

Problemas de Definibilidad e Indecidibilidad
en algunos Anillos de Funciones
Definability and Undecidability Problems in
some Rings of Functions

Héctor Pastén Vásquez
Universidad de Concepción

de segundo grado en varios campos, principalmente sobre las funciones meromorfas p -ádicas, y deducir consecuencias en Lógica.

- El capítulo 4 contiene una investigación en conjunto desarrollada por Thanases Pheidas (codirector de la Tesis), Xavier Vidaux (director de la Tesis) y por el autor de esta Tesis. Al igual que el Capítulo 3, se encuentra en inglés y cuenta con una introducción propia donde se explica de manera completa el contexto de la investigación y los resultados nuevos. El objetivo central es estudiar definibilidad y codificación uniforme sobre familias de estructuras, para obtener algunos resultados fuertes de indecidibilidad.
- Finalmente, en el Capítulo 5 se entrega una lista de problemas abiertos relativos a la investigación y se presentan posibles direcciones en las que el trabajo se puede extender. Este capítulo se encuentra en español y en inglés.

1.1.2 Resumen

En el Capítulo 3 demostraremos un resultado sobre representación de cuadrados mediante polinomios mónicos de segundo grado en el campo de las funciones meromorfas p -ádicas (los polinomios considerados tienen sus coeficientes en este mismo campo), para así resolver el problema de Büchi de los n cuadrados en este campo. Usando este resultado, demostramos la no existencia de un algoritmo para decidir si un sistema de formas cuadráticas diagonales sobre $\mathbb{Z}[z]$ representa o no en el anillo de funciones enteras p -ádicas (con variable z) un vector dado de polinomios de $\mathbb{Z}[z]$, y un resultado similar para funciones meromorfas p -ádicas cuando los sistemas admiten condiciones de anulamiento sobre las incógnitas. Esto mejora la ya conocida respuesta negativa al análogo del Décimo Problema de Hilbert para estas estructuras. También mejoramos algunos resultados de Vojta relativos al caso de funciones meromorfas complejas, campos de funciones algebraicas y finalmente campos de números, y mostramos una directa conexión de esto último con la conjetura de Bombieri para superficies sobre campos de números.

Por otro lado, en el capítulo 4 se demuestran algunos resultados sobre definibilidad y codificación uniforme en familias de estructuras, y se obtienen a partir de ellos resultados de indecidibilidad uniforme. Por ejemplo, la relación “ $x \neq y$ ” se puede definir de manera uniforme sobre el lenguaje de anillos en