

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN**



PATRIMONIO CULTURAL Y GEOMETRÍA

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

Prof. Guía: Dr. Daniel Neira Troncoso

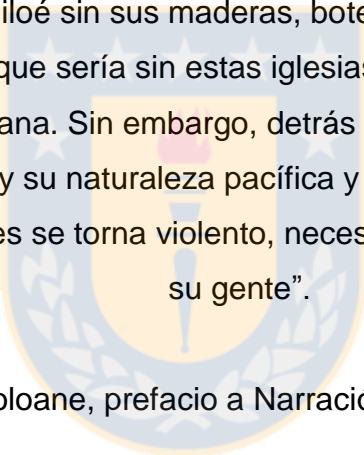
Seminaristas: Pamela Rosalva Casanova Moraga
Patricio Fabián Peralta Millacura

CONCEPCIÓN, 2019



© 2019, Pamela Rosalba Casanova Moraga, Patricio Fabián Peralta Millacura.

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.



“Qué sería Chiloé sin sus maderas, botes, chalupas y lanchas y me pregunto que sería sin estas iglesias, para protegerse de la depredación humana. Sin embargo, detrás de todo ese ideario isleño están los seres, y su naturaleza pacífica y hacendosa, como si ese clima, que a veces se torna violento, necesitara de la paz interior de su gente”.

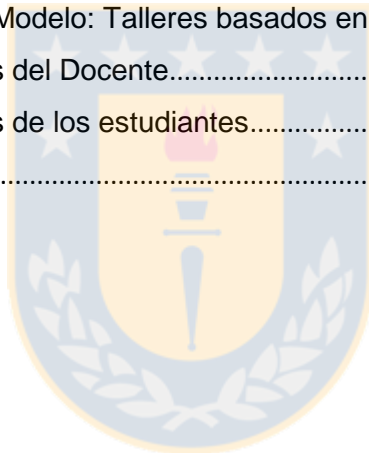
Francisco Coloane, prefacio a Narración Visual del Chiloé de Iglesias.

Dedicado a aquellas personas que cuidan, respetan
y valoran el Patrimonio Cultural de los Pueblos.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO I – ¿QUÉ SE ENTIENDE POR GEOMETRÍA?	12
1.1.- Hacia La Geometría.....	12
1.2.- Trasfondo Histórico de la Geometría	18
CAPÍTULO II – EDUCACIÓN Y SU RELACIÓN CON LA GEOMETRÍA	34
2.1.- ¿Qué se entiende por Educación?.....	34
2.2.- Educación y su relación con la geometría.	36
2.3.- ¿Qué se entiende por Geometría Escolar?	43
2.4.- ¿Por qué estudiar Geometría?.....	45
2.5.- Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.	47
2.6.- Algunos modelos de enseñanza-aprendizaje de Geometría.	52
CAPÍTULO III – CONTEXTO LOCAL Y GEOMETRÍA	58
3.1.- Patrimonio, arquitectura y Geometría en el contexto de residencia.	58
3.2.- Geometría en un contexto local como recurso educativo.	75
CAPÍTULO IV – INVESTIGACIÓN CUALITATIVA BASADA EN LA TEORIA FUNDAMENTADA	83
4.1.- Objetivos.....	83
4.2.- Metodología cualitativa y Teoría Fundamental.....	84
4.3.- Diseño de la Investigación.....	89
4.4.- Campo de estudio.....	90
4.5.- Procedimientos durante la Investigación.....	91
4.5.1.- De la recolección de datos y evidencia.	91
4.5.2.- Muestra de informantes claves.....	92
4.5.3.- Preguntas de Investigación.....	93
4.5.4.- Análisis e Interpretación de los datos. Generación de la Teoría.....	94
4.5.5.- Codificación: Enfoque específico para el análisis de datos recogidos y formación de conceptos.	95

4.5.6.- Desarrollo de conceptos: Emergencia de variables centrales o fundamentales.	97
4.5.7.- Transcripción de frases significativas.	99
4.5.8.- Recopilación de información, a través de entrevista con gente chilweña.	100
4.5.9.- Codificación conceptual Nivel II: Codificación abierta y ordenamiento por categoría.	101
CAPÍTULO V – CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN	105
5.1 De lo observado en la investigación	105
5.2 Un modelo educativo que fortalezca la contextualización de contenidos de la disciplina de Geometría.	106
5.2.1 Enfoque del Modelo	107
5.2.2 Aplicación de Modelo: Talleres basados en el Modelo de Van Hiele.	108
5.2.3 Características del Docente.....	110
5.2.4 Características de los estudiantes.....	111
5.3 Conclusiones.....	112



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N° 1: Iglesias Patrimoniales de Chilwé	73
Tabla N° 2: Comparación entre Positivismo e Interpretación Cualitativa	86
Tabla N° 3: Interpretación reducida de datos analizados	102



ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 1: Mapa el Archipiélago de Chilwé	61
Figura 2: Fogón en casa chilweña	64
Figura 3: Casa chilweña	65
Figura 4: Casa chilweña y su mirador sobresaliente	66
Figura 5: Algunas Iglesias de Chilwé	68
Figura 6: Disposición geográfica de las Iglesias Patrimoniales de Chilwé	73



RESUMEN

El siguiente trabajo investigativo se centra en identificar el desarrollo de la Percepción Espacial en estudiantes con el fin de identificar fortalezas y/o debilidades que puedan ser utilizadas para la generación de un modelo de trabajo alternativo que promueva la relación entre objetos de estudio y entorno sociocultural.

Para ello, se utilizó la metodología investigativa de la Teoría Fundamentada, que permite la inmersión en la realidad donde sucede el evento a investigar y la valoración del saber de quienes son actores principales en el tema a tratar. La literatura presentada y los datos recogidos, permiten el levantamiento de una teoría explicativa para el fenómeno estudiado.

Esta investigación, permitió la elaboración de una metodología pedagógica que aborda la Geometría desde un punto de vista local, primando la relación de estudiantes con la realidad y, desde ella, obtener conocimientos.

INTRODUCCIÓN

La contextualización de los contenidos educacionales es una práctica docente que facilita el proceso de aprendizaje en los estudiantes, pero no solo es un concepto importante por su calidad de facilitador, sino que también acerca los objetos de estudio con la realidad, dejando en claro que el conocimiento humano no está por simple capricho, sino que es parte de la vida cotidiana de todos y, por lo mismo, debe ser comprendida.

Las fuentes de inspiración para que un docente logre situaciones contextuales son variadas, vivencias propias, anécdotas ajenas, hasta “bancos de situaciones” virtuales en la internet, pero los autores de este trabajo resaltan al Patrimonio local, como potencial fuente de recursos pedagógicos.

El Archipiélago de Chiloé, también conocido como Chilwé, es admirado por varios autores como una tierra donde es posible la fusión exitosa de culturas, saberes y prácticas. Dentro de sus frutos se encuentran 16 Iglesias Patrimonio de la Humanidad, construcciones que son admiradas local y mundialmente. Su historia involucra técnicas de construcción que requieren de

un saber práctico de geometría que permitió su trascendencia en el tiempo y en la arquitectura. Es ese saber que puede ser utilizado para relacionar las construcciones Patrimoniales con la educación, generando así nuevas oportunidades y recursos didácticos que sean de gran utilidad para la educación.

Este trabajo parte con la exposición de información relevante para la investigación, obtenida del análisis de literatura pertinente a la disciplina de la Geometría, cómo se enseña, cómo se aprende, su relación con la educación y cómo el sistema educativo chileno aborda la Geometría en sus planes y programas. Sigue con la ubicación física en donde esta investigación fue realizada: El Archipiélago de Chiloé, y cómo el Patrimonio presente en la zona puede ser relacionado con la disciplina de Geometría desde una perspectiva pedagógica.

Teoría Fundamentada es la metodología de investigación utilizada en este trabajo, pues permite la inmersión del investigador en la realidad donde se desarrolla el fenómeno a estudiar, en este caso, se trató con estudiantes, profesores y visitantes de las Iglesias Patrimoniales. Se realizaron entrevistas bajo la perspectiva flexible de la Teoría Fundamentada, cuyas respuestas

fueron transcritas, analizadas y comparadas para generar una teoría explicativa para el fenómeno en estudio.

Es el marco teórico, la investigación y sus resultados que proponen, finalmente, acciones que involucra un modelo educativo alternativo que recoja elementos patrimoniales locales para fortalecer la comprensión de la Geometría Educativa.



CAPÍTULO I – ¿QUÉ SE ENTIENDE POR GEOMETRÍA?

1.1.- Hacia La Geometría

Etimológicamente, la palabra Geometría proviene de dos palabras griegas “geo” y “metrón”, que significan “medición de la tierra”, pues fue una actividad humana necesaria y práctica para la agricultura y agromensura en el Antiguo Egipto.

Hoy en día la Geometría es una rama de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades intrínsecas de las figuras en el plano y de los cuerpos en el espacio. Hemmerling (2009) indica que: “la Geometría es un estudio de las propiedades y medidas de las figuras compuestas de puntos y líneas. Es una ciencia muy antigua y se originó de las necesidades de la gente” (p. 11).

El Ser Humano se ha propuesto e ideado construcciones intelectuales para satisfacer sus necesidades; así, para contar inventó los números, para

poder manipularlos ideó las operaciones básicas y con ellas las propiedades de los sistemas numéricos. Con la Geometría sucedió algo similar, al observar la naturaleza, el Ser Humano vislumbró formas en lo observado, estas formas fueron catalogadas y estudiadas para determinar propiedades que fueran útiles en el quehacer humano y para comprender el espacio inmediato en que se desenvuelve.

Según Alsina, Burgues y Fortuny (1997) el entorno nos invita a vivir la geometría, ya que el Ser Humano está rodeado de cantidad exuberante de objetos, diseños y figuras. Para el entorno, se identifican dos categorías:

- El entorno natural, donde el ser humano se desenvuelve desde sus orígenes y en el que no ha interferido. En esta categoría caben montañas, nubes, ríos, flora y fauna, orbitas y movimientos de astros, entre otras manifestaciones propias de la naturaleza.
- El entorno artificial, donde el Ser Humano es el responsable de su creación y desarrollo. Aquí encontramos metrópolis, construcciones civiles, construcciones industriales, plantaciones, entre otras invenciones humanas.

Son ambos entornos, natural y artificial, los que proveen de figuras y objetos de estudio para la geometría, pero no solo las formas observables son estudiadas en esta rama de la matemática, existen conceptos que requieren un nivel de abstracción mayor, pues su construcción es netamente intelectual, el espacio es un concepto trascendental para el que existen diversas definiciones¹ que se adecúan dependiendo de la disciplina a la que se haga referencia. Para efectos de este trabajo, se destaca la definición de espacio geométrico como el conjunto de todos los puntos del universo físico, además, como un punto geométrico representa una posición, el espacio está representado por todas las posiciones posibles en el universo (National Council of Teachers of Mathematics U.S.A., 1970), así mismo “el espacio de la geometría euclidiana, en todas partes, en todas direcciones, tiene la misma constitución y es limitado” (Mach, 1948, p.261).

De acuerdo a Alsina et al. (1997) en el conocimiento del espacio geométrico se distingue un modo de comprensión y un modo de expresión, es decir, de qué manera se aprecia y se comunica lo que sucede en el espacio: el primer modo se realiza de forma directa y corresponde a la Intuición Geométrica, cuya naturaleza es mayormente visual; mientras que el segundo

¹ En física espacio es el lugar donde existen los objetos y los fenómenos físicos y donde éstos tienen una posición y dirección; en teoría de probabilidades el espacio (muestral) es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; en psicología existe el espacio interior, donde se desarrollan los pensamientos, las abstracciones mentales; existen así, otras definiciones de espacio.

modo se realiza de manera reflexiva, es decir, de forma lógica, cuya naturaleza es verbal. Adquirir conocimientos del espacio observable a través de la Intuición Geométrica se denomina Percepción Espacial, la cual desempeña un papel fundamental en el reconocimiento de formas geométricas y sus propiedades, transformaciones y relaciones espaciales. Existen varios niveles de percepción espacial, algunos básicos y necesarios para la vida cotidiana, y otros indispensables para la especialización profesional, donde se requerirá el uso de metodologías rigurosas o sistemas formales para establecerse como disciplina.

En la sociedad se puede observar la existencia de muchas palabras que se usan de forma cotidiana y que responden a conceptos geométricos, por ejemplo, se habla de figuras, círculo y circunferencia (en ocasiones como si fuesen lo mismo), se habla de cuadrado, de rectángulo, de calles paralelas, de esquina y una amplia lista de palabras. Pelletier (1958, p. 75) dice “sin ser geómetras, nos referimos a esas formas para describir los objetos de la vida común, pero no pasamos de un estado, puramente verbal”, es decir, falla la capacidad reflexiva con que se comunica la intuición geométrica. Esta integración, sea correcta o incorrecta, de vocablos geométricos al lenguaje cotidiano, tiene su germen en la formación escolar, pues la escuela es el lugar donde se adquieren conceptos formales de variadas disciplinas, sin embargo,

es labor del docente lograr una correcta integración de éstos en el abanico de conocimientos de las personas.

Dentro del banco de palabras geométricas utilizadas socialmente se puede encontrar el concepto de figura; existen muchos tipos de figuras, que se pueden catalogar también en términos geométricos con lenguaje cotidiano según la intuición geométrica, como cuadrado, redondo, rectángulo, etc., según Keddy (1968) “una figura geométrica (o simplemente una figura) es un conjunto no vacío de puntos” (p. 31), sin embargo, en esta definición encontramos otro concepto: el punto, que corresponde a un término no definido o concepto primitivo². Cuando se habla de punto nos referimos a la forma o concepto más básico y elemental de la geometría, el punto responde a la abstracción de la que es capaz la mente humana, ya que no es algo observable, no tiene definición y aún así todas las personas son capaces de entender e imaginar un “punto”, ya sea en el plano o en el espacio, incluso representarlo a través de dibujos y de este modo también poder imaginar, entender y representar otros conceptos que nacen a partir de él, como recta o figura (definida antes). Cabe mencionar que Euclides (300 a.C.) intentó definir la recta como lo que tiene solo una dimensión y “aunque no podemos definir la palabra recta, la reconocemos como un conjunto de puntos” (Hemmerling, 2009, p. 21).

² Se entiende por concepto primitivo a aquel concepto que no puede ser definido, pero que se acepta como verdadero y conocido. Estos conceptos son tratados en varios textos de geometría, utilizados en este trabajo (Keddy, Downs, Baldor, Moise, entre otros).

Es importante señalar que, al igual que en otras disciplinas, la Geometría puede ser catalogada de diferentes formas, una de ellas es separar la Geometría Métrica de la Geometría No Métrica³. Así mismo es importante indicar que las unidades de medida, al igual que los instrumentos con los que se ha estudiado y trabajado en geometría, no han sido los mismos a través de la historia, en la antigüedad la gente contaba de doce en doce o de sesenta en sesenta ya que estos permitían divisiones por otros números, como 2, 4, 6, etc⁴., lo que hacía mucho más fácil y exacto el cálculo; en cambio, nuestro sistema numérico actual, el sistema decimal, no cumple estas cualidades, no puede dividirse de este modo; toda la esencia de contar se reduce a calcular fracciones de un todo y las proporciones de sus partes (Skinners, 2007).

Muchos fenómenos naturales medibles, responden a la utilización de estos números como el 6, 12, 60, por ejemplo, la medición del tiempo (la hora y el calendario), pero con la aparición de la tecnología y sus avances, el ser humano se ha vuelto menos consciente de estas relaciones entre los números, la geometría, la naturaleza y los problemas cotidianos. Antes de que los franceses en el siglo XIX adoptaran el metro como medida principal, basados

³ Por Geometría No Métrica se entiende a aquella Geometría que estudia las propiedades intrínsecas de las figuras, independiente de sus medidas; por otro lado, la Geometría Métrica es aquella que si involucra las medidas de las figuras y corresponde a una Geometría más práctica.

⁴ En esa actividad están presentes los comunes divisores.

en la circunferencia terrestre, los antiguos egipcios y griegos empleaban medidas relacionadas con el cuerpo humano, como el codo, la palma de la mano y el pie, basándose en algo observable y medible fácilmente. Aunque las unidades de medida usadas en la antigüedad son distintas a las utilizadas actualmente, Skidders (2007), Moise y Downs (1986), Keedy (1965) señalan que las antiguas civilizaciones empleaban, además del cuerpo humano, también el sol y la sombra que éste proyecta, a distintas horas del día, para hacer mediciones y también orientarse en el espacio, demostrando así, una integración entre los elementos naturales observables y la creación intelectual del hombre.



1.2.- Trasfondo Histórico de la Geometría

De acuerdo a lo expresado por el historiador Heródoto (484-425 a.C.), citado por Sánchez (2012)⁵, Hemmerling (2009), Baldor (1979), Carreño y Cruz (2012), entre otros, los egipcios usaban Geometría para delimitar sus terrenos, ya que el Río Nilo se desbordaba todos los años borrando las marcas realizadas por los agrimensores, también la utilizaban en decoraciones o en

⁵ Sánchez, C. (2012). La historia como recurso educativo: el caso de los Elementos de Euclides. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (32), 71-92.

construcciones de templos, a fin de cuentas, la geometría era una cuestión práctica, útil para dar solución a problemas o desafíos cotidianos. Es innegable que tenían el conocimiento de algunas generalizaciones geométricas mayores, López (2002)⁶, por ejemplo, dice que los papiros Egipcios de Rhind y de Moscú (originalmente conocido como Papiro Golenishchev) son la mejor fuente de información sobre matemática egipcia que se conoce; el primero consta de 87 problemas y su resolución, mientras que el segundo papiro contenía 25 problemas; ambos dejan en evidencia el conocimiento sobre aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica que tenían los egipcios, pero seguía siendo una actividad en respuesta a sus necesidades.

Por su parte, en Babilonia usaban figuras geométricas en las baldosas, paredes y decoraciones de sus templos (Hemmerling, 2009). O'Connor y Robertson (2000)⁷ agregan que los babilonios utilizaban el Teorema de Pitágoras y propiedades de triángulos semejantes, aunque no con el enfoque propio de un teorema o propiedades geométricas, sino una versión práctica que

⁶ Francisco J. López, Profesor Catedrático de la UGR. Texto alojado en su web http://www.ugr.es/~fjlopez/_private/Babil_Egip.pdf

⁷ Véase la página MacTutor History of Mathematics Archive, creada por O'Connor y Robertson <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/>

servía en su quehacer. Jiménez y Moreno⁸ indican que los problemas que se planteaban los Babilonios eran de carácter cotidiano, relacionado con préstamos, contratos, cuentas diarias, entre otros similares.

Otro campo en que la Geometría se aplicó fue en la medición de longitudes, distancias, áreas y volúmenes, actividades que fueron la génesis de una “geometría empírica”. Con el paso del tiempo surgen nuevas necesidades, como perfeccionar procesos de construcciones megalíticas, cuyos objetivos tenían razones referidas a la realeza, dándoles un carácter espiritual o estético; surge también el gusto por la simetría y la regularidad, el estudio del cuerpo humano, la comprensión de la naturaleza y la búsqueda de la belleza en las formas y figuras presentes en el entorno natural o artificial; también surgió el interés por el estudio del movimiento de la Tierra, el Sol y de otros astros en el cielo, con el fin de mejorar la comprensión y relación con el entorno natural, estableciendo fechas de siembras y cosechas, comprender ciclos del planeta, como también poder guiarse en el mar y en la tierra buscando nuevos horizontes. Todas estas situaciones, en las cuales el hombre comenzó su relación con la geometría, fueron de importante ayuda para el avance cultural y social de las antiguas civilizaciones hasta la actualidad; y en particular, fueron

⁸ Monografía de estudiantes de del Taller de Matemáticas del IES "Ortega y Rubio" de Mula (Murcia), alojado en <https://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/babilonia/babilon.htm>

trascendentales para el desarrollo de la Geometría desde una actividad práctica hacia una disciplina rigurosa.

Posteriormente los griegos, hace más de dos mil años, organizaron la Geometría de manera sistemática, como tema de estudio y la convirtieron en una disciplina independiente⁹ a través del razonamiento deductivo. Esta actividad, de reunir conocimientos y someterlos a metodologías para consolidarlas, fue característica de esta civilización, donde nace el concepto y la palabra “Geometría”, ya explicada al inicio de este trabajo.

Con la llegada de la Época Clásica Griega, la geometría comenzó a ser objeto de interés debido a que se consideraba sagrada, ya que “se trataba de la forma más concreta y, sin embargo, más abstracta del razonamiento” (Skinner, 2007, p. 15), por esta razón buscaban que la construcción de sus templos manifiesten proporciones y orientaciones definidas por la espiritualidad, características que tenían por motivo satisfacer a sus divinidades. Autores como Skinner (2007), Lundy (2005) coinciden¹⁰ en que las construcciones megalíticas

⁹ Entre los años 600 a. C. Y 300 a. C. los griegos sistematizaron el conocimiento actual (su actualidad) de la geometría bajo un sistema riguroso deductivo, donde cada afirmación se valía de otras previas. Fue Euclides, con su ars magna Los Elementos, quien más destacó.

¹⁰ Ambos autores nos presentan sus textos como “Geometría Sagrada”. En ellos describen aspectos de la geometría que trasciende a las formas para entregar un mensaje de espiritualidad implícito y explícito.

esconden misterios en su geometría, refiriéndose al nivel de perfección y exactitud en proporciones y medidas, para la época.

Mientras los egipcios basaban la comprobación de enunciados por medio de la experimentación, los griegos utilizaron el método deductivo y la demostración racional para formular y verificar enunciados que, con los métodos prácticos egipcios o babilonios, no habían sido considerados.

De acuerdo a autores como Baldor (1979), Pascual (1999), Sánchez (2012) es importante señalar los distintos eruditos que realizaron diferentes aportes en la consolidación de la Geometría:

Tales de Mileto (640 a 546 a.C.). Fue quien introdujo la geometría a Grecia luego de adquirir el conocimiento en sus viajes a Egipto; fue uno de los “Siete Sabios” que fundaron la Escuela Jónica, a la que pertenecieron Anaximandro, Anaxágoras, entre otros. Se dedicó al estudio de la Filosofía y, especialmente, de la Geometría. Sus estudios le permitieron resolver la determinación de distancias inaccesibles, la igualdad de los ángulos de la base en el triángulo isósceles, el valor del ángulo inscrito y la demostración de los conocidos teoremas que llevan su nombre, relativos a la proporcionalidad de

segmentos determinados en dos rectas cortadas por un sistema de paralelas. No se sabe cómo hizo Tales estas demostraciones, pero se infiere que utilizó un método empírico, ya que todos ellos pueden aceptados fácilmente de manera intuitiva por observación directa (Sanchez, 2012).

Pitágoras de Samos (569-475 a.C.). Discípulo de Tales de Mileto, pero se apartó de la Escuela Jónica y fundó la escuela pitagórica, en Crotona, Italia. Se considera que Pitágoras, junto a sus discípulos, hizo grandes aportes en el área matemática y las ciencias, como el descubrimiento de los números irracionales y teorías sobre la forma de la tierra y su recorrido alrededor del sol. No dejaron publicaciones de sus trabajos, por lo que no se sabe con certeza como lograron llegar a obtener estas ideas, ni cuales son de autoría de Pitágoras, ni cuales son de sus discípulos. Es el responsable de la demostración de la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$, el conocido “Teorema de Pitágoras”. Su escuela fue también la responsable de demostrar la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo y la construcción geométrica del polígono estrellado de cinco lados, entre otros. Pitágoras también descubrió la relación entre las proporciones presentes en la escala musical y la armonía.

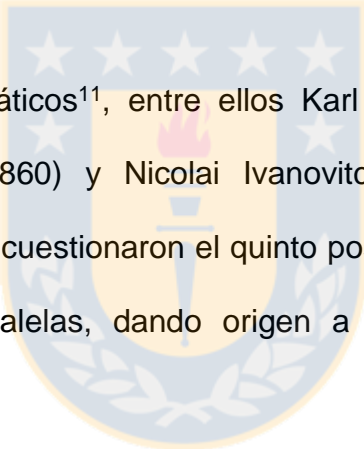
Euclides (325-256 a.C.). Es quizás, el geómetra clásico más famoso, escribió una de las obras más connotadas de la historia, que sigue teniendo vigencia en la actualidad, “Los Elementos de Euclides”, texto conformado por 13

libros en los que se construye y compila toda la geometría, es el primer documento que presenta la geometría de una manera organizada y lógica, comenzando con algunas suposiciones simples y desarrollando los teoremas mediante el razonamiento deductivo (Moise y Downs, 1986); se basó en libros anteriores de otros autores de la época que se dedicaban al estudio de la geometría, como Pitágoras y Eudoxio, quien vivió en la misma época que Euclides. Tal fue la influencia de Los Elementos, que su supremacía fue absoluta, desde su aparición, la Geometría Euclidiana adquirió el objetivo de ser la disciplina esencial para la descripción de la realidad y su aproximación a ella, por lo tanto se considera que es el tipo de Geometría que todas las personas deben conocer y estudiar primero. La Geometría Euclidiana es mucho más sencilla y sirve adecuadamente para resolver problemas comunes (Hemmerling, 2009).

Es importante detenerse en este tratado, donde Euclides dispone de 5 axiomas o postulados, en los que reposa todo el conocimiento que se construye con posterioridad:

1. Dos puntos cualesquiera, determinan un segmento recta.
2. Un segmento de recta se puede extender indefinidamente en una línea recta.

3. Se puede trazar una circunferencia, dados un centro y un radio cualquiera.
4. Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.
5. Si una recta corta a otras dos, de tal manera que la suma de los dos ángulos interiores del mismo lado sea menor que dos rectos, las otras dos rectas se cortan, al prolongarlas, por el lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.

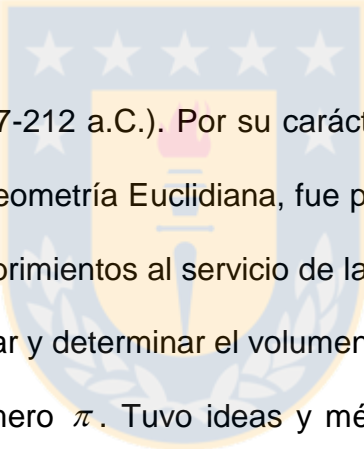


Algunos matemáticos¹¹, entre ellos Karl Friedrich Gauss (1777-1855), Janos Bolyai (1793-1860) y Nicolai Ivanovitch Lobachevski (1793-1856).y Riemann (1826-1866), cuestionaron el quinto postulado de Euclides, llamado el Postulado de las Paralelas, dando origen a las llamadas Geometrías No Euclidianas.

Platón (427-347 a.C.). “Tuvo ideas que fueron consideradas místicas, ya que creía que todas las cosas crecían a partir de formas, geometría simple en tres dimensiones y patrones inmutables que conforman la columna vertebral de la realidad” (Skinner, 2007, p. 9). En la actualidad sus ideas han sido confirmadas por biólogos y físicos que han descubierto el patrón repetitivo geométrico presente en la estructura del ADN y en el crecimiento de las plantas.

¹¹ Pascual (2012) realiza una descripción del trabajo de estos matemáticos sobre el quinto postulado de Euclides.

Creador de la Academia de Platón, consideraba que la Matemática no tenía un propósito práctico, sino el único fin de conocer. Por eso, dividió la Geometría en dos: geometría elemental, que contempla todos los problemas que se pueden resolver con regla y compás, y geometría superior, que estudiaba los tres problemas de la Geometría antigua: la cuadratura del círculo, la trisección del triángulo y la duplicación del cubo, problemas que tienen una importancia teórica.



Arquímedes (287-212 a.C.). Por su carácter práctico, tuvo conflictos con los seguidores de la Geometría Euclidiana, fue por eso que se retiró a Siracusa donde puso sus descubrimientos al servicio de la práctica. Fue el primero de los matemáticos en estudiar y determinar el volumen de una región esférica y hacer aproximaciones al número π . Tuvo ideas y métodos muy superiores para su época en la realización de sus trabajos y descubrimientos, los cuales no pudieron ser superados hasta la aparición de los estudios sobre cálculo infinitesimal de Newton y Leibniz casi dos mil años después. Arquímedes descubrió trece sólidos tridimensionales semirregulares, que tienen relación con los sólidos platónicos. Sus trabajos no quedaron solamente en análisis, ya que se interesó por las aplicaciones de la matemática.

Eratóstenes (276-194 a.C.) hizo aportes importantes, al medir la longitud de la circunferencia de la Tierra, cuyo error con respecto a lo que se considera actualmente es menor que 2%. Ideó un ingenioso sistema de medición para realizar el cálculo, basándose en los fenómenos naturales observables, como el recorrido del sol. Su análisis fue considerado impresionante para la época, por lo que fue propagado y estudiado, así como también hasta el día de hoy este trabajo es reconocido como su principal aporte a la Geometría. Aunque ninguno de los libros de Eratóstenes sobrevivió, fue citado por muchos otros autores de su época, por lo que ahora se sabe que escribió tanto de geometría como de teoría de números, astronomía, entre otras disciplinas.

Apolonio de Pérgea (260-200 a.C.). Estudió ampliamente las secciones cónicas que, dieciocho siglos después, sirvieron a Kepler en sus trabajos de Astronomía, determinando casi todas sus propiedades. En su obra se encuentran ideas que condujeron a Descartes a inventar la Geometría Analítica.

Marco Vitruvio Polión (80-15 a.C.) En el Siglo I d.C. el romano Vitruvio estableció la proporción matemática y la armonía en la construcción de los edificios; los detalles de su obra fueron redescubiertos en Europa y empleados para sentar las bases de las construcciones del Renacimiento (Skinners, 2007,

p. 38); así, las manifestaciones artísticas de Leonardo Da Vinci (1452-1519) y Donato Bramante (1444-1514) dieron inicio a la Geometría Projectista.

Herón de Alejandría (10-70 d.C.). Demostró la fórmula que lleva su nombre, para hallar el área de un triángulo en función de sus lados.

En 1202, el matemático Leonardo de Pisa, también llamado Fibonacci, publicó su obra “El libro de los Cálculos”, texto que en 15 tomos presenta conocimientos y problemas matemáticos sobre aritmética, teoría de números, fracciones y geometría euclidiana; pero más allá del contenido, tuvo otra implicancia, al introducir los números arábigos en su trabajo. Fibonacci es popularmente conocido por ser quien descubrió la Sucesión de Fibonacci, sucesión numérica que tiene relación con la Sección Áurea y el número Φ . Lundy (2005) y Skinner (2007) afirman que la Sucesión de Fibonacci y la Sección Áurea forman parte de la Geometría Sagrada, ya que se encuentra presente en muchas formas de la naturaleza y el universo, tales como el crecimiento de las plantas, formas de caracolas, disposición de brazos de galaxias en espiral, entre otras. Estas regularidades, además, fueron empleadas en distintas obras de arte como pinturas, esculturas y construcción de edificios como símbolo de belleza, principalmente en el Renacimiento y su posterioridad. Kepler (1571–1630) describe a la Sección Áurea como “uno de

los grandes tesoros de la geometría” y la asemejó, de manera un tanto poética, a una joya preciosa. En el siglo XVI se la denominó “proporción divina” y en el siglo XIX recibió el título de “número áureo”, “razón áurea” o “sección áurea” (Skinner, 2007).

Abraham Ortelius (1527-1598) y Gerard Mercator (1512-1594) fueron los primeros cartógrafos en el siglo XVI, inventando un sistema de líneas verticales llamados meridianos y líneas horizontales llamadas paralelos para transcribir la esfera terrestre a un plano. Ante esto, Skinner (2007) dice que “la cartografía o trazado de mapas, depende de la geometría esférica y proyectista para salvar el problema, aparentemente insoluble, de transferir con exactitud una forma esférica sobre una representación plana” (p. 82).

Con el trabajo de Fermat y el de Descartes, en el siglo XVII, nace la geometría analítica, que combina el álgebra y geometría, descubriendo como estas dos ramas de la matemática se potencian una a la otra.

Particularmente, René Descartes (1596-1650) se destacó en dos áreas del conocimiento: en filosofía y en matemáticas. Su contribución más importante en la geometría fue desarrollo del sistema de coordenadas cartesianas, llamado

así, en su honor, que se convertirá en una de las bases del cálculo infinitesimal desarrollado después por Newton y Leibniz.

En el siglo XVIII, Gaspard Monge desarrolla la Geometría Descriptiva, que, de acuerdo a Antonio Sánchez, citado por Díaz (2012, p. 13) es “la ciencia que deriva de las Matemáticas, consistente en las relaciones y análisis del espacio tridimensional”, así, su objetivo es representar cuerpos tridimensionales en el plano. Monge contribuyó, también, en el desarrollo de la Geometría Analítica, concretamente en el perfeccionamiento del estudio de las cuádricas, la introducción de las coordenadas axiales de la recta y la de la orientación de las áreas triangulares y de los volúmenes tetraédricos (Pascual, 2002)¹².

En el mismo siglo, los análisis de Euler con respecto al problema de los siete puentes de Königsberg dieron paso a una nueva rama de las matemáticas que ahora es conocida como topología.

En el siglo XIX, el estudio de la geometría se caracteriza por un alto nivel de abstracción y por la pérdida de su original relación con la realidad perceptible (Camargo y Acosta, 2012). Por muchos siglos la geometría dio una

¹²Monografía del autor, alojado en su web personal:
http://www.um.es/docencia/plucas/miscelanea/no_euclideas.pdf

aproximación del entorno inmediato, natural y artificial, en el cual se desenvuelve el hombre, sin embargo, el surgimiento de nuevas necesidades de la sociedad, así como también el rápido avance de las tecnologías, dieron un nuevo límite a esta disciplina, que intentará dar respuesta a la curiosidad innata del hombre, que busca nuevos desafíos para su razón.

En la primera mitad del siglo XIX, los aportes de Gauss, Bolyai y Lobachevsky contribuyeron al desarrollo y aparición de la Geometría No Euclidiana Hiperbólica. Trabajaron de manera independiente en tres países diferentes, pero compartían el deseo de poner a prueba el Quinto Postulado de Euclides sobre rectas paralelas, cuyos resultados tuvieron mucha importancia en la Física de la posterioridad.¹³

Gauss (1777-1855), siendo uno de los matemáticos de mayor renombre de su época, no publicó sus descubrimientos sobre nuevas geometrías, por temor a la controversia y burla que podrían generar estas nuevas ideas, con una consecuencia en su reputación. Sin embargo, su correo personal deja en evidencia que era un conocedor del tema. En estas correspondencias daba cuenta de sus avances, dando en claro que, cuestionando el Quinto Postulado

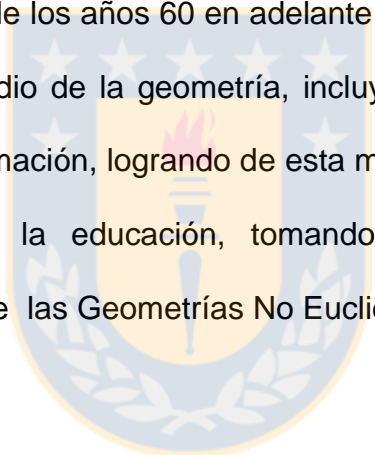
¹³ Para más detalles sobre Gauss, Bolyai y Lobachevsky, véase el documento de Pascual en http://www.um.es/docencia/plucas/miscelanea/no_euclideanas.pdf

de Euclides, se puede lograr una geometría lógicamente precisa y diferente a la Euclidiana.

Johann Bolyai (1802-1860) hijo de Wolfgang Bolyai, empeñoso de demostrar el Postulado de las Paralelas. Siguió el trabajo de su padre, pero le dio otra directriz a su investigación, logrando verificar que, negando el Postulado de las Paralelas de Euclides, surge una nueva geometría. Estos resultados no fueron publicados oficialmente y no fue hasta años después, que se hizo público el aporte de los Bolyai.

Nikolai Lobachevsky (1792-1856) empeñado en probar el Postulado de las Paralelas, llegó a la idea de que existe una geometría general, en el que la Euclidiana era un caso particular; fue durante 1826, en una Conferencia sobre Matemática y Física, ofrecida en la Universidad de Kazan, que Lobachevsky sugiere la existencia de una nueva geometría, basado en el hecho de que sobre un punto fuera de una recta, pasan más de una paralela. Sus resultados finales y su determinación para la creación de la Geometría Hiperbólica no fueron conocidos y aceptados, sino 10 años después de su muerte (O'Connor y Robertson, 2000).

Nicolas Bourbaki es el nombre colectivo de un grupo de matemáticos franceses que, entre los años 1930 y 1970, influyeron en el desarrollo y evolución de la matemática moderna, es decir, en el cambio de paradigma educativo desde una instauración de la Matemática Abstracta, por sobre la Matemática Aplicable solamente (Pascual, 1970). Planteaban, además, que era necesaria una nueva organización de las matemáticas, dejando atrás los clichés antiguos y basadas en un punto de vista innovador (Bombal, 2011), así las reformas curriculares de los años 60 en adelante han estado integrando nuevos enfoques para el estudio de la geometría, incluyendo conceptos como vector, coordenadas, transformación, logrando de esta manera la ampliación del campo de la Geometría en la educación, tomando la Geometría Euclidiana y agregando aspectos de las Geometrías No Euclidianas.



CAPÍTULO II – EDUCACIÓN Y SU RELACIÓN CON LA GEOMETRÍA

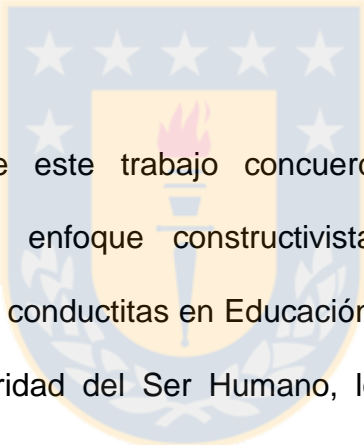
2.1.- ¿Qué se entiende por Educación?

No existe una definición única para Educación, por el contrario, diferentes autores entregan variadas definiciones que poseen elementos transversales comunes y/o elementos diametralmente opuestos. Esta primera característica de Educación, es decir, su multiplicidad de definiciones, es muy importante pues evidencia su conexión con diferentes áreas del Saber Humano.

Neira (1994), al exponer definiciones de Educación de otros autores, deja en claro la variedad de concepciones existentes, al mismo tiempo que nos entrega dos connotaciones de Educación, provenientes de su etimología: *educare*, que significa conducir, guiar, orientar. La primera, sin orden alguno, describe a la Educación como un acto fundamentalmente normativo y directivo de intervención, donde el alumno es un ente pasivo que recibe el conocimiento de parte del maestro o del sistema educativo; la segunda describe a la Educación como un modelo de desarrollo de la persona, donde sus habilidades

y potencialidades intrínsecas deben ser motivadas, desarrolladas y elevadas por el docente y/o el sistema educativo.

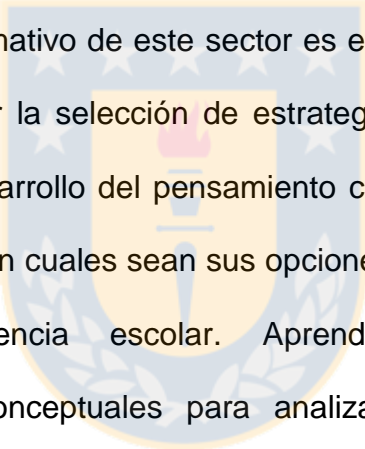
Por otra parte, King y Schneider (1991), citado por Escribano (2004) dicen que educación es el proceso constante de aprendizaje del ser humano en sociedad, es decir, una formación perpetua y necesaria para el desarrollo del individuo dentro de la sociedad.



Los autores de este trabajo concuerdan con las definiciones de Educación desde un enfoque constructivista, más aún, desestiman la efectividad de modelos conductistas en Educación. Así, el principal objetivo de la educación es la integridad del Ser Humano, lograr que todas las personas tengan el conocimiento teórico y práctico para desarrollarse en un mundo en constante desarrollo. Es, entonces, una de las obligaciones de la Educación como fenómeno cultural y social, formar personas que sepan reconocer su entorno y comprender cómo se comporta, ya sea para su utilización práctica (construcciones, representaciones, estudios geográficos, etc.) o teórica (aquellos descubrimientos que, no siendo necesarios aún, abrirán nuevos caminos para el humano).

2.2.- Educación y su relación con la geometría.

El Ministerio de Educación Chileno (MINEDUC), acerca del estudio de la Matemática en la Educación Básica dice:



El propósito formativo de este sector es enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo en todos los estudiantes, sean cuales sean sus opciones de vida y de estudios al final de la experiencia escolar. Aprender matemática proporciona herramientas conceptuales para analizar la información cuantitativa presente en las noticias, opiniones, publicidad y diversos textos, aportando al desarrollo de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión sistemática. (MINEDUC, 2018, p. 214)¹⁴

Por otra parte, para la Educación Media, indica:

¹⁴ Descripción presente en las Bases curriculares de 1° a 6° Básico.

... el proceso de aprender matemática ayuda a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, se trata de un conocimiento cuya calidad, pertinencia y amplitud afecta la calidad de vida de las personas y sus posibilidades de actuar en el mundo...

...es necesario que [los estudiantes] desarrollen el pensamiento matemático, uno de los principales focos a los cuales se orienta el currículum de esta asignatura. Esto implica formar un o una estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir el mundo y para manejarse efectivamente en él; que reconozca las aplicaciones de la matemática en diversos ámbitos y que la use para comprender situaciones y resolver problemas. (MINEDUC, 2015, pp. 94-95)¹⁵

El MINEDUC, en sus bases curriculares, dispone de 3 aspectos relevantes para la asignatura de Matemáticas: Habilidades, Ejes Temáticos y Actitudes.

¹⁵ Los autores de este trabajo notan que el MINEDUC destaca la relación entre la Matemática y el entorno en un solo sentido, desde la primera hacia la segunda, pero no en sentido contrario, es decir, no se señala que desde el entorno pueda surgir la matemática necesaria para estudiar.

Respecto de las Habilidades que los alumnos deberán desarrollar, se encuentran:

- Resolver problemas: en sustitución de los ejercicios, que pueden ser resueltos mecánicamente, los estudiantes serán capaz de resolver una situación problemática, sin que se le haya entregado un procedimiento a seguir para su resolución.
- Representar: el lenguaje simbólico, característico de la matemática, es necesario para trabajar con precisión en lo práctico o particular y lo teórico o general.
- Modelar: esta habilidad se orienta a obtener modelos matemáticos correctos, para la resolución de los problemas enfrentados, sean estos contextualizados o no.
- Argumentar y comunicar: más allá del lenguaje simbólico matemático, argumentar lógicamente el conocimiento construido y comunicarlo correctamente es trascendental para el entendimiento y perpetuación de los conocimientos adquiridos.

Respecto de los Ejes Temáticos, la asignatura de Matemática ha sido dividida en cuatro ejes:

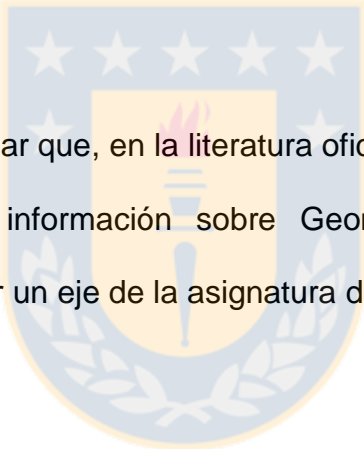
- Números: en el cual los estudiantes trabajarán con los números reales, y complejos en niveles más avanzados, manipulando y conociendo sus propiedades y estructuras.
- Álgebra y Funciones: Apoyados en el lenguaje algebraico, se espera que los alumnos comprendan que pueden escribir, representar y usar estas expresiones para designar números; establecer relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones; también se espera que logren modelar situaciones con las herramientas algebraicas que vayan adquiriendo.
- Geometría: en este eje se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas, para ello explorarán la geometría desde una perspectiva práctica y luego generalizarán propiedades de figuras de dos y tres dimensiones. También lograrán relacionar el álgebra y geometría.
- Probabilidad y estadística: este eje se centra en lograr que los estudiantes aprendan a realizar análisis, inferencias y obtengan información a partir de datos estadísticos, con el fin de estimular el desarrollo de personas críticas que tomen decisiones en base a sus conocimientos.

Respecto a las Actitudes, estas son aquellas conductas que los estudiantes deben desarrollar; no se limitan a su relación con la asignatura, sino que se relacionan con el aspecto social y moral de los estudiantes, las actitudes a desarrollar, que sugiere el MINEDUC, son:

- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- Demostrar curiosidad o interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.

- Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

Notar que sobre Geometría no existe mayor profundización o individualización; ningún eje, en realidad, recibe un análisis más profundo por parte del Ministerio.



Es importante señalar que, en la literatura oficial sobre Currículo Nacional no se encuentra mayor información sobre Geometría y su relación con la educación, fuera de ser un eje de la asignatura de Matemática.

La Agencia de Calidad de la Educación, en el año 2016, ha introducido los resultados por ejes en Matemática para la prueba SIMCE y por establecimiento, datos que pretender ser de utilidad para docentes y directivos. Con estos datos, que especifican los resultados en cada eje, será posible establecer más datos sobre la disciplina completa y sus componentes, sin embargo, actualmente siguen en revisión. Para el año 2017 se entregan resultados de estos estudios¹⁶ y algunas conclusiones, sin embargo abordan temas como errores comunes en prueba de Matemática o la brecha de género en el desempeño académico,

¹⁶ Ver la página agencia para la calidad de la educación: <https://www.agenciaeducacion.cl/>

causa de la educación sexista. Estas conclusiones son entregadas de manera separada en Ejes Temáticos y cursos, pero no dando directrices para mejorar la práctica docente en Geometría.



2.3.- ¿Qué se entiende por Geometría Escolar?

Es importante comprender que no toda la Geometría, sea Euclidiana o no, es abordada por el sistema educativo chileno, y es importante comprender qué elementos de la geometría son los que el Currículum Nacional dispone como tema de estudio para los estudiantes.

A modo de exposición de los contenidos dispuestos por el Currículum Nacional en los diferentes niveles educativos, estos se separarán en tres grandes grupos: parvularia, educación básica (comprendida de 1° básico a 6° básico) y educación media (comprendida de 7° básico a 4° medio).¹⁷

- Educación parvularia: En el Núcleo de Aprendizaje denominado “Relaciones lógico-matemáticas y cuantificación”, para el primer ciclo, se sugiere, sin ser mencionada como tal, una exploración geométrica práctica, empírica y controlada del entorno, es decir, son los docentes quienes bajo su control, determinan las exploraciones que realizarán los infantes, a fin de direccionarlos hacia los elementos geométricos

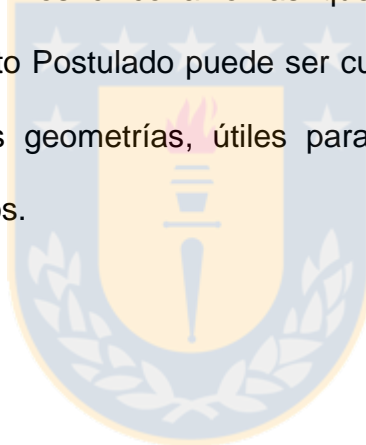
¹⁷ Para ver en detalle el currículum, véase la página web <http://www.curriculumenlineamineduc.cl>

necesarios de conocer. Para el segundo ciclo, se indican Objetivos de Aprendizajes más enfocados en procesos cognitivos superiores a la exploración, se plantea descubrir, reconocer, identificar, comparar elementos geométricos, reforzando la ubicación espacial propia o de otros elementos.

- Educación básica: Contemplando el Eje de Geometría, es quizás el período educativo donde más se avanza en cuanto a la construcción y comprensión de elementos geométricos. Entre el primer y el tercer año, se continúa con la exploración, enfocada a integrar conceptos de ubicación espacial (derecha, izquierda, arriba, abajo), así como a su identificación y clasificación respecto de criterios establecidos (figuras, cuerpos y sus denominaciones técnicas). Durante el tercer y el sexto año, se trabajan con elementos geométricos bien definidos, entre ellos: rectas, segmentos, ángulos; figuras planas, aristas, vértices; cuerpos geométricos, caras, volúmenes; también comienzan a tratarse teoremas de geometría plana de manera concreta, pictórica y simbólica.
- Educación media: se trabajan en función de determinar, demostrar y aplicar diferentes teoremas de la geometría plana, sean estos para calcular áreas, volúmenes o vislumbrar el poder del raciocinio humano, al lograr generalizar propiedades de los objetos de estudio (elementos,

figuras y cuerpos geométricos). Durante este período educativo, se trabajan las razones trigonométricas y su directa integración con la geometría euclidiana es necesaria para lograr unificar otras ramas de la matemática, como la Geometría Analítica, y otras disciplinas.

Al observar este “inventario de materia escolar” sobre Geometría, es interesante notar que en ningún punto se mencionan las bases Euclidianas de ésta; no se presentan los cinco axiomas que la sustentan, ni tampoco se menciona que el Quinto Postulado puede ser cuestionado, y que, al cambiarlo, abre caminos a otras geometrías, útiles para interpretar la realidad desde puntos de vista distintos.



2.4.- ¿Por qué estudiar Geometría?

En el ámbito escolar, área principal de esta investigación, se consideran beneficios del estudio de la geometría: el uso correcto del lenguaje, el desarrollo de la habilidad para analizar situaciones y la utilización del razonamiento lógico en la resolución de problemas, apreciación y determinación de orden (espacial), apreciación de regularidades y las propiedades de las formas geométricas

presentes durante la vida. Éstos se vinculan derechamente con las Habilidades y Actitudes que el Ministerio propone en sus bases curriculares, lográndose que el estudiante pueda enfrentar situaciones problemáticas que involucren geometría y sea capaz de analizarlas, comunicarlas, resolverlas y generalizar propiedades.

Hemmerling (2009) señala, muy concretamente, que uno de los beneficios que derivan de estudiar Geometría es que el estudiante usará más criterios al escuchar, leer y pensar. También se dejan de aceptar a ciegas proposiciones e ideas¹⁸, en contraposición a la formación de un pensamiento crítico y sistemático que aporte a la formulación de conclusiones. Es importante indicar que los objetivos del MINEDUC y Hemmerling, si bien parecieran similares, difieren en lo que abarcan. El MINEDUC limita los beneficios de estudiar Geometría a interpretar de manera geométrica el entorno, utilizar el pensamiento estructurado en circunstancias afines a la disciplina, mientras que Hammerling no limita la aplicación de los beneficios a actividades que sean concordantes a la geometría, bien podría aplicarse ese pensamiento lógico y razonamientos propios del estudio de la Geometría en otras áreas del saber humano. Hemmerling propone que los beneficios de estudiar geometría trascienden a la geometría.

¹⁸ ¿Acaso no se aceptan los 5 postulados de Euclides sin más?

2.5.- Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.

Barrantes (2004), citado por Gamboa y Ballesteros (2010), señala que en las últimas décadas la enseñanza de la geometría se caracteriza por:

- Una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades que muchas veces se basan en conceptos previos, es decir, los alumnos no logran comprender los conceptos trabajados y/o no logran su interpretación correcta, debido a ello se utiliza la memoria y métodos mecánicos para estudiar geometría, motivados por el carácter calificativo determinista que el sistema escolar implementa. Esta memorización es contraria al desarrollo de la Intuición Geométrica.
- La resolución automática de problemas en la que se tratan aspectos aritméticos. En el momento en que se comienza a relacionar la geometría con la aritmética o el álgebra, se desliga el carácter geométrico de lo que se pueda calcular sin valerse de lo anterior. Entonces, un ejercicio de geometría, se transforma la aplicación de un

algoritmo ya conocido o memorizado por los estudiantes, con el fin de resolver un ejercicio aritmético.

- Una exclusión de la intuición, demasiado pronta, como acceso al conocimiento geométrico. El ambiente sobre controlado de un aula, con sus límites físicos evidentes, coartan la curiosidad y la intuición de los estudiantes a temprana edad, mencionada anteriormente. No se da cabida a la generación de conocimientos que, teniendo un origen práctico, se vale del entorno como fundamento.

Lo anterior hace ver que las metodologías o enfoques educativos que se aplican a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, tienen falencias o deficiencias que se manifiestan en estrategias que los docentes incorporan en su quehacer durante el proceso de enseñanza/aprendizaje, Fabres (2016, p. 93) afirma que “al realizar aquella estrategia, estos docentes están incorporando en sus prácticas una de las visiones del aprendizaje de las matemáticas en el aula: de la mente del maestro a la del aprendiz, mediante la explicación verbal y el ejercicio repetido”. Por otro lado, Fabres (2016), en sus conclusiones, menciona que al momento de trabajar Geometría en el aula, los docentes utilizan una estrategia educativa con dos momentos bien definidos: el primero con actividades en las cuales los maestros introducen los contenidos (sin importar el modo, sea por dictado, copia desde textos, TIC's, etc.); el

segundo momento es la explicación y demostración de los contenidos y procedimientos.

Las teorías educativas contemporáneas y las más recientes, indican explícitamente que una metodología de tipo “maestro-aprendiz”, es decir conductista, no genera un aprendizaje significativo, además de ser contraria a un espíritu liberal, pues genera instrucción, mas no construcción. Las desventajas que manifiesta una metodología así, se traducen en aprendizajes no significativos, en desorientación y en desmotivación.

De acuerdo a Neira (2011) las generaciones actuales (y nuevas) se están formando en instituciones que no promueven una educación transdisciplinaria, lo que desencadena en una Educación que no se centra en el Ser Humano Integral, dejando a los estudiantes en una indefensión cognitiva y moral, además de un bajo nivel de consciencia individual y social. Esta deficiencia tiene su origen en la supremacía del positivismo, paradigma científico que actualmente se encuentra en crisis. Como alternativa al positivismo, Escribano (2004) expone otras teorías¹⁹, entre ellas la Teoría Interpretativa, donde el valor didáctico de la Educación centra sus esfuerzos en la toma de decisiones y en la

¹⁹ Teoría Positivista, Teoría Interpretativa, Teoría Crítica, Teoría Postmoderna, Teoría Humanista Integral. No son las únicas, pero la autora decide exponer estas solamente.

animación, de los estudiantes, para explorar sus propios valores y definir problemas del contexto de sus experiencias y a relacionar los problemas sociales con la marcha de su vida cotidiana.

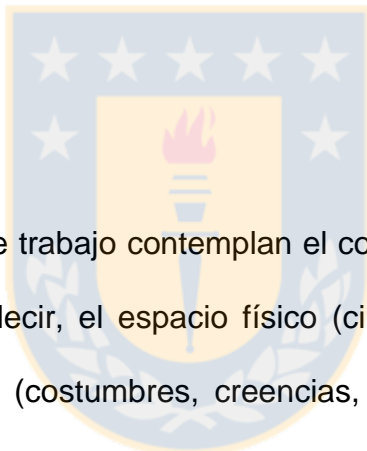
Este llamado a que los estudiantes sean partícipes de las decisiones en su proceso educativo es concordante con el concepto de motivación. Tapia (2003), citado por Farías y Pérez (2010, p. 37) indica que “motivación es el interés y esfuerzo que el alumno pone en el trabajo escolar”; existen varios tipos de motivaciones, como la motivación de competencia, motivación intrínseca, motivación de control, motivación extrínseca, entre otros. Para efectos de este trabajo, se destaca la “motivación intrínseca”, que es aquella que capta la atención del estudiante “bien sea porque el tema es interesante o porque las actividades que se desarrollan, atraen la atención de quien aprende. Con esta motivación el alumno se siente a gusto, cómodo con aquello que él realiza” (Farías y Pérez, 2010, p. 36).

Galaz (2005) indica que:

Los estudiantes comprenden mejor cuando están envueltos en tareas y temas que cautivan su atención. Por lo tanto, desde la perspectiva

constructivista, los profesores investigan lo que interesa a sus estudiantes, elaboran un plan de trabajo para apoyar y expandir esos intereses, e involucrar al estudiante en el proyecto de aprendizaje. (p. 14)

Es trascendental que el docente sepa reconocer cuando está en frente a un alumno motivado o descubrir qué incentiva esta motivación, pues observando al alumno y su contexto podrá generar la estrategia más adecuada para trabajar Geometría.



Los autores de este trabajo contemplan el contexto desde un punto de vista geo-demográfico, es decir, el espacio físico (ciudad, región, geografía, clima, etc.) y el factor social (costumbres, creencias, tradiciones, etc.) en el que el educando está inmerso. Esta concepción de contexto se complementa con la teoría de la Cognición Situada, que, de acuerdo a Díaz (2003) es un paradigma educacional que afirma que el conocimiento es un constructo local-social, es decir, el conocimiento que un estudiante debe adquirir es parte y producto de la actividad, el entorno y la cultura en que se utiliza. Así, la educación se convierte en un proceso de enculturación, donde el aprendizaje se vuelve significativo en el momento que toma sentido al ser aplicado al contexto en el que se desarrolla el estudiante.

2.6.- Algunos modelos de enseñanza-aprendizaje de Geometría.

Es importante mencionar y explicar algunas metodologías educativas contingentes y adecuadas a la actualidad.

- El Modelo de Van Hiele.

Según Van Hiele, citado por Alsina et al. (1997), el aprendizaje de la geometría puede ser estructurado en distintos niveles de conocimiento que permiten categorizar los grados de representación del espacio que puede alcanzar una persona. Estos niveles son enumerados desde el 0 al 4, desde un nivel “elemental” a un nivel más elevado.²⁰

- Nivel 0, Visualización o reconocimiento: donde las personas reconocen las figuras, pero no sus partes o componentes; no pueden distinguir sus propiedades, pero si alcanzan a reproducir una copia de cada figura en particular o reconocerla. Por ejemplo, no pueden distinguir las

²⁰ Este modelo de estratificación del conocimiento geométrico ha sido validado por extensos estudios soviéticos, de acuerdo a Alsina et al. 1997.

propiedades que diferencian a un cuadrado de un rombo, un círculo de una circunferencia, etc.

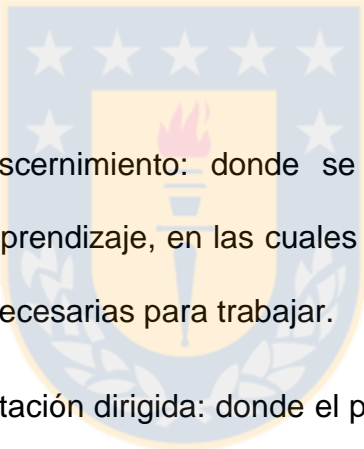
- Nivel 1, Análisis: donde las personas pueden reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de cada figura, pero no pueden expresar relaciones entre familias de figuras. Por ejemplo, no pueden identificar que un rombo y un cuadrado son paralelogramos.
- Nivel 2, Ordenación o clasificación: en este nivel ya pueden determinar figuras a partir de sus propiedades particulares, pero no pueden organizar sus observaciones en una secuencia de justificaciones.
- Nivel 3, Deducción formal: en este nivel pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, aunque no se reconoce la necesidad de rigor en los razonamientos.
- Nivel 4, Rigor: al alcanzar este nivel las personas están capacitadas para analizar el grado de rigor de sistemas deductivos. En este último nivel, por su grado de abstracción debe ser considerado en una categoría aparte.²¹

Las investigaciones realizadas por Van Hiele demuestran que el paso de un nivel a otro es independiente de la edad y nivel escolar en que se encuentren las personas, ya que muchos adultos no logran pasar del nivel inicial o nivel 0,

²¹ Alsina et al. nos invitan a profundizar esta categoría nivel 4, en el estudio de Van Hiele (1986).

porque no han tenido que enfrentarse a experiencias que requieran del siguiente nivel.

Van Hiele también presenta cinco fases del aprendizaje, ya que en sus investigaciones considera que un profesor, a través de los contenidos y métodos de enseñanza, puede provocar el avance de un estudiante de un nivel a otro.



Fase 1, del discernimiento: donde se presentan a los estudiantes situaciones de aprendizaje, en las cuales se les entrega el vocabulario y observaciones necesarias para trabajar.

Fase 2, de orientación dirigida: donde el profesor propone una secuencia gradual de actividades, en las cuales la ejecución y reflexiones propuestas servirán para motivar a los estudiantes a avanzar al siguiente nivel de conocimiento.

Fase 3, de explicitación: en donde los estudiantes expresan y comentan los resultados obtenidos de sus trabajos y experiencias; durante esta fase, el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.

Fase 4, de orientación libre: en donde los estudiantes aplican los conocimientos adquiridos, en situaciones distintas a las ya experimentadas, pero con estructura comparable.

Fase 5, de integración: en donde los estudiantes interiorizan los conocimientos acerca de objetos y relaciones en un sistema mental de conocimientos. Una vez pasada esta fase un nuevo nivel de conocimiento es adquirido.

- Método de resolución de problemas

Según Alsina et al. (1997), Ferrer, Rebollar, Bles (2005), Rebollar, C., Ferrer, M., Carmenate, O. y García, E. (2012) la metodología de la resolución de problemas es central en cualquier rama de la matemática. En geometría, también cumple un importante papel, principalmente en la adquisición de conceptos y relaciones geométricas. Desde un enfoque constructivista, la generación de conocimientos geométricos se logra gracias a la interacción del sujeto con los objetos, ya sean estos concretos o abstractos, ésta se da con mayor fuerza cuando el sujeto se enfrenta a una situación problemática, ya que es durante la resolución que se hace uso de los conocimientos previamente adquiridos, dándoles coherencia y utilidad; logrando aprendizajes significativos.

El método de resolución de problemas, desde un punto de vista geométrico, tiene una estructura definida por los siguientes pasos:

- Leer atentamente el enunciado, aclarando el significado de los términos incluidos en éste.
- Traducir el enunciado a los lenguajes geométricos, llevando lo observado (leído) al lenguaje propio de la disciplina.
- Distinguir datos de incógnitas, constantes, variables, símbolos usados, y a utilizar, establecer relaciones, etc.
- Resolver el problema, donde diversas estrategias son posibles de utilizar, desde esquemas gráficos, usar materiales de apoyo (como reglas, compas), relacionar el problema con otra situación o experiencia similar anterior, dividir el problema en problemas más pequeños, aplicar reducción al absurdo, etc.
- Verificar la solución encontrada; en este último paso, se discute si la solución encontrada tiene sentido con el enunciado del problema, revisar la estrategia utilizada en la resolución y ver si admite alguna estrategia alternativa, etc.

Un aspecto importante para la aplicación de este método en la enseñanza de la geometría, es saber seleccionar el tipo de problema que se planteará a los estudiantes, esta selección debe estar centrada en los conceptos que se quieran enseñar, para luego realizar una secuencia de presentación de acuerdo al nivel de aprendizaje que se busca en los

estudiantes²²; sin olvidar, además, que la forma en que sea presentado el problema permitirá desarrollar la estrategia más adecuada para lograr los objetivos propuestos, ya que un mismo problema, presentado de distintas formas, permite desarrollar estrategias diferentes por parte de los estudiantes.



²² Revisar los niveles de aprendizaje de Van Hiele mencionados anteriormente

CAPÍTULO III – CONTEXTO LOCAL Y GEOMETRÍA

3.1.- Patrimonio, arquitectura y Geometría en el contexto de residencia.

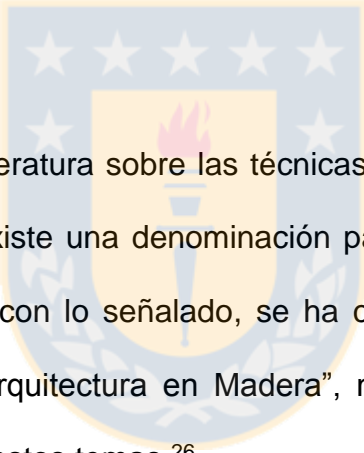
El contexto geográfico en el cual se desarrolla esta investigación es el Archipiélago de Chiloé o Futa Wapi Chilwé (en este trabajo se utilizará Chilwé, nombre autóctono que significa Lugar de Chelles²³ o Lugar de Gaviotas); localizado en el Sur de Chile, entre los paralelos 41° y 43° de latitud sur. Este archipiélago, está compuesto por una isla de gran superficie, la segunda más grande de Latinoamérica después de Tierra del Fuego, y a su alrededor se encuentran 40 islas menores. Este Archipiélago para el año 2012 tenía una población de 167.659 personas. En este territorio se encuentran variados artilugios²⁴ y construcciones, hechos íntegramente en madera, algunos de los cuales son admirables por su unicidad y características particulares, que incluso

²³ Chelle es una gaviota característica de Sudamérica, su nombre científico es *Chroicocephalus Maculipennis*.

²⁴ En Chilwé son famosos los sachos (anclas para embarcaciones hechos con madera y piedras grandes), máquinas y prensas para hacer chicha de manzana, husos, hilanderos, molinos de agua, entre otros artefactos.

han llegado a formar parte de la Lista de Patrimonios de la Humanidad de la UNESCO.²⁵

Para dar realce y comprender por qué la arquitectura Chilweña es tan particular; es necesario explicar la vertiente de este tipo de construcciones, dando cuenta de sus orígenes naturales, con acentos y particularidades propias y también foráneas.



Existe mucha literatura sobre las técnicas de construcción desarrolladas en Chilwé, inclusive existe una denominación para estas técnicas: “La Cultura De La Madera”, junto con lo señalado, se ha creado también el concepto de “Escuela Chilota de Arquitectura en Madera”, mas no es el objetivo de este trabajo profundizar en estos temas.²⁶

²⁵ Lista de Patrimonio de la Humanidad, por la UNESCO: <https://whc.unesco.org/es/list/>

²⁶ Para adentrarse en la “Cultura de la Madera”, léanse los textos de Guarda (1995), Berg (2005), Araneda (2001), conferencia de Rojas (2007) en XII Seminario de Arquitectura Latinoamericana, entre otros.

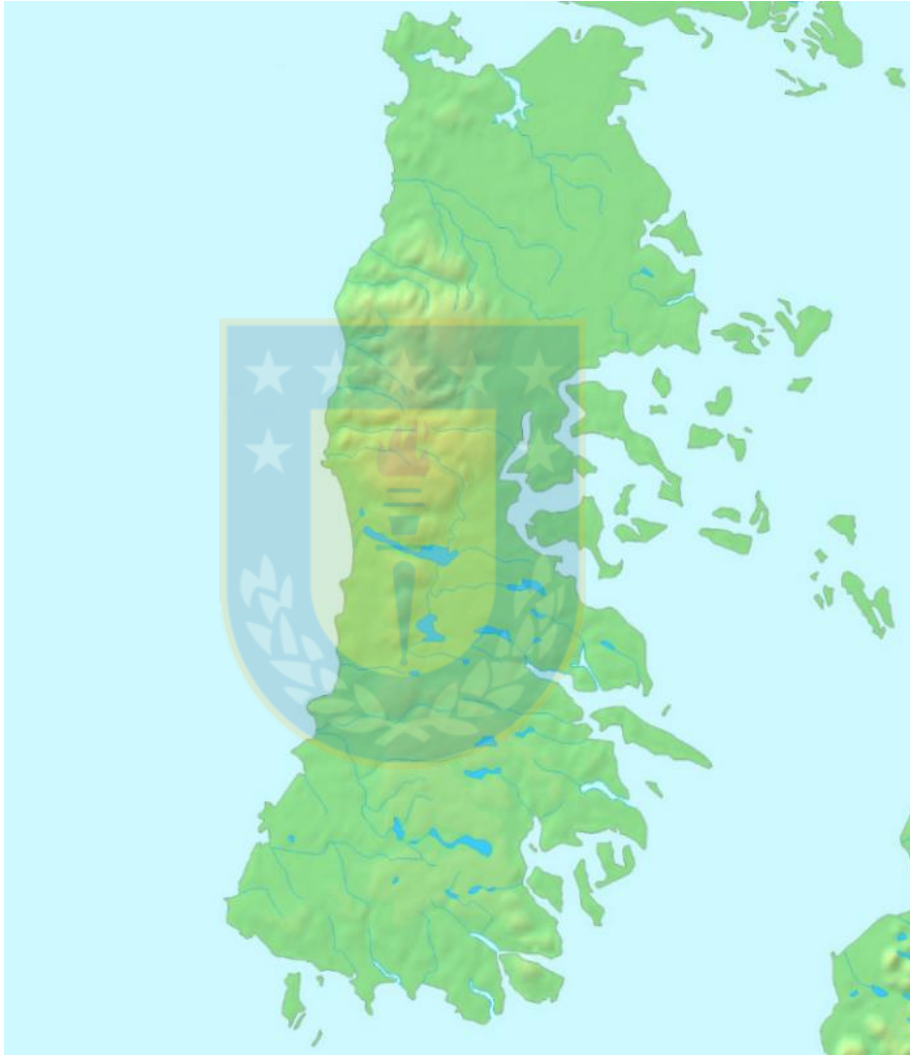


Figura1 - Mapa del Archipiélago de Chilwé

La arquitectura Chilweña tiene su germen y particularidades en las inherentes necesidades y ásperos desafíos que el clima de la zona conlleva. En ella está presente una influencia española, desde el período de Conquista y Colonia; junto con otra influencia menor, traída por colonos alemanes que desarrollaron actividades agrícolas en el sur de Chile. Estas culturas, combinadas con las habilidades y conocimientos de las personas naturales del Archipiélago, lograron que surgieran estas manifestaciones arquitectónicas que puede apreciarse hoy en estructuras de considerables dimensiones, de formas regulares, sencillas y simétricas.

El fenómeno arquitectónico chilweño, no es simplemente la unión de arquitectura nativa, española y alemana; lo que sucedió es que se logró asimilar, adoptar y adaptar las técnicas foráneas a la realidad local, generando una expresión única y asombrosa. Tamayo (2011) afirma:

Se reconoce a Chiloé como un lugar de encuentro, donde la interacción y la asimilación mutua de prácticas de diversas naturalezas terminaron por modelar una cultura particularmente integradora, original en sus formas y creativa para sobrevivir en este complejo entorno, por lo que la riqueza cultural de la zona es inagotable. (p. 18).

Del mismo modo, Montecino, Salinas y Basáez (1995) indican que en la arquitectura chilota aparece como una constante, el esfuerzo por reformular el vocabulario foráneo haciéndolo más consecuente con el material que se está usando, es decir, la madera.

Otras características de la arquitectura Chilweña son la armonía que tiene con su entorno y su trascendencia para con la comunidad; las estructuras que se construyeron bajo las influencias señaladas anteriormente, cumplen funciones tanto estéticas como comunitarias, es decir, las construcciones sirven a la sociedad, sin dejar de ser amistosa con el entorno en el que se asentó.²⁷

Una manifestación básica de esta arquitectura es la construcción de la casa chilweña, de ellas, Montecino, Salinas y Basáez (1995) dicen lo siguiente:

Caracteriza a la vivienda insular su tendencia a una planificación concentrada, siendo muy generalizada la presencia de casas de dos plantas o una planta y miradores. Estos últimos (los miradores) se establecen en constantes en los edificios de ubicación privilegiada en la traza de la ciudad, calles principales o puertos. En los diversos grupos de viviendas que pueden distinguirse, hay una misma voluntad de construir

²⁷ Polémico es el caso del Mall de Castro, que rompe con toda armonía de la ciudad.

volúmenes claros y elementos tales, de aristas definidas, que se recortan contra el paisaje o el cielo.

El siglo XIX y primeros decenios del XX establecieron para la vivienda chilota un nivel que no ha sido superado posteriormente, y al cual hay que referirse cuando se quiere hablar de un momento importante en la arquitectura de Chiloé. (p. 31)

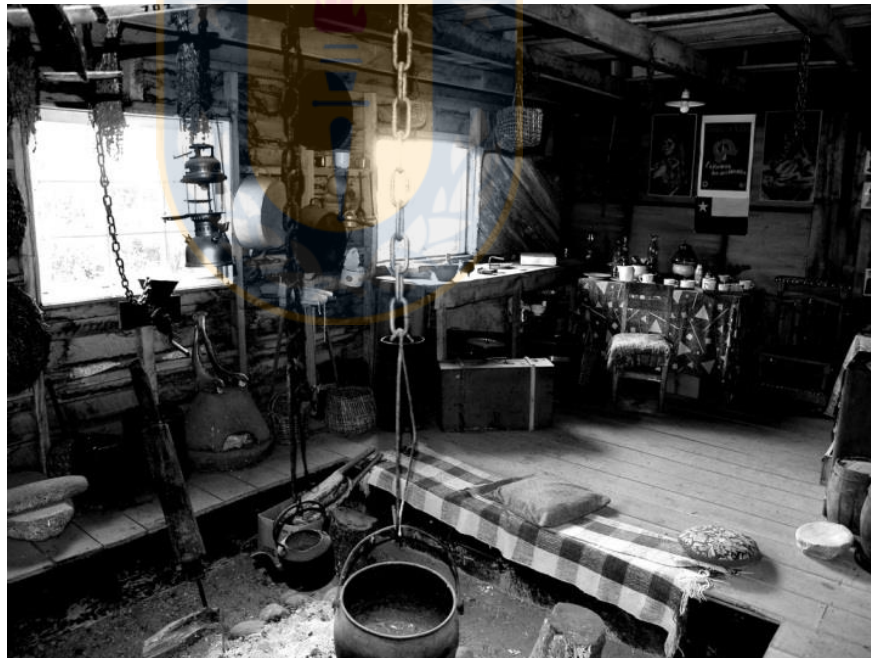


Figura 2 – Fogón en Casa Chilweña

Estos autores dejan en evidencia que, hasta en la vivienda común, el maestro carpintero concretaba su imaginario y su relación con la naturaleza, creando una obra que continuaría en armonía con el entorno natural. Proyectó así el constructor, su historia, su vida y la del Archipiélago.



Figura 3 – Casa Chilweña



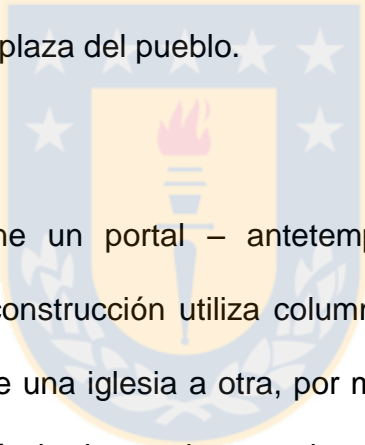
Figura 4 – Casa Chilweña y su mirador sobresaliente

Análogamente, las estructuras comunitarias, como las Iglesias construidas en el Siglo XVII y XVIII, sin perder armonía con su entorno, cumplen roles esenciales en la idiosincrasia Chilweña. La motivación desinteresada en su construcción, el trabajo comunitario, la utilización de técnicas riberas²⁸ y la instrucción de los Jesuitas, forjaron estas estructuras únicas que tienen sustento geométrico y arquitectónico implícito. Araneda (2001) realiza una

²⁸ Técnicas riberas: aquellas técnicas propias de la construcción de embarcaciones navales, medio de transporte y trabajo utilizado en el Archipiélago de Chilwé.

descripción de las Iglesias, que evidencia elementos Geométricos en su análisis:

La mayoría de las iglesias poseen características similares. Frente al templo tienen un gran espacio abierto, la explanada, donde se realizan procesiones, aunque en la actualidad también sirven para ferias, y partidos de fútbol. En algunos lugares la explanada se ha convertido en la plaza del pueblo.



La fachada tiene un portal – antetemplo – abierto hacia la explanada. Su construcción utiliza columnas y arcos, que varían creativamente de una iglesia a otra, por mucho que se parezcan. Encima de la fachada se levanta la torre, que puede estar compuesta de dos o tres cuerpos, por lo general octogonales. La torre, junto a la cruz, y su campana es, además, un símbolo del pueblo.

En su interior, la iglesia está compuesta por tres espacios – o naves–, uno principal al centro y dos un poco más cortos, a ambos lados. El cielo, en la nave principal, es por lo general

curvo, semejando una bóveda, la que está “sostenida por pilares, de diferentes formas simples, forrados de tablazón o de un solo tronco”. En opinión de los especialistas, las bóvedas “... asemejan en su estructura una embarcación invertida, presentando también cuadernas y vértebras”. Los cielos en las naves laterales son planos. (p. 37)



Figura 5 – Algunas Iglesias de Chilwé

Las obras de construcción de estas iglesias tienen una historia que las convirtió en objeto de interés para los autores de este trabajo. Se recogieron variados textos²⁹ que aportaron evidencia para crear una síntesis que sirva a los propósitos de esta investigación.

Chilwé, tras ser colonizada por los españoles en el siglo XVI, sufrió los embates de la corona en sus expresiones básicas: la cruz y la espada, pero no sucedió como en otras altitudes del continente. Los conflictos entre nativos y españoles fueron aislados, solo se tiene cuenta de un conflicto severo, en el año 1712, donde Huilliches y holandeses se aliaron para “destruir” Castro³⁰.

Por otro lado, en el año 1608, las Misiones Jesuitas lograron que la religión Cristiana Católica comenzara a internarse en el Archipiélago. Con afán de asentarla y perpetuarla, en el siglo XVII, se valieron de misiones circulares, es decir, una vez al año un grupo de misioneros realizaban una gira por cada poblado, mientras que en el resto del año la labor espiritual recaía sobre otra persona que fue preparada por los Jesuitas, el Fiscal, cargo que aún existe en algunas comunidades del Archipiélago. Fue durante estas misiones circulares que se concretaron las primeras Iglesias, que no son las mismas que se

²⁹ Guarda, Bascuñán, Cárdenas, Barrientos, Bahamonde han escrito sobre la Historia de Chiloé.

³⁰ Sobre la Rebelión Huilliche de 1712: <http://www.memoriachilena.cl/602/w3-article-97318.html>

conocen en el presente, una construcción regular con techo de paja fueron las primeras capillas que, contra todo pronóstico, se convertirían en Tesoros para la Humanidad.

La Corona Española expulsó a los Jesuitas de sus dominios en el año 1716, sin embargo, la expulsión efectiva en Chile sucedió en el año 1767, es entonces cuando las misiones circulares quedaron a cargo de la Orden Franciscana, sin embargo, las construcciones de las iglesias siguieron bajo las técnicas adquiridas y desarrolladas por la primera Orden. (Bascuñán, 1993)

En el momento en que una iglesia era concebida, la comunidad misma se encargaba de su realización; los feligreses aportaban con insumos para la construcción o para los maestros riberos, quienes eran los constructores por excelencia, movidos sin otro interés más que el bienestar espiritual de la comunidad. Este tipo de trabajo comunitario no remunerado, se denomina minga³¹ y se sigue realizando en el presente en diferentes labores, como siembras, cosechas, “tiraduras de casas”, “destroncaduras” para limpieza de terrenos, incluso para la restauración de las Iglesias mencionadas, entre otras actividades de orden comunitario. En estas mingas de construcción de Iglesias se generaban instancias para compartir en comunidad, donde las personas

³¹ Léase el testimonio de un participante de mingas en el libro de Aldunate (Ed.) (2016), capítulo III.

entregaban parte de sí, con un objetivo trascendental. Esta última descripción, se ajusta a la esencia del chilweño, hombre y mujer que, desinteresadamente se entrega, así como su tiempo y recursos, para los demás.

Se ha dicho que las construcciones mencionadas anteriormente son maravillosas, no solo para los naturales del Archipiélago, sino también para expertos, consecuencia de ello es que en el año 2000 la UNESCO declara a las Iglesias de Achao, Quinchao, San Francisco, Rilán, Nercón, Aldachildo, Ichuac, Detif, Vilupulli, Chonchi, Tenaún, Colo, San Juan, Dalcahue, Chelín y Caguach como Patrimonio de la Humanidad, porque cumplen dos de los diez criterios³² establecidos para ser incorporados a esta lista. Estos criterios, divididos en dos categorías, Natural y Cultural, aseguran que las generaciones futuras puedan heredar los tesoros del pasado.

Particularmente, las Iglesias de Chilwé cumplen los criterios Culturales II y III³³:

³² Criterios de la UNESCO para determinar Patrimonios de la Humanidad:
<http://whc.unesco.org/en/criteria/>

³³ Véase la página de UNESCO sobre los criterios cumplidos por las Iglesias de Chilwé, en
<http://whc.unesco.org/en/list/971>

- Criterio Cultural II: Ser la manifestación de un intercambio considerable de valores humanos durante un determinado período o en un área cultural específica; en el desarrollo de la arquitectura, las artes monumentales, la planificación urbana o el diseño paisajístico.

Ante este criterio, UNESCO señala que “las iglesias de Chiloé son ejemplos grandiosos de la exitosa fusión de las tradiciones europeas e indígenas para producir una forma única de arquitectura en madera.”³⁴

- Criterio Cultural III: aportar un testimonio único o por lo menos excepcional, de una tradición cultural o de una civilización que sigue viva o que desapareció.

Ante este criterio, UNESCO señala que “la cultura mestiza resultante de las misiones jesuitas del siglo XVII y XVIII ha perdurado intacta en el Archipiélago de Chiloé, y ha logrado la más grande expresión en las asombrosas Iglesias de madera.”³⁵

Estas 16 Iglesias, ubicadas en diferentes comunas del Archipiélago, son la expresión máxima de la “Cultura de la Madera” y testimonio de una historia particular, que merece ser conocida y valorada por el mundo.

³⁴ Traducción hecha por los autores, desde la web de UNESCO, alojada en <https://whc.unesco.org/en/list/971>

³⁵ Traducción hecha por los autores, desde la web de UNESCO, alojada en <https://whc.unesco.org/en/list/971>



Figura 6 – Disposición geográfica de las Iglesias Patrimoniales de Chilwé

Tabla N° 1 – Iglesias Patrimoniales de Chilwé

Código	Nombre de Iglesia	Comuna
971 - 001	Iglesia Santa María de Loreto de Achao	Quinchao
971 - 002	Iglesia Nuestra Señora de la Gracia de Quinchao	Quinchao
971 - 003	Iglesia de San Francisco de Castro	Castro
971 - 004	Iglesia Santa María de Rilán	Castro
971 - 005	Iglesia Nuestra Señora de Gracia de Nercón	Castro
971 - 006	Iglesia Jesús Nazareno de Aldachildo	Puqueldón
971 - 007	Iglesia Natividad de María de Ichuac	Puqueldón
971 - 008	Iglesia Santiago Apostol de Detif	Puqueldón
971 - 009	Iglesia San Antonio de Padua de Vilupulli	Chonchi
971 - 010	Iglesia Nuestra Señora del Rosario de Chonchi	Chonchi
971 - 011	Iglesia Nuestra Señora Del Patrocinio de Tenaún	Dalcahue
971 - 012	Iglesia San Antonio de Colo	Quemchi
971 - 013	Iglesia San Juan Bautista de San Juan	Dalcahue
971 - 014	Iglesia Nuestra Señora de los Dolores de Dalcahue	Dalcahue
971 - 015	Iglesia Nuestra Señora del Rosario de Chelín	Castro
971 - 016	Iglesia Jesús Nazareno de Caguach	Quinchao

Denota entonces, la arquitectura Chilweña, una exitosa integración de técnicas provenientes de diferentes culturas, a fin de lograr un tipo de construcción sustentable y armoniosa con su entorno geográfico y demográfico, al mismo tiempo que se funde con lo natural, sin alterar violentamente el paisaje isleño con el que el Chilweño crece, proyectando en estas construcciones la calidez de la sociedad local. ¿Podría suceder algo similar entre patrimonio y educación?, ¿Podrían unirse la educación formal y la esencia chilweña para formar algo más grande y provechoso para la comunidad? ¿Será que patrimonio, cultura y educación no son conceptos disociados? ¿Es posible romper los límites de áreas del Saber Humano que parecen muy distantes?³⁶

Los autores de esta investigación se preguntan, ¿Por qué, si se crece en armonía con la naturaleza y con diversas construcciones, la educación, y particularmente la Geometría, no toma estos elementos para potenciarse?, ¿Por qué, si expertos y naturales denotan cualidades importantes en las iglesias, no se estudia desde ellas? Los autores de este trabajo darán respuesta a estas y otras preguntas similares; concretamente harán notar que se pueden utilizar las construcciones isleñas con fines pedagógicos y educativos en la enseñanza de la geometría, aprovechando la capacidad que tiene Chilwé de

³⁶ Estas preguntas surgen de conversaciones entre los autores con estudiantes, profesores y pares que evidencian una disociación entre Iglesias Patrimoniales con Educación actual.

fusionar conocimientos y disciplinas que parecen ser lejanas en beneficio de la gente y, por consecuencia, de la tierra misma.

3.2.- Geometría en un contexto local como recurso educativo.

Es un objetivo de los autores, reunir disciplinas que parecieran no estar conectadas, de este modo, al descubrir esa relación, lograr aprendizajes significativos en los estudiantes de Geometría.

Neira (2011) habla de la transdisciplinariedad como respuesta natural a la crisis que el positivismo³⁷ y la disociación e hiperespecialización del conocimiento están manifestando, el autor la describe como:

El proceso según el cuál los límites de las disciplinas individuales son trascendidos para abordar problemas, realizar investigaciones e interpretaciones desde perspectivas múltiples con el propósito

³⁷ Habermas, citado por Grundy (1998, p.28) presenta el positivismo (término acuñado por Comte) como la forma del saber humano que es generado por la ciencia empírico-analítica, se basa en la experiencia y la observación, propiciada a menudo por la experimentación.

fundamental de generar conocimiento emergente, constituyendo de este modo una acción transformativa de la realidad y de sus componentes. (p. 71).

Los autores de este trabajo creen que es posible cruzar el límite de la Geometría Formal y de la Educación Formal³⁸, mezclarlos con otras áreas del saber y del quéhacer humano, particularmente con elementos de la cultura propia del contexto del estudiante, con el objetivo de generar conocimiento de una forma diferente y significativa para los estudiantes y la sociedad local, pues se evidencia la importancia y trascendencia del entorno, se muestra como vertiente y recipiente de conocimientos que, tal vez, no son evidentes a simple vista.

El MINEDUC, en sus Bases Curriculares para el eje de Geometría dice: “se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas” (2015, p.99), notemos que incluso la matemática es segregada en ejes y que solo se sugiere la relación entre ellos, mas ésta no se propone efectiva y

³⁸ Para Santos, Rodríguez y Touriñán (1992:266), citados por Escribano (2004, pp. 112-113) educación formal y no formal son prácticas que involucran estímulos directamente educativos, ordenados exclusivamente para su resultado educativo. Por otra parte, la educación informal es aquella donde el estímulo no es directamente educativo y no son ordenados intencionalmente para lograr un resultado educativo.

explícitamente. Por otro lado, se dice que los estudiantes comprenderán el espacio y sus formas, pero no existe un acercamiento de cómo debiese ser esta comprensión del “espacio y sus formas” en la vida real. Los alumnos conocerán figuras y conceptos geométricos, pero solo será en la teoría. Es decir, el Ministerio no dice que los contenidos geométricos a estudiar pueden surgir de otra fuente que no sean los textos escolares o de la formalidad académica, más aún, no promueve la contextualización de los contenidos geométricos, ni la interdisciplinariedad que puede motivar a los estudiantes o abrir caminos a una nueva forma de estudiar.

Retornando a las estructuras patrimoniales, existen muchas formas de visitar estas construcciones, para así observarlas y estudiarlas; distinguir en ellas elementos arquitectónicos globales o en detalle (plantas, arcos, cúpulas, volúmenes, etc.); dar cuenta de la existencia de regularidades o de su ausencia, explicar algunas características manifestadas en la construcción; utilizar la información de las estructuras para realizar trabajos o actividades que engloben todas las habilidades señaladas por el MINEDUC (2015) (Resolver problemas – Representar – Modelar – Argumentar y Comunicar). Es más, realizar un viaje o una salida como actividad escolar, logra un quiebre en la rutina y desde ese

momento, la situación completa toma otro sentido y será almacenado en la memoria de los estudiantes de una manera diferente³⁹.

El docente debe utilizar la intuición geométrica y la curiosidad innata presente en las personas y que los estudiantes quieren saciar, pero muchas veces, es la motivación la que se ha desvanecido y debemos propiciar su resurgimiento, o bien resignificarla. Los estudiantes adolescentes están en un conflicto psico-biológico natural y un aspecto de ese conflicto es encontrar su identidad; es ahí donde el docente, basado en metodologías adecuadas⁴⁰ y sus consecuentes actividades, puede aportar en la concretación de un aprendizaje significativo. Es labor del docente conocer y determinar metodologías y actividades, donde el estudiante podrá apreciar su entorno patrimonial, manipularlo, modelarlo, estudiarlo y comunicar sus conclusiones; paralelamente, el estudiante conocerá su historia, su pasado, con ello se arma de herramientas para comprender el presente y, por qué no, vislumbrar el futuro.

³⁹ Comentario recibido en diálogo de uno de los autores de este trabajo con una actual profesora de lenguaje que en su etapa de estudiante de secundaria(tercero medio) visitó algunas Iglesias Patrimoniales de Chilwé como actividad para la asignatura de Artes. Otros participantes de esa actividad, señalan que fue una actividad muy ligera y que era necesario una preparación mayor para que los alumnos aprovecharan mejor esa actividad.

⁴⁰ Véanse algunas metodologías señaladas en capítulos anteriores.

Los autores de este trabajo buscan evidenciar que no se concibe proceso o sistema educativo unitario absoluto para todo el país, sino que éste se debe acomodar a cada realidad geo-social de los estudiantes, a fin de acercar los conceptos estudiados y relacionarlos con actividades u objetos que los alumnos conozcan. Neira (1994) indica que la totalidad de comportamientos de un pueblo, o, en otras palabras, las características socio-culturales de las diversas comunidades humanas del planeta, influyen en la percepción de lo que es o constituye educación. Es por ello que el contexto define cómo los estudiantes percibirán la educación en general, o la geometría en particular. Así, el docente puede considerar la procedencia de sus alumnos o el contexto geo-social en el que se desarrollan sus actividades, académicas y no académicas, para tomar decisiones y modificar, perfeccionar o crear metodologías de enseñanza y aprendizaje en la geometría.⁴¹

Respecto de la consideración geo-social, existe un enfoque educativo que responde a lo expuesto anteriormente llamado de “Cognición Situada”. Este enfoque, mencionado en páginas anteriores, de acuerdo a Díaz (2003), toma

⁴¹ Los autores de este trabajo comprenden que el docente debe ser cuidadoso al momento de utilizar esta información, con el fin de no caer en discriminación o incentivar la discriminación. Para más información, léase “Guía para la no discriminación en el contexto escolar”, texto de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, disponible en la web <https://www.google.com/url?q=https://oei.cl/uploads/files/news/Education/89/Gui%25CC%2581a-para-la-no-discriminacio%25CC%2581n-en-el-contexto-escolar.pdf&sa=U&ved=0ahUKEwi0mpqTu6jfAhVFvJAKHSutBHAQFggEMAA&client=internal-uds-cse&cx=014897275919277052290:-qbwz67eca8&usg=AOvVaw2kY8nzDfkpTj-8tfJCS8XD>

como punto de referencia los escritos de Lev Vygotsky (1986; 1988), complementado con autores como Leontiev (1978) y Luria (1987) y, más recientemente, los trabajos de Rogoff (1993), Lave (1997), Bereiter (1997), Engeström y Cole (1997), Wenger (2001), por citar sólo algunos de los más conocidos en el ámbito educativo.

De acuerdo a Hendricks (2001), citado por Díaz (2003, p. 2), “la cognición situada asume diferentes formas y nombres, directamente vinculados con conceptos como aprendizaje situado, participación periférica legítima, aprendizaje cognitivo (cognitive apprenticeship) o aprendizaje artesanal.”

Los teóricos de la cognición situada se contraponen a lo que tradicionalmente se ha hecho en las aulas de Chile y en gran parte del mundo. Nuñez⁴² (2011) afirma:

Las personas son enseñadas de una manera en la cual el docente les entrega solamente la información, sin mucha conexión con el ambiente que los rodea. Además, se hacen pocos experimentos y, cuando se realizan, son de tipo “confirmatorio”, es decir, los estudiantes observan o

⁴² Capítulo escrito por Núñez en el texto Aeschlimann, J. (Ed.) (2011) Académicos en Sintonía III, Comentarios en Radio UdeC, Concepción, Chile: Universidad de Concepción.

confirman lo que el docente ya les ha enseñado. A esta forma de enseñanza se le denomina “enseñanza tradicional o memorística”. (p. 139)

Así, la metodología utilizada se centra en instrucción abstracta, es decir, fórmulas, recetas, ejemplos sintéticos y ajenos a la realidad de los estudiantes; donde se cree que el conocimiento se puede abstraer del contexto en el que se está estudiando. De acuerdo a Paulo Freire (2005), estas prácticas son consecuentes con la Invasión Cultural que, como manifestación de la Conquista, apelan a la inautenticidad del ser, al mismo tiempo que se omite la problematización de la realidad y de los contenidos programáticos de los invadidos mediante la entrega de una visión parcial de la realidad, presentándola como algo estático y que ha sido observado desde la superioridad del docente para ser puesta en la inferioridad de los estudiantes, superponiendo una visión del mundo (con sus ideales) sobre otras.

Por el contrario, la cognición situada apoya aquellas instancias constructivistas realistas, originales, donde el alumno aprende haciendo y relacionando lo aprendido con su entorno o relacionando su entorno con lo aprendido, lo que se condice, naturalmente, con el Aprendizaje Significativo, logrando reunir aquello que se estudia en el aula (o en el lugar de aprendizaje),

con algo que se utiliza socialmente, revelando, así, la realidad importante que tiene el conocimiento adquirido en el entorno del estudiante.



CAPÍTULO IV – INVESTIGACIÓN CUALITATIVA BASADA EN LA TEORIA FUNDAMENTADA

4.1.- Objetivos

General:

- Determinar el desarrollo de la Intuición Geométrica de los estudiantes, a fin de potenciar su Percepción Espacial y sus implicancias.

Específicos:

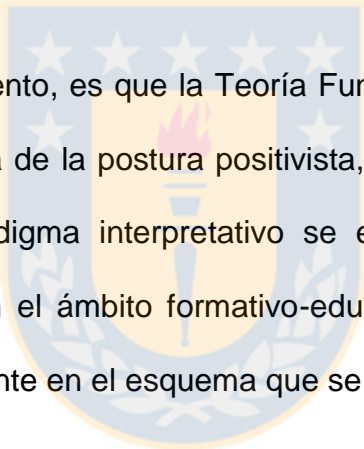
- Recopilar información de estudiantes y profesores del sistema escolar chileno, sobre su conocimiento de las Iglesias Patrimoniales de Chilwé.
- Identificar las relaciones que los entrevistados hacen entre Iglesias Patrimoniales de Chilwé y Geometría Escolar.
- Analizar los vocablos con que los entrevistados expresan sus ideas geométricas.
- Determinar fuentes alternativas de conocimiento geométrico, para el estudio de la Geometría Escolar.

4.2.- Metodología cualitativa y Teoría Fundamentada.

Este trabajo de investigación, en consonancia con su orientación holista, reconoce que la alternativa metodológica a utilizar es de tipo inductiva y, dentro del espectro de metodologías cualitativas, se opta por aquella basada en la Teoría Fundamentada (TF), puesto que se trata de entender la acción, desde la perspectiva del agente que la realiza, cumpliendo de este modo el objetivo de la metodología, el cual es generar teoría a partir de la información obtenida en el trabajo de campo. De este modo la Teoría Fundamentada es, explícitamente, emergente.

La decisión del trabajo con la Teoría Fundamentada se justifica, primeramente, como razonable y válida para incorporar nuevo conocimiento a este estudio, especialmente si se considera que los diferentes casos no se trabajan de manera fragmentada (a diferencia de la metodología derivada de la ciencia tradicional, positivismo), sino como parte de un todo, ya que el investigador concibe la interacción de las variables como una unidad.

En segundo lugar, el argumento de elección se relaciona con que la Teoría Fundamentada se refiere a una teoría explicativa, que se desarrolla inductivamente a modo de resultado de una base de datos recolectados en la investigación. Esto se contrasta con la teoría derivada deductivamente, desde la macro teoría sin la ayuda de datos (Mella, 2003).



El tercer argumento, es que la Teoría Fundamentada se presenta como una reacción en contra de la postura positivista, derivada de la ciencia clásica tradicional; cuyo paradigma interpretativo se encuentra en crisis y que es necesario modificar en el ámbito formativo-educativo. Esta contraposición se grafica comparativamente en el esquema que se ofrece a continuación:

Tabla N°2: Comparación entre Positivismo e Interpretación Cualitativa

METODOLOGÍA	POSITIVISMO	INTERPRETACIÓN CUALITATIVA
Enfoque de la Investigación	<ul style="list-style-type: none"> • Concentrada en descripción y explicación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Concentrada en comprensión e interpretación.
Rol del Investigador	<ul style="list-style-type: none"> • Separado. Observador externo. • Distinción clara entre observación y sentimiento. • Se dirige a descubrir la realidad externa antes que determinar el objeto en estudio. • Se esfuerza por usar un enfoque racional, consistente, verbal y lógico. • Busca mantener una distinción clara entre hechos y juicios de valor. • Realiza distinción entre ciencia y experiencia personal. • Centrado en variables y en 	<ul style="list-style-type: none"> • Investigador desea experimentar lo que está estudiando. • Toma en cuenta sentimientos y razón para dirigir las acciones. • Crea parcialmente lo que se estudia, el significado del fenómeno. • El uso de una comprensión previa es importante. • La distinción entre hechos y juicios de valor es menos precisa y clara. • Acepta la influencia tanto de la ciencia como de la experiencia personal y de la conciencia.

	corroboración teórica.	<ul style="list-style-type: none"> • Centrado en el caso como totalidad donde variables actúan como unidad que produce resultados. • Diferentes resultados se comparan para identificar causal significativa de diferencia.
Técnicas usadas por el investigador.	<ul style="list-style-type: none"> • Predominio de métodos matemáticos y estadísticos. 	<ul style="list-style-type: none"> • No es cuantitativa primariamente, Levy, (2005) adaptado y mejorado D. Neira (2010)

La teoría explicativa surge de la interacción con los datos aportados por el trabajo de terreno, donde el análisis cualitativo (proceso no matemático de interpretación) es llevado a cabo con el propósito de descubrir conceptos y sus relaciones, para organizarlos en esquemas teóricos explicativos (Mella, 2003).

En este trabajo se utilizó el sistema o metodología de comparación constante el cual permitió:

- A. Generar teoría con respecto al tema que se investiga.
- B. Tomar como base la saturación de la información.
- C. Buscar aplicabilidad a cualquier investigación de tipo cualitativa.
- D. Elaborar comparación analítica de mayor alcance.

De esta manera, el método de investigación de la Teoría Fundamentada entregó una forma de investigación sistemática que permitió generar conceptos y construcciones teóricas, a fin de vislumbrar un trasfondo geométrico en las Iglesias Patrimoniales de Chilwé, que puede ser utilizado con fines pedagógicos.

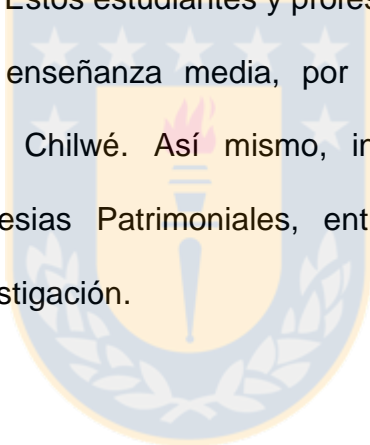
Esto significa que la teoría resultante aparece consistente con la base de datos, donde al examinar diferentes casos como un todo, se consideró la interacción de las variables como una unidad, a fin de entregar resultados. Así, la calidad de la teoría está determinada por su capacidad de explicar nuevos datos, lo que constituyó una ocupación central del trabajo investigativo.

4.3.- Diseño de la Investigación

El desarrollo de investigación en la educación se concibe como un camino de descubrimiento y creación de nuevos conocimientos, fundamentando los conceptos en los datos observados y que pertenecen al fenómeno educativo que apoya a la teoría. Es decir, la teoría se fundamenta en torno a los fenómenos en estudio, ya que éstos son relativamente estables y generales, y los datos constituyen la evidencia del fenómeno bajo estudio. El objetivo es, por tanto, descubrir e interpretar la teoría implícita en los datos encontrados durante el proceso sistemático de investigación y, en consecuencia, en el fenómeno en estudio (Patrimonio como recursos pedagógico para estudiar Geometría).

4.4.- Campo de estudio.

El campo de estudio lo constituyeron estudiantes, profesores, profesionales y feligreses que han visitado, conocen o han apreciado estructuras patrimoniales en el Archipiélago de Chilwé, particularmente las Iglesias Patrimoniales. Estos estudiantes y profesores pertenecen al período de enseñanza básica o enseñanza media, por otro lado, se consultó a un Arquitecto natural de Chilwé. Así mismo, informantes presentes en las cercanías de las Iglesias Patrimoniales, entregaron testimonios y datos relevantes para la investigación.



4.5.- Procedimientos durante la Investigación.

4.5.1.- De la recolección de datos y evidencia.

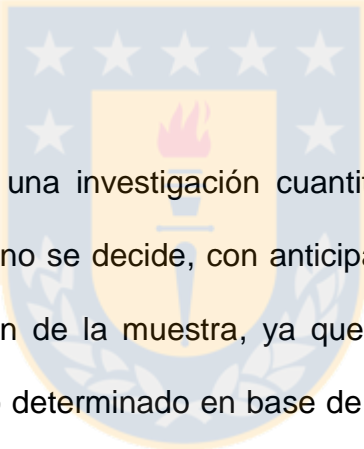
Para el proceso de recolección de datos utilizados, se requirió de entrevistas en terreno, de la codificación y análisis de la información obtenida; este proceso permitió que la investigación evolucionara hacia datos más significativos. Simultáneamente la recolección, codificación y análisis de datos, dieron el pie para la búsqueda de más información que sirviera de sustento para la investigación.

La primera fuente de información fueron las entrevistas in situ. De ellas se tomaron notas de frases y palabras claves, las cuales se convirtieron posteriormente en temas para tratar en mayor detalle.

Los principios que se aplicaron en la recolección de información consistieron en la creación de una base de datos para su posterior análisis. El

trabajo de recolección de datos continuó hasta alcanzar un punto de saturación, es decir, cuando la inclusión de más datos no incidía en más o mejores conclusiones.

4.5.2.- Muestra de informantes claves.



A diferencia de una investigación cuantitativa, con la utilización de la Teoría Fundamentada no se decide, con anticipación al desarrollo del estudio, el tamaño de población de la muestra, ya que el criterio de elección de los participantes no estuvo determinado en base de su representatividad, sino que estuvo determinado por el conocimiento y experiencia del fenómeno patrimonial y geométrico bajo estudio.

De esta manera, la muestra estuvo constituida por diez personas, de los cuales cuatro son o fueron profesores y cuatro estudiantes del sistema escolar chileno; del mismo modo, un arquitecto Chilweño y una feligrés de las Iglesias formaron parte del grupo humano entrevistado.

4.5.3.- Preguntas de Investigación.

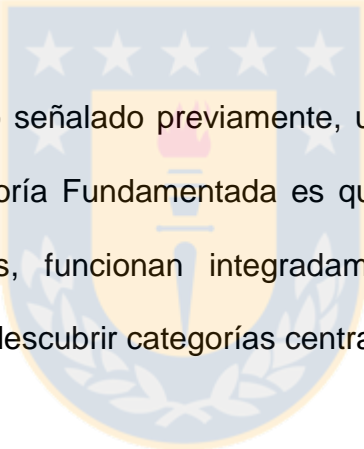
Al momento de realizar las entrevistas, se plantearon preguntas de investigación orientadas a buscar aportes de los entrevistados para un avance en el desarrollo de una educación integral. Las preguntas de investigación fueron flexibles y de terminación abierta para que permitiesen el desarrollo de la Teoría Fundamentada, como también para realizar una investigación sistemática en profundidad, pero con la mayor libertad de expresión posible para todos los aspectos del fenómeno bajo estudio.

Lo realizado es consistente con la metodología de la Teoría Fundamentada, ya que es un diseño emergente, que se manifiesta durante el curso del estudio, donde los investigadores toman decisiones que afectan al diseño mismo del procedimiento, mejorando las preguntas realizadas, a fin de obtener más y mejores datos para su posterior análisis.

Esto reafirma lo planteado anteriormente, es decir, que en la Teoría Fundamentada no es posible llegar a determinar una pregunta precisa de investigación, debido a que los datos generados pueden cambiar el enfoque del

estudio. Por tanto, la pregunta original constituyó solo una directriz general para el estudio y, en todo momento, se estuvo atento a la posible (y natural) evolución de la pregunta de investigación.

4.5.4.- Análisis e Interpretación de los datos. Generación de la Teoría.



De acuerdo a lo señalado previamente, un aspecto interesante y único del estudio bajo la Teoría Fundamentada es que la recolección de datos, su codificación y análisis, funcionan integradamente desde el inicio de la investigación, a fin de descubrir categorías centrales y subcategorías.

De este modo, al reunir suficientes datos, producto de las entrevistas y observaciones, la investigación procedió al siguiente paso, la codificación de ellos. Tras manipular y analizar los datos encontrados, con el objeto de formar conceptos, se utilizó un esquema de codificación adecuado, el cual resultó de la lectura y re-lectura de las transcripciones de las entrevistas, con el objetivo de conceptualizar modelos subyacentes en dichos datos. Los objetos de interés, relacionados con el fenómeno educativo bajo estudio, fueron clasificados en tres elementos: categorías, propiedades y dimensiones;

elementos que constituyen la estructura básica para la elaboración de una Teoría Fundamentada.

A. Categorías: identificación de las unidades de información compuesta de eventos, sucesos e instancias.

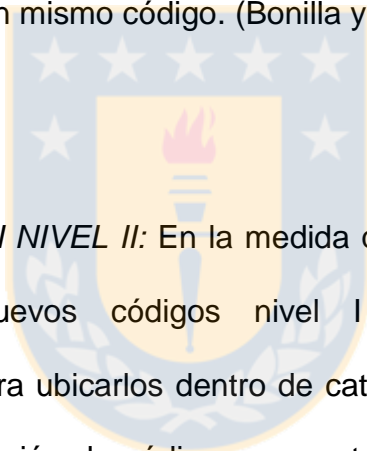
B. Propiedades: identificación de las características específicas pertenecientes a una categoría.

C. Dimensiones de las propiedades: determinación de la dimensión de cada propiedad, su ubicación en el continuo.

4.5.5.- Codificación: Enfoque específico para el análisis de datos recogidos y formación de conceptos.

La codificación de los datos obtenidos se desarrolló en tres niveles:

- *CODIFICACIÓN NIVEL I:* a medida que se recibían los datos obtenidos, y eran estudiados línea por línea, se identificaron sus atributos, es decir, las cualidades o las características del dato. Estas cualidades se compararon entre sí para encontrar coincidencias y distinguir diferencias. De este modo, los datos que comparten las mismas características fueron agrupados, asignándoseles un rótulo o un nombre determinado que indica el concepto al que pertenecen, es decir, se congregan en un mismo código. (Bonilla y López, 2016).



- *CODIFICACIÓN NIVEL II:* En la medida que la investigación avanzó se compararon nuevos códigos nivel I con aquellos previamente identificados para ubicarlos dentro de categorías más amplias. Se llegó así, a la generación de códigos conceptuales, los cuales plantean una relación entre los códigos y la teoría. A su vez se determinaron, tentativamente, categorías en función de los códigos conceptuales. Cada categoría fue comparada con otras categorías.
- *CODIFICACIÓN NIVEL III:* En este paso, llamado constructo teórico, se ubicaron los niveles más abstractos de los códigos conceptuales. Dichos constructos agregaron un alcance más allá de los significados locales a la teoría emergente, donde se identificó una categoría central.

4.5.6.- Desarrollo de conceptos: Emergencia de variables centrales o fundamentales.

Al emerger las variables centrales o fundamentales, se consideraron tres pasos fundamentales: reducción de categorías, muestra selectiva de literatura y muestra selectiva de los datos.



4.5.6.1.- Reducción de categorías.

Durante el análisis de los datos, se identificó una cantidad de categorías exuberantes, que fue necesario reducir. La comparación reiterada de categorías, permitió detectar cómo los grupos de categorías pueden conectarse y, así, ser ubicados en categorías más amplias. En este punto la investigación identificó vínculos teóricos entre las categorías y, luego, las redujo para formar categorías generales, con el objetivo de lograr variables centrales o fundamentales.

4.5.6.2.- Muestra selectiva de la literatura.

En la medida que la teoría emerge, la investigación realizó una revisión de la literatura (ya presentada en el marco teórico), a fin de conocer lo publicado acerca de los conceptos estudiados y emergentes. Los resultados fueron concordantes con lo indicado en la teoría y sus propiedades.



4.5.6.3.- Muestra selectiva de los datos.

A medida que los conceptos principales o variables empezaron a ser aparentes, una muestra selectiva de los datos se llevó a cabo. En este punto la investigación pudo conseguir más datos de manera selectiva y, de este modo, acercarse a la pregunta de investigación e identificar las propiedades de las variables centrales y que se refieren a una categoría de mayor impacto en la variación del modelo, ayudando así a integrar otras categorías que han sido descubiertas. Las variables fundamentales contribuyeron a generar la Teoría Fundamentada; la integración y densidad de estas variables dependieron del

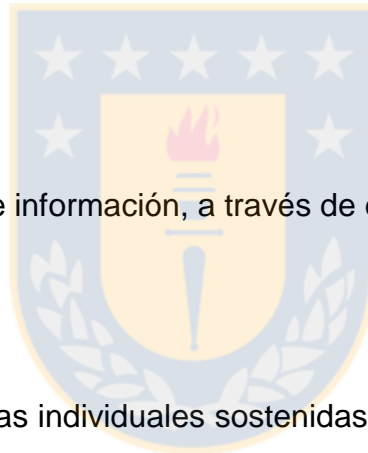
descubrimiento de la Variable Fundamental (VF) significativa, la que se validó al contar con seis características importantes:

- 1) Se repitió con frecuencia en los datos.
- 2) Se vinculó con otros datos.
- 3) En su calidad de central, tuvo capacidad explicativa de las variaciones en todos los datos.
- 4) Mostró implicaciones para una teoría más general.
- 5) Al aparecer cada vez en forma más detallada, la teoría se desarrolló y,
- 6) Esta permitió variación y análisis.

4.5.7.- Transcripción de frases significativas.

Se transcribieron un total de 167 frases significativas como códigos conceptuales o secuencias significativas de palabras, resultantes de las entrevistas a estudiantes, ex estudiantes, profesores, ex profesores y ciudadanos relacionados al Patrimonio de Chilwé, las cuales se consideraron significativas debido a la experiencia de vida y su relación con el sistema educativo, por consiguiente con la disciplina de la Geometría y con las Iglesias Patrimoniales de Chilwé.

En la medida que se recibieron los datos y estos se estudiaron línea por línea, en las secuencias de palabras se identificaron palabras código que recibieron el nombre de códigos sustantivos o “in vivo”, debido a que ellos codifican la sustancia de los datos utilizando las palabras de los participantes. Estos códigos fueron ordenados y estudiados, basados en una metodología de comparación constante, a fin de encontrar categorías más amplias aplicables a los aspectos en estudio lo que se indica en la Codificación nivel II.



4.5.8-. Recopilación de información, a través de entrevista con gente chilweña.

De las entrevistas individuales sostenidas a cada una de las 10 personas involucradas, para su estudio, se extrajeron las respuestas relacionadas a los tópicos:

- Intuición geométrica
- Conocimiento sobre Geometría
- Experiencia escolar (en Geometría)
- Contextualización de contenidos en aula
- Patrimonio Chilweño

- Identidad Chilweña

4.5.9.- Codificación conceptual Nivel II: Codificación abierta y ordenamiento por categoría.

En la codificación a nivel II se tomó la decisión de “reducción de datos”, extraídos de las secuencias de palabras y códigos conceptuales para interpretarlos como propiedades. Estas secuencias ya se encontraban clasificadas según sus aspectos sobresalientes.

Esta reducción de datos o secuencias de palabras se organizó en categorías emergentes basadas en una evaluación cualitativa de cada frase, emitida en las entrevistas, indicada como “frases códigos” en la codificación nivel I. De esta manera el análisis de los datos operó reiterativamente, acción que permitió determinar una lista de categorías iniciales, reducción que se produce como consecuencia de la relación directa de los datos con categorías. Estas son: Percepción Espacial, Conocimiento sobre Geometría, Asociación de Conceptos Educativos con elementos cotidianos, Patrimonio Chilweño e Identidad Chilweña.

Tabla N° 3: Interpretación reducida de datos analizados.

Percepción Espacial	Conocimiento sobre Geometría	Asociación de Conceptos Educativos con elementos Cotidianos	Patrimonio Chilweño	Identidad Chilweña
<p>Existe confusión de conceptos geométricos.</p> <p>La verbalización de los conceptos Geométricos es inconsistente.</p>	<p>Varios alumnos no recuerdan lo que estudiaron en Geometría (básica o media).</p> <p>No se manifiesta una claridad absoluta en cuando a lo estudiado en</p>	<p>Se reconoce la aplicación de la Geometría en algunas áreas del quéhacer humano.</p> <p>Los docentes no realizan una contextualización adecuada.</p> <p>Los docentes no realizan actividades que relacionen los contenidos</p>	<p>Se reconocen varias manifestaciones del patrimonio Chilweño.</p> <p>Existe conciencia sobre estructuras patrimoniales.</p> <p>Consideradas patrimonio por su trascendencia</p>	<p>Necesidad de salir de la isla para recibir formación universitaria.</p> <p>Luego del “Mayo Chilote” (2016) se fortalece una conciencia Chilweña.</p> <p>Tranquilidad ambiental y social como razones de</p>

	Geometría. La rigurosidad de la disciplina es obviada, generando inconsistencias en la misma.	geométricos, con elementos cotidianos. Geometría distante de la realidad, percibida como construcción abstracta.	en el tiempo.	retorno. La cultura de la madera como un referente de la idiosincrasia Chilweña.
--	--	---	---------------	---

Lo anterior nos permite identificar una categoría central, la cual tiene efecto sobre el resto de las categorías:

Categoría Central:

- Percepción Espacial: Proceso mediante el cual se adquieren conocimientos geométricos. Se basa, en primera instancia, en la Intuición Geométrica y prosigue con la verbalización de los conceptos estudiados.

Categorías Secundarias:

- Conocimiento sobre Geometría.
- Asociación de Conceptos Educativos con Elementos Cotidianos.
- Patrimonio Chilweño.
- Identidad Chilweña.



CAPÍTULO V – CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN

5.1 De lo observado en la investigación

En primer lugar, los entrevistados evidencian problemas de comunicación de conceptos geométricos que quieren tratar, lo que se condice con sus experiencias como estudiantes y como profesores, es decir, la falta de una contextualización adecuada o de relaciones entre contenidos y elementos de la vida cotidiana.

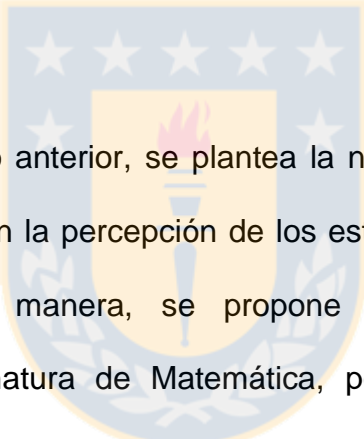
Por otra parte, luego del “Mayo Chilote”⁴³ existe un deseo de revalorar elementos que determinan la Identidad Chilweña, contemplando la flora y fauna, costumbres y patrimonio en sus diferentes manifestaciones.

Estas condiciones pueden ser favorables para el surgimiento de modelos educativos alternativos que fortalezcan el modelo formal, en los cuáles la

⁴³ Conflicto medioambiental relacionado con la industria acuícola en el Archipiélago de Chilwé, desarrollado en Mayo del año 2016.

obtención de recursos pedagógicos se centre en involucrarse con los elementos que la localidad ofrezca, con el objetivo de convertirlos en estímulos donde aplicar la Intuición Geométrica y potenciar, así, la Percepción Espacial.

5.2 Un modelo educativo que fortalezca la contextualización de contenidos de la disciplina de Geometría.



De acuerdo a lo anterior, se plantea la necesidad de un cambio en las prácticas docentes y en la percepción de los estudiantes sobre la disciplina de Geometría. De esta manera, se propone un modelo de trabajo que complemente la asignatura de Matemática, potenciando específicamente a Geometría; este modelo se dirige a un mayor énfasis en el acercamiento de los objetos de estudio con los alumnos. Será necesario, entonces, disponer de tiempo y recursos para lograr ese acercamiento entre contenido a estudiar y estudiantes, de modo que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea alejado del ambiente sobrecontrolado del aula y no comience con la abstracción excesiva de la disciplina. Este modelo se relacionará con la Intuición Geométrica para predisponer a los estudiantes a la adquisición de conocimientos geométricos en ambientes reales y conocidos por los estudiantes.

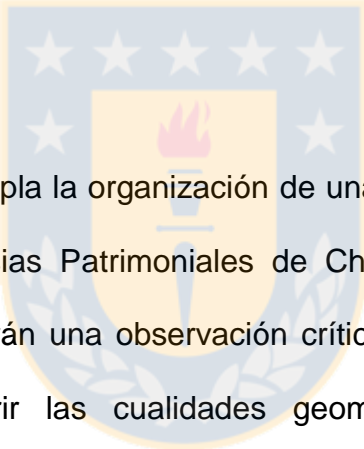
5.2.1 Enfoque del Modelo

Se propone trabajar en formato de taller, con el objetivo de crear una instancia de trabajo que se diferencie de la “clase tipo” y de otras actividades prácticas de tipo confirmatorio. Este taller apunta al descubrimiento, análisis, manipulación y formalización de conceptos geométricos desde un ambiente real y conocido para los estudiantes, de modo que se valore el patrimonio local al mismo tiempo que se genera conocimiento formal vinculado a elementos cotidianos chilweños.

La cualidad de taller, por tanto fuera de los planes y programas que cada institución debe cumplir, permite un trabajo libre de presiones calificativas y temporales, puesto que el modelo de Van Hiele consiste en superar los diferentes niveles de conocimiento geométrico, por sobre una lista de contenidos. Esto mismo, permite que el profesor y alumnos, desarrollen el trabajo de forma rupturista, creando posibilidades fortalezcan la creatividad y que complementen la asignatura de matemática.

5.2.2 Aplicación de Modelo: Talleres basados en el Modelo de Van Hiele.

El taller tendrá duración semestral y frecuencia semanal, en el que el docente creará un programa de trabajo flexible, basado en los diferentes niveles del Modelo de Van Hiele. El taller se dividirá en tres etapas que se superarán de acuerdo al avance en los niveles del Modelo de Van Hiele, estas etapas serán del siguiente modo:

- 
- Etapa I: Contempla la organización de una salida grupal que consiste en la visita a Iglesias Patrimoniales de Chilwé, donde los estudiantes y profesor realizarán una observación crítica a las construcciones, con el fin de descubrir las cualidades geométricas de interés para los estudiantes y que satisfagan las necesidades pedagógicas para ir superando los niveles del Modelo de Van Hiele.

Esta etapa considera el trabajo para los niveles 0 y 1 del Modelo de Van Hiele.

- Etapa II: Contempla la traducción de la información obtenida durante la etapa I de modo que los conceptos extraídos sean correctos y corroborados por los participantes del taller. Esta primera formalización de conceptos, que son de carácter particular, permitirá la identificación

de conceptos y propiedades generales, dando paso a la comprensión de la naturaleza axiomática de la disciplina, reforzándose y concentrándose el razonamiento lógico-matemático en cada participante.

Esta etapa considera el trabajo para los niveles 2 y 3 del Modelo Van Hiele.

- Etapa III: Etapa final que apunta a la rigurosidad axiomática de la Geometría y de la matemática por extensión. En este nivel, el grupo será capaz de trabajar geometría de manera abstracta, sin necesidad de ejemplos, pero reconociendo el camino recorrido para poder lograr tales capacidades. Reconocen que la disciplina está presente en varios aspectos de la vida y, por tanto, es imprescindible comprenderla, para poder interpretar de mejor manera la realidad local.

Esta etapa considera el trabajo para el nivel 4 del Modelo de Van Hiele.

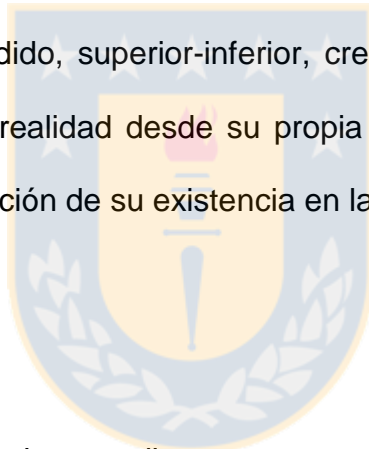
El taller finalizará con la exposición del trabajo realizado a la comunidad escolar y a la comunidad local en general. En esta labor, los estudiantes verán que el tiempo invertido tiene repercusiones en su localidad y el conocimiento generado tiene aceptación del público. Las maneras de exposición son determinadas por los participantes del taller, dándoles libertades a sus diferentes capacidades comunicativas.

5.2.3 Características del Docente

Este modelo requerirá de docentes que cumplan las siguientes características:

- Conocer su área de trabajo, es decir Geometría y Matemática, con las rigurosidades que la caracterizan.
- Ser conscientes del contexto sociocultural de los estudiantes con que trabaja, con el objetivo de poder tomar elementos pertinentes y relacionar los contenidos geométricos con las vivencias de los estudiantes.
- Conocer el patrimonio local, en sus diferentes manifestaciones, con el objetivo de utilizarlos pertinentemente para la contextualización de los contenidos geométricos, al mismo tiempo que se informa sobre el patrimonio para generar consciencia sobre ellos y fortalecer la Identidad Chilweña.

- Ser un profesional que ejerza su capacidad de toma de decisiones⁴⁴. Debido a que el taller será una actividad con un grupo humano muy diverso, es importante que la variedad de situaciones sean evaluadas por el profesional, quién tomará la decisión correcta para el desarrollo de las actividades.
- Ser un profesional que sea consciente de la Invasión Cultural y que se oponga a ella, permitiendo a los estudiantes romper con las relaciones de invasor-invasido, superior-inferior, creando en ellos las capacidades de observar la realidad desde su propia perspectiva y, en esta acción, una reinterpretación de su existencia en la sociedad actual (Freire, 2005).



5.2.4 Características de los estudiantes

Los estudiantes que participarán de este taller no tienen un criterio de clasificación etáreo, puesto que el Modelo de Van Hiele reconoce que la ubicación de las personas en cada nivel es independiente de la edad de ellos, por tanto, cualquier estudiante que lo desee puede participar del taller de

⁴⁴ Varios de los docentes entrevistados dejan en claro que las instituciones donde trabajan o trabajaron, no permiten la independencia profesional, impidiendo un libre ejercicio docente y limitando sus acciones por la obtención de resultados académicos.

Geometría. Sin embargo, es oportuno que los estudiantes tengan conocimientos acerca del patrimonio local, para facilitar y agilizar la etapa I del taller⁴⁵.

5.3 Conclusiones

La Teoría Fundamentada permite generar teoría desde las bases de quienes están inmersos en el tema de estudio, en este caso estudiantes, profesores y personas relacionadas con las Iglesias Patrimoniales de Chilwé fueron los que, junto a la literatura complementaria, elevaron las siguientes conclusiones:

- El ejercicio docente, es decir, cómo un profesor realiza sus actividades, es clave al momento de concretar un aprendizaje significativo en los estudiantes y al mantener la motivación de los mismos.

⁴⁵ Una salida académica conlleva un esfuerzo burocrático, por lo que agilizar el proceso in situ es indispensable, el taller no se centra en informar sobre el patrimonio, sino que se vale de él para facilitar la contextualización de los contenidos a tratar.

- La comunidad reconoce la relación entre las Iglesias Patrimoniales de Chilwé y la disciplina de Geometría, pero la comunicación de esa relación se ve truncada por la deficiente formación en términos geométricos.
- Existe una revalorización de los componentes de la Identidad Chilweña. La defensa territorial, cultural, el cuidado del patrimonio, de la flora y de la fauna son elementos que deben colaborar con la educación.
- La obtención de conocimientos, fuera de la formalidad y la rigurosidad del aula, es una actividad que debe ser reforzada, los entrevistados y la literatura consultada, particularmente la Cognición Situada, confirman que es posible adquirir conocimiento real desde las actividades que se desarrollan en la localidad de quién desea aprender.

Los puntos anteriores determinan que es necesario un modelo de trabajo que cambie el planteamiento de “contextualización”; es imperante identificar situaciones reales donde la Geometría esté presente y no disfrazar contenidos académicos con realidad.

El modelo de taller propuesto responde a diferentes necesidades identificadas durante la investigación, principalmente al fortalecimiento de la Percepción Espacial, es decir, a la manera en que las personas, sean estudiantes o no, obtienen y comunican su conocimiento geométrico. En esta línea, el taller propuesto da gran relevancia a la estimulación de la Intuición Geométrica y la curiosidad innata de las personas, promoviendo la comprensión espacial, para luego formalizar el método de expresión de los conceptos geométricos adquiridos al mismo tiempo que se potencia la Identidad Chilweña por medio de la apreciación del Patrimonio en sus diferentes manifestaciones.

Cuando un profesor, sin las competencias indicadas anteriormente, trata de llevar la realidad al aula en una situación contextualizada, realiza un sesgo arbitrario a la información presente en la situación original, la cuál puede ser utilizada por estudiantes y docente como recurso pedagógico y motivacional. Por lo tanto, el principal objetivo de la proposición de un modelo de trabajo alternativo, es que los estudiantes sean llevados a la realidad, de donde proviene el conocimiento y no al revés.

REFERENCIAS

Aeschlimann, J. (Ed.) (2011) *Académicos en Sintonía III, Comentarios en Radio UdeC*, Concepción, Chile: Universidad de Concepción.

Agencia de Calidad de la Educación. (2017). *Aprendiendo de los errores. Un análisis de los errores más frecuentes de los estudiantes de II medio en las pruebas Simce y sus implicancias pedagógicas*. Recuperado de <https://www.agenciaeducacion.cl>

Agencia de Calidad de la Educación. (2017). *Buenas prácticas en la reducción de las brechas de género en resultados Simce de Comprensión de Lectura y Matemática II° medio*. Recuperado de <https://www.agenciaeducacion.cl>

Aldunate, C. (Ed.). (2016). *Chiloé*. Santiago de Chile, Chile: Santander Santiago.

Alsina, C., Burgues, C., Fortuny, J. M. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid, España: Síntesis.

Araneda, J., Horta, H. (2001). *Chiloé: Un legado universal*. Santiago de Chile, Chile: Editorial Kactus.

Baldor, J. A. (1979). *Geometría plana y del espacio*. Madrid, España: Códice.

Bascuñan, P. (1993). *A 400 años de la llegada de los Jesuitas a Chile: 1593-1993*. Santiago de Chile, Chile: Los Andes.

Berg, L. (2005). *Restauración Iglesias de Chiloé. Conservando lo infinito*. Santiago de Chile, Chile: Editorial Universitaria.

Bombal, F. (2011). Nicolás Bourbaki: el matemático que nunca existió. *Revista Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 105(1), 77-98. Recuperado de <http://www.rac.es>

Bonilla, M. y López, A. (2016). Ejemplificación del proceso metodológico de la teoría fundamentada. *Conta moebio*, (57), 305-315. doi: 10.4067/S0717-554X2016000300006

Camargo, L. y Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (32), 4-8. Recuperado de www.scielo.org.co

Carreño, X. y Cruz, X. (2012). *Geometría*. Santiago de Chile, Chile: Mc-Graw Hill Interamericana.

Díaz, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5(2), 1-13. Recuperado de: <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>

Díaz, J. C. (2012). *Geometría descriptiva I*. Tlalnepantla, México: Red Tercer Mundo.

Escribano, A. (2004). *Aprender a enseñar. Fundamentos de didáctica general*. Cuenca, España: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.

Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atingente a los contenidos. *Estudios pedagógicos*, 42(1), 87-105

Farías, D. y Pérez, J. (2010). Motivación de la enseñanza de las matemáticas y administración. *Formación universitaria*, 3(6), 33-40. doi: 10.4067/S0718-50062010000600005

Ferrer, M., Rebollar, A., Bles, V. (2005). *Resolución de problemas y calidad de aprendizaje*. La Habana, Cuba: Educación Cubana.

Freire, P. (2005). *Pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI

Gamboa, R. y Ballester, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica Educare*, 14(2), 125-142. Recuperado de <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>

Galaz, M. A. (2005). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en enseñanza media. Un procesador geométrico como medio didáctico* (Tesis de maestría) Universidad de Chile. Santiago de Chile, Chile.

Grundy, S. (1998). *Producto o praxis del curriculum*. Madrid, España: Morata.

Guarda, G. O.S.B. e Irrázabal, A.(1995). *La tradición de la madera*. Santiago de Chile, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.

Hemmerling, E. M. (2009). *Geometría elemental*. México: Limusa.

Keedy, M. L. y Nelson, Ch. W. (1965) *Geometría*. México: CECSA

Keedy, M. L. y Nelson, Ch. W. (1986) *Geometría: una moderna introducción*. México: CECSA

Lucas, P. (Febrero de 1999). Las otras geometrías. Conferencia llevada a cabo en el curso *La historia de las matemáticas y su aplicación a la docencia en Enseñanza Media*.

Lundy, M. (2005). *Geometría Sagrada*. Barcelona, España: Oniro.

Mach, E. (1948). *Conocimiento y error*. Buenos Aires, Argentina: Espasa-Calpe Argentina

Mella, O. (2003). *Metodología cualitativa en Ciencias sociales y Educación. Orientaciones Teórico-Methodológicas y Técnicas de Investigación*, Santiago de Chile, Chile: Ediciones Primus.

Moise, E. E. y Downs, F. L. (1986). *Geometría Moderna*. Estados Unidos de América: Addison-Wesley Iberoamericana.

Montecinos, H., Salinas, I. y Basáez, P. (1995). *Las Iglesias Misionales de Chiloé*. Santiago de Chile, Chile: Facultad de Arquitectura y Urbanismo Universidad de Chile.

National Council of Teachers of Mathematics, U.S.A (1970) *Geometría informal*. Ciudad de México, México: Trillas.

Neira, D. (1994). *Introducción a temas fundamentales de la Educación*. Concepción, Chile: Universidad de Concepción, Facultad de Educación.

Neira, D. (2011). *Transdisciplinariedad, complejidad y educación. Nueva guía para el desarrollo integral del ser humano*. Alemania: Editorial Académica Española.

Aeshlimann, J. (Ed.). (2011). *Académicos en Sintonía III. Comentarios en Radio Universidad de Concepción*. Concepción, Chile: Editorial Universitaria.

Pascual, J. (1970) Enseñanza de la matemática moderna. *Revista de educación*,(207-208), 49-54. Recuperado de <https://docplayer.es/58555661-Ensenanza-de-la-matematica-moderna.html>

Sánchez, C. (2012).La historia como recurso didáctico: el caso de los Elementos de Euclides. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (32), 71-92. Recuperado de <https://www.scielo.org.co>

Pelletier, J. (1958). *Etapas de la Matemática*. Buenos Aires, Argentina: Losada.

Tamayo, M. (2011). *Las vetas de un saber mestizo: maestros de la ribera de Hualaihué*. Santiago de Chile, Chile: Cultrún.

Rebollar, A., Ferrer, M., Carmenate, O. A., García, E. M. (2012). *La enseñanza basada en problemas, un modelo de gestión de aprendizajes del docente y el alumno*. La Habana, Cuba: Educación Cubana

Rojas, E. (2007). Lo percedero, lo versátil y lo ecléctico en la arquitectura de Chiloé. *Investigación en Arquitectura y Urbanismo*. Conferencia en XII Seminario de Arquitectura Latinoamericana, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Sánchez, C. (2012). La historia como recurso educativo: el caso de los Elementos de Euclides. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (32), 71-92. Recuperado de <https://www.scielo.org.co>