Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA COPISI PARA EL APRENDIZAJE DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN EN 4° BÁSICO.

Proyecto de seminario para acceder al título de Profesor/a de Educación General Básica, mención en Matemática y Ciencias Naturales.

FELIPE RIGOBERTO GAJARDO ARÉVALO

AKZA MARIELA ORTIZ REVECO

CONTANZA ANDREA RAMÍREZ ZAPATA

Dra. Marianela Isabel Castillo Fernández

Profesora Matemática y Computación

Lic. en Educación

Dr. en Matemática

Los Ángeles, Chile

Octubre 2018

Comisión evaluadora

Mg. Jorge Cid Anguita, Profesor de Matemáticas y Física.

Mg. Lilian del C. Vargas Villar, Profesora de Matemáticas.

Agradecimientos

Primeramente, al Colegio Marta Brunet, por facilitar las dependencias, a sus funcionarios por presentar una buena disposición hacia nuestro trabajo y facilitarnos todos los materiales necesarios.

Agradezco de forma especial a las personas que me ayudaron de manera directa, dando apoyo en momentos difíciles y entregando aliento: Trinidad Arévalo, Loockynardo, Deborath Jhannie, Luis Gajardo, Jorge Cid, Daniela Martínez.

Y para finalizar agradezco a todos los que fueron mis compañeros de universidad, amigos, familiares y profesores que formaron parte de mi vida universitaria y me forjaron como un profesional.

Felipe Rigoberto Gajardo Arévalo

Este seminario es el resultado del esfuerzo puesto por cada integrante de este grupo a lo largo del tiempo. Agradezco a nuestra profesora guía Marianela Castillo, a mis compañeros Felipe Gajardo y Constanza Ramírez, quienes han sido fundamentales para finalizar este trabajo con éxito, a nuestra comisión evaluadora por ayudarnos a mejorar. A mi familia quienes han apoyado y motivado mi formación académica, creyeron en mí en todo momento y no dudaron de mis habilidades. A mis profesores a quienes les debo gran parte de mis conocimientos, gracias a su paciencia y enseñanza.

Akza Mariela Ortiz Reveco

El primer agradecimiento siempre será para Dios quien me brindó la oportunidad de estudiar y llegar hasta aquí.

Agradezco a mis padres, hermanos y abuela que cada día me han motivado a ser mejor en los diferentes ámbitos en los que me he desarrollado y han estado siempre conmigo.

Por último, agradezco a cada persona de la universidad que fue parte de mi formación profesional, todos los funcionarios que de alguna manera aportaron y estuvieron con una sonrisa siempre mejorando mis días.

Constanza Andrea Ramírez Zapata

Dedicatorias

Dedico esta tesis a mis padres por brindarme apoyo incondicional aún en momentos difíciles, a mi hermano y en mención especial a Loocky que más que una mascota es parte de mi familia.

Felipe Rigoberto Gajardo Arévalo

A mi hija Antonia, mi mamá Gloria y mi hermano Diego, pilares fundamentales en mi vida.

A mi tía Claudia y mi abuela Nina quienes siempre se preocupan por mi.

A cada uno de los que me acompañó durante este proceso, todo este trabajo se los dedico a ustedes.

Akza Mariela Ortiz Reveco

A Dios que siempre ha sido bueno.

A mis padres Leonel y Carmen, quienes se han sacrificado para que pueda llegar hasta aquí.

A mis hermanos Leonel y Leticia que me han cuidado y ayudado toda la vida.

A mi abuela Regina que es la mejor abuela que puede existir.

Y a cada persona especial fue parte de este proceso.

Constanza Andrea Ramírez Zapata

ÍNDICE

INDICE DE TABLAS E ILUSTRACIONES.

RESUMEN

La siguiente investigación explicita la implementación de una metodología de enseñanza basada en el método COPISI, aplicada a estudiantes de cuarto año básico, de un Colegio Particular Subvencionado de la ciudad de Los Ángeles.

Se desarrolla una investigación de tipo cuantitativa, con un diseño cuasi-experimental, de Grupo Experimental y Grupo Control, con Pre y Post Test, en la que se comparan los resultados de aplicar la metodología de enseñanza COPISI con la metodología usualmente usada por los profesores del establecimiento, se incluye también una investigación cualitativa aplicada en el grupo experimental, referida a la preferencia de material concreto o representación pictórica, a través de una encuesta.

Se concluyó que la metodología de enseñanza COPISI, para el aprendizaje del algoritmo de la división, es factible de utilizar por los profesores de educación básica y además esta produce mejores resultados académicos.

Palabras claves: Metodología de enseñanza COPISI, algoritmo, algoritmo de la división, ábaco.

ABSTRACT

The following research makes explicit the implementation of a teaching methodology based on the COPISI method, applied to fourth-year students of a subsidized private school in the city of Los Angeles.

A research of quantitative type is developed, with a quasi-experimental design, of Experimental Group and Control Group, with Pre and Post Test, in which the results of applying the COPISI teaching methodology are compared with the methodology usually used by the educational stablishment. It also includes a qualitative research applied in the experimental group, referred to the preference of concrete material or pictorial representation, through a survey.

It was concluded that the teaching methodology COPISI, for the learning of the algorithm of the division, is feasible to use by teachers of basic education and also this produces better academic results.

Keywords: COPISI teaching methodology, algorithm, algorithm of the division, abacus.

INTRODUCCIÓN

La educación es más que solo una entrega de conocimientos disciplinares para los estudiantes, es un proceso completo que incluye muchos factores más, así lo propone MINEDUC (2012): "La finalidad de toda educación es ofrecer al estudiante la posibilidad de desarrollar todas sus capacidades de forma integral y de acuerdo a su edad. Esto implica aprendizajes en los ámbitos de lo moral, lo espiritual, lo intelectual, lo afectivo y lo físico" (p.19). Por lo tanto, la educación no puede tomarse ligeramente, es necesario ser responsable y formar a los estudiantes de manera integral.

Es importante considerar las diferentes etapas en las que se encuentran los estudiantes, pues de ello depende el desarrollo y capacidades de sus pensamientos, MINEDUC (2012) afirma:

> Las Bases Curriculares se fundamentan en una visión de currículum específico para la edad de los estudiantes en esta etapa, orientada al desarrollo del pensamiento. Se busca entregar a los estudiantes aprendizajes que les permitan adquirir la necesaria autonomía para participar en la vida de nuestra sociedad, desarrollándose de tal modo que les sea posible proseguir con éxito las etapas educativas posteriores, entre ellas, el pensamiento crítico y creativo y las capacidades de comunicación y reflexión, permitiéndoles ejercitar su iniciativa y su capacidad de emprender proyectos. (p.11).

Las Bases Curriculares, refiriéndose al aprendizaje, estipulan que el alumno necesita elaborar una representación personal y única del objeto de aprendizaje.

> Solo construyendo su propio significado, será posible que utilice con efectividad ese conocimiento, tanto para resolver problemas como para atribuir significado a nuevos conceptos. El conocimiento se construye de modo gradual sobre la base de los conceptos anteriores. Este carácter acumulativo del aprendizaje influye poderosamente en el desarrollo de las habilidades del pensamiento. (MINEDUC, 2012, p.20)

Considerar los conocimientos previos de los estudiantes es fundamental para que los nuevos contenidos lleguen a tener sentido y sea posible la construcción y representación del objeto de aprendizaje.

Este estudio presenta una propuesta basada en una estrategia metodológica planteada en las Bases Curriculares, la que señala que los contenidos deben abordarse partiendo con el uso de material concreto, avanzando a una representación pictórica y finalmente desarrollando el pensamiento simbólico (MINEDUC, 2012), de esta manera se cubren todas las áreas del desarrollo cognitivo de los estudiantes, y se puede atribuir un significado a lo aprendido.

En el Capítulo lll correspondiente al Marco Teórico del escrito se detalla cómo se llevará a cabo una intervención que cumple con la metodología establecida por el Ministerio de Educación de Chile, la cual se inicia con la aplicación de un Pre Test a dos cursos de cuarto básico (Grupo Control y Grupo Experimental), de un colegio particular subvencionado de la ciudad de Los Ángeles y finaliza con la aplicación de un Post Test en ambos cursos. Lo anterior con el objetivo de comparar los logros de aprendizaje de los alumnos luego de haber sometido uno de los cursos a la metodología propuesta, con uso de material concreto, representación pictórica y pensamiento simbólico, mientras que el otro curso trabaja de la forma que tradicionalmente se hace en el establecimiento.

Al finalizar, a través del análisis de datos obtenidos, se acepta o rechaza la hipótesis general planteada, además se evidencian los cambios al haber aplicado dicha metodología de enseñanza. Así, el objetivo de esta investigación es estudiar los efectos de aplicar la metodología de enseñanza COPISI, en el aprendizaje del algoritmo de la división en un 4° básico de un colegio ubicado en la ciudad de Los Ángeles. Los efectos que se estudiaran tienen relación con el rendimiento académico y el número de errores que cometen los estudiantes al usar el algoritmo de la división. Además, durante la intervención se realiza una encuesta de preferencia sobre uso de material concreto o representación pictórica en el Grupo experimental.

CAPÍTULO l: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA

Dentro de las matemáticas, la didáctica es una ciencia que se ha vuelto relevante ya que, existen múltiples investigaciones que abordan el aprendizaje de los estudiantes, como influyen en el aprendizaje las metodologías utilizadas por docentes o las formas innovadoras de presentar contenidos a los estudiantes. En este contexto Gowin (1981) señala que: “El acontecimiento clave es un maestro que enseña materiales significativos a un estudiante que capta el significado de estos materiales en condiciones humanas de control social” (p.26). La enseñanza es un proceso que cuenta con elementos claves como lo son el maestro, los estudiantes y los materiales significativos, no es solo un procedimiento aislado.

En la actualidad existen algunas evaluaciones que miden el proceso de aprendizaje de los estudiantes, entre ellas se encuentra el programa internacional para la evaluación de estudiantes o informe PISA (por su sigla en inglés). La Agencia de la calidad de la educación, comenta sobre PISA: Este es un estudio realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). El objetivo que persigue es evaluar en qué medida los estudiantes que se acercan al final de la enseñanza escolar obligatoria han adquirido competencias esenciales para una completa participación en la sociedad. Dicha evaluación se aplica cada tres años (desde 2000) a estudiantes de quince años. Las pruebas evalúan las áreas de Lectura, Ciencias Naturales y Matemáticas. En cada ciclo de evaluación se enfatiza en una de las áreas, por ejemplo, se puede mencionar que PISA 2012 presentó énfasis en Matemáticas.

Esta prueba se complementa con un estudio que recoge información individual, familiar y relativa al contexto educativo en que los estudiantes aprenden, a través de cuestionarios de estudiantes, padres, directores de establecimientos y desde 2015 para profesores. Según la Agencia de calidad de la educación, Chile ha rendido la prueba PISA desde el año 2001, durante el año 2018, la prueba fue aplicada entre el 22 de mayo y el 9 de junio.

La prueba PISA trabaja niveles de desempeño, la descripción de estos niveles entrega información cualitativa respecto de cuáles son las tareas típicas que son capaces de hacer estudiante que han conseguido determinado puntaje en la escala que la prueba presenta. Para el tema a tratar se vuelve relevante la tendencia del promedio en escala de Matemática en Chile, que según el Informe de resultados PISA (2015) se presenta un promedio de 423 puntos en la escala de Matemática. Desde el año 2006 a 2015 los resultados de los estudiantes de quince años en Matemática en los diferentes ciclos de PISA no presentan diferencias significativas.

La serie histórica del promedio de Chile es de 423 puntos en la escala, esto nos sitúa en el tercer nivel de desempeño de la escala de matemáticas, el límite del segundo nivel es 420, del cual Chile solo se escapa por 3 puntos. Cabe mencionar que la escala de la evaluación PISA consta de 6 niveles, en el primer nivel (1b), el menor puntaje es de 261 puntos, y en el nivel mayor, es decir en el nivel 6 el mayor puntaje es de 708 puntos. De acuerdo a las descripciones de los niveles, en el nivel 3:

> Los estudiantes pueden ejecutar procedimientos claramente descritos, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Sus interpretaciones son suficientemente sólidas como para ser base para la construcción de un modelo simple o para seleccionar y aplicar estrategias de resolución de problemas sencillos. Los estudiantes de este nivel pueden interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Por lo general muestran una cierta capacidad para manejar porcentajes, fracciones y números decimales, y para trabajar con relaciones proporcionales. Las soluciones a que llegan, reflejan que se involucran en la interpretación y en el razonamiento básico. (Informe de Resultados PISA, 2015, p.73)

Si bien los procedimientos descritos no son malos, Chile solo alcanza a estar en ellos por 3 puntos, lo que da a entender que no todos los estudiantes dominan lo mencionado ampliamente.

Entre otras de las evaluaciones estandarizadas en las que Chile participa, se puede mencionar TIMSS. La Agencia de la calidad de la educación se refiere a TIMSS (Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias). Este estudio es realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA), y busca proveer de información respecto a la calidad sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes de educación básica, además del contexto educacional en el que aprenden. Esta evaluación se aplica desde 1995, cada cuatro años, a estudiantes de 4° y 8° básico en las áreas de Matemática y Ciencias naturales. En el caso de Chile se ha participado en los años 1999, 2003, 2011 y la última aplicación el año 2015.

> De forma general los resultados de TIMSS en Chile en el área de Matemáticas entre 2011 y 2015 presentan una mejora significativa. Entre los últimos 16 años hay un alza en la trayectoria, sobre 30 puntos, aunque en promedio solo el 1% de los estudiantes alcanza el nivel de desempeño avanzado, considerando que entre el 15% y el 37% de los estudiantes no alcanza el umbral mínimo asociado al nivel de desempeño bajo. (Resultados TIMMS Chile, 2015, p.16)

Los resultados de Matemática 4° básico se pueden exponer en el siguiente gráfico. Es importante considerar que en este gráfico solo se incluyeron los dos países con mejor y peor rendimiento en la prueba y el promedio de los países con PIB per cápita similar a Chile.

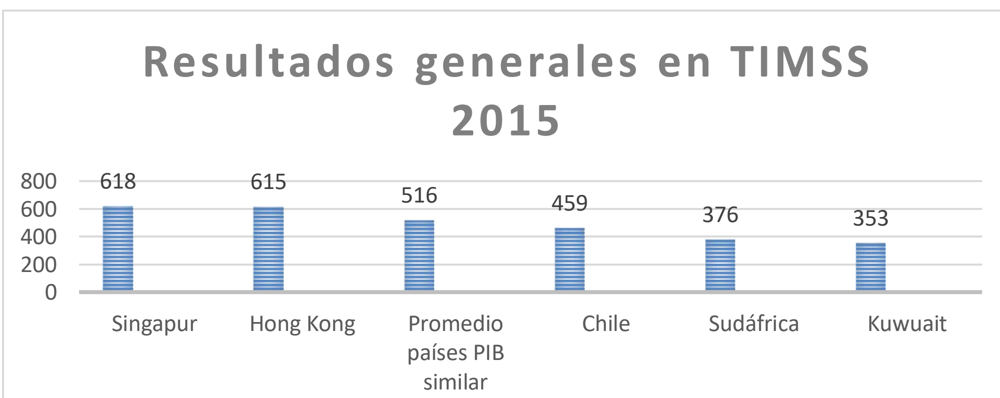


Gráfico 1.1.1 Resultados generales matemática 4° básico, rendimiento países seleccionados. Fuente: Resultados TIMSS Chile, estudio internacional de tendencia en Matemática y Ciencias 2015.

El centro de la escala internacional de TIMSS es de 500 puntos, quedando Chile bajo el nivel con 459 puntos obtenidos en el promedio de 4° básico.

El en el año 2011 se obtuvo 462 puntos en esta prueba, mientras que en el año 2015 el puntaje obtenido es de 459, se manifiesta una baja de 4 puntos en el promedio obtenido en 4° básico, como ya se mencionaba Chile se sitúa bajo el centro de la escala internacional.

El siguiente gráfico señala el nivel de desempeño de Chile y el promedio internacional.

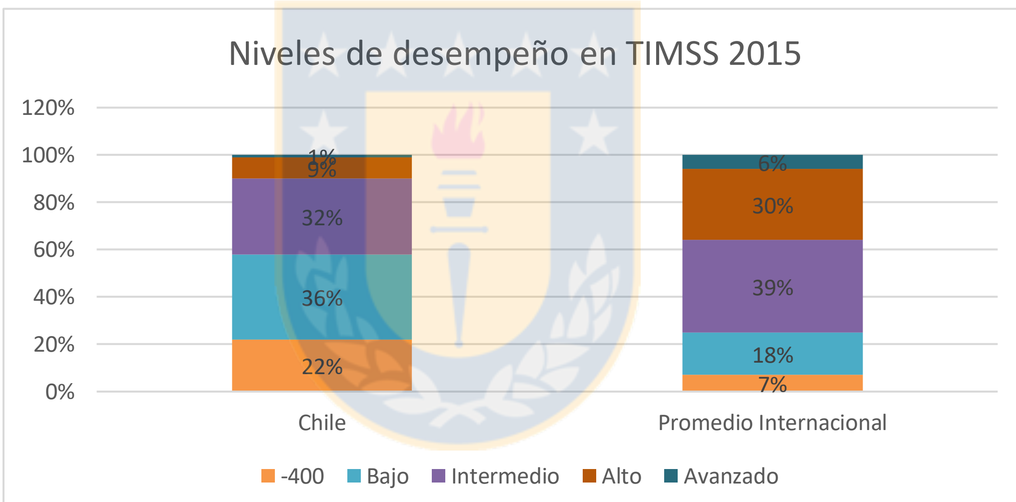


Gráfico 1.1.2. Resultados generales Matemática 4° básico, niveles de desempeño. Fuente: Resultados TIMSS Chile, estudio internacional de tendencias en matemática y ciencias 2015.

Es importante destacar que uno de cada tres estudiantes en Chile no alcanza los 400 puntos en TIMSS. Considerando los antecedentes expuestos Chile está por debajo de los resultados referenciales, en su mayoría los estudiantes están por debajo los 400 puntos y en un nivel de desempeño bajo.

Como antecedente local, Fundación Educacional Arauco (Fundar), que es una institución privada sin fines de lucro, dependiente de la empresa Celulosa Arauco y Constitución S.A. ha desarrollado distintos programas educativos en las regiones VII, VIII y X. En ellas se realizó un estudio de los errores y dificultades en el aprendizaje de la matemática de niños y jóvenes estudiantes llamado “Errar no es siempre un error” (2006). En este estudio, Lucchini y otros (2006) comentan que los errores pueden tener muchos orígenes, ya sean dificultades de la propia persona, del medio que lo rodea, de los métodos de enseñanza, del currículum de su escuela o del país. Sin embargo, en todos ellos se presenta claramente una dificultad en el procesamiento que el aprendiz hace con la información recibida. Considerar cada uno de estos factores es fundamental para llegar a la base del error y poder corregirlo.

> Lo que debe hacernos meditar en profundidad, es el hecho que la práctica de capacitación y observación de clases de matemática en Educación Básica permite ver que, con determinados profesores, casi todos sus alumnos pueden aprender y logran aprovechar sus errores para los aprendizajes. Los niños con dificultades severas son los menos. (Lucchini y otros, 2006, p.5)

En consideración de lo anterior uno de los factores que afectan el aprendizaje de los estudiantes, es la labor del profesor. Según Lucchini y otros (2006) refiriéndose a algunos problemas que presentan los profesores mencionan “falta de profundidad y dominio de contenidos, inadecuada consideración de pre-requisitos o condiciones necesarias para poder asimilar un concepto, regla o procedimiento, falta de secuencias adecuadas en la fragmentación lógica de un concepto o procedimiento” (p.6). A lo largo del estudio realizado, los autores llevan a reflexionar los múltiples factores que pueden estar afectando el aprendizaje de los alumnos y de manera muy sincera reconocer que en algunas ocasiones la labor docente es un impedimento para que se lleve a cabo el aprendizaje.

La aplicación de este estudio fue en 3° y 4° básicos, aunque en este estudio solo se tomaran los datos de los 4° básicos, con una participación de 138 alumnos. Dentro del escrito se detalla el tipo de error, la presencia y frecuencia de estos. Por ejemplo, en operatoria, la mayor cantidad de errores se relacionan con el tipo de operación con un (44.9%), mientras que en cálculo se presenta un (29.7%) y en menor porcentaje el algoritmo con un (14.5%). En cuanto a la recurrencia de los errores el mayor porcentaje se observa es en el tipo de operación con un (15.2%), mientras que en errores de algoritmo y cálculo los porcentajes son mucho menores (7.2% y 5.8% respectivamente) (Lucchini y otros, 2006).

Considerando los antecedes mencionados, existe un desafío para el país en cuanto a las mejoras de la educación, Aguerrondo (2015) comenta:

> En cuanto al contenido, el desafío es pasar de un modelo mental lineal a la búsqueda del desarrollo del pensamiento complejo (competencias del siglo XXI); en relación con el aprendizaje, el reto es pasar de aprendizaje superficial a la comprensión; la enseñanza debe sustituir la transmisión del conocimiento por una mezcla de pedagogías y experiencias para el aprendizaje. Por último, los recursos dejan de ser exclusivos de los docentes y se entienden como herramientas de aprendizaje para los estudiantes. (p.9)

La educación debe ser un ente transformador de estudiantes, llevándolos a la búsqueda de las verdades y conocimientos por deseo propio, no solo un cumplir con la escolaridad obligatoria, de manera que aprender sea un interés de los alumnos. Cuando esta situación se concrete se podrá contrastar con verdades como las dichas por Espinoza, Barbé y Gálvez (2011) los niveles de aprendizaje logrados por la mayoría de los alumnos en Chile son todavía muy bajos, tanto en comparación con el currículum como en relación a los estándares internacionales. Verdad que aun después de 7 años se puede justificar con los resultados de pruebas estandarizadas.

1.2 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La enseñanza en los primeros niveles de educación es un reto constante, pues es la base, en esta instancia los estudiantes pueden ser provocados y estimulados lo suficiente para que presenten interés durante toda la vida para aprender.

> Importante desafío es el que enfrenta el docente del primer ciclo, nada más y nada menos que guiar el básico proceso de aprendizaje que se origina con abstracciones meramente perceptivas para alcanzar las abstracciones operativas, es decir, recorrer el camino de lo concreto a las representaciones gráficas. (Rey, 2006, p.16)

La manera de aprender de los estudiantes en la educación básica requiere de un trabajo profundo y bien planificado, no es tan solo presentar contenidos aislados, es necesario considerar los conocimientos previos y las experiencias vividas, de manera que el nuevo conocimiento pueda ser relacionado y con tener un sentido.

Desde la última modificación de las Bases Curriculares de Educación básica (2012), se ha planteado que la división como tal, con el desarrollo del algoritmo, se trabaja desde 3° básico. El inicio de la enseñanza del algoritmo de la división como propone Lucchini y otros (2006) debe ser “a través de materiales que permitan contar y agrupar en este orden: atados de palitos, bloques multibase, otro material estructurado y ábacos, desde este nivel de educación básica y realizando las debidas transiciones para pasar de un material a otro” (p.30). De manera que el aprendizaje parta de los materiales y del conocimiento previo del niño.

Según Bermejo (2004), al finalizar la etapa de lo concreto se avanza a la implementación de lo pictórico, donde se encuentran las representaciones gráficas, para concluir con la etapa simbólica de la representación del algoritmo. Según Lee Peng Yee (2014), “en lo posible, las actividades deberían permitir que los alumnos progresen desde un nivel de comprensión concreto y basado en imágenes a un nivel de representación abstracto” (p.30). Como es posible apreciar el trabajo en la educación básica debe considerar el uso de material concreto, ya que es la mejor manera para que los estudiantes aprendan y desarrollen sus capacidades.

Algunas de las metodologías de enseñanza no incluyen el uso de material concreto y en algunas ocasiones podrían considerarse hasta exitosas, aunque Bermejo (2004) indica que “desde hace décadas se viene investigando la validez de los algoritmos tradicionales, encontrando que los alumnos muestran grandes dificultades en la aplicación de estos procedimientos, tal vez porque no asimilan el significado de lo que están haciendo” (p.193). En consideración de esto uno de los grandes problemas a la hora de enseñar algoritmos es partir directamente con ellos, sin el trabajo previo de material concreto, representación pictórica y pensamiento simbólico, es por esto que la mayoría de los estudiantes no entiende que es lo que está realizando ni logra darle un sentido el desarrollo de un algoritmo.

Actualmente la enseñanza es tomada rigurosamente y las exigencias para los profesores son muchas, esto se debe a que como señala Aguerrondo (2015) “En América Latina y el Caribe es urgente transformar el sistema educativo para que responda a las necesidades del mundo de hoy” (p. 24) es por esto que en las Bases Curriculares y programas de estudio se han realizado grandes modificaciones en busca de mejorar la educación chilena. Hoy el desafío es superar el modelo educativo tradicional[1], que fue muy exitoso en su momento, pero que hoy es obsoleto.

En muchas ocasiones la enseñanza del algoritmo de la división se traduce en un problema, debido a que existen dificultades, ya sea de los alumnos para apropiarse de él, tanto como para los docentes en como presentarlo. El trabajo con el algoritmo de la división es amplio, debe ser metodológico y ordenado, pues de otra manera solo se les dificulta la comprensión de este a los estudiantes.

.

1. *Entiéndase modelo educativo tradicional como un modelo esencialmente conductista.*

Considerando lo propuesto por las Bases Curriculares de Educación básica en el año 2012 es pertinente enseñar las matemáticas respetando los pasos señalados, con el uso de material concreto, representación pictórica y pensamiento simbólico, en los primeros niveles de educación. Lee Peng Yee (2012), citando al reconocido profesor de matemática, Sawyer (1964), señala “Es más fácil enseñar matemática a niños pequeños, porque son curiosos, confían en sí mismos y quieren entender las cosas por cuenta propia” (p.11). Esto debe ser tomado como una gran ventaja, pues se parte con una motivación intrínseca de los estudiantes, la que debe ser aprovechada completamente

Es una necesidad en la enseñanza de las matemáticas respetar los niveles de desarrollo propuestos en las Bases Curriculares para el tratamiento de los contenidos, es por esto que nace la motivación de investigar la incidencia del método COPISI en una operación tan necesaria en la vida como es la división.

Existe un amplio trabajo introductorio por parte de los profesores acerca de las divisiones, los primeros acercamientos en los niveles iniciales de educación comienzan con la idea de repartir en partes iguales, es decir, equitativamente cierta cantidad de cosas. De esta manera lo exponen los libros para estudiantes y los libros guía para profesores que proporciona el Ministerio de Educación.

En esta propuesta se considera importante investigar cómo enseñar el algoritmo de la división de la mejor manera, ya que los estudiantes deben tener una base sólida sobre esta operación para enfrentar más adelante problemas de la vida cotidiana. Diversos autores, incluyendo las Bases Curriculares, expresan abiertamente que el uso de material concreto es una de las mejoras formas de enseñanza de algoritmos, con respecto a esto Bermejo (2004) señala:

> El uso de material concreto es especialmente importante en el inicio de los aprendizajes, ya que los estudiantes que utilizan materiales concretos desarrollan una comprensión mental más precisa, están más motivados, tienen mejores ideas matemáticas y las aplican mejor en la vida cotidiana. (p.226)

Basándose en lo anteriormente señalado, el uso de material concreto, como el ábaco, en el inicio de la enseñanza, en donde los estudiantes manipulen, tengan contacto y evidencien de manera concreta que es lo que sucede al realizar una división, es la forma correcta de iniciar el tratamiento del contenido, de manera que avanzar a las representaciones pictóricas no sea una fuente de problemas. Al finalizar estas dos primeras etapas los estudiantes pueden desarrollar el pensamiento simbólico que solo será un paso más para adquirir el contenido de manera formal. En relación a esto las Bases Curriculares (2012) mencionan:

> Los estudiantes de todas las edades necesitan dar sentido a los contenidos matemáticos que aprenden, para que puedan construir su propio significado de la matemática. Especialmente en los primeros niveles, esto se logra de mejor manera cuando los estudiantes exploran y trabajan primero manipulando una variedad de materiales concretos y didácticos para posteriormente dar paso a las representaciones pictóricas y simbólicas. (p.87)

Por otro lado, de manera similar refiriéndose al uso de material concreto, las representaciones pictóricas y al pensamiento simbólico, Lee Peng Yee (2014) señala:

> Jerome Bruner (1960) hace hincapié en la idea de que el aprendizaje es un proceso activo, y señala que para que los alumnos adquieran una comprensión conceptual completa, tienen que pasar por tres etapas: representativa, icónica y simbólica. Muchos docentes, incluidos aquellos en Singapur, han rebautizado las tres etapas como concreta, pictórica y abstracta. (p.52)

En Chile estas tres etapas se conocen como concreta, pictórica y simbólica, las que se representan, según las Bases Curriculares, con la sigla COPISI.

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Utilizar la metodología de enseñanza COPISI mejora los resultados académicos obtenidos en 4° básico en el contenido de divisiones?

¿Utilizar la metodología de enseñanza COPISI reduce el número de errores en la aplicación del algoritmo de la división en 4° básico?

1.4 OBJETO DE ESTUDIO

Incidencia de la metodología de enseñanza COPISI en el aprendizaje del algoritmo de la división en alumnos de 4° básico.

1.5 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

1.5.1 OBJETIVO GENERAL

Describir los efectos de aplicar la metodología de enseñanza COPISI en el aprendizaje del algoritmo de la división en un 4° básico de un colegio ubicado en la ciudad de Los Ángeles.

1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Describir cómo afecta en el rendimiento académico la utilización de la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división.

Describir cómo afecta la metodología de enseñanza COPISI en el número de errores que cometen los alumnos al utilizar el algoritmo de la división.

1.6 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

H1: Utilizar la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4° básico, produce una mejora en los resultados académicos.

H2: Utilizar una metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4° básico, produce una disminución en el número de errores que se cometen al utilizar el algoritmo de la división.

1.7 SUPUESTO DE INVESTIGACIÓN

Los estudiantes manifiestan mayor preferencia por el uso de material concreto por sobre la representación pictórica.

CAPÍTULO lI: MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los principales aspectos teóricos bajo los cuales se enmarca la investigación.

2.1 La División

La división es una de las operaciones básica que se espera que los estudiantes dominen en los primeros años de escolaridad, como también la adición, sustracción y multiplicación. La enseñanza de la división comienza cuando las operaciones básicas, ya mencionadas, son conocidas por los estudiantes, pues es necesario su dominio para poder realizar divisiones como tal. La división presenta ciertas peculiaridades con respecto al resto de las operaciones básicas. Por un parte, se opera de izquierda a derecha (y no de derecha a izquierda), el resultado son dos números, cociente y resto.

El Ministerio de Educación (2012) al establecer los lineamientos del eje de número y operaciones estipula que:

> Este eje abarca el uso de algoritmos con ayuda de metáforas, representaciones y el uso de material didáctico, aprenden los algoritmos de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división. Además, en todos los ejes que se trabaja, y en especial en el de números el aprendizaje debe iniciarse haciendo a los alumnos manipular material concreto o didáctico y pasando luego a una representación pictórica que, finalmente, se reemplaza por símbolos. (p.90)

De esta manera, el aprendizaje de algoritmos es de suma importancia, iniciándose con uso de material concreto, recorriendo la representación pictórica y terminando con el pensamiento simbólico. A continuación, se presentan las nociones básicas respecto a la división.

2.1.1 Introducción al concepto de División

La división como operación puede parecer muy compleja, aunque diversos autores la definen basándose en dos ideas básicas, este es el caso de Lewin y otros (2013) que señalan: “La División surge de al menos dos ideas básicas. Por una parte, está la idea de repartir equitativamente una cantidad de objetos entre varias personas o recipientes”, y además, “está la idea de calcular cuántos recipientes se necesitan para repartir una cantidad” (p.160). En consideración de estas nociones, la división no debería tomarse como una operación incomprensible.

Similar a las ideas que propone Lewin, la autora Rey (2006) ahonda respecto a las nociones básicas de la división señalando que: “Las acciones espontaneas que traducen la noción de división son dos: partir y repartir” (p.124). Las que se pueden definir como:

I. Partir: “La noción de partir es espontanea en el niño, a pesar de que tarda en aceptar la necesidad de que las partes sean equivalentes para tratarse de una división” (p.124). Esta concepción va asociada a la escritura de las sustracciones sucesivas, concepto que se tratará en profundidad más adelante, en consideración del concepto de partir, la autora comenta:

> Así la división se usa como descripción operativa de un estado y sus partes equivalentes. Diremos que en este sentido sirve para medir un todo a partir de sus partes (comparar), al expresar el número de veces que una cantidad está contenida en otra (cantidad de subconjuntos equivalentes que forman una colección). (Rey, 2006, p.126)

II. Repartir: “Se conoce ahora el número de elementos de la colección por repartir y la cantidad de subconjuntos o partes equivalentes por separar. Se desconoce el número de elementos que corresponde a cada parte” (p.124).

Estas ideas básicas, aunque puedan parecer algo similares, se encuentran en situaciones diferentes, las que se presentan a los estudiantes en los primeros niveles de la educación básica, continuando con las nociones expuestas por Rey (2006), en concordancia con lo expuesto por Lewin y otros (2013) se puede profundizar aún más en los conceptos de partir y repartir.

2.1.2 La división por reparto.

En el inicio de la enseñanza de la división los estudiantes se enfrentan a situaciones en donde deben repartir equitativamente objetos en recipientes. Esta es una de las ideas iniciales de la división, antes del desarrollo formal de esta.

El siguiente ejemplo fue extraído de Lewin y otros (2013)

Analicemos un problema concreto de repartir objetos:

Se tienen 12 fichas y tres cajas y se quieren repartir equitativamente las fichas en las cajas. ¿Cuántas fichas se deben poner en cada una?

Un procedimiento que se podría usar es repartir de 1 en 1 todas fichas en las cajas, y luego contar la cantidad que quedó en cada una. También el reparto se puede hacer de 2 en 2, o directamente buscando un numero tal que 3 veces ese número de como resultado el total de las fichas.

Ilustración N° 2.1.1 División por reparto. Fuente: Lewin y otros (2013).

Observamos que 3 cajas con 4 fichas cada una es equivalente a 12 fichas repartidas equitativamente en 3 cajas. Es decir:

$3 \cdot 4 = 12$, es lo mismo que $12 : 3 = 4$ (p.160)

2.1.3 La división como agrupación de elementos (Partir)

Por otro lado, la siguiente idea inicial a la hora de dividir en los niveles básicos es la acción de agrupar objetos considerando la misma cantidad de grupos. Un ejemplo de esto es:

El siguiente ejemplo fue extraído de Lewin y otros (2013)

Se tienen 12 fichas para colocar en cajas que deben contener 4 fichas cada una. ¿Cuántas cajas se necesitan? (p.161)

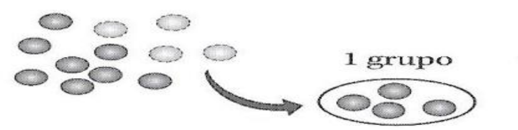


Ilustración N° 2.1.2. División como agrupación de elementos. Fuente: Lewin y otros (2013).

En el ejemplo ilustrado, se puede observar que las fichas deben ser agrupadas en la misma cantidad para cada grupo, cumpliendo con la instrucción dada.

2.1.4 Significado del resto en la división

Hasta este punto, solo se ha trabajado la división en el caso de reparto o agrupación obteniendo resultados exactos, es decir, sin la sobra de elementos, aunque es posible encontrarse con divisiones en donde esto no ocurra "Cuando se trabaja la división entera el resto se trata como una cantidad sobrante" (Bermejo, 2004, p.114). De manera que nos encontramos con el resto, uno de los resultados que se obtiene al desarrollar una división. Esta situación se puede ejemplificar de la siguiente manera:

Una mamá reparte equitativamente 14 dulces entre sus 4 hijos.

Al proceder a repartir, cada uno de sus hijos obtiene 3 dulces y sobran 2. Estos dulces no se pueden repartir, pues si alguno de sus hijos recibe más ya no sería un reparto equitativo. La cantidad que sobra recibe el nombre de resto de la división.

Es importante tener en cuenta que la cantidad de dulces que sobró debe ser menor que la cantidad de participantes del reparto, de otra manera, sería posible seguir repartiendo.

En el caso de agrupación de elementos el resto corresponde a los objetos que no se pueden agrupar, pues no alcanzan para formar un nuevo grupo con la misma cantidad de elementos.

2.2 Algoritmo de la división

El algoritmo que se utiliza al trabajar con la división exacta, se puede expresar con la siguiente notación: "Si $a: b = c$, diremos que a es el dividendo, b es el divisor y c es el cociente o resultado de la división" (Lewin y otros, 2013, p.160). De aquí en adelante esta será la notación a utilizar de forma general.

2.2.1 El algoritmo usual de la división

Como se puede observar en la notación de la división, es un algoritmo más complejo que el del resto de las operaciones básicas, por lo que requiere de una mayor explicación. A continuación, se presentan algunas formas de desarrollar una división.

División por una cifra

Para divisiones con uno o dos dividendos y un solo divisor, el algoritmo de la división se basa en el dominio de las tablas de multiplicar. Un ejemplo de esto es:

24 : 4.

Relacionando esta división con las tablas de multiplicar, nace la siguiente pregunta: ¿Por qué número debo multiplicar 4 para alcanzar 24? De esta manera, se establece la directa relación existente entre división y multiplicación como operaciones inversas, obteniendo como resultado 6.

$$24 : 4 = 6$$

Al tratarse de otro tipo de divisiones Lewin y otros (2013) mencionan "Cualquier número puede ser dividido por 7 o por cualquier otro número, aunque no siempre el resultado será exacto" (p.169). Para aclarar esta afirmación se puede ejemplificar de la siguiente manera:

44 : 7

Consideramos la pregunta: ¿Cuántas veces está contenido 7 en 44? En este caso es preciso hacer una estimación, pues no obtenemos un resultado directo de las tablas de multiplicar.

Se observa que $7 \cdot 7 = 49$, lo cual sobrepasa al dividendo que es 44, obteniendo que 7 no es el número indicado, si no 6.

Al escribir esto resulta:

44:	7=	6	o también	44:	7=	6
-42				2		
2						

Para finalizar esta división se dice que 44 dividido 7 da como cociente 6 y se obtiene resto 2.

En el ejemplo anterior nos encontramos con el nuevo concepto de estimación, es preciso explicar de manera clara a que corresponde esto.

Estimación en el uso del algoritmo de la división

Para entender el concepto de estimación, es más fácil explicar la forma de trabajarlo que exponer una definición de ello, es por esto que Lewin y otros (2013) señalan que: "Una estrategia para estimar el resultado de la división es truncar el divisor y estimar la cantidad de veces que está contenida la primera cifra de este en las primeras cifras del dividendo" (p.173).

Para entender mejor esto se presenta el siguiente ejemplo:

52 : 3

Para iniciar esta división se puede considerar solo la decena 5, de manera que se pueda preguntar ¿cuántas veces está contenido el 3 en el 5? La respuesta a esto es 1, así se prueba el producto de 3 • 1 y se comprueba si es menor que 52. Al resolver la división por completo se obtiene:

5’2 : 3 =17

- 3

2’2

1

La comilla que se observa, representa como es separada la unidad de la decena, obteniendo como resto 2, luego se considera la unidad, que se escribe junto al resto y se procede a continuar con la operación.

2.2.2 Restas repetidas

Dentro de las ideas básicas que se tienen de división encontramos la noción de partir, que ya fue definida. Sin embargo, se mencionó que esta idea se asocia a la escritura de las sustracciones sucesivas o también conocidas como restas repetidas.

Las restas repetidas consisten en “restar el divisor al dividendo las veces que sea posible. El niño irá restando hasta llegar a un número más pequeño que el divisor, y contará las veces que ha restado” (Bermejo, 2006, p.206). Esto se puede observar en la siguiente imagen que representa un modelo de restas repetidas.

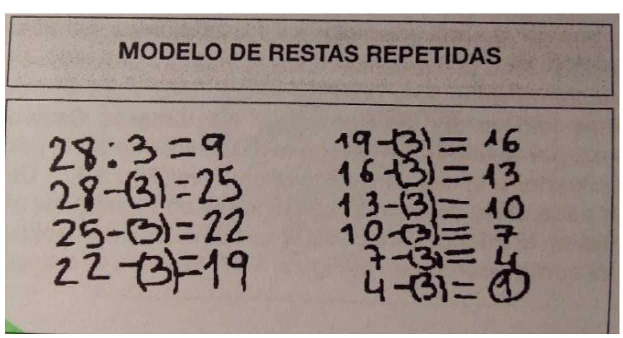


Ilustración N° 2.2.1 Modelo de restas repetidas
Fuente: Bermejo (2006)

Por otra parte, Lewin y otros (2013) también exponen qué es una resta repetida, señalando que: “La división como resta sucesiva o repetida corresponde al proceso inverso de la multiplicación como suma iterada” (p.161). De esta forma se puede apreciar la relación que existe entre multiplicación y división como operaciones inversas.

Al realizar una resta repetida se responde a la pregunta ¿Cuántas veces cabe el divisor en el dividendo? Es aquí cuando inicia el proceso de restar sucesivamente, hasta que el resultado sea 0, en el caso de división exacta, o un número menor que el divisor, el que se convierte en el resto de la división. Para entender de manera más clara esto se puede observar el siguiente ejemplo:

Ejemplo extraído de Lewin y otros (2013)

Resolvamos este problema formando sucesivamente grupos de 4 fichas:

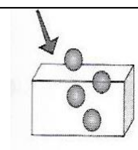
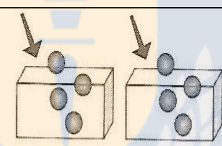
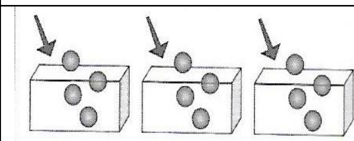
1° grupo	2° grupo	3° grupo
		
Colocamos 4 fichas en una caja. De esta forma, las fichas que quedan por guardar son: 12 – 4 = 8 Quedan 8 fichas por guardar.	Colocamos 4 fichas más en una caja. De esta forma, las fichas que quedan por guardar son: 8 – 4 = 4 Quedan 4 fichas por guardar.	Colocamos 4 fichas más en una caja. De esta forma, las fichas que quedan por guardar son: 4 – 4 = 0 Ya no quedan fichas por guardar.

Tabla N° 2.2.2. División como resta reiterada. Fuente: Lewin y otros (2013).

Realizar restas sucesivas para efectuar el cálculo del cociente implica restar al total la cantidad de elementos que forman un grupo. Luego, a los que quedan se les vuelve a restar los elementos que corresponden a un grupo y así sucesivamente, hasta que no podamos formar más grupos. Notamos que el dividendo de la división corresponde a minuendo de la primera resta y el divisor corresponde al sustraendo. La cantidad de veces que se efectúan las restas sucesivas es el cociente de la división (Lewin y otros, 2013, p. 161).

N° de veces	Resta sucesiva
1	12 – 4 = 8
2	8 – 4 = 4
3	4 – 4 = 0

Tabla N° 2.2.3. Restas sucesivas. Fuente: elaboración propia

De esta manera el número 12 representa el dividendo, el número 4 al divisor, el número 3 al cociente y el 0 al resto.

2.2.3 Algoritmos para dividir de otras culturas.

Es importante señalar que el algoritmo de la división que se ha presentado anteriormente es el oficialmente usado en Chile, pero no es el único que se puede encontrar. Es posible resolver una división de diversas maneras, lo que tiene estrecha relación con las diferentes civilizaciones que han existido.

Antiguamente las civilizaciones manipulaban criterios y nociones del concepto de división valiéndose de ciertos procedimientos de cálculo, que si bien es cierto, en nuestros tiempos nos parecerán anticuados e inexactos, pero no cabe duda que fueron los primeros pasos en la matemática para llegar a los procedimientos de resolución de hoy en día (Aguiriano, 2015, p.50).

A continuación, revisaremos algunas de las primeras formas de algoritmo de la división que emplearon diferentes culturas.

Babilonia

La historia respecto a este pueblo señala que para contar utilizaban la base sexagesimal, de forma que para dividir aprovechaban la ventaja de esta operación como el inverso de la multiplicación, para explicar esto utilizaban la siguiente igualdad:

$$\frac{a}{b} = a\frac{1}{b}$$

A través de la utilización de la división como el inverso de la multiplicación los babilonios desarrollaron una tabla de inversos. Este método puede resultar sencillo utilizando un divisor 60, en caso contrario es más complejo.

Referente a la multiplicación los babilonios utilizaban el siguiente algoritmo:

$$a \bullet b = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$$

A continuación, un ejemplo de división:

Si se quiere dividir el 12 en 3, lo primero que se debe realizar es escribirlo como el inverso multiplicativo.

$$\frac{12}{3} = 12\frac{1}{3}$$

Después de realizada esta operación multiplicar utilizando el algoritmo señalado hasta llegar al resultado

$$12\frac{1}{3} = \frac{(12+\frac{1}{3})^2 - 12^2 - (\frac{1}{3})^2}{2}$$

$$12\frac{1}{3} = \frac{(\frac{37}{3})^2 - 144 - (\frac{1}{3})^2}{2}$$

$$12\frac{1}{3} = \frac{\frac{1369}{9} - 144 - \frac{1}{9}}{2}$$

$$12\frac{1}{3} = \frac{\frac{1369 - 1296 - 1}{9}}{2}$$

$$12\frac{1}{3} = \frac{\frac{72}{9}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

El resultado que se obtiene al dividir el 12 en 3 es 4, pero la realización de esta división utilizando el método babilonio es poco práctica y requiere un dominio de las tablas y el resto de las operaciones.

"Los pasos a seguir para realizar este algoritmo son poco prácticos ya que se debe tener una tabla de inversos que contenga todos los números posibles a realizar, además de que se debe manejar las tablas de multiplicar*"* (Nambo y otro, 2017, p.1826).

Por lo complejo que este sistema puede tornar es que no se toma como un método a utilizar dentro de la enseñanza básica.

Egipto

Se cree que este método es más práctico y sencillo pues utiliza otras operaciones como la suma y la multiplicación (duplicaciones), siempre que se trate de resto cero.

> El algoritmo egipcio se basa en dos cálculos elementales la suma y la duplicación por lo tanto es un algoritmo muy fácil de manipular cuando se trata de divisiones con residuo cero y siempre y cuando se obtenían cantidades enteras o fracciones exactas (Aguiriano, 2015, p.50).

La metodología a utilizar, como la describe Nambo y otro (2017) corresponde a:

Para dividir $\frac{n}{m}$ el método indica realizar duplicaciones sucesivas de "m" (divisor) hasta llegar a *"n"* (dividendo) o al último número duplicado que no supere el valor del dividendo. De modo escrito se tabulaban los resultados, en la primera fila se colocaban el número 1 y el divisor *m*. El dividendo se obtiene, como la suma de ciertos elementos duplicados de la columna del divisor y el cociente es la suma de los números elegidos en la columna base de la duplicación. (p. 1826).

Un ejemplo de esto, si se quiere dividir el 36 en 4 utilizando el sistema egipcio se deben realizar los siguientes procedimientos:

1) Construir una tabla que siempre empiece en el 1 y en el divisor de la división, en este caso el 4. Luego a partir de la segunda fila se escribe el doble del número anterior.

	divisor
1	4
2	8
4	16
8	32
16	64

Tabla N° 2.2.4. División Egipto Fuente: Elaboración propia

2) Se debe buscar en la segunda columna (divisor), el mayor múltiplo de 4 sin que supere el dividendo (36). Luego se calcula la diferencia entre el dividendo y el múltiplo mayor:

36 – 32 = 4

Resto =4

	divisor
1	4
2	8
4	16
8	32
16	64

Tabla N° 2.2.5. División Egipto Fuente: Elaboración propia

3) Ahora se debe repetir el proceso, pero tomando como referencia el resto encontrado en el paso anterior (4). Luego se calcula la diferencia entre el resto y el múltiplo mayor:

$$4 - 4 = 0$$

Como el resto obtenido es 0, se deben sumar los valores de la primera columna correspondiente a los elegidos anteriormente.

$$8 + 1 = 9$$

	divisor
1	4
2	8
4	16
8	32
16	64

Tabla N° 2.2.6. División Egipto Fuente: Elaboración propia

Luego de haber realizado el algoritmo egipcio para dividir 36 en 4 se obtiene 9 como cociente.

$$36 : 4 = 9$$

India

El método para dividir en India es considerado uno de los más prácticos y similares a la forma de dividir actual, Barros y otros (2001) mencionan: "En el siglo XVI se consideraba que el método de la "lancha o galera" era el más corto y cómodo para realizar la división numérica" (p. 37). Esta forma de división recibía los nombres de lancha o galera debido a la forma que tomaba el escrito al desarrollar la operación.

En cuanto al método indio guarda similitudes con el método moderno, según señalan Nambo y otros (2017), de manera que el uso de la resta y la multiplicación a lo largo de la operación se conservan, la diferencia es que el dividendo aparece en el medio, el divisor a la izquierda y el cociente a la derecha, las diferencias consecutivas se encuentran sobre los minuendos y en la parte inferior se ordenan las cantidades a restar.

Un ejemplo, para dividir 87 en 6 utilizando el sistema indio se debe realizar los siguientes procedimientos:

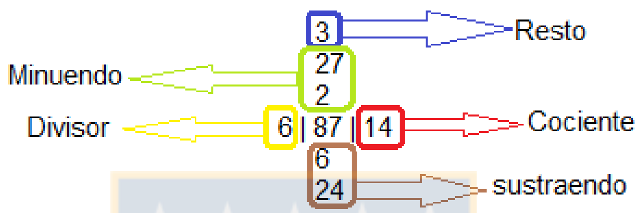


Ilustración N° 2.2.7. División India. Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en el centro de la imagen se encuentra el dividendo (87), al lado izquierdo el divisor (6), al derecho el cociente (14). Sobre el centro (87) se puede encontrar el minuendo y resto, mientras que bajo el centro el sustraendo.

Luego de haber realizado el algoritmo indio llegamos a que 87 divido en 6 da como cociente 14 y resto 4.

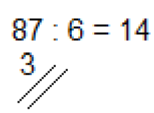


Ilustración N° 2.2.8. División India. Fuente: Elaboración propia

> La aritmética hindú y árabe supuso el desarrollo del cálculo. En una época en que no había calculadoras, ésta tenía un nivel de exigencia que hoy consideraríamos excesivo. Un buen calculista no sólo tenía que saber calcular bien, sino que tenía que hacerlo lo más rápido posible (Gómez, 1995, p. 1).

De esta manera, la forma desarrollada en India para dividir es considerada una de las más completas y ha sido la base para algunos de los pasos del actual algoritmo de la división.

2.3 Sobre el aprendizaje de Algoritmos

Para continuar, es necesario definir algunos conceptos respecto a los algoritmos, de esta manera se explica el trabajo matemático a realizar con los estudiantes.

Para iniciar se presentan algunas definiciones:

Para Bermejo (2004), un algoritmo es "un método sistemático para resolver operaciones numéricas, que consta de un conjunto finito de pasos guiados por unas reglas que nos permiten economizar el cálculo y llegar a un resultado exacto" (p.194).

Villota (2014) citando a Maza (1991), señala que un algoritmo es "una serie finita de reglas a aplicar en un orden determinado a un número finito de datos, sean cuales sean los datos, para llegar con certeza a cierto resultado en un número finito de etapas" (p.26).

De esta manera podemos entender un algoritmo como un método claro que ya fue establecido, con un orden lógico y reglas bien definidas. El fin de aplicar un algoritmo es economizar el cálculo y asegurar el obtener un resultado exacto. Es importante señalar que aplicar un algoritmo es una situación de rutina, pues solo se repiten los pasos, que siempre son los mismos, sin necesidad de que estos sean comprendidos claramente por quienes lo realizan.

Para Maza (1991):

> Los algoritmos se pueden aprender de forma rutinaria, cada paso, el orden entre ellos, sin saber el por que. Se puede aplicar correctamente, sin que sepamos la causa de que este algoritmo sea de tal manera. Comprender un algoritmo no es necesario para su utilizacion pero si es imprescindible para su re-construccion. Los algoritmos dotados de significado permite que su almacenamiento en la

> memoria a largo plazo, sea mas fiable, como tambien su recuperación ya que pide llevarse a cabo por distintas rutas, incluida la reconstruccion del procedimiento.

Es posible memorizar un algoritmo, con cada uno de sus pasos, aun más, se pueden recordar dichos pasos con el paso de los años y aplicarlos, pero nada de eso asegura que haya sido comprendido.

En el año 1994, Kamii indica que “los algoritmos son reglas impuestas por los adultos que los niños solo consiguen explicar diciendo, “el maestro nos ha dicho que lo hagamos así”” (p.32). En la actualidad se busca revertir esta situación, es necesario que los estudiantes comprendan lo que realizan para que sean mas competentes que aquellos estudiantes que aprendieron con el método tradicional (el cual se asocia en los años 90’ al conductismo).

Ademas Kamii (1994), refiriendose a los estudiantes, señala que :

> Si favorecemos que ejerciten su forma genuina de pensar, en lugar de exigirles que memoricen reglas que para ellos carecen de sentido, desarrollarán una base cognitiva mas sólida y una mayor seguridad. Los niños que se sienten seguros aprenden mas a largo plazo que aquellos que han sido instruidos de un modo que les hace dudar de sus propios razonamientos. (p.33)

Como fue mencionado, el conductismo es la metodología de enseñanza que se asocia a los años 90’, respecto a el Ertmer y Newby (1993) proponen que el conductismo utilizado como forma tradicional de enseñanza en los años 90’, lo siguiente:

> Iguala al aprendizaje con los cambios en la conducta observable, bien sea respecto a la forma o a la frecuencia de esas conductas. El conductismo se focaliza en la importancia de las consecuencias de estas conductas y mantiene que las respuestas a las que se les sigue con un refuerzo tienen mayor probabilidad de volver a sucederse en el futuro. No se hace ningún intento de determinar la estructura del conocimiento de un estudiante, ni tampoco de

> determinar cuáles son los procesos mentales que ese estudiante necesita usar. (p. 6)

En general, la enseñanza de los algoritmos en los años 90' carecían de significado o contexto, esto se tradujo en un problema a la hora de aprender, pues los estudiantes se vieron obligados a renunciar a su propio pensamiento, por lo que con el pasar de los años se busca una nueva forma de enseñanza que cumpla con los nuevos requerimientos que comenzaban a nacer y con asegurar el aprendizaje de los estudiantes.

> Posteriormente en los 90' surge un movimiento más radical que afirma que los algoritmos son negativos para el desarrollo del cálculo en los niños, ya que cuando aprenden las reglas para ejecutarla se olvidan de su propio conocimiento numérico. Estas ideas llevaron a algunos investigadores a pensar que los algoritmos más que una ayuda, podrían suponer un impedimento para el cálculo en los niños. (Bermejo, 2004, p.193)

El utilizar algoritmos requiere del uso de la memoria, pero en esta situación los estudiantes solo recuerdan un procedimiento paso a paso (Orton en el año 2003 cita a Skemp). Una situación preocupante respecto a los algoritmos es que los estudiantes logren recordar paso a paso cada procedimiento, pero que este carezca de significado para ellos. Esto se puede entender claramente porque los algoritmos son enseñados sin que los estudiantes reconozcan la necesidad de él. “El conocimiento no puede partir de la nada, siempre se entrelaza con algún conocimiento anterior a partir del cual, puede crecer o modificarse” (Lucchini y otros, 2006, p.3).

Considerando las últimas concepciones que se han expuesto sobre los algoritmos, se encuentran diversas dificultades al utilizarlos, a continuación, se detallan posibles errores específicos en el uso del algoritmo de la división.

2.3.1 Dificultades y posibles errores en el uso del algoritmo de la división.

Al enfocarse directamente en el algoritmo de la división existen múltiples complicaciones en su desarrollo, situación que experimenta los estudiantes a lo largo de toda la escolaridad, convirtiéndose la división en la operación más olvidada.

“Desde hace décadas se viene investigando la validez de los algoritmos tradicionales, encontrando que los alumnos muestran grandes dificultades de la aplicación de estos procedimientos, tal vez porque no asimilan el significado de lo que están haciendo” (Bermejo, 2004, p.193)

Utilizar el algoritmo de la división, como fue mencionado, requiere del conocimiento y dominio del resto de las operaciones básicas, pues se deben estimar productos, efectuar restas y registrar cada paso de forma ordenada. Este trabajo metódico en ocasiones lleva a cometer errores, algunos de ellos pueden ser:

“Cuando en el dividendo aparece un cero intermedio, puede suceder que se considere la cifra siguiente al cero, sin escribir un cero en el cociente” (Lewin y otros 2012, p.175), por ejemplo:

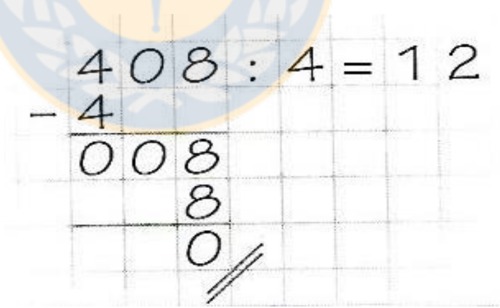


Ilustración N° 2.3.1. Errores en el algoritmo de la división.
Fuente: Números, Lewin y otros 2013

En este ejemplo, la división de las centenas se realiza correctamente, pero al llegar a la cifra de las decenas, no se escribe el resultado de dividir 0 por 4, y se pasa directamente a la cifra de las unidades para continuar la división.

"Otro error similar se produce cuando el resto en una de las restas parciales es cero y al considerar la cifra siguiente, esta es menor que el divisor" (Lewin y otros, 2013, p. 175), por ejemplo:

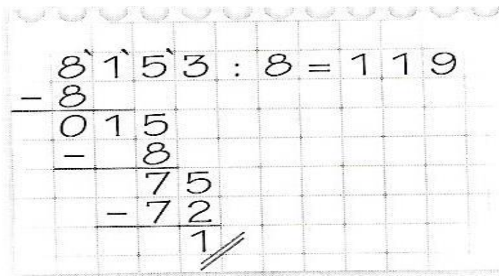


Ilustración N° 2.3.2. Errores en el algoritmo de la división.
Fuente: Números, Lewin y otros 2013

Con relación al uso del algoritmo al dividir por dos cifras, es posible identificar errores que tienen relación con el valor posicional de los dígitos que forman el dividendo. "Cuando estos dígitos son iguales al divisor, un error es dividir cada dígito por separado sin considerar el valor posicional" (Lewin y otros 2013, p. 176), por ejemplo:

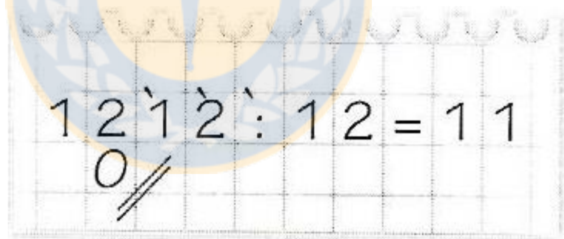


Ilustración N° 2.3.3. Errores en el algoritmo de la división.
Fuente: Números, Lewin y otros 2013.

En el ejemplo anterior se separó 1.212 como 12 y 12, de forma que se realizó la división por separado, obteniendo 11 como cociente. "Este error se produce generalmente cuando se tiene una noción de los números como yuxtaposición de dígitos, sin considerar que la posición que ocupa el digito determina un valor" (Lewin y otros 2013, p. 176).

Ahora, es importante buscar maneras de evitar estos errores al trabajar con la división, algunas sugerencias dadas por Lewin y otros (2013), pueden ser:

- Verificar el resultado obtenido calculando el producto entre el cociente y el divisor y sumando el resto. Si bien esta estrategia requiere hacer un cálculo, realizar una multiplicación entre dos números es un proceso menos complejo que realizar una división.
- Estimar el resultado del producto entre el cociente y el divisor, y luego comparar dicha estimación con el dividendo. Esto nos permite detectar errores cuando la diferencia entre el cociente obtenido y el correcto es significativa.
- Estimar el resultado de la división antes de resolverla, y tener un antecedente de lo que debería ser una respuesta correcta.
- Cuando la división está asociada a un problema, es posible detectar errores evaluando la pertinencia de la solución obtenida. Por ejemplo, si el contexto es la estatura de una persona, el resultado estará en un rango apropiado y no podría ser mayor que 3 metros. (p. 176)

2.3.2 Errores en el uso de algoritmos

Aun cuando el algoritmo de la división no es el único algoritmo que pueda presentar dificultades en su comprensión, es importante recordar que es la única operación que requiere del uso de las restantes operaciones básicas, por esto si se puede decir que necesita de un mayor trabajo.

Es posible mencionar muchas opciones de por qué se cometen errores en el uso de algoritmos, pero una de las más acertadas es mencionada por Bermejo (2004) que comenta: "Aunque el niño resuelva al pie de la letra los pasos de un algoritmo, ello no implica que comprenda siempre lo que hace. Y estas es una de las principales causas de los errores cometidos por los niños" (p.208). La falta de comprensión de los algoritmos es un factor determinante para que este no sea aprendido de manera significativa por los alumnos, aun cuando hayan memorizado sus pasos y sea capaces de aplicarlo en algunas ocasiones.

En la búsqueda de los posibles errores en el uso del algoritmo de la división se encuentra el estudio proporcionado por Fundación Educacional Arauco (Fundar) “Errar no es siempre un error” (2006), aunque este estudio es de hace más de 10 años, es importante señalar que no se encontraron estudios más recientes del tema.

Estudiar los errores cometidos por los estudiantes puede parecer innecesario, pues se creería que el enfoque debería estar en que aprendan y no en los motivos de porque no lo hicieron, sobre esta situación Lucchini y otros (2006), autores del estudio Errar no es siempre un error, estipulan que *“*es necesario estudiar los errores de los alumnos y ver en ellos un medio de conocer su pensamiento matemático; impulsar a la práctica del control personal y a la autocorrección” (p.1*).* Los errores cometidos por los estudiantes pueden ser una fuente de ayuda para la verdadera comprensión de los algoritmos, si se usan correctamente en el reforzamiento de lo que se ha intentado enseñar.

Fuera del ámbito matemático las personas usualmente utilizan el error para ir en busca de la verdad y contribuir al avance de otras ciencias, afirmación que Lucchini y otros (2006) respaldan comentando que: “No existe cuerpo de conocimiento en que no se encuentre el error en su desarrollo histórico*”* (p.3). El equivocarse es una situación completamente normal, es imposible asegurar que no se vaya a producir un error al intentar, ya sea, al realizar o aprender alguna cosa. Es por esto que una de las cosas más seguras de ocurrir durante el proceso de aprendizaje es el equivocarse, esta situación por frustrante que parezca no debe ser vista solo como algo negativo, aunque la mayoría de los estudiantes presenten rechazo a las matemáticas debido a lo reiterativo que es fallar en estas.

El estudio realizado por Fundación Arauco entrega un detallado informe respecto a los errores que cometen los alumnos en los principales ejes de matemática. Para nuestra investigación se vuelven relevantes los errores recurrentes en ejes de operatoria, los cuales se exponen en la siguiente tabla:

	Categoría	Descripción del tipo de error
Operatoria	Tipo de operación	Realiza una operación que no es la solicitada porque no tiene el sentido de la operación. Cambia tipo de operación en la mitad del procedimiento.
	Algoritmo	Equivoca la dirección o la estrategia al operar.
	Cálculo	Errores de conteo, insuficiente dominio de las tablas, mal uso de material de apoyo (ábaco).

Tabla 2.3.4. Categorías o tipos de error. Análisis del error en matemática. Fuente: Lucchini y otros (2006).

En la tabla 2.3.5 se ilustran los resultados de 4° básico, en donde participaron 138 estudiantes, se describe el tipo de error, la presencia y frecuencia de este.

	Categoría	**Descripción del tipo de error**	**4° básico (n=138)**	
			Presencia (%)	Recurrencia (>=3 errores) (%)
Operatoria	Tipo de operación	Realiza una operación que no es la solicitada porque no tiene el sentido de la operación. Cambia tipo de operación en la mitad del procedimiento.	44.9	15.2
	Algoritmo	Equivoca la dirección o la estrategia al operar.	14.5	7.2
	Cálculo	Errores de conteo, insuficiente dominio de las tablas, mal uso de material de apoyo (ábaco).	29.7	5.8

Tabla N° 2.3.5. Resultados 3° básicos. Fuente: Lucchini y otros (2006).

Los errores que cometen más niños son el tipo de operación (44.9%) y errores de cálculo (29.7%), el error que se da con mayor recurrencia es el de tipo de operación, éste se presenta en un (15.2%) de los casos.

2.4 Concreto- Pictórico- Simbólico.

La consulta pública de las Bases curriculares (2011) en sus enfoques curriculares, indica que se debe trabajar con material concreto, representación pictórica y pensamiento simbólico (COPISI) en los primeros niveles de la educación básica, ya que a través de esto los estudiantes aprenden a darle significado a lo que realizan y pueden construir su propio significado en la matemática.

Al exponer los contenidos con la metodología de trabajo con material concreto, representación pictórica y finalmente con pensamiento simbólico, los estudiantes se encuentran con experiencias que le permiten pasar de lo simple a lo complejo o en otras palabras, de lo concreto a lo abstracto. Esta progresión es la que se denomina COPISI.

Las Bases curriculares no son las únicas en mencionar este proceso de trabajo, si bien en Chile se conoce con la sigla COPISI, en otros países puede encontrarse con nombres diferentes e incluso con un nivel más. Referente a esto Kamii (1994) explica que la teoría de Piaget está basada en la interiorización del exterior y es en este sentido que el aprendizaje se divide en cuatro niveles básicos:

1. Nivel concreto: Contar objetos reales.
2. Nivel semiconcreto: Contar objetos en dibujos.
3. Nivel simbólico: Emplear números escritos.
4. Nivel abstracto: Generalizar relaciones numéricas. (p.26)

Aunque se señala que el uso de material concreto es de mucha ayuda, debe entenderse que por sí solo, simplemente es un material, este debe ir acompañado de un trabajo planificado por parte de los profesores y con la continuación de la representación pictórica y el desarrollo del pensamiento simbólico. Cada uno de estos pasos es necesario para que los estudiantes logren aprender.

Gowin (1981) propone lo siguiente con respecto al uso de material, la labor docente y el rol del estudiante:

> Existe una relación tríadica entre el maestro (M), los materiales educativos (ABC) y el estudiante (E).

M → ABC → E

> El maestro, M, inicia la acción presentando los significados de los materiales ABC para que los estudiantes, E, los comprenda. El estudiante, E, opta por prestar atención a esos materiales considerándolos significativos y educativos. (p.74)

Considerando lo anterior, es necesario más de un elemento en el proceso educativo, el maestro es el encargado de iniciar el proceso, además de presentar los materiales de manera correcta y de esta forma obtener la atención de los estudiantes. "El maestro inicia el acontecimiento, los materiales (currículo) operan como guía del acontecimiento, los estudiantes participan en el acontecimiento, y el acontecimiento como acontecimiento social tiene cualidades distintivas que lo gobiernan" (Gowin, 1981, p.36)

El mismo autor Gowin (1981), comenta la relevancia del proceso educativo, cuando es tomado con seriedad y realizado de forma correcta, en la vida de los estudiantes:

> La educación, como proceso generador de acontecimientos, modifica el significado de la experiencia humana interviniendo en la vida de la gente con materiales significativos destinados a desarrollar el pensamiento, el sentimiento y la acción como disposiciones habituales a fin de comprender la experiencia humana mediante la utilización de adecuados criterios de excelencia. (p.36)

Dentro de las opciones de materiales concretos Alsina (2006) señala que el ábaco es un recurso que se puede manipular y constituye un material totalmente útil para el aprendizaje del cálculo es además un material más simbólico. Esto se puede explicar ya que el valor de las cuentas no depende del tamaño o color que tengan, sino que de la posición en la que estén, esta situación es similar con la forma de escritura de los números, lo que facilita la comprensión del valor posicional de las cifras.

2.5 Uso de material concreto e Inclusión

Como se ha descrito, el uso de material concreto y manipulable por los niños, en los primeros niveles de educación básica, es de suma importancia para el aprendizaje del algoritmo de la división y de las matemáticas en general, como lo señala Chamorro (2011) “difícilmente un alumno podrá desarrollar actitudes, positivas hacia su propia capacidad matemática si el único tipo de problemas y tareas que el profesor presenta son algorítmicas” (p.20).

Por otra parte, se debe considerar que los estudiantes de educación básica se encuentran en diferentes estadios cognitivos según su edad y desarrollo psicológico, como se postula en la teoría Piagetiana los niños en edades de 7 a 12 años se encuentran en el periodo de las operaciones concretas, aquí establecen clasificaciones, seriaciones y agrupamientos, es decir, están en la edad donde este tipo de trabajos facilita su aprendizaje.

El uso de material concreto tiene estrecha relación con el renombrado término inclusión, según UNESCO en su temario abierto (2004) expone que:

“La educación inclusiva surge del convencimiento de que el derecho a la educación es un derecho humano básico que está en la base de una sociedad más justa” (p.15). La inclusión se ve como el proceso de identificar y responder a la diversidad de las necesidades de todos los estudiantes a través de la mayor participación en el aprendizaje, las culturas y las comunidades, y reduciendo la exclusión en la educación.

El proceso de inclusión involucra realizar cambios y modificaciones en contenidos, además del uso de estrategias que permitan incluir a todos los niños en el proceso del aprendizaje, además de considerar sus capacidades y la edad en la que se encuentren. El sistema educacional chileno se rige por variados documentos, uno de ellos es el Decreto 170, el cual establece cuales son las necesidades educativas (NEE). Detalladamente el Decreto 170 establece que “los estudiantes que presentan NEE son aquellos que precisan ayudas y recursos adicionales, ya sean humanos, materiales o pedagógicos, para conducir su proceso de desarrollo y aprendizaje, y contribuir al logro de los fines de la educación” (p.2).

Otro de los documentos que se pueden mencionar es el decreto N° 83 (2015), "Diversificación de la enseñanza", en el cual se prescriben las disposiciones y pautas que se definen y desarrollan para establecimientos con educación común, con o sin programas de integración escolar, y a las escuelas especiales. Dichas disposiciones para inclusión educativa se basan en la Constitución Política y el ordenamiento jurídico de la Nación, además de la Ley General de Educación y los objetivos de aprendizaje de los niveles escolares básicos.

Algunos de los principios que orientan la toma de decisiones para definir las adecuaciones curriculares son las siguientes:

a) Igualdad de oportunidades
b) Calidad educativa con equidad
c) Inclusión educativa y valoración de la diversidad
d) Flexibilidad de la respuesta educativa

Cada una de estos principios busca que todos los estudiantes, sin importar su condición, tengan las mismas oportunidades y puedan aprender.

Es necesario tener en cuenta que para todos los estudiantes "el significado de un concepto se construirá adecuadamente cuando se conozcan los contextos en los que cobra sentido" (Chamorro, 2011, p.4546). En concordancia a esto Alsina y Planas (2008) mencionan que:

> La acción de manipular, es decir, de operar con las manos, aporta conocimientos diversos. Todos nosotros hemos vivido experiencias sorprendentes, no esperadas, al tocar algún objeto con las manos: la dureza de un objeto, el peso, la rugosidad, el sonido que hace, el sabor que tiene, etc.

La información que se obtiene al observar o manipular un objeto respecto a sus características físicas como el color, el sabor, el tamaño o la forma, ayuda a descubrir de forma experimental y por ende tomar un mayor valor a dicha situación.

Lo último a considerar sobre el material concreto y la inclusión lo indica el autor Gonzáles (2010):

Para trabajar cantidad, numeración y operaciones aritméticas se pueden utilizar regletas (Cuisenaire; Encajables), bloques base 10, tablas numéricas y aritméticas, puntos, dominós, triminós y tetraminós aritméticos, puzles, cartas y ábacos. Este último nos permite: contar sistemáticamente; representar cantidades y números; construir conocimientos sobre los sistemas de numeración y sus características; o unidades, los cambios de unidades y las equivalencias entre ellas; o valor de posición de las cifras; comprender las operaciones aritméticas elementales; practicar procedimientos de cálculo alternativos.

Existe una variada cantidad de materiales que pueden ser utilizados en matemáticas que van en directa ayuda al aprendizaje de todos los estudiantes,

Ventajas y desventajas del uso de material concreto.

El material concreto es de gran ayuda como se ha podido apreciar hasta ahora, continuando con esta idea Gonzáles (2010) expone claramente algunas de es ventajas de la utilización de los recursos y materiales didácticos, entre las que se pueden mencionar:

- Permiten modelizar conceptos e ideas matemáticas.
- Proporcionan una fuente de actividades matemáticas estimulantes y suficientemente atractivas como para que cambie positivamente la actitud de los alumnos hacia las matemáticas.
- El trabajo con materiales y recursos proporciona un buen entorno donde plantear situaciones problema.
- Se pueden adaptar las actividades a cualquier nivel y a cualquier grupo de alumnos, respetando las diferencias individuales.
- Permiten el trabajo en grupos, lo que posibilita la colaboración, el debate y el diálogo entre alumnos y con el profesor.
- Suponen buenos instrumentos para diagnosticar y evaluar la comprensión de conocimientos matemáticos.

El uso de material concreto permite que los estudiantes analicen las propiedades de lo estudiado y por tanto el paso hacia la abstracción se vuelva más fácil. De esta manera el trabajo matemático se vuelve interesante, más aún para los alumnos que poseen capacidades aceptables, pero solo se aburren en clases pues no logran interesarse, dicho grupo logra realizar actividades de forma autónoma.

Báez y otro (2002) señalan que algunas de las ventajas del material concreto son, que al utilizarlo siempre se puede hacer uso de la intuición, ya que es una fuente de carácter exploratorio, que facilita que los estudiantes hagan uso de su razonamiento además señalan que a medida que los estudiantes trabajan con las herramientas por un tiempo considerable, desarrollan más el entendimiento de los conceptos matemáticos, indican también que el material didáctico manipulable es un complemento, no un sustituto de otras representaciones.

A pesar de ser muchas las ventajas del uso de materiales, se ha dado con algunos impedimentos a la hora de trabajar con ellos. Gonzáles (2010) menciona algunas de sus desventajas:

- Dificultades económicas: los materiales didácticos son caros, aunque podemos optar por construirlos.
- Dificultades estructurales: las condiciones físicas de las clases pueden dificultar el agrupamiento y la división en tiempos puede dificultar el desarrollo de una clase adecuada.
- Las concepciones previas de alumnos, profesores y padres, *"los juegos se realizan en el patio"*, *"los juegos generan mucho ruido"*, *" las buenas clases son aquellas donde reina el silencio".*
- El desarrollo curricular.
- Las exigencias que conlleva.
- A veces es difícil evaluar los resultados que se obtienen.

Al interior de una sala de clases es posible encontrarse con un excesivo número de estudiantes, lo que en ocasiones también se presenta como dificultad, pues requiere de tiempo para que todos realicen el trabajo y además comprendan, en condiciones en que los programas de estudio son extensos y es necesarios terminarlos. Además, el uso de materiales requiere de una mayor preparación por parte de los docentes y en la mayoría de las oportunidades esa preparación se traduce a tiempo con el que no se cuenta.

Por último, Gonzáles (2010) señala que “conocer los beneficios que proporciona la utilización de recursos y materiales didácticos no evita los distintos problemas y dificultades que se plantean a la hora de introducirlos en el aula” (p. 10).

Uno de los materiales más conocidos y utilizados dentro de la sala de clases es el ábaco, que como fue mencionado con anterioridad proporciona diversos beneficios. A continuación, se presenta parte de su historia en algunas civilizaciones, hasta lo que conocemos actualmente como ábaco en este país.

2.6 El ábaco y los algoritmos

2.6.1 El ábaco

Se cree que contar, en sus inicios, fue una acción totalmente gestual, posiblemente los hombres utilizaban los recursos de los que disponían, de manera que usaron sus dedos (de una mano, de las dos manos, o incluso de los pies) con el fin de contar, esta acción recibió el nombre de “inventario por medio del esqueleto” (Doval, 2005).

Posterior a la utilización de los dedos para contar, en algunos pueblos como, egipcios, griegos, romanos y chinos, aparece un aparato para calcular que, de acuerdo a su idea, recuerda nuestro ábaco, aunque su forma varía en cada pueblo (Barros y otros, 2001, p. 28). Por otra parte, en Icarito (2010) se señala que “El ábaco más antiguo y simple del que se sirvieron muchas culturas, consistía en un tablero con una capa de arena oscura. Sobre la superficie se trazaban diversos símbolos y figuras”

La historia del ábaco, como se señala, nace en respuesta a la necesidad de contar, y se cree que inicia cuando el hombre se interesa en el comercio y la agricultura, al principio se ayudó por medio del esqueleto (los dedos) y pequeñas piedras, aunque esto no era tan simple, pues el esqueleto permitía contar en unidades de 5, 10 o 20 en el caso de usar todos los dedos, pero era necesario un aparato que permitiera contar número más grandes o volver sobre sí mismo muchas veces más para simplificar el inventario que se llevaba, por esto es que se usaban las pequeñas piedras ordenadas, las cuales más adelante se convertirían en el ábaco (Doval, 2005).

En China alrededor del año 2650 a.C. fue inventado el ábaco (Suan-pan), este fue considerado la primera calculadora mecánica y se estableció como el quinto gran invento en la historia de China, además fue nombrado patrimonio cultural inmaterial por la UNESCO (Doval, 2005).

"Los mayas utilizaban una cuadricula la cual es conocida como ábaco, donde los factores se situaban en la parte externa del ábaco multiplicándose por pares los números hasta llenar la cuadrícula" (Díaz, 2006, p. 625). La mayoría de las civilizaciones tenían sus propias formas de ábaco, es por esto que aun en la actualidad existen de distintas bases y formas. A pesar de esto "El ábaco es el instrumento de cálculo más antiguo adaptado y aplicado en diversas culturas donde a través de su utilización los alumnos/as pueden comprender los sistemas de numeración y el cálculo de números naturales" (Navarrete, 2017, p. 24).

A continuación, describiremos cuatro tipos de ábacos, como son el ruso, chino, japonés y abierto.

2.6.2 Ábaco Ruso.

Es considerado un material muy estructurado, pues sobre cada varilla lleva diez bolas, la varilla quinta y sexta son de color diferente, de manera que se facilite la lectura del número. Para representar un número se deben correr tantas bolas como sea necesario hacia la parte superior del marco. La base de este ábaco es 10.

Para describir la forma de uso de este ábaco, Navarrete (2017) ofrece algunas descripciones que se presentan a continuación:

> Los dos colores intermedios suponen la utilización de una base implícita, la 5, para números menores que 10:

$$768 = (1 \bullet 5 + 3) + (1 \bullet 5 + 1) \bullet 10 + (1 \bullet 5 + 2) \bullet 100$$

Aunque, realmente, usa explícitamente la base 10: 8 + 6 • 10 + 7 • 100

Se usa explícitamente en el sistema de numeración decimal.

Los agrupamientos no se ponen de manifiesto de manera visual. Son difíciles de utilizar para calcular: para ser rápido se requiere un entrenamiento asiduo. Por otro lado, un aspecto a tener en cuenta, es que cuando nos equivocamos, es obligatorio empezar desde el principio nuevamente. (p. 25)

Ilustración N° 2.6.1 Ábaco ruso.

2.6.3 Ábaco Japonés.

Respecto al ábaco japonés se puede comentar que es similar al ábaco Chino, como señala Navarrete (2017), con la diferencia de que este tiene una cuenta en la parte superior y cuatro cuentas en la parte inferior.

El ábaco japonés utiliza dos bases, la base 5 para realizar los cambios, y la base 10 para representar números. Este ábaco se usa abiertamente en el sistema de numeración decimal.

Los órdenes dentro del ábaco se caracterizan por las distintas varillas, la posición es un elemento importante, por lo que es necesario ser preciso en el orden de las varillas. Además, hay que precisar las reglas de funcionamiento entre los niveles superior e inferior.

La gran diferencia entre el ábaco japonés y el ábaco chino, es que en este caso no existe ambigüedad, no se permite más que una representación por número, mientras que en el caso chino si es posible, por lo que deja abierto a dudas.

Ilustración N° 2.6.2 Ábaco Japonés.

2.6.4 Ábaco Chino.

La historia de este ábaco no es muy conocida, se cree que los en la antigüedad usaban tallos de bambú o trocitos de manera para contar y calcular. Más adelante (alrededor del año 2.650 a.C.) se les atribuye la invención del ábaco, aunque no se sabe quién lo inventó, ni cuando fue su primera aparición (Yang, 1989).

Navarrete en el año 2017 señala que este ábaco se trata de un material estructurado, dentro de su composición se encuentra una cierta cantidad de varillas verticales, estas se separan en dos partes por una varilla transversal. Cada una de las varillas verticales lleva dos bolitas en la parte superior y cinco bolitas en la parte inferior. En este ábaco se utilizan dos bases, la base 5, para números menores que 10, y la base 10.

Para entender el uso y funcionamiento del ábaco chino, Navarrete (2017) señala lo siguiente:

> Para su uso, hay que saber que, una vez elegida la varilla que marca las unidades, cada varilla a la derecha de esta última tiene por valor el orden decimal que corresponde a su rango. La cifra de cada orden decimal del número que se quiere representar figura en la varilla vertical correspondiente, tomando las bolas con la regla siguiente:
>
> - Las bolas de la parte superior valen 5 unidades.

- Las bolas de la parte inferior valen 1 unidad.
- Es decir, hay dos reglas implícitas de funcionamiento:

- Cada cinco bolitas de la parte inferior equivale a una bolita de la parte superior del mismo orden.

- Cada dos bolitas de la parte superior equivale a una bolita de la parte inferior del orden siguiente. (p. 26)

Algunas características importantes del ábaco chino a considerar son los órdenes, los que se distinguen por las distintas varillas; la posición es importante por lo tanto debe respetarse. Además, hay que diferenciar entre las reglas de funcionamiento entre el nivel superior e inferior, hace uso del sistema de numeración decimal, aunque presenta un problema de ambigüedad, porque un mismo número puede tener dos representaciones.

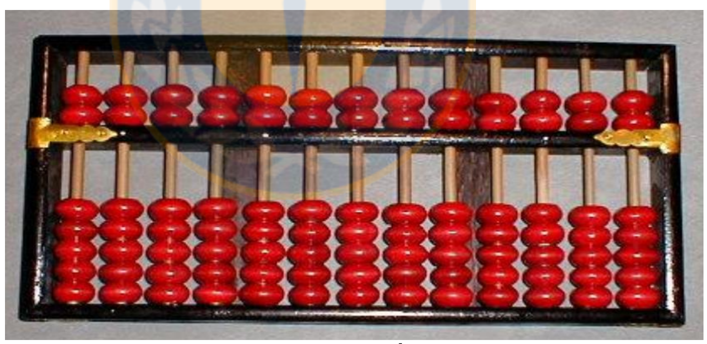


Ilustración N° 2.6.3 Ábaco Chino.

2.6.5 Ábaco Abierto.

El ábaco abierto es un contador o calculadora constituida por una base rectangular en madera con seis orificios profundos en una de sus caras, a lo largo de ésta se sostienen seis barras perpendiculares en madera que miden aproximadamente 22 cm, a igual distancia una de otra, las cuales se pueden insertar en los orificios, cada una acompañada por diez cuentas o fichas que se pueden insertar o quitar dependiendo de la cifra que se desee representar. Este prototipo presenta una barra superior para impedir que las fichas se salgan, cuando no está en uso. (Castellanos, 2008)

El ábaco abierto permite realizar representaciones, modelación de conceptos, facilita la comprensión y manejo por parte de los estudiantes de las operaciones básicas. Además, favorece la búsqueda de regularidades, la comprensión de reglas, la interpretación de procedimientos y los análisis en la aplicación e intervención de diferentes tipos de situaciones problemas que desencadenan las acciones sobre el material (Castellanos, 2008)

“El ábaco abierto dimensionado como mediación pedagógica manifiesta la riqueza y calidad de las reflexiones sobre esas acciones, es decir, la calidad del conocimiento que se construye” (Castellanos, 2008, p. 2).

Para la investigación realizada, el ábaco abierto fue el seleccionado para trabajar, pues es uno de los mejores representantes del sistema de numeración decimal, y además en los colegios se utiliza este tipo de ábaco para la enseñanza de las matemáticas.

Ilustración N° 2.6.4. Ábaco Abierto.

2.7 El ábaco y el algoritmo de la división

Como ya se ha descrito en este capítulo el ábaco es una excelente herramienta para la enseñanza de las matemáticas, naciendo en respuesta a las necesidades de contar. “Desde hace mucho tiempo, la gente ya sabía contar. Los dedos de las manos constituyeron el primer instrumento natural para contar. De ahí vino la idea de un sistema decimal de numeración en muchos pueblos antiguos” (Barros y otro, 2001, p. 27).

Existe una estrecha relación entre el ábaco (el utilizado en esta investigación) y la notación decimal. Doval (2005), refiriéndose a esto menciona:

> La notación decimal utiliza solamente 10 signos numéricos (0 a 9) y el valor depende en la posición en que se encuentren. Como en el ábaco cada 10 signos numéricos pasamos a la posición siguiente, por lo tanto las posiciones que ocupa cada número van a estar indicadas por la potencia de 10, la fórmula genérica sería $(0-9)\cdot 10n$. (p. 323)

Es viable usar el ábaco para enseñar a dividir y deducir el algoritmo de la división por una cifra. Si bien es posible usar el ábaco para realizar divisiones arbitrarias, su mayor manejo requiere del conocimiento previo del algoritmo y de mucha práctica. Entre las edades 9 y 11 años, los estudiantes pueden trabajar operaciones como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sencillas por medio del ábaco (Alsina, 2006).

"Para realizar divisiones con el ábaco se trata de repartir las arandelas colocadas en un ábaco (estado inicial) entre dos, o tres o cuatro ábacos, etcétera." (Rey, 2006, p. 131)

Uno de los casos más sencillos es repartir entre dos, sin dejar resto. Los niños pueden repartir sin diferencia comenzando de derecha a izquierda o viceversa, pues respetan la diferencia de color que existe entre las arandelas y su manera de ordenar se basa en ello. Por ejemplo:

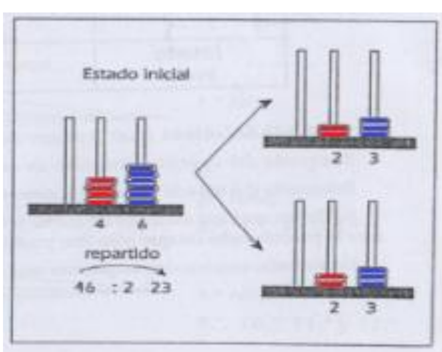


Ilustración N° 2.7.1. Divisiones en el ábaco Fuente: Rey (2006)

Se forman 2 grupos de 23 elementos

46: 2=23

06

0

En caso de existir resto los niños lo dejan en el ábaco inicial y consideran terminada la operación. Así:

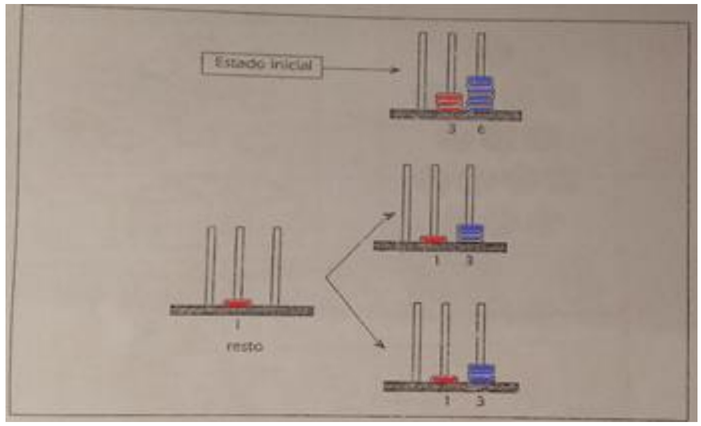


Ilustración N° 2.7.2. Divisiones en el ábaco.
Fuente: Rey (2006)

Más tarde advierten, por repartición de 36 unidades entre 2, que los resultados no coinciden con los obtenidos en el ábaco y receptan la existencia del resto dejado en el mismo, que por ser una decena puede canjearse por 10 unidades. Deciden entonces canjear y repartir nuevamente, agregando así 5 arandelas en cada uno de los 2 ábacos.

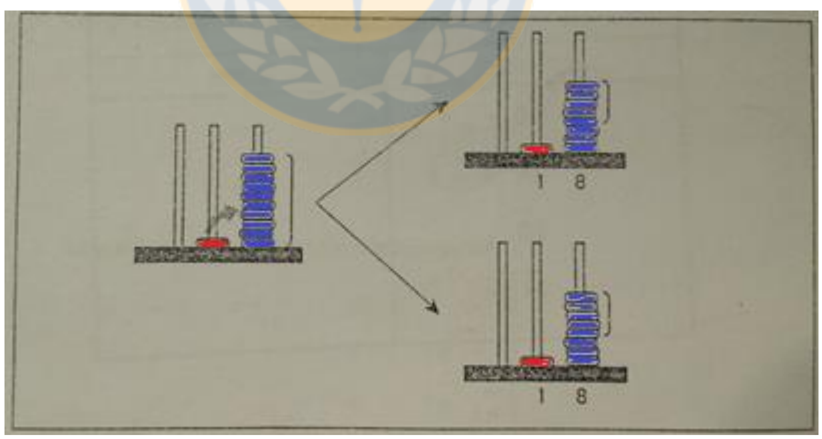


Ilustración N° 2.7.3 Divisiones en el ábaco. Fuente: Rey (2006)

Finalmente descubren la necesidad de comenzar por las de mayor valor relativo, pues en caso de quedar resto lo pueden canjear y recién repartir las del orden siguiente inferior.

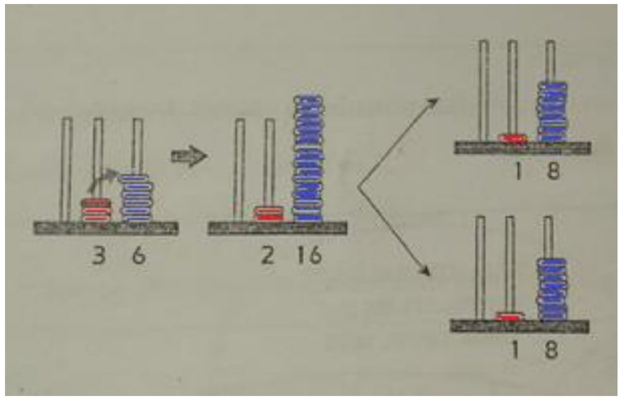


Ilustración N° 2.7.4 Divisiones en el ábaco. Fuente: Rey (2006)

Como se puede observar en las imágenes 2.7.1, 2.7.2, 2.7.3 y 2.7.4 de la propuesta de Rey en el año 2006, se utilizan tantos ábacos como indique el divisor. Es posible realizar la operación con un solo ábaco, este es el caso que se revisará en los siguientes ejemplos que expone Lewin (2013).

Ejemplos

1) Calculemos 639 : 3.

El primer paso a realizar es representar el dividendo 639 y en cada posición agrupamos de acuerdo a la cantidad de elementos que indica el divisor, en este caso, 3.

En la posición de las centenas formamos dos grupos de tres elementos cada uno y no queda ningún elemento por canjear. En la columna de las decenas y unidades, se repite la misma acción. Para encontrar el cociente contamos el número de grupos formados en cada posición:

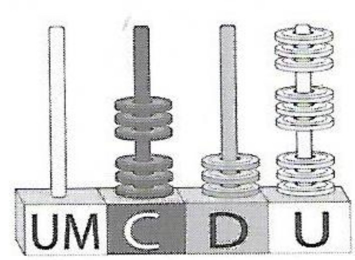


Ilustración N° 2.7.5 Divisiones en el ábaco. Fuente: Lewin (2013)

En las centenas 2 grupos.

En las decenas, un grupo, y en las unidades, tres grupos.

El cociente corresponde a 213

Se forman 213 grupos de 3 elementos.

2) Calculemos 314 : 2.

Para encontrar el resultado de 314 dividido por 2, representamos primero el dividendo, en este caso, 314, y formamos grupos de acuerdo a las cifras que indica el divisor, en este caso 2.

Partimos por las centenas. Se forma un grupo de dos elementos y queda una centena, la cual debemos canjear por diez decenas.

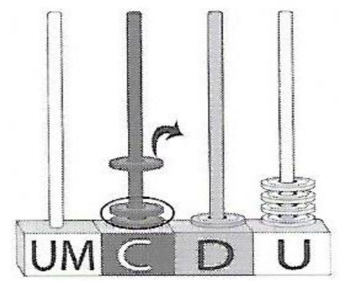


Ilustración N° 2.7.6 Divisiones en el ábaco. Fuente: Lewin (2013)

El paso siguiente consiste en formar grupos de dos en la posición de las decenas.

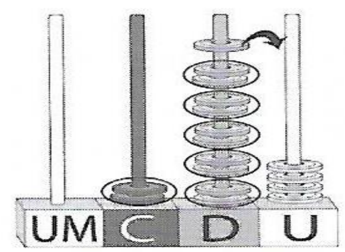


Ilustración N° 2.7.7 Divisiones en el ábaco. Fuente: Lewin (2013)

Formamos cinco grupos de dos y queda una decena que debemos canjear por diez unidades.

Ahora, formamos grupos de dos en la posición de las unidades, y resultan siete grupos de dos elementos.

Para identificar el cociente, contamos el número de grupos formados en cada posición, es decir, 157. (p.177)

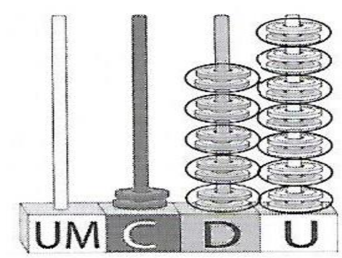


Ilustración N° 2.7.8 Divisiones en el ábaco. Fuente: Lewin (2013)

2.8 Aprendizaje significativo

Este es un concepto muy utilizado en la actualidad, por lo que es necesario entenderlo. Ausubel, quien lo propone, lo señala como la oposición al aprendizaje memorístico (Castro y otros, 2014). Para aprender de manera significativa, los estudiantes deben tratar de relacionar los nuevos conocimientos con los conceptos y las proposiciones relevantes que ya conocen, es decir, el aprendizaje significativo utiliza la estructura cognitiva del niño, relacionando lo conocido con lo nuevo por aprender (Castro y otros, 2014).

Por otro lado, Novak y Gowin (1984) señalan que:

> El aprendizaje puede variar de uno totalmente memorístico hasta uno altamente significativo; ello va a depender de la estrategia instruccional que se utilice: desde el aprendizaje receptivo, donde la información se ofrece directamente al alumno, hasta el aprendizaje por descubrimiento autónomo, donde el que aprende es quien identifica y selecciona la información que va a aprender". (p.26)

Por último, Aguerrondo (2015) propone que "la verdadera equidad educativa supone un rediseño del sistema escolar para que todos los niños, niñas y jóvenes tengan la oportunidad de lograr aprendizajes significativos y recibir una educación de calidad" (p. 41).

Según lo sugerido por los autores, el aprendizaje significativo, establece un aprendizaje por descubrimiento autónomo, donde los estudiantes identifican y seleccionan la información a aprender, mientras esta es relacionada con lo que ya conocen, de manera que lo aprendido tome sentido.

2.9 Bases Curriculares

Las Bases Curriculares, corresponden a un documento oficial de Chile, en el cual se encuentran los lineamientos en los que se basa la educación, los contenidos, actitudes y habilidades que deben desarrollarse en los estudiantes en cada etapa de la escolaridad obligatoria. En dicho documento se definen las matemáticas como:

> Una disciplina creativa, multifacética en sus aspectos cognitivos, afectivos y sociales, que es accesible a los niños desde la educación básica, que puede brindar momentos de entusiasmo al estudiante cuando se enfrenta a un desafío, de alegría y sorpresa cuando descubre una solución a simple vista, o de triunfo cuando logra resolver una situación difícil. (MINEDUC, 2012, p.86)

Desde este punto de vista, la matemática no es solo una asignatura en donde se llene de conceptos sin sentido a los estudiantes, es necesario considerarla como una disciplina que va más allá y es capaz de tomar los aspectos afectivos y sociales de los alumnos, de forma que afectan su vida y desarrollo completamente.

El trabajo con material concreto es indispensable en el aula ya que como se ha mencionado los estudiantes de todas las edades necesitan dar sentido a los contenidos que aprenden, de esta forma son capaces de construir su propio significado de la matemática. Por otro lado, el uso de material concreto les permite que compartan sus vivencias y aprendan en conjunto. Esta situación es esencial en los primeros niveles de educación básica, las Bases Curriculares (2012) refiriéndose a la construcción de significados en los contenidos mencionan: “esto se logra de mejor manera cuando los estudiantes exploran y trabajan primero manipulando una variedad de materiales concretos y didácticos” (p.87). El uso de materiales se vuelve indispensable si se desea obtener resultados significativos y permanentes en el aprendizaje de los alumnos.

Como se mencionó las Bases Curriculares exponen las diferentes actitudes que deben manifestarse por parte de los estudiantes, una de ellas corresponde a: “Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas” (MINEDUC, 2012, p.92). Para desarrollar esta actitud los Objetivos de Aprendizaje se encargan de ofrecer oportunidades que permitan ir en búsqueda de soluciones a través de la exploración de diversas estrategias, además de que sea posible escuchar los razonamientos de sus compañeros al utilizar los diferentes materiales que se presenten.

En cuanto a la división en las Bases Curriculares (2012) se señala que los estudiantes de 4 año básico deben ser capaces de:

"Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito":

- Usando estrategias para dividir, con o sin material concreto
- Aplicando el algoritmo de la división" (p.114)

En base a esto, se utiliza la metodología de enseñanza COPISI, para el aprendizaje del algoritmo de la división, como se expone en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO lll: MARCO METODOLÓGICO

En este tercer capítulo se expone el enfoque metodológico que ha sido utilizado en esta investigación, además de las características de los instrumentos de recolección de datos usados y el detalle de la intervención misma.

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN – ENFOQUE

Para el presente diseño experimental es pertinente el enfoque cuantitativo ya que, según Hernández, y otros (2010), “en el enfoque cuantitativo, el investigador utiliza su o sus diseños para analizar la certeza de las hipótesis formuladas en un contexto en particular o para aportar evidencia respecto de los lineamientos de la investigación (si no se tienen hipótesis)” (p. 120)

Se incluye también una investigación cualitativa, aplicada en el Grupo Experimental, referida a la preferencia de material concreto o representación pictórica, a través de una encuesta.

La hipótesis a analizar establece que utilizar la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4° básico, produce una mejora en el proceso de aprendizaje del contenido y mejora las calificaciones de los estudiantes.

3.2 DISEÑO DE ESTUDIO

En nuestra investigación utilizaremos el diseño cuasi-experimental, ya que para Cook y Campbell (1986) “Los cuasi-experimentos son como experimentos de asignación aleatoria en todos los aspectos, excepto en que no se puede presumir que los diversos grupos de tratamiento sean inicialmente equivalentes dentro de los límites del error muestral” (p.142). De manera que en la muestra no es aleatoria, si no determinista, pues la elección de la muestra fue determinada por directivos del establecimiento.

3.3 ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación es descriptiva, pues los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas (Hernández y otros, 2010).

3.4 DIMENSIÓN TEMPORAL

La temporalidad de la investigación es transeccional descriptiva.

Los diseños transeccionales descriptivos tienen como objetivo indagar la incidencia de las modalidades o niveles de una o más variables en una población. El procedimiento consiste en ubicar en una o diversas variables a un grupo de personas u otros seres vivos, objetos, situaciones, contextos, fenómenos, comunidades; y así proporcionar su descripción. Son, por tanto, estudios puramente descriptivos y cuando establecen hipótesis, estas son también descriptivas (de pronóstico de una cifra o valores). En ciertas ocasiones, el investigador pretende realizar descripciones comparativas entre grupos o subgrupos de personas u otros seres vivos, objetos, comunidades o indicadores (esto es, en más de un grupo) (Hernández y otros 2010, p. 152).

3.5 UNIVERSO/POBLACIÓN

La población determinada para la investigación corresponde a estudiantes de cuarto básico de un colegio de la ciudad de Los Ángeles.

El establecimiento donde se realizará el estudio se encuentra dentro de los establecimientos calificados como regulares en los niveles de desempeño de la prueba SIMCE del año 2016 con 257 puntos, un punto abajo respecto al SIMCE del año anterior

(Agencia de calidad de la educación, 2016). La mayoría de los apoderados han declarado tener entre 10 y 11 años de escolaridad en el caso de la madre, y entre 9 y 10 años de escolaridad en el caso del padre y un ingreso al hogar que varía entre $260.000 y $410.000, lo que contribuye a que en el colegio entre el (64,01%) y (81%) de los estudiantes se encuentran en condición de vulnerabilidad social. Con respecto a otros colegios con el mismo GSE (grupo socioeconómico).

Los puntajes obtenidos por el establecimiento están por debajo de la meta establecida en el PEI del mismo, existen diferencias de hasta 19 puntos entre ellos, se evidencia que lo propuesto no está siendo cumplido (Proyecto educativo institucional del establecimiento).

3.6 MUESTRA

La muestra seleccionada para llevar a cabo el trabajo, está determinada por estudiantes de cuartos básicos de un colegio de la ciudad de Los Ángeles.

La muestra es no probabilística, ya que la elección del Grupo Control y Grupo Experimental fue determinada por un directivo del Establecimiento.

El número total de alumnos pertenecientes a cuarto año básico, es de 37 para 4° A y 31 en 4° B, sin embargo, para esta investigación se consideraron 35 estudiantes en el 4° A y 25 estudiantes en el 4° B, sumando un total de 60 alumnos, los cuales rindieron Pre Test y Post Test.

3.6.1 Grupo Control (GC)

Para el Grupo Control se designó el 4° A, cuenta con 37 alumnos. Dentro del curso se encuentran 2 estudiantes con necesidades educativas especiales permanentes (NEEP) y 4 con necesidades educativas especiales transitorias (NEET).

3.6.2 Grupo Experimental (GE)

Para el Grupo Experimental se designó 4° B, con 31 estudiantes, dos de ellos cuentan con necesidades educativas especiales permanentes y 6 estudiantes presentan necesidades educativas especiales transitorias.

3.7 VARIABLES

3.7.1 Variables Dependientes

La variable dependiente de investigación corresponde a los resultados académicos de los estudiantes al finalizar la intervención didáctica, al número de aciertos al utilizar el algoritmo de la división y al tipo de error cometido.

3.7.2 Variable Independiente

La variable independiente de investigación corresponde a la metodología de enseñanza utilizada para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

3.7.3 Variable interviniente

La variable interviniente corresponde a los docentes que realizan la intervención en cada curso. Para el Grupo Control, la profesora titular de la asignatura, mientras que, en el Grupo Experimental, los alumnos seminaristas.

3.7.4 Definición operacional y conceptual de las variables.

Variable	**Tipo de variable**	**Definición Conceptual**	**Definición Operacional**
Metodología	Independiente	Metodología utilizada para lograr el aprendizaje en los estudiantes.	Metodología de enseñanza tradicionalmente utilizada en el establecimiento para el contenido de Divisiones en el GC y Metodología de enseñanza COPISI para el contenido de Divisiones en el GE.
Resultado Académico	Dependiente	Resultados académicos de los estudiantes al terminar la intervención didáctica.	Puntaje obtenido en pre-test y post-test.
Número de aciertos en el uso del algoritmo de la división	Dependiente	Utilización correcta del algoritmo de la división.	Índice de aciertos. Número de veces que calculó bien, dividido número total de veces que lo uso.
Docente	Interviniente	Docente a cargo del curso.	Docente que normalmente realiza las clases de matemática en el GC y los autores de este seminario en el GE.
Tipo de error	Dependiente	Tipo de error cometido al usar el algoritmo	Clasificación según Lucchini y otros (2006).

Tabla N° 3.7.1 Variables de estudio Fuente: Elaboración propia.

3.8 VIABILIDAD DE LA INVESTIGACIÓN

La implementación de la metodología COPISI para la enseñanza del algoritmo de la división, es totalmente viable, ya que se cuenta con el apoyo del establecimiento educacional a intervenir, sus directivos, y profesoras encargadas de los respectivos cursos.

En cuanto a los recursos materiales necesarios, el establecimiento educacional los provee pues cuentan con una gran cantidad de ábacos, que están a disposición del trabajo a realizar.

3.9 RECOLECCIÓN DE DATOS

La recolección de datos cuantitativos se realiza en función de las variables dependientes, las cuales son: los resultados académicos de los estudiantes al finalizar la intervención didáctica, y el número de errores cometidos al usar el algoritmo de la división, en ambos grupos, se consideran tres etapas: previa, durante y después de la intervención didáctica.

3.9.1 Etapa previa

Previo a la intervención didáctica se aplica en ambos grupos el Pre test de conocimientos previos respecto al algoritmo de la división. (Anexo 1)

3.9.2 Durante la intervención

Para el Grupo Control se trabaja la unidad de divisiones con la metodología habitualmente utilizada por los profesores del establecimiento.

Para el Grupo Experimental se inicia la intervención utilizando material concreto durante dos clases, además de guías de trabajo que deben ser resueltas mediante el material concreto. Se continúa el trabajo con dos clases utilizando la representación pictórica y finalmente dos clases directamente con el pensamiento simbólico. Se utilizan notas de campo para registrar el comportamiento de los estudiantes durante el trabajo (Anexo 6).

3.9.3 Etapa posterior

Posterior a la intervención didáctica, se aplica en ambos grupos un Post test (Anexo 3), para medir el nivel de avance de cada curso.

3.9.4 Encuestas de preferencia

Para la recolección de datos cualitativos, que se detalla en el Capítulo V, se utiliza una encuesta en relación a la preferencia de material concreto o representación pictórica, la cual es aplicada al llegar al pensamiento simbólico. En ella los estudiantes tienen la posibilidad de escoger y mencionar el porqué de su elección.

3.10 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Las técnicas o instrumentos aplicados para reunir datos, corresponden a dos pruebas o test. Un pre test para realizar un diagnóstico y medir los conocimientos previos de los estudiantes de cada curso, respecto al contenido de la división. Luego de realizada la intervención se realizará un Post test, para evaluar el nivel de avance de cada grupo.

Las herramientas de recolección de datos fueron validadas por académicos de la Universidad de Concepción, especialistas en el área de matemáticas, además de los profesores de educación Básica con mención en matemáticas del establecimiento en el que se realizó la intervención.

3.10.1 PRE TEST

Esta prueba fue elaborada a partir de las nociones de división que fueron expuestas en el Capítulo II Marco Teórico, que están en concordancia con los objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación presentados en los programas de estudio de cuarto año básico. Considerando la división como repartición, agrupación o como una resta repetida.

Para la realización de esta prueba se estableció una tabla de especificaciones, tabla 3.10.1

La prueba consta de 10 ítems que corresponden a preguntas de selección múltiple, las cuales están orientadas a los siguientes objetivos:

- Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.
- Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida.

Tabla de validación			
Total preguntas 20	Objetivo 1: 30%	Objetivo 2: 70%	
		2 datos	3 datos
		70%	30%
Ítems por objetivo	3	5	2
Número de ítem correspondiente al objetivo	Ítem 3 Ítem 6 Ítem 8	Ítem 1 Ítem 2 Ítem 4 Ítem 7 Ítem 20	Ítem 5 Ítem 9

Tabla N° 3.10.1 Construcción de pre test. Fuente: Elaboración propia

3.10.2 POST TEST

Esta evaluación fue elaborada a partir de las nociones de división que fueron expuestas en el Capítulo II Marco Teórico, que están en concordancia con los objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación presentados en los programas de estudio de cuarto año básico. Considerando la división como repartición, agrupación o como una resta repetida.

Para la realización de esta prueba se estableció una tabla de especificaciones, la que se encuentra en la Tabla N° 3.10.2

La prueba consta de 13 ítems correspondientes a selección múltiple. En esta evaluación se considera un objetivo más que en el Pre Test, por lo tanto, se agregan 3 preguntas, orientadas a este objetivo.

- Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.
- Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida.
- Resolver ejercicios utilizando el algoritmo de la división.

Tabla de validación				
Total preguntas 26	Objetivo 1: 25%	Objetivo 2: 50%		Objetivo 3: 25 %
		2 datos	3 datos	
		70%	30%	
Ítems por objetivo	3	4	3	3
Número de ítem correspondiente al objetivo	Ítem 2 Ítem 3 Ítem 12	Ítem 1 Ítem 6 Ítem 7 Ítem 9	Ítem 4 Ítem 8 Ítem 10	Ítem 5 Ítem 11 Ítem 13

Tabla N° 3.10.2. Construcción de post test. Fuente: elaboración propia.

3.10.3 Guías de trabajo

Las guías de trabajo (Anexo 8) utilizadas durante la intervención con el Grupo Experimental han sido diseñadas considerando la metodología de enseñanza COPISI, permitiendo avanzar a las representaciones pictóricas y finalmente utilizando el pensamiento simbólico.

El objetivo de estas guías es permitir a los estudiantes recorrer el camino de la utilización de material concreto, representación pictórica y desarrollar el pensamiento simbólico.

3.10.4 Notas de campo

Di Virgilio en 2007 cita a Denscombe (1999) el cual indica que *"Las anotaciones de campo son usadas para registrar los datos procedentes de la observación"* (p. 96), en este texto también cita a Hammersley y Atkinson (1994), los cuales señalan que las anotaciones de campo se definen como:

> Descripciones más o menos concretas de los procesos sociales y contextuales. La finalidad de ellas es captar los procesos sociales en su integridad, resaltando sus diversas características y propiedades, siempre en función de cierto sentido común sobre lo que es relevante para los problemas planteados en la investigación (p. 96)

La necesidad de estas anotaciones deriva básicamente de:

1. La fragilidad de la memoria.
2. La dificultad, en ocasiones, de realizar las anotaciones en el escenario que se está observando.

Las notas de campo recogidas durante el desarrollo de la intervención didáctica (ANEXO 6) se han utilizado para aportar y complementar el análisis cualitativo de la investigación y observar las respuestas de los estudiantes ante la intervención.

3.10.5 Encuestas

Las encuestas son utilizadas para responder el supuesto de investigación:

"Los estudiantes manifiestan mayor preferencia por el uso de material concreto por sobre la representación pictórica".

A través de su aplicación los estudiantes pueden responder cual fue su preferencia y además explicar el porqué de esta.

Los detalles de la encuesta se profundizan en el Capítulo V OTROS ANÁLISIS.

3.11 APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS

El Pre Test y Post Test elaborados fueron en las siguientes fechas, según los horarios de matemática de cada curso.

Pruebas	4° A	4° B
Pre Test	24 de mayo del 2018	24 de mayo del 2018
Post Test	14 de junio del 2018	14 de junio del 2018

Tabla N° 3.11. Fechas de aplicación Pre test y Post test Fuente: Elaboración propia.

Cada prueba Pre test y Post test fueron aplicados en dos horas pedagógicas, equivalentes a 90 minutos. El procedimiento desarrollado en cada aplicación de pruebas consistió en: entregar a cada estudiante la evaluación, informar las instrucciones generales, leer los objetivos y dejar a los estudiantes desarrollar la evaluación. Durante el trascurso de la clase se monitorio que todos los alumnos trabajaran.

3.12 DESCRIPCIÓN INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

La propuesta de intervención pedagógica realizada en un Colegio Particular Subvencionado de la ciudad de Los Ángeles, en los cuartos años básicos A y B, se centró en el método COPISI para la enseñanza del algoritmo de la división.

Para realizar la intervención se modificaron las planificaciones institucionales del colegio, sin modificar los objetivos de aprendizaje propuestos por el Ministerio de Educación de Chile, para obtener los resultados esperados en esta investigación.

Durante la intervención, en el Grupo Control se abordó el contenido utilizando el método de enseñanza que utilizan tradicionalmente los profesores del establecimiento sin contar con las actividades en base a material concreto.

Para el Grupo Experimental se utiliza la metodología COPISI, a continuación, el calendario de actividades.

Clase	Fecha	Actividad	Planificación/Anexo
Clase 1	24 de mayo	Pre Test	Anexo 5
Clase 2	25 de mayo	Material concreto	Anexo 5
Clase 3	31 de mayo	Material concreto	Anexo 5
Clase 4	04 de junio	Representación pictórica	Anexo 5
Clase 5	07 de junio	Representación pictórica	Anexo 5
Clase 6	08 de junio	Pensamiento simbólico	Anexo 5
Clase 7	11 de junio	Pensamiento simbólico	Anexo 5
Clase 8	14 de junio	Post Test	Anexo 5

Tabla N° 3.12. Calendario de intervenciones en el establecimiento educacional, para el grupo experimental.

3.13 DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

A continuación, se presentan tres actividades para trabajar el contenido de división con estudiantes de cuarto básico, cada actividad se llevó a cabo en un lapso de dos clases.

1° "Uso de material concreto"

La primera actividad se orienta al uso de material concreto, en donde los estudiantes tengan contacto con él y puedan familiarizarse con cada una de sus partes.

Tablero de actividad

Objetivo	Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito: usando estrategias para dividir, con material concreto, aplicando la estrategia por descomposición del dividendo.
Contenidos	División Reparto equitativo Cociente Resto
Conceptos previos	Concepto de la multiplicación y división
Materiales	Ábaco Guía de trabajo Lápiz grafito

Tabla 3.13.1 Tablero de actividad. Fuente: Elaboración propia.

Para iniciar el trabajo se organiza el curso en grupos por filas. A cada estudiante se le pide que representen números en el ábaco, considerando unidad y decena, mostrando algunos ejemplos para guiarlos. A través de esto se reconoce el valor posicional de las fichas sin importar el color de ellas.

Continuando los estudiantes trabajan con guías de trabajo con adiciones que deben ser realizadas con la ayuda del ábaco, considerando los siguientes pasos:

1.- Representan ambos números en el ábaco utilizando los separadores.

2.- Cuentan la cantidad de fichas por fila (unidad y decena).

3.- Si tienen más de diez fichas en la unidad, realizan el cambio por una decena.

De esta forma los estudiantes pueden realizar las adiciones.

De manera diferente se resuelven las sustracciones, utilizando el método de las restas repetidas, con ayuda del ábaco. Para esto se consideran los siguientes pasos:

1.- Representar el primer número en el ábaco (comparar los números)

2.- Enseñar a realizar el canje.

3.- Realizar la resta.

Con esta actividad se les proporciona a los estudiantes la primera forma de resolver una división, que es como restas repetidas. A través esto los estudiantes utilizan el material concreto como apoyo para el aprendizaje.

2° "Representación pictórica"

La segunda actividad se orienta hacia el paso a la representación pictórica y fue realizada durante dos clases.

Tablero de actividad

Objetivo	Utilizar reparto equitativo con material pictórico para la resolución de problemas que involucren la división.
Contenidos	División Reparto equitativo Cociente Resto
Conceptos previos	Concepto de la multiplicación y división
Materiales	Ábaco dibujado Guía de trabajo Lápiz grafito

Tabla 3.13.2 Tablero de actividad. Fuente: Elaboración propia.

En esta actividad el curso permanece en su ubicación habitual y el trabajo es personalizado.

Lo primero a realizar es un recordatorio de adición y sustracción, pero ahora resolviéndolos en el ábaco dibujado, cada alumno representa unidades y decenas con diferentes lápices de colores, además del canje.

Una vez realizado lo anterior se comienza el trabajo con la división, cada ejercicio es trabajado con una guía de problemas de la vida cotidiana, pero utilizando el ábaco en papel.

Los pasos a realizar para resolver la operación son los mismos que utilizan con el ábaco real, pero en esta actividad deben realizarlo en el ábaco dibujado.

3° Actividad "Pensamiento simbólico"

En la última actividad se trabaja el algoritmo de la división.

Objetivo	Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito, aplicando el algoritmo de la división.
Contenidos	División Reparto equitativo Cociente Resto
Conceptos previos	Concepto de la multiplicación y división
Materiales	Guía de trabajo Lápiz grafito

Tabla 3.13.3 Tablero de actividad. Fuente: Elaboración propia.

Durante el desarrollo de esta actividad el curso permanece en su ubicación habitual y el trabajo es individual.

Para iniciar recuerdan como han dividido con el material concreto y luego con material simbólico, para esto se realizan dibujos en el pizarrón guiados por las explicaciones que han dado los estudiantes.

Se explica que el trabajo realizado con material concreto y con la representación pictórica, se puede escribir de forma simbólica a través de algoritmo de la división. Luego se procede a describir cómo se representa en el algoritmo de la división el trabajo realizado con el ábaco.

Finalmente desarrollan algunas divisiones con un límite de tiempo por ejercicio en pizarras individuales utilizando el algoritmo de la división. Al terminar la presentan a los profesores.

3.14 TRATAMIENTO DE LOS DATOS

El Pre Test de conocimientos previos sobre la división y el Post Test sobre el algoritmo de la división y operatoria, son analizados en función de los puntajes obtenidos por los estudiantes.

Una vez recolectada la información de Pre Test y Post Test, se estudia la normalidad de las variables mediante el contraste de normalidad de Shapiro-Wilk. Si la variable analizada sigue una distribución normal, se utilizan pruebas paramétricas para su análisis, y en caso contrario, pruebas no paramétricas.

La prueba paramétrica utilizada para conocer la diferencia entre las medias es la Prueba t de Student, y la prueba no paramétrica utilizada para conocer la diferencia de las medias, es la prueba U de Mann-Whitney

El análisis de toda esta información se realiza con el Software XLSTAT complemento del programa Excel.

En cuanto al análisis y tratamiento de datos cualitativos, se exponen en profundidad en el capítulo V OTROS ANÁLISIS.

CAPITULO IV: ANÁLISIS Y RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con sus respectivos análisis e interpretación, una vez aplicadas la metodología de enseñanza COPISI para el algoritmo de la división.

4.1 Prueba de las hipótesis de investigación

4.1.1 Condiciones iniciales

Antes de la intervención, se aplicó el Pre Test de conocimientos sobre el concepto de división en los Grupo Control y Grupo Experimental. Los resultados al aplicar la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk, indicaron que los datos de ambos grupos siguen una distribución normal, los que se detallan a continuación.

Grupo Control, prueba de hipótesis para normalidad:

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): La variable de la cual se extrajo la muestra sigue una distribución Normal.

Hipótesis alternativa (H_A): La variable de la cual se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal.

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de hipótesis para normalidad mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GC	35	0	35	1,000	8,000	5,200	1,997

Tabla N° 4.1.1 Resultados prueba Shapiro-Wilk GC.

Prueba de Shapiro-Wilk (GC):

W	0,942
valor-p (bilateral)	0,063
alfa	0,05

Tabla N° 4.1.2 Resultados prueba Shapiro-Wilk GC

<u>Interpretación de los resultados</u>:

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

<u>Conclusión</u>: Por lo tanto, el grupo control sigue una distribución normal.

Grupo Experimental, prueba de hipótesis para normalidad:

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): La variable de la cual se extrajo la muestra sigue una distribución Normal.

Hipótesis alternativa (H_A): La variable de la cual se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal.

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de hipótesis para normalidad mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GE	25	0	25	1,000	9,000	4,720	2,492

Tabla N° 4.1.3 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE

Prueba de Shapiro-Wilk (GE):

W	0,941
valor-p (bilateral)	0,160
alfa	0,05

Tabla N° 4.1.4 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE

Interpretación de los resultados:

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

Conclusión: Por lo tanto, el grupo experimental sigue una distribución normal.

4.1.2 Homogeneidad pre test.

Luego, se utilizó la prueba t de Student para verificar su homogeneidad, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis Nula (H_0): No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimientos sobre el concepto de división, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza COPISI.

Hipótesis Alternativa (H_A): Existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimiento sobre el concepto de división, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza COPISI.

Se define:

u_1: Media aritmética de los puntajes del Pre Test de conocimiento de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento (Grupo Control).

u_2: Media aritmética de los puntajes del Pre Test de conocimientos de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división (Grupo Experimental).

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia α = 0,05, son las siguientes:

$$H_0: u_1 = u_2$$

$$H_A: u_1 \neq u_2$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GC	35	0	35	1,000	8,000	5,200	1,997
GE	25	0	25	1,000	9,000	4,720	2,492

Tabla N° 4.1.5. Resultados Prueba t de Student

Diferencia	0,480
t (Valor observado)	0,827
|t| (Valor crítico)	2,002
GL	58
valor-p (bilateral)	0,411
alfa	0,05

Tabla N° 4.1.6. Resultados prueba t de Student

Interpretación de los resultados: Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

Conclusión: No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimientos sobre el concepto de división ente el Grupo Control y el Grupo Experimental.

A continuación, se presenta una descripción de los resultados por objetivo del Pre Test. Los objetivos a considerar son:

- **Objetivo 1**: Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.
- **Objetivo 2**: Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida. (El Objetivo 2 se divide en ítems que involucran 2 datos e ítems que involucran 3 datos).

4.1.3 Número de aciertos para el primer objetivo

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el primer objetivo, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	GE
0 aciertos	8	7
1 acierto	19	11
2 aciertos	7	5
3 aciertos	1	2
total	35	25

Tabla N° 4.1.7. Número de aciertos Objetivo 1.

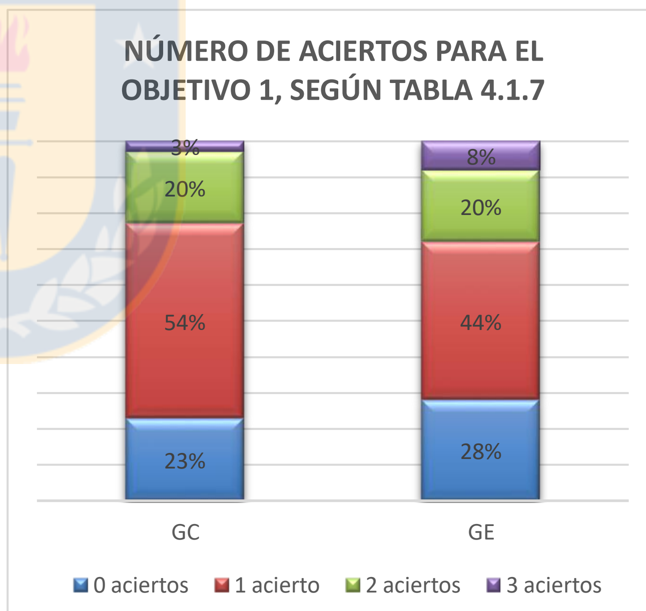


Tabla N° 4.1.8 Porcentaje número de aciertos Objetivo 1.

En porcentajes se presentan ambos grupos de forma similar, inclusive igualados en 2 aciertos. La diferencia se encuentra en 3 aciertos donde el GE duplica en porcentaje al GC (8% sobre 3%). Sin embargo, en ambos grupos el mayor porcentaje se presenta en 1 acierto (GC 23% y GE 28%).

4.1.4 Número de aciertos para el segundo objetivo 2 datos

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el segundo objetivo, 2 datos, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	GE
0 aciertos	2	2
1 acierto	3	3
2 aciertos	5	7
3 aciertos	8	4
4 aciertos	9	5
5 aciertos	8	4
total	35	25

Tabla N° 4.1.9 Número de aciertos Obj. 2, ítems con 2 datos

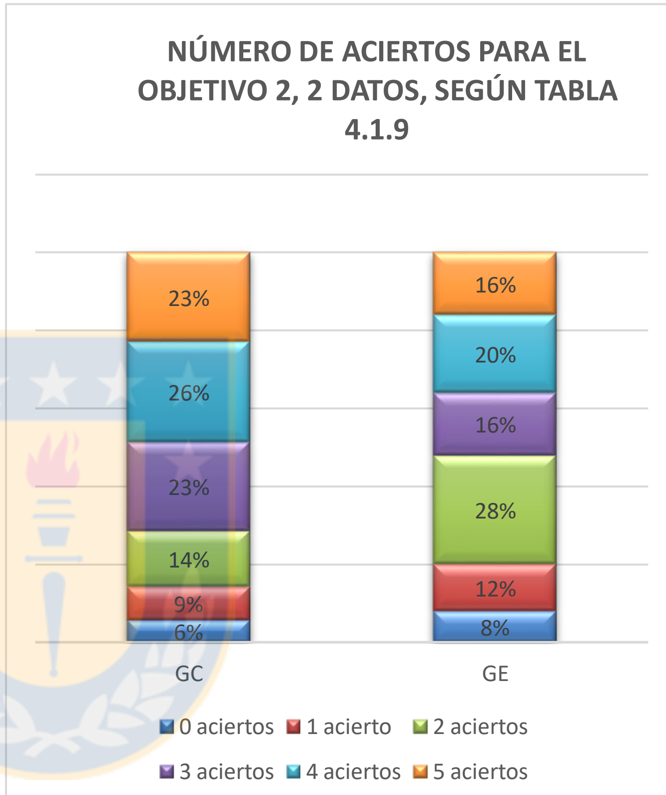


Tabla N° 4.1.10 Porcentaje número de aciertos Objetivo 2, 2 datos.

Los porcentajes se presentan similares en ambos grupos, donde el GC obtiene el mayor porcentaje de alumnos con 5 aciertos (23% sobre 16%). En el GC el mayor porcentaje de aciertos se presenta en 4 aciertos (26%), mientras que en el GE se presenta en 2 aciertos (28%).

4.1.5 Número de aciertos para el segundo objetivo 3 datos

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el segundo objetivo, 3 datos, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	GE
0 aciertos	9	9
1 acierto	19	14
2 aciertos	7	5
total	35	25

Tabla N° 4.1.11 Número de aciertos Obj.2, ítems con 3 datos

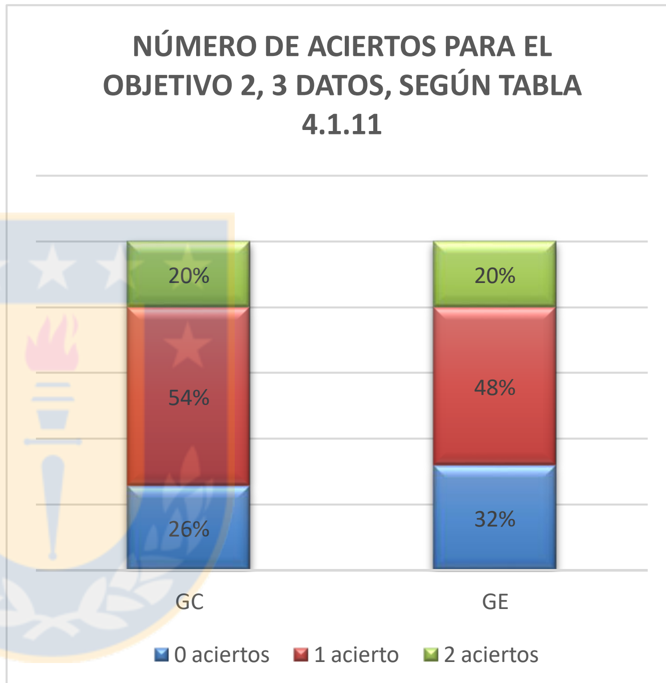


Tabla N° 4.1.12 Porcentaje número de aciertos Objetivo 2, 3 datos.

En porcentajes se presentan ambos grupos sin diferencias significativas, inclusive igualados en 2 aciertos (20 %). Sin embargo, en ambos grupos el mayor porcentaje se presenta en 1 aciertos (GC 54% y GE 48%).

4.2 Prueba de Hipótesis sobre Resultados Académicos

4.2.1 Condiciones iniciales

Después de la intervención, se aplicó el Pos Test de conocimientos sobre el concepto de división y operatoria al Grupo Control y Grupo Experimental. Los resultados al aplicar la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk, indicaron que los datos de ambos grupos siguen una distribución normal, los que se detallan a continuación.

Grupo Control, prueba de hipótesis para normalidad:

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): La variable de la cual se extrajo la muestra sigue una distribución Normal.

Hipótesis alternativa (H_A): La variable de la cual se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal.

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de hipótesis para normalidad mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GC	35	0	35	2,000	11,000	6,314	2,323

Tabla N° 4.2.1 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE

Prueba de Shapiro-Wilk (GC):

W	0,953
valor-p (bilateral)	0,140
alfa	0,05

Tabla N° 4.2.2 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE

<u>Interpretación de los resultados</u>:

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

<u>Conclusión</u>: Por lo tanto, el grupo control sigue una distribución normal.

Grupo Experimental, prueba de hipótesis para normalidad:

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): La variable de la cual se extrajo la muestra sigue una distribución Normal.

Hipótesis alternativa (H_A): La variable de la cual se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal.

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de hipótesis para normalidad mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GE	25	0	25	1,000	13,000	8,160	3,105

Tabla N° 4.2.3 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE

Prueba de Shapiro-Wilk (GE):

W	0,948
valor-p (bilateral)	0,226
alfa	0,05

Tabla N° 4.2.4 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE

Interpretación de los resultados:

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

Conclusión: Por lo tanto, el grupo experimental sigue una distribución normal.

4.2.2 Homogeneidad post test.

Luego, se utilizó la prueba t de Student para verificar su homogeneidad, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis Nula (H_0): No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimientos sobre el concepto de división, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza COPISI.

Hipótesis Alternativa (H_A): Los estudiantes que participan en la metodología COPISI tienen un mejor resultado académico que los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

Se define:

u_1: Media aritmética de los puntajes del Pos Test de conocimiento de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento (Grupo Control).

u_2: Media aritmética de los puntajes del Pos Test de conocimientos de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división (Grupo Experimental).

Así, las hipótesis a contrastar para las mediadas poblacionales con un nivel de significancia α = 0,05, son las siguientes:

$$\mathbf{H_0: u_1 = u_2}$$

$$\mathbf{H_A: u_1 < u_2}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GC	35	0	35	2,000	11,000	6,314	2,323
GE	25	0	25	1,000	13,000	8,160	3,105

Tabla N° 4.2.5. Resultados Prueba t de Student

Diferencia	-1,846
t (Valor observado)	-2,635
t (Valor crítico)	-1,672
GL	58
valor-p (unilateral)	0,005
alfa	0,05

Tabla N° 4.2.6. Resultados prueba t de Student

Interpretación de los resultados: Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación alfa=0,05, se debe rechazar la hipótesis nula H_0, y aceptar la hipótesis alternativa Ha.

Conclusión: Los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división tienen un mayor rendimiento Académico que los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

A continuación, se presenta una descripción de los resultados por objetivo del Pos Test. Los objetivos a considerar son:

- **Objetivo 1:** Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.
- **Objetivo 2:** Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida. (El Objetivo 2 se divide en ítems que involucran 2 datos e ítems que involucran 3 datos).
- **Objetivo 3:** Resolver ejercicios utilizando el algoritmo de la división

4.2.3 Número de aciertos para el primer objetivo

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el primer objetivo, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	GE
0 aciertos	2	1
1 acierto	17	5
2 aciertos	13	10
3 aciertos	3	9
total	35	25

Tabla 4.2.7. Número de aciertos objetivo 1.

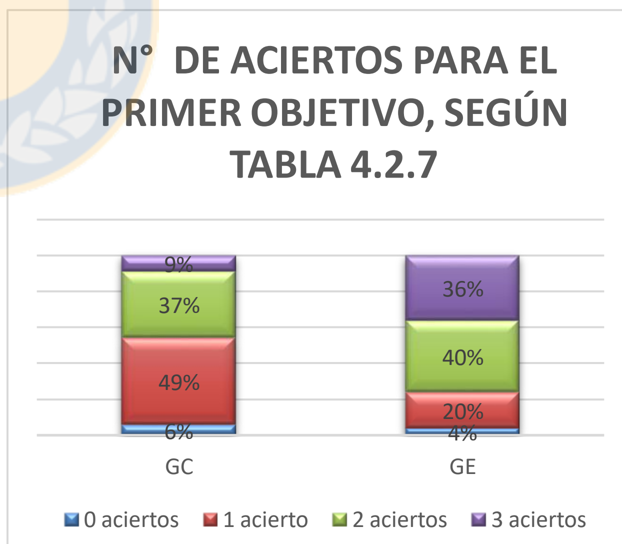


Tabla N° 4.2.8 Porcentaje número de aciertos Objetivo 1.

Los porcentajes de los grupos presentan algunas diferencias significativas, como en la cantidad de aciertos máximos correspondiente al primer objetivo (3 aciertos), donde el GC obtiene un (9%) y el GE un (36 %), otra diferencia a considerar es el mayor porcentaje de aciertos, donde en el GC se presenta en 1 aciertos (49%), mientras que en el GE se presenta en 2 aciertos (40%).

4.2.4 Número de aciertos para el segundo objetivo 2 datos

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el segundo objetivo, 2 datos, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	**GE**
0 aciertos	3	1
1 acierto	9	2
2 aciertos	8	7
3 aciertos	11	5
4 aciertos	4	10
total	35	25

Tabla 4.2.9. Número de aciertos objetivo 2 con dos datos.

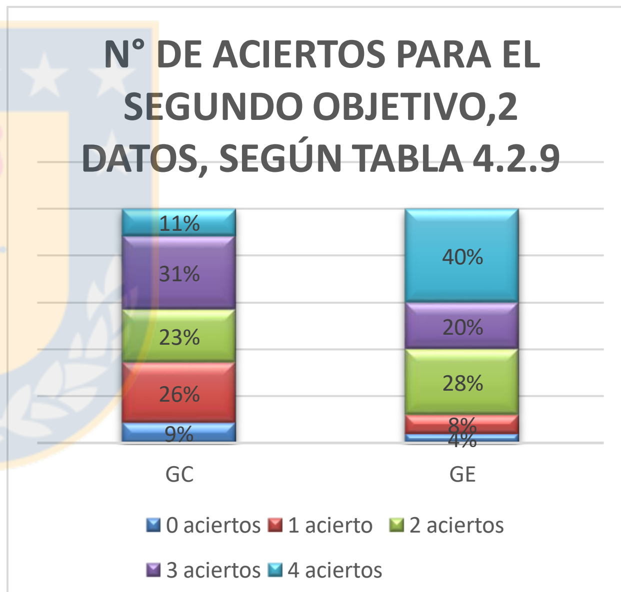


Tabla N° 4.2.10 Porcentaje número de aciertos Objetivo 2, 2 datos.

En porcentajes los grupos presentan algunas diferencias significativas, como en la cantidad de aciertos máximos correspondiente al segundo objetivo 2 datos (4 aciertos), donde el GC obtiene un (11%) muy por debajo del GE con un (40%), otra diferencia a considerar es el mayor porcentaje de aciertos, donde en el GC se presenta en 3 aciertos (31%), mientras que en el GE se presenta en 4 aciertos (40%).

4.2.5 Número de aciertos para el segundo objetivo 3 datos

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el segundo objetivo, 3 datos, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	GE
0 aciertos	1	4
1 acierto	14	7
2 aciertos	13	8
3 aciertos	7	6
total	35	25

Tabla 4.2.11. Número de aciertos objetivo 2 con tres datos.

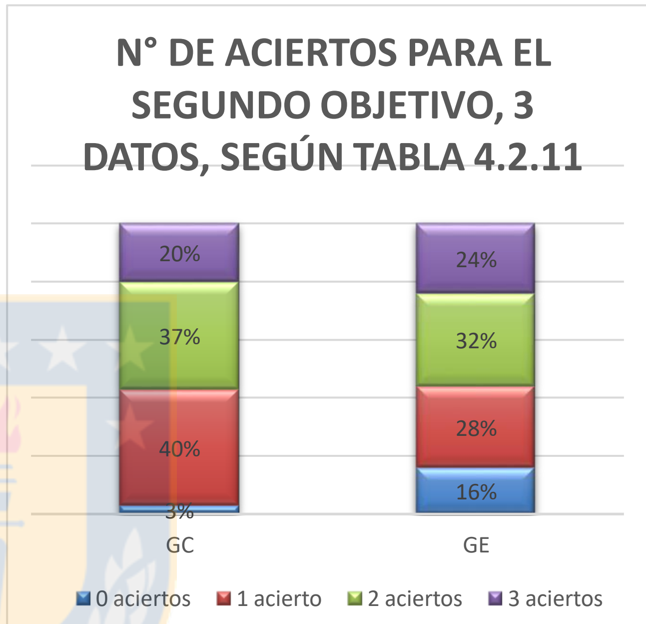


Tabla N°4.2.12. Porcentaje número de aciertos Objetivo 2, 3 datos.

Los grupos presentan algunas diferencias significativas en los porcentajes, por ejemplo, en la cantidad de aciertos mínimos correspondiente al segundo objetivo 3 datos (0 aciertos), donde el GC obtiene un (3%) muy por debajo del GE con un (16%), otra diferencia a considerar es el mayor porcentaje de aciertos, donde en el GC se presenta en 1 aciertos (40%), mientras que en el GE se presenta en 2 aciertos (32%).

4.2.6 Número de aciertos para el tercer objetivo

En las siguientes tablas se exponen el número de aciertos que lograron los alumnos en el tercer objetivo, tanto del Grupo Control y el Grupo Experimental.

	GC	GE
0 aciertos	12	4
1 acierto	12	7
2 aciertos	11	9
3 aciertos	0	5
total	35	25

Tabla. 4.2.13 Número de aciertos objetivo 3.

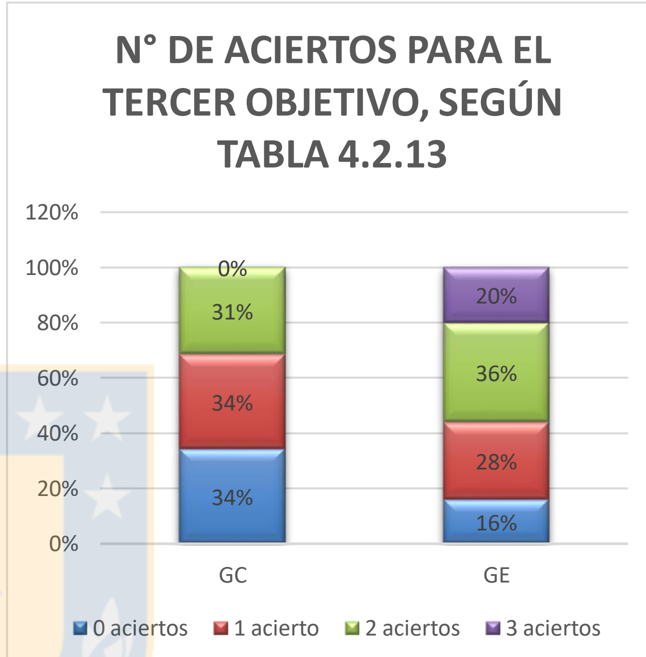


Tabla N° 4.2.14 Porcentaje número de aciertos tercer objetivo.

En porcentajes los grupos presentan algunas diferencias notorias, como en la cantidad de aciertos máximos correspondiente al tercer objetivo (3 aciertos), donde el GC obtiene un (0%) muy por debajo del GE con un (20%), otra diferencia a considerar es el mayor porcentaje de aciertos, donde en el GC se presenta igualados en 0 y 1 aciertos (34%), mientras que en el GE se presenta en 2 aciertos (36%).

4.3 Número de veces que se utilizó el algoritmo

En la siguiente tabla se exponen el número de veces que los alumnos utilizaron el algoritmo de la división, tanto del Grupo Control y como el Experimental.

N° de veces que usó el algoritmo	Frecuencia GC	Frecuencia relativa % GC	Frecuencia GE	Frecuencia relativa % GE
0	11	31%	1	4%
1	10	29%	1	4%
2	1	3%	1	4%
3	2	6%	2	8%
4	1	3%	4	16%
5	2	6%	2	8%
6	3	9%	3	12%
7	0	0%	5	20%
8	2	6%	0	0%
9	1	3%	2	8%
10	2	6%	2	8%
11	0	0%	2	8%

Tabla N° 4.3.1 Número de veces que se usó el algoritmo

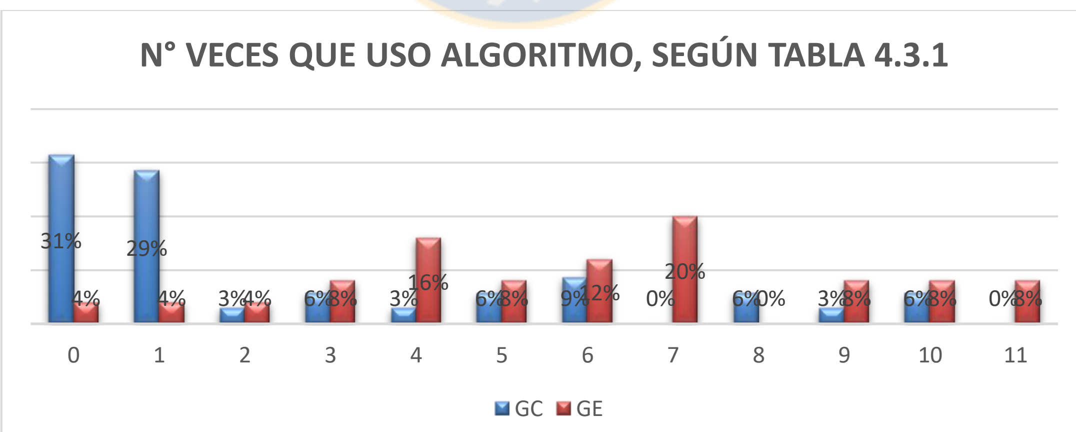


Gráfico N° 4.3.2. Número de veces que usó algoritmo.

En porcentajes el (31%) del GC no utilizó el algoritmo de la división, y el máximo de veces a utilizar solamente fue logrado por GE con un (8%).

4.4 Número de errores

En la siguiente tabla se expone el número de errores cometidos al utilizar el algoritmo de la división en el GE y GC.

GE	Número de veces que usó algoritmo	Número de veces que lo usó bien	Número de veces que lo usó mal
GE1	6	5	1
GE2	7	2	5
GE3	7	7	0
GE4	3	2	1
GE5	6	4	2
GE6	11	9	2
GE7	11	10	1
GE8	5	2	3
GE9	4	1	3
GE10	10	10	0
GE11	4	3	1
GE12	7	4	3
GE13	3	2	1
GE14	4	4	0
GE15	4	1	3
GE16	0	0	0
GE17	9	9	0
GE18	9	3	6
GE19	7	4	3
GE20	1	1	0
GE21	10	7	3
GE22	2	1	1
GE23	5	2	3
GE24	7	1	6
GE25	6	5	1

Tabla N° 4.4.1. Número de veces que usó mal el algoritmo

Para efectuar la prueba de normalidad del número de errores los alumnos GE16, GE20 y GE22 no serán considerados, ya que no cumplen con la condición propuesta en el Post test de utilizar un mínimo de 3 veces el algoritmo.

GC	Número de veces que usó algoritmo	Número de veces que lo usó bien	Número de veces que lo usó mal
GC1	0	0	0
GC2	0	0	0
GC3	1	1	0
GC4	0	0	0
GC5	0	0	0
GC6	1	1	0
GC7	3	1	2
GC8	6	4	2
GC9	0	0	0
GC10	1	1	0
GC11	1	1	0
GC12	10	3	7
GC13	10	8	2
GC14	0	0	0
GC15	8	1	7
GC16	1	1	0
GC17	5	2	3
GC18	0	0	0
GC19	9	6	3
GC20	6	2	4
GC21	3	3	0
GC22	1	0	1
GC23	8	0	8
GC24	6	1	5
GC25	4	3	1
GC26	0	0	0
GC27	2	1	1
GC28	0	0	0
GC29	1	1	0
GC30	0	0	0
GC31	1	0	1
GC32	5	4	1
GC33	1	1	0
GC34	0	0	0
GC35	1	1	0

Tabla N° 4.4.2 Número de veces que usó mal el algoritmo

Para efectuar la prueba de normalidad del número de errores los alumnos GC1, GC2, GC3, GC4, GC5, GC6, GC9, GC10, GC11, GC14, GC16, GC18, GC22, GC26, GC27, GC28, GC29, GC30, GC31, GC33, GC34 y GE35 no serán considerados, ya que no cumplen con la condición propuesta en el Post test de utilizar un mínimo de 3 veces el algoritmo.

Índice de aciertos.

Las siguientes tablas presentan la definición operacional de la variable dependiente aciertos en el uso del algoritmo de la división, donde solo se consideraron los estudiantes que utilizaron el algoritmo de la división más de 3 veces. Para determinar este índice se calcula el cociente entre las veces que utilizó bien el algoritmo de la división con las veces total usadas.

	GE
GE1	0,83
GE2	0,29
GE3	1,00
GE4	0,67
GE5	0,67
GE6	0,82
GE7	0,91
GE8	0,40
GE9	0,25
GE10	1,00
GE11	0,75
GE12	0,57
GE13	0,67
GE14	1,00
GE15	0,25
GE17	1,00
GE18	0,33
GE19	0,57
GE21	0,70
GE23	0,40
GE24	0,14
GE25	0,83

	GC
GC7	0,33
GC8	0,67
GC12	0,30
GC13	0,80
GC15	0,13
GC17	0,40
GC19	0,67
GC20	0,33
GC21	1,00
GC23	0,00
GC24	0,17
GC25	0,75
GC32	0,80

Tabla N° 4.4.3 índice aciertos GE.
Tabla N° 4.4.4

índice de aciertos GC

4.4.1Condiciones iniciales

De acuerdo a los objetivos planteados en el Post Test, el mínimo de veces a utilizar el algoritmo de la división es 3, en base a eso, se aplicó la prueba de normalidad a ambos grupos, solo a estudiantes que cumplieron con el mínimo de veces requeridos, considerando 13 estudiantes en el Grupo Control y 22 estudiantes en el Grupo Experimental.

Grupo control, prueba de hipótesis para normalidad:

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): La variable de la cual se extrajo la muestra sigue una distribución Normal.

Hipótesis Alternativa (H_A): La variable de la cual se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal.

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de hipótesis para normalidad mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GC	13	0	13	0,000	1,000	0,488	0,310

Tabla N° 4.4.5 Resultados prueba Shapiro-Wilk GC

Prueba de Shapiro-Wilk (GC):

W	0,946
valor-p (bilateral)	0,537
alfa	0,05

Tabla N° 4.4.6 Resultados prueba Shapiro-Wilk GC.

Interpretación de los resultados: Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

Conclusión: Por lo tanto, el grupo control sigue una distribución normal.

Grupo Experimental, prueba de hipótesis para normalidad:

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): La variable de la cual se extrajo la muestra sigue una distribución Normal.

Hipótesis Alternativa (H_A): La variable de la cual se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal.

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de hipótesis para normalidad mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GE	22	0	22	0,143	1,000	0,639	0,277

Tabla N° 4.4.7 Resultados prueba Shapiro-Wilk GE.

Prueba de Shapiro-Wilk (GE):

W	0,927
valor-p (bilateral)	0,108
alfa	0,05

Tabla N° 4.4.8 resultados prueba Shapiro-Wilk GE.

Interpretación de los resultados: Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

Conclusión: Por lo tanto, el grupo experimental sigue una distribución normal.

4.4.2 Homogeneidad índice de aciertos

Luego, se utilizó la prueba t de Student para verificar su homogeneidad, considerando la siguiente hipótesis nula y alternativa:

Hipótesis nula (H_0): No existen diferencias significativas en el número de veces que se utilizó el algoritmo de la división, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza COPISI.

Hipótesis Alternativa (H_A): Existen diferencias significativas en el número de veces que se utilizó el algoritmo de la división, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza COPISI.

Se define:

u_1: Media aritmética del índice de aciertos al utilizar el algoritmo de la división de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento (Grupo Control).

u_2: Media aritmética del índice de aciertos al utilizar el algoritmo de la división de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división (Grupo Experimental).

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia α = 0,05, son las siguientes:

$$\mathbf{H_0: u_1 = u_2}$$

$$\mathbf{H_A: u_1 < u_2}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
GC	13	0	13	0,000	1,000	0,488	0,310
GE	22	0	22	0,143	1,000	0,639	0,277

Tabla N° 4.4.9 Resultados prueba T de Student

Prueba T de Student:

Diferencia	-0,151
t (Valor observado)	-1,489
t (Valor crítico)	-1,692
GL	33
valor-p (unilateral)	0,073
alfa	0,05

Tabla N° 4.4.10 Resultados prueba T de Student

Interpretación de los resultados: Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa=0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0.

Conclusión: No existen diferencias significativas entre el Grupo Control y Grupo Experimental.

4.4.3 Análisis Tipo de errores

Grupo experimental

En la siguiente tabla se ilustra los resultados del GE, donde participaron 22 estudiantes los que cumplieron con utilizar 3 o más veces el algoritmo de la división. Se describe el tipo de error, la presencia y frecuencia de este, siguiendo el modelo presentado por Lucchini y otros (2006).

	Categoría	**Descripción del tipo de error**	**GE (n=22)**	
			Presencia (%)	Recurrencia (>=3 errores) (%)
Operatoria	Tipo de operación	Realiza una operación que no es la solicitada porque no tiene el sentido de la operación. Cambia tipo de operación en la mitad del procedimiento	4.2	--
	Algoritmo	Equivoca la dirección o la estrategia al operar.	35.4	9
	Cálculo	Errores de conteo, insuficiente dominio de las tablas, mal uso del material de apoyo (ábaco)	60.4	14

Tabla N° 4.4.11 Resultado tipo de error GE.

En el análisis de los errores observados en el Post Test en el GE, se ve un importante número de errores en el cálculo (60.4%), muy por encima del porcentaje de errores en el uso del algoritmo (35.4%).

Al considerar la recurrencia en el error, esta se da principalmente en el cálculo (14%). Por otro lado, ningún alumno comete 3 o más errores en el tipo de operación.

Grupo control

En la siguiente tabla se ilustra los resultados del GC, donde participaron 13 estudiantes que fueron los que utilizaron 3 o más veces el algoritmo de la división. Se describe el tipo de error, la presencia y frecuencia de este, siguiendo el modelo presentado por Lucchini y otros (2006).

	Categoría	**Descripción del tipo de error**	**GC (n=13)**	
			Presencia (%)	Recurrencia (>=3 errores) (%)
Operatoria	Tipo de operación	Realiza una operación que no es la solicitada porque no tiene el sentido de la operación. Cambia tipo de operación en la mitad del procedimiento	0	--
	Algoritmo	Equivoca la dirección o la estrategia al operar.	49	23
	Cálculo	Errores de conteo, insuficiente dominio de las tablas, mal uso del material de apoyo (ábaco)	51	31

Tabla N° 4.4.12. Resultado tipo de error GC.

En el análisis de los errores observados en el post test al GC, se presentan porcentajes similares entre el número de errores relacionados con algoritmos (49%) y cálculo (51%). Aunque ningún alumno comete errores del tipo de operación.

Al considerar la recurrencia en el error, ésta se presenta similar entre cálculo (31%) y algoritmo (23%).

4.4.4 Comparación número de errores

En la siguiente tabla 4.4.11 se ilustra los resultados del GC y GE donde participaron 13 y 22 estudiantes respectivamente, que fueron los que utilizaron 3 o más veces el algoritmo de la división. Se describe el tipo de error, la presencia y frecuencia de este (según Lucchini).

	Categoría	**Descripción del tipo de error**	**GC (n=13)**		**GE (n=22)**	
			Presencia (%)	Recurrencia (>=3 errores) (%)	Presencia (%)	Recurrencia (>=3 errores) (%)
OPERATORIA	Tipo de operación	Realiza una operación que no es la solicitada porque no tiene el sentido de la operación. Cambia tipo de operación en la mitad del procedimiento	0	--	4.2	--
	Algoritmo	Equivoca la dirección o la estrategia al operar.	49	23	35.4	9
	Cálculo	Errores de conteo, insuficiente dominio de las tablas, mal uso del material de apoyo (ábaco)	51	31	60.4	14

Tabla N° 4.4.13 Resultados tipo de error GC. y GE.

En el análisis de los errores observados en las pruebas del GC y GE, se presenta el mayor porcentaje de errores en la categoría del cálculo (51% GC, 60.4% GE), y en segundo lugar los errores relacionados a la categoría del algoritmo (49% GC, 35.4 GE). Sin embargo, solo el GE presenta errores del tipo de operación (4.2%), sin tener una recurrencia en ellos.

Al considerar la recurrencia en el error, ésta se da principalmente en relación al cálculo en GC (31%) y en GE (14%). Es importante diferenciar que el GE tiene un menor porcentaje de recurrencia tanto en el error de cálculo y de algoritmo.

CAPITULO V: OTROS ANÁLISIS

Durante la intervención, luego de realizar las actividades de material concreto y pictórico, se aplica una encuesta (Anexo 7) de preferencia entre dichos materiales, solo al Grupo Experimental, en esta participaron 24 de los 25 niños de este grupo, esta encuesta responde a nuestro supuesto de investigación:

Se les solicitó a los alumnos que, mediante una encuesta con respuesta cerrada, señalaran si preferían trabajar con material concreto, es decir, con el ábaco, o con la representación pictórica del ábaco. Las respuestas se analizaron mediante el conteo de las preferencias.

Se les solicitó a los alumnos que, además, fundamenten su respuesta, y para realizar el análisis de estos datos se utiliza una técnica basada en la teoría fundamentada, "lo cual significa que la teoría (hallazgos) va emergiendo fundamentada en los datos" (Hernández y otros, 2010, p.444). El análisis se comienza leyendo las respuestas de los estudiantes, con el fin de determinar los criterios de organización. El segmento seleccionado para realizar la codificación fueron las palabras claves dentro de cada respuesta. Las categorías utilizadas o detectadas fueron:

- Material concreto: más fácil, divertido, no le gusta escribir y borrar, más fácil de entender, porque no se equivoca.
- Representación pictórica: más fácil, divertido, le gusta dibujar, no sabe ocupar el ábaco real, puede borrar si se equivoca

Luego se codifica cada respuesta asignándola a una de las categorías. Durante la codificación se evalúa si la unidad elegida es apropiada para el análisis, pudiendo ser esta modificada durante el proceso. (Hernández y otros, 2010, p. 449)

Los resultados de la encuesta se presentan a continuación.

GE PICTORICO	GE CONCRETO	TOTAL
9	15	24

Tabla N° 5.1.1 Encuesta de preferencia

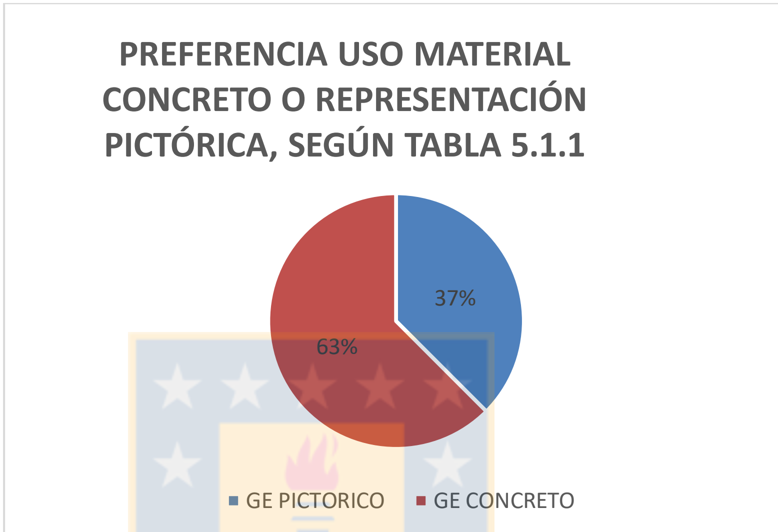


Grafico N° 5.1.2 Preferencia de material.

En porcentajes la mayor preferencia (63%) es para el material concreto por sobre lo pictórico (37%).

Trabajo con el material concreto

La siguiente tabla describe las razones por las que los estudiantes prefieren utilizar material concreto al aprender el algoritmo de la división.

Razones para preferir el material concreto.				
Más fácil	Divertido	No le gusta escribir y borrar	Más fácil de entender	Porque no se equivoca
1	10	1	2	1

Tabla N° 5.1.3 Encuesta de preferencia

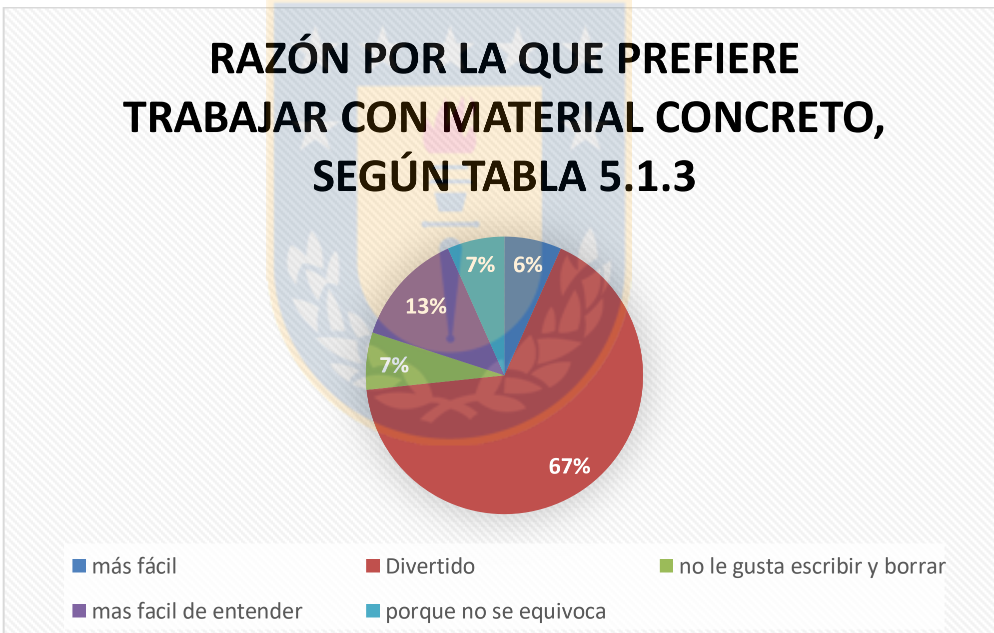


Grafico N° 5.1.4 Preferencia de material.

De entre los alumnos que prefieren trabajar con material concreto, las respuestas se fundamentaron en el hecho que lo encuentran más divertido (67%). Al contrastar esto con las notas de campo (anexo 6), se observó que los alumnos trabajaron más motivados y presentaron un mayor interés en la clase durante las sesiones en las que estuvo presente el uso de material concreto.

Trabajo con representación pictórica

La siguiente tabla describe las razones por las que los estudiantes prefieren utilizar representación pictórica al aprender el algoritmo de la división.

Razones para preferir la representación pictórica				
Más fácil	Divertido	Le gusta dibujar	No sabe ocupar el ábaco real	Puede borrar si se equivoca
3	1	2	1	2

Tabla N° 5.1.5 Encuesta de preferencia

Grafico N° 5.1.6 Preferencia de material.

Los resultados de la encuesta señalan que los alumnos que prefieren trabajar con la representación pictórica, fundamentan su elección en el hecho que la encuentran más fácil (34%), que pueden borrar si se equivocan (22%) o simplemente porque les gusta dibujar (22%).

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

6.1 CONCLUSIONES

Luego de haber realizado el análisis de los resultados expuestos en los capítulos IV y V, es posible concluir respecto a la metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4° básico, que:

Los estudiantes que trabajaron con la metodología COPISI obtuvieron mejores resultados académicos (GE) respecto al contenido de división en general y al uso del algoritmo de la división, en comparación con los estudiantes que no lo utilizaron (GC).

Es por esto que se puede concluir que el uso de material concreto ayuda al aprendizaje del algoritmo de la división en los estudiantes, ya que permite dar significado al algoritmo. Esto concuerda con lo que señala Chamorro (2011), que indica que el alumno difícilmente podrá desarrollar actitudes positivas hacia su propia capacidad matemática si el único tipo de problema y tarea que el profesor presenta son algorítmicas.

De manera general, se puede concluir que la metodología COPISI de enseñanza es viable de utilizar por los profesores de educación básica. Para Bermejo (2004), el uso de material es especialmente importante en el inicio de los aprendizajes, ya que los estudiantes que utilizan materiales concretos desarrollan una comprensión mental más precisa, están más motivados, tienen mejores ideas matemáticas y las aplican mejor en la vida cotidiana.

La mayor parte de los estudiantes prefiere el material concreto antes que el trabajo con la representación pictórica, porque *"es más divertido"* como señalaron, y les facilita la comprensión del algoritmo. Lo cual concuerda con lo dicho por Gonzáles (2010) el cual indica que los recursos y materiales didácticos permiten modelizar conceptos e ideas matemáticas, y, por tanto, permiten trabajar con ellas, analizar sus propiedades y facilitar el paso hacia la abstracción de estos conceptos e ideas, lo que de otra manera sería una tarea difícil, abstracta y árida.

Sobre el número de aciertos al utilizar el algoritmo de la división podemos concluir que:

- El Grupo Experimental utilizó más veces el algoritmo de la división, con una mayor cantidad de aciertos.

- En las pruebas de homogeneidad (t de Student), ambos grupos, GC y GE, no presentan diferencias significativas en el índice de aciertos (número de veces que utilizó el algoritmo de la división correctamente dividido por el número total de veces usado), las diferencias se observan en la cantidad de veces que se usó el algoritmo, donde el 63% de los estudiantes pertenecientes al GC lo utilizó 2 o menos veces, lo que se contrasta con el GE donde el 64% de los estudiantes lo utilizó de 3 a 7 veces.

Para la Dirección de Educación General Básica y el Gabinete Pedagógico curricular- matemática (2001), es necesario tener en cuenta que en muchos casos la enseñanza del algoritmo de la división se constituye un problema, esto se debe a que existen dificultades por parte de los alumnos para apropiarse de él, aún más cuando se trabaja con divisores de dos cifras, esto se ve reflejado en los resultados de la investigación, ya que en el grupo control solo 24 de los 35 alumnos pudieron utilizar el algoritmo, y aún más solo 13 de los 35 alumnos pudieron utilizarlo 3 veces o más, lo que se contrapone con el Grupo Experimental ya que 22 de los 25 alumnos pudieron utilizar el algoritmo 3 veces o más.

El decreto 170 establece que los estudiantes que presentan NEE son aquellos que precisan ayudas y recursos adicionales, ya sean humanos, materiales o pedagógicos, al comparar los resultados obtenidos en el Pre y Post Test de los alumnos que presentan NEE ya sea permanente o transitorio, verificamos que la totalidad de estos alumnos mantiene el nivel de logro y en su mayoría aumenta la cantidad de respuestas correctas.

Con el uso de material concreto se pudo evidenciar que los estudiantes presentan mayor motivación en el trabajo que se les propone, interesándose en las actividades, observación que se registró a través de las notas de campo. Esta situación concuerda con lo señalado por Gowin (1981), que “los alumnos utilizan competitivamente el conocimiento para superar a sus compañeros o para impresionar al maestro, para adelantarse a los demás utilizando el conocimiento como un medio instrumental destinado a conseguir un fin”.

Sobre la misma motivación Bermejo (2004) menciona “La motivación hacia la tarea es un factor importante en el aprendizaje de todos los alumnos y especialmente los NEE y NEEP” (Bermejo, 2004). Los estudiantes con mayores dificultades presentan una mejor actitud de trabajo con la utilización de materiales como recursos para el aprendizaje.

Sobre el comportamiento de los estudiantes al trabajar con material concreto, durante la clase se presentaba mayor actividad, pero se mantenían más motivados en el trabajo que realizaban; en cambio, al trabajar con representaciones pictóricas existía menor actividad de los estudiantes.

Otro de los puntos que afecta el rendimiento escolar es que al utilizar una metodología tradicional regularmente los alumnos no presentan una actitud positiva, como se ha señalado anteriormente es difícil que los estudiantes desarrolles actitudes positivas hacia su propia capacidad matemática si solo se le presenta problemas y tareas algorítmicas. Esto se contrapone a la actitud presentada por los alumnos del GE como se ve reflejado en las notas de campo (anexo 6), los alumnos trabajan más motivados y presentan un mayor interés en aprender matemáticas, el entusiasmo se mantiene durante toda la clase y los grupos que no alcanzaban a terminar la tarea no querían dejarla inconclusa, causa o motivo de esto es la utilización del método COPISI ya que al iniciar la enseñanza del algoritmo de la división partiendo desde lo concreto los alumnos presentan mejor actitud hacia las matemáticas.

Otro de los puntos importantes tratados durante la intervención fue la explicación del resto, la aparición de este elemento del algoritmo utilizando el método COPISI es mucho más comprensible para los estudiantes, siguiendo la definición de bermejo “Cuando se trabaja la división entera el resto se trata como una cantidad sobrante” (Bermejo, 2004, p.114). En las intervenciones pedagógicas realizadas, a los alumnos se les enseñó que el resto de la división es lo que sobra, es decir, la o las fichas del ábaco que quedan sin repartir, evidencia de esto se puede encontrar en las notas de campo (anexo 6) donde los estudiantes comentan "en la división lo que sobra es el resto".

6.2 SUGERENCIAS

Luego de terminar la investigación y realizar los análisis pertinentes, se recomienda el uso de la metodología de enseñanza COPISI, ya que al realizar las diversas actividades se obtienen mayores logros en el aprendizaje del algoritmo de la división. Por esta razón, sería recomendable utilizar la metodología COPISI en la enseñanza de otros algoritmos, como adición, sustracción y multiplicación, y satisfacer así las exigencias actuales del Ministerio de Educación.

En cuanto a futuras investigaciones, se sugiere repetir el trabajo presentado, en condiciones diferentes, en donde los estudiantes tengan un manejo previo del ábaco al haberlo utilizado en el aprendizaje de otros algoritmos (adición, sustracción y multiplicación).

Se sugiere para próximas investigaciones, contrastar los resultados de la encuesta de preferencia entre material concreto y representación pictórica, con un test de estilos de aprendizaje.

Vll REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agencia de la calidad de la Educación. (2017). Informe de resultados PISA 2015 Competencia científica, lectora y matemática en estudiantes de quince años en Chile. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/INFORME_DE_RESULTADOS_PISA_2015.pdf

Agencia de la calidad de la Educación. (2017). Resultados TIMMS Chile, Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias. Recuperado de archivos.agenciaeducacion.cl/TIMSS_V03_27MAR.pdf

Aguerrondo, I., Vaillant, D., (2015) El aprendizaje bajo la lupa: nuevas perspectivas para américa latina y el caribe. Ciudad del Saber Panamá, República de Panamá: UNICEF.

Aguiriano, S. (2015). Estudio sobre el uso del algoritmo de la división y su vínculo en la transición de la aritmética al algebra, el caso de los anillos euclídeos con alumnos de primer ingreso de la carrera de ingeniería agronómica de la UNAG. Universidad pedagógica Nacional. Tegucigalpa (México) recuperado de:

www.cervantesvirtual.com/descargaPdf/estudio-sobre-el-uso-del-algoritmo-de-la-division-y-su-vinculo-en-la-transicion-de-la-aritmetica-al-algebra-el-caso-de-los-anillos-euclideos-con-alumnos-de-primer-ingreso-de-la-carrera-de-ingenieria-agronomica-de-la-unag/

Alsina, A. (2006). Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años. Madrid, España: Ediciones Narcea.

Alsina, Á. y Planas N. (2008). Matemática inclusiva, propuestas para una educación matemática accesible. Madrid, España: Ediciones Narcea.

Báez, M. y Hernández, S. (2002). El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática. *Taller de Matemáticas del Centro de Ciencia de Sinaloa.*

Recuperado de: http://prosynergy.org.pe/mireddocente.org.pe/2010/descargas.php?ruta=fileproyect/files_docentes/d1396/&file=1396894310062774HAYO80.doc

Barros, P., Bravo, A., (2001). Algo de historia: aritmética recreativa de la versión original rusa. España, recuperado de: http://www.liceotr.cl/biblioteca_digital/Perelman,%20Yakov/Aritmetica%20Recreativa.PDF

Bermejo, V. (2004). Como enseñar matemáticas para aprender mejor. Madrid, España: Editorial CCS.

Castellanos, M., (2008). “El ábaco abierto como mediación pedagógica en la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción”. Murcia, España. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/971/1/3Taller.pdf

Castro, F., Correa, M., Lira, H., (2014). Curriculum y evaluación educacional. Talcahuano, Chile: Ediciones Universidad del Bio-Bio.

Chamorro, M. (2011). Didáctica de las Matemáticas. Madrid, España: Editorial Pearson Educación.

Cook, T.D. y Campbell, D.T. (1986). The causal assumptions of cuasiexperimental practice. P. 142

Colegio Marta Brunet. (2015). Proyecto educativo institucional. Los Ángeles, Chile.

Diaz, R., (2006). Apuntes sobre la aritmética Maya. *Educere 10* (35) Recuperado de: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316 49102006000400007

Di Virgilio, M., Fraga, C., Najmias, C., Navarro, A., Pera, C., Plotno, G. (2007). Competencias para el trabajo de campo cualitativo: formando investigadores en Ciencias Sociales. *Revista Argentina de Sociología 5* (9). Recuperado de: http://www.scielo.org.ar/pdf/ras/v5n9/v5n9a06.pdf

Doval, H., (2005). El nacimiento de los números y el cero. Del ábaco decimal a la computadora digital binaria. *Rev. argent. cardiol. 73* (4) recuperado de:

http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850.37482005000400015

Ertmer, A., Newby, T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. Performance Improvement Quarterly. Recuperdo de: http://www.galileo.edu/pdh/wp-content/blogs.dir/4/files/2011/05/1.ConductismoCognositivismo-y-Constructivismo.pdf

Espinoza, L., Matus, C., Barbé, J., Fuentes, J., Márquez, F. (2016). Qué y cuanto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el método Singapur: evaluación de imparto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. Calidad en la educación. Calidad en la educación n° 45.

Gómez, B., (1995). "Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética. El caso de los algoritmos de cálculo*" Revista Aula de Innovación Educativa. Mayo; V* (50), Pp. 1 recuperado de: https://www.uv.es/gomezb/12Desarrollohistoricode.pdf

Gonzáles, J. (2010). Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos para matemáticas en infantil, primaria y ESO: consideraciones generales. Málaga, España: didáctica de las matemáticas, universidad de Málaga p. 9-11.

Gowin, B. (1981). Hacia una teoría de la Educación. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Aragon.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación. Distrito Federal, México: McGraw-Hill.

Kamii, C. (1994). Reinventando la aritmética II. Madrid, España: Visor distribuciones.

Kamii, C. (1995). Reinventando la aritmética III, implicaciones de la teoría de Piaget. Madrid, España: Visor distribuciones.

Lee, P. (2014). La enseñanza de la matemática en educación básica. Santiago, Chile: Academia Chilena de Ciencias.

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., Zanocco, P. (2013). Números, para futuros profesores de educación básica. Santiago, Chile: Editorial SM.

Lucchini, G., Cuadrado, B., Tapia, L. (2006). Errar no es siempre un error, Los errores y dificultades en el aprendizaje de la matemática de niños y jóvenes estudiantes. Chile.

Maza, C. (1991). Multiplicar y dividir, A través de la resolución de problemas. Madrid, España: Visor distribuciones.

Ministerio de educación. (2009). Fija normas para determinar los alumnos con necesidades educativas especiales, que serán beneficiarios de las subvenciones para educación especial. Chile.

Ministerio de educación. (2011). Bases curriculares, consulta pública educación básica. Chile.

Ministerio de educación. (2015). Diversificación de la enseñanza, Decreto N° 83/2015. Aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales de educación parvularia y educación básica. Chile.

Nambos, M., Eenens, P., (2017). Historia de la división. *Revista jóvenes en la ciencia. 3.* (2) Recuperado de http://www.jovenesenlaciencia.ugto.mx/index.php/jovenesenlaciencia/article/view/2177

Navarrete, P., (2017). Importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete_Rodrguez_PedroJos.TFG_Educacin_Primaria.pdf

Novak, J., Gowin, B. (1984). Aprendiendo a aprender. Barcelona, España: Ediciones Martínez Roca.

Orton, A. (2003). Didáctica de las matemáticas. Madrid, España: Ediciones Morata.

Rey, M. (2006). Didáctica de la matemática, primer ciclo. Buenos Aires, Argentina: Editorial del Río de la Plata.

UNESCO. (2004). Temario Abierto sobre Educación Inclusiva. Santiago, Chile: Archivos Industriales y Promocionales Ltda.

Villota, J. (2014). Divisiones, errores y soluciones metodológicas (tesis de pregrado). Universidad de Nariño. San Juan de Pasto, Colombia.

Yang, P., (1989). Operaciones fundamentales en la aritmética del ábaco chino. Recuperado de: http://www.librosmaravillosos.com/swanpan/pdf/Operaciones%20fundamntales%20en%20el%20abaco%20chino%20%20Traducido%20por%20Peter%20Yang.pdf

Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

ANEXO 1: PRE TEST

PRUEBA DIAGNÓSTICO DE MATEMÁTICA

☑ **Identificación alumna(o):**

Nombre : ____ **Curso** : **4 AÑO** _____

Fecha de realización: _____________________

Objetivos a Evaluar:

Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.

Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida.

Instrucciones:

Lee toda la Prueba y responde lo que se pregunta en cada ítem. Tienes un tiempo para contestar de 60 minutos; las consultas son solo al profesor, al alumno que sea sorprendido copiando se le retirará la prueba y se calificará con la nota mínima.

I. SELECCIÓN MÚLTIPLE: Lee las preguntas y seleccione la alternativa correcta. (1 punto c/u)

1. Lucas tiene 12 fichas para utilizar, si utiliza 3 fichas para cada juego. ¿Qué expresión aritmética muestra cuantos juegos puede realizar?

A. 12 + 3 = 15
B. 12 : 3 = 4
C. 12 – 3 = 9
D. 12 ● 3 = 36

2. Hay 32 galletas para perros en una bolsa. Loocky come 2 galletas al día. ¿Por cuántos días tendrá Loocky galletas?

A. 15 días.
B. 16 días.
C. 17 días.
D. 18 días.

3. ¿Qué número hace que esta expresión numérica sea verdadera?

$\square$ **: 6 = 8**

A. 2
B. 14
C. 24
D. 48

4. La señora Castillo compró 24 plátanos para sus 4 hijos, si cada uno tocó la misma cantidad de plátanos. ¿Cuántos plátanos recibió cada niño?

A. 3 plátanos.
B. 4 plátanos.
C. 5 plátanos.
D. 6 plátanos.

5. Para clavar una tabla de una cerca se requieren 4 clavos. ¿Cuántas tablas puede clavar un carpintero con 2 paquetes de 14 clavos?

A. 2 tablas.
B. 6 tablas.
C. 7 tablas.
D. 8 tablas.

6. ¿Cuál de las siguientes divisiones corresponde a la resta repetida en el recuadro?

12 – 4 = 8
8 – 4 = 4
4 – 4 = 0

A. 12 : 4 = 3
B. 12 : 3 = 4
C. 12: 4 = 0
D. 12 : 3 = 0

7. En el parque nacional Conguillio se quieren plantar la misma cantidad de Araucarias en 3 zonas diferentes del parque. Si el total a plantar son 15 Araucarias, ¿Cuántas Araucarias plantarán en cada una de las 3 zonas?

A. 3 Araucarias.
B. 5 Araucarias.
C.9 Araucarias.
D 15 Araucarias.

8. ¿Qué número completa la tabla?

Entrada	48	24	12	6	

A. 3
B. 2
C. 1
D. 0

9. La mamá de Felipe compra 2 cajas de lápices, con 6 lápices cada caja para el año. Si Felipe usa 3 lápices cada mes, ¿Cuántos meses durarán los lápices que le compro su mama?

A. 12 meses.
B. 6 meses.
C. 4 meses.
D. 2 meses.

10. Felipe, Akza y Constanza quieren repartir 18 fichas en partes iguales, ¿Cuántas fichas toca cada uno?

A. 3
B. 6
C. 9
D. 18

Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

ANEXO 2: PAUTA DE CORRECIÓN DE PRE TEST

PRUEBA DIAGNÓSTICO DE MATEMÁTICA

☑ **Identificación alumna(o):**

Nombre : ____ **Curso** : **4 AÑO** _____

Fecha de realización: _____________________

Objetivos a Evaluar:

Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.

Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida.

Instrucciones:

Lee toda la Prueba y responde lo que se pregunta en cada ítem. Tienes un tiempo para contestar de 60 minutos; las consultas son solo al profesor, al alumno que sea sorprendido copiando se le retirará la prueba y se calificará con la nota mínima.

I. SELECCIÓN MÚLTIPLE: Lee las preguntas y seleccione la alternativa correcta. (1 punto c/u)

1. Lucas tiene 12 fichas para utilizar, si utiliza 3 fichas para cada juego. ¿Qué expresión aritmética muestra cuantos juegos puede realizar?

A. 12 + 3 = 15
● 12 : 3 = 4
C. 12 – 3 = 9
D. 12 ● 3 = 36

2. Hay 32 galletas para perros en una bolsa. Loocky come 2 galletas al día. ¿Por cuántos días tendrá Loocky galletas?

A. 15días.
●. 16 días.
C. 17 días.
D. 18 días.

3. ¿Qué número hace que esta expresión numérica sea verdadera?

$\boxed{}$ **: 6 = 8**

A. 2
B. 14
C. 24
[redacted] 48

4. La señora Castillo compró 24 plátanos para sus 4 hijos, si cada uno tocó la misma cantidad de plátanos. ¿Cuántos plátanos recibió cada niño?

A. 3 plátanos.
B. 4 plátanos.
C. 5 plátanos.
[redacted] 6 plátanos.

5. Para clavar una tabla de una cerca se requieren 4 clavos. ¿Cuántas tablas puede clavar un carpintero con 2 paquetes de 14 clavos?

A. 2 tablas.
B. 6 tablas.
[redacted] 7 tablas.
D. 8 tablas.

6. ¿Cuál de las siguientes divisiones corresponde a la resta repetida en el recuadro?

12 – 4 = 8
8 – 4 = 4
4 – 4 = 0

[redacted] 12 : 4 = 3
B. 12 : 3 = 4
C. 12: 4 = 0
D. 12 : 3 = 0

7. En el parque nacional Conguillio se quieren plantar la misma cantidad de Araucarias en 3 zonas diferentes del parque. Si el total a plantar son 15 Araucarias, ¿Cuántas Araucarias plantarán en cada una de las 3 zonas?

A. 3 Araucarias.
[redacted] 5 Araucarias.
C. 9 Araucarias.
D. 15 Araucarias.

8. ¿Qué número completa la tabla?

Entrada	48	24	12	6	

[redacted] 3
B. 2
C. 1
D. 0

9. La mamá de Felipe compra 2 cajas de lápices, con 6 lápices cada caja para el año. Si Felipe usa 3 lápices cada mes, ¿Cuántos meses durarán los lápices que le compro su mama?

A. 12 meses.
B. 6 meses.
[redacted] 4 meses.
D. 2 meses.

10. Felipe, Akza y Constanza quieren repartir 18 fichas en partes iguales, ¿Cuántas fichas toca cada uno?

A. 3
[redacted] 6
C. 9
D. 18

ANEXO 3: POST TEST

PRUEBA DIAGNÓSTICO DE MATEMÁTICA

☑ **Identificación alumna(o):**

Nombre : ____ **Curso** **: 4 AÑO** _____

Fecha de realización: ______________________________

Objetivos a Evaluar:

Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.

Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida.

Resolver ejercicios utilizando el algoritmo de la división.

Instrucciones:

Lee toda la Prueba y responde lo que se pregunta en cada ítem. Tienes un tiempo para contestar de 60 minutos; las consultas son solo al profesor, al alumno que sea sorprendido copiando se le retirará la prueba y se calificará con la nota mínima.

I. SELECCIÓN MÚLTIPLE: Lee las preguntas y seleccione la alternativa correcta. (4 punto c/u)

1. Constanza tiene 48 canicas y quiere repartirlas en bolsas con 6 canias cada una ¿Cuántas bolsas tendrá Constanza?

A. 5 bolsas.
B. 6 bolsas.
C. 7 bolsas.
D. 8 bolsas.

2. ¿Cuál de las siguientes divisiones corresponde a la resta repetida en el recuadro?

1	16 – 4 = 12
2	12 – 4 = 8
3	8 – 4 = 4
4	4 – 4 = 0

A. 16 : 4 = 3
B. 16 : 4 = 4
C. 16: 4 = 0
D. 16 : 16 = 0

3. ¿Qué número completa la tabla?

Entrada	64	32	16	8	

A. 4
B. 2
C. 1
D. 0

4. Para clavar una tabla de una cerca se requieren 4 clavos. ¿Cuántas tablas puede clavar un carpintero con 2 paquetes de 14 clavos?

A. 2 tablas.
B. 6 tablas.
C. 7 tablas.
D. 8 tablas.

5. Resuelve la siguiente división utilizando el algoritmo de la división:

89 : 7=

A. Cociente 12 ; Resto 1
B. Cociente 12 ; Resto 5
C. Cociente 12 ; Resto 4
D. Cociente 12 ; Resto 19

6. El profesor Felipe tiene 32 estudiantes, quiere organizar grupos de 5 estudiantes. ¿Cuántos grupos completos puede formar? y ¿cuántos estudiantes quedan?

A. 5 grupos y quedan 3 estudiantes.
B. 6 grupos y quedan 2 estudiantes.
C. 6 grupos y quedan 3 estudiantes.
D. 5 grupos y quedan 2 estudiantes.

7. Se reparten 56 frazadas entre un grupo de personas. A cada una le tocan 2 frazadas. ¿Para cuántas personas alcanzan?

A. 22 personas.
B. 24 personas.
C. 26 personas.
D. 28 personas.

8. Constanza compra 4 cajas de lápices, con 6 lápices cada caja, para todo el año. Si Constanza usa 4 lápices cada mes, ¿Cuántos meses durarán los lápices que compro?

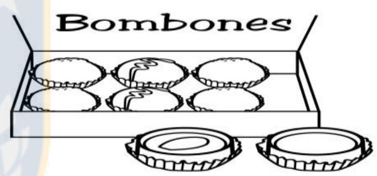
A. 7
B. 6
C. 5
D. 4

9. Don Miguel va a plantar 24 matas de tomates en su huerta. El desea plantarlas en filas de 4 matas cada una, ¿cuántas filas podrá formar? ¿Sobra alguna mata de tomates?

A. 6 filas y no sobra nada.
B. 6 filas y sobra 1 mata.
C. 5 filas y no sobra nada.
D. 5 filas y sobra 1 mata.

10. Akza recibió 5 cajas de bombones, cada caja contiene 8 bombones. Si ella y su familia consumen 6 bombones al día, ¿Cuántos días duraran los bombones? ¿Le sobrará algún bombón?

A. 4 días y sobran 4 bombones.
B. 4 días y sobran 6 bombones.
C. 6 días y sobran 4 bombones.
D. 6 días y sobran 6 bombones.



11. Resuelve la siguiente división utilizando el algoritmo de la división:

48 : 4 =

A. Cociente 12 ; Resto 0
B. Cociente 13 ; Resto 8
C. Cociente 14 ; Resto 0
D. Cociente 12 ; Resto 8

12. El resultado de la división 8 : 4 = $\boxed{}$

A. 2
B. 4
C. 8
D. 6

13. Resuelve la siguiente división utilizando el algoritmo de la división:

91 : 3 =

A. Cociente 3 ; Resto 1
B. Cociente 3 ; Resto 0
C. Cociente 30 ; Resto 0
D. Cociente 30 ; Resto 1

ANEXO 4: PAUTA DE CORRECCIÓN POS TEST

<u>PRUEBA DIAGNÓSTICO DE MATEMÁTICA</u>

☑ **<u>Identificación alumna(o)</u>:**

Nombre : ____ **Curso** **: 4 AÑO** _____

Fecha de realización: ____________________________

Objetivos a Evaluar:

Resolver ejercicios de división como repartición, agrupación en partes iguales y una sustracción repetida.

Resolver problemas que incluyan la repartición, la agrupación y la división como una sustracción repetida.

Resolver ejercicios utilizando el algoritmo de la división.

Instrucciones:

Lee toda la Prueba y responde lo que se pregunta en cada ítem. Tienes un tiempo para contestar de 60 minutos; las consultas son solo al profesor, al alumno que sea sorprendido copiando se le retirará la prueba y se calificará con la nota mínima.

I. SELECCIÓN MÚLTIPLE: Lee las preguntas y seleccione la alternativa correcta. (4 punto c/u)

1. Constanza tiene 48 canicas y quiere repartirlas en bolsas con 6 canias cada una ¿Cuántas bolsas tendrá Constanza?

A. 5 bolsas.
B. 6 bolsas.
C. 7 bolsas.
●. 8 bolsas.

2. ¿Cuál de las siguientes divisiones corresponde a la resta repetida en el recuadro?

1	16 – 4 = 12
2	12 – 4 = 8
3	8 – 4 = 4
4	4 – 4 = 0

A. 16 : 4 = 3
●. 16 : 4 = 4
C. 16: 4 = 0
D. 16 : 16 = 0

1. ¿Qué número completa la tabla?

Entrada	64	32	16	8	

● 4
B. 2
C. 1
D. 0

4. Para clavar una tabla de una cerca se requieren 4 clavos. ¿Cuántas tablas puede clavar un carpintero con 2 paquetes de 14 clavos?

A. 2 tablas.
B. 6 tablas.
● 7 tablas.
D. 8 tablas.

5. Resuelve la siguiente división utilizando el algoritmo de la división:

8´9 : 7= 12
19
5

A. Cociente 12 ; Resto 1
● Cociente 12 ; Resto 5
C. Cociente 12 ; Resto 4
D. Cociente 12 ; Resto 19

6. El profesor Felipe tiene 32 estudiantes, quiere organizar grupos de 5 estudiantes. ¿Cuántos grupos completos puede formar? y ¿cuántos estudiantes quedan?

A. 5 grupos y quedan 3 estudiantes.
● 6 grupos y quedan 2 estudiantes.
C. 6 grupos y quedan 3 estudiantes.
D. 5 grupos y quedan 2 estudiantes.

7. Se reparten 56 frazadas entre un grupo de personas. A cada una le tocan 2 frazadas. ¿Para cuántas personas alcanzan?

A. 22 personas.
B. 24 personas.
C. 26 personas.
● 28 personas.

8. Constanza compra 4 cajas de lápices, con 6 lápices cada caja, para todo el año. Si Constanza usa 4 lápices cada mes, ¿Cuántos meses durarán los lápices que compró?

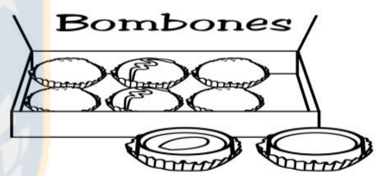
A. 7
[redacted] 6
C. 5
D. 4

9. Don Miguel va a plantar 24 matas de tomates en su huerta. El desea plantarlas en filas de 4 matas cada una, ¿cuántas filas podrá formar? ¿Sobra alguna mata de tomates?

[redacted] 6 filas y no sobra nada.
B. 6 filas y sobra 1 mata.
C. 5 filas y no sobra nada.
D. 5 filas y sobra 1 mata.

10. Akza recibió 5 cajas de bombones, cada caja contiene 8 bombones. Si ella y su familia consumen 6 bombones al día, ¿Cuántos días duraran los bombones? ¿Le sobrará algún bombón?

A. 4 días y sobran 4 bombones.
B. 4 días y sobran 6 bombones.
[redacted] 6 días y sobran 4 bombones.
D. 6 días y sobran 6 bombones.



11. Resuelve la siguiente división utilizando el algoritmo de la división:

48 : 4 = 12
08
0

[redacted] Cociente 12 ; Resto 0
B. Cociente 13 ; Resto 8
C. Cociente 14 ; Resto 0
D. Cociente 12 ; Resto 8

12. El resultado de la división 8 : 4 =

[redacted] 2
B. 4
C. 8
D. 6

13. Resuelve la siguiente división utilizando el algoritmo de la división:

91 : 3 = 30
  01

A. Cociente 3 ; Resto 1
B. Cociente 3 ; Resto 0
C. Cociente 30 ; Resto 0
D. Cociente 30 ; Resto 1

ANEXO 5: PLANIFICACIÓN CLASE A CLASE

<table>
<tr><td colspan="4">DISEÑO DE CLASES</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="2">NOMBRE PROFESORES: Felipe Gajardo Arévalo
Akza Ortiz Reveco
Constanza Ramírez Zapata</td><td>FECHA: 25/05/2018</td></tr>
<tr><td>CURSO: G.E.</td></tr>
<tr><td colspan="4">UNIDAD: Números y operaciones.</td></tr>
<tr><td colspan="4">OBJETIVO DE APRENDIZAJE: Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito: usando estrategias para dividir, con material concreto, aplicando la estrategia por descomposición del dividendo.</td></tr>
<tr><td colspan="4">HABILIDADES: Emplear diversas estrategias para resolver problemas y alcanzar respuestas adecuadas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">OBJETIVO TRANSVERSAL: Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">CONTENIDOS PREVIOS: Conceptos de multiplicación y división</td></tr>
<tr><td>CONTENIDOS</td><td>MOMENTO DE LA CLASE</td><td>INDICADORES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>División
Reparto equitativo
Resto
Valor posicional en el ábaco.
Adiciones y sustracciones en el Abaco.</td><td>INICIO:
Se facilita un ábaco a cada alumno.
Observan las pegatinas que indican el valor posicional y reconocen este en cada arandela.
Escriben la siguiente tabla y representan los números indicados en sus ábacos.<table>
<tr><th>Número</th><th>Centena</th><th>Decena</th><th>Unidad</th></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td>7</td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td><td>8</td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>23</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>101</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
</table></td><td>Resuelven problemas rutinarios de representación de cifras.
Realizan adiciones y sustracciones en material concreto (ábaco).</td><td>Formativa:
Observación directa y revisión de guías.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table><tr><td>99</td><td></td><td>9</td><td>9</td></tr></table>
DESARROLLO:
Trabajan en función de 4 mini guías:

Ítem I: Realice las siguientes adiciones utilizando el ábaco.
Ítem II: Realice las siguientes sustracciones utilizando el ábaco.
Ítem III: Realice las siguientes sustracciones utilizando el ábaco
Ítem IV: Realice las siguientes sustracciones repetidas utilizando el ábaco y señale el resto.

CIERRE:
Revisión del trabajo realizado.
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

DISEÑO DE CLASES			
NOMBRE PROFESORES: Felipe Gajardo Arévalo Akza Ortiz Reveco Constanza Ramírez Zapata			FECHA: 31/05/2018 CURSO: G.E.
UNIDAD: Números y operaciones.			
OBJETIVO DE APRENDIZAJE: Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito: usando estrategias para dividir, con material concreto, aplicando la estrategia por descomposición del dividendo.			
HABILIDADES: Emplear diversas estrategias para resolver problemas y alcanzar respuestas adecuadas.			
OBJETIVO TRANSVERSAL: Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.			
CONTENIDOS PREVIOS: Conceptos de multiplicación, resto, y reparto equitativo.			
CONTENIDOS	MOMENTO DE LA CLASE	INDICADORES	EVALUACIÓN
• División • Reparto equitativo • Resto • Valor posicional en el ábaco. • Adiciones y sustracciones en el Abaco. • Sustracciones repetidas.	INICIO: Se facilita un ábaco a cada alumno. Revisan la última guía de la clase anterior en pizarrón con apoyo de material concreto (ábaco). Se separa el curso en tres grupos. DESARROLLO: Trabajan en función de 4 mini guías: • Ítem I: Realice las siguientes sustracciones	Estiman el cociente de una división, aplicando diferentes estrategias.	Formativa: Observación directa y revisión de guías.

	repetidas utilizando el ábaco y señale el resto. • Ítem II: Realice las siguientes reparticiones equitativas. Escriba el resto. • Ítem III: Realice las siguientes reparticiones equitativas. Escriba el resto. • Ítem IV: Realice los siguientes ejercicios con la ayuda de su Abaco, indique el resto. CIERRE: Revisión del trabajo realizado.		

DISEÑO DE CLASES			
NOMBRE PROFESORES: Felipe Gajardo Arévalo Akza Ortiz Reveco Constanza Ramírez Zapata		FECHA: 04/06/2018 CURSO: G.E.	
UNIDAD: Números y operaciones.			
OBJETIVO DE APRENDIZAJE: Utilizar reparto equitativo con material pictórico para la resolución de problemas que involucren la división.			
HABILIDADES: Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.			
OBJETIVO TRANSVERSAL: Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.			
CONTENIDOS PREVIOS: Conceptos de multiplicación y división			
CONTENIDOS	MOMENTO DE LA CLASE	INDICADORES	EVALUACIÓN
• División • Reparto equitativo • Cociente • Resto	INICIO: Recuerdan como realizar una división en el ábaco, utilizando un dibujo de este en la pizarra, donde se describe la operación realizada. DESARROLLO: Trabajan en guía de aprendizaje representación pictórica I y II, que consiste en variados problemas que involucran	Representan pictóricamente o con material concreto divisiones de dos dígitos por un dígito, descomponiendo el dividendo en sumandos.	Formativa: observación directa

	divisiones, los cuales deben resolver utilizando una representación pictórica del ábaco y la operación que se lleva a cabo. CIERRE: Revisión de algunos ejercicios en conjunto con el curso, se corrigen errores cometidos por los estudiantes.		

<table>
<tr><td colspan="4">DISEÑO DE CLASES</td></tr>
<tr><td colspan="3">NOMBRE PROFESORES: Felipe Gajardo Arévalo
Akza Ortiz Reveco
Constanza Ramírez Zapata</td><td>FECHA: 07/06/2018
CURSO: G.E.</td></tr>
<tr><td colspan="4">UNIDAD: Números y operaciones.</td></tr>
<tr><td colspan="4">OBJETIVO DE APRENDIZAJE: Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito, aplicando el algoritmo de la división.</td></tr>
<tr><td colspan="4">HABILIDADES: Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares</td></tr>
<tr><td colspan="4">OBJETIVO TRANSVERSAL: Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">CONTENIDOS PREVIOS: Conceptos de multiplicación y división</td></tr>
<tr><td>CONTENIDOS</td><td>MOMENTO DE LA CLASE</td><td>INDICADORES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>• División
• Reparto equitativo
• Cociente
• Resto</td><td>INICIO:
Recuerdan lo visto durante la clase anterior.
DESARROLLO:
Resuelven guía representación pictórica III, en la cual se plantean problemas que involucran la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un digito, además escriben en el desarrollo simbólico los restos parciales, y el cociente en cada división.
CIERRE:</td><td>Estiman el cociente de una división, aplicando la relación entre multiplicación y división como operaciones inversas</td><td>Formativa:
Observación directa.</td></tr>
</table>

	Revisión de los problemas con el curso, realizando dibujos en la pizarra.		

DISEÑO DE CLASES			
NOMBRE PROFESORES: Felipe Gajardo Arévalo Akza Ortiz Reveco Constanza Ramírez Zapata			FECHA: 08/06/2018 CURSO: G.E.
UNIDAD: Números y operaciones			
OBJETIVO DE APRENDIZAJE: Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito, aplicando el algoritmo de la división.			
HABILIDADES: Identificar regularidades en expresiones numéricas.			
OBJETIVO TRANSVERSAL: Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.			
CONTENIDOS PREVIOS: Conceptos de multiplicación y división			
CONTENIDOS	MOMENTO DE LA CLASE	INDICADORES	EVALUACIÓN
• División • Reparto equitativo • Cociente • Resto	INICIO: Se describe paso a paso el algoritmo de la división vinculándolo a las representaciones pictóricas de la división realizadas durante la clase anterior. DESARROLLO: Se definen los conceptos de dividendo, divisor, cociente y resto. Realizan ejercicios propuestos en guía de trabajo sobre división utilizando el algoritmo de este.	Resuelven problemas rutinarios de la vida diaria, aplicando el algoritmo de la división.	Formativa: Observación directa

	CIERRE: Revisión de ejercicios de la guía de trabajo.		

DISEÑO DE CLASES			
NOMBRE PROFESORES: Felipe Gajardo Arévalo Akza Ortiz Reveco Constanza Ramírez Zapata		FECHA: 11/06/2018 CURSO: GE	
UNIDAD: Números y operaciones			
OBJETIVO DE APRENDIZAJE: Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito, aplicando el algoritmo de la división.			
HABILIDADES: Identificar regularidades en expresiones numéricas.			
OBJETIVO TRANSVERSAL: Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.			
CONTENIDOS PREVIOS: Conceptos de multiplicación y división			
CONTENIDOS	MOMENTO DE LA CLASE	INDICADORES	EVALUACION
• División • Reparto equitativo • Cociente • Resto	INICIO: Recuerdan como se realizan las divisiones, reconocen dividendo, divisor, cociente y resto. DESARROLLO: Desarrollan guía de aprendizaje “pensamiento simbólico”, la cual contiene ejercicios en los que deben utilizar el algoritmo de la división y problemas que involucran la división.	Resuelven problemas rutinarios de la vida diaria, aplicando el algoritmo de la división.	Formativa: Observación directa

	CIERRE: Revisión de ejercicios y problemas con el curso.		

ANEXO 6: NOTAS DE CAMPO.

1° Clase 15:45 hrs.

- Aplicación de pretest
  - Se ordenan en filas.
  - Felipe explica la evaluación.
  - Asisten 28 niños y hay 26 ábacos

15:55 hrs.

- Inicio de evaluación.
- Se deben explicar en general algunos ítems (6)

16:25 hrs.

- Fin de evaluación
- Ordenamos fichas de los ábacos
- Se verifican los valores posicionales con las letras del ábaco (U, D, C)
  - representan números en el ábaco
- 5 7 5
- 7 • 11 • 78 • 150 • 990
- 8 • 21 • 99 • 350 • 999
- 9 • 33 • 100 • 500 • 250

- Trabajan motivados en sus puestos
- Suman con el ábaco
- 7 + 11 • 150 + 8
- 11 + 9 • 350 + 250
- 99 + 100 • 500 + 33

- Las salas son grandes, los niños se distraen con facilidad.
- Los docentes ayudan a mantener el orden
- Los estudiantes, se interesan por cumplir con la actividad.

Lunes 25/05.

- Se pierden 5 minutos de la clase para que se ordenen.
- Los estudiantes están motivados, pero con frecuencia pierden la concentración jugando con el ábaco.
- Se necesita realizar algunos ejemplos con todo el curso.

Objetivo: calcular adiciones y sustracciones con el ábaco.
- Pegan las guías en su cuaderno
- 30' en actividad de inicio

18:00 hrs. → 2° actividad

- trabajan juntos y se optimiza el tiempo

La profesora comenta.
- Están trabajando como siempre.
- El ábaco no es un distractor
- El comportamiento es mejor c/respecto al otro día.
- Manejan las tablas hasta el 6.
- Ella no enseñó este contenido el año pasado ya que estaba con licencia.
- Les gusta el trabajo con material concreto.

- Dibujo en la pizarra para explicar el canje, pues cuesta que lo entiendan
- Se desconcentran durante la última actividad.

Clase 25/05

Obj: Calcular sustracciones repetidas y reparto equitativo con material concreto.

- Se ordenan en 3 grupos compuestos por 8 estudiantes c/u y trabajan con guías.
- Les cuesta realizar las restas sucesivas.
- Falta tiempo para desarrollar la actividad, aún cuando están trabajando en grupo

31/05/2018 15:45. horas.

- Los estudiantes mantienen un buen comportamiento.
- El profesor realiza una reflexión sobre la evaluación diagnóstica. (promedio curso 3,8)

Dice: "no importa, eso significa que tenemos mucho que aprender"

"no es con calificación directa al libro".

- Trabajan en grupos de 8 estudiantes, cada grupo trabaja con un profesor, pero es Felipe quien dirige la clase.
- Los estudiantes: escriben la fecha, escriben el objetivo pegan la mini-guía

luego de eso reciben el ábaco.

- Pregunta espontánea de un estudiante: "¿qué es equitativo?"
- Les llama la atención el ábaco. El grupo de Felipe trabaja bien con la guía.
- Instrucción: "a 26 restar 5 sucesivamente" La instrucción es confusa para los estudiantes.

¿Todos los restos son 1? Terminan la 1° guía a los 16:30

- Comienzan la 2° mini guía
- 16:45 comienzan la mini guía 3.
- El entusiasmo dura hasta el final de la clase.
- Los que no terminaron los ejercicios querían seguir trabajando al terminar la clase.
- Los estudiantes cuidan el material. Todos guardan sus fichas y ordenan las mesas.
- En general se mantuvo un buen comportamiento.
- Faltó cerrar el contenido (la clase) ¿Qué aprendimos hoy?

Clase 04/06 Lunes.

- Orden en grupos.

- Obj: utilizar el reparto equitativo con material pictórico para resolver problemas que involucren división

- Mal comportamiento en la sala.
- La docente interviene por mal comportamiento

- pérdida de tiempo al retomar guía anterior.

7/06/2018 15:45 horas. (1)

- Objetivo: Utilizar reparto equitativo con material pictórico para la resolución de problemas que involucra división.
- 16:00 horas comienzan a trabajar.
- Resuelven el primer ejercicio con ayuda de la profesora. Se evidencia que comprenden los conceptos de "reparto equitativo" y "resto".
- Cuando llegamos a la sala preguntaron "¿y por qué no trajo los ábacos?" ¿dónde están los ábacos?
- Cuando se les dijo que ahora utilizaríamos una representación del ábaco en papel, algunos niños se alegraron, otros se entristecieron.
- Puede ser que después de esta clase estén listos para el algoritmo.
- Esta es la primera clase sin ábaco y hasta ahora el comportamiento general del curso es mejor que el de las clases anteriores.
- Resuelven la guía 1 completa (4 ejercicios)
- Comienzan la guía 2 a las 16:30 horas.

②

- En el desarrollo de la guía 1, la profesora tiene un protagonismo mayor.
- En la 2° guía los estudiantes trabajan de forma más autónoma.

1° ej { Se le solicita a un est. que lea en voz alta el problema.
Ellos indican los pasos a seguir.

2° ej { Se les dá tiempo a los estudiantes para resolverlos solos.

- En esta guía se pone en evidencia la relación de la multiplicación con la división y esa relación nació de los estudiantes. ¡¡ Muy bueno!!
- Esto surgió en el ejercicio b de la guía

$$6 \cdot \square = 24$$

- Un niño quiso leer y no leyó ¡¡ cuidado!!

$5 \cdot \square = 18$ = no se puede resolver, pero busco el más cercano

eso lo dijeron los estudiantes.

- Todos quieren leer, hay buena participación del curso en general.
- Terminan la 2° guía a las 16:55 horas, luego revisan el ejercicio en la pizarra.

③

- El hecho que algunos alumnos prefieran el ábaco y otros no tiene que ver con los estilos de aprendizaje.

Restas repetidas.

- Se dió una definición de división como "restas repetidas"
- En la división lo que sobra es el resto.
- En la definición se usan los términos dividendo, divisor y resto.
- Se les pregunta si saben lo que es el dividendo y un estudiante dice que es "lo que se paga por la casa".

cant. de veces	
	36 - 7 =

No alcanzan a terminar la guía de trabajo. Se continuará la próxima clase.

8/06/2018.

- Comienzan la clase llenando la encuesta ¿Con qué les gustó más trabajar? ¿con el ábaco real o el ábaco dibujado?
- Terminan la actividad de la clase anterior.
- Realizan divisiones mediante restas sucesivas y luego las escriben usando la forma del algoritmo
- Los estudiantes trabajan bien y se evidencia que están comprendiendo todo.

  Escriben: Definición de división
  Partes de la división y su significado
  Un ejemplo.

- Con esto termina la clase, el lunes se resolverán ejercicios usando el algoritmo de la división.

Clase 11/06

Objetivo: resolver divisiones y problemas que las involucren

- 15:50 = Al ingresar a la sala, los estudiantes preguntan por los ábacos.

Explican las partes de la división (dividendo, divisor, cociente, resto), luego se realizo paso a paso

75 : 3 =

Separan el dividendo (decena y unidad)

Los niños/as mantienen el silencio y la atención.

- 16:03 = realizan ejercicios:

85 : 4 = 12 : 1 =

y la relacionan con tablas de multiplicar

- 16:07 = Identifican y mencionan de forma autónoma el paso a paso, mientras la profesora lo realizo en el pizarrón.

- 16:14 = Comienzan a trabajar solos, sin ayuda de los docentes.

- 16:19 = Revisión en grupo de ejercicios 7 y 8 de guía.

- 16:22 = Se les plantea el desafío de resolver los ejercicios 9 y 10 en pizarra pequeña de forma autónoma, se produce desorden.

- 16:30 = Revisión de desafío con el curso y se les da la instrucción de escribir el procedimiento en la guía

- 16:32 = Desafío de resolver división 11 y 12 en dos minutos, 2 alumnos son capaces de resolverlos en el tiempo estimado, los mismos 2 que lo lograron en el desafío anterior.
- 16:36 = 3 alumnos mas terminan la actividad.
- 16:38 = revisión en pizarrón, los niños/as colaboran en su desarrollo, participando activamente.
- 16:40 = Se vuelve a explicar el algoritmo con ejercicio 13, explicando paso a paso el procedimiento.
- 16:42 = Se repite el procedimiento con el ejercicio 14, los alumnos colaboran en la resolución.
- 16:44 = Se les da la tarea de llegar el día Jueves con todos los ejercicios resueltos, se retiran pizarras y se produce desorden, conversación y se paran.
- 16:47 = Aún están desordenados retirando pizarras y plumones.
- 16:48 = Se ordenan.
- 16:49 = resuelven problemas, reconocen dividendo y divisor sin problema (guiados por docente en el pizarrón)

93 pinches
8 por caja

93 : 8 = 11
13
5//

R: Se necesitan 11 cajas y sobran 5 pinches

PROARTE

- 16:52 = resuelven problema 2 guiados, guiados por docente, de forma autonoma identifican dividendo y divisor en problemas, luego resuelven solos 3 y 4 (problemas).
- 16:59 = Revisión de problema 3 en el pizarrón, se produce desorden y conversación, se les avisa que el problema 4 se revisará.
- 17:04 = Revisión de ejercicio 4 en el pizarrón (6 alumnos terminan toda la guía, incluida la tarea)
- 17:07 = avanzan en tarea, se produce desorden.
- 17:10 = Alumnos al azar son designados para resolver ejercicios, los niños se desordenan y comienzan a hablar.

ANEXO 7: ENCUESTA.

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

- [x] Ábaco real
- [ ] Ábaco dibujado

¿por qué? Por que No Te equivocabas para hacer la Tarea y Porque se sale de la Linea.

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

- [x] Ábaco real
- [ ] Ábaco dibujado

¿por qué? me parece mas divertido

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

- [x] Ábaco real
- [ ] Ábaco dibujado

¿por qué? era mas divertido y me entendia mas

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

- [x] Ábaco real
- [ ] Ábaco dibujado

¿por qué? porque entendia mejor que el dibujado

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

- [x] Ábaco real
- [ ] Ábaco dibujado

¿por qué? era mas etritenida

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

- [x] Ábaco real
- [ ] Ábaco dibujado

¿por qué? Porque era más facil resolver los ejercicios.

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? porque era mas en entretenido

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☑ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? porque era muy entretenido jugabamos mucho

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? por que es mucho mas intretenido es para entender para que se usaba

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? a ver el mas de vertido y entretenido

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? era mas entendible y era mas entretenido

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? era Más divertido y Más facil

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? se me oria mas facil para mi porqule podia borrarlo

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☑ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? porque me ayudaba más porque con el dibujado tenia que borrar y escri-bir. por eso me gusta el ábaco real.

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? era mas entretenido el abaco real

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? porqué es mas fasil porque si se equivoca no se pue de borrar

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☒ Ábaco real

☐ Ábaco dibujado

¿por qué? porque lo entre tenido y no la forma

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? porque entendia mucho mejor

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? moloze ocupar

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? por que me Cuesta menos que el real y es mas facil trabajar.

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? hami me gusta dibujar y es divertida y mas facil

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? porque ay que acer lineas y el otro ay que poner las fichas

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? se puedio dibujar las fichas

Marca con una X la alternativa que represente:
¿con qué te gustó trabajar más?

☐ Ábaco real

☒ Ábaco dibujado

¿por qué? es mas facil y es mejor

ANEXO 8: GUÍAS.

GUÍA DE APRENDIZAJE:
Material concreto I.

Nombre: ____ Curso: 4° B Fecha: 25/05/2018

I. Realice las siguientes adiciones con el Abaco.

a) 125 + 5
b) 5 + 6
c) 989 + 2
d) 375 + 25
e) 15 + 0

II. Realice las siguientes sustracciones con el Abaco.

a) 77 – 2
b) 125 – 5
c) 19 – 7
d) 21 – 1
e) 66 – 3
f) 125 – 7
g) 19 – 11
h) 21 – 2
i) 66 – 8
j) 77 – 9

III. Realice las siguientes sustracciones repetidas. Escriba el resto

a) 25 – 5
Resto:

b) 16 – 3
Resto:

c) 75 – 25
Resto:

d) 21 – 4
Resto:

e) 13 – 2
Resto:

Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

GUÍA DE APRENDIZAJE:
Material concreto II.

Nombre: ____ Curso: 4° B

Fecha: 31/05/2018

Objetivo: Utilizar reparto equitativo con material concreto para la resolución de problemas que involucren la división.

I. Realice las siguientes sustracciones repetidas. Escriba el resto

a) 26 – 5
Resto:

b) 16 – 3
Resto:

c) 55 – 6
Resto:

d) 21 – 4
Resto:

e) 13 – 2
Resto:

II. Realice las siguientes reparticiones equitativas. Escriba el resto

a) Repartir 24 en grupos de 3
b) Repartir 15 en grupos de 4
c) Repartir 17 en grupos de 7
d) Repartir 45 en grupos de 5
e) Repartir 63 en grupos de 9

III. Realice las siguientes reparticiones equitativas. Escriba el resto.

a) Repartir 24 en grupos de 3
Resto:

b) Repartir 15 en grupos de 4
Resto:

c) Repartir 17 en grupos de 7
Resto:

d) Repartir 45 en grupos de 5
Resto:

e) Repartir 63 en grupos de 9
Resto:

IV. Realice las siguientes sustracciones repetidas. Escriba el resto.

a) 26 – 5
Resto:

b) 16 – 3
Resto:

c) 55 – 6
Resto:

d) 21 – 4
Resto:

e) 13 – 2
Resto:

V. **Resuelva los siguientes problemas con la ayuda de su Abaco, indique el resto.**

a) Debemos entregar 63 pedidos entre 3 repartidores. ¿Cuántos pedidos debe entregar cada repartidor?

b) Hay 80 invitados para una fiesta y se deben distribuir en mesas de 8 personas. ¿Cuántas mesas utilizarán?

c) Para un cumpleaños compraron una bolsa de 50 globos y en la casa había 2 globos más. Deben hacer adornos de 4 globos cada uno, ¿Cuántos se pueden confeccionar?

d) Margarita tiene 35 lápices que guarda en un estuche. ¿Cuántos lápices hay en el estuche?

e) Natalia está envasando 72 bombones en bolsitas de 6 unidades cada una. ¿Cuántas bolsitas puede hacer Natalia?

Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

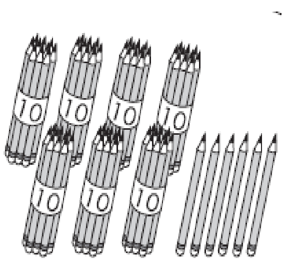
GUÍA DE APRENDIZAJE:
Representación pictórica I.

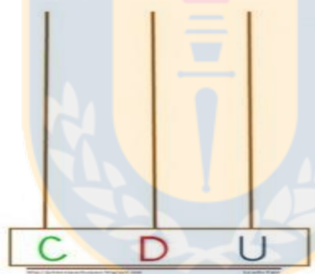
Nombre: ____ Curso: 4° B Fecha: 04/06/2018

Objetivo: Utilizar reparto equitativo con material pictórico para la resolución de problemas que involucren la división.

I. Resuelva los siguientes problemas. Utilice el ábaco para realizar la operación necesaria. Represente la operación en el dibujo del ábaco que acompaña a cada problema.

a) Josefina tiene 76 lápices y debe repartirlos entre sus 3 hijos en partes iguales, ¿Cuántos lápices recibirá cada uno? ¿Cuántos lápices sobrarán?

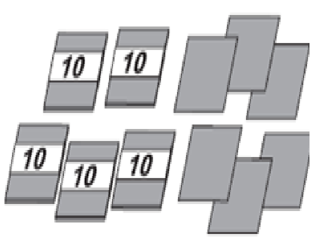


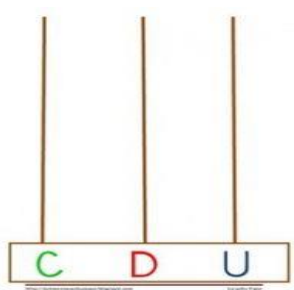


Respuesta:

Resto:

b) Si se reparten 56 tarjetas entre 4 personas, y cada persona recibe la misma cantidad ¿Cuántas tarjetas recibirá cada persona? ¿Cuántas tarjetas sobrarán?

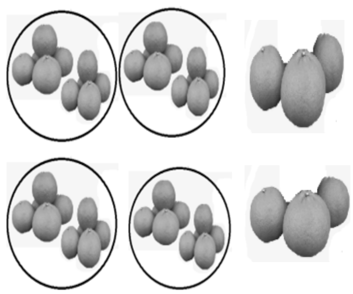


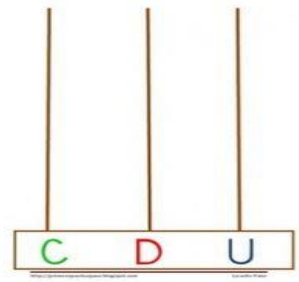


Respuesta:

Resto:

c) Marcela reparte 46 naranjas entre 3 personas, dando la misma cantidad de naranjas a cada una, ¿Cuántas naranjas recibirá cada persona? ¿Cuántas naranjas sobrarán?

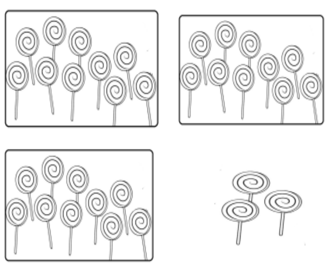


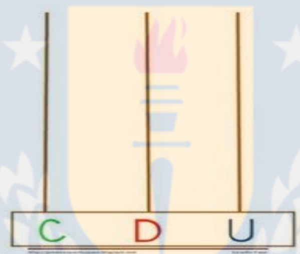


Respuesta:

Resto:

d) Diego compra 33 paletas y quiere hacer paquetes con 3 paletas cada uno, ¿Cuántos paquetes puede armar? ¿Cuántas paletas sobrarán?





Respuesta:

Resto:

Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

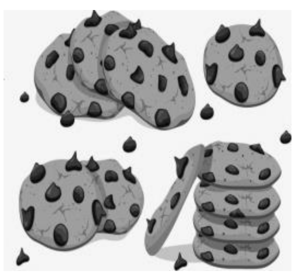
GUÍA DE APRENDIZAJE:
Representación pictórica II.

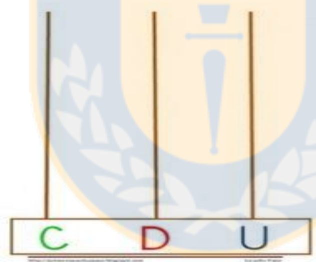
Nombre: ____ Curso: 4° B   Fecha: 04/06/2018

Objetivo: Utilizar reparto equitativo con material pictórico para la resolución de problemas que involucren la división.

I. Resuelva los siguientes problemas. Utilice el ábaco para realizar la operación necesaria. Represente la operación en el dibujo del ábaco que acompaña a cada problema.

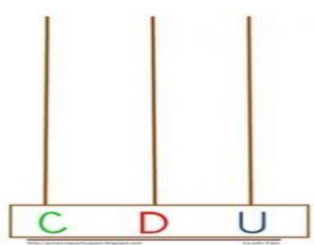
a) 14 galletas se repartirán a 4 amigos y todos recibirán la misma cantidad de galletas, ¿Cuántas galletas le tocarán a cada uno? ¿Cuántas galletas sobrarán?





Respuesta:
Resto:

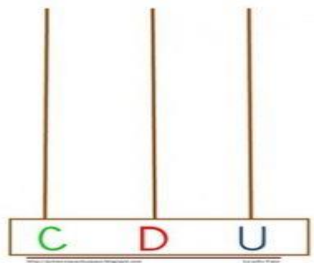
b) Se repartirán 24 fresas entre 6 niños. Todos recibirán la misma cantidad. ¿Cuántas fresas le tocan a cada uno? ¿Cuántas sobran?



Respuesta:
Resto:

c) Matías compró en la feria 18 zanahorias para sus 5 conejos y quiere darles la misma cantidad de zanahoria a cada uno. ¿Cuántas zanahorias comerá cada conejo? ¿Cuántas zanahorias sobran?

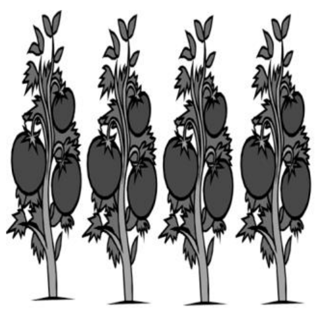
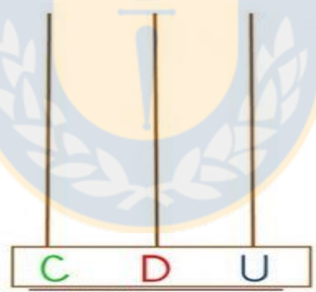




Respuesta:

Resto:

d) Don Miguel va a plantar 24 matas de tomate en su huerta. El desea plantarlas en filas que contengan 4 matas cada una, ¿Cuántas filas podrá formar? ¿sobra alguna mata de tomates?

Respuesta:

Resto:

GUÍA DE APRENDIZAJE:
Representación pictórica III.

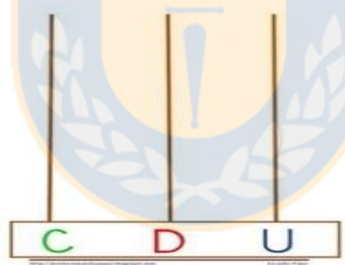
Nombre: ____ Curso: 4° B Fecha: 07/06/2018

Objetivo: Utilizar reparto equitativo con material pictórico para la resolución de problemas que involucren la división.

I. Resuelva los siguientes problemas. Utilice el ábaco para realizar la operación necesaria. Represente la operación en el dibujo del ábaco que acompaña a cada problema.

a) Sofía recogió 10 lechugas de su huerto y desea ponerlas de forma equitativa en 2 canastos, ¿Cuántas lechugas habrá en cada canasto? ¿Cuántas lechugas sobran?

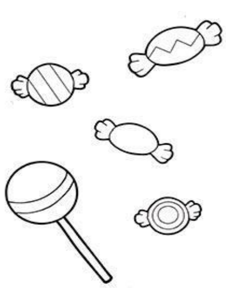
fig. 17 BANASTO fig. 17 BANASTO

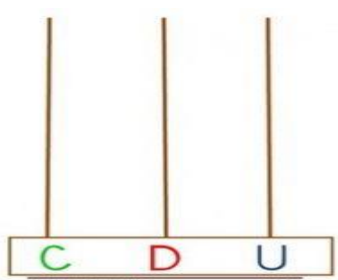


Respuesta:

Resto:

b) Hay 12 dulces. Se repartirán entre un grupo de niños. Si se reparte 3 dulces para cada uno, ¿para cuántos niños alcanza? ¿Cuántos dulces sobran?

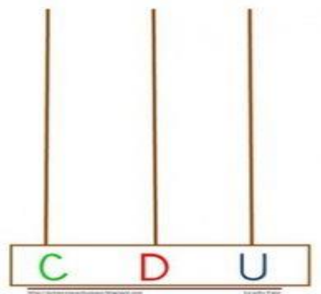




Respuesta:

Resto:

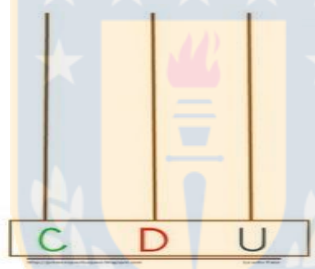
c) Si coloco 21 pasteles en cajas y en cada caja coloco 5 pasteles. ¿Cuántas cajas utilizo? ¿Cuántos pasteles sobran?



Respuesta:

Resto:

d) Martín tiene 27 flores, si hace ramos de 7 flores cada uno, ¿cuántos ramos puede hacer? ¿Cuántas flores le sobran?



Respuesta:

Resto:

Universidad de Concepción
Unidad Académica Los Ángeles
Departamento de Educación

GUÍA DE APRENDIZAJE:
Pensamiento simbólico.

Nombre: ____ Curso: 4° B Fecha: 11/06/2018

Objetivo: Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito, aplicando el algoritmo de la división.

I. Resuelve los siguientes ejercicios, utilizando para esto el espacio asignado.

1) 85:4=	2) 12:1=
3) 23:2=	4) 64:4=
5) 91:3=	6) 67:5=

7) 80:6=	8) 76:7=
9) 88:8=	10) 94:9=
11) 74:5=	12) 80:7=
13) 81:6=	14) 32:1=

15) 34:2=	16) 91:1=
17) 50:3=	18) 72:2=
19) 58:4=	20) 70:6=
21) 75:5=	22) 95:6=

23) 89:7=	24) 98:9=

Resolución de problemas

Para resolver problemas primero debes identificar cual es el dividendo y cuál es el divisor, luego aplicas el mismo procedimiento anterior.

Ejemplo:

Manuel compró 84 canicas y quiere repartirlas con 6 amigos ¿Cuántas canicas le tocan a cada uno? ¿Cuántas canicas sobran?

84 es el dividendo (total de elementos que deseo dividir)

6 es el divisor (cantidad de partes en que deseo repartir el dividendo).

Escribo esto como división y luego realizo el cálculo de la división.

84:6= ⟹ 8´4:6=14

24

0

Le tocarán 14 canicas a cada amigo y no sobrará ninguna.

Problemas.

1. Josefina tiene 93 pinches y desea guardarlos en cajas, si en cada caja alcanzan 8 pinches, ¿Cuántas cajas necesitará Josefina? ¿sobrará algún pinche?

2. Tomás tiene 87 láminas, si desea regalarlas a 8 amigos, ¿Cuántas láminas deberá darle a cada uno? ¿Cuántas láminas sobrarán?

3. Soledad tiene 99 plantas, las cuales ubicará en distintos lugares para el día del medio ambiente, si en cada lugar pondrá 9 plantas, ¿en cuántos lugares pondrá plantas? ¿sobrará alguna?

4. Marcelo tiene 96 autos de juguete ubicados en repisas, si en cada repisa hay 9 autos ¿Cuántas repisas tiene Marcelo? ¿Cuántos autos no están ubicados en repisas?