



**Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles
Escuela de Educación**

**Eficiencia de la Teoría de Situaciones Didácticas
en el tratamiento de errores frecuentes en
Matemática, y su incidencia en la motivación y
actitud hacia la matemática**

**Seminario de Título para optar al grado de Licenciado en Educación y al
Título Profesional de Profesor de Matemática y Educación Tecnológica**

Seminarista:

Daniel Ignacio Concha Cárdenas

Profesor Guía:

Mg. En Estadística, Sr. Sixto Martínez Hernández

Los Ángeles, Enero 2019



**Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles
Escuela de Educación**

**Eficiencia de la Teoría de Situaciones Didácticas
en el tratamiento de errores frecuentes en
Matemática, y su incidencia en la motivación y
actitud hacia la matemática**

**Seminario de Título para optar al grado de Licenciado en Educación y al
Título Profesional de Profesor de Matemática y Educación Tecnológica**

Seminarista:

Daniel Ignacio Concha Cárdenas

Profesor Guía:

Mg. En Estadística, Sr. Sixto Martínez Hernández

Comisión evaluadora:

Sr. Jorge Cid Anguita, Mg. En Enseñanza de las Ciencias (C).

**Sr. Cristian Pérez Toledo, Dr. En Ciencias Aplicadas con
mención en Ing. En Matemática.**

Los Ángeles, Enero 2019

RESUMEN

En la presente investigación se analiza la eficiencia de implementar talleres utilizando un método basado en la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau en: el tratamiento de errores frecuentes en la matemática, la motivación y actitud hacia la matemática.

La investigación se lleva a cabo en un liceo técnico profesional de la ciudad de Los Ángeles, en un curso de primer año medio, a los que se les aplica un pre-test de exploración de los errores basado en los tres primeros objetivos del programa de matemática, relacionados a los temas de: operatoria de números racionales, potencias de exponente entero y base racional y productos notables. Además en paralelo se les aplica un test de motivación y un test de actitud hacia la matemática.

Posterior a la intervención, se les aplica un post-test de exploración de los errores similar al anterior, en conjunto de los test de motivación y de actitud hacia la matemática aplicados al comienzo. Transcurrido un mes, se les aplica un test de exploración de errores para medir la cantidad de errores pasado un tiempo de la intervención.

En relación a los resultados, de acuerdo al análisis estadístico, se establece que los estudiantes logran disminuir su cantidad promedio de errores, manteniendo estos resultados en el tiempo.

Palabras claves: Error – Actitud hacia la matemática – Motivación frente a la matemática – Teoría de las situaciones didácticas.

ABSTRACT

In the present research to analyze the efficiency of implement workshops using a method based on the theory of didactic situations of Guy Brousseau in: the treatment of frequent mistakes in mathematics, the motivation and attitude towards mathematics.

The research is carried out in a professional technical lyceum in the city of Los Angeles, in a freshman year course, to which a pre-test of exploration of errors is applied, based on the first three objectives of the program of Mathematical, related to the topics of: operations with rational numbers, powers with rational basis and integer exponent and remarkable products. Besides, in parallel applies a motivation test and an attitude towards mathematics.

After the intervention, a post-test of exploration of the errors similar to the previous one is applied, together with a tests of motivation and attitude toward mathematics applied at the beginning. After one month, an error exploration test is applied to measure the quantity of errors after a time of intervention.

In relation to the results, according to the statistical analysis, it is possible to establish that the students achieve reduce their average quantity of errors, keeping these results in time.

Keywords: Mistake - Attitude towards mathematics - Motivation to mathematics - Theory of didactic situations.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer en primer lugar de forma especial a mi familia, a mi madre Luisa Cárdenas y a mi padre Roberto Concha, quienes son una de mis principales motivaciones para salir adelante, me han enseñado que el trabajo y la perseverancia siempre trae buenos frutos, igualmente agradezco a mis hermanos Richar, Roberto y Jano en conjunto con mi padrino Everardo, que siempre me han apoyado cuando los he necesitado, mostrándome su aprecio de forma constante, además de compartir conmigo los buenos y malos momentos.

También deseo agradecer a mi pareja Camila Belén que en estos últimos años hemos compartido una gran cantidad de momentos que nunca hubiese imaginado vivir, me ha mostrado que para tener una relación estable hay que dar todo de uno, en los momentos que te hacen querer revivirlos mil veces y en los otros que aunque toques fondo, sabes que el otro estará ahí para apoyarte, soportando muchas veces mi mal carácter.

Además quiero agradecer a mis amistades (Shirley, chino, pelao, parrisan, Quilleco y Jolias), por brindarme buenos momentos durante todo el periodo universitario, por haber compartido muchas aventuras juntos, experiencias y consejos, siempre estando dispuestos a brindar ayuda cuando más lo necesité, además de incorporarme en todas las actividades que no solo fueron de aprendizajes académicos, sino que me sirvieron para aprender sobre la vida y el compañerismo.

Finalmente quiero agradecer al equipo docente, especialmente a mi profesor guía de Tesis, Mg. Sixto Martínez, que me ayudo a llevar a cabo una de las etapas más difíciles de la universidad, mostrando siempre buena disposición y entregando sabios consejos para realizar un proyecto a la altura de lo requerido, de igual manera agradecer a la Tía Tina, quien nunca dudo en prestarme ayuda, aclarando dudas y entregando respuesta a las preguntas más insólitas.

DEDICATORIA

Les dedico este proyecto de investigación a mis sobrinos Richard, Jair y Josué y Nicolás, además de mi ahijado Joaquín para que les sirva como motivación para sus proyectos de vida.



Índice

RESUMEN	2
ABSTRACT	4
AGRADECIMIENTOS.....	5
DEDICATORIA	6
INTRODUCCIÓN.....	11
1 CAPITULO 1: PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN	13
1.1 Definición del tema.....	13
1.2 Planteamiento del problema.....	14
1.3 Justificación.....	16
1.4 Preguntas de investigación.....	18
1.5 Objeto de Estudio.....	19
1.6 Objetivo general.....	19
1.7 Objetivos específicos	19
1.8 Hipótesis.....	20
2 CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO.....	22
2.1 Error, obstáculos y dificultades del aprendizaje.....	22
2.1.1 Definición y características del error.....	22
2.1.2 Error en aula	24
2.1.3 Error en matemática	26
2.1.4 Dificultades en el aprendizaje.....	30
2.1.5 Obstáculos	31
2.1.6 Clasificaciones de los errores.....	33
2.2 Teoría de las situaciones de Guy Brousseau	36
2.2.1 Orígenes	36
2.2.2 Contrato didáctico	37
2.2.3 Las situaciones	39
2.2.4 Tipos de situaciones didácticas	42
2.3 Actitud.....	43

2.3.1 Definición y características	43
2.3.2 Actitud en aula	45
2.3.3 Actitud en matemática.....	48
2.4 Motivación	51
2.4.1 Definición y características	51
2.4.2 Motivación en aula	54
3 CAPITULO 3: MARCO METODOLÓGICO	56
3.1 Propósito	56
3.2 Enfoque	56
3.3 Dimensión temporal.....	57
3.4 Unidad de análisis	57
3.5 Recolección de datos	57
3.6 Variables.....	58
3.6.1 Variables dependientes	58
3.6.2 Variables independientes.....	58
3.6.3 Variables intervinientes.....	58
3.7 Descripción y validación de los instrumentos.....	58
3.7.1 Pre-test de errores	59
3.7.2 Test de Actitud hacia la Matemática	59
3.7.3 Test de motivación frente a la Matemática	60
3.7.4 Post-test de errores.....	61
3.7.5 Post-test de errores 2.....	61
3.8 Tratamiento de los datos	62
3.9 Descripción del método.....	62
4 CAPITULO 4: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	66
4.1 Identificación de los errores más frecuentes.....	66
4.2 Verificación de hipótesis.....	72
4.2.1 Primera hipótesis de trabajo	72

4.2.2 Segunda hipótesis de trabajo	73
4.2.3 Tercera hipótesis de trabajo	74
4.2.4 Cuarta hipótesis de trabajo	76
4.2.5 Quinta hipótesis de trabajo	78
4.2.6 Sexta hipótesis de trabajo.....	80
4.2.7 Séptima hipótesis de trabajo.....	81
4.2.8 Octava hipótesis de trabajo	83
4.2.9 Novena hipótesis de trabajo	84
4.2.10 Decima hipótesis de trabajo.....	85
4.2.11 Undécima hipótesis de trabajo.....	86
4.2.12 Duodécima hipótesis de trabajo	87
4.2.13 Decimotercera hipótesis de trabajo	88
5 CAPITULO 5: CONCLUSIONES, REFLEXIONES Y SUGERENCIAS	90
5.1 Conclusiones.....	90
5.2 Reflexiones.....	93
5.3 Sugerencias.....	94
6 Referencias Bibliográficas	95
7 Anexos	102
7.1 Anexo n°1: Talleres	102
7.2 Anexo n°2: Planilla de validación	109
7.3 Anexo n°3: Resultados validación.....	111
7.4 Anexo n°4: Instrumento validado	112
7.5 Anexo n°5: Alfa de Cronbach.....	115
7.6 Anexo n°6: Test de Actitud.....	116
7.7 Anexo n°7: Test de Motivación	118
7.8 Anexo n°8: Planilla de validación	120
7.9 Anexo n°9: Resultados de validación.....	122
7.10 Anexo n°10: Instrumento validado	123
7.11 Anexo n°11: Alfa de Cronbach.....	126

7.12 Anexo n°12: Planilla de validación	127
7.13 Anexo n°13: Resultados de validación	129
7.14 Anexo n°14: Instrumento validado	130
7.15 Anexo n°15: Alfa de Cronbach.....	133
7.16 Anexo n°16: Normalidad de datos	135
7.17 Anexo n°17: Tabulación general de datos	136
7.18 Anexo n°18: Tabulación por género de datos.....	138
7.19 Anexo n°19: Carta Gantt de actividades	139
7.20 Anexo n°20: Variación de errores mujeres y hombres	140



INTRODUCCIÓN

La matemática en la actualidad cumple un rol fundamental para la sociedad, ya que, todo lo que rodea al ser humano tiene base y sustento en ella. Producto de lo anterior, es que para cada individuo, debe existir un conocimiento en esta área que le permita desenvolverse tanto en actividades de la vida diaria, como en procesos más complejos de tipo académicos o científicos. Quien posee la responsabilidad de otorgar espacios y abrir oportunidades a este conocimiento, son los docentes, los cuales buscan a través de distintos métodos y estrategias generar en el estudiante, motivación por el descubrimiento dentro de esta cátedra, lo que lleva al docente a tener propios sistemas metacognitivos para evaluar su desempeño, reflexionando y tomando decisiones que repercuten directamente en el estudiante, teniendo como principal objetivo generar aprendizajes significativos.

Por otro lado, los estudiantes al tener características e intereses distintos, evidencian la adquisición de los nuevos conocimientos a través de variados estilos de aprendizaje, por lo que durante su formación educativa, experimentarán en más de una ocasión el error, lo cual forma parte normal de estos procesos, considerando este fenómeno como una oportunidad para mejorar y aprender de ellos. Por su parte, el docente busca trascender en sus estrategias utilizando lo cotidiano o más cercano al estudiante, para que tenga un valor y sello personal, que los represente y se sientan finalmente cautivados e identificados con sus propios procesos de aprendizaje.

En la presente investigación se busca analizar las experiencias descritas anteriormente, tanto el tratamiento de errores frecuentes de matemática, considerando la motivación y actitud de los estudiantes, como la labor docente mediante el uso de talleres basados en la teoría de situaciones didácticas, que es una teoría relativamente nueva.

Este informe se compone de cinco capítulos. El primero de ellos considera la definición del tema, planteamiento del problema, justificación, preguntas de investigación, objeto de estudio, objetivo general, objetivos específicos a desarrollar e hipótesis, escenario en el cual está basada la investigación e intervenciones pedagógicas. A lo largo del segundo capítulo, se expone el sustento teórico en el cual está basada la investigación, abarca temas como error, teoría de las situaciones didácticas, actitud y motivación. En el tercer capítulo se presenta el marco metodológico, conteniendo la metodología del proceso investigativo, técnicas de recolección de datos y técnicas de análisis. En este último, se establece el diseño metodológico investigativo, se da a conocer el enfoque cuantitativo de la investigación y se presenta la muestra que se consideró para el estudio, correspondiente a estudiantes de un Liceo Técnico profesional de la ciudad de Los Ángeles. Además se describen los 3 tipos de test utilizados, relacionados a la exploración de errores, actitud y motivación frente a la matemática. También, se presenta el tratamiento de los datos utilizando un software de estadística, llamado "XLSTAT".

Luego, en el cuarto capítulo se presenta el análisis de la información extraída de los instrumentos, los cuales son: test de exploración de errores, test de actitud frente a la matemática y test de motivación hacia la matemática. Finalmente, en el quinto capítulo se exponen conclusiones, reflexiones y sugerencias de los resultados de la investigación.

1 CAPITULO 1: PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Definición del tema

El desempeño de los estudiantes en el área de la matemática a nivel nacional, se mide por medio de la evaluación SIMCE (Sistema de Medición de Calidad de la Educación) la cual indica las deficiencias en esta área, reflejado en los bajos puntajes obtenidos en dicha evaluación en el año 2017 (Agencia de Calidad de la Educación, 2018). Por otro lado, una de las escalas de medición en rendimiento académico a nivel internacional, como la prueba PISA (Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), arroja resultados que se encuentran bajo la media internacional de los países que pertenecen a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2016).

Para dar solución a los resultados expuestos anteriormente, en esta investigación se indaga en los errores cometidos por los estudiantes de primer año medio, en los primeros tres objetivos del programa de matemática, otorgado por el Ministerio de Educación (MINEDUC). Una vez encontrados los errores más frecuentes, para intervenir en estos, se hace uso de talleres basados en la teoría de situaciones didácticas¹, buscando la disminución parcial o total de dichos errores. En paralelo a esto se genera un estudio que tiene como objetivo establecer una relación entre la actitud frente a la matemática y la motivación de los estudiantes con su desempeño académico, antes y después de la intervención.

Finalmente se busca a través del rol docente generar un plan educativo de trabajo realista a la diversidad de los estudiantes, interviniendo en igualdad de

1 De ahora en adelante se utilizara el término “método” para referirnos a los talleres basados en la teoría de las situaciones didácticas

aspectos no solo curriculares, como lo son las evaluaciones, teorías e intervenciones pedagógicas, sino que de forma transversal en la formación personal de los estudiantes como lo son la actitud y la motivación.

1.2 Planteamiento del problema

La sociedad vive integrada en un mundo donde las comparaciones se dan día a día, muchas veces estas comparaciones muestran resultados negativos, lo que hace buscar mejorar. Internacionalmente las comparaciones muestran el bajo nivel que tenemos en el área de la matemática (OCDE, 2016). Para efectos de esta investigación, como estándar de comparación con otros países, se utiliza la evaluación PISA 2015. Gurría (2016) citado en OCDE (2016) hace una descripción de dicha prueba indicando que:

“a lo largo de la última década, se ha convertido en el principal baremo mundial para evaluar la calidad, equidad y eficiencia de los sistemas educativos, en tres áreas específicas; ciencias, lectura y matemática. PISA ayuda a identificar las características de los sistemas educativos de mayor rendimiento, lo que puede permitir a gobiernos y educadores reconocer políticas efectivas que pueden adaptar a sus contextos locales” (p.2)

Dentro de esta evaluación, específica de matemática se mide la alfabetización de un niño de 15 años para formular, emplear e interpretar la matemática en una variedad de contextos para describir, predecir y explicar fenómenos, reconociendo el papel que juega la matemática en el mundo. Específicamente en matemática se producen malos resultados a nivel internacional, evidenciado de forma estadística en esta prueba, en donde en PISA 2015 se obtuvo un resultado bajo el promedio general Internacional estipulado, ubicando a Chile en el puesto n°44 de 70 países en total (OCDE, 2016), siendo este un antecedente que demuestra que el sistema educativo en

Chile no es lo suficientemente efectivo, para generar aprendizajes competentes a nivel internacional.

Por otro lado, a nivel país existe un Sistema de Medición de Calidad de la Educación (SIMCE), el cual es un sistema de evaluación que la Agencia de Calidad de la Educación utiliza para evaluar los resultados de aprendizaje de los establecimientos, evaluando el logro de los contenidos y habilidades del currículo vigente, en diferentes asignaturas o áreas de aprendizaje, a través de una medición que se aplica a todos los estudiantes del país que cursan los niveles evaluados, su principal propósito consiste en contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación, informando sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes en diferentes áreas de aprendizaje del currículo nacional, y relacionándolos con el contexto escolar y social en el que estos aprenden (Agencia de Calidad de la Educación, 2018).

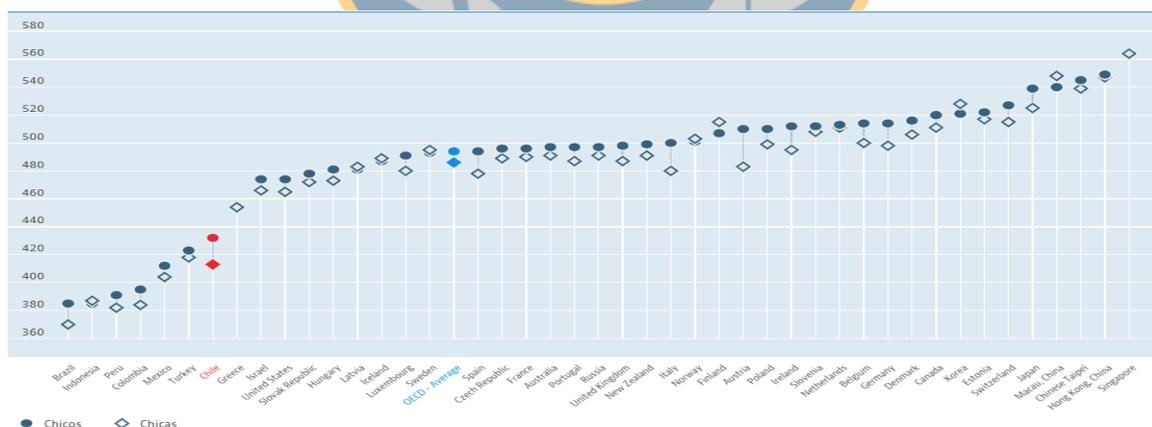
De acuerdo a los resultados SIMCE 2017, se expone un bajo aumento de puntos en la última década y estabilidad de los resultados obtenidos a partir del año 2006 (Agencia de Calidad de la Educación, 2018), estos resultados en conjunto a los obtenidos en la prueba PISA 2015, demuestran que la educación en Chile no solo no es competitiva a nivel internacional, sino que se evidencia el bajo aumento o estancamiento de desempeño en esta área educativa, lo que causa preocupación en profesores de esta área, creando la necesidad de cambiar esta situación. La labor docente trae consigo una constante búsqueda de querer siempre ser mejor, es por esto que los docentes deben aprender tanto de sus aciertos como de sus errores en su quehacer pedagógico, de igual manera los estudiantes deben considerar que los errores son partes del aprendizaje, es por ello que en esta investigación se busca intervenir en estos errores, ya que los bajos resultados evidenciados anteriormente, podrían deberse a los errores producidos por los estudiantes.

1.3 Justificación

Para cada docente es fundamental que sus estudiantes logren un aprendizaje significativo, y puedan utilizarlo fuera del aula de clases, formando personas capaces de integrarse sin problemas a la sociedad. Pero para que estos conocimientos transmitidos logren este objetivo, se deben reflejar en los resultados obtenidos por los estudiantes, al manipular estos conocimientos.

Según los últimos resultados de esta evaluación PISA 2015, la cual discrimina sus resultados por sexo y edad, particularmente Chile, obtuvo un resultado total de 447 puntos, el que se encuentra bajo el promedio general internacional estipulado, el que corresponde a 500 puntos. Dentro de la evaluación específica del área de matemática, Chile obtuvo un puntaje promedio de 423 puntos, con una tendencia al alza de 4 puntos porcentuales desde la última evaluación realizada tres años antes, en donde los hombres obtuvieron un puntaje bruto de 432 puntos y las mujeres un puntaje bruto de 413 puntos (ver Gráfico 1), lo cual contrasta con el rendimiento medio en PISA 2015 en esta área específica de 490 puntos (OCDE, 2016).

Gráfico 1: Rendimiento Matemático
Niños / Niñas y Puntuación media.



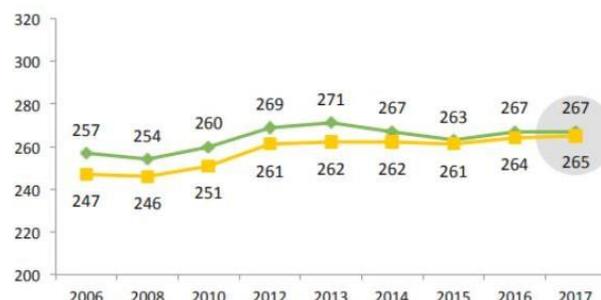
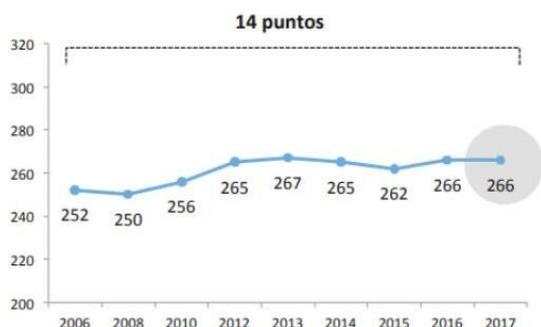
Fuente: OCDE (2016). PISA 2015 Resultados Clave.

Por otro lado, según los datos estadísticos en el área específica de matemática de la Evaluación SIMCE 2017, se expone un aumento de 14 puntos en la última década y estabilidad de los resultados obtenidos a partir del año 2012, de igual modo queda en evidencia el bajo aumento o estancamiento de desempeño en esta área educativa. También, se registra un aumento sostenido y significativo en esta brecha de tiempo en el rendimiento de las mujeres, existiendo una diferencia de 2 puntos brutos entre ambos géneros en la última prueba SIMCE 2017 (Ver Gráfico 2), en donde los hombres y mujeres obtuvieron un puntaje bruto de 267 y 265 puntos respectivamente (Agencia de Calidad de la Educación, 2018).

Gráfico 2: Resultados SIMCE en área de Matemática

Estadística última década

Área Matemática por género



Fuente: Agencia de la Calidad de la Educación (2018). Resultados educativos.

Esto ha llevado investigar las causas del origen de estos resultados, proponiéndose diversas formas de intervenir esta problemática, una de ellas fue realizar exploración de errores frecuentes en el área de la matemática en estudiantes de enseñanza media, tema de investigación que ha sido tratado en tesis anteriores, como en Aguilera (2010), Maltes y Vera (2012), Arias y Vallejos (2016) y Tapia y Ulsen (2017). Estas investigaciones ayudan al docente a

entender en qué áreas de la matemática se producen más errores, quedando en manos del profesor el tener que disminuir o eliminar estos errores. El no tratar los errores frecuentes en matemática, puede ser una de las principales barreras para mejorar en los resultados en matemática a nivel país e internacional, que es lo que en Chile se desea mejorar en el futuro.

Esta investigación se realiza porque se desea entregar una herramienta para los docentes, la que puedan utilizar en alguna instancia en el aula, tratando errores frecuentes en estudiantes en la asignatura de matemática, específicamente en álgebra y números, siendo estas ramas de la matemática las primeras que se tratan en primer año medio, en donde es posible tratar errores que se traen desde la enseñanza básica, siendo estos remediados a tiempo sin que se transformen en obstáculos para los siguientes conocimientos.

Además el tratamiento de estos errores será desde la teoría de las situaciones didácticas, porque esta teoría es relativamente nueva y ha ido tomando un papel protagónico dentro de la comunidad pedagógica, siendo útil para los docentes que quieran interiorizar más sobre este tema, extrayendo información y metodologías de trabajo.

1.4 Preguntas de investigación

- ¿Qué errores en Números y Álgebra son los predominantes entre los estudiantes de un liceo T.P. de la ciudad de Los Ángeles?
- La aplicación del método, ¿Permite disminuir los errores cometidos por los estudiantes?
- ¿La distribución de los errores cambia producto de la aplicación del método?
- ¿Qué género comete más errores?
- La aplicación del método, ¿produce un cambio en la actitud de los alumnos de primer año medio en eje de Números y Álgebra?

- La aplicación del método, ¿produce un cambio en la motivación de los alumnos de primer año medio en eje de Números y Álgebra?
- ¿Existe relación entre la actitud de los estudiantes hacia la matemática y los errores cometidos?
- ¿Existe relación entre la motivación de los estudiantes hacia la matemática y los errores cometidos?
- ¿Existe relación entre la actitud de los estudiantes hacia la matemática y la motivación de estos?

1.5 Objeto de Estudio

El objeto de estudio para esta investigación son los errores cometidos en matemática, en la operatoria de números racionales, potencias de base racional con exponente entero y desarrollo de productos notables.

1.6 Objetivo general

Analizar la efectividad de tratar errores frecuentes en estudiantes de primer año medio en la asignatura de matemática en el eje temático de álgebra y números utilizando talleres basados en la teoría de las situaciones didácticas.

1.7 Objetivos específicos

- Identificar los errores más frecuentes que cometen los estudiantes de primer año medio de un Liceo Técnico Profesional de la comuna de Los Ángeles en las unidades de números y álgebra.
- Comparar la frecuencia de los errores antes y después de la aplicación del método.
- Establecer si existe cambio en la distribución de errores producto de la aplicación del método.
- Evaluar si existe diferencia en la frecuencia de errores cometidos entre los géneros.

- Comparar la actitud frente a la matemática de los estudiantes antes y después de la aplicación del método.
- Comparar la motivación de los estudiantes antes y después de la aplicación del método.
- Establecer si existe relación entre los errores frecuentes y la actitud hacia la matemática de los estudiantes.
- Establecer si existe relación entre los errores frecuentes y la motivación hacia la matemática de los estudiantes.
- Establecer si existe relación entre la actitud y la motivación hacia la matemática de los estudiantes.

1.8 Hipótesis

- H1) La aplicación del método disminuye la cantidad de los errores de los estudiantes.
- H2) La cantidad de errores es distinto después de un tiempo de aplicado el método.
- H3) Las distribuciones de los errores cambia producto de la aplicación del método.
- H4) Antes de la aplicación del método existe diferencia en la cantidad de errores de acuerdo al género.
- H5) Posterior de la aplicación del método, existe diferencia en la cantidad de errores de acuerdo al género.
- H6) La aplicación del método afecta la actitud frente a la matemática de los estudiantes.
- H7) La aplicación del método afecta la motivación hacia la matemática de los estudiantes.
- H8) Antes de la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes.

- H9) Antes de la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes.
- H10) Antes de la aplicación del método existe relación entre la motivación y actitud frente a la matemática de los estudiantes.
- H11) Posterior a la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes.
- H12) Posterior a la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes.
- H13) Posterior a la aplicación del método existe relación entre la motivación y actitud frente a la matemática de los estudiantes.



2 CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 Error, obstáculos y dificultades del aprendizaje

2.1.1 Definición y características del error

Actualmente como sociedad se vive en un mundo en donde las acciones están permanentemente bajo la interpretación o el juicio de otros, en donde la subjetividad personal de estos juicios, es considerada como una única verdad, catalogando de errónea toda aquella idea que no se comparta como tal. En relación a esto, Brousseau (1983) citado en Caronía, Mayol, Rivero y Operuk (2014) indica que:

“El error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar como se cree en las teoría empiristas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que, ahora, se revela como erróneo, o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos, ni imprevisibles; están constituidos como obstáculos. Tanto en el funcionamiento del maestro como en el del alumno, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido. (p.7)

Además bajo este mismo planteamiento, Cervantes y Martínez (2013) sostienen que “los errores son construcciones conscientes del individuo que aprende” (p.105). De acuerdo a las ideas de los autores, las personas cometen estos errores bajo la convicción que lo que están haciendo es correcto, ya sea por un aprendizaje anterior adquirido de forma incorrecta, o que en su evolución se ha transformado en algo erróneo.

Bajo la concepción que las personas evidentemente no buscan equivocarse, sus acciones no están ajenas del error, y en este proceso de constante aprendizaje entre lo correcto e incorrecto, se adquiere la capacidad

de disminuir o resolver las situaciones que conllevan al error. Una idea de esto, es lo expuesto por Radatz (1980) citado en Mora (2003) quien afirma que:

“todos los seres humanos cometemos diaria y continuamente muchos errores, pero, por otra parte, también hemos construido una cultura de penalización de los errores. Tal vez esta actitud esté relacionada con la necesidad de justicia que necesitan los seres humanos; sólo que el error desde el punto de vista didáctico no tiene la misma connotación que desde el punto de vista judicial o jurídico”

Complementando lo expuesto anteriormente, Lakatos (1978) citado en Cervantes y Martínez (2013) considera que:

“el conocimiento es falible, por lo que no está libre de errores, en consecuencia, es importante mostrar caminos que lleven a plantear conjeturas que aproximen a una solución a un problema dado y estas conjeturas se sometan a prueba con contraejemplos” (p.105)

Haciendo alusión a lo expuesto por los autores, pese a que el humano esté siempre ligado al error, ya que está en constante evolución, este tiene la capacidad de reflexionar en ello y eliminar el error, comprobando el origen o por qué del error, ya sea por sus propios medios a través de procesos de metacognición o bajo la influencia externa del saber, esta última no estando libre de juicios, siendo considerada normalmente negativa.

Desde una mirada hacia la evolución del error, se puede mencionar que de no ser tratado oportunamente, este se puede transformar en algo de mayor incidencia, siendo perjudicial para el desarrollo integral de las personas. Estos errores prolongados en el tiempo son ejemplificados por Charnay y Mante (1991) citado en Caronía, Mayol, Rivero y Operuk (2014) de esta forma, afirmando que:

“los errores se consideran significativos, y poseen las características de ser “reproducibles”, cuando se manifiesta una cierta persistencia. Por lo tanto no son considerados al azar, o por distracción.

Además sostienen que estos hechos no son aislados pueden ponerse en relación con otros, formando una suerte de red o de sistema de errores” (p.7)

De esta forma, se concluye que la temporalidad con la que se intervenga en el error, es esencial para un correcto manejo de este, evitando que la presencia de los errores, ya sean aislados o enlazados en forma de red, intervengan de forma significativa y constante en los procesos de aprendizaje del ser humano, los cuales pueden verse afectados en la incorporación de nuevos conocimientos, si a la base de estos se encuentra el error, magnificando los efectos negativos para su propio desarrollo.

2.1.2 Error en aula

Dado que el error se encuentra directamente ligado a las personas, siendo estas incapaces de eliminarlo de su vida, se debe aprender a vivir con este y utilizarlo como un medio para desarrollarse de forma integral, llegando a formar parte de la relación profesor-estudiante. En relación a esto Araya, Berger y Martínez (2017) sostienen que: “Los errores le permiten detectar dificultades en sus estudiantes” (p.996). Complementando lo anterior Araya, Berger y Martínez (2017) señalan que: “Se pueden utilizar los errores como una forma de motivar la discusión entre los estudiantes en torno a qué estrategia o resolución es correcta o incorrecta, lo que permite el intercambio de ideas entre alumnos” (p.996). De acuerdo a estas ideas, se tiene que el error puede ser de gran ayuda para los docentes, ya que le entrega medios al profesor para analizar de mejor forma a los estudiantes, siendo capaz de abordar áreas del conocimiento que más le complican a los alumnos. Además se destaca que el error puede crear instancias donde los estudiantes tienden a relacionarse, compartiendo ideas y opiniones alrededor a un error, fomentando el trabajo en grupo.

En relación a lo anterior, se pueden existir situaciones en donde no se da espacio al error, siendo utilizado de manera negativa, causando problemas para los estudiantes, como explica Mora (2003) indicando que: “El error y las

concepciones erróneas previas de los estudiantes no son aprovechados como punto de partida para una buena enseñanza; más bien, por el contrario, se penalizan fuertemente generando frustración, rechazo e impotencia en los estudiantes”. Basándose en esto, si el error se toma como algo negativo, puede afectar directamente al estudiante creando desmotivación y sentimientos negativos, que se mantienen a través del tiempo y afectan a la incorporación de nuevos conocimientos.

Al centrar el error en el contexto de una sala de clases, se tiene en cuenta que es el docente el encargado de utilizar de forma beneficiosa al error, siendo una tarea que si se aborda de buena manera puede traer excelentes resultados, para esto es que el profesor debe tratar de forma analítica y reflexiva los errores de los estudiantes. Relacionado a lo anterior Araya, Berger y Martínez (2017) exponen que: “Detrás de una respuesta incorrecta podría haber un razonamiento correcto” (p.996). Además estos autores Araya, Berger y Martínez (2017) concluyen que: “Cometer errores es una forma de aprender, dado que el profesor puede retroalimentar y guiar al alumno en torno a este” (p.996). Ambas citas son complementadas por Brito y Fernández (2018) sosteniendo que:

“los errores cognitivos y sus causas desde la perspectiva abordada por los autores, debe ser considerado uno de los principales desafíos de la práctica pedagógica e identificado como uno de los ejes conceptuales del diseño, desarrollo y evaluación de la clase como célula fundamental” (p.88)

Concluyendo lo anterior, se establece que la tarea del docente en el aula de clases, es reflexionar acerca del error del estudiante, siendo capaz de entender el origen de este, para posteriormente intervenir realizando actualizaciones en el conocimiento del estudiante, por medio de un trabajo en conjunto y continuo con él.

Es importante que el docente busque herramientas para poder tratar de diferentes maneras al error de los estudiantes, esto ayuda a que el profesor mejore su práctica pedagógica, siendo capaz de desarrollar estudiantes integrales y sin miedo a equivocarse, siendo el tratamiento de errores una instancia de reflexión y provechoso para ambas partes. En relación al tratamiento de errores Brito y Fernández (2018) sostienen que:

“los autores identifican el tratamiento de los errores cognitivos y sus causas como un contenido que sirve de base al proceso de articulación interdisciplinaria, especialmente desde el contexto de la clase de didáctica como requisito para el logro de un aprendizaje desarrollador con enfoque profesional” (p.84)

Además Cervantes y Martínez (2013) indican que: “es necesario que mediante actividades concretas se muestren alternativas que le permitan modificar lo aprendido a partir de la misma fuente del error” (p.105). De acuerdo a las ideas que plantean anteriormente los autores, se argumenta que el tratamiento de errores se utiliza como base desde en una clase de didáctica, en donde se busca un aprendizaje significativo y duradero en los estudiantes, además de que el estudiante debe ser capaz de reflexionar sobre el origen de su error, validando que efectivamente es un error y cómo hacer para evitarlo.

2.1.3 Error en matemática

Durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes, estos cometen diversos errores que se distribuyen en todas las áreas que se estudian, en donde cada estudiante está propenso a cometer errores, aunque en algunas áreas más que en otras. Al centrarse en la clase de matemática preparada por los docentes, se destaca que en las clases tradicionales se enfoca en evitar el error del estudiante, desaprovechando un recurso que utilizado de manera correcta traería un aprendizaje más significativo para el estudiante. Mora (2003) se refiere a las clases tradicionales sosteniendo que:

“La tradición didáctica insiste en que los estudiantes deben responder siempre de manera correcta tanto a las preguntas orales realizadas por los docentes durante el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el aula como en las evaluaciones escritas presentadas por éstos”

Además complementando lo anterior Mora (2003) indica que:

“Los errores en matemática, aparentemente, son cometidos solamente por los estudiantes y no por los docentes o matemáticos profesionales. Está equivocada percepción en cuanto a quién comete errores o no durante el quehacer matemático ha contribuido con la mistificación del aprendizaje matemático. Saber matemáticas, se dice con frecuencia, es resolver los problemas o ejercicios matemáticos de manera independiente sin compartir con otros y cometer errores. Esta posición extrema asumida cotidianamente por muchos matemáticos y educadores matemáticos limita considerablemente el aprendizaje y provoca en los estudiantes un amplio rechazo hacia esta disciplina”

En relación a lo planteado anteriormente por este autor, se deduce que en las clases tradicionales, no se toma en cuenta el error de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y evaluación, resaltando solo la importancia de las respuestas correctas, rechazando los errores producidos por los alumnos, provocando sentimientos negativos en los estudiantes en relación al área de matemática. Además se destaca el pensamiento que predomina en estos docentes que no toman en cuenta el error en sus prácticas pedagógicas, proponiendo que ellos están desligados de errar, adoptando una postura de superioridad y sin falencias entorno a su conocimiento.

En la práctica pedagógica de los profesores de matemática, se relaciona el error al esfuerzo que ejerce el estudiante para desarrollar su conocimiento, debido a que en estas prácticas el estudiante se transforma en un reproductor de técnicas y procedimientos utilizadas por el docente, produciéndose el error solo si el estudiante se equivoca al reproducir lo enseñado. Caronía, Mayol,

Rivero y Operuk (2014) se refieren a la opinión respecto al error por parte de algunos docentes explicando que:

“los errores en las resoluciones matemáticas, debe ser una cuestión explícitamente considerada en la formación de los futuros docentes, además de contribuir a desnaturalizar la concepción dominante, según la cual: “el alumno es el que no estudia” o “con más ejercitación (de la misma clase) podrán saber” (p.11)

Relacionado a esta idea Mora (2003) indica que: “las razones por las cuales las matemáticas escolares se han convertido en una lista de algoritmos tiene que ver con la concepción didáctica en cuanto a que estos procedimientos compactos ayudan a simplificar la solución de muchos ejercicios matemáticos”. En relación a esto Wussing (1998) citado en Mora (2003) sostiene que “el desarrollo histórico de las matemáticas ha obedecido a intereses, inquietudes y necesidades de los seres humanos, lo cual significa que debemos concienciar a nuestros estudiantes sobre el contexto y el momento histórico donde ha tenido lugar su desarrollo”. De acuerdo a lo anterior, se tiene que es frecuente que los docentes utilicen la poca motivación de los estudiantes para justificar que ellos no adquieran el conocimiento de forma correcta, mostrando que el tratar los errores de los estudiantes, no se encuentra considerada en la formación docente. Además se plantea que el hecho de que el estudiante se encuentre actualmente acostumbrado a reproducir algoritmos enseñados por el profesor, es que esto ayuda a llegar a la solución de muchos ejercicios de forma fácil y sin mayores complicaciones. Por último, se propone que en el aula de clases se debiera entregar el conocimiento, mencionando el cómo y porque se originó este conocimiento, dando a conocer que para llegar a él no fue un trabajo simple, señalando que para los matemáticos de esas épocas tuvieron muchos errores antes de llegar a proponer algo válido en matemática.

Es importante analizar la forma en que se trabaja en el área de la matemática con los estudiantes, ya que esta disciplina ayuda a desarrollar

diversas habilidades en los estudiantes, y es fundamental no evitar trabajar con el error a la hora de construir el conocimiento, teniendo en cuenta que los estudiantes van a cometer distintos y los mismos errores que estudiantes de generaciones anteriores. Relacionado a la forma de incluir el error en la clase de matemática Mora (2003) plantea que:

“En el caso de las matemáticas, en vez de que los estudiantes dediquen grandes cantidades de tiempo a la elaboración de ejercicios con muy poco sentido y significado para su formación integral y general, deberían construir o encontrar, durante un largo proceso de trabajo activo, reglas, procedimientos, leyes, estrategias de solución de problemas; así como reconocer los posibles errores y las formas de solventarlos. Quizás el elemento central del trabajo libre consiste en disponer de tiempo para profundizar, reflexionar, indagar, imaginar y soñar las matemáticas”

Además en relación a los errores que cometen los estudiantes Cervantes y Martínez (2013) indican que: “Los errores en los desarrollos algebraicos son muy frecuentes, al punto que una gran cantidad de nuestros estudiantes los consideran propiedades algebraicas válidas, utilizándolos con cierta naturalidad y convencimiento” (p.106). Junto a esto Caronía, Mayol, Rivero y Operuk (2014) argumentan que:

“La aplicación de propiedades: los alumnos estiman posible la aplicación de la propiedad distributiva en los casos de: la raíz, la potencia, el cociente, respecto de la suma, entre otros. Estos tipos de errores están asociados a un pensamiento lineal, lo cual obstaculiza implícitamente a otros modelos no lineales” (p.7)

Se concluye de acuerdo a lo argumentado por los autores anteriormente, que el tratar los errores en el área de matemática, posibilita que el estudiante se desarrolle de forma integral, potenciando distintas habilidades, que trabajando de forma tradicional no se conseguiría. También se muestran algunos errores que cometen los estudiantes desarrollando propiedades autónomas que carecen de validez, que utilizan de forma natural y con confianza, un ejemplo de

esto aquí mencionado, es el tender a utilizar la propiedad distributiva en donde la propiedad no es válida, actuando como un obstáculo para adquirir nuevos conocimientos.

2.1.4 Dificultades en el aprendizaje

La diversidad de los estudiantes hace que los contenidos vistos en el aula, no sean recibidos de igual forma por todos los ellos, presentando distintas dificultades dependiendo de cada alumno. De acuerdo con Brody y Mills (1993) citado en Bermejo y Pérez (2009):

“Aunque no existe una definición rigurosa y universal de las "Dificultades específicas de Aprendizaje" (DA), la mayoría de ellas suelen basarse en tres criterios esenciales: especificidad, discrepancia y exclusión. El primero de ellos supone que las Dificultades de Aprendizaje están limitadas a un número restringido de dominios académicos y cognitivos. El segundo determina que los rendimientos no miden el potencial del alumno. Y por último, el tercero postula que las Dificultades de Aprendizaje se distinguen de otras condiciones de hándicap o desventaja” (p.31)

Específicamente en el área de la matemática Hitt y Caamaño (2001) citado en Aravena y Caamaño (2007) sostienen que:

“Una de las principales dificultades en la enseñanza de la matemática se debe, en general, a la no existencia de la integración entre la matemática y las otras áreas del conocimiento, impidiendo a los estudiantes que puedan desarrollar los algoritmos algebraicos requeridos en función del objetivo final **perseguido**” (p.8)

En relación a esto Alarcón, Limas y Jiménez (2015) consideran que, “El inadecuado funcionamiento de la relación entre estudiante y profesor puede crear dificultades en el proceso de aprendizaje del estudiante” (p.127). De acuerdo a esto, queda en evidencia que es labor del docente tratar las dificultades en la enseñanza, tomando importancia la relación que él establezca con los estudiantes y la forma que se traten los contenidos en el aula.

Alarcón, Limas y Jiménez (2015) proponen que:

“El profesor se desplaza en el aula dependiendo de los intereses y nivel de los estudiantes, en las clases observadas el profesor actúa en base a situaciones presentadas en el aula, es decir, toma en cuenta las dificultades que manifiestan los estudiantes en el momento de abordar un tema” (p.146)

Ligado a lo anterior, Bermejo y Pérez (2009) se refieren a la detección precoz de las dificultades de los estudiantes sugiriendo que:

“no sólo permitirá intervenir en el área de su dificultad, sino también a no descuidar aquellas habilidades en las que el niño es más competente, ya que si se trabajan adecuadamente le ayudarán en el futuro, al menos, a tener una autoestima más positiva” (p.34)

De acuerdo a lo anterior, se infiere que el docente debiera preparar cada clase en relación a cada grupo de estudiantes, ya que cada grupo de estos presentan dificultades en el aprendizaje específicas. Además, la labor del profesor en determinar estas dificultades en el aprendizaje, debe ser de manera anticipada, debido a que esto puede traer grandes beneficios a los estudiantes, no tan solo en el área de las dificultades, sino que además en la autoestima personal de cada estudiante.

2.1.5 Obstáculos

Como se ha menciona anteriormente, el conocimiento no está libre de errores, basándose en esto es que se debe tener en cuenta que el error se encuentra también ligado al obstáculo, como menciona Brousseau (1997) citado en Bohorquez et al. (2008) señalando que:

“un obstáculo se manifiesta por errores, pero errores que no son debidos al azar, sino que son reproducibles y persistentes (...) Estos errores no desaparecen completamente de una sola vez; se resisten, persisten, luego reaparecen, se manifiestan mucho tiempo después de que el sujeto ha rechazado el modelo defectuoso de su sistema cognitivo consciente” (p.480)

En relación a la definición de obstáculo propuesta por Brousseau, Bohorquez et al. (2008) indican que, “consisten en viejos conocimientos, útiles dentro de un cierto dominio durante algún tiempo, pero que en un momento dado, ante un nuevo conocimiento, se revelan contradictorios, inadaptados y falsos, obrando en consecuencia como un impedimento para adquirirlo” (p.478). De acuerdo a esto, los obstáculos se encuentran ligados al aprendizaje progresivo de cada estudiante y a los errores que de estos mismos, pero específicamente a los errores que permanecen en el tiempo y que ocurriendo más de una vez.

Brousseau (1983) citado en Caronía, Mayol, Operuk y Rivero (2014) distingue tres orígenes fundamentales de esos obstáculos que se encuentran en la enseñanza de las matemáticas:

Un origen ontogenético, correspondiente a los obstáculos unidos a las limitaciones de las capacidades cognitivas de los estudiantes.

Un origen didáctico, para los obstáculos ligados a las opciones del sistema de enseñanza.

Un origen epistemológico, los que están intrínsecamente relacionados con el concepto

Sierpinska (1992) citado en Bohorquez et al. (2008) explica que, “la oposición ejercida por los obstáculos al aprendizaje puede ocurrir a nivel de cada individuo, y dichos obstáculos o las dificultades que generan pueden ser muy particulares” (p.480). Esto quiere decir, que la forma en que actúan o se presentan tanto los obstáculos como las dificultades, se encuentran ligadas directamente a cada sujeto, debiéndose ser tratadas en forma particular dependiendo las características del estudiante.

Refiriéndose a la labor docente Ortiz (2006) sostiene que:

“el profesor de matemáticas requiere de otros conocimientos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que le ayudarán a conformar su competencia profesional. Esto significa reconocer la necesidad, entre otras, de dotar al profesor de habilidades y destrezas para: planificar programas de matemáticas escolares, diseñar actividades didácticas, establecer dificultades y obstáculos, diagnosticar y prevenir errores”

2.1.6 Clasificaciones de los errores

Dado a la diversidad de errores cometidos en matemática, es que distintos autores confeccionan clasificaciones para estos, siendo algunas las presentadas a continuación:

2.1.6.1 Clasificación según Brousseau (2001)

Esta clasificación fue utilizada por Aguilera (2010) citado en Cabezas y Martínez (2015) para su investigación acerca de los errores. Esta clasificación se compone por las siguientes categorías:

Error a nivel práctico: Cuando se consideran errores de cálculo.

Error en tarea: Errores atribuidos a descuidos, como por ejemplo omisión de signos, omisión de términos al agrupar términos semejantes, entre otros

Error de técnica: El profesor critica la ejecución de un modo operativo conocido, aun cuando dicho modo es correcto.

Error de tecnología: El profesor critica la técnica utilizada por el estudiante.

Error a nivel teórico: El profesor incrimina los conocimientos teóricos del alumno que sirven de base a la tecnología y a las técnicas asociadas.

2.1.6.2 Clasificación según Godino, Batanero y Font (2003)

De acuerdo a lo planteado por Aguilera (2010) citado en Cabezas y Martínez (2015) estos autores clasifican los errores en las siguientes categorías:

Errores relacionados con los contenidos matemáticos: La generalización y la abstracción de la matemática es una posible causa de las dificultades de aprendizaje, muchas veces el alumno no comete el error por falta de conocimiento, sino porque usa un conocimiento que es válido solo en ciertas circunstancias.

Errores causados por la secuencia de actividades: La forma en la que el profesor organiza y presenta las actividades en el aula puede no ser potencialmente significativa.

Errores relacionados con el desarrollo psicológico de los alumnos: Una fuente de dificultades en el aprendizaje de los alumnos de primaria hay que buscarla en el hecho de que algunos alumnos no han superado la etapa preparatoria y realizan operaciones concretas, o bien aquellos que están en la etapa de las operaciones concretas realicen operaciones formales.

Errores relacionados con la falta de dominio de los contenidos anteriores: Puede ocurrir que el alumno a pesar de tener un nivel evolutivo adecuado, no tenga los conocimientos previos necesarios para aprender el nuevo contenido.

2.1.6.3 Clasificación según Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987)

Aguilera (2010) citado en Cabezas y Martínez (2015) utiliza esta clasificación en su investigación de errores, la cual se basa de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos. De acuerdo a esto, los errores se pueden clasificar en las siguientes categorías:

Datos mal utilizados: Errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno.

Interpretación incorrecta del lenguaje: Son errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.

Interferencias no validas lógicamente: Son errores que tienen que ver con las fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.

Teoremas o definiciones deformados: Errores que se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.

Falta de verificación en la solución: Son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.

Errores técnicos: Se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, al tomar datos de una tabla, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

2.1.6.4 Clasificación según Radatz (1979)

Otra de las clasificaciones utilizadas por Aguilera (2010) citado en Cabezas y Martínez (2015) es la propuesta por Radatz quien establece la siguiente categorización:

Errores debidos a dificultades en el lenguaje: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.

Errores debidos a las dificultades para obtener información espacial: aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.

Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: son los cometidos por las deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.

Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento de adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.

Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: son producidos por la aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

Para efecto de esta investigación se utilizará la clasificación propuesta por Brousseau, ya que esta se encuentra directamente ligada a la teoría de situaciones didácticas planteada por el mismo autor, teoría contemporánea y que es utilizada como base en esta investigación.

2.2 Teoría de las situaciones de Guy Brousseau

2.2.1 Orígenes

Panizza, 2003; Cisterna & Rifo, 2011 indican que el origen de la teoría de las situaciones de Guy Brousseau, se encuentra relacionada con la denominada “escuela francesa de Didáctica de la Matemática”, que nació en los años setenta, de las inquietudes de un grupo de investigadores (en su mayoría matemáticos de habla francesa), por descubrir e interpretar los fenómenos y procesos ligados a la adquisición y a la transmisión del conocimiento matemático. En esta escuela se destacan dos convicciones epistemológicas. Por un lado, que en las tareas de identificación e interpretación de fenómenos y procesos de interés es necesario la creación de un cuerpo teórico, y no puede reducirse a observaciones realizadas a partir de experiencias aisladas ni a cuestiones de opinión; por otro lado, la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios (como la psicología o la pedagogía). Posteriormente en los años ochenta, se empieza a escuchar un nombre en Latinoamérica asociado a la enseñanza de la matemática, el cual empieza a tomar fuerza en la tarea de enseñar matemática tanto a profesores como a estudiantes, tratándose de Guy Brousseau que desarrolla la “Teoría de Situaciones”, la cual empieza a ser difundida mediante la interacción con investigadores, estudiantes de distintos países y la comunidad francesa de didáctica de la matemática. Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.

Aquí se propone que una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase, condiciona lo que los alumnos aprenden y como aprenden.

2.2.2 Contrato didáctico

El correcto trabajo en el aula está determinado tanto por el docente como por los estudiantes, durante la situación de enseñanza-aprendizaje es fundamental que existan acuerdos que regulan los comportamientos, interacciones y relaciones entre profesor y alumno, siendo estos acuerdos denominados como “contrato didáctico”. La teoría de las situaciones didácticas le otorga un papel fundamental al “contrato didáctico”, Chavarría (2006) dice que “El Contrato Didáctico refiere a la consigna establecida entre profesor y alumno, de esta forma, comprende el conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y el conjunto de comportamientos que el alumno espera del docente”.

En relación a esto, Arciniegas (2016) sostiene que:

“Tradicionalmente se define el contrato didáctico como el acuerdo de aula que se establece de manera tácita entre el docente y los estudiantes. De manera tradicional, se dice que el contrato didáctico consiste en que el profesor enseña y el estudiante aprende, ya que la enseñanza está controlada y determinada por el docente y se espera, por lo tanto, que el aprendizaje se “dé” en el estudiante.”(p.202)

Por otro lado, se tiene que dentro del contrato didáctico se establecen acciones que se deben cumplir de forma específica, acciones referentes a los docentes y a los estudiantes. Calvo (2001) citado en Barros (2008) se refiere a una acción producida dentro del contrato didáctico indicando que:

“La devolución es la acción mediante la cual el profesor traspasa al alumno la responsabilidad de la situación que le propone con relación a un determinado conocimiento, aceptando aquél la responsabilidad de esa transferencia. Esta acción tiene lugar en el seno de la negociación de

un contrato muy particular: el contrato didáctico específico del conocimiento en cuestión” (p.62)

En relación a las citas anteriores, se destaca que en el contrato didáctico se refiere a un acuerdo respecto a la relación profesor-alumno, en donde ambos esperan algo del otro. Además se hace énfasis en los roles tradicionalmente usados, en donde el docente es el que enseña y el estudiantes es el que aprende, pero también se afirma que estos roles pueden cambiar, traspasándole mayor responsabilidad al alumno, siendo este vital para que la situación pueda ser lograda y un conocimiento específico sea aprendido de forma significativa.

Como se habla de un “contrato”, se debe tener en claro que este puede ser roto. Esta ruptura puede ser provocada tanto por el estudiante como por el docente, al fallar en sus roles específicos, siendo efectos del contrato. Brousseau (s/f) citado por Chavarría (2006) indica tres efectos:

Efecto Topaze: circunstancia en donde el estudiante llega a la solución de un problema, pero no ha sido por sus propios medios, sino porque el profesor asume la resolución del problema. Éste último ve las dificultades que tiene un grupo para llegar a la resolución de un problema, por lo cual se ve en la necesidad de indicar cuál es el procedimiento que deben seguir. Con ello no permite la construcción de conocimiento por parte de los estudiantes.

Efecto Jourdain: Consiste en la actitud que toma el profesor cuando un estudiante da una respuesta que es incorrecta, no obstante, para no desilusionarlo le dice que “está bien”, que es la respuesta correcta. Entonces, un comportamiento banal del alumno es asumido como un conocimiento válido.

Deslizamiento Meta-Cognitivo: Consiste en la actitud de tomar una heurística en la resolución de un problema y asumirla como el objeto de estudio. Bien se podría ejemplificar con el uso de Diagramas de Venn en la teoría de conjuntos. Cuando se comenzaron a analizar los diagramas de Venn dejamos de lado lo que es la teoría de conjuntos,

pues se tomaron los primeros como la teoría en sí misma. Ese es un deslizamiento meta cognitivo.

Es importante destacar que se espera que el estudiante realice un trabajo autónomo, siendo capaz de darle sentido a lo que aprende, logrando por medio de la situación un aprendizaje significativo. Es fundamental que al definir el rol del docente y del estudiante, estos sean cumplidos logrando evitar la ruptura del contrato didáctico.

2.2.3 Las situaciones

Para comprender la teoría de las situaciones didácticas, se debe empezar por comprender el concepto más básico de esta teoría, entendiendo lo que es una “situación”. Brousseau (1982) citado en Cisterna y Rifo (2011) define una situación como “Un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. El recurso que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estudio favorable, es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso.” (p.40). De acuerdo a esto, en una situación el estudiante establece una relación con el medio, y debe ser capaz de utilizar los conocimientos adquiridos hasta el momento, para incorporar un nuevo conocimiento.

2.2.3.1 Situación Didáctica

Chavarría (2006) indica que:

“Al referirnos a las Situaciones Didácticas, en principio debemos distinguir dos enfoques: uno, tradicional; otro, el enfoque planteado por la teoría de Brousseau. Ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el primero, tendríamos una relación estudiante-profesor, en la cual, el profesor simplemente provee (o deposita) los contenidos, instruye al estudiante, quien captura (o engulle) dichos conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados. Dentro de este enfoque no se contextualiza el conocimiento, no se tiene un aprendizaje significativo (...) Ahora bien, en el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante,

profesor y el medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, Situación Didáctica se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico. Dentro de esta dinámica tenemos otra dimensión: la Situación A-didáctica; la cual, vamos a estudiar dentro del haz de interrelaciones planteado en la Situación Didáctica”.

En relación a esto, se pueden comprender las diferencias entre el enfoque tradicional y el enfoque por la teoría de Brousseau, se puede diferenciar que los roles tanto del docente como del alumno son distintos en ambos enfoques. Por un lado relacionado con el enfoque de la teoría de Brousseau, el estudiante tiene un rol activo y protagonista, construyendo su conocimiento, mientras que el docente proporciona el medio para que lo haga. Por otro lado, en el enfoque tradicional el docente provee los conocimientos y el estudiante los recibe, asumiendo un rol pasivo.

Además Chavarría (2006) sostiene que:

“La Situación Didáctica comprende el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento (...) la situación didáctica engloba las situaciones a-didácticas, de esta forma, Situación Didáctica consiste en la interrelación de los tres sujetos que la componen. En resumen, la interacción entre los sujetos de la Situación Didáctica acontece en el medio didáctico que el docente elaboró para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento (situación didáctica) y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente (situación adidáctica).”

Complementando esta definición Sotos (1993) citado en Avello y Rivera (2017) se refiere a una situación didáctica como “conjunto de relaciones establecidas entre alumnos, profesor y el medio que les rodea con la intención de que los alumnos adquieran un determinado saber establecido”. (p.28).

De acuerdo a lo anterior, se tiene que en una situación didáctica, está compuesta por tres pilares el estudiante, el profesor y el medio, el estudiante pasa a ser un investigador, teniendo como objetivo utilizar sus conocimientos para crear nuevos, y el profesor es el encargado de crear un medio didáctico para que se cumpla este objetivo. Además se tiene que la situación a-didáctica es considerada parte de la situación didáctica.

2.2.3.2 Situación A-didáctica

Dentro de la teoría de las situaciones didácticas tenemos a la situación didáctica, la que engloba a la situación a-didáctica siendo un concepto muy importante dentro de esta teoría. Brousseau (1986) citado por Cisterna y Rifo (2011) define a una situación A-Didáctica como:

“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser denominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego”

Complementando lo anterior, Chavarría (2006) indica que:

“La Situación A-Didáctica es el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica. En otras palabras, el estudiante se verá en una micro-comunidad científica resolviendo situaciones sin la intervención directa del docente, con el propósito posteriormente de institucionalizar el saber adquirido.”

De lo anterior se destaca que el docente no debe intervenir en la situación, teniendo el estudiante un trabajo netamente autónomo, teniendo un aprendizaje significativo. Por otro lado, al ser situaciones de la vida real, trae

como consecuencia un mayor interés por parte del alumno, lo que es muy provechoso a la hora de trabajar en la situación.

2.2.4 Tipos de situaciones didácticas

Los didactas tienen como misión crear diversas situaciones didácticas, las que son presentadas a los estudiantes mediante un problema, de donde construirá su conocimiento. De estas distintas situaciones Chavarría (2006) identifica cuatro tipos:

2.2.4.1 Situación acción:

Consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber, es decir, el estudiante individualmente interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos.

Dentro de las condiciones que una situación acción debería reunir para desembocar en una situación a-didáctica tenemos:

- La formulación del problema debe ser del interés para el estudiante.
- El tipo de pregunta formulada debe ser tal que no tenga respuesta inmediata, de modo que represente realmente un problema para el estudiante.
- El proceso se lleva a cabo sin la intervención del docente.

2.2.4.2 Situación de formulación:

Consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, compartir experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas. La situación formulación es básicamente enfrentar a un grupo de estudiantes con un problema dado. En ese sentido hay un elemento que menciona Brousseau, esto es, la necesidad de que cada integrante del grupo participe del proceso, es decir, que todos se vean forzados a comunicar las ideas e interactuar con el medio didáctico.

2.2.4.3 Situación de validación:

Una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorar si realmente es correcto.

2.2.4.4 Situación de Institucionalización:

A pesar de no constituir una situación a-didáctica, la institucionalización del saber, representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica. En ésta los estudiantes ya han construido su conocimiento y, simplemente, el docente en este punto retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales en la situación a-didáctica se tuvo problemas. Es presentar los resultados, presentar todo en orden, y todo lo que estuvo detrás de la construcción de ese conocimiento (situaciones didácticas anteriores).

2.3 Actitud

2.3.1 Definición y características

El humano como tal, es un ser social, el cual está integrado dentro de una comunidad, variando en cultura, creencias e ideologías que están determinadas por lo moralmente correcto o aceptado según su postura, lo cual genera la personalidad o su actuar ante distintas situaciones

Al entrar en más detalle respecto al término “actitud”, se cita a Auzmendi (1992) citado en Daza y Garza (2018) quien indica que, “las actitudes son aspectos no directamente observables sino inferidos, compuestos tanto por las creencias como por los sentimientos y las predisposiciones comportamentales hacia el objeto al que se dirigen” (p.284). En relación a esto Kind, Jones y Barmby (2007) citado en Carriazo, Casas y Molina (2013) definen actitud como: “sentimientos que una persona tiene hacia un objeto basado en su conocimiento y creencias acerca del objeto” (p.107). Por último, para

complementar estas definiciones Myers (s/f) citado en Motta (2017) sostiene que, “Actitud es la reacción evaluativa, favorable o desfavorable, hacia algo o alguien, que se manifiesta en las propias creencias, sentimientos o en la intención” (p.156).

Al analizar las anteriores definiciones expuestas por los autores respecto a el término en cuestión, se concluye la siguiente enunciación, llamando actitud a los sentimientos positivos y negativos que posee la persona respecto a algo o alguien, basándose en conocimientos y creencias del mismo sujeto, que no son directamente observables sino inferidos por otros.

En el diario vivir de las personas, es natural y necesario que se establezcan relaciones sociales, y es aquí donde se pueden percibir las distintas actitudes, posturas y acciones dentro de una comunidad, las cuales van a ser visibles y valoradas individualmente por quienes forman parte de esta. Tal como lo reafirma Curtis (1962) citado en Lucumi y González (2015) quien considera que, “las actitudes están en relación con la predisposición de sentir, percibir, pensar y comportarse ante un objeto” (p.117), de igual modo que estas acciones pueden expresarse según a idea de Daza y Garza (2018) quienes mencionan que, “Las creencias, los sentimientos y las conductas constituyen las formas en que la actitud se genera y se vivencia” (p.284), por lo que queda en evidencia que todo actuar humano va a tener incidencia de algún modo en el ámbito social en el cual se desenvuelve.

La actitud del sujeto, se puede desglosar en diferentes aspectos a considerar, los cuales en su conjunto generaran las reacciones anteriormente descritas. Para detallar estos aspectos se hace referencia a lo descrito por Andrade, Cisneros y Muñoz (2015) quienes definen que:

“La Actitud abarca tres regiones semánticas: la emoción, la ética y la estética, que se identifican respectivamente con los subsistemas de Afecto, Juicio y Apreciación. El Afecto caracteriza los fenómenos en

relación con las emociones, el Juicio describe el comportamiento humano en correspondencia con el conjunto de normas sociales y hace referencia a la evaluación moral de la conducta, y la Apreciación se encarga de la evaluación de objetos y productos en relación con principios estéticos y otros sistemas de valor social” (p.132)

Bajo este paradigma, Álvarez y Ruiz (2010) proponen una visión en correspondencia a los autores anteriormente citados sobre esta terminología, quienes creen que, “las actitudes como un constructo de personalidad que tiene un carácter multidimensional con tres tipos de respuestas: cognitivas, afectivas-evaluativas y conductuales” (p.232). Por lo cual, se puede evidenciar que la actitud se compone de aspectos específicos innatos del ser humano, quien está constituido como tal desde lo afectivo o emocional, lo ético o aceptado socialmente y de aquello que se aprecia desde la individualidad como bueno o malo, quienes finalmente influyen en el actuar de la persona.

2.3.2 Actitud en aula

En un contexto de aula, en donde el foco educativo es el aprendizaje significativo de los estudiantes, es primordial tener conocimiento y control de los factores que intervienen en el proceso educativo de ellos, ya sea desde la adquisición del conocimiento, como en el uso que estos le otorguen en el futuro. Morales (1999) citado en Álvarez y Ruiz (2010) aportan a esta idea que, “las actitudes son consideradas un buen predictor de la asimilación de los contenidos, de la motivación, de la memoria y del futuro uso que se haga de la asignatura, lo que en definitiva pueden impedir o facilitar el aprendizaje” (p.233). En relación a esto, el aprendizaje puede verse coartado o no, por la disposición que tenga el estudiante frente al escenario educativo en el cual está inserto, involucrando otros aspectos como los antes mencionados, de igual manera Fensham (2004) citado en Carriazo, Casas y Molina (2013) indica que: “Las actitudes del estudiante frente a cada área de estudio marcan un importante punto de partida en el desarrollo de su etapa escolar” (p.105).

He aquí la importancia de los factores motivacionales que conllevan a una actitud frente a las distintas áreas de la formación educativa, generando un sentimiento de satisfacción o frustración al enfrentarse a una asignatura o área específica, Rojas (2009) aporta en este punto, desde el proceso previo a la educación institucional, indagando en las capacidades y aptitudes que el estudiante desarrolla en su formación personal, y que influyen directamente en la adquisición de habilidades que estarán a la base de nuevos conocimientos y aprendizajes más complejos a medida que supere los niveles de la educación formal, quien afirma que “El desarrollo de las capacidades individuales prefigurada en una educación avanzada, permite a la gente joven disponer de herramientas educativas para construir su propia actitud frente al conocimiento, a la ciencia y a la investigación” (p.1605).

En el contexto del clima de aula educativa, es enriquecedor tener en cuenta que la actitud es un factor determinante al momento de evaluar si las estrategias utilizadas por el docente, son efectivas en el desarrollo del aprendizaje significativo de sus estudiantes, por lo que el profesor adquiere un rol fundamental, como Cheung (2009) citado en Carriazo, Casas y Molina (2013) sostiene que, “el desarrollo de actitudes positivas en los estudiantes hacia las disciplinas científicas constituye una de las grandes responsabilidades de cada profesor” (p.105), el autor hace referencia a que la responsabilidad de que los estudiantes reaccionen positivamente en sus procesos pedagógicos, es una de las grandes tareas docentes, que involucra un grado alto de responsabilidad, compromiso y evaluación constante de su quehacer pedagógico, lo que finalmente se convierte en un proceso con alto grado de dificultad, como afirman Bravo, Granada y Sanhueza (2013) quienes aportan a esta idea expresando que, “El desarrollo de actitudes favorables hacia las diferencias individuales del alumnado es un tema difícil de abordar por la complejidad de factores que intervienen en ellas” (p.890).

El docente debe incursionar en distintas modalidades de trabajo para lograr generar en los estudiantes una actitud positiva, ya que anteriormente se menciona que este tipo de actitudes es favorable para el clima de aula, y por ende favorable para la adquisición de aprendizajes significativos. Para dar respuesta a la necesidad de encontrar metodologías asertivas en esta búsqueda, el docente debe reinventar sus técnicas de trabajo, en relación a esto Díaz, Hernández, Terán y Pachano (2009) citado en Bravo, Granada y Sanhueza (2013) sugieren que: “los alumnos que trabajan cooperativamente aprenden más, desarrollan una actitud más positiva hacia la escuela, establecen mejores relaciones con los compañeros, aumentan su autoestima y aprenden tanto valores como habilidades sociales en forma más efectiva” (p.897)

Si bien existen investigaciones que sostienen que la actividad docente es un factor fundamental en los procesos educativos del estudiante, se da de igual manera que un alto número de docentes, considere que independiente del esfuerzo, ya sea económico, en recursos innovadores o curriculares que empleen en su quehacer pedagógico, este no es influyente en los resultados demostrados por los estudiantes, atribuyendo la responsabilidad directa a cada uno de ellos y su contexto personal, sin discriminar si esos resultados son positivos o negativos, obviando su influencia como maestro en el desarrollo personal y educativo de cada uno de sus estudiantes. Como proponen Aguado, Gil y Mata (2008) citado en Bravo, Granada y Sanhueza (2013) quienes postulan que:

“un alto porcentaje de docentes atribuye tanto el éxito como el fracaso escolar a las propias capacidades del alumnado y a su situación familiar; es decir, en general manifiestan poca confianza en su propia influencia sobre los logros de sus estudiantes. Más allá de la inversión en recursos o la transformación de las estructuras, entendemos que los procesos innovadores exitosos son aquellos fundamentados en el cambio del profesorado” (p.890)

Desde otro punto de vista, en donde se afirma que el docente cumple un rol activo para generar cambios, propiciar un ambiente constructivo y afectivo, siendo responsable de las situaciones académicas y personales de índole positivo o negativo de sus estudiantes, es inevitable que el actuar del docente se vea reflejado en la actitud que adopten sus estudiantes ante distintas situaciones o escenarios educativos, de esta manera Bravo, Granada y Sanhueza (2013) evidencian que, “La literatura señala que las actitudes repercuten de manera directa en las expectativas que el profesor deposita sobre estos alumnos” (p.891)

2.3.3 Actitud en matemática

La matemática como cátedra educativa genera un cumulo de apreciaciones, la mayoría de las veces con un tinte tajante y permanente en el tiempo, en palabras simples el estudiante acepta o rechaza la matemática, sin términos medios. He aquí la importancia de identificar los factores que influyen en estas actitudes o posturas hacia la matemática, para intervenir de forma efectiva y a tiempo en los estudiantes que presenten cierta inclinación negativa hacia la cátedra, como complementa Álvarez y Ruiz (2010) quienes indican que, “Las actitudes hacia las matemáticas son variables fundamentales para el aprendizaje de esta asignatura e intervienen, de manera significativa, en el rendimiento alcanzado por el estudiantado” (p.232). Abordando en detalle este lazo que se establece entre a actitud del estudiante y la cátedra matemática, Gómez-Chacón (2000) citado en Báez, García y Legañoa (2017) expone de forma explícita la dinámica que se genera entre los factores antes mencionados de la siguiente manera:

“La relación que se establece entre los afectos (emociones, actitudes y creencias) y el rendimiento es cíclica: por una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias. Por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en

su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender” (p.57)

En relación a las consecuencias que provoca la actitud negativa, una de las más dañinas para el aprendizaje es aquella que se torna permanente, ya que no hay espacio para la intervención del docente, como antes se ha dicho, el rol docente cumple una función determinante en el rendimiento y desenvolvimiento de su estudiante en relación a la asignatura, Hidalgo, Maroto, Ortega y Palacios (2013) citado en Báez, García y Legañoa (2017) consideran que, “existe un círculo vicioso que explica las malas actitudes hacia las matemáticas, este círculo está integrado por los siguientes elementos: dificultad – aburrimiento – suspenso – fatalismo - bajo autoconcepto- desmotivación – rechazo - dificultad” (p.57). De acuerdo a esto, queda en evidencia que la actitud negativa adoptada por los estudiantes, actúa como obstáculo para generar aprendizaje significativo y superación personal en éstos, siendo el objetivo que se propone en la labor docente, para lograr un desarrollo integral del estudiante.

La labor docente en su totalidad, involucra aspectos teóricos, prácticos, metacognitivos y de planificación, siendo estos últimos, esenciales al momento de ejecutar las clases en donde evidentemente hay estudiantes con un alto grado de negatividad ante la asignatura, se refieren a esto Daza y Garza (2018) quienes sugieren que:

“la actitud del estudiante es un factor determinante en el alcance o fracaso de los objetivos de aprendizajes propuestos en el currículo de Matemáticas. Por tanto, se sugiere que las actitudes de los estudiantes sean exploradas y tomadas en cuenta en la planeación escolar, con el fin de crear puentes y/o puntos de encuentro entre las expectativas, intereses e inquietudes del aprendiz con las expectativas curriculares, todo ello con la mediación dialógica en el aula entre maestro y estudiante” (p.299).

Por consiguiente, generar ambientes emocionalmente estables y contenidos, en donde el foco de los objetivos sea coherente con el compromiso, expectativas e interés de los estudiantes es primordial para obtener actitudes positivas en ellos, tal como complementan en este punto Álvarez y Ruiz (2010) quienes indican que, “las emociones ejercerán un efecto importante en el potencial mental que se pondrá en marcha en el aprendizaje de esta asignatura, lo que revela la trascendencia de desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas, si se quiere mejorar el aprendizaje” (p.246). Ejemplo de esto en un contexto internacional, es lo que manifiesta Boaler (2008) citado en Báez, García y Legañoa (2017) sobre la relación entre la actitud negativa y la matemática proyectada hacia la vida, en donde se evidencia que los estudiantes dejan de generar esfuerzos por razonar y perseverar en aquello que no es sencillo de aprender, instaurando en su diario vivir un dejo de abandono por eliminar barreras en su aprendizaje, el autor se refiere a esto de esta forma:

“Las actitudes negativas hacia la matemática en los Estados Unidos han limitado el número de personas que piensan, razonan y resuelven problemas; y esta denominada fobia matemática puede tener consecuencias adversas en las elecciones que hacen las personas para su vida y para su profesión futura” (p.57)

Finalmente, desde una mirada más analítica de la relación entre actitud y matemática, se pueden identificar dos grandes áreas, afectiva y cognitiva, que el docente debe lograr identificar de forma individual en sus estudiantes, ya que al trabajar basándose en esto, obtendrá grandes frutos durante el proceso educativo, Gómez-Chacón (2009) citado en Daza y Garza (2018) interioriza respecto a estas áreas sosteniendo que:

“Dos categorías en relación a las actitudes que se pueden manifestar hacia las Matemáticas. La primera es, Actitudes hacia las Matemáticas, la cual se manifiesta en términos de satisfacción, gusto, curiosidad, valoración, aprecio, alegría, miedo, desprecio, interés por esta disciplina y por su aprendizaje, entre otras. Subraya más el

componente afectivo que el cognitivo. La segunda categoría es, Actitudes matemáticas. A diferencia de la primera categoría, ésta tiene un carácter exclusivamente cognitivo y se refiere al modo de utilizar las capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, el razonamiento, etc., en la actividad matemática” (p.285)

2.4 Motivación

2.4.1 Definición y características

Como concepto base del quehacer pedagógico, la motivación cumple un rol esencial en el desarrollo educativo de los estudiantes, apoyando los procesos de autorregulación y formación del sentido de la responsabilidad, que se proyecta en un sello personal a lo largo la vida, permitiendo tomar decisiones y cumplir metas a futuro, Herrera y Zamora (2013) indican que:

“La motivación es un proceso autoenergético de la persona que ejerce una atracción hacia un objetivo que supone una acción por parte del sujeto y permite aceptar el esfuerzo requerido para conseguirlo. La motivación está compuesta de necesidades, deseos, tensiones, incomodidades y expectativas. Constituye un paso previo al aprendizaje”

De acuerdo a lo indicado por el autor, la motivación no es algo adquirido de forma innata, sino que involucra un proceso de trabajo para desarrollarla o identificarla, este proceso crea una relación directa entre los logros y la proporcionalidad de la motivación generada. En este punto, la motivación se puede accionar de acuerdo a tres categorías de influencia en la persona, como plantean Locke y Latham (2004) citado en Marulanda, Montoya y Vélez (2014) quienes definen el concepto de motivación como, “factores internos que impulsan la acción y los factores externos que pueden actuar como estímulo para la misma, siendo tres los aspectos de esta que la motivación puede afectar: la dirección (elección), intensidad (esfuerzo) y la duración (permanencia)” (p.209)

Al desglosar el término de motivación como lo definen los autores anteriormente, se puede analizar en mayor profundidad la motivación de cada persona. Desde el área de la investigación, la motivación como foco de estudio se estructura a través de datos y reacciones que pueden generar un patrón, y este finalmente definir una conducta que sea considerada bajo este tipo de regulación, Batista, Gálvez e Hinojosa (2010) expresan lo antes mencionado bajo este postulado:

“El término motivación proviene del latín motus que significa movimiento en el campo de la psicología, especialmente en la psicología experimental; se ha definido como la regulación interna, energética y directa de la conducta, que no es accesible a la observación, pero es deducida del análisis de los datos de la investigación experimental como concepto hipotético, que expresa precisamente, esa regulación” (p.377)

El estudio de la motivación en las personas no es un trabajo sencillo, sino que involucra un conocimiento y análisis mayor para ser trabajada de forma específica, tal como aporta Vernon (1973) citado en Alves y Cecilio (2012), “La motivación no es una variable observable, sino un constructo hipotético que parte de inferencias realizadas a partir de manifestaciones de la conducta. Ella puede comprenderse como una fuerza interna que emerge, regula y sostiene las acciones” (p.447). Vernon otorga una clara fundamentación de que la motivación no es un concepto fácil de abordar en las personas, ya que no es observable a simple vista, sino que debe inferirse de ciertas conductas, en este punto Batista, Gálvez e Hinojosa (2010) complementan esta idea aumentando la complejidad del estudio, indicando que “la motivación está constituida por grupos de expectativas o asociaciones que se forman y crecen alrededor de las experiencias afectivas” (p.379), en relación a este aporte, es fundamental que el investigador sea conocedor de los procesos que ha experimentado la persona que han resultado en su actual motivación, ya que como se menciona anteriormente el lazo que se forma entre el cumplimiento de las expectativas y

la motivación es determinante para la proyección de nuevos desafíos y metas personales.

Con el paso del tiempo y la incorporación de nuevos elementos en los enfoques educativos actuales, se ha puesto especial cuidado en incluir conceptos de la formación integral de la persona, en este punto la motivación y su ámbito afectivo y personal se puede estudiar bajo investigaciones con postulados teóricos, como expone Deci y Ryan (2000) citado en Alves y Cecilio (2012) quienes señalan que, “Los enfoques contemporáneos de la motivación, dentro de los cuales está la teoría sociocognitiva, consideran que la motivación puede ser intrínseca y extrínseca, en función del tipo de meta que debe alcanzarse” (p.447-448). La clasificación intrínseca y extrínseca de la motivación, tiene fundamento principalmente en la sensación de satisfacción que produce la realización de una tarea, o la recompensa propia de la misma realización del objetivo, respectivamente, tal como afirman Fajardo, Núñez y Químbayo (2010) quienes describen esta clasificación del siguiente modo:

“La motivación intrínseca hace referencia a que la meta que persigue el sujeto, es la experiencia del sentimiento de competencia y autodeterminación que produce la realización misma de la tarea, y no depende de recompensas externas, y la motivación extrínseca es la que está relacionada con la realización de una tarea para conseguir un premio o evitar el castigo” (p.261)

Por consiguiente, se puede inferir que la motivación además de ser un proceso complejo de estudiar, ya que involucra factores personales y subjetivos en su desarrollo, es también un proceso dinámico, y puede transformarse según el cumplimiento de ciertas metas u objetivos y determina también en ella, el contexto y tiempo específico en el cual este inserta la persona.

2.4.2 Motivación en aula

La motivación al ser un proceso dinámico, está en constante cambio influyendo en el transcurso de la vida escolar, este proceso se ve afectado por distintos factores, desde la diversidad de compañeros que tenga el estudiante en aula, como el perfil docente de quien esté a cargo la formación, y el contexto situacional en que este inserto el establecimiento. Creando una relación entre estos factores antes mencionados y el aprendizaje esperado por el sistema educativo, el cual es comúnmente indicado como el aprendizaje significativo, tiene forma y cobra sentido en la proyección de lo adquirido, pudiendo el estudiante proyectar y hacer uso de este en otros contextos futuros, sintiendo realización personal y evidenciando satisfacción por sus propios procesos exitosos. En este ámbito, Batista, Gálvez e Hinojosa (2010) expresan que, “el alumno es un sujeto activo del aprendizaje; si el aprendizaje es significativo, es que existe una actitud favorable por parte del alumno lo que quiere decir que existe motivación, siendo esto un proceso unitario” (p.377). En el contexto educativo, la motivación juega un papel trascendental en el docente que busca externalizar estos procesos fuera del aula, formar al estudiante integral bajo un fundamento de autorrealización, traspasando a él la responsabilidad y sentido propio que conlleva el proceso de aprender, en palabras simples, aprender por uno mismo y no para otros.

Los procesos que conllevan la adquisición y permanencia de la motivación, dependiendo de cómo se aborde, se obtendrán resultados positivos o negativos en cuanto a las acciones que ejecuten los estudiantes influenciados por estos mismos. Desde el punto de vista favorable de la motivación, Bzuneck (2000) citado en Alves y Cecilio (2012) entrega una mirada basada en la metacognición de los procesos motivacionales del estudiante, señalando que:

“La motivación es uno de los factores que lleva al alumno a la escuela, le instiga y le hace empezar una conducta hacia un objetivo. También garantiza la persistencia, pues durante el proceso surgen

obstáculos y situaciones de fracaso que pueden hacer el sujeto evaluar sus conceptos y cambiar su conducta” (p.447)

Por otro lado, si la motivación actuara como un elemento negativo en el proceso educativo del estudiante, traerá consigo dificultades en el trabajo directo del docente, su labor se verá coartada por la falta de interés propio del estudiante, y la construcción de su plan de trabajo y planificación deberá priorizar estrategias estéticamente motivantes más que basadas en el objetivo, centrando el quehacer educativo a lo estrictamente esencial del currículo, en relación a esto, Herrera y Zamora (2013) afirman que:

“Hay muchos profesores que tienden a utilizar metodologías interesantes para ellos, pero que no provocan ninguna motivación en los alumnos. Los alumnos no se motivan por igual, por lo que es importante buscar y realizar actividades motivadoras que impliquen mayor participación del alumno, se motivan más y mejor quienes mayores y mejores experiencias viven en el aula”

Finalmente, al relacionar en la investigación los conceptos de error, actitud y motivación, queda en evidencia que el docente de matemáticas, en su rol responsable y formador, debe considerar estos tres aspectos al momento de plantearse estratégica y metodológicamente frente a sus estudiantes. El error como tal, va a estar presente durante los procesos de adquisición de aprendizaje, es parte de él, sin embargo, la mediación del educador ante la actitud y motivación que adopte el estudiante, es lo que hará la diferencia al momento de abordar las dificultades, de ello dependerá el logro o fracaso de éste ante la adquisición del aprendizaje significativo, es importante destacar que el error se proyecta y mantiene a lo largo de la vida, como se dijo anteriormente, influye luego en la capacidad de tomar decisiones sabias y lógicas en el futuro.

3 CAPITULO 3: MARCO METODOLÓGICO

3.1 Propósito

La investigación tiene un alcance exploratorio, correlacional y explicativo. El carácter exploratorio de esta investigación se sustenta al investigar problemáticas poco estudiadas e innovadoras y abrir camino a nuevos estudios, correlacional, ya que busca asociar distintos conceptos, permite predecir situaciones pedagógicas y cuantificar relaciones entre conceptos o variables, y finalmente, de carácter explicativo, ya que determina la causa de los fenómenos estudiados buscando dar sentido y entendimiento de ellos a través de un proceso previamente estructurado (Fernández, Hernández y Baptista, 2010)

Para efecto de investigación se busca intervenir errores recurrentes con fundamento en la teoría de situaciones didácticas, una teoría contemporánea lo que hace de esta investigación de tipo exploratoria, ya que no se han encontrado investigaciones similares a este tema. Además la investigación es de tipo correlacional, ya que se busca establecer relaciones entre la motivación, la actitud hacia la matemática y los errores cometidos en matemática por medio de un proceso cuantitativo. Por último, la investigación tiene un alcance explicativo ya que se pretende validar que la motivación y la actitud hacia la matemática de los estudiantes determinan los errores cometidos por ellos.

3.2 Enfoque

El enfoque en el que se basa esta investigación es el cuantitativo, según Fernández, Hernández y Baptista (2010) este enfoque: “Utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías” (p.4)

Dado los objetivos planteados por la investigación es que se ha tomado el enfoque cuantitativo, el cual se caracteriza por la demostración utilizando la

cuantificación de los datos, siendo esta investigación marcada por las etapas propuestas en este enfoque.

3.3 Dimensión temporal

Esta investigación posee un diseño longitudinal, ya que en el transcurso de esta, existen tres periodos en donde se recolecta información, en una primera instancia, se genera una evaluación inicial, donde se aplica un test de exploración de errores en conjunto de los test de actitud y motivación hacia la matemática en el mes de Agosto. En una segunda instancia, en el mes de Octubre, posterior a la aplicación del método basado en la teoría de las situaciones didácticas, se aplican nuevamente los test de actitud y motivación en conjunto con un test de exploración de los errores. Finalmente, en el mes de Noviembre se aplicó nuevamente un test de exploración de errores con el fin de verificar si el conocimiento de los estudiantes se mantuvo en el tiempo.

3.4 Unidad de análisis

La población a la que está basada esta investigación está compuesta por 5 cursos de primer año medio en un liceo particular subvencionado técnico profesional de la ciudad de Los Ángeles. La unidad de análisis a considerar en esta investigación corresponde a un curso de 40 estudiantes de primer año medio, divididos en 10 mujeres y 30 hombres. La selección de la muestra fue intencionada, ya que se pretende analizar e intervenir en los errores cometidos en matemática enfocado directamente a este nivel.

3.5 Recolección de datos

En la primera etapa de la investigación se desea identificar los errores más frecuentes de los estudiantes de primer año medio, respecto a los contenidos vistos durante el primer semestre, en conjunto de un test que evalúa la actitud hacia la matemática y un test que evalúa la motivación de los estudiantes. Posterior a la aplicación del método basado en la teoría de las situaciones didácticas, se aplicó nuevamente los test que mide la actitud hacia

la matemática y la motivación de los estudiantes, en conjunto de un test que mide la frecuencia de los errores. Finalmente, con un mes de diferencia se aplica otro test que mide la frecuencia de los errores.

3.6 Variables

3.6.1 Variables dependientes

Variable	Definición Conceptual	Definición Operacional
Cantidad de errores	Cierto número de equivocaciones en un ejercicio	Valor numérico de errores cometidos
Actitud	Disposición de ánimo manifestada de algún modo	De 0 a 155 puntos, según test de Actitud Hacia la matemática de Jairo Cuervo (2009).
Motivación	Conjunto de factores internos o externos que determinan en parte las acciones de una persona.	De 0 a 70, según test de motivación frente a la matemática de Berger y Karabenick (2011)

3.6.2 Variables independientes

Variable	Definición Conceptual	Definición Operacional
Tiempo	Momento del desarrollo del método	Inicio, final, mes después del final.

3.6.3 Variables intervinientes

Variable	Definición Conceptual	Definición Operacional
Género	Identidad sexual de los seres vivos, la distinción que se hace entre Femenino y Masculino.	Diferencia entre cantidad de errores de hombres y mujeres

3.7 Descripción y validación de los instrumentos

A continuación, se presentan los instrumentos utilizados en esta investigación, su fiabilidad y los procesos de validación a los que fueron sometidos.

3.7.1 Pre-test de errores

Este instrumento consta inicialmente de 19 ítems (Ver anexo n°2), que fueron sometidos a una validación por cinco expertos (Ver anexo n°3) dos de un Liceo Técnico profesional y tres de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles, finalizando este proceso el instrumento final a aplicar se encuentra conformado por 16 ítems, de los cuales 6 consistían en operatoria de números racionales, 5 correspondientes a potencias de base racional con exponente entero y 5 relacionados productos notables. (Ver anexo n°4)

Este test fue aplicado a 40 estudiantes de un Liceo Técnico profesional de Los Ángeles, con el objetivo de medir su consistencia interna, se utiliza el método de según inter-correlación de los ítems obteniendo como resultados un alfa de Cronbach de 0,728, lo que muestra que el instrumento es confiable. (Ver anexo n°5)

3.7.2 Test de Actitud hacia la Matemática

Este test tiene por objetivo clasificar la actitud que poseen los estudiantes hacia la matemática, el cual fue creado por Jairo Cuervo (2009) y posee un alfa de Cronbach de 0.93, lo que muestra una alta fiabilidad del instrumento.

Este test está conformado por 31 ítems de los cuales 17 son positivos y 14 negativos (Ver anexo n°6), los que se detallan a continuación:

Positivo	Negativo
1.- Las matemáticas son chéveres para mí.	4.- Las matemáticas usualmente me hacen sentir incómodo(a) y nervioso(a).
2.- Las matemáticas son importantes y necesarias.	5.- No me gusta hacer las tareas de matemáticas.
3.- Podría estudiar temas de matemáticas más difíciles.	7.- Aunque estudio, las matemáticas siempre me parecen muy difíciles.
6.- Las matemáticas me servirán para hacer estudios universitarios.	11.- Me aburro estudiando matemáticas.
8.- Si estudio puedo entender cualquier tema matemático.	13.- Solo deberían estudiar matemáticas aquellos que la aplicaran en sus futuras

<p>9.- Disfruto haciendo los problemas que me dejan como tarea en matemáticas.</p> <p>10.- Las matemáticas enseñan a pensar.</p> <p>12.- Los temas de matemáticas entre mis favoritos.</p> <p>15.- Me siento seguro al trabajar en matemáticas.</p> <p>16.- No me molestaría seguir estudiando matemáticas.</p> <p>17.- Las matemáticas me parecen útiles para mi futura profesión.</p> <p>18.- Puedo hacer ejercicios más complicados de matemáticas.</p> <p>21.- Guardaré mis cuadernos de matemáticas porque probablemente me servirán.</p> <p>22.- Me gusta resolver ejercicios de matemáticas.</p> <p>23.- Me gustaría usar las matemáticas en mis trabajos futuros.</p> <p>24.- Puedo entender cualquier tema de matemáticas si está bien explicado.</p> <p>27.- Las matemáticas son muy interesantes para mí.</p>	<p>ocupaciones.</p> <p>14.- No entiendo las matemáticas porque son muy complicadas.</p> <p>19.- Solo en los exámenes de matemáticas me siento nervioso.</p> <p>20.- Prefiero estudiar cualquier otra materia en lugar de matemáticas.</p> <p>25.- Mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar claramente cuando estudio matemáticas.</p> <p>26.- Ojala nunca hubieran inventado las matemáticas.</p> <p>28.- Estudiar matemáticas son muy interesantes para mí.</p> <p>29.- Si pudiera no estudiaría más matemáticas.</p> <p>30.- En la clase de matemáticas siempre estoy esperando que se acabe.</p> <p>31.- Estudiar matemáticas es un fastidio.</p>
--	--

3.7.3 Test de motivación frente a la Matemática

Este test pretende medir la motivación hacia la matemática que presenten los estudiantes antes y después de la aplicación del método, se aplica un test motivacional extraído de la Tesis de pregrado de Medina y Parra (2018). (Ver anexo n°7)

El cuestionario a aplicar consta de 14 preguntas centradas en 5 ejes de la motivación frente a la matemática (interés, importancia, utilidad, coste y autoeficacia). Éste es evaluado en base a una escala de Likert 5, donde 1

corresponde a “completamente en desacuerdo” y 5 corresponde a “completamente de acuerdo” a lo que se le consulta.

Para el análisis de la fiabilidad de este instrumento, citaremos la Tesis de pregrado de Medina y Parra (2018), quienes en su investigación utilizaron este test y obtuvieron un alfa de Cronbach de 0,832, lo cual indica que la prueba es altamente confiable.

3.7.4 Post-test de errores

Este instrumento consta inicialmente de 16 ítems (Ver anexo n°8), que fueron sometidos a una validación por cinco expertos (Ver anexo n°9) dos de un Liceo Técnico Profesional y tres de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles, finalizando este proceso el instrumento final a aplicar se encuentra conformado por 16 ítems, de los cuales 6 consisten en operatoria de números racionales, 5 correspondientes a potencias de base racional con exponente entero y 5 relacionados productos notables. (Ver anexo n°10)

Este test es aplicado a 40 estudiantes de un Liceo Técnico profesional de Los Ángeles, con el objetivo de medir su consistencia interna, se utiliza el método de según inter-correlación de los ítems obteniendo como resultados un alfa de Cronbach de 0,876, lo que muestra que el instrumento es altamente confiable. (Ver anexo n°11)

3.7.5 Post-test de errores 2

Este instrumento consta inicialmente de 16 ítems (Ver anexo n°12), que fueron sometidos a una validación por cinco expertos (Ver anexo n°13) dos de un Liceo Técnico Profesional y tres de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles, finalizando este proceso el instrumento final a aplicar se encuentra conformado por 16 ítems, de los cuales 6 consisten en operatoria de números racionales, 5 correspondientes a potencias de base racional con exponente entero y 5 relacionados productos notables. (Ver anexo n°14)

Este test es aplicado a 40 estudiantes de un Liceo Técnico profesional de Los Ángeles, con el objetivo de medir su consistencia interna, se utiliza el método de según inter-correlación de los ítems obteniendo como resultados un alfa de Cronbach de 0,868, lo que muestra que el instrumento es altamente confiable. (Ver anexo n°15)

3.8 Tratamiento de los datos

Primeramente, se obtuvieron los datos de los test iniciales, pudiendo identificar los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes, los cuales fueron utilizados para la creación de los 7 talleres basados en la teoría de las situaciones didácticas.

Posterior a la aplicación del método, se aplican los post-test de exploración de errores, motivación y actitud hacia la matemática, de aquí se obtuvieron los datos para compararlos con los resultados obtenidos con los pre-test.

Luego se prueba la veracidad de las hipótesis de investigación mediante pruebas de hipótesis, utilizando herramientas del programa Microsoft Excel, las cuales se detallan a continuación.

Con los datos recogidos de los test aplicados, se realizaran pruebas de normalidad, pruebas de correlación de Person, pruebas de t de Student si los datos presentan normalidad, caso contrario se utilizara una prueba de U Mann-Whitney o una prueba de Wilcoxon según corresponda.

3.9 Descripción del método

Para comenzar la descripción del método utilizado, cabe recordar que se realizó en un curso de un Liceo Técnico Profesional de la ciudad de Los Ángeles, conformado por 40 estudiantes, distribuido en 10 mujeres y 30 hombres.

La forma que se trabajó el método basado en la teoría de las situaciones didácticas consistió en un trabajo autónomo de los estudiantes en algunas ocasiones, y cuando la actividad pedagógica lo requería, en parejas.

Por otro lado, con respecto al ordenamiento dentro del aula de clases, se resalta que los estudiantes se organizaban en 4 filas conformadas por duplas, facilitando el desarrollo de la actividad, ya que no había necesidad de reorganizar a los estudiantes, puesto que los grupos eran máximos de dos integrantes.

Ahora en relación al método utilizado, a continuación ocupando el taller n°1 (Ver anexo n°1), se describirán las cuatro etapas que lo componen:

1° Resolver en forma tradicional

En esta primera etapa, el estudiante trabaja con ejercicios vistos anteriormente, en donde este comete errores evidenciados en el pre-test de exploración de errores, aquí el estudiante resuelve haciendo uso de su conocimiento tratado de forma tradicional durante el primer semestre. Haciendo referencia al taller n°1, en el ítem 1 se le presentan 5 ejercicios de suma de fracciones, siendo solo uno de esta suma de fracciones de igual denominador, mientras que los otros son sumas de fracciones de distinto denominador.

2° Resolver utilizando material concreto o simulaciones

Para esta etapa, los estudiantes deberán enfrentar más dificultades que en la primera, ya que aquí se tratan los ejercicios vinculados o similares a la etapa anterior de forma concreta o simulada, provocando la búsqueda de nuevas estrategias para poder resolver, y además deben hacer uso de conocimientos previos, debido a que en esta etapa se vinculan conocimientos de distintas áreas de la matemática (Álgebra, números, geometría y funciones). En relación a el taller n°1, los estudiantes primeramente deben representar una

fracción en una hoja de oficio, debiendo asimilar que un entero no es solamente el número “1”, sino que también una hoja de oficio puede serlo. Posterior a esto, los estudiantes deben buscar estrategias de sumar su fracción con la del compañero, siendo aquí la mayor dificultad de la actividad, ya que deben de trabajar juntos y unificar ideas, puesto que para poder sumar las fracciones correspondientes, estos deben realizar subdivisiones en ambas hojas de oficio, de tal forma que cada parte de las fracciones sean de igual área que la del compañero.

3° Validar resultados, comparando lo obtenido anteriormente

En esta tercera etapa, los estudiantes deben comparar actividades realizadas en los ítems anteriores, generando un análisis de resultados obtenidos y procedimientos utilizados, evidenciando errores cometidos, que antes eran considerados válidos. También en esta etapa se discute con el docente para validar si el trabajo realizado es correcto o no. Durante esta instancia en taller n°1, los estudiantes comparan los resultados obtenidos, evidenciando los errores cometidos en el ítem n°1, validando procedimientos para resolver correctamente la suma de fracciones de distinto denominador, comprobando los pasos erróneos utilizados anteriormente.

4° Institucionalizar procedimientos

En esta etapa final, los estudiantes son capaces de discernir los procedimientos correctos de los incorrectos, y junto con el docente se le da una estructura al conocimiento obtenido durante la actividad, agregando observaciones correspondientes y clarificando dudas de los estudiantes. Además, en esta etapa se generalizan los conocimientos. Con respecto al taller n°1, los estudiantes deben relacionar el procedimiento encontrado para la suma de sus fracciones con la suma en general de fracciones de distinto denominador, este conocimiento es estructurado por los estudiantes y anotado

en la pizarra por el docente, siendo este el encargado de realizar observaciones y formalizar el conocimiento para todos los estudiantes.



4 CAPITULO 4: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se analizan e interpretan cada uno de los resultados obtenidos en los diferentes test aplicados.

4.1 Identificación de los errores más frecuentes

Para identificar cuáles fueron los errores más frecuentes en los estudiantes, se analizaron aquellos cometidos por cada objetivo de aprendizaje, como se muestra a continuación:

OA1.- Resolver operaciones con números racionales de manera simbólica y concreta

Pregunta 1

Descripción del problema

Resolver operaciones con números racionales

Conceptos

Suma de fracciones
Resta de fracciones

Habilidades

Recordar suma y resta de fracciones de distinto denominador

Errores frecuentes

— — —
— — —
— — —

Pregunta 2

Descripción del problema Resolver operaciones con números racionales

Conceptos Suma de fracciones
Resta de fracciones

Habilidades Aplicar regla de signos de la adición

Errores frecuentes

Pregunta 3

Descripción del problema Resolver operaciones con números racionales

Conceptos División de fracciones

Habilidades Recordar que para la división de fracciones se debe multiplicar la primera fracción con el recíproco de la segunda fracción

Errores frecuentes

Pregunta 4

)

Descripción del problema

Resolver operaciones con números decimales

Conceptos

Suma de decimales

Resta de decimales

Habilidades

Recordar que para sumar y restar números decimales, se deben ordenar los números en relación a la coma, diferenciando la parte entera de la parte decimal de un número

Errores frecuentes

OA2.- Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero

Pregunta 1

Descripción del problema

Calcular potencias de base racional y exponente entero

Conceptos

Calculo de potencias de base racional y exponente entero

Habilidades

Recordar definición de potencias de base racional

Errores frecuentes

b-veces

Pregunta 2

Descripción del problema	Resolver operaciones de potencias de base racional y exponente entero
Conceptos	Calculo de potencias de base fraccionaria y exponente entero
Habilidades	Recordar definición de potencias de base racional
Errores frecuentes	

Pregunta 3

Descripción del problema	Resolver operaciones de potencias de base fraccionaria y exponente entero
Conceptos	Calculo de potencias de base fraccionaria y exponente entero
Habilidades	Recordar definición de potencias de base fraccionaria
Errores frecuentes	(-) —
	(-) —

Pregunta 4

Descripción del problema	Calcular potencias de base racional y exponente negativo
---------------------------------	--

Conceptos	Calculo de potencias de base racional y exponente negativo
------------------	--

Habilidades	Recordar definición de potencias de base racional y exponente negativo
--------------------	--

Errores frecuentes	
---------------------------	--

OA3.- Desarrollar los productos notables de manera concreta y simbólica.

Pregunta 1

Descripción del problema	Calcular el cuadrado de un binomio
---------------------------------	------------------------------------

Conceptos	Producto notable Cuadrado de un binomio
------------------	--

Habilidades	Recordar desarrollo de un cuadrado de un binomio
--------------------	--

Errores frecuentes	
---------------------------	--

Pregunta 2

Descripción del problema	Desarrollar un binomio de dos variables a la mínima expresión
---------------------------------	---

Conceptos	Binomio de dos variables
------------------	--------------------------

Habilidades	Reducción de términos semejantes
--------------------	----------------------------------

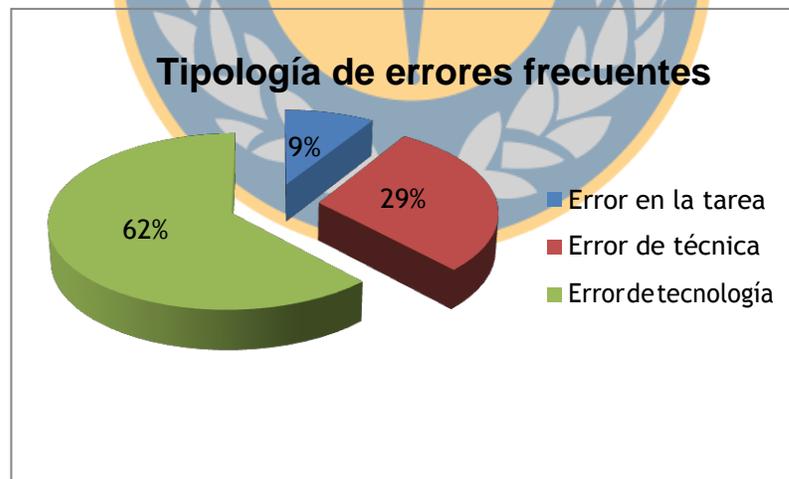
Errores frecuentes

Pregunta 3

Descripción del problema	Desarrollar multiplicación de dos binomios usando productos notables
Conceptos	Productos notables Multiplicación de binomios
Habilidades	Desarrollar multiplicación de binomio usando productos notables

Errores frecuentes

En relación a las tablas presentadas anteriormente y lo visto sobre la clasificación de errores de Brousseau realizada anteriormente, a continuación, se muestra un gráfico representando los tipos de errores y en que porcentajes fueron cometidos.



4.2 Verificación de hipótesis

4.2.1 Primera hipótesis de trabajo

- La aplicación del método disminuye la cantidad de los errores de los estudiantes.

Para efecto del análisis, se considera:

F_1 : Distribución de errores antes de la aplicación del método

F_2 : Distribución de errores producto de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 > F_2$$

Se utiliza la prueba de Wilcoxon, pues los datos de un grupo provienen de variables dependientes que no siguen una distribución normal (Ver anexo 16).

Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Observaciones	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típica
Control errores N°1	40	40	0	9	3,100	3	2,098
Control errores N°2	40	40	0	7	2,375	2	1,480

V 417,500

V (estandarizado) 2,071

Valore esperado 297,500

Varianza (V) 3356,875

valor-p (unilateral) 0,019

alfa 0,05

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, se debe rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se acepta la hipótesis alternativa y se infiere que la aplicación del método disminuye la cantidad de errores de los estudiantes.

4.2.2 Segunda hipótesis de trabajo

- La cantidad de errores es distinta después de un tiempo de aplicado el método.

Para efecto del análisis, se considera:

F₁: Distribución de errores después de la aplicación del método

F₂: Distribución de errores luego de un mes de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$

Se utiliza la prueba de Wilcoxon, pues los datos del grupo provienen de variables dependientes que no siguen una distribución normal (Ver anexo 16). Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Observaciones	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. Típica
Control errores N°2	40	40	0	7	2,375	2	1,480
Control errores N°3	40	40	0	6	2,425	2	1,708

V	240,500
V (estandarizado)	-0,150
Valore esperado	248,000
Varianza (V)	2492,375
valor-p (bilateral)	0,881
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que posterior al método, la disminución de la cantidad de errores se mantiene en el tiempo. Este resultado se complementan con lo evidenciado en la hipótesis anterior, ya que no solo hubo disminución en los errores, sino que además los aprendizajes generados por la aplicación del método fueron constantes posterior a la intervención pedagógica. Esto puede deberse a que al implementar un método basado en la teoría de las situaciones didácticas, se produce un aprendizaje contrario a lo que se obtiene bajo el enfoque tradicional, en correspondencia a lo que afirma Chavarría (2006) quien expone que los procesos educativos basados en el enfoque tradicional no generan aprendizajes significativos en los estudiantes.

4.2.3 Tercera hipótesis de trabajo

- Las distribuciones de los errores cambia producto de la aplicación del método.

Para este análisis se consideraron las frecuencias de errores de los estudiantes, considerando el test aplicado antes del método y los dos test posterior a este. Además, se consideraron 4 categorías, en donde 3 de estas estaban compuestas por los tres errores más frecuentes en los estudiantes (errores n°1, n°2 y n°8). Finalmente, la última categoría estaba compuesta por la suma de los errores restantes, formando la siguiente tabla:

	Errores control N°1	Errores control N°2	Errores control N°3
Error 1	19	10	12
Error 2	12	12	13
Error 8	23	16	11
Otros	70	57	61
Total	124	95	97

A continuación se aplica una prueba X^2 , para determinar si cambia o no la distribución de los errores, producto de la aplicación del método.

1° Comparación distribución Errores control N°1 y N°2

Chi-cuadrado
(Valor observado) 2,644

Chi-cuadrado
(Valor crítico) 7,815

GL 3

valor-p 0,450

alfa 0,05

2° Comparación distribución Errores control N°1 y N°3

Chi-cuadrado
(Valor observado) 5,371

Chi-cuadrado
(Valor crítico) 7,815

GL 3

valor-p 0,147

alfa 0,05

3° Comparación distribución Errores control N°2 y N°3

Chi-cuadrado (Valor observado)	2,237
Chi-cuadrado (Valor crítico)	7,815
GL	3
valor-p	0,525
alfa	0,05

Como el valor p es mayor al nivel de significación en los tres casos analizados, se infiere que las distribuciones de los errores de los estudiantes se mantienen en el tiempo, durante los tres periodos de observación, es decir, la distribución de los errores de los 40 estudiantes parecen distribuirse de la misma forma antes y posterior a la aplicación de los talleres basados en la teoría de las situaciones didácticas.

4.2.4 Cuarta hipótesis de trabajo

- Antes de la aplicación del método existe diferencia en la cantidad de errores de acuerdo al género.

Para efecto del análisis, se considera:

F₁: Distribución de errores de mujeres antes de la aplicación del método

F₂: Distribución de errores de hombres antes de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$

Se utiliza la prueba de U Mann-Whitney, pues los datos del grupo provienen de variables independientes que no siguen una distribución normal (Ver anexo 16). Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Observaciones	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típica
C. de errores n°1 Mujer	10	10	0	9	2,5	1,5	2,953
C. de errores n°1 Hombre	30	30	0	6	3,3	3	1,745



U	99
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	150,000
Varianza (U)	996,635
valor-p (Bilateral)	0,109
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que no existe diferencia en la cantidad de errores cometidos por hombres y mujeres antes de la aplicación del método.

Además, para corroborar la información anterior, bajo las mismas condiciones se considera la siguiente hipótesis:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 < F_2$$

U	99
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	150,000
Varianza (U)	996,635
valor-p (unilateral)	0,054
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que antes del método no existe diferencia en los géneros, de acuerdo a la cantidad de errores cometidos. Pero, para un 6% de significancia, si se establece que las mujeres cometen menos errores. Estos resultados no tienen correlación con expuesto por la Agencia de calidad de Educación (2018), donde presentan resultados similares entre hombres y mujeres en la prueba SIMCE 2017, sin embargo, esta entidad evidencia que los resultados de las mujeres han aumentado significativamente en comparación a los resultados de los hombres, teniendo un aumento de 18 puntos promedio en los últimos 11 años, que a diferencia de los hombres solo han aumentado 10 puntos promedio, durante el mismo periodo de tiempo.

4.2.5 Quinta hipótesis de trabajo

- Posterior a la aplicación del método, existe diferencia en la cantidad de errores de acuerdo al género.

Para efecto del análisis, se considera:

F_1 : Distribución de errores de mujeres producto de la aplicación del método

F_2 : Distribución de errores de hombres producto de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$

Se utiliza la prueba de U Mann-Whitney, pues los datos del grupo provienen de variables independientes que no siguen una distribución normal (Ver anexo 16). Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Observaciones	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típica
C. de errores n°2 Mujer	10	10	2,000	6,000	2,800	2	1,317
C. de errores n°2 Hombre	30	30	0,000	7,000	2,233	2	1,524

U	192,500
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	150,000
Varianza (U)	920,481
valor-p (Bilateral)	0,163
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que producto de la aplicación del método no existe diferencia en la cantidad de errores cometidos por hombres y mujeres.

Además, para corroborar la información anterior, bajo las mismas condiciones se considera la siguiente hipótesis:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 > F_2$$

U	192,500
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	150,000
Varianza (U)	920,481
valor-p (unilateral)	0,082
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que posterior al método no existe diferencia en la cantidad de errores de acuerdo al género. Además se analiza el comportamiento de cada género producto de la aplicación del método, quedando en evidencia que las mujeres posterior a la aplicación del método mantienen la cantidad de errores, y por otro lado, los hombres disminuyen su cantidad de errores, nivelando resultados con el género femenino (Ver anexo n°20).

4.2.6 Sexta hipótesis de trabajo

- La aplicación del método afecta la actitud frente a la matemática de los estudiantes

Para efecto del análisis, se consideró:

μ_1 : Nivel de actitud promedio frente a la matemática inicial

μ_2 : Nivel de actitud promedio frente a la matemática posterior a la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Se utiliza la prueba t de Student, pues los datos del grupo provienen de variables dependientes que siguen una distribución normal (Ver anexo 16). Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Obs.	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Pre-test Actitud	40	0	40	73,000	127,000	100,775	10,509
Post-test Actitud	40	0	40	76,000	131,000	99,900	10,991

Diferencia	0,875
t (Valor observado)	0,577
t (Valor crítico)	2,023
GL	39
valor-p (Bilateral)	0,567
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que la aplicación del método no afecta la actitud frente a la matemática de los estudiantes. Los resultados obtenidos respecto a la actitud luego de la aplicación del método concuerdan con lo expuesto por Bravo, Granada y Sanhueza (2013), quienes exponen lo difícil de abordar una variable emocional como es la actitud de los estudiantes frente a la matemática, teniendo sustento en la complejidad de los factores que intervienen en la actitud, además de la individualidad de los estudiantes y sus preferencias.

4.2.7 Séptima hipótesis de trabajo

- La aplicación del método afecta la motivación hacia la matemática de los estudiantes

Para efecto del análisis, se considera:

μ_1 : Nivel de motivación promedio hacia la matemática inicial

μ_2 : Nivel de motivación promedio hacia la matemática posterior a la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Se utiliza la prueba t de Student, pues los datos del grupo provienen de variables dependientes que siguen una distribución normal (Ver anexo 16). Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Obs.	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típica
Pre-test Motivación	40	40	29	61	48,850	48	7,252
Post-test Motivación	40	40	25	61	46,950	47,5	6,965
Diferencia				1,900			
t (Valor observado)				1,765			
t (Valor crítico)				2,023			
GL				39			
valor-p (Bilateral)				0,085			
alfa				0,05			

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que la aplicación del método no mejora la motivación hacia la matemática de los estudiantes.

Además, para corroborar la información anterior, bajo las mismas condiciones se considera la siguiente hipótesis:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Diferencia	1,900
t (Valor observado)	1,765
t (Valor crítico)	1,685
GL	39
valor-p (unilateral)	0,043
alfa	0,05

Luego, como el valor-p es menor que el nivel de significancia, se debe rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que la aplicación del método disminuye la motivación hacia la matemática de los estudiantes. Estos resultados se relacionan a lo afirmado por Herrera y Zamora (2013), quienes aseguran que los estudiantes no se motivan por igual, además agregan que los métodos utilizados por los docentes pueden ser interesantes para ellos, pero no necesariamente para los estudiantes.

4.2.8 Octava hipótesis de trabajo

- Antes de la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes.

Las hipótesis a considerar son:

H_0 : No existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método

H_1 : Existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha=0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

Matriz de Correlación			Valor-p		
Variables	Pre-test Actitud	Control errores N°1	Variables	Pre-test Actitud	Control errores N°1
Pre-test Actitud	1	0,042	Pre-test Actitud	0	0,798
Control errores N°1	0,042	1	Control errores N°1	0,798	0

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, no existe correlación lineal entre la actitud y la cantidad de errores de los alumnos antes de la aplicación del método.

4.2.9 Novena hipótesis de trabajo

- Antes de la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes.

Las hipótesis a considerar son:

H_0 : No existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método.

H_1 : Existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método.

Así, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha=0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

Matriz de Correlación			Valor-p		
Variables	Pre-test Motivación	Control errores N°1	Variables	Pre-test Motivación	Control errores N°1
Pre-test Motivación	1	0,212	Pre-test Motivación	0	0,190
Control errores N°1	0,212	1	Control errores N°1	0,190	0

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, no existe correlación lineal entre la motivación y la cantidad de errores de los alumnos antes de la aplicación del método.

4.2.10 Decima hipótesis de trabajo

- Antes de la aplicación del método existe relación entre la motivación y actitud frente a la matemática de los estudiantes.

Las hipótesis a considerar son:

H_0 : No existe relación entre la motivación y la actitud hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método.

H_1 : Existe relación entre la motivación y la actitud hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método.

Así, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha=0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

Matriz de Correlación			Valor-p		
Variables	Pre-test Motivación	Pre-test Actitud	Variables	Pre-test Motivación	Pre-test Actitud
Pre-test Motivación	1	0,715	Pre-test Motivación	0	< 0,0001
Pre-test Actitud	0,715	1	Pre-test Actitud	< 0,0001	0

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se acepta la hipótesis alternativa y se infiere que existe correlación lineal entre la motivación y la actitud hacia la matemática de los alumnos antes de la aplicación del método.

4.2.11 Undécima hipótesis de trabajo

- Posterior a la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes

Las hipótesis a considerar son:

H_0 : No existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método

H_1 : Existe relación entre la cantidad de errores y la actitud hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método.

Así, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha=0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

Matriz de Correlación			Valor-p		
Variables	Post-test Actitud	Control errores N°2	Variables	Post-test Actitud	Control errores N°2
Post-test Actitud	1	0,089	Post-test Actitud	0	0,585
Control errores N°2	0,089	1	Control errores N°2	0,585	0

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, no existe correlación lineal entre la actitud y la cantidad de errores de los alumnos después de la aplicación del método.

4.2.12 Duodécima hipótesis de trabajo

- Posterior a la aplicación del método existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes

Las hipótesis a considerar son:

H_0 : No existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método

H_1 : Existe relación entre la cantidad de errores y la motivación hacia la matemática de los estudiantes antes de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha=0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

Matriz de Correlación			Valor-p		
Variables	Post-test Motivación	Control errores N°2	Variables	Post-test Motivación	Control errores N°2
Post-test Motivación	1	-0,068	Post-test Motivación	0	0,678
Control errores N°2	-0,068	1	Control errores N°2	0,678	0

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que no existe correlación lineal entre la motivación y la cantidad de errores de los alumnos después de la aplicación del método.

4.2.13 Decimotercera hipótesis de trabajo

- Posterior a la aplicación del método existe relación entre la motivación y actitud frente a la matemática de los estudiantes

Las hipótesis a considerar son:

H_0 : No existe relación entre la motivación y la actitud hacia la matemática de los estudiantes después de la aplicación del método

H_1 : Existe relación entre la motivación y la actitud hacia la matemática de los estudiantes después de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha=0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

Matriz de Correlación			Valor-p		
Variables	Post-test Motivación	Post-test Actitud	Variables	Post-test Motivación	Post-test Actitud
Post-test Motivación	1	0,391	Post-test Motivación	0	0,013
Post-test Actitud	0,391	1	Post-test Actitud	0,013	0

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se acepta la hipótesis alternativa y se infiere que existe correlación lineal entre la motivación y la actitud hacia la matemática de los alumnos después de la aplicación del método.

Los resultados antes y posterior a la aplicación del método, evidencian existe relación entre la actitud y la motivación frente a la matemática de los estudiantes, validándose esto según lo expuesto por Batista, Gálvez e Hinojosa (2010), quienes indican que estas variables emocionales actúan en relación una con la otra, además Morales (1999) complementa lo anterior sosteniendo que las actitudes son consideradas un buen predictor de la motivación.

5 CAPITULO 5: CONCLUSIONES, REFLEXIONES Y SUGERENCIAS

5.1 Conclusiones

Todas las conclusiones son referidas a estudiantes de primer año medio de un Liceo Técnico Profesional de la ciudad de Los Ángeles.

La presente investigación establece que los estudiantes según la clasificación propuesta por Brousseau cometen más errores del tipo “Error de tecnología”, lo que hace concluir que la mayoría de los estudiantes utilizan técnicas, propiedades o definiciones vistas durante la enseñanza, de forma inapropiada o fuera del campo de validez de áreas específicas de la matemática. Según la misma clasificación antes mencionada, se identifica otro error de tipo “Error de técnica”, el cual evidencia que un gran porcentaje de estudiantes ejecuta algoritmos enseñados por el docente, de forma incompleta o irregular, en otras palabras, los estudiantes son capaces de escoger de forma correcta la técnica que deben utilizar para resolver el ejercicio o problema, sin embargo, al momento de utilizarla no recuerdan el procedimiento correcto para llegar a los resultados esperados. También, a pesar de la baja en la cantidad de errores, se logra evidenciar que la distribución de los errores es similar durante todo el periodo de la investigación.

El uso de talleres basados en la teoría de las Situaciones Didácticas sirve para tratar errores frecuentes, lo que se refleja en la disminución del promedio de errores de los estudiantes y en la mantención de dicho resultado durante el tiempo de un mes desde la aplicación del método. Esto puede deberse a que cada taller se encontraba relacionado a un error en específico, y también se debería a que en cada taller el estudiante tuvo que construir su conocimiento y utilizar distintas técnicas para resolver problemas. Además, los alumnos tuvieron que relacionar las ramas de la matemática, teniendo que llevar un

problema desde el cuadro numérico o algebraico a un cuadro geométrico o de funciones, haciendo que trabajen con un problema que era escrito a un problema tangible para ellos.

Por otro lado, se puede observar que antes de la aplicación del método, existe diferencia en la cantidad de errores de acuerdo al género en favor a las mujeres, diferencia que al parecer el método la elimina. En relación a lo anterior, se evidencia que producto del método las mujeres mantienen la cantidad de errores y los hombres disminuyen su cantidad de errores, nivelándose los resultados entre los géneros. Esto puede deberse a que en los talleres, los estudiantes tuvieron que compartir experiencias en la construcción del conocimiento, interactuando entre mujeres y hombres compartiendo un objetivo, con la necesidad de que cada integrante del grupo participe en el proceso, nivelando sus conocimientos.

Con respecto a la motivación frente a matemática, el presente estudio muestra que los estudiantes disminuyen la motivación producto de la aplicación del método. Esta situación puede ser consecuencia del gran cambio de metodología en el aula, ya que el estudiante pasa a ser el centro de la clase, surgiendo la necesidad de construir su conocimiento, siendo esto un nuevo obstáculo para ellos. Además, estos resultados pueden ser debidos al corto periodo de tiempo del uso de esta metodología. Los autores se refieren a esta situación, mencionando que durante el proceso de enseñanza surgen obstáculos y situaciones de fracaso que provocan en los sujetos cambios en su motivación.

En relación a la actitud hacia la matemática, el método no la afecta. Esto al igual que en el caso anterior, puede ser producto al corto periodo de tiempo del uso de esta metodología, en relación a esto los autores sostienen que desarrollar las actitudes de los estudiantes es un tema difícil de abordar por la complejidad de los factores que intervienen.

En lo referente a las relaciones antes y posterior al método entre las variables de: cantidad de errores, motivación y actitud hacia la matemática de los estudiantes, se logra establecer que existe una relación directa entre las variables motivación frente a la matemática y actitud hacia la matemática, relación que se mantiene previo y posterior a la aplicación del método. Esta relación concuerda con lo indicado por los autores, quienes proponen que la motivación y actitud se encuentran ligadas entre sí, relación que puede ser tanto de forma negativa como positiva.

Resumiendo, en esta investigación se hace uso de talleres basados en la teoría de las situaciones didácticas, para que los estudiantes construyan y validen sus conocimientos, a partir de la experimentación y sus conocimientos previos, permitiendo disminuir la cantidad de errores frecuentes en matemática. Sin embargo, en lo que respecta a la variable de actitud frente a la matemática, ésta se mantuvo sin registrar cambios significativos en los estudiantes, que a diferencia de la variable de motivación de los estudiantes frente a la matemática, disminuyó luego de la aplicación de método. También, se consigue únicamente establecer una correlación entre las variables de motivación y actitud manifestada por los estudiantes. Por último, con respecto a los géneros, se evidencia que antes del método las mujeres cometen menos errores que los hombres, pero producto de la aplicación el método, la diferencia en la cantidad de errores se elimina, esta situación se produce debido a que el género femenino mantuvo resultados, en cambio el género masculino disminuye su cantidad de errores, siendo el método más significativo en este último género.

5.2 Reflexiones

En un comienzo de la aplicación del método, fue un poco complejo llevar a cabo las actividades con los estudiantes, debido a que estos no habían trabajado nunca con este método, y además que los temas tratados ya habían sido vistos anteriormente, solo que de otra forma. No obstante, los estudiantes se fueron acostumbrando y percibiendo de mejor forma cada taller que se les proponía, ya que lo tomaban como desafíos nuevos semana tras semana, permitiendo realizar las actividades cada vez mejor.

Un punto para destacar durante el desarrollo de las actividades, es que trabajar con un alto número de estudiantes, en este establecimiento, se torna un poco difícil, ya que en cada taller los estudiantes deben interactuar entre ellos, produciéndose bastante ruido, generando lapsos de distracción en algunos estudiantes, aunque sí se podía ejercer un buen manejo de grupo.

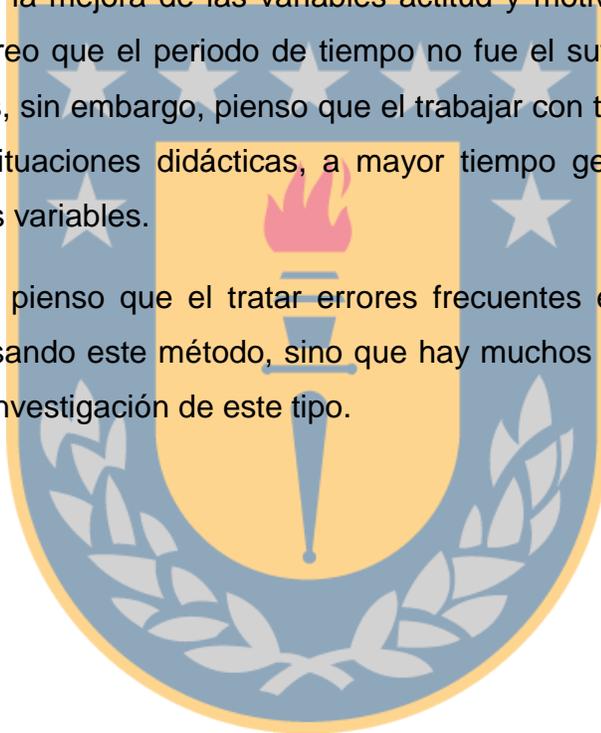
En relación a la aplicación de los test de actitud y motivación, los estudiantes fueron empáticos al responder los test con gran seriedad, aunque se pudo notar que tenían mayor interés para responder los pre-test que los post-test. Por otro lado, en relación a los test de errores siempre se mantuvo el mismo entusiasmo, ya que estos eran evaluados con una nota que iba directa al libro de clases.

5.3 Sugerencias

Durante este estudio solo se consideró el tratar errores frecuentes de los tres primeros objetivos pertenecientes al programa de primero medio, siendo solo una pequeña parte en la enseñanza de la matemática, que podría expandirse fácilmente a cursos superiores o inferiores, ya que como mencionan algunos autores vistos anteriormente, el conocimiento no está libre de errores, creando una constante necesidad el trabajar con estos.

Referente a la mejora de las variables actitud y motivación referentes a esta asignatura, creo que el periodo de tiempo no fue el suficiente para poder generar resultados, sin embargo, pienso que el trabajar con talleres basados en la teoría de las situaciones didácticas, a mayor tiempo generaría resultados positivos en dichas variables.

Finalmente, pienso que el tratar errores frecuentes en matemática, no solo es efectivo usando este método, sino que hay muchos más en los que se podría basar una investigación de este tipo.



6 Referencias Bibliográficas

Agencia de Calidad de la Educación (2018). Resultados educativos 2018.

Recuperado en

http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Conferencia_ER_2017_web_3.pdf.

Alarcón, J., Limas, L. y Jiménez, A. (2015). Prácticas pedagógicas matemáticas de profesores de una institución educativa de enseñanza básica y media. *Praxis & Saber*, 7(13), 127-152. Recuperado en

<http://www.scielo.org.co/pdf/prasa/v7n13/v7n13a07.pdf>.

Álvarez, Y. & Ruiz, M. (2010). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de ingeniería en universidades autónomas venezolanas. *Revista de Pedagogía*, 31(89), 225-249. Recuperado de

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922010000200002&lng=es&tlng=es.

Alves, C. & Cecilio, D. (2012). Evaluación de la motivación académica y la ansiedad escolar y posibles relaciones entre ellas. *Bragança Paulista*, 17(3), 447-455. Recuperado en <http://www.scielo.br/pdf/pusf/v17n3/11.pdf>.

Aravena, D. & Caamaño, E. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos*, 33(2), 7-25. Recuperado en

https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052007000200001

Arciniegas, E. (2016). La escritura socialmente compartida en el aula universitaria: la autorregulación. *Lenguaje*, 44(2), 197-226. Recuperado en <http://www.scielo.org.co/pdf/leng/v44n2/v44n2a04.pdf>

Barros, J. (2008). Enseñanza de las ciencias desde una mirada de la didáctica de la escuela francesa. *Revista EIA*, (10), 55-71. Recuperado de

http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-12372008000200006&lng=en&tlng=es.

Batista, A., Gálvez, M., & Hinojosa, I. (2010). Bosquejo histórico sobre las principales teorías de la motivación y su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Cubana de Medicina General Integral*, 26(2) Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21252010000200017&lng=es&tlng=es.

Bermejo, M. & Pérez, V. (2009). El efecto Mateo en niños con Dificultades Específicas de Aprendizaje de las Matemáticas. *Escritos de Psicología*, 3(1), 30-36. Recuperado de http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S198938092009000300004

Bohorquez, J., Boscán, L., Hernández, A., Salcedo, S. & Morán, R. (2009). La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría. *Educere*, 13(45), 477-489. Recuperado en http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102009000200022&lng=es&tlng=es.

Bravo, L., Granada, M. & Sanhueza, S. (2012). Actitudes del profesorado de Chile y Costa Rica hacia la inclusión educativa. *Cadernos de Pesquisa*, 42(147), 884-899. <https://dx.doi.org/10.1590/S0100-15742012000300013>

Cabrera, E., González, J., Montenegro, E. & Nettle, A. (2010). Una didáctica del saber: un camino hacia la optimización de las transposiciones didácticas. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 36(2), 51-61. doi: <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052010000200003>

Cardelli, J. (2004). Reflexiones críticas sobre el concepto de Transposición Didáctica de Chevallard. *Cuadernos de antropología social*, (19), 49-61.

Recuperado de

http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-275X2004000100004&lng=es&tlng=es.

Caronía, S., Rivero, M., Operuk, R., & Mayol, C. (2014). Los conocimientos matemáticos en el umbral de la universidad. *Revista de Ciencia y Tecnología*, (21), 5-11. Recuperado de

http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1851-75872014000100001&lng=es&tlng=es.

Cervantes, G. & Martínez, R. (2013). Una alternativa para prevenir el error de linealización $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$. *Zona Próxima*, (18), 103-112. Recuperado de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442013000100009&lng=en&tlng=es.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. (2). Recuperado en <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6885/6571>

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Argentina: Aique Grupo Editor S.A.

Daza, G., & Garza, B. (2018). Actitudes hacia el Cálculo Diferencial e Integral: Caracterización de Estudiantes Mexicanos del Nivel Medio Superior. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 279-302. doi: <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a14>

Fernandes, D. & Silveira, M. (2012). Evaluación de la motivación académica y la ansiedad escolar y posibles relaciones entre ellas. *Psico-USF*, 17(3), 447-455. doi: <https://dx.doi.org/10.1590/S1413-82712012000300011>

Fernández, M. & Brito, R. (2018). Los errores cognitivos y sus causas: una mirada desde la didáctica de las ciencias exactas. *Transformación*, 14(1), 81-89. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552018000100008&lng=es&tlng=es.

González, E., & Díaz, D. (2008). Desde el currículo hasta la didáctica o sobre la circulación de los saberes y sus controles en la universidad: un ejemplo en la enseñanza de la Medicina. *Iatreia*, 21 (1), 83-93.

Herrera, J. & Zamora, N. (2014). ¿Sabemos realmente que es la motivación? *Correo Científico Médico*, 18(1), 126-128. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1560-43812014000100017&lng=es&tlng=es.

Legañoa, M., Báez, I. & García, J. (2017). Las actitudes hacia la matemática: preparación de los maestros para considerarlas. *Transformación*, 13(1), 56-65. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552017000100006&lng=es&tlng=es.

Lucumi, P. & González, M. (2015). El ambiente digital en la comunicación, la actitud y las estrategias pedagógicas utilizadas por docentes. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (37), 109-129. Recuperado de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142015000100007&lng=en&tlng=es.

Martínez, M., Araya, P., & Berger, B. (2017). Descripción del cambio del profesor de matemática desde su propia perspectiva a partir de una experiencia en torno a resolución de problemas de final abierto. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(59), 984-1004. doi: <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a07>

Marulanda, F., Montoya, I., & Vélez, J. (2014). Teorías motivacionales en el estudio del emprendimiento. *Pensamiento & Gestión*, (36), 206-238. Recuperado de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-62762014000100008&lng=en&tlng=.](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-62762014000100008&lng=en&tlng=)

Molfino, V. & Buendía, G. (2010). El límite de funciones en la escuela: un análisis de su institucionalización. *REIEC*, 5(1), 27-41. Recuperado de <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v5n1/v5n1a03.pdf>

Molina, M., Carriazo, J., & Casas, J. (2013). Estudio transversal de las actitudes hacia la ciencia en estudiantes de grados quinto a undécimo. Adaptación y aplicación de un instrumento para valorar actitudes. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (33), 103-122. Recuperado de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142013000100005&lng=en&tlng=.](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142013000100005&lng=en&tlng=)

Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de pedagogía*, 24(70), 181-272. Recuperado en http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-97922003000200002&script=sci_abstract

Motta, J. (2017). La actitud de escucha, fundamento de la comunicación y la democracia en el aula. *Cuadernos de Lingüística Hispánica*, (30), 149-169. doi: <https://doi.org/10.19053/0121053X.n30.0.6192>

Muñoz, C., Andrade, M., & Cisneros, M. (2015). Los indicios de la actitud en las interacciones orales en el aula universitaria. *Folios*, (42), 127-138. Recuperado de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-48702015000200009&lng=en&tlng=.](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-48702015000200009&lng=en&tlng=)

Núñez, M., Fajardo, E., & Quimbayo, J. (2010). El docente como motivador: Percepciones de los estudiantes de la Facultad Ciencias de la Salud de la Universidad del Tolima (Colombia). *Revista Salud Uninorte*, 26(2), 260-268.

Recuperado de

http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-55522010000200009&lng=en&tlng=es.

OCDE (2016). PISA 2015 Resultados Clave. Recuperado de

<https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>

Ortiz, J. (2006). Incorporación de la calculadora gráfica en el aula de matemática: Una discusión actual hacia la transformación de la práctica.

SAPIENS, 7(2), 139-157. Recuperado en

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1317-58152006000200010&lng=es&tlng=es.

Panizza, M. (2003). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas.

Recuperado en http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf

Paredes, J. & Dias, R. (2012). La motivación del uso de las tic en la formación de profesorado en educación ambiental. *Ciência & Educação*, 18(2), 353-368.

Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v18n2/a08v18n2.pdf>

Rojas, H. (2009). Formar investigadores e investigadoras en la universidad:

optimismo e indiferencia juvenil en temas científicos. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 7(2, Supl. 1), 1595-1618. Recuperado de

http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1692-715X2009000300018&lng=en&tlng=es.

Sanhueza, S., Granada, M. & Bravo, L. (2012). Actitudes del profesorado de Chile y Costa Rica hacia la inclusión educativa. *Cuadernos de pesquisa*,

42(147), 884-899. doi: <https://dx.doi.org/10.1590/S0100-15742012000300013>

Vidal, R. (2017). La Transposición Didáctica: Un Modelo Teórico para investigar los estatus de los objetos matemáticos. Recuperado en <https://es.slideshare.net/JohannaMenaGonzalez/la-transposicin-didctica-un-modelo-terico-para-investigar-los-estatus-de-los-objetos-matemticos>



7 Anexos

7.1 Anexo n°1: Talleres

Taller N°1

1.- Resolver las siguientes operaciones (Individual)

- a) - ==
- b) - ==
- c) - ==
- d) - ==
- e) - ==

2) Representar fracción en una hoja de oficio (parejas):

	Fila 1	Fila 2	Fila 3	Fila 4
Estudiante 1	-	-	-	-
Estudiante 2	-	-	-	-

4) Se juntan con el compañero con cada representación y que planteen formas en que sumen las fracciones basándose en las figuras formadas en las hojas (Parejas)

5) Comparar resultados obtenidos con los posibles resultados planteados en la primera etapa (Parejas)

6) Escribir en palabras el proceso de la suma de fracciones (Parejas)

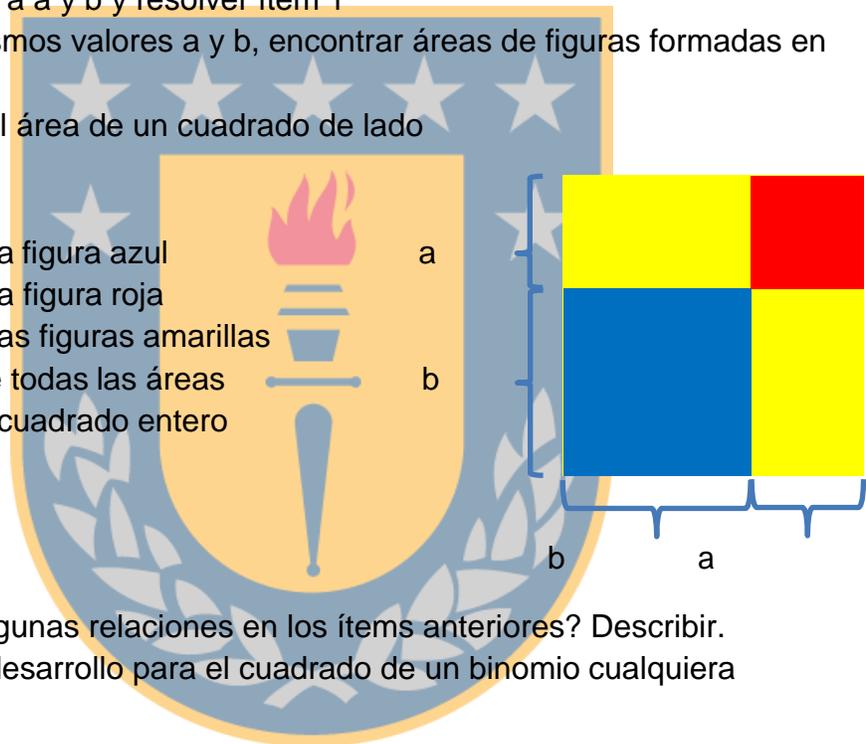
7) Los estudiantes generalizan en conjunto los resultados obtenidos (Parejas)

Taller N°2

- 1) Resolver las siguientes expresiones con números enteros
 - a)
 - b)
 - c)
 - d)
- 2) Representar figuras geométricas correspondientes al ítem anterior
- 3) Dar valores a a y b y resolver ítem 1
- 4) Con los mismos valores a y b , encontrar áreas de figuras formadas en ítem 2
- 5) Encontrar el área de un cuadrado de lado

6) Encontrar:

- a) El área de la figura azul
- b) El área de la figura roja
- c) El área de las figuras amarillas
- d) La suma de todas las áreas
- e) El área del cuadrado entero



- 7) ¿Existen algunas relaciones en los ítems anteriores? Describir.
- 8) Escribir el desarrollo para el cuadrado de un binomio cualquiera

Taller N°3

- 1) Resolver las siguientes operaciones:
 - a) $4 + 0,5 =$
 - b) $0,25 + 2,0625 =$
 - c) $0,4 + 1,125 =$
- 2) Representar como figura geométrica cada dato anterior y resolver operaciones planteadas
- 3) Expresar como fracciones cada dato del ítem 1 y resolver operaciones planteadas
- 4) ¿Existe alguna relación entre los ítems anteriores? Describir
- 5) Representar 4 y 0,5 en la recta numérica. Luego sumar dichos números usando la recta numérica
- 6) Escribir textual el proceso de suma de decimales



Taller N°4

- 1) Resolver los siguientes ejercicios (Individual)
 - a)
 - b)
 - c)
 - d)

- 2) Representar en la recta numérica los casos anteriores
- 3) ¿Existe alguna relación entre los ítems anteriores? Describir
- 4) Desarrollar las siguientes operaciones en forma de multiplicación y en forma de adición (parejas)
 - a) Estudiante 1
 - b) Estudiante 2

- 5) Comparar resultados y establecer conclusiones con respecto a la relación que se da entre los casos anteriores
- 6) Completar la siguiente tabla con las conclusiones obtenidas en relación a la adición y multiplicación con respecto a números de igual y diferente signo

Operación	Signo	Conclusión
+	Iguales	
	Distintos	
	Iguales	
	Distintos	

Taller N°5

1) Resolver los siguientes ejercicios:

- a) $2^3=$
- b) $4+4+4=$
- c) $2 \times 2 \times 2=$
- d) $2 \times 3=$
- e) $4 \times 3=$
- f) $2+2+2=$
- g) $4^3=$

- 2) Representar datos anteriores como figuras geométricas
- 3) Calcular áreas y volumen de las figuras geométricas
- 4) ¿Existe alguna relación entre los ítems anteriores? Describir
- 5) Completar la siguiente tabla utilizando la información anterior

Potencia	Procedimiento correcto	Procedimiento incorrecto
2^3		
4^3		

6) Generalizar procedimiento de resolución de potencias “ a^b ”

Taller N°6

1) Resolver los siguientes ejercicios (Individual):

a) $4^{-1} =$

b) $4^3 =$

c) $4 \times 4 \times 4 =$

2) Resolver utilizando propiedades de potencias (parejas)

a) $4^{-1} \times 4^3 =$ Estudiante 1

b) $x \times 4^3 =$ Estudiante 2

c) Comparar resultados ¿Existe alguna relación entre los ítems anteriores?
Describir

3) Graficar utilizando la calculadora las siguientes funciones (parejas)(utilizar programa geogebra para mostrar funciones):

a) $f(x) = x^{-1}$ Estudiante 1

b) $f(x) =$ Estudiante 2

Obs: utilizar los siguientes valores: 1, 2, 3, y -

4) De acuerdo a las tablas y graficas obtenidas por ambas funciones. ¿Qué podemos concluir en relación a estas?

5) Realizar una conclusión general en relación a los ítem 2 y 3

Taller N°7

1) Resolver simplificando a la mínima expresión

- a) - -
- b) - -
- c) - -
- d) - -

2) Utilizar una hoja de oficio para representar (parejas)

Fila 1	Fila 2	Fila 3	Fila 4
-	—	-	—

- a) Recortar hoja de oficio de acuerdo a división realizada
- b) Dividir fracción en dos partes iguales una para cada estudiante
- c) Representar partes iguales en hojas de oficio para cada estudiante
- d) Identificar que fracción obtuvo cada estudiante

3) Utilizando ítem 1 y 2

- a) Identificar relaciones entre a, b, c y d
- b) ¿Qué comportamientos se dan en esta relación?

4) Generalizar caso encontrado para cualquier fracción:

- -

7.2 Anexo n°2: Planilla de validación

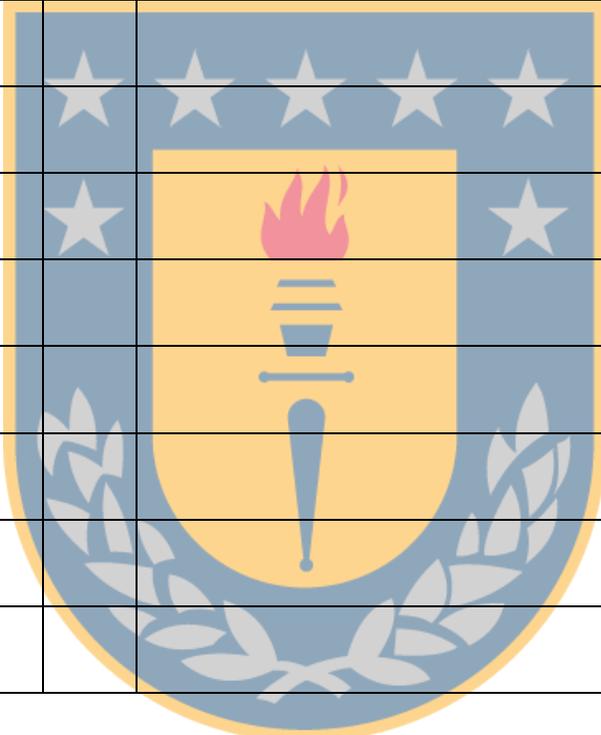
Validación Pre-test

Instrucciones: La presente validación consiste en una validación de aprendizajes. Para ello escriba una X frente al número del ítem que usted considere que sirve para evaluar cada objetivo, utilice la columna no corresponde cuando considere que el ítem no apunta hacia alguno de los objetivos. Finalmente en la columna de observación puede señalar opiniones con respecto a algún ítem que usted considere relevante. Para su conocimiento, puede elegir más de un objetivo por ítem.

Objetivos de aprendizaje:

- A.** Resolver operaciones con números racionales de manera simbólica y concreta
- B.** Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero
- C.** Desarrollar los productos notables de manera concreta y simbólica.

Ítem	A	B	C	N/C	Observaciones
1					
2					
3					
4					
5					
6					

7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

Población de ítems propuesta por: Daniel Concha Cárdenas
2018
Validación según juicio de: _____

Fecha: ___ de Julio de
Firma: _____

7.3 Anexo n°3: Resultados validación

Ítem	Autor	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5
1	C	✓	✓	✓	✓	✓
2	C	✓	✓	✓	✓	✓
3	B	✓	✓	✓	✓	✓
4	B	✓	✓	✓	✓	✓
5	A	✓	✓	✓	✓	✓
6	A	✓	✓	✓	✓	✓
7	C	X	✓	X	X	X
8	C	X	✓	X	X	X
9	C	X	✓	X	X	X
10	A	✓	✓	✓	✓	✓
11	A	✓	✓	✓	✓	✓
12	A	✓	✓	✓	✓	✓
13	B	✓	✓	✓	✓	✓
14	B	✓	✓	✓	✓	✓
15	A	✓	✓	✓	✓	✓
16	B	✓	✓	✓	✓	✓
17	C	✓	✓	✓	✓	✓
18	C	✓	✓	✓	✓	✓
19	C	✓	✓	✓	✓	✓

7.4 Anexo n°4: Instrumento validado

Evaluación

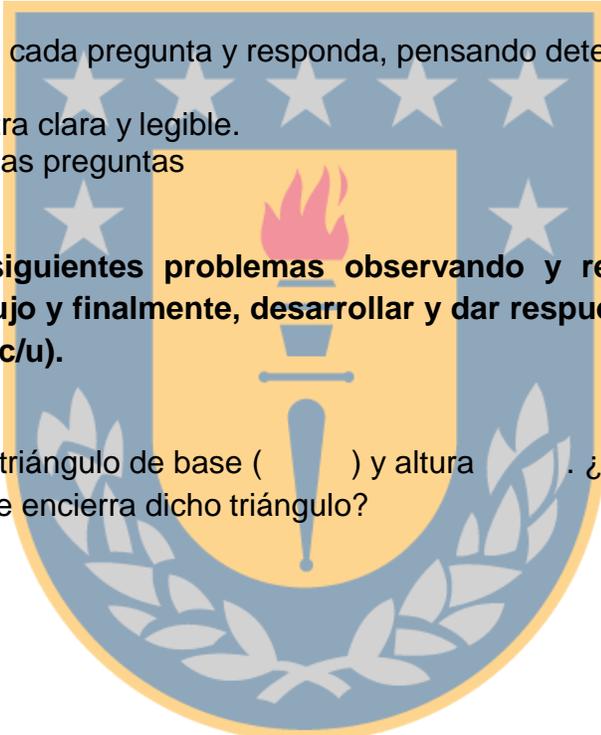
Nombre: _____ Curso: _____

Fecha: ___/___/___ Género: F M

Instrucciones Generales:

- La prueba es individual y constará de un tiempo total de 45 minutos para responder.
- Lea atentamente cada pregunta y responda, pensando detenidamente su respuesta.
- Responda con letra clara y legible.
- Responda todas las preguntas

I Resuelva los siguientes problemas observando y representando los datos con un dibujo y finalmente, desarrollar y dar respuesta a la pregunta presentada (4pto c/u).

- 
- a) Se tiene un triángulo de base () y altura (). ¿Cuál es el área de la región que encierra dicho triángulo?
- b) Se tiene un cuadrado de lado $3x+6y$. ¿Cuál es el área de la región que encierra el cuadrado?
- c) Se tiene un cubo de lado () cm. ¿A cuánto equivale el volumen del sólido que encierra el cubo?

d) Se tiene un rectángulo de lados (\quad) cm y (\quad) cm. ¿A cuánto equivale el área de la región que encierra el rectángulo?

e) Un padre reparte entre sus hijos de un terreno. Al mayor le da $\frac{1}{3}$ del terreno, al mediano $\frac{1}{4}$ del terreno y al menor el resto del terreno a repartir. ¿Qué fracción del terreno recibió el tercero?

f) Si Juan tiene 5 jarros de un litro de agua, Josefa tiene 0,3 litros en un jarro de agua y Pedro tiene 0,65 litros en un vaso de agua. ¿Cuántos litros de agua tienen en total?



II Calcular las siguientes operaciones

g) $2,3+5,96+234+0,8=$

h) $(\quad)= \quad - \quad -$

i) $- \quad -$

j) $((-\quad) (-\quad)) =$

$$k) (-) \quad l) =$$

m) $(-)$



III Desarrollar las siguientes expresiones utilizando productos notables

n)

ñ) =

o)

7.5 Anexo n°5: Alfa de Cronbach

Estudiante	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	ñ	o
E1	0	0	0	0	1	3	1	1	2	1	1	2	0	0	0	0
E2	0	0	0	0	2	0	3	0	0	0	0	3	0	0	0	0
E3	0	0	0	0	3	2	1	1	1	3	0	3	1	1	1	1
E4	0	0	0	1	1	3	3	1	1	1	0	2	1	1	1	1
E5	0	0	2	0	3	3	2	3	1	3	1	0	1	0	0	0
E6	0	0	0	2	2	3	2	0	2	1	0	2	1	1	1	1
E7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3	0	2	1	0	0	0
E8	0	0	0	0	2	2	1	0	1	3	0	3	1	0	0	0
E9	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
E10	0	0	0	0	0	0	3	2	1	3	0	3	1	0	0	0
E11	0	1	0	0	0	0	1	1	1	3	0	3	1	1	1	1
E12	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
E13	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	0	0	0	0
E14	0	0	0	0	1	3	1	1	1	3	0	3	1	1	0	0
E15	0	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	1	0	0	1	0
E16	0	0	0	0	1	1	1	1	1	3	0	3	1	0	1	0
E17	0	0	0	0	3	0	3	2	0	3	0	3	1	0	0	0
E18	0	0	0	0	3	3	3	3	1	1	0	3	1	1	1	0
E19	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0	0	3	0	0	0	0
E20	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E21	0	0	0	0	3	3	1	3	1	0	0	3	0	0	1	0
E22	0	0	0	0	0	0	3	1	1	3	0	3	0	1	1	1
E23	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	3	0	0	0	0
E24	0	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0
E25	0	0	0	0	3	3	3	1	1	1	0	3	1	1	0	1
E26	0	3	0	0	3	3	3	1	1	3	0	3	1	1	0	1
E27	1	1	1	1	0	0	2	0	1	0	0	3	0	1	1	1
E28	0	0	1	1	1	2	1	0	0	1	0	3	1	1	1	1
E29	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0
E30	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
E31	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
E32	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
E33	0	0	0	0	1	3	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
E34	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	3	0	1	0	0
E35	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	3	0	0	0	0
E36	0	1	1	1	1	3	1	0	1	3	1	1	1	2	1	2

E37	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	3	0	0	0	0
E38	0	0	0	0	1	3	3	1	0	0	0	1	0	0	0	0
E39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
E40	0	0	0	0	0	0	3	1	1	1	1	0	1	0	0	0

7.6 Anexo n°6: Test de Actitud

Test de actitud hacia la matemática

Nombre: _____ Curso: _____

Fecha: ___/___/___

Género: F M

Instrucciones:

- En el siguiente cuestionario no hay respuestas correctas ni incorrectas, y por lo tanto no tiene consecuencias en sus calificaciones en matemáticas, solo se desea saber si usted está a favor o en contra con cada una de las siguientes afirmaciones. Por ejemplo, ante la afirmación:

Me gustan las matemáticas

- Usted indica su opinión marcando con una "X" solo una de las siguientes alternativas en el casillero, de la tabla adjunta:

MF	F	NS	C	MC
----	---	----	---	----

- Estas alternativas significan:

MF=Muy a favor

F= A favor

NS=No sé, indiferente

C=En contra

MC=Muy en contra

- No tome mucho tiempo en ninguna de las afirmaciones, más bien asegúrense de responder a cada una de ellas. Trabaje con cuidado. Recuerde que no hay respuestas correctas ni incorrectas, lo que es su opinión. Deje que su experiencia lo guie para marcar su verdadera opinión.

1.	Las matemáticas son chéveres para mí.	MF	F	NS	C	MC
2.	Las matemáticas son importantes y necesarias.	MF	F	NS	C	MC
3.	Podría estudiar temas de matemáticas más difíciles.	MF	F	NS	C	MC
4.	Las matemáticas usualmente me hacen sentir incómodo(a) y nervioso(a).	MF	F	NS	C	MC
5.	No me gusta hacer las tareas de matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
6.	Las matemáticas me servirán para hacer estudios universitarios.	MF	F	NS	C	MC
7.	Aunque estudio, las matemáticas siempre me parecen muy difíciles.	MF	F	NS	C	MC
8.	Si estudio puedo entender cualquier tema matemático.	MF	F	NS	C	MC
9.	Disfruto haciendo los problemas que me dejan como tarea en matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
10.	Las matemáticas enseñan a pensar.	MF	F	NS	C	MC
11.	Me aburro estudiando matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
12.	Los temas de matemáticas entre mis favoritos.	MF	F	NS	C	MC
13.	Solo deberían estudiar matemáticas aquellos que la aplicaran en sus futuras ocupaciones.	MF	F	NS	C	MC
14.	No entiendo las matemáticas porque son muy complicadas.	MF	F	NS	C	MC
15.	Me siento seguro al trabajar en matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
16.	No me molestaría seguir estudiando matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
17.	Las matemáticas me parecen útiles para mi futura profesión.	MF	F	NS	C	MC
18.	Puedo hacer ejercicios más complicados de matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
19.	Solo en los exámenes de matemáticas me siento nervioso.	MF	F	NS	C	MC
20.	Prefiero estudiar cualquier otra materia en lugar de matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
21.	Guardaré mis cuadernos de matemáticas porque probablemente me servirán.	MF	F	NS	C	MC
22.	Me gusta resolver ejercicios de matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
23.	Me gustaría usar las matemáticas en mis trabajos futuros.	MF	F	NS	C	MC
24.	Puedo entender cualquier tema de matemáticas si está bien explicado.	MF	F	NS	C	MC
25.	Mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar claramente cuando estudio matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
26.	Ojala nunca hubieran inventado las matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
27.	Las matemáticas son muy interesantes para mí.	MF	F	NS	C	MC
28.	Estudiar matemáticas son muy interesantes para mí.	MF	F	NS	C	MC
29.	Si pudiera no estudiaría más matemáticas.	MF	F	NS	C	MC
30.	En la clase de matemáticas siempre estoy esperando que se acabe.	MF	F	NS	C	MC
31.	Estudiar matemáticas es un fastidio.	MF	F	NS	C	MC

7.7 Anexo n°7: Test de Motivación

Test de motivación frente a la matemática

Nombre: _____ Curso: _____

Fecha: ___/___/___ Género: F M

Instrucciones:

- Marque con una X la alternativa que usted crea que más se acerca a la descripción de cada ítem; donde todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 de la siguiente manera;

- 1: Completamente en desacuerdo
- 2: En desacuerdo
- 3: Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- 4: De acuerdo
- 5: Completamente de acuerdo

- Este test es de carácter anónimo, por lo que su nombre sólo será utilizado para realizar un catastro de la población, por lo cual dicho nombre no se hará público

Ítem	Preguntas	Completamente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Completamente de acuerdo
Interés	Me gustan las Matemáticas.					
	Disfruto con las matemáticas.					
	Las matemáticas son emocionantes.					
Importancia	Es importante para mí ser alguien que sea bueno en matemáticas.					
	Creo que ser bueno en matemáticas es parte importante de mi personalidad.					
	Es importante para mí ser alguien que puede razonar utilizando formulas y operaciones matemáticas.					
Utilidad	Creo que las matemáticas pueden ser útiles en el futuro porque me pueden ayudar.					
	Creo que ser bueno en las matemáticas puede ser útil en el futuro.					
	Creo que ser bueno en matemáticas puede ser útil para encontrar trabajo o para ir a la universidad.					
Coste	Tengo que dejar de hacer muchas cosas para aprender bien matemáticas.					
	Creo que el éxito en matemática requiere dejar otras actividades que me gustan.					

Auto-eficacia	Creo que tendré una excelente nota en matemáticas.					
	Estoy seguro de que puedo entender los contenidos más difíciles en matemáticas.					
	Tengo confianza en que puedo aprender los conceptos básicos enseñados en matemática.					



7.8 Anexo n°8: Planilla de validación

Validación Post-test

Instrucciones: La presente validación consiste en una validación de aprendizajes. Para ello escriba una X frente al número del ítem que usted considere que sirve para evaluar cada objetivo, utilice la columna no corresponde cuando considere que el ítem no apunta hacia alguno de los objetivos. Finalmente en la columna de observación puede señalar opiniones con respecto a algún ítem que usted considere relevante. Para su conocimiento, puede elegir más de un objetivo por ítem.

Objetivos de aprendizaje:

- A.** Resolver operaciones con números racionales de manera simbólica y concreta
- B.** Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero
- C.** Desarrollar los productos notables de manera concreta y simbólica.

Ítem	A	B	C	N/C	Observaciones
a					
b					
c					
d					
e					
f					
g					

h					
i					
j					
k					
l					
m					
n					
ñ					
o					

Población de ítems propuesta por: Daniel Concha Cárdenas
2018

Fecha: ___ de Octubre de

Validación según juicio de: _____

Firma: _____



7.9 Anexo n°9: Resultados de validación

Ítem	Autor	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5
a	A	✓	✓	✓	✓	✓
b	B	✓	✓	✓	✓	✓
c	C	✓	✓	✓	✓	✓
d	B	✓	✓	✓	✓	✓
e	C	✓	✓	✓	✓	✓
f	A	✓	✓	✓	✓	✓
g	B	✓	✓	✓	✓	✓
h	B	✓	✓	✓	✓	✓
i	A	✓	✓	✓	✓	✓
j	A	✓	✓	✓	✓	✓
k	A	✓	✓	✓	✓	✓
l	B	✓	✓	✓	✓	✓
m	A	✓	✓	✓	✓	✓
n	C	✓	✓	✓	✓	✓
ñ	C	✓	✓	✓	✓	✓
o	C	✓	✓	✓	✓	✓

7.10 Anexo n°10: Instrumento validado

Evaluación

Nombre: _____ Curso: _____

Fecha: ___/___/___ Género: F M

Instrucciones Generales:

- La prueba es individual y constará de un tiempo total de ___ minutos para responder.
- Lea atentamente cada pregunta y responda, pensando detenidamente su respuesta.
- Responda con letra clara y legible.
- Responda todas las preguntas

I En cada ejercicio siguiente calcule y simplifique

a) $((-)) (-) =$

b) $(-) (- (-)) =$

c) $-$

d) $1,2+2,44+34+0,8=$

e) $(- -) =$

f) $((-)) (-) =$

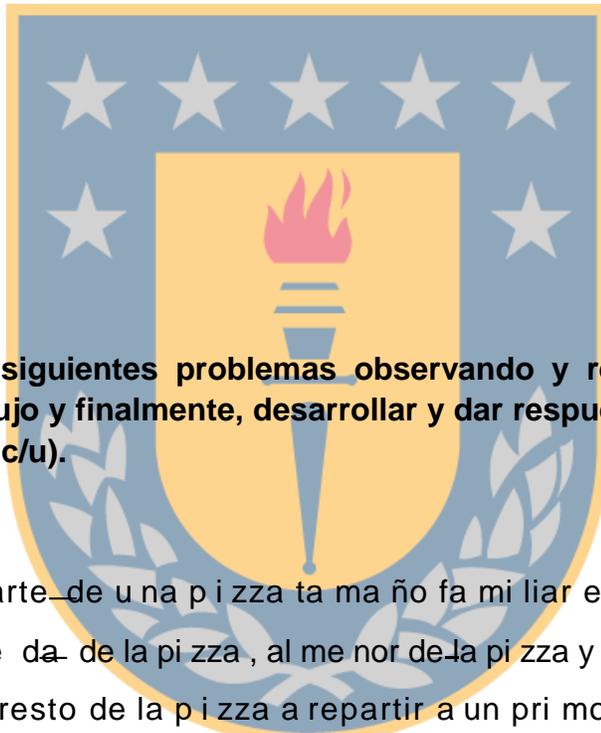
g) = -

II Desarrollar las siguientes expresiones utilizando productos notables

h)

i) =

j)



III Resuelva los siguientes problemas observando y representando los datos con un dibujo y finalmente, desarrollar y dar respuesta a la pregunta presentada (4pto c/u).

k)) Juan reparte de una p i z z a ta ma ñ o fa mi liar entre s us pri mos.
Al ma yor le da de la pi z z a , al me nor de la pi z z a y final mente
le entreg a el resto de la p i z z a a repartir a un pri mo d e su mis ma
edad. ¿ Qué fracci ó n de la p i z z a recibió este ú l t i m o pri mo?

l) Se tiene una fotografía con dimensiones de (\cdot) m de ancho y (\cdot) m de largo. ¿Cuál es el área de dicha fotografía?

m) Se tiene un cuadrado de lado $x+3y$. ¿Cuál es área de la región que encierra dicho cuadrado, expresada como la suma de tres términos?

n) Se tiene una goma en forma de cubo de lado (\cdot) dm. ¿A cuánto equivale el volumen de dicha goma?

ñ) Se tiene un rectángulo de lados \cdot cm y (\cdot) cm. ¿Cuál es el área de la región que encierra dicho rectángulo, expresada en forma de un binomio?

o) Si Diego tiene 4 Kg de harina en su saco, Antonia tiene 0,5 Kg de harina en un abolsa y Marcela tiene 0,75 Kg de harina en un plato. ¿Cuántos Kilogramos de harina tienen en total?

7.11 Anexo n°11: Alfa de Cronbach

Estudiante	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	ñ	o
E1	2	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	3
E2	0	0	1	3	1	0	3	3	1	1	3	2	3	1	0	3
E3	3	1	1	1	1	0	3	1	1	1	3	3	1	3	1	3
E4	1	0	2	3	1	1	3	3	1	3	2	2	3	2	1	3
E5	3	3	1	3	1	1	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3
E6	1	0	0	3	1	1	3	3	1	1	3	3	0	2	1	3
E7	3	2	1	3	0	1	1	3	0	3	3	3	0	0	0	3
E8	3	0	1	3	2	1	3	3	1	1	3	3	3	2	3	3
E9	1	0	0	1	0	0	3	1	1	1	2	1	1	0	2	1
E10	3	0	0	3	0	0	3	3	3	1	3	3	0	2	0	3
E11	3	0	2	1	1	1	3	1	1	1	3	1	0	1	1	1
E12	3	0	0	1	2	1	1	3	0	0	1	1	1	1	2	1
E13	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
E14	3	3	1	3	1	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3
E15	3	3	1	1	0	0	3	3	1	1	1	3	1	0	0	1
E16	3	2	2	3	1	1	1	1	1	1	0	3	0	2	0	3
E17	3	0	1	3	3	0	3	3	0	2	0	1	0	0	0	3
E18	3	0	2	1	2	1	3	1	3	1	2	0	0	0	3	3
E19	3	0	0	3	2	1	3	0	0	0	2	1	1	3	1	3
E20	0	0	0	1	0	0	1	3	1	1	0	0	0	0	0	1
E21	3	0	1	3	2	0	1	0	0	1	3	1	2	2	0	3
E22	3	1	1	3	2	1	3	1	1	1	2	0	0	0	0	3
E23	0	0	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3
E24	1	0	2	1	0	0	3	1	0	1	2	1	1	1	0	3
E25	3	0	1	3	1	3	3	3	1	1	3	3	3	3	1	3
E26	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
E27	3	3	1	3	1	3	1	3	3	3	2	3	3	3	3	3
E28	1	0	1	3	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3
E29	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3
E30	3	1	1	3	3	1	3	1	0	1	3	3	0	2	0	3
E31	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
E32	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	2	0	0	0	1
E33	2	0	1	3	2	0	1	0	0	0	3	2	0	0	0	3
E34	3	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3
E35	3	3	1	1	1	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
E36	3	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	3

E37	3	0	0	3	3	1	3	1	1	1	2	1	1	2	3	3
E38	0	0	2	3	1	1	3	3	1	0	3	1	1	1	0	3
E39	3	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	2	0	2	0	3
E40	3	1	1	3	3	1	1	3	3	3	3	2	1	2	2	3

7.12 Anexo n°12: Planilla de validación

Validación Post-test 2

Instrucciones: La presente validación consiste en una validación de aprendizajes. Para ello escriba una X frente al número del ítem que usted considere que sirve para evaluar cada objetivo, utilice la columna no corresponde cuando considere que el ítem no apunta hacia alguno de los objetivos. Finalmente en la columna de observación puede señalar opiniones con respecto a algún ítem que usted considere relevante. Para su conocimiento, puede elegir más de un objetivo por ítem.

Objetivos de aprendizaje:

- A.** Resolver operaciones con números racionales de manera simbólica y concreta
- B.** Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero
- C.** Desarrollar los productos notables de manera concreta y simbólica.

Ítem	A	B	C	N/C	Observaciones
a					
b					
c					
d					

e					
f					
g					
h					
i					
j					
k					
l					
m					
n					
ñ					
o					



Población de ítems propuesta por: Daniel Concha Cárdenas
2018

Fecha: ___ de Octubre de

Validación según juicio de: _____

Firma: _____

7.13 Anexo n°13: Resultados de validación

Ítem	Autor	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5
a	A	✓	✓	✓	✓	✓
b	B	✓	✓	✓	✓	✓
c	C	✓	✓	✓	✓	✓
d	B	✓	✓	✓	✓	✓
e	C	✓	✓	✓	✓	✓
f	A	✓	✓	✓	✓	✓
g	B	✓	✓	✓	✓	✓
h	B	✓	✓	✓	✓	✓
i	A	✓	✓	✓	✓	✓
j	A	✓	✓	✓	✓	✓
k	A	✓	✓	✓	✓	✓
l	B	✓	✓	✓	✓	✓
m	A	✓	✓	✓	✓	✓
n	C	✓	✓	✓	✓	✓
ñ	C	✓	✓	✓	✓	✓
o	C	✓	✓	✓	✓	✓

7.14 Anexo n°14: Instrumento validado

Evaluación

Nombre: _____ Curso: _____

Fecha: ___/___/___ Género: F M

Instrucciones Generales:

- La prueba es individual y constará de un tiempo total de ___ minutos para responder.
- Lea atentamente cada pregunta y responda, pensando detenidamente su respuesta.
- Responda con letra clara y legible.
- Responda todas las preguntas

I En cada ejercicio siguiente calcule y simplifique cuando corresponda:

a) $3,23 + 1,9 + 17 + 0,2 =$

b) $- -$

c) $- -$

d) $(- -) =$

e) $((-) (-)) =$

f) $(- (-)) () =$

g) $((-) (-)) =$

II Desarrollar las siguientes expresiones utilizando productos notables

h)

i) =

j)

III Resuelva los siguientes problemas observando y representando los datos con un dibujo y finalmente, desarrollar y dar respuesta a la pregunta presentada (4pto c/u).

k)) Patricio reparte Litros de jugo entre sus tres amigos . A Franco le sirve Litros de jugo , a Bernardo le sirve Litros de jugo y finalmente le sirve el resto del jugo a su amigo Ángel .
¿ Qué fracción del jugo recibe su amigo Ángel ?

l) Si Antoni tiene un libro que mide 15cm de alto, Belén tiene una caja de 25,5cm de alto y Mauricio tiene un botella 14,23cm de alto. Si montan los tres objetos en torno a su altura formando una torre, ¿ Cuál es la altura de dicha torre ?

m) Se tiene un vidrio con dimensiones de () m de ancho y () m de largo.

¿Cuál es el área de dicho vidrio?

n) Se tiene una caja en forma de cubo de lado () m. ¿A cuánto equivale el volumen que encierra dicha caja?

ñ) Siendo x e y números enteros, se tiene un rectángulo de lados () cm y () cm. ¿Cuál es el área de la región que encierra dicho rectángulo, expresada en forma de un binomio?

o) Siendo x e y números enteros, se tiene un cuadrado de lado $2x+y$. ¿Cuál es área de la región que encierra dicho cuadrado, expresada como la suma de tres términos?



7.15 Anexo n°15: Alfa de Cronbach

Estudiante	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	ñ	o
E1	3	3	1	1	1	1	1	1	3	1	0	3	1	0	1	1
E2	3	3	2	2	0	3	0	1	1	1	3	3	3	0	0	0
E3	1	3	1	3	3	1	1	0	3	0	1	3	1	1	3	0
E4	1	3	2	1	3	0	0	3	2	3	3	3	3	2	3	3
E5	3	3	2	2	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
E6	3	3	2	2	3	3	2	3	1	3	3	3	1	1	3	3
E7	3	3	2	0	3	0	0	3	2	0	3	3	3	0	0	0
E8	3	3	2	1	3	0	1	3	1	3	3	3	3	1	1	0
E9	1	1	1	0	0	0	0	1	3	1	1	1	1	1	1	1
E10	3	3	0	0	3	0	0	3	3	1	3	3	2	3	0	0
E11	1	3	1	1	3	0	1	1	1	1	3	1	1	0	0	0
E12	1	0	0	0	3	0	0	0	0	3	1	1	1	1	1	3
E13	1	0	0	0	3	0	1	1	1	1	1	1	2	0	0	0
E14	3	3	1	1	0	1	1	1	1	1	3	3	1	1	3	3
E15	3	3	2	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3
E16	3	1	0	0	1	0	0	3	0	3	1	3	1	1	0	3
E17	3	3	0	3	3	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0
E18	3	3	1	1	1	3	1	1	3	1	3	3	3	3	3	3
E19	3	3	0	2	3	0	1	0	0	0	3	3	1	3	1	1
E20	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	3	1	0	0	0	0
E21	3	3	1	3	3	0	0	3	0	1	3	3	3	0	1	3
E22	3	3	2	2	3	0	1	1	0	1	3	3	1	1	1	1
E23	3	3	2	3	3	0	0	1	1	1	3	3	0	0	0	0
E24	1	3	2	2	0	0	0	1	1	1	2	1	0	0	0	0
E25	3	3	2	2	3	0	0	3	3	3	3	3	3	3	1	3
E26	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
E27	3	3	3	3	3	2	1	3	3	1	1	3	3	3	3	3
E28	3	3	1	2	1	1	1	1	1	1	3	3	1	1	0	0
E29	1	3	0	3	0	0	0	0	3	0	3	3	0	1	0	0
E30	3	3	2	3	3	0	0	3	1	1	3	3	3	3	1	3
E31	1	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0
E32	0	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E33	3	3	2	0	0	3	1	1	1	1	3	3	0	0	0	0
E34	1	3	1	0	3	0	3	1	1	1	1	1	1	1	0	0
E35	3	3	2	2	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
E36	3	3	1	1	3	0	1	3	1	0	1	3	3	2	3	3

E37	3	3	2	0	1	0	0	1	1	1	3	3	1	0	3	0
E38	3	3	2	2	3	0	0	1	3	0	0	3	1	1	3	0
E39	1	3	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	3
E40	3	3	2	1	3	2	1	3	1	3	3	3	1	2	1	3



7.16 Anexo n°16: Normalidad de datos

Medición	Normalidad de grupo
Pre-test Motivación	Valor-p=0,336 Distribución Normal
Post-test Motivación	Valor-p= 0,138 Distribución Normal
Pre-test Actitud	Valor-p= 0,737 Distribución Normal
Post-test Actitud	Valor-p= 0,283 Distribución Normal
Control errores N°1	Valor-p= 0,042 Distribución NO Normal
Control errores N°2	Valor-p= 0,0001 Distribución NO Normal
Control errores N°3	Valor-p= 0,029 Distribución NO Normal
Medición	Normalidad de grupo
Control errores N°1 Mujeres	Valor-p= 0,028 Distribución NO Normal
Control errores N°1 Hombres	Valor-p= 0,041 Distribución NO Normal
Control errores N°2 Mujeres	Valor-p= 0,001 Distribución NO Normal
Control errores N°2 Hombres	Valor-p= 0,001 Distribución NO Normal

7.17 Anexo n°17: Tabulación general de datos

Estudiante	Pre-test Motivación	Post-test Motivación	Pre-test Actitud	Post-test Actitud	Control errores N°1	Control errores N°2	Control errores N°3
A1	53	49	104	118	3	6	6
A2	53	54	105	120	0	2	1
A3	48	43	98	92	5	2	5
A4	61	53	106	109	6	2	2
A5	50	45	98	90	3	2	1
A6	39	46	105	96	3	3	0
A7	60	61	108	118	3	2	0
A8	46	50	92	108	2	2	3
A9	47	52	106	104	5	2	6
A10	47	45	94	84	2	1	0
A11	52	54	94	91	6	4	4
A12	44	45	102	95	5	3	4
A13	46	25	106	87	0	4	5
A14	53	49	105	97	5	1	3
A15	48	52	96	95	2	2	0
A16	48	51	90	95	6	3	4
A17	46	42	93	92	1	2	0
A18	50	50	98	88	5	2	3
A19	52	40	116	92	1	3	3
A20	44	48	93	95	1	2	2
A21	37	46	83	98	3	1	2
A22	55	53	107	102	3	2	3
A23	59	35	127	131	0	1	2
A24	37	41	97	99	2	3	2
A25	56	52	95	97	4	1	1
A26	51	53	98	104	3	0	0
A27	59	53	107	109	4	1	3
A28	57	50	115	108	6	7	4
A29	48	47	109	106	1	0	2
A30	44	43	100	95	4	2	3
A31	57	61	109	114	3	3	1
A32	43	46	97	102	2	2	1
A33	52	51	101	96	3	1	2
A34	51	45	113	103	3	2	5
A35	37	37	73	93	2	4	0

A36	60	51	120	108	9	6	3
A37	40	40	86	76	0	2	3
A38	47	41	98	90	2	2	2
A39	48	42	106	110	0	3	4
A40	29	37	81	89	6	2	2



7.18 Anexo n°18: Tabulación por género de datos

Alumna	Resultados C.1	Resultados C.2	Alumno	Resultados C.1	Resultados C.2
M1	0	2	H1	3	6
M2	5	2	H2	6	2
M3	5	2	H3	3	2
M4	0	4	H4	3	3
M5	1	2	H5	3	2
M6	1	3	H6	2	2
M7	2	3	H7	2	1
M8	9	6	H8	6	4
M9	0	2	H9	5	3
M10	2	2	H10	5	1
			H11	2	2
			H12	6	3
			H13	5	2
			H14	1	2
			H15	3	1
			H16	3	2
			H17	0	1
			H18	4	1
			H19	3	0
			H20	4	1
			H21	6	7
			H22	1	0
			H23	4	2
			H24	3	3
			H25	2	2
			H26	3	1
			H27	3	2
			H28	2	4
			H29	0	3
			H30	6	2

7.19 Anexo n°19: Carta Gantt de actividades

Fecha	Septiembre				Octubre				Noviembre			
	1	2	2	3	1	2	3	4	1	2	3	4
Actividad												
Control de pre-test general	X											
Taller n°1		X										
Taller n°2			X									
Taller n°3				X								
Taller n°4					X							
Taller n°5						X						
Taller n°6							X					
Taller n°7							X					
Control de post-test general								X				
Control de post-test 2 Errores												X



7.20 Anexo n°20: Variación de errores mujeres y hombres

- El método disminuye la cantidad de errores en las mujeres

Para efecto del análisis, se considera:

F_1 : Distribución de errores de mujeres antes de la aplicación del método

F_2 : Distribución de errores de mujeres producto de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$

Se utiliza la prueba de Wilcoxon, pues los datos del grupo provienen de variables dependientes que no siguen una distribución normal (Ver anexo 16). Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Observaciones	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típica
C. de errores n°1 Mujer	10	10	0,000	9,000	2,500	1,5	2,953
C. de errores n°2 Mujer	10	10	2,000	6,000	2,800	2	1,317

V	21
V (estandarizado)	-0,179
Valore esperado	22,500
Varianza (V)	70,125
valor-p (bilateral)	0,858
alfa	0,05

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, se debe aceptar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que producto del método no existe diferencia en la cantidad de errores cometidos por las mujeres.

- El método disminuye la cantidad de errores en los hombres

Para efecto del análisis, se considera:

F_1 : Distribución de errores de hombres antes de la aplicación del método

F_2 : Distribución de errores de hombres producto de la aplicación del método

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha=0.05$ son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$

Se utiliza la prueba de Wilcoxon, pues los datos del grupo provienen de variables dependientes que no siguen una distribución normal (Ver anexo 16).

Las siguientes tablas resumen los resultados:

Variable	Observaciones	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típica
C. de errores n°1 Hombre	30	30	0,000	6,000	3,300	3	1,745
C. de errores n°2 Hombre	30	30	0,000	7,000	2,233	2	1,524

V	259,500
V (estandarizado)	2,636
Valore esperado	162,500
Varianza (V)	1354,375
valor-p (bilateral)	0,008

alfa	0,05
-------------	------

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, se debe rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que producto del método existe diferencia en la cantidad de errores cometidos por los hombres.

Además, para corroborar la información anterior, bajo las mismas condiciones se considera la siguiente hipótesis:

	$H_0: F_1 = F_2$
	$H_1: F_1 > F_2$
V	259,500
V (estandarizado)	2,636
Valore esperado	162,500
Varianza (V)	1354,375
valor-p (unilateral)	0,004
alfa	0,05

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, se debe rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, se infiere que producto del método disminuye la cantidad de errores cometidos por los hombres.

