



**Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles
Escuela de Educación**

**IMPLEMENTACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DISEÑADA
UTILIZANDO LAS FASES DEL MODELO DE VAN HIELE, EN EL EJE DE
GEOMETRÍA PARA ESTUDIANTES DE QUINTO AÑO BÁSICO DEL COLEGIO
PEDRO RUIZ ALDEA, DE LA COMUNA DE LOS ÁNGELES**

**Seminario de Título, para optar al Título Profesional
Profesor de Educación General Básica,
con mención en Matemática y Ciencias Naturales.**

Seminarista : Edgardo Aldair Mendoza Paredes
Nayaret Liliana Sepúlveda Ovalle

Docente Guía: Mg. Lilian del Carmen Vargas Villar

Comisión Evaluadora: Mg. María Alejandra Valencia Pacheco
Mg. Harry Cifuentes Saldaña

**Los Ángeles, Chile
11 de Agosto de 2017**



AGRADECIMIENTOS

A Dios, por bendecirnos durante nuestra trayectoria como estudiantes.

A nuestras familias por su apoyo incondicional, cariño y compañía durante este proceso de vida.

A nuestra profesora guía, Sra. Lilian Vargas Villar por su disposición, enseñanzas, consejos y entrega de conocimientos durante estos años que hemos compartido a su lado.

A la escuela, sus directivos, jefe de UTP, profesores, alumnos y alumnas, y personal asistente, por la disposición con la que hicieron posible llevar a cabo esta investigación.

DEDICATORIA

A Dios por guiarme en cada uno de los pasos que seguí durante este periodo de mi vida.

A mi madre, por su esfuerzo, sacrificio y amor entregado cada día, y por permitirme cumplir la meta de ser profesional.

A mi compañero y amigo de universidad, mi amado Edgardo por todo el apoyo incondicional en este proceso, el cual afrontamos juntos.

A mi hijo Vicente, mi mayor motivación, por sus alegrías y paciencia en las tardes de juegos que se vieron interrumpidas por los estudios de sus padres.

Nayaret Sepúlveda Ovalle.

DEDICATORIA

La presente tesis está dedicada a Dios ya que gracias a él he podido culminar un proceso tan importante en mi vida.

A mis padres y hermano, por su amor, comprensión, entrega de valores, consejos y sobre todo apoyo incondicional durante este proceso de formación.

A mí amada Nayaret, que más que mi compañera de vida ha sido mi alma gemela, por estar siempre a mi lado en los momentos buenos y adversos, por ser mi apoyo incondicional.

A mi hijo Vicente, ya que ha sido la motivación más grande, quien tan solo con una sonrisa logra llenar mi corazón de felicidad, mi pequeño gran superhéroe.

“Cuando camines por el sendero de la vida no mires el bien que haces, sino el mal que puedas hacer”

Edgardo Mendoza Paredes.

RESUMEN

La siguiente investigación consiste en la implementación de una estrategia metodológica didáctica basada en modelo de Van Hiele, aplicada a estudiantes de quinto año básico, del Colegio Pedro Ruiz aldea perteneciente a la comuna de los Ángeles, en el eje de geometría. La cual tiene por objetivo medir los niveles de razonamiento matemático en el eje de geometría y por medio de la implementación del modelo de Van Hiele, se pretende generar en los estudiantes un progreso significativo en los niveles de aprendizaje, de acuerdo a los objetivos de aprendizaje estipulados en los planes y programas de estudio, propuestos por el Ministerio de Educación, en Chile. Para medir los niveles de razonamiento que poseen los estudiantes, se aplicará un pre/test y una vez finalizada la implementación (fases de aprendizaje), un post/test para verificar el progreso de los estudiantes de quinto año, en relación desarrollo de sus conocimientos y habilidades.

Dentro de las habilidades a desarrollar la visualización es una componente fundamental como desarrollo de procesos de abstracción en los estudiantes para favorecer la comprensión, el análisis y la comunicación, para dar a conocer información relativa a objetos, modelos y conceptos presentes a nuestro alrededor, por ende, este concepto es un anclaje fundamental entre el contenido geométrico y lo que el estudiante aporta por medio de su experiencia, ganando potencia y precisión del pensamiento lógico-matemático, de acuerdo a los niveles que los estudiantes deberían asimilar durante esta etapa de su aprendizaje.

Palabras claves: Geometría – Objetivos de Aprendizaje – Niveles de razonamiento Geométrico.

ABSTRACT

The following investigation didactics based on model consists of the implementation of a methodological strategy of They Go It freezes, applied to students of fifth basic year, of the College Pedro Ruiz Aldea belonging to the commune of the Angels, in the axis of geometry. Which has for aim measure the levels of mathematical reasoning in the axis of geometry and by means of the implementation of the model of They Go It freezes, one tries to generate in the students a significant progress in the levels of learning, of agreement to the aims of learning stipulated in the plans and programs of study, proposed by the Department of Education, in Chile. To measure the levels of reasoning that the students possess, a pre/test will be applied and once finished the implementation (Phases of learning), a post/test to check the progress of the students of fifth year, in relation I develop of his knowledge and skills. Inside the skills to developing the visualization is one fundamental component as process development of abstraction in the students to favor the comprehension, the analysis and the communication, to announce information relative to objects, models and present concepts to ours around, thus, this concept is a fundamental anchorage between the geometric content and what the student contributes by means of his experience, gaining power and precision of the thought logician - mathematician, in agreement to the levels that the students should assimilate during this stage of his learning.

Key words: Geometry - Learning Objectives - Levels of Geometric reasoning.

ÍNDICE

RESUMEN	5
ABSTRACT.....	6
INTRODUCCIÓN	12
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
1.2 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	19
1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	21
1.4 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN	21
1.4.1 <i>Objetivo General</i>	21
1.4.2 <i>Objetivos Específicos</i>	21
1.5 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN	22
1.5.1 <i>Hipótesis General</i>	22
1.5.2 <i>Hipótesis Específicas</i>	22
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	23
2.1 HISTORIA Y EPISTEMOLOGÍA DE LAS FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS	23
2.2 ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL CURRÍCULUM NACIONAL.....	25
2.2.1 <i>Habilidades que se desarrollan en la enseñanza de la Geometría</i> ..	29
2.3 OBSTACULOS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	30
2.4 ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	31

2.4.1 TEORÍA DE VISUALIZACIÓN	31
2.4.1.1 RAYMOND DUVAL ACERCA DE LA VISUALIZACIÓN	32
2.4.2 MODELO VAN HIELE	34
2.4.3. FASES DE APRENDIZAJE	40
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	41
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN - ENFOQUE	41
3.2 DISEÑO DE ESTUDIO	42
3.3 ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN	43
3.4 UNIVERSO/POBLACIÓN	43
3.5 MUESTRA	43
3.7 VARIABLES	44
3.7.1 Variable Dependiente	44
3.7.2 Variable Independiente	44
3.8. DEFINICIÓN OPERACIONAL Y CONCEPTUAL DE LA VARIBLE DEPENDIENTE	44
3.9 VIABILIDAD DE LA INVESTIGACIÓN	46
3.10. INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE DATOS	46
3.10.1 Pre Test	47
3.10.2. Post Test	53
3.11. APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS	59
3.12. DESCRIPCIÓN INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA	60
3.13. PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS ESTADÍSTICOS	61

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	62
4.1. RESULTADOS SOBRE EL LOGRO DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	68
4.2. RESULTADOS SOBRE EL NIVEL DE RAZONAMIENTO EN EL QUE SE ENCUENTRAN LOS ESTUDIANTES.....	74
V. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS.....	78
5.1. CONCLUSIONES	78
5.2. SUGERENCIAS	81
VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
ANEXO 1. PRE TEST	86
ANEXO 2. PAUTA DE CORRECCIÓN PRE TEST	87
ANEXO 3. POST TEST.....	88
ANEXO 4. PAUTA DE CORRECCIÓN POST TEST.....	89
ANEXO 5. PLANIFICACIÓN CLASE A CLASE DE ACUERDO AL MODELO VAN HIELE.....	90
ANEXO 6. TABLAS DE ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS	91
ANEXO 7. RESULTADOS SOBRE EL NIVEL DE RAZONAMIENTO EN QUE SE ENCUENTRAN LOS ALUMNOS.....	92
ANEXO 8. FOTOGRAFIAS CLASES MODELO VAN HIELE	93

INDICE DE FIGURAS, GRAFICOS Y TABLAS

FIGURAS

Figura N° 1. Cuadro de síntesis de los distintos niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele.....	27
Figura N° 2. Tabla de articulación de niveles de razonamiento de Van Hiele	39
Figura N° 3. Definición conceptual y operacional de la variable dependiente.....	45
Figura N° 4. Tabla de construcción Pre Test.....	49
Figura N° 5. Tabla de construcción Post Test.....	55
Figura N° 6. Fechas de aplicación Pre Test y Post Test.....	60
Figura N° 7. Calendario de intervenciones en el establecimiento educacional por curso.....	62
Figura N° 8. Objetivos de Aprendizajes e indicadores de logro de la asignatura de matemáticas para quinto año básico.....	63
Figura N° 9. Relación entre hipótesis específicas y Objetivo de Aprendizaje.....	67
Figura N° 10. Descripción de criterios de acuerdo al nivel de razonamiento de los estudiantes.....	75

Gráficos

Gráfico N° 1. Media aritmética de comparación entre el Pre Test y el Post Test por cada Objetivo de Aprendizaje.....	72
Gráfico N° 2. Resultados sobre el nivel de razonamiento en que se encuentran los alumnos.....	78

TABLAS

Tabla N° 1. Distribución de frecuencias de cada Objetivo de Aprendizaje planteados para el eje de Geometría.....	69
Tabla N° 2. Media y desviación estándar de comparación entre el Pre Test y Post Test por cada Objetivo de Aprendizaje.....	71
Tabla N° 3. Comparación entre el Pre Test y Post Test sobre el nivel de logro de los Objetivos de Aprendizaje planteados para el eje de Geometría.....	73
Tabla N° 4. Distribución de frecuencias del nivel de razonamiento en que se encuentran los alumnos.....	77



INTRODUCCIÓN

La matemática es una de las asignaturas fundamentales dentro del currículo nacional y es considerada como pieza clave para el desarrollo de habilidades y pensamiento abstracto de los educandos por lo cual al mencionar sus beneficios se señalan que, aprender matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas necesarias para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre estas se encuentran la selección de estrategias para resolver problemas, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones y de evaluar la validez de resultados, y el cálculo. Todo esto contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo y de actitudes como la precisión, la rigurosidad, la perseverancia y la confianza en sí mismo, las cuales se valoran no solo en la matemática, sino también en todos los aspectos de la vida. (MINEDUC, 2013)

Diversos estudios han realizado aportes significativos durante los últimos años, los cuales se han enfocado en las estrategias de enseñanza, las metodologías y el proceso de aprendizaje de los alumnos. Estos reportes han contribuido al conocimiento de la enseñanza de esta disciplina. A continuación, detallaremos la investigación que nos hemos propuesto a realizar.

Este estudio tiene un enfoque cuantitativo, con un diseño de investigación del tipo experimento de enseñanza, en el cual se aplicó un Pre Test y un Post Test, en dos cursos, quintos básicos de la Escuela Pedro Ruiz Aldea de la ciudad de Los Ángeles. Se realizó con el objetivo de comparar los logros de aprendizajes de los alumnos y alumnas a partir de la aplicación de un Pre Test, para diagnosticar los conocimientos previos de la temática a trabajar, luego se implementó un modelo de enseñanza basado en los esposos Van Hiele el cual está conformado por diferentes niveles de razonamiento que van de lo general a lo específico, para finalmente determinar el avance en el aprendizaje de los alumnos y alumnas a través de un Post Test.

A través del análisis de datos obtenidos, demostraremos o rechazaremos la hipótesis general planteada y evidenciar si hay cambios significativos en los niveles de razonamiento geométrico en que se encuentran los alumnos y alumnas, al comparar los resultados del Pre Test y Post Test.



CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad, la educación ha sido tema de investigación en diferentes contextos, centrandose sus miradas en la calidad y la equidad que se imparte en las escuelas públicas de nuestro país. Las investigaciones en Didáctica de la Matemática se han enfocado, ya sea en los aprendizajes de los estudiantes, los docentes y metodologías de enseñanza que se practican en las escuelas, sin dejar de lado la importancia del contenido, habilidades y actitudes que adquieren los alumnos durante su formación.

La educación tiene un papel relevante para la formación de una nueva ciudadanía, la cohesión comunitaria, la difusión de valores entre otras. Brunner describe la educación como [...] el principal instrumento para el desarrollo de los países, el crecimiento de las economías, el aumento de la productividad y para superar o, al menos estrechar, el abismo interno de la pobreza y el externo de conocimiento y tecnología que separa a los países desarrollados de aquellos en vías de desarrollo. Incluso más: ve a la educación como un (o el) ingrediente principal para reestablecer la cohesión social, evitar la anomia juvenil, prevenir el crimen y la drogadicción, afirmar los valores de la sociedad, etc. (Brunner, 2000.)

A pesar de la gran relevancia que le atribuye Brunner, a la importancia que cumple la educación en la formación de las personas, esta no ha contribuido significativamente en la sociedad actual, debido a que los sistemas escolares como los conocemos hoy en día, nacieron en un momento de la historia cuya prioridad era masificar la distribución del conocimiento (Aguerrondo 2015) y no tenían por objetivo preparar a los estudiantes íntegramente conectando las distintas áreas del conocimiento y llevarlas a la práctica por medio de habilidades.

La matemática es una de las ciencias más relevantes que ha existido a lo largo de la historia del ser humano, contribuyendo de manera significativa al desarrollo intelectual, hasta la forma que debe regirse la vida cotidiana del hombre. Si hacemos un contraste con la actualidad para muchos estudiantes después de

finalizar el periodo de formación educativo, no consideraría necesario aprender todas aquellas complejas formulas, memorizar teorías, postulados y ecuaciones matemáticas ya que a través del avanzado desarrollo tecnológico permite [...] llenar el depósito del automóvil, sin la necesidad de contar los litros ni los galones, ya que el surtidor registrará el precio directamente. El tendero no necesita calcular los precios de las compras efectuadas por sus clientes: tiene una máquina calculadora para hacerlo y las más modernas pueden incluso calcular al mismo tiempo el impuesto, los niveles de existencias, y hasta registrar los precios automáticamente [...] (UNESCO, 1982). Para poder revertir este pensamiento en los estudiantes, es fundamental la labor del docente en motivarlos y ejemplificar al momento de enseñar los contenidos, y así generar un sentido de utilidad como lo menciona González (2003) Consideramos importante que el alumnado tengan en cuenta la utilidad de las matemáticas no sólo para su vida profesional y laboral futura, sino para cuestiones más inmediatas como su ingreso a la educación media superior, en donde las matemáticas y el lenguaje constituyen los dos conocimientos con mayor peso dentro de la prueba de ingreso que les aplican.

Muchos de los progresos del mundo moderno no habrían sido posibles sin las matemáticas y no solo del mundo, sino que también en Chile es posible observar esta realidad, se requiere de sofisticado conocimiento matemático ya sea para la construcción de una represa, la delimitación de una autopista, el diseño de un edificio, establecer rutas para el tráfico de las redes de comunicación e Internet.

El conocimiento puro no es quien entrega las herramientas necesarias para contribuir en una sociedad que ha estado en constante cambio, sino que es un componente más que se complementa con habilidades y actitudes que enriquecen el aprendizaje como se menciona en el programa de estudios establecidos por el Ministerio de Educación, Chile. En la formulación de los Objetivos de Aprendizaje se relacionan habilidades, conocimientos y actitudes. Por medio de ellos, se pretende plasmar, de manera clara y precisa, cuáles son los aprendizajes que el estudiante debe lograr. Se conforma, así, un currículum centrado en el aprendizaje, que declara explícitamente cuál es el foco del quehacer educativo. Se busca que

los alumnos pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto de la asignatura como al desenvolverse en su vida cotidiana. (MINEDUC, 2012)

El aprendizaje de la matemática contribuye también al desarrollo de habilidades como el modelamiento, la argumentación, la representación y la comunicación. Dichas habilidades confieren precisión y seguridad en la presentación de la información y su vez, compromete al receptor a exigir precisión en la información y en los argumentos que recibe. (MINEDUC, 2013).

Así la escuela más que solo enseñar contenido memorístico, deberá entregar herramientas para desenvolverse en el futuro. Todas las asignaturas son importantes sin duda alguna, pero la didáctica matemática ha tenido contribuciones importantes en estrategias de aprendizaje, Sánchez plantea su mirada de esta enseñanza [...] La enseñanza de la Matemática ya no como una mera transmisión de técnicas de resolución, sino como un instrumento relevante para el abordaje de las situaciones, que ofrece asimismo la oportunidad de conectar y utilizar ideas de diferentes áreas de conocimiento. Debemos considerar el aprendizaje matemático como una construcción del conocimiento, asumiendo que definir, probar y modelar son elementos clave en la construcción del conocimiento matemático (Sánchez y otros, 2008).

En Chile para medir el dominio de los contenidos de los estudiantes con respecto a las asignaturas implementadas por el currículo nacional, se creó el sistema de medición de la calidad de la educación (SIMCE) a cargo de la Agencia de Calidad de la Educación, el cual consiste en una serie de exámenes de diversas áreas de conocimiento, a los estudiantes de 2.º, 4.º, 6.º, y 8.º año básico, y a 2.º y 3.º medio, los resultados se clasifican en tres niveles de logro: inicial, intermedio y avanzado, los cuales son importantes de considerar para tener un referente promedio. Al realizar un análisis comparativo de los resultados nacionales con los internacionales, el año 2016 los resultados SIMCE en Chile, arrojaron valores intermedios, 263 puntos (MINEDUC, 2016), lo cuales indican que los estudiantes no cumplen con las competencias científicas necesarias de acuerdo con los

parámetros internacionales, generando una desventaja significativa con respecto a países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos). La última evaluación PISA 2015, Chile se posiciona en la ubicación número 44 de un total de 70 países participantes, con 423 de puntaje en la prueba de matemáticas, puntaje muy lejano al primero de la lista, Singapur con 564 puntos. (OCDE, 2016)

Otra prueba reconocida por evaluar el área de las ciencias, es la prueba TIMMS (Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias), estudio internacional liderado por la IEA (Internacional Association for the evaluation educational achievement) que busca proveer de información de calidad acerca de:

- Los logros de aprendizaje en matemática y ciencias en educación básica.
- Los contextos en los estudiantes aprenden.

TIMMS se aplica desde 1995 cada cuatro años a estudiantes de 4° y 8° básico. Chile participa en TIMMS desde 1999 evaluando a estudiantes de 8° básico, y desde 2011 evaluando a estudiantes de 4° básico. (MINEDUC, 2015)

Los dominios de contenidos evaluados en matemáticas para cuarto básico son: números, figuras geométricas y medidas, representación de datos. La evaluación SIMCE se encarga de medir los conocimientos adquiridos, donde los resultados en matemáticas para este nivel educacional son 459, alcanzando un rendimiento bajo. (MINEDUC, 2015)

A lo anteriormente señalado, los resultados nacionales (SIMCE) e internacionales (TIMMS) evidencian la carencia de conocimientos y habilidades que los alumnos debieran de alcanzar en Matemática, por lo tanto, los alumnos no cumplen lo propuesto por el currículo nacional actual en matemática y sus correspondientes ejes temáticos.

Dentro del currículo nacional, en la asignatura de matemática, los programas de estudio para los estudiantes de 5° año Básico, en la unidad de geometría; se espera que los estudiantes profundicen el trabajo con áreas de superficie y transformaciones isométricas, temas ya tratados en los niveles anteriores. Específicamente, se trabaja en el cálculo de áreas de triángulos y cuadriláteros y en

las transformaciones isométricas, como herramientas para demostrar la comprensión de los procedimientos involucrados en estos cálculos. Se incorpora las mediciones de longitudes y la transformación de unidades de longitud; asimismo, se trabaja de manera formal el concepto de ángulo, específicamente la comprensión del grado sexagesimal, y se utiliza el transportador para realizar mediciones de ellos en contextos diversos. (MINEDUC, 2016)

Bedoya (2000), nos da a conocer la realidad educativa que se vive en Colombia, ya que de la mayoría de las escuelas públicas de este país se trabaja con metodologías conductista con las cuales los profesores no permiten a los estudiantes el desarrollo del pensamiento ni menos resolver problemas de la vida cotidiana, utilizando como recursos las enseñanzas entregadas por la escuela lo cual no permite al estudiante la dicha del pensar, cuando un estudiante tiene la grata oportunidad del pensar por sí mismo, es como si descubriera un mundo que había estado oculto en forma inexplicable para él, ya que el complejo institucional [...] en el que supuestamente se ha *educado*, no ha estado orientado o más bien ha excluido- porque no lo exigía o promovía o porque directamente lo reprimía- todo proceso de pensar, de interrogar. Esta situación no es ajena, a lo que ocurre en nuestro país, si bien esta es una tarea a largo plazo, existen metodologías nuevas que va en pro del trabajo constructivista donde los principales productores del conocimiento son y serán los alumnos, quienes de la mano de un buen guía podrán romper las barreras de un sistema estructurado, pero no inmodificable.

Bajo este escenario, nuestra investigación propone, la aplicación de una metodología de enseñanza de la geometría que ayude al desarrollo del razonamiento geométrico de los estudiantes de Educación General Básica, contribuyendo al mejoramiento de la calidad de los aprendizajes en los estudiantes de 5° año básico, de la Escuela Pedro Ruiz Aldea, de la comuna de Los Ángeles. Además, a través de la praxis se busca identificar aquellos elementos que puedan beneficiar en el aprendizaje de los alumnos, en el rol y la labor del docente, con el fin de potenciarlos para progreso significativo de sus niveles de razonamiento.

1.2 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La asignatura de matemática, desde sus inicios ha sido una ciencia caracterizada por su rigurosidad, estructura, orden y precisión, siendo objeto de estudio de destacados filósofos, artistas, astrónomos y llevada a la práctica por diversas culturas ya sea en su arquitectura, agricultura, astronomía, artesanía y construcción entre otras áreas del conocimiento.

Dentro del contexto escolar chileno la matemática durante los últimos años ha sido tema de estudio, ya que la sociedad de la cual somos partícipes nos exige tener los conocimientos y competencias necesarias para responder y resolver situaciones de la manera más adecuada y acertada posible. Dentro de la actual organización curricular en la asignatura de matemáticas, los planes y programas de estudio han dividido los objetivos de aprendizaje en cinco ejes temáticos, siendo la geometría nuestro principal foco de estudio, esto debido a que no se le da importancia que se merece y las prácticas pedagógicas implementadas por los docentes no son las más adecuadas, generando en los estudiantes un vacío en su aprendizaje, dificultades que hemos podido observar en el desarrollo de nuestras pasantías en diversos establecimientos educacionales.

El ministerio de educación implementa las bases curriculares 2012 quienes definen los aprendizajes que se esperan que logren los estudiantes del país durante toda su trayectoria escolar en el área de matemática, para de esta manera [...] desarrollar capacidades cognitivas clave, como visualizar, representar, modelar y resolver problemas, simular y conjeturar, reconocer estructuras y procesos. Asimismo, amplía el pensamiento intuitivo y forma el deductivo y lógico. La matemática constituye un dominio privilegiado para perfeccionar y practicar el sentido común, el espíritu crítico, la capacidad de argumentación, la perseverancia y el trabajo colaborativo. Está siempre presente en la vida cotidiana, explícita o implícitamente, y juega un papel fundamental en la toma de decisiones [...] (p.1)

Las Habilidades adquiridas por los estudiantes durante este periodo de su aprendizaje es determinante y para ello, el desarrollo y adquisición de representaciones mentales a través de la visualización además del pensamiento abstracto resulta fundamental, es por este motivo que los planes y programas de estudio señalan que:

” En este eje, se espera que los estudiantes aprendan a reconocer, visualizar y dibujar figuras, y a describir las características y propiedades de figuras 2D y 3D en situaciones estáticas y dinámica. Se entregan algunos conceptos para entender la estructura del espacio y describir con un lenguaje más preciso lo que ya conocen en su entorno.

Lo anterior apunta que los alumnos en la práctica puedan reconocer su entorno, ubicarse en el medio del cual son partícipes, identificar figuras que manipulan en su diario vivir, reconocerlas por sus propiedades y características para luego, compararlas y clasificarlas, por otra parte, deberán adquirir un lenguaje matemático para expresarse con mayor precisión, interactuar en la sociedad en la que están inmersos, dar a conocer ubicaciones mencionando términos como: intersecciones, paralelas, perpendiculares, entre otros. de esta manera los estudiantes demostraran el manejo de conceptos y el desarrollo del pensamiento espacial por medio de la experiencia.

Con la implementación de la metodología didáctica de Van Hiele, en el establecimiento educacional, Escuela Pedro Ruiz Aldea E-885, de la comuna de Los Ángeles, se pretende identificar los niveles de razonamiento adquiridos por los alumnos hasta esta etapa de su formación, ya que mediante la aplicación de este modelo es fundamental para lograr detectar aquellas dificultades y obstáculos que se han presentado los estudiantes en el desarrollo de su pensamiento lógico-matemático. El aporte teórico del modelo didáctico de Van Hiele, se fundamenta en la aplicación de diversas investigaciones de reconocidos matemáticos, obteniendo resultados positivos, donde los estudiantes han logrado progresar en los niveles de razonamiento, permitiéndoles obtener un aprendizaje significativo en geometría.

1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué efectos producirá en el aprendizaje de la geometría, la implementación de una secuencia didáctica diseñada utilizando las fases del modelo de Van Hiele en los estudiantes de quinto año básico de la escuela Pedro Ruiz Aldea?

1.4 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

1.4.1 Objetivo General

Determinar el impacto que genera la aplicación de una secuencia didáctica basada en las fases del modelo de Van Hiele, en el aprendizaje de alumnos y alumnas de 5° año básico en la escuela Pedro Ruiz Aldea, en geometría.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Identificar los niveles de razonamiento que poseen los estudiantes de 5° año básico, del Colegio Pedro Ruiz Aldea, de la comuna de Los Ángeles.
- Diseñar e implementar una secuencia de actividades diseñada a través de las fases del modelo de Van Hiele que conduzca al logro de los aprendizajes planteados para el eje de geometría, en relación a los objetivos de aprendizaje señalados en el programa de estudio de matemática para los estudiantes de 5° año básico.
- Evaluar los cambios producidos en los estudiantes midiendo los niveles de razonamiento después de aplicado la secuencia didáctica en geometría.

1.5 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

1.5.1 Hipótesis General

H₁: Existen diferencias significativas en el progreso de los niveles de razonamiento en el eje de geometría, en los estudiantes de 5° año de Educación General Básica, del Colegio Pedro Ruiz Aldea, de la comuna de Los Ángeles, luego de aplicada la metodología basada en el modelo de Van Hiele.

1.5.2 Hipótesis Específicas

H₂: Existen diferencias significativas en el promedio de nivel de logro del objetivo de aprendizaje sobre: Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales, luego de aplicada la secuencia basada en el modelo Van Hiele.

H₃: Existen diferencias significativas en el promedio de nivel de logro del objetivo de aprendizaje sobre: Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: que son paralelos, que se intersecan, que son perpendiculares, luego de aplicada la secuencia basada en el modelo Van Hiele.

H₄: Existen diferencias significativas en el promedio de nivel de logro del objetivo de aprendizaje sobre: Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas, luego de aplicada la secuencia basada en el modelo Van Hiele.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 HISTORIA Y EPISTEMOLOGÍA DE LAS FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS

La geometría es una rama de la matemática que ha estado presente en el quehacer del ser humano desde tiempo inmemorables, permitiendo el desarrollo de diversas culturas y civilizaciones, estas técnicas desarrolladas por el hombre han logrado mantenerse en el tiempo generación tras generación, debido a su eficacia en la práctica, permitiéndoles complementar estos conocimientos con las actividades realizadas por los antiguos habitantes.

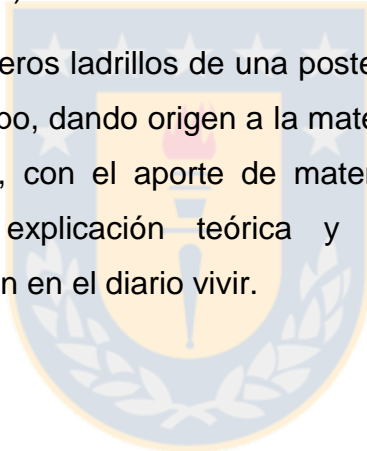
Los orígenes de la Geometría son más antiguos que el arte de la escritura. Heródoto y Aristóteles no querían arriesgarse a situar los orígenes de la Geometría en una época anterior a la de la civilización egipcia, pero está claro que la Geometría en la que ellos pensaban tenía sus raíces en una antigüedad mucho mayor. Heródoto sostenía que la geometría se había originado en Egipto, porque creía que dicha materia había surgido allí a partir de la necesidad práctica de volver a trazar las lindes de las tierras después de la inundación anual del valle del Nilo. (Cortés, 2012).

Sin embargo, si nos trasladamos a la prehistoria época del neolítico, durante este periodo es donde surgieron los ejemplos más evidentes de algunos términos geométricos como: congruencia y simetría, donde es posible observarlos a través de la alfarería, confección de vestimentas, elaboración de vasijas de greda y trazados pictóricos grabados en las cavernas. Como es de suponer durante este periodo de nuestra historia es imposible encontrar documentación, sobre la cual establecer los primeros cimientos del origen de la geometría.

Dos de las civilizaciones que han sido reconocidas por aportes a la geometría, son las civilizaciones Babilónica y egipcia. Los babilónicos, ya utilizaban términos como área, donde comparaban la superficie de distintos terrenos, ya conocían el teorema de Pitágoras que por lo menos en cuanto a su contenido solo

lo ponían en práctica en la resolución de problemas concretos, evidencias que se pudieron comprobar en las tablillas gradadas con estos algunos cálculos manuscritos que comprobaban su aplicación en situación de la vida diaria. Por otra parte, en la civilización egipcia, se encontraron papiros, en los cuales planteaban problemas aritméticos y geométricos, en relación con cálculos de áreas de triángulos y círculos. Podemos observar que en la documentación encontrada se [...] pone en evidencia la carencia de enunciados que hoy llamamos teoremas que permitan proceder a su demostración y estructurar un cuerpo doctrinario de conocimientos. Esa matemática comprendía recetas operatorios y el valor de verdad de los resultados dependían de su verificación cuando se aplicaban a situaciones concretas, esto es, cuando eran resultado de una amplia y prolongada práctica social. (Cortés, 2012)

Estos fueron los primeros ladrillos de una posterior estructura sólida que se fue construyendo en el tiempo, dando origen a la matemática y específicamente el área de la geometría, que, con el aporte de matemáticos quienes tuvieron la necesidad de dar una explicación teórica y fundamentada a diversos acontecimientos que ocurrían en el diario vivir.



2.2 ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL CURRÍCULUM NACIONAL

Nuestro actual Currículum nacional dentro de los programas de estudios para el año lectivo nos proponen en la asignatura de matemáticas una organización curricular en la cual se presentan habilidades, actitudes y ejes temáticos quienes se subdividen en cinco ejes: Números y operaciones, Patrones y algebra, geometría, medición y datos y probabilidades, estas a su vez se distribuyen en cuatro unidades que se trabajan durante los dos semestres del año escolar.

En lo que respecta al eje de geometría el programa de estudio nos indica cuales son las metas que se propone alcanzar durante el año escolar las cuales son:

Se espera que, en esta unidad, los estudiantes profundicen el trabajo con áreas de superficie y transformaciones isométricas, temas ya tratados en los niveles anteriores. Específicamente, se trabaja en el cálculo de áreas de triángulos y cuadriláteros y en las transformaciones isométricas, como herramientas para demostrar la comprensión de los procedimientos involucrados en estos cálculos. (MINEDUC, 2013)

Además de trabajar con el contenido respectivo de geometría se trabaja a la par con el eje de medición:

Este eje pretende que los estudiantes sean capaces de cuantificar objetos según sus características, para poder compararlos y ordenarlos. Las características de los objetos ancho, largo, alto, peso, volumen, etc. Permiten determinar medidas no estandarizadas. Una vez que los alumnos han desarrollado la habilidad de hacer estas mediciones, se espera que conozcan y dominen las unidades de medida estandarizadas. Se pretende que sean capaces de seleccionar y usar la unidad apropiada para medir tiempo, capacidad, distancia y peso, usando las herramientas específicas de acuerdo con el objeto de la medición. (MINEDUC, 2013).

La unidad (eje de geometría y medición) está compuesta por siete objetivos de aprendizajes (OA) los cuales proponen una distribución en cuanto a tiempo y

necesidades educativas de los alumnos, cada cual incorpora indicadores de evaluación respectivas a la temática a tratar:

Figura N° 1. Objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación eje de geometría 5° básico.

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
Describir triángulos y cuadriláteros.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Reconocen triángulos y cuadriláteros. ✓ Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus lados. ✓ Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus ángulos.
Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales. (OA 16)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identifican coordenadas de puntos del primer cuadrante del plano cartesiano. ✓ Identifican los puntos extremos de trazos dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano. ✓ Identifican coordenadas de vértices de triángulos y cuadriláteros dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano. ✓ Dibujan triángulos y cuadriláteros en el primer cuadrante del plano cartesiano,

	<p>conociendo las coordenadas de sus</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ vértices.
<p>Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D:</p> <ul style="list-style-type: none"> › que son paralelos › que se intersectan › que son perpendiculares (OA 17) 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identifican aristas y caras paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 3D del entorno. ✓ Identifican aristas paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 2 del entorno. ✓ Muestran líneas paralelas, perpendiculares, además de intersecciones entre ellas, en figuras 2D del entorno. ✓ Identifican aristas y caras que son paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas, en figuras 2D y 3D en medios impresos y electrónicos. ✓ Dibujan figuras 2D o figuras 3D que tienen aristas y caras que son paralelas o perpendiculares. ✓ Describen las caras y aristas de figuras 3D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones. ✓ Describen lados de figuras 2D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.

<p>Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas. (OA 18)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada, rotada o reflejada no experimenta transformaciones en sus ángulos. ✓ Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada, rotada o reflejada no experimenta transformaciones en las medidas de sus lados. ✓ Explican el concepto de congruencia por medio de ejemplos. ✓ Identifican en el entorno figuras 2D que no son congruentes. ✓ Dibujan figuras congruentes y justifican la congruencia en su dibujo.
---	--

Los objetivos de aprendizajes señalados anteriormente están formulados en base a contenidos, habilidades y actitudes de las cuales los alumnos adquirirán una educación integral, a continuación, se mencionan las habilidades a desarrollar presentes en los planes y programas de estudio del presente año escolar.

2.2.1 Habilidades que se desarrollan en la enseñanza de la Geometría

El Currículum nacional nos indica que al trabajar con el eje de geometría y medición en la unidad dos del primer semestre, podemos promover en los estudiantes las siguientes habilidades:

- ✓ Extraer información del entorno y representarla matemáticamente en diagramas, tablas y gráficos.
- ✓ Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática.
- ✓ Comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros.
- ✓ Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos.
- ✓ Documentar el procedimiento para resolver problemas, registrándolo en forma estructurada y comprensible. (MINEDUC, 2013)

Las bases curriculares señalan que, en el plano educativo, las habilidades son importantes, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos. La continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan cada vez más capacidades de pensamiento que sean transferibles a distintas situaciones, contextos y problemas (MINEDUC, 2012). De acuerdo con lo señalado anteriormente en la aplicación del modelo didáctico de Van Hiele es primordial proponer estrategias desafiantes para que el estudiante logre un progreso significativo en sus niveles de razonamiento, para desenvolverse íntegramente en la complejidad de situaciones, que impliquen realizar procedimientos geométricos con el fin de dar una solución concreta al problema a resolver. Y para ello es importante lograr identificar los obstáculos y dificultades que presentan los estudiantes para el aprendizaje de la geometría, a continuación, se señalan algunos de ellos.

2.3 OBSTACULOS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

La geometría es en Chile, y muy probablemente en varios países del mundo, una de las áreas de la matemática que presenta mayores dificultades para ser enseñada y aprendida. (Espinoza, L. Barbé, J. Mitrovich, D. Rojas, D.,2005). El sistema de educación actual está viviendo un periodo de transición el que apuesta en dejar de lado en cierta medida las practica pedagógicas conductistas para dar lugar al constructivismo, metodología basada en el alumno, el cual construye su aprendizaje, convirtiéndose en el actor principal del aprendizaje, pero sin dejar de lado al docente quien es el guía en la construcción del conocimiento, a través de la práctica y la experiencia. No obstante, en el sistema de educación formal, en primaria y secundaria, usualmente los contenidos de geometría son presentados al estudiantado como el producto acabado de la actividad matemática. La enseñanza tradicional de esta disciplina se ha enfatizado en la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. (Gamboa, Ballester, 2010, pág. 127). Chamorro señala cinco posibles causas que aluden a las dificultades que ha tenido la geometría en el aspecto educativo, carencias que intentan explicar por qué no se efectúa una enseñanza optima en la geometría:

- 1- En el diseño curricular existe falta de rigor en el planteamiento o estructuración de los conceptos geométricos que se establecen para la educación básica, contribuyendo a la confusión lingüística y conceptual.
- 2- No se orienta la enseñanza de la geometría en base a su origen espacial.
- 3- La adopción del texto escolar como elemento primordial del currículo, determina un agravamiento de la visión en el alumno.
- 4- La ausencia de materiales didácticos para la construcción de los conceptos geométricos se convierte en una fuente de obstáculos que convierten el aprendizaje de esta materia en algo falto de consistencia y rigor.
- 5- El cambio brusco que se produce respecto a la introducción del espacio que se hace en educación infantil, hace que la enseñanza- aprendizaje de la

geometría sufra de la base fuerte que debe constituir una buena construcción previa del espacio. (Chamorro, 2011)

Para que estas dificultades u obstáculos no interfieran en el aprendizaje de los estudiantes se desarrollan metodologías que logren identificarlos y modificar aquellas concepciones erróneas.

2.4 ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

2.4.1 TEORÍA DE VISUALIZACIÓN

Desde hace varios años que se conoce la estrecha relación que existe entre dos conceptos visualización (visión espacial o imaginación espacial) y la geometría, Gutiérrez (1998) entiende la visualización como el conjunto de tipos de imágenes, procesos y habilidades necesarios para que los estudiantes puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales, modelos y conceptos.

La visualización supone la habilidad para interpretar y comprender la información proveniente de figuras que se usan en el trabajo geométrico y la habilidad para contextualizar y trasladar las relaciones abstractas y la información no figural en términos visuales (Ben-Chaim y Lappan, 1989, citado por Ramírez, 2012).

El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia (Castiblanco et al., 2004). Estos autores, además,

mencionan que el aprendizaje de la geometría se centra principalmente en tres aspectos:

- a) Los procesos de visualización (que constituyen el soporte de la actividad cognitiva en geometría donde la estudiante y el estudiante “evolucionan” en su percepción de los objetos) y su potencial heurístico en la resolución de problemas.
- b) Los procesos de justificación propios de la actividad geométrica.
- c) El papel que poseen las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento geométrico.

La visualización es un proceso de construcción de ideas, donde se puede inducir el contenido a los estudiantes a través de los conocimientos previos que en conjunto a los conocimientos adquiridos podrán generar un desarrollo del pensamiento geométrico acorde al nivel de los alumnos. Sin embargo, existen diferentes autores que proponen una mirada distinta a los procesos de visualización como Raymond Duval quien plantea tres actividades cognitivas fundamentales a desarrollar en los estudiantes para el aprendizaje de la geometría.

2.4.1.1 RAYMOND DUVAL ACERCA DE LA VISUALIZACIÓN

En el aprendizaje de la geometría existen procesos fundamentales para lograr comprender diversos problemas para ello es necesario saber los procesos cognitivos y razonamientos abstractos que desarrollan los estudiantes. De acuerdo con Duval, la enseñanza y el aprendizaje de la geometría involucran, como mínimo, tres actividades cognitivas: la construcción, que alude al diseño de configuraciones mediado por instrumentos geométricos; el razonamiento relacionado con procesos discursivos y la visualización, cuya atención recae en las representaciones espaciales. (Duval citado en Torregrosa, Germán, & Quesada, Humberto. 2007)

Es poco común apreciar en la sala de clases estas tres actividades cognitivas por lo cual se presentan diversos problemas o inconvenientes en la enseñanza de la geometría, Duval (1998) nos menciona alguno de los problemas básicos de la enseñanza de la geometría:

- ✓ La actividad geométrica involucra tres clases de procesos cognitivos: la visualización, el razonamiento y la construcción.
- ✓ Las tres clases de procesos deben ser desarrollados separadamente.
- ✓ Es necesario realizar durante el currículo escolar un trabajo que reconozca los diferentes procesos de visualización y de razonamiento, pues no sólo hay varias formas de ver una figura, sino también de razonamiento.
- ✓ La coordinación entre visualización y razonamiento sólo puede ocurrir realmente tras este trabajo de diferenciación.

La definición y caracterización de los procesos de visualización y razonamiento es un avance en esta línea de conocimiento, ya que separa la acción cognitiva (proceso) de las distintas representaciones e imágenes mentales. En particular, consideramos que la caracterización de los procesos de visualización y razonamiento, al igual que el estudio de su coordinación como puerta de entrada hacia el razonamiento deductivo, resulta de gran importancia para resolver los problemas geométricos (Duval citado en Torregrosa, Germán, & Quesada, Humberto. 2007)

2.4.2 MODELO VAN HIELE

En la didáctica de la geometría han generado una gran influencia y enseñanzas el trabajo desarrollado por Pier Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof para comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico en los alumnos. El modelo de los “niveles de Van hiele” comenzó a proponerse en 1959 y hasta la actualidad se ha demostrado su relevancia en el estudio de la geometría:

En este modelo se proponen cinco niveles jerárquicos para describir la comprensión y el dominio de las nociones y habilidades espaciales. Cada uno de los cinco niveles describe procesos de pensamiento que se ponen en juego ante tareas y situaciones geométricas.

A continuación, se describen las características de los cinco niveles y los tipos de actividades que pueden desarrollarse en cada uno de ellos según Godino, (2002)

Nivel 0: Visualización:

Los objetos de pensamiento en el nivel 0 son formas y se conciben según su apariencia. Los alumnos reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales globales que tienen. Los alumnos que razonan según este nivel son capaces de hacer mediciones e incluso de hablar sobre propiedades de las formas, pero no piensan explícitamente sobre estas propiedades. Lo que define una forma es su apariencia. Un cuadrado es un cuadrado “porque se parece a un cuadrado”. Debido a que la apariencia es el factor dominante en este nivel, esta apariencia puede llevar a atribuir propiedades impertinentes a las formas. Por ejemplo, un cuadrado que se ha girado 45° respecto de la vertical puede que no se considere un cuadrado por un sujeto de este nivel. “Pongo estas formas juntas porque tienen el mismo aspecto”, sería una respuesta típica. *Los productos del pensamiento del nivel 0 son clases o agrupaciones de formas que parecen ser “similares”.*

Nivel 1: Análisis

Los objetos de pensamiento en el nivel 1 son clases de formas, en lugar de formas individuales. Los estudiantes que razonan según este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular. En lugar de hablar sobre este rectángulo, es posible hablar sobre todos los rectángulos. Al centrarse en una clase de formas, los alumnos son capaces de pensar sobre lo que hace que un rectángulo sea un rectángulo (cuatro lados, lados opuestos paralelos, lados opuestos de la misma longitud, cuatro ángulos rectos, diagonales congruentes, etc.). Las características irrelevantes (como el tamaño o la orientación) pasan a un segundo plano. Los estudiantes comienzan a darse cuenta de que una colección de formas pertenece a la misma clase debido a sus propiedades. Si una forma pertenece a la clase de los cubos, tiene las propiedades correspondientes a esa clase. “Todos los cubos tienen seis caras congruentes, y cada una de estas caras es un cuadrado”. Estas propiedades estaban como implícitas en el nivel 0. Los sujetos del nivel 1 pueden ser capaces de listar todas las propiedades de los cuadrados, rectángulos, y paralelogramos, pero no ver las relaciones de inclusión entre estas clases, que todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos. Cuando se les pide que definan una forma, es probable que listen todas las propiedades que conozcan. *Los productos del pensamiento del nivel 1 son las propiedades de las formas.*

Nivel 2: Deducción informal

Los objetos del pensamiento del nivel 2 son las propiedades de las formas. A medida que los estudiantes comienzan a ser capaces de pensar sobre propiedades de los objetos geométricos sin las restricciones de un objeto particular, son capaces de desarrollar relaciones entre estas propiedades. “Si los cuatros ángulos son rectos, la figura es un rectángulo. Si es un cuadrado, todos los ángulos son rectos. Si es un cuadrado, entonces debe ser un rectángulo”. Con una mayor capacidad de usar el razonamiento “si – entonces”, las figuras se pueden clasificar usando sólo un mínimo de características. Por ejemplo, cuatro lados congruentes y al menos un ángulo recto puede ser suficiente para definir un cuadrado.

Los rectángulos son paralelogramos con un ángulo recto. Las observaciones van más allá de las propias propiedades y comienzan a centrarse en argumentos lógicos sobre las propiedades. Los estudiantes del nivel 2 serán capaces de seguir y apreciar un argumento deductivo informal sobre las formas y sus propiedades. “Las demostraciones” pueden ser más de tipo intuitivo que rigurosamente deductivas. Sin embargo, se entiende que un argumento lógico tiene características que obligan a aceptar la conclusión. La comprensión de la estructura axiomática de un sistema deductivo formal no llega a alcanzarse. *Los productos de pensamiento del nivel 2 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.*

Nivel 3: Deducción

Los objetos de pensamiento en el nivel 3 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos. En este nivel los estudiantes son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas. Su pensamiento anterior ha producido conjeturas sobre relaciones entre propiedades. ¿Son correctas estas conjeturas? ¿Son verdaderas? A medida que tiene lugar este análisis de los argumentos informales, la estructura de un sistema completo de axiomas, definiciones, teoremas, corolarios, y postulados comienza a desarrollarse y puede ser considerada como el medio necesario para establecer la verdad geométrica. Los sujetos de este nivel comienzan a apreciar la necesidad de construir un sistema lógico que repose sobre un conjunto mínimo de supuestos y a partir del cual se deriven todas las proposiciones. Estos estudiantes son capaces de trabajar con enunciados abstractos sobre propiedades geométricas y llegar a conclusiones basadas más sobre la lógica que sobre la intuición. Este es el nivel requerido en los cursos de geometría de bachillerato. Un estudiante operando en este nivel 3 puede observar claramente que las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio, de la misma manera que lo puede hacer un estudiante situado en un nivel inferior. Sin embargo, en el nivel 3, se aprecia la necesidad de probar esta proposición a partir de una serie de argumentos deductivos. El estudiante del nivel 2 puede seguir el argumento, pero no reconoce la necesidad de hacer la demostración deductiva. *Los productos del pensamiento del nivel 3 son sistemas axiomáticos deductivos para la geometría.*

Nivel 4: Rigor

Los objetos de pensamiento del nivel 4 son sistemas axiomáticos para la geometría. En el nivel máximo de la jerarquía de pensamiento geométrico propuesto por van Hiele, el objeto de atención son los propios sistemas axiomáticos, no las deducciones dentro de un sistema. Se aprecian las distinciones y relaciones entre los diferentes sistemas axiomáticos. Este es el nivel requerido en los cursos universitarios especializados en los que se estudia la geometría como una rama de las matemáticas. Los productos de pensamiento del nivel 4 son comparaciones y contrastes entre diferentes sistemas axiomáticos de geometría.

Para resumir lo anteriormente señalado se presentará una tabla de articulación de los niveles de razonamiento de Van Hiele, descrita por Gutiérrez y Jaime. (Gutiérrez y Jaime (1998) citado en Aravena, Gutiérrez y Jaime, 2016)

Figura N° 2. Tabla de articulación de los niveles de razonamiento de Van Hiele

Procesos	Nivel 1 <i>Visualización</i>	Nivel 2 <i>Análisis</i>	Nivel 3 <i>Clasificación</i>	Nivel 4 <i>Deducción</i>
Reconocimiento y descripción	Atributos físicos (posición, forma, tamaño)	Propiedades matemáticas		
Uso de definiciones		Definiciones con estructuras simples		Aceptar definiciones equivalentes
Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades necesarias y suficientes	Prueba la equivalencia de definiciones

Clasificación	Exclusiva basada en atributos físicos	Exclusiva basada en atributos matemáticos	Clasificar con diferentes definiciones exclusiva e inclusiva	
Demostración		Verificaciones con ejemplos Demostraciones empíricas	Demostraciones lógicas informales	Demostración matemática formal

Las celdas en blanco de la tabla 1 corresponden a procesos matemáticos que no tienen características específicas en esos niveles de razonamiento. Por ejemplo: una tarea de reconocimiento y descripción de propiedades de un objeto geométrico solo requiere razonamiento de los niveles 1 o 2; por su parte, las características del nivel 1 hacen que los estudiantes en este nivel no sean capaces de usar definiciones matemáticas dadas ni entiendan el concepto de demostración. (Aravena, Gutiérrez y Jaime, 2016).

2.4.3. FASES DE APRENDIZAJE

Para poder alcanzar un mayor nivel de razonamiento los Van Hiele proponen una serie de fases, definidas como criterios para organizar la secuencia de tareas, actividades o problemas que se planteen a los alumnos de manera que se favorezcan su aprendizaje y la mejora de su nivel de razonamiento (Aravena, Gutiérrez y Jaime, 2016).

Fase 1 (información): el profesor plantea actividades que introduzcan a los estudiantes en el nuevo tema de estudio. Las actividades sirven también para que el profesor se informe de los conocimientos previos y el nivel de razonamiento de sus alumnos.

Fase2 (orientación dirigida): los estudiantes empiezan a explorar el nuevo tema de estudio resolviendo actividades y problemas planteados con el objetivo de dirigirlos al resultado correcto, para que descubran, comprendan y aprendan los conceptos y propiedades básicos del tema.

Fase 3 (explicitación): esta fase es transversal a las otras fases. Los estudiantes presentan y argumentan resultados y conclusiones. Se fomenta el diálogo, el intercambio de ideas y la discusión en la clase. El vocabulario utilizado es acorde al nivel de razonamiento.

Fase 4 (orientación libre): los estudiantes aplican los conocimientos adquiridos en las fases anteriores para resolver problemas más complejos o situaciones novedosas. Deben completar y profundizar en su conocimiento, para lo cual se apoyan en lo aprendido en la fase 2.

Fase 5 (integración): el profesor procurará que los estudiantes logren una visión global del tema estudiado, integrando los nuevos conocimientos en una red que los relacione entre sí y con otros contenidos matemáticos pertinentes estudiados con anterioridad.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN - ENFOQUE

La investigación está determinada por un enfoque cuantitativo, ya que de acuerdo a las características del tema se escogió un tema del cual deriva una pregunta de investigación, se plantean un objetivo con sus respectivas hipótesis, se aplicara un pre-test y post-test para medir el nivel del conocimiento y habilidades de los estudiantes, los cuales serán sometidos a validación, además se determinan variables para luego medirlas en un determinado contexto para luego ser analizadas, y finalmente obtener conclusiones. Hernández, Fernández y Baptista (2014), mencionan que una de las características de este enfoque

Se fundamenta en la medición (se miden las variables o conceptos contenidos en las hipótesis). Esta recolección se lleva a cabo al utilizar procedimientos estandarizados y aceptados por la comunidad científica. Para que una investigación sea creíble y aceptada por otros investigadores, debe mostrarse que se siguieron tales procedimientos. Como en este enfoque que se pretende medir, los fenómenos estudiados deben poder observarse o referirse al “mundo real”. (p. 5)

Por otra parte, la información recolectada durante el proceso, será de manera objetiva sin manipulación alguna por parte de las personas que guíen la investigación, sin discriminar en las capacidades de los alumnos y afectar negativamente la aprobación o refutación de las hipótesis planteadas.

Unrau, Grinnell y Williams, señalan otra característica, que apoya lo anteriormente señalado, y es que

La investigación cuantitativa debe ser lo más “objetiva” posible. Los fenómenos que se observan o miden no deben ser afectados por el investigador, quien debe evitar en lo posible que su temores, creencias, deseos y tendencias influyan en los resultados del estudio o interfieran en los

procesos y que tampoco sean alterados por las tendencias de otros. (Unrau, Grinnell y Williams, 2005, citados en Hernández, Fernández y Baptista, (2014), p. 6)

3.2 DISEÑO DE ESTUDIO

El tipo de investigación que fundamenta nuestra indagación es experimental ya que, a través de la implementación de una secuencia basada en el modelo didáctico de Van Hiele, en el contexto del aula creando una situación correspondiente a la unidad de geometría, en el nivel de quinto año básico. El diseño es pre-experimental ya que cuenta con la aplicación de una pre prueba/post prueba, además se trabajará con dos cursos (quinto año A y quinto año B), donde existe un solo grupo control, sin la presencia de otro con el cual se pueda comparar resultados. [...] existe un punto de referencia inicial para ver qué nivel tenía el grupo en la(s) variable(s) antes del estímulo. Es decir, hay un seguimiento del grupo” (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 141) de esta manera es posible cuantificar mediante los resultados, lo significativo que es desde el punto de vista de la generación del conocimiento, la implementación de la modelización como estrategia de enseñanza-aprendizaje.

3.3 ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

El alcance de la investigación es correlacional debido a que determinaremos si una hay una relación entre las variables y le daremos un sentido de explicación a esa relación, las cuales nos evidenciaran si nuestras hipótesis se comprueban. Tal como lo describe Hernández, Fernández y Baptista:

Los estudios correlacionales, al evaluar el grado de asociación entre dos o más variables, miden cada una de ellas (presuntamente relacionadas) y, después, cuantifican y analizan la vinculación. Tales correlaciones se sustentan en hipótesis sometidas a prueba. (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p.93).

3.4 UNIVERSO/POBLACIÓN

La población determinada para el desarrollo de la investigación corresponde a los alumnos de segundo ciclo de la Escuela Pedro Ruiz Aldea E-885, Los Ángeles.

3.5 MUESTRA

La muestra seleccionada para la realización del trabajo, está determinada por los estudiantes de los quintos años básicos de la Escuela Pedro Ruiz Aldea E-885, Los Ángeles.

El número total de alumnos que pertenecen a los quintos años básicos, son 41 en 5° A y 39 5° B con un total de 80 alumnos el 100% de la muestra; corresponden a 40 niñas, el 50% del total y 40 a niños, el 50% del total, distribuidos por género.

La muestra corresponde a la clasificación de muestra no probabilística ya que la elección del curso, estuvo determinada por las características de la investigación, es decir la muestra es seleccionada en función a su accesibilidad ya que los sujetos son fáciles de reunir facilitando el proceso , por otra parte está la intencionalidad de los investigadores, curso designados a intervenir pedagógicamente por la escuela

dentro del periodo de práctica profesional, además la implementación de la secuencia didáctica de Van Hiele está dirigida a la unidad de geometría, contenido tratado en quinto año básico, de acuerdo a las bases curriculares del presente año.

Cabe mencionar que dentro de la muestra 15 alumnos presentaban un diagnóstico, ya sea de déficit atencional, asperger, déficit atencional con hiperactividad donde se trabajó en conjunto con la educadora diferencial de cada curso siguiendo los contenidos de forma paralela al resto de los cursos.

3.7 VARIABLES

3.7.1 Variable Dependiente

La variable dependiente de investigación corresponde a los niveles de logro de los conocimientos y habilidades adquiridas por los alumnos en el eje de geometría, señaladas en las bases curriculares del año 2013 implementadas por el MINEDUC, para el nivel de enseñanza de quinto básico.

3.7.2 Variable Independiente

La variable independiente de investigación corresponde a la intervención realizada, basada en la aplicación de una estrategia metodológica didáctica para generar conocimiento matemático en el eje de geometría, en quinto año básico.

3.8. DEFINICIÓN OPERACIONAL Y CONCEPTUAL DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

Figura N° 3. Definición operacional y conceptual de la variable dependiente.

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL
Niveles de logro de los conocimientos y habilidades en el eje de geometría.	Niveles de logro de aprendizaje de los estudiantes de 5° año básico, son los conocimientos y habilidades adquiridos por los	Se establece una escala de apreciación con los siguientes indicadores:

	<p>alumnos a través del estudio de la geometría.</p> <p>Se espera que los estudiantes aprendan a reconocer, visualizar y dibujar figuras, y a describir las características y propiedades de figuras 2D y 3D en situaciones estáticas y dinámicas. Se entregan algunos conceptos para entender la estructura del espacio y describir con un lenguaje más preciso lo que ya conocen en su entorno. El estudio del movimiento de los objetos la reflexión, la traslación y la rotación busca desarrollar tempranamente el pensamiento espacial de los alumnos.</p> <p>En la educación básica se busca desarrollar el pensamiento matemático. En este desarrollo, están involucradas cuatro habilidades interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Todas ellas tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos</p>	<p>a) No logrado: no manifiesta la conducta.</p> <p>b) Medianamente logrado: entiende y manifiesta la conducta.</p> <p>c) Logrado: entiende y se manifiesta la conducta.</p>
--	---	--

	para resolver los problemas propios de la matemática (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos. (MINEDUC, 2013)	
--	---	--

3.9 VIABILIDAD DE LA INVESTIGACIÓN

La implementación de una estrategia de enseñanza basada en la metodología didáctica basada en el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría se considera que es una investigación completamente viable, ya que se cuenta con el apoyo del establecimiento educacional (Escuela Pedro Ruiz Aldea, comuna de Los Ángeles) a intervenir, los directivos, docentes y profesora encargada de guiar el proceso de práctica profesional. En cuanto a los recursos materiales a aplicar durante la investigación serán recopilados y diseñados por los alumnos practicantes en caso de ser necesario.

3.10. INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE DATOS

Las técnicas o instrumentos aplicados para reunir datos, corresponden a dos pruebas o test. Un pre test para realizar un diagnóstico y conocer la situación actual de los estudiantes con respecto al nivel de razonamiento que tienen en el eje temático de geometría. Luego de realizada la intervención se realizará un Post test, para evaluar y determinar los logros y avances alcanzados.

Estas herramientas de recolección de datos fueron validadas por los expertos, Sra. María Alejandra Valencia Pacheco, Sr. Harry Cifuentes Saldaña y Sra. Lilian Vargas Villar, especialistas en el área de la matemática.

3.10.1 Pre Test

Esta prueba fue elaborada a partir de los objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación presentados en los programas de estudio de cuarto y quinto año básico entregados por el Ministerio de Educación de Chile. Es un test adecuado al nivel educacional de los estudiantes y validado por tres profesores del área de las matemáticas, Sra. María Alejandra Valencia, Sr. Harry Cifuentes Saldaña y Sra. Lilian Vargas Villar quienes validaron el instrumento.

Para la realización de esta prueba se estableció una tabla de especificaciones, figura n°4.

La prueba consta de 9 ítems con un total de 38 preguntas las cuales son de completación y desarrollo.



Figura N° 4. Tabla de construcción de pre test

NI= Numero de ítem **CI**= Cantidad de ítems **T** = Total

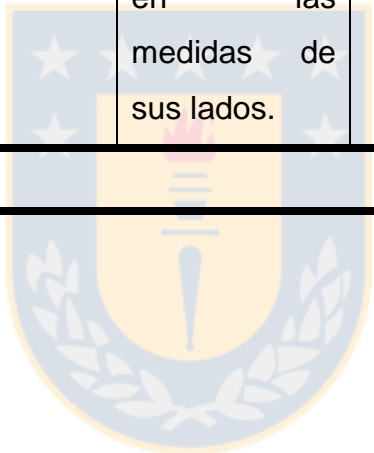
Objetivo de Aprendizaje	Indicadores		Actividades	NI	CI	T (%)	
	Categoría 1	Nivel 0					Nivel 1
Describir triángulos y cuadriláteros.	Reconocen triángulos y cuadriláteros.		Lee cada afirmación y completa lo que falta.	1 a) b) c) d) e) f)	2	20	
		Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus lados.					2 a) b) c) d) e) f) g) h) i)
		Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus ángulos.					
Identificar y dibujar puntos en el primer		Identifican coordenadas de puntos del primer	Observa el plano cartesiano y	3 a)	2	20	

cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales.		cuadrante del plano cartesiano.	completa el enunciado: Determina las coordenadas de la figura 2D			
		Identifican los puntos extremos de trazos dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano.	Determina las coordenadas de la figura 2D	3 a)		
		Identifican coordenadas de vértices de triángulos y cuadriláteros dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano.	Determina las coordenadas de la figura 2D.	3 a)		
		Dibujan triángulos y cuadriláteros en el primer cuadrante del plano cartesiano,	Dibuja un triángulo y un cuadrado en el primer cuadrante dadas sus coordenadas.	5 a) b)		

		conociendo las coordenadas de sus vértices.				
Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: ›que son paralelos ›que se intersectan ›que son perpendiculares	Identifican aristas y caras paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 3D del entorno.		Observa la imagen y sigue las indicaciones que aparecen a continuación. Pinta las aristas y un par de lados paralelos del cubo.	4	4	40
	Identifican aristas paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 2D del entorno.		Pinta de color rojo un par de lados que son paralelas. Pinta de color azul una intersección entre los lados del cuadrilátero.	3		
		Describen las caras y aristas de figuras 3D,	Describe a partir de una figura 3D, sus lados	6		

		usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.	perpendiculares, paralelos e intersecciones.			
		Describen lados de figuras 2D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.	Observa la imagen y responde: Señalan los pares de lados paralelos, perpendiculares e intersecciones del rectángulo. Justifica tu respuesta.	7 b) e)g)		
Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la		Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada y reflejada no experimenta transformaciones	Observan las figuras 2D y comparan como es la medida de los ángulos correspondientes entre	8 a) c) 9 b)	2	20

rotación en cuadrículas.		en sus ángulos.	ambas figuras.			
		Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada y reflejada no experimenta transformaciones en las medidas de sus lados.	Identifican la transformación que sufrió la figura 2D y explican su decisión.	8 b) 9 a) c)		
TOTAL		10	100			



3.10.2. Post Test

Esta prueba fue elaborada a partir de los objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación presentados en los programas de estudio de cuarto y quinto año básico entregados por el Ministerio de Educación de Chile. Es un test adecuado al nivel educacional de los estudiantes y validado por tres profesores del área de las matemáticas, Sra. María Alejandra Valencia, Sr. Harry Cifuentes Saldaña y Sra. Lilian Vargas Villar quienes validaron el instrumento.

Para la realización de esta prueba se estableció una tabla de especificaciones, la que se encuentra adjunta en la siguiente página.

La prueba consta de 10 ítems con un total de 46 preguntas las cuales son de completación y desarrollo. Sin embargo, la diferencia que se establece con la prueba anterior es que en el post test se le agregan ítems en los cuales los alumnos deberán expresar una escritura y simbología matemática, además de realizar transformaciones isométricas.

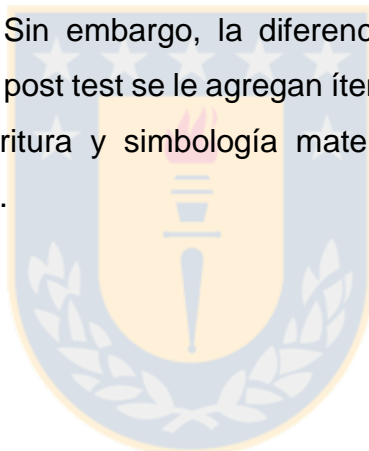


Figura N° 5. Tabla de construcción de Post Test

NI= Numero de ítem CI= Cantidad de ítems T= Total

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores		Actividades	NI	CI	T (%)
	Categoría 1	Nivel 0				
Describir triángulos y cuadriláteros.	Reconocen triángulos y cuadriláteros.		Lee cada afirmación y completa lo que falta.	1	2	
		Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus lados.		2 a) b) c) d) e) f)		
		Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus ángulos.		2 a) b) c) d) e) f) g) h) i) j)		

Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales.		Identifican coordenadas de puntos del primer cuadrante del plano cartesiano.	Observa el plano cartesiano y completa el enunciado: Determina las coordenadas de la figura 2D	3 a)	2	
		Identifican los puntos extremos de trazos dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano.	Determina las coordenadas de la figura 2D	3 a)		
		Identifican coordenadas de vértices de triángulos y cuadriláteros dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano.	Determina las coordenadas de la figura 2D.	6 a) b)		
		Dibujan triángulos y cuadriláteros en el primer	Dibuja un triángulo y un cuadrado en el primer	6 a) b)		

		cuadrante del plano cartesiano, conociendo las coordenadas de sus vértices.	cuadrante dadas sus coordenadas.			
Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: >que son paralelos >que se intersectan >que son perpendiculares	Identifican aristas y caras paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 3D del entorno.		Observa la imagen y sigue las indicaciones que aparecen a continuación. Pinta las aristas y un par de lados paralelos del cubo.	4 a) b) 10 a) b)	4	
	Identifican aristas paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 2D del entorno.		Pinta de color rojo un par de lados que son paralelas. Pinta de color azul una intersección entre los lados del cuadrilátero.	5 a) 7 fig. 1 fig. 2 a) c) d) e) f)		

		<p>Describen las caras y aristas de figuras 3D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.</p>	<p>Describe a partir de una figura 3D, sus lados perpendiculares, paralelos e intersecciones.</p>	<p>10 a) b)</p>		
		<p>Describen lados de figuras 2D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.</p>	<p>Observa la imagen y responde: Señalan los pares de lados paralelos, perpendiculares e intersecciones del rectángulo. Justifica tu respuesta.</p>	<p>5 b) 7 Fig. 1 Fig. 2 b)</p>		
<p>Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación y la</p>		<p>Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada y reflejada no experimenta</p>	<p>Observan las figuras 2D y comparan como es la medida de los ángulos correspondientes</p>	<p>8 Fig.1 Fig.2 a) b)</p>	<p>2</p>	

reflexión en cuadrículas.		transformaciones en sus ángulos.	es entre ambas figuras.			
		Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada y reflejada no experimenta transformaciones en las medidas de sus lados.	Identifican la transformación que sufrió la figura 2D y explican su decisión.	8 Fig.1 Fig.2 c 9 a) b)		
TOTAL					10	100

3.11. APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS

El Pre Test y Post Test elaborados fueron aplicados en las siguientes fechas, según los horarios de matemática de cada curso.

Figura N° 6. Fechas de aplicación Pre test y Post test.

Prueba	5° A	5° B
Pre Test	02 de junio del 2017	01 de junio del 2017
Post Test	04 de julio del 2017	04 de julio del 2017

Cada prueba Pre Test y Post Test fueron aplicados en dos horas pedagógicas, equivalentes a 90 minutos. El procedimiento desarrollado en cada aplicación de pruebas fue: entregar a cada estudiante la evaluación, dar las instrucciones generales de cómo desarrollar cada ítem, y un tiempo para responder preguntas. Durante el transcurso de cada prueba se monitorio el trabajo de los estudiantes.

3.12. DESCRIPCIÓN INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

La propuesta de intervención pedagógica realizada en la Escuela Pedro Ruiz Aldea de la ciudad de Los Ángeles, en los quintos años básicos A y B, se centró y orientó en el modelo de enseñanza Van hiele. Para ello se debió de modificar las planificaciones institucionales de la escuela, sin alterar los objetivos propuestos por el Ministerio de educación de Chile, para obtener los resultados esperados en nuestra investigación.

La implementación de la secuencia didáctica estaba planificada para un total de 18 clases considerando las horas pedagógicas determinadas por los planes y programas para la unidad de geometría, sin embargo la extensión de la unidad previa (números y operaciones) por actividades extra programáticas del establecimiento, entre otros, se debió modificar la cantidad de clases a un total de 7 clases afectando la aplicación de la secuencia a la totalidad de objetivos presentes en la unidad.

La implementación de esta metodología de trabajo tuvo una duración de cinco semanas (18 horas pedagógicas en total), las cuales partieron en la primera semana de junio hasta la primera semana de julio del año 2017. Se desarrollaron durante las horas correspondientes a la asignatura de matemáticas de los estudiantes. (Ver planificaciones en anexos)

Figura N° 7. Calendario de intervenciones en el establecimiento educacional por curso.

Clases	5° A	5° B	Anexo
Pre Test	02 de junio	01 de junio	Ver anexo 1
Clase 1	06 de junio	05 de junio	Ver anexo 5
Clase 2	07 de junio	06 de junio	Ver anexo 5
Clase 3	08 de junio	07 de junio	Ver anexo 5
Clase 4	13 de junio	12 de junio	Ver anexo 5
Clase 5	20 de junio	19 de junio	Ver anexo 5
Clase 6	21 de junio	20 de junio	Ver anexo 5
Clase 7	22 de junio	21 de junio	Ver anexo 5
Post Test	04 de julio	04 de julio	Ver anexo 3

3.13. PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS ESTADÍSTICOS

Para realizar los respectivos análisis de datos de los resultados de nuestra investigación se utilizó el programa estadístico computacional S.P.S.S. (Statistical Package for the Social Sciences).

Se realizó un contraste de hipótesis mediante la prueba *t* de Student a partir de muestras relacionadas para así corroborar, la efectividad de la intervención en los alumnos y alumnas.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo detallaremos los resultados obtenidos y análisis de los datos de nuestros instrumentos evaluativos, Pre Test y Post Test, el análisis es del tipo cuantitativo, y se contrastarán o compararán los resultados iniciales con la prueba diagnóstica o Pre Test y la prueba Final Post Test.

Los datos serán presentados a través de tablas de distribución de frecuencia y organizados de acuerdo a los objetivos de aprendizaje en los cuales se basó esta intervención, además de los indicadores de evaluación que son orientaciones para el trabajo con los estudiantes de quinto año básico. A continuación, se presentan los objetivos e indicadores trabajados.

Figura N° 8. Objetivos de aprendizajes e indicadores de logro de la asignatura de matemáticas para quinto año básico.

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
Describir triángulos y cuadriláteros.	<ul style="list-style-type: none"><li data-bbox="873 1037 1393 1150">✓ Reconocen triángulos y cuadriláteros.<li data-bbox="873 1178 1393 1438">✓ Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus lados.<li data-bbox="873 1472 1393 1732">✓ Determinan las características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus ángulos.

<p>Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales. (OA 16)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identifican coordenadas de puntos del primer cuadrante del plano cartesiano. ✓ Identifican los puntos extremos de trazos dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano. ✓ Identifican coordenadas de vértices de triángulos y cuadriláteros dibujados en el primer cuadrante del plano cartesiano. ✓ Dibujan triángulos y cuadriláteros en el primer cuadrante del plano cartesiano, conociendo las coordenadas de sus ✓ vértices.
<p>Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D:</p> <ul style="list-style-type: none"> › que son paralelos › que se intersectan › que son perpendiculares (OA 17) 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identifican aristas y caras paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas en figuras 3D del entorno. ✓ Identifican aristas paralelas, perpendiculares e intersecciones

	<p>entre ellas en figuras 2 del entorno.</p> <ul style="list-style-type: none">✓ Muestran líneas paralelas, perpendiculares, además de intersecciones entre ellas, en figuras 2D del entorno.✓ Identifican aristas y caras que son paralelas, perpendiculares e intersecciones entre ellas, en figuras 2D y 3D en medios impresos y electrónicos.✓ Dibujan figuras 2D o figuras 3D que tienen aristas y caras que son paralelas o perpendiculares.✓ Describen las caras y aristas de figuras 3D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.✓ Describen lados de figuras 2D, usando términos como paralelas, perpendiculares, intersecciones.
--	--

<p>Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas. (OA 18)</p>	<ul style="list-style-type: none">✓ Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada, rotada o reflejada no experimenta transformaciones en sus ángulos.✓ Demuestran, por medio de ejemplos, que una figura trasladada, rotada o reflejada no experimenta transformaciones en las medidas de sus lados.✓ Explican el concepto de congruencia por medio de ejemplos.✓ Identifican en el entorno figuras 2D que no son congruentes.✓ Dibujan figuras congruentes y justifican la congruencia en su dibujo.
---	--

Para realizar el análisis de las pruebas, se plantearán dos hipótesis con la finalidad de rechazar o validar alguna de ellas.

Figura N° 9. Relación entre hipótesis específica y objetivos de aprendizaje.

Hipótesis	
<p>H₂: Existen diferencias significativas en el promedio de nivel de logro del objetivo de aprendizaje sobre: Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales, luego de aplicada la metodología basada en el modelo Van Hiele.</p>	<p>Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales. (OA 16)</p>
<p>H₃: Existen diferencias significativas en el promedio de nivel de logro del objetivo de aprendizaje sobre: Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: que son paralelos, que se intersecan, que son perpendiculares, luego de aplicada la metodología basada en el modelo Van Hiele.</p>	<p>Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: › que son paralelos › que se intersecan › que son perpendiculares (OA 17)</p>
<p>H₄: Existen diferencias significativas en el promedio de nivel de logro del objetivo de aprendizaje sobre: Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas, luego de aplicada la metodología basada en el modelo Van Hiele.</p>	<p>Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas. (OA 18)</p>

Niveles de razonamiento según modelo Van Hiele

En la investigación se trabajó con los dos primeros niveles del modelo de Van Hiele de acuerdo a los rangos etarios de los estudiantes:

Nivel 0 Visualización:

Los objetos de pensamiento en el nivel 0 son formas y se conciben según su apariencia. Los alumnos reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales globales que tienen. Los alumnos que razonan según este nivel son capaces de hacer mediciones e incluso de hablar sobre propiedades de las formas, pero no piensan explícitamente sobre estas propiedades.

Nivel 1: Análisis

Los estudiantes que razonan según este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular. Los estudiantes comienzan a darse cuenta de que una colección de formas pertenece a la misma clase debido a sus propiedades. Los sujetos del nivel 1 pueden ser capaces de listar todas las propiedades de los cuadrados, rectángulos, y paralelogramos, pero no ver las relaciones de inclusión entre estas clases, que todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos.

4.1. RESULTADOS SOBRE EL LOGRO DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Tabla N°1. Distribución de frecuencias de cada objetivo de aprendizaje planteados en el eje de geometría.

Objetivo de aprendizaje	PRE TEST (N=80)			POST TEST (N=80)		
	NL	ML	L	NL	ML	L
	N°	N°	N°	N°	N°	N°
	Alumnos (%)	Alumnos (%)	Alumnos (%)	Alumnos (%)	Alumnos (%)	Alumnos (%)
OA previo	28 (35)	42 (52,2)	10 (12,5)	0 (0)	20 (25)	60 (75)
OA 16	36 (45)	41(51,25)	3 (3,75)	4 (5)	31 (38,7)	45 (56,25)
OA 17	42 (52,5)	31(38,75)	7 (8,75)	1 (1,25)	24 (30)	55 (68,75)
OA 18	46 (57,5)	29(36,25)	5 (6,25)	15 (18,7)	44 (55)	21 (26,25)

Con respecto a los objetivos de aprendizaje previos, el 35% de los estudiantes no ha logrado reflejar los conocimientos y habilidades adquiridos en cursos anteriores, en el área de matemáticas, eje de geometría, específicamente en contenidos relacionados con describir triángulos y cuadriláteros. Además un 52,2% de los alumnos medianamente logra reconocer triángulos y cuadriláteros, determinar características de triángulos y cuadriláteros en función de la cualidad de sus ángulos y lados, siendo un porcentaje considerable ya que estos conocimientos son la base para la implementación de la estrategia metodológica – didáctica de Van Hiele, un 45% de los alumnos no logra identificar coordenadas en el plano cartesiano, donde presentan falencias en la escritura del orden correcto de la abscisa y ordenada, y un 51,25% domina medianamente estos aprendizajes. Donde se presenta una de las mayores debilidades por parte de alumnos es, describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D; identificar líneas paralelas, intersecciones y perpendiculares, de la totalidad de los estudiantes un 52,5 % no cumple con los criterios de aprobación para este objetivo. En cuanto al contenido de transformaciones isométricas, el 57,5% no comprende el concepto de

congruencia, no identifica figuras trasladadas o reflejadas en cuadrículas. Sin embargo, en la misma tabla se pueden observar los resultados finales luego de realizada la intervención, aumentando en más del 50% el logro de aprendizaje de los objetivos planteados. Se destaca el aumento significativo de los estudiantes en el aprendizaje de los objetivos previos, donde el 75% ha adquirido dichos conocimientos y habilidades.

Con respecto a los objetivos planteados para quinto año básico en el eje de geometría, es posible observar un logro en el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes, un 68,75 % es capaz de ubicar puntos en plano cartesiano, determinar figuras geométricas dadas sus coordenadas, registrar lados de figuras 2D utilizando simbología matemática, el 56,25% de los alumnos identifica líneas paralelas, intersecciones y perpendicularidad, reconociendo sus propiedades y solo el 5% no domina los conocimientos anteriormente descritos para este objetivo de aprendizaje (OA 17). En esta medición el 71,25% de los estudiantes dibuja figuras congruentes usando la traslación y la reflexión, además demuestran de manera concreta que la medida de los ángulos y lados de la figura no experimenta cambios, revelando un gran avance respecto de la evaluación inicial.

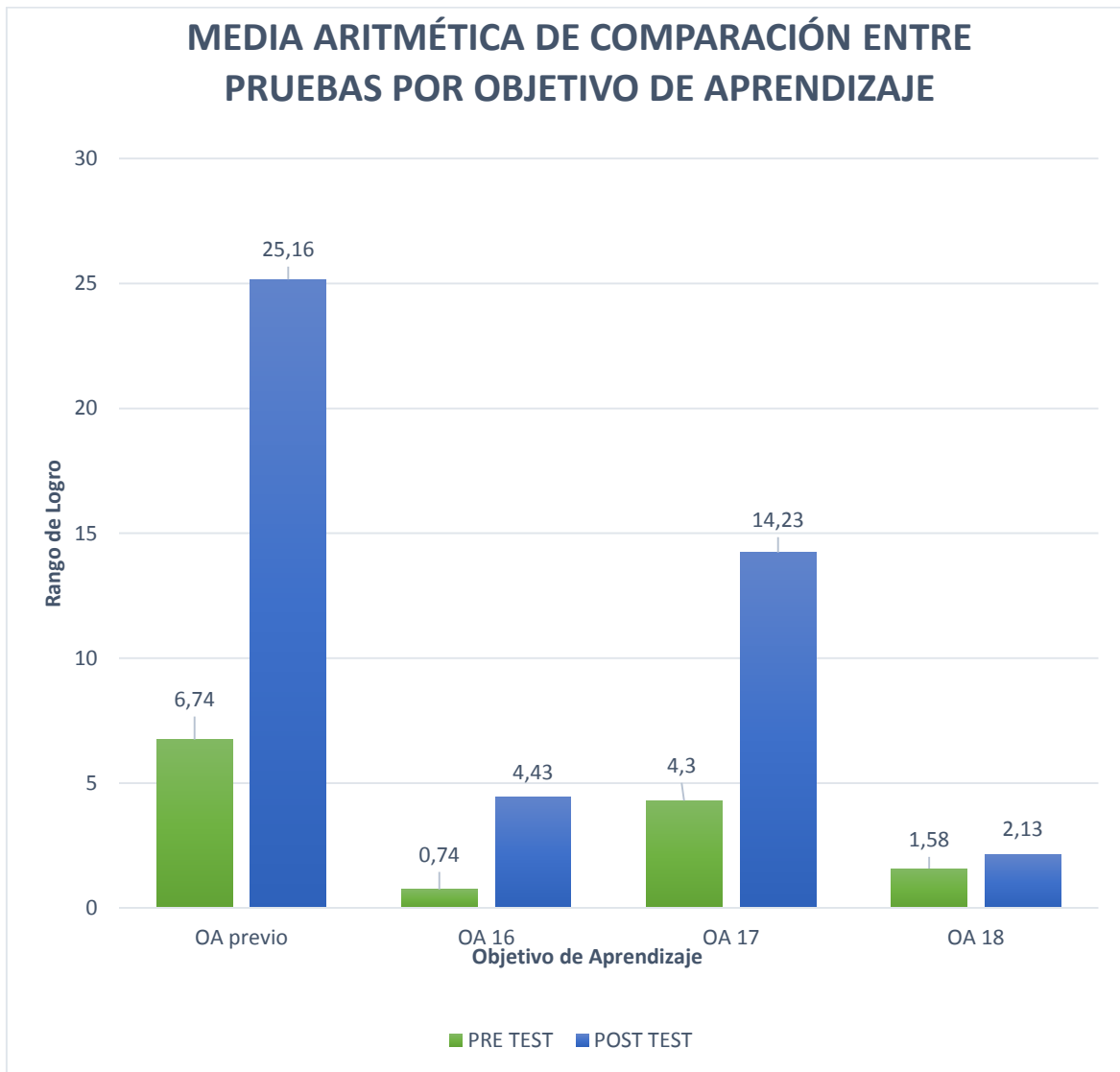
Tabla N° 2. Media y desviación estándar de comparación entre el Pre Test y el Post Test por cada Objetivo de aprendizaje.

Objetivos de Aprendizaje	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST
	Media	Media	Desviación estándar	Desviación estándar
OA previo	6,74	25,16	2,438	3,286
OA 16	0,74	4,43	0,838	1,100
OA 17	4,30	14,23	1,753	2,475
OA 18	1,58	2,13	1,088	0,877

En la tabla se observa que en la primera recolección de datos indica que la media obtenida tiende a arrojar valores muy bajo lo cual indica que los estudiantes tenían un déficit considerable en los conocimientos previos adquiridos por los estudiantes no superando el 6,74 considerando que el puntaje máximo es de 12 puntos. Sin embargo, en la segunda medición la tendencia es hacia una mejora en la media, superando significativamente los valores obtenidos en la primera recolección de datos.

Para visualizar de una mejor manera esta diferencia a continuación se muestra un gráfico de barras correspondiente.

Grafico N°1. Media aritmética de comparación entre el Pre Test y Post Test por cada objetivo de aprendizaje.



En el grafico N° 1 se observan diferencias entre los resultados obtenidos en ambas evaluaciones.

Para conocer si las diferencias son significativas entre la primera evaluación y segunda evaluación, Pre Test y Post Test respectivamente, se sometieron los resultados a un análisis estadístico para comparar medias entre ambos grupos, específicamente la prueba *t* para muestras relacionadas. La cual se emplea a un

grupo de personas, la prueba t es elaborada de tal manera que incluyen las mismas variables. Se evaluará a cada persona tanto en el tiempo 1 y después de aplicada la intervención, tiempo 2. Los resultados de los análisis se pueden observar en la tabla número 3.

Tabla N° 3. Comparación entre el Pre Test y Post Test sobre el nivel de logro de los objetivos de aprendizaje planteados para el eje de Geometría.

Objetivo de aprendizaje	Descripción	t	gl	$Sig.$	Dif. a favor
OA previo	Describir triángulos y cuadriláteros.	- 40,885	79	0,000	1<2*
OA 16	Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales.	- 23,382	79	0,000	1<2*
OA 17	Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: <ul style="list-style-type: none"> - Que son paralelos - Que se intersecan - Que son perpendiculares 	- 29,212	70	0,000	1<2*
OA 18	Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación y la reflexión en cuadrículas.	- 3,725	79	0,000	1<2*

* Objetivos de aprendizaje que presentan en promedio diferencias estadísticamente significativas a favor de la segunda aplicación.

La tabla N° 3, presenta los cuatro objetivos de aprendizaje, correspondiente a los conocimientos previos y los tres restantes a los que se plantean para quinto año en el eje de geometría según los planes y programas de estudio, presentando resultados estadísticamente favorables.

Los cuatro objetivos presentan resultados favorables a la segunda aplicación, a partir de las diferencias de medias, de lo cual se puede inferir que las habilidades y conocimientos de los estudiantes han sido modificados a partir de la intervención realizada. Concluyendo que:

- Describir triángulos y cuadriláteros [$t(80) = -40,885$; $p= 0,000$].
- Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales [$t(80) = -23,382$; $p= 0,000$], correspondiente a la H₂.
- Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D:
 - Que son paralelos
 - Que se intersecan
 - Que son perpendiculares [$t(80) = -29,212$; $p= 0,000$], correspondiente a la H₃.
- Demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación y la reflexión en cuadrículas [$t(80) = -3,725$; $p= 0,000$], correspondiente a la H₄.

4.2. RESULTADOS SOBRE EL NIVEL DE RAZONAMIENTO EN EL QUE SE ENCUENTRAN LOS ESTUDIANTES

A continuación, se muestra el análisis correspondiente al nivel de razonamiento geométrico alcanzado por los estudiantes, los criterios que se señalan son una síntesis de escritos de los propios esposos Van Hiele y de otros autores posteriores que han investigado sobre las características de los niveles: Burger, Shaughnessy (1986); Crowley (1987); Fuys, Geddes, Tischler (1988); Jaime, Gutiérrez (1990), Van Hiele (1957), (1986); Van Hiele-Geldof (1957). (Ángel Gutiérrez y otros, 1994). A lo mencionado anteriormente a cada pregunta elaborada tanto en el Pre Test como en el Post Test se le asignó un nivel de razonamiento.

Aquellas respuestas que cumplan con la totalidad de los criterios mencionados en la Figura N° 10 se le promediara con puntaje 2 por lo tanto corresponderán al nivel de razonamiento geométrico del nivel 1.

Figura N° 10. Descripción de criterios de acuerdo al nivel de razonamiento de los estudiantes.

NIVELES DE VAN HIELE	CRITERIOS
NIVEL 0	<ul style="list-style-type: none"> • Perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades. Los estudiantes se limitan a describir el aspecto físico de las figuras. • Perciben las figuras como objetos individuales, es decir que los estudiantes no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase. • Comparan y clasifican figuras geométricas basándose en su apariencia global. Por ejemplo, suelen utilizar expresiones como "... se parece a ...", "... tiene la forma de ...", "... es como ...", etc.

	<ul style="list-style-type: none"> • No reconocen explícitamente como tales las propiedades Matemáticas de las figuras: Aunque los estudiantes de este nivel pueden reconocer algunas propiedades o elementos de una figura, éstas no juegan un papel apreciable en el reconocimiento de dicha figura. • Identifican partes de una figura, pero: <ul style="list-style-type: none"> a) No analizan una figura en términos de sus componentes. b) No piensan en las propiedades como características de una clase de figuras. c) No hacen generalizaciones sobre formas ni usan un lenguaje apropiado.
<p>NIVEL 1</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparan figuras mediante el uso explícito de propiedades de sus componentes. • Son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades matemáticas. Pueden describir sus partes y enunciar sus propiedades, siempre de manera informal, utilizando vocabulario apropiado para componentes y relaciones (por ejemplo, "lados opuestos", "los ángulos correspondientes son iguales", "las diagonales se cortan en el punto medio", etc.). • Cuando se les pide que definan una figura, recitan una lista de propiedades necesarias para identificar la figura, en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes. • Utilizan un vocabulario matemático adecuado, acompañado de la simbología geométrica correspondiente a las propiedades de las figuras mencionadas.

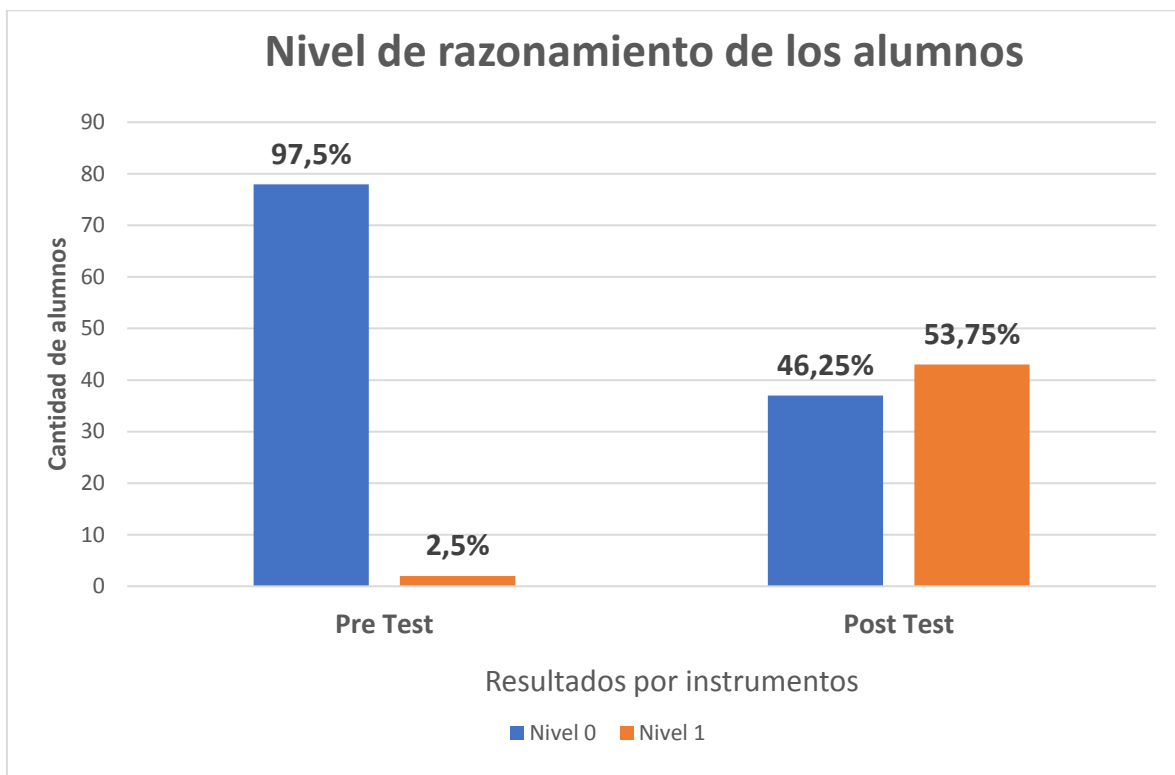
Tabla N° 4. Distribución de los niveles de razonamiento de acuerdo a los resultados obtenidos por los alumnos.

Nivel de razonamiento geométrico	Pre Test (N=80) N° Alumnos (%)	Post Test (N=80) N° Alumnos (%)
Nivel 0	78 (97,5)	37(46,25)
Nivel 1	2 (2,5)	43(53,75)

La tabla N° 4 indica el nivel de razonamiento geométrico obtenido por los alumnos en el Pre test, antes de realizar la intervención, donde el 97,5 % de los estudiantes alcanza un nivel de razonamiento 0 donde solo logran identificar figuras por su apariencia global, limitándose a describir aspectos físicos y establecer características similares entre ellas. Luego de la aplicación de la estrategia metodológica-didáctica del modelo de Van Hiele, los cambios son significativos ya que un 53,75% de la muestra logra un nivel de razonamiento geométrico 1, los estudiantes son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades matemáticas, además adquieren un vocabulario matemático más elaborado que el nivel anterior.

El siguiente grafico muestra de manera más clara los resultados mencionados anteriormente.

Grafico N° 2. Resultados del nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes.



V. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

5.1. CONCLUSIONES

Con un valor p. correspondiente a 0,000 se rechaza la hipótesis nula, y se acepta la hipótesis alternativa, por lo tanto, se concluye que hay diferencias significativas en el promedio de nivel de logro obtenido por los alumnos y alumnas en el objetivo de aprendizaje sobre identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales del Pre test y Post test, luego de aplicada la metodología basada en el modelo de Van Hiele.

Con un valor p. correspondiente a 0,000 se rechaza la hipótesis nula, y se acepta la hipótesis alternativa, por lo tanto, se concluye que hay diferencias significativas en el promedio de nivel de logro obtenido por los alumnos y alumnas en el objetivo de aprendizaje sobre describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: que son paralelos, que se intersecan y que son perpendiculares del Pre test y Post test, luego de aplicada la metodología basada en el modelo de Van Hiele.

Con un valor p. correspondiente a 0,000 se rechaza la hipótesis nula, y se acepta la hipótesis alternativa, por lo tanto, se concluye que hay diferencias significativas en el promedio de nivel de logro obtenido por los alumnos y alumnas en el objetivo de aprendizaje sobre demostrar que comprende el concepto de congruencia, usando la traslación y la reflexión en cuadrículas del Pre test y Post test, luego de aplicada la metodología basada en el modelo de Van Hiele.

Por lo tanto, se aprueba la hipótesis alternativa la cual nos indica que los resultados obtenidos en el Post Test demuestran un aumento del nivel de razonamiento geométrico en comparación al Pre Test aplicado antes de realizar la intervención, es decir un porcentaje considerable de los estudiantes cumplen con los criterios de aprendizaje de acuerdo al nivel alcanzado. Por lo tanto, la implementación de las fases de aprendizaje propuestas por el modelo Van Hiele,

más los conocimientos previos y la utilización de material concreto en cada clase ha sido un complemento ideal para lograr los resultados.

Los datos obtenidos luego de la aplicación de Pre test, reflejaron que los alumnos y alumnas no tenían el dominio de los aprendizajes previos necesarios para trabajar con la metodología a intervenir, por lo cual antes de comenzar la unidad de geometría correspondiente a quinto año básico se debió de enriquecer y reforzar los contenidos, para alcanzar una nivelación optima de los contenidos señalados por los planes y programas de estudio de cursos anteriores. Para lograr este avance se trabajó con el concepto de visualización siendo de gran utilidad desde el punto de vista cognitivo ya que, como señala Ramírez (2012) la visualización es un proceso de construcción de ideas, donde se puede inducir el contenido a los estudiantes a través de los conocimientos previos que en conjunto a los conocimientos adquiridos podrán generar un desarrollo del pensamiento geométrico acorde al nivel de los alumnos.

Se trabajó con tres objetivos de aprendizaje correspondientes al eje de geometría de quinto año básico, de los cuales el objetivo que obtuvo un mayor porcentaje de dominio por parte de los alumnos antes de la intervención metodológica fue: Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales (OA 16), ya que de acuerdo a los resultados de Pre test aplicado a ambos cursos este contenido obtuvo un porcentaje de 51, 25% correspondiente a la categoría medianamente logrado, alcanzando un 68,75 % de alumnos en la categoría de logrado una vez aplicado el Post Test.

El objetivo de aprendizaje que obtuvo como resultado en la aplicación del Pre test un mayor porcentaje en la categoría no logrado, es que los alumnos no comprenden el concepto de congruencia, usando transformaciones isométricas como la traslación y reflexión, ya que su nivel de razonamiento geométrico se ubica en el nivel 0 donde solo perciben figuras en su totalidad, de manera global, se limitan a describir aspectos físicos, además no reconocen propiedades matemáticas de las figuras.

Los resultados del pre test dan cuenta de la poca importancia que se le da a unidad de geometría ya que gran parte de los estudiantes (52,5%) se ubica en la categoría no logrado, si nos enfocamos en el objetivo de aprendizaje 17, no son capaces de demostrar e identificar líneas y caras paralelas, perpendiculares e intersecciones de figuras y cuerpos geométricos respectivamente. Por ende, durante la intervención pedagógica surgió la necesidad de que los estudiantes para poder expresarse con mayor precisión modificaran su vocabulario y escritura simbólica matemática ya que “el ejercicio de la función simbólica debe extenderse a cualquier campo que se trabaje en Matemáticas y, en particular, al campo geométrico” (Chamorro, 2005, p. 313), y además de contribuir al desarrollo de habilidades de comunicación y la asimilación de los contenidos. Los resultados obtenidos en el Post Test abalan lo anteriormente señalado alcanzando el 68,75% de los estudiantes en la categoría logrado.



5.2. SUGERENCIAS

- ❖ Implementar en los establecimientos educacionales la estrategia basada en el Modelo de Van Hiele, para obtener mayores logros en el aprendizaje de la geometría.
- ❖ Asignarle la real importancia que tiene la geometría ya que con el desarrollo de conocimientos y habilidades permitirá al estudiante ubicarse en el entorno, y dar a conocer coordenadas de manera precisa y utilizando un vocabulario matemático adecuado en el contexto de la vida cotidiana.
- ❖ Utilizar los diferentes materiales en concreto existentes para abordar la enseñanza de la geometría.
- ❖ Generar y construir aprendizajes en el eje de geometría, mediante actividades del contexto real de los alumnos, además de implementar actividades a través de juegos los cuales incentivarán el interés de los alumnos.
- ❖ Realizar el mismo estudio en otros establecimientos educacionales ya sea particulares o municipales para comparar los resultados, teniendo distintas variables en las composiciones de los cursos ya sea, nivel educacional de padres, cantidad de alumnos por cursos, etc.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguerrondo, I. (2015). *El aprendizaje bajo la lupa: Nuevas perspectivas para América Latina y el Caribe*. Ciudad del saber: UNICEF. Recuperado de [https://www.unicef.org/lac/UNICEF_Aprendizaje_bajo_la_lupa_nov2015\(1\).pdf](https://www.unicef.org/lac/UNICEF_Aprendizaje_bajo_la_lupa_nov2015(1).pdf)
- Aravena, M. Gutiérrez, A. & Jaime, A (2016) Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile, recuperado en www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/306639/396634.
- Bedoya, J. (2000). *Pedagogía ¿enseñar a pensar?: reflexión filosófica sobre el proceso de enseñar*. Bogotá, Colombia: Ecoe ediciones.
- Brunner, J. (2000). *Seminario sobre Prospectiva de la Educación en la Región de América Latina y el Caribe*. Seminario sobre Prospectiva de la Educación en la Región de América Latina y el Caribe. Santiago de Chile. UNESCO.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.
- Chamorro, M^a C. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid, España: Pearson Educación, pág. 313.
- Corberán, Rosa., Gutiérrez, A. y otros. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid. Centro de publicaciones del ministerio de educación y Ciencia: CIDE.
- Cortés López, R. (2012). *Historia de la Geometría Euclidiana y sus aplicaciones para la enseñanza*. Recuperado de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/1716/1/TFG-L2.pdf>

- Duval R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Investigaciones en Educación Matemática II. (Editor F. Hitt), Grupo Editorial Iberoamérica, 1998,). México.
- Espinoza, L. Barbé, J. Mitrovich, D. Rojas, D. (2005). El problema de la enseñanza de la geometría en la Educación General Básica chilena y una propuesta para su enseñanza en aula. Proyecto Fondecyt N° 1050342 financiado por la Comisión Nacional para la Investigación y Desarrollo de Chile.
- Gamboa, R & Ballester, E (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare, XIV
- Godino, J. & Ruiz, F. (2002). Geometría y su didáctica para maestros. Proyecto Edumat-Maestros. Granada.
- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona, España: Paidós.
- González, R. M. (2003), “Diferencias de género en el desempeño matemático”, Educación Matemática, vol. 15, núm. 2, pp. 129–161. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40515206.pdf>
- Gutiérrez, A. (1998): *Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización* (Texto de la ponencia invitada en el encuentro de investigación en educación matemática, TIEM-98. Centre de recerca matemàtica, Institut d' estudis catalans, Barcelona) manuscrito.
- Hernández, R. Fernández, C. Baptista, P. (2014) *Metodología de la investigación* (6ª ed.) D. F., México: McGraw Hill.
- Martínez, A., Rivaya, F. (1998). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid, España: Síntesis.25

Ministerio de educación, MINEDUC, (2012). Las Bases Curriculares para la Educación Básica 2012. Recuperado de <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-article-14598.html>

Ministerio de educación, MINEDUC, (2013). Matemática educación básica: Bases curriculares 2013. Chile: Autor. Recuperado el 25 de octubre de 2016, de http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/articles-34961_Bases.pdf.

Ministerio de educación, MINEDUC, (2013). Matemática programas de estudio octavo año básico. Chile: Autor. Recuperado el 2 de noviembre de 2016, de http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/articles-18983_programa.pdf

Ministerio de educación, MINEDUC, (2015). Agencia de la calidad de la educación. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/TIMMS_presentacion_BAJA.pdf

Ministerio de educación, MINEDUC, (2016). Agencia de calidad de la educación. Chile. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/PDFConferencia_BIOBIO_2016.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2014). Resultados de pisa 2012 en foco: lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. Recuperado de https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2016). PISA 2015 Resultados claves. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>

Ramírez, R. (2012). Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático, tesis doctoral, universidad de granada.

Sánchez, M.V., García, M., Escudero, I., Gavilán, J.M. y Sánchez-Matamoros, G. (2008). Una aproximación a las matemáticas en el bachillerato. ¿Qué se

pretende que aprendan los alumnos? Enseñanza de las ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 26 (2) ,271-280.

Torregrosa, Germán, & Quesada, Humberto. (2007). *Coordinación de procesos cognitivos en geometría*. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 275-300. Recuperado en 17 de agosto de 2017, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000200005&lng=es&tlng=es.

UNESCO (1982). *Perspectivas*. *Revista trimestral de educación*, 12 (4), 448. Recuperado de [www.ibe.unesco.org/es/.../perspectivas-revista-trimestral-de-educación-comparada](http://www.ibe.unesco.org/es/.../perspectivas-revista-trimestral-de-educacion-comparada).



ANEXO 1. PRE TEST




ANEXO 2. PAUTA DE CORRECCIÓN PRE TEST

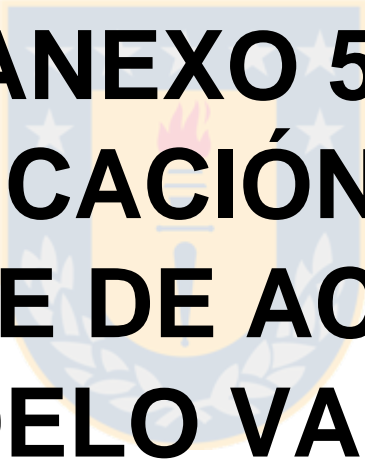


ANEXO 3. POST TEST

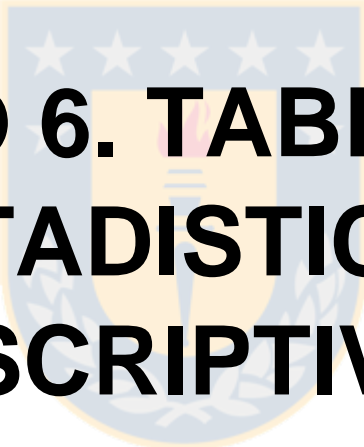


ANEXO 4. PAUTA DE CORRECCIÓN POST TEST

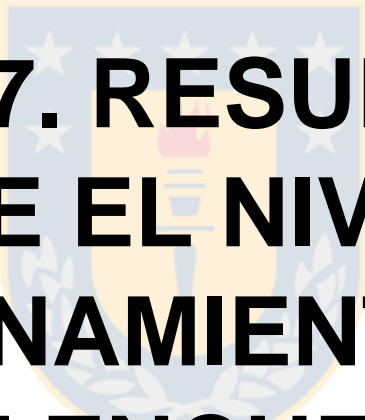





**ANEXO 5.
PLANIFICACIÓN CLASE
A CLASE DE ACUERDO
AL MODELO VAN HIELE**



ANEXO 6. TABLAS DE ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS



**ANEXO 7. RESULTADOS
SOBRE EL NIVEL DE
RAZONAMIENTO EN
QUE SE ENCUENTRAN
LOS ALUMNOS**



**ANEXO 8. FOTOGRAFÍAS
CLASES MODELO VAN
HIELE**