

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
Facultad de Ingeniería  
Depto. de Ing. Eléctrica

Profesor Patrocinante  
Dr. José R. Espinoza C.

# Estudio de Topologías de Convertidores Multicelda en Cascada ante Desbalances

Carlos Rodrigo Baier Fuentes

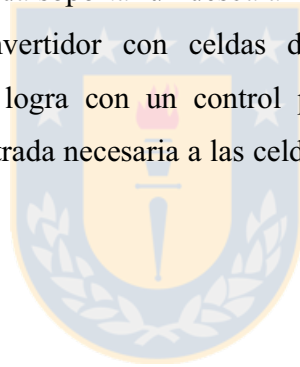
Informe de Memoria de Título  
para optar al Título de

Ingeniero Civil Electrónico

Noviembre del 2005

## Resumen

En este documento se entregan los aspectos fundamentales y detallados del funcionamiento de dos tipos de accionamientos basados en convertidores multicelda en cascada cuando están conectados a fuentes con problemas de desbalances. Ambas topologías estudiadas son similares y tienen la misma cantidad de niveles, difieren en que las celdas de la primera topología son de entrada trifásica y salida monofásica y la segunda topología tiene celdas monofásicas de entrada y de salida. Los análisis ante desbalances se realizan para todo el sistema, partiendo por los transformadores multipulso y siguiendo por los arreglos de celdas en la salida del convertidor. Los desbalances pueden provocar efectos no deseados en los accionamientos. Para ambos convertidores se proponen estrategias de diseño para mejorar su respuesta al desbalance como perturbación. En el convertidor con celdas de entradas trifásicas y salidas monofásicas se propone el rediseño del condensador de enlace para que pueda soportar un desbalance en la peor condición de operación del sistema, mientras que en el convertidor con celdas de entradas y salidas monofásicas la compensación ante desbalance se logra con un control prealimentado que detecta el nivel de desbalance en la red y entrega la entrada necesaria a las celdas de manera de minimizar el efecto del desbalance en la carga y en la red.



## Agradecimientos

A Dios y a mis padres que me supieron guiar con buen ejemplo, a mi hermano Hugo, a Gretchen y Michelle que siempre están a mi lado, a mis profesores, en especial a mi tutor José Espinoza, y finalmente a mis compañeros que fueron apoyo durante toda ésta carrera.



# Tabla de Contenidos

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>13</b>
1.1	INTRODUCCIÓN GENERAL .....	13
1.2	TRABAJOS PREVIOS .....	13
1.3	OBJETIVOS .....	14
1.3.1	<i>Objetivo General .....</i>	<i>14</i>
1.3.2	<i>Objetivos Específicos.....</i>	<i>14</i>
1.4	ALCANCES Y LIMITACIONES .....	15
1.5	TEMARIO Y METODOLOGÍA.....	15
<b>2</b>	<b>CONVERTIDORES MULTICELDA EN CASCADA.....</b>	<b>17</b>
2.1	INTRODUCCIÓN .....	17
2.2	DESCRIPCIÓN GENERAL DE LAS TOPOLOGÍAS .....	17
2.2.1	<i>Descripción de convertidor en cascada con celdas de entrada trifásica.....</i>	<i>17</i>
2.2.2	<i>Topología Multicelda con celdas de entrada monofásica .....</i>	<i>20</i>
2.3	DESCRIPCIÓN DE UNA CELDA .....	21
2.4	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....	23
<b>3</b>	<b>TRANSFORMADORES MULTIPULSO .....</b>	<b>24</b>
3.1	INTRODUCCIÓN .....	24
3.2	ECUACIONES DEL TRANSFORMADORES MULTIPULSO .....	24
3.2.1	<i>Corrientes en el primario determinadas con circuitos magnéticos .....</i>	<i>26</i>
3.2.2	<i>Corrientes en un Transformador Delta Extendido .....</i>	<i>29</i>
3.2.3	<i>Voltajes y Corrientes en Transformador Para Celdas Monofásicas .....</i>	<i>31</i>
3.3	RESUMEN DE EXPRESIONES DEL MULTIPULSO CON DELTA EXTENDIDO .....	33
3.4	RESUMEN DE EXPRESIONES DEL MULTIPULSO CON ZIG-ZAG .....	34
3.5	TERCERA ARMÓNICA EN UN TRANSFORMADOR.....	35
3.6	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....	39
<b>4</b>	<b>ANÁLISIS ANTE DESBALANCES .....</b>	<b>41</b>
4.1	INTRODUCCIÓN .....	41
4.2	FACTOR DE DESBALANCE .....	41
4.3	DESBALANCE DE VOLTAJE EN TRANSFORMADORES MULTIPULSO.....	45
4.3.1	<i>Convenciones previas al análisis en desbalance de los transformadores .....</i>	<i>45</i>
4.3.2	<i>Transformador delta extendido para celdas de entrada trifásica ante desbalance.....</i>	<i>47</i>
4.3.3	<i>Transformador con zigzag ante desbalance .....</i>	<i>49</i>
4.3.4	<i>Conclusión para desbalance de voltaje en transformadores.....</i>	<i>51</i>
4.4	DESBALANCE DE CORRIENTE EN TRANSFORMADORES MULTIPULSO.....	52
4.5	CELDA DE ENTRADA TRIFÁSICA ANTE DESBALANCE. ....	55
4.5.1	<i>Armónicas en la Celda sin Desbalance .....</i>	<i>55</i>
4.5.2	<i>Armónicas en la Celda trifásica ante Desbalance.....</i>	<i>57</i>
4.5.3	<i>Simulación del sistema con celdas trifásicas ante desbalance .....</i>	<i>61</i>
4.6	SISTEMA DE CELDAS MONOFÁSICAS SOMETIDAS A DESBALANCE.....	63
4.6.1	<i>Simulación del sistema con celdas monofásicas ante desbalance .....</i>	<i>67</i>
4.7	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....	70
<b>5</b>	<b>COMPENSACIÓN EN EL CONVERTIDOR CON CELDAS TRIFÁSICAS.....</b>	<b>71</b>
5.1	INTRODUCCIÓN .....	71
5.2	PULSOS DE CORRIENTE EN EL ENLACE DC POR DESBALANCES. ....	71
5.3	CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DEL FILTRO. ....	73
5.4	CONDENSADOR DE ENLACE EN CONDICIÓN DE DESBALANCE.....	74
5.5	EJEMPLO DE DISEÑO Y SIMULACIÓN.....	75
5.6	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....	79

<b>6</b>	<b>COMPENSACIÓN EN EL CONVERTIDOR CON CELDAS MONOFÁSICAS.....</b>	<b>80</b>
6.1	INTRODUCCIÓN .....	80
6.2	CONTROL PARA COMPENSAR DESBALANCES. ....	80
6.3	SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROL PRE-ALIMENTADO .....	81
6.4	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....	84
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>85</b>
7.1	SUMARIO .....	85
7.2	CONCLUSIONES.....	86
7.3	TRABAJOS FUTUROS .....	87
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>88</b>
	<b>ANEXO A. MODELO PARA UN RECTIFICADOR PUENTE DE DIODOS CON INDUCTORES EN LA ENTRADA.....</b>	<b>90</b>
	A.1 MODELO PARA UN PUENTE CON INDUCTORES EN LA ENTRADA .....	90
	<b>ANEXO B. PUBLICACIONES EN CONFERENCIAS PESC 2005 E IECON 2005 LOGRADAS.....</b>	<b>92</b>



## Lista de Tablas

Tabla 2-1 Estados del Inversor Monofásico.....	22
Tabla 3-1 Datos de la Simulación. ....	36
Tabla 4-1 Valores Simbólicos para voltajes p.u.....	44
Tabla 4-2 Valores Simbólicos para voltajes en p.u.....	44
Tabla 4-3 Valores de Simulación de la Celda. ....	56
Tabla 4-4 Datos de Simulación de la Celda. ....	60
Tabla 4-5 Datos de Simulación del Sistema.....	61
Tabla 4-6 Datos de Interés de la Simulación.....	63
Tabla 4-7 Datos de Simulación del Sistema en Desbalance .....	67
Tabla 4-8 Datos Obtenidos de Simulación.....	70
Tabla 5-1 Valores entregados para un Convertidor Multicelda .....	75
Tabla 5-2 Datos para Simulación con Diseño de Filtro .....	76
Tabla 5-3 Datos de interés para simulación con diseño de $C$ .....	78
Tabla 5-4 Comparación de Simulación sin y con Diseño de filtro $C$ .....	78
Tabla 6-1 Datos de Simulación del Sistema en Desbalance .....	81
Tabla 6-2 Datos Obtenidos de Simulación.....	83
Tabla 6-3 Contrastes para Simulaciones con y sin control .....	84
Tabla A-1 Estados en un puente rectificador trifásico .....	90
Tabla A-2 Modelo de 12 estados para un puente rectificador.....	91



## Lista de Figuras

Fig. 2.1 Configuración Multinivel en cascada con celdas trifásicas y celdas de potencia.....	18
Fig. 2.2 Esquema explicativo para generar PWM en un convertidor multipulso 7 niveles .....	19
Fig. 2.3 Características de onda de entrada y salida de los convertidores multicelda en cascada .....	19
Fig. 2.4 Inversor de salida con bypass .....	20
Fig. 2.5 Topología con multinivel en cascada con celdas monofásicas .....	21
Fig. 2.6 Esquemático de la red de salida para una carga inductiva.....	22
Fig. 3.1 Transformador Multipulso para Celdas de Entrada trifásica .....	24
Fig. 3.2 Transformador trifásico típico y variables magnéticas .....	27
Fig. 3.3 Transformador Multipulso para celdas de entrada Monofásica.....	31
Fig. 3.4 Esquema de un problema típico con una fuente desbalanceada .....	35
Fig. 3.5 Explicación Gráfica de las secuencias de las corrientes de 3ra armónicas en 3 hilos .....	36
Fig. 3.6 Simulación de un sistema con fuente balanceada. Transformador, rectificador y carga .....	37
Fig. 3.7 Simulación de un sistema fuente balanceada, transformador, rectificador y carga. ....	37
Fig. 3.8 Simulación de un sistema fuente desbalanceada, transformador, rectificador y carga.....	38
Fig. 3.9 Simulación de un sistema fuente balanceada, transformador, rectificador y carga. ....	39
Fig. 4.1 Triangulo formado de voltajes de línea .....	42
Fig. 4.2 Factor de Desbalance variando sólo un voltaje.....	44
Fig. 4.3 Factor de Desbalance variando dos voltajes .....	45
Fig. 4.4 Tipos de transformadores a analizar y nombre de los terminales.....	46
Fig. 4.5 Diagramas para la suma de las componentes simétricas para pasar al primario .....	54
Fig. 4.6 Modelo de la celda considerando una fuente de corriente para el inversor de salida.....	56
Fig. 4.7 Simulación de la Celda sin desbalance en la fuente .....	57
Fig. 4.8 Simulación de la Celda con desbalance en la fuente .....	60
Fig. 4.9 Voltajes en la entrada para simulación del sistema .....	61
Fig. 4.10 Voltajes de salida del Convertidor Multicelda.....	62
Fig. 4.11 Corrientes de Salida en la Carga.....	62
Fig. 4.12 Corrientes en la Línea de Entrada.....	62
Fig. 4.13 Factor de Desbalance en un Multicelda. ....	63
Fig. 4.14 Magnitud de Desbalance de Salida respecto del desbalance de Entrada .....	66
Fig. 4.15 Magnitud Desbalance de Salida vs. Factor de Desbalance.....	67
Fig. 4.16 Magnitud Desbalance de Salida vs. Factor de Desbalance.....	68
Fig. 4.17 Magnitud Desbalance de Salida vs. Factor de Desbalance.....	68
Fig. 4.18 Corriente en la Carga ante Desbalance .....	69
Fig. 4.19 Corriente de Entrada .....	69
Fig. 5.1 Pulsos en el lado DC de un rectificador.....	71
Fig. 5.2 desbalances de Voltaje/Corriente en un rectificador .....	72
Fig. 5.3 Tamaño del Condensador frente al factor de Potencia de la Carga .....	75
Fig. 5.4 Voltajes de Línea en el Primario.....	76
Fig. 5.5 Voltajes de Salida del Convertidor .....	77
Fig. 5.6 Corrientes de Salida en la Carga.....	77
Fig. 5.7 Corrientes de Línea en Primario. ....	78
Fig. 6.1 Convertidor Multinivel con Celdas Monofásicas .....	80
Fig. 6.2 Esquema Básico de Control Sobre una Celda.....	81
Fig. 6.3 Voltajes de Fase en Línea de Entrada.....	82
Fig. 6.4 Voltaje en la Salida del Convertidor Multinivel .....	82
Fig. 6.5 Corriente en la Carga con Salida Compensada.....	83

Fig. 6.6 Corriente de Entrada ..... 83  
Fig. A.1 Esquemático de un puente de diodo con inductores en la entrada..... 90





# Nomenclatura

## Matrices

$\mathbf{I}$	: Matriz identidad.
$\mathbf{T}$	: Matriz de cambio de referencia de dimensión 3·3.
$\mathbf{T}^{-1}$	: Matriz inversa de cambio de referencia de dimensión 3·3.
$\vec{\mathbf{F}}$	: Matriz de Fortescue.
$\vec{\mathbf{F}}^{-1}$	: Matriz de Fortescue inversa.

## Vectores

$\mathbf{v}_L^{s(r)}$	: Terna de voltajes de línea en un secundario desfasado r grados.
$\mathbf{v}_L^p$	: Terna de voltajes de línea en un primario.
$\mathbf{v}_f^{s(r)}$	: Terna de voltajes de fase en un secundario desfasado r grados.
$\mathbf{v}_f^p$	: Terna de voltajes de fase en un primario.
$\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^{s(r)}$	: Terna de componentes simétricos de voltajes de fase en secundario de r grados.
$\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^p$	: Terna de componentes simétricos de voltajes de fase en un primario.
$\vec{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(r)}$	: Terna de componentes simétricos de voltajes de línea en secundario de r grados.
$\vec{\mathbf{v}}_{Lsim}^p$	: Terna de componentes simétricos de voltajes de línea en un primario.
$\mathbf{i}_L^{s(r)}$	: Terna de corrientes de línea en un secundario desfasado r grados.
$\mathbf{i}_L^p$	: Terna de corrientes de línea en un primario.
$\mathbf{i}_{L(r)}^p$	: Terna de corrientes en el primario aportado por el secundario desfasado r grados.

## Escalares

$a$	: $a$ es la razón de transformación en un transformador.
$A_2$	: Amplitud de la segunda armónica de una forma de onda.
$A_{2R}$	: Amplitud de la segunda armónica realimentada.
$A_{4R}$	: Amplitud de la cuarta armónica realimentada.
$A_i$	: Amplitud de alguna armónica de corriente.
$C$	: Capacidad de un condensador de enlace.
$R_c$	: Resistencia de enlace.
$r$	: Variable usada para indicar grados o magnitudes temporales.
$I_p$	: Magnitud de la componente positiva de una corriente.
$I_n$	: Magnitud de la componente negativa de una corriente.
$h_{fsLin}$	: Armónicas características en la línea de entrada al rectificador.
$h_{NCLin}$	: Armónicas no características en la línea de entrada al rectificador.
$h_{fsEnl}$	: Armónicas características en el enlace.
$h_{NCEnl}$	: Armónicas no características en el enlace.
$f_s$	: Frecuencia de entrada o de la fuente principal.
$f_o$	: Frecuencia de salida de un convertidor.

$FP$	: Factor de potencia.
$FP_o$	: Factor de potencia en la salida.
$THD_{vo}$	: Distorsión armónica en la salida del voltaje del convertidor.
$THD_{io}$	: Distorsión armónica en la corriente de la carga.
$THD_{ii}$	: Distorsión armónica en la corriente de entrada.
$t_{\Delta}(\omega_c t)$	: Variable utilizada para indicar una función triangular.
$\delta$	: Angulo de desfase impuesto de un voltaje secundario de un transformador.
$\phi$	: Angulo entre la corriente y el voltaje.
$\omega_o$	: Frecuencia en radianes en la carga o salida de un convertidor.
$\varphi_a$	: Es el flujo magnético circulando por la pierna a de un transformador trifásico.
$\varphi_3$	: Fase de una tercera armónica.
$\varphi_{4R}$	: Fase de una 4ta armónica por realimentación de distorsión.
$k$	: Valores correspondientes a números naturales.
$x$	: Proporción en una bobina del secundario respecto de un primario del transformador.
$y$	: Proporción en una bobina del secundario respecto de un primario del transformador.
$V_L$	: Magnitud de voltaje de línea.
$V_{ab}$	: Magnitud de voltaje entre línea ab.
$V_a$	: Magnitud de voltaje de fase a.
$V_a^{s(r)}$	: Magnitud de voltaje de fase a en el secundario que desfasa $r$ grados.
$V_{ou}$	: Magnitud de voltaje de salida de fase $u$ .
$V_{uv}$	: Magnitud de voltaje de salida entrelíneas $uv$ .
$V_{avg}$	: El promedio de las magnitudes de los voltajes entre líneas
$V_x$	: Magnitud de voltaje en la bobina $x$ , impuesta por el voltaje de línea $V_L$ .
$V_y$	: Magnitud de voltaje en la bobina $y$ , impuesta por el voltaje de línea $V_L$ .
$V_c$	: Voltaje en el enlace.
$V_{c6}$	: Voltaje en el enlace provocado por una corriente de 6 pulsos.
$\Delta V_c$	: ripple en el voltaje en el enlace.
$v_{ab}^{s(+20)}$	: Voltaje entre líneas de un secundario desfasado +20 grados.
$v_{ab}^p$	: Voltaje entre líneas de un primario o fuente de alimentación.
$N_s$	: Numero de vueltas en el secundario.
$N_p$	: Numero de vueltas en el primario.
$i_{sa}$	: Corriente en la bobina del secundario de la pierna a del transformador.
$i_{pa}$	: Corriente en la bobina del primario de la pierna a del transformador.
$i_a^{s(+20)}$	: Corriente en la fase a de un secundario desfasado +20 grados.
$i_a^{s(-20)}$	: Corriente en la fase a de un secundario desfasado -20 grados.
$i_{a(+20)}^p$	: Corriente producida en el primario debido al secundario desfasado +20 grados.
$i_{a(-20)}^p$	: Corriente del primario de fase a debido al secundario desfasado -20 grados.
$i_{ab(+20)}^p$	: Corriente de fase ab en el primario debido al secundario desfasado +20 grados.
$I_{a+ (3w)}$	: Magnitud de la tercera armónica de componente positiva de corriente en una línea a.
$I_{a- (3w)}$	: Magnitud de la 3ra armónica de componente negativa en corriente en una línea a.
$I_a (3w)$	: Magnitud de la tercera armónica de corriente en una línea a.
$I_o$	: Amplitud de la corriente en la carga.
$L_i$	: Inductancia en la línea o de entrada al convertidor.
$R_i$	: Resistencia en la línea o de entrada al convertidor.

$L_o$	: Inductancia en la carga o salida del convertidor.
$R_o$	: Resistencia en la carga o salida del convertidor.
$MDF$	: Factor de desviación de magnitud de desbalance.
$U$	: Magnitud del factor de desbalance.
$U_v$	: Magnitud del factor de desbalance de voltaje.
$U_p$	: Magnitud del factor de desbalance de voltaje en el primario.
$U_o$	: Magnitud del factor de desbalance de voltaje en la salida del convertidor.
$U_i$	: Magnitud de desbalance de corriente.
$U_{ii}$	: Magnitud de desbalance de corriente de entrada.
$\alpha_u$	: Ángulo del factor de desbalance.
$\alpha_{up}$	: Ángulo del factor de desbalance de voltaje del primario .
$\alpha_{uo}$	: Ángulo del factor de desbalance de voltaje de la salida.
$K_e$	: Área del triangulo formador por voltajes de línea o corrientes de fase.
$K_{pe}$	: Área del triangulo formador por voltajes de línea balanceado en el primario .
$K_p$	: Área del triangulo formador por voltajes de línea en el primario .
$K_{oe}$	: Área del triangulo formador por voltajes de línea balanceado en la salida.
$K_o$	: Área del triangulo formador por voltajes de línea en la salida.
$m(\omega t)$	: Variable indicada para una moduladora en el tiempo.
$\omega$	: Indica frecuencia en radianes.
$\omega_o$	: Indica frecuencia de salida en radianes.
$\omega_s$	: Indica frecuencia de fuente en radianes.
$s(+20)$	: Secundario desfasado $+20^\circ$ .
$I_1$	: Magnitud de una fundamental.
$I_5$	: Magnitud de una 5ta armónica en una forma de onda de corriente.
$i_{DCrect}$	: Corriente de enlace de un rectificador.
$I_{6DCrect}$	: Amplitud de la componente de 6ta armónica en modo de 6 pulsos.
$I_{iDCLink}$	: Magnitud de corriente en el enlace inyectado por el inversor al enlace.
$I_{LDC}$	: Magnitud de una corriente continua como carga en el lado d.c. del rectificador.
$I_{Lh}$	: Magnitud de una corriente armonica en el lado d.c. de un rectificador.
$\vec{a}$	: Fasor unitario que desfasa una variable en 120 grados.
$\vec{v}_a$	: Voltaje de fase a en notación fasorial.
$\vec{v}_{ab}$	: Voltaje entrelíneas ab en notación fasorial.
$\vec{v}_p$	: Componente simétrica positiva de voltaje.
$\vec{v}_n$	: Componente simétrica negativa de voltaje.
$\vec{v}_p^p$	: Componente simétrica positiva de voltaje en el primario.
$\vec{v}_n^p$	: Componente simétrica negativa de voltaje en el primario.
$\vec{v}_p^{s(r)}$	: Componente simétrica positiva de voltaje en el secundario desfasado r grados.
$\vec{v}_n^{s(r)}$	: Componente simétrica negativa de voltaje en el secundario desfasado r grados
$\vec{u}_v$	: Factor de desbalance de voltaje.
$\vec{u}_v^{s(r)}$	: Factor de desbalance de voltaje en un secundario desfasado r grados.
$\vec{u}_v^p$	: Factor de desbalance de voltaje del primario.

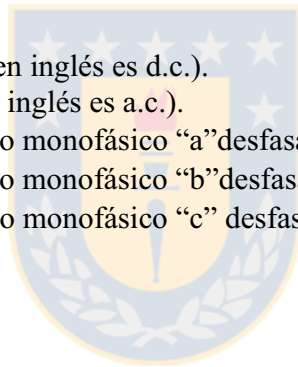
## Abreviaciones

### Mayúsculas

UF.	: Unbalance Factor.
MDF	: Magnitude deviation factor
VUF	: Voltage unbalance factor
IEC	: International Electrotechnical Commission
THD	: Total Harmonic Distortion.
L.C.	: lazo cerrado.
$C_{1U}$	: Celda de la fila 1 y fase U de salida del convertidor.
$C_{1V}$	: Celda de la fila 1 y fase V de salida del convertidor.
$C_{1W}$	: Celda de la fila 1 y fase W de salida del convertidor.
Sw1	: Switch en posición 1.
D1	: Diodo en posición 1.

### Minúsculas

c.c.	: corriente continua (en inglés es d.c.).
c.a.	: corriente alterna (en inglés es a.c.).
$n_{a(+10)}$	: Neutro en secundario monofásico “a” desfasado +10 grados
$n_{b(+10)}$	: Neutro en secundario monofásico “b” desfasado +10 grados
$n_{c(+10)}$	: Neutro en secundario monofásico “c” desfasado +10 grados



# 1 Introducción

---

## 1.1 Introducción General

Dentro del conjunto de los problemas relacionados con la distribución industrial de la energía, se encuentran aquellos que tienen que ver con la calidad de suministro eléctrico. Cualquier solución que implique tener una mejor calidad de onda de voltaje o corriente en las líneas o mejor factor de potencia, será siempre bien recibida si el costo de esta solución se encuentra dentro de un rango razonable. En ingeniería eléctrica, se cuida de tener bien definido los problemas de calidad de suministro, y aunque muchas veces estos puedan ser relativos, sin ocasionar mayores dificultades, existen los que pueden colocar en aprietos a un sector de la planta. Puede ser el caso de los voltajes de modo común, o la interferencia electromagnética, que ocasionan muchos problemas sobre todo en las líneas de comunicaciones y control. Una política que puede ser bien recibida es la relacionada con la adquisición de equipos que no provoquen este tipo de conflictos. Este puede ser el caso de los convertidores multinivel, ya que éstos presentan problemas mínimos de interferencia electromagnética y voltaje de modo común, además, para aplicaciones con cargas relativamente grandes tienen un alto factor de potencia asociado. Hoy en día, convertidores multicelda comerciales han demostrado alta confiabilidad y calidad de suministro que pueden aportar con su uso a mejores formas de onda en la red en general [1].

Un suceso típico que podría afectar a los convertidores multinivel, son los desbalances de voltajes que pueden ser producidos por varias razones, como las partidas de equipos monofásicos o mala distribución de las cargas entre ellas. Este trabajo, entregará un estudio de la respuesta de los convertidores multinivel en cascada con celdas de potencia de entrada y salida monofásica ante desbalances en la red de entrada y soluciones para que el convertidor sea más robusto ante este tipo de problemas.

## 1.2 Trabajos Previos

Identificar los problemas y las fallas que trae consigo el desbalance de voltaje en los equipos de potencia puede ser bastante útil en el caso que los problemas puedan tener soluciones sencillas y de bajo costo. De esta forma se pueden tener sistemas más robustos ante este tipo de perturbaciones

con bajos costos asociados a la mejora. Existen varios trabajos que dan a conocer problemas asociados a los desbalances en accionamientos de potencia, es el caso de [2] donde se realiza un sumario de diversas causas y efectos adversos que pueden producir los desbalances en los sistemas industriales haciendo un resumen de los efectos conocidos por el desbalance en un motor de inducción, además el trabajo muestra un análisis más profundo para convertidores de potencia y accionamientos de velocidad ajustable, en este trabajo se plantean algunas formas de mitigación.

Un distinto enfoque se presenta en [3], donde se ocupa un índice de desbalance que relaciona las componentes simétricas para documentar de una forma analítica cuales son todos los efectos producidos en un puente de diodo trifásico con carga activa cuando se encuentra ante desbalance. Este trabajo propone una mejor visión del rectificador no controlado y su funcionamiento en seis, cuatro y dos pulsos cuando se encuentra ante distintos niveles de desbalance, además se documenta muy bien el estudio utilizando el factor de desbalance con componentes simétricas de manera que el método pueda ser usado en futuros trabajos.

Existen trabajos antiguos pero igualmente válidos que hablan acerca de los desbalances en los convertidores, es el caso de [4], donde se hacen análisis armónicos en un rectificador controlado con y sin desbalance para poder contrastar los resultados respecto a variables de interés, tales como factor de potencia, distorsión del voltaje de salida, corrientes en la entrada, etc.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo General**

Estudiar los convertidor multinivel en cascada basados en celdas trifásicas y celdas monofásicas ante situaciones de desbalances en la línea de entrada, analizar y proponer algún diseño o control que mejore las características de éste equipo ante estos problemas.

Las soluciones propuestas para mejorar las características de estos equipos ante una alimentación desbalanceada deben ser ideadas pensando en la mejor opción desde el punto de vista de la simplicidad, ya sea en el diseño de componentes o esquemas de control formulado.

### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- Estudiar la topología y operación de distintas configuraciones de convertidores multinivel en cascada, tanto de entrada trifásica como de entrada monofásica.
- Realizar el análisis necesario para conocer el efecto del desbalance en el sistema completo,

tanto en el convertidor con celdas trifásicas como el de celdas monofásicas.

- En el caso del convertidor multinivel en cascada de celdas trifásicas, cuidar que el dimensionado del condensador de enlace de la celda sea mínimo, de manera de cumplir con el objetivo de la economía de diseño, pero además no se comprometa la calidad de suministro eléctrico.
- Especificar un control en caso que se requiera alguna estrategia que permita mejorar la operación de alguna de éstas configuraciones ante voltajes desbalanceados.

## 1.4 Alcances y Limitaciones

El análisis realizado para los dos sistemas en estudio, contempla a los equipos completos, es decir considerando el transformador multipulso dentro del análisis, de manera de averiguar el grado de cooperación o no de este elemento al sistema ante un desbalance en la red.

Para normalizar el análisis a realizar se cuidará de trabajar con sólo un índice de desbalance, ya que existen varios. El índice a ocupar es el denominado VUF (de Voltage Unbalance Factor) que puede ser definido tanto para el voltaje como la corriente, ya que es el radio entre la secuencia negativa y la secuencia positiva de una variable trifásica, además es un valor complejo que puede ser expresado como fasor, del que puede obtenerse la magnitud y la fase.

Las soluciones propuestas para minimizar los efectos del desbalance en ambos convertidores son, mejorar el filtro de enlace considerando los peores casos de operación del convertidor con celdas trifásicas y especificar una estrategia de control para disminuir al máximo los efectos del desbalance en el convertidor con celdas monofásicas.

## 1.5 Temario y Metodología

Para ambas configuraciones homólogas, el capítulo 2 realiza una descripción completa y detallada de las topologías, indicado una vista y descripción interna de cada modulo, aclaración de niveles de voltajes a los cuales pueden ser conectados estos equipos, figuras y formas de onda aclaratorias para comprender el funcionamiento de un equipo multinivel entre otros detalles. En el capítulo 3 se desarrolla un modelo matricial para los transformadores multipulso, demostrándose como se pueden llegar a estos modelos a través del desarrollo de los circuitos magnéticos. Además se realizan simulaciones sencillas en Spice para comprobar la veracidad del modelo. El capítulo 4 corresponde al más extenso de esta memoria, en el que se introduce el factor de desbalance

necesario para realizar el análisis ante desbalance de ambas configuraciones empezando por sus respectivos transformadores multipulso. Se muestran expresiones y modelos ante desbalance, gráficos y simulaciones que avalan los resultados teóricos acerca del comportamiento de ambos sistemas, el convertidor multinivel con celdas trifásicas y el convertidor con celdas monofásicas. El capítulo 5, se preocupa de buscar una solución para la compensación de los efectos provocados en el convertidor con celdas trifásicas debido al desbalance, planteando un procedimiento para encontrar el tamaño apropiado del condensador de enlace a través del tipo de desbalance en la red. Se encuentra una expresión que relaciona la peor condición de desbalance, el funcionamiento de dos pulsos en el rectificador, y el tamaño del condensador. El capítulo 6 propone un esquema de control prealimentado, que logra excelentes resultados en la compensación de los efectos adversos del desbalance en el convertidor con celdas monofásicas, como lo son los desbalances remanentes en la salida, el desbalance en las corrientes de entrada y la deformación de la forma de onda de corriente. Finalmente en el capítulo 7 se obtienen las conclusiones generales respecto del tema tratado en esta memoria.





## **2 Convertidores Multicelda en Cascada**

---

### **2.1 Introducción**

Los convertidores multinivel son una tecnología emergente dentro del área de la electrónica de potencia. En los últimos años, la industria moderna viene demandando equipos de mayor potencia y mejor calidad de energía. Los accionamientos que trabajan en el rango de altas potencias, son usualmente conectados a una red de media tensión (2.3kV, 4.16kV o 6.6kV), en cuyos valores se complica el uso directo de los semiconductores. Para este tipo de aplicaciones de alto voltaje, servirán los convertidores multinivel en atención a los requerimientos del usuario [1], ya que los semiconductores, a diferencia de los accionamientos para alterna convencionales, conmutan entre valores de voltaje flotantes, proporcionalmente a menor tensión dependiendo de la cantidad de niveles de la configuración.

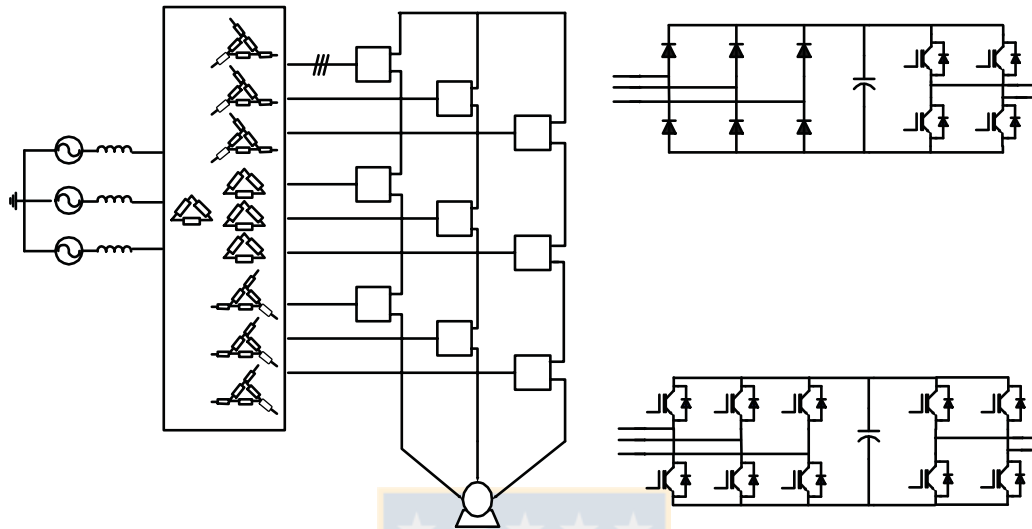
A continuación se presentan y describen las dos configuraciones de convertidores multicelda que respectan al desarrollo de este trabajo. Es imprescindible mencionar que existe una amplia gama de convertidores denominados multinivel, entre los cuales se encuentran los convertidores multicelda en cascada como los que se describirán en este capítulo. Otras topologías multinivel existentes, como son diodo enclavado y condensador enclavado, no se analizarán en el desarrollo de este trabajo.

### **2.2 Descripción general de las topologías**

#### **2.2.1 Descripción de convertidor en cascada con celdas de entrada trifásica**

En la Fig. 2.1 se muestra una configuración multinivel en cascada con celdas trifásicas, del tipo comercial, descrita muy bien en [5], utilizada como accionamiento de velocidad ajustable de media tensión y altas potencias. Este tiene ventajas comparativas ante cualquier otro accionamiento convencional, sobre todo en cuanto a la calidad de energía asociada al convertidor, tanto en la carga, como la energía de la red de suministro. Cada celda está compuesta por un puente de diodos o un

puente controlado trifásico, un enlace DC y un inversor monofásico tal como se puede ver en la Fig. 2.1b.



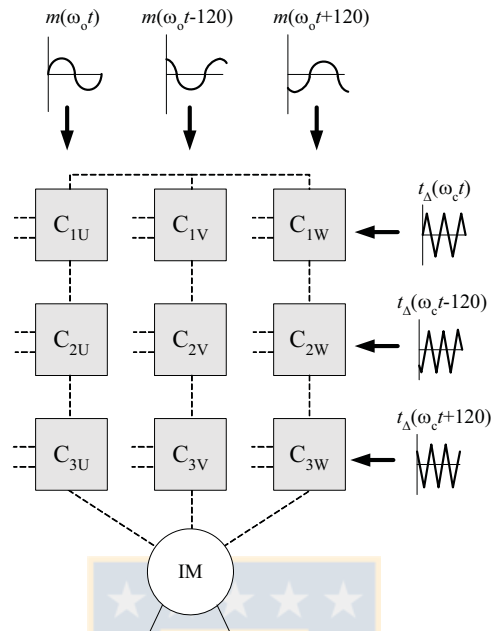
**Fig. 2.1 Configuración Multinivel en cascada con celdas trifásicas y celdas de potencia**  
 (a) Topología del convertidor en cascada (b) Celda con rectificador no controlado (c) Celda con capacidad de regeneración

El transformador que se observa en la Fig 2.1a ha sido diseñado para que el sistema pueda manejar tres celdas por fase.

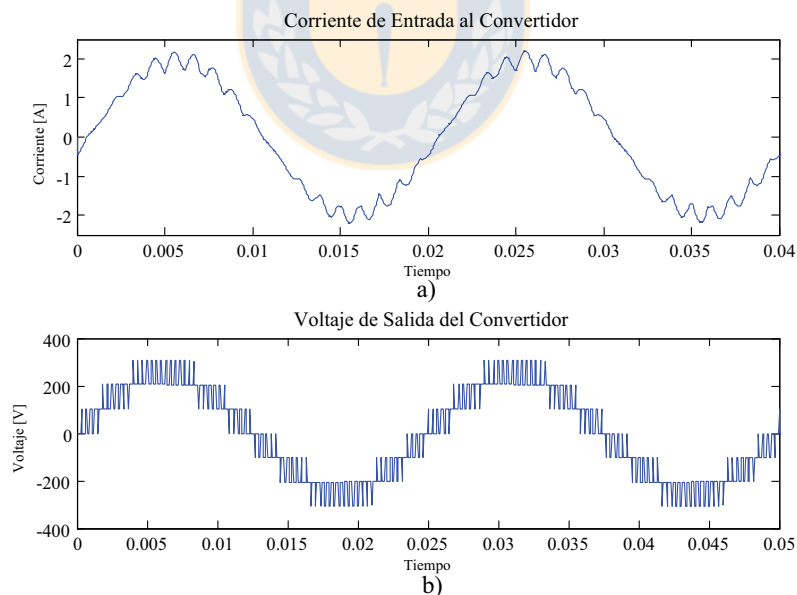
Cada grupo de secundarios del mismo tipo, está desfasado 20 grados respecto a los otros tipos de secundario. Además, las triangulares utilizadas para modular las celdas asociadas a cada uno de los grupos, se encuentran desfasadas  $(360/N_C)$  grados, donde  $N_C$  es el numero de celdas por fase, es decir  $120^\circ$  en caso de tener 3 celdas en cada fase de salida, tal como se muestra en el esquema de la Fig. 2.2. Por lo tanto, tres celdas correspondientes a una fase de la salida del convertidor estarán controladas por la misma moduladora, y tres celdas conectadas al mismo tipo de secundario conmutarán con la misma triangular para generar la señal PWM. Este hecho produce una suerte de cancelación armónica para la señal de voltaje que alimenta a la carga. Además se provoca en el primario una corriente de 18 pulsos debido a los secundarios desfasados. Con esto se logra un THD de voltaje y corriente en conformidad con los valores exigidos en los distintos estándares

$$v_{cs} \quad L_c \quad i_{sc}$$

existentes hoy en día, estos valores son entregados en diversas publicaciones que promueven el uso de este tipo de convertidor, [5] y [6].



**Fig. 2.2 Esquema explicativo para generar PWM en un convertidor multipulso 7 niveles**



**Fig. 2.3 Características de onda de entrada y salida de los convertidores multicelda en cascada**

(a) Corriente en el primario de un convertidor multicelda con 7 niveles (b) Voltaje de salida en un convertidor con 7 niveles en la salida.

Otras de las ventajas que presenta el convertidor multinivel, es que la tasa de cambio de voltaje en el tiempo provoca menos corriente de modo común [7], debido a que el conmutado se puede producir a menor frecuencia en las configuraciones multinivel en cascada, lo que difiere de los accionamientos PWM de dos niveles, si a esto se le suma el aislamiento logrado por el transformador, entonces se puede decir que se minimizan los problemas de ruido de modo común.

Se puede considerar que en la entrada de cada celda, se cuenta con inductancia en la línea. Esto ayuda a filtrar las corrientes de armónicas superiores hacia la red. El valor de la inductancia podría manejarse en el momento del diseño del transformador, al fijar la dispersión en el secundario.

El sistema es extensible dependiendo del diseño del transformador a más niveles por fase, aumentando proporcionalmente el voltaje máximo de salida del equipo y disminuyendo aun más la distorsión armónica tanto en el voltaje de salida como en la corriente de entrada.

Entre otra de las ventajas se encuentra la confiabilidad asociada a la configuración, ya que hasta el momento no existe semiconductor más confiable y robusto que un simple diodo. Además es posible, en caso de alguna falla en una de las celdas, que el accionamiento pueda seguir funcionando gracias a un bypass, como se describe en [6] y se muestra además en la Fig. 2.4.

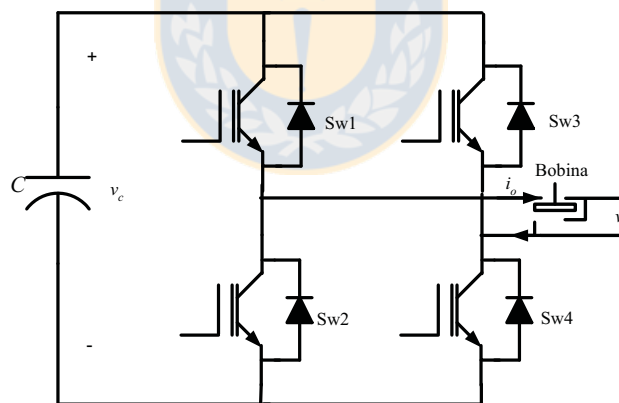
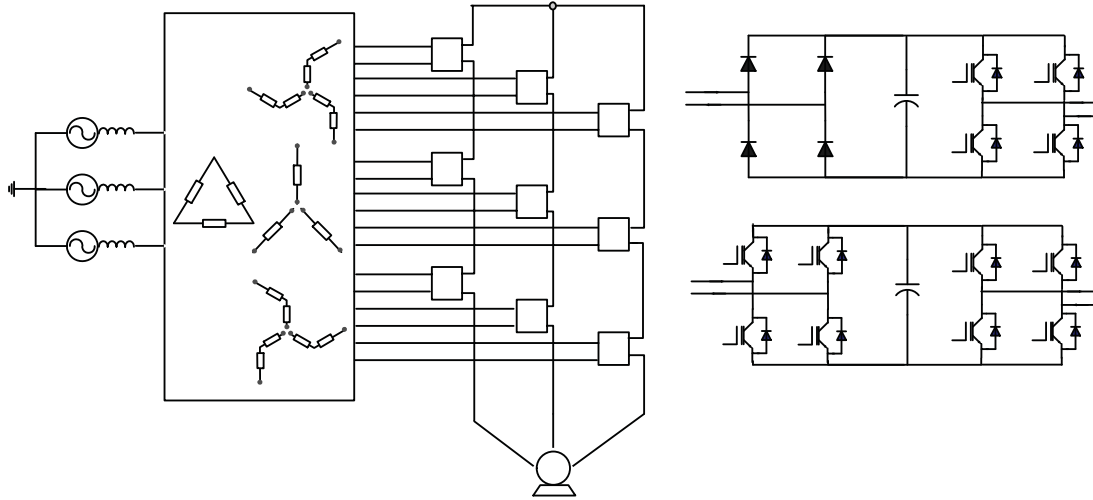


Fig. 2.4 Inversor de salida con bypass

### 2.2.2 Topología Multicelda con celdas de entrada monofásica

Es posible ocupar celdas de entrada monofásicas y tener un sistema multinivel equivalente al estudiado. Para esto la configuración cambia un poco, ya que es necesario tener secundarios monofásicos. Por lo tanto el transformador podría tener secundarios en zigzag con fases aisladas entre sí, tal como se muestra en la Fig. 2.5.



**Fig. 2.5 Topología con multinivel en cascada con celdas monofásicas**

(a) Configuración con transformadores estrella y zigzag en secundario. (b) Celda con puente de diodos en la entrada (c) Celda con frente activo.

El sistema debe cumplir los mismos requerimientos que el primer convertidor, y funcionar bajo los mismos principios. Por lo tanto la Fig. 2.2 es completamente válida para este esquema, pero la potencia que maneja cada celda, es comparativamente menor. Para ser un sistema equivalente, cada bobina que alimenta a una celda deberá ser aislada de cualquier otra, de lo contrario habrán cortocircuitos entre fases de un mismo secundario. De esta forma y como se aprecia en la Fig 2.5a, un secundario en estrella o zigzag tendrá tres neutros, uno por cada fase.

Las celdas que se ocupan, al igual que en la topología anterior, pueden ser con un rectificador controlado o no, es decir con o sin capacidad de regeneración, tal como se muestra en la Fig. 2.5c y Fig. 2.5b.

### 2.3 Descripción de una Celda

Una celda de potencia como la que se encuentra dibujada en la Fig. 2.1b, es posible representarla, con una inductancia no despreciable en la línea de entrada al rectificador, generada por los flujos de dispersión en el secundario del transformador. Se toma en cuenta que en éste caso la conmutación en el puente no sólo será controlada por los voltajes ánodo cátodo en los diodos, sino que también por la corriente y la auto-conmutación que produce ésta al estar circulando por un inductor.

El modelo del puente de diodo trifásico con inductores en la línea de entrada, se encuentra descrito a cabalidad en el anexo A de éste informe. Del mismo anexo se puede extender el método

para obtener el modelo del puente de diodos monofásico. En el caso que el rectificador de entrada fuera controlado, el modelo puede obtenerse a partir de la función de transferencia y las leyes de voltaje y corriente de del sistema.

La relación de entrada salida del inversor monofásico se obtiene a partir de la tabla 2.1 donde se tienen los distintos estados para éste.

**Tabla 2-1 Estados del Inversor Monofásico.**

Estado	$[m_1 \ m_2]$	Switch On	$v_o$
E1	[1 0]	Sw1, Sw4	$v_c$
E2	[1 1]	Sw1, Sw3	0
E3	[0 1]	Sw2, Sw3	$-v_c$
E4	[0 0]	Sw2, Sw4	0

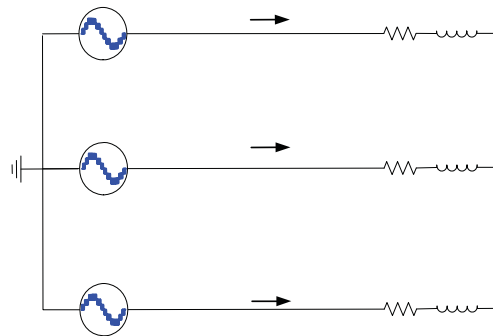
De esta tabla se puede obtener que el voltaje de salida y la corriente de entrada en el inversor monofásico es,

$$v_o = (m_1 - m_2)v_c = sv_c \quad (2.1)$$

$$i_{dc} = (m_1 - m_2)i_o = si_o \quad (2.2)$$

Donde  $s$  es la función de transferencia del inversor y  $m_1, m_2$  son los valores lógicos tomados por las moduladoras ambas piernas.

Se puede modelar la red de salida del convertidor multinivel, para una carga inductiva, tal como se muestra en la Fig. 2.6,



**Fig. 2.6 Esquemático de la red de salida para una carga inductiva**

donde las fuentes son el resultado de la suma de los voltajes de salida de las celdas monofásicas en cada pierna, y se cumple que,

$$v_{ou} = L_o \left( \frac{di_u}{dt} - \frac{di_v}{dt} \right) + R_o (i_u - i_v) + v_{ov} \quad (2.3)$$

$$v_{ov} = L_o \left( \frac{di_v}{dt} - \frac{di_w}{dt} \right) + R_o (i_v - i_w) + v_{ow} \quad (2.4)$$

$$i_u + i_v + i_w = 0, \quad (2.5)$$

son las ecuaciones de las cuales se obtiene el sistema,

$$\begin{aligned} \frac{di_u}{dt} &= \frac{2v_{ou} - v_{ov} - v_{ow}}{3L_o} - \frac{R_o i_u}{L_o} \\ \frac{di_v}{dt} &= \frac{2v_{ov} - v_{ou} - v_{ow}}{3L_o} - \frac{R_o i_v}{L_o} \\ \frac{di_w}{dt} &= \frac{2v_{ow} - v_{ou} - v_{ov}}{3L_o} - \frac{R_o i_w}{L_o} \end{aligned} \quad (2.6)$$

El sistema de ecuaciones (2.6) representa completamente el equipo desde el inversor hacia la carga. El modelo para el puente se encuentra en el anexo A. Con todo eso se tiene la representación completa de la celda y la red de salida, si se toman en cuenta las condiciones de modulación comentadas en los párrafos anteriores. De forma que lo único que falta para representar un sistema multinivel como el estudiado, son las funciones de transferencia correspondientes a un transformador, lo cual es tópicamente para el capítulo siguiente.

## 2.4 Discusión y Conclusiones

Desde luego, las ventajas que se pueden llegar a tener, con un accionamiento multinivel como los que se describieron en el capítulo, han sido bastante mencionadas y discutidas en todas las referencias entregadas. Aun así, se puede hacer hincapié e insistir en que los beneficios de ocupar este convertidor se encuentran más que nada en la calidad de las formas de onda, evitando problemas en la línea de control, ya que éstos no están asociados a emisiones de interferencia electromagnética dado que el voltaje-corriente de modo común es mínimo. El equipo no contamina la red y entrega mejor energía a la carga cumpliendo altos estándares de calidad.

Las dos topologías presentadas pueden ser simuladas y analizadas sólo una vez que se tenga presente el efecto del transformador dentro del sistema. Desde el punto de vista de las celdas se podría realizar un análisis ante desbalance y medir los efectos adversos, como la segunda armónica generada en el enlace o la tercera armónica en la entrada de la celda, pero no sería posible obtener conclusiones generales, sin saber los resultados que puede causar el transformador. Por tanto el siguiente capítulo se dedica a conocer el transformador multipulso.

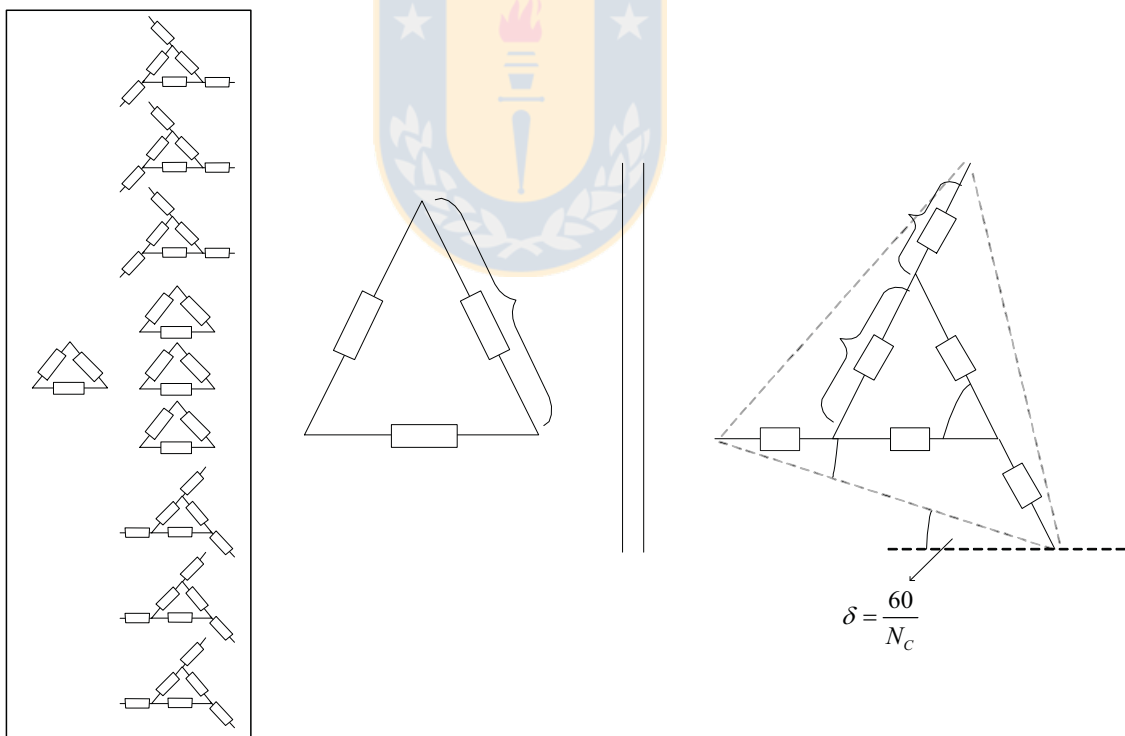
## 3 Transformadores Multipulso

### 3.1 Introducción

Un problema con que se encuentra al revisar la configuración para hacer un análisis completo ante desbalance, es saber el efecto de esta perturbación en el transformador y las leyes gobiernan las corrientes y los voltajes entre el primario y los secundarios del mismo. Este capítulo intentará hacer una descripción general para el transformador multipulso ideal, con la intención de encontrar la expresión o función de transferencia para él.

### 3.2 Ecuaciones del Transformadores Multipulso

En un primer alcance a la comprensión del transformador, se obtienen las relaciones de voltaje del transformador desde la Fig. 3.1b, que es uno de los tres tipos de secundario en un transformador como el visto en la topología de la Fig. 3.1a,



**Fig. 3.1 Transformador Multipulso para Celdas de Entrada trifásica**

(a) Configuración del transformador de 18 pulsos delta-extendido (b) Esquema de un secundario delta extendido



Las ecuaciones que relacionan el voltaje del secundario respecto del primario se obtienen gracias al teorema del seno, que dice que en cualquier triángulo la medida del lado es directamente proporcional al seno del ángulo opuesto.

Para la Fig. 3.1b se tiene las razones  $x$  e  $y$ , provocan magnitudes de voltajes en los devanados secundarios que corresponden a ,

$$V_x = V_L x \quad (3.1)$$

$$V_y = V_L y, \quad (3.2)$$

donde  $V_L$  es la magnitud de voltaje entrelíneas en el primario de la Fig. 3.1(b),  $V_x$  y  $V_y$  son las magnitudes de voltaje proporcional al primario por las razones  $x$  e  $y$  en el secundario. Por lo tanto se cumple en un triángulo del secundario como A''A'C'' que,

$$\frac{\sin(\delta)}{x} = a \cdot \sin(120) \quad (3.3)$$

donde “ $a$ ” es la razón de transformación y  $\delta$  es el desfase requerido, que depende del número de celdas  $N_C$  que se colocan en la salida, del convertidor, tal como se refiere en la Fig. 3.1b). De la ecuación (3.3) se puede obtener la proporción  $x$  del voltaje  $V_L$  que aparecerá en el devanado con voltaje  $V_x$  de manera que esta es,

$$x = \frac{2}{a\sqrt{3}} \cdot \sin(\delta). \quad (3.4)$$

Del mismo triángulo A''A'C'' en el secundario, también se cumplirá que,

$$\frac{\sin(60 - \delta)}{x + y} = a \cdot \sin(120), \quad (3.5)$$

por lo que de las ecuaciones (3.4) y (3.5) se obtiene que la proporción  $y$  de voltaje  $V_L$  que aparecerá en el devanado con voltaje  $V_y$  es,

$$y = \frac{2}{a} \cdot \sin(30 - \delta). \quad (3.6)$$

Las proporciones obtenidas para  $x$  e  $y$  podrán servir para los secundarios que originan adelantos y atrasos en los voltajes, por ejemplo para obtener voltajes en adelanto de  $20^\circ$ , las ecuaciones corresponden a ,

$$v_{ab}^{s(+20)} = v_{ab}^p a(x + y) - v_{ca}^p ax \quad (3.7)$$

$$v_{bc}^{s(+20)} = v_{bc}^p a(x + y) - v_{ab}^p ax \quad (3.8)$$

$$v_{ca}^{s(+20)} = v_{ca}^p a(x + y) - v_{bc}^p ax \quad (3.9)$$

que en forma matricial se expresan como,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{ab}^{s(+20)} \\ \mathbf{v}_{bc}^{s(+20)} \\ \mathbf{v}_{ca}^{s(+20)} \end{bmatrix} = \alpha x \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{ab}^p \\ \mathbf{v}_{bc}^p \\ \mathbf{v}_{ca}^p \end{bmatrix} + \alpha y \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{ab}^p \\ \mathbf{v}_{bc}^p \\ \mathbf{v}_{ca}^p \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

De aquella misma forma se puede demostrar que para dos secundarios delta-extendido uno en adelante y otro en atraso, tienen una misma expresión de transformación, con la diferencia de una matriz transpuesta, que es la *matriz cambio de referencia*  $\mathbf{T}$ ,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Entonces la ecuación 3.10 puede expresarse como,

$$\mathbf{v}_L^{s(-20)} = a(x\mathbf{T} + y\mathbf{I})\mathbf{v}_L^p, \quad (3.12)$$

donde  $\mathbf{T}$  e  $\mathbf{I}$  son la matriz cambio de referencia y la matriz identidad respectivamente,  $\mathbf{v}_L^p$  y  $\mathbf{v}_L^{s(-20)}$ , son los vectores columnas de los voltajes de línea en el primario y secundario desfasado  $-20^\circ$  respectivamente. Para el transformador con secundario idéntico pero en atraso se tiene que,

$$\mathbf{v}_L^{s(+20)} = a(x\mathbf{T}^T + y\mathbf{I})\mathbf{v}_L^p, \quad (3.13)$$

donde  $\mathbf{v}_L^{s(+20)}$  el vector columna del voltaje de línea en el secundario desfasado  $+20^\circ$ . Se puede encontrar que en el secundario delta estrella, la ecuación de voltaje es,

$$\mathbf{v}_L^{s(0)} = \alpha \mathbf{v}_L^p, \quad (3.14)$$

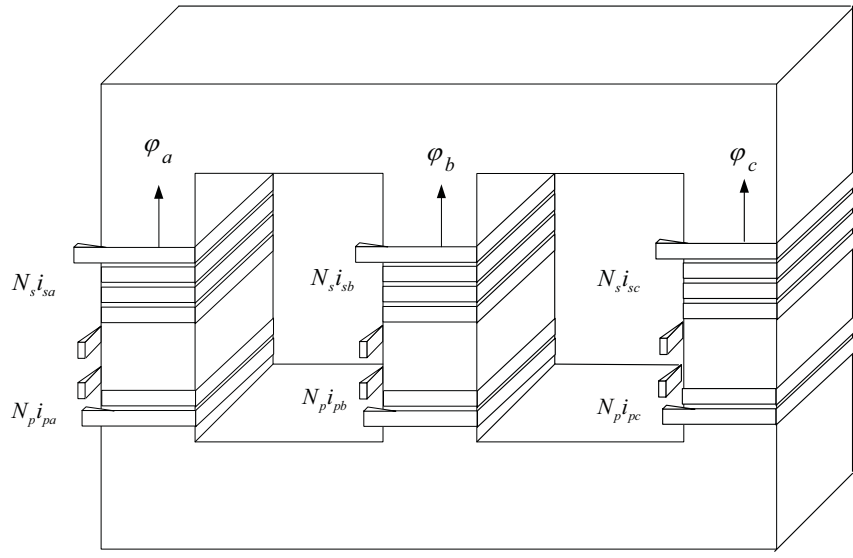
donde  $\mathbf{v}_L^{s(0)}$  el vector columna del voltaje de línea en el secundario sin desfase.

### 3.2.1 Corrientes en el primario determinadas con circuitos magnéticos

Una manera de comprender a totalidad, como se comportan las corrientes en el transformador con secundario delta extendido, es analizar un transformador considerándolo como un circuito magnético.

Dentro de las leyes del electromagnetismo, se encuentran la ley de ampere. Esta puede ser muy útil a la hora de comprender que sucede exactamente en un transformador, por medio de ella es posible plantear circuitos magnéticos y modelar un transformador.

Representar un transformador trifásico, como tres transformadores monofásicos, relacionando uno por cada fase, podría presentar ciertas dudas respecto a la validez de las expresiones obtenidas para cuando éste se encuentre sometido a desbalance. Una forma de asegurar un buen análisis, es con un modelo de tres piernas, tal como lo es un transformador trifásico en realidad. Como se podrá ver de la Fig 3.2 se obtienen las ecuaciones generales para un transformador trifásico con sólo un primario y secundario por fase,



**Fig. 3.2 Transformador trifásico típico y variables magnéticas**

planteando las ecuaciones de fuerza magnetomotriz para el circuito magnético se llega a las siguientes ecuaciones,

$$\begin{aligned}
 -N_s (i_{sa} - i_{sb}) + N_p (i_{pa} - i_{pb}) - \Re(\varphi_a - \varphi_b) &= 0 \\
 -N_s (i_{sb} - i_{sc}) + N_p (i_{pb} - i_{pc}) - \Re(\varphi_b - \varphi_c) &= 0 \\
 -N_s (i_{sc} - i_{sa}) + N_p (i_{pc} - i_{pa}) - \Re(\varphi_c - \varphi_a) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde,  $N_p$  y  $N_s$  son el numero de vueltas de los devanados primario y secundario respectivamente,

$i_{pa}$ ,  $i_{pb}$  e  $i_{pc}$  son corrientes de fase en el primario,  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  corrientes en el secundario,  $\mathfrak{R}$  es la reluctancia asociada al material ferromagnético y  $\varphi$  es el flujo que se indexa en cada pierna como,  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  y  $\varphi_c$ , donde la suma de estos es cero. En forma matricial se puede expresar (3.15) como,

$$-N_s \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + N_p \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pa} \\ i_{pb} \\ i_{pc} \end{bmatrix} + \mathfrak{R} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = 0. \quad (3.16)$$

Si el transformador tiene una alta eficiencia, la reluctancia  $\mathfrak{R}$  de éste es despreciable, y en la ecuación se puede considerar  $\mathfrak{R}=0$ , de manera que finalmente se tiene,

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pa} \\ i_{pb} \\ i_{pc} \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

donde,

$$a = \frac{N_p}{N_s}, \quad (3.18)$$

de forma que si el numero de vueltas  $N_s$  es mayor que  $N_p$  el transformador es un elevador de tensión, mientras que si  $N_s$  es menor, entonces el transformador es un reductor.

Cuando el transformador se encuentra en alguna configuración especial, se puede agregar la condición directamente en alguna fila de la ecuación (3.17). Por ejemplo si el primario no se encuentra aterrizado, se tendrá que la suma de las corrientes será cero. Por lo tanto se tiene que,

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pa} \\ i_{pb} \\ i_{pc} \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

despejando las corrientes del primario del transformador se obtiene que,

$$\begin{bmatrix} i_{pa} \\ i_{pb} \\ i_{pc} \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

La ecuación puede ser válida para cualquier configuración donde no se encuentre aterrizado el primario, ya que la suma en éste es cero. Puede ser el caso de un delta-delta, donde  $i_{pa}$ ,  $i_{pb}$ ,  $i_{pc}$  e  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  corresponden a las corrientes de fase del primario y secundario. En un delta-estrella, las corrientes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  son corrientes de línea en el secundario e  $i_{pa}$ ,  $i_{pb}$  e  $i_{pc}$  son corriente de fase en el primario.

Se puede comentar que en el caso de haber corrientes de tercera armónica de secuencias distintas a cero, comunes en problemas de desbalances, hay paso de ella sin problema desde el primario al secundario de cualquier configuración, a pesar que generalmente se piensa que no existe paso alguno de la tercera armónica en topologías sin neutro. Esto puede ser importante, ya que al desbalancear la entrada en un puente de diodos, este genera corrientes de tercera armónica sin secuencia cero, ya que está en un sistema de tres hilos. Esto se podrá comprobar con simulaciones más adelante.

### 3.2.2 Corrientes en un Transformador Delta Extendido

Para el tipo de transformador delta extendido de la Fig. 3.1b, las ecuaciones que describen el paso de las corrientes, obtenidas por circuitos magnéticos con la condición que en un sistema de tres hilos, las corrientes suman cero, se obtienen a partir de,

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ab(+20)}^p \\ i_{bc(+20)}^p \\ i_{ca(+20)}^p \end{bmatrix} = ax \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ i_c^{s(+20)} \end{bmatrix} + ay \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ab}^{s(+20)} \\ i_{bc}^{s(+20)} \\ i_{ca}^{s(+20)} \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

donde  $i_{ab}^{p(+20)}$  es la corriente en la bobina ab primaria aportada por el secundario desfasado  $+20^\circ$ ,  $i_a^{s(+20)}$  es la corriente en la fase a del secundario desfasado  $+20^\circ$  y  $i_{ab}^{s(+20)}$  es la corriente en la bobina ab del secundario desfasado  $+20^\circ$ . Lo mismo para las otras fases y extendiendo la notación.

despejando las corrientes de fase del primario en la ecuación (3.17) se tiene que,

$$\begin{bmatrix} i_{ab(+20)}^p \\ i_{bc(+20)}^p \\ i_{ca(+20)}^p \end{bmatrix} = \frac{a \cdot x}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ i_c^{s(+20)} \end{bmatrix} + \frac{a \cdot y}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ab}^{s(+20)} \\ i_{bc}^{s(+20)} \\ i_{ca}^{s(+20)} \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

donde se encuentra fácilmente que las corrientes de fase del secundario, en función de sus corrientes de línea, si éstas corrientes suman cero, se obtiene la expresión,

$$\begin{bmatrix} i_{ab}^{s(+20)} \\ i_{bc}^{s(+20)} \\ i_{ca}^{s(+20)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

además para obtener las corrientes de línea en el primario basta con multiplicar las corrientes de fase como lo muestra la Ec. (3.21),

$$\begin{bmatrix} i_{a(+20)}^p \\ i_{b(+20)}^p \\ i_{c(+20)}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ab(+20)}^p \\ i_{bc(+20)}^p \\ i_{ca(+20)}^p \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Reemplazando estas dos ecuaciones (3.20) y (3.21) en (3.18) se tiene finalmente la ley que describe como pasan las corrientes desde el secundario al primario para este tipo de transformador, esta es,

$$\begin{bmatrix} i_{a(+20)}^p \\ i_{b(+20)}^p \\ i_{c(+20)}^p \end{bmatrix} = ax \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ i_c^{s(+20)} \end{bmatrix} + ay \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ i_c^{s(+20)} \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Ya que las corrientes de línea suman cero en el secundario, por la configuración del transformador, la ecuación (3.21) queda,

$$\begin{bmatrix} i_{a(+20)}^p \\ i_{b(+20)}^p \\ i_{c(+20)}^p \end{bmatrix} = ax \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ i_c^{s(+20)} \end{bmatrix} + ay \begin{bmatrix} i_a^{s(+20)} \\ i_b^{s(+20)} \\ i_c^{s(+20)} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Al igual que en el caso de los voltajes finalmente las ecuaciones que se tienen pueden expresarse como,

$$\mathbf{i}_{L(+20)}^p = a(x\mathbf{T} + y\mathbf{I})\mathbf{i}_L^{s(+20)}, \quad (3.27)$$

$$\mathbf{i}_{L(-20)}^p = a(x\mathbf{T}^T + y\mathbf{I})\mathbf{i}_L^{s(-20)}, \quad (3.28)$$

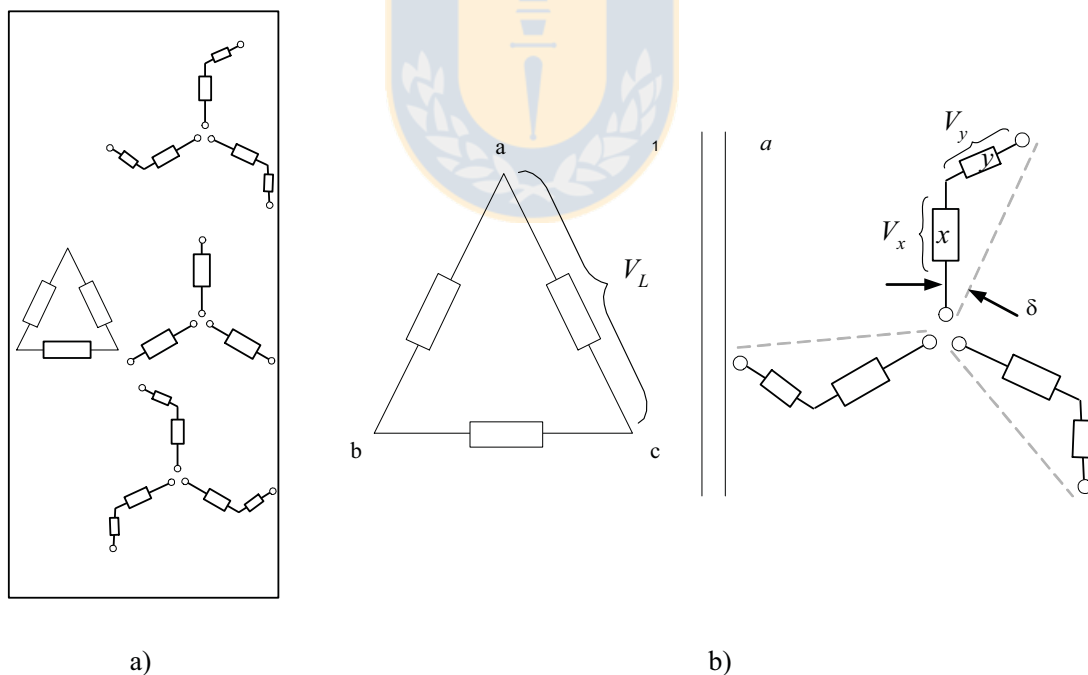
en el caso del secundario sin desfase la ecuación de corriente es,

$$\mathbf{i}_{L(0)}^p = a\mathbf{i}_L^{s(0)}, \quad (3.29)$$

$$\mathbf{i}_L^p = \mathbf{i}_{L(-20)}^p + \mathbf{i}_{L(0)}^p + \mathbf{i}_{L(+20)}^p, \quad (3.30)$$

donde  $\mathbf{i}_{L(-20)}^p$ ,  $\mathbf{i}_{L(0)}^p$  y  $\mathbf{i}_{L(+20)}^p$  son vectores de ternas de corrientes en el primario que aportan a la terna primaria de corrientes de línea principal  $\mathbf{i}_L^p$ , descrita en la ecuación (3.30), mientras que  $\mathbf{i}_L^{s(-20)}$ ,  $\mathbf{i}_L^{s(0)}$  y  $\mathbf{i}_L^{s(+20)}$  son vectores de ternas de corrientes de línea de los secundarios, estos provocan las corrientes en el primario según ecuaciones (3.27) a (3.29).

### 3.2.3 Voltajes y Corrientes en Transformador Para Celdas Monofásicas



**Fig. 3.3 Transformador Multipulso para celdas de entrada Monofásica**

(a) Configuración del transformador de 18 pulsos delta- estrella y zigzag monofásico (b) Esquema de un secundario zigzag.

Los mismos métodos ocupados en la obtención de las ecuaciones que describen el

comportamiento del transformador de la Fig. 3.1, podrán ocuparse para la obtención de las ecuaciones del transformador de la Fig. 3.3. Obteniéndose que la proporción de voltajes en los devanados secundarios son,

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\delta), \quad (3.31)$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(60 - \delta), \quad (3.32)$$

Donde  $x$  e  $y$  son las razones en los devanados del secundario zigzag, obtenidos considerando el desfase  $\delta$  entre los secundarios que depende del numero de celdas en cascada en la etapa de salida,

$$\delta = \frac{60}{N_c}, \quad (3.33)$$

donde  $N$  es el numero de celdas que aportan en una fase de salida. Las ecuaciones del voltaje en los secundarios serán,

$$\mathbf{v}_f^{s(+10)} = a(y\mathbf{T} + x\mathbf{T}^T) \mathbf{v}_f^p, \quad (3.34)$$

$$\mathbf{v}_f^{s(+50)} = a(y(\mathbf{T}^T - \mathbf{T}) + x\mathbf{T}^T) \mathbf{v}_f^p, \quad (3.35)$$

$$\mathbf{v}_f^{s(+30)} = a\mathbf{T}^T \mathbf{v}_f^p, \quad (3.36)$$

donde los vectores columna  $\mathbf{v}_f^{s(+10)}$ ,  $\mathbf{v}_f^{s(+50)}$  y  $\mathbf{v}_f^{s(+30)}$  son ternas de voltajes de fase en cada secundario con desfases unos de otros indicados en el superíndice, en tanto que  $\mathbf{v}_f^p$  son la terna de voltajes de fase en el primario.

Al igual que en el caso del transformador para celdas de entrada trifásicas, las corrientes podrán determinarse por medio del circuito eléctricos o relaciones obtenidas de los circuito magnético, expresiones que se escriben como,

$$\mathbf{i}_{L(+10)}^p = a(y\mathbf{T}^T + x\mathbf{T}) \mathbf{i}_L^{s(+10)}, \quad (3.37)$$

$$\mathbf{i}_{L(+50)}^p = a(y(\mathbf{T} - \mathbf{T}^T) + x\mathbf{T}) \mathbf{i}_L^{s(+50)}, \quad (3.38)$$

$$\mathbf{i}_{L(+30)}^p = a\mathbf{T} \mathbf{i}_L^{s(+30)}, \quad (3.39)$$

$$\mathbf{i}_L^p = \mathbf{i}_{L(+10)}^p + \mathbf{i}_{L(+30)}^p + \mathbf{i}_{L(+50)}^p, \quad (3.40)$$



donde  $\mathbf{i}_{L(+10)}^p$ ,  $\mathbf{i}_{L(+50)}^p$  e  $\mathbf{i}_{L(+30)}^p$  son el aporte de corrientes de línea en el primario que se logran debido a las corrientes en los secundarios respectivos las cuales son  $\mathbf{i}_L^{s(+10)}$ ,  $\mathbf{i}_L^{s(+50)}$ ,  $\mathbf{i}_L^{s(+30)}$ , al igual que las ecuaciones de voltaje cada uno de estos vectores columna representa una terna de corrientes correspondientes a cada una de las línea relacionadas.

### 3.3 Resumen de Expresiones del Multipulso con Delta extendido

Un transformador de 18 pulsos, para un convertidor con celdas de entradas trifásicas como el primero visto en el capítulo 2, cuenta con tres tipos de secundarios. Los deltas extendidos en atraso, en adelante y secundario delta en fase. Las expresiones del transformador tanto para voltaje como corrientes, se obtuvieron en los puntos 3.2 y 3.3.2. A continuación se muestran todas las ecuaciones para el transformador multipulso, incluyendo las ecuaciones de diseño.

$$x = \frac{2}{a\sqrt{3}} \cdot \sin(\delta), \quad (3.41)$$

$$y = \frac{2}{a} \cdot \sin(30 - \delta), \quad (3.42)$$

$$\mathbf{v}_L^{s(-20)} = a(x\mathbf{T} + y\mathbf{I})\mathbf{v}_L^p, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{v}_L^{s(0)} = a \cdot \mathbf{v}_L^p, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{v}_L^{s(+20)} = a(x\mathbf{T}^T + y\mathbf{I})\mathbf{v}_L^p, \quad (3.45)$$

$$\mathbf{i}_{L(+20)}^p = a(x\mathbf{T} + y\mathbf{I})\mathbf{i}_L^{s(+20)}, \quad (3.46)$$

$$\mathbf{i}_{L(-20)}^p = a(x\mathbf{T}^T + y\mathbf{I})\mathbf{i}_L^{s(-20)}, \quad (3.47)$$

$$\mathbf{i}_{L(0)}^p = a\mathbf{i}_L^{s(0)}, \quad (3.48)$$

$$\mathbf{i}_L^p = \mathbf{i}_{L(-20)}^p + \mathbf{i}_{L(0)}^p + \mathbf{i}_{L(+20)}^p, \quad (3.49)$$

Donde  $\mathbf{T}$ , es la matriz de la ecuación (3.11) que corresponde a la característica de desfase entre una estrella y un delta. El ángulo  $\delta$  es el desfase que provoca el secundario, el resto de los parámetros como  $a$ ,  $x$  e  $y$ , son las razones obtenidas del diseño del transformador. En la ecuación

(3.49) las ternas nombradas como  $\mathbf{i}_{L(-20)}^p$ ,  $\mathbf{i}_{L(0)}^p$  e  $\mathbf{i}_{L(+20)}^p$  son las corrientes en el primario aportadas por los secundarios desfasados entre si  $-20^\circ$  y  $+20^\circ$ .

### 3.4 Resumen de Expresiones del Multipulso con Zig-Zag

En el caso para el sistema multinivel con celdas de entrada monofásicas que se explica en el apartado (2.2.2), las relaciones que se obtienen para las corrientes de línea y voltajes de fase son:

$$x = \frac{2}{a\sqrt{3}} \sin(60 - \delta), \quad (3.50)$$

$$y = \frac{2}{a\sqrt{3}} \sin(\delta), \quad (3.51)$$

$$\mathbf{v}_f^{s(+10)} = a(y\mathbf{T} + x\mathbf{T}^T) \mathbf{v}_f^p, \quad (3.52)$$

$$\mathbf{v}_f^{s(+50)} = a(y(\mathbf{T}^T - \mathbf{T}) + x\mathbf{T}^T) \mathbf{v}_f^p, \quad (3.53)$$

$$\mathbf{v}_f^{s(+30)} = a\mathbf{T}^T \mathbf{v}_f^p, \quad (3.54)$$

$$\mathbf{i}_{L(+10)}^p = a(y\mathbf{T}^T + x\mathbf{T}) \mathbf{i}_L^{s(+10)}, \quad (3.55)$$

$$\mathbf{i}_{L(+50)}^p = a(y(\mathbf{T} - \mathbf{T}^T) + x\mathbf{T}) \mathbf{i}_L^{s(+50)}, \quad (3.56)$$

$$\mathbf{i}_{L(+30)}^p = a\mathbf{T} \mathbf{i}_L^{s(+30)}, \quad (3.57)$$

$$\mathbf{i}_L^p = \mathbf{i}_{L(+10)}^p + \mathbf{i}_{L(+30)}^p + \mathbf{i}_{L(+50)}^p, \quad (3.58)$$

donde  $\mathbf{i}_{L(10)}^p$ ,  $\mathbf{i}_{L(30)}^p$  e  $\mathbf{i}_{L(50)}^p$  son las corrientes en el primario aportadas por los secundarios desfasados  $10^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $50^\circ$  respecto del primario por causa del delta en primario y la estrella en el secundario. El ángulo  $\delta$  es el desfase que provoca el secundario, el resto de los parámetros como  $a$ ,  $x$  e  $y$ , son las razones obtenidas del diseño del transformador.

### 3.5 Tercera Armónica en un Transformador

Es interesante saber que las expresiones anteriores pueden ser válidas para cualquier transformador con muy baja reluctancia, y un factor de acoplamiento muy alto, es decir un transformador prácticamente ideal. Una de las cosas que importa saber acerca de los transformadores, es el paso de las corrientes de terceras armónicas desde el secundario al primario, ya que generalmente se puede tener la errónea idea que todas las terceras armónicas no se reflejan al tener ciertas configuraciones magnéticas. El problema de concepto puede presentarse dado que en sistemas de 4 cables la tercera armónica generalmente es de secuencia cero, por lo que las corrientes de secuencia cero retornan por el neutro, pero cuando se tiene un sistema de tres hilos en primario y secundario, como el caso de un puente de diodo en el secundario al producirse un desbalance se producirá una corriente de tercera armónica a la entrada del puente, pero estas corrientes no tienen secuencia cero, sino que se componen tanto de secuencia negativa como secuencia positiva. El problema se visualiza en la Fig. 3.4 y la explicación gráfica de las amplitudes que pueden tomar las corrientes de tercera armónica en un sistema de 3 hilos, además de por cuales componentes de secuencia se componen estas corrientes se encuentra en la Fig. 3.5.

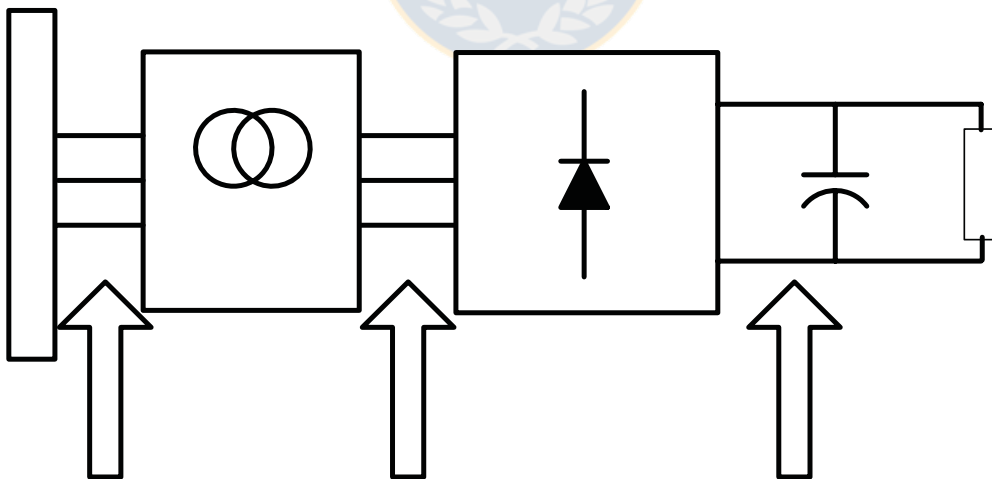
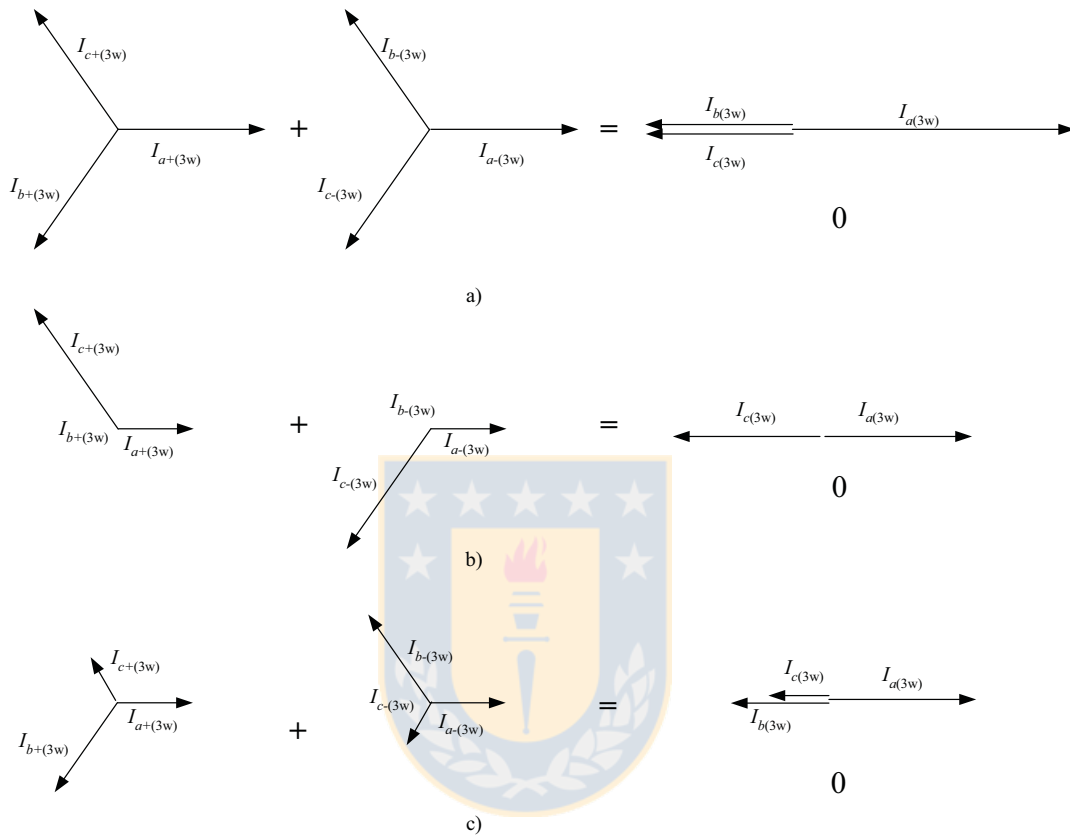


Fig. 3.4 Esquema de un problema típico con una fuente desbalanceada

Por medio de simulaciones o de manera experimental, se puede ver corrientes de tercera

armónica en un delta-delta, delta-estrella o cualquier configuración sin aterrizar, tanto en el primario como en el secundario al tener un desbalance en el punto de conexión del sistema de la Fig. 3.4.



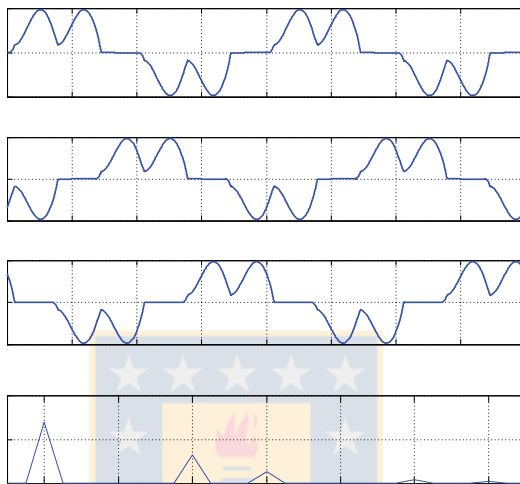
**Fig. 3.5 Explicación Gráfica de las secuencias de las corrientes de 3ra armónicas en 3 hilos**

Para ejemplificar el problema, se hicieron simulaciones en Pspice, con un puente rectificador trifásico y una carga RL conectados a la red a través de un transformador delta-estrella sin aterrizar. Los datos para los parámetros del sistema, son los entregados en la Tabla 3.1.

**Tabla 3-1 Datos de la Simulación.**

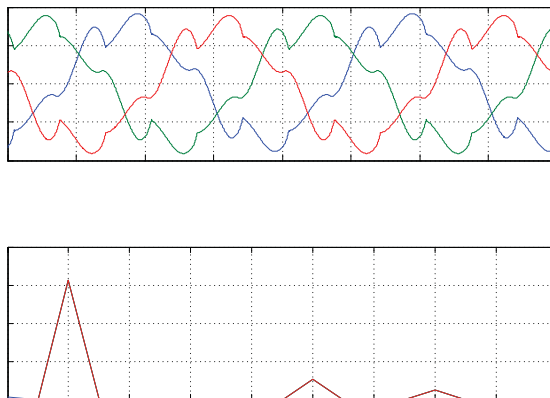
Datos	Valor
$a$ (razón del transformador)	$\sqrt{3}$
$R_i$ (Resistencia en Línea)	0.1 $\Omega$
$L_i$ (Inductancia en línea)	1 mH
$R_o$ (Resistencia en la carga)	1k $\Omega$
$L_o$ (Inductancia en la carga)	10 mH

Los resultados en el tiempo y en frecuencia para las corrientes, se observan a partir de la página siguiente con la Fig. 3.6 que muestra las corrientes en el secundario del transformador del sistema fuente, transformador, puente trifásico y carga. En el sistema balanceado, no hay generación de tercera armónica en la entrada del puente rectificador trifásico. La simulación para las corrientes de la línea del sistema balanceado muestra en las Fig. 3.6 y Fig. 3.7 que no hay tercera armónica, sino 5ta y 7ma, tanto en primario como en secundario.



**Fig. 3.6 Simulación de un sistema con fuente balanceada. Transformador, rectificador y carga**

(a) Corriente en la línea a del secundario (b) Corriente en la línea b del secundario (c) Corriente en la línea c del secundario (d) Espectro de las corrientes de línea en el secundario.

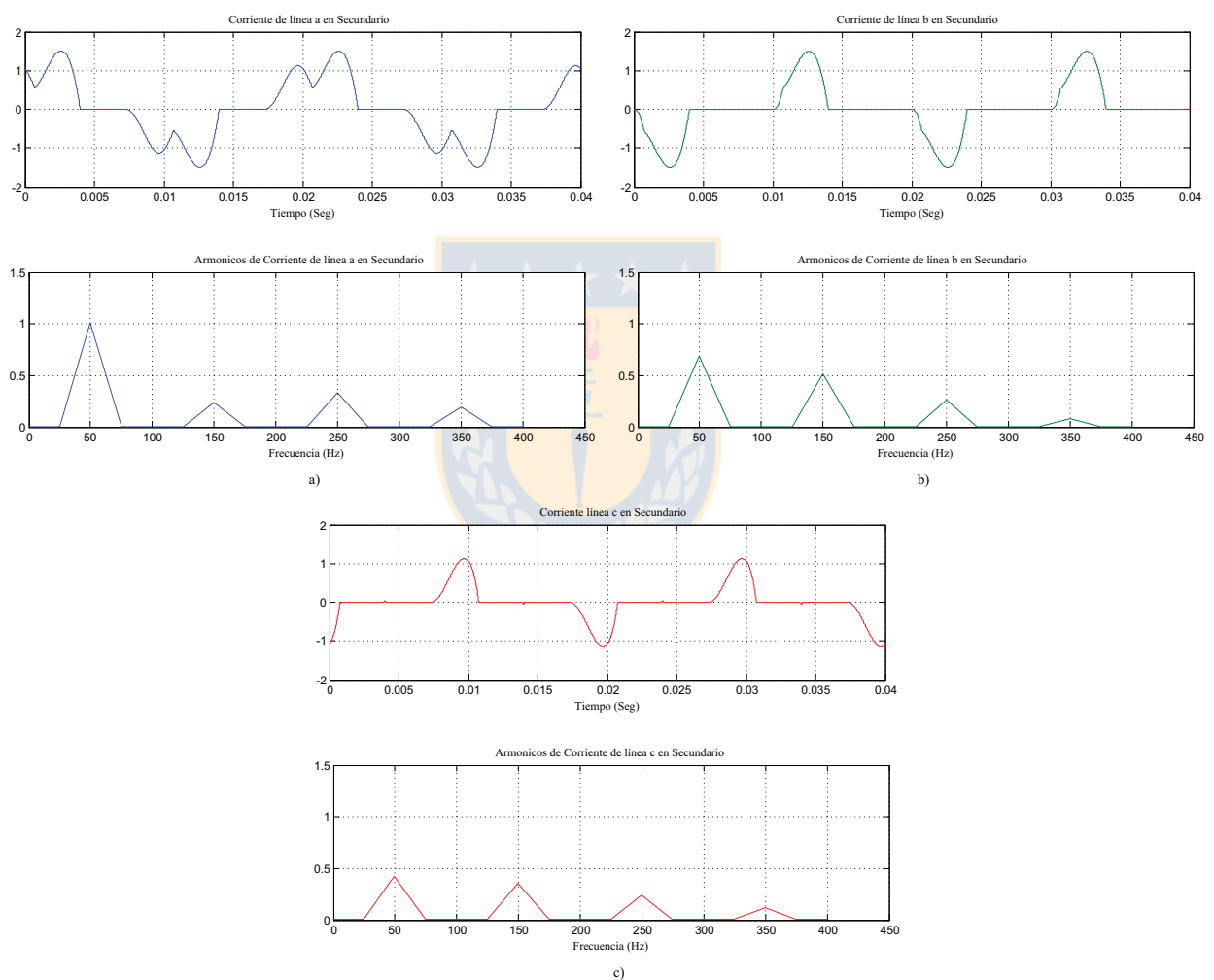


**Fig. 3.7 Simulación de un sistema fuente balanceada, transformador, rectificador y carga.**

(a) Corrientes en Primario del transformador (b) Armónicos de corrientes en Primario del transformador

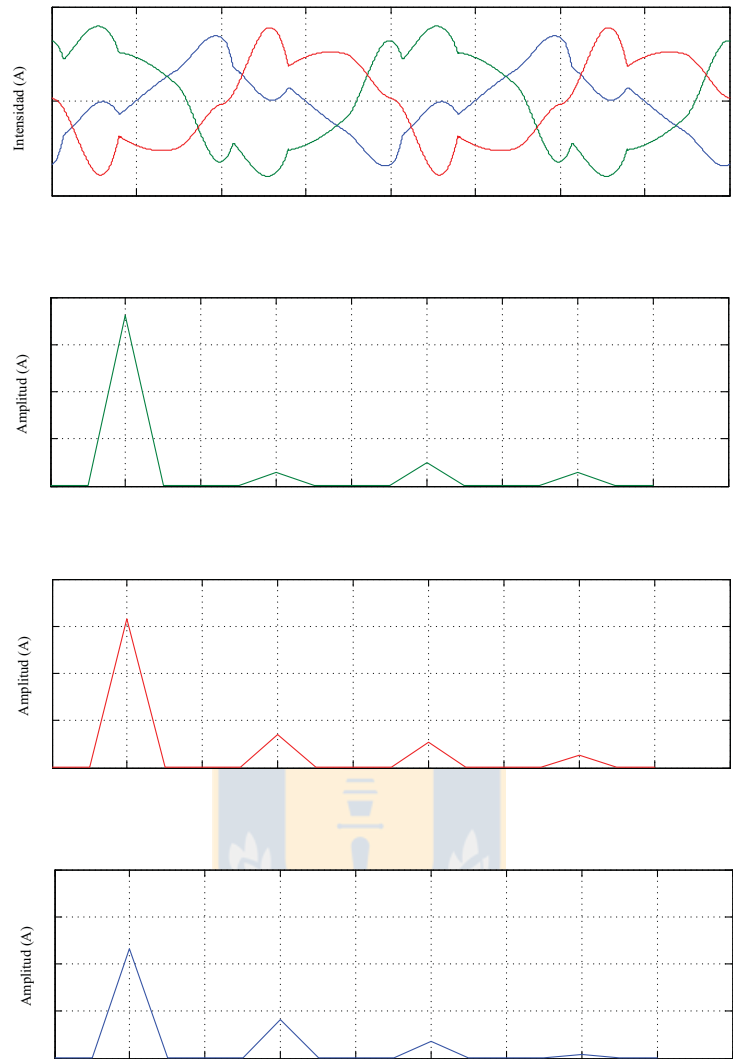
En el caso para el punto de conexión desbalanceado del sistema, se puede observar en la

simulación para las corrientes en el primario y secundario del transformador el apareamiento de la componente de tercera armónica en las Fig. 3.8 y Fig. 3.9 efecto explicado en capítulos siguientes. Como el sistema es de 3 hilos tanto en primario como en secundario, la conclusión acerca de las corrientes de tercera armónica en casos de desbalance en la entrada de puentes rectificadores trifásicos, es que aparecen siempre, no importa la configuración que se tenga en el transformador. Estas corrientes de tercera armónica, tienen componentes de secuencia positiva y negativa, tal como se muestra en la Fig. 3.5.



**Fig. 3.8 Simulación de un sistema fuente desbalanceada, transformador, rectificador y carga.**

(a) Corriente en la línea a del secundario y espectro correspondiente (b) Corriente en la línea b del secundario y espectro correspondiente (c) Corriente en la línea c del secundario y espectro correspondiente



**Fig. 3.9 Simulación de un sistema fuente balanceada, transformador, rectificador y carga.**

(a) Corrientes en Primario del transformador (b) Armónicos de corrientes en la línea primaria a del transformador (c) Armónicos de corrientes en la línea primaria b del transformador (d) Armónicos de corrientes en la línea primaria c del transformador

### 3.6 Discusión y Conclusiones

Finalmente se obtuvieron todas las relaciones para el transformador multipulso con delta extendido para un convertidor con celdas trifásicas y también para el multipulso con zigzag del convertidor con celdas monofásicas. A partir de estas funciones, es posible realizar cualquier análisis ante desbalance e incluir el efecto del transformador en el sistema general, saber si esta ayuda o no, en caso de este tipo de perturbaciones. Es importante notar que la tercera armónica en

5

0

-5

0

2

1

las líneas trifásicas de tres hilos nunca es de secuencia cero, y el paso de ésta hacia la red se puede predecir con las expresiones encontradas para la corriente.

Un estudio más completo podría hacerse con modelos de transformadores reales con pérdidas en su núcleo y considerando los problemas de saturación por ejemplo. Eso podría realizarse en futuros trabajos en caso que detalles en un sistema real no concuerde en absoluto con el análisis de desbalance para los sistemas multicelda propuestos.





## 4 Análisis ante Desbalances

### 4.1 Introducción

La mayoría de los sistemas eléctricos están expuestos a este tipo de fallos, debido a que principalmente no todas las cargas son trifásicas. Esto puede provocar que un equipo multicelda no funcione con las características por las que más se lo elogia. El capítulo muestra cómo debe analizarse un sistema con desbalance, qué alternativas hay para medir el desbalance y cuál es la más conveniente. Además, se hace una descripción de los problemas causados en los convertidores en estudio al encontrarse con la alimentación en desbalance.

### 4.2 Factor de Desbalance

Generalmente cuando se habla acerca de medir el desbalance, el ingeniero que sabe del tema está mayormente familiarizado con índices de desbalance que se encuentran en algún estándar en particular, como en las recomendaciones americanas o reglamentos nacionales, que se refieren a la máxima desviación del voltaje sobre el voltaje medio, llamado en algunas publicaciones factor de desviación de magnitud (*MDF*) [8]. Un índice de medición menos conocido es el “voltage unbalance factor (*VUF*)” aceptado por la IEC 61000-4-27, definido como el radio entre la secuencia negativa y la secuencia positiva. Una de las razones por la que este índice es menos usado, es debido al uso de fasores, por lo que se deben medir los ángulos de fase y operar con números complejos. Existen formas de simplificar la medición de éstos, tal como se explica en [8].

Los índices descritos son los siguientes,

$$MDF = \frac{\max[|V_{ab} - V_{avg}|, |V_{bc} - V_{avg}|, |V_{ca} - V_{avg}|]}{V_{avg}}, \quad (4.1)$$

*MDF* es el factor de desviación de magnitud, en el que se define  $V_{avg}$  como el promedio de las magnitudes de los voltajes entre líneas  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  y  $V_{ca}$  como,

$$V_{avg} = \frac{V_{ab} + V_{bc} + V_{ca}}{3} \quad (4.2)$$

El factor de desbalance *VUF* se obtiene de los componentes simétricos. La transformada de Fortescue permite obtener éstos componentes a partir de variables trifásicas, se define su matriz de fasores como,

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & \vec{a} & \vec{a}^2 \\ 1 & \vec{a}^2 & \vec{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

La Multiplicación de la matriz por los voltajes de fase entrega los componentes simétricos, en el caso de los voltajes de fase se expresan a través de,

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_{p\phi} \\ \vec{v}_{n\phi} \\ \vec{v}_{z\phi} \end{bmatrix} = \vec{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} \vec{v}_a \\ \vec{v}_b \\ \vec{v}_c \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

De la misma forma y más utilizada que los componentes de voltajes de fase simétrico, son los componentes simétricos de los voltajes de línea, caso en que siempre la secuencia cero es cero.

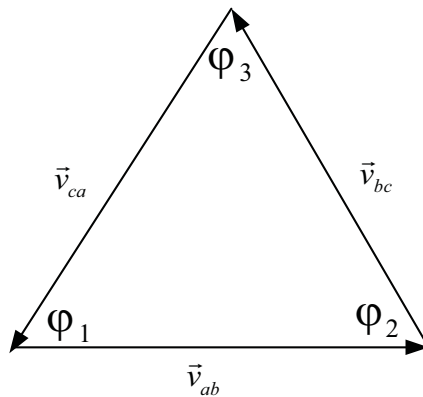
$$\begin{bmatrix} \vec{v}_p \\ \vec{v}_n \\ \vec{v}_z \end{bmatrix} = \vec{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} \vec{v}_{ab} \\ \vec{v}_{bc} \\ \vec{v}_{ca} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

donde,

$$\vec{a} = (1, 120^\circ), \quad (4.6)$$

$$\vec{u}_v = \frac{\vec{v}_n}{\vec{v}_p} = (U_v, \alpha_u). \quad (4.7)$$

Este factor  $\vec{u}_v$  es un fasor de magnitud  $U_v$  y fase  $\alpha_u$ , variables que pueden ser expresadas en función de la magnitud de los voltajes de línea si se consideran a estos como fasores forman un triángulo, ejemplificado en la Fig. 4.1.



**Fig. 4.1 Triángulo formado de voltajes de línea**

Tomando el área del triángulo como  $K$  y trabajando con relaciones básicas de la

trigonometría de un triángulo, se puede llegar a determinar que la magnitud  $U_v$  del desbalance es,

$$U_v = \sqrt{\frac{1 - K/K_e}{1 + K/K_e}}, \quad (4.8)$$

donde,

$$K = \frac{1}{4} \sqrt{(2 \cdot V_{ab}^2 \cdot V_{bc}^2 + 2 \cdot V_{bc}^2 \cdot V_{ca}^2 + 2 \cdot V_{ca}^2 \cdot V_{ab}^2 - V_{ab}^4 - V_{bc}^4 - V_{ca}^4)}, \quad (4.9)$$

representa el área del triángulo formado por los voltajes de línea [8], obtenido en función de las magnitudes de los voltajes de línea  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  y  $V_{ca}$ . Además,

$$K_e = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left[ \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{3} \right], \quad (4.10)$$

es el área del triángulo si todos los voltajes tuvieran una magnitud igual al voltaje equivalente trifásico, es decir, cuando todos los voltajes son balanceados. Por otra parte se puede determinar el ángulo de fase del factor de desbalance complejo en función de las magnitudes de voltajes de línea, determinado por la diferencia de fase entre el fasor de secuencia negativa y la de secuencia positiva como,

$$\alpha_u = \text{atan} \left( \frac{\sqrt{3} \cdot (V_{bc}^2 - V_{ca}^2)}{2 \cdot V_{ab}^2 - V_{bc}^2 - V_{ca}^2} \right). \quad (4.11)$$

Se puede representar los voltajes de secuencia positiva y secuencia negativa en función del factor de desbalance y un voltaje de referencia, como podría ser  $\vec{v}_{ab}$ , tal como lo indican las siguientes igualdades [3],

$$\vec{v}_n = \frac{\vec{u}_v}{1 + \vec{u}_v} \vec{v}_{ab} \quad (4.12)$$

$$\vec{v}_p = \frac{1}{1 + \vec{u}_v} \vec{v}_{ab} \quad (4.13)$$

También es posible representar la magnitud del factor de desbalance en función de las magnitudes de los voltajes de fase considerando 3 o 4 hilos como,

$$U_v = \frac{V_n}{V_p} = \frac{\sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2 - V_a V_b - V_b V_c - V_c V_a}}{V_a + V_b + V_c}, \quad (4.14)$$

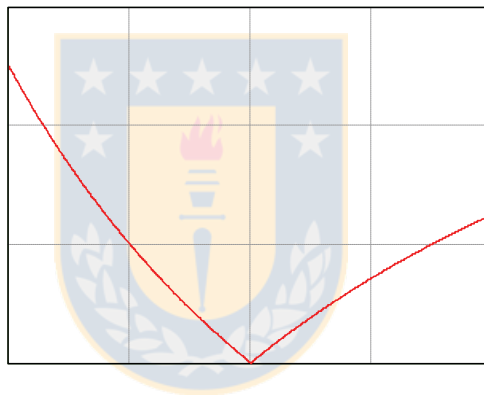
donde  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  son voltajes de fase,  $V_n$  y  $V_p$  son magnitudes de las componentes simétricas negativa y positiva respectivamente.

De esta manera si sólo se considera que una de las componentes de voltaje puede variar, considerando los voltajes de fase en por unidad se tendrá una expresión que puede servir para ver como afecta el cambio en una fase al factor de desbalance:

**Tabla 4-1 Valores Simbólicos para voltajes p.u**

Magnitud de Fase	Valores
$V_a$	$r$ p.u
$V_b$	$1$ p.u
$V_c$	$1$ p.u

$$U_v = \frac{\sqrt{r^2 - 2r + 1}}{r + 2} \quad (4.15)$$



**Fig. 4.2 Factor de Desbalance variando sólo un voltaje**

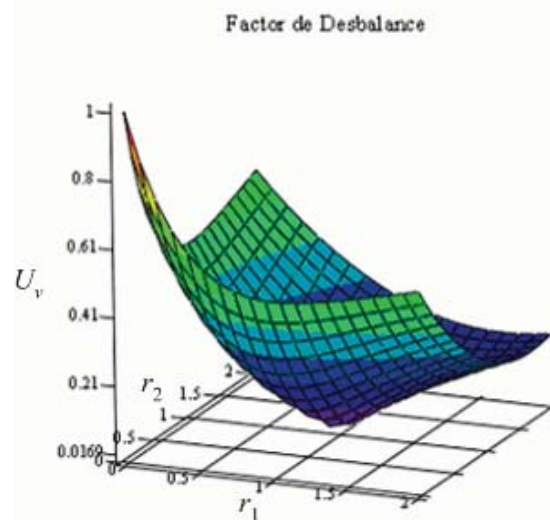
Se observa de la figura, que al desbalancear sólo una fase se podrá lograr a lo más una magnitud de factor de desbalance realista de un 50%, en el caso que la fase afectada se haga cero. En el caso que la fase aumente al doble su valor nominal, la magnitud del factor de desbalance será de un 25%.

Si fueran dos los voltajes de fase que se afectarían en la línea trifásica, la expresión que servirá para revisar como cambia el factor en función de dos magnitudes distintas en los voltajes de fase es la de la ecuación (4.16) considerando la Tabla 4.2.

**Tabla 4-2 Valores Simbólicos para voltajes en p.u**

Magnitud de Fase	Valores
$V_a$	$r_1$ p.u
$V_b$	$r_2$ p.u
$V_c$	$1$ p.u

$$U_v = \frac{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 1 - r_1 r_2 - r_1 - r_2}}{r_1 + r_2 + 1} \quad (4.16)$$



**Fig. 4.3 Factor de Desbalance variando dos voltajes**

Es posible constatar en la Fig. 4.3 que el caso unidimensional de desbalance visto en la Fig. 4.2 se extiende en la figura tridimensional y que el mayor índice de desbalance dentro de rangos realistas es en el caso que dos fases se hagan cero. En este caso se tiene un desbalance de magnitud de un 100%, por lo que es lógico decir que un desbalance de un 50% equivale a tener una fase con magnitud de tensión cero o dos fases con un 25% de la tensión nominal.

El mismo factor puede ser utilizado en el caso de las corrientes, ya que ellas también se pueden descomponer en componentes simétricas y analizar en general sistemas ante cargas o corrientes desbalanceadas [3].

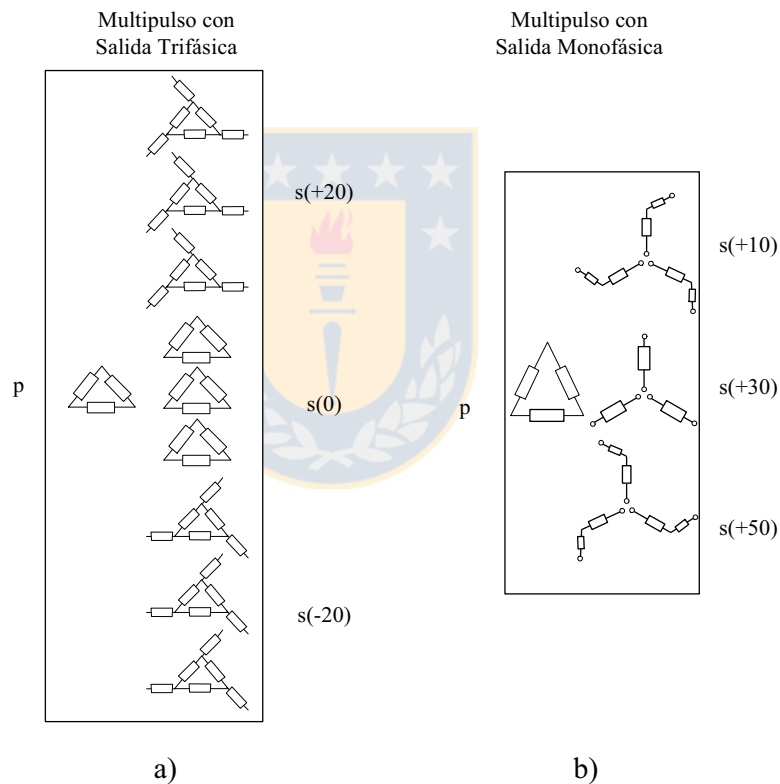
## 4.3 Desbalance de Voltaje en Transformadores Multipulso

### 4.3.1 Convenciones previas al análisis en desbalance de los transformadores

Es posible cuantificar en términos de magnitud y fase, el efecto provocado en el secundario de un transformador multipulso, en el caso que ocurra cierto desbalance en el primario. El análisis se

realizará considerando los modelos del transformador sin pérdidas para los dos tipos de arreglos en estudio, configuración con transformador multipulso con delta extendido para celdas de potencia de entrada trifásica y la configuración con zigzag para celdas de menor potencia de entrada monofásica. Ambos tipos se pueden apreciar en la Fig. 4.4.

En la figura se nombran los terminales según el desfase que generan respecto del primario, por ejemplo los tipos de secundarios que provocan 20 grados de desfase en atraso respecto del primario se los llama  $s(+20)$ , si provoca 20 grados en adelante se los llama  $s(-20)$  y  $s(0)$  al secundario que no provoca desfase.



**Fig. 4.4 Tipos de transformadores a analizar y nombre de los terminales.**

**(a)** Transformador delta extendido para celdas trifásicas **(b)** Transformador zigzag para celdas monofásicas

La notación ya ocupada en el capítulo 3 definida en las páginas iniciales del documento indica que para los voltajes o corrientes ya sean de fase o de línea el nombre del terminal trifásico al cual corresponde la variable se indica en el superíndice de la notación, por lo que  $v_{ab}^{s(+20)}$

correspondería, por ejemplo, al voltaje entre línea ab del secundario  $s(+20)$  e  $\mathbf{i}_f^p$  correspondería a la terna de corrientes de fase del primario. Con estas definiciones básicas, se procede a entender las ecuaciones que se indican en los apartados siguientes.

### 4.3.2 Transformador delta extendido para celdas de entrada trifásica ante desbalance

Este se puede analizar gracias a que se cuenta con las funciones que describen el paso de voltajes desde al primario al secundario y las corrientes desde el secundario al primario. Para la topología de la Fig. 4.4a, las ecuaciones matriciales son,

$$\mathbf{v}_L^{s(-20)} = a(x\mathbf{T} + y\mathbf{I})\mathbf{v}_L^p, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{v}_L^{s(0)} = a\mathbf{I}\mathbf{v}_L^p, \quad (4.18)$$

$$\mathbf{v}_L^{s(+20)} = a(x\mathbf{T}^T + y\mathbf{I})\mathbf{v}_L^p, \quad (4.19)$$

recordando que los vectores  $\mathbf{v}_L$  son ternas de voltajes de línea donde el superíndice indica si corresponde al lado primario o al secundario según su tipo. Aplicando la transformada de Fortescue de manera de representar cada una de estas ecuaciones como una terna de componentes simétricas en forma de fasores, de la siguiente forma,

$$\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(-20)} = a\bar{\mathbf{F}}(x\mathbf{T} + y\mathbf{I})\bar{\mathbf{F}}^{-1}\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p = a\bar{\mathbf{D}}_{+20}\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p, \quad (4.20)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(0)} = a\bar{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{I}}\bar{\mathbf{F}}^{-1}\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p = a\bar{\mathbf{D}}_0\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p, \quad (4.21)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(+20)} = a\bar{\mathbf{F}}(x\mathbf{T}^T + y\mathbf{I})\bar{\mathbf{F}}^{-1}\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p = a\bar{\mathbf{D}}_{-20}\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p, \quad (4.22)$$

donde,

$$\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_p^p \\ \bar{\mathbf{v}}_n^p \\ \bar{\mathbf{v}}_z^p \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(+20)} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_p^{s(+20)} \\ \bar{\mathbf{v}}_n^{s(+20)} \\ \bar{\mathbf{v}}_z^{s(+20)} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(0)} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_p^{s(0)} \\ \bar{\mathbf{v}}_n^{s(0)} \\ \bar{\mathbf{v}}_z^{s(0)} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(-20)} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_p^{s(-20)} \\ \bar{\mathbf{v}}_n^{s(-20)} \\ \bar{\mathbf{v}}_z^{s(-20)} \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

donde  $\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^p$  es la terna fasorial de componentes simétricas del primario,  $\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(+20)}$  es la terna fasorial de componentes simétricas del secundario desfasado  $+20^\circ$ ,  $\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(0)}$  es la terna fasorial de componentes de secuencia del secundario de referencia y  $\bar{\mathbf{v}}_{Lsim}^{s(-20)}$  es la terna fasorial de componentes de secuencia del secundario desfasado  $-20^\circ$ . Fácilmente podrá comprobarse de las ecuaciones (4.20) a (4.22) que el paso de una componente simétrica del primario al secundario será independiente de cualquier otra

componente, ya que las ecuaciones (4.20) a (4.22) quedan caracterizadas por matrices diagonales

$\vec{\mathbf{D}}_{(+20)}$ ,  $\vec{\mathbf{D}}_{(0)}$  y  $\vec{\mathbf{D}}_{(-20)}$  las cuales en notación fasorial se muestran como,

$$\vec{\mathbf{D}}_{-20} = \begin{bmatrix} \left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, -\text{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x + 2y} \right] \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, \text{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x + 2y} \right] \right) & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

$$\vec{\mathbf{D}}_{+20} = \begin{bmatrix} (y, 0) & 0 & 0 \\ 0 & (y, 0) & 0 \\ 0 & 0 & (y, 0) \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

$$\vec{\mathbf{D}}_{+20} = \begin{bmatrix} \left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, \text{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x + 2y} \right] \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, -\text{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x + 2y} \right] \right) & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

A partir de los resultados, se puede determinar que el desbalance de voltaje no se ve afectado en magnitud, sino que solamente en fase al pasar desde el primario al secundario. Además existe relación directa entre las componentes de secuencia del primario y secundario, con un factor complejo entre el paso de la secuencia que tiene relación con la razón de transformación en cuanto a la magnitud del factor y con el desfase generado en el secundario en cuanto a la fase del factor complejo.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede obtener fácilmente a partir de los términos de las matrices diagonales de las ecuaciones (4.24) a (4.26) los factores de desbalance de los voltajes secundarios respecto del desbalance en el primario, los cuales se escriben como,



$$\vec{u}_v^{s(-20)} = \frac{\left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, \operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x+2y} \right] \right)}{\left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, -\operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x+2y} \right] \right)} \vec{u}_v^p = (1, 2\operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x+2y} \right]) \vec{u}_v^p, \quad (4.27)$$

$$\vec{u}_v^{s(0)} = \frac{(y, 0)}{(y, 0)} \vec{u}_v^p = (1, 0) \vec{u}_v^p, \quad (4.28)$$

$$\vec{u}_v^{s(+20)} = \frac{\left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, -\operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x+2y} \right] \right)}{\left( \sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}, \operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x+2y} \right] \right)} \vec{u}_v^p = (1, -2\operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}x}{3x+2y} \right]) \vec{u}_v^p. \quad (4.29)$$

Con las relaciones entregadas, es posible ver que la magnitud del factor de desbalance para voltaje no cambia en absoluto desde el primario al secundario en cualquier secundario, pero si cambia la fase del factor y sobre todo en los secundarios que aportan desfase, es el caso de Ec. (4.27) y (4.29) correspondiente a  $s(+20)$  y  $s(-20)$  que son los secundario de la Fig. 4.4.a. Se determina por el análisis que el desfase del factor de desbalance en el secundario es dos veces la fase aportada por los secundarios. El desbalance en los secundarios considerando los valores calculados  $x$  e  $y$  para 20 grados de desfase entre cada uno queda como,

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_v^{s(-20)} \\ \vec{u}_v^{s(0)} \\ \vec{u}_v^{s(+20)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1, 40^\circ) \\ (1, 0^\circ) \\ (1, -40^\circ) \end{pmatrix} \vec{u}_p. \quad (4.30)$$

### 4.3.3 Transformador con zigzag ante desbalance

Una forma alternativa de saber el efecto en los secundarios de este transformador, es realizando un análisis vectorial de las componentes simétricas según su definición. Como veremos en éste desarrollo, se verá que en cada secundario la magnitud del desbalance se mantiene, y sólo cambia la fase del factor del desbalance.

La ecuación (3.34) que determina el voltaje en el secundario para el zigzag en atraso se puede expresar como,

$$\vec{v}_f^{s(10)} = a \begin{bmatrix} x+y & -x & -y \\ -y & x+y & -x \\ -x & -y & x+y \end{bmatrix} \vec{v}_f^p, \quad (4.31)$$

donde  $\vec{\mathbf{v}}_f^{s(10)}$  es la terna de voltajes de fase del secundario y  $\vec{\mathbf{v}}_f^p$  es la terna de voltajes de fase del primario. Ocupando la transformada de Fortescue, se puede escribir la ecuación (4.31) utilizando componentes simétricas,

$$\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^{s(10)} = a\vec{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} x+y & -x & -y \\ -y & x+y & -x \\ -x & -y & x+y \end{bmatrix} \vec{\mathbf{F}}^{-1}\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^p \quad (4.32)$$

donde  $\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^{s(10)}$  y  $\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^p$  son ternas de componentes de voltajes de fase simétricos del secundario y primario respectivamente. Desarrollando la ecuación (4.32) se obtiene que las componentes simétricas del secundario en atraso respecto de las componente simétricas del primario son,

$$\vec{\mathbf{v}}_{fsim}^{s(10)} = a \begin{pmatrix} \left( \sqrt{x^2 + xy + y^2}, \text{atan} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right] \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left( \sqrt{x^2 + xy + y^2}, -\text{atan} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right] \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{\mathbf{v}}_{fsim}^p \quad (4.33)$$

De la misma forma que las expresiones obtenidas para el transformador con delta extendido respecto del paso del desbalance para el secundario en el caso del tipo zigzag en el secundario con 10 grados en atraso, el factor de desbalance en el secundario es,

$$\vec{\mathbf{u}}_v^{s(10)} = \frac{\left( \sqrt{x^2 + xy + y^2}, -\text{atan} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right] \right)}{\left( \sqrt{x^2 + xy + y^2}, \text{atan} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right] \right)} \vec{\mathbf{u}}_v^p = \left( 1, -2\text{atan} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right] \right) \vec{\mathbf{u}}_v^p. \quad (4.34)$$

De igual forma se encuentran que para los otros secundarios se puede terminar los factores de desbalance en el secundario como,

$$\vec{\mathbf{u}}_v^{s(50)} = \left( 1, -2\text{atan} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2y+x}{x} \right] \right) \vec{\mathbf{u}}_v^p \quad (4.35)$$

$$\vec{u}_v^{s(30)} = (1, -2\text{atan}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\right])\vec{u}_v^p \quad (4.36)$$

Reemplazando los valores calculados para  $x$  e  $y$  para un transformador con tres secundarios desfasados 20 grados cada uno, como el presentado en la topología del capítulo 2 Fig. 2.4, el resultado del desbalance en los secundarios es,

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_v^{s(10)} \\ \vec{u}_v^{s(30)} \\ \vec{u}_v^{s(50)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1, -20^\circ) \\ (1, -60^\circ) \\ (1, -100^\circ) \end{pmatrix} \vec{u}_p . \quad (4.37)$$

Los valores angulares obtenidos tienen que ver con la el desfase de la configuración, ya que se tiene un delta estrella, el desfase entre los voltajes primario y secundario es de 30 grados

#### 4.3.4 Conclusión para desbalance de voltaje en transformadores.

Por el análisis realizado para ambos transformadores planteados se podrá generalizar para cualquier transformador trifásico que los voltajes simétricos del primario pasan al secundario multiplicados por un par de complejos conjugados tal como se ve en la ecuación (4.38)

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_p^s \\ \vec{v}_n^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{k} & 0 \\ 0 & \vec{k}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{v}_p^p \\ \vec{v}_n^p \end{bmatrix}, \quad (4.38)$$

donde  $\vec{k}$  y  $\vec{k}^*$  son un par de números complejos conjugados, en notación fasorial,  $\vec{v}_p^s$  y  $\vec{v}_n^s$  son voltajes de secuencia positiva y negativa en un secundario,  $\vec{v}_p^p$  y  $\vec{v}_n^p$  son las componentes de secuencia positiva y negativa en el primario, dado que cada complejo tiene asociado un desfase que depende del diseño, si se representa el factor de desbalance en el secundario como fasor, el factor es,

$$\vec{u}_v^s = \frac{(K, -\varphi)}{(K, \varphi)} \frac{\vec{v}_n^p}{\vec{v}_p^p} = (1, -2\varphi)\vec{u}_v^p, \quad (4.39)$$

donde  $K$  es la magnitud del complejo relacionada a la razón de transformación y  $\varphi$  es la fase del complejo relacionada al desfase generado en el secundario. Por lo tanto se concluye que el desbalance en el secundario respecto del primario tiene la misma magnitud y sólo cambia la fase del

factor de desbalance en -2 veces el ángulo de desfase en el secundario tal como lo muestra la ecuación. (4.39).

#### 4.4 Desbalance de Corriente en Transformadores Multipulso

Un análisis general semejante al análisis hecho para el desbalance de voltaje se puede realizar en el caso de las corrientes.

Supóngase un transformador con tres tipos de secundarios desfasados entre si, como la Fig. 4.4b. La representación para voltajes simétricos positivo y negativo será la siguiente,

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_p^{s(r_1)} \\ \vec{v}_n^{s(r_1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{k}_{s(r_1)} & 0 \\ 0 & \vec{k}_{s(r_1)}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{v}_p^p \\ \vec{v}_n^p \end{bmatrix}, \quad (4.40)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_p^{s(r_2)} \\ \vec{v}_n^{s(r_2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{k}_{s(r_2)} & 0 \\ 0 & \vec{k}_{s(r_2)}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{v}_p^p \\ \vec{v}_n^p \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_p^{s(r_3)} \\ \vec{v}_n^{s(r_3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{k}_{s(r_3)} & 0 \\ 0 & \vec{k}_{s(r_3)}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{v}_p^p \\ \vec{v}_n^p \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

donde  $\vec{k}_r$  es el complejo donde su magnitud se relaciona con la razón de transformación y la fase dada por  $r$  se relaciona a la fase aportada por el secundario del transformador. Para las corrientes en el primario se produce la suma de los aportes de cada secundario, por lo tanto el modelo de paso simétrico queda dado como,

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_p^p \\ \vec{i}_n^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{k}_{s(\varphi_1)}^* & 0 \\ 0 & \vec{k}_{s(\varphi_1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_p^{s(\varphi_1)} \\ \vec{i}_n^{s(\varphi_1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{k}_{s(\varphi_2)}^* & 0 \\ 0 & \vec{k}_{s(\varphi_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_p^{s(\varphi_2)} \\ \vec{i}_n^{s(\varphi_2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{k}_{s(\varphi_3)}^* & 0 \\ 0 & \vec{k}_{s(\varphi_3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_p^{s(\varphi_3)} \\ \vec{i}_n^{s(\varphi_3)} \end{bmatrix} + \dots + \quad (4.43)$$

donde  $s(\varphi_1)$ ,  $s(\varphi_2)$  y  $s(\varphi_3)$  podrían ser  $s(-20)$ ,  $s(0)$  y  $s(+20)$  en el caso del transformador con delta extendido para celdas de entrada trifásicas, o  $s(10)$ ,  $s(30)$  y  $s(50)$  en el caso del transformador con zigzag para celdas de entrada monofásica. Por lo que un desbalance de corrientes provocada por la carga en el lado primario quedará definido en un transformador con 3 secundarios como,

$$\vec{u}_i^p = \frac{\vec{k}_{s(\varphi_1)} \vec{i}_n^{s(\varphi_1)} + \vec{k}_{s(\varphi_2)} \vec{i}_n^{s(\varphi_2)} + \vec{k}_{s(\varphi_3)} \vec{i}_n^{s(\varphi_3)}}{\vec{k}_{s(\varphi_1)}^* \vec{i}_p^{s(\varphi_1)} + \vec{k}_{s(\varphi_2)}^* \vec{i}_p^{s(\varphi_2)} + \vec{k}_{s(\varphi_3)}^* \vec{i}_p^{s(\varphi_3)}} \quad (4.44)$$

resultado que se puede extender a  $n$  secundarios. Por ejemplo en el caso del transformador con delta extendido considerando sólo tres secundario cada uno desfasado del otro en 20 grados, la expresión del factor de desbalance queda dada considerando la magnitud unitaria y fase de  $-20^\circ, 0^\circ$  y  $+20^\circ$  entre ellos como,

$$\vec{u}_i^p = \frac{(1, -20^\circ)\vec{i}_n^{s(-20)} + (1, 0^\circ)\vec{i}_n^{s(0)} + (1, +20^\circ)\vec{i}_n^{s(+20)}}{(1, +20^\circ)\vec{i}_p^{s(-20)} + (1, 0^\circ)\vec{i}_p^{s(0)} + (1, -20^\circ)\vec{i}_p^{s(+20)}} \quad (4.45)$$

En el caso del transformador con zigzag para celdas de entrada trifásica la expresión queda dada considerando los desfases de  $10^\circ, 30^\circ$  y  $50^\circ$  en los secundarios,

$$\vec{u}_i^p = \frac{(1, 10^\circ)\vec{i}_n^{s(10)} + (1, 30^\circ)\vec{i}_n^{s(30)} + (1, 50^\circ)\vec{i}_n^{s(50)}}{(1, -10^\circ)\vec{i}_p^{s(10)} + (1, -30^\circ)\vec{i}_p^{s(30)} + (1, -50^\circ)\vec{i}_p^{s(50)}} \quad (4.46)$$

Las componentes de secuencia positiva dependen sólo de las amplitudes de las corrientes de línea y su fase no se ve afectada por estas amplitudes, mientras que en las componentes de secuencia negativa su fase si depende de las amplitudes. Esto de las siguientes ecuaciones si,

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \sin(\omega t + \varphi_L) \\ I_b \sin(\omega t - 2\pi/3 + \varphi_L) \\ I_c \sin(\omega t + 2\pi/3 + \varphi_L) \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

donde  $\varphi_L$  es una fase aleatoria otorgada por la carga. Al pasar a componentes simétricas,

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_p \\ \vec{i}_n \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \vec{a} & \vec{a}^2 \\ 1 & \vec{a}^2 & \vec{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_a \\ \vec{i}_b \\ \vec{i}_c \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

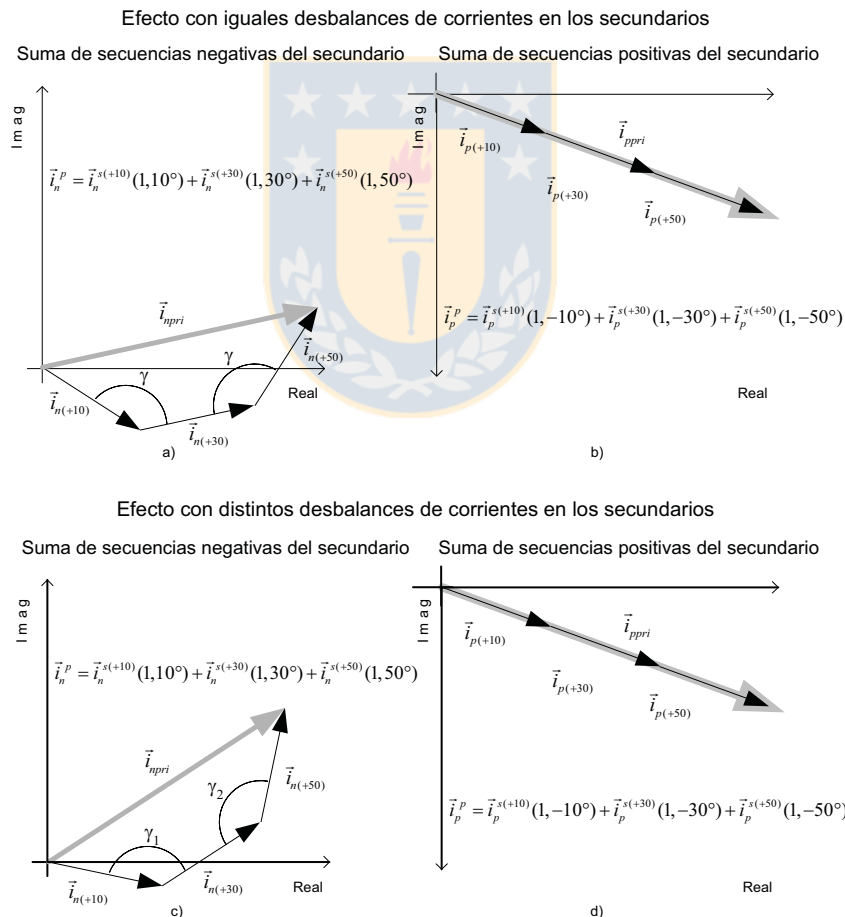
las componentes positiva y negativas resultan en función de las amplitudes como,

$$\vec{i}_p = \left( \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c), \varphi_L \right) \quad (4.49)$$

$$\vec{i}_n = \left( \frac{1}{3} \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 - I_a I_b - I_a I_c - I_b I_c}, \text{atan} \left[ \frac{\sqrt{3}(I_b - I_c)}{2I_a - I_b - I_c} \right] + \varphi_L \right) \quad (4.50)$$

de las expresiones se expresa la idea que la fase de la componente positiva no depende de las amplitudes es decir del desbalance de amplitud, en cambio la fase de la componente negativa si.

Ahora para un multipulso si en cada secundario se tuvieran distintos desbalances de amplitud de corriente para la fundamental, y las cargas fueran del mismo tipo las fase relativa a la carga  $\varphi_L$  serían dependientes del las fases de los voltajes de los secundario que la entrega la configuración del mismo. Por lo cual si en todos los secundarios se tuvieran el mismo desbalance y las fases relativas a la carga de las corrientes en los secundarios dependen exclusivamente del voltaje del secundario y por tanto de la fase del secundario, entonces no habrá atenuación según la Fig. 4.5c. Pero si los desbalances son distintos en cada secundario los ángulos relativos a las componentes negativas serán distintos y habrá atenuación ya que según las ecuaciones (4.45) o (4.46) el numerador habrá disminuido ya que los ángulos de suma de las componentes negativas  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son siempre mayor o igual que  $\gamma$ , el cual es el ángulo fijo de la suma de las componentes negativas cuando hay igual desbalances de corrientes en los secundarios (ver Fig.4.5a y Fig4.5c).



**Fig. 4.5 Diagramas para la suma de las componentes simétricas para pasar al primario**

- (a) Suma de Corrientes de Sec. Negativa con iguales desbalances en secundarios
- (b) Suma de Corrientes de Sec. Positiva con iguales desbalances
- (c) Suma de Corrientes de Sec. Negativa con distintos desbalances en secundarios
- (d) Suma de Corrientes de Sec. Positiva con distintos desbalances en secundarios.

## 4.5 Celdas de Entrada Trifásica ante desbalance.

### 4.5.1 Armónicas en la Celda sin Desbalance

Una celda con puentes de diodos en la entrada, como la observada en la Fig. 2.1b, sin desbalance presenta armónicas en sus líneas de entrada y en su enlace, dependiendo de la frecuencia de salida  $f_o$ , asociada al control de velocidad en un motor de inducción generalmente.

Desde el punto de vista del rectificador [4] en primera instancia, si se considera la corriente de entrada al rectificador balanceado como,

$$\begin{aligned} i_a &= I_1 \sin(\omega_s t) + I_5 \sin(5\omega_s t + \varphi_5) + I_7 \sin(7\omega_s t + \varphi_7) + \dots \\ i_b &= I_1 \sin(\omega_s t - 2\pi/3) + I_5 \sin(5\omega_s t + 2\pi/3 + \varphi_5) + I_7 \sin(7\omega_s t - 2\pi/3 + \varphi_7) + \dots \\ i_c &= I_1 \sin(\omega_s t + 2\pi/3) + I_5 \sin(5\omega_s t - 2\pi/3 + \varphi_5) + I_7 \sin(7\omega_s t + 2\pi/3 + \varphi_7) + \dots \end{aligned} \quad (4.51)$$

Donde  $I_1$ ,  $I_5$  e  $I_7$ , son amplitudes de las corrientes armónicas en las líneas de entrada al rectificador. Cumpliendo con las leyes de corriente se encuentra que en el enlace del rectificador la corriente que va hacia el condensador es (a la salida del puente en el lado DC)  $i_{DCrect}$ ,

$$i_{DCrect} = i_a \sin(\omega_s t) + i_b \sin(\omega_s t - 2\pi/3) + i_c \sin(\omega_s t + 2\pi/3), \quad (4.52)$$

lo que se puede expresar como,

$$i_{DCrect} = \frac{3}{2} I_1 + \frac{3}{2} (I_5 - I_7) \cos(6\omega_s t) + \dots \quad (4.53)$$

Simulando una de estas celdas se puede comprobar el efecto de la multiplicación de la segunda armónica de salida. Las frecuencias que aparecen al hacer el análisis de Fourier corresponden a armónicas características debido a la operación de un puente rectificador de seis pulsos y a armónicas no características producto de la frecuencia de operación a la salida de la celda. Todas se pueden expresar como armónicas de las corrientes de entrada características  $h_{fsLin}$  y no características  $h_{NCLin}$  como,

$$h_{fsLin} = (6k \pm 1), \quad (4.54)$$

$$h_{NCLin} = h_{fsLin} \pm 2 \frac{f_o}{f_s}. \quad (4.55)$$

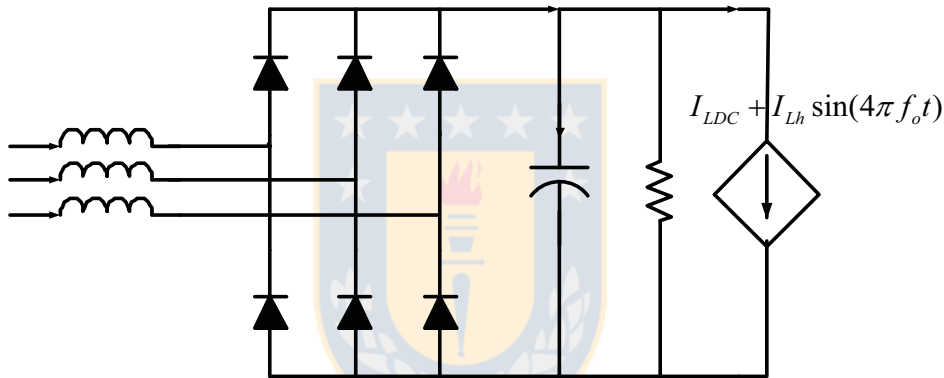
Además en el enlace DC las armónicas características y las no características pueden finalmente quedar expresadas como  $h_{fsEnl}$  para armónicas características y  $h_{NCEnl}$  para las no características como,

$$h_{fsEnl} = 6k \quad (4.56)$$

$$h_{NCEnl} = h_{fsEnl} \pm 2 \frac{f_o}{f_s}, \quad (4.57)$$

donde  $k=1,2,3,\text{etc.}$

Una celda funcionando con una frecuencia distinta a la de la red, puede representarse con el modelo del puente de diodo trifásico y como carga una fuente de segunda armónica respecto de la frecuencia de salida.



**Fig. 4.6 Modelo de la celda considerando una fuente de corriente para el inversor de salida**

En la Fig. 4.6.  $I_{LDC}$  es la amplitud de la corriente dc de la carga e  $I_{Lh}$  es la amplitud de la corriente ac de la carga.

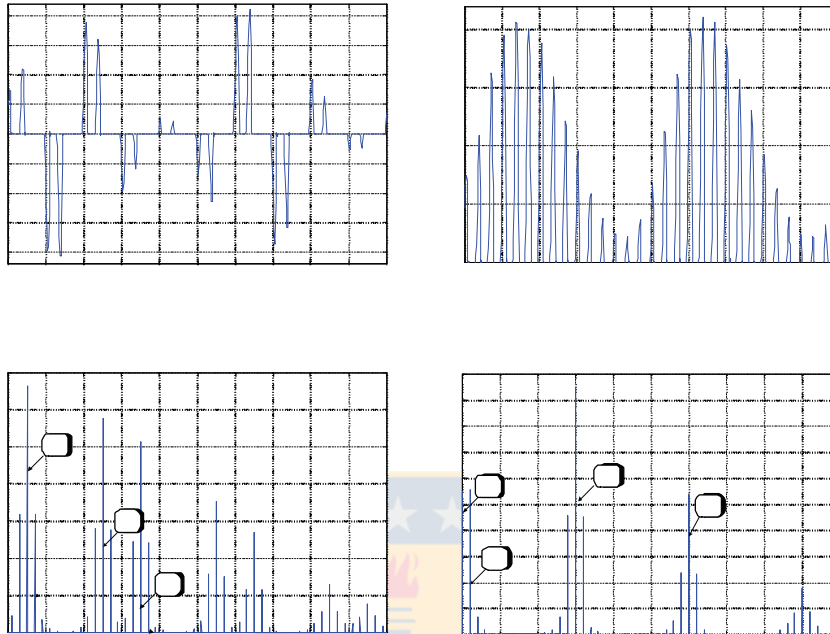
Una simulación del caso balanceado en la entrada verifica que las armónicas que aparecen en la celda dadas por las ecuaciones (4.54) a (4.55) son correctas. Los datos de la simulación son los que se entregan en la tabla 4.3.

**Tabla 4-3 Valores de Simulación de la Celda.**

Datos	Valores
$f_s$ (frecuencia de la fuente)	50 Hz
$f_o$ (frecuencia de salida)	10 Hz
C (filtro dc)	470 $\mu\text{F}$
$R_c$ (Resistencia Enlace)	5000 $\Omega$
$I_{Lh}$ (Amplitud de Componente 2da Armónica)	0.3 A
$I_{LDC}$ (Comp. Continua de Corriente de carga)	0.2 A



La corriente de entrada en la línea b, y la corriente en el enlace son las que se muestran en la Fig. 4.6. Donde además se encuentran el espectro de dichas formas de onda.



**Fig. 4.7 Simulación de la Celda sin desbalance en la fuente**

- (a) Corriente en la línea b de entrada a la celda. (b) Corriente en el enlace DC. (c) Espectro de Corriente de la línea b de entrada a la celda (d) Espectro de Corriente del enlace DC (Modo 6 pulsos)

### 4.5.2 Armónicas en la Celda trifásica ante Desbalance <sup>2</sup>

La celda en el caso de desbalance en sus voltajes de entrada, se comporta con corrientes de entradas que ya no siguen la serie entregada en el punto anterior, en este caso las armónicas que presentan las corrientes de entradas son todas las impares sin ninguna restricción. Estas corrientes de entrada desbalanceadas se pueden expresar como,

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_{a1} \sin(\omega_s t) + I_{a3} \sin(3\omega_s t + \varphi_3) + I_{a5} \sin(5\omega_s t + \varphi_5) + I_{a7} \sin(7\omega_s t + \varphi_7) + \dots \quad 0 \\
 i_b &= I_{b1} \sin(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}) + I_{b3} \sin(3\omega_s t - \pi + \varphi_3) + I_{b5} \sin(5\omega_s t + \frac{2\pi}{3} + \varphi_5) + I_{b7} \sin(7\omega_s t - \frac{2\pi}{3} + \varphi_7) \dots \quad (4.58) \\
 i_c &= I_{c1} \sin(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}) + I_{c3} \sin(3\omega_s t + \pi + \varphi_3) + I_{c5} \sin(5\omega_s t - \frac{2\pi}{3} + \varphi_5) + I_{c7} \sin(7\omega_s t + \frac{2\pi}{3} + \varphi_7) \dots \quad -1
 \end{aligned}$$

Donde la amplitud de las armónicas múltiplos de tres, estrictamente por la definición, deben ser para  $h=1,2,3$ , etc.

$$I_{a3h} = I_{b3h} + I_{c3h} \quad (4.59)$$

Esto es debido a que las corrientes suman cero y sus fases definidas para  $i_{b3}$  e  $i_{c3}$  son respectivamente  $-\pi + \varphi_3$  y  $\pi + \varphi_3$ , donde,

$$i_{b3} = I_{b3} \sin(3\omega_s t - \pi + \varphi_3), \quad (4.60)$$

$$i_{c3} = I_{c3} \sin(3\omega_s t + \pi + \varphi_3), \quad (4.61)$$

En el enlace la corriente al igual que en el caso balanceado es,

$$i_{DCrect} = i_a \sin(\omega_s t) + i_b \sin(\omega_s t - 2\pi/3) + i_c \sin(\omega_s t + 2\pi/3), \quad (4.62)$$

Las corrientes continua y de segunda armónica en el enlace provocada tanto por la fundamental como la tercera armónica en la entrada, resultan del desarrollo algebraico y uso de la amplitud de los respectivos fasores, como,

$$i_{DCrect} = \frac{1}{2}(I_{a1} + I_{b1} + I_{c1}) + \frac{1}{2} A_2 \sin(2\omega_s t + \varphi_2) + \frac{1}{2} A_{2R} \sin(2\omega_s t + \varphi_{2R}) + \frac{1}{2} A_{4R} \sin(4\omega_s t + \varphi_{4R}), \quad (4.63)$$

donde,

$$A_2 = \sqrt{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 - I_{a1}I_{b1} - I_{b1}I_{c1} - I_{c1}I_{a1}}, \quad (4.64)$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(I_{b1} - I_{c1})}{-2I_{a1} + I_{b1} + I_{c1}}\right), \quad (4.65)$$

$$A_{2R} = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{b3}^2 + I_{c3}^2 + I_{a3}I_{b3} - I_{b3}I_{c3} + I_{c3}I_{a3}}, \quad (4.66)$$

$$\varphi_{2R} = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(I_{c3} - I_{b3})}{2I_{a3} + I_{b3} + I_{c3}}\right), \quad (4.67)$$

$$A_{4R} = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{b3}^2 + I_{c3}^2 + I_{a3}I_{b3} - I_{b3}I_{c3} + I_{c3}I_{a3}}, \quad (4.68)$$

$$\varphi_{4R} = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(I_{b3} - I_{c3})}{2I_{a3} + I_{b3} + I_{c3}}\right), \quad (4.69)$$

Donde las amplitudes  $A_{2R}$  y  $A_{4R}$  corresponden a la amplitud de la segunda armónica y la cuarta en el enlace debido a la tercera armónica de corriente en la entrada del rectificador. Estas

amplitudes, a diferencia de  $A_2$  que es producida por el desbalance de las corrientes de componente fundamental, existe sólo en caso que aparezca alguna componente de tercera armónica en la entrada, la cual es provocada a causa de la segunda armónica el enlace que es producida por la corriente fundamental desbalanceada en la entrada. Por lo tanto  $(A_{2R}, \varphi_{2R})$  y  $(A_{4R}, \varphi_{4R})$  vienen siendo efectos de la realimentación de la distorsión del desbalance.

Si se define la magnitud de factor de desbalance para corriente de fase de la misma manera como se definió para el voltaje de fase para la fundamental, se tendrá,

$$U_i = \frac{I_n}{I_p} = \frac{\sqrt{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 - I_{a1}I_{b1} - I_{b1}I_{c1} - I_{c1}I_{a1}}}{I_{a1} + I_{b1} + I_{c1}}. \quad (4.70)$$

Por lo tanto si definimos la corriente de enlace en función de la magnitud del factor de desbalance para corriente fundamental,

$$i_{DCrect} = \frac{3}{2}I_p + \frac{3}{2}I_n \sin(2\omega_s t + \varphi_2) + \frac{1}{2}A_{2R} \sin(2\omega_s t + \varphi_{2R}) + \dots, \quad (4.71)$$

y si dejamos la expresión en función del factor de desbalance queda,

$$i_{DCrect} = I_p \left( \frac{3}{2} + \frac{3}{2}U_i \sin(2\omega_s t + \varphi_2) \right) + \frac{1}{2}A_{2R} \sin(2\omega_s t + \varphi_{2R}) + \dots, \quad (4.72)$$

donde,

$$I_p = \frac{1}{3}(I_{a1} + I_{b1} + I_{c1}). \quad (4.73)$$

Ahora si el condensador no es suficientemente grande, principalmente se encontrarán las siguientes armónicas expresadas como,

$$h_{fsLin} = (2k + 1), \quad (4.74)$$

$$h_{NCLin} = h_{fsLin} \pm 2 \frac{f_o}{f_s}. \quad (4.75)$$

donde  $h_{fsLin}$  son las armónicas características de corriente en la línea de entrada para  $k=1,2,3,$ etc, y  $h_{NCLin}$  son las armónicas no características provocadas al tener una frecuencia distinta de cero en el inversor de salida. Además en el enlace las armónicas características y las no características pueden finalmente quedar expresadas como,

$$h_{fsEnl} = 2k \quad (4.76)$$

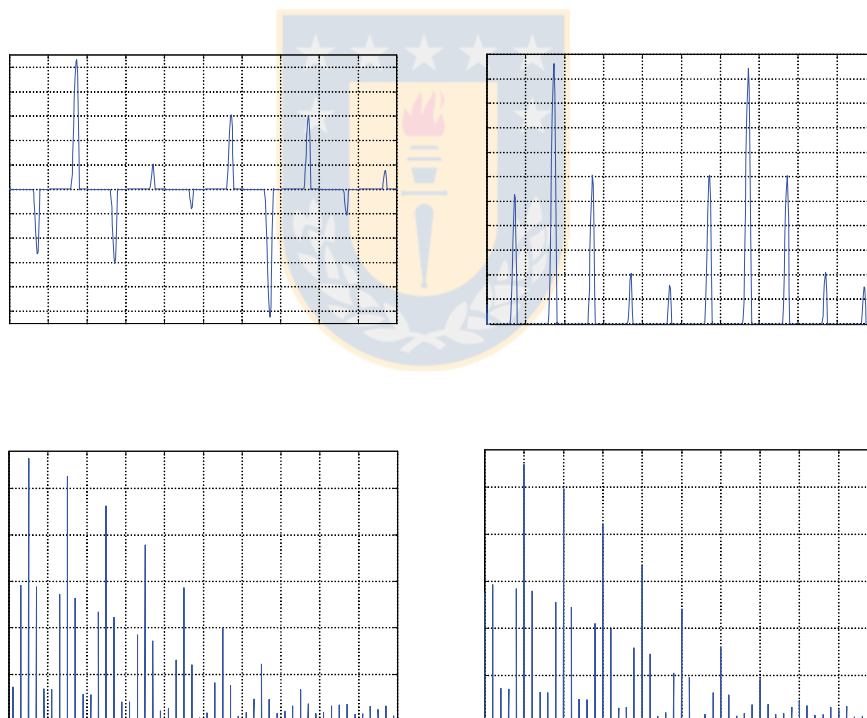
$$h_{NCEnl} = h_{f_s, Enl} \pm 2 \frac{f_o}{f_s}. \quad (4.77)$$

donde  $h_{f_s, Enl}$  son armónicas características en el enlace DC y  $h_{NCEnl}$  armónicas no características en el enlace DC.

Las simulaciones en SPICE, al igual que en el caso balanceado, pueden corroborar la caracterización de las armónicas en la celda.

**Tabla 4-4 Datos de Simulación de la Celda.**

Datos	Valores
$f_s$ (frecuencia de la fuente)	50 Hz
$f_o$ (frecuencia de salida)	10 Hz
$C$ (Filtro de enlace)	470 $\mu$ F
$R_c$ (Resistencia Enlace)	5000 $\Omega$
$A_i$ (amplitud de la 2ª armónica)	0.1 V
$U_v$ (VUF entrada)	13.79 %



**Fig. 4.8 Simulación de la Celda con desbalance en la fuente**

(a) Corriente en la línea b de entrada a la celda. (b) Corriente en el enlace DC (Modo 2 Pulsos). (c) Espectro de Corriente de la línea b de entrada a la celda (d) Espectro de Corriente del enlace DC

En resumen, cuando el voltaje aplicado al rectificador es desbalanceado, las corrientes en la entrada presentan una amplificación del desbalance en amplitud y fase debido a la armónicas pares en el enlace revelan todas sus armónicas impares, a diferencia del caso normal de operación donde las impares múltiplos de tres no se hallaban en la serie que describía las armónicas características.

También se puede apreciar que las armónicas características en el enlace son todas las pares, al igual que en el caso anterior, éstas ya no se encuentran sujetas sólo a una serie como la de los múltiplos de seis.

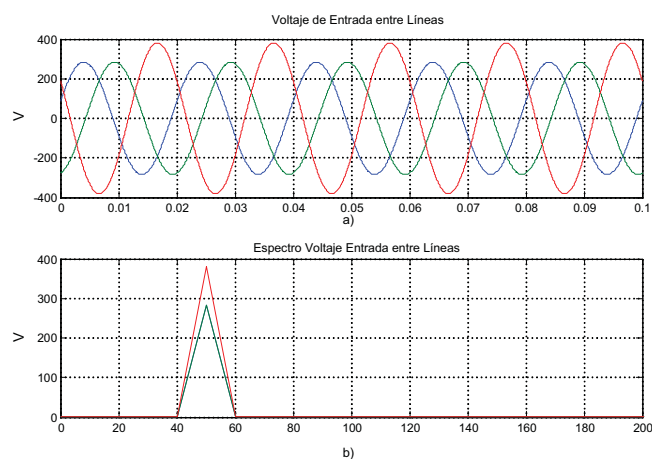
### 4.5.3 Simulación del sistema con celdas trifásicas ante desbalance

Será posible apreciar una simulación a partir de un desbalance de un 22% que la salida del convertidor no presenta desbalance alguno.

**Tabla 4-5 Datos de Simulación del Sistema.**

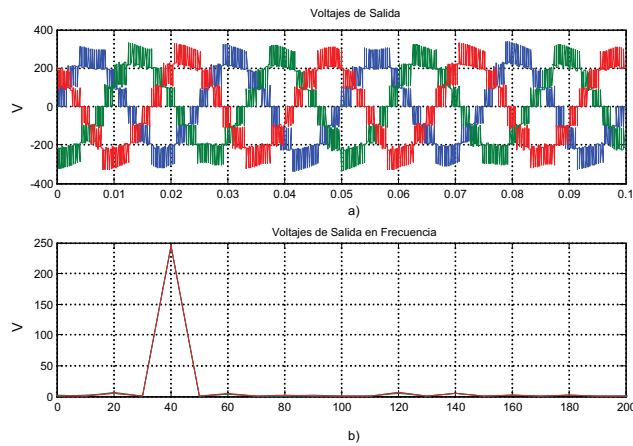
Datos	Valores
$f_s$ (frecuencia de la fuente)	50 Hz
$f_o$ (frecuencia de salida)	40 Hz
$C$ (Filtro de enlace)	400 $\mu$ F
$R_c$ (Resistencia Enlace)	8000 $\Omega$
$R_o$ (Resistencia de Carga)	93 $\Omega$
$L_c$ (Inductancia de carga)	277.6 mH
$U_v$ (magnitud VUF de entrada)	22.22 %

Las formas de onda asociada a la simulación son las siguientes:

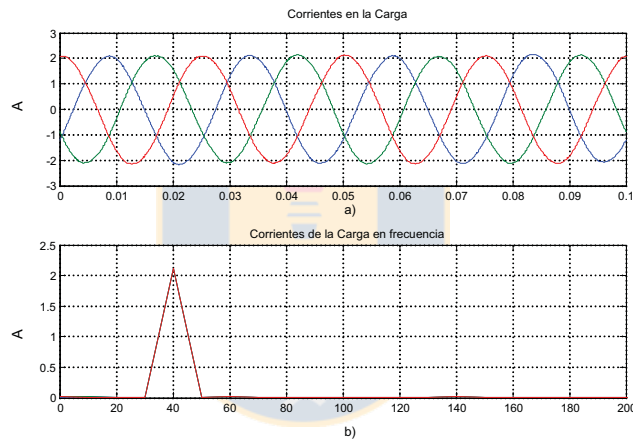


**Fig. 4.9 Voltajes en la entrada para simulación del sistema**

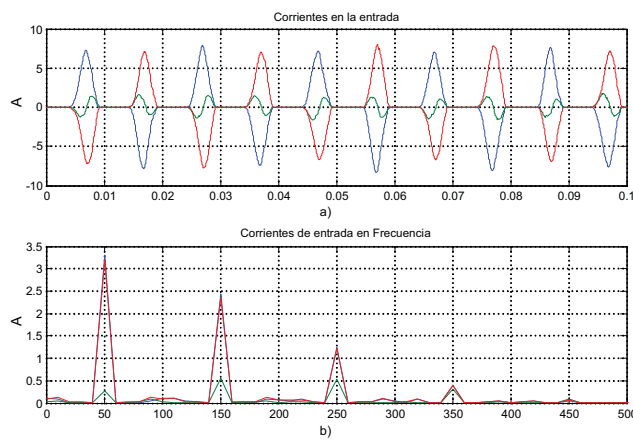
(a) Voltajes entre línea en primario de transformador. (b) Espectro de los Voltajes entre línea.



**Fig. 4.10 Voltajes de salida del Convertidor Multicelda**  
**(a)** Voltaje de Salida del Convertidor **(b)** Espectro de los Voltajes de Salida



**Fig. 4.11 Corrientes de Salida en la Carga**  
**(a)** Corriente de la carga conectada al convertidor **(b)** Espectro de la corriente de la carga.



**Fig. 4.12 Corrientes en la Línea de Entrada**  
**(a)** Corriente en la línea primaria de la configuración **(b)** Espectro de la corriente mostrada en (a)

Esta simulación corrobora el análisis anterior. De esta forma se puede ver que en la línea se tienen armónicas de orden impar, además de una distorsión en las formas de onda de salida aunque constan ser pequeñas.

**Tabla 4-6 Datos de Interés de la Simulación**

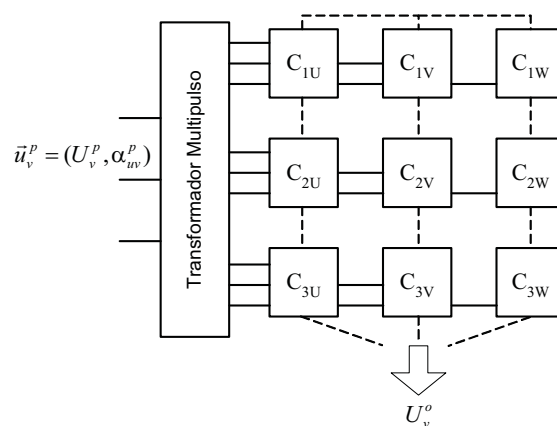
Datos	Valores
$THD_{vo}$ (Distorsión del un Voltaje de Salida)	25.1 %
$THD_{io}$ (Distorsión de una Corriente de Salida)	1,01 %
$THD_{ii}$ (Distorsión de una Corriente de entrada)	88.29 %

En conclusión se verá que aun es posible mejorar la operación del convertidor frente al desbalance en la línea de entrada. Tópico que se desarrollará en el capítulo siguiente.

## 4.6 Sistema de Celdas Monofásicas Sometidas a Desbalance

Es interesante saber que a diferencia del caso del sistema con celdas de entrada trifásicas, el sistema multicelda con celdas monofásicas, es susceptible ante desbalance y aunque presenta algún tipo de compensación, que veremos en este capítulo gracias a la configuración del transformador, aun así, un desbalance en la línea principal se refleja en la salida aunque en menor grado.

Esto debido a que cada una de estas celdas es de entrada monofásica y un desbalance en la línea se refleja en cada secundario tal como se revisó en el apartado anterior, además como las celdas están asociada a cada fase de los secundarios, un desbalance en la línea principal, termina por reflejarse en la salida tal como se muestra en la figura siguiente:



**Fig. 4.13 Factor de Desbalance en un Multicelda.**

Es posible encontrar la magnitud del factor de desbalance de salida en función del factor de desbalance de entrada gracias a las componentes simétricas. Con esta se pueden expresar las magnitudes de cada fase.

Se tiene que las magnitudes de los voltajes de salida del convertidor son:

$$V_{ou} = k(V_a^{s(+10)} + V_a^{s(+30)} + V_a^{s(+50)}) \quad (4.78)$$

$$V_{ov} = k(V_b^{s(+10)} + V_b^{s(+30)} + V_b^{s(+50)}) \quad (4.79)$$

$$V_{ow} = k(V_c^{s(+10)} + V_c^{s(+30)} + V_c^{s(+50)}) \quad (4.80)$$

Donde  $V_{ou}$ ,  $V_{ov}$  y  $V_{ow}$  son las magnitudes de los voltajes de salida del convertidor.  $V_a^{s(+10)}$ ,  $V_b^{s(+10)}$  y  $V_c^{s(+10)}$  son las magnitudes de los voltajes de fase del primer secundario zigzag que desfasa el voltaje trifásico de entrada en 10 grados y que alimentan a las celdas  $C_{1U}$ ,  $C_{1V}$  y  $C_{1W}$  respectivamente. De las componentes simétricas, recordando que la componente cero es nula dado que no existe en el primario, se tiene que los voltajes de fase de los secundarios son:

$$V_a^{s(r)} = k \left| 1 + \vec{u}_v^{s(r)} \right| \quad (4.81)$$

$$V_b^{s(r)} = k \left| \vec{a} + \vec{u}_v^{s(r)} \right| \quad (4.82)$$

$$V_c^{s(r)} = k \left| 1 + \vec{a}\vec{u}_v^{s(r)} \right| \quad (4.83)$$

Donde  $\vec{u}_v^{s(r)}$  es el factor de desbalance correspondiente al secundario  $s(r)$  que se puede expresar en función del factor de desbalance primario entregado en la ecuación (4.37). De forma que el superíndice  $r$  es,

$$r = +10^\circ, +30^\circ, +50^\circ, \quad (4.84)$$

correspondiente a los desfases dados por los secundarios. Además  $\vec{a}$  es el fasor,

$$\vec{a} = (1, 120^\circ). \quad (4.85)$$

Por lo que reemplazando (4.81)-(4.83) en (4.78)-(4.80) se acepta que,

$$V_{ou} = k \cdot \left( \left| 1 + \vec{u}_v^{s(+10)} \right| + \left| 1 + \vec{u}_v^{s(+30)} \right| + \left| 1 + \vec{u}_v^{s(+50)} \right| \right), \quad (4.86)$$

$$V_{ov} = k \left( \left| \vec{a} + \vec{u}_v^{s(+10)} \right| + \left| \vec{a} + \vec{u}_v^{s(+30)} \right| + \left| \vec{a} + \vec{u}_v^{s(+50)} \right| \right), \quad (4.87)$$

$$V_{ow} = k \left( \left| 1 + \vec{a}\vec{u}_v^{s(+10)} \right| + \left| 1 + \vec{a}\vec{u}_v^{s(+30)} \right| + \left| 1 + \vec{a}\vec{u}_v^{s(+50)} \right| \right), \quad (4.88)$$

Desarrollando las ecuaciones presentadas, en función del factor de desbalance de entrada y



considerando la ecuación (4.37) para el transformador delta-zigzag investigado la cual entrega los desfases del desbalance en cada secundario, las magnitudes de los voltajes de fase de salida son,

$$|1 + \vec{u}_v^{s(r)}| = \sqrt{U_p^2 + 2U_p \cos(\alpha_u + \alpha_u^r) + 1}, \quad (4.89)$$

$$|\vec{a} + \vec{u}_v^{s(r)}| = \sqrt{U_p^2 + U_p \left( \sqrt{3} \sin(\alpha_u + \alpha_u^r) - \cos(\alpha_u + \alpha_u^r) \right) + 1}, \quad (4.90)$$

$$|1 + \vec{a}\vec{u}_v^{s(r)}| = \sqrt{U_p^2 + 2U_p \cos(\alpha_u + \alpha_u^r + 120^\circ) + 1}, \quad (4.91)$$

El parámetro  $\alpha_u^r$ , es el ángulo característico del desbalance de cada secundario, el cual se suma al ángulo de fase del desbalance de entrada, por lo que  $\alpha_u^r$  puede ser  $-20^\circ$ ,  $-60^\circ$  o  $-100^\circ$ , como se ve en la ecuación (4.37).

La magnitud de desbalance de entrada  $U_p$  y la magnitud de desbalance de salida  $U_o$  pueden ser calculados como ya hemos visto a través de,

$$U_p = \sqrt{\frac{1 - K_p/K_{pe}}{1 + K_p/K_{pe}}}, \quad (4.92)$$

$$K_p = \frac{1}{4} \sqrt{(2V_{ab}^2 V_{bc}^2 + 2V_{bc}^2 V_{ca}^2 + 2V_{ca}^2 V_{ab}^2 - V_{ab}^4 - V_{bc}^4 - V_{ca}^4)} \quad (4.93)$$

$$K_{pe} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left[ \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{3} \right] \quad (4.94)$$

$$\alpha_{up} = \text{atan} \left( \frac{\sqrt{3} \cdot (V_{bc}^2 - V_{ca}^2)}{2 \cdot V_{ab}^2 - V_{bc}^2 - V_{ca}^2} \right), \quad (4.95)$$

$$U_o = \sqrt{\frac{1 - K_o/K_{oe}}{1 + K_o/K_{oe}}}, \quad (4.92)$$

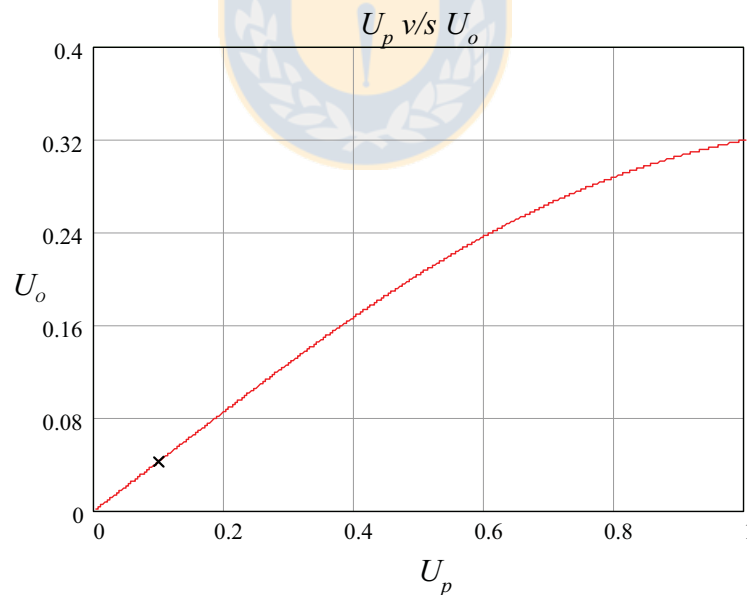
$$K_o = \frac{1}{4} \sqrt{(2V_{uv}^2 V_{vw}^2 + 2V_{vw}^2 V_{wu}^2 + 2V_{wu}^2 V_{uv}^2 - V_{uv}^4 - V_{vw}^4 - V_{wu}^4)}, \quad (4.93)$$

$$K_{oe} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left[ \frac{V_{uv}^2 + V_{vw}^2 + V_{wu}^2}{3} \right], \quad (4.94)$$

$$\alpha_{uo} = \text{atan} \left( \frac{\sqrt{3}(V_{vw}^2 - V_{wu}^2)}{2V_{uv}^2 - V_{vw}^2 - V_{wu}^2} \right). \quad (4.95)$$

Donde  $K_p$  y  $K_o$  son las áreas de los triángulos formados por los voltajes de línea del primario y de la salida del convertidor,  $K_{pe}$  y  $K_{oe}$  son los triángulos cuando los mismos voltajes están balanceados. Estas expresiones fueron definidas al comienzo del capítulo en las ecuaciones (4.8)-(4.10) y fueron desarrolladas en [8]. Además  $\alpha_{up}$  y  $\alpha_{uo}$ .

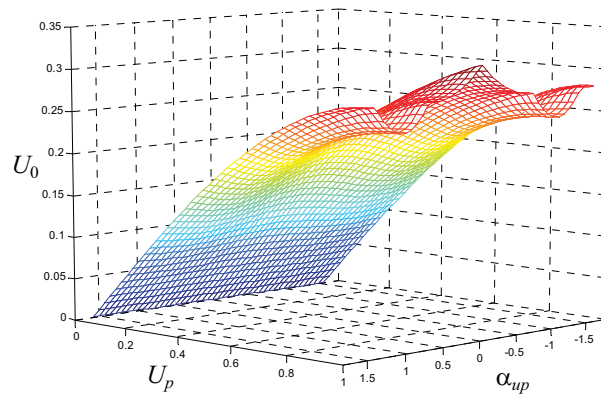
Si se grafica la magnitud del factor de desbalance de salida y se considera que sólo cambia la magnitud del factor de desbalance de entrada, ya que solamente se considera desbalance de la magnitud del voltaje y no de fase, entonces se aprecia en la grafica obtenida de las ecuaciones recién vistas que existe una atenuación del desbalance.



**Fig. 4.14 Magnitud de Desbalance de Salida respecto del desbalance de Entrada**

Ahora si se considera que también varía la fase del factor de desbalance, a partir de la

Fig.4.14 es posible ver que esto puede ayudar en parte a la atenuación del desbalance en la salida, pero no empeora la situación.



**Fig. 4.15 Magnitud Desbalance de Salida vs. Factor de Desbalance**

Por lo que los resultados indican que en caso de haber un desbalance en la línea de entrada, la configuración puede compensar en lazo abierto hasta un mínimo de un 85% de la magnitud de desbalance de entrada en el peor caso. Esto se puede apreciar en cualquiera de las figuras anteriores (Fig. 4.13 ó Fig. 4.14).

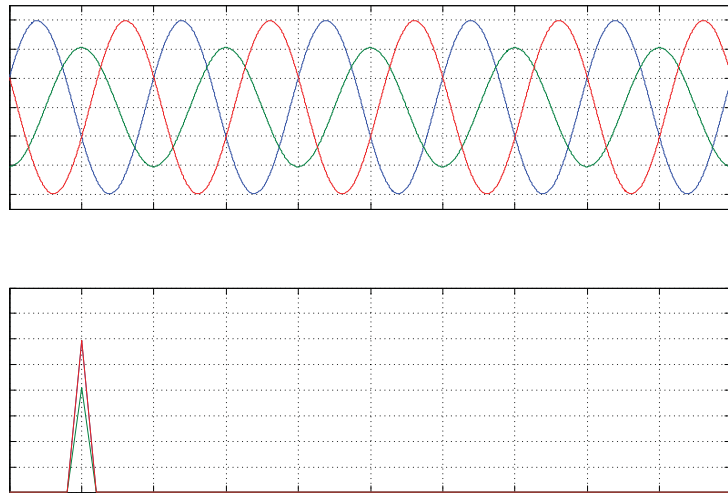
#### 4.6.1 Simulación del sistema con celdas monofásicas ante desbalance

El análisis anterior se puede confirmar con las simulaciones del sistema, frente a un desbalance cualquiera.

**Tabla 4-7 Datos de Simulación del Sistema en Desbalance**

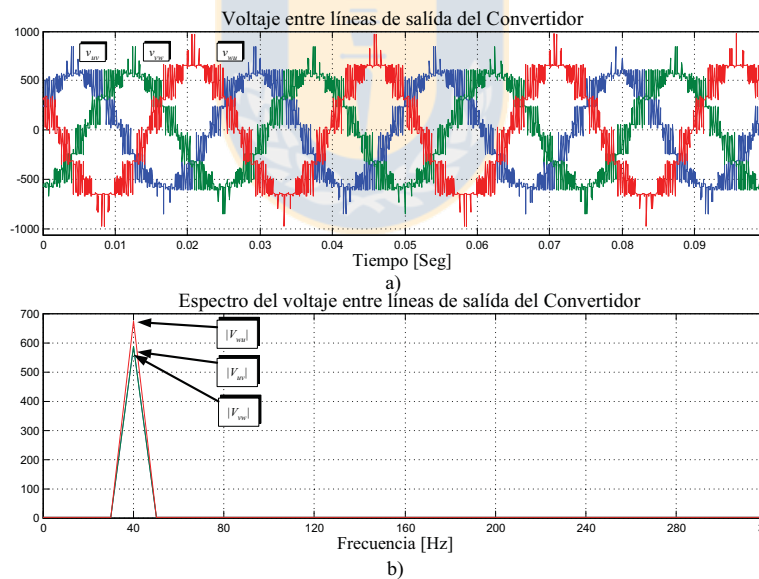
Datos	Valores
$f_s$ (frecuencia de la fuente)	50 Hz
$f_o$ (frecuencia de salida)	40 Hz
$C$ (dc filter)	50 mF
$R_c$ (Resistencia Enlace)	10000 $\Omega$
$R_o$ (Resistencia de carga)	180 $\Omega$
$L_o$ (Inductor en la carga)	40 mH
Desbalance en la entrada	22.3 %

Las figuras correspondientes a la simulación son:



**Fig. 4.16 Magnitud Desbalance de Salida vs. Factor de Desbalance**

(a) Voltaje en línea de entrada (b) Magnitud del Voltaje en Frecuencia



**Fig. 4.17 Magnitud Desbalance de Salida vs. Factor de Desbalance**

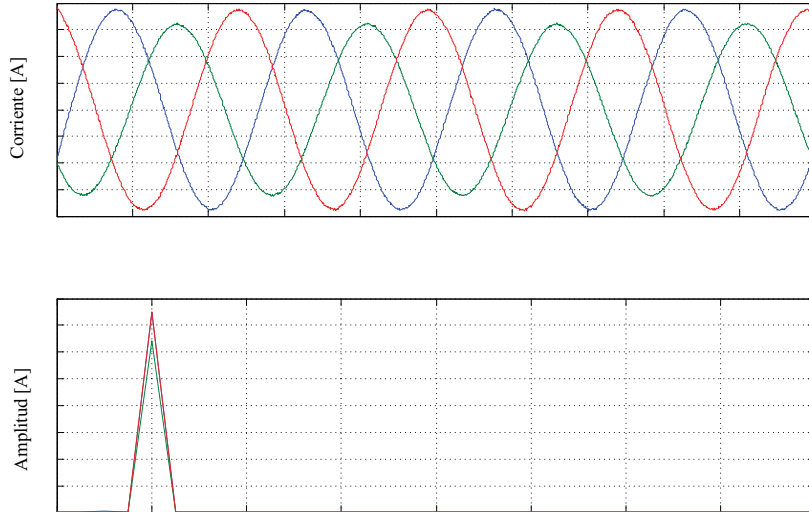
(a) Voltaje de línea en la carga de salida (b) Magnitud del voltaje de salida en frecuencia

De las simulaciones es posible comprobar el efecto de compensación ante desbalance que presenta este tipo de configuración ya que si se aprecia la magnitud del voltaje de salida en función de la frecuencia, se verá un pequeño desbalance en comparación al de entrada. Esto se cuantifica en

Voltaje [V]  
 300  
 200  
 100  
 0  
 -100  
 -200  
 -300  
 0

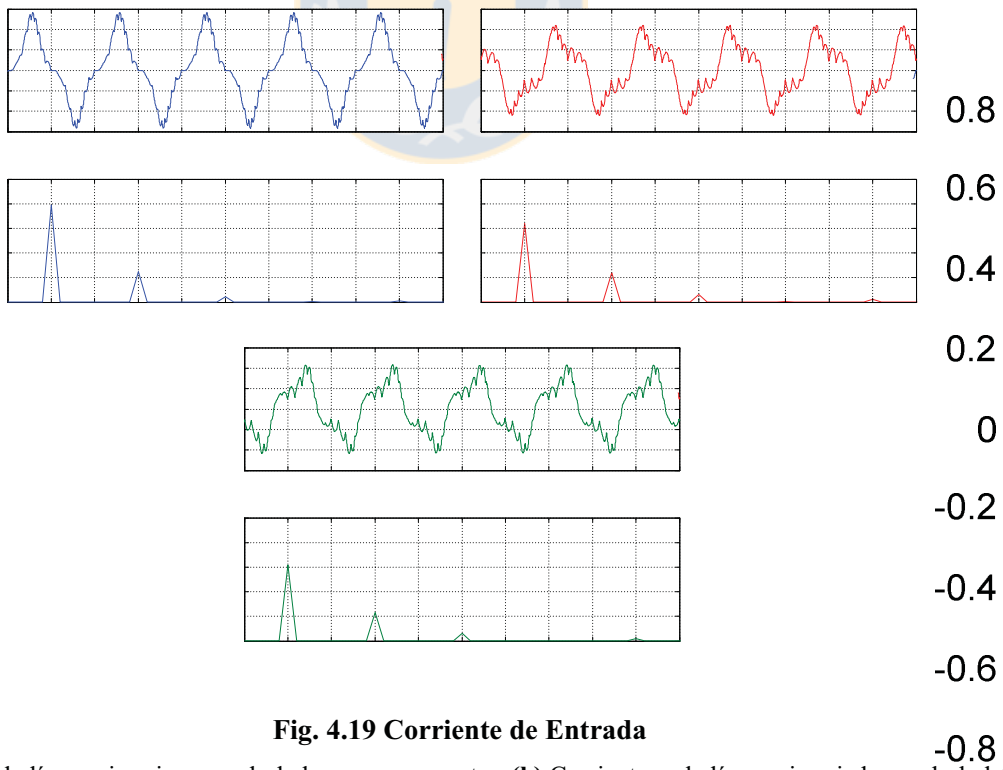
d [M]  
 400  
 350  
 300  
 250  
 200

la tabla 4.8 de la pagina siguiente.



**Fig. 4.18 Corriente en la Carga ante Desbalance**

(a) Corrientes en la Carga con desbalance (b) Magnitud de las Corrientes desbalanceadas en Frecuencia



**Fig. 4.19 Corriente de Entrada**

(a) Corriente en la línea primaria a con desbalance y su espectro (b) Corriente en la línea primaria b con desbalance y su espectro (c) Corrientes en la línea primaria c con desbalance y su espectro

0.8

0.7

**Tabla 4-8 Datos Obtenidos de Simulación**

<b>Datos</b>	<b>Valores</b>
$U_p$ (factor de desbalance entrada)	22 %
$U_o$ (factor de desbalance salida)	9.47 %
$U_{io}$ (factor de desbalance corriente de salida)	4.86 %
$U_{ii}$ (factor de desbalance corriente de entrada)	7.42 %
THD <sub>ii</sub> (distorsión armónica corriente en entrada )	30.1 %

Los resultados que se observan en la tabla para el factor de desbalance concuerdan exactamente con el análisis y las graficas entregadas en el apartado 4.5.2, y apoyan los anteriores comentarios sobre la compensación en lazo abierto que aportaba el sistema de forma natural cuando existe desbalance.

## 4.7 Discusión y Conclusiones

Definitivamente las dos topologías presentadas en esta memoria presentan un muy buen comportamiento ante la ocurrencia de un desbalance en la línea de entrada. En especial la primera, con celdas de entrada trifásica, que prácticamente se comporta como buffer que ante cualquier desbalance prolongado en el tiempo, éste entrega una energía relativamente limpia y lo mejor de todo, sin desbalance alguno. Aun así será posible mejorar la calidad de energía entregada a la carga desde el punto de vista de la distorsión si se incrementa la capacidad del condensador. Esto no deberá hacerse en forma desmedida, ya que los faradios en condensadores de potencia cuestan demasiado y el precio de estos equipos se ve afectado mayormente por éste elemento. Por lo tanto en el capítulo siguiente se entrega una forma de dimensionar el condensador a partir del desbalance estimado en la red.

Por otro lado la topología con celdas monofásicas, si bien es cierto presenta un nivel de compensación ante desbalance, se podría corregir el desbalance que no es compensado naturalmente, por un sistema de control sobre los inversores de salida de cada celda. Este tema se da a conocer en un siguiente capítulo.

## 5 Compensación en el Convertidor con Celdas Trifásicas.

### 5.1 Introducción

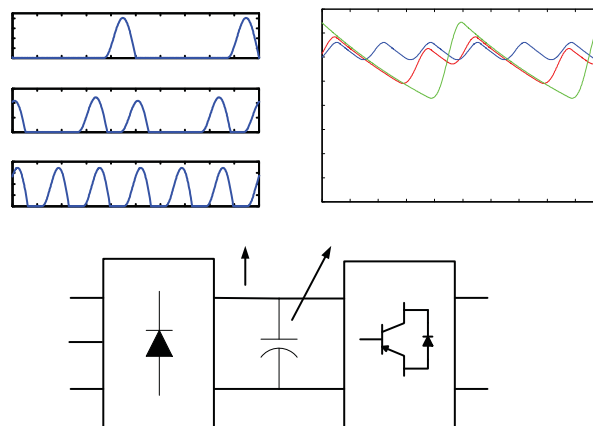
El problema en el caso del sistema con celdas de entrada trifásicas ante desbalance, es la distorsión que se provoca hacia la carga, en particular si el condensador es demasiado pequeño y la frecuencia de entrada y salida son iguales. La solución más lógica consiste en aumentar la capacidad del condensador de enlace, de manera que esa distorsión se atenúe. Para frecuencias distintas entre la entrada de celda y el inversor, basta con realizar un diseño para la frecuencia más baja, ya que su segunda armónica de corriente en el enlace es la que más afecta al voltaje del condensador [10], [11].

Para lo cual se propone un procedimiento que permite considerar una condición de desbalance y la cantidad de distorsión que es aceptable en la salida del convertidor.

### 5.2 Pulsos de Corriente en el Enlace DC por Desbalances.

El desbalance en el rectificador trifásico puede provocar en el enlace 3 formas de funcionamiento, estos son los modos de 6, 4 y 2 pulsos que se observan en las corrientes inyectadas al enlace por el rectificador. En el enlace siempre se observan armónicos pares, pero la magnitud de éstos depende de la carga y el modo impuesto por el desbalance.

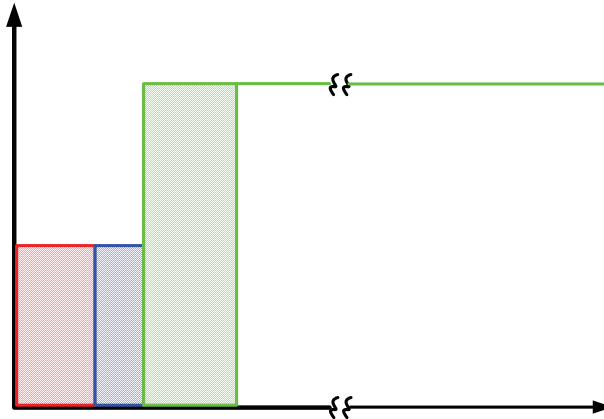
Las corrientes de 6, 4 y 2 pulsos en el lado DC del rectificador tal como se muestran en la Fig. 5.1a son un efecto directo del nivel de desbalance en la red y el tamaño del condensador.



**Fig. 5.1 Pulsos en el lado DC de un rectificador**

(a) Modos 2,4 y 6 pulsos en la corriente DC (b) Efecto en el voltaje del condensador (c) Celda de Potencia

El paso de un modo a otro no se encuentra bien delimitado y es muy sensible a parámetros en el sistema ya que con desbalances de 5% se puede tener modo de 2 ó 6 pulsos. Un esquema respecto a esto y los desbalances de voltaje y corriente se puede ver en la Fig 5.2.



**Fig. 5.2 desbalances de Voltaje/Corriente en un rectificador**

En el modo de 6 pulsos, es decir cuando no hay desbalance o éste es muy pequeño, usando coeficientes de Fourier es posible determinar la magnitud de la 6ta armónica de corriente como,

$$I_{6DCrect} = \frac{3}{2} I_o, \quad (5.1)$$

donde  $I_{6DCrect}$  es la magnitud de corriente inyectada desde el rectificador hacia el condensador en modo 6 pulsos,  $I_o$  es la magnitud de corriente de la carga. En este modo también existen 2ª y 4ª armónicas, pero son despreciables. Así, la magnitud del voltaje provocado por esta corriente en el enlace es,

$$V_{c6} = \frac{I_o}{8\pi f_s C}. \quad (5.2)$$

En el modo de 4 pulsos aparecen 2ª, 4ª y 6ª armónicas con amplitudes respectivas dadas por las ecuaciones,

$$I_{2DCrect} = I_o, \quad I_{4DCrect} = \frac{3}{4} I_o, \quad I_{6DCrect} = \frac{3}{2} I_o. \quad (5.3)$$

Los voltajes provocados en el enlace por las corrientes anteriores son,

$$V_{c2} = \frac{I_o}{4\pi f_s C}, \quad V_{c4} = \frac{3I_o}{32\pi f_s C}, \quad V_{c6} = \frac{I_o}{8\pi f_s C}, \quad (5.4)$$



por lo que la máxima variación de voltaje, asumiendo los tres voltajes anteriores en fase, corresponde a,

$$\Delta V_c = \frac{15I_o}{32\pi f_s C}. \quad (5.5)$$

En modo 2 pulsos aparecen 2<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> y 6<sup>a</sup> armónicas con amplitudes,

$$I_{2DCrect} = 2I_o, \quad I_{4DCrect} = \frac{3}{2}I_o, \quad I_{6DCrect} = I_o, \quad (5.6)$$

donde los voltajes provocados son respectivamente,

$$V_{c2} = \frac{I_o}{2\pi f_s C}, \quad V_{c4} = \frac{3I_o}{16\pi f_s C}, \quad V_{c6} = \frac{I_o}{12\pi f_s C}. \quad (5.7)$$

Por lo que la máxima variación de voltaje en este modo es,

$$\Delta V_c = \frac{37I_o}{48\pi f_s C}. \quad (5.8)$$

### 5.3 Consideraciones para el diseño del filtro.

En cualquiera de los modos de operación ante desbalance, 6 4 o 2 pulsos, la carga inyecta una corriente al enlace a 2 veces la frecuencia de salida. Esta corriente tiene una amplitud  $I_{iDCLink}$  igual a,

$$I_{iDCLink} = \frac{I_o}{\cos(\phi)}. \quad (5.9)$$

Para el diseño del condensador de enlace  $C$ , se considera que al filtrar las frecuencias menores aumentado el tamaño de  $C$  se estará filtrando las otras frecuencias mayores en el enlace. De esta forma la alternativa lógica de diseño para el condensador sería considerar la frecuencia nominal de operación, es decir las menores en el enlace, generalmente impuestas por el inversor de la celda. Esto ha sido realizado en trabajos anteriores [11].

El peor caso de operación con desbalance se podría dar en caso que las frecuencias de entrada y salida de las celdas fueran iguales.

Asumiendo que la frecuencia de la entrada y salida son iguales, el voltaje logrado por esta corriente en el enlace es,

$$V_{c2} = \frac{I_o}{\cos(\phi)4\pi f_s C}. \quad (5.10)$$

La peor condición de operación del rectificador es cuando trabaja en modo de 2 pulsos, la variación de voltaje entonces es la sumatoria de las ecuaciones (5.8) y (5.10), que resulta como,

$$\Delta V_c = \frac{I_o}{4\pi f_s C} \left( 3 + \frac{1}{\cos(\phi)} \right), \quad (5.11)$$

por lo que para minimizar la variación de voltaje DC, el capacitor  $C$  de enlace debe ser diseñado considerando el modo de dos pulsos cuando los desbalances son severos.

## 5.4 Condensador de Enlace en Condición de Desbalance

De las consideraciones hechas en trabajos anteriores ha sido posible determinar el tamaño necesario en el capacitor de enlace para una celda con alimentación balanceada considerando la inyección de segunda armónica desde la carga [11]. El diseño es válido también cuando existe desbalance y se sabe que la frecuencia nominal de operación es menor que la frecuencia de la red.

$$I_{iDCLink} = \frac{V_o I_o}{2V_c} - \frac{V_o I_o}{2V_c \cos(\phi)} \cos(2\omega_0 + \phi). \quad (5.12)$$

Tomando la variación del voltaje DC, el valor del capacitor de enlace es,

$$C = \frac{I_o}{4\pi f_o \cdot \Delta V_c \cdot \cos(\phi)}. \quad (5.13)$$

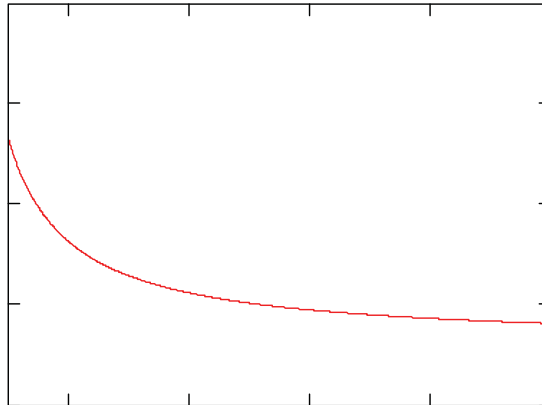
En el caso de haber un desbalance considerando que la frecuencia de salida es igual a la frecuencia de entrada, la corriente en el enlace DC es la suma de las corrientes inyectadas por el inversor y por el rectificador. Como la variación de voltaje en el modo 2 pulsos es en el peor caso,

$$\Delta V_c = \frac{I_o}{4\pi f_s C} \left( 3 + \frac{1}{\cos(\phi)} \right), \quad (5.14)$$

entonces, la capacidad necesaria para soportar esa variación esperada es,

$$C = \frac{I_o}{4\pi f_s \Delta V_c \cos(\phi)} (3 \cos(\phi) + 1). \quad (5.15)$$

De esta forma se logra calcular el tamaño del capacitor de enlace en cada celda de manera de imponer la variación de voltaje al valor que desee el diseñador. El total de las relaciones ocupadas en la deducción del tamaño del capacitor de enlace se encuentra en el Anexo B.



**Fig. 5.3 Tamaño del Condensador frente al factor de Potencia de la Carga**

La Fig. 5.1 se obtiene a partir de la ecuación de diseño (5.15). De ésta curva se concluye que el diseño del condensador resultaría mínimo en el caso que la carga sea resistiva para el caso de iguales frecuencias en la entrada y salida. Mientras más inductiva sea la carga mayor será el diseño del condensador.

## 5.5 Ejemplo de Diseño y Simulación.

Si se determina que un desbalance puede provocar modo de corriente de 2 pulsos en el enlace como peor caso, el diseño se puede realizar para éste. Una tabla con valores utilizados para el diseño es la Tabla 5.1.

**Tabla 5-1 Valores entregados para un Convertidor Multicelda**

VARIABLES ARBITRARIAS	VALORES
$I_o$ (Magnitud de corriente en la salida)	2 A
$f_o$ (frecuencia de salida)	50 Hz
$FP_o$ (Factor de Potencia en Salida)	0.8
$\Delta V_c$ (Valor de ripple deseado)	5 V

$\mu F$

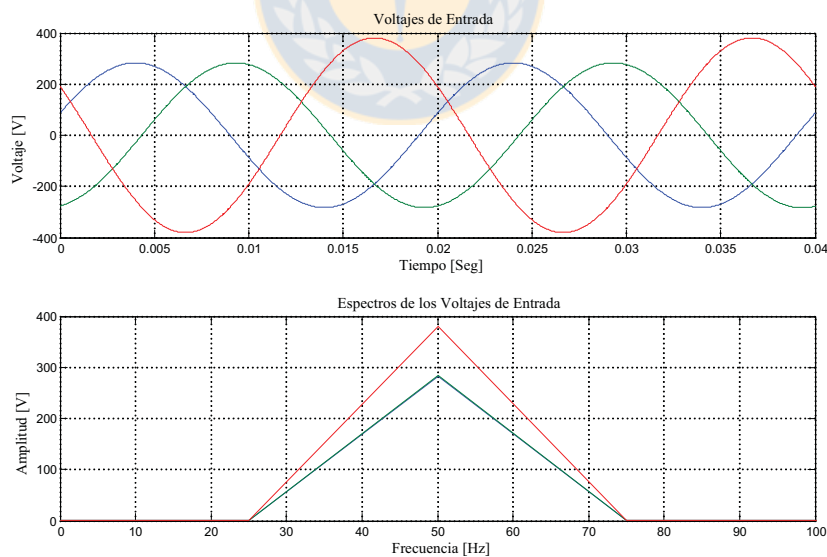
Por lo tanto el condensador que se requiere para cumplir con el valor de ripple deseado se obtiene de la ecuación 5.15:

$$C = \frac{2}{4 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 5 \cdot 0.8} (3 \cdot 0.8 + 1) = 2.7 \text{ mF}. \quad (5.16)$$

Las simulaciones para este condensador de enlace y la tabla de resultados podrán ser comparadas con la simulación de la sección 4.5.3. Los datos de la nueva simulación se entregan en la Tabla 5.2.

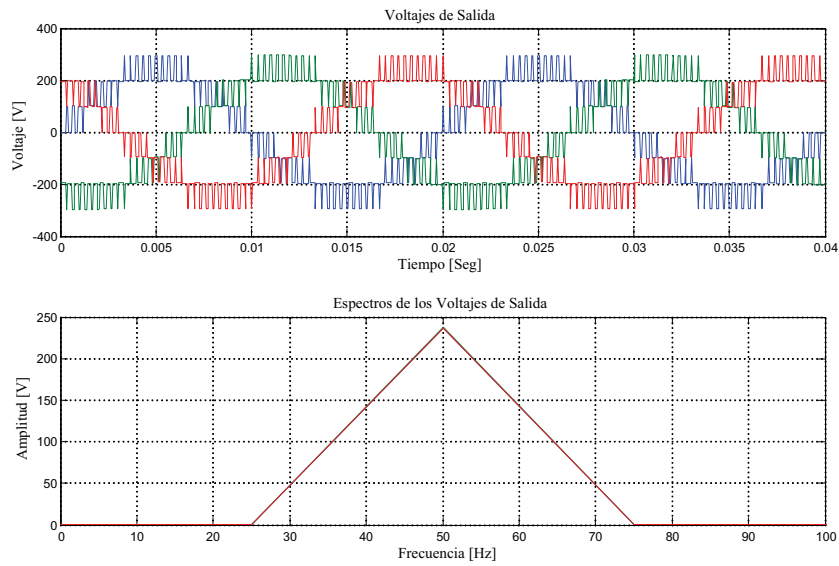
**Tabla 5-2 Datos para Simulación con Diseño de Filtro**

Datos	Valores
$f_s$ (frecuencia de la fuente)	50 Hz
$f_o$ (frecuencia de salida)	50 Hz
$C$ (Filtro de enlace)	2700 $\mu\text{F}$
$R_c$ (Resistencia Enlace)	8000 $\Omega$
$R_o$ (Resistencia de Carga)	93 $\Omega$
$L_o$ (Inductancia de carga)	277.6 mH
$U_p$ (Magnitud de VUF de entrada)	22.22 %



**Fig. 5.4 Voltajes de Línea en el Primario**

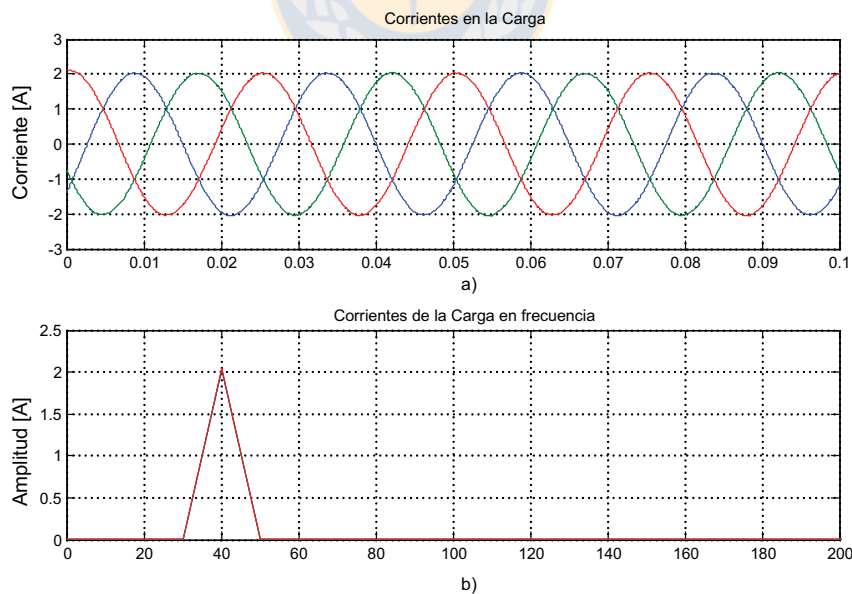
(a) Voltaje en línea de entrada (b) Magnitud del Voltaje en Frecuencia



**Fig. 5.5 Voltajes de Salida del Convertidor**

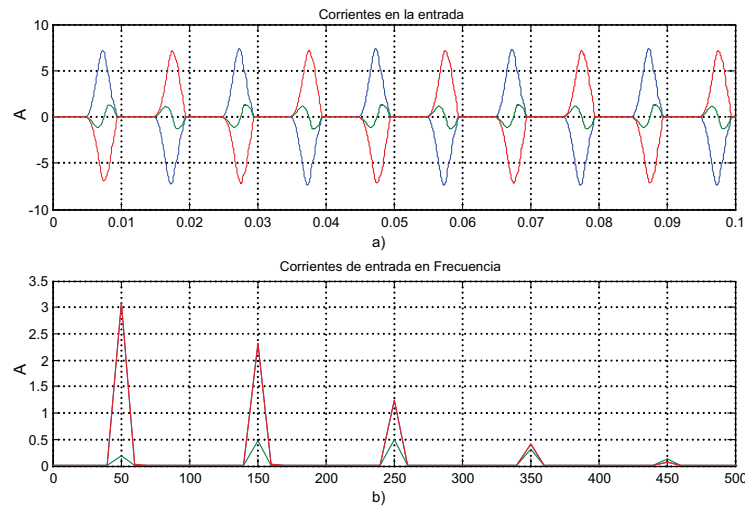
(a) Voltaje de fase de Salida (b) Magnitud del Voltajes de salida en Frecuencia

Se puede ver una clara diferencia entre las figuras Fig. 4.10 y Fig. 5.3 que corresponden a los voltajes de salidas de las simulaciones sin y con diseño de condensador de enlace para compensar desbalances, respecto de la distorsión en el voltaje de salida.



**Fig. 5.6 Corrientes de Salida en la Carga**

(a) Corrientes de línea en la Carga (b) Magnitud de las Corriente en Frecuencia



**Fig. 5.7 Corrientes de Línea en Primario.**

(a) Corrientes en línea primaria (b) Espectro Corriente de (a)

**Tabla 5-3 Datos de interés para simulación con diseño de C**

Datos	Valores
$THD_{vo}$ (Distorsión del un Voltaje de Salida)	24.48 %
$THD_{io}$ (Distorsión de una Corriente de Salida)	0.50 %
$THD_{ii}$ (Distorsión de una Corriente de entrada)	90.2 %

**Tabla 5-4 Comparación de Simulación sin y con Diseño de filtro C**

Datos	Sin Diseño	Con Diseño	Sin Diseño	Sin Diseño
	$U_p=22\%$ $f_o=50\text{Hz}$ $C=470\mu\text{F}$	$U_p=22\%$ $f_o=50\text{Hz}$ $C=2700\mu\text{F}$	$U_p=0\%$ $f_o=50\text{Hz}$ $C=470\mu\text{F}$	$U_p=22\%$ $f_o=40\text{Hz}$ $C=2700\mu\text{F}$
$THD_{vo}$ (Distorsión del un Voltaje de Salida)	25.1 %	24.48 %	23.98 %	13.24 %
$THD_{io}$ (Distorsión de una Corriente de Salida)	1,01 %	0.50 %	0.48 %	0.37 %
$THD_{ii}$ (Distorsión de una Corriente de entrada)	88.29 %	90.2 %	10,4 %	86.95 %

A partir de los resultado expuestos en la tabla 5.4, es posible apreciar que este convertidor presenta mejores características en las formas de ondas del voltaje y corriente de cuando se incrementa el tamaño del condensador de enlace, y que la ecuación 5.14, es la que permite determinar el tamaño del condensador según el ripple tolerado cuando se trabaja en la entrada y salida a una misma frecuencia. Una observación que no está al margen, es que se hace notorio que cuando

se mejora la característica de salida, se empeora la característica de corriente de entrada en el primario, ver  $THD_{ii}$  en la tabla 5.4.

## 5.6 Discusión y Conclusiones

Fue posible apreciar que aunque el convertidor multinivel en cascada con celdas de entrada trifásica se comporta bastante bien ante voltajes desbalanceados. Si el desbalance que comúnmente se produce en la red es extremo y si las frecuencia de entrada y salida son iguales en la celda, será necesario aumentar el tamaño del condensador y de esa forma disminuir la distorsión armónica en la salida. En caso que la frecuencia nominal de salida del convertidor sea menor que la frecuencia de la red, deberá bastar con el diseño del condensador para la frecuencia nominal de la carga. El diseño es válido y se puede ocupar o quizás ponderarlo por algún valor que minimice según el criterio del ingeniero.



## 6 Compensación en el Convertidor con Celdas Monofásicas

### 6.1 Introducción

Para el caso del convertidor multinivel con celdas de entrada monofásicas, el diseño de condensador pasa a segundo plano, ya que el dimensionado se hace según los niveles de potencia que manejará cada celda. Esto es así por el hecho que para cada celda de entrada monofásica un desbalance se ve como una baja o subida de tensión en el enlace, en cambio en el caso de celdas de entrada trifásica se provoca segunda armónica en el enlace y una tercera en las corrientes de entrada. Es importante considerar el problema del desbalance remanente no compensado en lazo abierto en el sistema completo.

En este capítulo se propone una forma de compensar el desbalance que el sistema en forma natural no puede compensar. El método que se propone, consiste en un control prealimentado que será capaz de compensar cada celda del convertidor logrando como resultado final una salida prácticamente balanceada para alimentar a la carga que se desee.

### 6.2 Control para compensar desbalances.

En la Fig. 6.1 se muestra el convertidor con celdas monofásicas donde se numeran cada una de ellas. Para realizar la compensación del desbalance remanente del convertidor, es necesario visualizar que este control se hará sobre cada celda del arreglo expuesto en la figura de manera independiente.

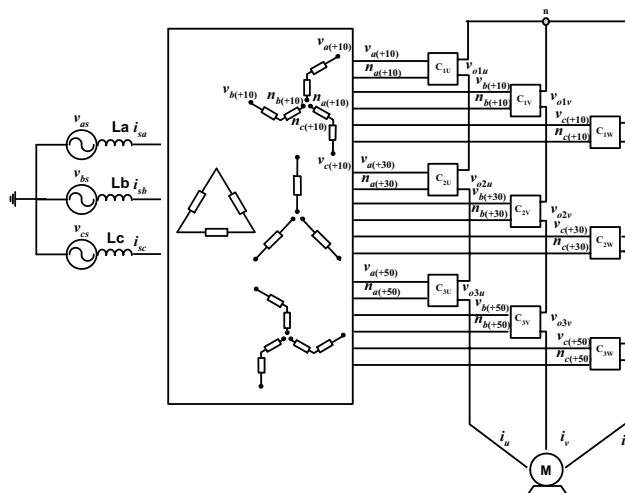


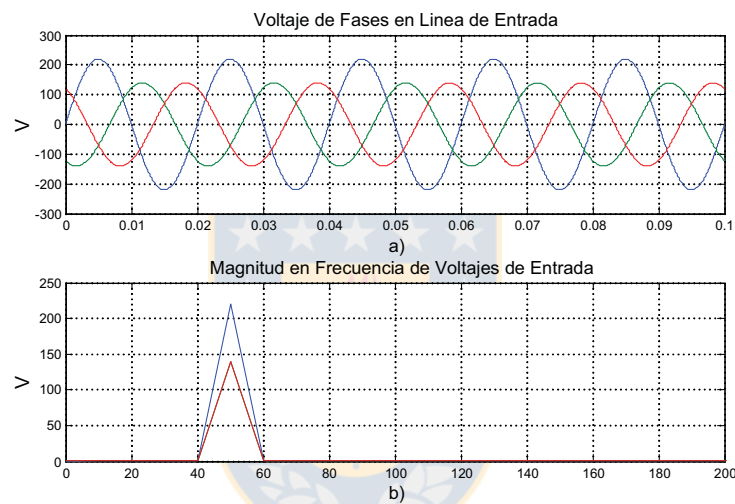
Fig. 6.1 Convertidor Multinivel con Celdas Monofásicas





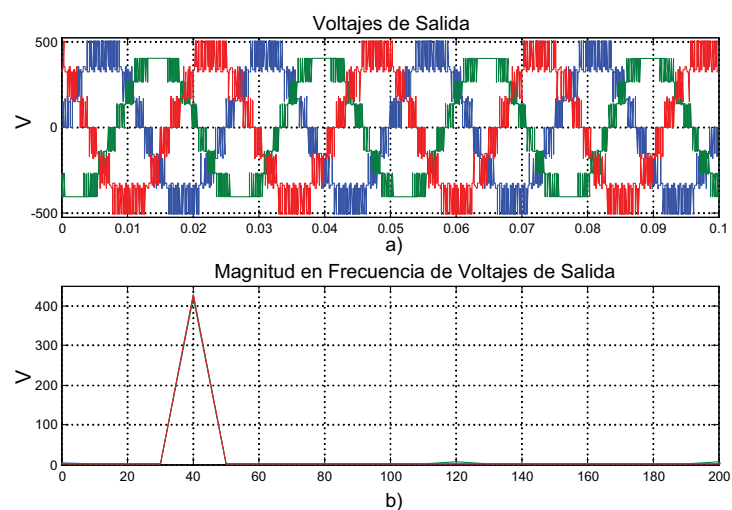
tabla de resultados y compararla con la tabla 4.8 de resultados de la simulación anterior en lazo abierto.

Puede ser interesante comparar ambas simulaciones, ya que se podrá observar que no sólo existe compensación del desbalance en la salida del voltaje y por lo tanto en las corrientes de carga, sino que dado que el convertidor consta de celdas monofásicas, al balancear las potencias de salida se lograr un mayor balance en las corrientes de entrada. Debido a las consecuencias sobre los balances en las corrientes de un transformador multipulso mencionado en el apartado 4.4 se tendrá una corriente con menor contenido armónico hacia la red de alimentación, esto se observa en la Fig. 6.6.



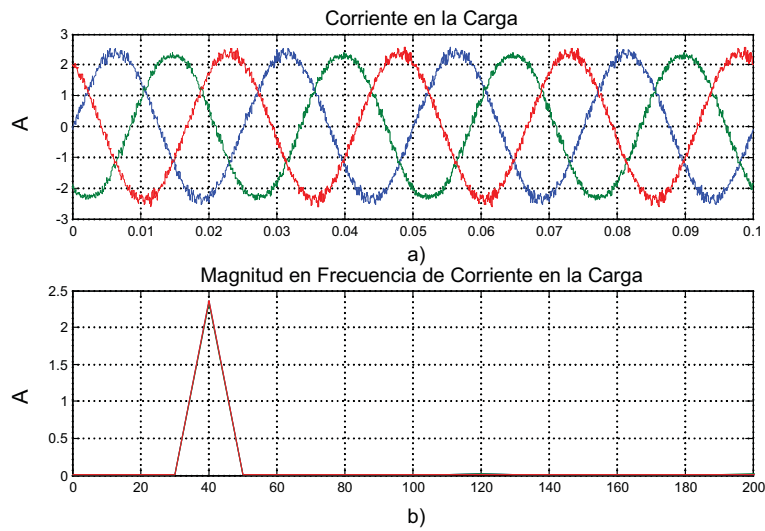
**Fig. 6.3 Voltajes de Fase en Línea de Entrada**

(a) Voltaje en línea de entrada (b) Magnitud del Voltaje en Frecuencia



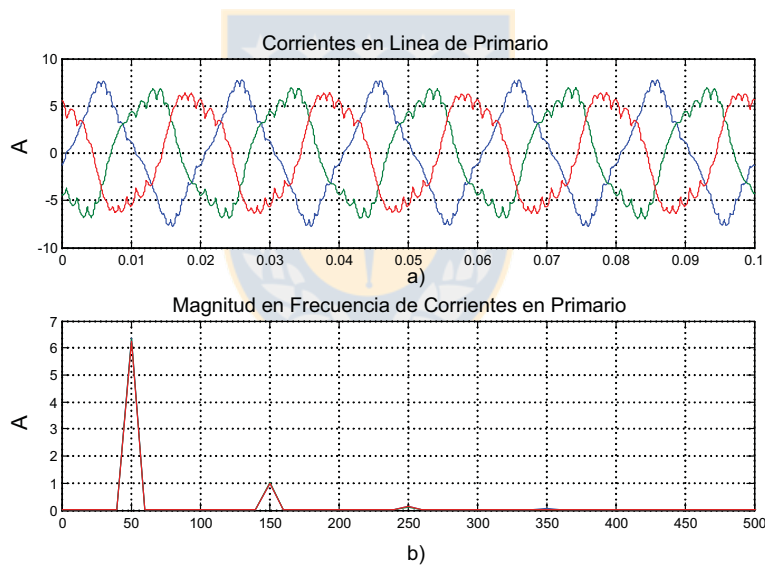
**Fig. 6.4 Voltaje en la Salida del Convertidor Multinivel**

(a) Voltaje en la Carga de Salida (b) Magnitud del Voltaje de Salida en Frecuencia



**Fig. 6.5 Corriente en la Carga con Salida Compensada**

(a) Corrientes en la Carga con desbalance compensado (b) Magnitud de las Corrientes en Frecuencia



**Fig. 6.6 Corriente de Entrada**

(a) Corrientes en la línea primaria con desbalance (b) Armónicas de las corrientes ante desbalance

La tabla con los datos de interés de la última simulación es:

**Tabla 6-2 Datos Obtenidos de Simulación**

Datos	Valores
$U_p$ (Mag. factor de desbalance entrada)	22 %
$U_o$ (Mag. factor de desbalance salida)	1.5 %
$U_{io}$ (Mag. factor de desbalance de corriente de salida)	0.8 %
$U_{ii}$ (Mag. factor de desbalance en corriente de entrada)	1.3 %
$THD_{ii}$ (distorsión armónica de corriente en entrada )	18.4 %

Dado que con la simulación mostrada en el apartado 4.6.1 se ocuparon los mismos datos para la carga y el mismo desbalance, la tabla siguiente 6.3 muestra el contraste entre ambas simulaciones de maneras de apreciar las mejoras debido al control.

**Tabla 6-3 Contrastes para Simulaciones con y sin control**

<b>Datos</b>	<b>Sin Prealimentación</b>	<b>Con Prealimentación</b>
$U_p$ (Magnitud factor de desbalance entrada)	22 %	22 %
$U_o$ (Mag. factor de desbalance salida)	9.47 %	1.5 %
$U_{io}$ (Mag. factor de desbalance de corriente salida)	4.86 %	0.8 %
$U_{ii}$ (Mag. factor de desbalance en corriente de entrada)	7.42 %	1.3 %
THD <sub>ii</sub> (distorsión armónica de corriente en entrada )	30.1 %	18 %

El control prealimentado no puede eliminar completamente el desbalance remanente, pero logra una solución aceptable. Además existe una compensación en las corrientes de entrada. Este hecho logra una importante disminución en la distorsión armónica, debido al efecto natural que provocan las corrientes balanceadas en el primario de un convertidor como el estudiado.

Por lo tanto se puede concluir que al implementar un control prealimentado se puede minimizar el desbalance en la carga, disminuir la caída de potencia en la salida y se logra un balance en las corrientes de entrada al convertidor, de esta forma disminuyendo aun más la distorsión en la línea primaria provocada por los desbalances sostenidos.

## 6.4 Discusión y Conclusiones

El convertidor con celdas de entrada monofásicas ante el problema del desbalance presenta una ventaja respecto de su homólogo con celdas de entrada trifásicas, dado a que si se integra en éste convertidor un lazo de control prealimentado para controlar el desbalance remanente en la salida también se logra una gran disminución en la distorsión armónica de las corrientes de entradas, efecto que no puede realizarse en el convertidor multinivel de celdas trifásicas con diodos en la entrada.

Las características de balance que tiene el convertidor multinivel con celdas monofásicas hacen pensar que pueden ser solución a ciertas aplicaciones con desbalances asociados y esto puede ser investigado en trabajos futuros.

## 7 Conclusiones

---

### 7.1 Sumario

El trabajo realizado corresponde a un estudio del desbalance en dos tipos de convertidores multinivel en cascada no regenerativos. Las dos configuraciones son homólogas y se diferencian en que sus celdas son de entrada trifásicas en un caso y monofásicas en el otro. Dentro del estudio se elige un índice de desbalance para realizar el análisis. Este índice corresponde al factor de desbalance simétrico el cual es la razón entre la componente positiva y negativa de una terna de voltajes o corrientes. Con este índice elegido se pudo realizar el análisis ante desbalances incluyendo a los transformadores multipulso, tanto para los voltajes como las corrientes. Se encontró que los transformadores multipulso no afectan a la magnitud del desbalance pero si afectan el ángulo del factor de desbalance. Este efecto permitió una mejor comprensión de las consecuencias causadas por el desbalance en un sistema completo. En el caso de las corrientes se concluyó que los transformadores multipulso compensan parte del desbalance. Además se encontró en la configuración con celdas de entrada trifásica que el sistema completo se comportaba como un compensador ante desbalance de voltaje hacia la carga, solo disminuyendo el voltaje total de salida y afectando en menor escala la distorsión armónica que se tiene en casos balanceados. En el sistema con puente de diodos trifásico en la entrada no se puede mejorar la distorsión armónica para las corrientes en la entrada, mientras que en el sistema con puente de diodos monofásicos en la entrada se encuentra que al compensar el desbalance de voltaje en la salida con control en el inversor también se tiene una mejora en la distorsión armónica de las corrientes de entrada al convertidor.

En el caso del convertidor de celdas con puente de diodos monofásicos en la entrada se encontró además que el desbalance se refleja en menor proporción en la salida. Se puede decir que éste convertidor compensa desbalance pero en menor escala que su homólogo con celdas trifásicas.

Para el convertidor con celdas monofásicas se propuso un modelo para el desbalance que determina el factor de desbalance en la salida del convertidor a partir del desbalance en la fuente principal.

En el convertidor con celdas de entrada trifásica se propuso la compensación de la distorsión armónica causada por el desbalance cuando las frecuencias de entrada y salida eran iguales, aumentando la capacidad del enlace. En el caso que la frecuencia de entrada es mayor que la

frecuencia de salida se encontró que basta el diseño apropiado para compensar las segundas armónicas provenientes desde el inversor de la celda.

En el convertidor con celdas de entrada monofásicas se propuso un control prealimentado que determina el desbalance midiendo en los enlaces de cada celda y se corrige al valor requerido a través de una referencia impuesta por el diseñador. Esto provoca una minimización del desbalance en la salida y además mejora la distorsión armónica en las corrientes de entrada al convertidor multinivel.

## 7.2 Conclusiones

A través del desarrollo de este trabajo se ha podido constatar que la compensación natural ante desbalances que presentan los convertidores multinivel en cascada es beneficiosa para la carga.

Se puede concluir que en el caso del convertidor multinivel en cascada con celdas de entrada trifásica los desbalances presentados a la salida del convertidor son nulos cuando existen desbalances en la fuente. Por otra parte, el efecto de los desbalances se presenta en la distorsión armónica de las corrientes de entrada como se comprueba en la tabla 5.4 de comparación entre las simulaciones, donde para una entrada sin desbalance la distorsión armónica de corriente es  $THD_{ii}=10.4\%$ , mientras que cuando existe una magnitud de desbalance  $U_p=22\%$  en la entrada el  $THD_{ii}$  esta entre 88% - 90%, con diseño o sin diseño para el filtro de enlace cuando ambas frecuencias en el convertidor son iguales, y con valores de similares magnitudes cuando las frecuencias de entrada y salida del convertidor difieren.

En el caso del convertidor multinivel con celdas de entrada y salida monofásica se encontró que éste compensa parte del desbalance proveniente desde la fuente dejando pasar un desbalance remanente hacia la carga. El grado de compensación ante desbalances se puede visualizar en las Fig. 4.14 y Fig. 4.15. En caso que el desbalance remanente se considere extremo se propone un control que minimiza la perturbación en la salida. Esto se pudo ver en la comparación de las simulaciones vista en la Tabla 6.3 para un sistema multinivel con celdas monofásicas compensado y sin compensar ante un desbalance  $U_p=22\%$  de la fuente, en donde la salida compensada logra un  $U_{po}=1.5\%$  de desbalance, minimizando los efectos adversos y manteniendo niveles de potencia regulares según la referencia de voltaje propuesto para todas las celdas.

Los valores de distorsión armónica en las corrientes de entrada son mucho mejores en el convertidor con celdas monofásicas que su homólogo con celdas trifásicas, ya que en un rectificador monofásico siempre que el voltaje en la entrada sea mayor que cero se tienen la misma cantidad de

pulsos en el enlace DC y por lo tanto en las líneas de entrada, mientras que en un rectificador trifásico los desbalances logran distintos modos de operación respecto de los pulsos de corriente en el enlace, resultando así, grandes desbalances en las corrientes de entrada, como se puede apreciar en la Fig 5.2 y las simulaciones.

En resumen se puede decir que las dos topologías estudiadas responden bien ante desbalances y que la configuración con celdas monofásicas presenta en general mejores características de control ante este tipo de perturbación, ya que se puede minimizar efectivamente los efectos del desbalance tanto hacia la carga como hacia la red con la prealimentación de la perturbación, mientras que en la topología con celdas de entrada trifásica no regenerativa solo es posible rediseñar el condensador de enlace cuando las frecuencias de entrada y salida son iguales.

### 7.3 Trabajos Futuros

Validar el análisis teórico expuesto en esta memoria a través de los prototipos experimentales de ambas topologías con el diseño de celdas de potencia multifuncionales que puedan servir a la realización de las experiencias de laboratorio en esta y otras futuras investigaciones. En el marco de la investigación ante desbalances para las topologías multicelda se puede poner especial énfasis en configuraciones basadas en celdas monofásicas debido a las características que favorecen a la red y a la carga por medio del control. Además se podrá extender la investigación al análisis con cargas desbalanceadas, ver si existe compensación natural a este tipo de desbalance y plantear soluciones de compensación en caso que los efectos fueran adversos. El método utilizado con factor de desbalance simétrico para analizar las topologías multicelda podrá utilizarse en otras configuraciones de potencia que requieran un análisis profundo. Finalmente, se podrán hacer mejoras en las configuraciones respecto de los desbalances con rectificadores controlados en ambos tipos de celda estudiados.

## Bibliografía

---

- [1] José Rodríguez Jih-Sheng Lai, Fan Zheng Peng, “*Multilevel Inverters: A Survey of Topologies, Controls, and Applications*”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. Vol. 49, no. 4, August 2002.
- [2] Von Jouanne and Basudeb (Ben) Banerjee “*Assessment of Voltage Unbalance*” , in *IEEE Transaction On Power Delivery* Vol. 16, N° 4, October 2001.
- [3] Seung-Gi Jeong and Ju-Yeop Choi, “*Line Current Characteristics of Three-Phase Uncontrolled Rectifiers Under Line Voltage Unbalance Condition*” , in *IEEE Transaction on Power Electronic*. Vol. 17, no. 6, November 2002.
- [4] Muhammad Rashid and Ali Maswood “*Analysis of Three Phase AC-DC Converters Under Unbalance Supply Condition*” in *IEEE Transaction on Industry Application* Vol. 24, N°3, May/Jun 1988.
- [5] Peter Hammond, “*A New Approach to Enhance Power Quality for Medium Voltage AC Drives*”, in *IEEE Transactions on Industry Applications*. Vol. 33, no. 1, En/Feb 1997.
- [6] Peter Hammond, “*Enhancing the Reliability of Modular Medium-Voltage Drives*”, in *IEEE Transactions on Industry Applications*. Vol. 49, no. 5, October 2002.
- [7] Leon M. Tolbert, Fang Zheng Peng and Tomas G. Habetler “*Multilevel Converters for Large Electric Drives*” , in *IEEE Transaction on Industry Applications*. Vol. 35, no. 1, Jan/Feb 1999, pp 36-44.
- [8] Seung-Gi Jeong, “*Representing Line Voltage Unbalance*”, in *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting*. Record of the ,Volume: 3 , 13-18 Oct. 2002
- [9] V. Ramanarayanan “*Switched Mode Power Conversion*” Apuntes de Clases.
- [10] Marcelo A. Perez, Carlos R. Baier, José Espinoza, José Rodríguez “*Analysis of a Multi-Cell Converter Under Unbalanced AC Sources*” in *Power Electronic Specialist Conference PESC2005*. 2005.
- [11] M. A. Pérez, J. R. Espinoza, J. R. Rodríguez and P. Lezana, “*Regenerative medium voltage ac drive based on a multi cell arrangement with minimum energy storage requirement*”, in



International Symposium on Industrial Electronics, L'Aquila, Italy, July 8-11 2002, ISIE 2002.

- [12] Carlos R. Baier, Marcelo A. Perez, José Espinoza, José Rodríguez, “Analysis of a Multi-Cell Topology implemented with Single-Phase Non-Regenerative Cells Under an Unbalanced AC Mains” in IECON 2005, 06 - 10 November 2005, Raleigh, North Carolina 2005



## ANEXO A. Modelo para un rectificador puente de diodos con inductores en la entrada

### A.1 Modelo para un puente con inductores en la entrada

La operación de un puente de diodos menos simplificado como el de la Fig A.1 se puede describir suponiendo todos los casos en los cuales puede funcionar el sistema.

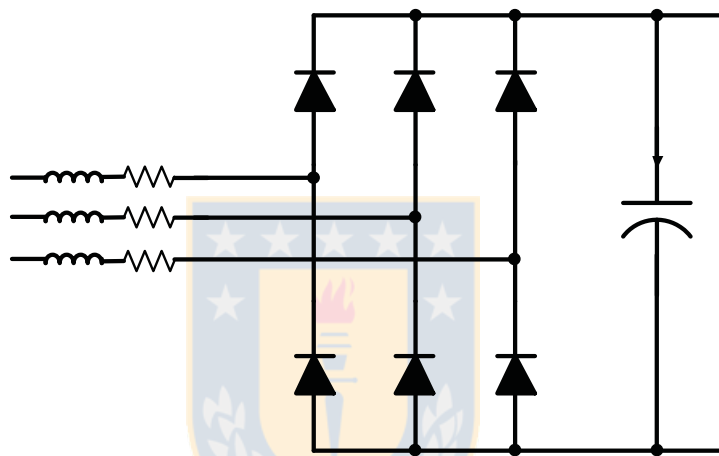


Fig. A.1 Esquemático de un puente de diodo con inductores en la entrada

Los diodos D1 al D6 cuentan con diferentes intervalos de conducción [9], estos intervalos son 12 los cuales se dividen en intervalos pares e impares.

Tabla A-1 Estados en un puente rectificador trifásico

Intervalo	Diodos On	Diodos off	Intervalo	Diodos On	Diodos off
E1	D1,D2	D3,D4,D5,D6	E2	D1,D2,D3	D4,D5,D6
E3	D2,D3	D1,D4,D5,D6	E4	D2,D3,D4	D1,D5,D6
E5	D3,D4	D1,D2,D5,D6	E6	D3,D4,D5	D1,D2,D6
E7	D4,D5	D1,D2,D3,D6	E8	D4,D5,D6	D1,D2,D3
E9	D5,D6	D1,D2,D3,D4	E10	D5,D6,D1	D2,D3,D4
E11	D6,D1	D2,D3,D4,D5	E12	D6,D1,D2	D3,D4,D5

Las ecuaciones que gobiernan el puente de diodo tomando en cuenta las dinámicas de los inductores de entrada y el condensador, son las siguientes para los intervalos pares e impares.

Tabla A-2 Modelo de 12 estados para un puente rectificador.

Intervalo	Parte	Termina	Ecuación de Corriente
E1	$i_b > 0$	$v_{bc} \geq \frac{v_{ac} + V_c}{2}$	$2L \frac{di_{DCrect}}{dt} = v_{ac} - V_c - 2V_d - 2R_i$
E2	$v_{bc} \geq \frac{v_{ac} + V_c}{2}$	$i_a < 0$	$1.5 \cdot L \frac{di_{DCrect}}{dt} = \frac{v_{ac} + v_{bc}}{2} - V_c - V_d - 1.5 \cdot$
E3	$i_a < 0$	$v_{ba} \geq \frac{v_{bc} + V_c}{2}$	$2L \frac{di_{DCrect}}{dt} = v_{bc} - V_c - 2V_d - 2R_i$
E4	$v_{ba} \geq \frac{v_{bc} + V_c}{2}$	$i_c > 0$	$1.5 \cdot L \frac{di_{DCrect}}{dt} = \frac{v_{ba} + v_{bc}}{2} - V_c - V_d - 1.5 \cdot$
E5	$i_c > 0$	$v_{ca} \geq \frac{v_{ba} + V_c}{2}$	$2L \frac{di_{DCrect}}{dt} = v_{ba} - V_c - 2V_d - 2R_i$
E6	$v_{ca} \geq \frac{v_{ba} + V_c}{2}$	$i_b < 0$	$1.5 \cdot L \frac{di_{DCrect}}{dt} = \frac{v_{ca} + v_{ba}}{2} - V_c - V_d - 1.5 \cdot$
E7	$i_b < 0$	$v_{cb} \geq \frac{v_{ca} + V_c}{2}$	$2L \frac{di_{DCrect}}{dt} = v_{ca} - V_c - 2V_d - 2R_i$
E8	$v_{cb} \geq \frac{v_{ca} + V_c}{2}$	$i_a > 0$	$1.5L \frac{di_{DCrect}}{dt} = \frac{v_{cb} + v_{ca}}{2} - V_c - V_d - 1.5R_i$
E9	$i_a > 0$	$v_{ab} \geq \frac{v_{cb} + V_c}{2}$	$2L \frac{di_{DCrect}}{dt} = v_{ca} - V_c - 2V_d - 2R_i$
E10	$v_{ab} \geq \frac{v_{cb} + V_c}{2}$	$i_c < 0$	$1.5L \frac{di_{DCrect}}{dt} = \frac{v_{ab} + v_{cb}}{2} - V_c - V_d - 1.5R_i$
E11	$i_c < 0$	$v_{ac} \geq \frac{v_{ab} + V_c}{2}$	$2L \frac{di_{DCrect}}{dt} = v_{ab} - V_c - 2V_d - 2R_i$
E12	$v_{ac} \geq \frac{v_{ab} + V_c}{2}$	$i_b > 0$	$1.5L \frac{di_{DCrect}}{dt} = \frac{v_{ab} - v_{ca}}{2} - V_c - V_d - 1.5R_i$

Como se observa en la Tabla A-2 el puente de diodos es una maquina de 12 estados asincrónica que pasa por todos y cada uno de ellos forma seguida, y que el tiempo que demora en cada estado depende exclusivamente de las corrientes y los voltajes en la entrada.

## ANEXO B. Publicaciones en Conferencias PESC 2005 e IECON 2005 logradas

### Analysis of a Multi-Cell Converter under Unbalanced AC Source

Marcelo A. Perez\*, Carlos R. Baier\*, Jose R. Espinoza\*, Jose R. Rodriguez†

\*Departamento de Ingenieria Electrica,  
Universidad de Concepcion  
Casilla 53-C, Correo 3, Concepcion, CHILE  
Tel.: +56 41 203512, Fax.: +56 41 246999  
(marcelopez, cbaier, joseesp)@udec.cl

† Departamento de Ingenieria Electronica,  
UTFSM  
Casilla 110-V, Valparaíso, CHILE  
Tel.: +56 32 654203, Fax.: +56 32 797469  
jrpe@lo.utfsm.cl

**Abstract** Multi-cell converters offer very useful characteristics for instance, it fulfils the input current harmonic content recommendations and presents a high power factor even at low levels of load at the ac system, and a reduced torque pulsations at the motor side. They also feature a high level of modularity and present a high reliability. Moreover, this converter does not produce electromagnetic interference or common-mode voltages and therefore, it is appropriate for large volt-ampere and high voltage motor drives. Surprisingly, the analysis under amplitude unbalances at the AC supply has not been reported in the literature. This work shows that the input multi-pulse transformer does not amplify the supply input unbalance. Thus, the secondary voltages feature identical unbalance, which in turn produces unbalanced secondary line currents. Similarly, the overall input currents feature an unbalance which is at most equal to the unbalance of the secondary line currents. It is also found that small voltage unbalances at the input of any cell produce large input line current unbalances. On the other hand, the current injected by the rectifier into the DC link produces a distorted DC voltage waveform, which in turn deteriorates the motor voltage. In this work, using symmetrical components, it is possible to analyze the effect in each of these stages by quantifying the amount of unbalance and distortion produced in the current and voltage waveforms. Besides, this analysis provides a design guideline to compute the DC link capacitor size necessary to reject off the effects of unbalances in the AC supply.

#### I. INTRODUCTION

Multi-cell converters are an effective alternative for the medium voltage drives, giving an improved quality of energy in both, motor and power supply sides. These converters also reduce torque pulsations and fully comply the harmonic content recommendations of the input currents. In addition, they present a high power factor even at low levels of load [1]. The modularity characteristics, added to the transformer feeding connection to the network, gives a high reliability [2]. Moreover, these converters do not produce electromagnetic interference or common-mode voltage and are appropriate for large volt-ampere and high voltage motor drives [3]. The main causes and effects of the unbalanced ac systems in standard topologies, whereas the ways to quantify the unbalance using symmetric components have been studied [4]. One of the main consequences produced in rectifier bridges is the amplification of unbalanced currents [5], and the generation of second harmonic in the DC voltage [6]. When this rectifier is controlled, it is possible to use some mitigation techniques [7]. This is not the case in a multi-cell converter, because each cell has a diode bridge as an input stage. Because the system is usually designed to work with a balanced power supply

[8], it is necessary to introduce some correction terms in the design to reduce the secondary effects [9]. This paper presents the analysis of the effects produced in the multi-cell converter that are fed with an unbalanced AC source. Specially, the effects in the input current, DC voltage, output voltage, and load current are quantified. Finally, guidelines are given for designing the DC link capacitor considering unbalanced input voltages in order to reject off the secondary effects.

#### II. MODELING AND SIMULATION OF A MULTI-CELL CONVERTER UNDER UNBALANCED CONDITIONS

##### A. Multi-cell Converter Power Topology

The topology of a three level multi-cell converter is showed in Fig. 1(a). This structure uses  $N$  ( $N = 3$  in this case) standard cells (as shown in Fig. 1(b)) connected in series to form one motor phase voltage. In order to maximize the output voltage, identical and synchronized fundamental frequency components are used. On the other hand, to reduce the presence of commutation harmonics in the load, the carrier signals are properly shifted [10]. The input current of each cell contains the  $6k \pm 1$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) harmonics. Similarly to the motor side, the input currents of each cell are combined in the multi-pulse transformer and due to the phase angles of each group of the secondary transformer windings, these are added up generating a global input current with very low harmonic content. The power cell shown in Fig. 1(b) is composed by a three-phase diode-based rectifier, a capacitive DC link and a single-phase PWM inverter.

##### B. Model for Unbalanced Voltages

1) *Unbalance quantification*: In order to quantify the effects of the unbalance, the symmetric component decomposition is used. Considering the unbalanced input line voltages synchronized with voltage  $v_{ab}$ ,

$$\begin{aligned} v_{ab}(t) &= V_{ab} \sin(\omega_s t) \\ v_{bc}(t) &= V_{bc} \sin(\omega_s t - 2\pi/3 + \varphi_{bc}) \\ v_{ca}(t) &= V_{ca} \sin(\omega_s t + 2\pi/3 + \varphi_{ca}) \end{aligned} \quad (1)$$

because they add up zero, the angles in function of the amplitudes are,

$$\phi_{bc} = -\arccos\left(\frac{V_{ca}^2 - V_{bc}^2 - V_{ab}^2}{2V_{bc}V_{ca}}\right) + \frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

$$\phi_{ca} = \arccos\left(\frac{V_{bc}^2 - V_{ca}^2 - V_{ab}^2}{2V_{ca}V_{bc}}\right) - \frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

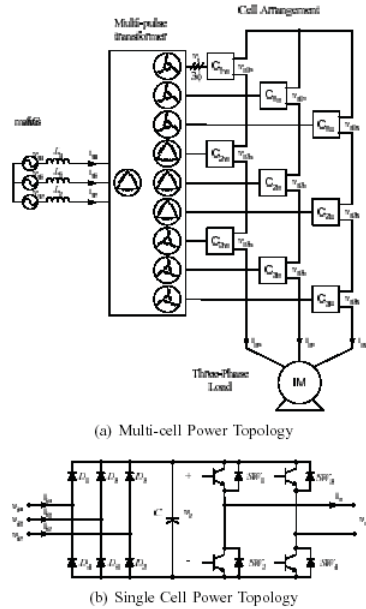
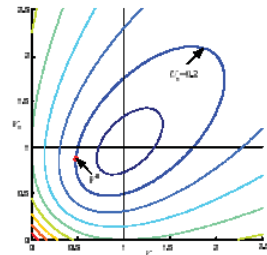
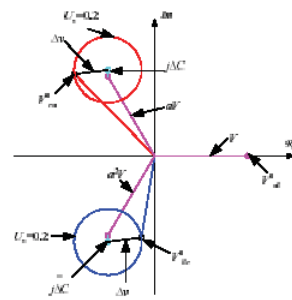


Fig. 1. Multi-cell Converter Power Topology



(a) Unbalance factor amplitude contours



(b) Constant unbalance factor mapped in line voltages

Fig. 2. Relationships between unbalance factor and line voltages

in fasorial form,

$$\begin{aligned} v_{ab} &= V_{ab} \\ v_{bc} &= \frac{V_{ca}^2 - V_{bc}^2 - V_{ab}^2}{2V_{ab}} - j \frac{\sqrt{K_v}}{2V_{ab}} \\ v_{ca} &= \frac{V_{bc}^2 - V_{ca}^2 - V_{ab}^2}{2V_{ab}} + j \frac{\sqrt{K_v}}{2V_{ab}} \end{aligned} \quad (4)$$

with,

$$K_v = 2(V_{ab}^2 V_{bc}^2 + V_{bc}^2 V_{ca}^2 + V_{ca}^2 V_{ab}^2) - (V_{ab}^4 + V_{bc}^4 + V_{ca}^4) \quad (5)$$

The symmetric component decomposition is expressed as,

$$\begin{bmatrix} v_p \\ v_n \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{ca} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Applying this transformation to the line voltages, the positive, negative and zero sequence voltages are given by,

$$\begin{aligned} v_p &= \frac{1}{2\sqrt{3}V_{ab}} \left( \sqrt{3}V_{ab}^2 + \sqrt{K_v} + j(V_{ca}^2 - V_{bc}^2) \right) \\ v_n &= \frac{1}{2\sqrt{3}V_{ab}} \left( \sqrt{3}V_{ab}^2 - \sqrt{K_v} - j(V_{ca}^2 - V_{bc}^2) \right) \\ v_0 &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

The amplitudes of positive and negative components are,

$$V_p = \frac{\sqrt{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 + \sqrt{3}K_v}}{\sqrt{6}} \quad (8)$$

$$V_n = \frac{\sqrt{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 - \sqrt{3}K_v}}{\sqrt{6}} \quad (9)$$

The quantification of the unbalance is done using the unbalance factor defined by the ratio of the negative to the positive sequence voltage. Thus, one can write,

$$U_v = \frac{V_n}{V_p} = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 - \sqrt{3}K_v}{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 + \sqrt{3}K_v}} \quad (10)$$

Using the phase voltage, and  $v_a$  as reference for amplitude and angle, it is possible to draw the unbalance factor in terms of  $v_b$  and  $v_c$  considering its variation only in magnitude. This unbalance factor is shown in Fig. 2(a) for given constant values. Every constant value is represented as a quadratic form in  $v_b$ ,  $v_c$  and mapped in line voltages as shown in Fig. 2(b). These line voltages can be composed like,

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V \\ V_{bc} &= a^2V - j\Delta C - \Delta v \\ V_{ca} &= aV + j\Delta C + \Delta v \end{aligned} \quad (11)$$

where  $V$  is the amplitude component for a balanced and synchronized three-phase voltage,  $j\Delta C$  is an imaginary component which defines the difference between the balanced system and the center of circles. And  $\Delta v$  is the vector which amplitude is the radius of the circle and its angle defines the actual line voltage. Using the unbalance factor it is possible to calculate this components as,

$$V = V_{ab} \quad (12)$$

$$\Delta C = \frac{\sqrt{3}U_v^2}{1-U_v^2} V \quad (13)$$

$$\Delta V = \frac{\sqrt{3}U_v}{1-U_v^2} V \quad (14)$$

It is possible to note that all the amplitudes can be obtained with the unbalance factor amplitude, however the angle of the radius vector can be obtained using also the unbalance factor angle, which is usually not given.

2) *Transformer analysis:* Fig. 3 shows the input transformer con guration. In order to obtain the best harmonic cancellation in the input current it is necessary a phase angle equal to  $\phi = 60^\circ/N$ . In the present analysis with  $N = 3$ , then the required phase angle is  $\phi = 20^\circ$ . To obtain this phase angle in the secondary voltage it is necessary to add two primary voltages using the expressions,

$$\mathbf{v}^{s(-\phi)} = by\mathbf{v}^P + bx\mathbf{A}\mathbf{v}^P \quad (15)$$

$$\mathbf{v}^{s(+\phi)} = by\mathbf{v}^P + bx\mathbf{A}^T\mathbf{v}^P \quad (16)$$

where  $\mathbf{v}^P$  is the primary voltage,  $\mathbf{v}^{s(\phi)}$  is the secondary voltage shifted  $\phi$  degrees,  $b$  is the transformer ratio, and the matrix  $\mathbf{A}$  is,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

this matrix allows the combination of two primary voltages to give the shifted secondary voltage. The desired secondary shift angle  $\phi$  is dened by the constants  $x$  and  $y$ , and given by

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\phi), \quad y = \cos(\phi) - \sqrt{3}\sin(\phi), \quad (18)$$

considering the primary line voltage in fasorial form,

$$\mathbf{v}^P = \begin{bmatrix} V_{ab} \\ \frac{V_{ca}^2 - V_{bc}^2 - V_{ab}^2}{2V_{gb}^2} - j\frac{K_v}{2V_{ab}} \\ \frac{V_{bc}^2 - V_{ca}^2 - V_{ab}^2}{2V_{ab}^2} + j\frac{K_v}{2V_{ab}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

then each secondary voltage is expressed as,

$$\mathbf{v}^{s(-20^\circ)} = b(y\mathbf{I} + x\mathbf{A})\mathbf{v}^P \quad (20)$$

$$\mathbf{v}^{s(0^\circ)} = b\mathbf{v}^P \quad (21)$$

$$\mathbf{v}^{s(+20^\circ)} = b(y\mathbf{I} + x\mathbf{A}^T)\mathbf{v}^P \quad (22)$$

for symmetry reasons, we consider one secondary in  $-20^\circ$ , the second one in phase with the primary, and the last one in  $+20^\circ$ .

Using as primary voltages the line voltages expressed in fasorial form, the secondaries voltages amplitudes are

$$\mathbf{v}^{s(-20^\circ)} = \frac{b}{2V_{ab}} \begin{bmatrix} \sqrt{k_1V_{ab}^2 + k_2V_{bc}^2 + k_3V_{ca}^2} \\ \sqrt{k_3V_{ab}^2 + k_1V_{bc}^2 + k_2V_{ca}^2} \\ \sqrt{k_2V_{ab}^2 + k_3V_{bc}^2 + k_1V_{ca}^2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{v}^{s(0^\circ)} = b \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} \quad (24)$$

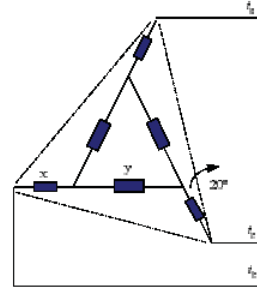


Fig. 3. Multi-pulse transformer con guration

$$\mathbf{v}^{s(+20^\circ)} = \frac{b}{2V_{ab}} \begin{bmatrix} \sqrt{k_1V_{ab}^2 + k_2V_{bc}^2 + k_3V_{ca}^2} \\ \sqrt{k_2V_{ab}^2 + k_3V_{bc}^2 + k_1V_{ca}^2} \\ \sqrt{k_3V_{ab}^2 + k_1V_{bc}^2 + k_2V_{ca}^2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

with,

$$k_1 = (x + y)(2x + y), \quad k_2 = -x(x + y), \quad k_3 = x(2x + y)$$

Thus the amplitude of the positive and negative sequences of the secondary voltages are,

$$V_p^{s(-20^\circ)} = b\sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}V_p^P \quad (26)$$

$$V_n^{s(-20^\circ)} = b\sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}V_n^P$$

$$V_p^{s(0^\circ)} = bV_p^P \quad (27)$$

$$V_n^{s(0^\circ)} = bV_n^P$$

$$V_p^{s(+20^\circ)} = b\sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}V_p^P \quad (28)$$

$$V_n^{s(+20^\circ)} = b\sqrt{3x^2 + 3xy + y^2}V_n^P$$

the term  $3x^2 + 3xy + y^2$  is always unity, so every symmetrical component in the secondary is equal to the correspondent symmetrical component in the primary scaled by the transformation ratio. Therefore the unbalance factor for each secondary voltage is the same and equal to the unbalance factor in the primary.

Considering the secondary currents,

$$\mathbf{i}^{s(-20^\circ)}, \mathbf{i}^{s(0^\circ)}, \mathbf{i}^{s(+20^\circ)} \quad (29)$$

The primary currents contributed by each secondary are,

$$\mathbf{i}_{s(-20^\circ)}^P = b(y\mathbf{I} + x\mathbf{A}^T)\mathbf{i}^{s(-20^\circ)} \quad (30)$$

$$\mathbf{i}_{s(0^\circ)}^P = b\mathbf{i}^{s(0^\circ)} \quad (31)$$

$$\mathbf{i}_{s(+20^\circ)}^P = b(y\mathbf{I} + x\mathbf{A})\mathbf{i}^{s(+20^\circ)} \quad (32)$$

where  $\mathbf{i}_{s(\alpha)}^P$  is the current from the secondary shifted an angle  $\alpha$ . In this case, as the voltages, each current in the primary features the same unbalance factor than the corresponding secondary.

The total primary current is given by,

$$\mathbf{i}^P = \mathbf{i}_{s(-20^\circ)}^P + \mathbf{i}_{s(0^\circ)}^P + \mathbf{i}_{s(+20^\circ)}^P \quad (33)$$

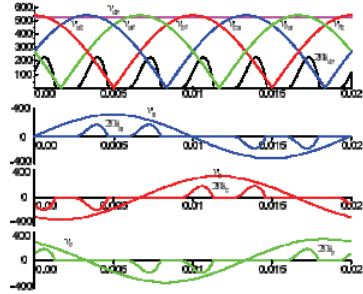


Fig. 4. Rectifier DC 6 pulses operating mode

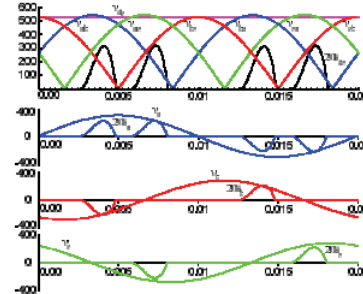


Fig. 5. Rectifier DC 4 pulses operating mode

Considering each secondary current with the same unbalance factor  $U_i$ ,

$$i_{s(-20^\circ)}^p = b \begin{bmatrix} I \\ a^2 I - j\Delta C - \Delta i_{s(-20^\circ)} \\ aI + j\Delta C + \Delta i_{s(-20^\circ)} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$i_{s(0^\circ)}^p = b \begin{bmatrix} I \\ a^2 I - j\Delta C - \Delta i_{s(0^\circ)} \\ aI + j\Delta C + \Delta i_{s(0^\circ)} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$i_{s(+20^\circ)}^p = b \begin{bmatrix} I \\ a^2 I - j\Delta C - \Delta i_{s(+20^\circ)} \\ aI + j\Delta C + \Delta i_{s(+20^\circ)} \end{bmatrix} \quad (36)$$

thus, the normalized primary current is,

$$i^p = \begin{bmatrix} I \\ a^2 I - j\Delta C - \frac{\Delta i_{s(-20^\circ)} + \Delta i_{s(0^\circ)} + \Delta i_{s(+20^\circ)}}{3} \\ aI + j\Delta C + \frac{\Delta i_{s(-20^\circ)} + \Delta i_{s(0^\circ)} + \Delta i_{s(+20^\circ)}}{3} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Then, the primary current can be composed by one balanced current  $I$ , an imaginary component  $j\Delta C$  and a vector  $\Delta i^p$  given by

$$\Delta i^p = \frac{\Delta i_{s(-20^\circ)} + \Delta i_{s(0^\circ)} + \Delta i_{s(+20^\circ)}}{3} \quad (38)$$

writing each term in polar coordinates,

$$\begin{aligned} \Delta i_{s(-20^\circ)} &= \Delta I_{s(-20^\circ)} (\cos(\alpha) + j \sin(\alpha)) \\ \Delta i_{s(0^\circ)} &= \Delta I_{s(0^\circ)} (\cos(\beta) + j \sin(\beta)) \\ \Delta i_{s(+20^\circ)} &= \Delta I_{s(+20^\circ)} (\cos(\gamma) + j \sin(\gamma)) \end{aligned} \quad (39)$$

the total primary current becomes,

$$\Delta i^p = \Delta I_s \left( \frac{\cos(\alpha) + \cos(\beta) + \cos(\gamma)}{3} + j \frac{\sin(\alpha) + \sin(\beta) + \sin(\gamma)}{3} \right) \quad (40)$$

and the amplitude coefficient of this vector is,

$$\frac{|\Delta i^p|}{\Delta I_s} = \sqrt{1 + \frac{2}{3} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\beta - \gamma) + \cos(\gamma - \alpha))}$$

The highest unbalance factor is given when this coefficient is maximum, this condition occurs when  $\alpha = \beta = \gamma$ , hence, the secondary currents have the same amplitude and phase, and consequently the maximum unbalance factor is  $U_i$ .

3) *Rectifier analysis:* When the voltage applied to the rectifier is unbalanced, the input currents have an amplification of the unbalanced factor [5].

The maximum line voltage variation can be estimated using the factor unbalance amplitude.

$$V_{min} \approx V - \Delta V \quad (41)$$

$$V_{max} \approx V + \Delta V \quad (42)$$

The phase variation is not considered in the present work. In the DC link, the voltage dynamic is

$$C_{dc} \frac{V_c}{\Delta T} = I_o \quad (43)$$

where  $V_c$  is the DC voltage variation.  $C_{dc}$  is the capacitance in the DC link,  $\Delta T$  is the time between current pulses and  $I_o$  is the mean output current.

If the line voltage are balanced or there is a very small unbalance, the rectifier works in 6 pulses mode, Fig. 4. The maximum dc voltage variation could be calculated using

$$V_{r6} = \frac{I_o}{6fC_{dc}} \quad (44)$$

If the line voltage variation  $\Delta V$  is greater than  $V_{r6}$  then two diodes are not polarized, and the rectifier works in 4 pulses mode, Fig. 5. The maximum dc voltage variation could be calculated using

$$V_{r4} = \frac{I_o}{4fC_{dc}} \quad (45)$$

If the line voltage variation  $\Delta V$  is greater than  $V_{r4}$  then four diodes are not polarized, and the rectifier works in 2 pulses mode, Fig. 6. In this mode, the dc voltage variation is fixed and could be calculated by

$$V_{r2} = \frac{I_o}{2fC_{dc}} \quad (46)$$

The current pulses amplitude can be calculated equalizing the areas of the rectifier current and output current,

$$n_p \frac{I_{max}}{2} T_c = I_o T \quad (47)$$

where  $n_p$  is the number of pulses,  $I_{max}$  is the current amplitude,  $T_c$  is the conducting time,  $I_o$  is the output current,



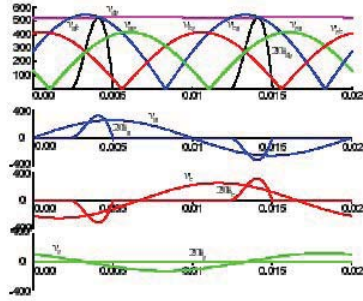


Fig. 6. Rectifier DC 2 pulses operating mode

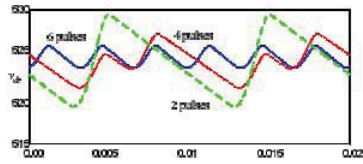


Fig. 7. DC Voltage

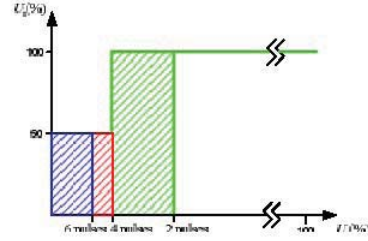


Fig. 8. Rectifier voltage/current unbalance factor

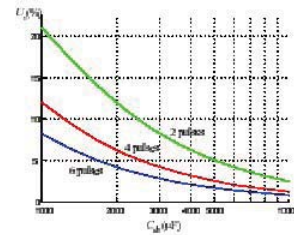


Fig. 9. Unbalance factor in function of DC capacity

and  $T$  is the period. The conducting time can be calculated for each conducting sector as,

$$T_c = K \frac{T}{6} \quad (48)$$

The current amplitude is given by,

$$I_{max} = \frac{12I_o}{n_p K} \quad (49)$$

For 6 pulses mode,  $K \approx 2/3$ , then

$$I_{max6} \approx 3I_o \quad (50)$$

For 4 pulses mode,  $K \approx 3/4$ , then

$$I_{max4} \approx 4I_o \quad (51)$$

For 2 pulses mode,  $K \approx 1$ , then

$$I_{max2} \approx 6I_o \quad (52)$$

Considering  $V_{r4} \geq \Delta V(U) \geq V_{r6}$  the fundamental current amplitude, referenced to  $i_a$ , is given by,

$$I_a = \sqrt{T_c} I_{max}, I_b = \sqrt{\frac{T_c}{3}} I_{max}, I_c = \sqrt{\frac{T_c}{3}} I_{max} \quad (53)$$

The unbalance factor for this current is

$$U_i = 50\% \quad (54)$$

Considering  $V_{r2} \geq \Delta V(U) \geq V_{r4}$  the fundamental current amplitude, referenced to  $i_a$ , is given by,

$$I_a = \sqrt{T_c} I_{max}, I_b = \sqrt{T_c} I_{max}, I_c = 0 \quad (55)$$

The unbalance factor for this currents is

$$U_i = 100\% \quad (56)$$

in Fig. 8 is shown the relationship between the unbalance factor in the input line voltage and the unbalance factor in the input current.

Defining

$$M_{np} = \frac{I_o}{\sqrt{3} V_{np} f C_{dc}} \quad (57)$$

and

$$U_{v,np} = \frac{1}{2M_{np}} \left( 1 - \sqrt{1 - 4M_{np}} \right) \quad (58)$$

in Fig. 9 is shown the levels of unbalance factor in the input line voltage in terms of DC capacitance.

4) *DC-link Analysis:* The injected current from the rectifier to the DC link contains even harmonics. Using the Fourier coefficients it is possible to calculate the amplitude of these harmonics.

In the 6 pulses mode there is a 6<sup>th</sup> harmonic with magnitude,

$$I_6 = \frac{3}{2} I_o \quad (59)$$

in this mode, there are negligible 2<sup>nd</sup> and 4<sup>th</sup> harmonics. The amplitude of the voltage reflected by this current on the DC voltage is,

$$V_{dc6} = \frac{I_o}{8\pi f C_{dc}} \quad (60)$$

In the 4 pulses mode appears a 2<sup>nd</sup>, 4<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> harmonics with amplitudes

$$I_2 = I_o, I_4 = \frac{3}{4} I_o, I_6 = \frac{3}{2} I_o \quad (61)$$

The voltages reflected on the DC link are

$$V_{dc2} = \frac{I_o}{4\pi f C_{dc}}, V_{dc4} = \frac{3I_o}{32\pi f C_{dc}}, V_{dc6} = \frac{I_o}{8\pi f C_{dc}} \quad (62)$$



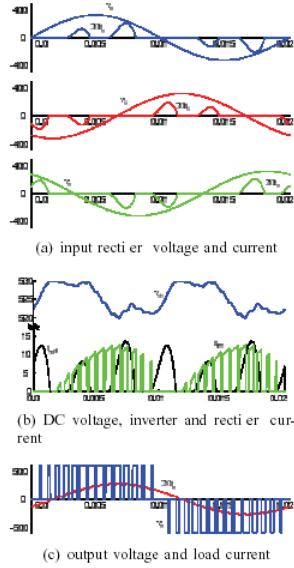


Fig. 10. Simulation in balanced condition

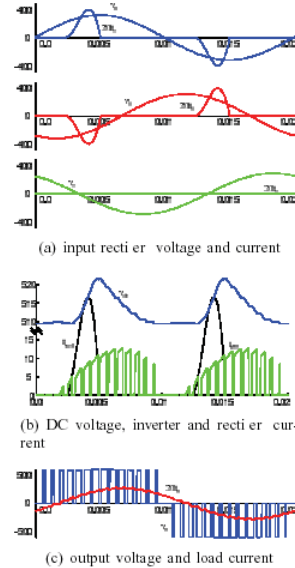


Fig. 11. Simulation in unbalanced condition

The maximum dc voltage variation assuming all the three voltages in phase is,

$$\Delta V_{dc} = \frac{15I_o}{32\pi f C_{dc}} \quad (63)$$

In the 2 pulses mode appears a 2<sup>nd</sup>, 4<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> harmonics with amplitudes

$$I_2 = 2I_o \quad I_4 = \frac{3}{2}I_o \quad I_6 = I_o \quad (64)$$

and the voltages reflected on the DC link are,

$$V_{dc2} = \frac{I_o}{2\pi f C_{dc}}, V_{dc4} = \frac{3I_o}{16\pi f C_{dc}}, V_{dc6} = \frac{I_o}{12\pi f C_{dc}} \quad (65)$$

thus, the maximum dc voltage variation in this case is,

$$\Delta V_{dc} = \frac{37I_o}{48\pi f C_{dc}} \quad (66)$$

All this cases are shown in Fig. 7. On the other hand, from the load, it is injected a current at 2*f<sub>o</sub>*, with amplitude

$$I_{L2} = \frac{I_o}{\cos(\phi)} \quad (67)$$

Assuming the output frequency equal to the input, the voltage imposed by this current is,

$$V_{dc2} = \frac{I_o}{\cos(\phi)4\pi f C_{dc}} \quad (68)$$

The worst operational condition is when the rectifier works in 2 pulses mode, the voltage variation is the sum of (66) and (68), thus

$$\Delta V_{dc} = \frac{I_o}{4\pi f C_{dc}} \left( 3 + \frac{1}{\cos(\phi)} \right) \quad (69)$$

In order to minimize the DC voltage variation, the DC link capacitor design should consider these latest harmonics. Otherwise, it can distort the DC voltage and consequently the output voltage.

5) Load Analysis: Considering the DC voltage,

$$v_{dc} = V_{dc0} + V_{dc2} \sin(2\omega t) + V_{dc4} \sin(4\omega t) + V_{dc6} \sin(6\omega t) \quad (70)$$

the output voltage contains the modulation of the DC voltage with the inverter modulating signal at the output frequency.

$$v_o = m_o [(V_{dc0} + V_{dc2}) \sin(\omega t) + (V_{dc2} + V_{dc4}) \sin(3\omega t) + (V_{dc4} + V_{dc6}) \sin(5\omega t) + V_{dc6} \sin(7\omega t)] \quad (71)$$

The load current contains the same harmonics, attenuated by the load impedance.

### C. Simulation

The system is simulated in the balanced condition in Fig. 10, and in the unbalanced condition in Fig. 11, the simulation parameters are shown in the Table I.

TABLE I  
SIMULATION PARAMETERS

Condition	Balanced	Unbalanced	Improved DC design
$U_{ref}(\%)$	0	3.125	3.125
$C$	3300uF	3300uF	6100uF
$\hat{V}_{dc}$	1%V	1.6%	1%
$U_{t1}(\%)$	14	100	100

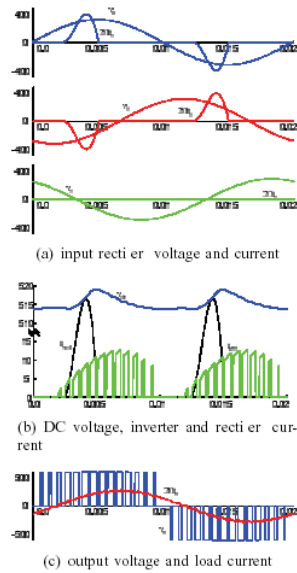


Fig. 12. Simulation in unbalanced condition, with improve DC capacitor design

The input filter parameters are  $L_s = 1\text{mH}$  and  $R_s = 0.1\Omega$ , the input and output frequency are 50Hz, and the load parameters are  $P_o = 2\text{kW}$  and  $p.f. = 0.86$ .

### III. PASSIVE COMPONENTS DESIGN GUIDELINES

The DC capacitor design for a balanced system considers the second harmonic current injected by the inverter [11],

$$I_{iDClink} = \frac{V_o I_o}{2V_{dc}} - \frac{V_o I_o}{2V_{dc} \cos(\phi)} \cos(2\omega_o + \phi), \quad (72)$$

and for a given DC voltage variation the value of the DC link capacitor is,

$$C_{dc} = \frac{I_o}{4\pi f V_{dc} \cos(\phi)} \quad (73)$$

In the case of unbalance, the current in the DC link is the summation of the current injected by the inverter and the current injected by the rectifier. Thus the voltage variation is,

$$\bar{V}_{dc} = \frac{I_o}{4\pi f C_{dc}} \left( 3 + \frac{1}{\cos(\phi)} \right) \quad (74)$$

and thus the capacitance is,

$$C_{dc} = \frac{I_o}{4\pi f \bar{V}_{dc} \cos(\phi)} (3 \cos(\phi) + 1) \quad (75)$$

The simulations in Fig. 12 show the unbalanced system with the DC capacitor design for unbalanced conditions. The DC link voltage is clearly improved and consequently the output voltage Fig. 12(b). The output current does not show a major improvement due to the inductive load Fig. 12(c). The rectifier input current also does not present a major improvement Fig. 12(a).

### IV. CONCLUSION

Unbalanced supply voltages affect the different stages of multi-cell converter in many ways. This paper identifies and evaluates these several effects and proposes a mitigating alternative. In fact, each secondary voltage of the multi-pulse transformer results unbalanced in magnitude and phase; however, the unbalance factor is identical to the primary voltage. As a result, the rectifier produces an unbalanced input current including odd harmonics. The phase unbalance present in the current is not negligible and can produce distorted and unbalanced overall input currents. The current injected into the DC link from the rectifier contains even harmonics components. These harmonic components generate even voltage harmonics in the DC link voltage and can reflect this distortion to the output voltage across the single phase inverter. Generally, the load is very inductive and its current is not affected by the distortion at the output voltage. One form of mitigating the distortion effects in the DC link voltage is redesigning the DC capacitor. To do so, this paper also presents a design guideline for the DC capacitor that includes the unbalance factor of the input currents.

### ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to thank the financial support from the Chilean Fund for Scientific and Technological Development (FONDECYT) through project 103 0368.

### REFERENCES

- [1] P. Hammond, A new approach to enhance power quality for medium-voltage ac drives, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 33, no. 1, pp. 202-208, 1997.
- [2] Jih-Sheng Lai and Fang Zheng Peng, Multilevel converters—a new breed of power converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 32, no. 3, pp. 509-517, 1996.
- [3] Leon M. Tolbert, Fang Zheng Peng, and Tomas G. Habetler, Multilevel converters for large electric drives, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 35, no. 1, pp. 36-44, 1999.
- [4] Annete von Jouanne and Basudeb Banerjee, Assessment of voltage unbalance, *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 16, no. 4, pp. 782-790, 2001.
- [5] Seung-Gi Jeong and Ju-Yeop Choi, Line current characteristics of three-phase uncontrolled rectifiers under line voltage unbalance condition, *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 17, no. 6, pp. 935-945, 2002.
- [6] Hong-Seok Song and Kwanghee Nam, Dual current control scheme for PWM converter under unbalanced input voltage conditions, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 46, no. 5, pp. 935-959, 1999.
- [7] Sung-Chan Ahn and Dong-Seok Hyun, New control scheme of three-phase PWM ac/dc converter without phase angle detection under the unbalanced input voltage conditions, *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 616-622, 2002.
- [8] Muhammad H. Rashid and Ali L. Maswood, Analysis of three-phase ac/dc converters under unbalanced supply conditions, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 24, no. 3, pp. 449-455, 1998.
- [9] Luis Moran, Phoivos D. Ziogas, and Geza Joos, Design aspects of synchronous PWM rectifier systems under unbalanced input voltage conditions, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, no. 6, pp. 1286-1293, 1992.
- [10] Yiquiao Lang and C. O. Nwankpa, A new type of statcom based on cascading voltage source inverters with phase-shifted unipolar spwm, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 35, no. 5, pp. 1118-1123, 1999.
- [11] M. A. Perez, J. R. Espinoza, J. R. Rodriguez, and P. Lezana, Regenerative medium voltage ac drive based on a multi-cell arrangement with minimum energy storage requirements, in *International Symposium on Industrial Electronics*, L'Aquila, Italy, July, 8-11 2002, ISIE 2002.

### Analysis of a Multi-Cell Topology implemented with Single-Phase Non-Regenerative Cells Under an Unbalanced AC Mains

**Carlos R. Baier**

Depto. de Ingeniería Eléctrica  
 Universidad de Concepción  
 Casilla 160-C, Correo 3  
 Concepción, CHILE  
[carlobaier@udec.cl](mailto:carlobaier@udec.cl)

**Marcelo A. Pérez**

Depto. de Ingeniería Eléctrica  
 Universidad de Concepción  
 Casilla 160-C, Correo 3  
 Concepción, CHILE  
[mperez@udec.cl](mailto:mperez@udec.cl)

**José R. Espinoza**

Depto. de Ingeniería Eléctrica  
 Universidad de Concepción  
 Casilla 160-C, Correo 3  
 Concepción, CHILE  
[joze.espinoza@udec.cl](mailto:joze.espinoza@udec.cl)

**José R. Rodríguez**

Depto. de Ing. Electrónica  
 U.T.F.S.M.  
 Casilla 110-V  
 Valparaíso, CHILE  
[jrodriguez@ulo.utfsm.cl](mailto:jrodriguez@ulo.utfsm.cl)

**Abstract** – The analysis of a multi-cell topology implemented with single-phase non-regenerative cells under an unbalanced ac mains is presented. The study shows that the topology naturally compensates the voltage unbalances; for instance, for a 100% voltage unbalance in the ac mains, just a 32% reaches the load. Additionally, in order to compensate the remaining unbalance at the load side, a feed-forward control technique is used. The strategy reduces near to zero the load fundamental voltage unbalance while the input current unbalance and distortion are improved as well. Simulated results confirm the theoretical considerations.

I. INTRODUCTION

Multi-cell topologies can generate more than two voltage levels at the AC load terminals. Thus, among the advantages are the potential operation in medium voltages with reduced *dv/dt*, its modular implementation allows the use of off-the-shelf semiconductors, and the input-output voltage and currents are of high quality. This is, low distortion at the load side and high input power factor even at light loads. This is the case of the system shown in Fig. 1 and the ones presented in [1]-[2], which are commercially available in the market.

The multi-cell converters described in [1]-[2] feature cells based on three-phase diode-rectifier as input stages, which require a transformer with three isolated secondaries in order to supply a single-phase voltage to each phase of the load. If three cells are required to form a phase of the load, then nine isolated secondaries should be available. On the contrary, if cells based on single-phase diode-rectifier input stages are used, Fig. 1, just three secondaries with isolated phases are required to achieve the same voltage waveform at the load side. This feature makes the studied structure more attractive as it becomes less expensive (the transformer is simpler) and more reliable (because of the lesser components), both features are critical in medium power applications.

On the other hand, the presence of unbalances in the AC mains affects the operating performance of diode-based rectifiers. This issue has been widely reported in the scientific literature for rectifiers based on three-phase diode-bridges [5]. Among the undesired effects are the presence of a large second harmonics in the DC link and unbalanced AC input currents. This issue has been also studied and reported in rectifiers based on active front end topologies where similar conclusions are reached [3].

In this paper, the effects of an unbalanced AC mains on a multi-cell topology implemented with cells based on single-phase diode-rectifier as input stage is quantified, Fig. 1.

Specifically, the amount of unbalance that reaches the load side and the generated in the AC input currents is studied. It is also presented an alternative to mitigate the unbalance left at the load side by means of a feed-forward technique. Simulated results are presented to validate the theoretical considerations.

II. MULTI-CELL TOPOLOGY IMPLEMENTED WITH CELLS BASED ON SINGLE-PHASE DIODE-RECTIFIER AS THE INPUT STAGE

A. Cells arrangement and number of cells

The multi-cell topology implemented with cells based on single-phase diode-rectifier as the input stage shown in

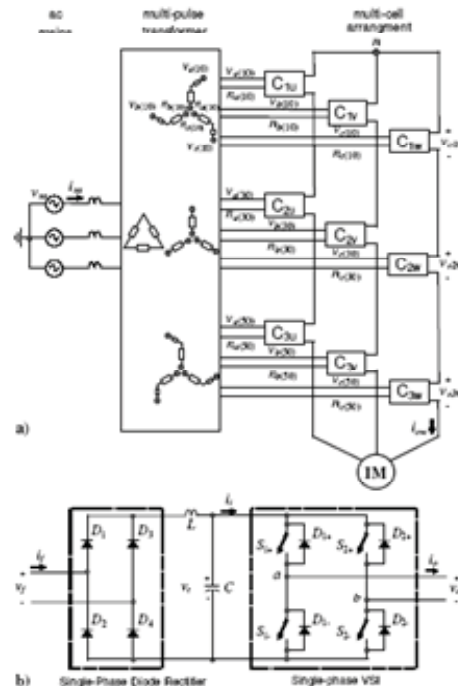


Fig. 1. A multi-cell topology based on single-phase diode-rectifier cells; (a) topology, (b) power cell

where  $g$  is the total transformer ratio,  $\bar{v}_{apri}$ ,  $\bar{v}_{hpri}$ ,  $\bar{v}_{cpri}$  are the primary voltage phasors and  $\bar{v}_{a(+10)}$ ,  $\bar{v}_{a(+30)}$ ,  $\bar{v}_{a(+50)}$  correspond to the secondary voltage phasors of the phase  $a$ , similar notation is used for the other phases as depicted in Fig. 1(a).

Representing the secondary voltages into its symmetrical components we can write,

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{p(+10)} \\ \bar{v}_{n(+10)} \\ \bar{v}_{z(+10)} \end{bmatrix} = g \bar{\mathbf{F}} \mathbf{T}_{+10} \bar{\mathbf{F}}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{v}_{ppri} \\ \bar{v}_{npri} \\ \bar{v}_{cpri} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{p(+30)} \\ \bar{v}_{n(+30)} \\ \bar{v}_{z(+30)} \end{bmatrix} = g \bar{\mathbf{F}} \mathbf{T}_{+30} \bar{\mathbf{F}}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{v}_{ppri} \\ \bar{v}_{npri} \\ \bar{v}_{cpri} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{p(+50)} \\ \bar{v}_{n(+50)} \\ \bar{v}_{z(+50)} \end{bmatrix} = g \bar{\mathbf{F}} \mathbf{T}_{+50} \bar{\mathbf{F}}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{v}_{ppri} \\ \bar{v}_{npri} \\ \bar{v}_{cpri} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

where  $\mathbf{T}_{+10}$ ,  $\mathbf{T}_{+30}$ , and  $\mathbf{T}_{+50}$ , correspond to the matrices given in (8), (9), and (10), respectively. After some math work and reducing terms, we can simplify the previous expressions to,

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{p(r)} \\ \bar{v}_{n(r)} \\ \bar{v}_{z(r)} \end{bmatrix} = g \mathbf{D}_r \begin{bmatrix} \bar{v}_{ppri} \\ \bar{v}_{npri} \\ \bar{v}_{cpri} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

where the subindex  $r$  could be  $+10^\circ$ ,  $+30^\circ$ , or  $+50^\circ$ , depending on the secondary. The resulting  $\mathbf{D}_r$  matrices are,

$$\mathbf{D}_{+10} = \text{diag} \left\{ \left( x^2 + xy + y^2, \text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right) \right), \left( x^2 + xy + y^2, -\text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right) \right), 0 \right\}, \quad (15)$$

$$\mathbf{D}_{+30} = \text{diag} \left\{ \left( 1, \text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right), \left( 1, -\text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right), 0 \right\}, \quad (16)$$

$$\mathbf{D}_{+50} = \text{diag} \left\{ \left( x^2 + xy + y^2, \text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2y+x}{x} \right) \right), \left( x^2 + xy + y^2, -\text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2y+x}{x} \right) \right), 0 \right\}. \quad (17)$$

Because  $x$  and  $y$  are constant and  $\mathbf{D}_r$  are diagonals we could conclude that: (a) the symmetrical components of the secondary respect to the primary differ just by a phasorial factor, (b) the positive primary components affect just the positive secondary components, and (c) the negative primary components affect just the negative secondary components. According to the definition of the unbalance factor, the secondary unbalance factors can be written as,

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{s(+10)} \\ \bar{u}_{s(+30)} \\ \bar{u}_{s(+50)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( 1, -2\text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x-y}{x+y} \right) \right) \\ \left( 1, -2\text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right) \\ \left( 1, -2\text{atan} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2y+x}{x} \right) \right) \end{bmatrix} \bar{u}_p, \quad (18)$$

where  $\bar{u}_{s(+10)}$ ,  $\bar{u}_{s(+30)}$ ,  $\bar{u}_{s(+50)}$ , are the unbalance factors of the secondaries as a function of the unbalance factor of the primary  $\bar{u}_p$ . Considering three cells per phase, thus,  $\delta = 20^\circ$ , and the factor  $x$  and  $y$  defined by (6) and (7), the unbalance factors become,

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{s(+10)} \\ \bar{u}_{s(+30)} \\ \bar{u}_{s(+50)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} (1, -20^\circ) \\ (1, -60^\circ) \\ (1, -100^\circ) \end{pmatrix} \bar{u}_p. \quad (19)$$

The previous expressions (18) and (19) indicate that the magnitude of the unbalance factors is not modified by the transformer configuration, instead just its phase is altered.

### B. Effects of the unbalance in the primary AC currents

Similarly to the voltages, the unbalance factors for the currents are found. The results show that the primary positive component is the summation of the secondary positive components and that the primary negative component is the summation of the secondary negative components.

Considering  $\delta = 20^\circ$  we can write,

$$\bar{i}_{ppri} = \bar{i}_{p(+10)}(1, -10^\circ) + \bar{i}_{p(+30)}(1, -30^\circ) + \bar{i}_{p(+50)}(1, -50^\circ) \quad (20)$$

$$\bar{i}_{npri} = \bar{i}_{n(+10)}(1, 10^\circ) + \bar{i}_{n(+30)}(1, 30^\circ) + \bar{i}_{n(+50)}(1, 50^\circ) \quad (21)$$

where  $\bar{i}_{ppri}$  and  $\bar{i}_{npri}$  are the primary symmetrical components while  $\bar{i}_{n(+10)}$ ,  $\bar{i}_{p(+10)}$ ,  $\bar{i}_{n(+30)}$ ,  $\bar{i}_{p(+30)}$ ,  $\bar{i}_{n(+50)}$ ,  $\bar{i}_{p(+50)}$  are the secondary symmetrical components.

Thus, the fundamental unbalance factor for the primary currents  $\bar{u}_{ip}$  as a function of the secondary symmetrical components is,

$$\bar{u}_{ip} = \frac{\bar{i}_{n(+10)}(1, 10^\circ) + \bar{i}_{n(+30)}(1, 30^\circ) + \bar{i}_{n(+50)}(1, 50^\circ)}{\bar{i}_{p(+10)}(1, -10^\circ) + \bar{i}_{p(+30)}(1, -30^\circ) + \bar{i}_{p(+50)}(1, -50^\circ)}. \quad (22)$$

The previous expression indicates that the unbalance factor of the primary currents is lesser or equal to the highest unbalance factor found in the secondary. This is due to the fact, that the positive sequence components of the secondaries are added up with identical phase (their angles do not depend upon the amplitude of the secondary currents). However, the phase of the negative sequence component depend upon both the configuration of the secondaries of the transformer and the amplitude of each secondary current. Thus, the negative sequence components get add up with different phases depending upon the unbalance of the secondary currents, Fig. 3.

In the worst case, if the phases of the negative sequences of

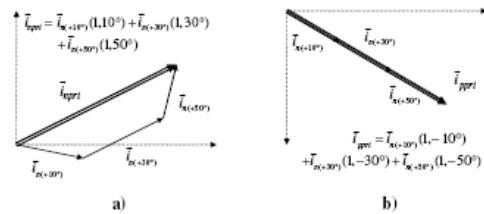


Fig. 3. Symmetrical components composition; (a) negative, (b) positive.



the secondary are equal, then, the magnitude of the unbalance factor in the primary is lesser than the highest unbalance factor of the secondary. It can be proved that,

$$\max\{U_{i(+10)}, U_{i(+30)}, U_{i(+50)}\} \geq U_{ipri} \geq 0. \quad (23)$$

Therefore, the unbalance factor of the primary current  $U_{ipri}$  is bounded according to (23) to the maximum unbalance factor of the secondary currents ( $U_{i(+10)}, U_{i(+30)}, U_{i(+50)}$ ).

#### V. EFFECTS OF THE AC MAINS UNBALANCE

An unbalance in the AC mains becomes a higher or lesser AC voltage in the input of the cell connected to that phase. Consequently, the DC link voltage of the cell will be higher or lower and, for a constant modulation index of the inverter, a higher or lower AC voltage will be produced in the AC output terminals of the cell. Hence, each cell will generate its own AC output voltage which in turn may generate unbalanced load voltages. In the following, an expression for this unbalance is derived.

The DC link voltage of a given cell is proportional to the input AC voltage, thus,

$$V_c = k_0 V_f, \quad (24)$$

where  $V_c$  is the DC link voltage in a given cell as in Fig. 1(b) and  $V_f$  is the magnitude of the phase voltage at its input. If every cell has the same modulation index at the inverter stage, the voltage of one phase of the load becomes proportional to the summation of the voltages that form that phase, hence,

$$V_u = k_1 (V_{a(+10)} + V_{a(+30)} + V_{a(+50)}), \quad (25)$$

$$V_v = k_1 (V_{b(+10)} + V_{b(+30)} + V_{b(+50)}), \quad (26)$$

$$V_w = k_1 (V_{c(+10)} + V_{c(+30)} + V_{c(+50)}), \quad (27)$$

where  $V_u = V_{o1u} + V_{o2u} + V_{o3u}$ ,  $V_v = V_{o1v} + V_{o2v} + V_{o3v}$ , and  $V_w = V_{o1w} + V_{o2w} + V_{o3w}$ , are the magnitudes of the load phase voltages,  $V_{a(+10)}, V_{a(+30)}, V_{a(+50)}$  are the magnitudes of the secondary voltages of the phase  $a$ ,  $V_{b(+10)}, V_{b(+30)}, V_{b(+50)}$  are the magnitudes of the secondary voltages of the phase  $b$ , and  $V_{c(+10)}, V_{c(+30)}, V_{c(+50)}$  are the magnitudes of the secondary voltages of the phase  $c$ . Because the unbalance factor is calculated as the ratio of the negative to the positive sequence, the gain  $k_1$  becomes irrelevant. Using the symmetrical components and considering that the zero sequence is not present in the primary side, the phase voltages at the input of the three cells fed by an arbitrary secondary are,

$$V_{a(r)} = k_2 |1 + \bar{u}_{s(r)}|, \quad (28)$$

$$V_{b(r)} = k_2 |\bar{a} + \bar{u}_{s(r)}|, \quad (29)$$

$$V_{c(r)} = k_2 |1 + \bar{a}\bar{u}_{s(r)}|, \quad (30)$$

where  $\bar{u}_{s(r)}$  (for  $r: +10^\circ, +30^\circ, +50^\circ$ ) is the unbalance factor in the corresponding secondary and the constant  $k_2$  is related to the magnitude of the positive sequence in el primary.

Replacing (28) - (30) into (25) - (27),

$$V_u = k \left( |1 + \bar{u}_{s(+10)}| + |1 + \bar{u}_{s(+30)}| + |1 + \bar{u}_{s(+50)}| \right), \quad (31)$$

$$V_v = k \left( |\bar{a} + \bar{u}_{s(+10)}| + |\bar{a} + \bar{u}_{s(+30)}| + |\bar{a} + \bar{u}_{s(+50)}| \right), \quad (32)$$

$$V_w = k \left( |1 + \bar{a}\bar{u}_{s(+10)}| + |1 + \bar{a}\bar{u}_{s(+30)}| + |1 + \bar{a}\bar{u}_{s(+50)}| \right), \quad (33)$$

where  $k = k_1 k_2$  and the magnitudes of the phasorial terms are function of the primary unbalance factor as,

$$|1 + \bar{u}_{s(r)}| = \sqrt{U_p^2 + 2U_p \cos(\alpha_u^p + \alpha_u^r) + 1}, \quad (34)$$

$$|\bar{a} + \bar{u}_{s(r)}| = \sqrt{U_p^2 + U_p (\sqrt{3} \sin(\alpha_u^p + \alpha_u^r) - \cos(\alpha_u^p + \alpha_u^r)) + 1}, \quad (35)$$

$$|1 + \bar{a}\bar{u}_{s(r)}| = \sqrt{U_p^2 + 2U_p \cos(\alpha_u^p + \alpha_u^r + 2\pi/3) + 1}, \quad (36)$$

where  $\alpha_u^r$  is the phase corresponding to the secondary  $r$  according to (19) and  $\alpha_u^p$  is the phase of the primary unbalance.

Using the expressions given in [4], the previous relations can be given in function of the line voltages. Thus, the unbalance factor of the load voltages ( $U_0, \alpha_{u0}$ ) could be computed as,

$$U_0 = \sqrt{\frac{K_e - K}{K_e + K}}, \quad (37)$$

$$\alpha_{u0} = \text{atan} \left( \frac{\sqrt{3}(V_{sw}^2 - V_{su}^2)}{2V_{sv}^2 - V_{sw}^2 - V_{su}^2} \right), \quad (38)$$

where,

$$K = \frac{\sqrt{2}(V_{sw}^2 V_{vw}^2 + V_{vw}^2 V_{su}^2 + V_{su}^2 V_{sw}^2) - V_{sv}^4 - V_{vw}^4 - V_{su}^4}{4}, \quad (39)$$

and represents the area of the triangle formed by the line voltage phasors and,

$$K_e = \frac{\sqrt{3} \left[ V_{sv}^2 + V_{vw}^2 + V_{su}^2 \right]}{4}, \quad (40)$$

represents the area of the triangle formed by the line voltage phasors when all the phasors magnitude are identical.

Fig. 4 shows the magnitude of the unbalance factor of the load voltages as a function of the magnitude and phase of the unbalance factor of the input voltages using (31) - (40). It can be seen that for a 100% unbalance at the AC input voltages ( $U_p = 1$  p.u.), a 32% unbalance voltage can be obtained at the load side at most. Moreover, depending upon the phase of the unbalance factor at the input  $\alpha_{up}$ , up to a 75% compensation could be naturally supplied by the topology.

The effects of the unbalances at the load side have been extensively reported in the literature [6][7] and some critical

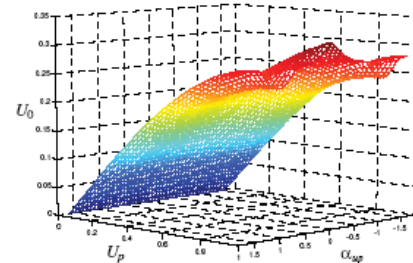


Fig. 4. Unbalance factor in the load as a function of the magnitude and phase of the primary unbalance factor.

loads may not tolerate it. An alternative to compensate for the residual unbalance at the load side is presented in the following.

## VI. CONTROL STRATEGY TO MITIGATE THE RESIDUAL UNBALANCE AT THE LOAD SIDE

### A. Control strategy

It is assumed that every cell is gated using a PWM type of modulation. Thus a triangular carrier and a sinusoidal reference is needed in every cell. An alternative to compensate offsets in the DC link voltage due to unbalances in the AC mains is a feed-forward scheme. The DC link voltage of the cell is measured and the amplitude of the carrier is modified accordingly before it is compared to the modulating signal. Thus, all the cells will generate identical fundamental AC output voltages. An alternative to implement the scheme is given in Fig. 5.

It is important to point out that in order to have the compensating capability, the modulation index cannot be equal to one, otherwise, sags will not be possible to compensate without avoiding overmodulation. Operating at reduced modulation index decreases the DC link voltage utilization factor. On the other hand, the strategy is based on a feed-forward approach, thus, zero unbalance at the load side is not totally expected. The simulated results will confirm this issue.

### B. Input current performance improvement

A secondary effect when using the feed-forward scheme is the improvement of the input currents in terms of balancing and reducing the distortion. Two reasons explain this fact.

First, the scheme changes the phases of the negative sequence components of the secondaries which in turn reduces the negative sequence in the primary side, Fig. 3.

Second, the higher positive sequence in the secondaries in order to balance the output power as performed by the feed-forward scheme, turns out in a higher positive sequence in the primary side. In fact, in steady state, equalizing both AC input and output instantaneous powers, and assuming a large capacitor size, one can write for a set of three cells,

$$\begin{bmatrix} I_{a(+10)} \\ I_{b(+10)} \\ I_{c(+10)} \end{bmatrix} = k s_1 \begin{bmatrix} I_{ow} \\ I_{ow} \\ I_{ow} \end{bmatrix} = k \text{diag}\{s_{1u}, s_{1v}, s_{1w}\} \begin{bmatrix} I_{ow} \\ I_{ow} \\ I_{ow} \end{bmatrix}, \quad (41)$$

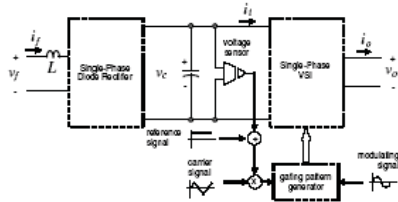


Fig. 5. Feed-forward control strategy to mitigate the residual unbalance at the load side.

$$\bar{i}_{p(+10)} = \frac{1}{3}(I_{a(+10)} + I_{b(+10)} + I_{c(+10)}, +10^\circ), \quad (42)$$

where,  $s_{1u}$ ,  $s_{1v}$ ,  $s_{1w}$  are the switching functions corresponding to the cells providing power to the phases  $u$ ,  $v$  and  $w$  feed by the first secondary shifted  $\delta = +10^\circ$  and  $I_{a(+10)}$ ,  $I_{b(+10)}$ ,  $I_{c(+10)}$  are the magnitudes of the secondary currents ( $r = +10$ ) and  $I_{ow}$ ,  $I_{ow}$ ,  $I_{ow}$  are the magnitude of the load currents.

If there is an unbalance that lowers the output voltage of a given cell, the compensating feed-forward approach will increase the switching function average component and – according to (41) – an increment in the magnitude of the fundamental component of the secondary current will take place. Considering (22) and Fig. 3(b), the increment of the positive sequence becomes a considerable contribution to the positive sequence of the primary current.

The negative sequence increases due to the different amplitudes in the input of each set of cells. This effect happens in both without and with compensation. Moreover, the compensation may cause a larger negative sequence, but because the phasors are not in phase, the overall negative sequence does not increase proportionally as seen in Fig. 3(a) and (24).

## VII. SIMULATED RESULTS

The system has been simulated under a balanced AC mains and with parameters as given in TABLE I. The results are given in Fig. 6. Clearly, the input currents are balanced and near sinusoidal waveforms with a *THD* of about 11%, which is expected for a total 18 pulses type of configuration. Similarly, the load currents are sinusoidal and balanced. The simulated results for an unbalanced AC mains (16% of unbalance) with similar parameters are given in Fig. 7 and TABLE I. In this case, the input currents are unbalanced and feature a *THD* of about 23%. Although the 16% of unbalance in the input voltages, the load voltages behave just a 6.9% unbalance due to the compensating feature of the topology. Finally, the Fig. 8 shows the previous results but considering the feed-forward control strategy to mitigate the residual load unbalance. Clearly, the fundamental load unbalance voltage is reduced to near zero and the input currents feature a *THD* of about 18%, which is lesser than the 23% of the previous case without the feed-forward approach. This confirms the improvement on the input currents of the compensating technique.

## VIII. CONCLUSIONS

The multi-cell topology implemented with cells featuring a single-phase non-regenerative input stage naturally compensates the voltage unbalance present in the AC mains. In fact, the analysis shows that for a 100% unbalance in the supply voltages, a maximum of 32% unbalance can get to the load. The study is based on the unbalance factor, computed from the symmetrical components, and considering its magnitude and phase. To mitigate the residual unbalance, a feed-forward control strategy is used. A near zero fundamental unbalance voltage factor is then achieved at the load side while improving the performance of the input AC

currents in terms of unbalance and distortion. However, it is required to operate the cells with reduced DC link voltage utilization in order to avoid overmodulation. Simulated results prove the theoretical considerations.

ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to thank the financial support from the Chilean Fund for Scientific and Technological Development (FONDECYT) through project 103-0368 and 105-0958.

REFERENCES

- [1] Peter W. Hammond, "Enhancing the Reliability of Modular Medium-Voltage Drives" *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 49, no. 5, Oct. 2002, pp. 948-954.
- [2] Peter W. Hammond, "A new Approach to Enhance Power Quality for Medium Voltage AC Drives" *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 33, no. 1, Jan/Feb. 1997, pp. 202-208.
- [3] Rodriguez J., Lezana P., "Input Current Harmonics in a Regenerative Multicell Inverter with Single Phase Active Rectifiers" in *International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON 2002*, Sevilla, Spain, Nov 2002, CD-ROM.
- [4] Seung-Gi Jeon, "Representing Line Voltage Unbalance" in *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting*, vol 3, pp 1724 - 1732, Pittsburgh 3-18 Oct. 2002.
- [5] Seung-Gi Jeon, Ju-Yeop Choi, "Line Current Characteristics of Three-Phase Uncontrolled Rectifiers Under Line Voltage Unbalance Condition" *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 17, no. 9, Nov. 2002, pp. 935-945.
- [6] C. -Y. Lee, "Effects of Unbalance Voltage on the operation performance of a three phase induction motors" *IEEE Trans. Energy Conversion*, Vol 14, n°2, June 1999, pp 202-208.
- [7] A. Von Jouanne, Benerjee, "Assessment of Voltage Unbalance" *IEEE Trans. On Power Delivery*, Vol 16, n°4, Oct. 2001, pp 782-790.

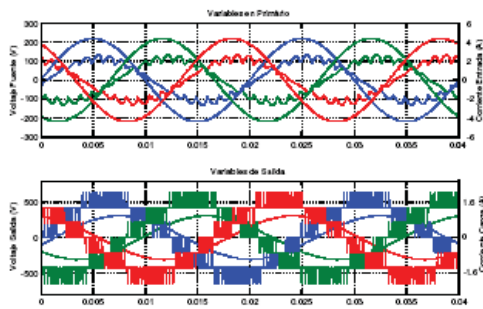


Fig. 6. Voltages and currents of the converter operating with a balanced AC mains; (top) ac mains, (bottom) load.

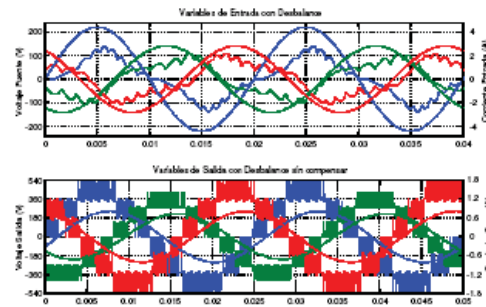


Fig. 7. Voltages and currents of the converter operating with an unbalanced AC mains (16% unbalance); (top) ac mains, (bottom) load.

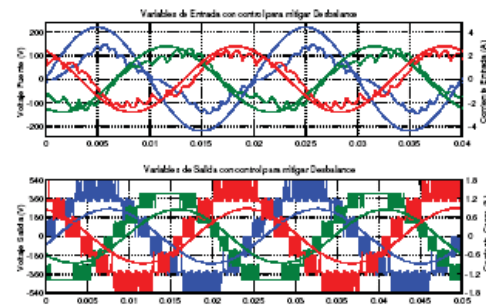


Fig. 8. Voltages and currents of the converter operating with an unbalanced AC mains (16% unbalance) but with the feed-forward control scheme; (top) ac mains, (bottom) load.

TABLE I  
PARAMETERS OF THE SIMULATED SYSTEM

Case	$R_c$	$L_c$	$U_p$	$U_o$	$THD_i$
Balanced	472 $\Omega$	656 mH	0.0 %	0.0 %	10.7 %
Unbalanced	472 $\Omega$	656 mH	16 %	6.9 %	23.0 %
Unbalanced but compensated	472 $\Omega$	656 mH	16 %	0.3 %	17.6 %