

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
CONCEPCIÓN-CHILE



CONTRIBUCIÓN AL ANÁLISIS MATEMÁTICO Y
NUMÉRICO DE ALGUNOS PROBLEMAS DE
ELECTROMAGNETISMO

*Tesis para optar al grado de
Doctor en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática*

PABLO ANTONIO VENEGAS TAPIA

JUNIO 2013
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Resumen

El objetivo principal de esta tesis doctoral es el análisis matemático y numérico de dos problemas importantes en electromagnetismo; el primero de ellos está relacionado con diversas aplicaciones de la magnetohidrodinámica, mientras que el segundo tiene que ver con el estudio de corrientes inducidas.

En lo que se refiere al primer problema, el estudio se centra en la aproximación numérica de los autovalores del operador rotacional, cuyas soluciones se denominan campos de Beltrami y que surgen en diversas áreas de la física.

Para llevar a cabo este estudio, primero se analiza matemáticamente el problema espectral, para lo cual se propone una formulación variacional mixta mediante la que se obtiene una caracterización completa de las soluciones del problema de autovalores. Además, se considera una formulación primal la cual resulta ser “equivalente”, bajo ciertas hipótesis, a dicho problema. Para la aproximación numérica del problema de autovalores se consideran esquemas de elementos finitos asociados a cada una de estas formulaciones. En ambos casos se obtienen aproximaciones espectrales con orden de convergencia óptimo, las cuales se corroboran mediante ejemplos numéricos.

En la segunda parte de la tesis se aborda el análisis matemático y numérico de diversos problemas de corrientes inducidas en régimen transitorio, suponiendo dominios axisimétricos. Los materiales considerados son no lineales y pueden presentar o no histéresis magnética.

Para ello, y motivados por las aplicaciones físicas, se consideran dos tipos de datos: el primero de ellos se corresponde con una condición de Dirichlet no homogénea en la frontera del dominio (usualmente la intensidad de corriente), mientras que el segundo consiste en suponer conocido el flujo magnético que atraviesa una sección meridional del dominio. En ambos casos, se propone una formulación en términos del campo magnético, y se considera que la relación entre este campo y la inducción magnética está dada bien mediante una función no lineal, o bien mediante un operador de histéresis.

Inicialmente se estudia el problema no lineal de corrientes inducidas considerando el flujo magnético como dato. Se demuestra la existencia y unicidad de solución de la formulación variacional correspondiente mediante un resultado abstracto. Para la aproximación numérica se propone una discretización espacial mediante elementos finitos para la cual se demuestran existencia de solución y una estimación de error. El esquema anterior se combina con un esquema de Euler implícito para la discretización temporal y se demuestran estimaciones óptimas de error.

A continuación, se analiza el problema de corrientes inducidas con condición de Dirich-