



Universidad de Concepción

Dirección de Postgrado

Departamento de Psicología – Programa de Magíster en Psicología

**ESTRATEGIAS COGNITIVAS ASOCIADAS A LA COMPARACIÓN DE
FRACCIONES. UN ESTUDIO DE POTENCIALES RELACIONADOS CON
EVENTOS (ERPs)**

TESIS

Magíster en Psicología mención Psicología Educativa



MARLENE PÉREZ QUEZADA

CONCEPCIÓN – CHILE

2019

Profesora Guía: Dra. Mabel Urrutia Martínez

Profesor Co-Guía: Dr. David Gómez

Dpto. de Psicología, Facultad de Ciencias Sociales

Universidad de Concepción

Esta tesis recibió apoyo de los proyectos FONDECYT REGULAR 1160188, *Cognitive biases and strategies underlying school mathematics: The case of fraction comparison* (Sesgos cognitivos y estrategias que subyacen a la matemática escolar: El caso de la comparación de fracciones), cuyo investigador responsable es el Dr. David Gómez del Instituto de Ciencias de la Educación (ICEd) de la Universidad de O'Higgins, en colaboración con la Dra. Mabel Urrutia de la Facultad de Educación de la Universidad de Concepción; y PIA/BASAL FB0003 del Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE) de la Universidad de Chile.



Índice de contenido

Resumen	9.
I. Introducción	11.
II. Marco Teórico	17.
2.1 Aprendizaje de los números racionales.....	17.
2.2 Sistemas de representación del concepto de número racional.....	20.
2.3 Modelos de cognición matemática para el aprendizaje de las fracciones.....	22.
2.4 Metacognición: Estrategias de procesamiento de fracciones.....	31.
2.4.1 Estrategias de tipo Componencial y Holística (EPC, EPH) en la comparación de fracciones.....	34.
2.4.2 Memoria de trabajo, una función estratégica en el aprendizaje de las fracciones.....	35.
2.5 La tarea de comparar fracciones.....	37.
2.5.1 Importancia de la magnitud numérica en la comparación de fracciones.....	38.
2.5.2 Ítems utilizados en la tarea de comparar fracciones.....	40.
2.6 Sustratos y procesos neurales en la comparación de fracciones.....	42.
2.7 Técnica Electrofisiológica EEG y Potenciales relacionados con evento ERP.....	44.
2.8 ERPs asociados a la comparación de fracciones.....	47.
2.8.1 Componente N400.....	47.
2.8.2 Componente P200.....	49.
2.8.3 Componente P300.....	50.
III. Método	51.
3.1 Preguntas de investigación.....	51.
3.2 Hipótesis.....	52.
3.3 Objetivos.....	52.
3.3.1 Objetivo general.....	52.

3.3.2	Objetivos específicos.....	52.
3.4	Diseño.....	53.
3.4.1	Definición de variables.....	53.
3.4.2	Participantes.....	57.
3.4.3	Instrumentos/aparatos de medida.....	59.
3.4.4	Procedimiento de recolección de datos.....	60.
3.4.5	Consideraciones éticas.....	63.
IV	Resultados.....	64.
4.1	Estudio inicial de fracciones.....	64.
4.1.1	Participantes del estudio inicial de fracciones.....	64.
4.1.2	Análisis descriptivo del desempeño general en la prueba inicial de fracciones.....	65.
4.1.3	Análisis descriptivo del desempeño por carrera y por tipo de ítem..	65.
4.1.4	Comparación de las carreras con más participantes.....	68.
4.2	Experimento conductual.....	68.
4.2.1	Participantes del experimento conductual.....	68.
4.2.2	Análisis descriptivo del desempeño: tiempos de respuesta (RTs) en la prueba experimental de fracciones.....	70.
4.2.3	Análisis descriptivo del desempeño: RTs. de respuestas correctas..	73.
4.2.4	Análisis descriptivo del desempeño: Respuestas correctas.....	76.
4.3	Resultados de prueba de memoria de trabajo.....	79.
4.3.1	Correlaciones entre memoria de trabajo y prueba de fracciones.....	79.
4.3.2	Correlaciones entre memoria de trabajo y respuestas correctas en la prueba de fracciones.....	86.
4.4	Experimento Electrofisiológico.....	88.
4.4.1	Participantes del experimento Electrofisiológico.....	88.
4.4.2	Registro electrofisiológico	88.

4.4.3 Procedimiento de análisis de datos del experimento electrofisiológico.....	89.
4.4.4 Resultados de ERPs electrofisiológicos.....	90.
4.4.5 Componente P200 en el procesamiento de fracciones.....	90.
4.4.6 Componente P200p en el procesamiento de fracciones.....	93.
4.4.7 Componente N400 en el procesamiento de fracciones.....	95.
4.4.8 Componente P300 en el procesamiento de fracciones.....	99.
V. Discusión General.....	108.
VI. Conclusiones.....	122.
VII Referencias.....	127.
Anexos.....	147.
Anexo 1. Prueba Inicial de Fracciones.....	147.
Anexo 2. Prueba Verbal WAIS.....	148.
Anexo 3. Consentimiento informado.....	158.

Índice de figuras

Figura 1. Modelo de triple código.....	25.
Figura 2. Presentación de estímulos de la tarea experimental.....	62.
Figura 3. Topografía centro parietal, de triple interacción de tipo de fracción por congruencia correspondiente al componente P200.....	91.
Figura 4. Topografía parietal del efecto de tipo de fracción correspondiente al componente P200p.....	94.
Figura 5. Topografía centro parietal con algunos electrodos representativos, correspondientes al componente N400 en los que se observa un efecto significativo de tipo de fracción.....	97.
Figura 6. Topografía parietal del efecto de tipo de fracción correspondiente al componente P300.....	101.

Figura 7: Topografía del efecto de congruencia en fracciones sin componente común, correspondiente al componente P300.....	103.
Figura 8. Topografía centro parietal del efecto significativo de tipo de fracción correspondiente al componente P300.....	105.
Figura 9. Topografía centro parietal del efecto de congruencia en fracciones sin componente común, correspondiente al componente P300.....	107.

Índice de Gráficos

Gráfico 1. Cantidad de participantes por carrera expresados en porcentajes.....	64.
Gráfico 2. Tiempos de respuesta promedio por participante.....	70.
Gráfico 3. Tiempos de respuesta correcta promedio por participante.....	73.
Gráfico 4. Porcentajes de respuestas correctas por participante.....	76.
Gráfico 5. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el porcentaje de respuestas correctas.....	80.
Gráfico 6. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta promedio.....	81.
Gráfico 7. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el porcentaje de respuestas correctas para cada una de las cinco categorías de pregunta.....	82.
Gráfico 8. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta.	84.
Gráfico 9. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta considerando solo respuestas correctas.....	86.
Gráfico 10: Interacción de tipo de fracción por congruencia en la zona centroparietal correspondiente al componente P200.....	92.

Gráfico 11. Medias expresadas en microvoltios (μV) correspondientes al efecto tipo de fracción correspondiente al componente P200p.....	93.
Gráfico 12. Medias del efecto de tipo de fracción expresadas en microvoltios (μV). correspondiente al componente P200p.....	93.
Gráfico 13. Medias del efecto de tipo de fracción expresadas en microvoltios (μV) correspondientes al componente N400.....	97.
Gráfico 14. Medias expresadas en microvoltios (μV), del efecto de tipo de fracción correspondiente al componente N400, en los electrodos CZ y PZ.....	98.
Gráfico 15. Medias del efecto de tipo de fracción expresadas en microvoltios (μV) correspondientes al componente P300.....	99.
Gráfico 16. Medias del efecto de congruencia expresados en microvoltios (μV) correspondiente al componente P300.....	102.
Gráfico 17. Medias del efecto de tipo de fracción (μV) correspondiente al componente P300.....	105.
Gráfico 18. Medias del efecto de congruencia (μV) en fracciones sin componente común, correspondiente al componente P300.....	106.

Índice de tablas

Tabla 1. Ejemplos de ítems congruentes, incongruentes y neutros.....	42.
Tabla 2. Ejemplos de material utilizado en la muestra.....	53.
Tabla 3. Porcentajes de aciertos obtenidos por cada carrera en la prueba de comparación de fracciones.....	65.
Tabla 4. Porcentaje de aciertos promedio de las diferentes carreras y de la muestra completa en cada categoría de pregunta.....	66.
Tabla 5. Estadística descriptiva del tiempo de respuesta en función de la categoría de pregunta: fracciones con un componente común, fracciones sin componente común; congruente, incongruente y neutro...	70.
Tabla 6. Valores p resultantes de comparar los tiempos de respuesta de todas las parejas posibles de categorías de preguntas usando pruebas t pareadas.....	72.

Tabla 7. Estadística descriptiva del tiempo de respuesta correcta (medidos en ms) en función de la categoría de pregunta: fracciones con un componente en común, fracciones sin componente común; congruente, incongruente y neutro.....	74.
Tabla 8. Valores p resultantes de comparar los tiempos de respuestas correctas de todas las parejas posibles de categorías de preguntas usando pruebas t pareadas.....	75.
Tabla 9. Estadística descriptiva del porcentaje de respuestas correctas en función de la categoría de pregunta: fracciones con un componente en común, fracciones sin componente común; congruente, incongruente y neutro.....	77.
Tabla 10. Valores p resultantes de comparar los porcentajes de respuestas correctas de todas las parejas posibles de categorías de preguntas usando pruebas t pareadas.....	78.
Tabla 11. Coeficientes de correlacion de Pearson entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el porcentaje de respuestas correctas para cada una de las cinco categorías de preguntas.....	83.
Tabla 12. Coeficientes de correlacion de Pearson entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de preguntas.....	85.
Tabla 13. Coeficientes de correlación de Pearson entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta, considerando sólo las respuestas correctas.....	87.

Resumen

El presente estudio tuvo como objetivo general determinar correlatos comportamentales y neurocognitivos asociados a algunas de las estrategias utilizadas por adultos universitarios, matemáticamente competentes, durante la comparación de fracciones. Para la realización de la investigación, se llevó a cabo un estudio en dos fases a) un estudio para la selección de la muestra, en que se aplicó un breve cuestionario con papel y lápiz para escoger a los estudiantes más avezados en la tarea de comparación de fracciones b) un estudio experimental en el que se realizó un muestreo no probabilístico para reclutar a alrededor de 50 estudiantes pertenecientes a las facultades y departamentos de matemáticas, física o ingeniería de la Universidad de Concepción, obtenidos del estudio anterior. En esta fase se realizó una tarea conductual de comparación de fracciones mientras se registraba la actividad cerebral con la técnica de potenciales relacionados con evocados (ERPs).

Se aplicó un diseño factorial de fracciones con componente común, en comparación con fracciones sin componente común de tipo congruente, incongruente y neutro. La hipótesis principal plantea que las fracciones con componentes comunes de tipo congruentes se compararán de manera más rápida y con mayor número de aciertos que las otras fracciones por el sesgo hacia los números naturales, asimismo se espera obtener correlatos electrofisiológicos específicos para cada tipo de fracción.

La tarea presentada a los participantes consistió en responder un cuestionario computarizado de comparación de fracciones, mientras se registró su actividad electrofisiológica cerebral mediante la técnica de ERP. Los resultados conductuales muestran diferencias significativas en los tiempos de reacción, indicando que responder preguntas congruentes es más rápido que responder preguntas incongruentes, mientras que cuando no hay componentes en común esta relación se invierte y, más aún, las preguntas neutras se responden más rápidamente que sus contrapartes congruentes e incongruentes. Los resultados obtenidos también nos indican que los participantes respondieron a los ítems con componente común en un tiempo significativamente menor al tiempo utilizado para

responder los ítems sin componente común. En cuanto a la dimensión de congruencia, se evidenció mayor tiempo de respuesta empleado en responder preguntas incongruentes (con respecto a las congruentes) en el caso con componente común, pero lo contrario en el caso sin componente común.

En cuanto a la tasa de aciertos, se obtuvo un efecto inverso de congruencia entre las categorías sin componente común (congruente e incongruente), ya que, en las primeras los estudiantes obtuvieron un promedio menor de respuestas correctas que en las segundas. Con respecto a la presencia o ausencia de componente común, los resultados indican que en las categorías sin componente común se obtuvo un promedio menor de respuestas correctas y que en las categorías con componente común la tasa de aciertos fue mayor. En relación a la tasa de aciertos entre categorías se obtuvieron resultados que indican que las preguntas congruentes fueron más difíciles de responder correctamente que las incongruentes, también se registró que, dentro de las categorías sin componente común, las preguntas neutras fueron respondidas con mayor acierto en comparación con las demás categorías.

Además, a partir del análisis de algunos componentes principales de ERP como N400, P200 y P300 se estudió la influencia de las mencionadas dimensiones del estímulo en las estrategias cognitivas utilizadas en el procesamiento de esta tarea. En general, los efectos de los distintos estímulos se presentaron en diferentes etapas de procesamiento; sin embargo, la covariable memoria de trabajo moduló algunos resultados, a excepción del componente P300 parietal que apareció en etapas más tardías de procesamiento (400 a 550 ms.). Este componente se ha asociado al efecto de congruencia y vinculado a estrategias cognitivas componenciales para resolver la tarea de comparación de fracciones sin componente común. Se discuten los resultados obtenidos, de acuerdo a las estrategias cognitivas asociadas: componenciales y holísticas.

Palabras claves: Comparación de fracciones, ERPs, N400, P200, P300, Memoria de trabajo.

I. Introducción

Los humanos tienen un sentido intuitivo de la cantidad y de la numerosidad desde las primeras etapas de su desarrollo. Los patrones de la mirada de bebés de cinco meses de vida muestran que tienen algún grado de conocimiento acerca de hechos aritméticos simples como $1+1=2$ y $2-1=1$ (Wynn, 1992), e incluso los recién nacidos pueden discriminar numerosidades pequeñas y grandes, así como intuir la correspondencia entre conjuntos de numerosidades similares entre distintas modalidades, por ejemplo, asociar un conjunto pequeño de objetos visuales con uno pequeño de sonidos, y un conjunto grande de objetos visuales con un conjunto grande de sonidos (Izard, Sann, Spelke, y Streri, 2009).

Después de comenzar a hablar, los niños aprenden la lista de conteo “uno, dos, tres, cuatro, ...” y alrededor de su cuarto cumpleaños saben que toda palabra en esta lista puede ser aplicada a un conjunto de objetos para describir la cardinalidad del conjunto, es decir, su número de elementos: “dos autos”, “tres juguetes” (Sarnecka y Carey, 2008). En términos matemáticos, esta forma de representación numérica se conoce como números naturales y en educación matemática aprendemos a representar una continuación natural de esta trayectoria: las personas aprenden a cómo representar números naturales, usando dígitos arábigos, y cómo hacer cálculos aritméticos con ellos (Sarnecka y Carey, 2008).

A pesar de las dificultades que conlleva el aprendizaje de los diversos métodos de cálculo, los conceptos siguen siendo simples, ya que los números naturales y sus combinaciones siempre pueden ser entendidos en términos concretos, como colecciones de objetos (Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, y Verschaffel, 2004). Las dificultades más complejas ocurren cuando la educación matemática escolar introduce un cambio radical del sentido numérico al enseñar que algunas cantidades no pueden ser descritas usando números naturales, como es el caso de las fracciones, que suelen ser representadas en principio como partes de un objeto hasta llegar a un concepto más amplio de número racional (Moss y Case, 1999).

Aunque las fracciones son representadas usando un par de números naturales ($1/2$), el modo de operar con ellas (cómo comparar o sumar fracciones)

es completamente distinto a lo que los estudiantes han conceptualizado antes por medio de números enteros (Van Dooren, et al., 2004).

Comprender el número racional es una parte esencial de la competencia matemática, ya que ayuda a adquirir conocimientos y contenidos matemáticos más avanzados como el álgebra y el cálculo (Behr, Lesh, Post y Silver, 1983). Sin embargo, desde la década de los 80, las investigaciones están mostrando que los estudiantes de educación primaria y secundaria, e incluso los adultos, tienen dificultades en la comprensión de diferentes aspectos de los números racionales (Moss y Case, 1999; Resnick et al., 1989; Stafylidou y Vosniadou, 2004), mostrando que es un contenido de difícil comprensión (Ni y Zhou, 2005; Van Dooren, Lehtinen y Verschaffel, 2015).

La investigación sobre este fenómeno está siendo replanteada a nivel internacional en los últimos años desde nuevas perspectivas, que subrayan que el conocimiento sobre los números naturales facilita la resolución de tareas de números racionales que son compatibles con este conocimiento, pero provoca el efecto contrario cuando las tareas no son compatibles con dicho conocimiento (Vamvakoussi, Van Dooren y Verschaffel, 2012; Van Dooren et al., 2015).

En este mismo sentido, los profesores observan como los alumnos enfrentan dificultades para aprender fracciones. Por ejemplo, muchos estudiantes piensan que: $1/5$ es mayor que $1/3$ porque 5 es mayor que 3 o que el resultado de sumar $1/2$ y $1/3$ es $2/5$. Este tipo de errores muestra que para aprender exitosamente fracciones se requiere un proceso de cambio conceptual (Vamvakoussi y Vosniadou, 2010). Más aún, la mayor frecuencia de estos errores ha llevado a algunos investigadores a pensar que el comprender las fracciones, y especialmente la comprensión de que una fracción es un número en sí mismo con una magnitud numérica asociada, es crucial para aprender matemáticas más avanzadas (Brown y Quinn, 2007). Esta afirmación ha sido confirmada repetidas veces, tanto por datos educativos consultados como por datos empíricos (Booth y Newton, 2012; Torbeyns, Schneider, Xin, y Siegler, 2015).

En nuestro país la educación matemática actual es evaluada constantemente por organismos nacionales e internacionales, por ejemplo, el último informe sobre

los resultados de la Evaluación Internacional de las Competencias de Adultos PIAAC (*por sus siglas en inglés: Programme for the International Assessment of Adult Competencies*) dice que el 62% de los adultos chilenos tiene bajo desempeño en razonamiento matemático, es decir más de la mitad de los chilenos entre 16 y 65 años sólo puede completar tareas de procesos matemáticos básicos, como contar dinero (Ministerio de Educación, OCDE, PIACC, 2016). En cuanto a las evaluaciones a nivel nacional la Agencia de Calidad de la Educación, dio a conocer los resultados de las evaluaciones SIMCE aplicadas desde el año 2010 hasta el año 2017, mostrando que particularmente en el área de las matemáticas los resultados dan cuenta de una tendencia al alza de 15 puntos en 4to básico y un alza de 15 puntos en II medio, sin embargo, estos resultados no evidencian variaciones significativas desde el año 2010, es decir casi una década sin cambios importantes (Agencia de Calidad de la Educación, SIMCE, 2018) más aún, evaluaciones internacionales como el PISA (*por sus siglas en inglés: Programme for International Student Assessment*) que es un Programa para la evaluación internacional de estudiantes, elaborado por la OCDE, en donde se busca evaluar el nivel de competencias esenciales que poseen los estudiantes para una completa participación en la sociedad, ha realizado evaluaciones en el año 2015 en el área de las matemáticas y sus resultados han posicionado a Chile como uno de los países en donde una gran proporción de sus estudiantes cercanos al final de la educación obligatoria, no alcanza las competencias mínimas requeridas para una participación plena en la sociedad (Agencia de Calidad de la Educación, PISA, 2018).

El aprendizaje de las fracciones provoca un cambio de razonamiento matemático, ya que la magnitud de un número racional es distinta a la de un número natural (Booth y Newton, 2012). Tal cambio parece influir profundamente en los alumnos, dificultando una comprensión conceptual del tema, particularmente en Chile, los resultados por dominio de contenidos de la prueba de TIMSS (Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias), llevado a cabo por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA) para levantar

información sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes de educación básica, presentó puntajes especialmente bajos en el área que involucra a las fracciones, donde se obtuvieron 427 puntos de un total de 1000, cifra que se encuentra por debajo de la media en la prueba de TIMSS y bajo la media de los conocimientos matemáticos, situándose en 459 puntos (Agencia de la Calidad de la Educación, TIMSS, 2015). Sumado a lo anterior, la diversidad de representaciones que tienen las fracciones llevan a los estudiantes a utilizar una serie de estrategias de procesamiento, las cuales pueden ser especialmente útiles para desarrollar un aspecto esencial de la competencia matemática: la capacidad de un pensamiento flexible. Al respecto, se han evidenciado diversas equivocaciones por parte de los alumnos en el tratamiento de estos números, tanto en la utilización indebida de propiedades de números enteros para procesar fracciones, como errores derivados de la mala implementación de estrategias cognitivas de procesamiento (Gómez, Jiménez, Bobadilla, Reyes y Dartnell, 2014; Obersteiner, Van Dooren, Van Hoof, y Verschaffel, 2013; Vamvakoussi, Van Dooren, y Verschaffel, 2012).

En los últimos años, la educación en nuestro país ha estado experimentando grandes cambios, en los que se destaca la integración de nuevas disciplinas de apoyo e innovación en los procesos de aprendizajes (Núñez, 1996), un ejemplo de esto es la incorporación de las neurociencias en la educación (Goswami, 2004), que ha resultado ser un gran aporte en la tarea de explicar cómo es que actúan millones de células nerviosas individuales en el encéfalo para producir nuevos conocimientos (Bransford, Brown y Cocking, 2003) y cómo, a su vez, estas células se modifican por el medioambiente (Jessel, Kandel y Schwartz, 1997). Para ello, la neurociencia ha utilizado variados tipos de métodos y sofisticadas técnicas para entender los procesos neurológicos que intervienen en la conducta y el aprendizaje (Munakata, Casey y Diamond, 2004), estas técnicas han permitido establecer las bases neurales sugeridas en los modelos cognitivos existentes del procesamiento matemático (Munakata, et al., 2004).

Dada la escasez de los estudios sobre procesamiento de fracciones con medidas neurofisiológicas, la presente investigación busca determinar correlatos electrofisiológicos de este procesamiento en una población relativamente experta,

para asegurar un cierto nivel de homogeneidad en el desempeño. En esta misma línea, esperamos que este estudio pueda contribuir con nuevos datos empíricos sobre las estrategias neurocognitivas que se emplean en la tarea de comparación de fracciones. Para ello utilizamos la técnica de Electrofisiología, específicamente en un estudio de potenciales relacionados con evento o ERP (*por sus siglas en inglés: event related potentials*), ya que es una de las técnicas con mayor resolución temporal que permite observar de manera directa el tiempo de procesamiento asociado a la comparación de fracciones mediante componentes específicos localizados en áreas hemisféricas cerebrales determinadas (Berger,1929). La técnica de ERP permite medir la respuesta electrofisiológica cerebral, que es el resultado directo de un evento o estímulo específico, ya sea de tipo sensorial, cognitivo o motriz (Sutton, Braren, Zubin, y John, 1965).

Una función ejecutiva de importancia en esta investigación es la memoria de trabajo, ya que es la que focaliza la atención y desde la que entra y sale información, teniendo un rol activo y de control, encargándose de recuperar la información almacenada en la memoria a largo plazo para poder comunicarse, reflexionar y calcular. La memoria de trabajo es el espacio mental en el cual las personas manipulan u operan sobre aspectos de su conocimiento durante el aprendizaje matemático o el desarrollo de problemas (DeStefano y LeFevre, 2004). Este es un sistema limitado, tanto por la duración de los recuerdos como por la capacidad de elementos que pueden ser recordados al mismo tiempo (Bajo et al., 2016 y Logatt, 2011). De este modo, la información se mantiene por un periodo corto de tiempo en la consciencia (minutos) y es fácil de recuperar, pero, luego de servir a su propósito, se descarta la información almacenada por una nueva (Logatt, 2011). La memoria de trabajo se utiliza para resolver problemas matemáticos cuando el individuo está tratando de interpretar un contenido, usando los conocimientos almacenados en la memoria a largo plazo, para retener y vincular ideas matemáticas y sintetizarlas en un nuevo conocimiento matemático en los procesos de aprendizaje (Unsworth y Engle, 2007).

Considerando la importancia de esta función ejecutiva se aplicó una subprueba de memoria del cuestionario WAIS con el fin de establecer algún tipo de

correlación entre los índices de memoria de trabajo obtenidos y el desempeño en la tarea específica de comparar fracciones.

En la primera sección de este documento se introduce el estado del saber de la problemática de nuestro estudio, junto con los primeros datos científicos que han aportado sustento empírico acerca de la existencia de sesgos cognitivos en el aprendizaje de las fracciones. El segundo capítulo del manuscrito incluye un amplio marco conceptual que aborda temas como el aprendizaje de las fracciones y sus sistemas de representación, abarca también una revisión de los modelos y las estrategias cognitivas utilizadas en el procesamiento de las fracciones, incluyendo la memoria de trabajo. Se agregan también, los detalles de la tarea de comparar fracciones y finalmente se explica en que consiste la técnica electrofisiológica junto con los ERPs relacionados al procesamiento de las fracciones. El tercer capítulo de nuestro documento presenta el método utilizado, que incluye preguntas de investigación, hipótesis, objetivos, el diseño idóneo para la investigación, definiciones de las variables estudiadas, los participantes del estudio, instrumentos utilizados y el procedimiento realizado para la recolección de datos. En el cuarto capítulo se presentan los resultados descriptivos, conductuales y electrofisiológicos obtenidos en nuestra investigación. Los capítulos quinto y sexto presentan las discusiones y conclusiones pertinentes a lo investigado. Y Finalmente, en el séptimo apartado se incluyen las referencias bibliográficas utilizadas en esta investigación.

Esperamos que estos resultados provean una base para futuros proyectos de investigación que continúen con la evaluación de los ERPs en la comparación de fracciones con/sin componente común; congruentes, neutros e incongruentes. También aportar evidencia empírica en relación a las etapas del procesamiento en que aparecen los efectos de congruencia e incongruencia.

II. Marco Teórico

2.1 Aprendizaje de los números racionales

La investigación en psicología del desarrollo cognitivo y la educación matemática han dado a conocer una fuente importante de dificultades en el aprendizaje de los números racionales y han considerado a este dominio como uno de los aspectos más importantes de la competencia matemática (Vamvakoussi y Vosniadou, 2010). Por ejemplo, se observa que los estudiantes cometen errores sistemáticos cuando una tarea requiere un razonamiento que no está de acuerdo con su conocimiento previo, es decir, pasar del conocimiento del conjunto de números naturales a conjunto números racionales, que incluyen números decimales, fracciones, números con dos componentes, entre otras características (Vamvakoussi y Vosniadou, 2010).

El término *números naturales* habitualmente se refiere a los números de conteo y cero, mientras que el término *números racionales* se refiere a los números que son o pueden ser expresadas en forma a/b , donde a y b son números enteros y b no es cero (Ni y Zhou, 2005). El razonar o entender un número en una tarea determinada, como si este fuese natural cuando en realidad se trata de un número racional es un fenómeno generalizado (Ni y Zhou, 2005), es decir, a los estudiantes les resulta difícil entender las diferencias que existen entre las características de los números naturales y los números racionales, así también entender las diferencias en los mecanismos cognitivos que subyacen a las operaciones aritméticas asociadas al cálculo, la enumeración, y comparación. En ciertos tipos de fracciones puede resultar útil relacionar las características de los números naturales hacia los racionales, ya que facilita el razonamiento cuando es apropiado, pero tiene un efecto adverso cuando no lo es, de ahí el término sesgo, que se refiere al error de aplicar atributos de los números naturales que no son aplicables para números racionales (Ni y Zhou, 2005). Este sesgo, se ha utilizado con frecuencia como estrategia para resolver las fracciones, especialmente para ayudar a resolver conflictos conceptuales y operacionales (Vamvakoussi, Vosniadou, 2010).

En el aprendizaje de las fracciones, los alumnos a menudo se enfrentan a nueva información, sometiéndose a un cambio conceptual parcial, lo que les lleva de responder correctamente en una nueva situación, pero al mismo tiempo responden incorrectamente en otra, esto irá en función de las características específicas de la tarea (Vosniadou, Vamvakoussi, y Skopeliti, 2008), un ejemplo es la situación en la que los alumnos ya entienden que entre dos números decimales existen infinitamente muchos otros números decimales, pero no entienden que esto también es válido para las fracciones (Vosniadou et al., 2008).

Al hablar del pensamiento numérico, resulta pertinente mencionar el planteamiento de Piaget quien declaraba que éste se desarrolla como consecuencia de la evolución de estructuras más generales de la cognición, considerando la construcción del número como un proceso correlativo al desarrollo del pensamiento lógico (Resnick y Ford, 1991). Esto quiere decir que las personas, en sus primeros años de vida (hasta los cinco o seis años), serían incapaces de entender el número y la aritmética al carecer de razonamiento y conceptos lógicos necesarios, y actos como el recitar la serie de números desde muy pequeños serían únicamente verbales y sin significado numérico alguno. Sin embargo, estudios más recientes sobre cognición numérica temprana (p.ej. Castro, 2008) demuestran que los niños preescolares pueden aprender mucho acerca de la aritmética a través del conteo (Gelman y Gallistel, 1978) e incluso, que es posible observar las primeras trazas de conocimiento numérico antes incluso de que los niños dispongan del conteo verbal transmitido culturalmente o de cualquier otra influencia social (Castro, 1995). Es relevante aquí destacar la diferencia entre número y cantidad. Si bien los números son conceptos culturalmente transmitidos y por tanto su aprendizaje requiere interacciones sociales, diversos estudios sugieren que la capacidad de operar mentalmente con cantidades tendría posiblemente un origen innato, similar a muchas habilidades perceptivas (Dehaene, 1997; Wynn, 1992). De la misma manera, se ha comprobado que los bebés pueden detectar correspondencias de numerosidad entre conjuntos presentados en diferentes modalidades sensoriales como visual y auditiva. En un estudio de Stewart (2008) se presentó al bebé dos fotografías, una con dos elementos y la otra con tres elementos, y simultáneamente

se presentó una secuencia de dos o tres sonidos, encontrándose que los bebés se fijaban preferentemente en la fotografía cuyo número de elementos coincidía con el número de sonidos. De esta forma, se demostró que los bebés pueden llevar a cabo correspondencias intermodales basándose en la numerosidad de las presentaciones (ver también un estudio similar de Izard et al., 2009).

Paralelamente a la habilidad de contar, los niños van desarrollando cierta experiencia con distintas formas de relaciones cuantitativas que son importantes para el desarrollo posterior de los números (enteros y fracciones). Estas relaciones han sido definidas por Resnick y Ford (1991) como *esquemas protocuantitativos*, proponiendo una distinción entre dos tipos de conocimientos: el conocimiento representacional, que incluiría el conocimiento sobre el sistema numérico, y el conocimiento relacional, caracterizado por los esquemas protocuantitativos. Desde el punto de vista de estos autores, estos dos tipos de conocimientos tienen orígenes separados en el desarrollo temprano de los bebés y niños, y solamente a través de su integración se logra el conocimiento numérico (Resnick y Ford, 1991).

Al igual que ocurre con el desarrollo del lenguaje, en el desarrollo del conocimiento numérico-matemático el niño va disponiendo de una variedad de términos que expresan juicios de cantidad sin precisión numérica, como mayor, menor, más o menos, lo que les permite asignar etiquetas lingüísticas a la comparación de tamaños. Estos juicios, que operan sin ningún proceso de medida, se basan en los esquemas protocuantitativos de comparación (Resnick y Ford, 1991). Los autores identifican también otros dos esquemas protocuantitativos: uno que interpreta cambios en las cantidades como un incremento o decremento, y otro que establece relaciones parte-todo.

El esquema protocuantitativo incremento-decremento permite razonar sobre cambios en las cantidades cuando se les añade o se le quita algún elemento al conjunto. Es este esquema el que le permite a un niño saber que, por ejemplo, si tiene cierta cantidad de juguetes y consigue un juguete adicional, entonces tiene más que antes. De la misma manera que si le quitan un juguete resulta tener menos, o que si no se le añade o quita entonces tiene la misma cantidad, aún en el caso de

que se modifique la distribución espacial de los objetos (Resnick y Ford, 1991). Este esquema se relaciona profundamente con las ideas de antecesor y sucesor de los números naturales. Algunos investigadores han planteado que estas ideas son centrales para el desarrollo de la noción matemática de número (p.ej. Izard, Pica, Spelke y Dehaene, 2008).

Por otro lado, el esquema protocuantitativo parte-todo sería el responsable de que, desde muy pequeñas, las personas son capaces de reconocer que ciertos objetos pueden ser divididos en partes más pequeñas, y que volviéndolas a juntar dan lugar nuevamente al objeto original. De la misma manera, se pueden juntar dos cantidades que dan así lugar a una cantidad mayor, de tal forma que de manera implícita (aunque a veces también de manera explícita), los niños empiezan a familiarizarse con la propiedad aditiva de la suma; así como darse cuenta que el todo es mayor que las partes, y que pueden llegar a emitir este tipo de juicios sin necesidad de tener a la vista las cantidades (del todo y de sus partes). Como plantean Resnick y Ford (1991), esta comprensión de las relaciones parte-todo parece contradecir los planteamientos piagetianos clásicos de la tarea de la inclusión de clases (¿hay más pinos o más árboles en el bosque?). Sin embargo, los niños de cuatro y cinco años pueden hacer juicios correctos de inclusión de clases si las etiquetas centran la atención de los niños claramente sobre el todo más que sobre sus partes individuales (hablar de un bosque en lugar de, por ejemplo, pinos más robles). Desde este contexto, los esquemas de razonamiento protocuantitativos constituyen un elemento básico para el desarrollo del pensamiento numérico-matemático (Resnick y Ford, 1991).

2.2 Sistemas de representación del concepto de número racional

Muchas investigaciones actuales centran su atención en los procesos cognitivos que subyacen al aprendizaje de los números racionales y más específicamente de las fracciones. Se pone especial énfasis en el estudio de las diferentes representaciones, físicas o mentales, que son imprescindibles para dar significado a los conceptos matemáticos (los cuales son entendidos como el

resultado de una larga secuencia de aprendizaje en las cuales ocurren e interactúan una gran cantidad de procesos mentales; Dreyfus, 1991).

En sentido general, según Goldin y Janvier (1998), el término *representación* tiene las siguientes interpretaciones:

- Un conjunto de situaciones del entorno físico que puede ser objeto de descripción matemática. Esta interpretación pone énfasis en la matemática como abstracción del entorno físico.
- Un sistema lingüístico, mediante el cual se plantea y discute el contenido matemático. Esta interpretación pone énfasis en el lenguaje matemático.
- Un constructo matemático formal que puede representar situaciones mediante símbolos. Esta interpretación pone énfasis en la matemática misma.
- Una configuración cognitiva interna del individuo, referida a la conducta o la introspección y que describe algunos aspectos del pensamiento matemático. Esta interpretación pone énfasis en el sujeto que se enfrenta a la tarea de aprender matemática.

A lo largo de este trabajo, y debido a la perspectiva neurocognitiva que se toma sobre el aprendizaje, vamos a utilizar esta última interpretación. No obstante, las representaciones mentales no se pueden examinar de manera aislada, ya que son parte de un sistema estructurado más amplio con significados y convenciones determinadas. Según Goldin (1998), destacan dos tipos de representaciones:

- Las externas: comprenden los diferentes sistemas simbólicos convencionales de la matemática, así como los entornos diseñados para el aprendizaje.
- Las internas: comprenden los sistemas mentales de representación y los diferentes significados que se le asignan a la simbolización matemática.

Ambas formas de representación, y no sólo las internas, son relevantes, puesto que las representaciones externas permiten proveer un andamiaje para el desarrollo de las representaciones internas (tenemos, por ejemplo, el caso del

ábaco que ayuda a internalizar el concepto de notación posicional de los números). Esta dualidad de representaciones sigue estando presente para el procesamiento de las fracciones, ya que se dispone tanto de una representación externa la cual es simbólica, escrita u oral, permitiendo establecer comunicación acerca del concepto de una forma más sencilla, y de una representación interna la cual es mental y se refiere a los puntos que un individuo toma como referencia para interactuar con el mundo exterior y se construyen sobre la base de las representaciones concretas, externas, del concepto (Dreyfus, 1991). Las representaciones internas de un concepto matemático poseen una mayor precisión en el caso de sujetos que han desarrollado un pensamiento matemático avanzado (Azcárate, 1995).

En lo referente a la representación del concepto de fracción, se pone particular atención en el carácter complementario de la relación existente entre los procesos de abstracción y representación como uno de los aspectos vitales de su aprendizaje, estableciendo una similitud entre esta relación y aquella existente entre las representaciones internas o los esquemas mentales internos mediante los cuales el individuo interactúa con las representaciones externas del conocimiento (Dreyfus, 1991). En este sentido, el proceso de aprendizaje debería consistir en cuatro etapas: (i) usar una representación, (ii) usar varias representaciones en paralelo, (iii) realizar nexos entre estas representaciones, y (iv) integrar las representaciones y flexibilizar los cambios entre ellas. En el caso del aprendizaje del concepto de fracción, esto se expresa en que los alumnos se pueden encontrar con varias representaciones externas (pictóricas, simbólicas, etc.) y la comprensión de las correspondencias entre sí, les permiten realizar una transición desde la comprensión de un tópico concreto hacia una comprensión más abstracta del concepto (Dreyfus, 1991).

2.3 Modelos de cognición matemática para el aprendizaje de las fracciones

A medida que avanzan las investigaciones y el conocimiento acerca del aprendizaje matemático, cada vez más expertos advierten la importancia de una buena comprensión de las fracciones, señalándolas como un conocimiento crítico para el desarrollo de competencias matemáticas más complejas (p.ej. Booth y

Newton, 2012; ver también Siegler, Duncan, Davis-Kean, Duckworth, Claessens, et al., 2012). Por esta razón, se han creado diversas propuestas de modelos cognitivos con el fin de alcanzar un mayor entendimiento del procesamiento numérico asociado a las fracciones.

Un primer modelo, importante de mencionar en esta revisión, no se refiere al procesamiento de fracciones, sino que más generalmente al de números naturales. Este modelo, presentado por Dehaene y Cohen (1995), ha permitido comprender las diferencias presentes en la velocidad de procesamiento entre números arábigos y palabras numéricas en función del tipo de tarea, y es conocido como el Modelo de Triple Código. Éste plantea que el cerebro procesa números naturales usando tres codificaciones distintas pero interconectadas: numerales visuales (p.ej. aquéllos arábigos), palabras numéricas y magnitudes no simbólicas. Estos diversos códigos explicarían por qué, por ejemplo, en tareas de comparación numérica y juicios de paridad las respuestas suelen ser más rápidas ante números arábigos, mientras que en el caso de tareas de denominación las respuestas son más rápidas para palabras numéricas (Macizo y Herrera, 2012). Este modelo permite hacer disociaciones entre la semántica numérica y la semántica general, además de asignarle un carácter muy específico a la representación de cantidad, describiendo por ejemplo por qué una persona que presente dificultades para representar la cardinalidad de los números (sumar incluso de 1 en 1) podría no tener problemas para recitar la secuencia numérica. En este aspecto, este modelo apoya la representación específica de magnitud o cantidad numérica (cardinalidad) en contraste con la representación de secuencia (Delazer y Butterworth, 1997).

El mencionado modelo de Dehane y Cohen (1995) es un modelo cognitivo neuro-funcional muy utilizado en la actualidad como base para diversas investigaciones, pues aborda el sustrato neural de sus componentes. El modelo se basa en la afirmación de que en las culturas en que se han desarrollado notaciones simbólicas (como por ejemplo aquéllas asociadas al sistema decimal o al cálculo infinitesimal) se observan cambios en la representación biológica original de magnitudes en los niños, adolescentes o adultos, la cual evoluciona para adquirir la

capacidad especializada en la que se puede acceder a los tres tipos de representación de forma directa, dependiendo del estímulo presentado. Dehane y Cohen (1995) postulan algunas hipótesis acerca de dónde se encontrarían radicados en el cerebro estos tipos de representación, qué codifican y cómo se coordina su actividad en las diferentes tareas. Las tres hipótesis funcionales propuestas son:

1. La información numérica se puede manipular en tres códigos: uno de representación analógica de las cantidades, que procesa las magnitudes a través de una línea numérica localizada en la región intraparietal de ambos hemisferios del cerebro; uno verbal auditivo, que representa las cantidades con palabras en tanto símbolos verbales, y las estructuras involucradas en este tipo de representación se encuentran en las áreas perisilvianas izquierdas; y uno visual arábigo, que trabaja con los numerales habituales que utilizamos para simbolizar números, por lo que implica procesos de identificación visual y cuyo sustrato neural se especula está en los sectores ventrales occipito-temporales de ambos hemisferios.

2. La segunda hipótesis dice que la información se puede traducir de un código a otro mediante rutas asemánticas, es decir, que dependiendo de la tarea se pasa de manera automática de un código a otro (Dehane y Cohen, 1995).

3. La tercera hipótesis dice que la elección de un código u otro depende del tipo de operación mental o cálculo a realizar.

Según este modelo, la información numérica puede ser representada y operada en cualquiera de los tres códigos, dependiendo de los requerimientos de la tarea en cuestión. En cada sistema representacional se llevan a cabo diversas funciones de procesamiento, por ejemplo, el sistema verbal auditivo procesa las operaciones aritméticas más simples y aquéllas relacionadas con el lenguaje como las tablas de multiplicar, mientras que las tareas que involucran mayor carga cognitiva, como la estimación de magnitudes y representación visual, implican a los sistemas visual arábigo y analógico. Este último parece estar más implicado en procesamiento cuantitativo en general, pero no en las modalidades de entrada o salida del estímulo (Serra-Grabulosa, Adan, Pérez- Pàmies, Lachica y Membrives,

2013). La segunda y tercera hipótesis, además, suponen el traspaso inmediato de un código a otro según la tarea, por lo que estos sistemas están interactuando de forma constante (ver Figura 1).



Figura 1: Modelo de triple código, (tomado de Damás, 2009, p. 29)

Otro modelo, propuesto por Tall y Vinner (1981), fue formulado para establecer la relación existente entre un concepto matemático y su representación interna. La propuesta se fundamenta en dos aspectos interconectados del concepto: El primer aspecto es la definición conceptual, aquella secuencia de palabras que explica el concepto y cuya precisión varía desde las definiciones formales y aceptadas por la comunidad científica, hasta las definiciones personales que se utilizan para construir o reconstruir las definiciones formales. El segundo aspecto es el esquema conceptual, aquello que es recordado en nuestra memoria cuando escuchamos o vemos el nombre de un concepto. Ese algo no sería verbal y estaría asociado en nuestra mente con el nombre del concepto, pudiendo ser por ejemplo una representación visual o una colección de expresiones o experiencias.

Las representaciones visuales, las figuras mentales, las impresiones y las experiencias asociadas con el nombre del concepto pueden ser traducidas verbalmente. Según este modelo, sin embargo, las expresiones verbales no son la primera cosa evocada en nuestra memoria. Al escuchar la palabra “fracción”, por

ejemplo, podemos evocar la expresión $1/x$, podemos visualizar un ejemplo gráfico de una fracción como un trozo de pastel o pensar en operaciones de fracciones específicas tales como $1/2 = 2/4$ (Tall y Vinner, 1981).

Según lo anterior, en el proceso de estudio de un concepto matemático formalmente definido se ponen de manifiesto procesos mentales de recuerdo y manipulación que pueden afectar su comprensión, en tanto que la imagen evocada puede diferir de la definición formal. El esquema conceptual describe la estructura cognitiva de un individuo asociada a un concepto matemático, y se define como el conjunto de todas las imágenes mentales (cualquier clase de representación: forma simbólica, diagrama, gráfica, etc.) que un estudiante asocia al concepto, con todas las propiedades y procedimientos que les caracterizan (Azcárate, 1995).

Estas imágenes mentales del concepto matemático, así como el proceso de su manipulación, están sustentadas en la experiencia y el aprendizaje previos del estudiante. La definición conceptual personal puede diferir de la definición conceptual formal aceptada por la comunidad matemática, o bien pudo ser aprendida de una manera memorística, es decir que carece de un aprendizaje significativo. En efecto, para Artigue (1990) el concepto matemático se distingue por cuatro aspectos importantes:

- 1.- La noción matemática tal como se define en el contexto de una época dada.
- 2.- El conjunto de significados asociados al concepto.
- 3.- La clase de problemas en la cual una solución adquiere su sentido.
- 4.- Los instrumentos específicos del tratamiento del problema.

Las concepciones personales del estudiante no necesariamente tienen que coincidir con la definición del concepto, puesto que en su formación tienen un papel relevante sus experiencias previas. En este sentido, Artigue (1990) plantea la existencia de tres componentes que caracterizan las concepciones personales como entes diferentes de los conceptos matemáticos. Primero está la clase de situaciones-problemas que dan sentido al concepto para el estudiante. En segundo

lugar, el conjunto de significados que el estudiante es capaz de asociarle a su concepción, en particular las imágenes mentales y expresiones simbólicas. Y en tercer lugar tenemos los instrumentos, teoremas, y algoritmos de los que dispone el estudiante para manejar el concepto.

El modelo anterior ha sido posteriormente complementado con el trabajo de Sfard (1991), quien establece una clara distinción entre el concepto, que hace mención a las ideas matemáticas en su forma oficial como constructo teórico dentro del universo formal del conocimiento ideal, y la concepción, que constituye el conjunto de representaciones internas que evocan el universo subjetivo del conocimiento. Así mismo, Sfard (1991) profundiza en la existencia de dos tipos de concepciones en el conocimiento matemático:

1.- Las concepciones estructurales, utilizadas para denotar la noción matemática como un objeto matemático abstracto.

2.- Las concepciones operacionales, que abordan estas propias nociones como procesos, algoritmos y acciones.

De este modo, una fracción puede ser definida no sólo como un par de números enteros, sino también como un proceso de racionalización (Sfard, 1991). Esta habilidad de ver un concepto como un proceso y como un objeto a la vez ha sido considerada indispensable para la comprensión profunda de la cognición matemática y tiene un lugar en la mente del estudiante, quien debe poseer representaciones mentales de los objetos que sean ricas, es decir, que contengan muchos aspectos ligados a ellos, en vez de solo aprender a ejecutar una gran cantidad de procedimientos basados en formalismos previamente definidos (Dreyfus, 1991).

Según Dreyfus (1991), el conocimiento matemático se presenta tradicionalmente como un producto final y refinado; y como resultado de este tipo de enseñanza, el estudiante asocia el concepto matemático sólo con las situaciones que conoce durante el proceso de instrucción. Su experiencia personal se basa únicamente en lo estudiado sobre el concepto. En esta situación, el estudiante no

desarrolla la capacidad de utilizar el concepto estudiado de una manera flexible, no puede asociar éste con situaciones conocidas o problemas que formen parte de sus experiencias personales, y las nuevas ideas y conceptos, que el estudiante intenta aprender, no son satisfactoriamente acomodadas, es decir, surgen conflictos entre dos componentes: por una parte las imágenes mentales del estudiante, que también pueden ser del entorno matemático, y por otra parte las nuevas definiciones formales de los conceptos matemáticos que son objetos de aprendizaje.

Una de las representaciones erróneas más relevante respecto a los obstáculos y dificultades en el procesamiento de los números racionales o fracciones, que se guía por los principios y modelos ya mencionados, es el *sesgo de número natural*, un fenómeno que ha comenzado a ser investigado por la psicología del desarrollo cognitivo y ha demostrado ser repetidamente una fuente importante de dificultades en el aprendizaje de los números racionales (Moss, 2005). En particular, los estudiantes cometen errores sistemáticos cuando una tarea sobre números racionales requiere un razonamiento que no está de acuerdo con su conocimiento previo y experiencia previa acerca de los números naturales (Vamvakoussi y Vosniadou, 2010). La dependencia de los estudiantes en el razonamiento con números naturales en el contexto de tareas de números racionales es un fenómeno generalizado y facilita el razonamiento cuando se trata de una situación similar entre ambos dominios, pero tiene un efecto adverso cuando no lo es.

En el análisis de algunos estudios sobre números racionales o fracciones en particular se han observado errores sistemáticos en el desempeño de los estudiantes, como por ejemplo considerar que $\frac{1}{3}$ es menor a $\frac{1}{4}$ porque 3 es menor que 4, o que la suma de 2 fracciones se lleva a cabo sumando los numeradores y denominadores por separado (p.ej. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$) (Obersteiner, Van Dooren, Van Hoof, y Verschaffel, 2013). Estos errores han llevado a investigadores a hipotetizar los tipos de estrategias que utilizan los estudiantes para realizar diversas tareas debido a la mala interpretación de otros objetos matemáticos o propiedades de dichos objetos. Más generalmente, se ha encontrado también que los estudiantes

cometen errores sistemáticos cuando se requiere de ellos que realicen un razonamiento que no coincide con sus conocimientos y experiencias previas (Moss, 2005; Ni y Zhou, 2005; Smith, Solomon, y Carey, 2005; Vamvakoussi y Vosniadou, 2010), si bien lidian correctamente con estas situaciones si las respuestas esperadas son compatibles con su conocimiento en el ámbito de los números naturales (Nunes y Bryant, 2008; Stafylidou y Vosniadou, 2004). Esta estrategia de generalización, si bien es útil en contextos compatibles con el conocimiento de números naturales (p.ej. sumar dos fracciones con igual denominador), se vuelve un obstáculo cuando se quiere obtener un mayor entendimiento del concepto de número racional y puede sesgarlos, convirtiéndose en una causa de error (Mamede, Nunes, y Bryan, 2005; Moss, 2005).

Ni y Zhou (2015) presentaron una revisión de un conjunto de errores cuyo origen común está en la aplicación de los conceptos, procedimientos e intuiciones del dominio de los números naturales a las fracciones, estos investigadores lo llamaron “sesgo de los números enteros” (SNE) o sesgo de los números naturales (Obersteiner et al., 2013). Pese a que no hay consenso acerca del origen del sesgo de los números naturales, Ni y Zhou (2005) presentaron tres posibles hipótesis, las dos primeras relacionadas con predisposiciones psicológicas básicas y la tercera relacionada con prácticas pedagógicas deficientes. Esta última idea hace especial referencia a la metodología “*parte de un todo*” con el que se suele enseñar las fracciones, y que está basada en los esquemas de los números naturales: contar las partes en que se divide el todo y luego contar el conjunto de partes que interesa (Programas de estudio, Ministerio de Educación, 2014). También se ha sugerido que, como antes de introducir los números racionales se ha construido un conocimiento profundo del número que está íntimamente ligado a conocimientos formales e informales sobre los números naturales, los estudiantes se apoyan sobre este conocimiento para saber cómo debería “comportarse” un número (Gelman, 2000; Vamvakoussi y Vosniadou, 2010), llevando a la sobregeneralización de las propiedades de los naturales a otros tipos de números.

Para estudiar el fenómeno de SNE durante la comparación de fracciones, se les suelen utilizar tareas donde los participantes deben seleccionar la fracción mayor o menor dentro de un presentado, entonces, como cualquier fracción simbólica es representada mediante dos números naturales (numerador y denominador), si su procesamiento se basa sólo en el valor de estos dos componentes, en vez de en el valor de la fracción como un todo, se puede llegar a respuestas correctas en ciertos casos como $4/5 > 3/5$ y a respuestas incorrectas en otros como $1/4 > 1/3$ (en ambos casos porque 4 es mayor que 3). Esta situación de compatibilidad es llamada "congruencia", y los pares de fracciones son denominados ítems congruentes e incongruentes, respectivamente (p.ej. Gómez et al., 2014; Ischebeck, Schocke y Delazer, 2009). Estudios más recientes, con perspectivas tanto educacionales como psicológicas, han detallado esta noción de congruencia, añadiendo un tipo de ítem "neutro" que corresponde a ítems donde una fracción tiene el denominador más grande y la otra el numerador más grande (Obersteiner, et al., 2013; Van den Brande, 2014, y Van Eeckhoudt, 2013, citados en Gómez y Dartnell, 2015).

En la actualidad, se han realizado varios estudios que buscan descubrir más acerca del sesgo de los números naturales y la congruencia, los cuales han demostrado que este sesgo va más allá de una simple falta de entendimiento de los conceptos, reflejando la forma en que la mente humana conceptualiza las fracciones al menos en las etapas más tempranas. Un estudio realizado con estudiantes de segundo ciclo básico (5to a 7mo, más precisamente) evidencia la presencia del sesgo en sus respuestas, observándose incluso que el 25,1% de la muestra responde exclusivamente basado en la información dada en los números enteros (Gómez et al., 2014). Otros estudios relacionados evidencian que este fenómeno disminuye con la edad y la escolaridad (Van Hoof, Verschaffel y Van Dooren, 2015), pero que incluso adultos expertos en matemática muestran trazas de este sesgo en mediciones de sus tiempos de respuesta en una tarea de comparación de fracciones (Obersteiner et al., 2013).

Como menciona Sfard (2001), el conocimiento nuevo sólo puede crecer a partir del conocimiento previo. Por esta razón, es esperable que muchos estudiantes

no sean capaces de construir el concepto de fracción y presenten respuestas alineadas con el sesgo de números naturales. Una de las teorías que ha sido utilizada con frecuencia para explicar los procesos del sesgo de números naturales es el enfoque de la teoría de cambio conceptual (Vosniadou, 1994). Esta teoría fue propuesta originalmente para explicar los conceptos erróneos de los alumnos en diversos ámbitos del aprendizaje científico, pero también ha sido posteriormente aplicado al aprendizaje de las matemáticas (Vamvakoussi, Vosniadou, y Van Dooren, 2013). El supuesto principal de esta teoría es que los alumnos, poco a poco, tienden a organizar sus experiencias diarias en teorías marco, las cuales muchas veces son de tipo informal (Vamvakoussi y Vosniadou, 2010). Estas teorías son estructuras conceptuales de un dominio específico que ayudan a los estudiantes a explicar y hacer frente a situaciones desconocidas (Vamvakoussi, Christou, Mertens, y Van Dooren, 2011). Cuando los alumnos se enfrenten a información nueva que no está en consonancia con su teoría marco, tendrán más dificultades para entender esta información que cuando ésta afirma o es coherente con su teoría marco inicial (Vosniadou et al., 2008). En este proceso de pasar de una teoría marco a otra, los estudiantes a menudo se someten a un cambio conceptual parcial, lo que les lleva a responder correctamente en una nueva situación, pero incorrectamente en otra, en función de las características específicas de la tarea (Vosniadou et al., 2008). Un ejemplo de esto es la situación en la que los alumnos ya entienden que entre dos números decimales existen infinitamente muchos otros números decimales, pero no entienden que esto también es válido para las fracciones (Vosniadou et al., 2008) a pesar de ser ambas afirmaciones matemáticamente equivalentes.

2.4 Metacognición: Estrategias de procesamiento de fracciones

La perspectiva cognitiva estudia las operaciones, procesos o estrategias que realiza el sujeto cuando aprende, es decir cuando adquiere, organiza, elabora y recupera conocimientos (mirado desde una perspectiva de la información; Silva, 1999). En este sentido, la metacognición es entendida como un componente del

sistema ejecutivo de la inteligencia, y refiere al conocimiento introspectivo sobre el estado de cognición y su operación (Coll, Pozo, Sarabia y Valls, 1992).

Existen tres tipos de conocimientos esenciales para la metacognición (Phye y Andre, 1986): por una parte el *conocimiento declarativo* que tiene que ver con el conocimiento de hechos (saber qué), esto es, que las fracciones son magnitudes representadas por dos números enteros; por otra parte el *conocimiento procedimental* se refiere al conocimiento de algoritmos o reglas que se deben aplicar a una tarea (saber cómo), por ejemplo, en una tarea de comparación de fracciones, conocer que cuando los denominadores son iguales, basta con comparar los numeradores; y finalmente, el *conocimiento condicional*, que es el encargado de saber cuándo y por qué ocupar una u otra estrategia cognitiva, adaptando los planes a una tarea determinada (saber cuándo y por qué), por ejemplo saber que cuando los denominadores son iguales, la fracción mayor posee el mayor numerador, mientras que, si los numeradores son iguales, la fracción mayor es la que posee menor denominador. Este último tipo de conocimiento constituye la base para una reflexión metacognitiva.

El conocimiento procedimental engloba el conocimiento de estrategias cognitivas, que son formas de organizar las acciones usando las propias capacidades intelectuales en función de las demandas de la tarea para guiar los procesos de pensamiento hacia la solución de un problema (Ríos, 1990). Se diferencian de las estrategias metacognitivas, puesto que las cognitivas se utilizan para progresar en el conocimiento y las metacognitivas para supervisar esos progresos y regularlos. Es decir, la metacognición se refiere a la consciencia y control de las destrezas cognitivas, es decir a la utilización eficiente de recursos mentales traducidos en estrategias cognitivas.

Ríos (1990) distingue tres momentos en el proceso de metacognición:

- *Planificar*: la planificación del aprendizaje involucra anticipar las consecuencias de las acciones, comprender y definir el problema, precisar reglas y condiciones y definir un plan de acción.

- *Supervisión*: esta etapa consiste en determinar la efectividad de las estrategias de solución, descubrir los posibles errores y reorientar en modo acorde las acciones.
- *Evaluar*: esta etapa es donde se establece la correspondencia entre objetivos propuestos y resultados alcanzados, se decide sobre la mejor solución y se aprecia la validez y pertinencia de las estrategias aplicadas.

Sumado a los 3 procesos mencionados, la metacognición comprende 4 variables que influyen durante todo el proceso metacognitivo: *la persona, la tarea, el contexto y las estrategias (cognitivas y metacognitivas)*. Cada una de estas variables influyen en la toma de decisiones de la persona cuando se enfrenta a una situación (Flavell, 1979). Por ejemplo, en una tarea de comparación de fracciones sin componentes comunes, la persona debe pensar en una secuencia conductual para resolver la tarea, planificando las posibles estrategias a utilizar para ello: por ejemplo, multiplicar cruzado o comparar la magnitud de las fracciones contra un valor de referencia (benchmarking). Además, se consideran las condiciones para llevar a cabo estas estrategias, ponderando las características del contexto. Luego de aplicar la estrategia, se supervisa tanto el procedimiento como la pertinencia y eficacia de la estrategia utilizada, y en caso de error se corrige el resultado eligiendo otra estrategia o modificando el procedimiento. Si las estrategias aplicadas no dieron buenos resultados, se debe volver a la etapa de planificación para pensar o recordar más estrategias que puedan ser de utilidad, sin embargo, cuando la persona ya ha atravesado por una situación y es metacognitivamente activa, puede tener cierto conocimiento sobre la efectividad de una u otra estrategia, lo que lo llevará a ahorrar tiempo y resolver la situación sin demasiado esfuerzo.

La metacognición es una herramienta mental que se desarrolla con el tiempo y con la calidad de las experiencias de una persona, está totalmente impregnada en acciones de monitoreo y auto reflexión que permiten al estudiante desarrollar percepciones acerca de la naturaleza de las experiencias subjetivas, de los objetos del mundo físico y de las realidades objetivas del pensamiento, conocimiento base a partir del cual el individuo valora y aprecia el mundo, y mediante el cual toma

decisiones acerca de su comportamiento estratégico, eligiendo una u otra estrategia para lograr su objetivo o cumplir la tarea. (Schutz y DeCuir, 2002).

La indagación acerca de cómo los seres humanos piensan y controlan sus propios procesos de aprendizaje ha llevado a algunas ciencias especializadas en cognición (neurociencias), a estudiar los fenómenos metacognitivos presentes en los estudiantes con el fin de, entre otras cosas, observar la ejecución de estrategias tanto cognitivas como metacognitivas y su posible mala implementación durante el procesamiento de información. En particular, estas investigaciones han aportado evidencias empíricas sobre el procesamiento de fracciones en determinadas tareas matemáticas, así como los errores conceptuales y procedimentales que se dan al realizar tareas de, por ejemplo, equivalencia y comparación de fracciones. Estudios como los de Behr, Harel, Post y Lesh (1992) dan cuenta de la relevancia de este tipo de tareas para evaluar la comprensión que tiene el alumno sobre la fracción como una entidad (magnitud), posibilitando acceder a las representaciones mentales y las estrategias que las personas utilizan cuando se enfrentan a una fracción.

2.4.1 Estrategias de tipo Componencial y Holística (EPC, EPH) en la comparación de fracciones

La tarea de comparación de fracciones se señala como relevante para el estudio de las dificultades de los alumnos para entender ideas tales como que la magnitud de una fracción depende de la relación entre sus componentes (Moss, 2005; Ni y Zhou, 2005; Smith et al., 2005). En lugar de esta interpretación, los alumnos tienden a interpretar el símbolo $\frac{a}{b}$ como dos números naturales completamente independientes y separados por una barra (Stafylidou y Vosniadou, 2004), lo que los lleva a concluir que una fracción incrementa su valor siempre que el numerador o el denominador (o ambos) aumentan. Este tipo de representación tiene que ver con una *estrategia de procesamiento componencial* o EPC, donde se reduce el significado de la fracción a los significados de sus partes (Meert, Grégoire, y Noël, 2010). Diversos estudios hacen también referencia a una *estrategia de procesamiento holístico* o EPH (p.ej. Schneider y Siegler, 2010; Sprute y Temple,

2011), en el sentido que las personas acceden a la magnitud de la fracción como un todo en sí mismo, demostrando un entendimiento de la fracción como una relación entre sus componentes.

Los estudios aludidos han sido llevados a cabo en niños, jóvenes, adultos y adultos expertos matemáticos. Algunos de estos estudios han evidenciado cómo la EPC aparece de forma sistemática en el procesamiento de fracciones por parte de alumnos en las primeras etapas de su formación, quienes tienden a identificar las magnitudes de los componentes con aquella de la fracción (Gómez, et al., 2014; Stafylidoy y Vosniadou, 2004). Otros estudios han encontrado la EPC también en adultos (Schneider y Siegler, 2010; Sprute, Gullick y Temple, 2011; DeWolf y Vosniadou, 2015; Vamvakoussi et al., 2012), quienes parecen transitar por esta estrategia en forma breve e intuitiva para luego corregir su razonamiento y utilizar la EPH (Obersteiner et al., 2013, Meert et al., 2010).

Respecto de la utilización de una u otra estrategia, Meert, Grégoire y Noël (2009) reportaron que la EPC es utilizada preferentemente al comparar fracciones que comparten una componente común, sea numerador o denominador (p.ej. $1/4$ vs. $1/9$, o $2/6$ vs. $3/6$). La EPH, en cambio, se asocia frecuentemente a situaciones en donde se compara fracciones sin componentes comunes (p.ej. $5/9$ vs. $6/8$ o $3/6$ vs. $2/5$) (Meert et al., 2009; Schneider y Siegler, 2010).

2.4.2 Memoria de trabajo, una función estratégica en el aprendizaje de las fracciones

Una función ampliamente utilizada en el aprendizaje de las fracciones es la recuperación de información, la que se obtiene directamente de la memoria a largo plazo (Siegler y Shrager, 1984). Esta información se recupera gracias a la memoria de trabajo, mediante un proceso de selección de la información y el control o anulación de las tendencias de respuestas automáticas (Unsworth y Engle, 2007).

La memoria de trabajo tiene su aproximación y explicación conceptual más ampliamente aceptada de acuerdo al Modelo Multicomponente (Baddeley y Hitch, 1974), donde se ha representado como un sistema cerebral que proporciona

almacenamiento temporal, que permite la manipulación de la información necesaria para tareas cognitivas complejas e interviene en forma relevante en el aprendizaje (Baddeley, 1992).

El modelo multicomponente de la memoria de trabajo está compuesto por tres sistemas: primero está el *bucle fonológico*, que es el receptor de la información del medio ambiente o del interior del propio sistema cognitivo, exclusivamente lingüístico y se conserva bajo un código fonológico por un breve período (Cowan, Elliot, Sauls, Morey, y Mattox, 2005), también está la *agenda visoespacial*, que se encarga del procesamiento de información de naturaleza visual, generada por el propio sistema cognitivo en forma de imágenes mentales (Federmeier, McLennan, De Ochoa y Kutas, 2002). Finalmente, existe un sistema de control atencional, llamado el *ejecutivo central*, que funciona como enlace entre la memoria a largo plazo, el bucle fonológico y la agenda visoespacial. Dicho controlador corresponde a un conjunto de operaciones encargadas de administrar los recursos atencionales del sistema cognitivo, y otorga prioridad de procesamiento a algunas actividades, es decir, decide a qué actividades dar curso y cuáles deben eventualmente suprimirse o bloquearse (Awh y Vogel, 2006). Estos tres sistemas combinan la capacidad de almacenamiento temporal de información, con un grupo activo de procesos de control, que permite que la información sea registrada intencionalmente (Baddeley, 1992).

La relación entre el desarrollo de la memoria de trabajo y el aprendizaje de las fracciones o de los números en general, está matizada por la memorización y ha sido utilizada para realizar los cálculos de manera automatizada (Baroody y Johnson, 2006), también se han estudiado bastante las estrategias de conteo y se ha concluido que los estudiantes con menos recursos de memoria de trabajo cometen más errores en tareas aritméticas y que el tiempo de reacción es superior (Baroody y Johnson, 2006). Además, se ha encontrado que los participantes con baja habilidad aritmética presentan déficit en la agenda visoespacial (McLean y Hitch, 1999), en el ejecutivo central y en el bucle fonológico (Gathercole, 2006).

En cuanto al cálculo de fracciones, se ha comprobado mediante experimentos de resonancia magnética, que un estudiante que se enfrenta a un ejercicio de fracciones, procesa primero la información en la *amígdala*; luego, los datos pasan a la *corteza prefrontal*, que es la responsable del pensamiento analítico y la memoria de trabajo (Ramirez, Gunderson, Levine, y Beilock, 2012).

2.5 La tarea de comparar fracciones

La comprensión de la relación entre una fracción y la unidad es bien conocida por ser una de las principales dificultades en el aprendizaje de fracciones (Case, 1985), puesto que a los estudiantes les cuesta comprender que la magnitud de una fracción depende de la relación entre sus términos (Moss, 2005). También se ha caracterizado la teoría del sesgo número natural como consecuencia del procesamiento intuitivo de problemas numéricos, ya que las personas desde pequeñas han desarrollado e interiorizado conocimientos sustanciales sobre números naturales, donde las magnitudes que están implicadas en símbolos de fracción pueden ser procesadas automática y rápidamente a una representación (correcta o incorrecta) de la fracción. (Babai, Brecher, Stavy, y Tirosh, 2006).

En la práctica, los estudiantes inicialmente tienden a interpretar el símbolo a/b como dos números naturales independientes, separados por una barra, esto les lleva a la conclusión de que una fracción aumenta cuando su numerador, denominador, o ambos aumentan. En este sentido, el centrarse en cada término de la fracción por separado puede dar lugar a juicios correctos en casos tales como: $2/5 < 3/5$ y también incorrectos en casos tales como: $2/5 < 2/7$ (Stafylidou y Vosniadou, 2004).

Las tareas con fracciones a menudo reflejan la aplicación incorrecta de conceptos y procedimientos que son apropiados para números naturales, pero inadecuados para fracciones (Ni y Zhou, 2005). En este sentido, es erróneo realizar tareas de comparación de fracciones, basándose en el conocimiento previo acerca de los números naturales, por ejemplo, comparar las partes fraccionarias de los dos números como si fueran números naturales (es decir, $2/12$ se considera mayor que

$2/2$, porque 12 es mayor que 2). Este error es típico en las primeras etapas de encuentro de los estudiantes con las fracciones (Desmet, Grégoire y Mussolin, 2010), por lo que se propone que los estudiantes deben ser capaces de reconocer que las fracciones tienen diferentes propiedades en relación con los números enteros, al respecto, Vamvakoussi y Vosniadou (2010) presentan aquellas características que suelen ser las más difíciles de asimilar:

- (a) Las fracciones, a diferencia de números enteros, no tienen sucesor directo.
- (b) Hay un número infinito de fracciones entre dos números cualquiera.
- (c) Multiplicar por una fracción positiva a veces produce un resultado que es menor que los operandos originales, mientras que dividir a veces produce un resultado que es mayor, dependiendo de la magnitud del multiplicador o divisor.

Como se señala anteriormente, el conocimiento previo sobre los números naturales no siempre ayuda a lidiar con las fracciones, más bien, este conocimiento puede ser la fuente de un bajo rendimiento matemático (Ni y Zhou, 2005) y en cuanto a la magnitud de las fracciones, parece difícil entender que esta emerge de la relación entre sus dos componentes (numerador y denominador) como un todo, esto puede plantear serios impedimentos tanto en la adquisición de una sensación de magnitud de fracción como en la adquisición de una comprensión de cómo funciona la aritmética con las fracciones (Lewis, Matthews, y Hubbard, 2016).

2.5.1. Importancia de la magnitud numérica en la comparación de fracciones

El ser humano parece disponer de un mecanismo básico de procesamiento numérico, sobre el que, posteriormente se desarrollarán los aprendizajes numéricos y se realizarán las tareas aritméticas. En tales procesos como, por ejemplo, en el cálculo aproximado existe un factor importante que interviene de forma determinante, conocido como *magnitud numérica* (Macizo y Herrera, 2011).

La magnitud numérica es la información que proporciona un número sobre la cantidad o numerosidad, en este sentido, la mayoría de los humanos tenemos la sensación de que los números son precisos; sin embargo, la investigación en

cognición numérica indica que no es de forma exacta como los tenemos representados en nuestro cerebro (Macizo y Herrera, 2011), así, cuando los individuos realizan una tarea de comparación, en la que tienen que señalar el mayor o menor de dos números, el *efecto de la distancia* y el *efecto del tamaño* aparecen de forma sistemática (Moyer y Landauer, 1967).

El efecto de la distancia consiste en que cuanto menor es la distancia entre los dos números comparados, mayor es el tiempo de respuesta y el número de errores, esto ha sido explicado proponiendo que la magnitud de un número se codifica cognitivamente en un formato de información espacial organizada de izquierda a derecha en una línea numérica mental, entonces cuando se comparan dos números entre sí, el tiempo que se tarda en identificar cuál de los dos es mayor o menor depende de la diferencia entre ambos, es decir, a mayor distancia entre ellos, menos tiempo, por ejemplo, se tarda más tiempo en identificar cuál de los dos números es mayor cuando se presentan el 9 y el 8 que cuando se presentan el 9 y el 2 (Moyer y Landauer, 1967).

El efecto de la distancia ha sido estudiado extensamente en el ámbito de los números naturales, incluyendo los casos de números de varios dígitos (Dehaene, Dupoux, y Mehler, 1990) y de cómo se relaciona el procesamiento mental de los números multidígito como un todo con el de los dígitos que los componen (Nuerk, Weger, y Willmes, 2001).

El efecto del tamaño muestra que, cuando se mantiene la misma distancia numérica entre números, el tiempo de respuesta y los errores se incrementan con la magnitud de los números comparados. El efecto del tamaño se explicaría porque la representación espacial de tipo línea numérica tendría un formato comprimido donde los números grandes se encuentran más juntos que los números pequeños (Dehaene, 2003). Esto significa, por ejemplo, que es más difícil decidir qué valor es mayor entre 9 y 8 que entre 3 y 2.

Los fenómenos antes mencionados aparecen cuando la numerosidad es presentada tanto en formato simbólico (p.ej. números arábigos o palabras

numéricas) y en formato no simbólico (Buckley y Gillman, 1974). Esto tendría relación con el hecho de que, una vez realizados los procesos iniciales de codificación, la notación simbólica y no simbólica convergirían en una representación común (Dehaene, 1992). Esta representación común sería un facilitador del procesamiento de un número o estímulo objetivo en la tarea de comparación, por ejemplo, que un número es mayor cuanto menor es la distancia numérica con otro presentado previa o simultáneamente (Herrera y Macizo, 2008), además, este efecto se mantiene incluso cuando la notación de ambos estímulos es diferente, por lo que se establece que un buen rendimiento en la tarea de comparación de fracciones depende de la distancia numérica entre el valor de la fracción en cuestión y aquél de la fracción de referencia (Gullick, Sprute y Temple, 2011). También se ha observado que los resultados en los tiempos de respuesta dependen de la distancia numérica (Obersteiner et al., 2013; Schneider y Siegler, 2010; Siegler, Thompson y Schneider, 2011).

2.5.2. Ítems utilizados en la tarea de comparar fracciones

En la tarea de comparar fracciones ocurre una situación conceptualmente similar a la de comparar números multidígito: como cada fracción está compuesta por un par de componentes (numerador y denominador), nuestro sistema cognitivo puede enfocarse en los componentes aislados o bien en la fracción como un todo. Esto puede generar disonancias, por ejemplo, en el caso en que componentes grandes forman una fracción de pequeña magnitud (p.ej. $1234/56789$) o en el que componentes pequeñas forman una fracción de mayor magnitud (p.ej. $7/8$). En el contexto específico de la comparación de fracciones se generan situaciones de congruencia o incongruencia entre las magnitudes de los componentes y las magnitudes de las fracciones, por ejemplo, en la comparación de $2/3$ y $4/9$, la primera fracción tiene mayor magnitud numérica a pesar de tener componentes de menor magnitud que la segunda fracción.

Con la utilización de ítems adecuados se puede manipular experimentalmente esta relación de congruencia entre las fracciones y sus componentes, lo que resulta un elemento relevante para el procesamiento mental y

neural de la tarea. Esta hipótesis fue apoyada por datos de resonancia magnética funcional (fMRI) que mostraban una mayor activación en los giros *inferior izquierdo y medio frontal* para los ítems incongruentes respecto de los congruentes (Ischebeck et al., 2009). Gracias a estos hallazgos se comenzaron nuevas investigaciones con adultos, a quienes se les presentaba ítems de comparación de fracciones clasificables según las siguientes dimensiones: presencia o ausencia de componentes comunes entre las fracciones (sea denominador o numerador), y la congruencia o incongruencia de la comparación (Ischebeck et al., 2009). Las formulaciones de los tipos de ítems fueron cambiando a medida que avanzaban las investigaciones, y actualmente su aplicación se basa en una definición más refinada de la noción de congruencia, dividiendo los ítems de comparación de fracciones en *congruentes, incongruentes, y neutros* (Obersteiner et al., 2013; Van den Brande, 2014, y Van Eeckhoudt, 2013, citados en Gómez y Dartnell, 2015). Así:

- Un ítem congruente es aquél donde la fracción de mayor magnitud posee además el numerador y denominador más grandes. En este tipo de ítem ambas fracciones pueden poseer el mismo denominador, o bien no tener componentes en común.
- Un ítem incongruente es aquél donde la fracción de mayor magnitud posee el numerador y denominador más pequeños. En este tipo de ítem ambas fracciones pueden poseer el mismo numerador, o bien no tener componentes en común.
- Un ítem neutro es aquél donde una de las fracciones posee el numerador más grande y la otra tiene el denominador más grande. En este tipo de ítem las fracciones no pueden tener componentes en común.

La Tabla 1 muestra ejemplos de todos estos tipos de ítems. Esta clasificación guarda estrecha relación con varios de los errores cometidos por niños y niñas al aprender fracciones. Por ejemplo, cuando se basan únicamente en los valores de los números naturales que componen las fracciones en lugar de en los valores de las fracciones mismas, pueden resolver correctamente los ítems congruentes tales como $4/5 > 3/5$ (porque $4 > 3$), sin embargo, tienden a resolver incorrectamente los

ítems incongruentes tales como $1/4 < 1/3$ (Ni y Zhou, 2005; Stafylidou y Vosniadou, 2004). Investigaciones realizadas con poblaciones con diversos niveles de experticia matemática sugieren que el efecto de esta variable de congruencia se expresa de diversas formas. De este modo, en estudiantes que recién han aprendido a trabajar con fracciones, la congruencia afecta en forma importante su tasa de acierto al responder los ítems (Gómez y Dartnell, en prensa; Gómez et al., 2014), mientras que en estudiantes de enseñanza secundaria el efecto de la congruencia se hace cada vez más pequeño en su tasa de acierto (Van Hoof, Lijnen, Verschaffel, y Van Dooren, 2013), mientras que en adultos y en matemáticos expertos se observa solamente al medir tiempos de respuesta (Obersteiner et al., 2013; Vamvakoussi et al., 2012).

Tabla 1: Ejemplos de ítems congruentes, incongruentes, y neutros.

	Congruente	Incongruente	Neutro
Con un componente común	$\frac{4}{9} < \frac{7}{9}$	$\frac{2}{7} < \frac{2}{5}$	-
Sin componente común	$\frac{1}{3} < \frac{5}{7}$	$\frac{4}{9} < \frac{2}{3}$	$\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$

2.6 Sustratos y procesos neurales en la comparación de fracciones

La comprensión de las fracciones, particularmente su representación y comparación, ha sido estudiada usando métodos psicofisiológicos como por ejemplo la técnica fMRI, que permite conocer aquellas áreas cerebrales involucradas en los procesos cognitivos a través de una imagen cerebral captada en el mismo momento en que se procesan los estímulos. Esta técnica ya se ha utilizado para analizar cuáles son las áreas cerebrales involucradas en la tarea específica de comparar fracciones, por ejemplo, en un estudio fMRI de Ischebeck

et al. (2009) se observó una activación en el surco intraparietal (IPS) cuando se comparaban pares de fracciones congruentes, incongruentes o neutros. Para llegar a estos resultados, la tarea experimental consistió en comparar un par de fracciones y seleccionar entre éstas la mayor. Como diagnóstico para saber si las fracciones fueron preferencialmente procesadas por sus valores numéricos como un todo o bien por los valores de sus componentes separados (numerador y denominador), se evaluó el efecto de la distancia numérica, los tiempos de reacción y las tasas de error (se sabe, de la investigación con números naturales, que las tasas de error y los tiempos de reacción aumentan a medida que disminuye la distancia entre los números que se comparan). Si las fracciones se representan como su valor numérico, se espera un efecto de distancia menor para la distancia entre los valores numéricos de las dos fracciones que se comparan. Sin embargo, si las fracciones se representan en partes, es decir, como valores separados de sus denominadores y numeradores, se espera un efecto de distancia mayor para las distancias entre los numeradores y denominadores de las dos fracciones, respectivamente. Aunque se observaron ambos tipos de efectos de distancia en los datos de comportamiento, solo se observó que la distancia entre los valores numéricos de las dos fracciones modulaba la activación dentro del IPS. Esto indica que, dentro del IPS, una fracción podría representarse por su valor numérico en su conjunto (estrategia holística), en lugar de por los valores numéricos de su numerador y denominador (estrategia componencial; Ischebeck et al., 2009).

El lóbulo parietal también es una estructura importante en la cognición matemática, así lo indican los estudios realizados con pacientes neuropsicológicos, que sufrieron lesiones en la región occipitoparietal, quienes, a consecuencia de su lesión, presentaron déficit en el procesamiento numérico (Alonzo y Fuentes, 2001). Estos estudios con pacientes, lesionados en la región occipitoparietal, han permitido disociar diferentes aspectos implicados en las habilidades matemáticas, pero, a la hora de delimitar el sustrato neuronal que subyace a la representación de la magnitud numérica, el mayor progreso ha venido del uso de técnicas de neuroimagen funcional, ya que estos análisis han confirmado la importancia de

regiones parietooccipitales en la comparación de números naturales (Gallistel y Gelman, 1992).

Posteriormente, los datos obtenidos con la técnica fMRI para el procesamiento de números naturales señalaron de forma más específica al IPS de ambos hemisferios como la estructura crucial para la representación de la magnitud numérica, descubriendo que la activación de esta región aumenta a medida que la tarea incrementa la demanda de manipulación mental de cantidades. Así, la activación es mayor en el cálculo y en la comparación (Chochon, Cohen, Van de Moortele y Dehaene, 1999). Por otra parte, se estima que la activación del IPS es mayor cuando se realizan cálculos aproximados en comparación con tareas de cálculo computado, y que esta activación se modula por parámetros como la magnitud absoluta y la distancia numérica en tareas de comparación, con independencia del formato de presentación (Piazza, Mechelli, Butterworth y Price, 2002).

En relación a las simetrías de los hemisferios cerebrales, en un estudio con fMRI se comparó la actividad de ambos hemisferios y éstos parecen estar involucrados de forma diferente en el cálculo aproximado y exacto, de manera que el cálculo aproximado correlaciona con una mayor activación en el IPS derecho, mientras que el cálculo exacto correlaciona con mayor activación del IPS izquierdo (Piazza, Mechelli, Butterworth y Price, 2006). Estas asimetrías han llevado a la sugerencia de que el curso del desarrollo de la respuesta numérica en el IPS izquierdo se vuelve progresivamente más precisa, permitiendo la construcción del procesamiento exacto de los números (Piazza, Pinel, Le Bihan y Dehaene, 2007).

2.7 Técnica Electrofisiológica EEG y Potenciales relacionados con evento ERP

La electrofisiología es una de las técnicas más utilizadas por las neurociencias para obtener registros dinámicos de la actividad neural (Goswami, 2004). Dentro de sus técnicas experimentales se encuentra la prueba de potenciales relacionados con eventos (ERP), que presta atención específicamente a aquellas señales eléctricas que son una respuesta directa a una estimulación sensorial con

una latencia fija. La prueba de ERP nos permite evaluar los componentes de estas señales eléctricas o potenciales, que se asocian con procesos cognitivos tales como la atención o la discriminación de un estímulo (Picton, 1988).

Aunque esta técnica no es nueva en neurociencias, a su vez es una herramienta diagnóstica con aplicaciones que están en plena expansión, aplicándose cada vez con mayor frecuencia en estudios relacionados al área educativa, ya que provee información capaz de reflejar de una forma relativamente directa y no invasiva el funcionamiento del cerebro bajo condiciones experimentales (Goswami, 2004). La electrofisiología ha dado excelentes resultados en aquellos estudios que están orientados a comprender los mecanismos de la cognición que subyacen a la actividad cerebral. La prueba de ERP, por ejemplo, ha resultado útil para determinar las estrategias neurocognitivas asociadas una tarea cognitiva específica (Redolar, 2013).

La señal eléctrica captada por el EEG se encuentra en las células neuronales de la corteza cerebral, donde cada una de estas neuronas constituye un diminuto dipolo eléctrico, cuya polaridad depende del impulso que llegue a la célula (Coles y Rugg, 1995). Para poder recoger y registrar una señal de la actividad eléctrica en cada región cerebral, se colocan electrodos en la superficie craneal, que captan la diferencia de potencial eléctrico entre ellos. Cada electrodo se sitúa sobre el cuero cabelludo, de acuerdo a varios sistemas convencionales. El más usado, y el que emplearemos también en la presente investigación, es el sistema 10-20 (Jasper, 1958), donde cada electrodo registra una señal procedente de una región particular del cerebro, y cada señal se deriva a un electrodo común de referencia (Berger, 1929). Los electrodos aportan cierto grado de interferencia a la señal, por lo que se utilizan electrodos de referencia como línea base de dicha interferencia y así ésta se resta a cada electrodo. Todo este sistema nos permite obtener el registro de la actividad eléctrica cerebral en tiempo real (Berger, 1929). El electrodo es una pieza de metal, un buen conductor de la corriente eléctrica, con la peculiaridad de que difícilmente estabiliza sus cargas, es decir, se polariza. Existen dos tipos de electrodos según la ubicación donde se sitúan: superficiales o extracraneales, para

los estudios en neurociencias cognitivas se utilizan generalmente electrodos superficiales, de fácil y rápida colocación e indoloros. Para un buen registro, se busca tener una impedancia interelectródica (resistencia al paso de la corriente alterna) no superior a $5k\Omega$ (Norwak, Escera, Corral y Barcelò, 2007).

La electrofisiología nos permite estudiar la actividad eléctrica desde un nivel microscópico de neuronas, a través del registro de la actividad neuronal individual, particularmente de los potenciales de acción; hasta un nivel macroscópico mediante el registro de la actividad cerebral al completo, incluyendo registros de señales eléctricas a gran escala procedentes del sistema nervioso (Norwak et al., 2007). Esta técnica permite el análisis fisiológico de los mecanismos cerebrales que subyacen a procesos sensoriales motores y cognitivos, con una resolución temporal del orden del milisegundo. Para poder manejar una señal tan diminuta (de 2 a 200 μV) y luego traducirla a un registro gráfico para su posterior análisis se requiere de un amplificador, además de la implementación de un código binario en las placas informáticas y un dispositivo conversor analógico-digital para el análisis detallado de la actividad eléctrica cerebral que proviene de las corrientes iónicas generadas por diversos procesos bioquímicos en las neuronas piramidales de la corteza cerebral (Norwak et al., 2007). Las células piramidales presentan tres tipos de flujos eléctricos (intra-extracelular y transmembrana). La corriente transmembrana es el resultado de los cambios de permeabilidad de la membrana, produciendo la entrada de iones una positividad en el interior de la célula respecto a una negatividad en el exterior. Esta situación produce una corriente resultante extracelular en el medio circundante que contempla el circuito, que al tener direcciones opuestas se anula produciendo un campo cero. Las corrientes extracelulares tienden a traspasar otras regiones cerebrales, y son las que principalmente contribuyen a las diferencias de potencial del EEG. En el caso de los potenciales relacionados con el evento (ERP), es precisamente un suceso desencadenante (sensorial, motor o cognitivo) el responsable de provocar la activación sincrónica de los grupos neuronales que contribuyen al ERP registrado (Norwak et al., 2007). Los potenciales cerebrales relacionados con eventos reflejan la actividad eléctrica a gran escala en el cerebro. Más específicamente, reflejan una amplia actividad que finalmente afecta la

acumulación sincrónica de potenciales postsinápticos en grandes grupos de neuronas (Norwak et al., 2007).

2.8. ERPs asociados a la comparación de fracciones

Los experimentos de electrofisiología cognitiva a menudo contienen dos o más condiciones experimentales (p.ej. pares de fracciones congruentes vs pares incongruentes) e investigan cómo las formas de onda ERP cambian en función de la manipulación experimental (Sierra y Munèvar, 2007). Los ERPs constituyen respuestas psicofisiológicas relativamente complejas, puesto que cuentan con diversos componentes (p.ej. N400, P200 y P300) que son un reflejo de los mecanismos implicados en ciertos procesos cognitivos y suelen identificarse en función de su polaridad (signo eléctrico positivo P o negativo N) y de su latencia (400 ms, 200 ms y 300 ms). Así, por ejemplo, el componente electrofisiológico N400 es una onda negativa que se produce aproximadamente a los 400 milisegundos (ms) del inicio del acontecimiento que ha originado el ERP, es decir, que ocurre 400 ms después de que se presente el estímulo crítico (palabra o imagen) y por lo general, tiene un máximo central derecho, aunque la distribución en el cuero cabelludo suele diferir según el modo de presentación (visual, auditiva) y la naturaleza de los estímulos (imágenes, palabras).

2.8.1 Componente N400

El componente N400 refleja la dificultad con la que se integra el estímulo en el contexto anterior. Este contexto puede ser una palabra, una oración, un discurso (Van Berkum, Hagoort y Brown, 1999), una secuencia de imágenes (West y Holcomb, 2002), o incluso una película (Sitnikova, Kuperberg y Holcomb, 2003).

También, en tareas específicas sobre lenguaje, se encontró que el N400 es sensible a las relaciones semánticas a largo plazo (Federmeier y Kutas 1999). Por ejemplo, “El hotel parecía un resort tropical porque a lo largo del camino de entrada plantaron filas de...”, la palabra *palmas* es muy esperada. Un final como *rosas*, que es inesperado, provoca un gran N400. Sin embargo, un final inesperado que es categóricamente relacionado con la terminación esperada, como la palabra *pinos*,

provoca una menor amplitud N400 que terminaciones categóricamente no relacionadas, como *rosas*, incluso aunque ambas terminaciones son igualmente inverosímiles e inesperadas. (Federmeier y Kutas, 1999).

En otro estudio se registraron ERPs de 72 adultos entre las edades de 20 y 80 años, quienes realizaron una tarea de categorización semántica. Los participantes escucharon frases habladas (por ejemplo, “un tipo de fruta”) seguido aproximadamente 1 segundo después por una palabra presentada visualmente que coincidía o no con el sentido de la frase anterior; ellos debían presionar una tecla para señalar si palabra leída era o no apropiada según el contexto de la frase anterior. Las mediciones de ERP (amplitudes medias, amplitudes máximas, latencias máximas) fueron sometidas a análisis de varianza y de regresión lineal y los resultados reflejaron que todos los participantes, independientemente de su edad, produjeron una amplitud de N400 mayor en palabras que no se ajustaban al contexto, en comparación con las que sí se ajustaban al contexto de la oración leída (Kutas e Iragui, 1988).

Tradicionalmente, el incremento de amplitud negativa del N400 en esta ventana temporal ha sido considerado como indicador de procesamiento semántico (Kutas, y Hillyard, 1980). Sin embargo, también se ha asociado con procesos de memoria (Rugg, y Curran, 2007; Niedeggen y Rösler, 1999) y de control inhibitorio (Szűcs y Soltész, 2007).

En el área de las matemáticas, y más específicamente en cuanto a su rol en el procesamiento de fracciones, el componente N400 se ha asociado con el uso de estrategias de tipo holísticas (EHP), ya que cuando un par de fracciones carece de componentes en común, los participantes tenderían a aplicar estrategias de este tipo (Meert et al., 2009; Schneider y Siegler, 2010; Sprute y Temple, 2011). Posteriormente, se observó que ítems que inducen el uso de EHP evocaron una deflexión negativa del ERP alrededor de los 400 ms post estímulo (Barraza, Gómez, Oyarzún y Dartnell, 2014). En base a estos resultados, se ha propuesto que el incremento del N400 durante el uso de la EPH, se asociaría con la acción de mecanismos de control inhibitorio, producto de la interferencia entre el valor

numérico de los componentes de la fracción y el valor numérico de la fracción como un todo (Barraza, et al., 2014).

2.8.2 Componente P200

Otro componente en estudio es el P200 o P2, el cual refleja la actividad post-sináptica de un proceso neural específico. El P200 se llama así porque se trata de un potencial eléctrico positivo, cuya máxima activación ocurre aproximadamente 200 ms después de la aparición del estímulo externo que lo produce (Federmeier, Mai, y Kutas, 2005). La distribución de este componente en el cerebro, según lo medido por electrodos colocados en todo el cuero cabelludo, se encuentra en las regiones centro-frontal y parieto-occipital (Federmeier et al., 2005). Se ha evidenciado que el P200 está involucrado en los procesos de memoria (Dunn, Dunn, Languis, y Andrew, 1998). Este componente se obtuvo en una tarea de retención de palabras cuando los participantes escucharon el orden inverso de una serie de palabras previamente escuchada. La relación que se obtuvo entre los diversos componentes de ERP generados durante la codificación de una palabra y su posterior recuperación se investigó mediante un pedido en serie de "memoria" y una tarea de memoria de categoría "elaborativa". Las palabras fueron presentadas por separado mientras se grababa el EEG en 21 sitios corticales. Los componentes de ERP de los cinco sujetos que obtuvieron las puntuaciones más altas de recuerdo se compararon con los de los cinco sujetos con la puntuación más baja. Los resultados basados en los datos de amplitud máxima P200, así como el N400 y los datos de amplitud pico y latencia del componente positivo tardío sugieren que se producen diferencias en la distribución anterior y posterior durante la codificación de palabras para tareas de memoria elaborada y de memoria (Dunn, et al., 1998). Estos estudios indican que el P200 es sensible a la memoria de trabajo a corto plazo y al reconocimiento también (Lefebvre, Marchand, Eskes, y Connolly, 2005).

El componente P200 es considerado como una "huella electrofisiológica" del efecto de distancia de dos números, ya que, en tareas de comparación numérica se observó un pico de voltaje positivo, registrado en la zona centro-frontal de la cabeza en torno a 200 milisegundos después de presentar un par de números de un dígito.

Este P200 aumentaba cuanto menor era la distancia entre los números, por lo que el P200 se considera un buen marcador del procesamiento de la magnitud numérica aproximada (González y Núñez, 2018).

2.8.3 Componente P300

El P300 o P3 es un ERP consistente en una deflexión positiva de voltaje con una latencia de unos 300 ms post estimulación en el EEG (Friedman, Cycowicz y Gaeta, 2001). El P300 se utiliza en la medición de la función cognitiva de los procesos de toma de decisiones y es un índice del significado que el sujeto ha atribuido al estímulo y requiere un procesamiento consciente y, por tanto, depende de la atención (Polich y Criado, 2006). También se piensa que la onda P300 está compuesta por dos ondas secundarias conocidas como señales P3a y P3b (Fell, Dietl y Grunwald, 2004). Estos componentes responden individualmente a diferentes estímulos y se ha sugerido que la onda P3a se origina en los mecanismos de atención frontal dirigidos por estímulo durante el procesamiento de tareas, mientras que la P3b se origina en la actividad parietal-temporal asociada con la atención y con el consiguiente procesamiento en la memoria de trabajo (Fell, et al., 2004). Existe evidencia de que el P300 está presente en la comparación de números naturales, específicamente al establecer la distancia numérica entre ellos, esto se observó en una tarea de comparación numérica mediante medidas conductuales y potenciales relacionados con eventos (ERP). Dos números en el rango de 11 a 20 se presentaron simultáneamente y los sujetos tenían que indicar si el número del lado derecho era menor o mayor que el número del lado izquierdo. El tiempo de reacción, tasa de error y ERPs fueron promediados selectivamente de acuerdo a las diferencias numéricas entre los dos números. Se confirmó el efecto de distancia simbólica: Los tiempos de reacción y las tasas de error disminuyeron significativamente con el aumento de la diferencia entre los dos números. También se encontró un efecto de distancia significativo tanto para la amplitud como para la latencia del P300. Cuanto mayor era la diferencia numérica, mayor era la amplitud del P300 y la latencia del P300 tendía a ser más corta. Este hallazgo sugiere que la

distancia numérica es procesada ya durante la codificación del estímulo numérico (Grune, Mecklinger, y Ullsperger, 1993).

Recientemente, un estudio examinó cómo los adultos procesan neurocognitivamente la comparación de fracciones en dos condiciones distintas (Zhang, Xin, Wang, Ding y Li, 2012). En una condición "simple", a los participantes sólo se les presentaron fracciones comunes, mientras que en una condición "compleja" se les presentaron fracciones comunes y números decimales. En ambas condiciones, los participantes debían evaluar si los números presentados eran mayores o menores que un valor estándar ($1/5$). Los resultados comportamentales indicaron que, bajo ambas condiciones, los participantes procesaron mentalmente las fracciones de manera componencial en términos de sus partes constitutivas en lugar de hacerlo de manera holística en términos del valor numérico de la fracción en su totalidad. Los datos proporcionados por los ERPs demostraron correlaciones electrofisiológicas entre el procesamiento componencial de fracciones en la condición simple y el componente P300, mientras que la condición compleja se correlacionaba con el componente N200. Estos resultados permitieron concluir que el uso de la estrategia componencial (EPC) en la tarea de comparar fracciones gatilla un incremento en la amplitud del P300.

III Método

3.1 Preguntas de investigación

¿Cuáles son los correlatos de los potenciales relacionados con el evento (ERPs) del procesamiento de congruencia e incongruencia numérica cuando los estudiantes competentes matemáticamente comparan fracciones?

¿En qué etapa del procesamiento aparecen los efectos de congruencia para ítems de fracciones con y sin componente común?

¿Existe una relación positiva entre la capacidad de memoria de trabajo y el rendimiento obtenido en la tarea de comparar fracciones?

3.2 Hipótesis

H1: El desempeño de los participantes en comparar fracciones será modulado por la presencia de componentes en común: habrá mejor desempeño (correctitud más alta, tiempo de respuesta más bajo) para las preguntas congruentes, respecto de las incongruentes, cuando las fracciones a comparar posean un componente en común, pero no habrá diferencias en desempeño cuando las fracciones a comparar no tengan componentes en común.

H2: Diferencias individuales en la capacidad de memoria de trabajo modularán los resultados obtenidos en el procesamiento y desempeño de la tarea de comparación de fracciones.

H3: La congruencia tendrá ERPs distintos, dependiendo de la ausencia o presencia de componentes comunes. Los efectos de congruencia para ítems con un componente común aparecerán en etapas tempranas del procesamiento, mientras que aquellos para ítems sin componentes comunes estarán o bien ausentes o bien aparecerán en forma más tardía.



3.3 Objetivos

3.3.1 Objetivo General

Determinar las estrategias neurocognitivas asociadas a la comparación de fracciones en una población matemáticamente competente.

3.3.2 Objetivos específicos

- Determinar la validez de la dimensión de congruencia en la predicción del desempeño en una tarea de comparación de fracciones donde se considera pares de fracciones con y sin componente común.
- Determinar la relación entre la capacidad de memoria de trabajo con el desempeño en la tarea de comparación de fracciones.
- Determinar los correlatos de ERPs de dimensiones del estímulo tales como congruencia e incongruencia durante la ejecución de una tarea de comparación de fracciones.

3.4 Diseño

Experimental Factorial 2x3 (Cochran y Cox,1990): 2 (ítems con componente común/sin componente común) x 3 (ítems congruentes/incongruentes y neutros). El diseño factorial es incompleto porque no existen ítems con componente común que sean neutros.

3.4.1 Definición de variables

Variables Independientes (VI):

Ítems de fracciones: Se construyeron 36 ítems de fracciones de cada categoría: 36 ítems congruentes de fracciones con componentes comunes; 36 ítems incongruentes de fracciones con componentes comunes; 36 ítems congruentes de fracciones sin componentes comunes; 36 ítems incongruentes de fracciones sin componentes comunes y 36 ítems neutros de fracciones sin componentes comunes. Cada ítem constó de un par de fracciones a comparar.

Tabla 2 Ejemplo de material utilizado en la muestra

Categoría de ítems	Cantidad de ítems	Ejemplo
Fracciones congruentes con componente común	36	$4/9 < 7/9$
Fracciones congruentes sin componente común	36	$1/3 < 5/7$
Fracciones incongruentes con componente común	36	$2/7 < 2/5$
Fracciones incongruentes Sin componente común	36	$4/9 < 2/3$
Fracciones neutra sin componente común	36	$1/4 < 1/3$

Tipos de ítems

Ítem neutro

Definición Conceptual: es un par de fracciones donde los participantes no están inclinados a considerar una de ellas como mayor debido a los números naturales que las componen.

Definición Operacional: es un par de fracciones donde una posee el numerador mayor y la otra el denominador mayor.

Ítem congruente con componente común

Definición Conceptual: es un par de fracciones con un componente común que sería respondido correctamente si uno se fijara únicamente en las magnitudes de los números naturales involucrados.

Definición Operacional: es un par de fracciones que poseen el mismo denominador.

Ítem incongruente con componente común

Definición Conceptual: es un par de fracciones con un componente común que sería respondido incorrectamente si uno se fijara únicamente en las magnitudes de los números naturales involucrados.

Definición Operacional: es un par de fracciones que poseen el mismo numerador.

Ítem congruente sin componente común

Definición Conceptual: es un par de fracciones sin un componente común que sería respondido correctamente si uno se fijara únicamente en las magnitudes de los números naturales involucrados.

Definición Operacional: es un par de fracciones con todos sus componentes distintos, donde la fracción mayor posee además el denominador mayor y el numerador mayor.

Ítem incongruente sin componente común

Definición Conceptual: es un par de fracciones sin un componente común que sería respondido incorrectamente si uno se fijara únicamente en las magnitudes de los números naturales involucrados.

Definición Operacional: es un par de fracciones con todos sus componentes distintos, donde la fracción mayor posee el denominador menor y el numerador menor.

Efectos de procesamiento

Presencia/ausencia de componente común

Definición conceptual: efecto de procesamiento de fracciones relacionado con el uso de estrategias holísticas o componenciales (Barraza et al., 2014; Meert et al., 2009).

Definición operacional: ítems en donde los cuatro números involucrados (numeradores y denominadores) son distintos, o bien donde los numeradores o los denominadores son iguales.

Congruencia (congruente/incongruente/neutro)

Definición conceptual: Efecto de procesamiento de fracciones en el que se procesan los componentes de la fracción en vez de procesar su magnitud (Gómez et al., 2014; Obersteiner et al., 2013; Vamvakoussi et al., 2012).

Definición operacional: ítems congruentes, incongruentes y neutros (los primeros disponibles tanto cuando hay como cuando no hay componentes comunes; el tercero disponible solamente cuando las fracciones no tienen componente común).

Variables Dependientes (VD):

Variables conductuales

Tasa de aciertos

Definición conceptual: Es la correcta selección de la fracción de mayor magnitud en cada uno de los ítems del experimento, los que incluyen un par de fracciones a comparar. La respuesta además debe darse en un tiempo menor o igual a 10 segundos.

Definición operacional: Cantidad de respuestas correctas entregadas en los ítems del experimento de fracciones (Schneider, Eschman, & Zuccolotto, 2002); (Just y Carpenter, 1980). El experimento se ha realizado con el programa E-Prime.

Tiempo de respuesta

Definición conceptual: Es el tiempo que cada participante se demora en entregar una respuesta en cada ítem (Schneider, Eschman, y Zuccolotto, 2002); (Just y Carpenter, 1980).

Definición operacional: Cantidad de tiempo (milisegundos) que se demora el estudiante en elegir la fracción que considera mayor en la tarea experimental de fracciones realizada con el programa E-Prime.

Componentes electrofisiológicos asociados a la comparación de fracciones

Componente N400

Definición Conceptual: Componente electrofisiológico relacionado con la memoria. El N400 es un ERP originado por un estímulo incongruente en una serie (Kutas y Hillyard, 1980).

Definición Operacional: Valor de la amplitud de onda electrofisiológica asociada al componente N400. Registrada por en el EEG.

Componente P200

Definición Conceptual: Componente electrofisiológico relacionado con la atención y la memoria de trabajo. El P300 es un ERP originado por un estímulo atípico o extraño en una serie (Lefebvre, et al., 2005).

Definición Operacional: Valor de la amplitud de onda electrofisiológica asociada al componente P200. Registrada por el EEG.

Componente P300

Definición Conceptual: Componente electrofisiológico relacionado con la atención y la resolución de problemas. El P300 es un ERP originado por un estímulo disonante en una serie (Fell, et al., 2004).

Definición Operacional: Valor de la amplitud de onda electrofisiológica asociada al componente P300. Registrada por el EEG.

Covariable

Memoria de trabajo

Definición Conceptual: La memoria de trabajo es un constructo teórico de la Psicología Cognitiva que se refiere a las estructuras y procesos usados para el almacenamiento temporal de información (memoria a corto plazo) y la elaboración de la información (Baddeley y Hitch, 1974).

Definición Operacional: Resultados obtenidos en la escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS), específicamente en la subescala de Índice de Memoria de Trabajo (IMT)

3.4.2 Participantes

En la primera fase de esta investigación se reclutó una muestra aleatoria de 130 participantes, mujeres y hombres, de entre 20 y 35 años de edad, todos

estudiantes universitarios de las Facultades de Educación y Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Concepción, correspondientes específicamente a alumnos de tercer año en adelante, de las carreras de Geofísica, Pedagogía en Matemáticas, Ciencias Físicas, Educación General Básica y Pedagogía en Ciencias Naturales y Físicas.

Los participantes que omitieron muchos ítems y que obtuvieron una tasa de acierto considerablemente menor a sus pares (menos de 20 respuestas correctas) fueron descartados para continuar con la fase experimental.

En la segunda fase experimental de nuestro estudio, participaron 50 estudiantes quienes fueron seleccionados de la muestra anterior por su desempeño en la prueba inicial de fracciones en lápiz y papel, todos hombres y mujeres sanos, sin problemas neurológicos ni visuales. Participaron 16 mujeres y 34 hombres de tercer año en adelante, de las carreras de Geofísica, Pedagogía en Matemáticas, Ciencias Físicas, Educación General Básica y Pedagogía en Ciencias Naturales y Físicas, que obtuvieron un puntaje superior a 20 o más aciertos en la tarea de comparación de fracciones. Los estudiantes recibieron un estipendio económico por su participación en el experimento, con recursos obtenidos del proyecto Fondecyt Regular 1160188. Todos ellos fueron seleccionados por mostrar una preferencia manual derecha, según el Edinburgh Handedness Inventory (Odfield, 1971). Se aceptaron sólo personas diestras con un coeficiente de lateralidad superior a 70%.

Se eliminaron a 10 sujetos por no lograr el nivel de impedancia adecuado para el registro electrofisiológico (bajo 5 k Ω). También fueron descartados del análisis 17 participantes por omitir muchos ítems y obtener una tasa de asertividad considerablemente menor a sus pares (2.5 desviaciones estándar) en la tarea conductual. Finalmente, el análisis de datos se llevó a cabo con una muestra de 23 participantes.

El presente diseño experimental preveía originalmente la participación de 40 sujetos. Con esta cantidad, un análisis de poder estadístico muestra que se puede detectar efectos de tamaño $\eta^2 = 0,142$ o superior con 50% de poder, y efectos de

tamaño $\eta^2 = 0,200$ o superior con 70% de poder. Sin embargo, debido a la necesidad de contar con una muestra homogénea, como se indicó arriba se decidió descartar ciertos participantes lo que llevó a un tamaño muestral final de 23. Con este valor, el análisis de poder indica que se puede detectar efectos de tamaño $\eta^2 = 0,228$ o superior con 50% de poder, y efectos de tamaño $\eta^2 = 0,308$ o superior con 70% de poder. Además, se realizó un análisis posthoc con el programa G Power, introduciendo las variables del estudio y se obtuvo un efecto de tamaño $\eta^2 = 0,333$ con un 0,7 de poder.

3.4.3 Instrumentos/aparatos de Medida

La prueba de comparación de fracciones, en lápiz y papel, está compuesta por 25 ítems de pares de fracciones, las que se dividen en 5 ítems de fracciones congruentes con componente común, 5 ítems de fracciones congruentes sin ponente común, 5 ítems de fracciones incongruentes con componente común, 5 ítems de fracciones incongruentes sin componente común y 5 ítems de fracciones neutras sin componente común. Se aplicó una prueba diseñada y validada por Gómez y Dartnell (2016); Gómez, et al. (2014). Esta prueba evalúa dimensión de congruencia en fracciones con y sin componentes comunes. La prueba de comparación de fracciones, en lápiz y papel debe ser respondida en un tiempo máximo de 4 minutos.

La Escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS-IV) es una prueba de administración individual que permite la evaluación comprensiva de la inteligencia (Wechsler, 2012). Dentro de sus cuatro subescalas, se encuentra el Índice de Memoria de Trabajo (IMT) que contiene tareas de Dígitos (D), Aritmética (A) y secuenciación de letras y números (LN).

Las tareas de dígitos consisten en repetir una serie de dígitos presentados oralmente, en el mismo orden en que aparecen, en orden inverso y en orden creciente. La tarea aritmética consiste en resolver mentalmente problemas aritméticos y dar la respuesta dentro de un tiempo determinado. Finalmente, la tarea de letras y números consiste en escuchar una serie de números y de letras

mezclados, para luego tener que repetir los números en orden ascendente y las letras en orden alfabético (ver anexo 1).

Validación del WAIS: Wechsler Adults Intelligence Scale en población adulta chilena (Rosas, Tenorio, Pizarro, Cumsille, Bosch, Arancibia, Carmona-Halty, Pérez, Pino, Vizcarra y Zapata, 2014):

Consistencia interna: En una muestra intencionada de 887 participantes chilenos se obtuvo un nivel adecuado (Alfa de Cronbach = .941).

Validez de contenido: La prueba WAIS-IV evalúa múltiples dimensiones de la cognición, organización de información, velocidad del procesamiento de información, entre otras. Esto ha sido verificado y discutido por el panel de expertos que generó el instrumento y análisis posteriores (Coalson y Raiford, 2008; Lichtenberger y Kaufman, 2009).

Validez de constructo: Se obtuvo una fuerte correlación entre Aritmética y Retención de Dígitos ($r = .626$) y también entre IMT y Retención de Dígitos ($r = .908$).

Aparato para la prueba de ERPs

Se utilizó monitor de PC con un teclado estándar para realizar la tarea experimental cronometrada de comparación de fracciones, además de gorros de EEG de tela cómoda y con electrodos de plata unidos a cables ligeros. Un electroencefalógrafo MEDICID para visualizar las fluctuaciones eléctricas de la corteza cerebral mediante el electroencefalograma Neuronic 5.0, donde se registran y exploran los componentes de ERPs con el software Workstation al mismo tiempo en que se registran las medidas conductuales gracias al Software E-Prime Professional 2.0 durante el curso de la tarea.

3.4.4 Procedimiento de recolección de datos

En primera instancia, los participantes respondieron un cuestionario de comparación de fracciones en lápiz y papel (25 ítems en un tiempo de 4 minutos), esto con el fin de ver si eran elegibles para participar en el estudio

electroencefalográfico. En segunda instancia, se seleccionaron a los estudiantes con mejor rendimiento en el cuestionario de comparación de fracciones en lápiz y papel para pasar al experimento electrofisiológico.

Todos los participantes firmaron un consentimiento informado antes de participar en la sesión experimental, esta última se realizó en una sala de laboratorio especialmente adaptada para el procedimiento. Los alumnos se mantuvieron sentados en una silla cómoda frente al monitor y se les presentó un programa que registró sus respuestas y tiempos de reacción mientras ellos realizaban la tarea de comparar de fracciones. Al principio, ellos recibieron toda la información acerca de cómo realizar la tarea. En cada ítem los participantes observaron un par de fracciones y tuvieron que seleccionar cuál de ellas era mayor. Cada ítem tuvo dos alternativas de respuesta (seleccionar la fracción de la izquierda o la de la derecha), con un tiempo límite para responder de 10 segundos. Los participantes debían esperar unos segundos en lugar de responder inmediatamente una vez presentados los estímulos, la finalidad de esta espera fue tratar de evitar artefactos en los registros de ERP y sus datos.

El experimento consistió en conjuntos de pares de fracciones con denominadores grandes (entre 30 y 100) y numeradores de tamaño intermedio (11 o más, con un valor máximo de 11 unidades menos que el respectivo denominador) para evitar la emergencia de diferentes estrategias de procesamiento que se favorecen con el tamaño de los números naturales usados para construir las fracciones, especialmente el uso de estrategias ad hoc (Obersteiner, et al., 2013).

Utilizando un script de Python, se generaron 180 pares de fracciones para todos los tipos de congruencia (congruente/neutro/incongruente) y presencia de componentes comunes (sí/no). El orden de presentación de los ítems fue aleatorizado, de modo que los distintos tipos de ítems se presentaban mezclados. Se cuidó también que, entre los distintos tipos de ítem, los pares de fracciones tuvieran distancia numérica entre sí estadísticamente similar.

Para recolectar las medidas conductuales, se utilizó el software E-Prime Professional 2.0, donde se registró el tiempo de reacción (RT) en la comparación de fracciones, utilizando la técnica experimental on-line o cronométrica. Las técnicas autoadministrables de tiempo de procesamiento se basan en el supuesto de que el sujeto procesa el material al ritmo impuesto por los procesos cognitivos (Just y Carpenter, 1980). El supuesto ojo-mente, es una de las hipótesis en las que se basa la interpretación de los tiempos de reacción, refiriéndose a que la mente procesa la unidad en la cual está fijado el ojo en ese momento (lo cual significa que no hay demora entre la mirada y el proceso de comprensión) (Haberlandt y Bingham, 1978).

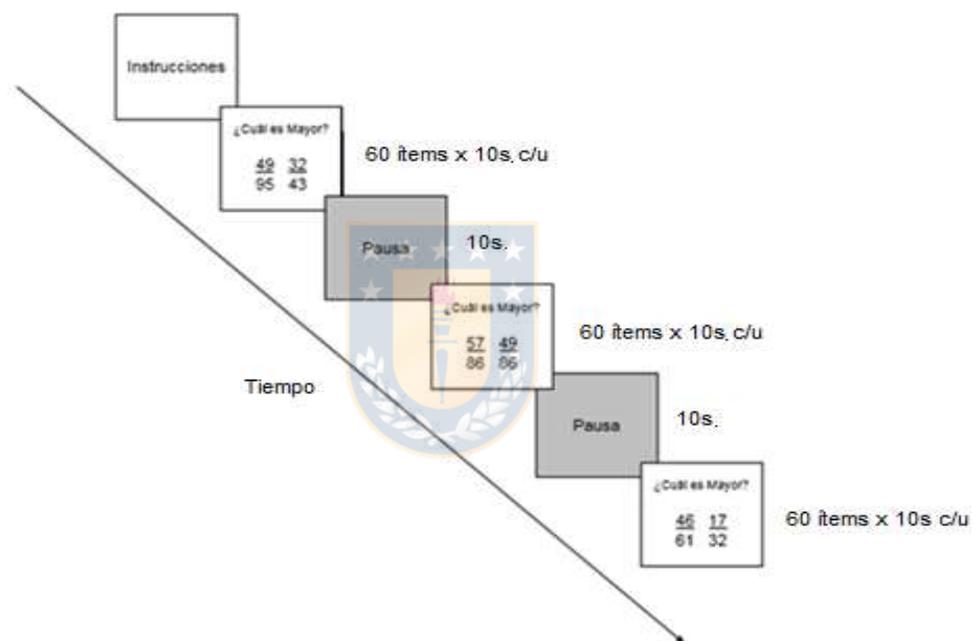


Figura 2. Esquema de presentación de los estímulos a lo largo de la sesión experimental

Se exploraron los correlatos neurales de la comparación de fracciones, midiendo al mismo tiempo la tarea de comparación de fracciones en un experimento de electroencefalografía (EEG) para medir ERPs para la congruencia y presencia de componentes comunes. Varios componentes de ERP han sido asociados con efectos de distancia en la comparación de números naturales, como, por ejemplo: N400 (Sidman, 1994), P200 y P300 (Grune, Mecklinger, y Ullsperger, 1993;

Schwarz y Heinze, 1998), pero hay muy pocos estudios hasta ahora que hayan hecho lo mismo con fracciones.

Adicionalmente, se midió la capacidad de memoria de trabajo, aplicando la sub-escala WAIS-IV. Esto se realizó después de la sesión experimental

La sesión experimental tuvo una duración total de aproximadamente 80 minutos.

3.4.5 Consideraciones éticas

En esta investigación, fueron considerados los resguardos éticos como el respeto, la justicia y búsqueda del bien, que fueron establecidos en el Código de Nuremberg (Mainetti, 1989) y por la Comisión Nacional de Investigación Ciencia y Tecnología (2007), quienes señalan lo siguiente:

“A partir del respeto por la autonomía de cada persona para tomar sus propias decisiones, la participación en la investigación será estrictamente voluntaria y los participantes podrán abandonar el proceso en cualquier momento que ellos deseen.

La justicia, reflejada en acciones como la entrega de un consentimiento informado a cada uno de los participantes, para que ellos pudieran estar en conocimiento del tipo de investigación a la cual fueron integrados, en aquel documento se informó acerca de todos los riesgos que una persona razonable podría considerar importantes para adoptar una decisión en cuanto a participar. Con respecto a la búsqueda del bien, se tuvo especial cuidado en velar por el bienestar físico, mental y social del participante, lo que implicó no hacer daño y reducir los riesgos al mínimo.”

Se entregará un consentimiento informado a cada uno de los participantes, para que ellos puedan estar en conocimiento del tipo de investigación a la cual se integrados y así tener una constancia de que su participación fue totalmente voluntaria y consciente.

Finalmente, los beneficios de conocimiento o tecnológicos derivados de esta investigación próximamente estarán a disposición de toda la población.

IV Resultados

4.1 Estudio inicial de fracciones

4.1.1 Participantes del estudio inicial de fracciones

El estudio se realizó con una muestra de 130 participantes, 68 mujeres y 62 hombres, todos estudiantes universitarios de las Facultades de Educación y Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Concepción, correspondientes específicamente a alumnos de tercer año o superior, de las carreras de Geofísica, Pedagogía en Matemáticas, Ciencias Físicas, Educación General Básica y Pedagogía en Ciencias Naturales y Físicas.

En este estudio, participaron 66 alumnos de Pedagogía en Matemáticas, 43 alumnos de Geofísica, 8 Alumnos de Educación General Básica, 8 alumnos de Pedagogía en Ciencias Naturales y Físicas y 5 alumnos de Ciencias Físicas. La Figura 1 muestra la distribución porcentual de participantes de cada carrera.

Para un análisis más detallado, se comparó luego los resultados obtenidos por los dos grupos mayoritarios de estudiantes: los de Pedagogía en Matemáticas y los de Geofísica.

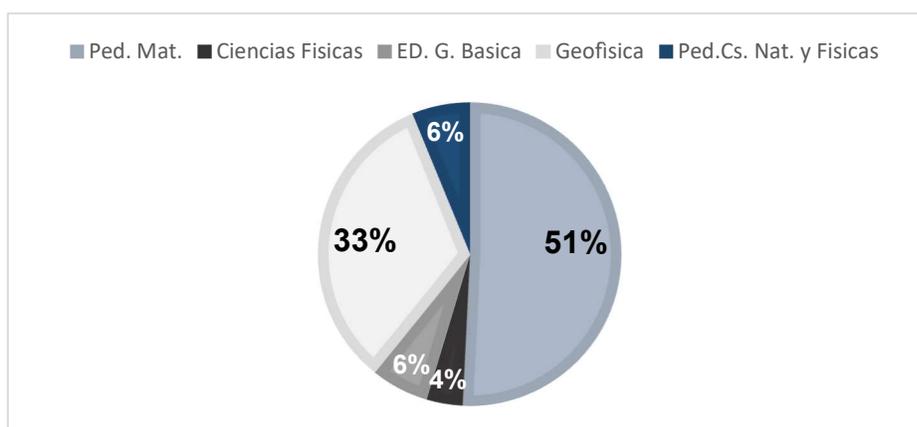


Grafico 1. Cantidad de participantes por carrera, expresado en porcentajes.

4.1.2 Análisis descriptivo del desempeño general en la prueba inicial de fracciones

En total, los participantes obtuvieron un promedio de 80% de respuestas correctas en la prueba de fracciones, con una desviación estándar de 28%. Calculamos el estadístico α de Cronbach para estimar la confiabilidad de la prueba de fracciones, obteniendo un valor de $\alpha = 0,84$, sugiriendo que la prueba tiene un nivel de confiabilidad adecuado para su uso.

4.1.3 Análisis descriptivo del desempeño por carrera y por tipo de ítem

Para realizar el análisis descriptivo, primeramente, calculamos los promedios de porcentajes de respuestas correctas obtenidas por cada carrera (ver Tabla 2). Posteriormente, calculamos los porcentajes de acierto obtenidos por cada una de las carreras en las diferentes categorías de pregunta (ver Tabla 3), con el fin de explorar en mayor profundidad las posibles diferencias entre éstas.

Tabla 3. Porcentajes de aciertos obtenidos por cada carrera en la prueba de comparación de fracciones.

	% promedio de aciertos	SD estándar
Ciencias Físicas (n=5)	94%	11%
Educación General Básica (n=8)	62%	32%
Geofísica (n=43)	86%	26%
Pedagogía en Matemáticas (n=66)	80%	27%
Pedagogía en Ciencias Naturales y Físicas (n=8)	55%	35%

Tabla 4. Porcentajes de acierto promedio de las diferentes carreras y de la muestra completa en cada categoría de pregunta.

	Cs. Físicas (n=5)	Ed. Gral. Básica (n=8)	Geof. (n=43)	Ped. en Mat. (n=66)	Ped. Cs. Nat. y Físicas (n=8)	Muestra completa (N=130)
Cong. con comp. Común	100%	83%	93%	86%	75%	88%
Incong. con comp. Común	92%	65%	88%	84%	75%	84%
Cong. sin comp. Común	100%	58%	85%	80%	35%	78%
Incong. sin comp. Común	88%	58%	82%	73%	43%	74%
Neutro sin comp. Co.	92%	45%	83%	77%	45%	76%

De las Tablas 2 y 3, podemos observar que los mejores desempeños fueron obtenidos por las carreras de Ciencias Físicas y Geofísica, ya que los alumnos de estas carreras obtuvieron los mayores porcentajes de aciertos en todas las categorías de ítems. A pesar de que el reducido número de participantes que provenían de Ciencias Físicas no nos permite generalizar de manera sólida a muestras más grandes, notamos que esta tendencia es consistente con el hecho de que estas dos carreras involucran una cantidad de asignaturas científico-matemáticas mayores a las demás.

Observamos también que, en la gran mayoría de los casos, los ítems de tipo congruente tuvieron asociados porcentajes de respuestas correctas mejores que los de los correspondientes ítems incongruentes. Esto puede deberse a que este tipo de categoría puede ser respondido correctamente incluso si se utiliza una estrategia errónea en su procesamiento tal como la comparación directa entre números naturales, ya que en los ítems congruentes la fracción de mayor magnitud posee además el numerador y denominador más grandes. La carrera pedagógica que obtiene los mejores resultados es, esperablemente, Pedagogía en Matemáticas.

De acuerdo con estos resultados, lo más probable es que los alumnos de estas carreras hayan aprendido y practicado más con estrategias holísticas en el trabajo de fracciones, es decir, analizando la fracción como un todo que posee una magnitud en sí mismo. Estos resultados son similares a los encontrados por otras investigaciones como la de DeWolf y Vosniadou (2011).

Por otra parte, el grupo de carreras que obtuvo el menor porcentaje de aciertos en la prueba, en general, fueron las carreras de Educación General Básica y Pedagogía en Ciencias Naturales y Físicas. De este modo, las dos carreras se asemejan en que bajan considerablemente el nivel de acierto en las fracciones sin componente común (congruente, incongruente y neutra), manteniendo un desempeño medio en las fracciones con componente común (congruente e incongruente), a pesar de observar que los reducidos números de participantes de estas carreras no nos permiten generalizar con un nivel de confianza adecuado y, por lo mismo, esta conclusión debe ser considerada como tentativa. De confirmarse

en estudios futuros, esta tendencia sugiere que, aparentemente, estos alumnos aplicarían con mayor probabilidad estrategias componenciales en lugar de estrategias holísticas. Con estrategias componenciales nos referimos a un tipo procesamiento utilizado para comparar fracciones, que se basa en las características de los números naturales. Este corresponde a un procesamiento más básico que induce regularmente a error y es el que caracteriza a los estudiantes que no tienen una formación específica en el área de matemáticas (Desmet, Grégoire y Mussolin, 2010).

4.1.4 Comparación de las carreras con más participantes

Finalmente, para poder analizar más en detalle las categorías de ítems, nos concentramos únicamente en los participantes de las carreras de Pedagogía en Matemáticas (n=66) y Geofísica (n=43).

Un análisis de varianza (basado en una regresión logística de los porcentajes de respuestas correctas), considerando las variables categoría de ítem y carrera, muestra que estos porcentajes cambian de manera significativa tanto en función de la categoría de ítem ($X^2(4) = 20,03$, $p = 0,0005$) como de la carrera ($X^2(1) = 5,32$, $p = 0,02$), pero que no hay interacción entre ambos factores ($X^2(4) = 2,04$, $p = 0,73$). Esto refleja el hecho de que los estudiantes de Geofísica obtuvieron más aciertos que los de Pedagogía en Matemáticas, y que en los ítems congruentes había mejor rendimiento que en los incongruentes. Asimismo, la falta de interacción indica que entre ambos grupos no hay cambios estadísticamente notables entre las diferencias que hay entre porcentajes de acierto ante distintas categorías de ítems.

4.2 Experimento Conductual

4.2.1 Participantes del experimento conductual

En el experimento conductual participaron 50 estudiantes (16 mujeres y 34 hombres) de diferentes carreras como Ciencias Físicas, Geofísica y Pedagogías en Matemáticas y Física, que obtuvieron un puntaje superior a 20 o más aciertos en la tarea de comparación de fracciones. Los estudiantes recibieron un estipendio económico por su participación en el experimento, con recursos provistos por el

proyecto Fondecyt Regular 1160188. Todos los estudiantes fueron seleccionados por mostrar una preferencia manual derecha, según el Edinburgh Handedness Inventory (Odfield, 1971). Se aceptaron sólo personas diestras con un coeficiente de lateralidad superior a 70%.

Para comenzar el análisis conductual primeramente se descartaron aquellos participantes que omitieron 6 o más ítems (de un total de 36 ítems) en alguna de las 5 categorías de pregunta o que obtuvieron una tasa de acierto menor al 2.5 desviaciones estándar en la tarea de comparación de fracciones. También se eliminaron a quienes presentaron menos del 70% de ventanas correctas en cada condición experimental. Finalmente, el análisis de datos conductuales incluyó una muestra de 23 participantes (4 mujeres y 19 hombres). Para ellos, se calcularon tasas de acierto y tiempos de respuesta promedio por cada tipo de ítem o categoría, por variable y en la prueba total. Dada la naturaleza incompleta e intra-sujeto del diseño experimental, las variables fueron analizadas utilizando análisis de varianza implementados a través de modelos lineales mixtos de acuerdo a su naturaleza: la tasa de acierto mediante regresiones logísticas y el tiempo de respuesta mediante regresiones lineales. Para todo aquello se utilizaron los programas estadísticos R y Microsoft Excel.

Para realizar el análisis descriptivo de los tiempos de respuestas, primeramente, calculamos su promedio total. El valor obtenido fue de 994.4 milisegundos. La desviación estándar asociada fue de 451.6 milisegundos.

Los valores obtenidos muestran que el promedio de tiempo de respuesta mínimo (es decir, el tiempo de respuesta promedio del participante más veloz) fue de 452.3 milisegundos, mientras que el promedio de tiempo de respuesta máximo (participante más lento) fue de 2083.2 milisegundos, evidenciando un rango de variación importante en la tarea experimental (ver gráfico 2).

4.2.2 Análisis descriptivo del desempeño: tiempos de respuesta (RTs) en la prueba experimental de fracciones

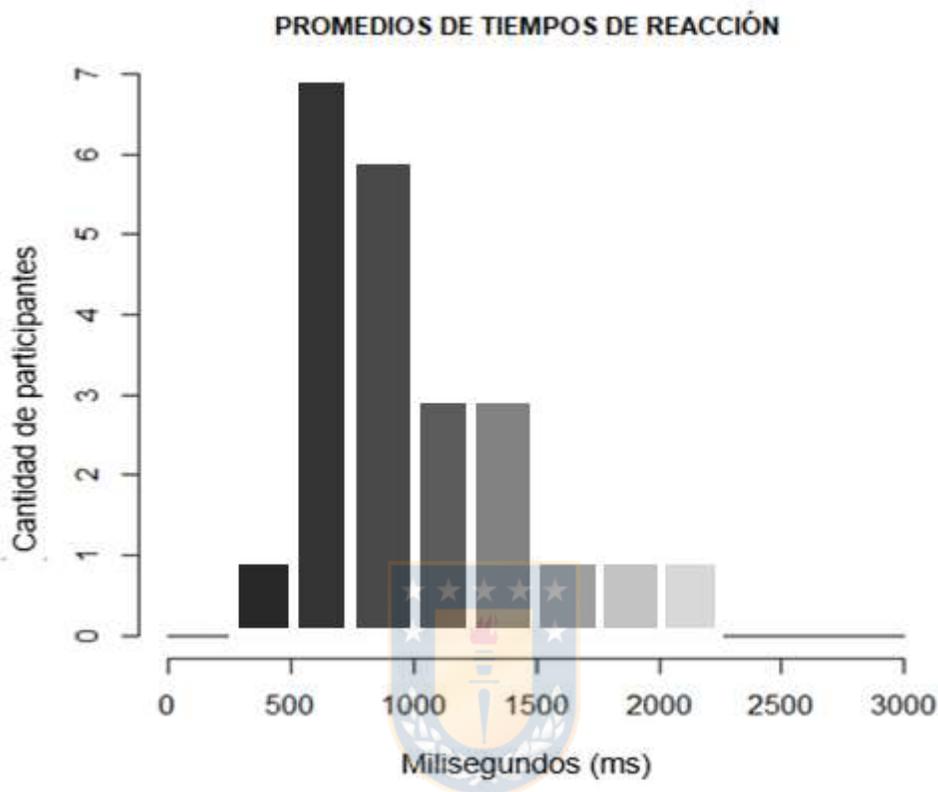


Grafico 2. Histograma de los tiempos de respuesta promedio por participante. Analizamos luego cómo cambia el tiempo de respuesta en función de la categoría de la pregunta (ver tabla 5).

Tabla 5. Estadística descriptiva del tiempo de respuesta en función de la categoría de pregunta: fracciones con un componente común, fracciones sin componente común; congruente, incongruente y neutro.

Categoría	RT promedio	SD estándar
Congruente con componente común	739.5	307.4
Incongruente con componente común	810.2	355.2
Congruente sin componente común	1388.9	845.2
Incongruente sin componente común	1110.2	544.5
Neutro sin componente común	919.6	416.5

En esta tabla, podemos observar que el tiempo de respuesta fue mayor en las categorías sin componente común, lo que se condice con la mayor dificultad de comparar pares fracciones que no tienen un componente común.

Complementamos esta observación con un análisis de varianza implementado a través de una regresión lineal mixta. Este análisis da como resultado $X^2(4) = 64,3$, $p < .0001$, por lo que concluimos que los tiempos de respuesta son efectivamente distintos entre las categorías.

Para investigar con mayor profundidad las diferencias entre categorías, se compararon una a una todas las parejas posibles de categorías usando pruebas t pareadas. Los resultados de esta comparación se presentan en la tabla 6. Como se puede apreciar en la tabla, encontramos diferencias estadísticamente significativas ($p < .05$) entre todas las parejas de categorías, mostrando así que todas las categorías difieren unas de otras en términos de su tiempo de respuesta.



Tabla 6. Valores p resultantes de comparar los tiempos de respuesta de todas las parejas posibles de categorías de preguntas usando pruebas t pareadas. Los valores p mostrados fueron corregidos usando el método de Holm-Bonferroni.

	Congruente con componente común	Incongruente con componente Común	Congruente sin componente Común	Incongruente sin componente común
Incongruente con componente común	.03	-	-	-
Congruente sin componente común	.002	.002	-	-
Incongruente sin componente común	.002	.005	.02	-
Neutro sin componente común	.004	.02	.004	.03

Observamos, asimismo, que estos resultados se comportan de acuerdo a lo esperado en términos de la congruencia solamente en el caso en que las fracciones comparten un componente en común, ya que responder preguntas congruentes es más rápido que responder preguntas incongruentes, mientras que cuando no hay componentes en común esta relación se invierte y, más aún, las preguntas neutras

se responden más rápidamente que sus contrapartes congruentes e incongruentes (Moss, 2005).

4.2.3 Análisis descriptivo del desempeño: RTs. de respuestas correctas

Para realizar el análisis descriptivo de los tiempos de respuestas correctas, primeramente, calculamos su promedio total. El valor obtenido fue de 942.3 milisegundos. La desviación estándar asociada fue de 393.8 milisegundos.

Los valores obtenidos muestran que el promedio de tiempo de respuesta correcta mínimo (es decir, el tiempo de respuesta promedio del participante más veloz) fue de 438.9 milisegundos, mientras que el promedio de tiempo de respuesta correcta máximo (participante más lento) es de 1845.2 milisegundos, evidenciando otra vez un rango de variación importante en la tarea experimental (ver gráfico 3).

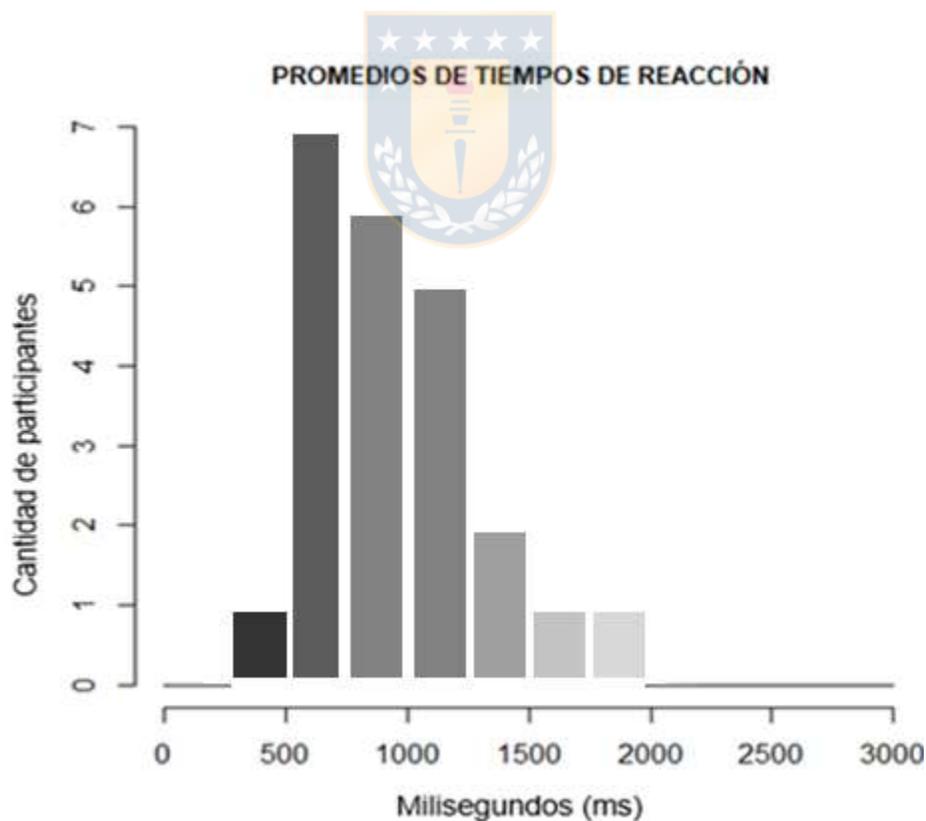


Gráfico 3. Histograma de los tiempos de respuesta correcta promedio por participante.

Analizamos luego cómo cambia el tiempo de respuesta correcta en función de la categoría de la pregunta (ver tabla 7).

Tabla 7. Estadística descriptiva del tiempo de respuesta correcta (medidos en ms.) en función de la categoría de pregunta: fracciones con un componente en común, fracciones sin componente común; congruente, incongruente y neutro.

Categoría	Tiempo de respuesta correcta promedio	Desviación estándar
Congruente con componente común	734.2	306.9
Incongruente con componente común	807.5	354.8
Congruente sin componente común	1320.1	744.5
Incongruente sin componente común	1028.9	448
Neutro sin componente común	897	371.2

En esta tabla, podemos observar que el tiempo de respuesta correcta fue mayor en las categorías sin componente común, lo que se condice con la mayor dificultad de comparar pares fracciones que no tienen un componente común.

Complementamos esta observación con un análisis de varianza implementado a través de una regresión lineal mixta. Este análisis da como resultado $X^2(4) = 65,01$, $p < .0001$, por lo que concluimos que los tiempos de respuesta correcta son efectivamente distintos entre las categorías.

Para investigar en mayor profundidad las diferencias entre categorías se compararon una a una todas las parejas posibles de categorías, usando pruebas t pareadas. Los resultados de esta comparación se presentan en la tabla 8. Encontramos así diferencias estadísticamente significativas ($p < .05$) entre casi todas las parejas de categorías, mostrando que la gran mayoría de las categorías difieren unas de otras en términos de su tiempo de respuestas correctas. Las únicas que no mostraron diferencias significativas fueron las parejas de ítems congruentes e incongruentes con componente común y los ítems incongruentes y neutros sin

componente común. Sin embargo, incluso en estos casos la significancia estadística estuvo muy cerca del valor umbral (en ambos casos $p = .06$).

Tabla 8. Valores p resultantes de comparar los tiempos de respuestas correctas de todas las parejas posibles de categorías de preguntas usando pruebas t pareadas. Los valores p mostrados fueron corregidos, usando el método de Holm-Bonferroni.

	Congruente con componente común	Incongruente con componente común	Congruente sin componente común	Incongruente sin componente común
Incongruente con componente común	.06	-	-	-
Congruente sin componente común	.001	.003	-	-
Incongruente sin componente común	.002	.02	.02	-
Neutro sin componente común	.003	.03	.003	.06

Observamos, asimismo, que estos resultados se comportan de acuerdo a lo esperado en términos de la congruencia solamente en el caso en que las fracciones comparten un componente en común, ya que responder preguntas congruentes es más rápido que responder preguntas incongruentes (a pesar de no haber diferencia

estadísticamente significativa), mientras que cuando no hay componentes en común esta relación se invierte y, más aún, las preguntas neutras son respondidas más rápidamente que sus contrapartes congruente e incongruente (aunque esta última diferencia no sea estadísticamente significativa; Van Hoof et al., 2013).

4.2.4 Análisis descriptivo del desempeño: respuestas correctas

Para realizar el análisis descriptivo, primeramente, calculamos los porcentajes (%s) de respuestas correctas de cada participante. Los valores obtenidos muestran que el porcentaje mínimo de respuestas correctas fue un 88%, mientras que el porcentaje máximo fue un 97%. Ambos valores evidencian un elevado rango de aciertos, por lo que se confirma que la muestra reclutada efectivamente contaba con las competencias que demandaba la tarea experimental (Goldin, 1998; Azcárate, 1995). El gráfico 4 presenta un histograma de la distribución de estos porcentajes de respuestas correctas.

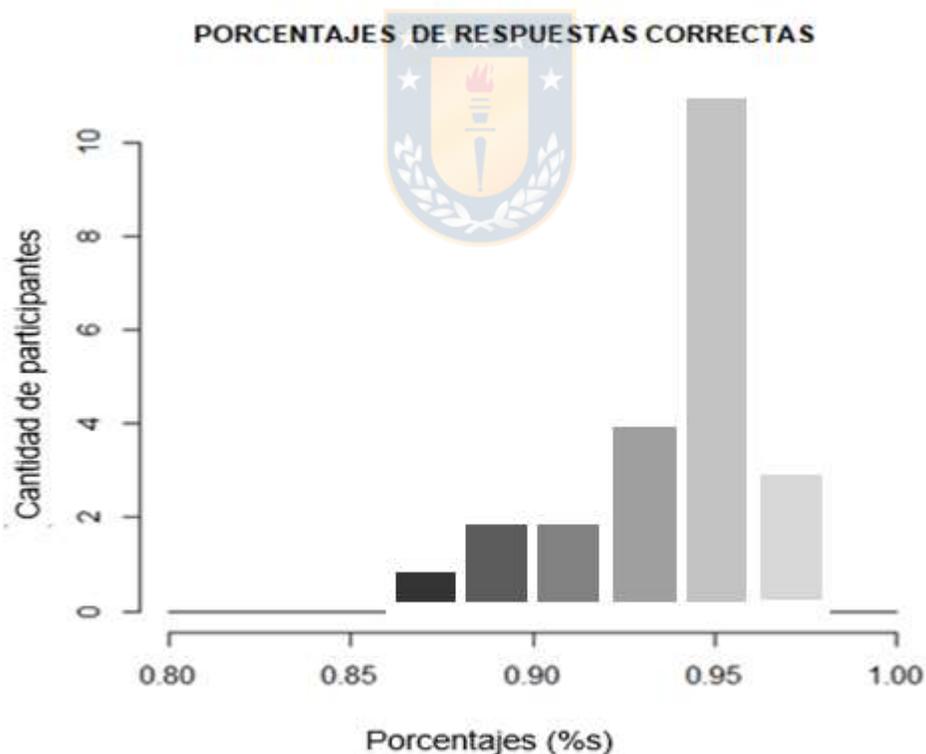


Gráfico 4. Histograma de los porcentajes de respuestas correctas por participante.

Para tener una estimación de la tasa general de acierto, se calculó el promedio de los porcentajes de respuestas correctas de toda la muestra. El valor obtenido es de 94%, cercano al valor máximo posible de 100%.

Adicionalmente, se calculó la desviación estándar de los porcentajes de respuestas correctas, para estimar su dispersión. El valor obtenido de esto es .026, es decir que la dispersión de los porcentajes de acierto con respecto al promedio es de un 3%.

Para investigar las diferencias estadísticas entre las diversas categorías de preguntas, se calcularon los promedios y desviaciones estándar asociadas a cada una de ellas (ver tabla 9).

Tabla 9. Estadística descriptiva del porcentaje de respuestas correctas en función de la categoría de pregunta: fracciones con un componente en común, fracciones sin componente común; congruente, incongruente, neutro.

Categoría	Porcentaje promedio de respuestas correctas	Desviación Estándar
Congruente con componente común	99%	.02
Incongruente con componente común	98%	.03
Congruente sin componente común	84%	.07
Incongruente sin componente común	89%	.08
Neutro sin componente común	98%	.02

Para hacer el análisis estadístico de las diferencias entre categorías, usamos un análisis de varianza, implementado a través de una regresión logística mixta. El

resultado obtenido es $X^2(4) = 175,9$, $p < .0001$, el cual es pequeño y representa por lo tanto evidencia de que los porcentajes de éxito son distintos entre las distintas categorías.

Para explorar con mayor profundidad las posibles diferencias entre categorías de preguntas, realizamos adicionalmente un análisis donde comparamos una a una entre todas las parejas posibles de categorías (ver tabla 10).

Tabla 10. La tabla muestra Valores p resultantes de comparar los porcentajes de respuestas correctas de todas las parejas posibles de categorías de preguntas usando pruebas t pareadas. Los valores p mostrados fueron corregidos usando el método de Holm-Bonferroni (Holm, 1979).

	Congruente con componente común	Incongruente con componente común	Congruente sin componente común	Incongruente sin componente común
Incongruente con componente común	1.00	-	-	-
Congruente sin componente común	< .0001	< .0001	-	-
Incongruente sin componente común	< .0001	< .0001	.05	-
Neutro	.46	1.00	< .0001	< .0001

Este análisis arroja diferencias estadísticamente significativas entre varios pares de categorías, por ejemplo, entre la categoría incongruente con componente común y la categoría congruente sin componente común. Más en general, vemos que las categorías congruentes sin componente común e incongruentes sin componente común poseen resultados sistemática y significativamente más bajos que las otras tres categorías. Dentro de las categorías con componente en común, vemos que no hay diferencia significativa. Mientras que entre las categorías sin componentes en común vemos que las preguntas neutras fueron respondidas con significativamente mayor acierto que las incongruentes, y éstas a su vez que las congruentes. Observamos así que la interpretación habitual de la dimensión de congruencia no se alinea con los resultados obtenidos, puesto que las preguntas congruentes resultaron ser más difíciles de responder correctamente que las incongruentes. Estos resultados son distintos a los encontrados por otras investigaciones como la de DeWolf y Vosniadou (2011), puesto que en nuestra investigación los ítems congruentes sin componente común e incongruentes sin componente común son los menos puntuados, mientras que los ítems neutros son los que tienen estadísticamente mejor puntuación que sus pares sin componentes comunes.

4.3 Resultados de prueba de memoria de trabajo

En esta sección, buscamos relaciones entre el IMT obtenido de la prueba WAIS-IV y los diversos indicadores de desempeño de la prueba de comparación de fracciones. Para esto utilizamos el coeficiente de correlación de Pearson y la visualización de los datos a través de gráficos de dispersión.

4.3.1 Correlaciones entre memoria de trabajo y prueba de fracciones

Relación entre IMT y tasa de acierto: El coeficiente de correlación tuvo un valor de $r = .30$, lo cual sugiere que existe una relación positiva entre la capacidad de memoria de trabajo y la cantidad de aciertos en la prueba de fracciones, sin

embargo, esta relación no es estadísticamente significativa, el valor P obtenido es: .15 (ver gráfico 5).

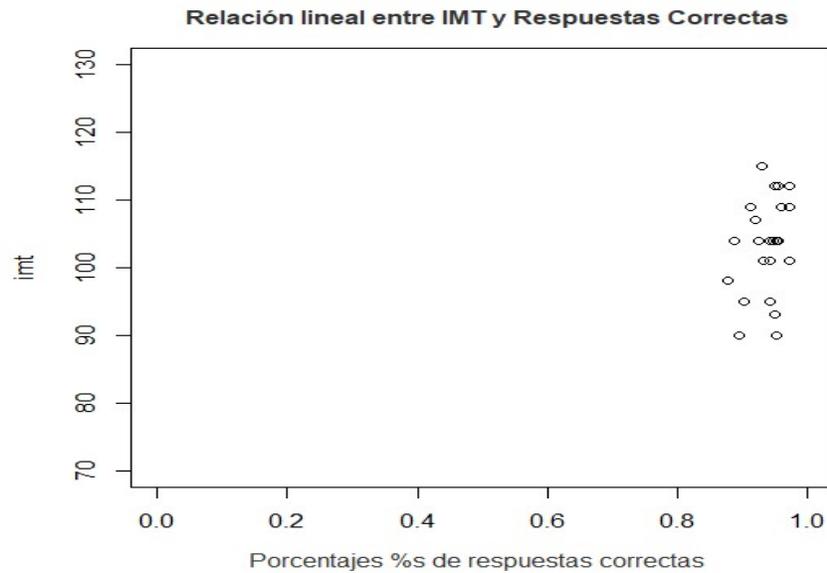


Gráfico 5. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el porcentaje de respuestas correctas. Cada punto representa a un participante.

Relación entre IMT y el tiempo de respuesta: En este caso se obtiene un coeficiente de correlación de $r = -.43$, el cual indica una relación inversa y de magnitud moderada, la cual es además estadísticamente significativa, el valor P obtenido es: .04

Con esto concluimos que los participantes que obtuvieron un menor IMT respondieron más lentos en la tarea de comparar fracciones (ver gráfico 6).

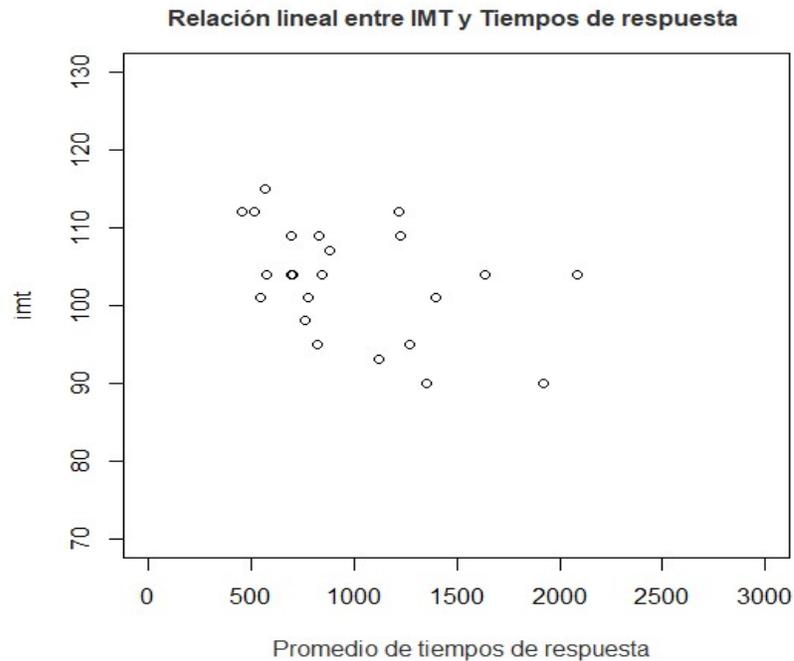


Gráfico 6. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta promedio. Cada punto representa a un participante.

Relación entre IMT y la tasa de acierto de cada categoría: Se realizó el análisis de correlación entre los IMTs de cada participante y sus porcentajes de aciertos en cada una de las categorías (ver gráfico 7). Podemos observar que los gráficos de dispersión entre los porcentajes de aciertos y los valores de IMT no reflejan relaciones claras, consideramos que este “efecto techo” se debe a que la mayoría de los participantes obtuvieron porcentajes de aciertos bastante elevados (aproximadamente sobre un 84% de aciertos), especialmente en las categorías de fracciones con componentes comunes, en general la variación de los valores es muy baja.

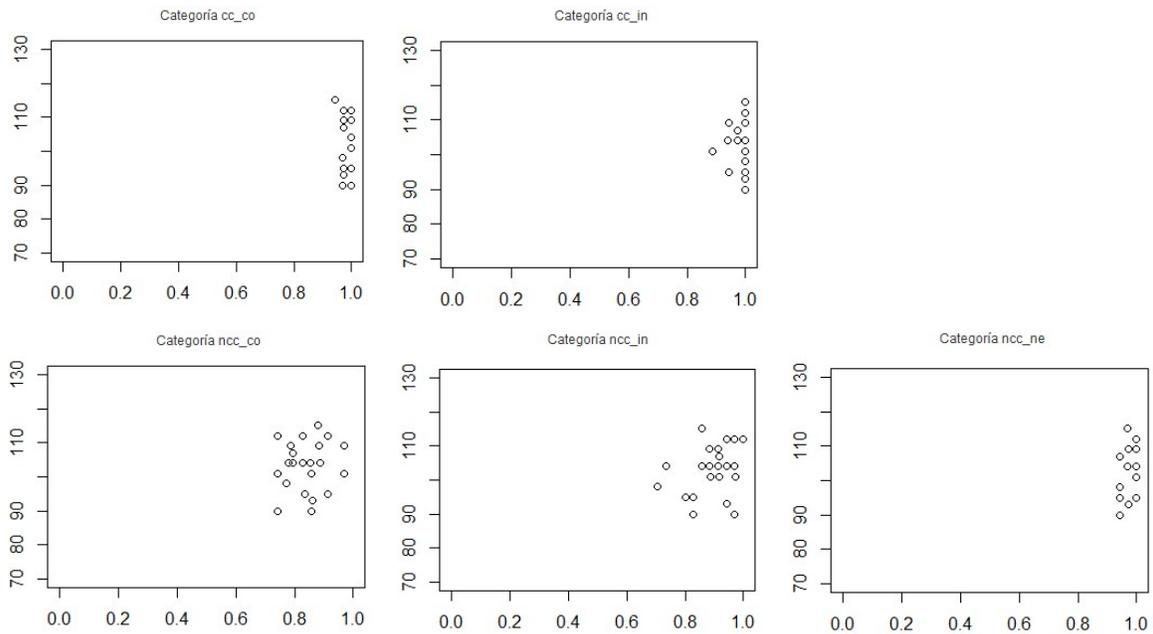


Gráfico 7. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el porcentaje de respuestas correctas para cada una de las cinco categorías de pregunta. Cada punto representa a un participante.

Posteriormente, se realizó el cálculo de coeficiente de correlación de Pearson entre los IMTs de cada participante y sus respectivos porcentajes de aciertos en cada una de las categorías, resultados presentados en la tabla 11. En la tabla podemos observar los valores r de correlación de Pearson para cada categoría, los cuales nos indican que en general la relación entre ambas variables es positiva pero no estadísticamente significativa, siendo la única excepción la categoría de fracciones neutras sin componente común donde esta relación es estadísticamente significativa.

Tabla 11. Coeficientes de correlación de Pearson entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el porcentaje de respuestas correctas para cada una de las cinco categorías de pregunta.

Categoría	Valor r	Valor p	Interpretación
Congruente con componente común	-.10	.62	Muy débil
Incongruente con componente común	.04	.84	Nula
Congruente sin componente común	.10	.63	Muy débil
Incongruente sin componente común	.27	.21	Débil
Neutro sin componente común	.48	.02	Moderada

Relación entre IMT y el tiempo de respuesta de cada categoría: El siguiente paso fue analizar la relación entre los IMTs de cada participante y sus promedios de tiempo de respuesta en cada una de las categorías (ver gráfico 8). Los gráficos de dispersión nos muestran a simple vista una relación inversa entre el IMT y el tiempo de respuesta.

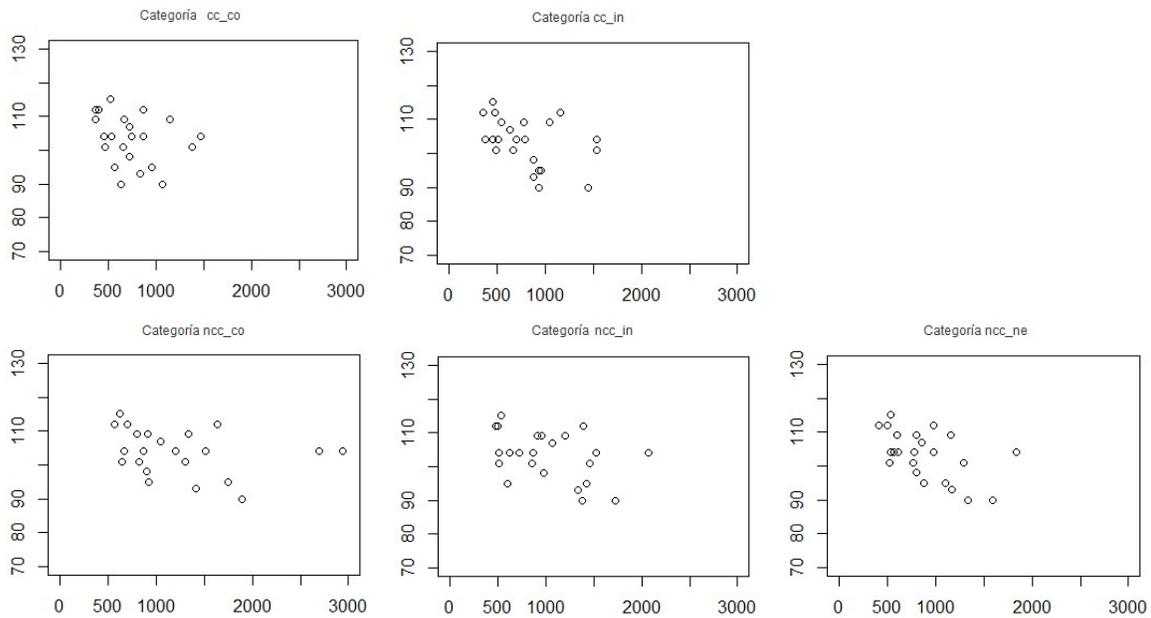


Gráfico 8. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta. Cada punto representa a un participante.

Se realizó el análisis de correlación entre los IMTs y los promedios de tiempos de respuestas en cada una de las categorías, con el fin de conocer la fuerza de la asociación que hay entre ambas variables. En este análisis, nuevamente, utilizamos el coeficiente de correlación de Pearson (ver tabla 12).

Tabla 12. Coeficientes de correlación de Pearson entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta.

Categoría	Valor		Interpretación
	r	Valor p	
Congruente con componente común			
	-.28	.19	Muy débil
Incongruente con componente común			
	-.42	.04	Moderada
Congruente sin componente común			
	-.40	.05	Moderada
Incongruente sin componente común			
	-.33	.12	Débil
Neutro sin componente común			
	-.49	.02	Moderada

De la tabla, observamos que los valores del coeficiente de correlación de Pearson indican una relación inversa más significativa en las categorías incongruente con componente común, congruente sin componente común y neutro, mientras que en las categorías congruente con componente común e incongruente sin componente común esta relación es más débil. Estos resultados nos sugieren que las personas con menor IMT ven más afectado su desempeño en términos de responder más lento en la tarea de comparar fracciones, tal como ocurre en otras tareas aritméticas (Unsworth y Engle, 2007).

4.3.2 Correlaciones entre memoria de trabajo y tiempo de respuestas correctas en la prueba de fracciones

Relación entre IMT y el tiempo de respuesta en cada categoría, considerando solamente respuestas correctas: Finalmente, se realizó el análisis de correlación entre los IMTs de cada participante y sus respectivos promedios de tiempo de respuesta sólo de las preguntas respondidas correctamente en cada una de las categorías (ver gráfico 9).

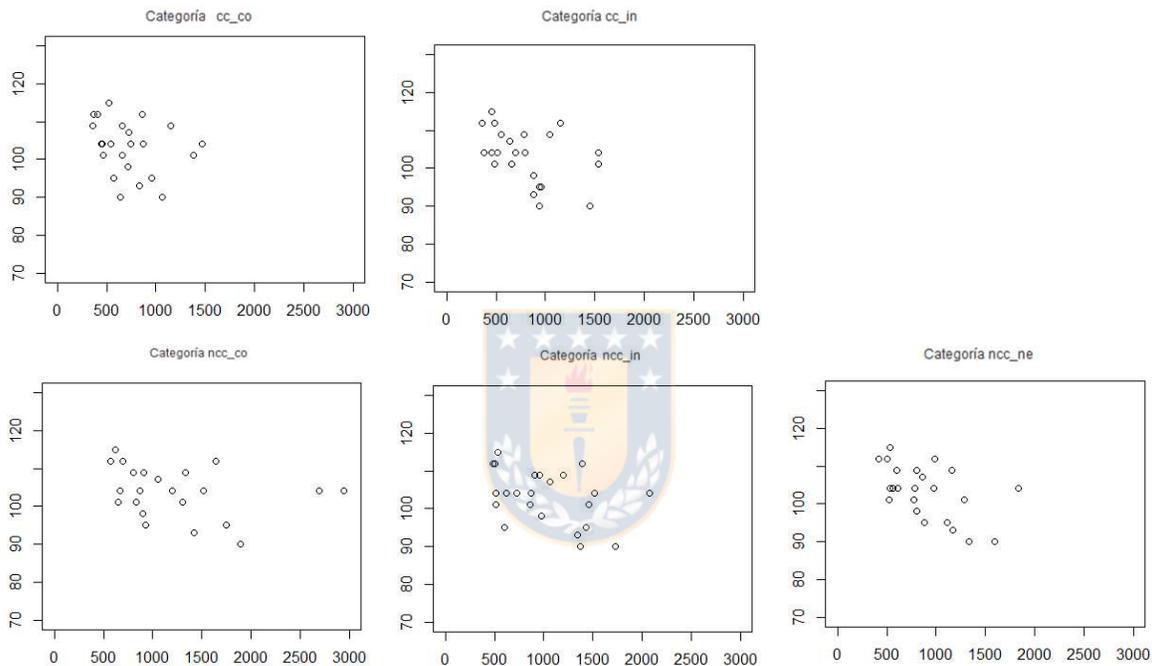


Gráfico 9. Dispersión entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta, considerando sólo las respuestas correctas. Cada punto representa a un participante.

Los gráficos de dispersión, nuevamente, nos muestran a simple vista una relación inversa entre el IMT y este tiempo de respuesta. Se calculó la correlación entre los IMTs y los promedios de tiempo de respuesta en cada una de las categorías, con el fin de conocer la fuerza de la asociación que hay entre ambas variables (ver tabla 13). En general, observamos que los resultados, considerando solamente las respuestas correctas, son prácticamente iguales a aquellos donde se consideran todas las respuestas.

Tabla 13. Coeficientes de correlación de Pearson entre el índice de memoria de trabajo (IMT) y el tiempo de respuesta para cada una de las cinco categorías de pregunta, considerando sólo las respuestas correctas.

Categoría	Valor r	Valor p	Interpretación
Congruente con componente común			
	-0.26	.19	Muy débil
Incongruente con componente común			
	-0.41	.04	Moderada
Congruente sin componente común			
	-0.43	.05	Moderada
Incongruente sin componente común			
	-0.39	.12	Débil
Neutro sin componente común			
	-0.52	.02	Moderada

Los valores obtenidos de la correlación entre los IMTs y los promedios de tiempo de respuesta en cada una de las categorías, nos muestran que la fuerza de la asociación que hay entre ambas variables es moderada en la mayoría de las categorías (incongruente con componente común, congruente sin componente común y neutro), tal asociación es estadísticamente significativa como para sugerir que las personas con menor IMT ven más afectado su desempeño, en términos de responder más lento en la tarea de comparar fracciones. Otras investigaciones también han llegado a las mismas conclusiones señalando que los estudiantes con menos recursos de memoria de trabajo cometen más errores en tareas aritméticas y que el tiempo de respuesta es superior (Baroody y Johnson, 2006).

4.4 Experimento Electrofisiológico

4.4.1 Participantes del experimento electrofisiológico

Participaron en el experimento 50 estudiantes (16 mujeres y 34 hombres) de diferentes carreras de Ciencias Físicas, Geofísica y Pedagogías en Matemáticas y Física, que obtuvieron un puntaje superior a 20 o más aciertos en la tarea de comparación de fracciones. Los estudiantes recibieron un estipendio económico por su participación en el experimento, con recursos provistos por el proyecto Fondecyt Regular 1160188. Todos ellos fueron seleccionados por mostrar una preferencia manual derecha, según el Edinburgh Handedness Inventory (Odfield, 1971). Se aceptaron sólo personas diestras con un coeficiente de lateralidad superior a 70%.

Para comenzar el análisis electrofisiológico primeramente se descartaron aquellos participantes que omitieron 6 o más ítems (de un total de 36 ítems) en alguna de las 5 categorías de pregunta o que obtuvieron una tasa de acierto considerablemente menor a sus pares (2.5 desviaciones estándar) en la tarea de comparación de fracciones, también se eliminaron a quienes no lograron el nivel de impedancia adecuado para el registro electrofisiológico (bajo 5 k Ω). en el registro electrofisiológico. Finalmente, el análisis de datos incluyó una muestra de 23 participantes (19 hombres y 4 mujeres).

4.4.2 Registro electrofisiológico

Se utilizaron 64 electrodos de Ag/agCl, 58 de ellos estaban incorporados en un gorro elástico que se ajustaba a la medida de la cabeza. Los otros 4 eran de tipo cucharilla (10 mm de diámetro) y se colocaban en la zona ocular: uno bajo el ojo izquierdo y otro junto al canto del ojo derecho para medir los movimientos oculares. Los otros dos se colocaban en la zona de los mastoides (debajo de las orejas derecha e izquierda), utilizándose como referencia para el resto de electrodos (registro monopolar). Además, se utilizó un electrodo en la frente como toma de tierra. Las localizaciones de los electrodos en el cuero cabelludo fueron: FP1, FP2, F3, F4, C3, C4, P3, P4, O1, O2, F7, F8, T7, T8, P7, P8, FZ, CZ, PZ, F1, F2, P1, P2, AF3, AF4, P5, P6, FC5, FC6, C5, C6, TP7, TP8, PO5, PO6, FPZ, FCZ, CPZ, POZ,

OZ, PO3, PO4, CP1, CP2, CP3, CP4, C1, C2, F5, F6, FC3, FC4, FC1, FC2, CP5, CP6, PO7 y PO8. Estas localizaciones siguieron el sistema estándar 10/20 de localización de los electrodos.

La impedancia interelectrodo fue mantenida por debajo de los 5 K Ω . Las bioseñales fueron procesadas por un amplificador Neuronic en una banda entre 0.05-30 Hz. En el análisis de los ERPs se eliminaron de los promedios individuales todas aquellas ventanas que contenían movimientos oculares (EOG superior a 80 μ) y aquellos artefactos que contaminaban las medidas como ruido de movimiento corporal o de los músculos faciales, entre otros. Este procedimiento se hizo gracias al filtro que realiza automáticamente el programa de análisis de Neuronic, pero luego se corrigió manualmente cada ventana para comprobar que el criterio de eliminación siempre fuera el mismo y así realizar una limpieza más estricta de cada ventana.

Los estímulos para el sistema de registro EEG se presentaron a través del software E-Prime 2.0 Professional, que se conectaba mediante un puerto paralelo al sistema Neuronic. En cada tipo de pregunta se registraron los ERPs asociados a la exposición del par de fracciones. En los promedios de ERPs se tomó como línea base 200 ms. previos a la presentación de las fracciones y la ventana total de registro se prolongó otros 1200 ms. tras la presentación de las mismas.

4.4.3 Procedimiento de análisis de datos del experimento electrofisiológico

Para los registros de EEG, se utilizó el software Neuronic 5.0 para registrar los componentes ERPs durante el curso de la tarea, expresados en medidas de activación cerebral captadas por las técnicas electrofisiológicas. La EEG permite detectar la actividad eléctrica de la corteza cerebral, además del tiempo transcurrido entre la aparición del estímulo y el comienzo de la respuesta (Nunez y Srinivasan, 2006). Para evaluar la memoria de trabajo (covariable), se aplicó la sub-escala WAIS-IV.

4.4.4 Resultados de ERPs electrofisiológicos

Luego de un análisis preliminar de permutaciones (medida no paramétrica) con el estadígrafo del software de Análisis de los ERPs, incluido en el programa Workstation, se decidió exportar seis ventanas para un posterior análisis de varianza de medidas repetidas (ANOVA de Medidas Repetidas) mediante SPSS. Se utilizaron varios criterios para la exportación: resultados análisis de permutaciones, criterio teórico y bibliografía con el uso de un paradigma experimental similar.

4.4.5 Componente P200 en el procesamiento de fracciones

Para el análisis del componente P200 se definió la ventana temporal de 175 a 225 ms., de acuerdo a los análisis de Permutaciones. Sin embargo, en este rango de tiempo no hubo efectos significativos sobre el conjunto de los 58 electrodos, por lo que se siguió un criterio experimental utilizado en otras investigaciones (Lefebvre, Marchand, Eskes y Connolly, 2005; Zhang, Wan, Lin, Ding y Zhou, 2013) para seleccionar una zona de interés. Este criterio plantea una distribución centro parietal en el componente P200, de acuerdo a la ventana temporal. Para ello, se seleccionaron 3 electrodos: CPZ, CP1 y CP2 (ver figura 3). Los resultados muestran una interacción de tipo de fracción por congruencia. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22)=4,374$, $MSE= 5623051,108$, $\eta_p^2 = 0,166$, $p=0,019$, según corrección Greenhouse-Geisser.

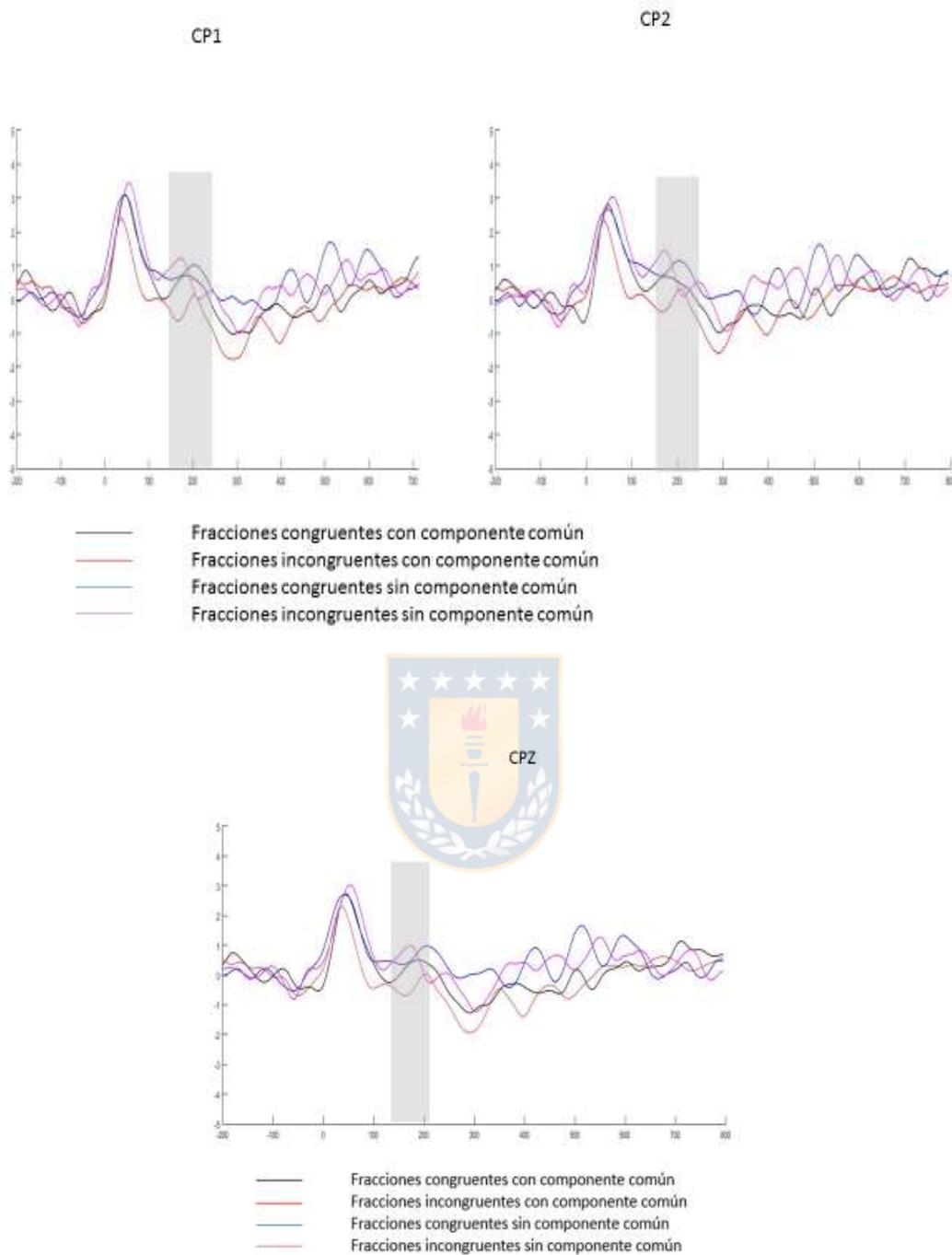


Figura 3. Topografía centro parietal, de triple interacción de tipo de fracción por congruencia correspondiente al componente P200.

De acuerdo a estos resultados, se observa un efecto negativo para el caso de pares de fracciones incongruentes con componente común, más marcada que

en las fracciones sin componente común, sobre todo en los electrodos CPZ y CP1. No obstante, lo anterior, cuando se introduce la covariable memoria de trabajo, dicha interacción desaparece.

Se realizaron también análisis separados por tipo de fracción para verificar algún efecto de congruencia en las distintas categorías de fracciones, pero no se encontró ningún efecto significativo, aun incorporando la covariable memoria. Para observar con mayor detalle la interacción obtenida, a continuación, se presentan las medias de cada electrodo analizado (ver gráfico 10):

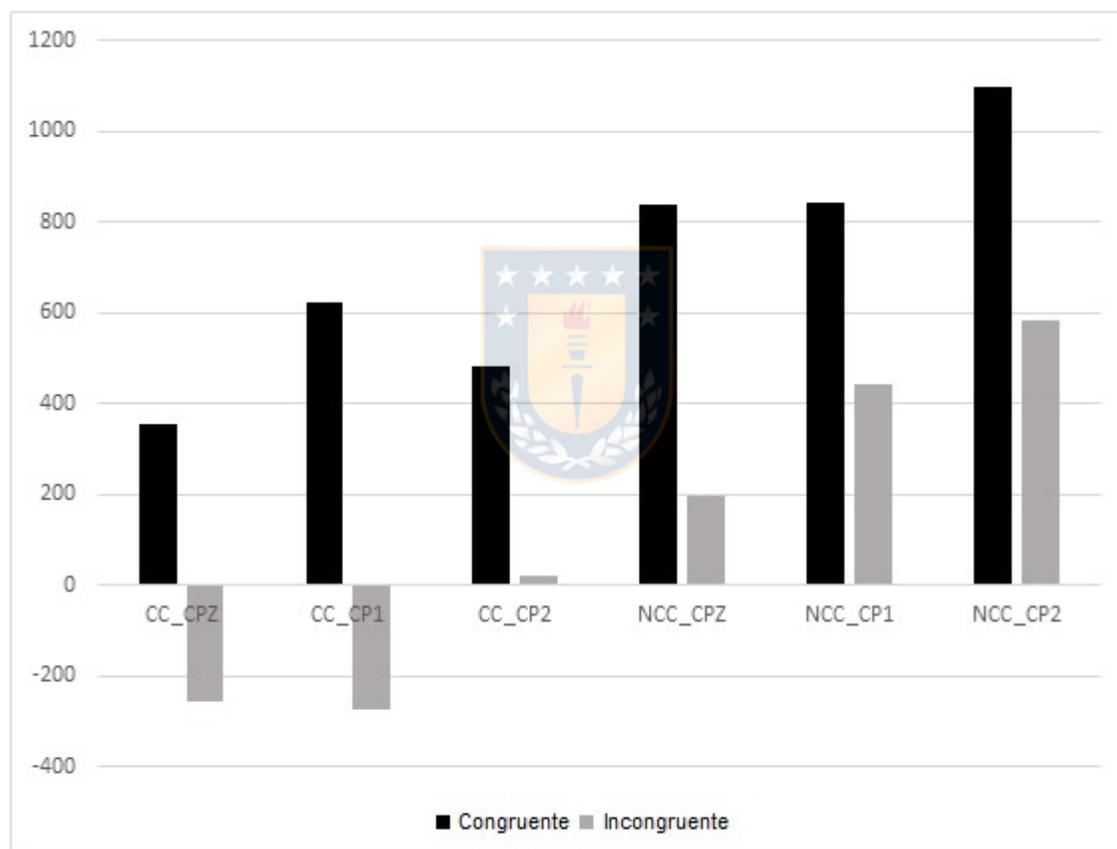


Gráfico 10: Interacción de tipo de fracción por congruencia en la zona centroparietal correspondiente al componente P200.

Como se observa en el gráfico, el componente P200 refleja mayor atención en las fracciones sin componentes comunes, con mayor positividad en las congruentes que en las incongruentes.

4.4.6 Componente P200p en el procesamiento de fracciones

Se definió la ventana temporal de 300 a 400 ms. de acuerdo a los análisis de Permutaciones. Se encontró un efecto principal significativo de tipo de fracción sobre el conjunto de los 58 electrodos. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22)= 4,672$, $MSE=1630754331,091$, $\eta_p^2 = 0,175$ $p=0.042$, según corrección Greenhouse-Geisser. A continuación, se muestra este efecto principal (ver gráfico 11):

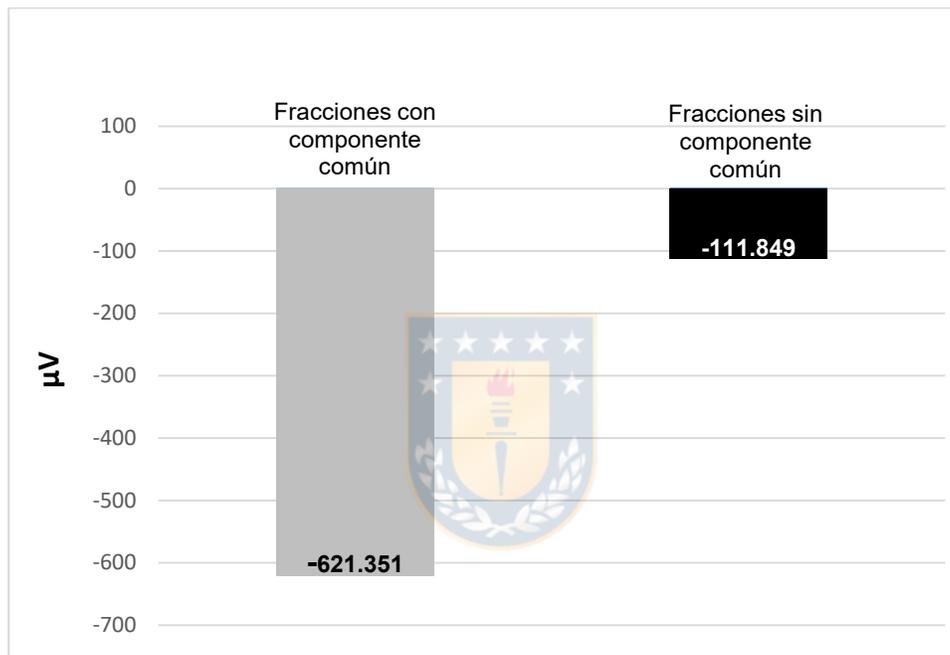


Gráfico 11: Medias expresadas en microvoltios (μV) correspondientes al efecto tipo de fracción correspondiente al componente P200p sobre el conjunto de los 58 electrodos.

Siguiendo a Gómez-Velásquez, Berumen y González-Garrido (2015), se analizó una topografía parietal, correspondiente al componente P200p, que se conforma de 3 electrodos parietales: P3 P4 y Pz. Los resultados obtenidos revelan un efecto más significativo. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22)= 9,070$, $MSE=70234585,237$, $\eta_p^2 = 0,292$, $p=0.006$ corrección Greenhouse-Geisser con una mayor positividad en las fracciones sin componentes

comunes. No obstante, este efecto principal desaparece cuando se introduce la covariable memoria (ver figura 4):

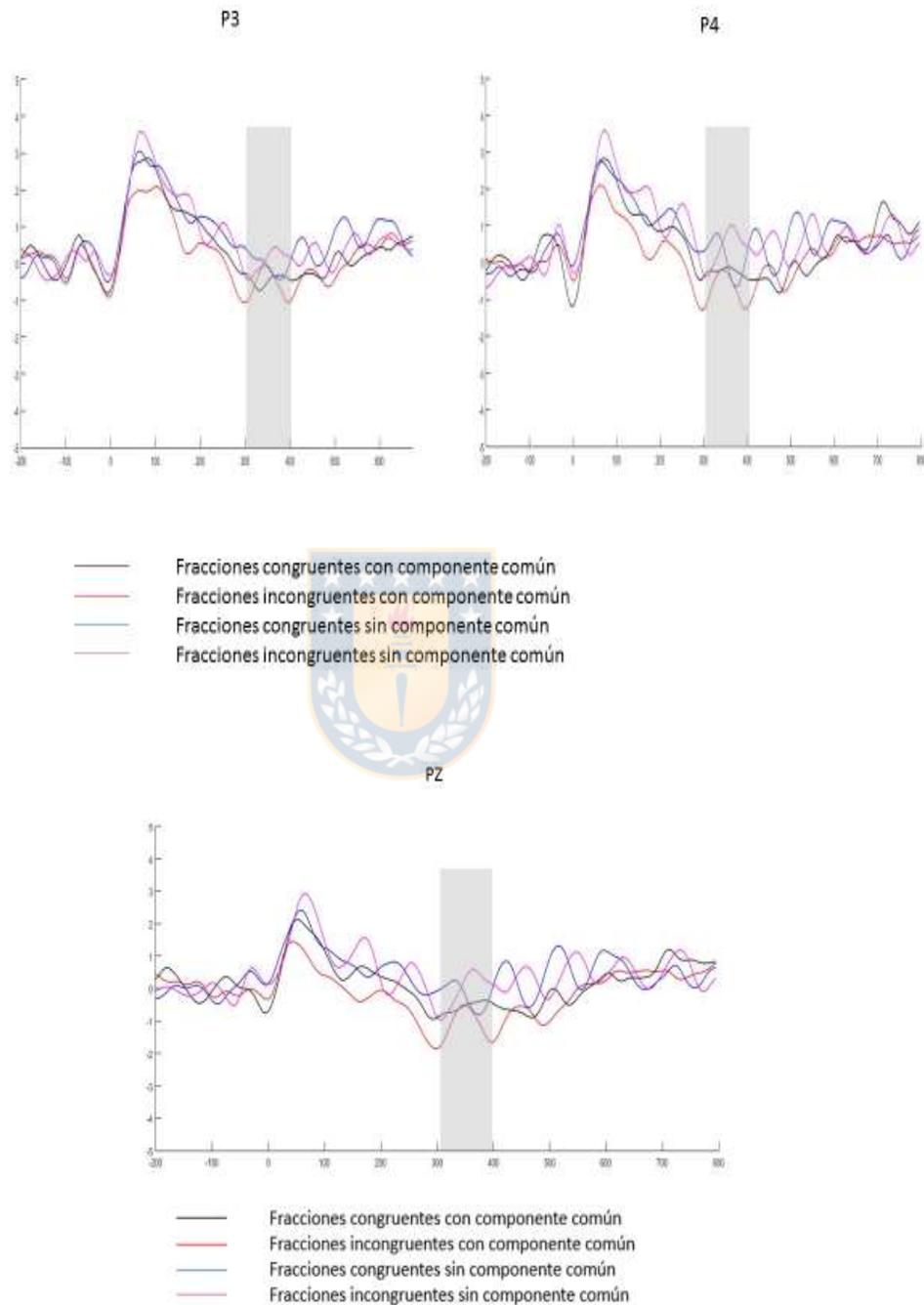


Figura 4. Topografía parietal del efecto de tipo de fracción correspondiente al componente P200p.

Para explorar con mayor detalle este efecto significativo, se muestran, a continuación, las medias de esta zona en particular (ver gráfico 12):

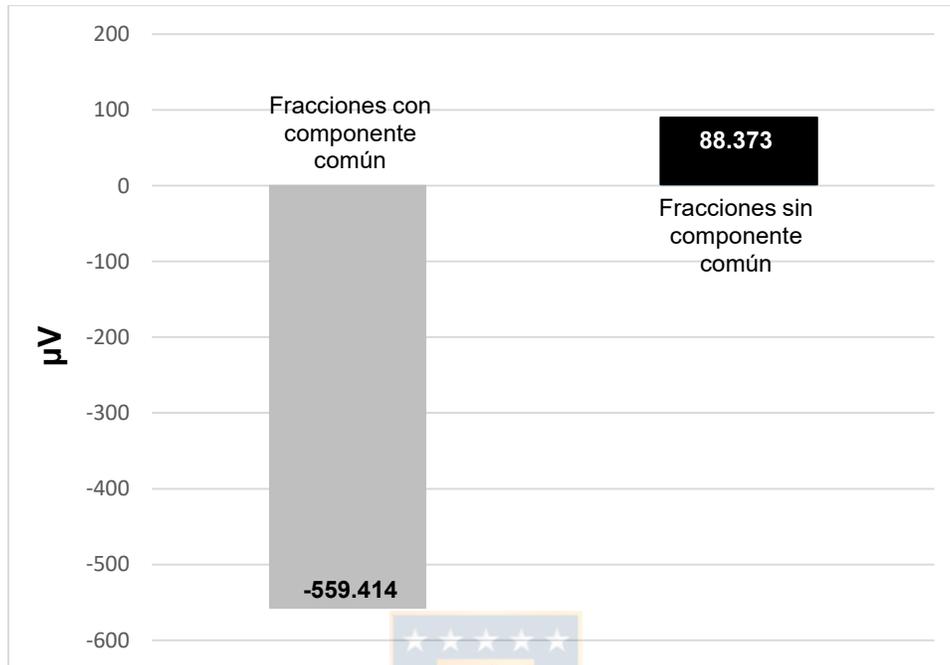


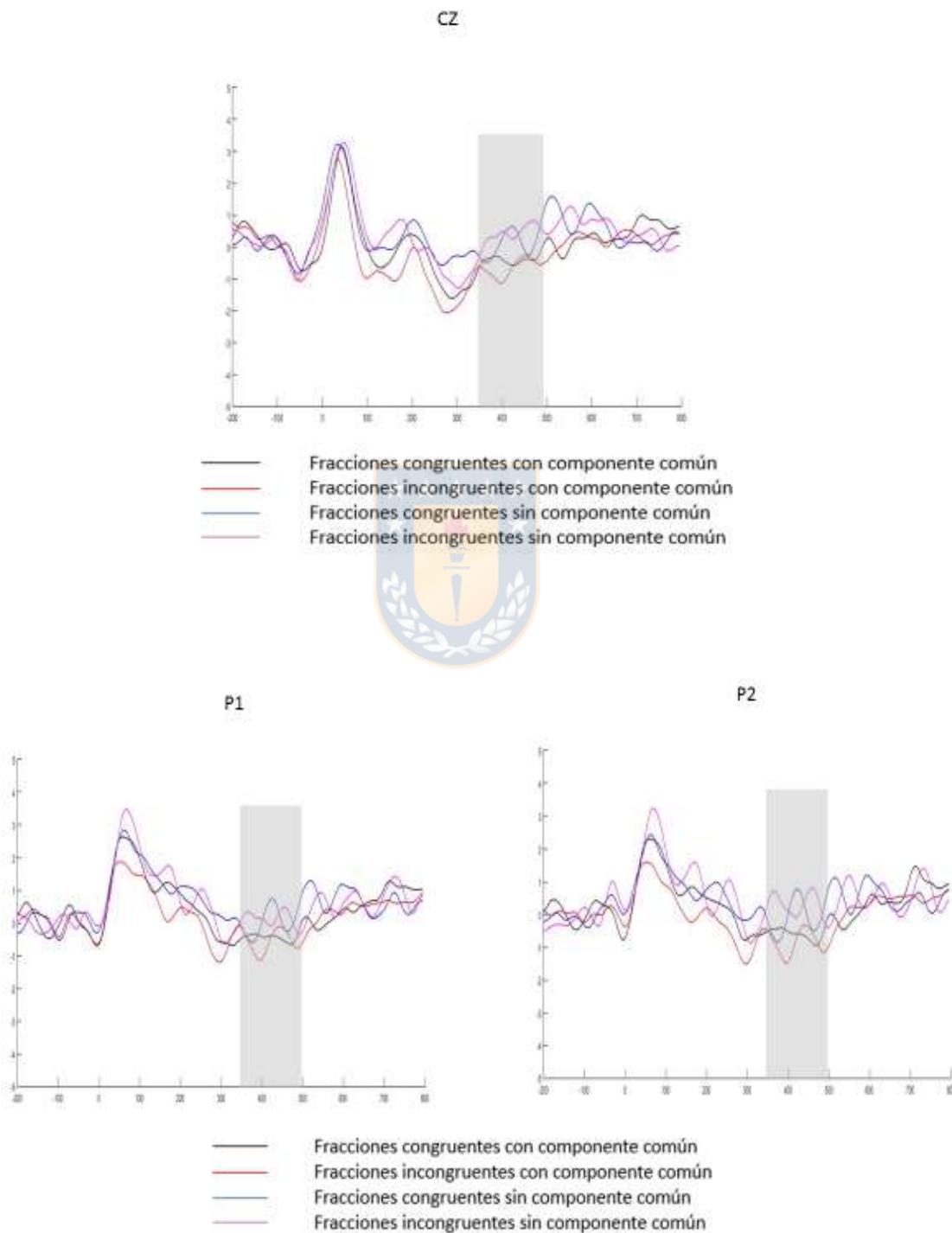
Gráfico 12. Medias del efecto de tipo de fracción expresadas en microvoltios (μV). correspondiente al componente P200p.

Se hicieron análisis independientes por cada tipo de fracción para verificar si había efectos significativos del factor congruencia. Sin embargo, no se encontraron efectos significativos. Los resultados tampoco fueron modulados por la covariable Memoria.

4.4.7 Componente N400 en el procesamiento de fracciones

De acuerdo con un criterio teórico, la ventana temporal de 350 a 500 ms. corresponde al componente N400. Según la inspección de las ondas, este efecto tiene una distribución centro parietal, por lo que se consideró un grupo de 25 electrodos compuesto por: C3 C4 P3 P4 CZ PZ P1 P2 P5 P6 C5 C6 PO5 PO6 CPZ POZ PO3 PO4 CP1 CP2 CP3 CP4 C1 C2 CP5 CP6 y se encontró un efecto significativo de tipo de pregunta. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 5,793$, $MSE = 33299850,656$, $\eta_p^2 = 0,208$, $p = 0.025$

corrección Greenhouse-Geisser. Sin embargo, cuando se incluyó la covariable memoria, desaparecieron los efectos significativos. Ver figura 5:



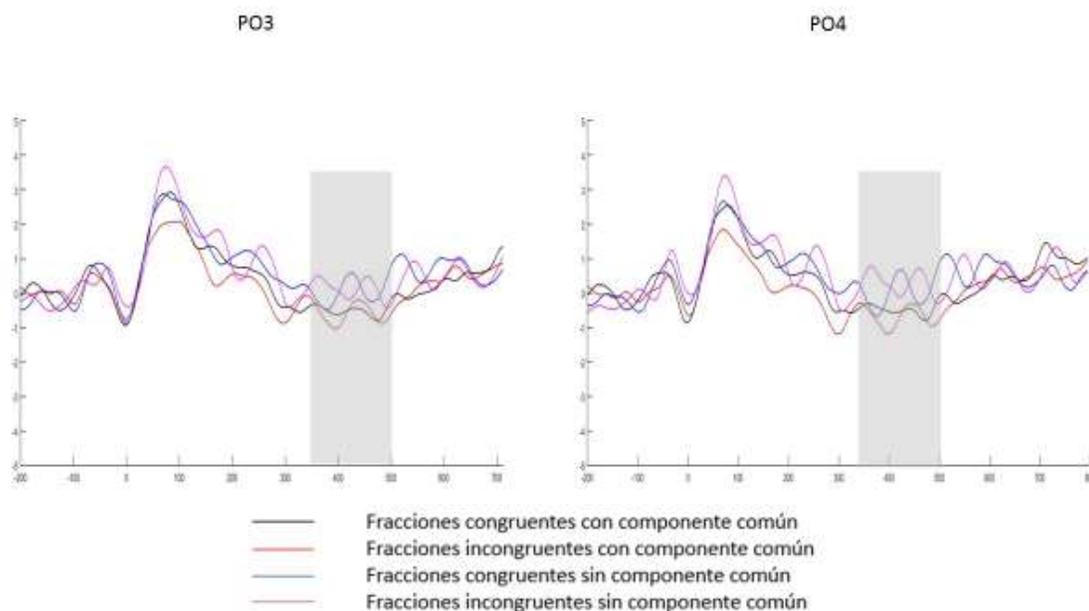


Figura 5. Topografía centro parietal con algunos electrodos representativos, correspondientes al componente N400 en los que se observa un efecto significativo de tipo de fracción.

A continuación, se muestra el efecto principal señalado en ambos tipos de preguntas. Ver gráfico 13 con las medias correspondientes:

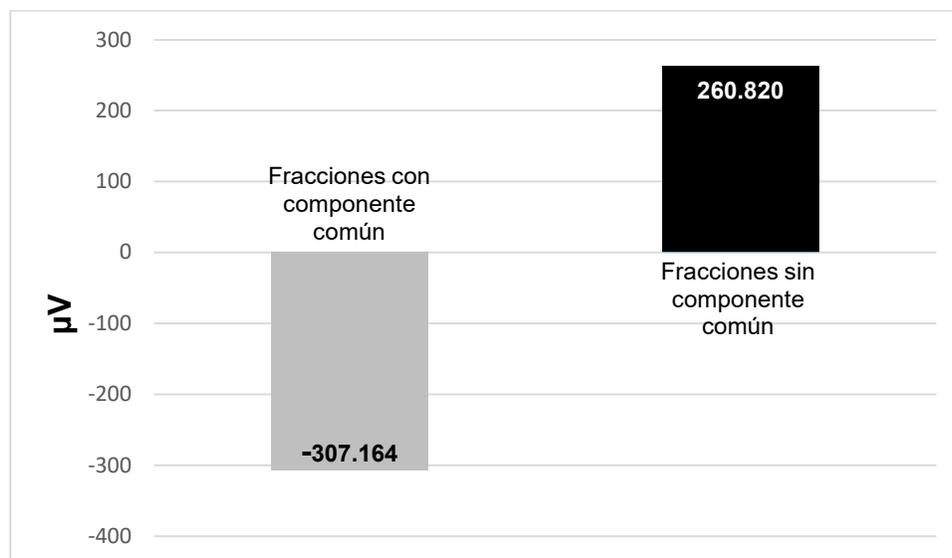


Gráfico 13. Medias del efecto de tipo de fracción expresadas en microvoltios (µV) correspondientes al componente N400.

La gráfica 13 nos muestra una mayor negatividad para las fracciones con componentes comunes en comparación con las fracciones sin componentes comunes, esto debido probablemente al mayor grado de familiaridad que tienen los participantes con el primer tipo de pregunta, en comparación con el segundo tipo.

Para hacer más específico el análisis, se seleccionaron 2 electrodos representativos de esta región de interés: CZ PZ. En estos dos electrodos se encontraron efectos significativos más potentes. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 7,020$, $MSE = 74561670,469$, $\eta_p^2 = 0,242$, $p = 0.015$ corrección Greenhouse-Geisser. No obstante, al incluir la covariable memoria, los efectos principales desaparecen. Se hicieron análisis independientes por tipo de pregunta y no se encontraron efectos significativos. La covariable memoria tampoco influyó en los resultados obtenidos. Ver gráfico 14 con las medias correspondientes:

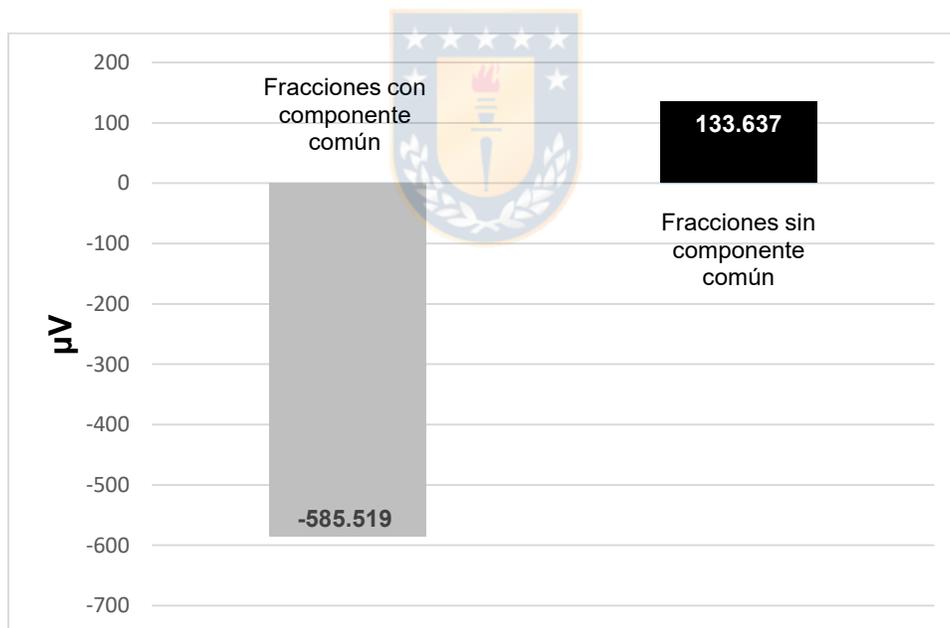


Gráfico 14. Medias expresadas en microvoltios (μV), del efecto de tipo de fracción correspondiente al componente N400, en los electrodos CZ y PZ.

Como se observa en el gráfico 14, la dirección de la valencia sigue siendo la misma que en el gráfico anterior, esto es, una mayor negatividad en las preguntas

con fracciones con componentes comunes, en comparación con las preguntas con fracciones sin componentes comunes.

4.4.8 Componente P300 en el procesamiento de fracciones

Siguiendo el criterio empírico de Gómez-Velásquez et al. (2015), se analizó este componente en una ventana temporal de 400 a 550 ms. De acuerdo a una distribución topográfica típica del componente P300, se consideró la siguiente región de interés: P4, CPZ, POZ, CP1, CP2. Los resultados indican un efecto principal significativo de tipo de pregunta. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 11,481$, $MSE=127366279,701$, $\eta^2 = 0,343$, $p=0.003$ corrección Greenhouse-Geisser. Este efecto principal se mantiene cuando se introduce la covariable de memoria. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22)= 4,581$, $MSE=99990254,107$, $\eta^2 = 0,172$, $p=0.044$. En el gráfico 15 se muestra el efecto principal de las medias en ambos factores:

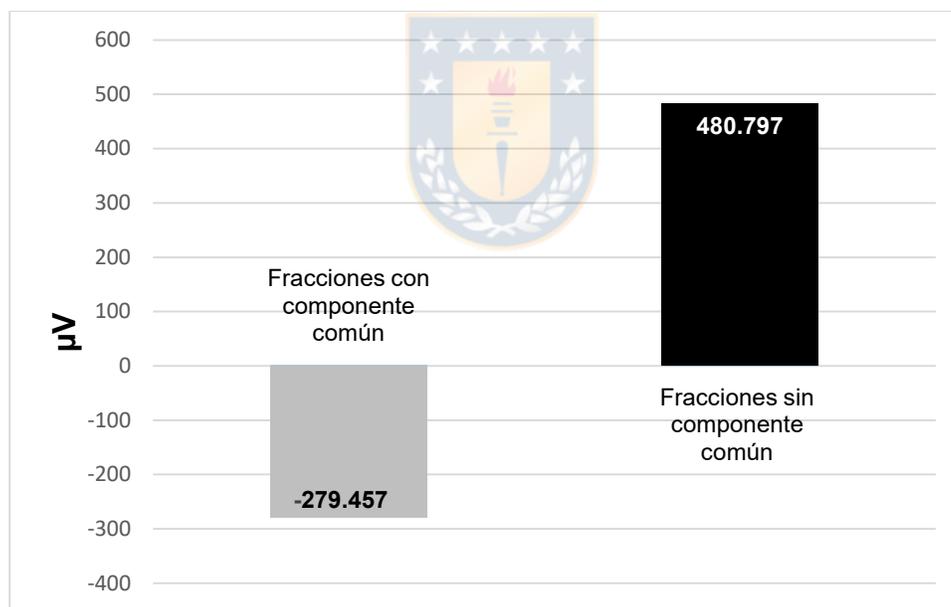
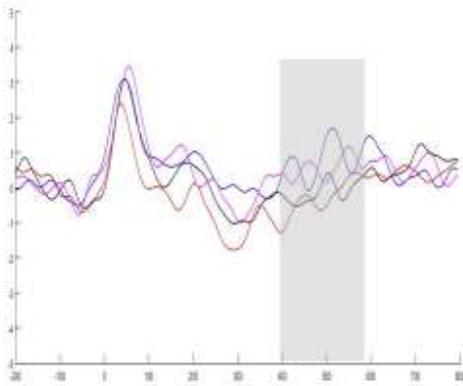


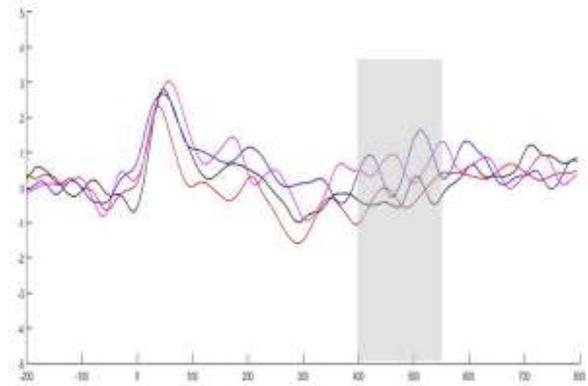
Gráfico 15. Medias del efecto de tipo de fracción expresadas en microvoltios (μV) correspondientes al componente P300.

A continuación, en la figura 6 se muestran las imágenes topográficas de la zona parietal correspondiente al componente P300:

CP1



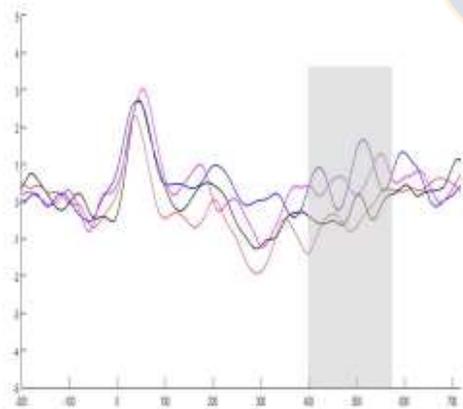
CP2



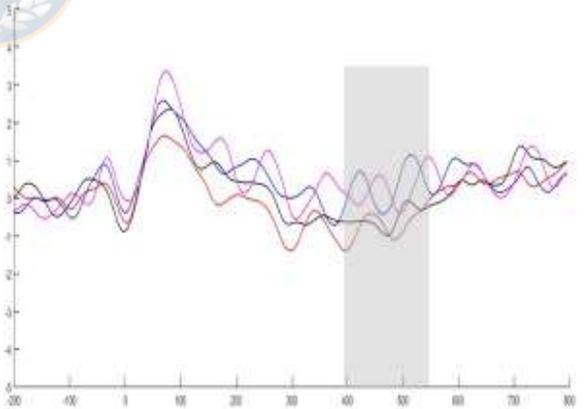
- Fracciones congruentes con componente común
- Fracciones incongruentes con componente común
- Fracciones congruentes sin componente común
- Fracciones incongruentes sin componente común



CPZ



POZ



- Fracciones congruentes con componente común
- Fracciones incongruentes con componente común
- Fracciones congruentes sin componente común
- Fracciones incongruentes sin componente común

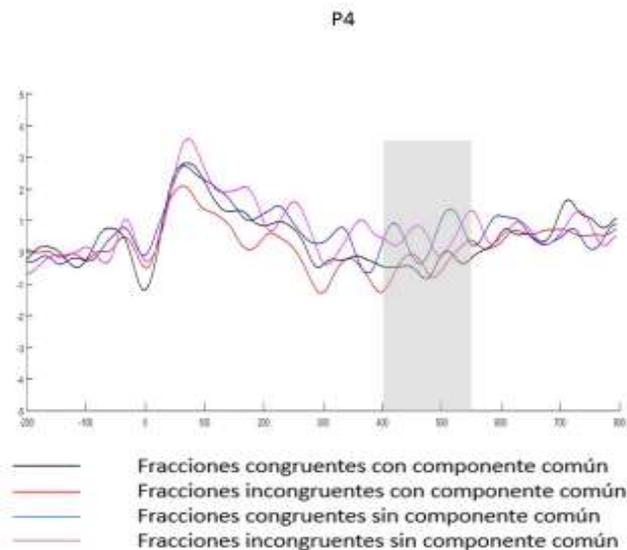


Figura 6: Topografía parietal del efecto de tipo de pregunta correspondiente al componente P300.

De acuerdo a la figura observada, las preguntas con fracciones sin componentes comunes son más positivas que las preguntas con fracciones con componentes comunes, indicando que las primeras demandan mayor atención y carga cognitiva.

Se realizaron análisis independientes en esta misma región de interés para cada tipo de fracción y se encontró un efecto principal significativo de congruencia sólo para las fracciones sin componente común. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 3,623$, $MSE = 199393775,536$, $\eta_p^2 = 0,141$, $p = 0.035$ corrección Greenhouse-Geisser. Este efecto es marginalmente significativo cuando se incluye la covariable de memoria. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 2,832$, $MSE = 172826417,209$, $\eta_p^2 = 0,114$, $p = 0.074$ corrección Greenhouse-Geisser. Ver gráfico 16:

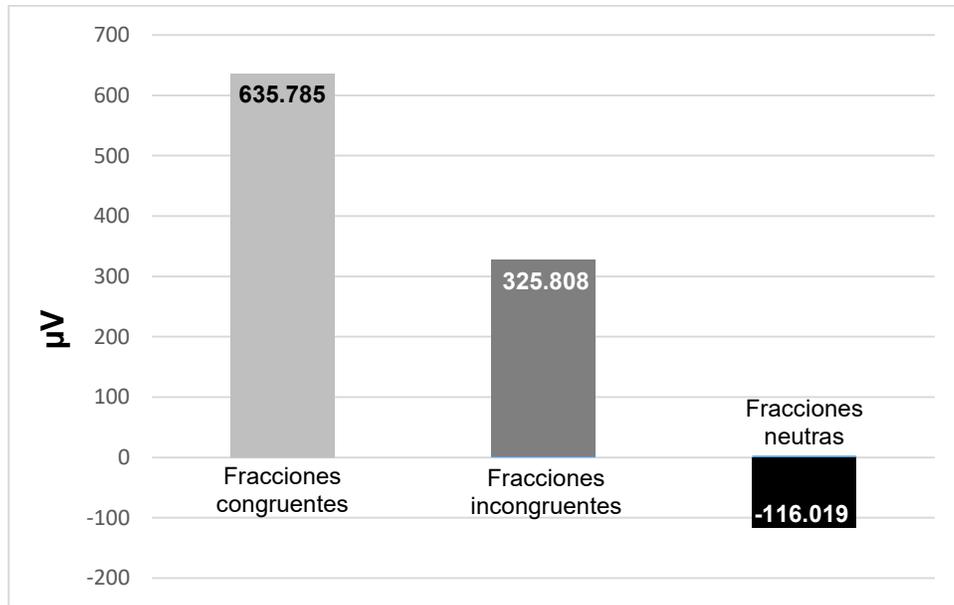


Gráfico 16. Medias del efecto de congruencia expresados en microvoltios (μV) correspondiente al componente P300.

En el gráfico 16 se observa una graduación del potencial en función del tipo de congruencia, donde los pares de fracciones sin componentes comunes neutras son los que obtienen una mayor negatividad, a diferencia de los otros tipos de congruencia que tienen asociadas medias positivas: pares de fracciones sin componentes comunes congruentes e incongruentes.

A continuación, en la figura 7 se muestra la distribución topográfica de este componente en las preguntas sin componente común:

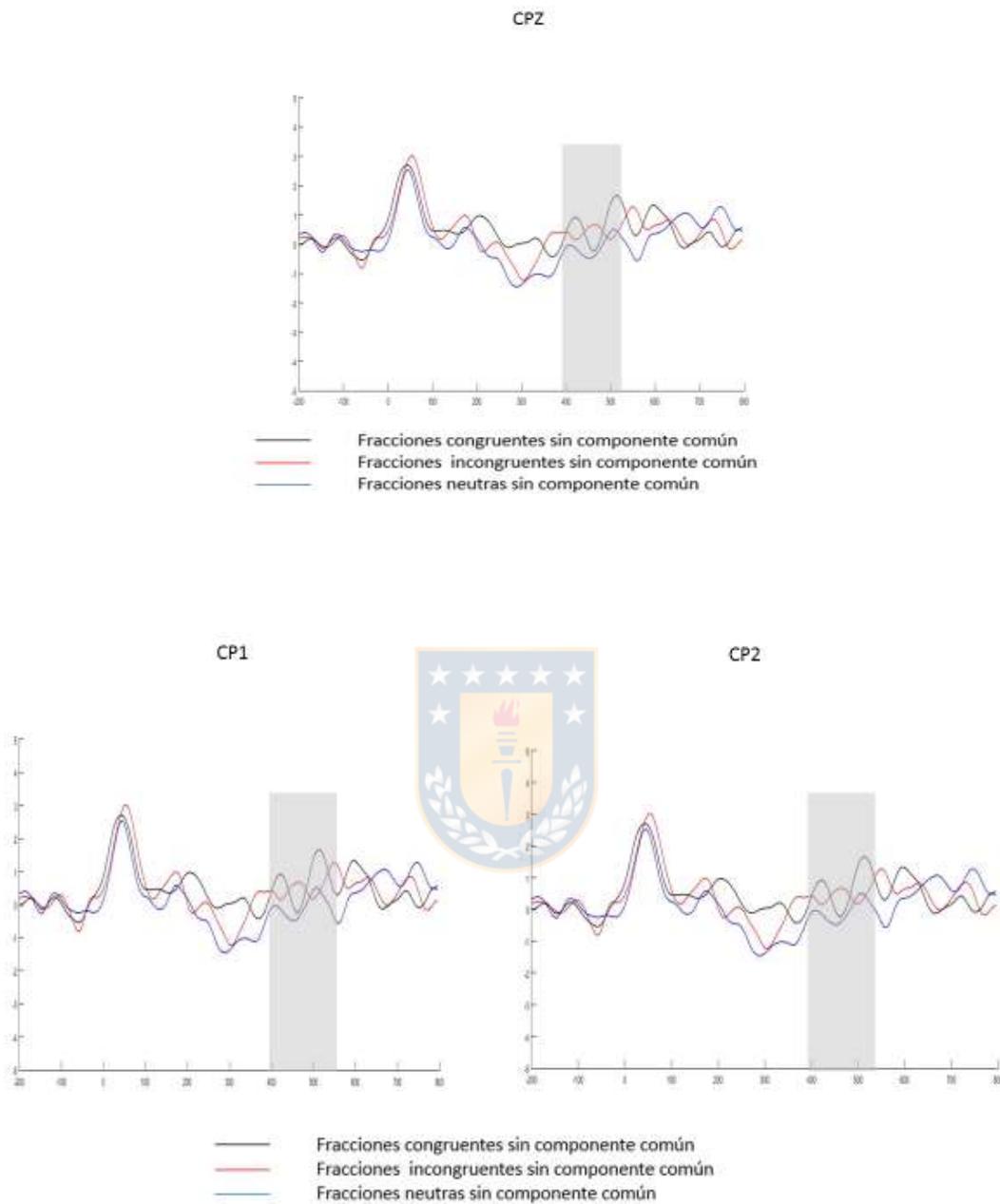
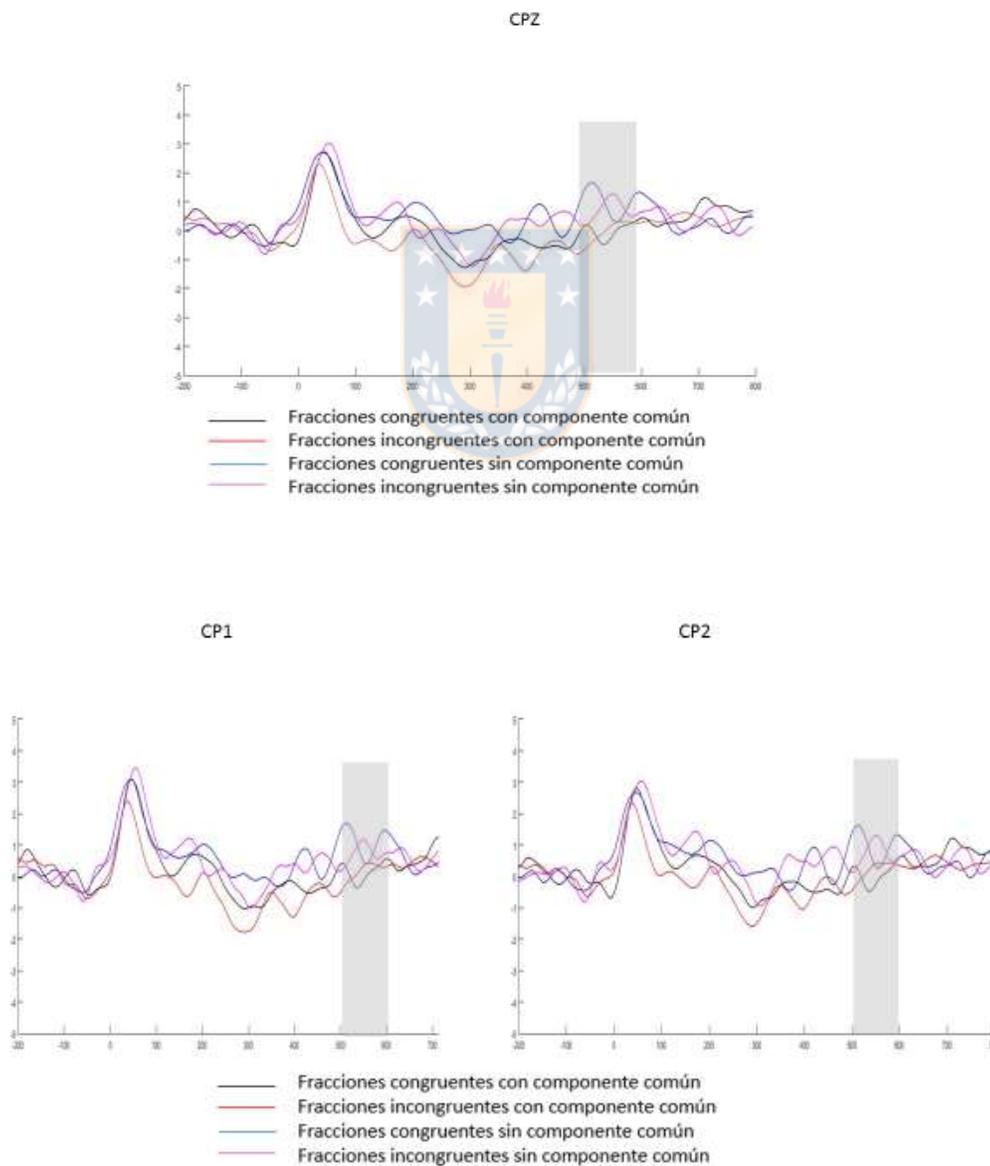


Figura 7: Topografía del efecto de congruencia en fracciones sin componente común, correspondiente al componente P300.

Siguiendo un criterio de análisis de permutaciones, se exportó una ventana de 500 a 600 ms., lo que se considera una ventana tardía asociada también al

componente P300. De acuerdo con Soltesz, Goswami, White y Szucs (2011), quienes exportaron diferentes intervalos temporales en tareas de comparación de dígitos, se consideró una distribución centro parietal en 5 electrodos, que son: P3 P4 CPZ CP1 CP2. En esta región, se encontró un efecto significativo de tipo de pregunta. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 6,412$, $MSE = 96513704,233$, $\eta_P^2 = 0,226$, $p = 0.019$ corrección Greenhouse-Geisser. Este efecto desaparece con la inclusión de la covariable memoria. Ver figura 8 con la representación topográfica de este efecto:



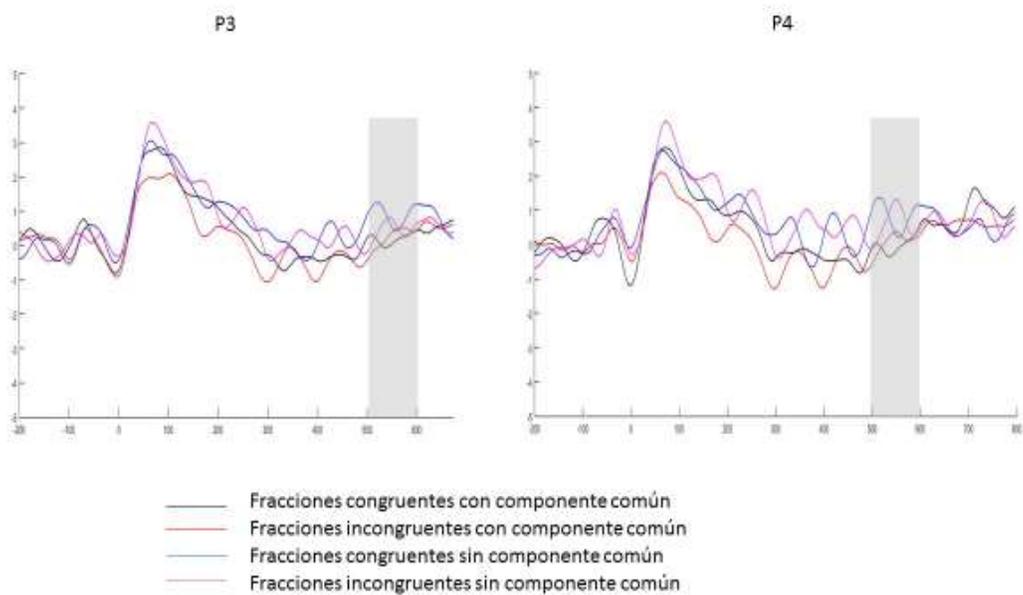


Figura 8. Topografía centro parietal del efecto significativo de tipo de fracción correspondiente al componente P300 tardío.

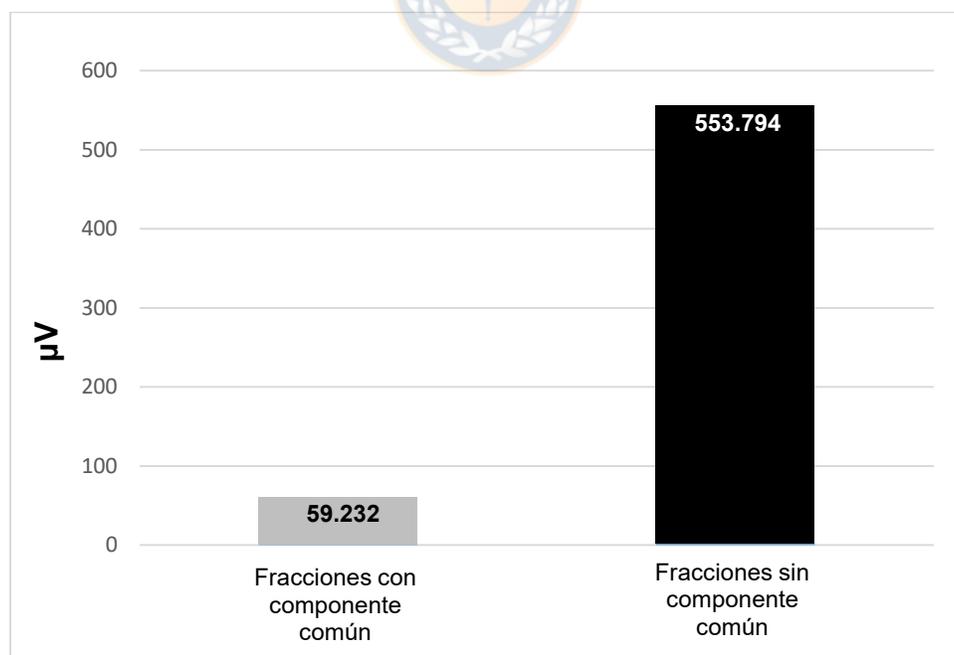


Gráfico 17. Medias del efecto de tipo de fracción (µV) correspondiente al componente P300 tardío.

En los análisis por separado, se encontró un efecto principal significativo de congruencia sólo en los pares de fracciones sin componente común. Se calculó el tamaño de efecto obteniendo el siguiente valor: $F(1,22) = 3,855$, $MSE = 183307201,727$, $\eta_p^2 = 0,149$, $p = 0.029$ corrección Greenhouse-Geisser. Ver gráfico 18:

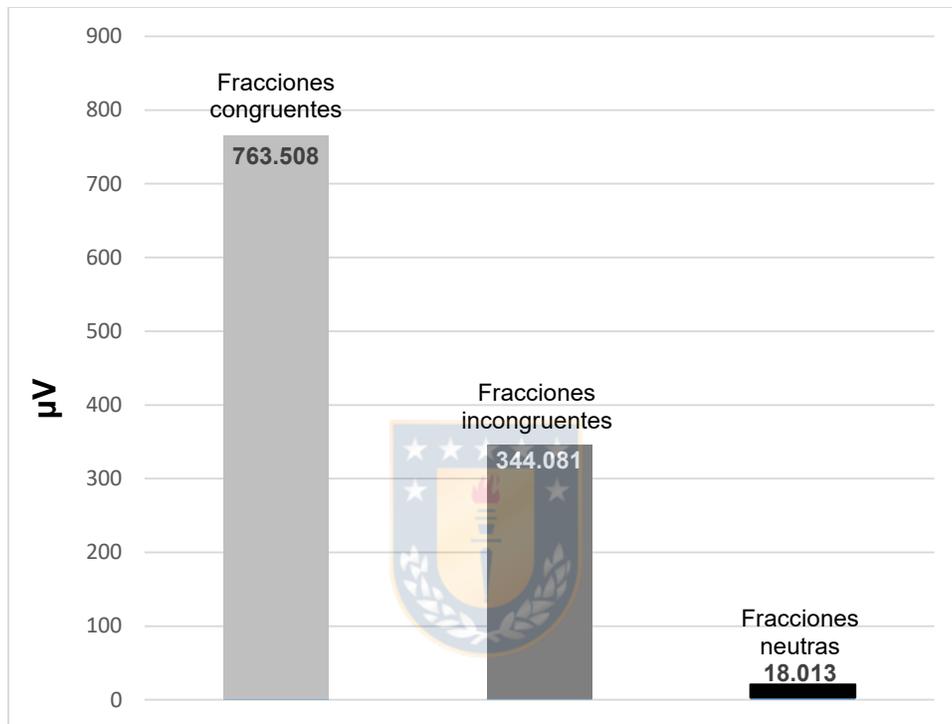


Gráfico 18. Medias del efecto de congruencia (μV) en pares de fracciones sin componente común, correspondiente al componente P300.

Como se observa en el gráfico 18, las preguntas sin componentes comunes tienen una positividad mayor en las preguntas congruentes, que en las incongruentes y neutras.

A continuación, se presenta la figura con la distribución topográfica del efecto encontrado. Ver figura 9:

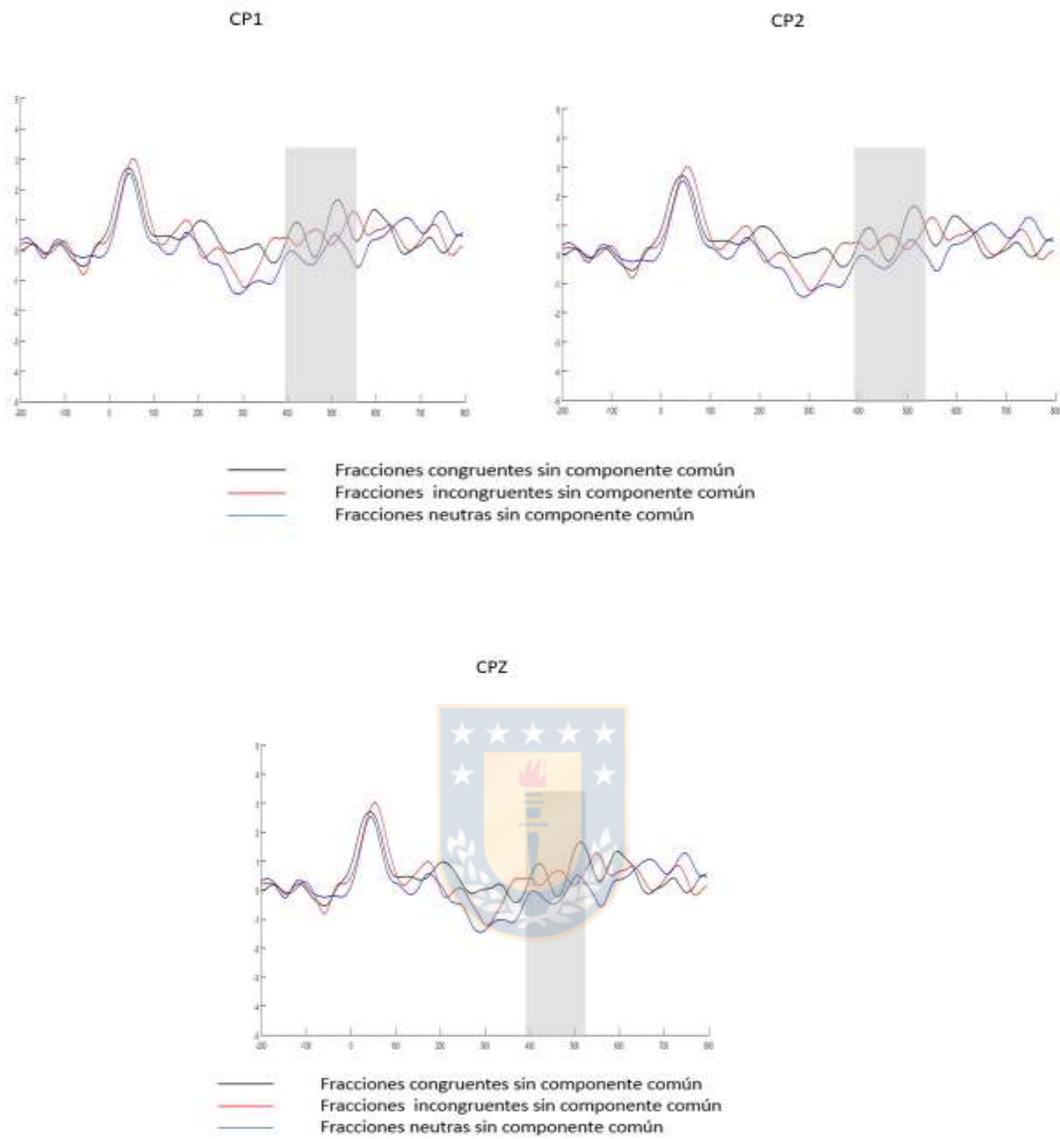


Figura 9. Topografía centro parietal del efecto de congruencia en fracciones sin componente común, correspondiente al componente P300 tardío.

V Discusión General

En el aprendizaje de las fracciones durante la etapa escolar, los alumnos se enfrentan al aprendizaje de nueva información que genera conflicto con la información previamente conocida en el contexto de los números naturales, pasando por momentos de cambio conceptual parcial, lo que les lleva a responder correctamente en una nueva situación pero al mismo tiempo responder incorrectamente en otra, en función de las características específicas de la tarea (Vosniadou, Vamvakoussi, y Skopeliti, 2008). Se han realizado recientemente varios estudios que buscan descubrir más acerca de la influencia en el desempeño de estrategias componenciales en contextos en que éstas no son adecuadas (p.ej. sesgo de los números naturales y la congruencia, ver Vamvakoussi et al., 2012), los cuales han demostrado que las dificultades van más allá de una simple falta de entendimiento de los conceptos, y reflejan la forma en que la mente humana conceptualiza las fracciones al menos en las etapas más tempranas del proceso de aprendizaje. Un estudio realizado con estudiantes de segundo ciclo básico (5° a 7° grados, más precisamente) evidencia la presencia del sesgo en sus respuestas, observándose incluso que el 25,1% de la muestra parece responder exclusivamente basado en la información dada en los números naturales que componen las fracciones (Gómez et al., 2014). Otros estudios relacionados evidencian que este fenómeno disminuye con la edad y la escolaridad (Van Hoof, Verschaffel y Van Dooren, 2015), pero que incluso adultos expertos en matemática muestran trazas de este sesgo en la tarea de comparación de fracciones (cuando se observa sus tiempos de respuesta; Obersteiner et al., 2013).

El presente estudio llevó a cabo su primer análisis con la prueba inicial de fracciones, con el fin de seleccionar a los participantes que integraron la muestra de estudio experimental (se seleccionaron a aquellos que tuvieron 20 o más repuestas correctas de un total de 25 preguntas). Al mismo tiempo, observamos los resultados de desempeño que esta prueba arrojó, y observamos que, la tasa de aciertos expresada en porcentaje, es muy cercana al máximo posible (94% de aciertos en la tarea de comparar fracciones), con los que podríamos inferir que las personas participantes están más familiarizadas con las tareas matemáticas y trabajan con

representaciones mentales internas del concepto de fracción. Esto según el *modelo de representaciones internas y externas* (Goldin 1998; Azcárate, 1995), el cual señala que las personas que han alcanzado un pensamiento matemático avanzado poseen una mayor precisión en sus respuestas.

El análisis de los resultados de aciertos por categorías, nos permitió observar que los ítems de tipo congruente tuvieron mejores porcentajes de aciertos en sus respuestas en comparación con los ítems incongruentes. Esto puede deberse a que este tipo de categoría podría responderse correctamente incluso si se utiliza una estrategia errónea en su procesamiento tal como la comparación directa entre números naturales, ya que, en los ítems congruentes, la fracción de mayor magnitud tiene, además, el numerador y denominador más grande. Estos resultados son similares a los encontrados por otras investigaciones como la de DeWolf y Vosniadou (2011).

En cuanto a la tasa de aciertos, según el efecto de congruencia, podemos observar que los resultados generales se comportan parcialmente de acuerdo a lo esperado, ya que hemos encontrado un efecto inverso de congruencia entre las categorías sin componentes comunes congruente e incongruente, en los primeros los estudiantes obtuvieron un promedio menor de respuestas correctas (84%) que en los segundos (89%).

Con respecto al desempeño en fracciones con presencia o ausencia de componente común, observamos que los resultados de tasas de aciertos reflejan lo esperado, ya que, en las categorías sin componente común se obtuvo un promedio menor de respuestas correctas que en las preguntas con componente común (desempeño sobre un 90%). Estos resultados nos permiten generar observaciones similares a las realizadas por Moss (2005), quien señala en sus estudios que, a los estudiantes se les hace difícil comprender que la magnitud de una fracción depende esencialmente de la relación entre sus términos y en lugar de esta interpretación, los alumnos tienden a interpretar el símbolo a/b como dos números naturales completamente independientes y accidentalmente separados por una barra (Stafylidou y Vosniadou, 2004), entonces cuando cada término presentado es diferente (es decir, cuando el par de fracciones no tiene componente común) la tarea

de comparación se dificulta. Por lo demás, este tipo de representación ha sido relacionado con una estrategia de procesamiento componencial o EPC, donde se reduce conceptualmente el significado de la fracción a los significados de sus partes (Meert, Grégoire, y Noël, 2010).

El análisis de tasas de aciertos entre categorías nos entregó información adicional acerca del efecto de congruencia, donde observamos que lo que se espera conceptualmente de esta dimensión no se alinea con los resultados obtenidos en el caso de fracciones sin componente común, puesto que las preguntas congruentes resultaron ser más difíciles de responder correctamente que las incongruentes, también reportamos que dentro de las categorías sin componente común (ncc_co, ncc_in, ncc_ne) las preguntas neutras fueron respondidas con mayor acierto en comparación con las demás categorías.

El efecto de congruencia también arrojó resultados significativos en los tiempos de reacción, de acuerdo al análisis conductual del experimento. Por ejemplo, tanto los ítems congruentes como incongruentes presentaron diferencias estadísticamente significativas dependiendo de la presencia o ausencia de componentes comunes en el ítem. Es decir, los participantes respondieron a los ítems con componentes comunes en un tiempo significativamente menor al tiempo que obtuvieron al responder los ítems sin componentes comunes. Estos efectos ya han sido observados en estudios anteriores, por ejemplo Branje (2017) y Meert et al. (2010), quienes predicen la aparición de dos tipos de procesamiento durante una tarea de comparación de fracciones: una representación componencial, la cual se activa preferentemente ante ítems con componente común, y una representación holística de las fracciones, la cual se activa preferentemente ante ítems sin componente común; sin embargo, estos son dos extremos de un continuum en el que se genera una transición entre estos tipos de procesamiento, por tanto el uso de uno u otro modelo para responder la tarea de comparación de fracciones va a depender, entre otros aspectos, del estado de madurez cognitiva y nivel de experticia del individuo.

Separando por tipo de pregunta, en las categorías con componentes comunes, podemos señalar que los ítems congruentes parecen ser los ítems que menos complejidad presentan para los participantes, puesto que presentan menor tiempo de respuesta en relación a los ítems incongruentes, reflejando que los estudiantes tardan menos tiempo en procesar cognitivamente la comparación de ambas fracciones en el caso congruente. Estos resultados continúan comportándose de acuerdo a lo esperado en términos de la congruencia, sin embargo, en el caso de las fracciones que no comparten un componente en común esta relación se invierte, cuestionando la pertinencia conceptual de la dimensión de congruencia en este caso.

Los resultados obtenidos en el estudio conductual con adultos universitarios con alto grado de experticia matemática presentan evidencia a favor de nuestra primera hipótesis, donde se estima que: “El desempeño de los participantes en comparar fracciones (tiempo de respuesta) se alinearán con la interpretación de congruencia en el caso en que las fracciones a comparar posean un componente en común, pero no cuando las fracciones a comparar no tengan componentes en común”, esto lo podemos corroborar puesto que se evidenció mayor tiempo de respuesta empleado en responder preguntas incongruentes (con respecto a las congruentes) en el caso con componente común, pero lo contrario en el caso sin componente común. Es importante observar que hay un esfuerzo cognitivo asociado a seleccionar una estrategia de tipo holística una vez descartada la estrategia componencial (más automática), ya que el contraste entre lo componencial y lo holístico tiene directa relación con nuestra capacidad de ir más allá de nuestro conocimiento matemático sobre el procesamiento de los números naturales, y recordando que la magnitud de los números naturales se procesa de forma automática y en primera instancia (Henik y Tzelgov, 1982). Otras manifestaciones de esta activación automática de magnitud incluyen el efecto de la distancia (Dehaene y Akhavein, 1995; Moyer y Landauer, 1967), que consiste en que cuanto menor es la distancia entre los dos números a ser comparados, mayor es el tiempo de respuesta y el número de errores. Es decir que cuando se comparan dos números entre sí, el tiempo que se tarda en identificar cuál de los dos es mayor

o menor depende de la diferencia entre ambos, es decir, a mayor distancia entre ellos, más rápido se responde. Todas estas manifestaciones de automaticidad están ligadas al sesgo de números naturales, ya que en fracciones incongruentes habría una tendencia a procesar los componentes de la fracción en vez de procesar la magnitud de la fracción misma (Gómez et al., 2014; Obersteiner et al., 2013; Vamvakoussi et al., 2012), y por esto el tiempo empleado en responder a la pregunta de cuál fracción es mayor tiende a ser más alto.

Con respecto a la tarea específica de comparar fracciones realizada en el estudio conductual, podemos concluir que hubo diferencias entre los aciertos de fracciones sin componente común de tipo congruentes, incongruentes y neutras, siendo más en general mayor la tasa de aciertos en la categoría de fracciones congruentes con componente común y menor en ítems incongruentes sin componente común. Esta última categoría es la que genera procesos cognitivos más complejos, ya que este tipo de fracciones provocan un quiebre conceptual que demanda descartar aquellas propiedades e intuiciones atribuibles a los números naturales y entender que las fracciones tienen una magnitud distinta, por lo que su tamaño y distancia no se compara de la misma forma en que se comparan los números naturales (Van den Brande, 2014, y Van Eeckhoudt, 2013, citados en Gómez y Dartnell, 2015), por lo tanto la aplicación de conceptos, propiedades, o procedimientos de números naturales a las tareas de los números racionales (Ni y Zhou, 2005; Van Dooren, Lehtinen, y Verschaffel, 2015) lleva a error de forma particularmente notoria aquí. En relación a lo anterior, se han discutido tres posibles causas de porqué se genera el sesgo de los números naturales (Ni y Zhou, 2005) que pueden resumirse brevemente como: (a) la presencia de disposiciones innatas hacia cantidades discretas, y por lo tanto hacia números naturales, en el aparato cognitivo humano; (B) que la primera experiencia de los estudiantes con las matemáticas es contando cantidades discretas, y (c) la falta de métodos de enseñanza efectivos para construir el concepto de fracción. Probablemente, la respuesta final de esta pregunta sobre el origen del sesgo involucrará una combinación de estos tres factores, los cuales influyen en los procesos cognitivos que han empleado los estudiantes para lograr establecer una relación entre las

magnitudes de las fracciones y los componentes de la fracción. Podemos ver cómo las respuestas conductuales del presente estudio nos indican que las categorías que resultan más fáciles de resolver por los estudiantes expertos en matemática son aquéllas que poseen componentes comunes, ya que en ellas se registra una mayor tasa de aciertos y un menor tiempo empleado en el procesamiento y elección de la respuesta, por lo que ambas variables se traducen a un menor esfuerzo cognitivo. Esto puede deberse a la utilización de la estrategia de procesamiento componencial o EPC, donde se integran los conocimientos previos acerca de los números naturales para tratar de resolver tareas de fracciones (Meert et al., 2010). Pero, por otro lado, los resultados de congruencia presentan un patrón complejo y que se escapa de las interpretaciones originales que se daba a esta dimensión (Obersteiner et al., 2013, Vamvakoussi et al., 2012).

La memoria de trabajo fue otra variable importante en nuestra investigación. Sabemos que la memoria de trabajo es una función ejecutiva que actúa en la resolución de problemas en general, y analizamos su relación con los resultados en la tarea experimental de comparar fracciones de forma mental. Según los postulados del Modelo Multicomponente de Baddeley y Hitch, (1974), la memoria de trabajo cuenta con tres sistemas: el primero es el bucle fonológico, que recibe la información del medio ambiente o del interior del propio sistema cognitivo, es exclusivamente de tipo lingüístico y se conserva bajo un código fonológico por un breve período. El segundo sistema corresponde a la agenda visoespacial, que se encarga del procesamiento de información de naturaleza visual generada por el propio sistema cognitivo en forma de imágenes mentales. Finalmente, está el sistema ejecutivo central, que funciona como enlace entre la memoria a largo plazo, el bucle fonológico y la agenda visoespacial, y es el sistema que controla las respuestas dándoles orden de prioridad (Awh y Vogel, 2006). Con esto, entendemos que la memoria de trabajo es la capacidad de almacenamiento temporal de información con un grupo activo de procesos de control, que permiten que la información sea registrada y utilizada intencionalmente (Unsworth y Engle, 2007). Las personas con menor capacidad de memoria de trabajo pueden cometer más errores y emplean más tiempo en resolver las tareas aritméticas (Baroody y

Johnson, 2006). Planteado de manera inversa, existe también evidencia de que los individuos que cometen más errores aritméticos presentan déficit en la capacidad de memoria de trabajo (Gathercole, 2006). Esto también ha quedado de manifiesto en nuestros resultados, puesto que aquellos estudiantes que obtuvieron menores índices de memoria de trabajo IMTs emplearon más tiempo en resolver la tarea de comparación de fracciones. Sin embargo, no se logró encontrar una relación estadísticamente significativa entre los IMTs y las tasas de aciertos, ya que los participantes obtuvieron en general puntuaciones bastantes altas, muy cercanas al 100% de aciertos.

En relación a los resultados de componentes relacionados a evento ERPs

Las fracciones son números reales que se pueden expresar como el cociente de dos números naturales o enteros (por ejemplo, $1/3$), y su aprendizaje es considerado como un área clave de la matemática escolar (Ni, 2001). La forma en que los profesores enseñan fracciones y cómo los estudiantes aprenden de ellos ha sido tradicionalmente preocupación de muchos docentes e investigadores (por ejemplo, Hecht et al. 2007; Mack 1995; Ni, 2001; Smith et al. 2005). Más recientemente, los campos de la psicología y la neurociencia cognitiva han mostrado un creciente interés en dilucidar los procesos neurales empleados por adultos para la comprensión de las fracciones (Bonato et al. 2007; Jacob y Nieder 2009; Kallai y Tzelgov 2009; Ischebeck et al. 2009; Meert et al. 2010). Típicamente, estos estudios se han enfocado en si la comparación mental de la magnitud numérica de fracciones se basa en el procesamiento de toda la fracción, en una denominada “estrategia de procesamiento holística”, o simplemente en el procesamiento del numerador o denominador constituyentes por separado, en una llamada “estrategia de procesamiento componencial” (Ischebeck et al. 2009).

Nuestro estudio neurocognitivo ha establecido sus bases en investigaciones anteriores como las de Zhang et al. (2012), DeWolf y Vosniadou, (2011) y Barraza et al. (2014), quienes han explorado el procesamiento de las fracciones en personas adultas. El presente estudio ha sido realizado particularmente con estudiantes

universitarios, considerados expertos en matemáticas por haber cursado tres o más años de educación superior en diversas carreras del área de las matemáticas.

Nuestro objetivo fue investigar en mayor profundidad los correlatos neurales de las estrategias cognitivas que subyacen al procesamiento de fracciones en personas consideradas expertas matemáticas. Para lograr este objetivo, se aplicó un experimento con diseño factorial incompleto 2x3 de pares de fracciones: 2 clasificadas según la presencia/ausencia de componentes comunes (ítems con componentes comunes/sin componentes comunes) x 3 clasificadas según la congruencia (ítems congruentes/incongruentes y neutros, la categoría neutra solamente existe para pares sin componentes comunes).

Para conocer los mecanismos cerebrales que están implicados en los procesos cognitivos utilizados durante la tarea de comparación de fracciones se utilizó la técnica electrofisiológica de ERP. Esta técnica es muy precisa en términos de resolución temporal, ya que los ERPs reflejan la actividad eléctrica a gran escala en el cerebro con una resolución del orden del milisegundo (Norwak et al., 2007).

Entre las hipótesis de nuestra investigación se planteó que la congruencia, como dimensión de estímulo, tendría ERPs distintos en la tarea de comparación de fracciones, dependiendo de la ausencia o presencia de componentes comunes. Para observar los efectos mencionados, se consideraron los componentes electrofisiológicos P200, P300 y N400 como fundamentos neurales del procesamiento de fracciones, específicamente en la tarea de comparación basada en magnitud (decidir cuál es mayor y, por tanto, cuál es menor).

Para explorar los ERPs, se seleccionaron electrodos corticales de regiones parietales ya que en esta zona se encuentran estructuras importantes para la cognición matemática como el lóbulo parietal. Así lo indican los estudios realizados con pacientes neuropsicológicos que sufrieron lesiones en la región occipitoparietal quienes, a consecuencia de su lesión, presentaron déficit en el procesamiento numérico (Alonzo y Fuentes, 2001). Sin embargo, a la hora de delimitar el sustrato neuronal que subyace a la representación de la magnitud numérica, el mayor progreso se logró con el uso de técnicas de neuroimagen funcional, ya que estos

análisis confirmaron la importancia de regiones parietooccipitales en la comparación numérica (Gallistel y Gelman, 1992).

En relación al título de nuestra investigación ¿Es posible determinar las estrategias cognitivas que subyacen a la comparación de fracciones? podemos señalar que la prueba de ERP nos ha sido útil para comprender los mecanismos de la cognición que subyacen a la actividad cerebral en la tarea de comparación de fracciones (Redolar, 2013), siendo posible establecer parámetros de medida como latencia, polaridad y amplitud de ondas electro corticales en el transcurso de la respuesta a estímulos preestablecidos, como es el caso de las variables independientes utilizadas en este estudio para establecer diferencias de ERPs en la comparación de fracciones.

Mediante la revisión bibliográfica se determinó que las preguntas con pares de fracciones congruentes e incongruentes con componente común están relacionadas con estrategias cognitivas de tipo componencial, ya que la congruencia es el efecto de un procesamiento de fracciones en donde el énfasis está puesto en sus componentes en lugar de su magnitud holística (Gómez et al., 2014; Obersteiner et al., 2013; Vamvakoussi et al., 2012). En la comparación de fracciones, los ERPs se pueden asociar a una estrategia cognitiva determinada dependiendo si las fracciones a comparar tienen o no un componente común entre sí (Barraza et al., 2014; Meert et al., 2009).

Los ERPs seleccionados para estudiar el efecto de congruencia fueron el P200, P300 y el N400.

La ventana temporal definida para el análisis del componente P200 fue la ventana 175-225 ms., en ella se presentó un efecto de interacción de tipo de fracción x congruencia x canal, en un análisis localizado de distribución centro parietal de tres electrodos (CPZ, CP1 y CP2). Estudios anteriores asocian la positividad posterior al estímulo, alcanzando un máximo de alrededor de 200 ms., con los procesos de representación y comparación numérica (Dehaene 1996; Hyde y Spelke 2009; Temple y Posner 1998). En este componente se logró observar un

efecto de interacción entre congruencia (congruente/incongruente) y tipo de fracción (con/sin componente común), lo que sugiere que las fracciones sin componente común están asociadas a potenciales más positivos que las fracciones con componente común, independientemente del tipo de congruencia. Una mayor positividad del componente P200 nos indica que los estudiantes podrían estar utilizando estrategias holísticas (EPH), ya que al comparar fracciones sin componente común es necesario acceder a la magnitud de la fracción como un todo. Esta estrategia se asocia frecuentemente a situaciones en donde se comparan fracciones sin componentes comunes (p.ej. $5/9$ vs. $6/8$ o $3/6$ vs. $2/5$) (Meert et al., 2009; Schneider y Siegler, 2010).

Posteriormente se estableció, en un análisis alternativo, una región más parietal localizada en 3 electrodos principales (P3, P4 y Pz). En ellos se observa un efecto principal significativo del tipo de fracción (con/sin componente común), esto nos permite inferir que la complejidad de las fracciones sin componente común hace que el sujeto ponga más atención. Probablemente éste sea un tipo de atención focalizada especialmente en los componentes que conforman la fracción, con el fin de corroborar si es posible reconocer alguna característica de los números naturales o no, pues el componente P200p está relacionado con el reconocimiento de dígitos o palabras (Lefebvre, Marchand, Eskes, y Connolly, 2005). En la literatura, el P200p centro parietal se ha documentado como un componente principal de ERP relacionado con el efecto de la distancia en el procesamiento de números (por ejemplo, Dehaene 1996; Grune et al. 1993; Jiang et al. 2010; Pinel et al. 2001; Schwarz y Heinze 1998; Szűcs y Csepe 2005): el componente P200 aumenta cuando la distancia entre los números a comparar es menor, por lo que es considerado un buen marcador del procesamiento de la magnitud numérica aproximada (González y Núñez, 2018). La estrategia componencial (EPC) también puede estar relacionada con el componente P200p ya que, para considerar la magnitud de una fracción como algo más que un par de números divididos por una línea, el adulto debe buscar una estrategia rápida e intuitiva para luego corregir su razonamiento y utilizar la EPH (Obersteiner et al., 2013, Meert et al., 2010).

Los efectos de interacción de tipo de fracción x congruencia x canal en la presencia del componente P200 fueron modulados por la covariable memoria de trabajo. De acuerdo a lo anterior, se infiere que los componentes de control atencional que integran la memoria de trabajo facilitan la supresión de EPC en fracciones congruentes e incongruentes sin componente común, permitiendo acceder a la magnitud de la fracción a través de la EPH. Esto es posible ya que la memoria de trabajo coordina múltiples procesos cognitivos que se ejecutan paralelamente (Baddeley, 2000). Es importante mencionar que el componente P200 es un indicador de manipulación de información retenida a corto plazo durante la resolución de problemas (Lefebvre, Marchand, Eskes, y Connolly, 2005). Estudios anteriores también han asociado al P200 con procesos de memoria de trabajo, especialmente en tareas de conteo, retención de dígitos y comparación de dígitos (Dunn, Dunn, Languis, y Andrew, 1998).

La ventana temporal definida para el análisis del componente N400 fue de 350 a 500 ms. En ella se observó un efecto significativo de tipo de fracción (con/sin componente común). Al realizar un análisis más localizado de distribución (CZ, PZ), se observó un efecto más negativo en las fracciones incongruentes con componente común en comparación a las fracciones congruentes con componente común, por tanto, se interpreta que la incongruencia supone una mayor carga cognitiva. Esto puede deberse al sesgo de números naturales, aún presente en estudiantes universitarios expertos en matemáticas. Considerando que la magnitud de una fracción depende de la relación entre sus componentes (Moss, 2005; Ni y Zhou, 2005; Smith et al., 2005), podemos observar cómo los alumnos universitarios continúan presentando una tendencia inicial a interpretar el símbolo a/b de una fracción como dos números naturales completamente independientes y separados por una barra (Stafylidou y Vosniadou, 2004), en lugar de establecer una unidad entre el numerador y el denominador independientemente de los valores de sus componentes.

El componente N400 se presenta en situaciones de incongruencia conceptual, reflejando la dificultad con la que se integra el nuevo estímulo en el

contexto anterior (Van Berkum, Hagoort y Brown, 1999). Tradicionalmente, el incremento de amplitud negativa del N400 ha sido considerado como indicador de procesamiento semántico (Kutas, y Hillyard, 1980), sin embargo, también se ha asociado con procesos de memoria (Rugg, y Curran, 2007; Niedeggen y Rösler, 1999) y de control inhibitorio (Szułcs y Soltész, 2007). Más específicamente, en cuanto a su rol en la tarea de comparar fracciones, el N400 se ha asociado con el uso de estrategias de tipo holísticas (EPH) ya que cuando un par de fracciones carece de componentes en común, los participantes tenderían a aplicar estrategias de este tipo (Meert et al., 2009; Schneider y Siegler, 2010; Sprute y Temple, 2011). Posteriormente, se observó que ítems que inducen el uso de EPH evocaron una deflexión negativa del ERP alrededor de los 400 ms. post estímulo (Barraza, Gómez, Oyarzún y Dartnell, 2014).

En síntesis, podemos inferir que la presencia del componente N400 estaría asociada con la acción de mecanismos de control inhibitorio, producto de la interferencia entre el valor numérico de los componentes de la fracción y el valor numérico de la fracción como un todo, tal como se ha observado en estudios anteriores donde se ha propuesto que el N400 aumenta durante el uso de la EPH (Barraza, et al., 2014).

También la negatividad fue mayor en las fracciones incongruentes sin componente común en comparación a las fracciones congruentes con componente común, debido a que este último tipo de estímulo resulta más fácil de responder puesto que se pueden utilizar estrategias de tipo componencial ligadas a las representaciones internas que tienen los adultos en relación a los números naturales. El componente N400 se ha asociado con el uso de estrategias de tipo holísticas (EPH), ya que cuando un par de fracciones carece de componentes en común, los participantes tenderían a aplicar estrategias de este tipo (Meert et al., 2009; Schneider y Siegler, 2010; Sprute y Temple, 2011).

En cuanto a la relación entre el componente N400 y la covariable memoria de trabajo en el procesamiento de la tarea de comparación de fracciones, se propone que el N400 se modula por el grado de interferencia entre el valor numérico

de los componentes de la fracción y el valor de la fracción como un todo. Finalmente, el componente N400 puede ser interpretado como un indicador de la interacción entre la carga de la memoria de trabajo y la dificultad para acceder a las magnitudes de las fracciones. Es decir, que para lograr determinar qué fracción posee mayor magnitud, los adultos utilizan más recursos de memoria de trabajo en la elaboración de la respuesta en el caso sin componentes comunes, transitando por EPC hasta llegar a utilizar EPH.

El componente P300, analizado en una ventana temporal de 400 a 550 ms. con una distribución centro-parietal (P4, CPZ, POZ, CP1, CP2), nos mostró un efecto significativo de tipo de fracción. Esto quiere decir que las fracciones sin componentes comunes presentan un potencial más positivo que las fracciones con componentes comunes, demandando mayor atención y carga cognitiva. Con este componente (P300) podemos observar que se cumplen los resultados esperados, esto es, efectos electrofisiológicos diferenciados en los tipos de fracciones dependiendo de la ausencia o presencia de componentes comunes. De estos resultados se infiere el uso de estrategias de tipo holísticas en las fracciones sin componentes comunes por parte de los universitarios expertos. Estas estrategias permiten acceder a la magnitud de una fracción considerándola como un todo.

Se realizaron análisis independientes en esta misma región de interés para cada tipo de fracción y se encontró un efecto principal significativo de congruencia para las fracciones sin componentes comunes. De este modo los datos se comportan de acuerdo a lo propuesto en nuestra hipótesis, la cual propone que los efectos de congruencia para ítems sin componentes comunes aparecerán en etapas más tardías de procesamiento. También podemos observar que el componente P300 en zonas parietales es sensible al efecto de congruencia y a las estrategias cognitivas para resolver la tarea de comparación de fracciones.

En relación al tipo de pregunta, podemos corroborar que las fracciones sin componente común tienen asociados potenciales más positivos que las fracciones con componente común, lo que probablemente se debe a que los estudiantes deben descartar propiedades e intuiciones componenciales atribuibles a los números

naturales y considerar la fracción como algo más complejo. La estrategia cognitiva que puede estar siendo seleccionada por los estudiantes en fracciones sin componente común es la EPH. Existen también otros estudios que han señalado que el uso de la estrategia componencial (EPC) en la tarea de comparar fracciones gatilla un incremento en la amplitud del P300 (Zhang, Xin, Wang, Ding y Li, 2012).

Los resultados indicaron que la congruencia es sensible sólo en las fracciones sin componentes comunes, mostrando mayor positividad en las fracciones congruentes que en las incongruentes y neutras. Estas últimas tienen asociados potenciales más negativos. Podemos estimar que este efecto se debe al uso de estrategias EPH, las que también están asociadas al componente N400 relacionado con procesos de incongruencia conceptual. Es decir, en este caso el efecto de congruencia sería menor porque es más difícil establecer relaciones basadas en los números naturales y comparar los componentes entre sí, ya que las fracciones neutras no tienen componentes comunes. Por lo demás, al comparar un par de fracciones neutras los participantes no están inclinados a considerar una de ellas como mayor debido a los números naturales que las componen. Este efecto más negativo también puede presentarse porque en un ítem neutro de fracciones, existe una fracción que posee el numerador mayor y la otra fracción posee el denominador mayor, diferencia que puede provocar un efecto de distancia entre los componentes de las fracciones a comparar, dificultando aún más la estimación de sus magnitudes.

Por lo demás, el componente P300 se ha documentado como uno de los componentes principales de ERP provocados por el efecto de la distancia en el procesamiento numérico (por ejemplo, Dehaene 1996; Grune et al. 1993; Libertus et al. 2007; Pinel et al. 2001; Schwarz y Heinze 1998; Szűcs y Csepe 2005; Temple y Posner 1998). Entonces, considerando que la magnitud numérica es la información que proporciona un número sobre la cantidad o numerosidad y que la investigación en cognición numérica indica que representamos estos conceptos en nuestro cerebro de forma inexacta (Macizo y Herrera, 2011), al comparar fracciones

neutras el efecto de la distancia (asociado al componente P300) podría estar facilitando la búsqueda de la respuesta correcta.

Más aún, el componente P300 fue el único que mantuvo sus efectos aún después de incorporarse la covariable memoria de trabajo. Esto puede tener sustento en evidencias que asocian al P300 con la actualización de la memoria de trabajo (Fabiani et al, 1985). Esta propuesta se basa en los hallazgos que demuestran una relación entre la amplitud del P300 y la posterior recuperación de la memoria (Johnson y Donchin, 1985), en línea con nuestros resultados que indican que la capacidad de memoria de trabajo facilita la comparación de fracciones.

En general, los efectos ERP de los distintos estímulos aparecieron en distintas etapas de procesamiento; sin embargo, frente a la covariable memoria todos estos efectos fueron modulados con excepción del componente P300 parietal, que es sensible al efecto de congruencia en la tarea de comparación de fracciones (Soltesz, Goswami, White y Szucs, 2011).

VI Conclusiones

La presente investigación nos permitió investigar en profundidad determinados correlatos comportamentales y neurocognitivos asociados las estrategias cognitivas EPC y EPH, que son comúnmente utilizadas en la tarea de comparación de fracciones. Estos correlatos incluyen la velocidad de procesamiento, los potenciales evocados (ERPs) de diferentes dimensiones de estímulos como la congruencia entre la magnitud numérica fraccionaria y componencial y la presencia o ausencia de componente común entre las fracciones a comparar, así como la influencia de la capacidad de memoria de trabajo en el desempeño en esta tarea. Estos resultados fueron también relacionados con los resultados conductuales, confirmándose una relación positiva entre la memoria de trabajo y la capacidad de responder acertadamente en la tarea de comparación de fracciones. También, se discutieron las conexiones de procesos cognitivos como la atención, memoria de trabajo y el efecto de distancia numérica en relación a los efectos de ERPs en estudio (P200, N400 y P300).

En el estudio inicial de fracciones, debido al criterio amplio de reclutamiento de participantes, era muy probable que el rendimiento general de la muestra de estudio presentara alta variación en el desempeño (RTs y tasa de aciertos) y que muchos estudiantes universitarios aún no lograran construir correctamente el cómputo de fracción presentando respuestas alineadas con el sesgo de números naturales, debido a que no todos han alcanzado el mismo nivel de familiarización con los procesos matemáticos y específicamente con la estimación de magnitudes. Con respecto a los resultados obtenidos, en la tarea inicial de comparación de fracciones (lápiz y papel), podemos concluir que hubo diferencias entre los aciertos de fracciones congruentes en comparación con fracciones incongruentes y neutras. En este contexto, la mayor tasa de aciertos fue aquella de la categoría de fracciones congruentes con componente común.

Las preguntas congruentes resultaron ser más difíciles de responder correctamente en el caso de preguntas sin componentes comunes, por lo que la congruencia, como dimensión de estímulo, no se alinea completamente con los resultados obtenidos. En cuanto al desempeño en fracciones con y sin componente común, la tasa de aciertos fue mayor en las primeras y, dentro de las categorías sin componente común, las preguntas neutras fueron las que obtuvieron mayor cantidad de aciertos.

En términos generales, observamos menores RTs también en el caso de fracciones congruentes con componente común. Más aún, el estudio conductual nos permitió confirmar que los ítems congruentes e incongruentes presentan diferencias estadísticamente significativas en sus RTs, dependiendo de la presencia o ausencia de componentes comunes.

Con respecto a la memoria de trabajo, observamos que mientras menor sea el índice de memoria de trabajo IMT, mayor es el RT empleado en resolver la tarea de comparación de fracciones. Aunque esta relación inversa no logró tener un sustento empírico estadísticamente significativo, de igual manera se condice con los demás resultados conductuales.

Los resultados de ERPs nos revelan cómo la actividad cerebral se organiza dinámicamente, manifestando la aparición de diferentes ERPs gracias a los tipos de estrategia cognitiva utilizados para el procesamiento de las fracciones.

En la tarea de comparación de fracciones, los ERPs asociados a estrategias componenciales fueron principalmente el P200 y el P300, mientras que el N400 resultó más vinculado con estrategias holísticas.

Para concluir, los resultados sugieren que las dificultades matemáticas pueden estar relacionadas con un problema de representación de magnitud más general, y que los ERP son útiles para estudiar su curso de tiempo en adultos expertos en matemáticas.

Sugerencias para futuros estudios

Luego de la investigación bibliográfica y del estudio experimental sobre las estrategias neurocognitivas asociadas a la comparación de fracciones, y siendo evidente la importancia del desarrollo temprano y eficiente del sistema de representación de magnitud numérica (Gómez, Berumen y González, 2015), es pertinente plantear una futura investigación que permita contrastar los resultados de esta investigación con estudios en niños acerca de los procesos neurales y las estrategias cognitivas utilizadas durante la comparación de fracciones.

Se sugiere que los próximos pasos deban incluir una revisión de las diferencias curriculares que existen en las carreras del área de las matemáticas, y los cambios metodológicos e intervenciones puntuales que ocurren en las aulas universitarias en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de los números racionales y sus diferentes representaciones. Se puede ir también complementando los resultados de este estudio con otros de tipo cualitativo.

También se sugiere la realización de investigación en el aula sobre la práctica docente para una mejor formación inicial docente en la enseñanza de las fracciones. En relación a lo anterior, un aspecto importante de señalar son las metodologías de enseñanza y las secuencias didácticas para el aprendizaje de los números racionales. Se podría, por ejemplo, usar de manera temprana las diferentes representaciones de una fracción en situaciones que le den sentido al concepto que se quiere construir, dejando a un lado la mecanización de procesos y la

memorización de algoritmos. Una propuesta para lograr este objetivo consistiría en utilizar la estrategia de resolución de problemas y actividades didácticas que no estén relacionadas con la contabilización sino con la estimación de magnitudes numéricas, ya que esto ayudará a disminuir los sesgos que relacionan al número racional con números naturales. Estudios como los de Behr, Harel, Post y Lesh (1992) dan cuenta de la relevancia de este tipo de tareas para evaluar la comprensión que tiene el alumno sobre la fracción como una entidad, posibilitando acceder a las representaciones mentales y las estrategias que las personas utilizan cuando se enfrentan a una fracción. Así, por ejemplo, si el origen del sesgo de los números naturales se encuentra en las primeras experiencias o métodos de enseñanza, sus manifestaciones serían menos penetrantes o al menos más variadas.

Las estrategias de procesamiento que se discutieron en el desempeño de los estudiantes de matemática en la tarea de comparación de fracciones en esta investigación fueron, específicamente, estrategias componenciales y estrategias holísticas.

Ventajas del estudio

- Una de las principales ventajas del estudio tiene que ver con la técnica de ERP, que fue utilizada al mismo tiempo en que se desarrolló el experimento conductual. Esta técnica tiene la particularidad de mostrar de manera precisa (en términos de tiempo), cuáles son los efectos neurales electrofisiológicos que se desencadenan cuando las personas procesan la información, mediante el registro de la actividad cerebral.
- Los ERPs encontrados en este estudio, junto con las respuestas conductuales observadas en la dimensión de congruencia, son útiles para apoyar otros estudios cuantitativos que investiguen efectos muy relacionados, como por ejemplo los efectos de distancia numérica en comparación de fracciones.

- Los resultados tienen implicaciones tanto para la investigación como para la práctica educativa, esto último a través del diseño de secuencias didácticas basadas en evidencia.

Limitaciones del estudio

- En cuanto a las características de la tarea podemos señalar que el estudio solo comprende representaciones de fracciones en una condición simple (por ejemplo, $1/2$), por lo que no podemos establecer que nuestros resultados sean generalizables a otros tipos de representación de fracciones más complejos (por ejemplo, fracciones decimales como 0,5).
- Los participantes que conformaron la muestra fueron seleccionados por su nivel de desempeño en la tarea específica de comparación de fracciones. Este criterio fue necesario y útil para desarrollar los fines ya mencionados en nuestra investigación, por lo que entendemos que los resultados obtenidos no se pueden generalizar a todo tipo de adultos. Sin embargo, estos resultados servirán como punto de referencia para estudios futuros con poblaciones más amplias.
- Este estudio se enmarcó dentro de los diseños experimentales de tipo factorial. Sin embargo, se requiere complementar a través de estudios cualitativos para profundizar aún más nuestros hallazgos y proponer futuras propuestas metodológicas para la enseñanza de fracciones.

Agradecimientos

Agradecimiento especial por el apoyo financiero otorgado del proyecto Fondecyt 1160188, que posibilitó la ejecución de esta investigación.

Referencias

- Agencia de Calidad de la Educación, SIMCE, (2018). Resultados SIMCE revelan pocos avances en la última década y grandes desafíos en media. Recuperado de: <https://www.agenciaeducacion.cl/noticias/resultados-simce-revelan-avances-la-ultima-decada-grandes-desafios-media/>
- Agencia de Calidad de la Educación, PISA, (2015). Programa para la evaluación internacional de estudiantes OCDE. Recuperado de: http://archivos.agenciaeducacion.cl/Resultados_PISA2015.pdf
- Agencia de la Calidad de la Educación, TIMSS, (2015). Resultados TIMSS Chile. Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias. Recuperado de: http://archivos.agenciaeducacion.cl/TIMMS_presentacion_BAJA.pdf
- Alonzo, D. y Fuentes, L. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista De Neurología*, 33, 568- 576.
- Amador, J. (2013). Escala de inteligencia de Wechsler para adultos-IV (WAIS-IV). *Dipòsit Digital de la Universitat de Barcelona*, 1-21.
- Artigue, M. (1990). Epistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 2, 241-286.
- Awh, E., y Vogel, K. (2006). Interactions between attention and working memory. *Neuroscience*, 139, 201-208.
- Azcárate, P. (1995). El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.
- Babai, R., Brecher, T., Stavy, R. y Tirosh, D. (2006). Intuitive interference in probabilistic reasoning. *Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 627-639.

- Baddeley, A. y Hitch, G. (1974). Working memory. *Psychology of Learning and Motivation*, 8, 47–89.
- Baddeley, A. (1992). Science. *New Series*, 25, 556- 559.
- Bajo T., Fernández, A., Ruiz, M. y Gómez-Ariza, C.J. (2016). Memoria: estructura y funciones. En M. T. Bajo, Fuentes, L. J., Lupiáñez, Juan., Rueda, R. (Alianza Editorial), *Mente y Cerebro: de la psicología experimental a la neurociencia cognitiva* (pp. 205-236). España: Alianza Editorial
- Barraza, P., Gómez, D., Oyarzún, F. y Dartnell, P. (2014). Dinámica Neuronal del Procesamiento de Fracciones. Pontificia Universidad Católica de Chile. *Ciie2014*, 110, 4-6.
- Baroody, A. y Johnson, A. (2006). Primer Congreso Internacional de Lógica Matemática en Educación Infantil. Recuperado de: http://www.waece.org/cdlogicomatematicas/ponencias/amandajohnson_ponecias_es.htm
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. y Silver E. (1983). Rational Number Concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91-125). New York: Academic Press.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. y Lesh, R. (1992). *Rational number, ratio, and proportion*. En D. Grows (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. Nueva York: Macmillan.
- Berger H. (1929). Über das elektrenkephalogramm des menschen. *Arch Psychiatr Nervenkr Ucu. Edu. Uy*, 14, 743- 754.
- Berger H. (1929). On the electroencephalogram of man. *Arch Psych Nervenkrankheiten*, 87, 527-70.
- Booth, J. y Newton, K. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper's doorman? *Contemporary Educational Psychology*, 37, 247–253.

- Bonato, M., Fabbri, S., Umiltà, C., y Zorzi, M. (2007). La representación mental de las fracciones numéricas: ¿Real o entero? *Revista de psicología experimental: percepción humana y rendimiento*, 33, (6), 1410-1419.
- Branje, S. (2017). Estrategias cognitivas en la comparación de fracciones. Un estudio experimental con estudiantes expertos en matemáticas. *Bibliotecas UdeC Repositorio*, 1-114.
- Bransford, J., Brown, A. y Cocking, R. (2003). *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*. Estados Unidos: National Academy Press.
- Brown, G. y Quinn, R. (2007). Algebra students' difficulty with fractions. *Australian Mathematics Teacher*, 62, 28-40.
- Buckley, P. y Gillman, C. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103, 1131-1136.
- Case, R. (1985). *Intellectual development: Birth to adulthood*. New York: Academic Press
- Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Granada: Comares.
- Castro E. (2008). *Pensamiento numérico y educación matemática*. En J.M. Cardeñoso y M Peñas Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas: Granada.
- Chochon, F., Cohen, L., Van de Moortele, P. y Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 11, 617-630.
- Clarke, D. M. y Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 127-138.
- Coalson, D. y Raiford, S. (2008). *WAIS-IV Technical and Interpretative Manual*. San Antonio, TX: Pearson.

- Cochran, W., y Cox, M. (1990). Diseños experimentales México. Trillas.
- Coles, M. y Rugg, M. (1995). *Event-related brain potentials: An introduction*. Oxford: Oxford University Press.
- Coll, C., Pozo, I., Sarabia, B. y Valls. E. (1992). *Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*. Madrid: Santillana.
- Comisión Nacional de Investigación Ciencia y Tecnología (2007). Bioética en investigación en ciencias sociales. Recuperado de: <http://www.conicyt.cl/fondecyt/files/2012/10/Libro-3-Bio%C3%A9tica-en-investigaci%C3%B3n-en-ciencias-sociales.pdf>.
- Cowan, N., Elliot, E., Saults, S. Morey, C. y Mattox, S. (2005) On the capacity of attention: its estimation and its role in working memory and cognitive aptitudes. *Cognitive Psychology*, 51, 42-100.
- Damas, J. (2009). ¿Qué código subyace a las Multiplicaciones? Evidencias de una tarea de magnitud con priming enmascarado. *Escritos de Psicología*, 2, 3, 27-34.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber–Fechner law: a logarithmic mental number line. *Elsevier*, 7,4, 145-147.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense: How the mind Creates Mathematics*. Oxford: University Press.
- Dehaene, S. (1996). La organización de las activaciones cerebrales en comparación numérica: potenciales relacionados con eventos y el método de factores aditivos. *Pubmed*. 8, (1), 47-68.
- Dehaene, S. y Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.

- Dehaene, S., y Akhavein, R. (1995). Atención, automaticidad y niveles de representación en el procesamiento de números. *Revista de psicología experimental: aprendizaje, memoria y cognición*, 21, (2), 314-326.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1- 42.
- Dehaene, D., Dupoux, E. y Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 16, 626 - 641.
- Delazer, M. y Butterworth, B. (1997). A dissociation of number meanings. *Cognitive Neuropsychology*, 14, 613- 636
- Desmet, L., Grégoire, J. y Mussolin, C. (2010). Developmental changes in the comparison of decimal fractions. *Learning and Instruction* 20, 521–532.
- DeStefano, D., y LeFevre, J.-A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16(3), 353-386.
- DeWolf, M. y Vosniadou, S. (2015). The representation of fraction magnitudes and the whole number bias reconsidered, *Elsevier*, 37, 39-49.
- DeWolf, M., y Vosniadou, S. (2011). The whole number bias in fraction magnitude comparisons with adults. In L. Carlson. C. Hoelscher, & T. F. Shipley (Eds.). *Proceedings of the 33rd annual conference of the cognitive science society* (pp. 1751-1756). Austin, TX: Cognitive Science Society
- Dreyfus, T. (1991). *Advanced mathematical thinking processes en D. Tall Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dunn, B., Dunn, D., Languis, M., y Andrew, D. (1998). La relación de los componentes ERP para el procesamiento de la memoria compleja. *Cerebro y Cognición*, 36, 355-376.

- Fabiani, M., Karis, D., y Donchin, E. (1985). Effects of mnemonic strategy manipulation in a Von Restorff paradigm. *Elsevier*, 75, (1-2), 22-35.
- Federmeier, K., Mai, H. y Kutas, M. (2005). Ambas partes obtienen el punto: sensibilidades hemisféricas para la restricción de frase. *Memoria y Cognición*, 33, 871-886
- Federmeier, K., McLennan, D., De Ochoa, E. y Kutas, M. (2002). The impact of semantic memory organization and sentence context in spoken language processing by younger and older adults: An ERP study. *Psychophysiology*, 39, 133-146.
- Fell, J., Dietl, T. y Grunwald, T. (2004). Neural bases of cognitive ERPs: More than phase reset. *Cogn Neurosci*, 16, 1595-1604.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 90-911.
- Friedman, D., Cycowicz, Y. y Gaeta, H. (2001). The novelty P3: An event-related brain potential (ERP) sign of the brain's evaluation of novelty. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, 25, 355-373.
- Gallistel, C. y Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.
- Gelman, R. y Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard: University Press.
- Gelman, R. (2000). The epigenesis of mathematical thinking. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 21, 1, 27-37.
- Gathercole, S. (2006). *Working Memory in the classroom*. Oxford: Academy Press.
- Gathercole, S. Alloway, T. , Willis, C. , y Adams, A. (2006). Memoria de trabajo en niños con discapacidad lectora. *Journal Exp Child Psychol*, 93, (3), 265-281.

- Gobierno de Chile, Ministerio de Educación, SIMCE, (2010). Niveles de logro 8° Básico de para la educación matemática SIMCE. Recuperado de: http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/Documentos_Evaluacion2012/analisis_resultados_simce_mat_8_basico.pdf
- Gobierno de Chile, Ministerio de Educación, SIMCE, (2011). Resultados Nacionales SIMCE 2011. Recuperado de: http://archivos.agenciaeducacion.cl/biblioteca_digital_historica/resultados/2011/result_basica_2011.pdf
- Goldin, G. (1998). Representations and the psychology of mathematics education: part II. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17, 2, 135-165.
- Goldin, G. y Janvier, C. (1998). Representacion and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematics Behaviour*, 17,1, 1-4.
- Gómez, F., Berumen, G., y González, A. (2015). Comparación de magnitudes numéricas en niños con diferentes niveles de logros matemáticos. Un estudio de ERP. *Pubmed*, 1627, 189-200.
- Gómez, D. M., y Dartnell, P. (2015). Is there a natural number bias when comparing fractions without common components? A meta-analysis. En Beswick, K., Muir, T., y Fielding-Wells, J. (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 1-8). Hobart, Australia: PME.
- Gomez, D. y Dartnell, P. (2018). Middle Schoolers' Biases and Strategies in a Fraction Comparison Task. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-18.
- Gómez, D., Jiménez, A., Bobadilla, R., Reyes, C., y Dartnell, P. (2014). Exploring fraction comparison in school children. En S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, y D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 3, pp. 185-192). Vancouver, Canadá: PME.

- González, B. y Núñez M. (2018). ¿Dividir? No, gracias. El miedo a los números y el bajo rendimiento en matemáticas. *Ciencia Cognitiva*, 18, 4-7.
- Goswami, U. (2004) Neuroscience and Educación. *British Journal of Educational Psychology*, 74, 1-14.
- Gullick, M., Sprute, L. y Temple, E. (2011). Individual differences in working memory, nonverbal IQ, and mathematics achievement and brain mechanisms associated with symbolic and nonsymbolic number processing. *Learning and Individual Differences*, 21, 644–654.
- Grune, K., Mecklinger, A. y Ullsperger, P. (1993). Mental comparison: P300 component of the ERP reflects the symbolic distance effect. *Neuroreport*, 4, 1272–1274.
- Haberlandt, K. y Bingham, G. (1978). Verbs contribute to the coherence of brief narratives: Reading related and unrelated sentence triples. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 17, 419-425.
- Henik, A., y Tzelgov, J. (1982). ¿Es tres mayor que cinco?: la relación entre tamaño físico y semántico en tareas de comparación. *Memory & Cognition* 10, (4), 389-95.
- Herrera, A. y Macizo, P. (2008). Cross-notational semantic priming between symbolic and nonsymbolic numerosity. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 61, 1538-1552.
- Hecht, S., y Vagi, K. (2007). Fuentes de diferencias grupales e individuales en las habilidades de fracciones emergentes. *Journal Educ Psychol*, 102, (4), 843–859.
- Holm, S. (1979). A simple sequentially rejective multiple test procedure. *Scandinavian Journal of Statistics*, 6, 65–70.

- Hyde, D., y Spelke, E. (2009). Todos los números no son iguales: una investigación electrofisiológica de representaciones de números pequeños y grandes. *Journal Cognition Neuroscience*, 21, (6), 1039-53.
- Ischebeck, A., Schocke, M., & Delazer, M. (2009). The processing and representation of fractions within the brain: An fMRI investigation. *NeuroImage*, 47, 403 - 413.
- Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S. y Dehaene, S. (2008). Exact equality and successor function: Two key concepts on the path towards understanding exact numbers. *Philosophical Psychology*, 21(4), 491-505.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S. y Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 106 (25), 10382-10385.
- Jacob, S., y Nieder, A. (2009). Representación independiente de notaciones de fracciones en la corteza parietal humana. *Journal of Neuroscience* 29, (14), 4652-4657.
- Jasper, H. (1958). Report of the committee on methods of clinical examination in electroencephalography. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 10, 370–375.
- Jessel, T., Kandel, E. y Schwartz, J. (1997). *Neurociencia y conducta*. Madrid: Prentice Hall.
- Johnson, R., y Donchin, E. (1985). Segundos pensamientos: P300 múltiples provocados por un solo estímulo. *Psychophysiology*, 22, (2), 182-194.
- Just, M. y Carpenter, P. (1980). A theory of reading: from eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87, 329- 354.
- Kallai, A., y Tzelgov, J. (2009). Una fracción generalizada: una entidad más pequeña que una en la línea del número mental. *Journal of Experimental Psychology Percepción humana y rendimiento* 35, (6), 1845-64.

- Kessels, R., Van Zandvoort, M., Postma, A., Kappelle, L. y De Haan, E. (2000). La Tarea de Bloqueo de Corsi: Normalización y Datos Normativos. *Neuropsicología Aplicada*, 7, 252 - 258.
- Kutas, M. y Hillyard, S. (1980). Reading between the lines: events-related brain potentials during the natural sentence processing. *Brain Lang*, 11, 354-73.
- Kutas, M. y Hillyard, S. (1980). Reading senseless sentences: Brain potentials reflect semantic incongruity. *Science*, 207, 203-5.
- Kutas, M., y Hillyard, S. A. (1980). Event-related brain potentials to semantically inappropriate and surprisingly large words. *Biological psychology*, 11, 99-116.
- Kutas, M., e Iragui, V. (1998). El N400 en una tarea de categorización semántica a lo largo de 6 décadas. *Electroencefalografía y neurofisiología clínica* 108, 456–471.
- Lefebvre, C., Marchand, Y., Eskes, G. y Connolly, J. (2005). Evaluación de trabajar las habilidades de memoria utilizando un potencial de eventos relacionados con el cerebro (ERP) - retención de dígitos compatibles tarea hacia atrás. *Neurofisiología Clínica*, 116, 1665-1680.
- Lewis, M., Matthews, P. y Hubbard, E. (2016) Neurocognitive Architectures and the Nonsymbolic Foundations of Fractions Understanding. *Science Direct*, 6, 141-164.
- Libertus, M., Woldorff, M., y Brannon, E. (2007). Evidencia electrofisiológica de independencia de notación en el procesamiento numérico. *Biomedcentral*, 3, (1), 1744-9081.
- Lichtenberger, E. y Kaufman, A. (2009). *Essentials of WAIS-IV assessment*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Logatt Grabner, C. (2009). Recordando la memoria I y II. Recuperado de www.asociacioneducar.com

- Luck, S. (2005). *An introduction to the event-related potential technique*. Cambridge: MIT Press. MA
- Mack, N. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, (5), 422–441.
- Macizo, P. y Herrera, A. (2011). Cognitive control in number processing: Evidence from the unit-decade compatibility effect. *Acta Psychologica*, 136, 112-118.
- Mainetti, J. (1989). *Traducción adaptada del Código de Nuremberg*. Argentina: Quirón.
- Mamede, E., Nunes T. y Bryant, P. (2005). *The equivalence and ordering of fractions in partwhole and quotient situations*. In: H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 281–288)*. Melbourne, Australia: PME.
- McLean, J. y Hitch, G. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 240-260.
- Meert, G., Grégoire J. y Noël, M. (2010). Comparing the magnitude of two fractions with common components: which representations are used by 10- and 12-year-olds? *Journal of experimental child Psychology*, 107, 3, 244-59.
- Meert, G., Grégoire, J. y Noël, M. (2009). Rational numbers: Componential versus holistic representation of fractions in a magnitude comparison task. *The Quarterly. Journal of Experimental Psychology*, 62,8, 1598-1616.
- Ministerio de Educación, OCDE, PIACC, (2016). Competencias de la población adulta en Chile: Resultados PIAAC. Recuperado de: <https://www.oecd.org/skills/piaac/EVIDENCIAS%20PIAAC%20FINAL.pdf>

- Moss, J. (2005). *Pipes, tubes, and beakers: New approaches to teaching the rational-number system*. In M. S. Donovan, y J. D. Bransford (Eds.), *How students learn: Mathematics in the classroom*. Washington, USA: National Academic Press.
- Moss, J. y Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 122–147.
- Moyer, R. y Landauer, T. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215, 1519 -1520.
- Munakata, Y., Casey, B. y Diamond, A. (2004). Developmental cognitive neuroscience: progress and potencial. *Trends in Cognitive Sciences*, 8, 122-128.
- Ni, Y. (2001). Semantic domains of rational numbers and the acquisition of fraction equivalence. *International Journal of Contemporary Education*, 26, 400- 417.
- Ni, Y. y Zhou, Y-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27–52.
- Niedeggen, M. y Rösler, F. (1999). N400 effects reflect activation spread during retrieval of arithmetic facts. *Psychological Science*, 10, 271-276.
- Niedermeyer, E. (1993). *Electroencephalography: Basic principles, Clinical Applications and Related Fields*. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, Baltimore.
- Nowak, R., Escera, Mico., Corral, MJ. y Barcelo, G. (2007). *Electroencefalografía y Potenciales Evocados*. In Maestu-Unturbe, F., Rios-Lago, M., Cabestrero-Alonso, R., *Neuroimagen: Técnicas y procesos cognitivos*. Barcelona: Elsevier Masson.

- Nuerk, H., Wegerb, U. y Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Elsevier*, 82, 25-33.
- Núñez, I. (1996). Política social en educación: equidad, calidad, cualidad. *Trabajo Social*, 68, 37-51.
- Nunes, P. y Bryant, P. (2005). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. México: Siglo XXI editores.
- Nunez, P. y Srinivasan, R. (2006). A theoretical basis for standing and traveling brain waves measured with human EEG with implications for an integrated consciousness. *Clinical Neurophysiology*, 11, 2424-2435.
- Obersteiner, A., Van Dooren, W., Van Hoof, J. y Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction*, 28, 64-72.
- Odfield, R. (1971). La evaluación y análisis de la mano: el inventario de Edimburgo. *Elsevier*, 9, (1), 97-113.
- Pearn, C. y Stephens, M. (2004). *Why you have to probe to discover what year 8 students really think about fractions*. Sydney: MERGA.
- Phye, G. y Andre, T. (1986). *Cognitive classroom learning: understanding, thinking and problem solving*. New York: Academic Press.
- Piazza, M., Mechelli, A., Butterworth, B. y Price, C. (2002). ¿Are subitizing and counting, implemented as separated or functionally overlapping processes? *Neuro-Image*, 15, 435-446.
- Piazza, M., Mechelli, A., Butterworth, B. y Price, C. (2006). Exact and approximate judgments of visual and auditory numerosity: and fMRI study. *Brain Research*, 1106, 177-188.

- Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D. y Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53, 293- 305.
- Picton, T. (1988). *Human eventrelated potentials*. Amsterdam: Elsevier.
- Pinel, P., Dehaene, S., Riviere, D., y Lebihan, D. (2001). Modulaci3n de la activaci3n parietal por distancia sem3ntica en una tarea de comparaci3n de n3meros. *Neuroimagen. Pubmed*, 14, 1013-1026.
- Polich, J. y Criado, J. (2006). Neuropsychology and neuropharmacology of P3a and P3b. *Psychophysiol*, 60, 172-185.
- Ramirez, G., Gunderson, E., Levine, S. y Beilock, S. (2012). Math Anxiety, Working Memory, and Math Achievement in Early Elementary School. *Journal of Cognition and Development*, 14, 187-202.
- Redolar, D. (2013). *Neurociencia Cognitiva*. Madrid: Editorial Paramenicana
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S. y Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for research in mathematics education*, 20, 8-27.
- Resnick, L. y Ford, W. (1991). *La ense1anza de las matem3ticas y sus fundamentos psicol3gicos*. Barcelona: Paid3s
- Rios, P. (1990). Relaci3n entre Metacognici3n y Ejecuci3n en Sujetos de Diferentes Edades. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Central de Venezuela. Caracas.
- Rosas. R., Tenorio, M., Pizarro, M., Cumsille, P., Bosch, A., Arancibia, S., Carmona-Halty, M., P3rez, C., Pino, E., Vizcarra, B. y Zapata, P. (2014). Estandarizaci3n de la Escala Wechsler de Inteligencia Para Adultos-Cuarta Edici3n en Chile. *Psykhé*, 23, 1-18.

- Rosas, R., Riveros, R., Aparicio, A., Benavente, C., Figueroa, P. y Lange, M. (2012). *Examen de inteligencia fluida*. Santiago, Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile, Centro de Desarrollo de Tecnologías de Inclusión.
- Rugg, M. y Curran, T. (2007). Event-related potentials and recognition memory. *Trends in cognitive sciences*, 11, 251-257.
- Sarnecka, B. y Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108, 662-674.
- Schneider, W., Eschman, A., y Zuccolotto, A. (2002). *E-Prime User's Guide*. Pittsburgh: Psychology Software Tools Inc.
- Schneider, M., y Stern, E. (2010). The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: A multimethod approach. *Developmental Psychology*, 46, 1, 178–192.
- Schneider, M. y Siegler, R. (2010). Representations of the magnitudes of fractions. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 36, 5, 1227.
- Schutz, P. y J. DeCuir (2002). Inquiry on Emotions in Education. *Educational Psychologist*, 37, 2, 125- 134.
- Schwarz W, Heinze H. (1998). On the interaction of numerical and size information in digit comparison: A behavioral and event-related potential study. *Neuropsychologia* 36, 1167–1179.
- Schwarz, W., y Heinze, H. (1998). Sobre la interacción de la información numérica y de tamaño en la comparación de dígitos: un estudio potencial relacionado con el comportamiento y los eventos. *Neuropsicología. Pubmed*, 36, (11), 1167-79.
- Serra-Grabulosa, J., Adan, A., Pérez-Pàmies, M., Lachica, J. y Membrives, S. (2010). Bases neurales del procesamiento numérico y del cálculo. *Revista Neurol.* 50, 39-46.

- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. En: Edgar Alberto Guacaneme (trad.). *Educational Studies in mathematics*, 22, 1-36.
- Sfard, A. (2001). Hay más en el discurso que en los oídos: mirar el pensamiento como comunicación para aprender más sobre el aprendizaje matemático. *Estudios Educativos en Matemáticas*, 46, 13 -57.
- Sidman, M. (1994). Relaciones de equivalencia y comportamiento: una historia de investigación. Boston, MA, E.E.U.U.: Cooperativa de autores.
- Siegler, R., Duncan, G., Davis-Kean, P., Duckworth, K., Claessens, A., et al. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691-697.
- Siegler, R. y Shrager, J. (1984). *Strategy choice in addition and subtraction: How do chil-dren know what to do?* New Jersey: Erlbaum.
- Siegler, R., Thompson, C., Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fraction development. *Cognitive psychology*, 62, 273–296.
- Sierra, O. y Munèvar, G. (2007). Nuevas ventanas hacia el cerebro humano y su impacto en la neurociencia cognoscitiva. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 39, 143-157
- Silva, C. (1999). Metacognición: Aprendizaje en las matemáticas. Congreso de Pedagogía Cuba.
- Sitnikova, T., Kuperberg, G. y Holcomb, P. (2008). Semantic integration in videos of real–world events: An electrophysiological investigation. *Psychophysiology*, 40, 1, 160-164.
- Smith, C., Solomon, G. y Carey, S. (2005). Never getting to zero: Elementary school students' understanding of the infinite divisibility of number and matter. *Cognitive Psychology*, 51, 101–140.

- Soltész, F., Goswami, U., White, S., y Szűcs, D. (2011). Efectos de la función ejecutiva y desarrollo numérico en niños: pruebas de comportamiento y ERP a partir de un paradigma numérico de Stroop. *Aprendizaje y diferencias individuales*, 21, (6), 662-671.
- Sprute, L., Gullick, M. y Temple, E. (2011). Neural correlates of nonsymbolic and symbolic number processing in children. Poster presented at the 18th Annual Meeting of the Cognitive Neuroscience Society, San Francisco, CA.
- Sprute, L. y Temple, E. (2011). Representations of fractions: Evidence for accessing the whole magnitude in adults. *Mind, Brain, and Education*, 5(1), 42-47.
- Stafylidou, S. y Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction* 14, 503–518.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las Matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona: Crítica.
- Sutton, S., Braren, M., Zubin, J. y John, E. (1965). Evoked-Potential Correlates of Stimulus Uncertainty. *Science*, 150, 1187-1188.
- Szuűcs, D., y Soltész, F. (2007). Event-related potentials dissociate facilitation and interference effects in the numerical Stroop paradigm. *Neuropsychologia*, 45, 3190-3202.
- Szűcs, D., y Csepe, V. (2005). El efecto de la distancia parietal aparece tanto en el control ciego congénito como en el control visual en una tarea de comparación de números acústicos. *Neurosci Lett. Pubmed*, 384, (1-2),11-6.
- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Templo, E., y Posner, M. (1998). Los mecanismos cerebrales de cantidad son similares en niños y adultos de 5 años. Actas de la Academia Nacional de Ciencias, Estados Unidos. *Pubmed*, 95, 7836-7841.

- Torbeyns, J., Schneider, M., Xin y Siegler, R. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and Instruction*, 37, 5-13.
- Unsworth, N. y Engle, R. (2007). On the Division of Short-Term and Working Memory: An Examination of Simple and Complex Span and Their Relation to Higher Order Abilities. *Psychological Bulletin*, 133, 1038–1066.
- Valdebenito, L. (2011). La calidad de la educación en Chile: ¿un problema de concepto y praxis? *CISMA*, 1, 1-25.
- Vamvakoussi, X. y Vosniadou, S. (2010). How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students' understanding about rational numbers and their notation. *Cognition and Instruction*, 28, 181–209.
- Vamakoussi, X., Vosniadou, S. y Van Dooren, W. (2013). The Framework theory approach applied in mathematics learning. En S. Vosniadou (ed.). *International Handbook of Research on Conceptual Change* (2013, 2nd ed.) New York: Routledge.
- Vamvakoussi, X., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 344-355.
- Vamvakoussi, X., Christou, K. P., Mertens, L. y Van Dooren, W. (2011). What fills the gap between discrete and dense? Greek and Flemish students' understanding of density. *Learning and Instruction*, 21, 5, 676 - 685.
- Van Berkum, J., Hagoort, P. y Brown, C. (1999). Semantic integration in sentences and discourse: evidence from the N400, *Journal of Cognitive Neuroscience*, 11, 6, 657-671
- Van den Brande, C. (2014). Natural number bias for fraction comparison: Analysis of accuracy profiles and response times across different levels of math expertise. Unpublished master's thesis, University of Leuven, Leuven, Belgium.

- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., y Verschaffel, L. (2004). Remedying secondary school students' illusion of linearity: A teaching experiment aiming at conceptual change. *Learning and Instruction*, 14, 485–501.
- Van Dooren, W., Lehtinen, E., y Verschaffel, L. (2015). Desentrañar la brecha entre los números naturales y racionales. *Aprendizaje e Instrucción*, 37, 1-4.
- Van Eeckhoudt, K. (2013). $1/7 > 1/6$? *De natural number bias bij het vergelijken van breuken. Een reactietijdstudie bij kinderen uit het zesde leerjaar*. Unpublished master's thesis, University of Leuven, Leuven, Belgium.
- Van Hoof, J., Verschaffel, L., y Van Dooren, W. (2015). Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: Characterizing the development of the natural number bias through primary and secondary education. *Educational Studies in Mathematics*, 90, 39-56.
- Van Hoof, J., Lijnen, T., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2013). Are secondary school students still hampered by the natural number bias? A reaction time study on fraction comparison tasks. *Research in Mathematics Education*, 15, 2, 154-164.
- Vosniadou, S., Vamvakoussi, X. y Skopeliti, I. (2008). The framework theory approach to conceptual change. In S. Vosniadou (Ed.), *International handbook of research on conceptual change*. Mahwah, USA: Lawrence Erlbaum.
- Vosniadou, S. (1994). Capturing and modelling the process of conceptual change. *Learning and Instruction*, 4, 1, 45-69.
- Wechsler, D. (1999). WAIS-III. Escala de inteligencia de Wechsler para adultos III. Madrid: TEA.
- Wechsler, D. (2012). WAIS-IV. Escala de inteligencia de Wechsler para adultos-IV. Manual técnico y de interpretación. Madrid: NCS Pearson.

- Wechsler, D. (2012). *WAIS-IV. Escala de inteligencia de Wechsler para adultos-IV. Manual de aplicación y corrección*. Madrid: NCS Pearson.
- West WC, Holcomb PJ (2002). Potenciales relacionados con eventos durante la integración semántica a nivel de discurso de imágenes complejas. *Brain Res. Cogn. Brain Res*, 13, 363–375.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.
- Zhang L, Wang Q, Lin, C., Ding C. y Zhou, X. (2012) An ERP study of the processing of common and decimal fractions: how different they are. *Journal.Pone*, 8, 1-10.
- Zhang, L., Xin, Z., Li, F., Wang, Q., Ding, C., y Li, H. (2012). An ERP study on the processing of common fractions. *Experimental brain research*, 217, 25-34.
- Zhang, L., Wang, Q., Lin, Ch., Ding, C., y Zhou, X. (2013). Un estudio de ERP sobre el procesamiento de fracciones comunes y decimales: qué tan diferentes son. *PLoS One*, 8, (7), 1-10.



Anexos

Anexo 1: Prueba Inicial de Fracciones

Para cada par de fracciones, encierra en un círculo aquella que es mayor.

$\frac{16}{75}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{17}{66}$	$\frac{31}{71}$	$\frac{23}{57}$	$\frac{17}{68}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{20}{93}$	$\frac{39}{62}$	$\frac{39}{50}$
$\frac{42}{89}$	$\frac{26}{83}$	$\frac{21}{59}$	$\frac{12}{59}$	$\frac{43}{82}$	$\frac{51}{73}$	$\frac{55}{71}$	$\frac{37}{62}$	$\frac{67}{99}$	$\frac{67}{80}$
$\frac{53}{95}$	$\frac{42}{59}$	$\frac{23}{67}$	$\frac{12}{67}$	$\frac{25}{91}$	$\frac{41}{91}$	$\frac{45}{82}$	$\frac{39}{53}$	$\frac{36}{91}$	$\frac{22}{97}$
$\frac{60}{83}$	$\frac{47}{83}$	$\frac{27}{97}$	$\frac{27}{62}$	$\frac{25}{56}$	$\frac{19}{66}$	$\frac{56}{71}$	$\frac{61}{98}$	$\frac{55}{97}$	$\frac{68}{91}$
$\frac{11}{35}$	$\frac{11}{85}$	$\frac{31}{95}$	$\frac{24}{49}$	$\frac{29}{57}$	$\frac{38}{57}$	$\frac{41}{95}$	$\frac{23}{87}$	$\frac{45}{56}$	$\frac{45}{71}$

Anexo 2: Prueba Verbal WM: WAIS

Memoria de Trabajo

Prueba 1: Retención de dígitos Tarea: En cada intento, lea la secuencia de dígitos a una velocidad aproximada de uno por segundo. Anote la secuencia que dice el participante en la columna adecuada, y márkela como correcta o no comparándola con la respuesta provista. Lea la secuencia con calma y claridad, porque no se puede releer secuencias.

Criterio de detención: cuando el participante obtiene “No” en los dos intentos de un mismo ítem. Parte 1: Directo El participante debe repetir la secuencia en el mismo orden en que le fue dicha.

Ítem	Intento	Respuesta	¿Ok?
1	9-7		Si No
	6-3		Si No
2	5-8-2		Si No
	6-9-4		Si No
3	7-2-8-6		Si No
	6-4-3-9		Si No
4	4-2-7-3-1		Si No
	7-5-8-3-6		Si No
5	3-9-2-4-8-7		Si No
	6-1-9-4-7-3		Si No
6	4-1-7-9-3-8-6		Si No
	6-9-1-7-4-2-8		Si No
7	3-8-2-9-6-1-7-4		Si No
	5-8-1-3-2-6-4-7		Si No
8	2-7-5-8-6-3-1-9-4		Si No
	7-1-3-9-4-2-5-6-8		Si No

Parte 2: Inverso El participante debe repetir la secuencia en el orden inverso al que le fue dicha. Sólo en el ítem de práctica se le da retroalimentación al participante (después de que haya respondido cada intento).

Ítem	Intento	Respuesta correcta	Respuesta	¿Ok?
Pr.	7-1 3-4	1-7 4-3		
1	3-1 2-4	1-3 4-2		Si No Si No
2	4-6 5-7	6-4 7-5		Si No Si No
3	6-2-9 4-7-5	9-2-6 5-7-4		Si No Si No
4	8-2-7-9 4-9-6-8	9-7-2-8 8-6-9-4		Si No Si No
5	6-5-8-4-3 1-5-4-8-6	3-4-8-5-6 6-8-4-5-1		Si No Si No
6	5-3-7-4-1-8 7-2-4-8-5-6	8-1-4-7-3-5 6-5-8-4-2-7		Si No Si No
7	8-1-4-9-3-6-2 4-7-3-9-6-2-8	2-6-3-9-4-1-8 8-2-6-9-3-7-4		Si No Si No
8	9-4-3-7-6-2-1-8 7-2-8-1-5-6-4-3	8-1-2-6-7-3-4-9 3-4-6-5-1-8-2-7		Si No Si No

Parte 3: Secuenciación El participante debe repetir la secuencia que le fue dicha, ordenando los números de menor a mayor. Sólo en el ítem de práctica se le da retroalimentación al participante (después de que haya respondido cada intento).

Ítem	Intento	Respuesta Correcta	Respuesta	¿Ok?
Pr.	2-3-1 5-2-2	1-2-3 2-2-5		
1	1-2 4-2	1-2 2-4		Si No Si No
2	3-1-6 0-9-4	1-3-6 0-4-9		Si No Si No
3	9-7-9-2 4-8-7-1	2-7-8-9 1-4-7-8		Si No Si No
4	2-6-9-1-7 3-8-3-5-8	1-2-6-7-9 3-3-5-8-8		Si No Si No
5	2-1-7-4-3-6 6-2-5-2-3-4	1-2-3-4-6-7 2-2-3-4-5-6		Si No Si No
6	7-5-7-6-8-6-2 4-8-2-5-4-3-5	2-5-6-6-7-7-8 2-3-4-4-5-5-8		Si No Si No
7	5-8-7-2-7-5-4-5 9-4-9-7-3-0-8-4	2-4-5-5-5-7-7-8 0-3-4-4-7-8-9-9		Si No Si No
8	5-0-1-1-3-2-1-0-5 2-7-1-4-8-4-2-9-6	0-0-1-1-1-2-3-5-5 1-2-2-4-4-6-7-8-9		Si No Si No

Prueba 2: Aritmética mental Tarea: Lea cada ítem con calma y cuidado, y luego comience a tomar el tiempo. El participante dispone de máximo 30 segundos para responder cada ítem. Si el participante lo solicita, puede releer cada ítem a lo más una vez. Cuando el participante responda, anote el tiempo requerido para responder

y su respuesta. Marque si la respuesta es correcta o no, comparándola con la provista [considere respuestas equivalentes como correctas, por ejemplo, si la respuesta correcta es “30 minutos” entonces “media hora” también vale como correcta].

Criterio de detención: cuando el participante obtiene tres “No” consecutivos.

Ítem	Pregunta	Respuesta correcta	Tiempo	Respuesta	¿Ok?
6	Pedro tiene cuatro frazadas. Si compra cuatro más, ¿cuántas frazadas tiene ahora?	8			Si No
7	Mario tiene 9 lápices. Si le da cuatro a Juana, ¿cuántos lápices le quedan a Mario?	5			Si No
8	Álvaro tiene 4 hijos y 20 juguetes. Si cada niño recibe el mismo número de juguetes, ¿cuántos recibe cada uno de ellos?	5			Si No
9	Juan tiene 28 libros. Si vende la mitad de ellos a un local de libros usados y regala otros 9, ¿cuántos libros le quedan?	5			Si No
10	Susana tiene 35 años y Roberto tiene 18 años. ¿Cuántos años es mayor Susana que Roberto?	17			Si No

11	Hay 25 paquetes de chicle en una caja. ¿Cuántos paquetes hay en 8 cajas? 200	200			Si No
12	Pablo tiene 51 boletos. Si regala 8 boletos a cada uno de sus 6 amigos, ¿cuántos boletos le quedan?	3			Si No
13	Jorge regala 4 cartas a cada uno de sus 8 tíos. Si le quedan sólo 6 cartas, ¿cuántas tenía al principio?	38			Si No
14	Andrea corre 22 minutos al día de lunes a viernes. Los sábados corre 30 minutos. ¿Cuántos minutos corre en total?	140			Si No
15	Benjamín vendió dos tercios del número de mapas que vendió Camila. Si Benjamín vendió 400 mapas, ¿cuántos vendió Camila?	600			Si No
16	Si Diego prepara 2 pasteles en 31 minutos, ¿cuánto tiempo le toma preparar 12 pasteles?	186			Si No

17	Cristián pesa el doble que Ricardo. Si Cristián pesa 99 kilos, ¿cuánto pesa Ricardo?	49 $\frac{1}{2}$			Si No
18	Javier trabajó 188 horas en 4 semanas. Si todas las semanas trabajó la misma cantidad de tiempo, ¿cuántas horas trabajó en cada una de ellas?	47			Si No
19	Pamela da, normalmente, 60 vueltas a la pista en su caballo. Si hoy disminuyó la cantidad de vueltas en un 15%, ¿cuántas vueltas dio?	51			Si No
20	Carmen hace una fila detrás de 160 personas. Deja pasar a 20 personas antes que ella. Si 6 personas llegan al primer lugar de la fila cada minuto, ¿cuánto tiempo falta para que Carmen llegue al primer lugar?	30			Si No
21	Si 8 máquinas pueden terminar un trabajo en 6 días, ¿cuántos días se necesitan para terminar el trabajo en medio día?	96			Si No

22	Una oficina de correos entrega 20.000 cartas en octubre. En noviembre, la cantidad de cartas entregadas aumenta un 10% y en diciembre aumenta otro 5%. ¿Cuántas cartas se entregaron en diciembre luego de ambos aumentos?	23.100			Si No
----	--	--------	--	--	-------

Prueba 3: Secuenciación de Números y Letras Tarea: En cada intento, lea la secuencia de números y letras a una velocidad aproximada de uno por segundo. Anote la secuencia que dice el participante en la columna adecuada, y márkela como correcta o no comparándola con la respuesta provista. Lea la secuencia con calma y claridad, porque no se puede releer secuencias. El participante debe repetir la secuencia escuchada, pero ordenando primero los números de menor a mayor y luego las letras en orden alfabético.

Criterio de detención: cuando el participante obtiene “No” en los tres intentos de un mismo ítem. Si el participante responde la secuencia alternativa en lugar de la correcta, se debe considerar igualmente como correcta. En los ítemes Ej.1 y Ej.2, solamente lea la secuencia y su respuesta correcta. No espere que el participante responda. En los ítemes Pr.1 y Pr.2, después que el participante responda debe darle retroalimentación. En los ítemes 1 y 2, si el participante responde con las

letras primero, dígale “Recuerde que primero debe decir los números y luego las letras”.

Ítem	Intento	Respuesta correcta	Alternativa	Respuesta	¿Ok?
Ej.1	1-C	1-C			
Pr.1	A-4	4-A			
1	2-P	2-P			Si No
	D-1	1-D			Si No
	4-C	4-C			Si No
2	E-5	5-E			Si No
	3-A	3-A			Si No
	C-1	1-C			Si No
Ej.2	2-P-1	1-2-P			
Pr.2	D-5-A	5-A-D			
	2-P-4	2-4-P			
3	5-C-A	5-A-C	A-C-5		Si No
	F-E-1	1-E-F	E-F-1		Si No

	3-2-A	2-3-A	A-2-3		Si	No
4	1-G-7	1-7-G	G-1-7		Si	No
	H-9-4	4-9-H	H-4-9		Si	No
	3-Q-7	3-7-Q	Q-3-7		Si	No
5	Z-8-N	8-N-Z	N-Z-8		Si	No
	M-6-U	6-M-U	M-U-6		Si	No
	P-2-N	2-N-P	N-P-2		Si	No
6	P-1-J-5	1-5-J-P	J-P-1-5		Si	No
	7-X-4-G	4-7-G-X	G-X-4-7		Si	No
	S-9-T-6	6-9-S-T	S-T-6-9		Si	No
7	8-E-6-F-1	1-6-8-E-F	E-F-1-6-8		Si	No
	K-4-C-2-S	2-4-C-K-S	C-K-S-2-4		Si	No
	5-Q-3-H-6	3-5-6-H-Q	H-Q-3-5-6		Si	No
8	M-4-P-7-R-2	2-4-7-M-P-R	M-P-R-2-4-7		Si	No
	6-N-9-J-2-S	2-6-9-J-N-S	J-N-S-2-6-9		Si	No
	U-6-H-5-F-3	3-5-6-F-H-U	F-H-U-3-5-6		Si	No

9	R-7-T-4-I-8-F	4-7-8-F-I-R-T	F-I-R-T-4-7-8		Si No
	9-X-2-J-3-N-7	2-3-7-9-J-N-X	J-N-X-2-3-7-9		Si No
	M-1-Q-8-R-4-D	1-4-8-D-M-Q-R	D-M-Q-R-1-4-8		Si No
10	6-P-7-S-2-N-9-A	2-6-7-9-A-N-P-S	A-N-P-S-2-6-7-9		Si No
	U-1-R-9-X-4-K-3	1-3-4-9-K-R-U-X	K-R-U-X-1-3-4-9		Si No
	7-M-2-T-6-F-9-A	2-6-7-9-A-F-M-T	A-F-M-T-2-6-7-9		Si No

Anexo 3: Consentimiento Informado



Universidad de Concepción

Dirección de Postgrado
Facultad Ciencias Sociales
Magister en Psicología

Estrategias Cognitivas asociadas a la comparación de fracciones. Un estudio ERP
Investigadora responsable: Marlene Pérez Quezada
Profesora guía: Dra. Mabel Urrutia Martínez– Profesor Co-guía: David Gómez
Universidad de Concepción

DOCUMENTO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN EL ESTUDIO DE INVESTIGACIÓN TITULADO:

“ESTRATEGIAS COGNITIVAS ASOCIADAS A LA COMPARACION DE FRACCIONES. UN ESTUDIO DE POTENCIALES RELACIONADOS CON EVENTO (ERP)”. UNA INVESTIGACION PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN PSICOLOGIA DE LA UNIVERSIDAD DE CONCEPCION.

Antes de autorizar su participación en este estudio, usted tiene el derecho de obtener toda la información relativa a los procedimientos que se utilizarán en el mismo. En estas páginas se le proporciona toda la información que deberá leer detenidamente. No dude en preguntar a la investigadora responsable si tiene alguna duda o necesita alguna aclaración bien sea antes, durante o después de leer este documento.

INVESTIGADORA RESPONSABLE:

Nombre: Pérez Quezada, Marlene María Eugenia

RUT: 16.949.462-2

Institución: Universidad de Concepción. Facultad de Ciencias Sociales

E-mail: marlenemperez@udec.cl

PROFESORA GUIA:

Nombre: Urrutia Martínez, Mabel Alejandra

Institución: Universidad de Concepción. Facultad de Educación

E-mail: maurrutia@udec.cl

PROFESOR CO-GUIA:

Nombre: Gómez, David Maximiliano

Institución: Universidad O'Higgins. Instituto de Ciencias de la Educación

E-mail: david.gomez@uoh.cl

Proyecto financiado por Programa Fondecyt Regular, P. N° 1160188 CONICYT

INTRODUCCION

Se invita a Ud. a participar en el estudio titulado: “Estrategias cognitivas asociadas a la comparación de fracciones. Un estudio de potenciales relacionados con eventos (ERP)”. En el marco de una investigación para optar al grado de Magister en Psicología de la Universidad de Concepción.

OBJETIVO DEL ESTUDIO

En este proyecto se pretende investigar las estrategias cognitivas (Las estrategias cognitivas son un conjunto de actividades mentales que emplea el sujeto en una situación de aprendizaje, para facilitar la adquisición de conocimiento), en este caso se estudiarán aquellas estrategias que están asociadas a la comparación de fracciones.

PROCEDIMIENTO

Si Ud. acepta participar en esta investigación, se le comunicará oportunamente el día y la hora en que debe presentarse para realizar la sesión experimental, el lugar físico donde le será aplicado el procedimiento corresponde al Laboratorio de la Facultad de Educación de la Universidad de Concepción. Para poder realizar la medición de ERP, se le pondrá un gorro en la cabeza que contiene electrodos y un poco de gel en cada electrodo, todo esto para registrar la actividad cerebral durante el transcurso de la tarea que va a realizar. Luego se le solicitará que realice una tarea de fracciones en el computador mientras registramos sus respuestas. Su colaboración consiste en comparar un par de fracciones, donde tendrá que identificar cuál de ellas es mayor, presionando una tecla del teclado del computador. La tarea durará alrededor de 80 minutos como máximo. Después de la fase experimental, se le realizará un test de memoria de trabajo, que corresponde a la Escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS) –con papel y lápiz- para correlacionar los resultados con los obtenidos en el experimento.

BENEFICIOS

Se espera que su participación en este estudio contribuya a la generación de conocimiento científico en relación al estudio de las estrategias cognitivas (Las estrategias cognitivas son un conjunto de actividades mentales que emplea el sujeto en una situación de aprendizaje, para facilitar la adquisición de conocimiento) que están asociadas a la comparación de fracciones.

RIESGOS

El estudio se llevará a cabo mediante la técnica Electrofisiología (ERP), donde se registrarán las respuestas electrofisiológicas (resultado directo de un evento específico cognitivo) expresadas en “ERPs” las que se medirán con la técnica de Electroencefalografía (EEG). El estudio en esta forma provee medios no invasivos de evaluar el funcionamiento del cerebro, por lo que no se identifican riesgos para su salud ni traerá alguna consecuencia negativa producto de su participación.

CONFIDENCIALIDAD

La identidad de cada participante en este estudio se mantendrá de forma confidencial, no se revelará bajo ninguna circunstancia y tampoco aparecerá su nombre en ningún informe o publicación derivada de este estudio. La investigadora responsable custodiará los datos del estudio, identificando en un código con claves los nombres de cada participante y resguardando la información en su computador

COSTOS

Su participación en la investigación no tendrá costo alguno para usted.

DERECHO A RETIRARSE DEL ESTUDIO

Su participación en el estudio es libre y voluntaria, teniendo derecho a retirarse de la investigación en cualquier momento que desee.

COMPENSACION

Ud. recibirá (si así lo desea) una compensación económica por su colaboración en este estudio. Usted recibirá un pago de \$4.000.- en efectivo para compensarle por gastos de locomoción y colación. Para poder recibir este dinero, necesitaremos que rellene un recibo simple con su nombre, RUT y firma.

CONTACTOS

En cualquier momento, podrá solicitar información adicional a la investigadora responsable Marlene Perez Quezada, Profesora de Educación Física (teléfono 86330271, marlenemperez@udec.cl) sobre cualquier duda o aclaración que necesite.

Si usted tiene alguna pregunta acerca de sus derechos como participante en esta investigación o siente vulnerados sus derechos, usted puede llamar al Presidente u otro miembro del Comité de Ética de la Universidad de Concepción: Dr. José Becerra Allende, al fono: (41) 2204302.

DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo, D./Dña. _____,

declaro que: he leído la hoja de información que se me ha entregado.

He podido hacer preguntas sobre las características del estudio.

He recibido suficiente información sobre el estudio y he entendido dicha información.

Comprendo que mi participación es libre y voluntaria.

Comprendo que puedo retirarme del estudio en cualquier momento.

Presto libremente mi conformidad a participar de la investigación.

Mi consentimiento es libre y voluntario y no ha sido forzado ni obligado.

Fecha

Firma del participante

Firma y RUT de la investigadora responsable

Firma del Director del Programa de Magister en Psicología.