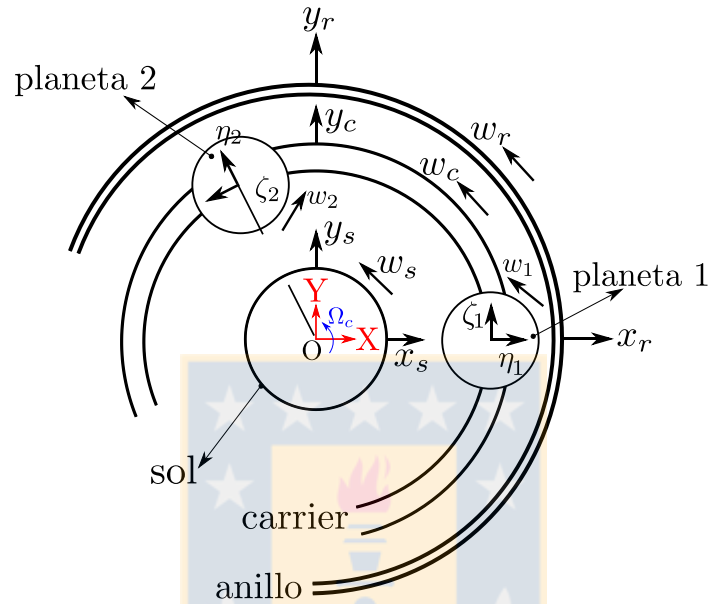


Figura 1.3. Grados de libertad de modelo dinámico. En rojo se muestra el sistema de referencia que está fijo al carrier, por lo que rota con éste a Ω_C , [Torregrosa 2013].

Además, se realiza un análisis de las mediciones experimentales con un cambio de posición del sensor desde la parte externa del anillo a la parte exterior del rodamiento principal. También se observa el comportamiento vibratorio en las mediciones experimentales de la transmisión cuando el anillo presenta una falla distribuida. Por último se simulan fallas en el modelo dinámico de excentricidad y error de fabricación, a modo de comparación con el trabajo de Torregrosa [Torregrosa 2013].

CAPÍTULO 2

Aspectos generales de la transmisión planetaria

En este capítulo se presenta la configuración de los elementos que presenta la transmisión planetaria, la cinemática de los elementos del sistema y las vibraciones inherentes a su funcionamiento.

2.1 Descripción general

Una transmisión epicicloidal de una etapa, presentada en la Figura 2.1, consiste en un sistema de transmisión de potencia que está conformado por varios engranajes, dentro de lo que se encuentran un engranaje central llamado sol, el cual engrana con los llamados planetas, que se desplazan alrededor del sol montados sobre un elemento denominado carrier. Además los planetas engranan en el interior de un elemento llamado anillo.

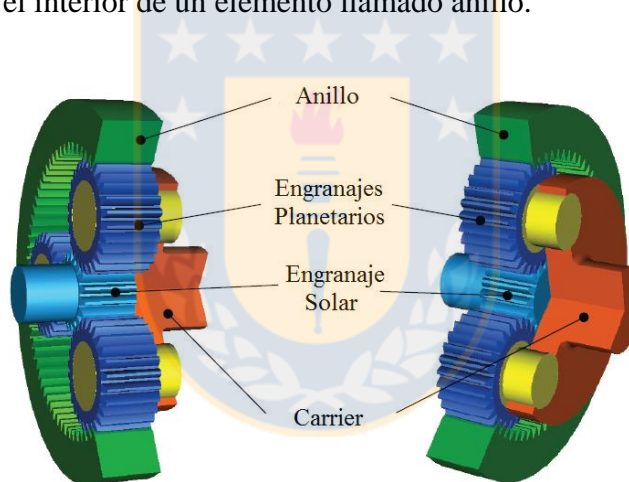


Figura 2.1. Ilustración de transmisión epicicloidal de una etapa, [Molina 2010].

En este tipo de transmisiones, algunos elementos se mantienen fijos y otros presentan un movimiento rotatorio relativo, para poder realizar la transmisión mecánica requerida. Dependiendo de la componente que se mantiene fija y de las componentes que cumplen la función de entrada y salida del reductor, estas configuraciones reciben el nombre de planetaria, solar o estrella. En la Tabla 2.1 se presentan las diferentes configuraciones de las transmisiones epicicloidales. En este caso, para transmisiones planetarias, el anillo se mantiene fijo, mientras que en la parte interna, el engranaje solar rota transmitiendo el movimiento en el engrane con los planetas, quienes se desplazan alrededor del sol provocando el movimiento rotatorio del carrier. De esta forma se tiene una configuración de reducción de velocidad con entrada en el engranaje solar y salida en el carrier. Cabe destacar que en este tipo de transmisiones se puede invertir las funciones de entrada y salida de las componentes mencionadas, obteniéndose así una amplificación de velocidad.

Tabla 2.1. Configuraciones de transmisiones epicicloidales

Nombre	Componente fija	Entrada reducción	Salida reducción
Planetario	Anillo	Sol	Carrier
Solar	Sol	Anillo	Carrier
Estrella	Carrier	Sol	Anillo

2.2 Cinemática de los engranajes

A partir del análisis de la cinemática del sistema, es posible calcular las relaciones de las frecuencias de rotación en función de la velocidad de entrada de la transmisión planetaria, las cuales pueden ser extendidas a reducciones de múltiples etapas [Molina 2010]. Éstas son presentadas en la Tabla 2.2. Donde Z_i es el número de dientes de la componente² $i = r, p, s$ y c .

Tabla 2.2. Frecuencias de rotación de las componentes de la transmisión planetaria

Condición	f de entrada	f de salida	f intermedia
$f_r = 0$	f_s	$f_c = \left(\frac{Z_s}{Z_s + Z_r} \right) f_s$	$f_p = \left(\frac{-Z_s(Z_r - Z_p)}{Z_p(Z_s + Z_r)} \right) f_s$

A partir de las relaciones entre las frecuencias de rotación se puede determinar la relación de transmisión y torque transmitido al carrier para una transmisión de N etapas. En la Tabla 2.3 se presentan éstas para la transmisión planetaria y se particulariza el caso de una etapa. Donde $Z_{i,n}$ es el número de dientes del componente i en la etapa n y T_s es el torque aplicado en el sol.

Tabla 2.3. Relación de transmisión y torque al carrier en transmisión planetaria de N etapas

N° de etapas	Relación de Transmisión	Torque transmitido al carrier
1	$\left(1: \frac{Z_r + Z_s}{Z_s} \right)$	$\left(\frac{Z_r + Z_s}{Z_s} \right) T_s$
N	$\left(1: \prod_{n=1}^N \frac{Z_{r,n} + Z_{s,n}}{Z_{s,n}} \right)$	$\left(\prod_{n=1}^N \frac{Z_{r,n} + Z_{s,n}}{Z_{s,n}} \right) T_s$

2.3 Vibraciones inherentes al funcionamiento de engranajes

2.3.1 Error de transmisión

Las vibraciones inherentes al funcionamiento de cualquier transmisión por engranajes son producidas por el error de transmisión (ET), el cual se refiere a la diferencia de la posición angular del eje de salida entre una transmisión perfecta y una transmisión real [Astoul et al.

² r: anillo, p: planeta, s: sol, c: carrier.

2014]. Éste se puede observar esquemáticamente en la Figura 2.2. Las principales fuentes que generan este fenómeno son la deformación de los dientes, errores geométricos o de fabricación y errores de montaje [Torregrosa 2013].

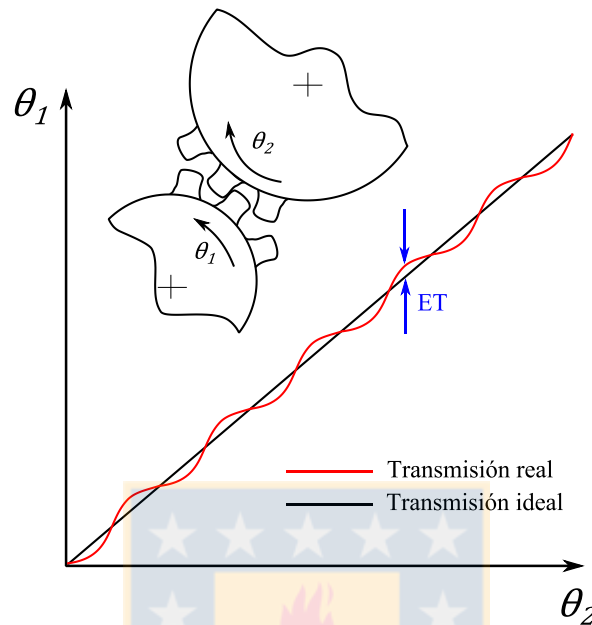


Figura 2.2. Ilustración del error de transmisión.

2.3.2 Frecuencia de engrane en una transmisión planetaria

Las vibraciones producidas por el error de transmisión tienen periodicidad determinada por la frecuencia con que los dientes entran sucesivamente en contacto, la que es llamada frecuencia de engrane. Se puede demostrar que para la transmisión planetaria, a diferencia de las transmisiones de ejes fijos, la frecuencia de engrane es [Torregrosa 2013]:

$$f_g = f_c \cdot Z_r \quad (2.1)$$

donde Z_r es el número de dientes en el anillo.

2.3.3 Rigidez de engrane en transmisiones planetarias

Considerando la rigidez equivalente como la rigidez existente en el contacto entre dos dientes de un engrane, que incluye el efecto del contacto, de la flexión y la deformación de la raíz del diente, se puede demostrar que ésta tiene la forma en el tiempo mostrada en la Figura 2.3 (suponiendo que todos los dientes tienen la misma rigidez) [Chaari et al. 2009][Torregrosa 2013]. Luego, se puede suponer que cada uno de los $2N$ contactos en los engranes entre los planetas y el anillo y el sol respectivamente, presentan una rigidez variable en el tiempo de la forma presentada en la Figura 2.3. Cada uno de los $2N$ procesos de engrane tiene un desfase temporal con respecto a los otros $(2N - 1)$ contactos, ya que dado un instante determinado, todos los puntos de contacto no se encuentran necesariamente en la misma posición con

respecto al perfil del diente respectivo. Para cuantificar este desfase en el contacto entre el anillo y los planetas, se define en una referencia $t = 0$, la rigidez de engrane entre el anillo y el planeta 1 (escogido arbitrariamente) como $k_{r1}(t)$. Luego se puede definir la rigidez de los $(N - 1)$ puntos restantes de contacto entre los planetas y el anillo $k_{ri}(t)$, considerando el desfase temporal γ_{ri} existente entre el contacto de cada planeta y el anillo con respecto al contacto entre el planeta 1 y el anillo como [Lin et al. 2004]:

$$k_{ri}(t) = k_{r1}(t - \gamma_{ri}T_g) \quad (2.2)$$

Con:

$$\gamma_{ri} = \frac{\psi_i z_r}{2\pi} \quad (2.3)$$

donde $T_g = 1/f_g$ y ψ_i es la posición angular de cada planeta con respecto a la posición angular del planeta 1. Similarmente, para el caso del engrane entre los planetas y el sol (N contactos restantes):

$$k_{si}(t) = k_{s1}(t - (\gamma_{ri} + \gamma_{rs})T_g) \quad (2.4)$$

donde γ_{rs} es el desfase de la rigidez de engrane entre el anillo-planeta y entre el sol- planeta, el cual depende de la geometría de los engranajes (radio de base, radio externo, ángulo de presión, espesor de los dientes, etc.) [Lin et al. 2004].

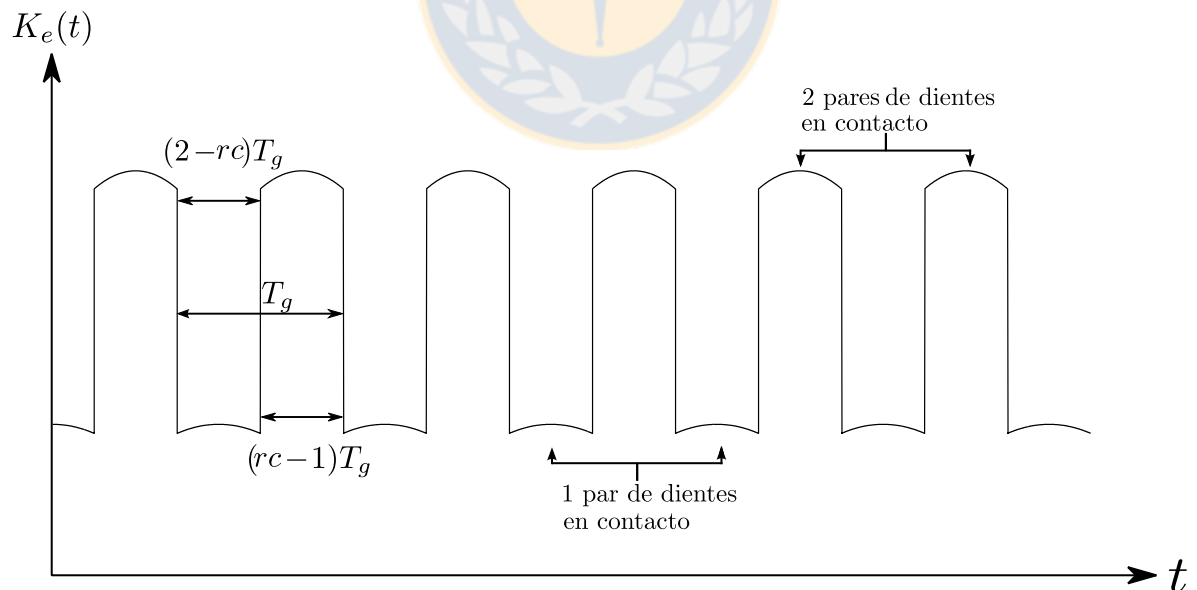


Figura 2.3. Rigidez equivalente de un engrane en el tiempo [Torregrosa 2013].

CAPÍTULO 3

Simulación de fallas con modelos de vibraciones

En este capítulo se explican brevemente los modelos fenomenológico y de parámetros concentrados utilizados para la simulación de defectos puntuales de una transmisión planetaria. Luego se presentan las simulaciones realizadas con ambos modelos para los distintos casos de falla puntual.

3.1 Descripción de modelos

3.1.1 Modelo fenomenológico

El modelo que se presenta, es el presentado en la referencia [Molina 2010]. Éste es formulado directamente para las vibraciones medidas por un sensor montado en la parte externa fija del anillo de la transmisión. Este arreglo se muestra en la Figura 3.1.

En primer lugar se tienen los siguientes supuestos, que luego son analizados:

- Las vibraciones sólo son generadas en el engrane entre los planetas y el anillo.
- Las vibraciones generadas en cada engrane entre los planetas y el anillo son periódicas, tienen la misma amplitud y no tienen modulación de amplitud.
- Las vibraciones sólo son transmitidas al sensor a través del anillo.

Se tienen las vibraciones de cada planeta $v_i^r(t)$, $i = 1, 2, \dots, N$ (N número de planetas), descritas por un observador que rota con el carrier a una frecuencia f_c (tiempo en que el carrier da una vuelta es $T_c = 1/f_c$), expresadas en función de la vibración del planeta 1 “ v_1^r ” (definido arbitrariamente) y del desfase temporal respectivo que tienen con respecto a ésta. Se puede demostrar que este desfase está en función de la posición angular del planeta ψ_i (ver Figura 3.1) y f_c . Entonces:

$$v_i^r(t) = v_1^r\left(t - \frac{\psi_i}{2\pi f_c}\right) \quad (3.1.1)$$

En la Figura 3.2 (a) se ilustran las vibraciones que mediría un observador rotando solidario al carrier. De la misma forma, el efecto de la transmisión de las vibraciones, cuyos puntos donde se produce, están rotando con respecto a la posición fija del sensor, se introduce mediante la modulación:

$$a_i^r(t) = a_1^r\left(t - \frac{\psi_i}{2\pi f_c}\right) \quad (3.1.2)$$

En la Figura 3.2 (b) se ilustra esta función de modulación. Luego, la vibración medida por el sensor de vibraciones resulta:

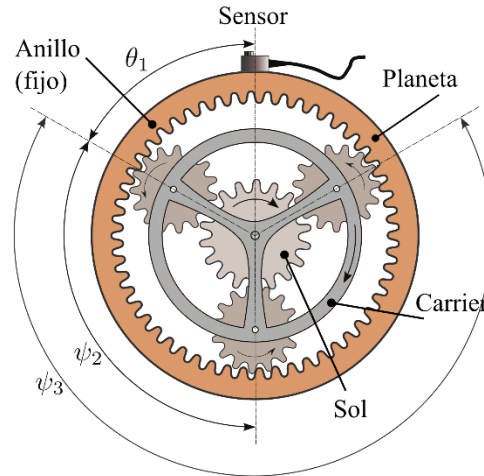


Figura 3.1: Arreglo de medición con el sensor fijo en el anillo [Molina 2010].

$$x^r(t) = \sum_{i=1}^N a_i^r(t) v_i^r(t) \quad (3.1.3)$$

la cual se ilustra en la Figura 3.2 (c). Para analizar las componentes espectrales de la vibración $x^r(t)$, se realiza la Transformada de Fourier (FT) a ésta:

$$x^r(t) \xleftrightarrow{TF} X^r(f) \quad (3.1.4)$$

Estas vibraciones se ilustran en la Figura 3.2, para un planetario con un número de dientes en el anillo de $Z_r = 112$ y $\psi_i = 0; 2\pi/3; 4\pi/3$ (planetas equiespaciados). En primer lugar, en ésta se muestra el desfase existente entre las vibraciones del engrane entre cada planeta y el anillo (Figura 3.2 (a)). Se observa que la magnitud de la componente a la frecuencia de engrane $f_g = Z_r f_c$, es cero. Ésta se presenta usualmente en las transmisiones convencionales. También se observa que las vibraciones para reductores de N planetas equiespaciados, sólo tienen componentes espectrales a frecuencias $f/f_c = pN$, con $p \in \mathbb{N}_0$, lo que es concordante con la observación hecha por McNames [McNames 2002], explicando algunas asimetrías observadas en el espectro de $X^r(f)$.

De esta forma, este procedimiento se puede realizar para las distintas configuraciones existentes de una transmisión planetaria, para analizar la estructura espectral de las vibraciones medidas por el sensor ubicado en la posición descrita.

Se deben destacar los siguientes puntos analizados en el trabajo referenciado, que responden a los supuestos considerados desde el principio:

- Si además de las vibraciones generadas por el proceso de engrane entre el anillo y los planetas, se incluyen las generadas en el proceso de engrane entre el sol y los planetas, se determina que el único efecto en el espectro mostrado en la Figura 3.2, es el de un aumento o disminución de las amplitudes de las componentes a las frecuencias ya determinadas.

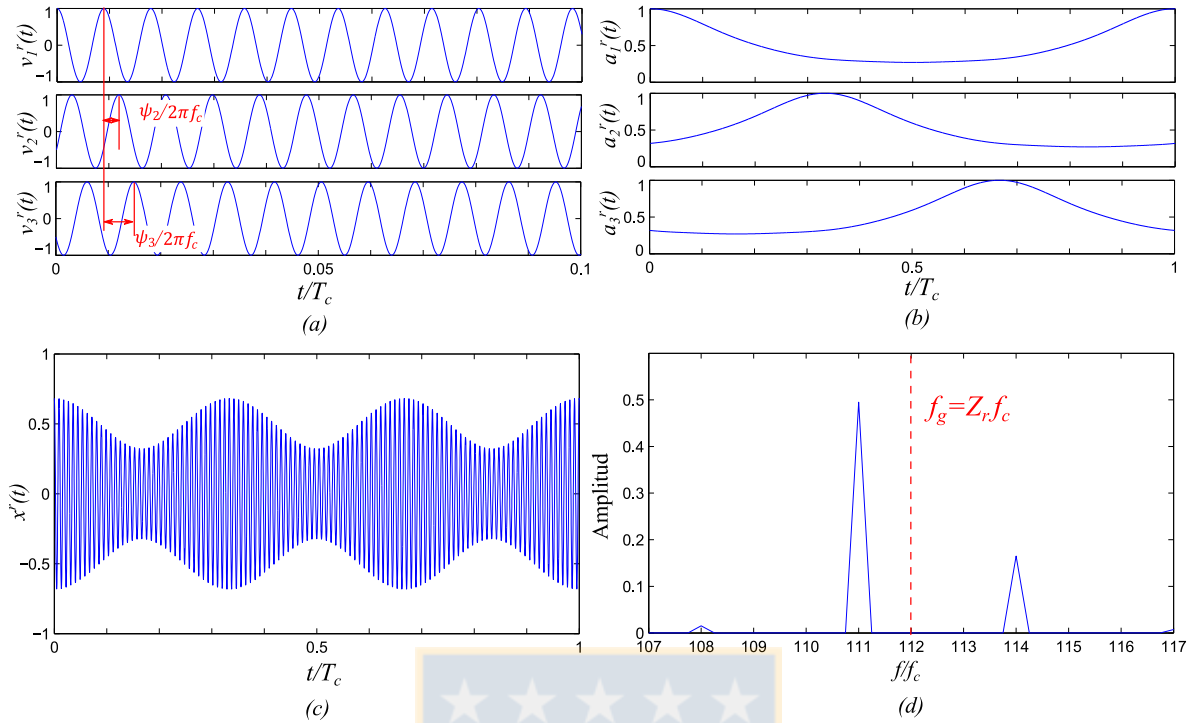


Figura 3.2: (a) Vibraciones de cada planeta, (b) Modulación debido a transmisión, (c) Vibración total medida por sensor (d) Espectro en frecuencias a un lado, para un reductor planetario con $Z_r = 112$ y $\psi_i = 0; 2\pi/3; 4\pi/3$.

- Si las vibraciones generadas en cada proceso de engrane no tienen la misma amplitud, las componentes frecuenciales encontradas cambian de amplitud y aparecen nuevas bandas laterales espaciadas a f_c .
- Si las vibraciones no son solamente transmitidas a través del anillo, sino también a través del carrier y del engranaje solar, sólo las amplitudes de las componentes a la frecuencia de engrane y sus armónicos son influenciadas, y las bandas laterales se mantienen igual (con respecto a las calculadas mediante la transmisión solamente por medio del anillo).

3.1.2 Modelo de parámetros concentrados

El modelo que se presenta a continuación, es el modelo desarrollado por Lin y Parker [Lin et al. 1999], Chaari y Haddar [Chaari et al. 2006] y Torregrosa [Torregrosa et al. 2014]. A diferencia de los otros autores, Torregrosa implementa una función de descomposición de las soluciones del sistema de referencia rotatorio al sistema de referencia fijo que representa el sensor de vibraciones. En este trabajo se realiza otro planteamiento de esta descomposición, para lo cual se trabaja en primer lugar, con las soluciones del sistema de referencia rotatorio obtenidas con el modelo desarrollado por Lin y Parker [Lin et al. 1999].

En este modelo se definen 3 grados de libertad (GL) para cada elemento: traslación en las direcciones X e Y, " x_j " e " y_j ", y rotación en la dirección de θ , " θ_j ", con $j = c, s, p, r$, tal como se observan en la Figura 3.3 para el caso del sol. Los 2 GL referidos a la traslación se

producen por deflexiones en los descansos, los que son modelados como resortes de rigideces k_{jx} y k_{jy} (todas con un valor igual a k_{bg} que se refiere a la rigidez radial en los rodamientos). El GL de rotación define la deflexión debido al ET en la línea de acción con $w_j = r_{bj}\theta_j$, donde r_{bj} es el radio de base del engranaje. Se modela solo el elemento que no rota como resorte lineal con rigidez torsional k_{rw} (el anillo), ya que para los otros elementos la rigidez es despreciable en comparación a la rigidez radial que presentan los rodamientos. Todos los elementos se consideran como discos rígidos con masa m_j y momento de inercia de masa J_j con respecto al eje axial que pasa por su centro de masa.

Para la formulación de las ecuaciones del movimiento, los GL de traslación de los planetas son definidos en coordenadas radial y tangencial, η_i y ζ_i respectivamente, con i el número del planeta correspondiente (véase Figura 1.3). Se considera un marco de referencia X,Y fijo al carrier, que rota con una velocidad Ω_c constante, por lo que se refiere a un sistema de referencia no inercial (marco rotatorio). En las Figuras 1.3 y 3.4 se puede observar el sistema con las definiciones descritas.

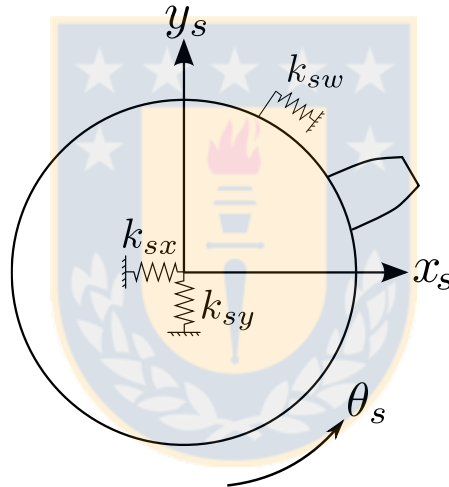


Figura 3.3. Definición grados de libertad del sol [Torregrosa 2013].

Se definen los desplazamientos en la línea de acción sol-planeta δ_{si} y anillo-planeta δ_{ri} , que incluyen los desplazamientos dados por todos los GL de los engranajes [Saada et al. 1995]:

$$\delta_{si} = y_s \cos \psi_{si} - x_s \sin \psi_{si} - \eta_i \sin \alpha_s - \zeta_i \cos \alpha_s + w_s + w_i \quad (3.1.5)$$

$$\delta_{ri} = y_r \cos \psi_{ri} - x_r \sin \psi_{ri} + \eta_i \sin \alpha_r - \zeta_i \cos \alpha_r + w_r - w_i \quad (3.1.6)$$

donde $\psi_{si} = \psi_i - \alpha_s$, $\psi_{ri} = \psi_i + \alpha_r$ y α_s , α_r , ángulos de presión del sol y del anillo respectivamente (ver ángulos referidos en Figura 3.4 de [Torregrosa 2013]).

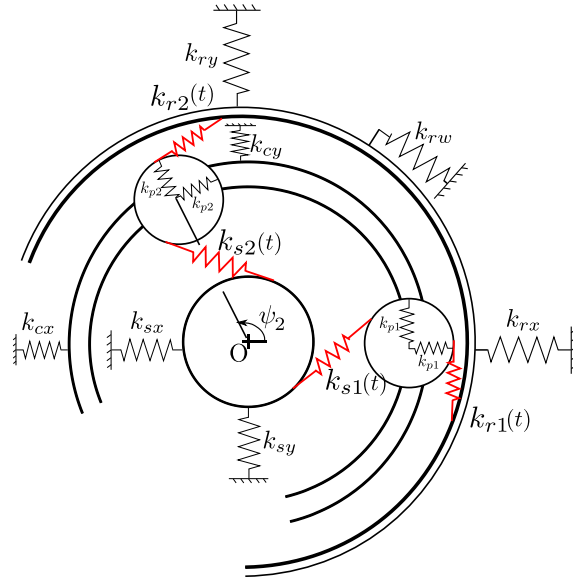


Figura 3.4. Modelo dinámico del reductor planetario. En rojo se observa la rigidez de engrane dependiente del tiempo y en negro las rigideces constantes en los descansos [Torregrosa 2013].

Además, se define la aceleración de un elemento, para poder apreciar la introducción de los efectos producidos por el marco de referencia no inercial. Al tratarse de un marco de referencia rotatorio, se deben introducir las aceleraciones de Coriolis y centrífuga, para poder explicar el movimiento con las leyes de Newton. A modo de ejemplo, la aceleración de sol, queda expresada de la siguiente forma:

$$\ddot{\mathbf{s}}_s = (\ddot{x}_s - \underbrace{2\Omega_c \dot{y}_s}_{\text{Coriolis}} - \underbrace{\Omega_c^2 x_s}_{\text{Centrífugo}}) \mathbf{i} + (\ddot{y}_s - 2\Omega_c \dot{x}_s - \Omega_c^2 y_s) \mathbf{j} \quad (3.1.7)$$

Luego, las ecuaciones del movimiento se encuentran aplicando sumatorias de fuerzas en las direcciones X e Y y de momentos en Z (en unidades de fuerza), para el subsistema sol-planetaria:

$$\begin{aligned} \sum F_X &= m_s(\ddot{x}_s - 2\Omega_c \dot{y}_s - \Omega_c^2 x_s) + \sum_{i=1}^N k_{si}(t) \delta_{si} \sin \psi_{si} + k_{sx} x_s = 0 \\ \sum F_Y &= m_s(\ddot{y}_s - 2\Omega_c \dot{x}_s - \Omega_c^2 y_s) + \sum_{i=1}^N k_{si}(t) \delta_{si} \cos \psi_{si} + k_{sy} y_s = 0 \\ \sum M_Z &= (J_s/r_s^2) \ddot{w}_s + \sum_{i=1}^N k_{si}(t) \delta_{si} + k_{sw} w_s = T_s/r_s \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Realizando el mismo procedimiento para el resto de los subsistemas, anillo-planetaria y planetaria-carrier, y ensamblando las ecuaciones, se obtiene la siguiente ecuación matricial [Lin et al. 1999]:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \Omega_c \mathbf{G} \dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_e(t) - \Omega_c^2 \mathbf{K}_\Omega] \mathbf{q} = \mathbf{T} \quad (3.1.9)$$

donde q es el vector con todos los grados de libertad:

$$q = \left\{ \overbrace{\{x_c, y_c, w_c\}}^{\text{Carrier}}, \overbrace{\{x_r, y_r, w_r\}}^{\text{Anillo}}, \overbrace{\{x_s, y_s, w_s\}}^{\text{Sol}}, \overbrace{\{\eta_1, \zeta_1, w_1\}}^{\text{Planeta 1}}, \dots, \overbrace{\{\eta_N, \zeta_N, w_N\}}^{\text{Planeta N}} \right\}^T \quad (3.1.10)$$

Este trabajo considera carga externa constante (Torque T es constante). Además se incluye una matriz de amortiguamiento $\mathbf{C} = 0.07\mathbf{M} + 10^{-5}\mathbf{K}_{med}$, donde \mathbf{K}_{med} es el valor medio de $\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_e(t) - \Omega_c^2\mathbf{K}_\Omega$ a lo largo de todo el vector t . Esto se realiza, para asegurar la convergencia de la solución. Luego la ecuación (3.1.9) se modifica de la siguiente forma:

$$\mathbf{M}\ddot{q} + \underbrace{[\mathbf{C} + \Omega_c\mathbf{G}]}_{\mathbf{C}^*}\dot{q} + \underbrace{[\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_e(t) - \Omega_c^2\mathbf{K}_\Omega]}_{\mathbf{K}^*}q = T \quad (3.1.11)$$

Las expresiones de las matrices de la ecuación (3.1.11) se presentan en el Anexo A. En este trabajo en particular, se escoge el algoritmo de integración implícita en el tiempo de Newmark para resolver el sistema de ecuaciones que describe al sistema. En general, los métodos implícitos toman a las ecuaciones del movimiento escritas en un tiempo $t + \Delta t$, donde las variables que son desconocidas (posición, velocidad, aceleración), son introducidas implícitamente en un sistema algebraico de ecuaciones en función de las mismas variables evaluadas en los tiempos t y $t + \Delta t$. Este sistema de ecuaciones se resuelve iterativamente hasta obtener la solución de las variables buscadas. En particular, el método de Newmark se basa en el método de aceleración lineal, donde se asume que las aceleraciones varían linealmente entre cada paso de tiempo. Este consiste en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{q}^{t+\Delta t} + \mathbf{C}^*\dot{q}^{t+\Delta t} + \mathbf{K}^*q^{t+\Delta t} &= \mathbf{F}^{t+\Delta t} \\ q^{t+\Delta t} &= q^t + \Delta t\dot{q}^t + 0.5\Delta t^2((1 - 2\beta)\ddot{q}^t + 2\beta\ddot{q}^{t+\Delta t}) \\ \dot{q}^{t+\Delta t} &= \dot{q}^t + \Delta t((1 - \gamma)\ddot{q}^t + \gamma\ddot{q}^{t+\Delta t}) \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Donde $q^{t+\Delta t}$, $\dot{q}^{t+\Delta t}$ y $\ddot{q}^{t+\Delta t}$ son las 3 variables buscadas para cada paso de tiempo. Los términos β y γ son parámetros que determinan la estabilidad y precisión del algoritmo. Para los valores elegidos $\beta = 0.25$ y $\gamma = 0.5$, el método es incondicionalmente estable. Para problemas lineales, donde la masa, amortiguamiento son constantes, la solución proviene de un sistema de ecuaciones lineales donde cada paso de tiempo permite calcular los desplazamientos para el tiempo siguiente $t + \Delta t$, resolviendo el sistema $\mathbf{K}^{ef}q^{t+\Delta t} = \mathbf{F}^{ef}$, donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{ef} &= \mathbf{K} + a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} \\ \mathbf{F}^{ef} &= \mathbf{F}^{ext} + \mathbf{M}(a_0q^t + a_2\dot{q}^t + a_3\ddot{q}^t) + \mathbf{C}(a_1q^t + a_4\dot{q}^t + a_5\ddot{q}^t) \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

Donde,

$$a_0 = 1/(\beta\Delta t^2), \quad a_1 = \gamma/(\beta\Delta t), \quad a_2 = 1/(\beta\Delta t),$$

$$a_3 = 1/(2\beta) - 1, \quad a_4 = \gamma/\beta - 1, \quad a_5 = 0.5\Delta t(\gamma/\beta - 2), \\ a_6 = \Delta t(1 - \gamma), \quad a_7 = \Delta t\gamma$$

Las aceleraciones y velocidades del tiempo $t + \Delta t$ se calculan con las sgtes. ecuaciones:

$$\ddot{q}^{t+\Delta t} = a_0(q^{t+\Delta t} - q^t) - a_2\dot{q}^t - a_3\ddot{q}^t \\ \dot{q}^{t+\Delta t} = \dot{q}^t + a_6\ddot{q}^t + a_7\ddot{q}^{t+\Delta t} \quad (3.1.14)$$

Se consideran condiciones iniciales de desplazamiento, velocidad y aceleración nulas para todos los grados de libertad, ya que sólo interesa la respuesta estacionaria de cada uno de éstos (se elimina la respuesta transiente para los análisis posteriores). En este trabajo no se estudió la precisión de las soluciones obtenidas.

3.2 Función de descomposición del modelo de parámetros concentrados

3.2.1 Respuesta del modelo en el tiempo

En este trabajo se postula una alternativa para descomponer las soluciones calculadas por el modelo dinámico descrito (marco de referencia rotatorio, no inercial), en las mediciones que captaría un acelerómetro montado fijo en la parte externa del anillo (marco de referencia fijo, inercial). Para esto se tienen las siguientes hipótesis:

- Las vibraciones en el anillo sólo son el resultado de las fuerzas debidas al engrane de los planetas con éste.
- Las fuerzas de engrane son aplicadas en los puntos de contacto entre cada planeta y el anillo. Por lo tanto, son fuerzas rotatorias (cambian su dirección) y su punto de aplicación cambia con respecto a la posición del sensor.

El modelo dinámico en sí mismo no contiene una explicación que justifique la descomposición que se plantea a continuación. Es la observación de los fenómenos que ocurren en el interior de la transmisión, la que nos permite expresar una función que represente las mediciones del sensor. En otras palabras, la función de descomposición tiene una raíz fenomenológica. De esta forma, y con hipótesis indicadas anteriormente, es posible escribir las vibraciones medidas en un sensor como:

$$x_{sensor}(t) = \sum_{i=1}^N s_{ri}(t)F_{ri}(t)sen(\Omega_c t + \alpha_r + \psi_i) = \sum_{i=1}^N s_{ri}(t)F_{ri}^y(t) \quad (3.2.1)$$

Donde:

- $F_{ri}(t) = k_{ri}(t) \cdot \delta_{ri}(t)$ es la magnitud de la fuerza de engrane entre el planeta i y el anillo. Con $k_{ri}(t)$ parámetro del modelo dinámico, y $\delta_{ri}(t)$ calculada con la respuesta numérica que entrega el mismo modelo [Torregrosa 2013].
- $sen(\Omega_c t + \alpha_r + \psi_i)$ es la función que descompone a la fuerza de engrane entre el planeta i y el anillo en la dirección del sensor para cada tiempo t . En la Figura 3.5 se presenta en forma esquemática esta descomposición.

- ψ_i es la posición angular de cada planeta i relativa al planeta 1 (ver Figura 3.1).
- α_r es el ángulo de presión en el engrane planeta – anillo.
- $F_{ri}^y(t)$ es la fuerza de engrane entre el planeta i y el anillo, descompuesta en la dirección y , que representa la dirección de medición del sensor.
- $s_{ri}(t)$ es la función que considera el efecto de modulación de amplitud de las vibraciones producidas por la fuerza de engrane entre cada planeta y el anillo, debido a que el punto de aplicación de la fuerza cambia con respecto a la posición del sensor con un periodo T_c (acercándose y alejándose del sensor).

Para analizar la descomposición planteada prescindiendo de la respuesta numérica del modelo dinámico, se propone simular la forma en que se comporta la fuerza de engrane $F_{ri}(t)$. Ésta consiste en una onda periódica con frecuencia fundamental f_g , de la misma forma en que se comportan las vibraciones $v_i^r(t)$ definidas en la ecuación (3.1.1) (ver Figura 3.2 (a)). Luego,

$$F_{ri}(t) = F_{r1} \left(t - \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \quad (3.2.2)$$

De la misma forma, los puntos donde se ejerce la fuerza de engrane tienen una naturaleza rotatoria análoga a la que presentan las vibraciones $v_i^r(t)$, luego la función de modulación puede ser definida de forma similar a la presentada en la ecuación (3.1.2) con frecuencia fundamental f_c :

$$s_{ri}(t) = s_{r1} \left(t + t_1 - \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \quad (3.2.3)$$

Donde t_1 es un desfase temporal introducido en la función debido a que en el caso general se desconoce la posición inicial del primer planeta cuando se comienza a medir la vibración. Éste depende de la posición angular del primer planeta con respecto al sensor al principio de la medición " θ_1 " (ver Figura 3.1) y de f_c , y es obtenido por $t_1 = \theta_1 / 2\pi f_c$.

Además se puede reescribir el término $\text{sen}(\Omega_c t + \alpha_r + \psi_i)$ de la ecuación (3.2.1) de la siguiente manera:

$$D_i(t) = D_1 \left(t + T_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \quad (3.2.4)$$

Donde D_1 es la sinusoidal de frecuencia $\Omega_c = 2\pi f_c$ con un “desfase” inicial de α_r introducida con un desfase temporal de $T_1 = \alpha_r / 2\pi f_c$.

Reemplazando las ecuaciones (3.2.2), (3.2.3) y (3.2.4) en la ecuación (3.2.1) resulta:

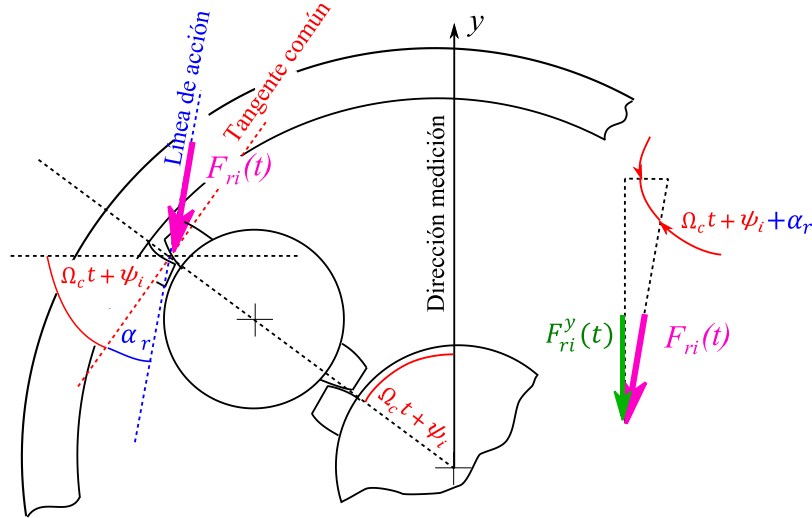


Figura 3.5. Esquema de descomposición de la fuerza de engrane $F_{ri}(t)$ en la dirección del sensor.

$$x_{sensor}(t) = s_{r1} \left(t + t_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) F_{ri} \left(t + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) D_1 \left(t + T_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \quad (3.2.5)$$

En la Figura 3.6 se presenta la forma de onda que presentan los términos de la ecuación (3.2.5). En ésta se presenta la fuerza de engrane $F_{ri}(t)$ con una sola componente de frecuencia f_g . Cabe destacar que en la realidad ésta podría tratarse de una onda periódica de frecuencia fundamental f_g . En este caso estaría descrita además por varias componentes con frecuencias múltiplos de la fundamental mencionada. Esto está considerado en la ecuación (3.2.2).

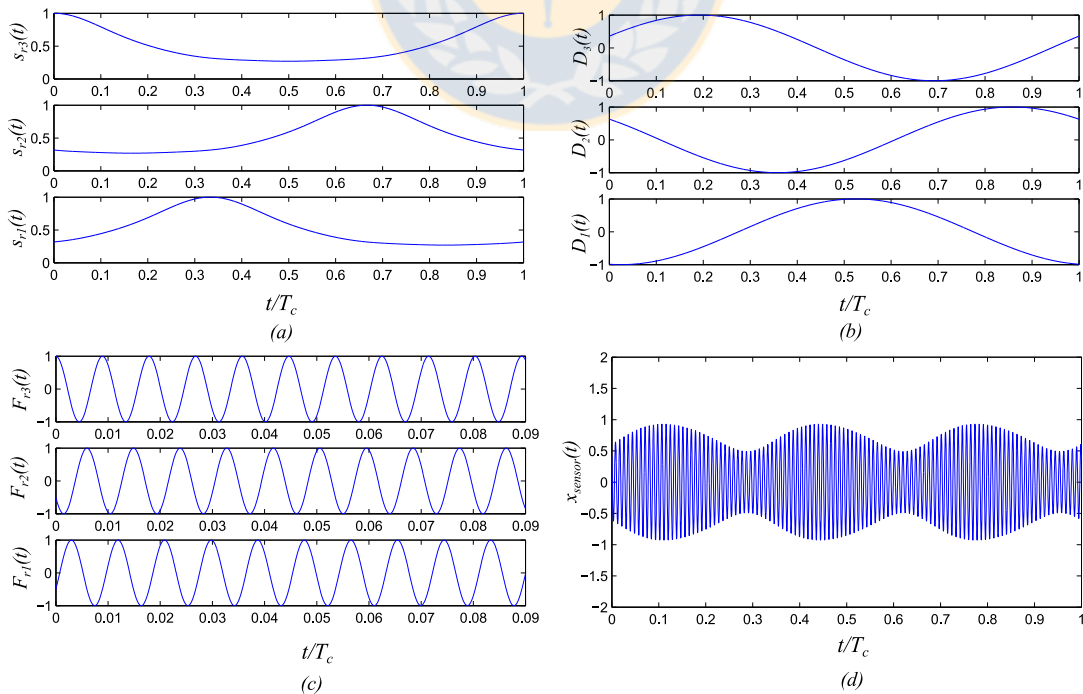


Figura 3.6. Forma de las ondas que generan la respuesta del sensor (ecuación (4.5)). (a) $s_{r1}(t)$, (b) $D_i(t)$, (c) $F_{ri}(t)$, (d) $x_{sensor}(t)$.

3.2.2 Análisis frecuencial de la función de descomposición

Análogamente al trabajo de [Molina 2010], se realiza un análisis de las componentes frecuenciales de las vibraciones medidas por el sensor (ecuación (3.2.5)). Para esto se utiliza la transformada de Fourier (FT), entonces:

$$x_{sensor}(t) \xleftrightarrow{FT} X_{sensor}(f) = \sum_{i=1}^N X_{sensor,i}(f)$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^N FT \left\{ s_{r1} \left(t + t_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \right\}}_{(I)} * \underbrace{FT \left\{ F_{r1} \left(t + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \right\}}_{(II)} * \underbrace{FT \left\{ D_1 \left(t + T_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c} \right) \right\}}_{(III)} \quad (3.2.6)$$

Donde * representa el producto de convolución.

Término (I): La modulación $s_{ri}(t)$ es una señal periódica con una frecuencia fundamental f_c , luego se puede expresar como una serie de Fourier de la siguiente forma:

$$s_{ri}(t) = \sum_{q \in \mathbb{Z}} s_q e^{j2\pi q f_c (t + t_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c})} \quad (3.2.7)$$

Donde q es un índice y s_q son los coeficientes de Fourier de $s_{r1}(t)$. Luego, calculando la FT de la ecuación anterior:

$$FT\{s_{ri}(t)\} = \sum_{q \in \mathbb{Z}} s_q e^{j2\pi q f_c (t_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c})} \delta(f - q f_c) \quad (3.2.8)$$

Donde $\delta(x) = 1$, si $x = 0$; y $\delta(x) = 0$, si $x \neq 0$.

Término (II): La fuerza de engrane $F_{ri}(t)$ es una señal periódica con una frecuencia fundamental f_g , luego se puede expresar como una serie de Fourier de la siguiente forma:

$$F_{ri}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} F_k e^{j2\pi k f_g (t + \frac{\psi_i}{2\pi f_c})} \quad (3.2.9)$$

Donde k es un índice y F_k son los coeficientes de Fourier de $F_{r1}(t)$. Luego, calculando la FT de la ecuación anterior:

$$FT\{F_{ri}(t)\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} F_k e^{j2\pi k f_g (\frac{\psi_i}{2\pi f_c})} \delta(f - k f_g) \quad (3.2.10)$$

Término (III): La descomposición del término $D_i(t)$ análogamente a $s_{ri}(t)$ es una señal periódica con una frecuencia fundamental f_c , luego se puede expresar como una serie de Fourier de la siguiente forma:

$$D_i(t) = \sum_{h \in \mathbb{Z}} D_h e^{j2\pi h f_c (t + T_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c})} \quad (3.2.11)$$

Donde h es un índice y D_h son los coeficientes de Fourier de $D_i(t)$. Luego, calculando la FT de la ecuación anterior:

$$FT\{D_i(t)\} = \sum_{h \in \mathbb{Z}} D_h e^{j2\pi h f_c \left(T_1 + \frac{\psi_i}{2\pi f_c}\right)} \delta(f - h f_c) \quad (3.2.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.2.8), (3.2.10) y (3.2.12) en la ecuación (3.2.6) se obtiene lo siguiente:

$$X_{sensor}(f) = \sum_{q \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{h \in \mathbb{Z}} \sum_{i=1}^N s_q F_k D_h e^{j2\pi f_c (h T_1 + q t_1)} e^{j(q+h+kZ_r)\psi_i} \delta(f - (q+h)f_c - k f_g) \quad (3.2.13)$$

Observando la ecuación (3.2.13) se puede afirmar que ésta corresponde a un resultado que es análogo al obtenido por el modelo fenomenológico de Molina [Molina 2010]. Éste obtiene que el espectro en frecuencias de las mediciones del sensor corresponde al entregado en la siguiente ecuación:

$$X^r(f) = \sum_{q \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{i=1}^N a_q^r v_k^r e^{-j2\pi q f_c t_1} e^{-j(q+kZ_r)\psi_i} \delta(f - k f_g - q f_c) \quad (3.2.14)$$

Donde q y k son índices, a_q^r y v_k^r son los coeficientes de Fourier de la función de modulación $a_i^r(t)$ (ecuación (3.1.2)) y de las vibraciones medidas por un observador solidario al carrier $v_i^r(t)$ (ecuación (3.1.1)). Acá se observa que en ambos espectros solo pueden existir componentes a frecuencias $f = A f_g + B f_c$ con A y $B \in \mathbb{Z}$. Además en ambos se presenta un término de la forma $e^{j(Q+KZ_r)\psi_i}$ con Q y $K \in \mathbb{Z}$. Éste determina la fase, partiendo desde $e^{j2\pi f_c (h T_1 + q t_1)}$ y $e^{-j2\pi q f_c t_1}$ respectivamente, de la componente espectral i -ésima para cada $f = A f_g + B f_c$. Esto significa que para cada frecuencia f , este término determina si las N componentes espectrales estarán en fase y se sumarán constructivamente, (apareciendo una componente a esa frecuencia f) o si las N componentes tienen fases distribuidas equitativamente en el intervalo $[0, 2\pi)$ y por lo tanto se anularán llevando a la componente a esa frecuencia f a tener valor cero. Luego se puede ver que los resultados provenientes de ambas ecuaciones conllevan a una estructura espectral con componentes no nulas a las mismas frecuencias en cada caso, independientemente de la configuración inicial del reductor planetario.

A modo de ejemplo en la Figura 3.7 se presenta el espectro obtenido para una transmisión planetaria del Grupo B con 5 planetas equiespaciados y $Z_r = 126$, para el modelo fenomenológico y para la descomposición planteada (clasificación por grupos en [Molina 2010]). Se puede observar que aunque ambos espectros presenten componentes de distintas magnitudes, éstos tienen el mismo contenido frecuencial.

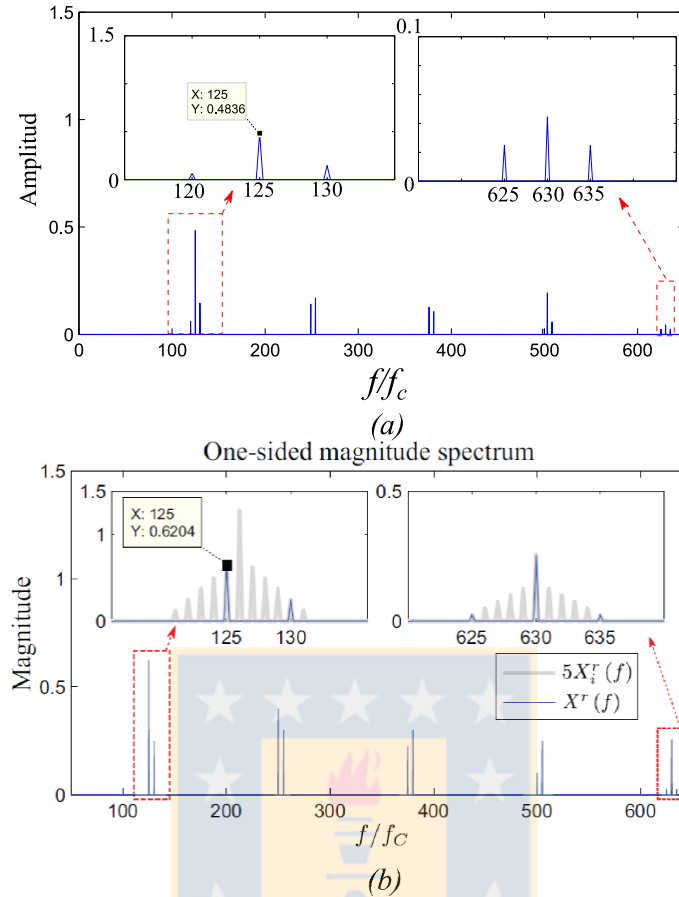


Figura 3.7. Espectro obtenido para una transmisión planetaria de Grupo B, 5 planetas equiespaciados y $Z_r = 126$. Para (a) Descomposición planteada y (b) Modelo fenomenológico [Molina 2010].

3.2.3 Uso de la función de descomposición en una simulación numérica

A continuación se implementa la función de descomposición planteada (ecuación 3.2.1) en una resolución numérica del modelo dinámico con las características de la transmisión que se presentan en el Anexo A. Cabe destacar que se trata de una transmisión del grupo A según la clasificación de Molina [Molina 2010]. A partir de la solución numérica se obtienen las fuerzas dinámicas $F_{ri}(t)$ que se muestran en la Figura 3.8. Se puede observar que las fuerzas tienen diferente amplitud, pero todas son periódicas a una frecuencia f_g .

En la Figura 3.9 (a) y (b) se muestra el espectro de las vibraciones obtenido con la ecuación (3.2.14) usando las fuerzas de engrane mostradas en la Figura 3.8. Se puede observar la aparición de bandas laterales espaciadas a f_c . Según los resultados del modelo fenomenológico para una transmisión del grupo A, solo se deberían presentar componentes a f_g y sus armónicos y bandas laterales espaciadas a Nf_c desde f_g . En este caso se presentan componentes a f_g y sus armónicos, pero presenta múltiples bandas a f_c , además de las a $3f_c$ ($N = 3$). Esto sucede ya que las amplitudes de las fuerzas de engrane $F_{ri}(t)$ obtenidas de la simulación son distintas en cada planeta, luego en las frecuencias que éstas debieran anularse,

algunas son más grandes que otras y por lo tanto existe una amplitud remanente de esta suma. Esto es análogo a lo que sucede en el modelo fenomenológico, que fue comentado en la relajación de las restricciones adoptadas en el planteamiento de este (ver punto en pág.12). De todas formas, para demostrar lo planteado, se utiliza la función de descomposición implementando el resultado numérico de las fuerzas de engrane igualando las 3 fuerzas a la $F_{r2}(t)$ mostrada en la Figura 3.8 (para igualar las amplitudes de las fuerzas). El resultado se presenta en las Figuras 3.9 (c) y (d). En éste se puede ver la presencia de componentes a f_g y sus armónicos y bandas laterales espaciadas a Nf_c desde f_g , lo cual es totalmente concordante con el resultado del modelo fenomenológico.

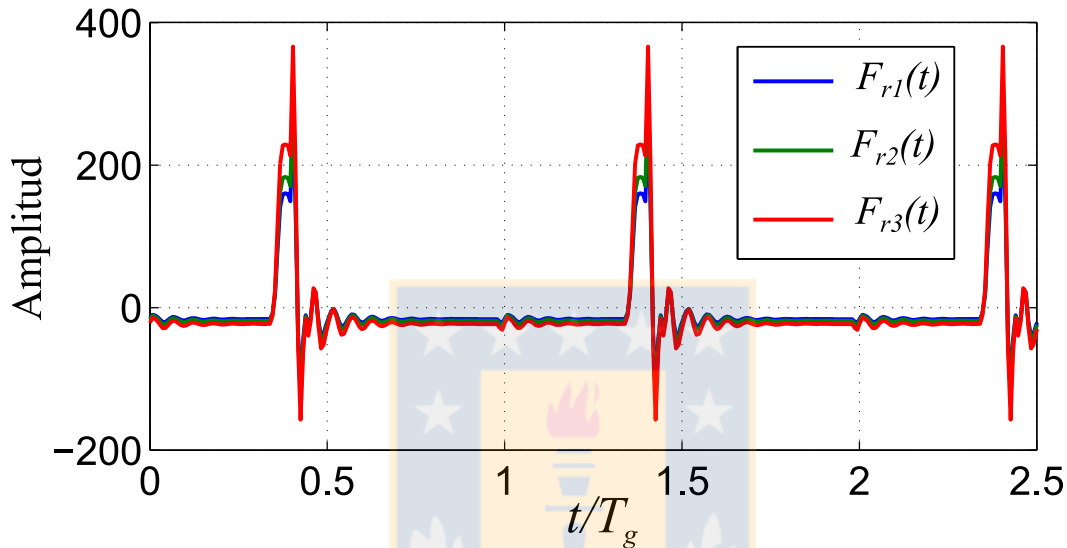


Figura 3.8. Fuerzas dinámicas $F_{ri}(t)$ de simulación numérica.

En resumen, se puede observar que con la descomposición propuesta, el modelo dinámico tiene el potencial de presentar un contenido espectral análogo al modelo fenomenológico, lo cual es importante ya que este último modelo es capaz de explicar algunas características del comportamiento vibratorio de las transmisiones planetarias [Molina 2010]. Luego, es posible utilizar esta función de descomposición para comparar los modelos, con o sin fallas, y contrastarlos con mediciones experimentales que permitan encontrar patrones vibratorios del sistema.

3.3 Procedimiento para simulación de fallas

3.3.1 Procedimiento para simulación de fallas en modelo fenomenológico

Se realiza una simulación del comportamiento vibratorio de una transmisión planetaria, implementando diversas fallas puntuales que pudiera presentar ésta, en el modelo fenomenológico anteriormente descrito. Este tipo de fallas se pueden encontrar en una o más partes de los componentes del sistema, lo cual puede ser resultado del desprendimiento de material debido a las condiciones mecánicas con que trabaja la transmisión. En este caso, este tipo de falla se simula mediante la implementación de perturbaciones periódicas a frecuencias determinadas dependiendo de la componente afectada de la transmisión.

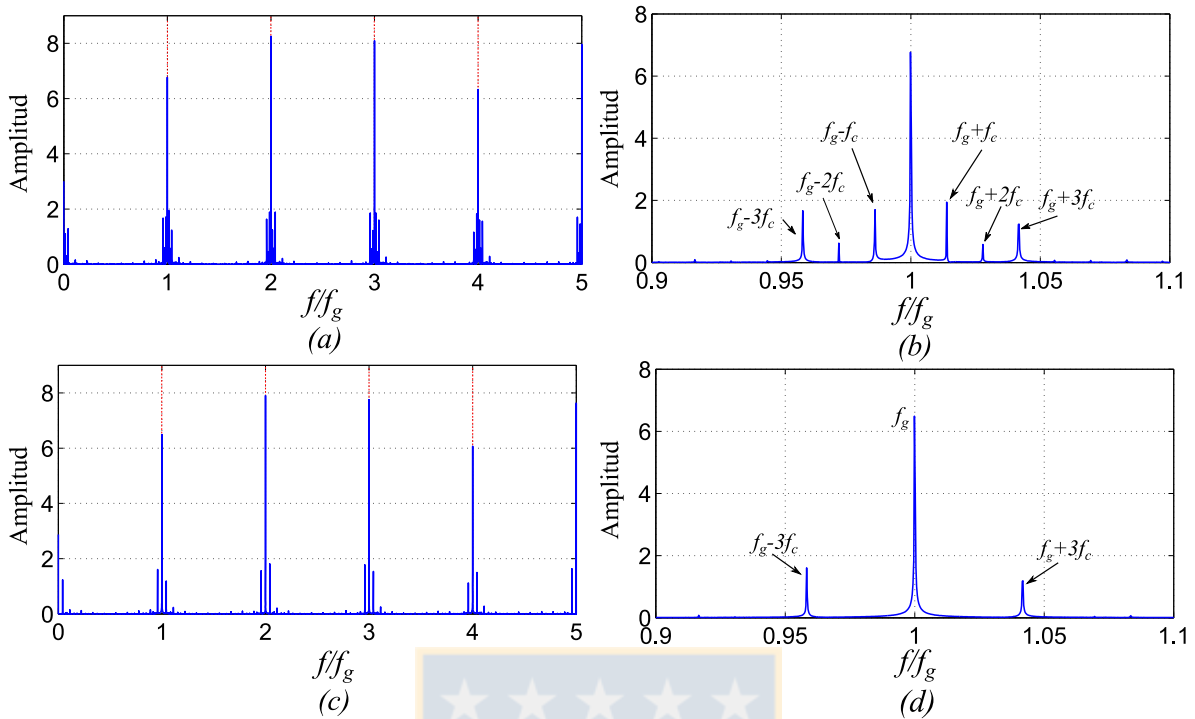


Figura 3.9. Espectros de las vibraciones calculadas con la función de descomposición y una solución numérica. (a) $F_{ri}(t)$ distintas (b) Ampliación alrededor de f_g de (a), (c) $F_{ri}(t)$ iguales y (d) Ampliación alrededor de f_g de (c).

La función de perturbación $p_i(t)$ que simula el cambio en la amplitud de las vibraciones debido al engrane de dientes que presentan fallas puntuales, consiste en una señal periódica de frecuencia determinada dependiendo de cada caso " f_{per} ", compuesta por ventanas de Hanning de amplitud " Af " y duración " T_e ". Ésta se presenta esquemáticamente en la Figura 3.10. Se escoge la ventana de Hanning, ya que ésta representa una modulación en amplitud, que permite obtener una vibración sin discontinuidades. No obstante, otras ventanas que cumplen estas condiciones podrían haber sido utilizadas, como la ventana turkey [Samuel et al 2004]. Luego, la función de perturbación multiplica a la vibración que mide un observador que se mueve solidario al movimiento del carrier (análogamente a ecuación 3.1.1), de forma que la nueva vibración resulta:

$$v_i^{r'}(t) = v_i^r(t)p_i(t) \quad (3.3.1)$$

Esto se presenta esquemáticamente en la Figura 3.11. Se puede observar que el resultado es una vibración que tiene un cambio de amplitud sin discontinuidades.

En este trabajo se realizan simulaciones de fallas puntuales en un planeta, sol y anillo, las cuales representan el desprendimiento de material en el flanco de un diente. La simulación se realiza para una transmisión de las características presentadas en la Tabla 3.1. Esto es debido a que éstas se quieren contrastar con mediciones experimentales, lo que es posible puesto que se tiene un banco de ensayo de estas características.

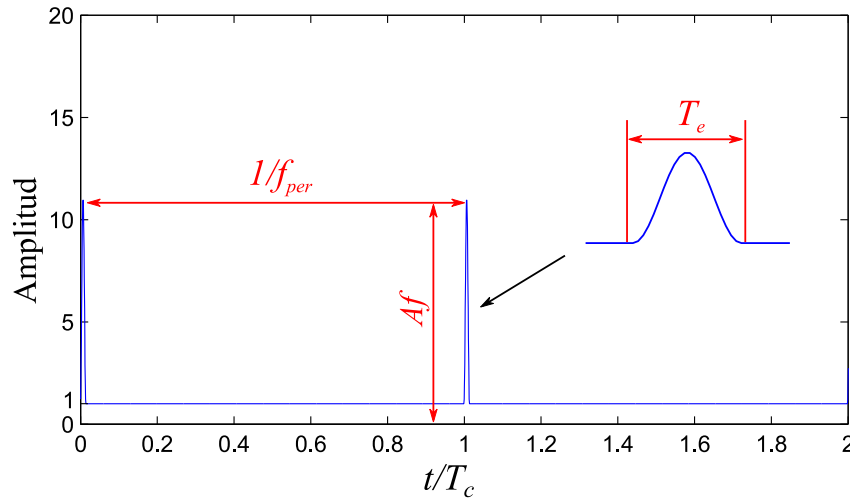


Figura 3.10. Función de perturbación $p_i(t)$ utilizada para simular las fallas puntuales.

Tabla 3.1. Características transmisión planetaria.

Parámetro	Valor
N	3
Z_r	72
Z_p	26
Z_s	18
$f_s : f_c$	5 : 1
ψ_i	$0; 2\pi/3; 4\pi/3$

3.3.2 Procedimiento para simulación de fallas en modelo de parámetros concentrados

Para el caso del modelo de parámetros concentrados se procede a modificar la función de rigidez de engrane $k_{ri}(t)$ ó $k_{si}(t)$ como se muestra en la Figura 3.12, para la rigidez relacionada con el engrane entre el planeta i y el anillo o sol respectivamente. Si se presenta una falla puntual en el planeta i , sol o anillo, variará la rigidez relacionada con el elemento de la falla y/o con el que hace contacto la falla. Particularmente, se realiza la modificación que representa un desprendimiento de material del diente [Chaari et al. 2008]. En la Figura 3.12, “A” es la disminución de la amplitud de rigidez y tiene una duración determinada. El resto del modelo, junto a la descomposición propuesta en la ecuación 3.2.1, permanece invariante. Por último, todos los parámetros de la transmisión planetaria necesarios en la simulación, concordantes con las características del banco que se mide experimentalmente, se presentan en la Tabla A.1 en el Anexo A.

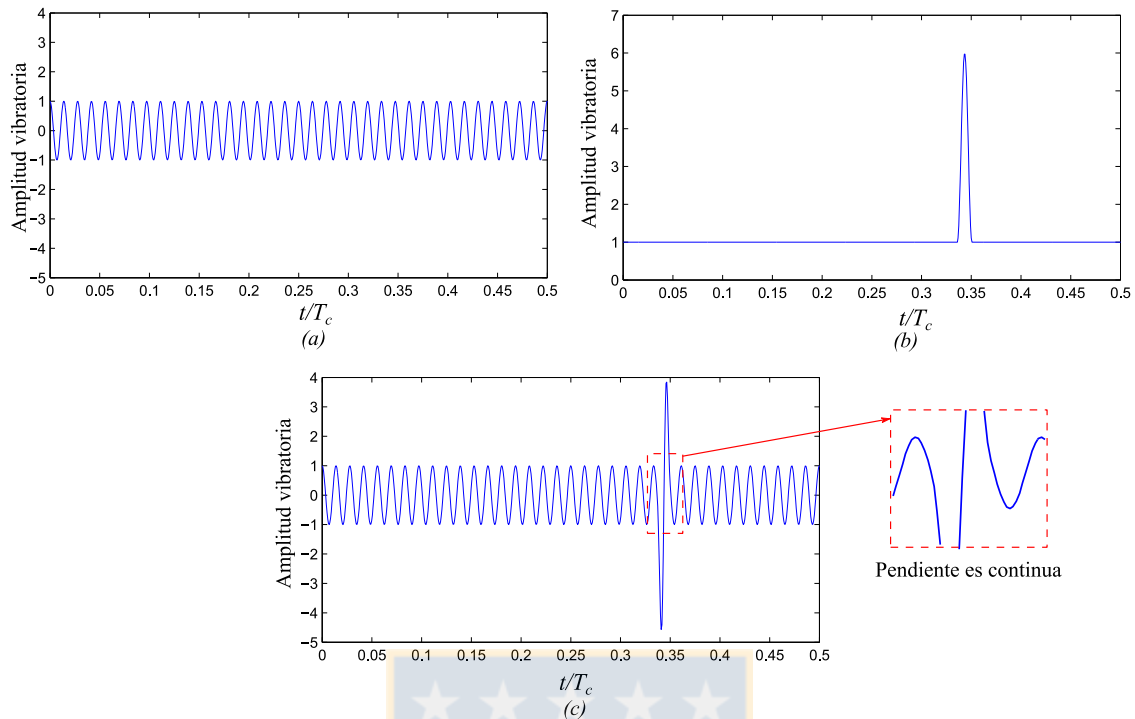


Figura 3.11. Simulación de vibración en modelo fenomenológico (a) Vibración medida por observador solidario al carrier $v_i^r(t)$, (b) Función de perturbación $p_i(t)$, (c) Vibración resultante por falla puntual $v_i^{r'}(t)$.

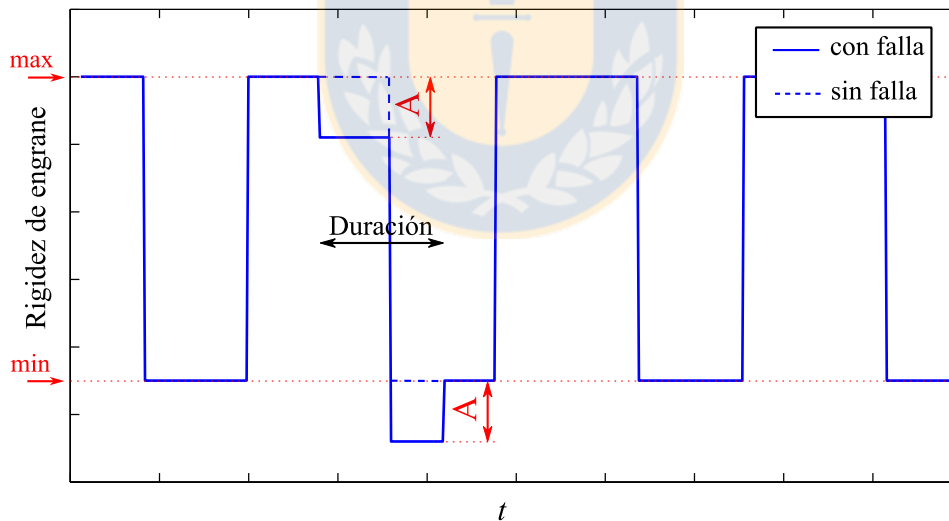


Fig. 3.12. Método de inclusión de falla en modelo de parámetros concentrados.

3.4 Simulación de fallas puntuales en ambos modelos

3.4.1a Falla puntual en diente de un planeta: Modelo fenomenológico

En este caso particular se simula el efecto que tiene en las vibraciones, una falla puntual en un flanco de un diente de un solo planeta (no se introducen fallas al resto de los planetas).

Para esto se introduce el efecto de la función de perturbación $p_i(t)$ en las vibraciones de la ecuación (3.1.1) con una frecuencia³ $f_p - f_c$. Se utiliza una duración de la perturbación de $T_e = 1/f_g$, ya que se supone que el engrane de la zona desgastada tiene la misma duración de lo que dura el contacto con el diente que presenta la falla. En la Figura 3.13 se presenta una simulación para la transmisión de características presentadas en la Tabla 3.1. Ésta se realiza para una amplitud de la perturbación $A_f = 10$ y considerando que el flanco dañado engrana con el engranaje solar (dependiendo del sentido de rotación del sistema el flanco engrana con el sol o con el anillo). De todas formas se puede demostrar que el resultado de este modelo es indiferente a si el flanco dañado engrana con el sol o con el anillo y que a diferentes amplitudes de perturbación, el contenido espectral es el mismo con diferencias en la amplitud de las componentes.

En la Figura 3.13 se puede observar que la amplitud de los impactos es menor a $A_f = 10$. Esto se debe a que se considera un factor de atenuación de la amplitud vibratoria de valor 0,5, ya que se trata de vibraciones generadas en una zona más alejada del sensor (en el engrane planeta – sol), con respecto a las vibraciones generadas en el engrane entre planeta – anillo. Estos impactos se observan a una frecuencia de $f_p - f_c$, lo que era esperado. En la Figura 3.14 se presenta una ampliación del espectro alrededor del primer armónico f_g . En ésta se puede apreciar la aparición de múltiples bandas laterales, dentro de las cuales destacan principalmente las bandas a $f_p - f_c$ medidas desde las distintas bandas a f_c (marcadas con rojo de menor amplitud) y de f_g (marcadas con rojo de mayor amplitud). También hay bandas a f_c medidas desde la componente a f_g . Se puede observar que la banda que está separada $f_p - f_c$ a la derecha de la componente a $f_g - f_c$ coincide con la frecuencia f_p , lo mismo sucede siguiendo la simetría con respecto a la componente a f_g . Torregrosa [Torregrosa 2013] simula de forma similar este tipo de defecto con el modelo fenomenológico, pero no reconoce las bandas a $f_p - f_c$ medidas desde las distintas bandas a f_c .

3.4.1b Falla puntual en diente de un planeta: Modelo de parámetros concentrados

Para este caso, se procede a modificar la función de engrane del planeta 1 (aleatoriamente elegido) y el sol $k_{s1}(t)$. Se realiza de esta forma ya que se supone que el diente que presenta la falla puntual entra en contacto con el sol. En rigor, este fenómeno afectaría también a la función de rigidez entre el planeta y el anillo $k_{r1}(t)$. Esto se observará con más detalle más adelante. La frecuencia con que se introduce un cambio en la función descrita es la misma utilizada para el modelo fenomenológico ($f_p - f_c$). El cambio se introduce como una disminución de la amplitud “A” descrita en la sección 3.3.2. En la Figura 3.15 se presenta la forma de onda para $A = 50\%k_{si}^{max}$, y el espectro en cascada de la vibración simulada para valores de A que varían desde el 10-50% de $k_{s1}^{max}(t)$. En la forma de onda se observan los impactos a la frecuencia de falla. En el espectro aparecen bandas espaciadas a f_c desde f_g , que se observan independientemente del valor de “A”, y a $f_p - f_c$ desde las bandas a f_c , que solo se observan para valores cercanos a $A = 50\%k_{si}^{max}$.

³ $\vec{f}_p = f_p \hat{k}$, $\vec{f}_c = f_c \hat{k}$ con \hat{k} vector unitario perpendicular al plano transversal de la transmisión.

En resumen, en ambos modelos se observan impactos en la forma de onda a la frecuencia de falla $f_p - f_c$. En los espectros, en ambos modelos se pueden observar múltiples bandas laterales a f_c alrededor de f_g y $f_p - f_c$ medidas desde las bandas laterales a f_c .

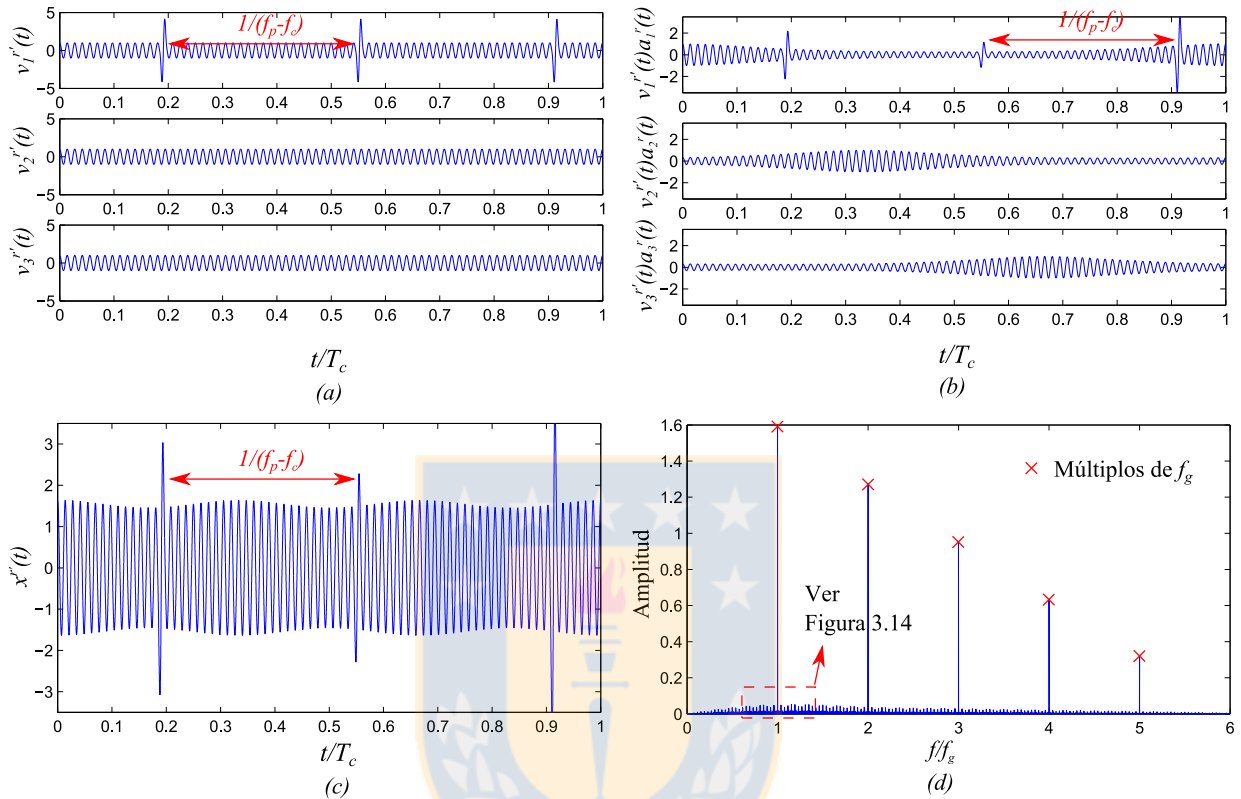


Figura 3.13. Simulación de falla puntual en el flanco de un planeta para transmisión de Tabla 3.1 con modelo fenomenológico, para $Af = 10$. (a) $v_1^r(t)$, (b) $v_1^r(t)a_1^r(t)$, (c) $x^r(t)$ y (d) Espectro en frecuencias.

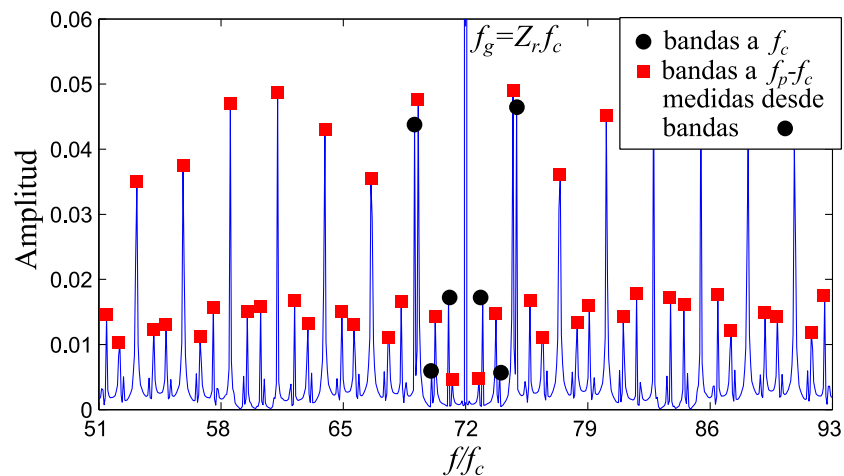


Figura 3.14. Acercamiento de espectro de Figura 3.13 alrededor de f_g .

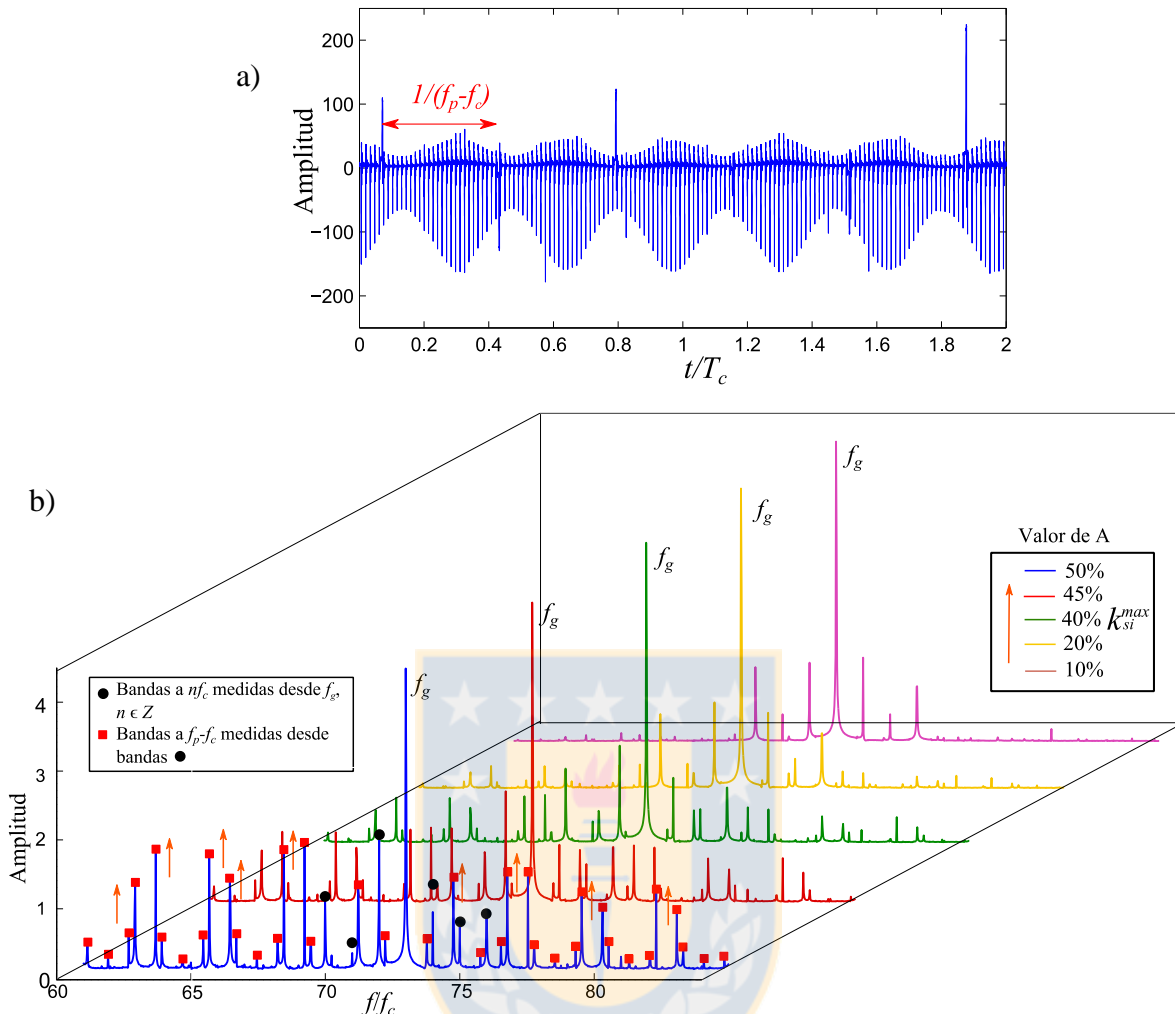


Figura 3.15. Simulación falla planeta modelo dinámico. (a) Forma de onda $A = 50\%k_{si}^{max}$, (b) Espectro en cascada $A = 10\% - 50\%k_{si}^{max}$.

3.4.2a Falla puntual en diente del anillo: Modelo fenomenológico

Para este caso se simula el efecto que tiene en las vibraciones, una falla puntual en un flanco de un diente del anillo de la transmisión. Para esto se introduce el efecto de la función de perturbación $p_i(t)$ en las vibraciones de la ecuación (3.1.1) con una frecuencia f_c . En este caso se realiza para las N vibraciones producidas por el engrane de cada planeta con la falla puntual del anillo, ya que todos los planetas engranan con el diente desgastado (con un desfase de $1/Nf_c$ entre ellos). La duración de la perturbación es $T_e = 1/f_g$, ya que el engrane de la zona desgastada tiene la misma duración de lo que dura el contacto con el diente que presenta la falla. En la Figura 3.16 se presenta una simulación para la transmisión de características presentadas en la Tabla 3.1. Ésta se realiza para una amplitud de la perturbación $A_f = 5$, además se ubica la falla puntual en el diente que se encuentra en la posición del sensor. Se puede demostrar que a diferentes amplitudes de perturbación, el contenido espectral es el mismo con diferencias en la amplitud de las componentes. Además solo se analiza el efecto de las vibraciones producidas por el engrane entre los planetas y el

anillo, ya que como se señaló antes (sección 3.1.1), agregar el efecto de las vibraciones producidas por el engrane entre el sol y los planetas solo cambia la amplitud de las componentes en el espectro y no cambia su composición.

En la Figura 3.16 se pueden observar los impactos desfasados en Nf_c entre las vibraciones de un planeta y otro. De la Figura 3.17 se puede extraer que para la simulación de una falla puntual en el anillo se obtiene un espectro con bandas laterales espaciadas a Nf_c . A diferencia del espectro del estado sano de la transmisión, las bandas laterales ya existentes aumentan de amplitud y aparecen bandas a múltiplos enteros de Nf_c . Torregrosa [Torregrosa 2013] también simula este defecto obteniendo un resultado análogo. Además, él simula el efecto de ubicar el diente con falla alejado de la posición del sensor. El resultado que obtiene es el mismo con la única diferencia de que las bandas laterales contiguas a la componente a f_c tienen menor amplitud que las obtenidas en el caso simulado en este trabajo. Esto se debe a que para este caso la señal impulsiva debida a la perturbación por la falla puntual, coincide con el máximo de la función de modulación $a_i^r(t)$, no siendo así en el otro caso.

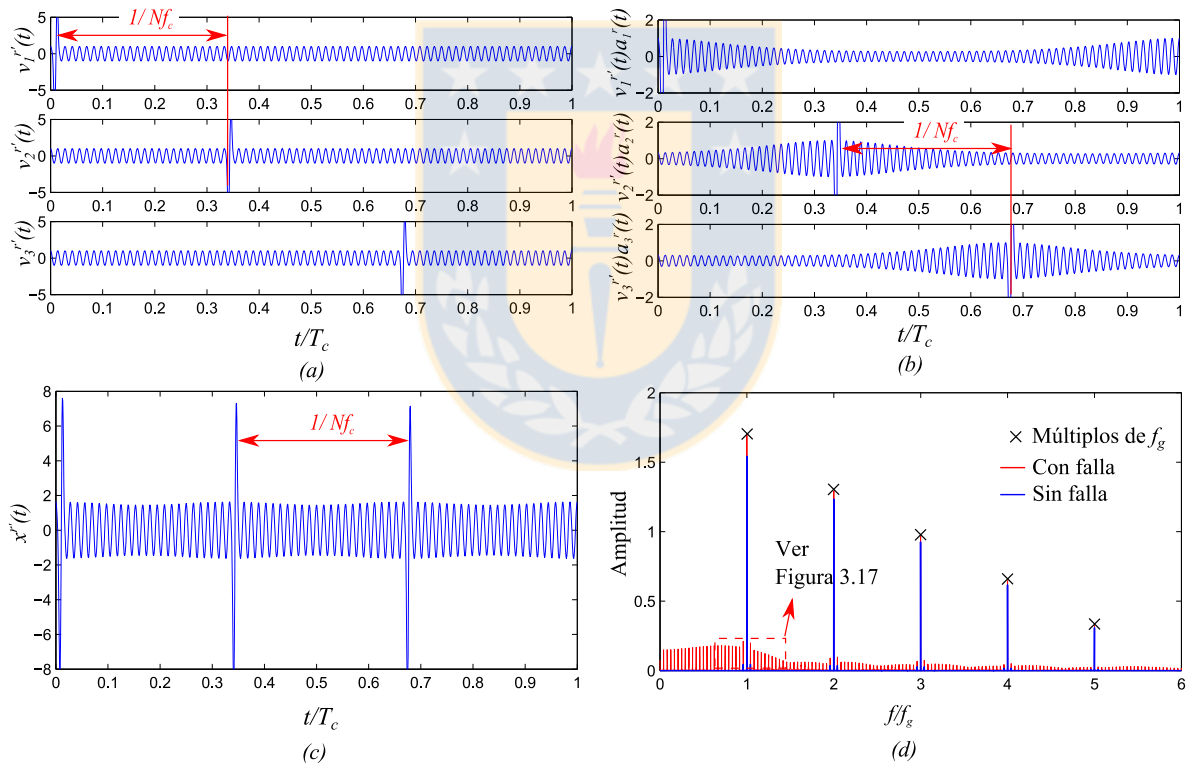


Figura 3.16. Simulación de falla puntual en un diente del anillo para transmisión de Tabla 3.1 con modelo fenomenológico, para $Af = 5$. (a) $v_i^{r'}(t)$, (b) $v_i^{r'}(t)a_i^r(t)$, (c) $x^{r'}(t)$ y (d) Espectro en frecuencias.

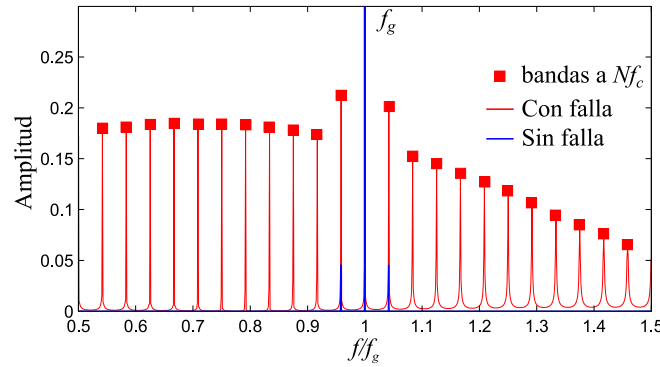


Figura 3.17. Acercamiento de espectro de Figura 3.16 alrededor de f_g .

3.4.2b Falla puntual en diente del anillo: Modelo de parámetros concentrados

Para este caso, se procede a modificar la función de engrane de los N planetas y el anillo $k_{r1}(t), k_{r2}(t), \dots, k_{rN}(t)$. Se realiza de esta forma ya que se supone que el diente que presenta la falla puntual entra en contacto con todos los planetas. En rigor, este fenómeno afectaría también a la función de rigidez entre los planetas y el sol $k_{si}(t)$, lo que sí se realiza en este caso, con una amplitud de disminución “A” igual que para $k_{ri}(t)$. Esto se realiza así, ya que modificando solo la rigidez del anillo, no se obtuvieron cambios en el espectro. Esto puede deberse a que la razón de contacto planeta-anillo es alta, por lo que el intervalo de tiempo en que la rigidez mínima se reduce una amplitud “A”, es muy pequeño en relación al periodo de engrane. Es por esta razón que en la sección 3.4.1b no se consideró un cambio en la rigidez planeta-anillo $k_{ri}(t)$ (no habían diferencias).

La frecuencia con que se introduce un cambio en la función descrita es la misma utilizada para el modelo fenomenológico (f_c para cada $k_{ri}(t)$ con un desfase de $1/Nf_c$ entre cada planeta). El cambio se introduce como una disminución de la amplitud “A” descrita en la sección 3.3.2. En la Figura 3.18 se presenta la forma de onda para $A = 50\%k_{ri}^{max}$, y el espectro en cascada de la vibración simulada para valores de A que varían desde el 20-50% de k_{ri}^{max} . En la forma de onda se pueden apreciar los impactos a una frecuencia Nf_c . En el espectro aparecen bandas espaciadas a f_c desde f_g , donde destacan las bandas a Nf_c , las cuales se observan, independiente del valor de “A”.

En resumen, en ambos modelos se observan impactos en la forma de onda a una frecuencia Nf_c . En los espectros, en el modelo dinámico se pueden observar múltiples bandas a f_c y Nf_c , mientras que en el modelo fenomenológico sólo se observan la aparición de las últimas. Cabe destacar que en el espectro del modelo dinámico, las bandas a Nf_c tienen mayor amplitud que el resto de las componentes.

3.4.3a Falla puntual en diente del sol: Modelo fenomenológico

Para este caso se simula el efecto que tiene en las vibraciones, una falla puntual en un flanco de un diente del sol de la transmisión. Para esto se introduce el efecto de la función de

perturbación $p_i(t)$ en las vibraciones de la ecuación (3.1.1) con una frecuencia⁴ $f_s - f_c$. La duración de la perturbación $T_e = 1/f_g$, ya que el engrane de la zona desgastada tiene la misma duración de lo que dura el contacto con el diente que presenta la falla. En la Figura 3.19 se presenta una simulación para la transmisión de características presentadas en la Tabla 3.1. Ésta se realiza para una amplitud de la perturbación $A_f = 10$. Se puede demostrar que a diferentes amplitudes de perturbación, el contenido espectral es el mismo con diferencias en la amplitud de las componentes. Además solo se consideran las vibraciones generadas en el engrane sol – planeta y se omiten las vibraciones generadas en el engrane entre los planetas y el anillo, esto se debe, como se mencionó anteriormente, a que la inclusión de estas vibraciones solo cambia la amplitud de las componentes del espectro y no su composición en sí (aparición o desaparición de componentes a determinadas frecuencias). Esta vibración producida en el engrane entre los planetas y el sol se supone que es transmitida directamente hacia el sensor a través del anillo, considerando una atenuación debida a la transmisión de un valor de 0,5.

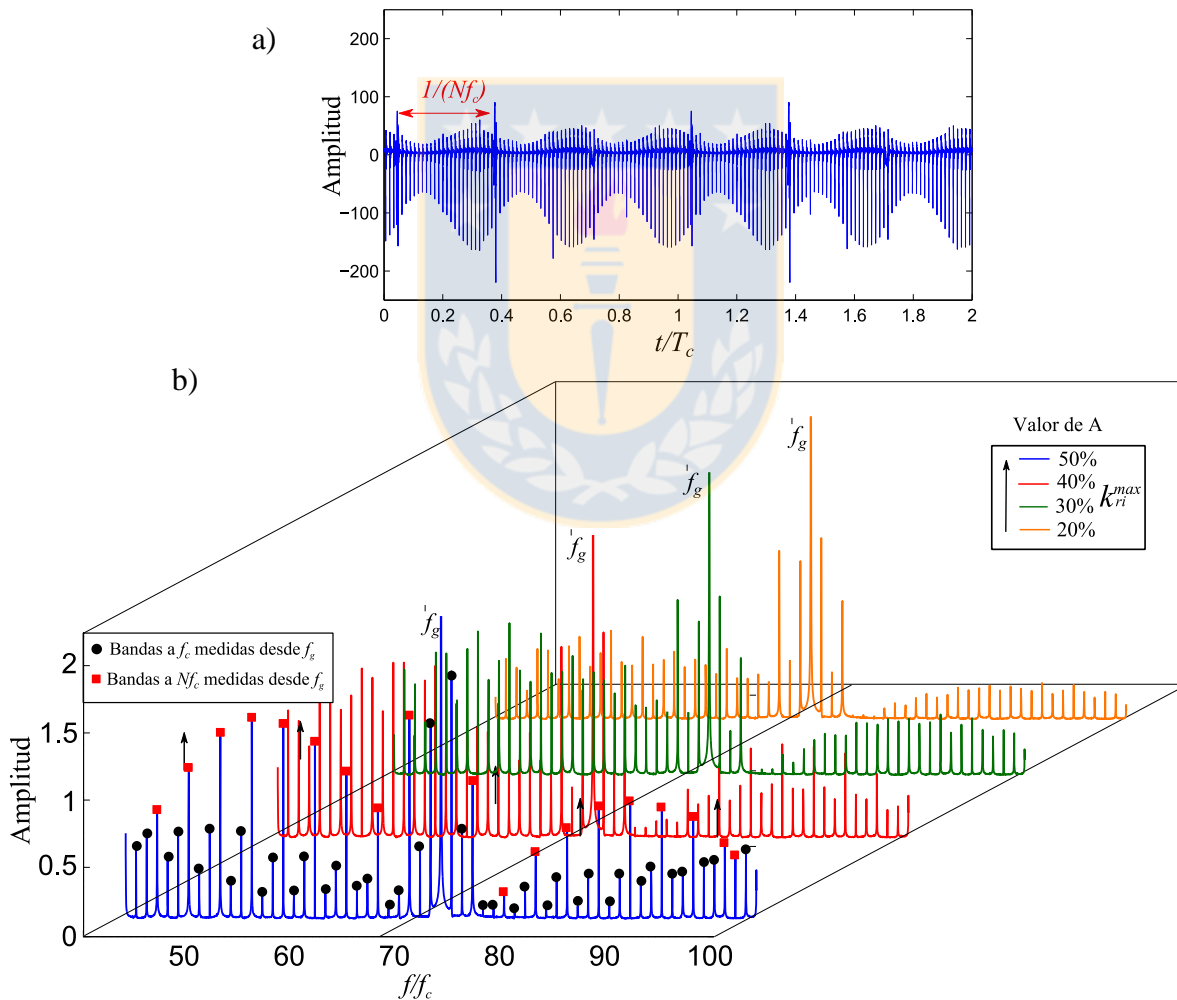


Figura 3.18. Simulación falla anillo modelo dinámico. (a) Forma de onda $A = 50\%k_{ri}^{max}$, (b) Espectro en cascada $A = 20\% - 50\%k_{ri}^{max}$.

⁴ $\vec{f}_s = f_s \hat{k}$, $\vec{f}_c = f_c \hat{k}$ con \hat{k} vector unitario perpendicular al plano transversal de la transmisión.

Torregrosa [Torregrosa 2013] incluye en la vibración resultante una modulación adicional de frecuencia fundamental f_s debido a que la falla en un diente del sol cambia su posición con respecto al sensor. Esto no se incluye en este informe debido a lo que se expone a continuación: el factor que modula las vibraciones debido a la posición variable de la falla en el sol es directamente la modulación ya considerada ($a_i^r(t)$), ya que cuando el diente que posee la falla engrana con algún diente de un planeta (observándose el impacto en las vibraciones), este impacto sigue teniendo la misma magnitud en el contacto planeta – sol, independiente de la posición del planeta con respecto al sensor. El sensor es el que mide estas vibraciones de mayor o menor amplitud debido a la posición relativa del planeta, lo que ya está considerado en la modulación con frecuencia f_c .

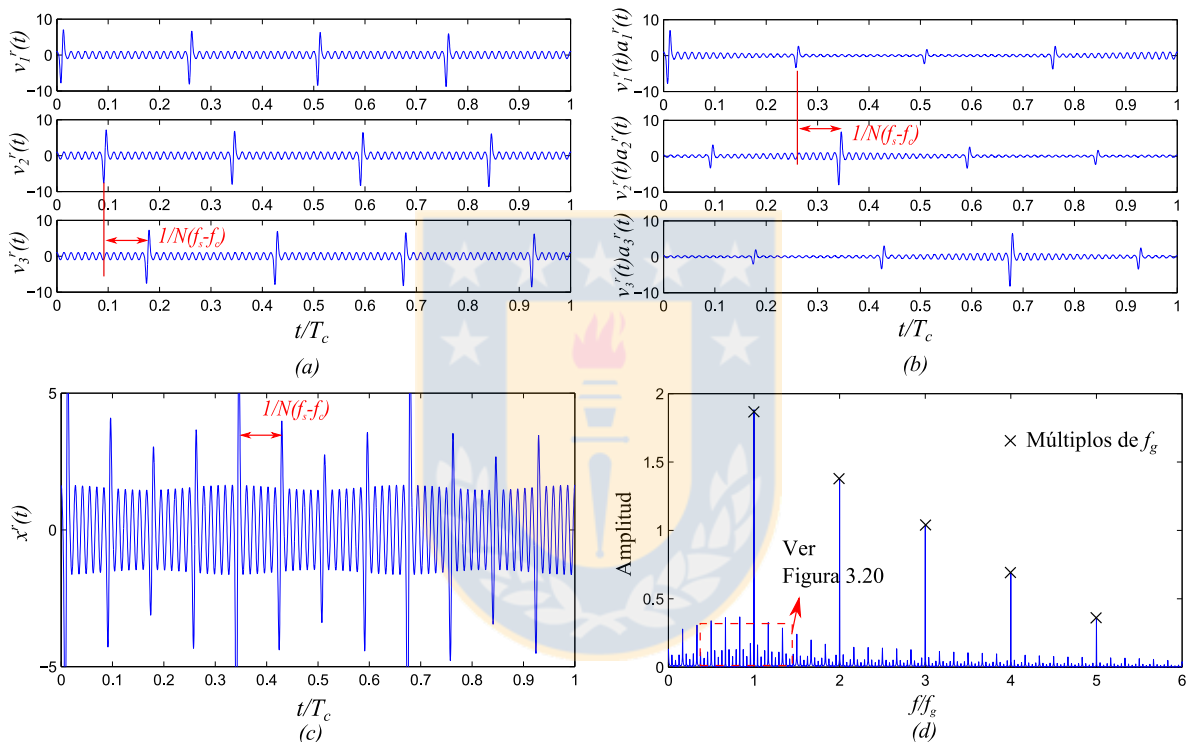


Figura 3.19. Simulación de falla puntual en un diente del sol para transmisión de Tabla 3.1, para $A = 10$, modelo fenomenológico. (a) $v_i^{r'}(t)$, (b) $v_i^{r'}(t)a_i^r(t)$, (c) $x^{r'}(t)$ y (d) Espectro en frecuencias.

3.4.3b Falla puntual en diente del sol: Modelo de parámetros concentrados

Para este caso, se procede a modificar la función de engrane de los N planetas y el sol $k_{s1}(t), k_{s2}(t), \dots, k_{sN}(t)$. Se asume que el diente que presenta la falla puntual entra en contacto con todos los planetas. En rigor, este fenómeno afectaría también a la función de rigidez entre los planetas y el anillo $k_{pi}(t)$, lo que en este caso no se realiza. La frecuencia con que se introduce un cambio en la función descrita es la misma utilizada para el modelo fenomenológico ($f_s - f_c$). El cambio se introduce como una disminución de la amplitud “A” descrita en la sección 3.3.2. En la Figura 3.21 se presenta la forma de onda para $A =$

$50\%k_{si}^{max}$, y el espectro en cascada de la vibración simulada para valores de A que varían desde el 10-50% de k_{si}^{max} . En la forma de onda se pueden apreciar los impactos a una frecuencia $N(f_s - f_c)$, los cuales se deben a que los N planetas engranan con el diente con falla con una frecuencia de $(f_s - f_c)$. En el espectro aparecen bandas espaciadas a $N(f_s - f_c)$ desde f_g y desde las distintas bandas a f_s , donde destacan las últimas, las cuales se observan cuando el valor de “ A ” es cercano al 50% de k_{si}^{max} .

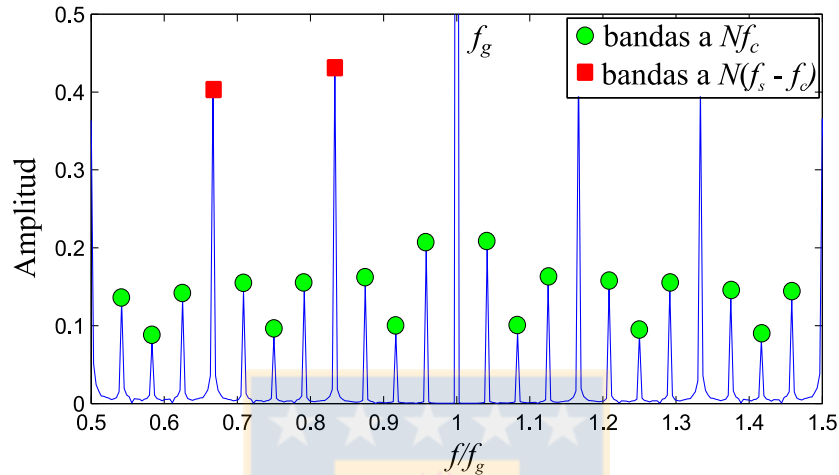


Figura 3.20. Acercamiento de espectro de Figura 3.19 alrededor de f_g .

En resumen, en ambos modelos se observan impactos en la forma de onda a la frecuencia de falla $N(f_s - f_c)$. En los espectros, en el modelo dinámico se pueden observar múltiples bandas a f_s y $N(f_s - f_c)$ alrededor de f_g . También se observan bandas a $N(f_s - f_c)$ alrededor de las bandas a f_s mencionadas, mientras que en el modelo fenomenológico sólo se observan la aparición de las bandas a $N(f_s - f_c)$ alrededor de f_g .

3.5 Resultados experimentales

Se realizan mediciones experimentales a transmisiones planetarias que presentan los 3 casos de falla simulados. Éstas se obtienen de dos bancos de ensayo. El primero “BE1” fue el utilizado por Molina [Molina 2010] en el cual se mide para el caso de la existencia de una falla puntual en el flanco de un diente y el segundo “BE2” es el disponible en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción, en el que se mide para los casos de falla puntual en el flanco de un diente de sol y anillo respectivamente. Las características de ambos se presentan en el Anexo B.

3.5.1 Resultados Banco de Ensayo 1 (BE1)

Se presentan mediciones experimentales para el caso de la transmisión sin fallas y con falla puntual en un flanco del diente de un planeta para los casos indicados en la Tabla 3.2. La falla puntual se presenta en la Figura 3.22. Ésta fue realizada con una fresa manual. En este trabajo solo se analiza la medición de las vibraciones cuando el flanco con falla del planeta engrana con el sol y no cuando la transmisión gira en sentido contrario y la falla engrana con

el anillo. Esto se debe a que para lo segundo, el impacto producido por la falla no es apreciable con respecto a lo primero [Torregrosa 2013].

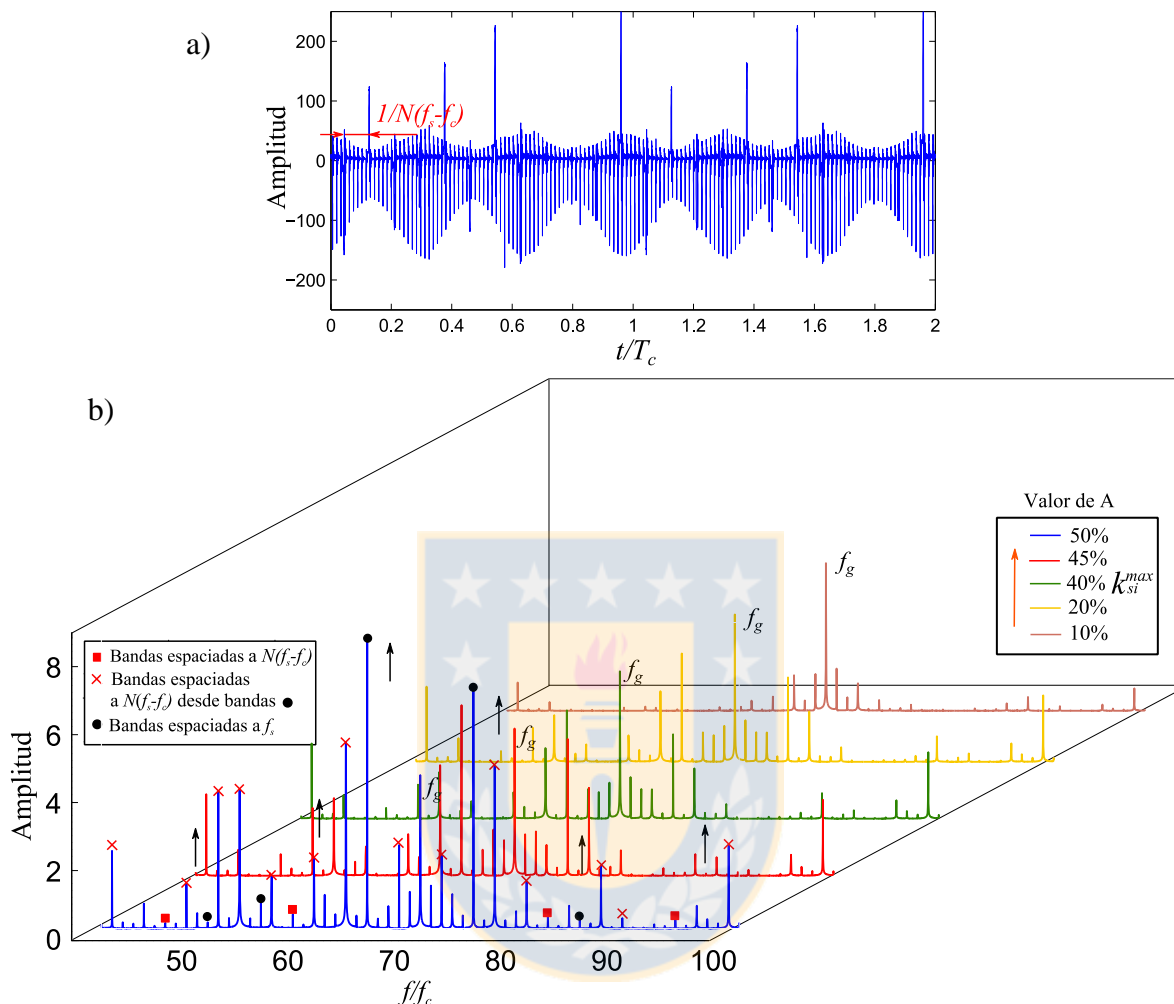


Figura 3.21. Simulación falla sol modelo dinámico. (a) Forma de onda $A = 50\%k_{si}^{max}$, (b) Espectro en cascada $A = 10\% - 50\%k_{si}^{max}$.

Tabla 3.2. Condiciones de operación para los casos estudiados en BE1.

Caso	f_s [RPM]	T_c [Nm]
1	1200	15
2	1800	40

Las formas de onda y espectros de los casos indicados en la Tabla 3.2 se presentan a continuación: en las Figuras 3.23 y 3.24 se presentan los dos casos sin falla y en las Figuras 3.25 y 3.26 se presentan los dos casos con falla. Cabe destacar que a modo de comparación, en los espectros de las Figuras 3.25 y 3.26 se incluyen los espectros de la transmisión sin fallas.



Figura 3.22. Falla puntual en el flanco del diente de un planeta de BE1 [Molina 2010].

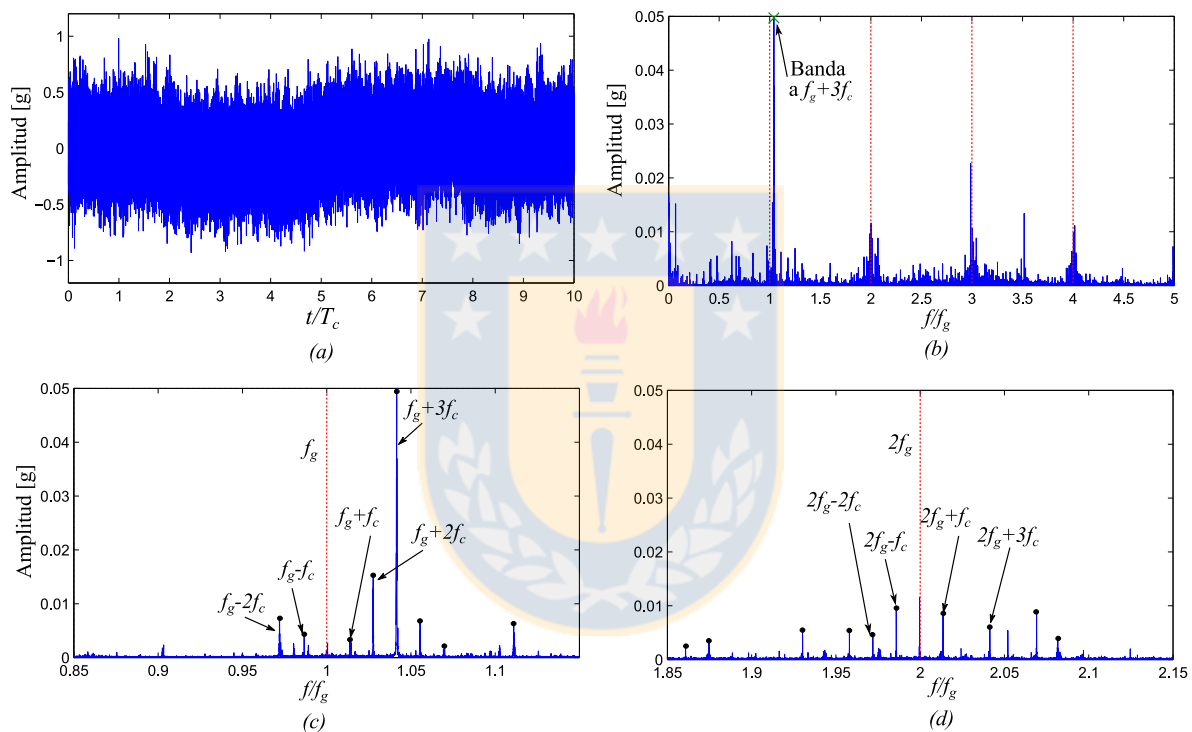


Figura 3.23. Mediciones experimentales de transmisión BE1 sin falla a $f_s = 1200 \text{ RPM}$ y $T_c = 15 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de f_g y (d) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$.

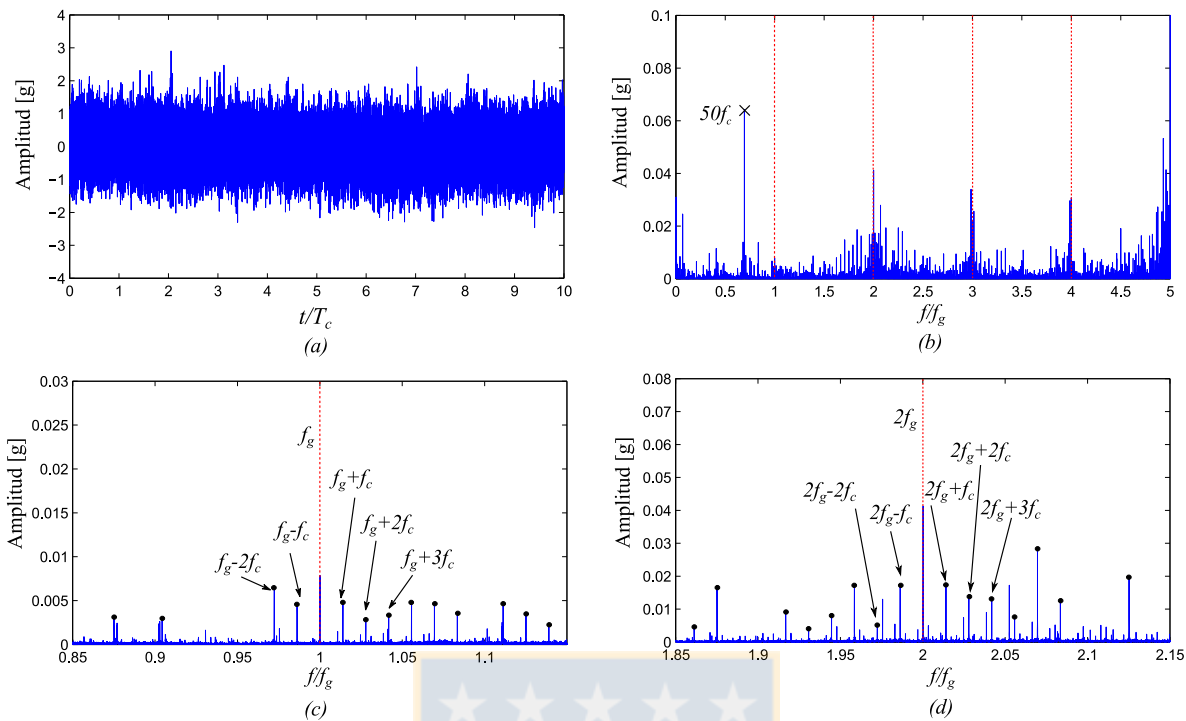


Figura 3.24. Mediciones experimentales de transmisión BE1 sin falla a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 40 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de f_g y (d) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$.

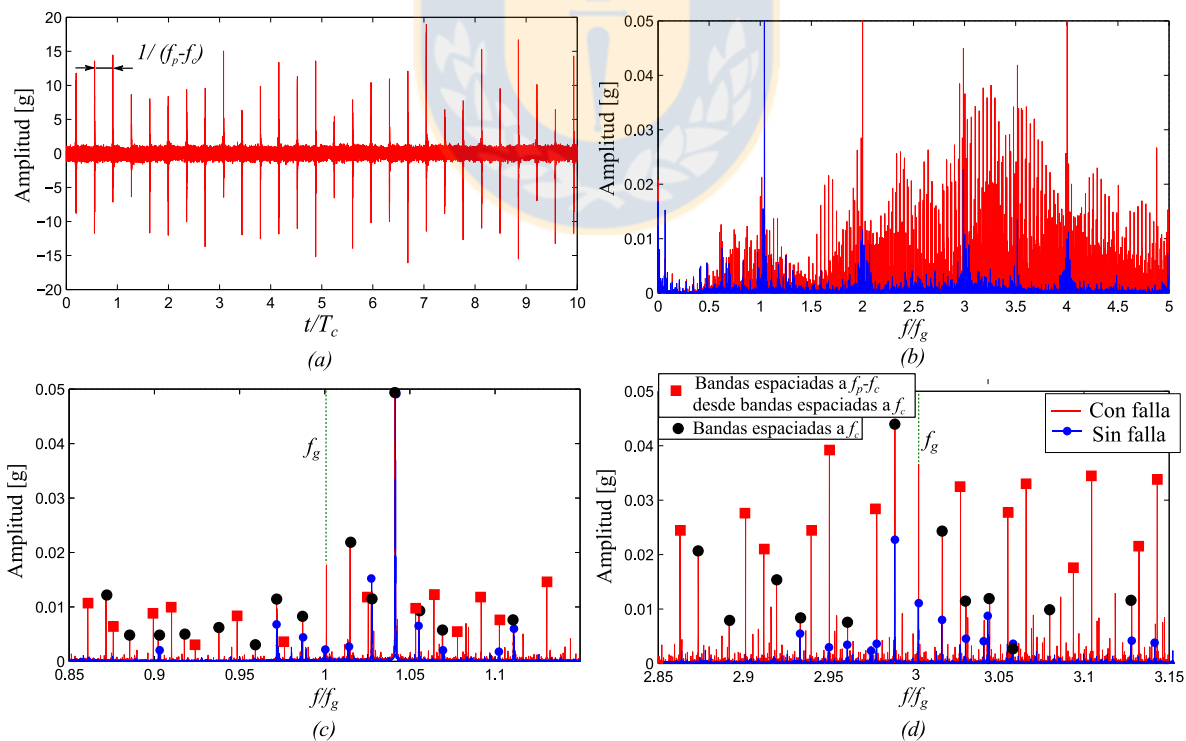


Figura 3.25. Mediciones experimentales de transmisión BE1 con falla en planeta a $f_s = 1200 \text{ RPM}$ y $T_c = 15 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de f_g y (d) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$.

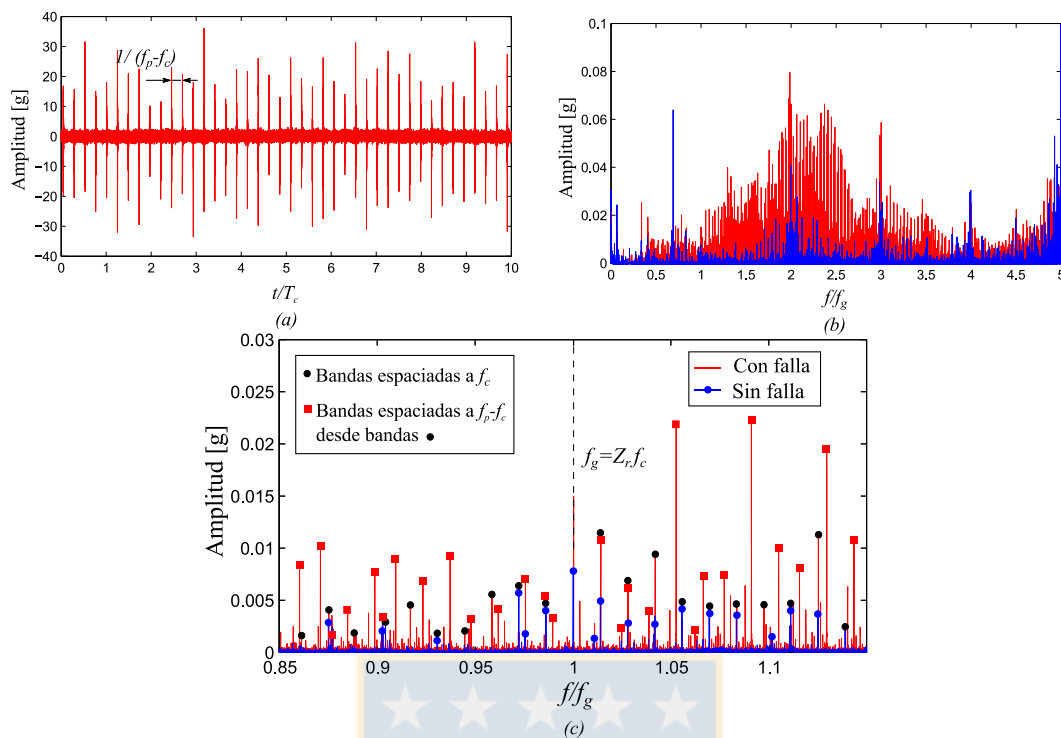


Figura 3.26. Mediciones experimentales de transmisión BE1 con falla en planeta a $f_s = 1800$ RPM y $T_c = 40$ Nm. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de f_g .

3.5.2 Resultados Banco de Ensayo 2 (BE2)

Se presentan mediciones experimentales para la transmisión sin fallas y con falla puntual en un flanco de un diente del sol y en un flanco de un diente del anillo para los casos indicados en la Tabla 3.3. Las fallas puntuales se presentan en la Figuras 3.27 y 3.28 para el anillo y el sol respectivamente. Éstas se realizaron con una fresa manual. Cabe destacar que el torque nominal en el carrier es de 800 [Nm], que es mucho más alto que los valores utilizados para la medición, lo que tiene que ver con las solicitudes máximas que podría soportar el freno magnético

Tabla 3.3. Condiciones de operación para los casos estudiados en BE2.

Caso	f_s [RPM]	T_c [Nm]
3	900	38
4	1800	50

Las formas de onda y espectros de los casos indicados en la Tabla 3.3 se presentan a continuación: en las Figuras 3.29 y 3.30 se presentan los dos casos sin falla, en las Figuras 3.31 y 3.32 se presentan los dos casos con la falla puntual en el sol y en las Figuras 3.33 y 3.34 se presentan los dos casos con la falla puntual en el anillo. Cabe destacar que a modo de comparación, en los espectros de las Figuras 3.31, 3.32, 3.33 y 3.34 se incluyen los espectros de la transmisión sin fallas. En las Figuras 3.31 y 3.32 la mayoría de las bandas que no están identificadas son bandas a f_c .

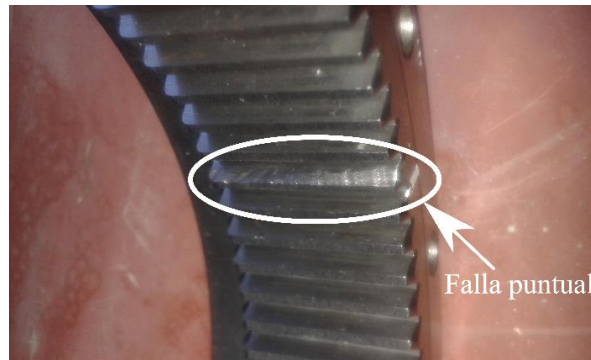


Figura 3.27. Falla puntual en el flanco del diente del anillo de BE2.



Figura 3.28. Falla puntual en el flanco del diente del sol de BE2.

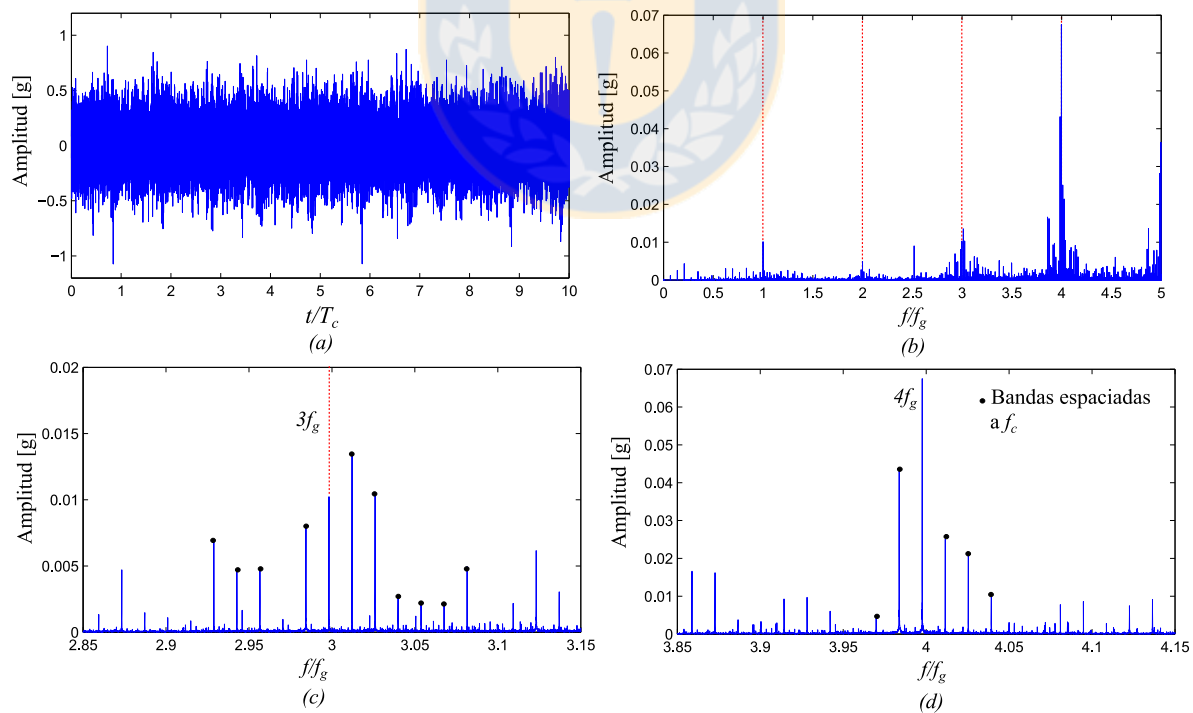


Figura 3.29. Mediciones experimentales de transmisión BE2 sin falla a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $4f_g$.

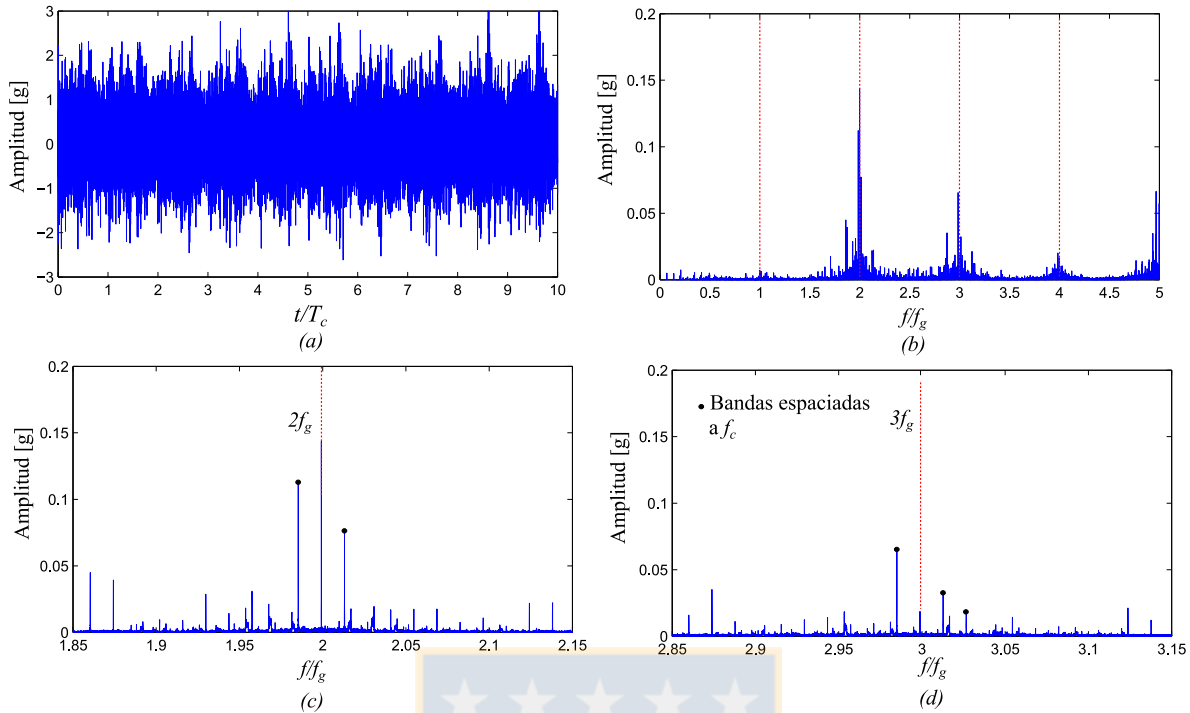


Figura 3.30. Mediciones experimentales de transmisión BE2 sin falla a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$.

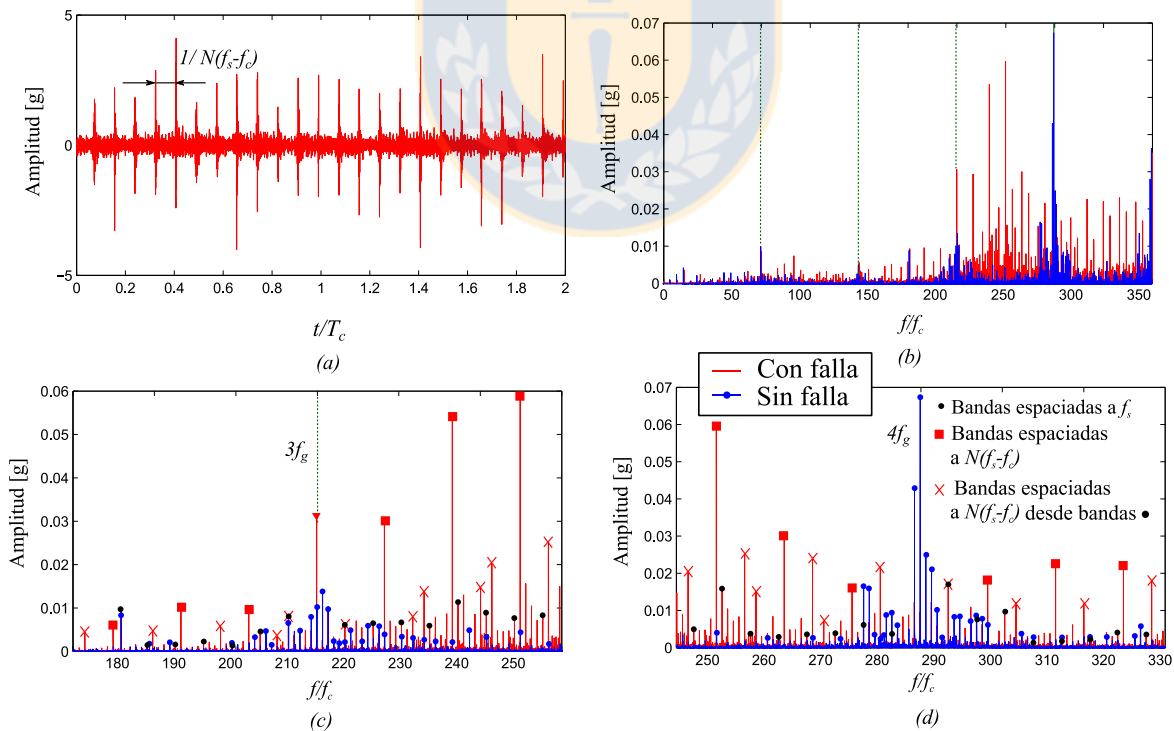


Figura 3.31. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla en sol a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $4f_g$.

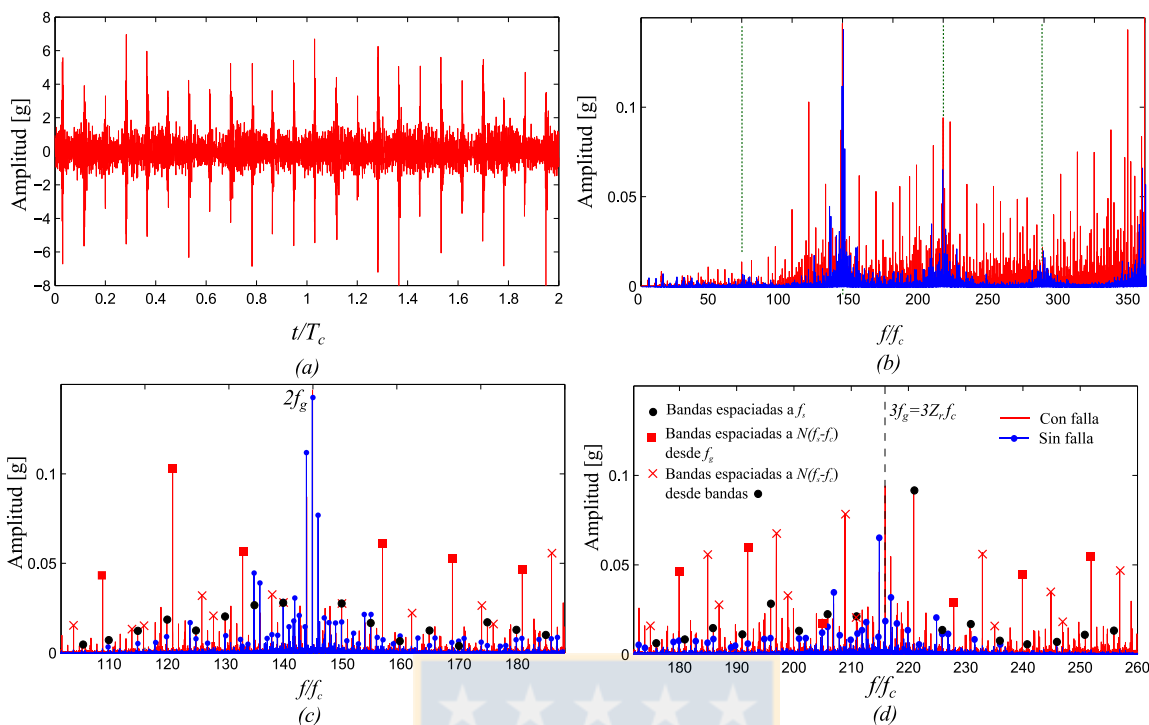


Figura 3.32. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla en sol a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$.

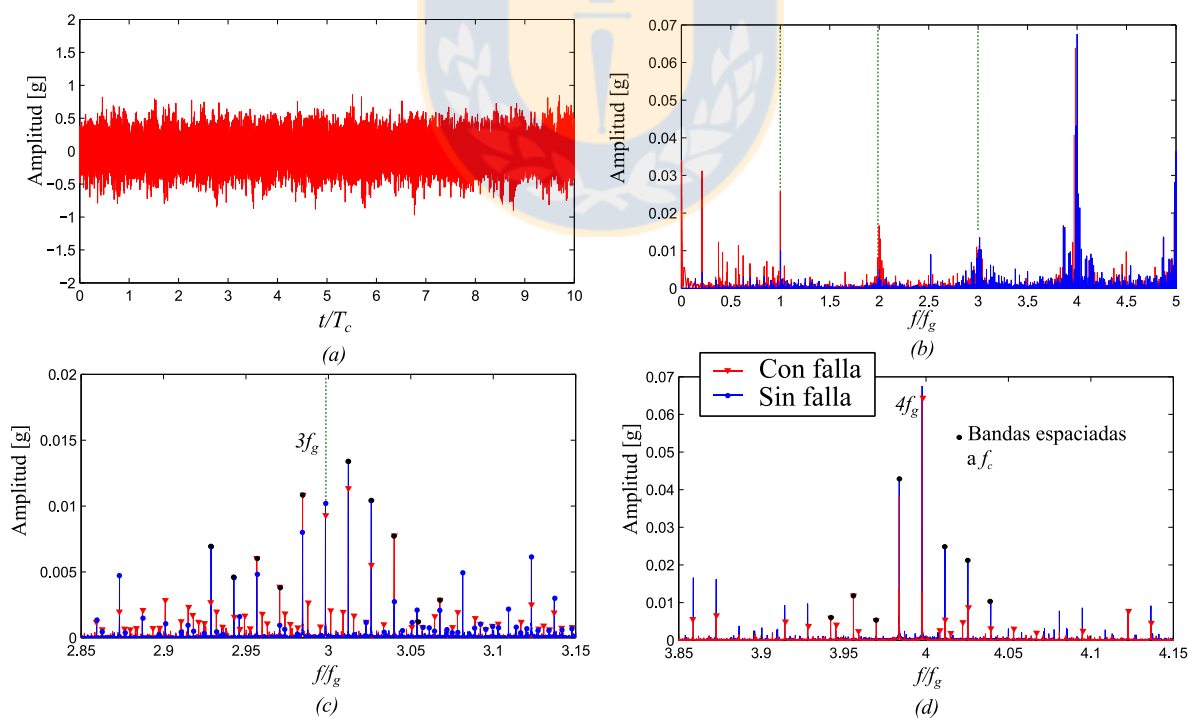


Figura 3.33. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla en anillo a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $4f_g$.

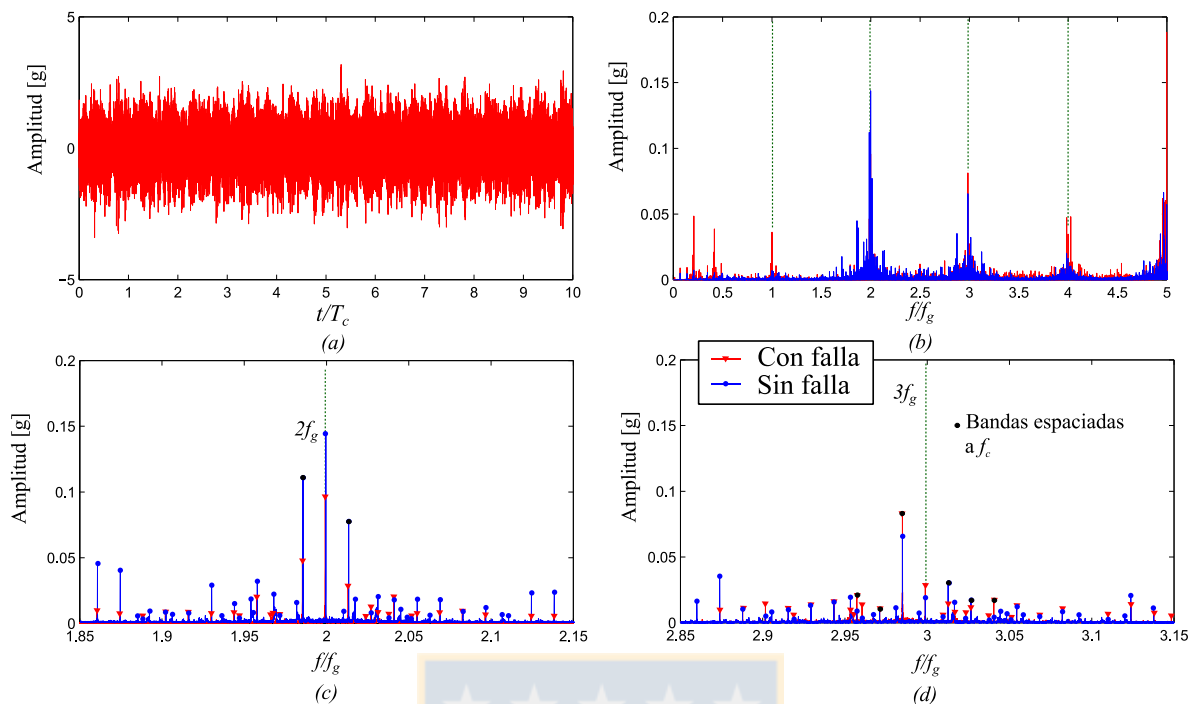


Figura 3.34. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla en anillo a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$.

3.6 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 3.4 la cual incluye el contenido espectral (BL) obtenido en la simulación con y sin fallas en modelos fenomenológico, dinámico y en las mediciones experimentales.

En general, se puede observar de la simulación de fallas, que en el contenido espectral las bandas predominantes en mayor medida corresponden a las de frecuencias determinadas por los impactos, los cuales fueron introducidos con frecuencias previamente determinadas. El resto de las bandas se producen por el efecto de la modulación que se genera por la rotación de los puntos donde se generan las vibraciones, lo cual cambia su posición relativa con respecto al sensor. Se puede observar que no existe gran diferencia entre los diferentes casos de carga para cada medición experimental; en cada caso se observa un contenido espectral de similares características.

Para el caso de falla puntual en el planeta, en la forma de onda de la simulación con el modelo fenomenológico (Figura 3.13), modelo dinámico (Figura 3.15) y de las mediciones experimentales (Figuras 3.23 y 3.24), se observan impactos claros a $(f_p - f_c)$. Esto indica que la simulación de impactos con ambos modelos a tal frecuencia es una buena aproximación del caso real. En los espectros, en el modelo fenomenológico se destacan las bandas a f_c y $(f_p - f_c)$ las cuales están medidas desde f_g ; las últimas son las de mayor amplitud. También se observan este tipo de bandas a $(f_p - f_c)$ medidas desde las distintas

bandas que se encuentran a f_c de la componente a f_g , estas son las de menor amplitud marcadas con rojo. En el modelo dinámico destacan los mismos tipos de bandas laterales, siendo las últimas mencionadas las que tienen mayor amplitud. En las mediciones experimentales, en las Figuras 3.25 y 3.26, se observa que para ambos casos de carga con presencia de la falla puntual, las bandas espaciadas a $(f_p - f_c)$ medidas desde las distintas bandas que se encuentran a f_c de la componente a f_g , crecen considerablemente en relación al resto de las componentes. En la Figura 3.26 (c) se puede observar que casi la totalidad de bandas que aparecen con la falla tienen estas frecuencias características. Las bandas a f_c y $(f_p - f_c)$ medidas desde f_g , también aumentan su amplitud con respecto al caso sin fallas. En las Figuras 3.23 y 3.24 (casos sin falla) se puede observar una componente de gran amplitud a $f_g + 3f_c$ en el caso 1 y a $50f_c$ en el caso 2, donde ambas corresponden a $f = 300 \text{ Hz}$, lo que puede tratarse de una zona resonante del sistema. Finalmente comparando ambos métodos se puede deducir que los modelos fenomenológico y dinámico son herramientas útiles para la simulación de este tipo de falla puntual en la transmisión de las características descritas, ya que predicen el contenido espectral obtenido experimentalmente. En este caso se presenta una mayor cercanía en el modelo dinámico, debido a que justamente las bandas laterales de mayor amplitud de la simulación son las que destacan en las mediciones experimentales. Aun así, para poder validar los modelos completamente, se debiera realizar este ejercicio para transmisiones de distintas geometrías.

Para el caso de falla puntual en el sol, en la forma de onda de la simulación con el modelo fenomenológico (Figura 3.19), simulación con el modelo dinámico (Figura 3.21) y de las mediciones experimentales (Figuras 3.31 y 3.32), se observan impactos claros a $N(f_s - f_c)$. Esto indica que la simulación de impactos a tal frecuencia es una buena aproximación del caso real. En los espectros, en el modelo fenomenológico se destacan las bandas a Nf_c y $N(f_s - f_c)$ medidas desde f_g , donde estas últimas destacan con mayor amplitud. Justamente $N(f_s - f_c) = 4Nf_c$, luego se observa el espectro solo con bandas a Nf_c , con las bandas de mayor amplitud a $4Nf_c$ (Figura 3.20). En el modelo dinámico se observan las mismas bandas, además de bandas espaciadas a f_s desde f_g , y bandas espaciadas $N(f_s - f_c)$ desde las últimas mencionadas. Éstas últimas son las que más destacan. En las mediciones experimentales, en las Figuras 3.31 y 3.32, se observan espectros cargados de bandas predominantes a $N(f_s - f_c)$ desde f_g y medidas también desde las bandas a f_s . El resto de las bandas que no se encuentran marcadas, corresponden a $nf_c, n \in \mathbb{N}$. En particular, las bandas laterales predominantes del modelo dinámico también predominan en el espectro experimental, siendo así también con las bandas predominantes en el modelo fenomenológico, que tienen amplitud alta también en las mediciones experimentales. Se puede observar que el modelo fenomenológico no predice las bandas laterales a f_s alrededor de f_g , ni las bandas a $N(f_s - f_c)$ medidas desde f_s , las que sí se observan en los resultados experimentales. Éstas estarían producidas por una modulación a f_s , lo que sustenta la consideración del trabajo de Torregrosa (sección 3.4.3a). Pese a esto, no se ha encontrado desde un punto de vista cinemático, algún comportamiento de la transmisión que explique esta modulación a f_s , luego no habría razón justificada para incluirla en el modelo fenomenológico. Pese a esto, si se compara ambos métodos se extrae nuevamente que éstos son útiles para predecir el comportamiento vibratorio por lo menos para la transmisión con estas características, ya que

predicen cualitativamente el contenido espectral de las vibraciones. Cabe destacar que [Li et al. 2014] obtiene un resultado análogo en el modelo fenomenológico.

Tabla 3.4. Resumen de bandas laterales observadas en la simulación de fallas en modelo fenomenológico, dinámico y en mediciones experimentales.

	Tipo de falla	Bandas laterales	Bandas predominantes
Modelo fenomenológico	Sin falla	Nf_c desde f_g	Nf_c desde f_g
	Falla puntual en Planeta	f_c y $(f_p - f_c)$ desde f_g , $(f_p - f_c)$ desde BL a f_c	$(f_p - f_c)$ desde f_g
	Falla puntual en Sol	Nf_c y $N(f_s - f_c)$ desde f_g	$N(f_s - f_c)$ desde f_g
	Falla puntual en Anillo	Nf_c desde f_g	Nf_c desde f_g
Modelo dinámico	Sin falla	f_c desde f_g	f_c desde f_g
	Falla puntual en Planeta	f_c y $(f_p - f_c)$ desde f_g , $(f_p - f_c)$ desde BL a f_c	$(f_p - f_c)$ desde BL a f_c
	Falla puntual en Sol	f_s y $N(f_s - f_c)$ desde f_g y $N(f_s - f_c)$ desde BL a f_s	$N(f_s - f_c)$ desde BL a f_s
	Falla puntual en Anillo	f_c desde f_g	Nf_c desde f_g
Mediciones experimentales	Sin falla	f_c desde f_g	f_c desde f_g
	Falla puntual en Planeta	f_c y $(f_p - f_c)$ desde f_g , $(f_p - f_c)$ desde BL a f_c	$(f_p - f_c)$ desde BL a f_c
	Falla puntual en Sol	f_s y $N(f_s - f_c)$ desde f_g y $N(f_s - f_c)$ desde BL a f_s	$N(f_s - f_c)$ desde f_g
	Falla puntual en Anillo	f_c desde f_g	f_c desde f_g

Para el caso n°3 en las mediciones experimentales (Figura 3.31) se observa que desaparece una componente a $4f_g$ que es observable en el estado sin fallas. Esto puede deberse al hecho de que para introducir la falla puntual, se debe cambiar el engranaje solar. Este nuevo sol puede tener los dientes con un nivel distinto de desgaste al sol sin fallas puntuales. Luego, la forma de onda del error de transmisión (ver Figura 2.2) del engrane planeta – sol con falla puntual puede ser ligeramente distinta al caso sin falla y por lo tanto puede ser descrita en una serie de Fourier con armónicos de la frecuencia fundamental f_g de diferentes amplitudes

con respecto a la forma de onda del ET del engrane sin fallas. Luego, para este caso particular la forma del ET del engrane planeta – sol con fallas puntuales, el 4° armónico de f_g es menor que en el caso sin fallas.

Para el caso de falla puntual en el anillo, en la forma de onda de la simulación del modelo fenomenológico (Figura 3.16) y modelo dinámico (Figura 3.18) se observan impactos con frecuencia Nf_c , en cambio en las mediciones experimentales (Figuras 3.33 y 3.34) no se observan claramente impactos. En los espectros, en el modelo fenomenológico solo aparecen múltiples bandas espaciadas a Nf_c desde f_g (Figura 3.17). En el modelo dinámico aparecen múltiples bandas espaciadas a f_c . En las mediciones experimentales, existen bandas laterales espaciadas a f_c , pero no aparecen claramente nuevas bandas comparando la medición con fallas con respecto a la que no las posee (Figura 3.33 y 3.34). De esto se extrae que los modelos no predicen para este caso el comportamiento vibratorio de forma útil. Esto no quiere decir que no funcione para otro tipo de transmisiones, ya que en este caso el problema puede deberse a que la razón de contacto para el engrane planeta-anillo es alta (1.94) con respecto a la del engrane planeta-sol (1.57), luego cuando la falla puntual debiera hacer contacto en el engrane correspondiente, es posible que ésta no lo realice, ya que al mismo tiempo existen más dientes que estarían soportando la carga total liberando parte de la carga al diente que posee la falla, luego ésta puede no ser observada en las vibraciones. Esta también puede ser una razón para que la falla en el planeta no fuera apreciada cuando ésta hace contacto con el anillo, como observó Torregrosa [Torregrosa 2013]. Aun así en el capítulo 4 sección 4.1 se sigue estudiando este caso.

A modo de resumen, se tienen los siguientes resultados:

- La función de descomposición de las soluciones del modelo dinámico, entrega una respuesta que coincide con los resultados del modelo fenomenológico para una transmisión en óptimas condiciones. Ambos modelos son validados mediante resultados experimentales, permitiendo una mayor factibilidad en el uso del modelo dinámico para la simulación de fallas en la búsqueda de indicadores que permitan diagnosticarlas mediante las vibraciones.
- Además de predecir el contenido espectral de las vibraciones de una transmisión planetaria en estado sano, el modelo fenomenológico permite modelar correctamente las fallas puntuales en el planeta y en el sol, ya que predice cualitativamente el contenido espectral de las vibraciones que fueron medidas experimentalmente. En particular, éste predice la aparición de bandas laterales adicionales al contenido espectral que ya es observado en la transmisión en estado sano (componentes con frecuencias múltiplos enteros de Nf_c , ver Figura 3.2). En el caso de la falla puntual en el planeta, el modelo predice las bandas laterales separadas a $(f_p - f_c)$ medidas desde distintas componentes, las cuales a su vez están separadas a f_c de la frecuencia de engrane f_g . Esta estructura espectral no fue reconocida completamente por [Torregrosa 2013], habiendo realizado una simulación similar. Por otro lado, para la falla puntual en el sol, el modelo predice las bandas laterales predominantes a $N(f_s -$

f_c) medidas desde f_g (ver resumen de contenido espectral en Tabla 3.4). Este resultado es análogo al obtenido por [Li et al. 2014]. El modelo no predice otras bandas laterales que sí se observan en el modelo dinámico y mediciones experimentales, las cuales se deben a una modulación a f_s . No se encontró una explicación que permitiera justificar la inclusión de esta modulación en amplitud al modelo fenomenológico. Cabe destacar que [Torregrosa 2013] sí incluyó esta modulación en su modelación.

- El modelo dinámico también permite modelar correctamente las fallas puntuales en el planeta y en el sol, ya que predice cualitativamente el contenido espectral de las vibraciones que fueron medidas experimentalmente. En particular, éste predice la aparición de bandas laterales adicionales al contenido espectral que ya es observado en la transmisión en estado sano (componentes con frecuencias múltiplos enteros de f_c , ver Figura 3.9). En el caso de la falla puntual en el planeta, el modelo predice las bandas laterales separadas a $(f_p - f_c)$ medidas desde distintas componentes, las cuales a su vez están separadas a f_c de la frecuencia de engrane f_g . Para el modelo estudiado, éstas últimas presentan la mayor amplitud, lo que se condice con las mediciones experimentales. Por otro lado, para la falla puntual en el sol, el modelo predice las bandas laterales predominantes a $N(f_s - f_c)$ medidas desde f_g . Además predice las bandas a $N(f_s - f_c)$ espaciadas desde las distintas bandas a f_s , las cuales se deben a una modulación en amplitud que no pudo ser observada en la cinemática de la transmisión.
- En el caso de la falla puntual en el anillo, los resultados del modelo fenomenológico no se condicen con los resultados experimentales. En este caso el modelo predice bandas laterales a Nf_c medidas desde f_g . Por otro lado, el modelo dinámico predice múltiples bandas espaciadas a f_c . Esto último se observa en los espectros de las mediciones experimentales a frecuencias relativamente altas (armónicos de $6f_g$ y superiores). Además, a diferencia de los modelos, en la forma de onda experimental no se observa ningún impacto.

CAPÍTULO 4

Análisis complementarios

En este capítulo se realizan diversos estudios complementarios de la transmisión planetaria. En primer lugar, se realiza una medición de vibraciones incluyendo una falla distribuida en el anillo para comprobar la hipótesis señalada en la sección 3.6. En segundo lugar, se analiza la diferencia que existe en las vibraciones medidas, cuando el sensor se ubica en el rodamiento lado motor. Por último, con el modelo dinámico se simulan vibraciones de una transmisión planetaria con distintos errores que simuló Torregrosa [Torregrosa 2013], con el fin de observar la influencia de la descomposición planteada en este trabajo.

4.1 Medición de vibraciones de transmisión planetaria con falla distribuida en el anillo

En la Figura 4.1 se presentan las mediciones experimentales de la Figura 3.34 (falla puntual en diente de anillo) incluyendo en el gráfico los armónicos de f_g y superiores a $5f_g$. Se realiza esto, ya que en el análisis anterior, no se observó el comportamiento vibratorio para esas frecuencias. En la Figura 4.2 se presenta la forma de onda y espectros de la medición experimental realizada en B.E.2 con el anillo de la transmisión con una falla distribuida que abarca los flancos de dos dientes. Ésta se muestra en la Figura 4.3.

Se puede observar que para el caso analizado en el capítulo 3, observando los armónicos mayores a $5f_g$, sí se aprecian bandas laterales a f_c (Figura 4.1d), lo cual se observa en los resultados de las simulaciones (Sección 3.4). En el caso de la falla distribuida, en la forma de onda se aprecian los impactos a una frecuencia Nf_c (Figura 4.2a). Además en el espectro de bajas frecuencias (Figura 4.2c) se observa el crecimiento de algunas bandas espaciadas a f_c . Esto no se observa en el caso de la falla puntual. Por último en las altas frecuencias (Figura 4.2d), al igual que en el caso de la falla puntual, se observa claramente la aparición y crecimiento de bandas laterales a f_c .

Los impactos en la forma de onda y las bandas laterales a bajas frecuencias en el caso de la falla distribuida, pueden reafirmar la hipótesis expresada en la sección 3.6 que tiene relación con la razón de contacto alta en el engrane planetas-anillo. De todas formas, en los dos casos se presenta la aparición de bandas laterales a f_c a frecuencias más altas. Esto puede tener estrecha relación con la falla misma, que puede provocar cambios en la forma de vibrar de los componentes del sistema. También puede deberse a lo mismo que se expuso en el caso de la falla en el sol (Figura 3.31), que tiene relación con el cambio de engranaje, que lleva a un cambio en el perfil de evolvente, que a la vez conlleva a una función distinta del error de transmisión donde las componentes a mayores frecuencias son más altas. De todas maneras, este es un tema que podría ser abordado en trabajos posteriores.

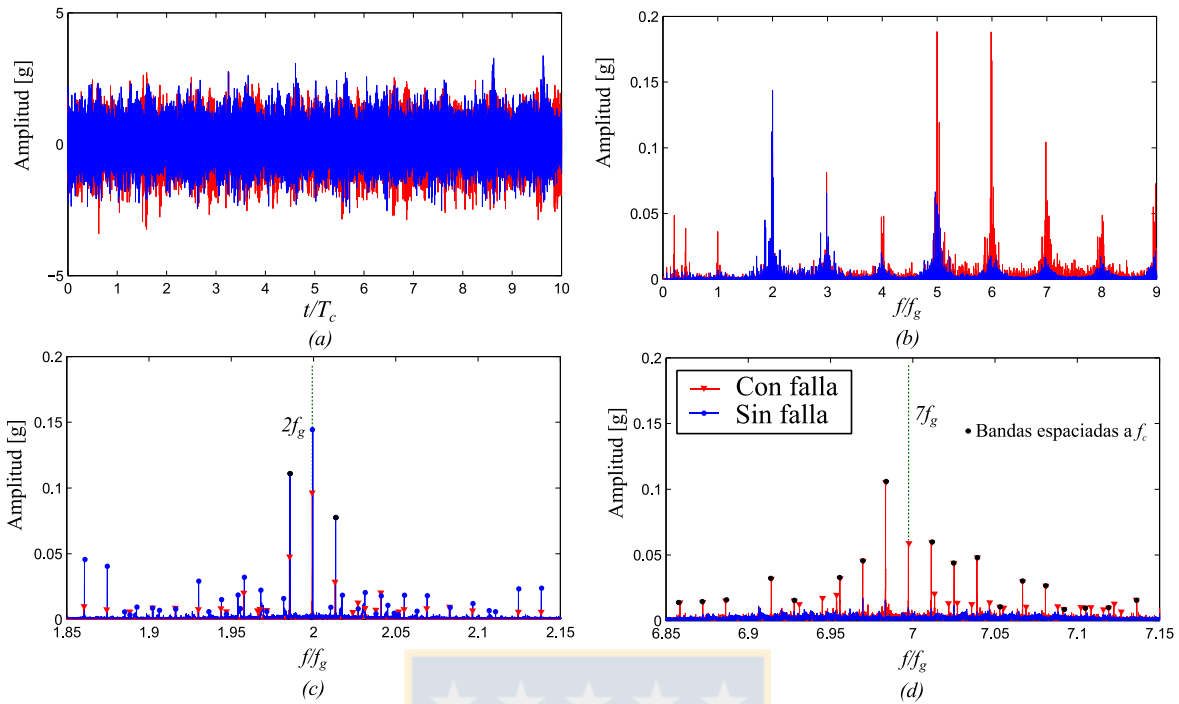


Figura 4.1. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla en anillo a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $7f_g$.

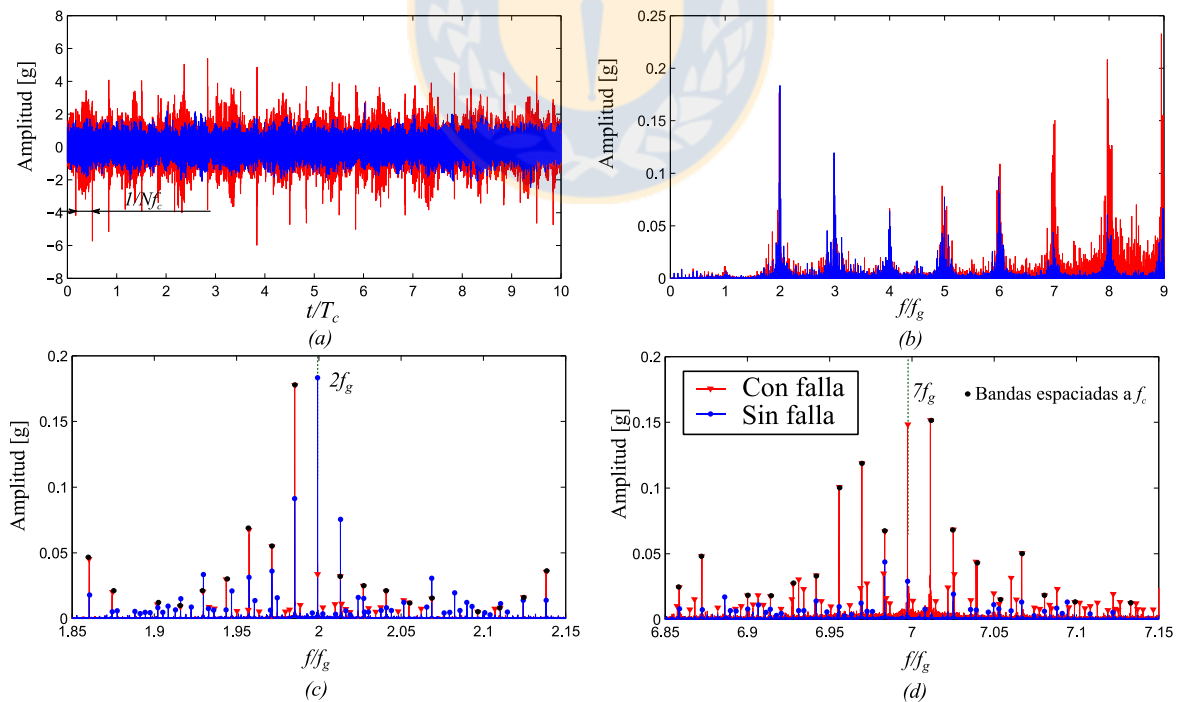


Figura 4.2. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla distribuida en anillo a $f_s = 1800 \text{ RPM}$ y $T_c = 50 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $2f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $7f_g$.

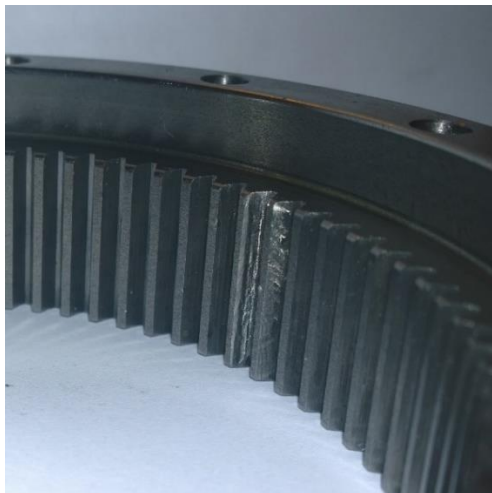


Figura 4.3. Falla distribuida en el anillo.

4.2 Medición de vibraciones de transmisión planetaria en rodamiento lado motor

En esta sección se estudia la diferencia que existe entre las mediciones experimentales tomadas en dos lugares distintos, con un sensor fijo en el anillo y con un sensor fijo en el rodamiento de la transmisión lado motor. Esto se realiza debido a que en la literatura se realizan los análisis con el sensor fijo en el anillo y no se considera medir en los rodamientos principales, en los cuales normalmente se toman mediciones de vibraciones para otro tipo de máquinas. Por lo tanto, surge la duda de qué tipo de diferencias existe entre estos dos casos.

En la Figura 4.4 se muestra el banco de ensayo con los respectivos sensores en las dos posiciones. Para el sensor fijo en el anillo corresponde el Canal Ch0, mientras que para el sensor fijo en el rodamiento corresponde el Canal Ch1. En la Figura 4.5 se presenta la forma de onda y espectros para una medición experimental en particular con los dos sensores en las posiciones descritas. Se puede observar en primer lugar, que las vibraciones en el rodamiento Ch1 tienen mayor amplitud que las medidas en el anillo, esto puede deberse principalmente a la mayor cercanía que tiene el sensor al eje y/o a la rigidez de la estructura por donde se transmiten las vibraciones. En segundo lugar se puede observar en el espectro de la Figura 4.5 (b) que ambas vibraciones tienen una distribución espectral similar, lo que se comprueba al estudiar con más detalle ampliando el espectro. En las Figuras 4.5 (c) y (d) se observa que ambos espectros contienen similar contenido, esto es un espectro compuesto principalmente por múltiples bandas espaciadas a f_c , lo que se puede inferir a priori que la medición en el rodamiento es análoga a la medición típica en el anillo.

Ya está analizado el porqué de la existencia de las bandas laterales para la medición en el anillo, pero lo que no queda claro es la aparición de las bandas laterales para la medición en el rodamiento, ya que la modulación en amplitud debido al movimiento relativo de los planetas con respecto a la posición del sensor que explica las bandas en el primer caso, no debiera ser preponderante en la medición del rodamiento o simplemente no sucede. A modo de explicación de este comportamiento, se comparan los dos casos por medio de la ecuación

que se propuso para las mediciones del sensor usando el modelo dinámico (función de descomposición). Se puede observar en la ecuación (3.2.1) que la medición de vibraciones en el anillo sería:

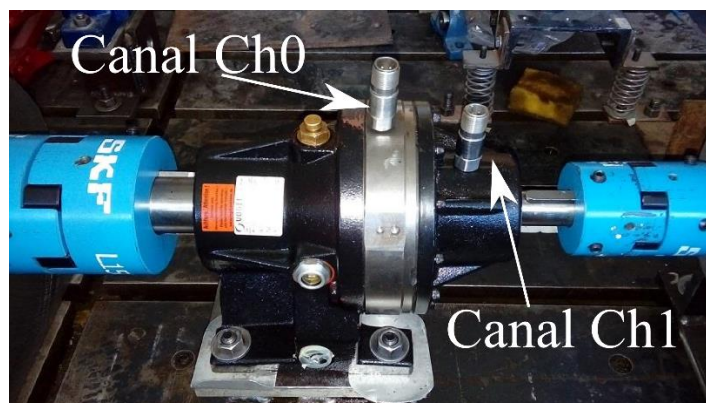


Figura 4.4. Banco de ensayo con dos sensores en posiciones distintas. Canal Ch0 corresponde a acelerómetro fijo en el anillo, Canal Ch1 corresponde a acelerómetro fijo en rodamiento PG lado motor.

$$x_{sensor}(t) = \sum_{i=1}^N s_{ri}(t) F_{ri}(t) \text{sen}(\Omega_c t + \alpha_r + \psi_i) = \sum_{i=1}^N s_{ri}(t) F_{ri}^y(t) \quad (4.1)$$

Se puede observar que cualitativamente las mediciones en el rodamiento no contienen la modulación en amplitud debida al cambio de la posición relativa de los planetas con respecto al sensor, por lo que no se presentaría el efecto de $s_{ri}(t)$ en la ecuación anterior. Pero si observamos los otros dos términos $F_{ri}(t)$ y $\text{sen}(\Omega_c t + \alpha_r + \psi_i)$, que se refieren a las fuerzas de engrane variables que producen las vibraciones, éstas sí se presentan. Entonces, si analizamos el término $\text{sen}(\Omega_c t + \alpha_r + \psi_i)$, que representa el cambio de dirección de las fuerzas de engrane, podemos observar que éste también representa una modulación en amplitud a una frecuencia f_c , lo que explicaría la aparición de las bandas laterales. Por consiguiente se puede inferir que la dificultad de interpretación de las vibraciones es similar en ambos puntos de medición, porque se observa cualitativamente el mismo contenido en las vibraciones. Lo que sí cabe destacar, es que dependiendo de la geometría de la transmisión, existen casos en que el sensor en el rodamiento se puede encontrar más alejado en relación a la posición del sensor en el anillo, lo que puede afectar a la medición de lo que está sucediendo en el mecanismo. Luego sería conveniente medir en el anillo.

4.3 Simulación de otros errores en modelo dinámico

Existen tipos de errores típicos en las transmisiones de engranajes como la excentricidad y errores de fabricación, que pueden ser modelados en el modelo dinámico incluyendo una función del ET estático $e(t)$ en la línea de acción, como se muestra en la Figura 4.6. En esta sección se simulan estos errores con el procedimiento que utilizó Torregrosa [Torregrosa 2013] basado en el trabajo de Chaari [Chaari et al 2006], para observar las diferencias que existen entre los dos resultados. La única diferencia con su trabajo es que en esta oportunidad se incluye la nueva función de descomposición, por lo que se omite incluir todos los detalles

que ya se encuentran en el trabajo de Torregrosa. Principalmente, para cada tipo de error, se basa en la inclusión de una determinada fuerza ficticia excitadora interna $F(t)$ en la ecuación del movimiento de la transmisión, ecuación (3.1.11). De aquí la ecuación de movimiento queda:

$$\mathbf{M}\ddot{q} + [\mathbf{C} + \Omega_c \mathbf{G}]\dot{q} + [\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_e(t) - \Omega_c^2 \mathbf{K}_\Omega]q = T + F(t) \quad (4.2)$$

La expresión de $F(t)$ para cada tipo de falla se encuentra en [Torregrosa 2013].

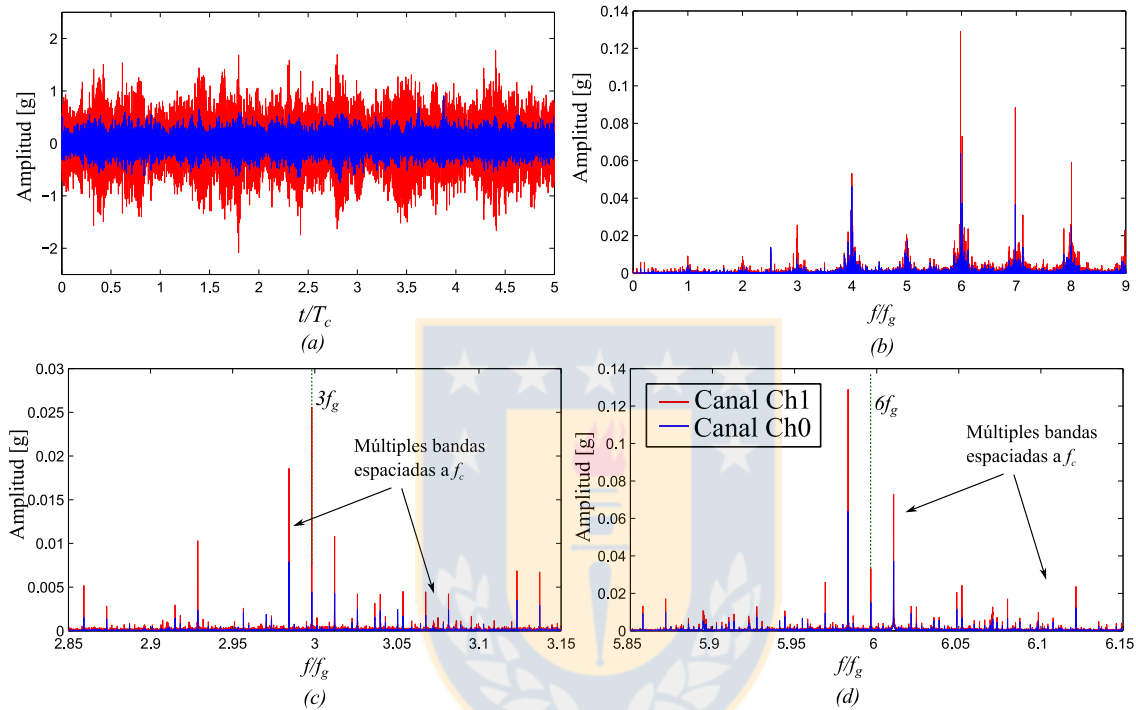


Figura 4.5. Mediciones experimentales de transmisión BE2 con falla distribuida en anillo a $f_s = 900 \text{ RPM}$ y $T_c = 38 \text{ Nm}$. (a) Forma de onda, (b) Espectro, (c) Zoom de espectro alrededor de $3f_g$ y (d) Zoom de espectro alrededor de $6f_g$.

4.3.1 Excentricidad

Este tipo de error se produce cuando el centro geométrico de un engranaje no es el mismo que el centro de rotación. Puede deberse a errores en el montaje o a un desgaste localizado, que puede ocurrir cuando no engrana la totalidad de dientes de un engranaje. Este error produce una modulación de amplitud de las vibraciones a una frecuencia igual a la frecuencia del engranaje.

4.3.1.1 Excentricidad en el sol

En la Figura 4.7 se muestran los resultados para una simulación de excentricidad solar con una magnitud de la excentricidad \bar{e}_s igual al 2% del radio basal del sol. A diferencia de los

resultados de Torregrosa que observa bandas laterales a $(f_s - f_c)$, acá se observan múltiples bandas laterales que se encuentran a $f_s - f_c$ pero de otras bandas a f_c . Esta diferencia radica en la utilización, en esta simulación, de la función de descomposición. Por esto, esta simulación tendría una respuesta más representativa con respecto al trabajo de Torregrosa, el cual no utilizó ninguna descomposición en esta parte. Cabe destacar que se presenta el mismo comportamiento para todos los armónicos de f_g y para mayores amplitudes de \bar{e}_s .

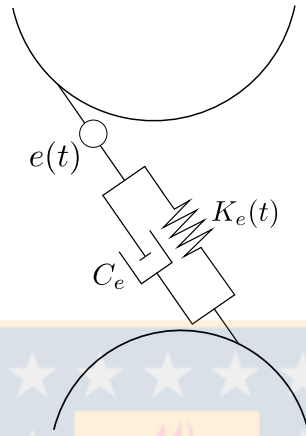


Figura 4.6. Modelo de un par de dientes en proceso de engrane, incluyendo el ET estático sin carga $e(t)$ [Torregrosa 2013].

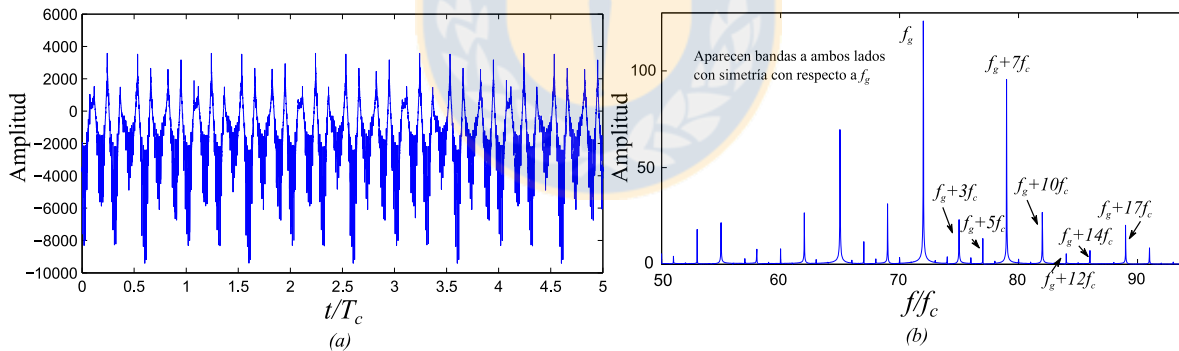


Figura 4.7. Simulación de excentricidad solar con modelo dinámico. (a) Forma de onda, (b) Espectro.

4.3.1.2 Excentricidad en el planeta

En la Figura 4.8 se muestran los resultados para una simulación de excentricidad en un planeta con una magnitud de la excentricidad \bar{e}_p igual al 2% del radio basal del planeta. La función del ET que se agrega en la línea de acción entre sol y planeta tiene una amplitud de 4 veces la amplitud de la que se agrega entre anillo y planeta. Esto se debe a la diferencia entre las razones de contacto. A diferencia de los resultados de Torregrosa que observa bandas laterales a $f_p - f_c$, acá se observan múltiples bandas laterales, a f_c y a $f_p - f_c$ medidas

desde las bandas a f_c . Cabe destacar que se presenta el mismo comportamiento para todos los armónicos de f_g y para mayores amplitudes de \bar{e}_p .

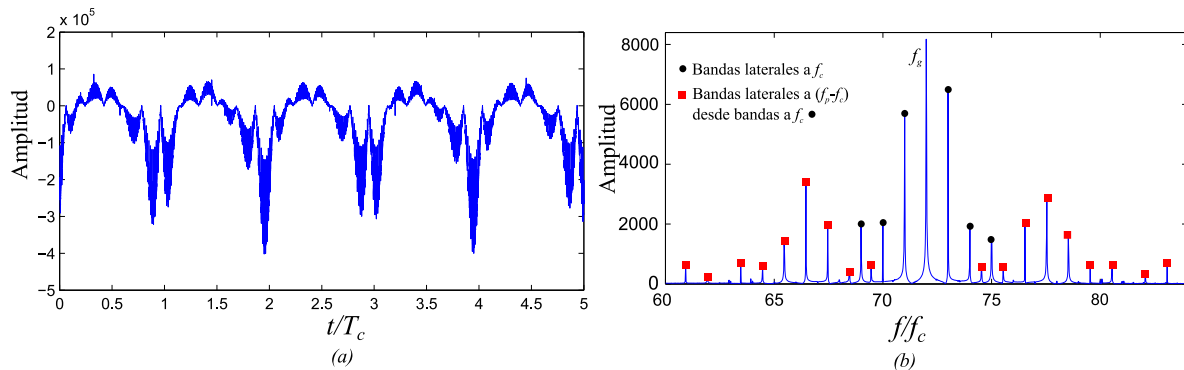


Figura 4.8. Simulación de excentricidad en un planeta con modelo dinámico. (a) Forma de onda, (b) Espectro.

4.3.2 Error de fabricación

El error de fabricación existe en todos los engranajes. Éste puede ser controlado por el grado de calidad con el que se fabrica el engranaje. Es por esta razón que la diferencia entre los niveles del error depende plenamente de la tecnología que se ha usado para su construcción. En este caso, al igual que Torregrosa, se simula un ejemplo con un mismo error en el perfil para todos los dientes del sol. Se elige un error promedio de $20 \mu m$. En la Figura 4.9 se observa la forma de onda y espectro de la simulación con y sin el error promedio descrito. Se observa que el error de fabricación produce un aumento en la amplitud de todas las componentes en el espectro. A diferencia del trabajo de Torregrosa, y en concordancia con los resultados anteriores, se observan bandas laterales a Nf_c , lo cual proviene de la utilización de la función de descomposición que no usó Torregrosa, por lo que los resultados serían análogos.

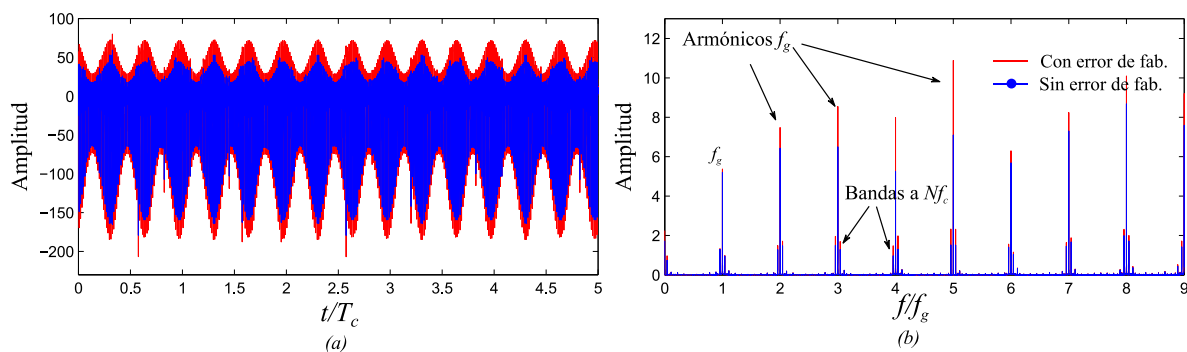
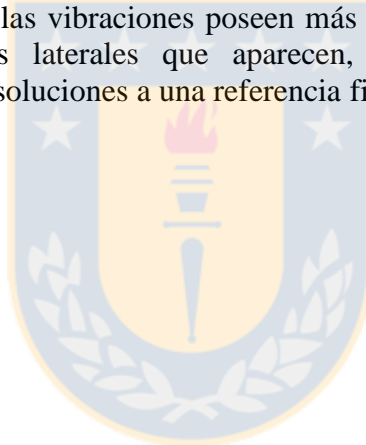


Figura 4.9. Simulación de error de fabricación con modelo dinámico. (a) Forma de onda, (b) Espectro.

4.4 Resumen de resultados análisis complementarios

- En el caso de la falla distribuida en el anillo, sí se observan bandas laterales a f_c a bajas frecuencias y también se observan los impactos en la forma de onda. Esto se debe al hecho de que el engrane planeta – anillo tiene una razón de contacto de un valor muy cercano a 2, entonces la falla puntual (un diente) no tiene un contacto directo en el engrane correspondiente, ya que la carga total es distribuida en los otros dientes aledaños al diente con falla.
- La medición de vibraciones con el sensor ubicado en el rodamiento principal de la transmisión planetaria – lado motor, es en este caso análoga a la medición típica con el sensor fijo en la parte externa del anillo. La explicación radica en que las fuerzas en cada engrane cambian su dirección a la frecuencia de giro del carrier f_c . Luego, al igual que en la medición típica, las vibraciones son moduladas a f_c .
- Se realizó la simulación de excentricidad en el sol, un planeta y error de fabricación en el sol en el modelo dinámico, análogas a las realizadas por Torregrosa [Torregrosa 2013]. Se observa que las vibraciones poseen más componentes en el espectro, en relación a las bandas laterales que aparecen, por efecto de considerar la descomposición de las soluciones a una referencia fija, lo que no fue considerado en el trabajo mencionado.



CAPÍTULO 5

Conclusiones y perspectivas

5.1 Conclusiones

En este trabajo se realizó una caracterización de los síntomas vibratorios producidos por determinadas fallas en una transmisión planetaria. Para esto se compararon los modelos dinámico y fenomenológico. Una metodología fue aplicada al modelo dinámico para descomponer sus soluciones a un marco de referencia inercial que representa las mediciones del sensor fijo al anillo, a modo de poder compararlo con el modelo fenomenológico y las mediciones experimentales. Un análisis frecuencial de la función propuesta demuestra que la metodología entrega resultados equivalentes a los que entrega el modelo fenomenológico. Se simularon tres casos de falla: falla puntual en un planeta, sol y anillo, para las cuales ambos modelos entregaron los mismos resultados, excepto para el caso de la falla puntual en el sol, donde los resultados del modelo dinámico sugieren la existencia de una modulación adicional a f_s , la cual no es considerada en el modelo fenomenológico.

Los resultados fueron validados con mediciones experimentales obteniendo una buena aproximación de los resultados de ambos modelos en el caso de la falla puntual en el planeta. En el caso de la falla puntual en el sol, el contenido frecuencial coincide completamente con los resultados del modelo dinámico, confirmando la existencia de la modulación adicional descrita. A pesar de eso no se tiene una explicación convincente para esto. En el caso de la falla puntual en el anillo, el contenido frecuencial de las mediciones no es tan claro como en las simulaciones. Siguiendo el mismo procedimiento, un estudio de la transmisión planetaria con falla distribuida en el anillo demostró que la razón de esto tiene relación con el alto valor de la razón de contacto para el engrane planeta – anillo con respecto a la de planeta – sol. Esto explica la gran dificultad en el diagnóstico de fallas en un diente para esa componente.

En un análisis complementario, se realizó un estudio comparativo de las vibraciones medidas con un sensor ubicado en el rodamiento principal de la transmisión planetaria – lado motor, con respecto a la posición típica fija en la parte externa del anillo. Se observó que el contenido espectral es análogo en ambas configuraciones. Esto se debe a que en las mediciones en el rodamiento, las vibraciones también se modulan a f_c . Además se simularon distintos tipos de errores con el modelo dinámico considerando la descomposición planteada. Se obtuvieron espectros vibratorios con un contenido frecuencial más extenso con respecto a los resultados que obtuvo [Torregrosa 2013].

5.2 Trabajo a futuro

Realizar la simulación de fallas en el modelo fenomenológico y dinámico de componentes que no fueron estudiadas en este trabajo, ya sea en los rodamientos de los planetas, carrier, etc. Validar resultados con mediciones experimentales.

Validar simulación de fallas en el modelo fenomenológico con otras transmisiones planetarias.

Estudiar el comportamiento del modelo dinámico con casos de carga reales (carga variable).



REFERENCIAS

- Assad B., Eltabach M., Antoni J. (2014).
Vibration based condition monitoring of a multistage epicyclic gearbox in lifting cranes.
Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 42, 351-367.
- Astoul J., Mermoz E., Sartor M., Linares J.M., Bernard A. (2014).
New methodology to reduce the transmission error of the spiral bevel gears.
CIRP Annals – Manufacturing Technology Vol. 63, 165-168.
- Chaari F., Fakhfakh T., Hbaieb R., Louati J., Haddar M. (2006).
Influence of manufacturing errors on the dynamic behavior of planetary gears.
Journal of Mechanics A/Solids Vol. 27, 738-746.
- Chen Z., Shao Y. (2013).
Dynamic simulation of planetary gear with tooth root crack in ring gear.
Engineering Failure Analysis Vol. 31, 8-18.
- Chen Z., Shao Y. (2013-2).
Dynamic features of a planetary gear system with tooth crack under different sizes and inclination angles.
Journal of Vibration and Acoustics Vol. 135, 1-12.
- Chen. Z, Zhu Z., Shao Y. (2015).
Fault feature analysis of planetary gear system with tooth root crack and flexible ring gear rim.
Engineering Failure Analysis Vol. 49, 92-103.
- Dabrowski D., Adamczyk J., Mora H.P., Hashemiyan Z. (2014).
Model of the Planetary Gear Based on Multi-Body Method and Its Comparison with Experiment on the Basis of Gear Meshing Frequency and Sidebands.
In Cyclostationarity: Theory and Methods. Lecture notes in Mechanical Engineering, Springer, DOI: 10.1007/978-3-319-04187-2_11.
- Dresig H., Schreiber U. (2005).
Vibration Analysis for Planetary Gears. Modeling and Multibody Simulation.
International Conference on Mechanical Engineering and Mechanics, October 26-28, Nanjing, China.
- Feng Z., Zuo M. J. (2012).
Vibration signal models for fault diagnosis of planetary gearboxes.
Journal of Sound and Vibration Vol 331, 4919-4939.

- Hong L., Dhupia J. S., Sheng S. (2014)
An explanation of frequency features enabling detection of faults in equally spaced planetary gearbox.
Mechanism and Machine Theory Vol. 73, 169-183.
- Inalpolat M., Kahraman A. (2009).
A theoretical and experimental investigation of modulation sidebands of planetary gear sets.
Journal of Sound and Vibration Vol. 323, 677-696.
- Inalpolat M., Kahraman A. (2010).
A dynamic model to predict modulation sidebands of a planetary gear set having manufacturing errors.
Journal of Sound and Vibration Vol. 329, 371-393.
- Kahraman A. (1994)
Natural modes of planetary gear trains.
Journal of Sound and Vibration Vol. 173(1), 125-130.
- Karray M., Chaari F., Fernandez A., Viadero F., Haddar M. (2014)
Modulation Sidebands of Planetary Gear Set.
In *Advances in Condition Monitoring of Machinery in Non-stationary Operations*, Lecture Notes in Mechanical Engineering, Springer, DOI: 10.1007/978-3-642-39348-8_18.
- Lei F., Shaoping W., Xingjian W., Feng H., Huawei L. (2016).
Nonlinear dynamic modeling of a helicopter planetary gear train for carrier plate crack fault diagnosis.
Chinese Journal of Aeronautics. Article in press.
- Li Z., Rangel D., Hedlesky P., Leger E. (2014)
A study of vibration characteristics of planetary gear trains.
The 21st International Congress on Sound and Vibration.
- Liang X., Zuo M.J., Hoseini M.R. (2015).
Vibration signal modeling of a planetary gear set for tooth crack detection.
Engineering Failure Analysis Vol. 48, 185-200.
- Lin J., Parker R. (1999).
Analytical characterization of the unique properties of planetary gear free vibration.
Journal of Vibration and Acoustics Vol. 121, 316-321.
- Lin J., Parker R. (2004).
Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears.
Journal of Mechanical Design Vol 126, 365-370.

McFadden P., Smith J. (1985).

An explanation for the asymmetry of the modulation sidebands about the tooth meshing frequency in epicyclic gear vibration.

Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Vol. 199(C1), 65-70.

McNames J. (2002).

Fourier series analysis of epicyclic gearbox vibration.

Journal of Vibration and Acoustics Vol. 124, 150-152.

Molina C. (2010).

Contributions to the analysis of vibrations and acoustic emissions for the condition monitoring of epicyclic gearboxes.

Ph.D. thesis. Aachen, RWTH Aachen University, Faculty of Georesources and Materials Engineering.

Parra J. (2014)

Modelos de vibraciones para un reductor planetario de una etapa considerando distintos tipos de falla.

Proyecto de Ingeniería Mecánica, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción.

Qiu X., Han Q., Chu F. (2015).

Load-sharing characteristics of planetary gear transmission in horizontal axis wind turbines. Mechanism and Machine Theory Vol. 92, 391-406.

Saada A. Vex P. (1995).

An extended model for the analysis of the dynamic behavior of planetary trains.

Journal of Mechanical Design Vol. 117, 241-247.

Samuel P.D., Conroy J.K., Pines D.J (2004).

Planetary Transmission Diagnostics.

NASA Technical Report, CR-2004-213068.

Samuel P.D., Pines D.J. (2005).

A review of vibration-based techniques for helicopter transmission diagnostics.

Journal of Sound and Vibration Vol. 282, 475-508.

Sawalhi N., Randall R. (2014).

Gear parameter identification in a wind turbine gearbox using vibration signals.

Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 42, 368-376.

Singh A. (2010).

Load sharing behavior in epicyclic gears: Physical explanation and generalized formulation.

Mechanism and Machine Theory Vol. 45, 511-530.

Torregrosa J.P. (2013).

Diagnóstico de fallas en reductores planetarios mediante el análisis de vibraciones.

Tesis de Magíster, Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción.

Torregrosa J.P., Vicuña C.M. (2014).

Dynamic and phenomenological vibration models for failure prediction on planet gears of planetary gearboxes.

Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering Vol. 36, 533-545.



ANEXO A

Características de la simulación numérica del modelo dinámico

A.1 Datos requeridos para la simulación

En la Tabla A.1 se presentan los datos que se emplearon en la simulación del modelo dinámico. La configuración de la transmisión escogida es análoga a la que presenta el banco de ensayos utilizado en las mediciones experimentales.

Tabla A.1 Datos requeridos para la simulación de modelo dinámico

	Sol	Anillo	Planeta	Carrier
Número de dientes	18	72	26	--
Masa [kg]	0.178	1.711	0.2	0.81
Inercia [kgm ²]	5.5e-6	7.18e-3	4.6e-5	5.7e-3
Módulo [mm]	1.5	1.5	1.5	--
Rigidez rodamientos [N/m]	$k_{sx} = 150e6$ $k_{sy} = 150e6$	$k_{rx} = 2e10$ $k_{ry} = 2e10$	$k_{pn} = 150e6$	$k_{cx} = 150e6$ $k_{cy} = 150e6$
Rigidez torsional [N/m]	$k_{sw} = 0$	$k_{rw} = 1e15$	$k_{pw} = 0$	$k_{cw} = 0$
Ángulo de Presión	$\alpha_s = \alpha_r = 20^\circ$			
Razón de contacto	$rc_s = 1.57, rc_r = 1.94$			
Rigidez de engrane planeta-anillo máx. [N/m]	$k_{ri}^{max} = 2e8$			
Rigidez de engrane planeta-anillo mín. [N/m]	$k_{ri}^{min} = k_{ri}^{max} / 2$			
Rigidez de engrane planeta-sol máx. [N/m]	$k_{si}^{max} = 1.8e8$			
Rigidez de engrane planeta-sol mín. [N/m]	$k_{si}^{min} = k_{si}^{max} / 2$			

A continuación se presentan las matrices que aparecen en la ecuación (3.11):

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}_c, \mathbf{M}_r, \mathbf{M}_s, \mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_N)$$

$$\mathbf{M}_j = \text{diag}(m_j, m_j, I_j/r_j^2), \quad j = c, r, s, 1, \dots, N$$

$$\mathbf{G} = \text{diag}(\mathbf{G}_c, \mathbf{G}_r, \mathbf{G}_s, \mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_N)$$

$$\mathbf{G}_j = \begin{bmatrix} 0 & -2m_j & 0 \\ 2m_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_\Omega = \text{diag}(m_c, m_c, 0, m_r, m_r, 0, m_s, m_s, 0, m_p, m_p, 0, \dots, m_p, m_p, 0)$$

$$\mathbf{K}_b = \text{diag}(\mathbf{K}_{cb}, \mathbf{K}_{rb}, \mathbf{K}_{sb}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})$$

$$\mathbf{K}_{jb} = \text{diag}(k_{jx}, k_{jy}, k_{jw}) \quad j = c, r, s$$

$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} \sum K_{c1}^i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & K_{c2}^1 & K_{c2}^2 & \dots & K_{c2}^N \\ \sum K_{r1}^i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & K_{r2}^1 & K_{r2}^2 & \dots & K_{r2}^N \\ \sum K_{s1}^i & K_{s2}^1 & K_{s2}^2 & \dots & K_{s2}^N & & \\ & K_{pp}^1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & & \\ & \text{simétrica} & \ddots & \dots & \vdots & & \\ & & & & & \dots & K_{pp}^N \end{bmatrix}$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$$\mathbf{K}_{pp}^i = \mathbf{K}_{c3}^i + \mathbf{K}_{r3}^i + \mathbf{K}_{s3}^i$$

$$\mathbf{K}_{c1}^i = k_{pi} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \psi_i \\ \text{sim} & 1 & \cos \psi_i \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{c2}^i = k_{pi} \begin{bmatrix} -\cos \psi_i & \sin \psi_i & 0 \\ -\sin \psi_i & -\cos \psi_i & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{r1}^i = k_{ri}(t) \begin{bmatrix} \sin^2 \psi_{ri} & -\cos \psi_{ri} \sin \psi_{ri} & -\sin \psi_{ri} \\ & \cos^2 \psi_{ri} & \cos \psi_{ri} \\ \text{sim} & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{r2}^i = k_{ri}(t) \begin{bmatrix} -\sin \psi_{ri} \sin \alpha_r & \sin \psi_{ri} \cos \alpha_r & \sin \psi_{ri} \\ \cos \psi_{ri} \sin \alpha_r & -\cos \psi_{ri} \cos \alpha_r & -\cos \psi_{ri} \\ \sin \alpha_r & -\cos \alpha_r & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{r3}^i = k_{ri}(t) \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha_r & -\cos \alpha_r \sin \alpha_r & -\sin \alpha_r \\ & \cos^2 \alpha_r & \cos \alpha_r \\ \sin & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{s1}^i = k_{si}(t) \begin{bmatrix} \sin^2 \psi_{si} & -\cos \psi_{si} \sin \psi_{si} & -\sin \psi_{si} \\ & \cos^2 \psi_{si} & \cos \psi_{si} \\ \sin & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{s2}^i = k_{si}(t) \begin{bmatrix} \sin \psi_{si} \sin \alpha_s & \sin \psi_{si} \cos \alpha_s & -\sin \psi_{si} \\ -\cos \psi_{si} \sin \alpha_s & -\cos \psi_{si} \cos \alpha_s & \cos \psi_{si} \\ -\sin \alpha_s & -\cos \alpha_s & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{s3}^i = k_{si}(t) \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha_s & \cos \alpha_s \sin \alpha_s & -\sin \alpha_s \\ & \cos^2 \alpha_s & -\cos \alpha_s \\ \sin & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\psi_{si} = \psi_i - \alpha_s \quad ; \quad \psi_{ri} = \psi_i + \alpha_r$$

ANEXO B

Características de los bancos de ensayo utilizados

B.1 Banco de Ensayo 1 (BE1)

En la Tabla B.1 se presentan las características de la transmisión planetaria del banco de ensayo 1. Éste fue ensayado por Molina [Molina 2010]. Las mediciones fueron facilitadas para la realización de este trabajo. La marca de esta transmisión es VOGEL P 04, el torque nominal en el carrier es 800 [Nm].

Tabla B.1. Características transmisión planetaria BE1.

Parámetro	Valor
N	3
Z_r	72
Z_p	26
Z_s	18
$f_s : f_c$	5: 1
ψ_i	$0; 2\pi/3; 4\pi/3$

B.2 Banco de Ensayo 2 (BE2)

El banco de ensayo 2 es el que se encuentra disponible en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción (LVM). Las características de la transmisión planetaria son las mismas que las del BE1. El freno es magnético, marca Placid Industries PFB-100. Tiene un rango de Torque de 0.7 a 95 [Nm] para una velocidad máxima de 1800 RPM. El motor eléctrico es AC, tiene una potencia de 3 [kW], RPM 1415, factor de potencia 0.8. En la Figura B.1 se muestra el banco de ensayo.

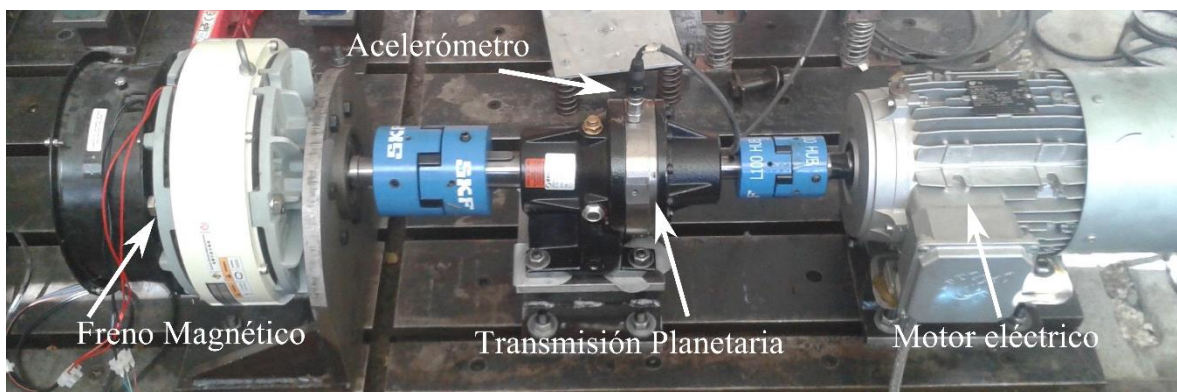


Figura B.1. Banco de ensayo 2 utilizado en LVM.