

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



Profesor guía:  
**Dr. Guilherme Xavier Barreto**

Profesor co-guía:  
**Dr. Esteban Sepúlveda Gómez**

Informe de Tesis  
Para optar al grado de:  
**Magíster en Ciencias de la  
Ingeniería con mención en  
Ingeniería Eléctrica**

Detección de entrelazamiento espacial de fotones  
generados por el proceso de conversión espontánea  
paramétrica descendente usando cámara EMCCD

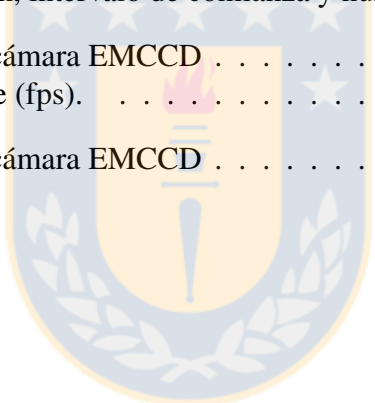
# Tabla de contenidos

<b>Índice de tablas</b>	<b>IV</b>
<b>Índice de ilustraciones</b>	<b>VII</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>VIII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Abreviaciones</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes históricos . . . . .	1
1.1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Definición del problema . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	2
1.3.1. Objetivo general . . . . .	2
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	2
1.4. Alcances y limitaciones . . . . .	3
1.5. Estado del arte . . . . .	4
1.5.1. Comentarios Finales . . . . .	6
<b>2. Marco teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Introducción . . . . .	7
2.2. Conversión paramétrica espontánea descendente . . . . .	7
2.3. Estimación del entrelazamiento espacial . . . . .	11
2.3.1. Aplicaciones de la SPDC . . . . .	13
2.4. Dispositivo de cargas acopladas de multiplicación de electrones . . . . .	14
2.4.1. Ruido en fotodetectores EMCCD . . . . .	15
2.4.2. Eficiencia del EMCCD . . . . .	17

2.4.3. Aplicaciones de la cámara EMCCD . . . . .	19
2.5. Algoritmo de corrección de ruido . . . . .	19
2.5.1. Corrección mediante Flatfielding . . . . .	19
2.6. Comentarios finales . . . . .	20
<b>3. Descripción experimental</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción . . . . .	21
3.2. Diseño del setup . . . . .	21
3.2.1. Utilización de lentes . . . . .	24
3.2.2. Sistema de Modulación . . . . .	26
3.2.3. Sistema de detección . . . . .	27
3.2.4. Alineación con una doble rendija . . . . .	28
3.3. Comentarios finales . . . . .	29
<b>4. Resultados y análisis</b>	<b>30</b>
4.1. Introducción . . . . .	30
4.2. Primera parte del setup . . . . .	31
4.2.1. Patrón de interferencia . . . . .	31
4.2.2. Doble rendija y magnificación $M_1$ . . . . .	33
4.3. Segunda parte del setup . . . . .	33
4.3.1. Patrón de interferencia . . . . .	34
4.3.2. Doble rendija y magnificación $M_2$ . . . . .	35
4.4. Función de dispersión puntual . . . . .	36
4.5. Imágenes del SPDC de tipo I . . . . .	40
4.6. Estimación del número de Schmidt . . . . .	46
4.7. Filtro no gaussiano . . . . .	48
4.7.1. Selección de filtro no gaussiano a utilizar . . . . .	49
4.7.2. Medición experimental . . . . .	50
4.8. Comentarios finales . . . . .	57
<b>5. Conclusiones</b>	<b>58</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>60</b>
<b>Apéndices</b>	<b>63</b>
<b>A. Cámara EMCCD</b>	<b>64</b>
<b>B. Modulador espacial óptico</b>	<b>67</b>
<b>C. Cálculo del número de Schmidt</b>	<b>69</b>

# Índice de tablas

4.1. Variación de la visibilidad al aplicar la función <i>deconvblind</i> con distintos grados en la PSF. . . . .	38
4.2. Ángulo de apertura emisión y coeficiente correlación. . . . .	44
4.3. Comportamiento de la medición experimental en Filtros (considerando $d=20$ [px]) con variación en el ancho, intervalo de confianza y número de Schmidt K. . . . .	50
4.4. Comportamiento de la medición experimental en Filtros (considerando $a=7$ [px]) con variación en la separación, intervalo de confianza y número de Schmidt K. . . . .	53
A.1. Características técnicas cámara EMCCD . . . . .	65
A.2. Variación del Frame Rate (fps). . . . .	65
B.1. Características técnicas cámara EMCCD . . . . .	68



# Índice de ilustraciones

1.1.	Setup experimental. Un pump láser de 100 [mW] incide un cristal no lineal BBO de 1 [mm] en coincidencia de fase, generando fotones gemelos a 413 [nm]. La modificación del foco de la lente permite observar el campo cercano o el campo lejano, ambas configuraciones se registran por medio de una cámara CCD intensificada [2]. . . . .	4
2.1.	Relación de conservación de energía y momentum en el proceso SPDC [6]. . . . .	8
2.2.	Representación esquemática de los conos producidos por la fuente, (a) Diferentes secciones de conos, en los cuales símbolos iguales representan fotones conjugados que satisfacen la condición de fase en coincidencia, (b) Conos producidos del SPDC Tipo I (Imagen traducida) [6, 7]. . . . .	9
2.3.	Representación esquemática de los conos producidos por la fuente, (a) Diferentes secciones de conos, en los cuales símbolos iguales representan fotones conjugados que satisfacen la condición de fase en coincidencia, (b) Conos producidos del Tipo II (Imagen traducida) [6, 7]. . . . .	10
2.4.	Número de Schmidt del estado espacial Gaussiano generado en SPDC en función del parámetro $b\sigma$ (Fuente: Elaboración propia). . . . .	11
2.5.	Diagrama de bloques del sistema de operación de la cámara EMCCD (Imagen traducida) [11]. . . . .	14
2.6.	Esquema de las fuentes de ruido durante la medición de fotones (Imagen traducida y modificada) [11]. . . . .	15
2.7.	Curva de QE. Las líneas de puntos de la izquierda representan QE en la región de UV (Imagen traducida) [11]. . . . .	17
2.8.	Esquema de lectura EMCCD (Imagen traducida) [11]. . . . .	18
3.1.	Setup esquemático del circuito óptico para la implementación de la concentración de entrelazamiento espacial (Fuente: Elaboración propia). . . . .	22
3.2.	Setup real utilizado para la implementación de la concentración de entrelazamiento espacial, (a) setup utilizado para la obtención de la magnitud del estado inicial $K_0$ , (b) setup Modificado para la ubicación del modulador SLM y la utilización de los distintos filtros para la obtención del nivel del número de Schmidt $K$ (Fuente: Elaboración propia). . . . .	23
3.3.	Esquema de funcionamiento del lente con $f'=75$ [mm], utilizado para observar en campo cercano (Imagen traducida y modificada) [31]. . . . .	25

3.4.	Esquema de funcionamiento del lente con $f'=150$ [mm], utilizado para observar en campo lejano (Imagen traducida y modificada) [31]. . . . .	25
3.5.	Esquema de distribución de las lentes del sistema (Fuente: Elaboración propia). . . . .	26
3.6.	Conexión utilizada en el experimento con el modulador SLM (Imagen traducida y modificada) [21]. . . . .	27
3.7.	Conexión típica del experimento con la cámara EMCCD refrigerada por aire (Imagen traducida) [22]. . . . .	28
3.8.	Esquema de funcionamiento de una doble rendija y patrón de interferencia resultante [27]. . . . .	28
4.1.	Patrón de interferencia de la primera parte del setup, (a) Imagen normalizada con aumento ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y simulados (Fuente: Elaboración propia). . .	31
4.2.	Gráfica de variación del ECM en la imagen capturada a 150 [mm] de la Lente a distintos valores de foco (Fuente: Elaboración propia). . . . .	32
4.3.	Doble rendija ( $a = 80$ [ $\mu\text{m}$ ] y $d = 500$ [ $\mu\text{m}$ ]), (a) Imagen normalizada con aumento en la ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y medidas reales ( $\text{AN}_P = 0,0017$ [rad]) (Fuente: Elaboración propia). . . . .	33
4.4.	Patrón de interferencia de la segunda parte del setup, (a) Imagen normalizada con aumento ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y simulados (Fuente: Elaboración propia). . .	34
4.5.	Doble rendija ( $a = 256$ [ $\mu\text{m}$ ] y $d = 512$ [ $\mu\text{m}$ ]), (a) Imagen normalizada con aumento en la ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y medidas reales ( $\text{AN}_S = 0,0016$ [rad]) (Fuente: Elaboración propia). . . . .	35
4.6.	Proyección de pinholes a distintos diámetros de apertura, (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia). . . . .	36
4.7.	Patrón de difracción de un pinhole con diámetro de apertura $d = 6$ [px], (a) Imagen en Plano de Fourier con aumento en la ROI, (b) Comparación entre los ejes x e y (Fuente: Elaboración propia). . . . .	37
4.8.	Grado de la función <i>deconvblind</i> , (a) Variación de la visibilidad, (b) Comparación entre las distintas respuesta de la función (Fuente: Elaboración propia). . . . .	39
4.9.	Función <i>deconvblind</i> con grado 3, (a) Imagen real obtenida, (b) Comparación gráfica considerando las curva Teórica y Experimental (Fuente: Elaboración propia). . . . .	40
4.10.	Configuración espacial en el estado entrelazado no colineal con $\varphi = 1,032$ , (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con $R = 0,989$ ( <i>Fitting</i> en 2D)(Fuente: Elaboración propia). . . . .	41
4.11.	Gráfica obtenida de la imagen experimental en el estado entrelazado no colineal con $\varphi = 1,032$ y una aproximación ( <i>Fitting</i> ), (a) Comparación lineal, (b) Comparación logarítmica (Fuente: Elaboración propia). . . . .	41
4.12.	Configuración espacial en el estado entrelazado no colineal con $\varphi = -0,2672$ , (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con $R = 0,9975$ ( <i>Fitting</i> en 2D) (Fuente: Elaboración propia). . . . .	42
4.13.	Gráfica obtenida de la imagen experimental en el estado entrelazado no colineal con $\varphi = -0,2672$ y una aproximación ( <i>Fitting</i> ), (a) Comparación lineal, (b) Comparación logarítmica (Fuente: Elaboración propia). . . . .	42

4.14. Configuración espacial en el estado entrelazado colineal con $\varphi = 1,502 \times 10^{-8} \approx 0$ , (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con $R = 0,998$ ( <i>Fitting</i> en 2D) (Fuente: Elaboración propia). . . . .	43
4.15. Gráfica obtenida de la imagen experimental en el estado entrelazado colineal con $\varphi = 1,502 \times 10^{-8} \approx 0$ y una aproximación ( <i>Fitting</i> ), (a) Comparación lineal, (b) Comparación logarítmica (Fuente: Elaboración propia). . . . .	43
4.16. Plano imagen del pump de entrada, (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con $R = 0,997$ ( <i>Fitting</i> en 2D)(Fuente: Elaboración propia). . . . .	45
4.17. Gráfica obtenida de la imagen experimental en el plano imagen de pump de entrada, (a) Comparación lineal eje x, (b) Comparación lineal eje y (Fuente: Elaboración propia). . .	45
4.18. Imagen del estado inicial K0 (Modulador SLM a máxima transmisión), (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia). . . . .	47
4.19. Imagen de un filtro no gaussiano, compuesta por cuatro distribuciones gaussianas de ancho $a = 124 [\mu\text{m}]$ , y con separación $d = 400 [\mu\text{m}]$ (Fuente: Elaboración propia). . .	49
4.20. Comportamiento de los Filtros espaciales (considerando $d=20$ [px] y variando a) en respuesta del número de Schmidt K (Fuente: Elaboración propia). . . . .	51
4.21. Imagen del Filtro con $d=20$ [px] y $a=8$ [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia). . . . .	52
4.22. Imagen del Filtro con $d=20$ [px] y $a=12$ [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia). . . . .	52
4.23. Comportamiento de los Filtros espaciales (considerando $a=7$ [px] y variando d) en respuesta del número de Schmidt (Fuente: Elaboración propia). . . . .	54
4.24. Imagen del Filtro con $d=16$ [px] y $a=7$ [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia). . . . .	55
4.25. Imagen del Filtro con $d=21$ [px] y $a=7$ [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia). . . . .	55
A.1. Cámara EMCCD ProEM 512-B de Princeton Instrument [20]. . . . .	64
A.2. Software WinView (a) Presentación, (b) Adquisición de imágenes (Fuente: Elaboración propia). . . . .	66
B.1. LC 2002 Translucent Spatial Light Modulator [21]. . . . .	67

# Agradecimientos

En primer lugar agradezco a Dios, por permitirme llegar al término de mi Magíster.

A mi núcleo familiar, mi madre Marcela Jara y a mi padre Marcelo Riquelme, que a pesar de muchas veces no entender lo que realizaba, siempre encontré aceptación, comprensión y confianza en los momentos que más lo necesitaba. Mis hermanos: Luis, Diego, Marcela, Monserrat y Bayron los cuales gracias a sus preguntas muchas veces logre entender mejor los conceptos que creí aprendidos.

A mi polola Estefanía Hernández que juntos hemos recorrido casi todo este camino, por su amor incondicional, su paciencia infinita y amistad, nadie mejor que ella sabe todas las situaciones vividas para llegar a esta instancia.

En especial a mis mejores amigos, Natali Sánchez y Emilio Tramon por el apoyo en todo momento y por las sugerencias al revisar este trabajo una y otra vez.

Finalmente, agradecer al cuerpo docente que confió en mí y por encomendarme esta labor, me refiero a mi profesor patrocinante Guilherme Xavier y al profesor Esteban Sepúlveda que molestó en su oficina en más de una oportunidad y siempre encontré una respuesta. Por último no olvidar al profesor Gustavo Lima, por dejarme usar su laboratorio y brindarme la bienvenida a la facultad de ciencias física con los brazos abiertos.

A todos ellos y a los que se me quedan en el tintero y que en este momento en particular no vienen a mi mente, pero que de una u otra manera influyeron en mi formación académica, quiero que estén al tanto que sin su apoyo y preocupación no estaría en esta instancia.

Eternamente agradecido de todos.

*Pablo Octavio Riquelme Jara.*



# Resumen

La siguiente Tesis estudia y detalla un método para aumentar la cantidad de entrelazamiento, realizando la detección de fotones individuales que recorren un circuito óptico y son generados a partir de una fuente de luz SPDC tipo I produciendo un estado bifotónico puro que es enviada a una cámara ProEM 512-B para la detección a través de un medio afectado por factores externos e internos que generan pérdidas del recurso.

Para empezar, se realiza la especificación de una fuente de luz considerando todas las características y componentes relevantes para el funcionamiento del experimento. Se explica cuáles son los principales componentes utilizados que garantizan un funcionamiento óptimo de la fuente de luz SPDC tipo I para la observación con la cámara, la alta eficiencia cuántica, el rango dinámico y como esto se relaciona con el experimento.

Entonces, se analizan las imágenes capturadas en el campo cercano y campo lejano con la finalidad de estudiar el fenómeno óptico producido, el cual aparece con la forma de una distribución espacial a distintas configuraciones. Así, las imágenes son corregidas mediante el método de Flatfielding y aproximadas mediante una representación teórica para utilizarlas como variable de entrada en la ecuación que aproxima la cantidad de entrelazamiento.

La concentración se obtiene ubicando un filtro espacial del tipo no gaussiano posterior al canal de transmisión, donde bajo ciertos parámetros se consigue incrementar la magnitud. A través del número de Schmidt se mide el entrelazamiento de un estado bipartito puro. En los últimos años no solo se ha implementado la detección y cuantización del entrelazamiento, sino también la forma de aumentarlo implicando una mejora en la calidad del recurso y en los procesos en los cuales es utilizado.

# Abreviaciones

**ADU** Unidad Analógica Digital

**APD** Fotodiodo Avalancha

**ASCII** Código Estándar Estadounidense para el Intercambio de Información

**BBO** Borato de Bario

**CCD** Dispositivo de Cargas Acopladas

**CIC** Ruido de Espurias

**CV** Variable Continua

**EMCCD** Dispositivo de Cargas Acopladas de Multiplicación de Electrones

**EMC** Error Cuadrático Medio

**EM** Multiplicación de Electrones

**EPR** Einstein, Podolsky y Rosen

**FF** Factor de Llenado

**GigE** Gigabit Ethernet

**HP** Hewlett-Packard

**ICCD** Dispositivo de Cargas Acopladas Intensificado

**IEEE** Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos

**IR** Infrarrojo

**LASER** Amplificación de Luz por Emisión Estimulada de Radiación

**MOS** Metal Oxido Semiconductor



**NIR** Infrarrojo Cercano

**NU** No Uniformidad

**OS** Sistema Operativo

**PIN** Fotodiodo P-I-N

**PSF** Fotodiodo P-I-N

**QE** Eficiencia Cuántica

**RAW** Archivo de Imagen Raw

**RMS** Valor Cuadrático Medio

**ROI** Región de Interés

**RON** Ruido de Lectura

**SNR** Relación Señal Ruido

**SLM** Modulador Espacial Óptico

**SPE** Archivo de Captura CCD WinSpec

**SPDC** Conversión Espontánea Paramétrica Descendente

**TIF** Formato de Imagen Tagged

**UV** Ultravioleta



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes históricos

El Dispositivo de Carga Acoplada (CCD) es un circuito integrado que es grabado en la superficie de un semiconductor sensible a la luz formado de píxeles. Los fotones incidentes en esta superficie generan cargas que pueden ser interpretados por los componentes electrónicos y convertidos en una copia digital de los patrones de luz que insiden en el dispositivo. El CCD ha tenido los mayores avances en la ciencias físicas [1]. Las principales características que han contribuido al éxito de estos detectores ópticos incluyen una mayor Eficiencia Cuántica (QE), y el bajo ruido de lectura a una alta eficiencia de transferencia de carga. Esto ha significado que los CCDs sean los dispositivos con mayor utilización en la adquisición de imágenes en diferentes aplicaciones. Hace casi una década, una variantes de los CCDs conocidos como Dispositivo de Cargas Acopladas de Multiplicación de Electrones (EMCCD) fueron desarrollados. Esta es una tecnología que se compone de un sensor de imagen CCD capaz de detectar intensidades de muy bajo nivel con una alta velocidad de frames, bajo nivel de ruido de lectura, y también con una alta eficiencia cuántica [1]. Esto se hace a través de un proceso de Multiplicación de Electrones (EM) contenido en el sensor. En esta etapa, los electrones las señales débiles se aceleran, la producción de otros electrones permite obtener una ganancia, y por lo tanto una alta sensibilidad. Debido a estas características, las cámaras EMCCD se utilizan sobre todo en las imágenes astronómicas, las imágenes de muestras biológicas, técnicas de espectroscopia e imagen cuántica (imágenes capturadas con un bajo número de fotones) [1].

#### 1.1.1. Motivación

Las tecnologías cuánticas como la criptografía, computación cuántica y las redes cuánticas hacen uso de fotones individuales. Los investigadores identificaron la medida en que las características del detector dan forma a la preparación de una fuente de luz diseñada para generar fotones individuales de forma fiable [1]. Esto depende principalmente de los detectores debido a que pueden ser ruidosos o tener una habilidad limitada para detectar fotones individuales: algunos no pueden identificar el número de fotones o pueden detectar solo la presencia de estos. El mejorar la fidelidad de la generación de fo-

tones individuales es un reto, pero resulta crucial para su consecuente utilización en los protocolos de información cuántica, incluyendo computación y comunicación cuántica. Por otra parte, la tecnología presente en las cámaras EMCCD ofrece un rendimiento que supera a los mejores dispositivos CCD en todas aquellas situaciones en las que hay pocos fotones presentes para la detección; por lo mismo, existe un alto interés científico en utilizar este dispositivo en esta aplicación. En la presente Tesis se desarrolla un experimento que cuantifica la cantidad de entrelazamiento espacial de fotones generados en el proceso Conversión Paramétrica Espontánea Descendente (SPDC). Una vez generado el estado de dos fotones, se envían a una cámara EMCCD para la detección a través de medidas de los planos imagen y de Fourier del cristal de generación. Usando estas medidas es posible calcular una medida de entrelazamiento llamado número de Schmidt a partir de las imágenes capturadas.

## 1.2. Definición del problema

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Cuantificar experimental el entrelazamiento espacial de fotones individuales con una cámara EMCCD comercial, para comprobar el aumento en magnitud del número de Schmidt utilizando un filtro de tipo no gaussiano.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Estimar la PSF y la resolución del problema inverso para corregir el grado de dispersión (desenfoco) del objeto medido y así mejorar la calidad del sistema de formación de imagen.
- Calibrar la cámara considerando los valores establecidos para el experimento de medición y detección de fotones individuales.
- Analizar datos obtenidos en el proceso de adquisición y recopilación, para comparar resultados experimentales y teóricos del experimento.

## 1.4. Alcances y limitaciones

- Se limitara la manipulación y el traslado de la cámara EMCCD, ya que cuenta con un servidor especialmente adecuado para su utilización y además se puede controlar al 100 % de forma remota.
- Solo se limitara a la detección de fotones entrelazados de la fuente de luz SPDC.



## 1.5. Estado del arte

En esta sección se presentan un conjunto de estudios realizados además de los distintos aspectos, avances y desarrollos más modernos de la tecnología CCD y sus variantes, para aplicaciones en los campos de las ciencias e implementando las soluciones para los distintos casos, los que servirán como una guía comparativa para el correcto desarrollo de los objetivos propuestos en la Tesis.

- **Concentración de entrelazamiento espacial de los fotones gemelos, Tesis de Magíster en Ciencias con mención en Física. Evelyn Acuña Ortega**

La presente Tesis es considerada la base, para el estudio del experimento de concentración de entrelazamiento y la observación de las correlaciones espaciales del SPDC utilizando una cámara EMCCD tanto en el plano imagen y el plano de Fourier del cristal no lineal que muestra la posición en correlación y el momentum anti-correlacionado, respectivamente. En ambos casos, las imágenes son escasas. Existe poca claridad de los componentes del setup y medidas asociadas, pero los cálculos teóricos son muy detallados. Además se realizan pruebas utilizando distintos filtros no gaussianos en donde se estima del número de Schmidt para cuantificar la concentración de entrelazamiento del sistema.

- **PORS, Jan Bardeus, et al. Entangling light in high dimensions. 2011.**

El Libro presentado contiene un set de experimentos ópticos, dentro de los cuales se encuentra uno de valioso interés para desarrollo de esta Tesis, en particular el presentado en el capítulo 2 “Characterisation of a spontaneous parametric down-conversion source for spatially-entangled photon pairs” el cual obtiene las distintas configuraciones espaciales de una fuente SPDC tipo I y detectadas mediante el una cámara ICCD.

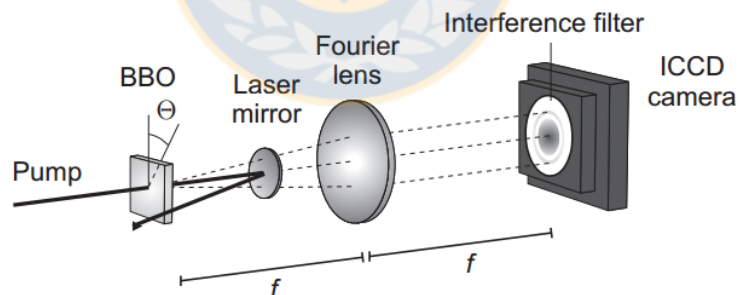


Figura 1.1: Setup experimental. Un pump láser de 100 [mW] incide un cristal no lineal BBO de 1 [mm] en coincidencia de fase, generando fotones gemelos a 413 [nm]. La modificación del foco de la lente permite observar el campo cercano o el campo lejano, ambas configuraciones se registran por medio de una cámara CCD intensificada [2].

Los resultados experimentales de los distintos perfiles de emisión de la fuentes SPDC tipo I son de una alta aproximación, las cuales fueron analizadas especialmente, y estudian la influencia de la coincidencia de fases en la apertura del cono de emisión. Por otra parte, calcularon el ancho de banda en espiral de los modos de OAM-entrelazados y calculan el número de Schmidt de los fotones gemelos de forma similar a la que se utilizara en el desarrollo del experimento.

- **ZHANG, Lijian, et al. A characterization of the single-photon sensitivity of an electron multiplying charge-coupled device. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2009, vol. 42, no 11, p. 114011.**

En el presente estudio caracteriza el comportamiento de un dispositivo cargas acopladas de multiplicación de electrones (EMCCD) para la detección de fotones individuales. Las pruebas se realizan con los pares de fotones generados a partir de conversión paramétrica descendente (PDC). La ganancia de rendimiento, tiempo de respuesta y el ruido de la EMCCD se caracterizan. Además, se utiliza la cámara para medir las correlaciones espaciales de PDC. Los resultados ponen de manifiesto las capacidades y los límites de la EMCCD como una matriz de un solo fotón detector para las aplicaciones de la óptica cuántica, la astronomía y la microscopía.

- **Moreau, P. A., Mougín-Sisini, J., Devaux, F., & Lantz, E. (2012). Realization of the purely spatial Einstein-Podolsky-Rosen paradox in full-field images of spontaneous parametric down-conversion. Physical Review A, 86(1), 010101.**

En el presente estudio se presenta la demostración de la paradoja de EPR mediante la detección de correlaciones cuánticas espaciales en los campos cercanos y lejanos del SPDC generados en un cristal Borato de Bario (BBO) de tipo II. La formación de imágenes de campo completo se realiza en el régimen de recuento de fotones con una cámara EMCCD. Los datos se usan sin ningún post selección, y se obtiene una violación de las desigualdades de Heisenberg con cantidades inferidas teniendo en cuenta todos los pares de fotones tanto en los campos cercanos y lejanos por la integración en todo el plano transversal bidimensional.

- **Lantz, E., Moreau, P. A., & Devaux, F. (2014). Optimizing the signal-to-noise ratio in the measurement of photon pairs with detector arrays. Physical Review A, 90(6), 063811.**

En el presente estudio se evidencia el entrelazamiento espacial multimodo de SPDC, a través de un conjunto de detectores que permiten una medición de campo completo, sin ninguna selección de los fotones entrelazados. Además, mediante la comparación de los resultados de las cámaras EMCCD en el estado actual de la tecnología, permiten la detección de correlaciones cuánticas con la mejor Relación Señal Ruido (SNR), mientras que las cámaras ICCD permiten que en el mejor de los casos identificar pares de fotones. Donde la SNR parece ser proporcional a la raíz cuadrada del número de celdas de coherencia en cada imagen, o el número de Schmidt. Finalmente, las mediciones experimentales de la SNR confirman el modelo propuesto.

- **LIMA, G., et al. Manipulating spatial qudit states with programmable optical devices. Optics Express, 2009, vol. 17, no 13, p. 10688-10696.**

El presente estudio se enfoca especialmente en fotones gemelos entrelazados, los que proporcionan recursos tanto prometedores para protocolos modernos y la generación de altas dimensiones de estados cuánticos (qudits) que se justifican por las ventajas que pueden aportar para el campo de la información cuántica. Sin embargo, para tener algún potencial real práctica para la comunicación cuántica estos estados también deben ser de fácil manipulación. Los estados espaciales son generados por la ingeniería del momentum transversal de la conversión espontánea paramétrica descendente de fotones y han sido hasta ahora considerados de difícil manipulación. Sin embargo, en este trabajo se muestra una técnica simple para la modificación de estos estados. Esta técnica se basa en el uso de dispositivos ópticos difractivos programables, que pueden



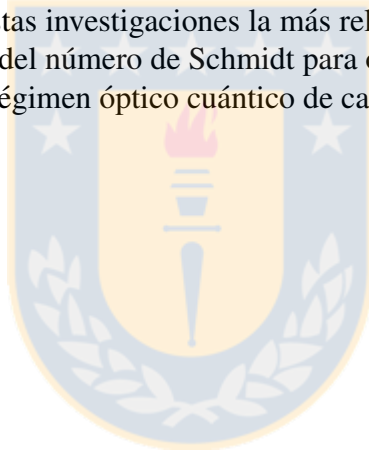
actuar como moduladores de luz espaciales, para definir el espacio de Hilbert de estos fotones en lugar de prefabricados de múltiples ranuras.

### 1.5.1. Comentarios Finales

En cada una de las publicaciones, libros y Tesis, hacen uso de una fuente de fotones entrelazados, utilizando un cristal BBO y en la detección algún tipo de sensor óptico CCD, ICCD o EMCCD para la obtención de imágenes que van desde fotones correlacionados, identificación de pares de fotones y conteo de fotones. En estos estudios, aunque no hacen mención aparente, utilizan además algún tipo de procesamiento externo ya sea para aplicar algún método de corrección o el diseño de algoritmos para extraer la mayor cantidad de información de los datos recopilados (los que en su mayoría resulta ser de posición y momentum).

Además, notar que en estos trabajos se utiliza el mismo tipo de fuente de luz SPDC o también llamada EPR, de par de fotones entrelazado donde en su mayoría se realizan una identificación de los fotones en coincidencia mediante una post-selección de algún tipo, el cual sufre ciertas variaciones dependiendo del tipo de información que se desea obtener.

Finalmente, destacar que en estas investigaciones la más relevante para el desarrollo de esta Tesis son las que realizan la estimación del número de Schmidt para obtener el cálculo de concentración de entrelazamiento espacial, bajo el régimen óptico cuántico de campos con fotones correlacionados.



# Capítulo 2

## Marco teórico

### 2.1. Introducción

En este capítulo se pretende introducir al lector en la base de los conocimientos necesarios que serán abordados en el desarrollo de esta Tesis, considerando los aspectos más relevante en cada tema y agregando a esto las distintas aplicaciones que presenta los elementos utilizados, los cuales son posible de implementar y comprobar.

Además, se describe el funcionamiento de la fuente de luz, las diferencias en los distintos tipos de fuentes existentes, las características y aplicaciones más relevantes. Lo mismo se hará con el receptor óptico explicando la teoría de funcionamiento, características de su funcionamiento y los usos más relevantes en los campos de las ciencias aplicadas, lo anterior se complementa con la descripción detallada de los algoritmos utilizados para la eliminación de ruidos entre otras especificaciones igualmente importantes.

### 2.2. Conversión paramétrica espontánea descendente

La conversión paramétrica espontánea descendente es un método muy empleado en la construcción de fuentes de pares de fotones ya que puede ser usado para obtener estados fotónicos entrelazados, es decir, fotones correlacionados en algún modo, primordialmente espacial, temporal o en frecuencia. Los fotones de este tipo juegan un papel predominante en el campo de la información cuántica debido a que son portadores naturales de información tanto en forma clásica como cuántica sin pérdidas de calidad aparente [6].

En un proceso SPDC un haz láser ilumina un cristal, normalmente un cristal BBO, el cual es un medio birrefringente no lineal donde los fotones individuales del haz de Bombeo (pump) son aniquilados y creados desde el vacío dando lugar a la emisión de un par de fotones llamados señal (signal) y acompañante (idler). Con una probabilidad determinada, un fotón de láser se convierte en un par de fotones de media frecuencia. La detección del primer fotón anuncia la presencia del segundo con gran nivel de acierto. Sin embargo, como se trata de un proceso aleatorio, no es posible generar fotones individuales a voluntad.

Algunas características del proceso son:

- Es paramétrico, puesto que la energía incidente se transfiere totalmente a los fotones generados.
- Es de conversión descendente, debido a que cada uno de los fotones generados tiene una energía más baja que el fotón incidente.
- Es espontáneo, ya que el par de fotones es generado solo con la interacción del haz pump con el medio.

Del análisis de conservación de momentum y energía, deriva el vector de onda  $k$ , frecuencia angular  $\omega$  y la energía que resulta de la constante de Planck  $h$  por la frecuencia angular  $\varphi = h\omega$  (ver Figura 4.19), donde los fotones en un proceso SPDC pueden emerger degenerados si la frecuencia es la misma o no degenerados si es diferente, pero debe cumplir siempre que la suma en frecuencia de sus partes deber ser igual a la frecuencia del láser de entrada. Es de considerar que si el vector de onda de los fotones es el mismo, la suma es el vector de onda del láser y los fotones son emitidos del cristal en la forma de conos simétricos, al no suceder esto, es decir los vectores de onda son diferentes en magnitud, los conos resultan ser asimétricos.

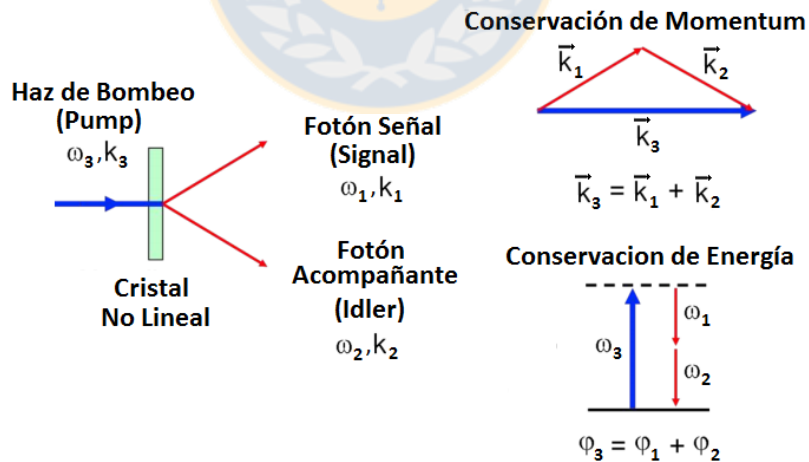


Figura 2.1: Relación de conservación de energía y momentum en el proceso SPDC [6].

Comúnmente en los cristales utilizados para realizar SPDC el índice de refracción cambia con la frecuencia y la polarización del campo incidente, lo que permite lograr las condiciones de fase en coincidencia, en la ecuación [7].

$$n(\theta_3, \omega_3)\omega_3 \vec{k}_3 = n(\theta_1, \omega_1)\omega_1 \vec{k}_1 + n(\theta_2, \omega_2)\omega_2 \vec{k}_2, \quad (2.1)$$

donde, el ángulo de incidencia y emisión del cristal no lineal es denotado por  $\theta$ , el vector de onda denotado por  $k$ , frecuencia angular denotado por  $\omega$  y la función de fase en coincidencia denotado por  $n(\theta, \omega)$ , respectivamente.

Existen dos tipos configuraciones en los cristales para el proceso SPDC donde la polarización con que los pares de fotones emergen del cristal es descrita como  $|H\rangle$  y su ortogonal  $|V\rangle$ , lo que define forma de la distribución espacial.

En el SPDC tipo I, considerando que los fotones son no degenerados, los fotones señal y acompañante se propagan en forma de conos concéntricos de distinto tamaño, siendo la polarización de salida ortogonal a la de entrada, es decir si la fuente de luz de pump es de polarización  $|H\rangle$ , entonces el cono exterior y el cono interior es  $|V\rangle$ . Ahora bien, considerando que los fotones son degenerados, los fotones señal y acompañante se propagan simultáneamente con igual polarización (mismo caso del cristal degenerado) dando una distribución espacial de un único cono de emisión para cada longitud de onda del fotón (ver Figura 2.2).

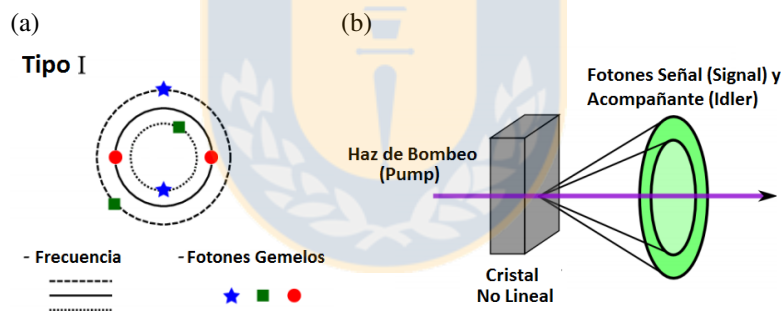


Figura 2.2: Representación esquemática de los conos producidos por la fuente, (a) Diferentes secciones de conos, en los cuales símbolos iguales representan fotones conjugados que satisfacen la condición de fase en coincidencia, (b) Conos producidos del SPDC Tipo I (Imagen traducida) [6, 7].

En el SPDC tipo II, considerando que los fotones son degenerados, los fotones señal y acompañante se propagan en forma de conos no concéntricos de igual tamaño, por lo que es posible tener una separación de los conos (no-entrelazado), una intersección en un punto (colineal) o una intersección en dos puntos (no colineal). Así, la polarización que un cono posee es la misma que la de entrada y el otro cono con polarización ortogonal, es decir si la fuente de luz de pump es de polarización  $|H\rangle$ , entonces el cono superior es  $|H\rangle$  y el cono inferior es  $|V\rangle$ , o de forma inversa. Ahora bien, considerando que los fotones son no degenerados, es decir los fotones señal y acompañante resultan de tamaños diferentes, pero cumplen las mismas condiciones de polarización que el caso cuando el cristal es degenerado para cada longitud de onda del fotón (ver Figura 2.3).

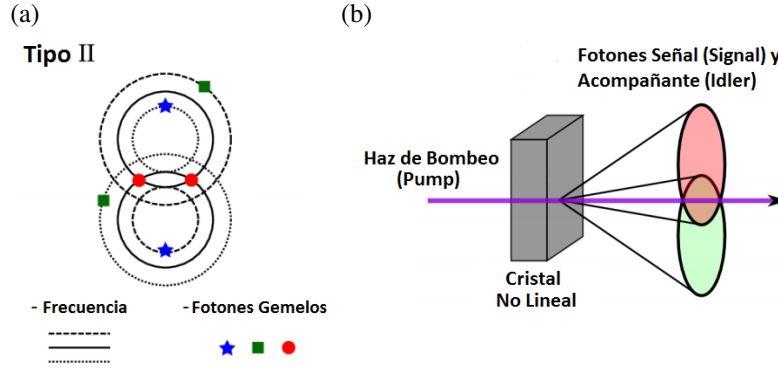


Figura 2.3: Representación esquemática de los conos producidos por la fuente, (a) Diferentes secciones de conos, en los cuales símbolos iguales representan fotones conjugados que satisfacen la condición de fase en coincidencia, (b) Conos producidos del Tipo II (Imagen traducida) [6, 7].

Cabe destacar que la importancia del proceso radica en las aplicaciones como fuente de luz de fotones entrelazados. Algunos tipos de entrelazamientos son los siguientes

- **El entrelazamiento en momento angular orbital:** El SPDC conserva el momento angular orbital, debido a que los modos espaciales del campo electromagnético transportan el momento angular orbital. Los fotones con este tipo de entrelazamiento se generan en espacios discretos y multidimensionales.
- **El entrelazamiento energía tiempo:** Está presente en todos los pares de fotones generados en SPDC. El par de fotones no posee individualmente energía definida, pero si está definida la suma de sus energías. Del mismo modo, el tiempo de emisión no es definido individualmente, pero la diferencia en sus tiempos de emisión está bien definido.
- **El entrelazamiento en polarización:** Es directo de la SPDC del tipo II y ocurre en una configuración colineal y no colineal en un cristal degenerado o no degenerado, donde mediante una selección posterior en la cual se considera solamente la intersección de los conos producidos, se obtienen fotones de estado entrelazados, estos son [6].

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_i |V\rangle_s + e^{i\alpha} |H\rangle_s |V\rangle_i), \quad (2.2)$$

donde, el desfase es denotado por  $e^{i\alpha}$ , el fotón señal es denotado por  $s$  y el fotón acompañante es denotado por  $i$ , respectivamente.

En consecuencia de que la polarización es un observable de dos dimensiones, se deben utilizar múltiples pares de fotones de SPDC para obtener entrelazamiento en espacios discretos de altas dimensiones.

- **El entrelazamiento en momento transversal:** Los fotones son generados en direcciones aleatorias a lo largo de los conos, pero siempre satisfacen la conservación de momento total. Para generar entrelazamiento en momento se debe elegir dos regiones donde los pares de fotones

son generados. El espectro angular es transferido del pump al par de fotones generados, lo que se puede utilizar para manipular las correlaciones espaciales del par de fotones a partir del haz pump.

El estado de los fotones gemelos generados en la SPDC es llamado estado bifotónico debido a los grados de libertad antes mencionados, no se puede pensar en el par de forma individual ya que su naturaleza no es separable. Respecto a la distribución espacial de los pares de fotones generados y asumiendo que los fotones emergen degenerados para cada longitud de onda acotada por debajo y encima de la longitud original de la fuente de luz, la distribución espacial de estos fotones se definen como la posición en el cono de emisión de cada fotón. El fotón acompañante está en el lado diametralmente opuesto del fotón señal, es decir, si se mide el fotón señal, automáticamente se define la posición del fotón acompañante y el sistema obtiene decoherencia en las correlaciones de los fotones.

### 2.3. Estimación del entrelazamiento espacial

Como estamos en presencia de un estado en el espacio infinito dimensional, para cuantificar el entrelazamiento espacial bifotónico se utiliza el número de Schmidt. Por un lado, Law y Eberly [8] han usado el número de Schmidt para calcular el entrelazamiento de 2 fotones generados en el proceso SPDC para un pump Gaussiano, para este caso se puede escribir de la forma

$$K = \frac{1}{4} \left( b\sigma + \frac{1}{b\sigma} \right)^2, \quad (2.3)$$

donde,  $b$  y  $\sigma$  son los anchos de las respectivas funciones Gaussianas en los planos de Nearfield y Farfield, respectivamente.

El entrelazamiento en esta aproximación Gaussiana sirve como límite inferior, ya que, el estado Gaussiano es siempre menos entrelazado que un estado no Gaussiano con los mismos anchos [8].

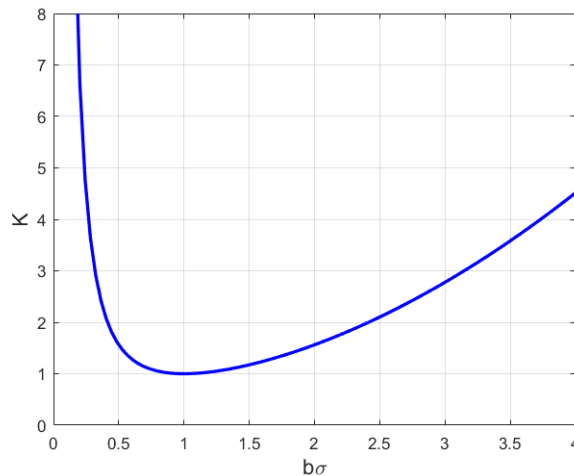


Figura 2.4: Número de Schmidt del estado espacial Gaussiano generado en SPDC en función del parámetro  $b\sigma$  (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 2.4 se ilustra el cambio del número de Schmidt en función del parámetro  $b\sigma$ . De aquí se observa que  $K$  incrementa cuando el parámetro  $b\sigma$  aumenta o disminuye, es decir, crece para  $b\sigma \gg 1$  y  $b\sigma \ll 1$ , alcanzando su menor valor  $K = 1$  para  $b\sigma = 1$ , así el estado es separable considerando este valor en los parámetros descritos. Por otro lado, cuando hablamos de variables continuas el número de Schmidt no posee un límite superior, por lo que, no tiene sentido hablar de un estado máximamente entrelazado en esta situación.

En [3], Di Lorenzo Pires demostró que para un estado puro de dos fotones, como el generado en la SPDC, el número de Schmidt viene dado por el inverso del grado global de coherencia de la fuente, es decir

$$K = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{NF}}(\rho_x, \rho_y) d\rho_x d\rho_y \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{NF}}^2(\rho_x, \rho_y) d\rho_x d\rho_y} \frac{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{FF}}(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{FF}}^2(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y}, \quad (2.4)$$

donde,  $\lambda$  es la longitud de onda de los fotones gemelos,  $I_{\text{NF}}$  y  $I_{\text{FF}}$  son cuentas en intensidad, la variable  $\rho$  es la posición en *Nearfield* y  $\theta$  el momentum medido en *Farfield*. Así, se observa que es posible obtener el número de Schmidt solo midiendo las dos distribuciones del perfil de un fotón.

Recordemos que el número de Schmidt  $K$  está relacionado con la cantidad de entrelazamiento que tiene un estado, entre más grande sea el valor de  $K$ , mayor será el entrelazamiento.

Utilizando la ecuación (2.4) se calcula el número de Schmidt en el estado inicial <sup>1</sup> del estado bifotónico puro generado por la fuente SPDC. Considerando que la amplitud de la distribución Gaussiana se puede descomponer en una multiplicación de las respectivas amplitudes asociadas a cada componente, esto resulta

$$K_0 = \frac{3\pi^2 C^2}{4\lambda L}, \quad (2.5)$$

donde,  $\lambda$  es la longitud de onda de los fotones gemelos,  $L$  representa el largo efectivo de generación y  $C$  es el diámetro del pump incidente.

Así, el intervalo de confianza asociado al cálculo del número de Schmidt en el estado inicial <sup>2</sup> (se considera la medición experimental sin filtro), es descrita mediante la siguiente ecuación, es decir

$$\Delta K_0 = \frac{3\pi^2 C}{2\lambda L} \sqrt{\Delta C^2 + \frac{C^2 \Delta L^2}{4L^2}}, \quad (2.6)$$

<sup>1</sup>Para mayor detalle sobre la obtención de la ecuación (2.5), dirigirse al Anexo C “Cálculo del número de Schmidt”

<sup>2</sup>Para mayor detalle sobre la obtención de la ecuación (2.6), dirigirse al Anexo C “Intervalo de confianza del número de Schmidt”

donde,  $\lambda$  es la longitud de onda de los fotones gemelos,  $L$  representa el largo efectivo de generación,  $\Delta L$  es el error asociado a largo efectivo,  $C$  es el diámetro del pump incidente y  $\Delta C$  es el error asociado al diámetro del pump.

Luego, de esta forma es posible estimar en primera instancia el número de Schmidt.

### 2.3.1. Aplicaciones de la SPDC

La fotónica es vista cada vez más como una plataforma atractiva para el procesamiento de información cuántica por el potencial práctico de los fotones. Por lo que la estrategia más común para la producción de pares de fotones entrelazados a temperatura ambiente está en el uso de la SPDC que puede ocurrir en un cristal no lineal, la cual tiene aplicaciones importantes en la tecnología del mundo real y diversas áreas de estudio.

En primer lugar, para la computación cuántica debido a que si algo actúa sobre uno de los fotones entrelazados, el otro responde a esa acción de forma instantánea. Este comportamiento podría aprovecharse para aumentar la potencia y la velocidad de los cálculos [8].

La segunda aplicación es en la criptografía cuántica debido a que los dos fotones tienen varias ventajas como vectores de información, debido a sus tiempos de coherencia largos a temperatura ambiente y la posibilidad de ser transmitidos a través de la infraestructura como la fibra óptica existente, lo que permitiría la creación de nuevos protocolos de comunicación inmunes al espionaje [9].

Este comportamiento aparentemente imposible es esencial para el desarrollo de determinadas tecnologías de próxima generación, como servidores que sean mucho más potentes que los súper ordenadores más avanzados y telecomunicaciones seguras.

En consecuencia, como las transmisiones cuánticas necesitan dispositivos de fotones individuales que ofrezcan gran eficacia, queda claro que las tecnologías cuánticas pueden llegar a tener una influencia similar a las que han tenido los ordenadores en el siglo anterior y el actual. Aunque aún, es difícil prever las repercusiones que pueden tener los ordenadores cuánticos en las tecnologías futuras y las comunicaciones seguras gracias a las transmisiones cuánticas ya han superado las pruebas iniciales [10]. Así los fotones individuales demuestran ser un factor importante en las aplicaciones antes mencionadas.



## 2.4. Dispositivo de cargas acopladas de multiplicación de electrones

Los dispositivos de cargas acopladas que utilizan la multiplicación de electrones han estado disponibles comercialmente durante casi una década. Actualmente son los sensores de imágenes de elección para una amplia gama de aplicaciones que requieren alta sensibilidad, manteniendo altas velocidades de datos [3]. (Incluso a bajas velocidades de datos, estos pueden producir beneficios para la imagen).

No obstante, se han utilizado diversos sistemas para la detección de la luz, entre los fotodetectores más utilizados se encuentran el Fotodiodo P-I-N (PIN) y el Fotodiodo Avalancha (APD). Sin embargo cada vez más en los sistemas cuánticos, tanto los desarrollados en laboratorio como los comerciales utilizan dispositivos CCD, ICCD y algunos mucho más especializados EMCCD.

A continuación, se establece en forma detallada, el camino que recorre la información, con las diferentes etapas que establece la adquisición de imágenes en la cámara EMCCD y la transferencia de datos hasta el computador.

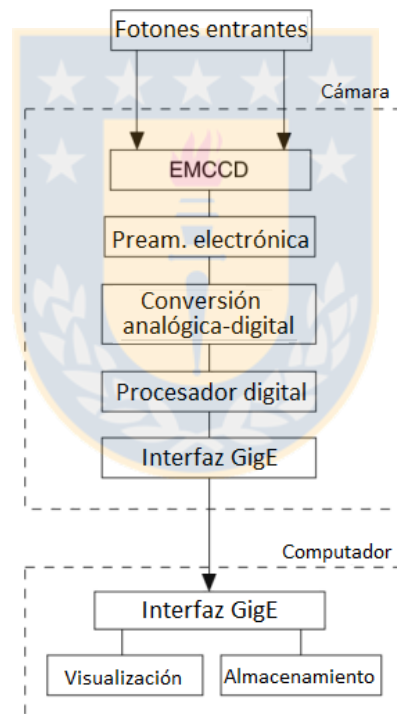


Figura 2.5: Diagrama de bloques del sistema de operación de la cámara EMCCD (Imagen traducida) [11].

En la secuencia ilustrada de En la Figura 2.5 por el diagrama de bloques, se establece la adquisición de datos en la matriz EMCCD, la cual se expone a una fuente de luz y la carga es acumulada en los píxeles. Después de que el tiempo de exposición está definido, la señal acumulada es leída por la matriz, la cual es digitalizada, y luego enviada al computador. Así, en la transferencia de datos, estos pueden ser visualizados o almacenados dependiendo de la operación propuesta que se ha seleccionado en el software *WinView* de la aplicación [11].

### 2.4.1. Ruido en fotodetectores EMCCD

Las posibles fuentes de ruido en este tipo de sistemas por lo general son señales inherentes al proceso de generación de la imagen. Algunos de estos ruidos son el ruido fotónico, ruido por corriente oscura, ruido de espurias y ruido de lectura, los cuales se presentan a continuación.

En la Figura 2.6 muestra el proceso de captura y en que parte de este se generan los diferentes ruidos mencionados.

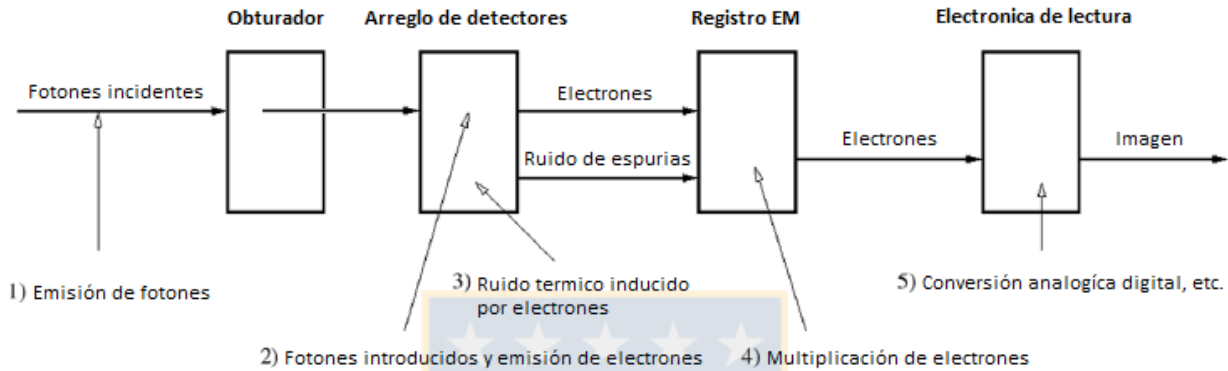


Figura 2.6: Esquema de las fuentes de ruido durante la medición de fotones (Imagen traducida y modificada) [11].

#### Ruido fotónico

El ruido fotónico, también conocido como ruido cuántico o *Shot Noise*, proviene de variaciones estadísticas debido a la naturaleza cuántica de la luz. Esto es asociado a variaciones en el número de fotones detectados para un tiempo de exposición constante. Estas variaciones que siguen una distribución de Poisson [13].

La señal detectada por un CCD depende del flujo de fotones incidentes, la eficiencia cuántica y del tiempo de integración [12], es decir, al incidir fotones en un pixel y al capturar varias imágenes con el mismo tiempo de integración. La intensidad no será la misma en cada una de las imágenes, sino que varía ligeramente. Entonces, como el proceso de captura responde a una distribución de Poisson y en particular la desviación estándar es igual a la raíz cuadrada de la media, tenemos que el ruido fotónico en un pixel, es definido como [13].

$$P_n = \sqrt{E \cdot QE \cdot t}, \tag{2.7}$$

donde, se define  $E$  es el flujo de fotones [fotones/s],  $QE$  es la eficiencia cuántica y  $t$  es el tiempo de integración [s].

### Ruido de corriente oscura

La corriente oscura es muy conocida debido a que aparece en todos los dispositivos fotosensibles, incluso cuando estos no están recibiendo luz ya que existe una recombinación aleatoria de electrones y huecos producto de excitación por temperatura. Esto se traduce en una ligera variación de la corriente que proviene de cada pixel, entre una exposición y otra [14].

La corriente oscura es posible de controlar gracias a distintos métodos de enfriamiento de la cámara. En algunos casos las cámaras son enfriadas con nitrógeno líquido, para así hacer caer la corriente oscura a menos de 1 [e/pixel] por hora, entonces se define [14].

$$D_c = 2,5 \cdot 10^{15} P_s N_{dc} T^{1,5} \cdot e^{-E_g/2kT}, \quad (2.8)$$

donde, se define  $D_c$  es la corriente oscura en electrones por pixel por segundo [e/p/s],  $E_g$  es el *Bandgap* en [eV],  $P_s$  es el tamaño del pixel en [cm<sup>2</sup>],  $N_{dc}$  es la corriente oscura suministrada por el fabricante en [nA/cm<sup>2</sup>] y  $k$  la constante de Boltzmann.

Además, se sabe que la corriente oscura varía ligeramente de una exposición a otra, por lo tanto, depende del tiempo al igual que el ruido fotónico que sigue una distribución de Poisson. Entonces se obtiene [14].

$$D_N = \sqrt{D_c \cdot t}, \quad (2.9)$$

donde, se define  $D_N$  como el Ruido de corriente oscura en electrones [ $\bar{e}$ ],  $D_c$  corriente oscura en electrones por segundo [ $\bar{e}/s$ ] y  $t$  el tiempo en segundos [s].

### Ruido de Espurias

El ruido de espurias (CIC) se crea cuando la carga se desplaza pixel a pixel hacia el amplificador de salida. En ese momento existe una pequeña pero finita probabilidad de que las cargas puedan desprender cargas adicionales producto de ionización por impacto durante el turno de carga. Estas cargas no deseadas se convierten en una componente adicional de ruido.

En un CCD el componente de ruido es tan bajo que por lo general se oculta por el ruido de lectura o de corriente oscura. Sin embargo, en una EMCCD las cargas falsas que se producen en la sección de imagen son amplificadas por el registro de ganancia y, por lo tanto, son muy detectables. [15].

En general este ruido es bastante estudiado por los fabricantes de las cámaras, es por esto que se entrega una estimación del ruido en los manuales.

### Ruido de Lectura

El ruido de lectura (RON) es generado por la electrónica de lectura, encargada de convertir la carga generada por pixel en intensidad de luz digitalizada. Específicamente, por la tolerancia y calidad de los componentes electrónicos, además del ruido térmico que produce el preamplificador y la amplificación de la señal antes de la conversión análoga digital debido a que las cargas acumuladas que se desplazan en el CCD pueden quedarse atrás o saltar por delante [13].

El RON origina variaciones durante el recuento de la señal luego de finalizar la exposición y la conversión análoga digital. En otras palabras, diferentes lecturas de la misma carga de electrones no dan el mismo valor, por lo que existe una incertidumbre en los valores de cada lectura.

Una forma de medir el RON es medir la desviación estándar de los valores en los pixeles de una adquisición de imagen [16].

$$\text{RON} = G \cdot \sigma_{BIAS}, \quad (2.10)$$

donde, se define RON como el Ruido de lectura en [e-RMS], G a la ganancia de la cámara en [e-/ADU] y el  $\sigma_{BIAS}$  como la desviación estándar de los pixeles del bias en la Unidad Analógica Digital (ADU).

El ruido de lectura puede ser modelado por una distribución Gaussiana con una desviación estándar y una constante proporcional al proceso de conversión análoga digital que podemos asociar a la sensibilidad del amplificador [16].

### 2.4.2. Eficiencia del EMCCD

Las cámaras EMCCD emplean tecnología de amplificación en el chip de fotoelectrones <sup>3</sup> para impulsar las señales por encima del ruido de lectura del sensor. Esto permite que el sensor funcione en tiempo real con un ruido de lectura muy bajo, lo que hace posible la obtención de imágenes de fuentes muy tenues y escenas muy oscuras.

Sin embargo, para mantener el ruido oscuro a un mínimo, estos detectores se deben enfriar. Para ciertas aplicaciones, se recomienda que sea sometida a un enfriamiento termoeléctrico o refrigeración de nitrógeno líquido. Por su parte, siguen siendo dispositivos que tienen una Eficiencia Cuántica (QE) mayor que el 80 % en todo el espectro visible y en particular el peak, es decir un 97 % se encuentra a una longitud de onda de 550 [nm] (ver Figura 2.7).

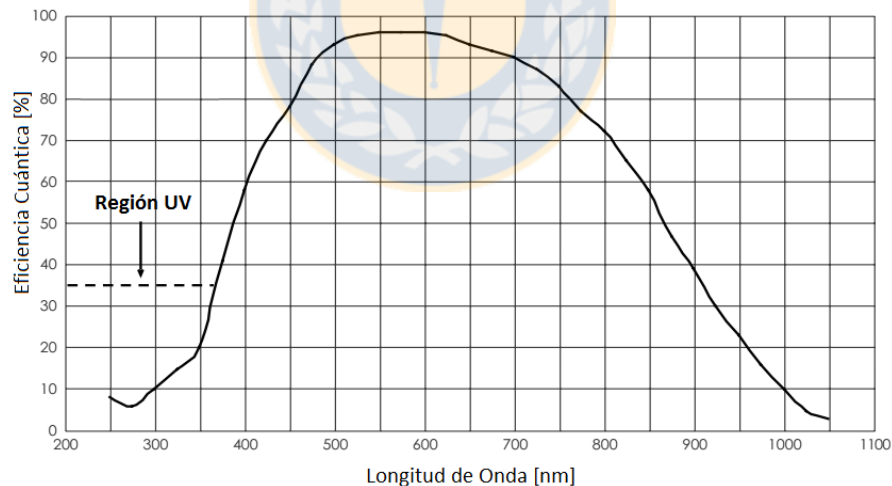


Figura 2.7: Curva de QE. Las líneas de puntos de la izquierda representan QE en la región de UV (Imagen traducida) [11].

<sup>3</sup>Electrón emitido por una radiación electromagnética.

En términos simples, la estructura de un EMCCD es un CCD con un registro de multiplicación que se coloca entre el registro de desplazamiento y el amplificador de salida. La mayoría de EMCCD utilizan una estructura de CCD de transferencia de frames (ver Figura 2.8) [17].

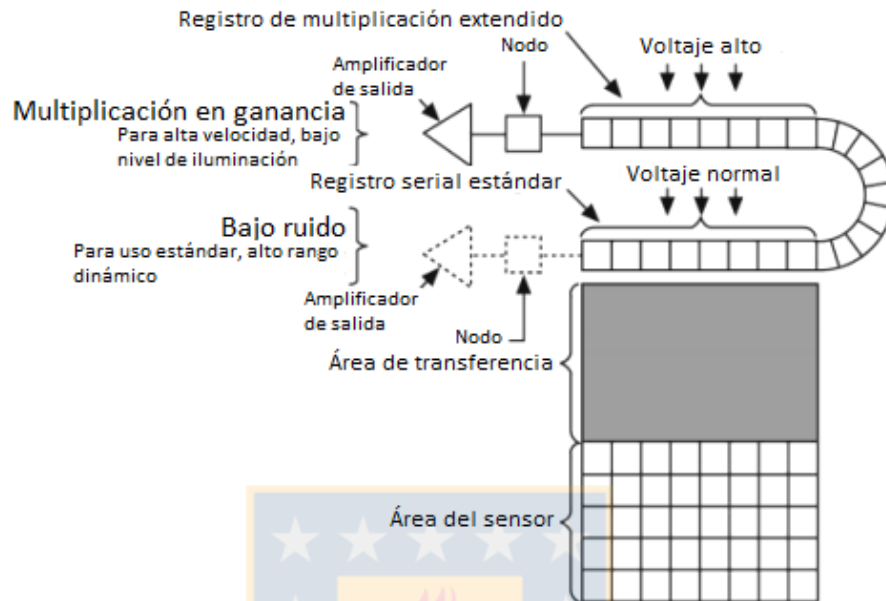


Figura 2.8: Esquema de lectura EMCCD (Imagen traducida) [11].

A diferencia de un CCD convencional, un EMCCD no está limitado por el ruido de lectura del amplificador de salida, incluso cuando se opera a altas velocidades. Esto se logra mediante la adición de una porción extendida del registro de serie, también conocido como registro de multiplicación. Este registro permite que las señales débiles puedan multiplicarse antes del ruido de lectura que añade el amplificador de salida, minimizando así el ruido de lectura. El registro de EM tiene varias etapas que aplican voltaje más alto que las tensiones normales de reloj.

Como la carga se transfiere a través de cada etapa, esta hace uso del fenómeno de “ionización por impacto” a medida que se transfiere la carga que se utiliza para producir electrones secundarios, y por lo tanto ganancia EM. Cuando esto se hace sobre varias etapas, la ganancia resultante puede ser controlada a cientos o incluso miles de veces.

La probabilidad de un evento que ocurre por ionización impacto depende en el campo experimentado por los electrones de la señal y por lo tanto de la polarización aplicada entre la fase de alta tensión y la fase de DC.

La ganancia en cada elemento del registro de multiplicación es muy pequeña, con una probabilidad de ganancia  $P < 2\%$ , pero como el número de elementos es grande  $N > 500$ , el efecto acumulativo de muchos elementos permite una ganancia muy alta, es decir  $G = (1 + P)N$ . Luego, como cada electrón de la imagen se amplifica a varios cientos o miles antes de que sea leído por el amplificador de salida, ruido de lectura es posible eliminarlo mayoritariamente.

### 2.4.3. Aplicaciones de la cámara EMCCD

Las cámaras EMCCD son apropiadas para varias aplicaciones con niveles de luz muy bajos desde el rango visible al NIR por lo que requieren altas velocidades y tiempos de exposición muy cortos.

En primer lugar, para la microscopía de fluorescencia que estudia en detalle los organelos celulares y tejidos animales o vegetales, por el tamaño que poseen [18]. Para esto requiere el uso de instrumentos como las cámaras EMCCD, por su alta ganancia. Lo que permite mediante un conjunto de técnicas y algoritmos aumentar la resolución espacial, fusionar la información de varias imágenes de una misma escena y representar detalles que en un principio no son apreciables en las imágenes originales.

La segunda aplicación es en la astronomía debido a las cámaras EMCCD se adaptan bien a una diversidad de aplicaciones exigentes como lo son alta sensibilidad, muy bajos niveles de ruido en vacío, enfriado termoeléctrico y altas ganancias y además permiten un amplio campo de observación junto con tiempos de exposición largos para imágenes del espacio profundo [19].

La capacidad de observar fotones individuales a elevadas tasas de frames con un SNR alta se puede lograr con cámaras EMCCD, las cuales se pueden utilizar en varios campos de investigación para estudiar fenómenos que nunca antes han sido examinados con tal precisión, sensibilidad y fiabilidad. Esta tecnología establece nuevos estándares que utilizan la ingeniería creativa e innovadora para reducir físicamente el ruido del sistema.

## 2.5. Algoritmo de corrección de ruido

Con el fin de minimizar los efectos de las señales no deseadas, se detallan el método de corrección estándar de índole lineal, la cual es utilizada en las imágenes obtenidas experimentalmente.

### 2.5.1. Corrección mediante Flatfielding

El sensor EMCCD, generador de imágenes se compone de una matriz bidimensional de detectores o píxeles sensibles a la luz. Esta matriz es mecánicamente muy estable con los píxeles al poseer una relación geométrica fija y rígida. Cada píxel dentro de la matriz, sin embargo, tiene sus propias características de sensibilidad. A medida que estas características afectan el rendimiento de la cámara deben ser eliminadas mediante el método conocido como “Flatfielding”.

Por lo tanto aplicar una corrección con la captura del *Flatfield Imagen* permite dividir estas pequeñas faltas de uniformidad en aumento de píxel a píxel.

Además, se realiza la captura del *Background* con el fin de realizar la sustracción del ruido de patrón fijo (Ruido de fondo), el cual siempre es realizado primero.

Luego, la imagen sin procesar RAW y las imágenes de corrección son capturadas utilizando 1000 imágenes bajo las mismas condiciones de ganancia y tiempo de integración, las cuales son sumadas con el fin de discernir e identificar la redundancia de la información por píxel, de esta forma se obtiene una mejor representación espacial del fenómeno observado.

La ecuación que se utiliza para aplicar la corrección es la siguiente [20].

$$\text{Imagen corregida} = \frac{\text{Suma}(\text{Imagen RAW} \times 1000) - \text{Suma}(\text{Background} \times 1000)}{\text{Suma}(\text{Flatfield Imagen} \times 1000)}, \quad (2.11)$$

donde, Imagen RAW es la imagen sin procesar, Background es la imagen del ruido de patrón fijo (Ruido de fondo), Flatfield es la imagen del ruido de uniformidad (Ruido ambiente) y el factor de 1000 corresponde a la cantidad de imágenes que se utilizan para realizar la corrección.

### 2.6. Comentarios finales

De la teoría expuesta del método de conversión paramétrica espontánea descendente, queda establecida los dos tipos existentes. Así, en el desarrollo de esta Tesis solo se trabaja con el tipo I, debido a la alta tasa de generación presente en la distribución espacial que se genera el cristal BBO al hacer variar las condiciones de fase en coincidencia.

Con respecto al dispositivo de cargas acopladas, cabe destacar que para la adquisición de imágenes se utiliza la opción de multiplicación en ganancia, regulando la calidad de intensidad observables y la generación de fotones, posee además una eficiencia cuántica cercana la 90 % esto por la longitud de onda de trabajo de la conversión propia del cristal BBO, un tiempo de integración establecido por la visualización aparente y dada por la distribución espacial del fenómeno observado.

Luego, el algoritmos de corrección presentado, fue probado y comparado en un experimento de detección de fotones individuales considerando una fuente SPDC, lo que lo hace viable de aplicar con el fin de realizar comparaciones entre las distintas imágenes obtenidas.

# Capítulo 3

## Descripción experimental

### 3.1. Introducción

A pesar de su carácter básico, los fotones individuales no son fáciles de generar. Casi todas las fuentes naturales de luz suelen emitir fotones múltiples y no partículas individuales por unidad de tiempo, incluso en alta atenuación [26].

En el presente capítulo se pretende describir las características con las que se implementa el *setup* de la fuente de luz generadora de fotones entrelazados y la importancia de cada una de sus partes, siendo algunas de ellas relevantes para poder llevar a cabo los objetivos establecidos. Por esto, se detallan además los contratiempos encontrados en el armado del *setup*, el por qué es importante realizar alineación, la utilización de un lente, entre otras. Luego, se describe el sistema de funcionamiento interno que posee la cámara y el camino que recorren los datos adquiridos hasta que estos son procesados.

### 3.2. Diseño del setup

Para la obtención de fotones individuales existe una amplia gama de técnicas utilizadas. El experimento utilizado en la Tesis, utiliza una fuente de luz SPDC tipo I, la cual es muy empleada para obtener estados de fotones entrelazados, es decir, pares de fotones correlacionados en algún modo que inciden sobre un arreglo de pixeles de un modulador espacial SLM y luego sobre un arreglo de pixeles de una cámara EMCCD (ver Figura 3.1). El láser incide sobre un cristal birrefringente no lineal, que en conjunto actúan como una fuente de luz accesible y eficiente para producir fotones individuales con un gran nivel de acierto. Además, el experimento está posicionado de tal forma de poder apreciar las distribuciones de intensidad, tanto en el campo lejano como en el campo cercano.



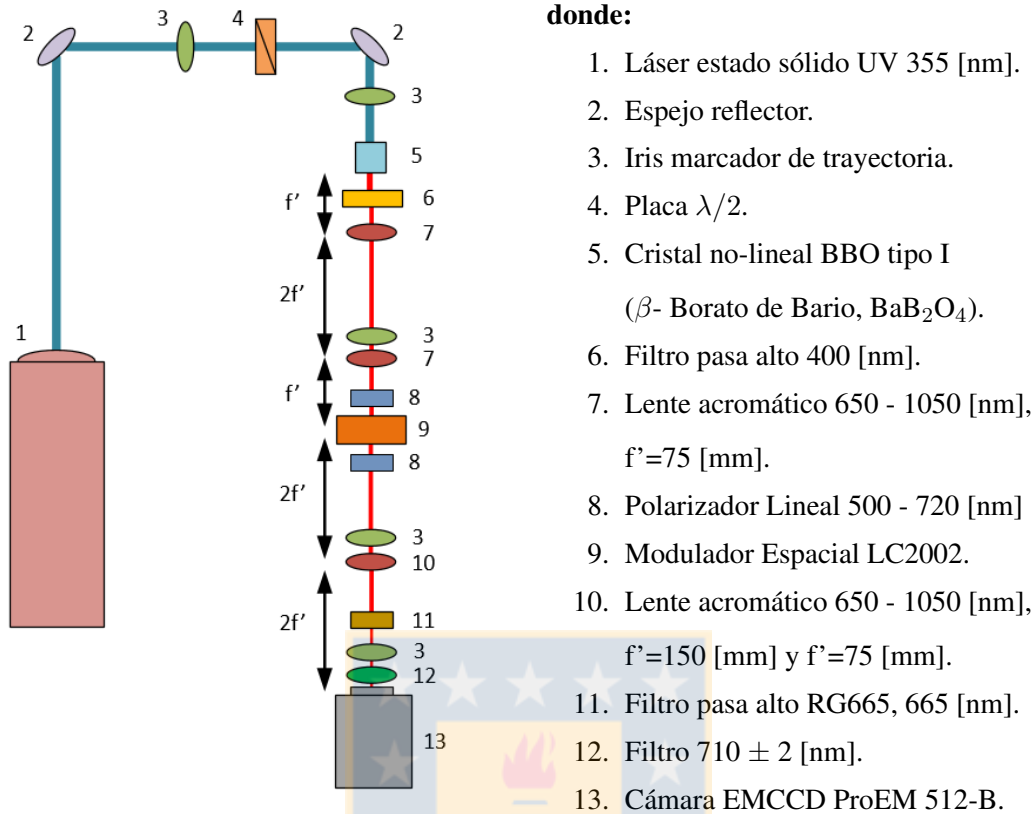


Figura 3.1: Setup esquemático del circuito óptico para la implementación de la concentración de entrelazamiento espacial (Fuente: Elaboración propia).

Es necesario mencionar que la eficiencia de este proceso es muy baja (Típicamente del orden de  $10^{-10}$  a la frecuencia de interés) por lo que es fundamental para el éxito del experimento, alinear el detector, el modulador SLM y los componentes ópticos como lentes y filtros, una vez montado el setup definitivo para el experimento. El primer paso, es conocer con precisión la dirección de salida de cada fotón del par en función de la longitud de onda y del ángulo de incidencia del pump del láser. Es por esto que se realizan las variaciones de las condiciones de fase en coincidencia modificando la dirección del eje óptico del cristal hasta encontrar las máximas coincidencias.

Notar que en el setup, se hace uso de una placa de media onda con el fin de establecer la correcta polarización del pump, ya que si bien por construcción no se garantiza que los fotones del láser emerjan con polarización  $|H\rangle$ , condición necesaria para que el cristal BBO genere fotones entrelazados, por lo que esta placa es posicionada en  $121^\circ$ , de tal forma de asegurar la polarización  $|H\rangle$ , otra función relevante que cumple la placa de media onda es que al girar el ángulo en  $166^\circ$ , no se cumplen las condiciones de fase en coincidencia por lo que no hay generación, es ahí donde se establece la condición óptima para la adquisición del *Flatfield* (Ruido Ambiente), puesto que los únicos fotones que inciden en el arreglo de pixeles de la cámara resultan ser fotones del pump que no generaron y por lo tanto son considerados como ruido, ya que no contribuyen al análisis del fenómeno a medir y observar.

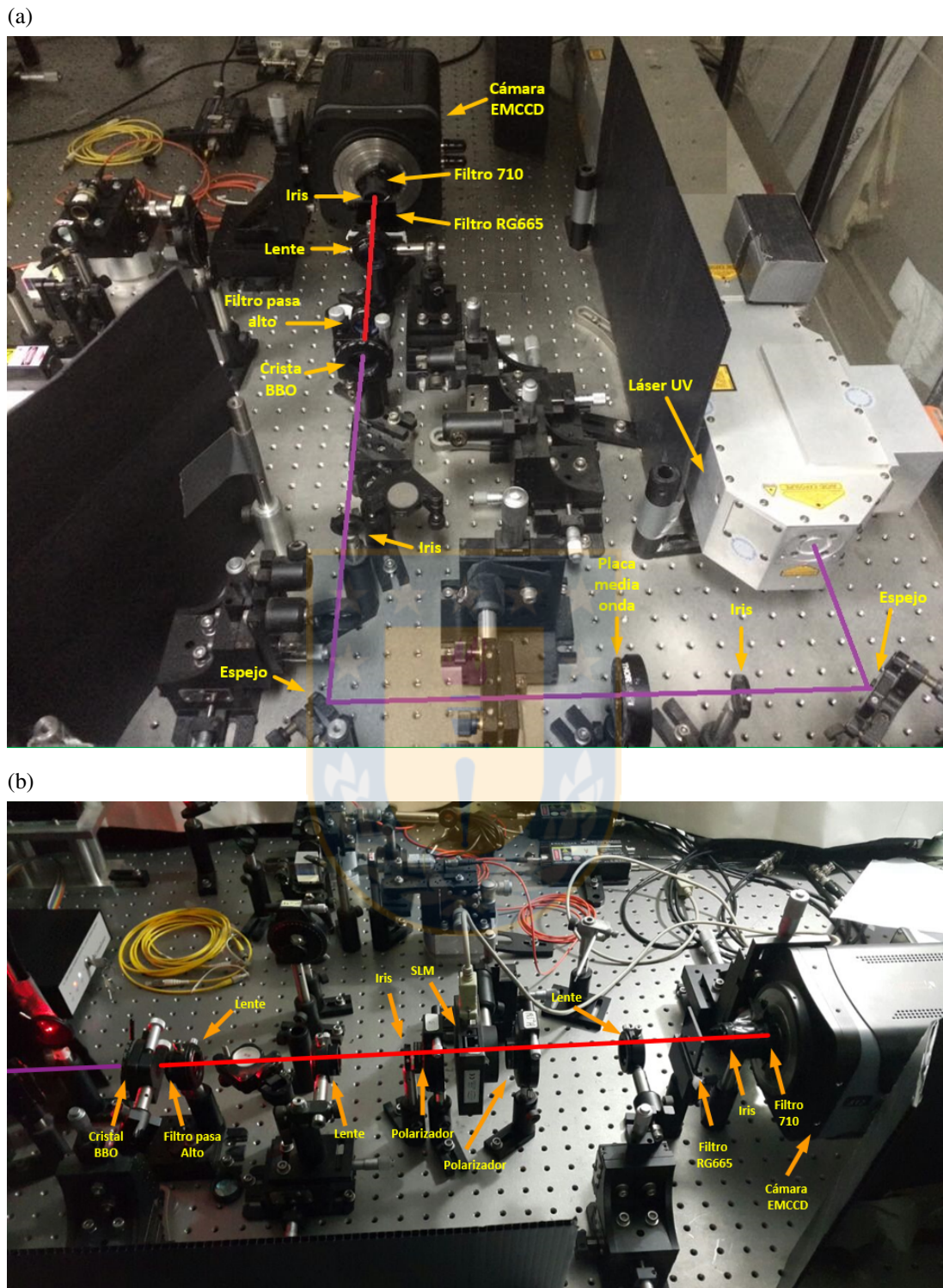


Figura 3.2: Setup real utilizado para la implementación de la concentración de entrelazamiento espacial, (a) setup utilizado para la obtención de la magnitud del estado inicial  $K_0$ , (b) setup Modificado para la ubicación del modulador SLM y la utilización de los distintos filtros para la obtención del nivel del número de Schmidt  $K$  (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 3.2 se identifica de mejor forma la distribución de los distintos componentes ópticos que se utilizaron en el experimento. En la primera etapa, se utiliza el setup de la Figura 3.2 (a) donde se realizan distintas mediciones para determinar el valor en magnitud del estado inicial  $K_0$  que es utilizado como un diferenciador de la concentración del entrelazamiento. En la segunda etapa, se utiliza el setup de la Figura 3.2 (b) que es una modificación del setup anterior para posicionar el modulador SLM que prueba cada uno de los distintos filtros en este experimento con la finalidad de comprobar si hay un aumento o disminución del nivel de concentración de entrelazamiento.

Al realizar una comparación de la Figura 3.1 y Figura 3.2 se observa que en la primera etapa del setup real se utiliza solo una lente en el circuito, pero después con la inserción del modulador SLM se utilizan 3 lentes para probar los distintos filtros. Además, la imagen real se observa la correcta distribución espacial que representa cada componente óptico utilizado y el aumento de la distancia de separación desde el cristal generador al detector que es dos veces la distancia utilizada para obtener la magnitud de  $K_0$ . Entonces, es por esta razón que resulta importante alinear los componentes ópticos adecuadamente para la correcta adquisición de las imágenes obtenidas.

Luego, para determinar un correcto tiempo de detección se realiza un barrido de distintos tiempos de integración de forma de trabajar en las condiciones óptimas que soporta el sensor, es decir, la detección de los fotones individuales incidentes, esto considera un tiempo superior al tiempo mínimo de adquisición de imágenes a la máxima resolución (tiempo mínimo de integración 1  $[\mu\text{s}]$  a una resolución de  $512 \times 512$ ). A pesar de encontrar un tiempo óptimo de integración para la realización de la captura (*Acquisition*) y para la captura en tiempo real (*Focus*), este tiempo resulta no ser lo suficiente debido a que satura en intensidad lo observado, por alta potencia emitida de la fuente de luz láser, por lo que el filtro pasa alto de 400 [nm], no evita la saturación excesiva. Principal razón por la cual se adhiere al setup otro filtro pasa alto RG665 de 665 [nm], que es capaz de eliminar por completo el pump que emite la fuente de luz SPDC y que se propaga en la misma dirección que los fotones señal y acompañante en la configuración colineal establecida.

### 3.2.1. Utilización de lentes

Una consideración relevante fue la utilización de las lentes, este elemento se utiliza para hacer que la imagen del objeto obtenido de la SPDC sea modulado y se forme en el sensor con mayor nitidez. Así, debido a que como se trabaja con fotones (mínima expresión del campo electromagnético cuantizado) es posible hablar del campo cercano (*Nearfield*) y campo lejano (*Farfield*).

Entonces, en el circuito óptico las lentes se localizan en distintas ubicaciones entre el detector óptico y el cristal BBO generador. Por lo que en el experimento se considera observar el fenómeno de formación de fotones entrelazados en ambos campos, intercambiando solo última lente, con un foco distinto, es decir  $f'=150$  [mm] y  $f'=75$  [mm]. Para esto se establece la utilización de la lente de mayor foco como base de observación.

Así, se evidencia la posición de cada foco ( $f'$ ), lo que abarcan y los distintos planos existentes.

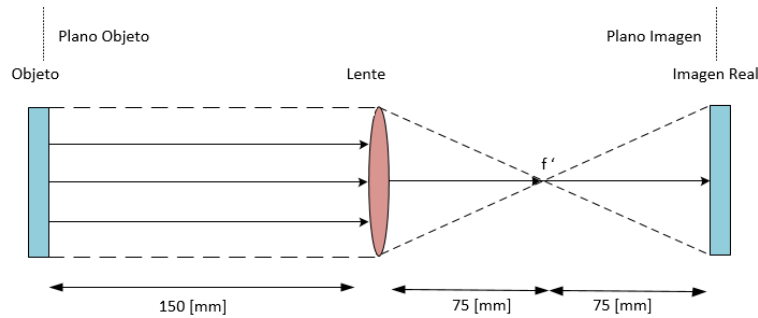


Figura 3.3: Esquema de funcionamiento del lente con  $f'=75$  [mm], utilizado para observar en campo cercano (Imagen traducida y modificada) [31].

En la Figura 3.3, se observa que tanto el plano objeto como el plano imagen están a la misma distancia a la lente y que poseen el mismo tamaño, esto se debe a que la magnificación propuesta es unitaria, para no altera el tamaño de lo observado con el detector óptico, además de esto se observa cuando a la distancia focal la luz se concentra en un punto, pero esto no es cierto sino que más bien la luz en ese punto empieza a divergir, además la imagen real esta invertida en comparación al objeto.

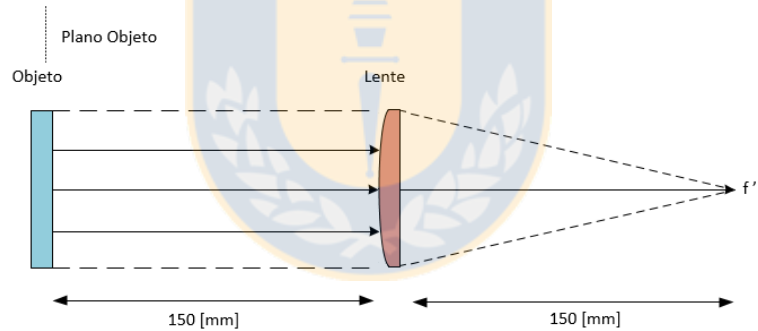


Figura 3.4: Esquema de funcionamiento del lente con  $f'=150$  [mm], utilizado para observar en campo lejano (Imagen traducida y modificada) [31].

En la Figura 3.4, se observa solo el plano objeto esto debido a que si observamos en el plano focal estamos representando la transformada de Fourier del objeto observado o lo que es igual a que si el objeto se observa en el infinito. Luego esto resulta físicamente imposible, motivo por el que se habla de lejano. Por lo tanto, no se puede plantear una magnificación; Puesto que, no existe formación de una imagen real en el plano imagen.

A continuación, se muestra la real distribución de las lentes utilizadas en el setup experimental, y como la distancia focal los relaciona, es decir

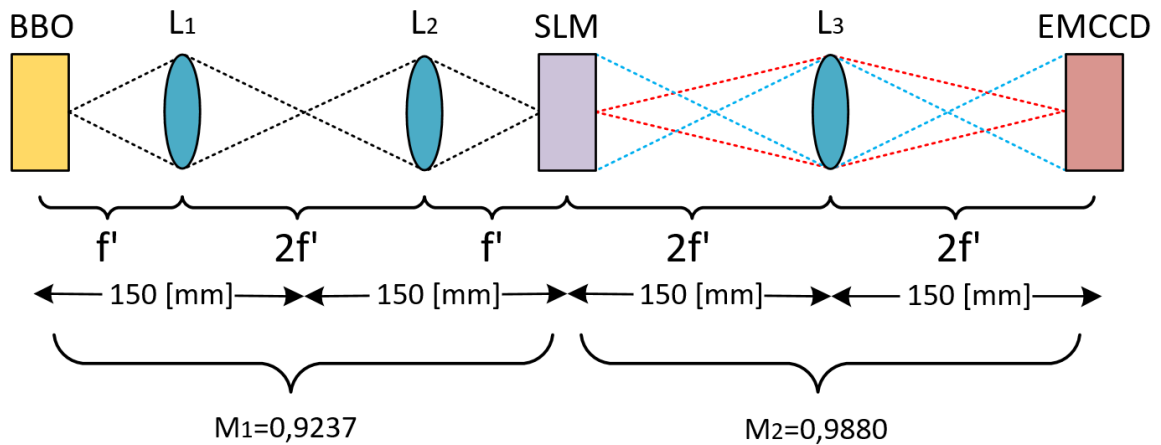


Figura 3.5: Esquema de distribución de las lentes del sistema (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 3.5, se observa que entre el cristal BBO y el modulador SLM se encuentran las lentes  $L_1$  y  $L_2$  ambas con un foco de 75 [mm] las cuales permanecen fijas, resultando una magnificación  $M_1=0,9237$ . Además, se observa que entre el modulador SLM y la cámara EMCCD se encuentra  $L_3$  que es una lente removible, es decir cuando el foco es de 150 [mm] (línea roja) se utiliza para observar el campo lejano y cuando el foco es de 75 [mm] (línea azul) se utiliza para observar el campo cercano del sistema, resultando en esta etapa una magnificación  $M_2=0,9880$ .

### 3.2.2. Sistema de Modulación

Un modulador espacial de luz (SLM) es un dispositivo programable eléctricamente que modula la luz de acuerdo con un patrón espacial fija (pixel). El SLM tiene un papel cada vez mayor en varias zonas ópticas donde el control de la luz sobre una base de pixel a pixel es crítica para el funcionamiento óptimo del sistema, se utilizan normalmente para controlar la luz incidente en la amplitud en una fase única o en una combinación de amplitud.

En la Figura 3.6, se observa el sistema de conexión del modulador SLM utilizado en el setup del experimento, donde se destaca el funcionamiento el cual resulta similar al de una pantalla de visualización externa, pero con diferencias dado que los pixeles con una intensidad mínima absorben completamente la luz incidente y los pixeles con máxima intensidad transmiten toda la luz que se propaga en el camino óptico.

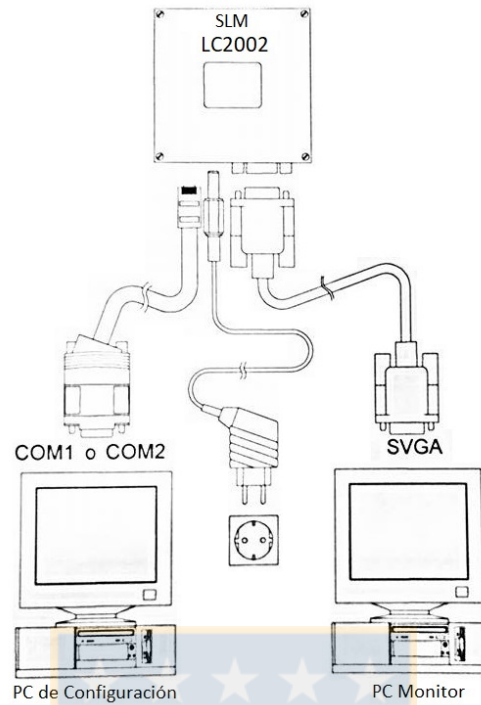


Figura 3.6: Conexión utilizada en el experimento con el modulador SLM (Imagen traducida y modificada) [21].

### 3.2.3. Sistema de detección

En primer lugar, cabe destacar que la cámara EMCCD se maneja de forma remota a través del software WinView, esto quiere decir que no es necesario mover o presionar algún botón para su funcionamiento, solo es sometida a enfriamiento por la misma fuente de alimentación que realiza ambas funciones.

Por lo tanto, para la correcta utilización de la cámara EMCCD (ver Figura 3.7) se realiza la refrigeración interna de tal forma de alcanzar una temperatura de operación adecuada (aproximadamente de  $-70^{\circ}\text{C}$ ), esto tarda alrededor de 15 minutos en poder establecerse, debido a que se trabaja en el modo EM de alta velocidad para realizar capturas en cinética rápida [22].

Por la muy alta sensibilidad lumínica que posee la cámara se construye una carcasa o cubierta de un material especial de color negro, con el fin de absorber la luz del ambiente, además de cubrir el circuito óptico con este material y eliminar todas las otras fuentes lumínicas que no forman parte del análisis.

Una vez que la cámara se encuentra en funcionamiento se debe establecer un rendimiento óptimo con la vista previa *Focus* de forma que enfoque, y luego hacer la adquisición de datos en el Modo *Acquisition* para un análisis previo.

Por último, es importante reconocer que se trata de una cámara monocromática que opera en el rango espectral que va desde 250 a 1.150 [nm], es decir todo el visible y parte del NIR.

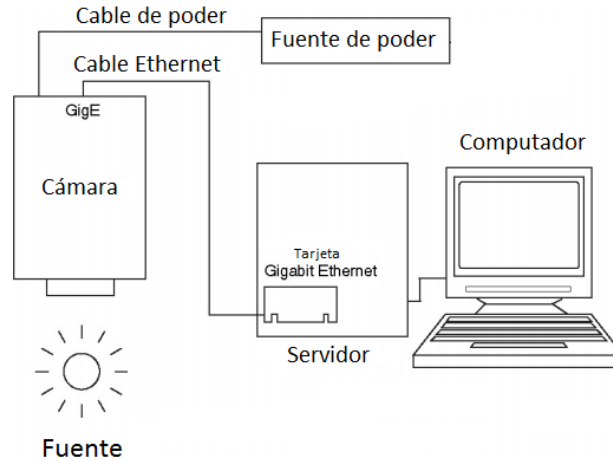


Figura 3.7: Conexión típica del experimento con la cámara EMCCD refrigerada por aire (Imagen traducida) [22].

### 3.2.4. Alineación con una doble rendija

La alineación de los componentes ópticos es muy importante cuando se trabaja con componentes que tienen un arreglo de píxeles esto es el modulador SLM y la cámara EMCCD, puesto que, poseen un área de píxeles limitada y las reflexiones de los componentes del sistema pueden alterar lo modulado y lo observado sobre todo si la cantidad de fotones es limitada. Por esto, se realiza una variación del setup experimental de la Figura 3.1, donde la fuente de luz láser UV es reemplazada por un láser semiconductor de 690 [nm] y el cristal no lineal BBO es reemplazado por una ranura de doble rendija, además el modulador SLM es configurado para que la transmisión resulte máxima y así alinear la doble rendija con el arreglo de píxeles de la cámara EMCCD.

Estas modificaciones se efectúan en el campo lejano donde se observa un patrón de interferencia resultante, que es la transformada de Fourier de la doble rendija que incide sobre el arreglo de píxeles, con el fin de alinear cada componente.

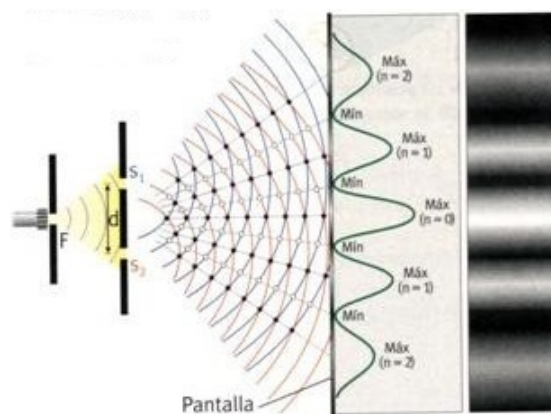


Figura 3.8: Esquema de funcionamiento de una doble rendija y patrón de interferencia resultante [27].

En la Figura 3.8, se observa el esquema de funcionamiento de una doble rendija, experimento básico utilizado para probar la dualidad onda partícula de la luz. En este caso, se utiliza para alinear tanto el modulador SLM como la cámara EMCCD con la luz entrante y los distintos elementos que forman el setup.

### 3.3. Comentarios finales

En el diseño del setup se utilizan elementos redundantes como los filtros y las lentes que en el momento del armado que estuvieron fuera de la planificación teórica en un principio, esto por no considerar la elevada potencia óptica de la fuente de luz UV y por problemas de difracción en la detección.

En la primera parte del armado del setup no se considera el modulador SLM, dado que se quiere ajustar el sistema hasta alcanzar una magnificación  $M_1 \approx 1$ , y luego reemplazar el lugar de la cámara EMCCD por el modulador SLM antes de extender el setup y agregar los otros componentes ópticos, así se realiza nuevamente la medición de magnificación  $M_2 \approx 1$ , donde se decide trabajar con estos resultados en el transcurso del experimento.

La distancia entre las lentes resulta relevante para la correcta visualización de los campos cercano y lejano, donde la última lente se cambia para observar en cada plano. Así, con esta medida se evita modificar la distancia entre en cristal BBO, el modulador SLM y la cámara EMCCD.

La alineación de las componentes es un factor importante por lo que se decide intercambiar el cristal BBO por una doble rendija y el camino óptico lo recorre un láser rojo de 690 [nm], utilizado para la alineación de los distintos componentes que conforman el setup y observar el patrón de interferencia, esto es utilizado como guía para la correcta visualización de las configuraciones espaciales de la fuente SPDC tipo I, para estimar la cuantificación de la magnitud del entrelazamiento.

Con respecto al sistema de detección, es valioso señalar que la fuente de poder que entrega la alimentación a la cámara EMCCD es responsable del sistema de enfriamiento interno, y el cable de red es utilizado para el transporte de los datos hasta la tarjeta de interfaz, ubicada en el servidor.

Finalmente, mencionar que la calibración de la cámara antes de la medición es efectuada a través de un programa de uso exclusivo y dedicado para realizar esta tarea sugerido por el fabricante, el cual solo exige como dato la temperatura de operación de la cámara que se desea aplicar. Luego, la utilización de este programa garantiza la correcta implementación de la calibración solucionando la problemática de obtener la mejor representación de lo observado.



# Capítulo 4

## Resultados y análisis

### 4.1. Introducción

El presente capítulo contiene los resultados obtenidos del experimento de concentración de entrelazamiento, en el cual se presentan un conjunto de datos y distribuciones espaciales adquiridas por la cámara EMCCD, donde cada imagen es sometida a un procesamiento externo mediante la utilización del software *Matlab*. De este modo, las correcciones y mediciones obtenidas son posibles de interpretar utilizando la base teórica anteriormente expuesta.

En primer lugar, se presentan las imágenes correspondientes al patrón de interferencia de una doble rendija, la cual fue utilizada en dos etapas dentro del setup experimental para realizar la alineación de los componentes ópticos y comprobar si la distancia de separación entre el sensor, el modulador y el cristal de generación son los adecuados para el experimento, esto se realiza comparando las variaciones del foco y el ajuste al teórico patrón de interferencia, obteniendo así, la magnificación del sistema óptico en la formación de imagen a detectar.

En segundo lugar, se obtiene la función de dispersión puntual, esto con la finalidad de mejorar la visibilidad y conocer los coeficientes de resolución espacial que posee el sistema óptico como la apertura numérica y el campo de visión instantáneo, donde mediante la deconvolución es posible corregir la difracción presente en la imagen. Además, se estudian las distintas variaciones que poseen las configuraciones del SPDC tipo I en las imágenes al estar presente cierto ángulo de apertura en la emisión de los fotones gemelos, se realiza una comparación entre los datos experimentales y una aproximación.

Por último, se hace uso de las ecuaciones definidas en el marco teórico para estimar el número de Schmidt, mediante un método propuesto, además se muestra el tipo de filtro espacial que es utilizado, las condiciones que se modifican en cada medición y se comparan los resultados experimentales obtenidos con un intervalo de confianza teórico y el discriminante del estado inicial, considerando algunas mediciones para el análisis más detallado en el plano cercano y plano lejano detectado.

## 4.2. Primera parte del setup

Corresponde a la región actual donde está ubicado el cristal BBO y el modulador SLM en esta etapa, el cristal BBO fue reemplazado por una ranura de doble rendija y el modulador SLM fue reemplazado por la cámara EMCCD, esto es iluminado por un láser rojo de 690 [nm], donde utilizando una lente se observa el plano imagen y el plano de Fourier, resultando lo siguiente

### 4.2.1. Patrón de interferencia

Se establece la utilización de una doble rendija principalmente debido a que es conocida la respuesta en el plano de Fourier, es decir el patrón de interferencia de la forma que se plantea en el Capítulo 3. Así, lo primero es realizar una alineación de los distintos componentes y el camino óptico, utilizando como base para realizar esto una lente con  $f'=150$  [mm], para con esto asegurar la correcta visualización del plano de Fourier.

Entonces, se realiza la captura bajo las siguientes condiciones: temperatura de operación  $T=-70^{\circ}\text{C}$ , ganancia  $G=20$  y con el mínimo tiempo de integración  $t=1$  [ $\mu\text{s}$ ], obteniendo.

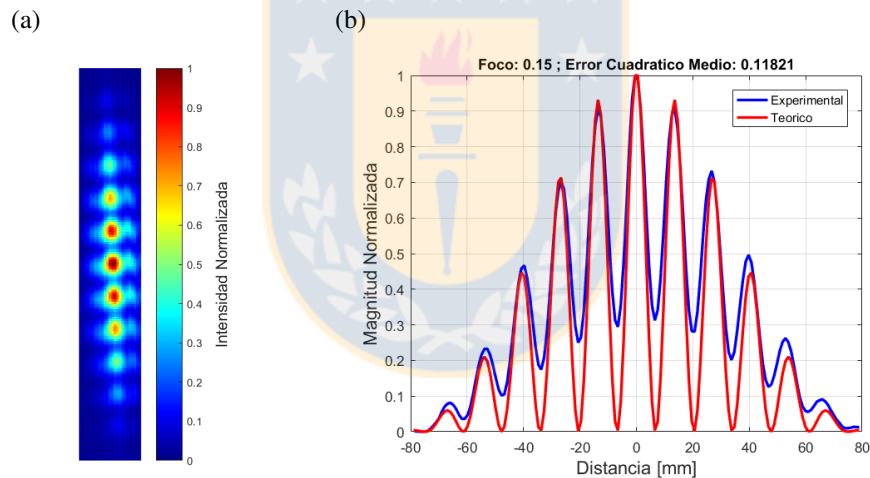


Figura 4.1: Patrón de interferencia de la primera parte del setup, (a) Imagen normalizada con aumento ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y simulados (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.1 se tiene la imagen de un patrón de interferencia donde en (a) se observa una saturación en intensidad, pero aun así es posible distinguir a ojo desnudo los 9 peaks que componen esta interferencia. Cabe resaltar que esta imagen fue reducida en resolución de  $512 \times 512$  a  $158 \times 25$  pixeles, en (b) se observa la comparación del patrón de interferencia experimental obtenido de la imagen a 150 [mm] de la lente y la curva teórica con un ajuste que mejor la representa, esto es considerando un foco de 150 [mm] e indicando un error cuadrático medio de 0,11821; Es decir, siguiendo las condiciones óptimas que sugiere el fabricante en la lente.

Al realizar una comparación entre las gráfica teórica y experimental de la Figura 4.1 (b) se observa una visibilidad distinta de cero por como lo plantea la curva teórica esto debido quizás a la gran cantidad de luz (Ruido) que satura la interferencia, pero por otro lado poseen un correcto ajuste en el eje x, es decir corresponde al ancho de la función.

De la justificación anterior, se considera entonces encontrar el mejor ajuste de foco que resulte en un menor índice de ECM, centrando esfuerzos en el patrón de interferencia a 150 [mm] que ha mostrado mejores resultados, obteniendo.

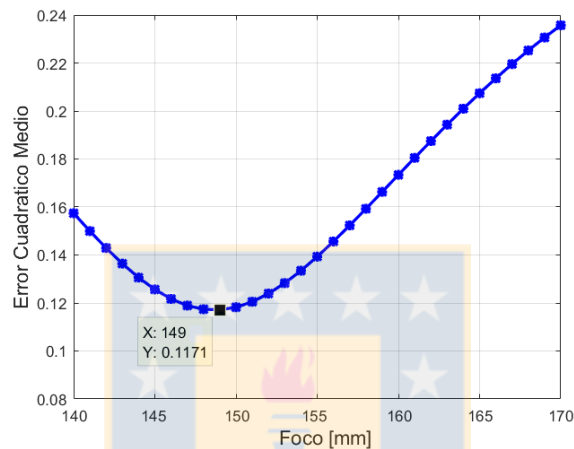


Figura 4.2: Gráfica de variación del ECM en la imagen capturada a 150 [mm] de la Lente a distintos valores de foco (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.2 se observa el comportamiento de ECM al realizar la variación del foco en patrón de interferencia teórico, resultando un mejor ajuste al considerar un foco de 149 [mm] a la menor magnitud de 0,1171 del EMC.

De este análisis se puede afirmar que se debe considerar una distancia de  $149 \pm 1$  [mm] entre el sensor de la cámara y la lente de 150 [mm] de foco, esto quiere decir que para este experimento y bajo la condiciones de trabajo se debe asumir que el sensor se encuentra a  $15 \pm 1$  [mm] al interior, valor levemente inferior al sugerido por el fabricante de 17,5 [mm] en las especificaciones de la cámara.

### 4.2.2. Doble rendija y magnificación $M_1$

Una vez montado el circuito óptico se realiza una alineación de los distintos componentes y el camino óptico, utilizando como base para realizar esto una lente con  $f'=75$  [mm], para con esto asegurar la correcta visualización del plano imagen de la doble rendija esto con la finalidad de conocer el índice de la magnificación que se está trabajando en este experimento y que es importante para obtener correctos resultados de observación.

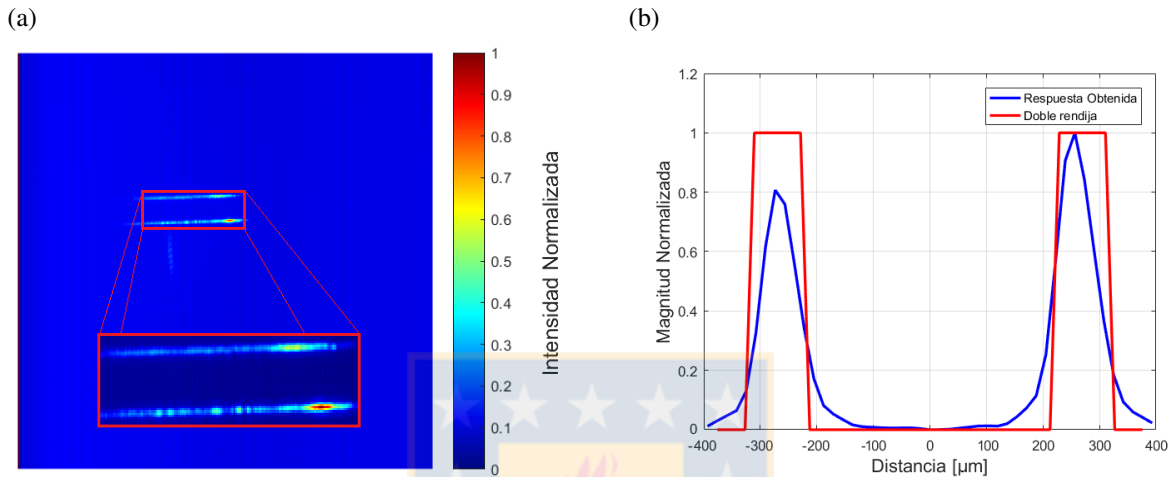


Figura 4.3: Doble rendija ( $a = 80$  [μm] y  $d = 500$  [μm]), (a) Imagen normalizada con aumento en la ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y medidas reales ( $AN_p = 0,0017$  [rad]) (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.5 se observa el comportamiento que tiene la luz al atravesar una doble rendija, en (a) se tiene la imagen a la cual se le aplica un aumento en la ROI, además se observa que la luz incide con una mayor intensidad en la rendija inferior y de forma poco uniforme esto debido a una leve inclinación de la ranura, en (b) se tiene la comparación con las medidas proporcionales de la doble rendija y la respuesta lumínica obtenida, donde se obtiene una mayor intensidad en una rendija la cual alcanza un peak máximo de 1 y la otra rendija un peak máximo de 0,8 en magnitud respectivamente.

La constante de magnificación utilizada para obtener la mayor cantidad de luz representada mediante la doble rendija corresponde a un valor de  $M_1=0,9237$  en magnitud, esto nos dice que tenemos una reducción del 7.6 % en lo observado en el plano imagen, lugar donde se encuentra la doble rendija y que reemplazaremos por un cristal BBO, para el experimento de concentración de entrelazamiento.

### 4.3. Segunda parte del setup

Corresponde a la región actual donde está ubicado el modulador SLM y la cámara EMCCD en esta etapa, el cristal BBO fue retirado del camino óptico y la en la posición donde se encuentra el modulador SLM se encuentra una ranura de doble rendija alineada con la cámara EMCCD, esto es iluminado por un láser rojo de 690 [nm], donde utilizando una lente se observa el plano imagen y el plano de Fourier, resultando lo siguiente

### 4.3.1. Patrón de interferencia

Al igual que en la primera parte del setup, establece la utilización de una doble rendija. Así, lo primero es realizar una alineación de los distintos componentes y el camino óptico, utilizando como base para realizar esto una lente con  $f'=150$  [mm], para con esto asegurar la correcta visualización del plano de Fourier.

Entonces, se realiza la captura bajo las siguientes condiciones: temperatura de operación  $T=-70^{\circ}\text{C}$ , ganancia  $G=20$  y con el mínimo tiempo de integración  $t=1$  [ $\mu\text{s}$ ], obteniendo.

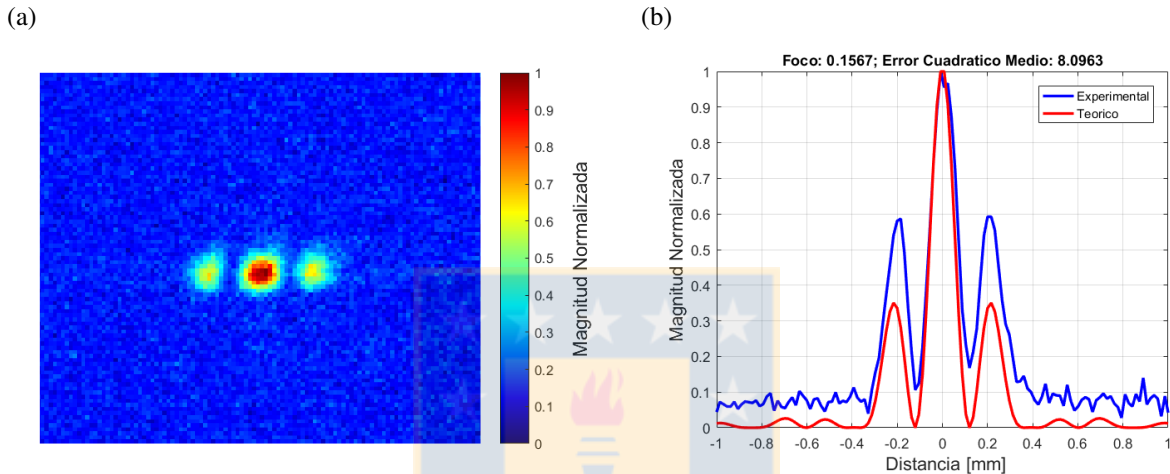


Figura 4.4: Patrón de interferencia de la segunda parte del setup, (a) Imagen normalizada con aumento ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y simulados (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.4 se tiene la imagen de un patrón de interferencia donde en (a) se observa una leve saturación en intensidad, pero es posible distinguir a ojo desnudo los 3 peaks que componen esta interferencia. Cabe resaltar que esta imagen fue reducida en resolución de  $512 \times 512$  a  $250 \times 300$  píxeles, en (b) se observa la comparación del patrón de interferencia experimental obtenido de la imagen a 150 [mm] de la lente y la curva teórica con un ajuste que mejor la representa, esto es considerando un foco de 156 [mm] e indicando un error cuadrático medio de 8,0963; Es decir, que sobrepasa levemente las condiciones óptimas que sugiere el fabricante en la lente.

Al realizar una comparación entre las gráfica teórica y experimental de la Figura 4.4 (b) se observa una visibilidad distinta de cero tal como lo plantea la curva teórica esto debido quizás a la gran cantidad de luz (Ruido) que satura la interferencia, particularmente las intensidades en baja magnitud, pero por otro lado se tiene un correcto ajuste en el eje x, es decir corresponde al ancho de la función.

### 4.3.2. Doble rendija y magnificación $M_2$

Con el circuito óptico montado se realiza una alineación de los distintos componentes y el camino óptico, utilizando como base para realizar esto una lente con  $f'=75$  [mm], para con esto asegurar la correcta visualización del plano imagen de la doble rendija esto con la finalidad de conocer el índice de la magnificación que se está trabajando en este experimento y que es importante para obtener correctos resultados de observación.

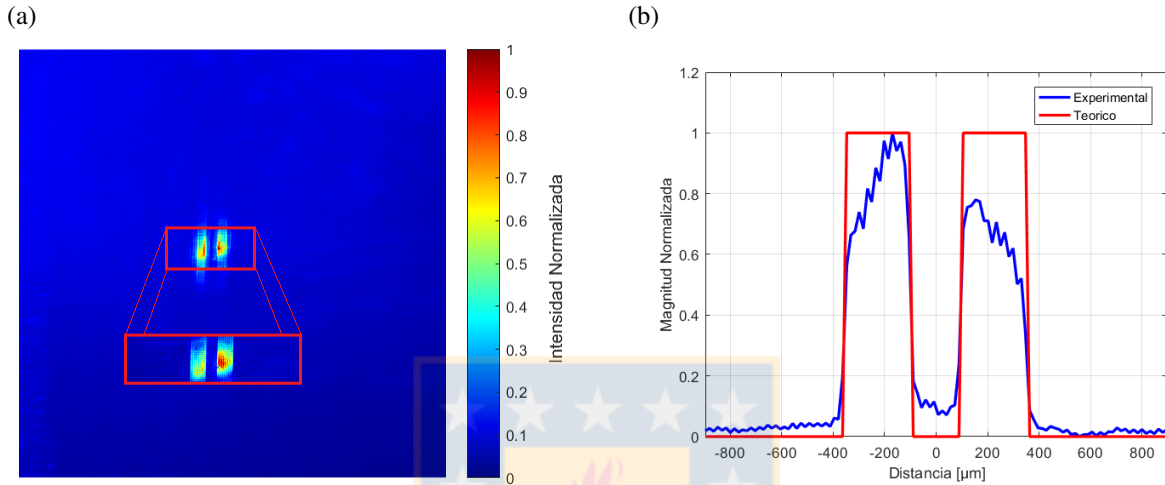


Figura 4.5: Doble rendija ( $a = 256$  [ $\mu\text{m}$ ] y  $d = 512$  [ $\mu\text{m}$ ]), (a) Imagen normalizada con aumento en la ROI, (b) Gráfica de ajuste de datos obtenidos y medidas reales ( $\text{AN}_S = 0,0016$  [rad]) (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.5 se observa el comportamiento que tiene la luz al atravesar una doble rendija, en (a) se tiene la imagen a la cual se le aplica un aumento en la ROI, además se observa que la luz incide con una mayor intensidad en la rendija derecha y de forma poco uniforme esto debido a que el pump no se encuentra debidamente centrado, en (b) se tiene la comparación con las medidas proporcionales de la doble rendija y la respuesta lumínica obtenida, donde se obtiene una mayor intensidad en una rendija la cual alcanza un peak máximo de 1 y la otra rendija un peak máximo de 0,78 en magnitud respectivamente.

La constante de magnificación utilizada para obtener la mayor cantidad de luz representada mediante la doble rendija corresponde a un valor de  $M_2=0,9880$  en magnitud, esto nos dice que tenemos una reducción del 1,2 % en lo observado en el plano imagen, lugar donde se encuentra la doble rendija y que reemplazaremos por el modulador SLM, para el experimento de concentración de entrelazamiento.

Luego, una vez definido el setup óptico a utilizar, los componentes y su distribución es posible determinar la Magnitud total del sistema, de la siguiente forma

$$M_T = M_1 \cdot M_2 \implies M_T = 0,9126$$

Esto nos dice que la distribución espacial detectada con la cámara EMCCD resulta ser 8,7 % más pequeña, que cuando los fotones gemelos son generados por el cristal BBO.

## 4.4. Función de dispersión puntual

Con la finalidad de mejorar la visibilidad del patrón de interferencia, mediante la corrección de la difracción en el sistema de detección, se propone utilizar la respuesta de impulso de un sistema. Esta función es conocida como la PSF de un sistema formador de imágenes, en el cual es posible conocer cómo se degrada una imagen real durante el proceso de adquisición. Para posteriormente aplicar procedimientos de restauración mejorando la detección. Así, para obtener la respuesta impulso del sistema óptico se utiliza generalmente un pinhole, dado que su respuesta se considera como la unidad fundamental de una imagen en modelos teóricos de formación de imagen.

Por lo tanto, considerando la alineación del setup experimental se decide utilizar el modulador SLM para simular una abertura circular o pinhole con el cual posee una ventaja comparativa dado que se puede modificar el diámetro de la apertura cuando se estime conveniente sin intervenir el circuito óptico para cada adquisición, dicho esto se obtiene lo siguiente

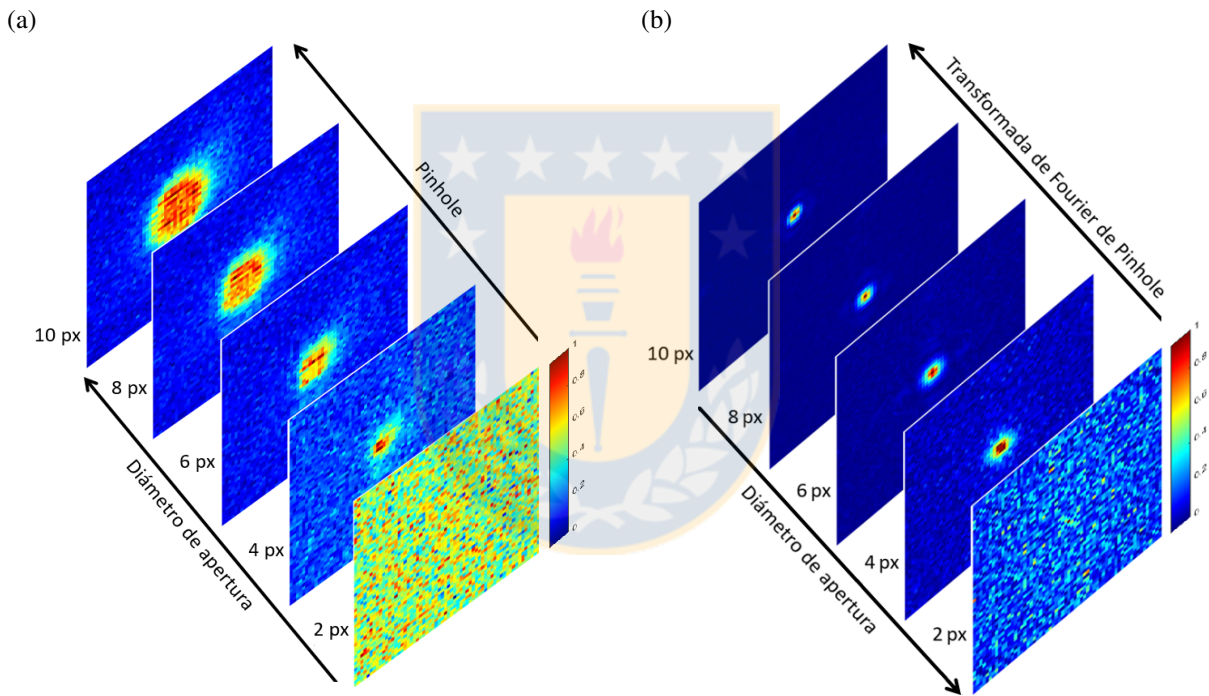


Figura 4.6: Proyección de pinholes a distintos diámetros de apertura, (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.6 se observa la proyección de 5 imágenes de distintos pinholes simulados por el modulador SLM a diferentes diámetros de apertura, en (a) se tiene el plano imagen de cada pinhole, resaltando que a un diámetro  $d = 2$  [px] no fue posible identificar la respuesta impulso por lo que la señal se confunde con el ruido presente en la escena, sin embargo se observa el aumento de contraste a medida que el diámetro de apertura aumenta, en (b) se tiene el plano de Fourier de cada pinhole, resaltando nuevamente que a un diámetro  $d = 2$  [px] no fue posible obtener la transformada de Fourier, sin embargo se observa la aparición de los disco de Airy y el patrón difracción de Fraunhofer de la abertura circular a medida que el diámetro de apertura aumenta.

Una abertura circular debido a la difracción de Fraunhofer produce una sucesión de anillos de luz concéntricos, con un máximo central. Así, para efectos de análisis se considera una imagen con el menor diámetro de apertura  $d$  dentro de la proyección en el plano de Fourier con la finalidad de identificar tanto el patrón de difracción y el disco de Airy  $d_A$ , tal y como se puede ver en la imagen siguiente.

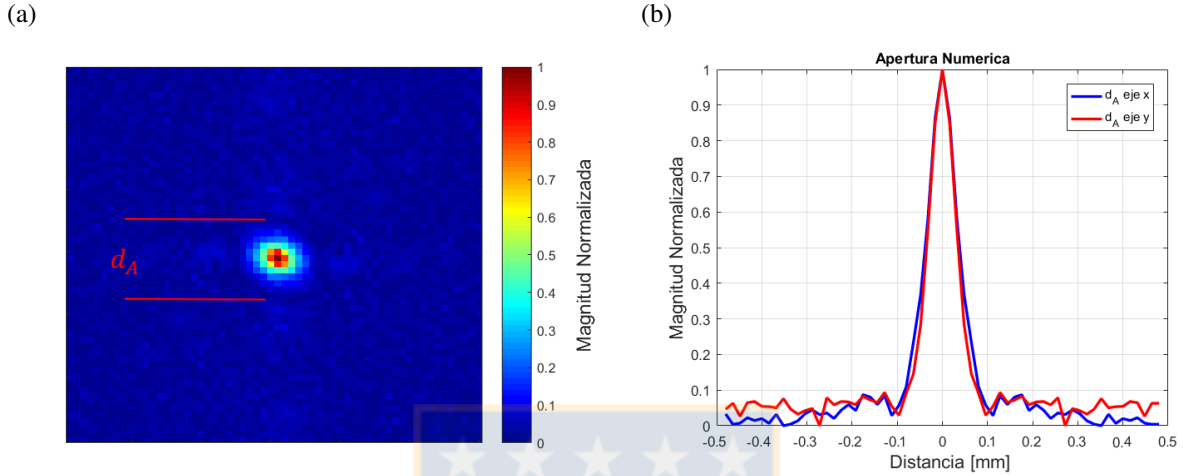


Figura 4.7: Patrón de difracción de un pinhole con diámetro de apertura  $d = 6$  [px], (a) Imagen en Plano de Fourier con aumento en la ROI, (b) Comparación entre los ejes x e y (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.7 se observa un patrón de difracción en el plano de Fourier, donde en (a) es posible identificar una unidad Airy en el máximo principal, el cual resulta ser el equivalente físico de la luz enfocada, en (b) se realiza una comparación de los perfiles transversales en los ejes x e y, quedando en evidencia que el disco de Airy es levemente no simétrico.

Por esta razón se calcula el disco de Airy  $d_A$  como el promedio entre las distancias  $d_{Ax}$  y  $d_{Ay}$ , resultando.

$$d_{Ax} = (38 - 24) \cdot 16 \times 10^{-6} \text{ [m]} \quad ; \quad d_{Ay} = (37 - 25) \cdot 16 \times 10^{-6} \text{ [m]}.$$

$$d_A = \frac{d_{Ax} + d_{Ay}}{2} \implies d_A = 2,08 \times 10^{-4} \text{ [m]}.$$

Así, el límite óptico debido a la difracción puede calcularse de manera empírica a partir del criterio de Rayleigh o apertura numérica (AN), es decir.

$$AN = \frac{1,21 \cdot \lambda}{d_A} \implies AN = \frac{1,21 \cdot 690 \times 10^{-9}}{2,08 \times 10^{-4}} \implies AN = 0,004 \text{ [rad]}. \quad (4.1)$$

Entonces, considerando el resultado  $AN = 0,004$  [rad], es superior en magnitud a los de  $AN_p$  y  $AN_s$  podemos afirmar que el parámetro de separación  $d$  entre ambas rendijas utilizadas debe ser menor (Como máximo 12 pixeles de  $16$  [ $\mu\text{m}$ ] de separación entre rendijas) de tal forma de obtener una visibilidad cercana a 1 en el plano de Fourier.



También, se calcula el campo de visión instantánea (IFOV), que es el ángulo determinado por el tamaño del pixel ( $T_p$ ) del sensor y la distancia focal ( $f'$ ), donde cada línea se subdivide en una secuencia de elementos espaciales individuales para cada una de las cuales representa una pequeña área de la escena que se examina.

Por lo tanto el IFOV, es decir el ángulo que cubre un pixel queda determinado por la siguiente expresión.

$$\text{IFOV} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{T_p}{2f'} \right) \implies \text{IFOV} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{16 \times 10^{-6}}{2 \cdot 75 \times 10^{-3}} \right) \implies \text{IFOV} = 2,1333 \times 10^{-4} \text{ [rad]}.$$

De igual, forma el Campo de visión (FOV) que representa el ángulo determinado por el tamaño del sensor ( $T_s$ ) y la distancia focal ( $f'$ ), queda determinada de la forma.

$$\text{FOV} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{T_s}{2f'} \right) \implies \text{FOV} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{8,2 \times 10^{-3}}{2 \cdot 75 \times 10^{-3}} \right) \implies \text{FOV} = 0,1092 \text{ [rad]}.$$

En consecuencia, la resolución espacial descrita como el tamaño del pixel ( $d_p$ ) en la imagen, es variable dado que se puede incrementar conforme nos alejamos del punto a medir. Dicho de otro modo, es el tamaño del objeto más pequeño que puede ser distinguido en una imagen, en efecto.

$$d_p = 2 \text{ h} \tan \left( \frac{\text{IFOV}}{2} \right) \implies d_p = 2 \cdot 150 \times 10^{-3} \cdot \tan \left( \frac{2,1333 \times 10^{-4}}{2} \right) \implies d_p = 31,999 \times 10^{-6} \text{ [m]}.$$

Luego, resulta imprescindible una buena equivalencia entre la resolución espacial y la escala espacial a la que ocurren los fenómenos que se quieren observar, en el caso del experimento esto es  $d_p \approx 2T_p$ , es decir, se necesitan 2 pixeles de la cámara EMCCD para observar el menor tamaño de la escena o fenómeno óptico de interés.

No obstante, se decide mediante el uso de algoritmos de deconvolución iterativa eliminar la influencia de la dispersión en la PSF, es decir, utilizar la imagen 4.4 (a) del patrón de interferencia de la doble rendija, en particular en la dirección de profundidad, donde la falta de definición es menor. Se emplea para esto la función *deconvblind* del software Matlab, con la finalidad de mejorar la visibilidad y reducir el ECM. Así, los resultados son representados en la Tabla 4.1 de la forma siguiente.

Tabla 4.1: Variación de la visibilidad al aplicar la función *deconvblind* con distintos grados en la PSF.

Grado	Visibilidad(%)	Dif. Visibilidad(%)	Offset Ajuste	ECM
Inicial*	85,5288	0	0,078	4,1476
1	94,3635	8,8347	0,029	2,6110
2	94,5525	9,0238	0,028	2,4171
3	94,7420	9,2132	0,027	2,4588
4	94,7420	9,2132	0,027	2,6965
5	95,1220	9,5932	0,025	2,7322
6	91,2046	5,6758	0,046	3,7655
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	91,2046	5,6758	0,046	3,7734

En la Tabla 4.1, se representa la variación del grado de la función *deconvblind* utilizada en Matlab para la obtención del incremento de la visibilidad, realizando la comparación con la función teórica del patrón de interferencia considerando un offset de ajuste determinado, disminuyendo de esta forma la magnitud del ECM en cada aumento del grado en la obtención de la PSF.

A continuación en la Figura 4.8 se representan los resultados obtenidos de la Tabla 4.1, donde se realiza una comparación gráfica entre las distintas respuesta de la función *deconvblind*, aplicadas con la finalidad de conseguir un mejor índice de visibilidad en la imagen real obtenida.

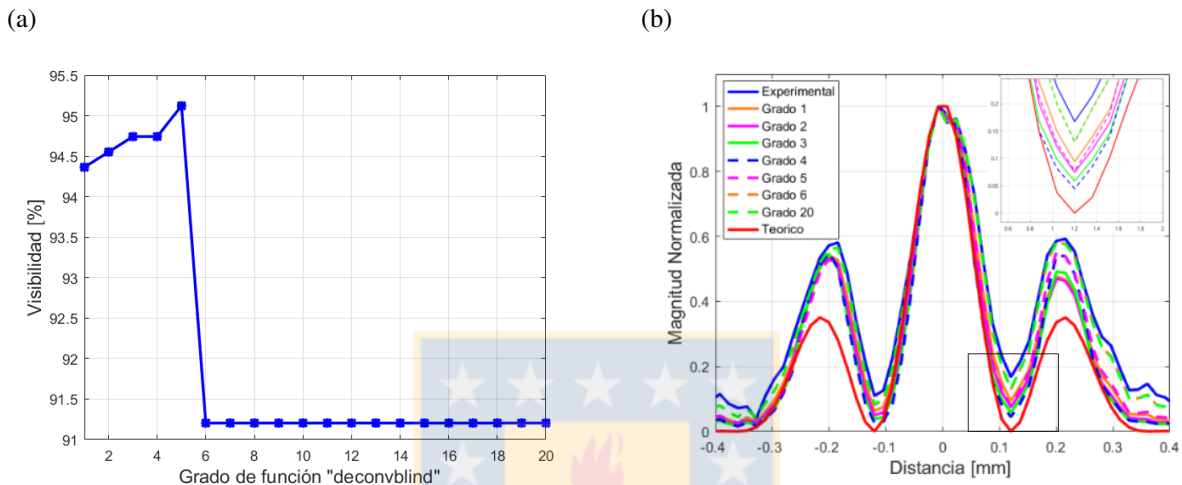


Figura 4.8: Grado de la función *deconvblind*, (a) Variación de la visibilidad, (b) Comparación entre las distintas respuesta de la función (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.8 se observa la respuesta obtenida al aplicar la función *deconvblind* que recibe como datos de entrada la PSF (Ver Figura 4.7 (a)) y el patrón de interferencia (Ver Figura 4.4 (a)), esto al realizar variaciones en el grado de la función con la finalidad de mejorar el índice de visibilidad, donde en (a) es posible identificar que el porcentaje de visibilidad es creciente solo hasta el grado 5, dado que después no solo decae sino que se mantiene constante esto desde el grado 6 al 20, en (b) se realiza una comparación considerando los distintos grados de la función que hacen variar la visibilidad, considerando las curvas Teórica y Experimentales, donde, además se aplica un Zoom en el valle inferior derecho para un mejor análisis.

Del estudio anterior, es decir considerando la Tabla 4.1 y la Figura 4.8 podemos afirmar que la función *deconvblind* con grado 3 es la que presenta un mayor porcentaje de visibilidad, menor magnitud de offset y menor índice de ECM. Dicho esto, se presenta a continuación la imagen real resultante.

En la Figura 4.9 se presenta el resultado de eliminar la influencia de la dispersión en el patrón de interferencia, donde en (a) se tiene la imagen real obtenida que presenta un menor ruido comparando con la imagen sin corregir (Ver Figura 4.4 (a)) considerando un análisis a ojo desnudo, en (b) se tiene la comparación gráfica entre la imagen resultante (línea verde), teórica y experimental, de estas se observa que la curva teórica resulta ser el límite inferior y la curva experimental el límite superior. Además, se puede observar que la gráfica resultante posee una magnitud elevada a intensidades bajas cercanas a la intensidad central.

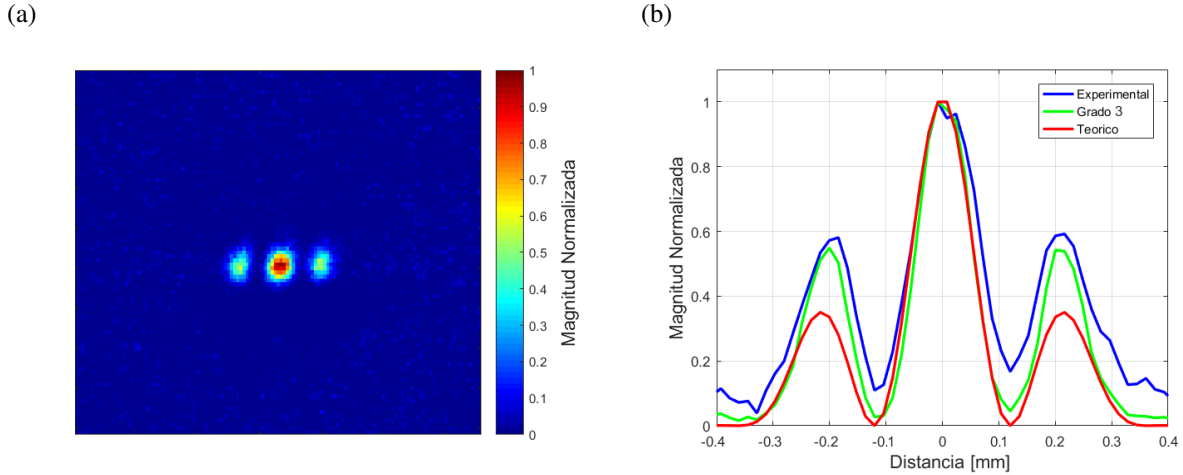


Figura 4.9: Función *deconvblind* con grado 3, (a) Imagen real obtenida, (b) Comparación gráfica considerando las curva Teórica y Experimental (Fuente: Elaboración propia).

Luego, aplicar este tipo de corrección, es decir, eliminar la influencia de la dispersión en una imagen mediante la adquisición de PSF resulta ser efectivo, esto por los datos adquiridos donde la diferencia de visibilidad supera el 9 % y considerando un índice de ECM menor a grado inicial. Así, este tipo de corrección no es válida considerando una fuente de luz incoherente como es el caso de los fotones entrelazados generados por el SPDC tipo I utilizados en este experimento, por lo que se decide no aplicar este método en las siguientes imágenes del experimento.

## 4.5. Imágenes del SPDC de tipo I

En esta sección, se realiza una comparación de las imágenes obtenidas del SPDC de tipo I en el campo lejano para cada una de las configuraciones resultantes de la variación de las condiciones de fase en coincidencia. Estas las definimos como: estado entrelazado no colineal y estado entrelazado colineal.

Estas configuraciones son representadas mediante la siguiente ecuación [2].

$$I \propto |E| = \left[ \text{sinc} \left( \frac{a((x - C)^2 + \varphi)}{\lambda} \right) \right]^2, \quad (4.2)$$

donde,  $\lambda$  es la longitud de onda de los fotones gemelos,  $C$  es una constante experimental obtenida del ancho de la función gaussiana que se ajusta al plano imagen del pump por la magnificación obtenida,  $a$  es el parámetro que relaciona el foco de la lente en el plano de Fourier y el largo efectivo de generación de los fotones gemelos,  $x$  representa las dimensiones y medida reales del sensor, y  $\varphi$  es el ángulo de apertura de emisión que poseen los conos generados por los fotones gemelos.

Así, las imágenes de la fuente de luz SPDC tipo I, que fueron capturadas con la cámara calibrada, corregidas mediante *Flatfielding*, considerando un campo cercano idéntico para cada configuración, a una máxima ganancia  $G = 1000$ , sometida a una temperatura de trabajo  $T = -70^\circ\text{C}$  a una resolución de  $512 \times 512$  y normalizada con la intensidad máxima, mediante la modificación del rango dinámico para cada imagen mejorando la resolución de la distribución espacial observada. Así, se realiza una comparación teórica utilizando el *toolbox* de *Matlab* “*cftool*” para aproximar cada imagen en el campo lejano considerando el coeficiente de correlación  $R$  del *Fitting* en cada configuración, resultando.

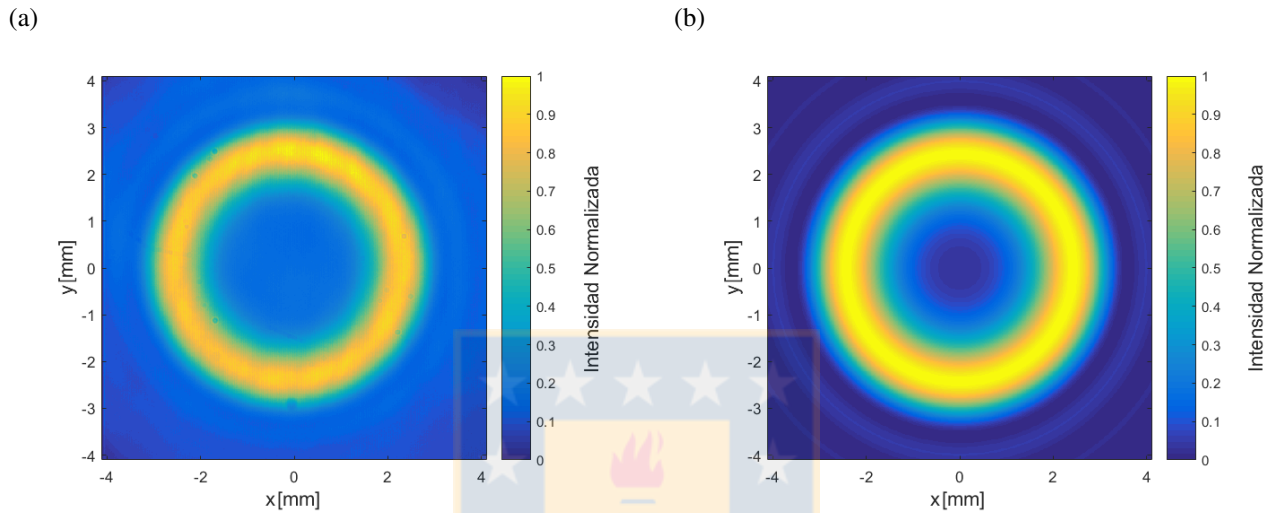


Figura 4.10: Configuración espacial en el estado entrelazado no colineal con  $\varphi = 1,032$ , (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con  $R = 0,989$  (*Fitting* en 2D)(Fuente: Elaboración propia).

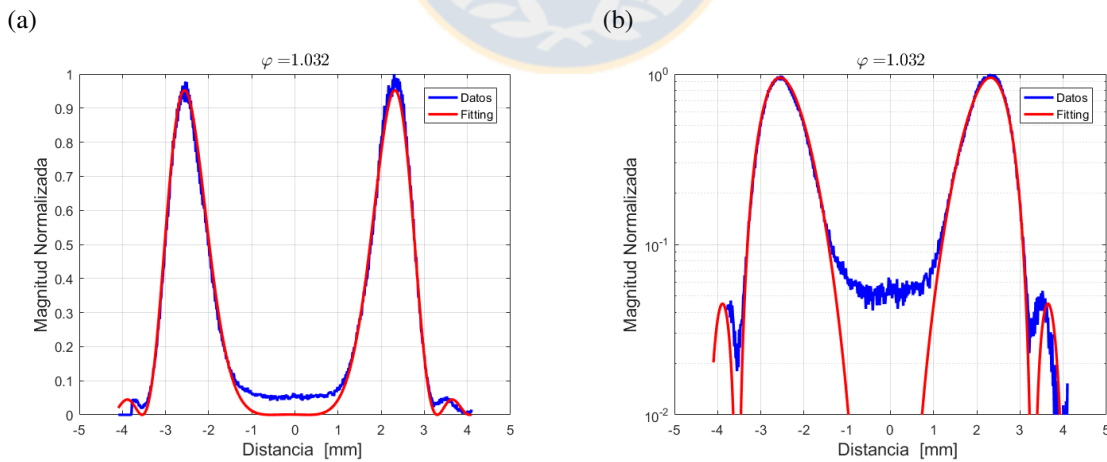


Figura 4.11: Gráfica obtenida de la imagen experimental en el estado entrelazado no colineal con  $\varphi = 1,032$  y una aproximación (*Fitting*), (a) Comparación lineal, (b) Comparación logarítmica (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.10 se tiene una configuración espacial en el estado entrelazado no colineal con  $\varphi = 1,032$ , en donde (a) es la imagen experimental capturada por la cámara EMCCD y (b) es una aproximación teórica de dos dimensiones con un coeficiente de correlación de  $R = 0,989$ , ambas imágenes fueron normalizadas para facilitar la comparación. Por lo anterior, podemos decir, que a pesar del ruido presente en la imagen experimental es posible evidenciar las pequeñas intensidades presentes y que en la parte central no fue posible lograr un nivel menor al esperado en intensidad.

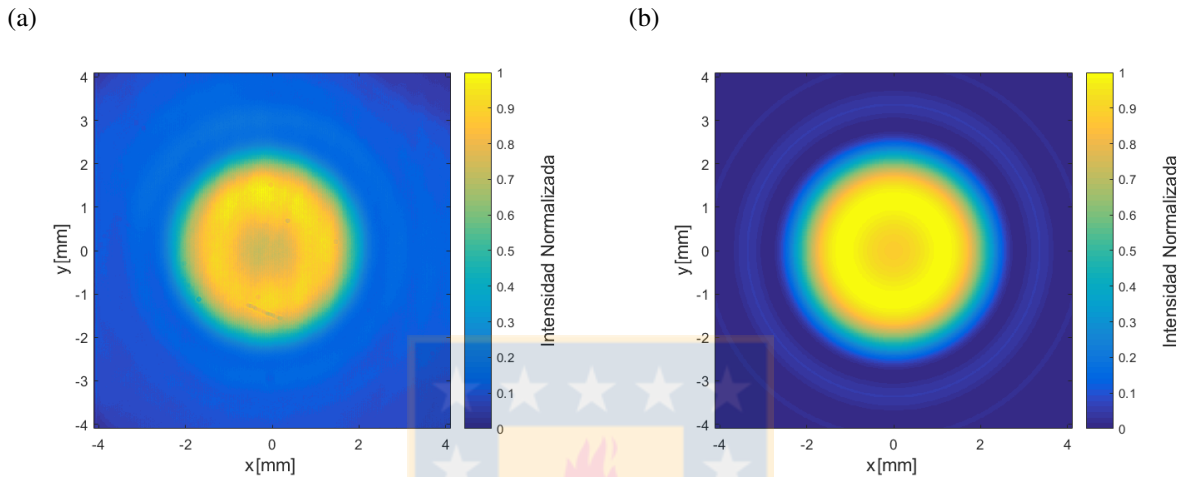


Figura 4.12: Configuración espacial en el estado entrelazado no colineal con  $\varphi = -0,2672$ , (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con  $R = 0,9975$  (*Fitting* en 2D) (Fuente: Elaboración propia).

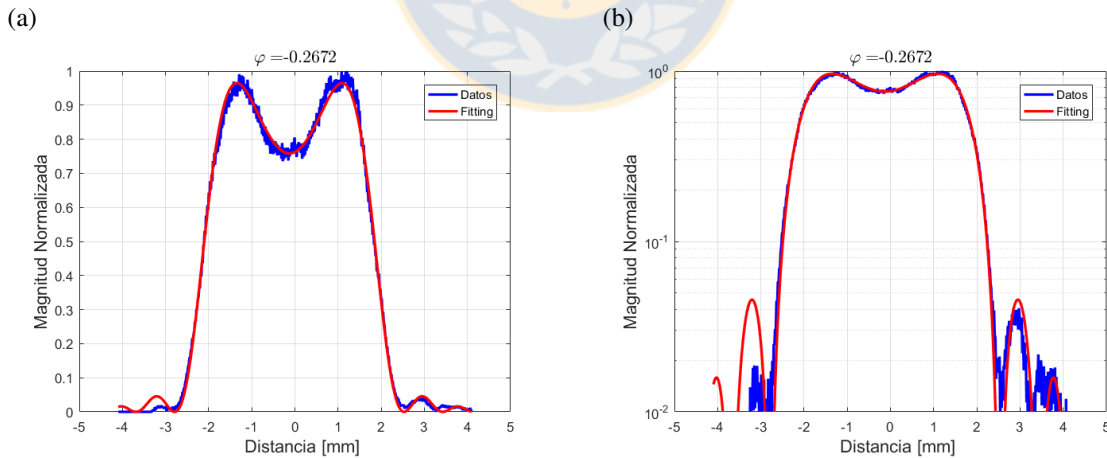


Figura 4.13: Gráfica obtenida de la imagen experimental en el estado entrelazado no colineal con  $\varphi = -0,2672$  y una aproximación (*Fitting*), (a) Comparación lineal, (b) Comparación logarítmica (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.11 se observa la comparación en una dimensión de la intensidad en la imagen experimental y la aproximación teórica, considerando la obtención de la muestra en el eje de las abscisa con respecto al pixel central, en (a) se realiza la comparación en el régimen lineal y en (b) se realiza la comparación en el régimen logarítmico, donde se resalta una visibilidad distinta de cero, además de esto se observa que los dos peak principales son levemente diferentes en intensidad y que la baja frecuencia en el lado izquierdo es muy poco representativo.

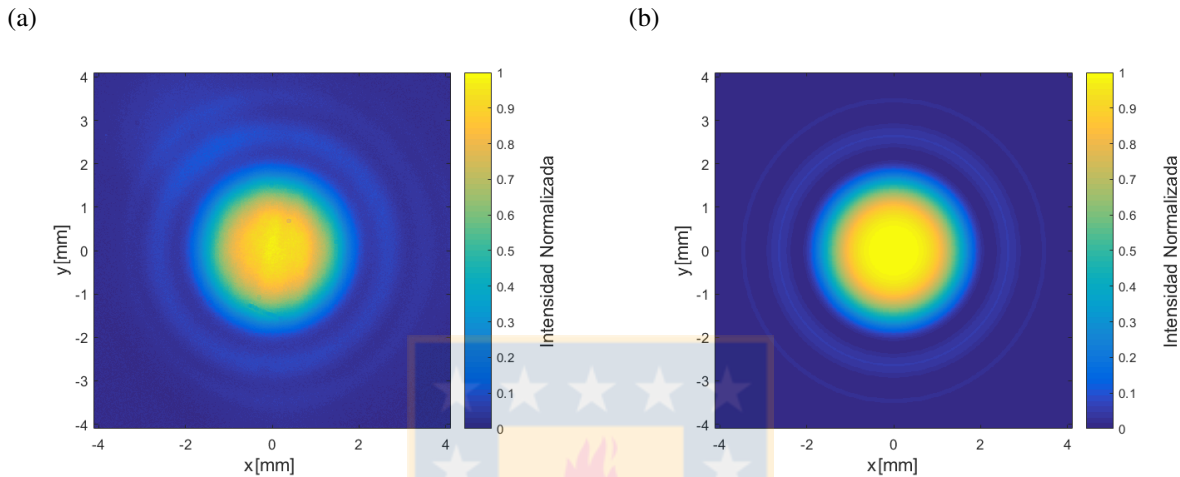


Figura 4.14: Configuración espacial en el estado entrelazado colineal con  $\varphi = 1,502 \times 10^{-8} \approx 0$ , (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con  $R = 0,998$  (*Fitting* en 2D) (Fuente: Elaboración propia).

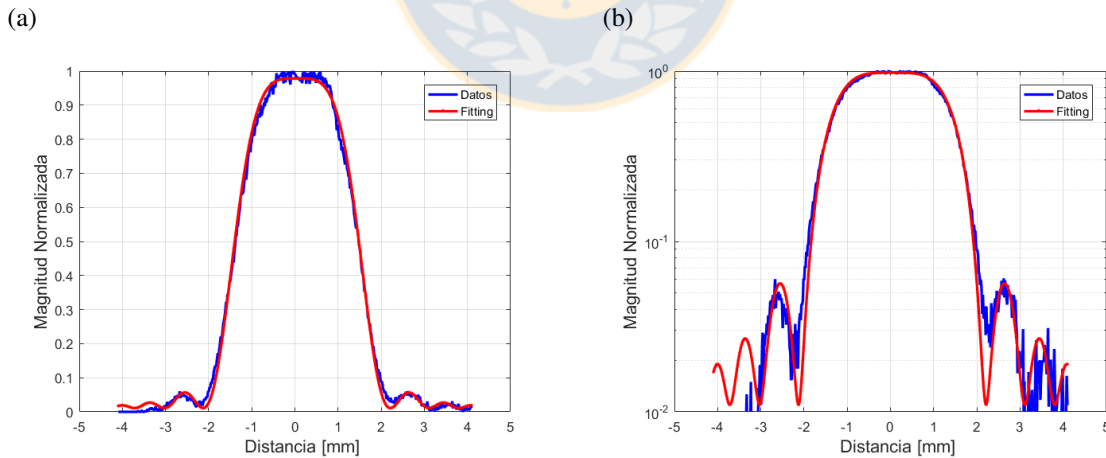


Figura 4.15: Gráfica obtenida de la imagen experimental en el estado entrelazado colineal con  $\varphi = 1,502 \times 10^{-8} \approx 0$  y una aproximación (*Fitting*), (a) Comparación lineal, (b) Comparación logarítmica (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.12 se tiene una configuración espacial en el estado entrelazado no colineal con  $\varphi = 0,267$ , en donde (a) es la imagen experimental capturada por la cámara EMCCD y (b) una aproximación teórica de dos dimensiones con un coeficiente de correlación de  $R = 0,997$ , ambas imágenes fueron normalizadas para facilitar la comparación. Por lo anterior podemos decir que a pesar del ruido presente en la imagen experimental es posible evidenciar las pequeñas intensidades, en la parte central no fue posible lograr un nivel mayor de intensidad y se observa una distribución poco uniforme.

En la Figura 4.13 se realiza la comparación en una dimensión de la intensidad en la imagen experimental y la aproximación teórica, considerando la obtención de la muestra en el eje de las abscisa con respecto al pixel central, en (a) se realiza la comparación en el régimen lineal y en (b) se realiza la comparación en el régimen logarítmico, donde se resalta un ajuste bastante bueno, pero con anomalías en los peaks y en el valle central de intensidad, por otra parte, a baja intensidad en el lado izquierdo es poco representativo.

En la Figura 4.14 se tiene una configuración espacial en el estado entrelazado colineal con  $\varphi = 1,5 \times 10^{-8}$ , en donde (a) es la imagen experimental capturada por la cámara EMCCD y (b) es una aproximación teórica de dos dimensiones con un coeficiente de correlación de  $R = 0,998$ , ambas imágenes fueron normalizadas para facilitar la comparación. Por lo anterior podemos decir que a pesar del ruido presente en la imagen experimental es posible evidenciar las pequeñas intensidades y se logró un nivel menor de ruido en los bordes, además esta imagen resulta ser la más importante del *Farfield* debido a que la utilizamos para estimar el número de Schmidt y obtener el valor de la constante  $a$  presente en la búsqueda del largo efectivo de generación del cristal.

En la Figura 4.15 se observa la comparación en una dimensión de la intensidad en la imagen experimental y la aproximación teórica, considerando la obtención de la muestra en el eje de las abscisa con respecto al pixel central, en (a) se realiza la comparación en el régimen lineal y en (b) se realiza la comparación en el régimen logarítmico, donde se observa una similitud bastante óptima en el peak central, y a bajas intensidades se observa semejanza en la forma y distribución de los datos.

Entonces, se presentan los resultados obtenido del ángulo de apertura de emisión  $\varphi$  de los fotones gemelos y el coeficiente de correlación  $R$  al aplicar un *Fitting* a los datos experimentales medidos, es decir, los resultados son representado en la Tabla 4.2 de la siguiente manera.

Tabla 4.2: Ángulo de apertura emisión y coeficiente correlación.

Estado	Valor teórico	Valor experimental	Coficiente de correlación R
Colineal	$\varphi \approx 0$	$\varphi = 1,5 \times 10^{-8}$	0,998
No Colineal	$\varphi > 0$	$\varphi = 1,032$	0,989
No Colineal	$\varphi < 0$	$\varphi = -0,267$	0,997

En la Tabla 4.2 se presenta el estado de entrelazamiento y como esto se relaciona con valor del ángulo de apertura de emisión de los fotones gemelos. Se evidencia además, la similitud que tienen los valores teóricos y experimentales a la vez que se relacionan en su dominio, obteniendo coeficientes de ajustes muy altos de correlación que justifican aún más lo equivalentes que son las gráficas.

El estado de entrelazamiento colineal, será utilizado en el experimento dado que presenta la mayor tasa de generación de fotones gemelos y a su vez resulta más fácil trabajar con el modulador SLM y en la detección utilizando la cámara EMCCD para cuantificar el nivel de entrelazamiento. Por otra parte, cuando se utiliza una lente con foco a 75 [mm], se está observando el campo cercano, es decir el plano imagen del pump que incide en el cristal BBO en la generación de fotones gemelos, obteniendo como repuesta la siguiente distribución espacial.

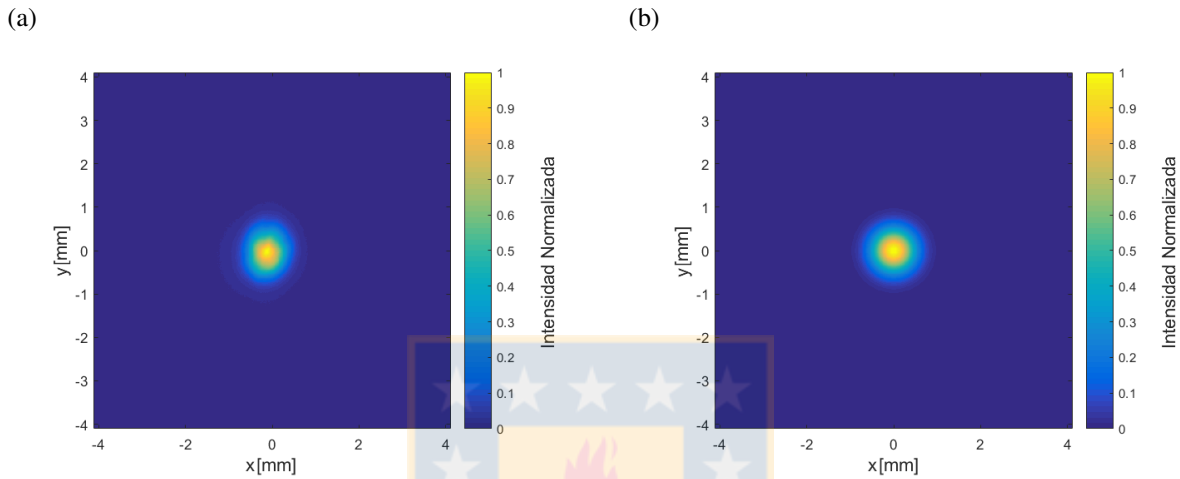


Figura 4.16: Plano imagen del pump de entrada, (a) Imagen experimental, (b) Imagen aproximada con  $R = 0,997$  (Fitting en 2D)(Fuente: Elaboración propia).

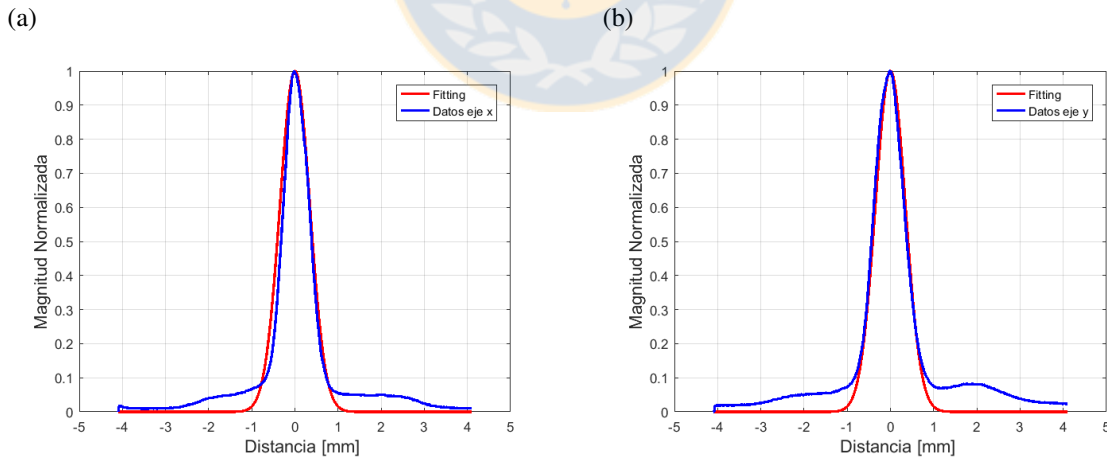


Figura 4.17: Gráfica obtenida de la imagen experimental en el plano imagen de pump de entrada, (a) Comparación lineal eje x, (b) Comparación lineal eje y (Fuente: Elaboración propia).



En la Figura 4.16 se observa la distribución espacial del pump que incide en el cristal BBO, en donde (a) es la imagen experimental capturada por la cámara EMCCD y (b) es una aproximación teórica de dos dimensiones con un coeficiente de correlación de  $R = 0,997$ , ambas imágenes fueron normalizadas para facilitar la comparación. Por lo anterior podemos decir que el pump en la imagen experimental no es simétrico más bien parece ser elíptico, a pesar de esto el centro con las intensidades más altas poseen una simetría aparente.

En la Figura 4.17 se observa la comparación en una dimensión de la intensidad en la imagen experimental, en (a) se realiza la comparación en el eje x, en (b) se realiza la comparación en el eje y. En ambos casos se detecta mucho ruido presente en la base, es decir a bajos niveles de intensidad, por otro lado se observa una similitud bastante buena en el peak a altas intensidades. Así, en (a) la función gaussiana que describe los datos experimentales se vuelve más angosta, fenómeno que no ocurre en (b) donde los valores de intensidad se ajustan de mejor forma, de lo anterior entonces se puede afirmar que el pump tiene una forma elíptica, por lo que considerar un único valor para la constante  $C$  que describe el ancho de la función gaussiana solo considerando una dimensión no es fácil de realizar por que depende del eje de referencia a elección.

El análisis de la Figura 4.16 resulta relevante para la obtención del número de Schmidt relacionado con el nivel de entrelazamiento, ya que de este análisis resulta el valor de la constante  $C$  definido como el ancho de la distribución gaussiana que es utilizado para obtener las distintas configuraciones del SPDC en el campo lejano.

## 4.6. Estimación del número de Schmidt

De lo realizado anteriormente se obtuvieron distintos parámetros, los cuales son utilizados para cuantificar la magnitud de entrelazamiento espacial, conocido como número de Schmidt.

En principio, si resulta posible el construir una la base Schmidt  $\{|m, p\rangle\}$  que es función del momentum y la posición, se podría calcular  $K$  teóricamente, siempre y cuando se obtienen suficientes términos de la expansión. Sin embargo, esta Tesis utiliza como base los cálculos analíticos obtenidos de la Memoria de Título de un estudiante de postgrado <sup>1</sup>. Por otra parte, este procedimiento no proporciona una manera clara para determinar  $K$  experimentalmente.

Por consiguiente, se desarrolla un método para cuantificar en nivel de entrelazamiento experimental, esto se logra obteniendo las dos distribuciones (*Nearfield* y *Farfield*) del perfil de los fotones gemelos que inciden en el modulador SLM y finalmente son detectados con la cámara EMCCD, donde mediante integración numérica la resultante es aproximada mediante un *Fitting*, es decir, se utiliza la función gaussiana en posición para *Nearfield* y la función sinc cuadrada en momentum para *Farfield*, con estos datos se aplica la formula 2.4 resultando una estimación del número de Schmidt.

<sup>1</sup>Evelyn Acuña Ortega, Magíster en Ciencias con mención en Física, “Concentración de entrelazamiento espacial de los fotones gemelos”

Además, se utiliza el Modulador SLM para probar múltiples filtros del tipo no gaussianos, considerando distintas combinaciones en los valores de ancho  $a$  y separación  $d$ , usando como discriminaste la magnitud del número de Schmidt del estado inicial  $K_0$ . Todo lo anterior, en la búsqueda de incrementar la concentración de entrelazamiento.

Por lo tanto, para obtener la magnitud del número de Schmidt en  $K_0$ , el modulador SLM en el setup es configurado a transmisión máxima (sin filtro), obteniendo como respuesta las siguientes distribuciones espaciales.

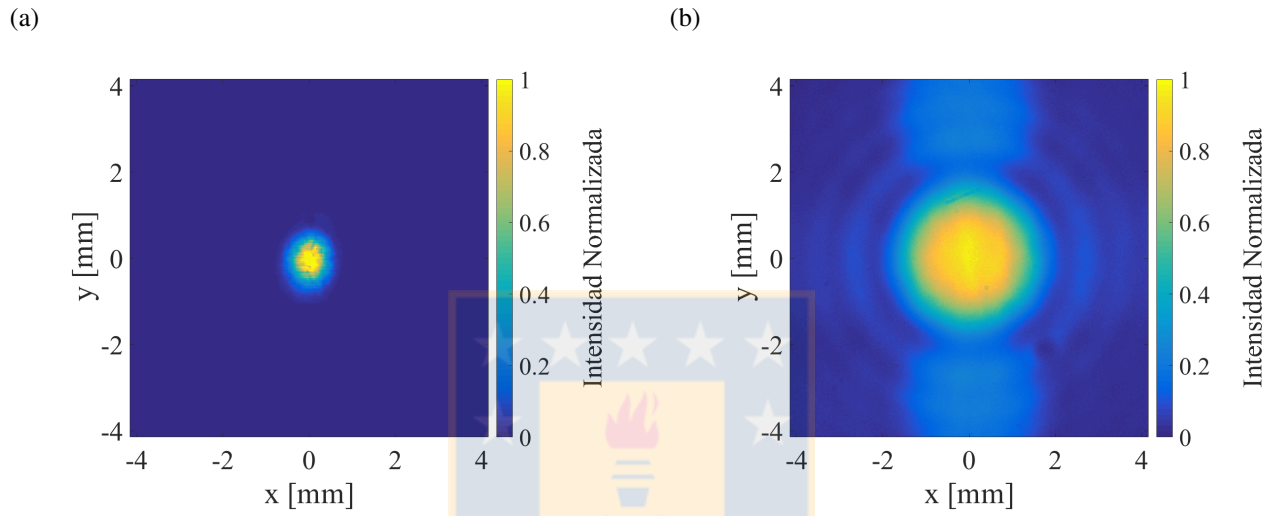


Figura 4.18: Imagen del estado inicial  $K_0$  (Modulador SLM a máxima transmisión), (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.18 se aprecian las imágenes experimentales capturadas por el sensor óptico corregidas mediante corrección *Flatfielding*, es decir eliminando la falta de homogeneidad de la fuente de iluminación SPDC para el estado inicial  $K_0$ , en (a) se tiene el plano imagen donde se observa la no simetría del pump detectado, posiblemente proveniente de la fuente y resalta una cuadrícula de pixeles, esto debido a que el modulador SLM de igual forma que el detector EMCCD está conformado por pixeles, es decir celdas ordenadas donde las uniones absorben una pequeña parte de la señal de interés, provocando que estas se vuelvan visibles a cierto nivel de intensidad, en (b) se tiene el plano de Fourier donde se observa la no simetría de la distribución detectada, de hecho se aprecian dos grandes manchas en el eje central en la parte superior e inferior, debido a que los pixeles del modulador SLM presentan un factor de llenado (Fill Factor) de 55 % y la posible inclinación de la placa soporte, esto hace que cada pixel de la región de transmisión se vuelva rectangular, lo que provoca una difracción en el eje  $y$ , además se observa la presencia de una mancha en la parte inferior derecha en el primer anillo, producida por el cristal BBO de generación.

Así, se utilizan las ecuaciones (2.5) y (2.6), para la obtención de la aproximación en el estado inicial  $K_0$ . En estas ecuaciones para determinar  $C$  se consideran 10 imágenes distintas en el plano imagen, promediando el valor para cada eje donde se aplicaba la integración y obteniendo la desviación estándar asociada  $\Delta C$ . De igual forma, para determinar  $L$  se consideran 5 imágenes, pero solo se considera válida la fila central de cada imagen, promediando el valor y obteniendo la desviación estándar asociada  $\Delta L$ .

Por consiguiente, el cálculo del número de Schmidt en el estado inicial  $K_0$ , resulta.

$$K_0 = \frac{3\pi^2(596 \times 10^{-6})^2}{4\lambda(4,4 \times 10^{-3})} \implies K_0 = 841,7,$$

Así, el intervalo de confianza asociado al cálculo del número de Schmidt en el estado inicial  $K_0$ , es descrito mediante la siguiente ecuación, es decir

$$\Delta K_0 = \frac{3\pi^2(596 \times 10^{-6})}{2\lambda(4,4 \times 10^{-3})} \sqrt{(1,32 \times 10^{-5})^2 + \frac{(596 \times 10^{-6})^2(7,2 \times 10^{-5})^2}{4(4,4 \times 10^{-3})^2}} \implies \Delta K_0 = 39,7,$$

De esta forma es posible estimar en primera instancia el número de Schmidt, resultado que es utilizado como discriminante en la prueba de diferentes filtros, con la finalidad de aumentar del nivel de entrelazamiento de los fotones gemelos generados por la fuente SPDC.

Luego, tal como mencionamos anteriormente, con los parámetros resueltos de las curvas ajustadas de los registros de las imágenes adquiridas, podemos calcular el entrelazamiento espacial utilizando la ecuación 2.4. Entonces, obtuvimos un valor del número de Schmidt para el estado inicial  $K_0$  magnitud que queda definida de la siguiente manera.

$$K_0 = 842 \pm 40.$$

Donde, el error descrito surge de la libertad que posee cada curva ajustada.

## 4.7. Filtro no gaussiano

Los filtros espaciales ópticos que se utilizan en el experimento son del tipo no gaussiano (los filtros espaciales en el experimento son formados en la SLM que se encuentra caracterizada), es decir un filtro formado por dos o más funciones gaussianas. Esto es porque la suma de dos o más funciones gaussianas no entregan como resultado una función gaussiana por lo que es posible utilizar la combinación de funciones para diseñar un nuevo filtro, por otra parte se comprobó que los filtros de tipo gaussiano no realizan concentración el entrelazamiento, sino más bien lo disminuyen provocando la pérdida del recurso.

### 4.7.1. Selección de filtro no gaussiano a utilizar

Para esto se prueba con cierta configuración, que es un conjunto de funciones gaussianas. Los resultados más detallados se encuentran en la Tesis de Magíster de Evelyn Acuña <sup>2</sup>. Si bien, estas cuatro distribuciones gaussianas fueron probadas por simulación considerando una fuente SPDC de tipo II, distinta a la utilizada en esta Tesis (fuente SPDC de tipo I) se decide aplicar esperando producir un aumento en la concentración de entrelazamiento, esta vez, de forma experimental y utilizando como detector una cámara EMCCD de alta sensibilidad.

Por tanto, en justificación teórica se demuestra que a partir del uso de un filtro del tipo gaussiano no es posible concentrar el entrelazamiento, sino más bien lo disminuye. Por lo que se reemplaza por un filtro de tipo no gaussiano justificado de la forma anterior, donde se obtiene las dimensiones y distribuciones espaciales, un ejemplo de la forma siguiente.

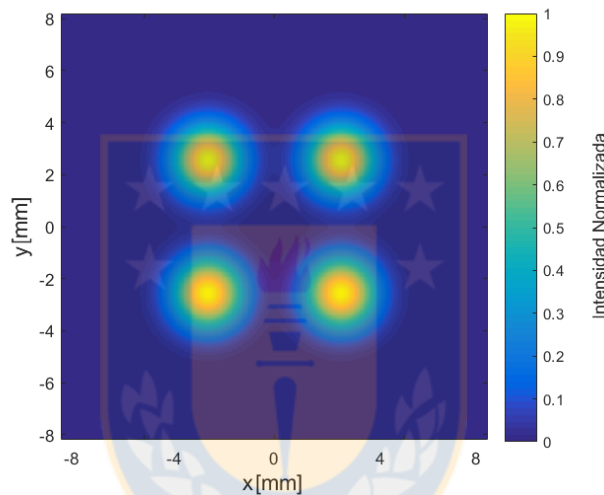


Figura 4.19: Imagen de un filtro no gaussiano, compuesta por cuatro distribuciones gaussianas de ancho  $a = 124 \text{ } [\mu\text{m}]$ , y con separación  $d = 400 \text{ } [\mu\text{m}]$  (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.19 se aprecia el ejemplo de un filtro de tipo no gaussiano, donde se observa de forma independiente cada una de las cuatro funciones gaussianas que lo componen, la construcción se desarrolla mediante un código en Matlab que genera cada máscara a probar y medir, con la finalidad de cuantificar en nivel de entrelazamiento  $K$  a los cuales se ven sometidos los fotones al incidir sobre alguno de estos filtros.

Los filtros espaciales que se utilizan son implementados por un modulador SLM espacial, donde sólo se aplica modulación de amplitud, las mediciones de campo cercano y de campo lejano son llevadas a cabo, y después de las mediciones se calcula el número de Schmidt. Este experimento requiere la caracterización completa y post procesamiento de las imágenes capturadas de la distribución marginal de los fotones de la fuente de generación.

<sup>2</sup>Evelyn Acuña Ortega, Magíster en Ciencias con mención en Física, “Concentración de entrelazamiento espacial de los fotones gemelos”

### 4.7.2. Medición experimental

En esta parte, se presentan los resultados obtenidos del experimento de concentración de entrelazamiento, mediante la prueba de filtros espaciales del tipo no gaussiano, esto se realiza en dos escenarios, primero se varía el ancho considerando una separación constante y luego, se varía la separación considerando el ancho constante. Además, los resultados son analizados considerando el intervalo de confianza teórico obtenido para cada combinación, en conjunto con el error asociado.

A continuación, la Tabla 4.3 muestra el comportamiento que poseen 15 filtros espaciales, considerando una separación constante  $d=20$  [px] y variando el ancho en un intervalo definido. Como observación, cabe destacar que los pixeles que se consideran en la unidad de medida del ancho y separación corresponden al modulador SLM, es decir, 1 [px] equivale a  $32$  [ $\mu\text{m}$ ] respectivamente.

Tabla 4.3: Comportamiento de la medición experimental en Filtros (considerando  $d=20$  [px]) con variación en el ancho, intervalo de confianza y número de Schmidt  $K$ .

Ancho a [px]	Intervalo de Confianza		Medición Experimental	
	$\Delta K_{\text{max}}$	$\Delta K_{\text{min}}$	K	Kerror
4	417,7	372,2	396,7	64,7
5	578,7	494,3	557,8	53,7
6	801,4	685,9	745,2	38,1
7	1155,0	989,4	1071,0	39,7
8	1463,0	1226,0	1404,0	31,2
9	1408,0	1146,0	1238,0	56,3
10	1180,0	948,6	1030,9	48,0
11	994,2	798,1	902,1	15,4
12	876,2	704,8	824,6	6,7
13	805,1	649,1	779,3	12,1
14	762,7	616,1	752,7	12,1
16	723,9	585,8	717,1	11,8
18	714,4	578,3	699,2	12,2
20	717,4	580,4	694,6	12,4
22	725,7	586,6	693,7	13,4

En la Tabla 4.3 se observa en detalle cómo cambia el nivel de entrelazamiento  $K$  en cada medición experimental realizada, donde resalta que cada medición en primera instancia calza dentro del intervalo de confianza teórico correspondiente. Ahora bien, considerando todas las mediciones  $K$  podemos decir que la distribución que las describe corresponde a una función gaussiana, alcanzando el peak de magnitud  $K=1404$  al considerar un filtro con un ancho  $a=8$  [px]. Además, se puede afirmar que el error asociado a cada medición va disminuyendo a medida que el ancho aumenta, esto debido a que una mayor cantidad de fotones son detectados, provocando la reducción del error.

Así, los datos de la Tabla 4.3 son presentados gráficamente en la Figura 4.20, donde se agrega el discriminaste en magnitud del número de Schmidt del estado inicial  $K_0$  para mejorar el análisis y la interpretación de las distintas mediciones.

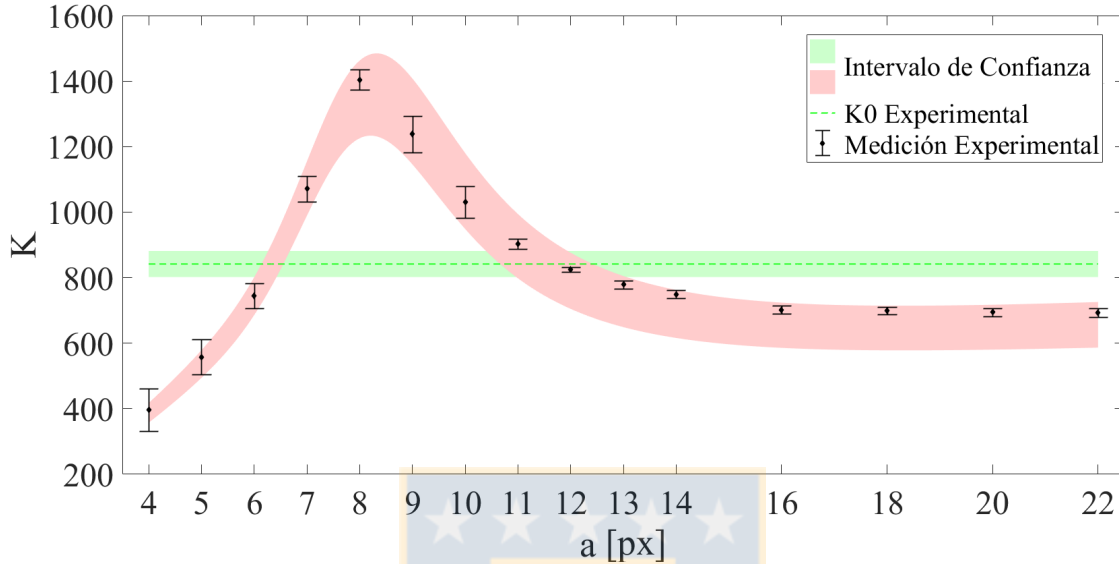


Figura 4.20: Comportamiento de los Filtros espaciales (considerando  $d=20$  [px] y variando  $a$ ) en respuesta del número de Schmidt  $K$  (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.20, se observa de mejor forma el comportamiento que poseen los 15 filtros espaciales, considerando una separación constante  $d=20$  [px] y variando el ancho, donde todas las mediciones experimentales se encuentran dentro del intervalo de confianza teórico correspondiente. Además, considerando el valor en magnitud del estado inicial  $K_0$ , se puede afirmar que los 5 filtros con ancho 7,8,9,10 y 11 [px] son los que realizan concentración de entrelazamiento siendo máxima en  $a=8$  [px] y mínima en  $a=4$  [px]. Por otra parte, al seguir aumentando el ancho el valor de  $K$ , parece llegar a una magnitud constante de aproximadamente 700, siendo incluso menor que la medición sin filtro (Transmisión máxima) en el setup.

Luego, se muestran las imágenes detectadas con la cámara EMCCD de los Filtros con  $a=8$  [px] y  $a=12$  [px], con las cuales se realizaron las mediciones experimentales respectivas, esto considerando para el análisis el plano imagen y el plano de Fourier, donde fueron corregidas mediante post procesamiento cada una de las imágenes capturadas.

En la Figura 4.21, se tiene la imagen detectada del filtro espacial no gaussiano con  $d=20$  [px] y  $a=8$  [px], con el cual se realiza la medición del nivel de entrelazamiento  $K$ , en (a) se tiene el plano imagen, donde se observa las cuatro funciones gaussianas que componen el filtro, de igual forma parece haber una interacción entre las dos gaussianas superiores e inferiores lo que resulta mayormente detectable, a pesar de esto se evidencia que medición de  $K$  en este filtro están dentro del intervalo de confianza teórico y que además, resulta ser el que posee la máxima magnitud, dentro de la separación que presenta este filtro es posible observar los bajos niveles de intensidad presentes en el centro de la distribución espacial, en (b) se tiene el plano de Fourier, donde se observa mucho menos intensa

la imagen en comparación con la Figura 4.18 (b) en K0, además se aprecia un leve aumento de la difracción presente en la parte superior e inferior del centro. Finalmente de forma global, se observa una reducción la función sinc cuadrado que describe la distribución espacial y esto acompañado con una mayor presencia de ruido en el campo lejano del filtro detectado.

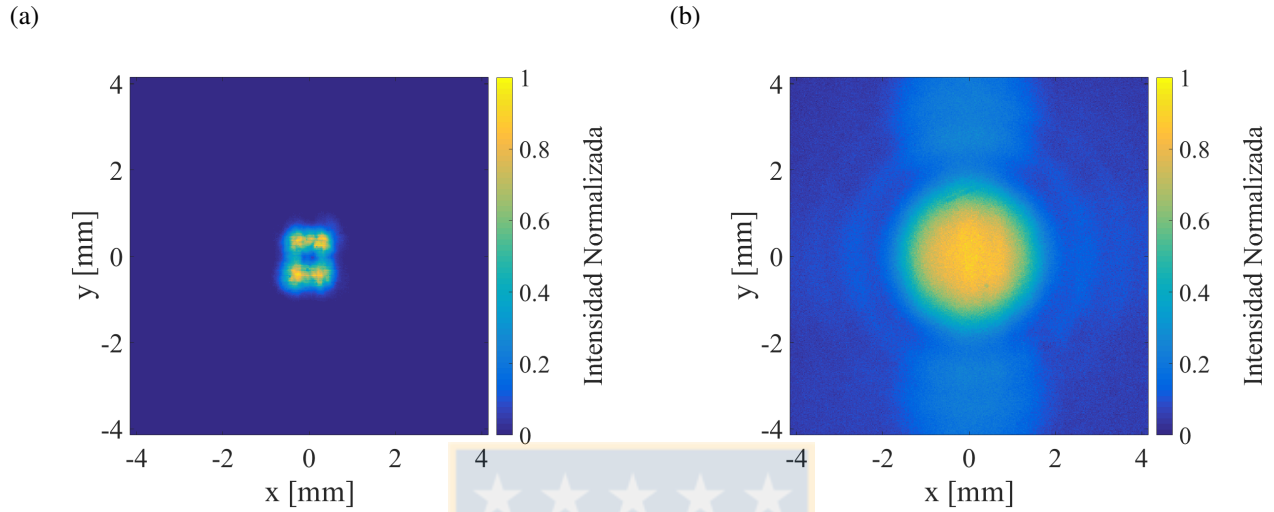


Figura 4.21: Imagen del Filtro con  $d=20$  [px] y  $a=8$  [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia).

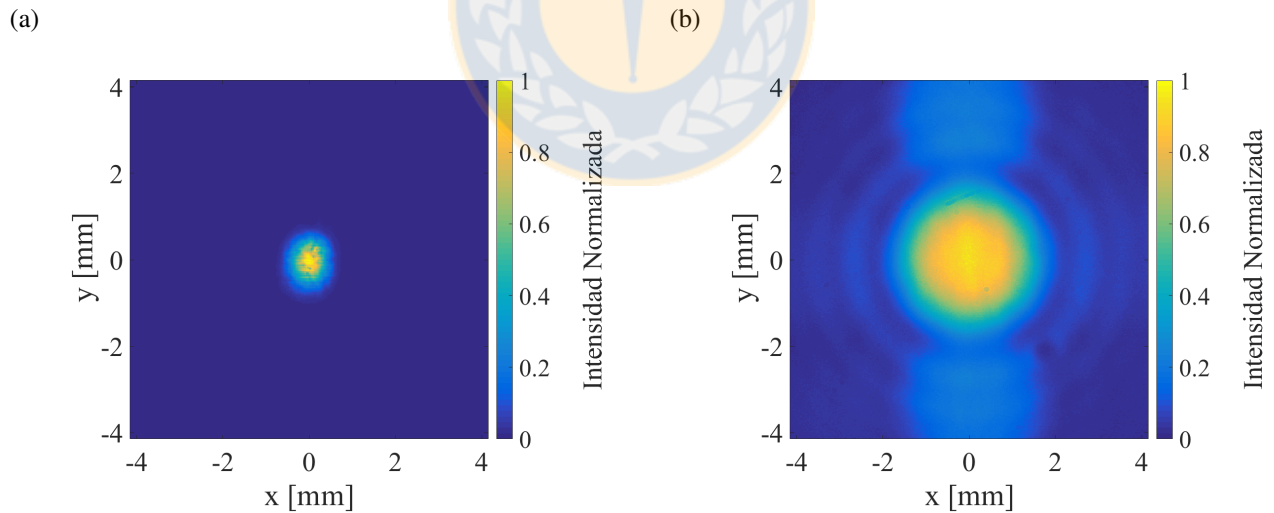


Figura 4.22: Imagen del Filtro con  $d=20$  [px] y  $a=12$  [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.22, se tiene la imagen detectada del filtro espacial no gaussiano con  $d=20$  [px] y  $a=12$  [px], con el cual se realiza la medición del nivel de entrelazamiento  $K$ , en (a) se tiene el plano imagen, donde se observa la función gaussiana que describe la distribución espacial del filtro, donde se observa una menor intensidad en la imagen en comparación con la Figura 4.18 (a) resultando visibles en mayor presencia la cuadrícula de pixeles del modulador SLM, en (b) se tiene el plano de Fourier, donde se observa una leve pérdida de intensa la imagen en comparación con la Figura 4.18 (b) en  $K_0$  en la parte central del campo lejano del filtro detectado. Finalmente, según el resultado de la magnitud del número de Schmidt  $K$ , obtenido de las medidas experimentales en este filtro se tiene pérdidas de entrelazamiento, por lo que no se estaría realizando la concentración de fotones gemelos.

De la misma manera, se presentan los resultados en la Tabla 4.4 que muestra el comportamiento que poseen 13 filtros espaciales, considerando un ancho constante  $a=7$  [px] y variando la separación en un intervalo definido.

Tabla 4.4: Comportamiento de la medición experimental en Filtros (considerando  $a=7$  [px]) con variación en la separación, intervalo de confianza y número de Schmidt  $K$ .

Separación $d$ [px]	Intervalo de Confianza		Medición Experimental	
	$\Delta K_{max}$	$\Delta K_{min}$	$K$	$K$ Error
0	353,3	296,1	309,0	18,6
2	357,0	299,0	315,6	17,5
4	367,8	307,8	324,3	15,2
6	387,2	323,5	354,9	11,9
8	417,3	346,9	393,3	11,5
10	461,4	382,9	462,6	14,6
12	525,1	435,0	543,8	22,4
14	616,9	505,9	645,6	35,5
16	752,3	609,1	814,7	57,9
18	933,6	754,1	1010,8	55,5
19	1056,0	845,2	1132,1	93,8
20	1180,0	948,6	1265,9	131,4
21	1322,0	1061,9	1434,7	241,5



En la Tabla 4.4 se observa en detalle cómo cambia el nivel de entrelazamiento  $K$  en cada medición experimental realizada, donde se resalta que no todos los filtros calzan dentro del intervalo de confianza teórico correspondiente. Ahora bien, considerando todas las mediciones  $K$  podemos decir que la distribución que las describe corresponde a una función exponencial, alcanzando el peak de magnitud  $K=1434,7$  al considerar un filtro con una separación  $d=21$  [px]. Además, se puede afirmar que el error asociado a cada medición va aumentando a medida que la separación aumenta, esto debido a que una menor cantidad de fotones son detectados, provocando el aumento del error.

Así, los datos de la Tabla 4.4 son presentados gráficamente en la Figura 4.23, donde se agrega el discriminante en magnitud del número de Schmidt del estado inicial  $K_0$  para mejorar el análisis y la interpretación de las distintas mediciones.

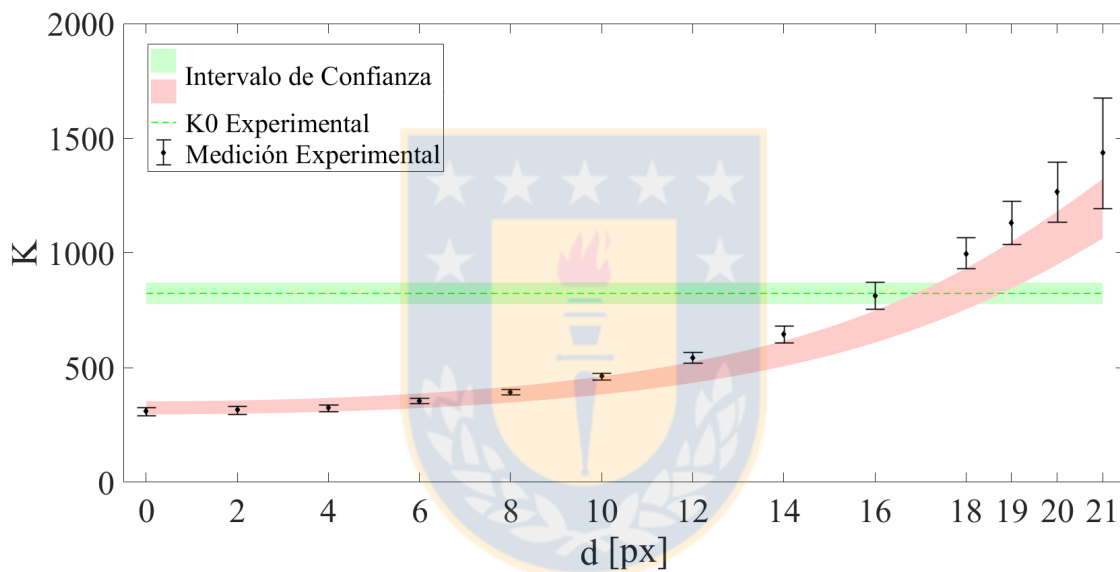


Figura 4.23: Comportamiento de los Filtros espaciales (considerando  $a=7$  [px] y variando  $d$ ) en respuesta del número de Schmidt (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.23, se observa de mejor forma el comportamiento que poseen los 13 filtros espaciales, considerando un ancho constante  $a=7$  [px] y variando la separación, donde solo las primeras mediciones experimentales, considerando desde  $d=0$  [px] hasta  $d=8$  [px], se encuentran dentro del intervalo de confianza teórico correspondiente.

Además, considerando el valor en magnitud del estado inicial  $K_0$ , se puede afirmar que los 4 filtros con separación 18,19,20 y 21 son los que realizan concentración de entrelazamiento siendo máxima en  $d=21$  [px] y mínima en  $d=0$  [px]. Por otra parte, al seguir aumentando la separación el valor de  $K$  parece no llegar a un límite pero por la magnitud del error la medición pierde veracidad debido a la baja detección de fotones.

Finalmente, se muestran las imágenes detectadas con la cámara EMCCD de los Filtros con  $d=16$  [px] y  $d=21$  [px], con las cuales se realizaron las mediciones experimentales respectivas, esto considerando para el análisis el plano imagen y el plano de Fourier, donde fueron corregidas mediante post procesamiento cada una de las imágenes capturadas.

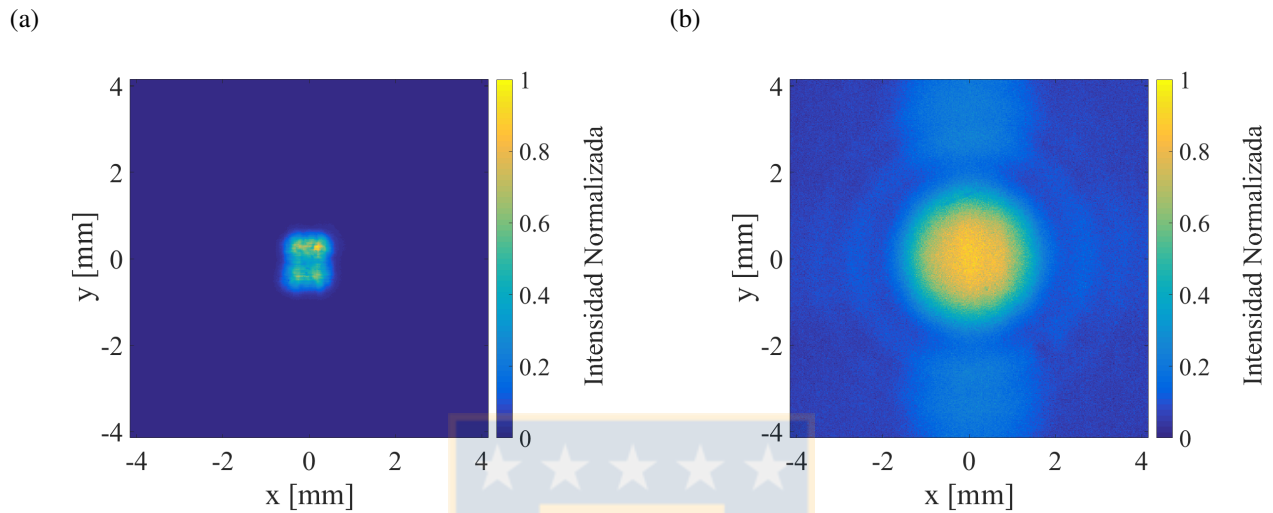


Figura 4.24: Imagen del Filtro con  $d=16$  [px] y  $a=7$  [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia).

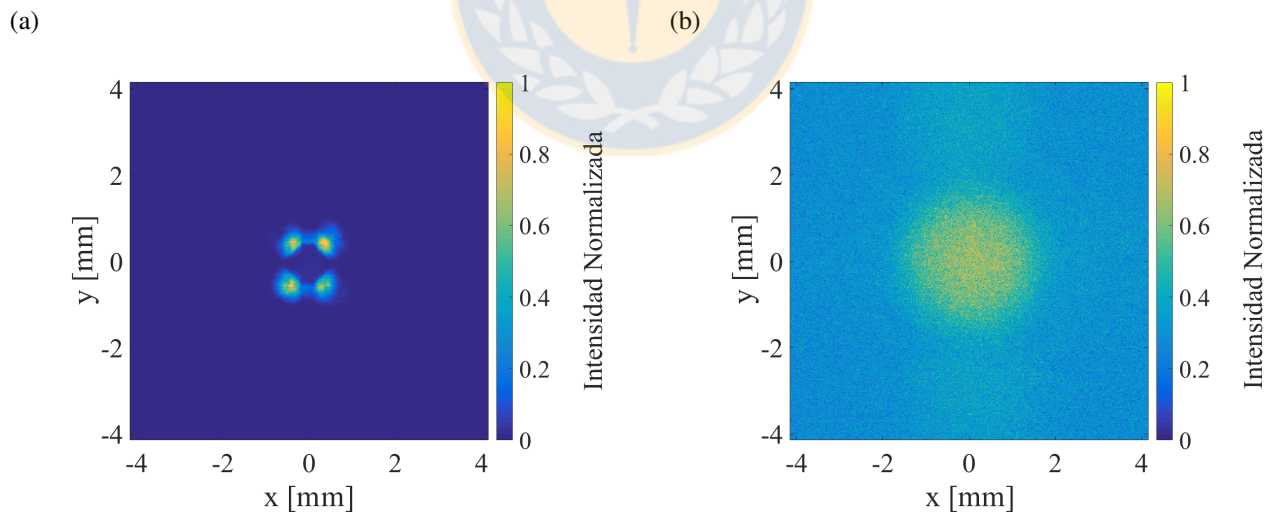
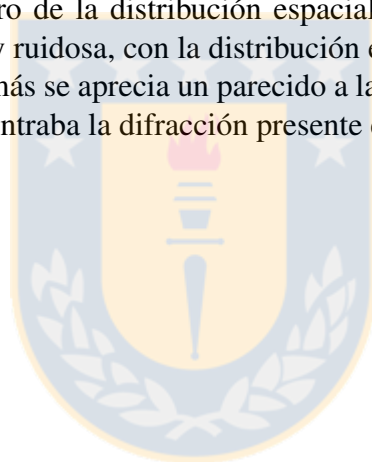


Figura 4.25: Imagen del Filtro con  $d=21$  [px] y  $a=7$  [px], (a) Plano imagen, (b) Plano de Fourier (Fuente: Elaboración propia).

En la Figura 4.24, se tiene la imagen detectada del filtro espacial no gaussiano con  $d=16$  [px] y  $a=7$  [px], con el cual se realiza la medición del nivel de entrelazamiento  $K$ , en (a) se tiene el plano imagen, donde se observa las cuatro funciones gaussianas muy cercanas entre ellas que componen el filtro, donde se evidencia que la medición de  $K$  en este filtro no están dentro del intervalo de confianza teórico y que además, resulta ser el que posee una magnitud muy cercana a  $K_0$ , debido a que la distribución espacial puede interpretarse como una sola función gaussiana en la medición experimental, en (b) se tiene el plano de Fourier, donde se observa levemente menos intensa la imagen en comparación con la Figura 4.18 (b) en  $K_0$ , además se aprecia un similar nivel de difracción presente en la parte superior e inferior del centro de la imagen detectada.

En la Figura 4.25, se tiene la imagen detectada del filtro espacial no gaussiano con  $d=21$  [px] y  $a=7$  [px], con el cual se realiza la medición del nivel de entrelazamiento  $K$ , en (a) se tiene el plano imagen, donde se observa las cuatro funciones gaussianas que componen el filtro, de igual forma parece haber una interacción detectable entre las dos gaussianas superiores e inferiores, donde se evidencia que la medición en este filtro no están dentro del intervalo de confianza teórico y además, posee la máxima magnitud dentro del ancho que presenta este filtro, así se evidencia que no se encuentran niveles de intensidades presentes en el centro de la distribución espacial, en (b) se tiene el plano de Fourier, donde se observa una imagen muy ruidosa, con la distribución espacial irreconocible en comparación con la Figura 4.18 (b) en  $K_0$ , además se aprecia un parecido a la función gaussiana, con algunos rasgos de señal en el lugar donde se encontraba la difracción presente en el filtro detectado.



## 4.8. Comentarios finales

El setup propuesto en el experimento es modificado para la adquisición del patrón de interferencia de una doble rendija con el propósito de alinear los componentes ópticos, esto se aplicó en dos partes dentro de la estructura del setup, ubicando la cámara EMCCD en la primera parte a 300 [mm] y después en la segunda parte a 600 [mm] del cristal de generación, utilizando una placa con una doble rendija y posteriormente el modulador SLM, esto con la idea de conservar la magnificación y así, proporcionar espacio para instalar el modulador espacial SLM para la generación de filtros, esto provoca serios problemas al observar difracción en las imágenes del campo lejano, razón por la cual se decide utilizar la PSF para corregir y mejorar la visibilidad, lamentablemente esto no fue posible, dado que los fotones gemelos son considerados como luz incoherente para lo cual este método no es aplicable y la corrección que fue conseguida, se implementó considerando un láser de 690 [nm] de alineación, pero esto no fue superior al 10 %, por lo que se decide considerarlo como no aplicable.

Además, se comparan las distintas configuraciones que posee la fuente SPDC tipo I, en imágenes que fueron capturadas con la cámara calibrada, corregidas mediante el método que presenta los mejores resultados bajo las condiciones establecidas, modificando el rango dinámico y considerando el campo cercano y lejano, comparando las distribuciones resultantes con la teoría, de esto se decide trabajar con la configuración del estado entrelazado colineal dado que presenta mayor nivel de generación y facilitan la detección con filtros espaciales de tipo no gaussianos en el experimento.

En definitiva, con los resultados y el análisis de las mediciones experimentales, se consideran constantes en los filtros las medidas de separación  $d=20$ [px] y ancho  $a=7$  [px] en cada set de filtros respectivamente, observando de esta forma la variación de considerar filtros en un principio con 1 gaussiana hasta llegar gradualmente a filtros con 4 gaussianas en la forma de la distribución espacial, en el primer set de filtros presenta mediciones con menor error asociado al incrementar el ancho y se tiene mayor confianza en los datos, en comparación a segundo set de filtro que presenta mediciones con mayor error asociado al incrementar la separación, por el ruido presente y se tiene muy poca confianza en los datos, debido a un desplazamiento probable en el modulador, aunque en ambos casos las mediciones siguen la distribución que describe la región teórica.

# Capítulo 5

## Conclusiones

El estudio realizado hasta la fecha, muestra la relevancia que puede tener el conocer la magnitud de entrelazamiento espacial de los fotones entrelazados, también conocido como el número de Schmitd, esto es porque al ser propagados mediante un canal de transmisión a un observador potencialmente distante pierden una parte del entrelazamiento, lo que reduce la eficiencia de los procesos de información cuántica. De aquí surge la necesidad de recuperar esta cantidad una vez transmitido el estado, lamentablemente esto tiene un costo asociado, el cual es pérdida de luz, principalmente debido a la utilización de un filtro.

Cabe destacar que este cálculo no es fácil de realizar sin la utilización de la cámara EMCCD para la obtención de las variables y las constantes en las distintas configuraciones espaciales del SPDC tipo I, tanto en el campo lejano y cercano. Además de poder establecer y comprobar medidas mediante la captura de imágenes.

Así, cabe destacar la utilidad que presento el *toolbox* de *Matlab* “*cftool*” para realiza las aproximaciones tanto del patrón de interferencia como de las aproximaciones en dos dimensiones (*Fitting* en 2D) de las imágenes experimentales capturadas en el experimento.

La utilización de los métodos de corrección ayudó a discernir de mejor forma el fenómeno observado. Además, queda en evidencia la relevancia de la modificación del rango dinámico en las imágenes mediante un análisis de intensidad, obteniendo un mejor resultado en la forma de la distribución de los fotones observados a ojo desnudo.

Por otro lado, los conceptos y el lenguaje algebraico de la mecánica cuántica, resultan de mucha ayuda para entender, el fenómeno óptico el cual estaba ocurriendo dentro del cristal y establecer la forma que los fotones se propagan en la salida de un cristal BBO, además siempre resulto útil el conocer la cantidad de coincidencias que se lograban establecer, y de esta forma conocer en que configuración de estado entrelazado se encontraban los fotones, con el fin de maximizar las cuentas para observar de mejor forma los fotones incidentes en el arreglo de pixeles del sensor.

Así, la cámara EMCCD resulta ser un dispositivo altamente sensible, a pesar de estar con el setup aislado la luz del propio computador produce un ruido detectable. Por otro lado la opción que ofrece en *Software Winview*, entorno a la forma de captura *Focus* es muy importante al momento de alinear el pump del láser con el sensor óptico y mucho menos sensible que la forma de captura *Acquisition*.

Entonces, podemos decir que la medición de la estimación del número de Schmidt no resultó para nada trivial y se debió optar por utilizar las aproximaciones tanto del campo cercano (*Nearfield*) como del estado entrelazado colineal en el campo lejano (*Farfield*) realizando una modificación en la resolución para cada caso, el que se define como el parámetro de entrada de la ecuación que describe cada una de las configuraciones con un alto nivel de correlación.

Por otra parte, se logra una mejor comprensión de la utilización de filtro no gaussiano, bajo qué condiciones se establecieron las medidas y sus dimensiones, lo que resulta relevante en la implementación del experimento.

Luego, el comportamiento que describen las gráficas obtenida de las mediciones experimentales en ambos casos siguen la distribución que describe el intervalo de confianza donde dado el ruido presente principalmente en el campo lejano, se tiene poca seguridad en los datos obtenidos, debido al desplazamiento probable en el modulador, o producto de la pérdida del estado, por el movimiento de cristal de generación.

Finalmente, la correcta selección del filtro de tipo no gaussiano pueden aumentar hasta un 70 % el nivel de entrelazamiento según los datos experimentales obtenidos donde además resultan ser consistentes con la teoría que demuestra que a partir del uso de algún filtro de tipo gaussiano no es posible concentra, produciendo incluso una disminución del entrelazamiento en los fotones gemelos.



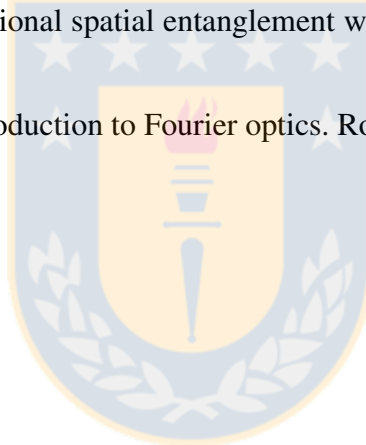
# Bibliografía

- [1] ZHANG, Lijian, et al. A characterization of the single-photon sensitivity of an electron multiplying charge-coupled device. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2009, vol. 42, no 11, p. 114011.
- [2] PORS, Jan Bardeus, et al. Entangling light in high dimensions. 2011.
- [3] Electron Multiplying CCD Cameras, <http://www.andor.com/learning-academy/electron-multiplying-ccdcameras-the-technology-behind-emccds>.
- [4] EMCCD-related publications, <http://www.andor.com/publications.aspx>.
- [5] Reglamento sobre condiciones sanitarias y ambientales básicas en los lugares de trabajo, Decreto N° 594, de 1999 Publicado en el Diario Oficial de 29 de abril de 2000, Recuperado de [http://www.ispch.cl/salud\\_ocup/doc/ds594\\_2.pdf](http://www.ispch.cl/salud_ocup/doc/ds594_2.pdf) (Página visitada ultima vez 29 de agosto de 2015).
- [6] Evelyn Acuña Ortega, “Concentración de entrelazamiento espacial de los fotones gemelos”, Examen de grado, Doctorado en Ciencias Físicas, Universidad de Concepción, Chile, 2014.
- [7] Esteban Sepúlveda Gómez, “Medidas prácticas en información cuántica”, Tesis de postgrado para optar al grado de Magíster en Ciencias con mención en Física, Universidad de Concepción, Chile, 2015.
- [8] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). *Quantum computation and quantum information*. Cambridge university press.
- [9] Brassard, G., Chaum, D., & Crépeau, C. (1988). Minimum disclosure proofs of knowledge. *Journal of Computer and System Sciences*, 37(2), 156-189.
- [10] Grassani, D., Azzini, S., Liscidini, M., Galli, M., Strain, M. J., Sorel, M.,... & Bajoni, D. (2015). Micrometer-scale integrated silicon source of time-energy entangled photons. *Optica*, 2(2), 88-94
- [11] Manual del software WinView, <ftp://ftp.princetoninstruments.com/public/Manuals/Princeton%20Instruments/WinView%202.6%20Imaging%20Software%20User%20Manual.pdf> (Página visitada ultima vez 15 de Marzo de 2015).
- [12] Fox, M. (2006). *Quantum Optics An Introduction: An Introduction* (Vol. 6). Oxford university press.

- [13] Antonio Fernández, “Relación Señal-Ruido en astrofotografía digital de cielo profundo, bases teóricas y aplicación práctica”, Astrosurf, 2006.
- [14] Dussault, D., & Hoess, P. (2004, October). Noise performance comparison of ICCD with CCD and EMCCD cameras. In *Optical Science and Technology, the SPIE 49th Annual Meeting* (pp. 195-204). International Society for Optics and Photonics.
- [15] Pablo O. Riquelme Jara, “Detección de un haz de fotones individuales con una cámara EMCCD”, Proyecto de habilitación profesional, Ing. Civil en Telecomunicaciones, Universidad de Concepción, Concepción, Chile, 2014.
- [16] Hirsch, M., Wareham, R. J., Martin-Fernandez, M. L., Hobson, M. P., & Rolfe, D. J. (2013). A stochastic model for electron multiplication charge-coupled devices?from theory to practice. *PloS one*, 8(1), e53671.
- [17] Andor an Oxford Instruments company, Recuperado de <http://www.andor.com/learning-academy/electron-multiplying-ccd-cameras-the-technology-behind-emccds> (Página visitada última vez 6 de agosto de 2016).
- [18] Microscopy, César E. Montalvo Arenas, [http://www.facmed.unam.mx/deptos/biocetis/PDF/Portal%20de%20Recursos%20en%20Linea/Apuntes/2\\_microscopia.pdf](http://www.facmed.unam.mx/deptos/biocetis/PDF/Portal%20de%20Recursos%20en%20Linea/Apuntes/2_microscopia.pdf) (Página visitada ultima vez 8 de Junio de 2016).
- [19] Andor's solutions for astronomy, Recuperado de <http://www.andor.com/learning-academy/astronomy-an-overview-of-andor-s-solutions-for-astronomy> (Página visitada ultima vez 7 de Agosto de 2016).
- [20] Manual de la Cámara ProEM 512-B, <ftp://ftp.princetoninstruments.com/public/Manuals/Princeton%20Instruments/ProEM%20System%20Manual.pdf> (Página visitada ultima vez 10 de Marzo de 2016).
- [21] HOLOEYE micro-ópticas adaptativa y componentes difractivos para aplicaciones industriales, <https://holoeys.com/spatial-light-modulators/discontinued-devices/>.
- [22] López-Alonso, J. M., Alda, J., & Bernabéu, E. (2002). Principal-component characterization of noise for infrared images. *Applied optics*, 41(2), 320-331.
- [23] Torres, S. N., Pezoa, J. E., & Hayat, M. M. (2003). Scene-based nonuniformity correction for focal plane arrays by the method of the inverse covariance form. *Applied Optics*, 42(29), 5872-5881.
- [24] Jiménez Sánchez, A. R. (2014). Mejoramiento del contraste e índice de contraste en imágenes con deficiente iluminación (Doctoral dissertation).
- [25] Godoy, Sebastián E. Corrección de no-uniformidad en sensores infrarrojos basado en un sistema de cancelación de ruido. Informe de Memoria de Título para optar al título de Ing. Civil Electrónico. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Concepción, Concepción, Chile, 2007.



- [26] Jozsa, R., & Linden, N. (2003, August). On the role of entanglement in quantum-computational speed-up. In Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences (Vol. 459, No. 2036, pp. 2011-2032). The Royal Society.
- [27] Varinia López, Blog de Servicios y tecnologías de la información, Recuperado de <http://varinia.es/blog/2011/03/28/experimento-de-la-doble-rendija-de-young/> (Página visitada última vez 16 de Julio de 2015).
- [28] The source for microscopy education, Recuperado de <http://www.microscopyu.com/articles/digitalimaging/ccdintro.html> (Página visitada última vez 27 de Mayo de 2015).
- [29] Centro de artículos generales y de opinión, Recuperado de [http://centrodeartigo.com/articulos-de-todos-los-temas/article\\_26863.html](http://centrodeartigo.com/articulos-de-todos-los-temas/article_26863.html) (Página visitada última vez 19 de Abril de 2016).
- [30] Edgar, M. P., Tasca, D. S., Izdebski, F., Warburton, R. E., Leach, J., Agnew, M.,... & Padgett, M. J. (2012). Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera. Nature communications, 3, 984.
- [31] Goodman, J. W. (2005). Introduction to Fourier optics. Roberts and Company Publishers.



# Apéndices



# Apéndice A

## Cámara EMCCD

El ProEM cámara 512B de Princeton Instruments es la cámara EMCCD más avanzada disponible que utiliza la última bajo ruido lectura a la electrónica y un 512x512 retroiluminado EMCCD para entregar solo fotón sensibilidad. Esta verdadera cámara de 2 en 1 cuenta con un modo EM velocidad alta para capturar cinética rápida y un modo CCD normal de baja velocidad con muy bajo ruido de lectura para aplicaciones de fotometría de precisión. Ofrece funciones avanzadas como sólido línea de base y la estabilidad de control de ganancia EM lineal.

Se enfría por debajo de  $-80^{\circ}C$  usando aire o líquido, o una combinación de ambos. Es todo de metal, sellos de vacío.

El cámara ProEM 512B EMCCD también cuenta, con la interfaz de última GigE que permite la operación remota a través de un solo cable sin necesidad de capturadores de pantalla personalizado [20].



Figura A.1: Cámara EMCCD ProEM 512-B de Princeton Instrument [20].

La cámara posee además *Binning* que es el proceso de combinar los píxeles vecinos en un sensor de imagen en un “Súper Pixel”. El cual representa el área de todos los píxeles individuales que contribuyen a la carga. Ayudando con esto a la velocidad de captura, es decir *Frame Rate* que es la medida de la frecuencia a la cual un reproductor de imágenes genera distintos fotogramas (frames) [20].

Tabla A.1: Características técnicas cámara EMCCD

Especificaciones	Detalle
Detector	e2v CCD97
Tipo de Detector	<i>Back-Illuminated, Frame-Transfer</i> EMCCD
Rango Espectral	200 - 1100 [nm]
Resolución	Variable de 512x512 a 32x32 píxeles.
Tamaño de píxel	16 x 16 [ $\mu\text{m}$ ]
Ganancia (EM)	1 a 1000x controlada linealmente.
Bits de Digitalización	16 bits
Enfriamiento	Refrigerado con aire o líquido (Mix).
Software	WinView.
Formato de Imagen	SPE se asocia con WinView.
S.O. Compatible	Windows Vista(64-bit)/Windows 7(64-bit)

Todo lo anterior queda descrito en la Tabla A.2, la cual es mostrada a continuación.

Tabla A.2: Variación del Frame Rate (fps).

ROI/Bin	512x512	256x256	128x128	64x64	32x32
<b>1x1</b>	33	65	122	222	373
<b>2x2</b>	65	122	222	373	565
<b>4x4</b>	122	222	373	565	763
<b>8x8</b>	222	373	565	763	926

Por lo tanto es posible afirmar que, la cámara posee una tasa de 33 frames *Full Resolution* y de 926 frames *Down Resolution*, esta última aplicando el Binning al máximo permitido.

## Software WinView

WinView de Princeton Instruments es un paquete de software de Windows de 32 bits para la imagen digital. WinView ofrece adquisición integral de imagen, visualización, procesamiento y funciones de archivo para que pueda realizar la adquisición de datos y análisis completos sin tener que depender de software de terceros. WinView también facilita complementos y funcionalidad Macro registro para permitir una fácil personalización de usuario de cualquier función o secuencia [11].

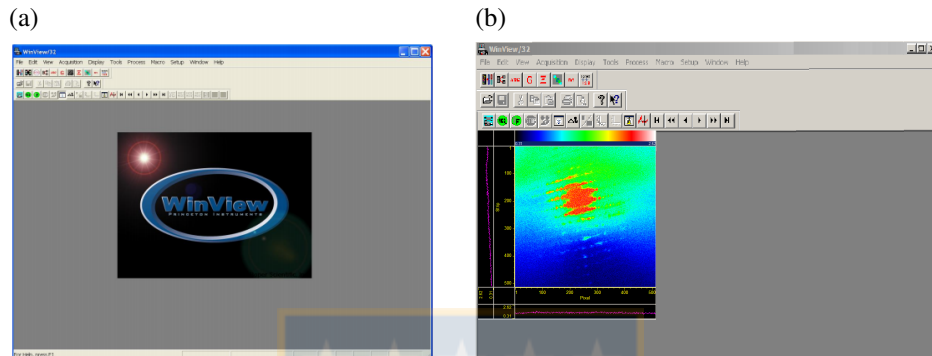


Figura A.2: Software WinView (a) Presentación, (b) Adquisición de imágenes (Fuente: Elaboración propia).

Las características destacadas de WinView incluyen:

- Soporte bajo Windows XP / Vista 32 bit / Windows 7 de 32 bits
- El control total de la cámara, como el tiempo de exposición, retorno de la inversión, la velocidad de digitalización, la temperatura, etc.,
- Control de visualización de gran alcance incluyendo el *Zoom*, auto escala.
- Soporte para varios formatos de archivo, incluyendo TIF, Código Estándar Estadounidense para el Intercambio de Información (ASCII), Archivo de Captura CCD WinSpec (SPE).
- *Buffers* circulares para la adquisición de datos en tiempo real y visualización en directo.
- Grabar macro y automatización de *Visual Basic* para la programación personalizada de dentro WinView.

## Apéndice B

### Modulador espacial óptico

Estos dispositivos pueden modular la luz especialmente en amplitud o fase, por lo que actúa como un elemento óptico dinámico. La función o información óptica se puede tomar directamente desde el diseño óptico del Software o una fuente de imagen y se pueden transferir por una interfaz de la computadora.

El LC 2002 es un Sistema que modula espacial de luz basado en un líquido translúcido micropantalla de cristal con una resolución de 1024x768 píxeles (XGA). Este dispositivo puede ser utilizado para modular fase o amplitud en el rango visible. El LC 2002 es dirigido por DVI estándar/interfaz HDMI.

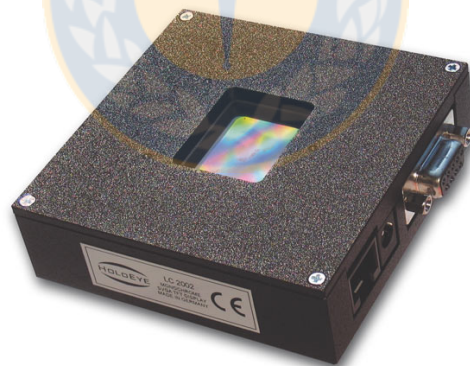
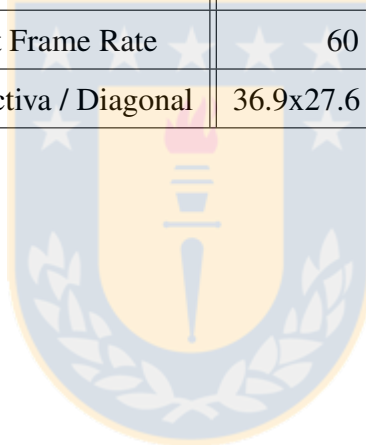


Figura B.1: LC 2002 Translucent Spatial Light Modulator [21].

La implementación se logra usando el DVI o puerto HDMI de una tarjeta de gráficos de PC estándar. El SLM puede ser utilizado como un enchufe externo y un monitor de reproducción. Para garantizar el mejor rendimiento y caracterización óptica de las mediciones.

Tabla B.1: Características técnicas cámara EMCCD

<b>Especificaciones</b>	<b>Detalle</b>
Tipo de monitor	Translucent LC
Resolución	1024x768 Pixel
Pixel Pitch	36 [ $\mu\text{m}$ ]
Factor de llenado	55 %
Formato de la Señal	HDMI - XGA Res.
Bits de Digitalización	8 Bit
Input Frame Rate	60 [Hz]
Area Activa / Diagonal	36.9x27.6 [mm] / 1.8"



# Apéndice C

## Cálculo del número de Schmidt

Se define  $K$  como el número de Schmidt, el cual es descrito mediante la siguiente definición

$$K = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{NF}}(\rho_x, \rho_y) d\rho_x d\rho_y \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{NF}}^2(\rho_x, \rho_y) d\rho_x d\rho_y} \frac{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{FF}}(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{FF}}^2(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y}.$$

- Para el caso de  $I_{\text{NF}}$ , tenemos que

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{NF}}(\rho_x, \rho_y) d\rho_x d\rho_y &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2}{c^2}(\rho_x^2 + \rho_y^2)} d\rho_x d\rho_y \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2}{c^2}\rho_x^2} d\rho_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2}{c^2}\rho_y^2} d\rho_y &= \left( \sqrt{\frac{\pi C^2}{2}} \right)^2 = \frac{\pi C^2}{2}. \end{aligned}$$

- Para el caso de  $I_{\text{NF}}^2$ , tenemos que

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{NF}}^2(\rho_x, \rho_y) d\rho_x d\rho_y &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{4}{c^2}(\rho_x^2 + \rho_y^2)} d\rho_x d\rho_y \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{4}{c^2}\rho_x^2} d\rho_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{4}{c^2}\rho_y^2} d\rho_y &= \left( \frac{\sqrt{\pi} C}{2} \right)^2 = \frac{\pi C^2}{4}. \end{aligned}$$

- Para el caso de  $I_{\text{FF}}$ , tenemos que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{FF}}(\rho_x, \rho_y) d\theta_x d\theta_y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{\pi L(\theta_x^2 + \theta_y^2)}{\lambda}\right)^2 d\theta_x d\theta_y,$$

donde realizando un cambio de variables a coordenadas polares de la forma

$$\theta_x = r \cos(\alpha) ; \theta_y = r \sin(\alpha) ; r^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2$$



$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L r^2}{\lambda}\right)^2 r dr d\alpha = 2\pi \int_0^\infty \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L r^2}{\lambda}\right)^2 r dr = 2\pi \left(\frac{\lambda}{4L}\right) = \frac{\pi\lambda}{2L}.$$

- Para el caso de  $I_{\text{FF}}^2$ , tenemos que

$$\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty I_{\text{FF}}^2(\rho_x, \rho_y) d\theta_x d\theta_y = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L(\theta_x^2 + \theta_y^2)}{\lambda}\right)^4 d\theta_x d\theta_y,$$

donde realizando un cambio de variables a coordenadas polares de la forma

$$\theta_x = r \cos(\alpha), \quad \theta_y = r \sin(\alpha), \quad r^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2,$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L r^2}{\lambda}\right)^4 r dr d\alpha = 2\pi \int_0^\infty \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L r^2}{\lambda}\right)^4 r dr = 2\pi \left(\frac{\lambda}{6L}\right) = \frac{\pi\lambda}{3L}.$$

Luego, se obtiene

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{\lambda^2} \frac{\left(\frac{\pi C^2}{2}\right)^2 \left(\frac{\pi\lambda}{2L}\right)^2}{\left(\frac{\pi C^2}{4}\right) \left(\frac{\pi\lambda}{3L}\right)} = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\left(\frac{\pi^2 C^4}{4}\right) \left(\frac{\pi^2 \lambda^2}{4L^2}\right)}{\left(\frac{\pi C^2}{4}\right) \left(\frac{\pi\lambda}{3L}\right)} = \frac{1}{\lambda^2} (\pi C^2) \left(\frac{3\pi\lambda}{4L}\right) \\ &= \frac{3\pi^2 C^2}{4\lambda L}. \end{aligned} \tag{C.1}$$

## Intervalo de confianza del número de Schmidt

Para obtener el intervalo de confianza asociado al cálculo del número de Schmidt, se deben obtener las siguientes expresiones

$$\frac{\partial K}{\partial C} = \frac{3\pi^2 C}{2\lambda L} \quad ; \quad \frac{\partial K}{\partial L} = -\frac{3\pi^2 C^2}{4\lambda L^2}$$

Así, finalmente se obtiene el intervalo de confianza  $\Delta K$ , definido como

$$\begin{aligned} \Delta K &= \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial C} \Delta C\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial L} \Delta L\right)^2} \\ \Delta K &= \frac{3\pi^2 C}{2\lambda L} \sqrt{\Delta C^2 + \frac{C^2 \Delta L^2}{4L^2}}. \end{aligned} \tag{C.2}$$