



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
CAMPUS LOS ÁNGELES  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**



## **INFLUENCIA DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN, Y SU IMPACTO EN LA MOTIVACIÓN Y ACTITUD HACIA LA MATEMÁTICA**

Seminario de Título para optar al Grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de Matemáticas y Educación Tecnológica.

### **SEMINARISTAS:**

**Sr. Carlos Javier Avello Cuevas**

**Sr. Camilo Francisco Rivera Quezada**

### **PROFESOR GUÍA:**

**Mg. en Estadística, Sr. Sixto Martínez Hernández.**

### **COMISIÓN EVALUADORA:**

**Mg. en Física, Sr. Ramón Elías Muñoz.**

**Mg. en Estadística, Sr. Víctor Jara Sánchez.**

**Los Ángeles, Enero de 2017**

## AGRADECIMIENTOS

*Queremos expresar nuestros agradecimientos a las personas que estuvieron apoyándonos a lo largo de estos años universitarios, en especial a nuestras familias y amigos, quienes siempre nos animaron a continuar cuando más lo necesitábamos y a Dios por darnos las fuerzas cada día de seguir adelante a pesar de las dificultades.*

*Agradecer de una manera muy especial a nuestro profesor guía Sixto Martínez por su apoyo durante la realización de este seminario, sus consejos, críticas, sugerencias y sobre todo por aguantarnos el que lo fuéramos a molestar semana tras semana*

*También agradecer a los profesores Victor Jara, Ramón Elías y Jorge Cid por sus aportes a este trabajo que tanto esfuerzo nos costó.*

*Al establecimiento donde se realizó esta investigación, a sus directivos y docentes, en especial a la profesora Ángela Castillo por permitirnos realizar la intervención con sus cursos.*



## DEDICATORIA

*A mis padres Bernarda Cuevas y Javier Avello, a mi hermana Muriel, quienes en cada uno de los días a lo largo de todos estos años me entregaron su apoyo incondicional, además la confianza necesaria para seguir adelante y poder completar este largo proceso el que hoy me convierte en un profesional.*

*A mis amigos de universidad Leonardo, Diego y Pedro, además de mis amigas Nicol Arias, Mackarena, Carolina y Natalia quienes me apoyaron a través de todo este proceso, y a todas aquellas personas con quienes compartí valiosos momentos en todos estos años universitarios.*

*Al profesor Paul Pino, quien además de formarme durante mi enseñanza media, fue pilar fundamental en mi práctica profesional de matemática.*

*A mi amigo y compañero de seminario Camilo Rivera de quien tuve un apoyo fundamental en esta última etapa de mi carrera universitaria.*

*Carlos Avello Cuevas*

*En primera instancia a Dios, por su respaldo en este periodo de mi vida, por bendecirme y darme la oportunidad de ser profesional, lo que sin su voluntad nada de esto hubiese sido posible*

*A mis padres Felix Rivera y Lidia Quezada, a mis hermanas y cuñado, quienes día a día me entregan su apoyo y confianza para alcanzar cada una de mis metas.*

*A mi ahijado Felipe que ha alegrado mis días desde que llegó a la familia y que con su sonrisa diaria y sus abrazos me daba ánimo para seguir.*

*A todos mis amigos, en especial a Leonardo, Luz, Mackarena y Carolina quienes brindaron su apoyo para que todo siguiera, y que sacaban una sonrisa en los momentos de estrés.*

*A mi amigo y compañero de tesis “Don Avello”, por “apañar” en estos últimos dos años de vida universitaria.*

*Camilo Rivera Quezada*

## RESUMEN

Esta investigación analiza la influencia de la metodología de modelización en el aprendizaje de la unidad de funciones lineales y afines, además de evaluar la perdurabilidad del aprendizaje. También se analiza la motivación y la actitud hacia la matemática, para lo cual se utiliza un enfoque cuantitativo de tipo explicativo-correlacional y un diseño cuasi-experimental.

Se llevó a cabo en dos primeros medios de un establecimiento particular subvencionado de la ciudad de Los Ángeles, a los que se les aplicó un pre-test que mide los conocimientos previos necesarios para la unidad de funciones, un test de motivación y un test de actitud hacia la matemática. Posteriormente uno de los grupos trabajó con modelización y el otro con una metodología tradicional.

Finalizada la intervención, a ambos grupos se aplicó un primer post-test para medir el contenido desarrollado en la unidad, junto a los mismos test de motivación y actitud hacia la matemática aplicados al inicio. Transcurrido un mes, se aplica un segundo post-test para medir el aprendizaje perdurable de los alumnos.

El análisis de los resultados muestra que la modelización es efectiva tanto para el proceso enseñanza-aprendizaje en la unidad trabajada como para la motivación y el aprendizaje perdurable de la unidad de funciones lineales y afines. Sin embargo, no se logra evidenciar cambios en la variable de actitud, como también no muestra diferencias con respecto a la variable sexo.

**Palabras Claves:** Modelización – Aprendizaje - Aprendizaje perdurable – Motivación - Actitud hacia la matemática - Diferencia de sexo -Funciones lineales y afines.

## ABSTRACT

This research analyzes the influence of modeling methodology in the learning of the unit of linear and related functions; as well as, evaluating the durability of learning. Also, it analyzes the motivation and attitude toward mathematics, using a quantitative approach of explanatory-correlational type and a quasi-experimental design was applied.

This study was carried out in two first medios grade of a subsidized private school in Los Ángeles City, Bio-Bio Region, Chile, who were given a pre-test that measures the previous knowledge needed for the unit of functions, a motivation test and an attitude test toward mathematics. Later, one of the groups worked on modeling and the other group worked on a traditional methodology.

When the intervention finished, each group applied a first post-test to measure the content developed in the unit, joined with the same motivation test and the attitude test toward mathematics applied at the beginning of this study. After a month, a second post-test is applied to measure the lasting students' learning.

Based on the results, the analysis shows that modeling is an effective response, not only for the teaching-learning process in the unit worked, but also for the motivation and the lasting learning of the unit of linear and related functions. However, it is not possible to show changes in the attitude variable, nor does it show differences with respect to the gender variable.

**Keywords:** *Modeling, Learning, Lasting learning, Motivation, Attitude toward mathematics, Gender difference, Linear and related functions.*

# INDICE

<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>2</b>
<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>3</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>4</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>9</b>
<b>1. CAPITULO 1: PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>11</b>
1.1. Definición, planteamiento y justificación de la investigación.....	11
1.1.2. Problemática.....	12
1.1.3. Justificación de la investigación.....	13
1.2. Preguntas de Investigación.....	15
1.3. Objetivo General .....	15
1.3.1. Objetivos específicos.....	15
1.4. Hipótesis de Investigación .....	16
<b>2. CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>18</b>
2.1. Constructivismo .....	18
2.2. Aprendizaje Significativo.....	19
2.2.1. Aprendizaje Perdurable.....	21
2.3. Didáctica de la matemática .....	24
2.3.1. Transposición Didáctica.....	26
2.3.4. Dialéctica Herramienta-Objeto.....	31
2.3.5. Cambio de Cuadros .....	33
2.3.6. Contrato Didáctico .....	34
2.4. Modelización.....	37
2.4.1. ¿Qué es la modelización?.....	37
2.4.2. Ciclo de Modelización .....	39
2.4.3. Importancia de la modelización .....	41
2.4.4. Roles del Docente, del Alumno y de la Modelización .....	44
2.4.5. Aprendizaje colaborativo en la modelización .....	45
2.4.6. Estudios relacionados con modelización.....	46
2.4.6.1. En Chile.....	46
2.4.6.2. En el extranjero .....	48
2.5. Relación entre factores socio-afectivos y aprendizaje.....	50

2.5.1.	Motivación .....	50
2.5.2.	Actitud hacia la Matemática.....	52
2.6.	Diferencia de sexo en matemática.....	54
<b>3.</b>	<b>CAPITULO 3: MARCO METODOLOGICO .....</b>	<b>56</b>
3.1.	Enfoque .....	56
3.2.	Tipo y Diseño de la Investigación.....	56
3.3.	Dimensión temporal .....	56
3.4.	Población y muestra .....	57
3.5.	Variables .....	57
3.6.	Instrumentos para la recolección de datos.....	59
3.6.1.	Test de Actitud Hacia la Matemática .....	59
3.6.2.	Test de Motivación.....	60
3.6.3.	Pre-Test .....	60
3.6.4.	Post-Test 1.....	61
3.6.5.	Post-Test 2.....	62
<b>4.</b>	<b>CAPÍTULO 4: DESCRIPCIÓN DE LA INTERVENCIÓN.....</b>	<b>63</b>
4.1.	Calendario de las intervenciones.....	64
<b>5.</b>	<b>CAPITULO 5: ANÁLISIS DE DATOS Y VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS .....</b>	<b>66</b>
<b>6.</b>	<b>CAPITULO 6: CONCLUSIONES, REFLEXIONES, SUGERENCIAS Y LIMITACIONES .....</b>	<b>78</b>
6.1.	Conclusiones .....	78
6.2.	Reflexiones.....	81
6.3.	Sugerencias .....	82
6.4.	Limitaciones.....	83
	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>84</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>91</b>
	<b>ANEXO 1: Validación Instrumentos.....</b>	<b>92</b>
1.1.	Validación Pre-Test:.....	92
1.2.	Validación Post-Test .....	93
	<b>ANEXO 2: Instrumentos de Recolección de Datos .....</b>	<b>94</b>
2.1.	Pre-Test .....	94
2.2.	Post-Test 1.....	97
2.3.	Post-Test 2.....	101
6.5.	Test de Actitud Hacia la Matemática .....	105
6.6.	Test de Motivación.....	107

<b>ANEXO 3: Confiabilidad de Instrumentos.....</b>	<b>108</b>
3.1. Confiabilidad Pre-Test .....	108
3.2. Confiabilidad Post-Test 1 .....	110
3.3. Confiabilidad Post-Test 2.....	112
3.4. Confiabilidad Test de Actitud Hacia la Matemática .....	114
3.5. Confiabilidad de Test de Motivación .....	116
<b>ANEXO 4: Resultados de Recolección de Datos.....</b>	<b>118</b>
4.1. Resultados Grupo Experimental.....	118
4.2. Resultados Grupo Control.....	119
<b>ANEXO 5: Pruebas de Normalidad e Igualdad de Varianzas .....</b>	<b>120</b>
5.1. Pruebas de Normalidad e Igualdad de Varianzas Entre GE y GC .....	120
5.2. Pruebas de Normalidad e Igualdad de Varianzas Entre Hombres y Mujeres.....	120
<b>ANEXO 6: Planificaciones Grupo Experimental.....</b>	<b>121</b>
<b>ANEXO 7: Guías de Aprendizaje y Ejercicio Grupo Experimental.....</b>	<b>142</b>
<b>ANEXO 8: Planificaciones Grupo Control.....</b>	<b>152</b>
<b>ANEXO 9: Estudio de Condiciones Iniciales Entre los Grupos Experimental y Control .....</b>	<b>163</b>
9.1. Conocimientos previos.....	163
9.2. Actitud hacia la matemática inicial .....	163
9.3. Motivación hacia la matemática inicial.....	164





## INTRODUCCIÓN

La matemática como área poderosa de la cultura, se origina con el fin de resolver problemas cotidianos del hombre, permitiendo a este comprender, explicar y predecir situaciones y fenómenos de la vida real, razón por la cual se considera una de las ciencias que cobra mayor relevancia en cualquier ámbito de la sociedad.

Es por esto que la labor del docente que imparte la asignatura de matemática, es buscar formas de mostrarle al estudiante la importancia y lo fascinante que pueden llegar a ser esta disciplina, utilizando estrategias metodológicas u orientaciones didácticas que lo mantengan motivado, interesado en la clase y además comprendan la profundidad de los conceptos matemáticos, sus conexiones y sus aplicaciones. Es decir, se busca una forma de hacer matemática que permita ir más allá de su contenido, integrando en el proceso de aprendizaje las habilidades propias de la comprensión matemática aplicada a la realidad.

Una de las metodologías que se han desarrollado buscando dar respuesta a lo anterior es la metodología basada en la modelización. Dicho proceso permite a los estudiantes observar, reflexionar, discutir, experimentar, evaluar, aplicar y de esta manera, construir los conocimientos matemáticos en forma significativa, consolidándose así, como una estrategia de enseñanza de la matemática que favorece en los estudiantes el tratamiento y la resolución de problemas, pero también un mejor aprendizaje de la matemática.

Ahora bien, la presente investigación aborda la temática de la modelización, metodología aplicada a un Primer Año Medio de un Liceo Particular Subvencionado de la Ciudad de Los Ángeles, con el fin de mejorar el aprendizaje, la motivación y la actitud de los estudiantes hacia la matemática.

El primer capítulo de este trabajo se refiere a la propuesta de investigación, mientras que en el segundo capítulo se abordan las temáticas necesarias para comprender la metodología de la modelización, esto es, analizar fuentes bibliográficas que den sustento a la investigación comenzando desde el constructivismo para desembocar en la influencia que poseen las variables socio-afectivas en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Posteriormente en el capítulo tercero se presenta el diseño metodológico de la investigación, donde se menciona el enfoque y tipo de investigación además de las variables presentes en el proceso. Conjuntamente con ello, se describen cada uno de los test aplicados durante la intervención.

En el capítulo cuarto, se procede a analizar y verificar las hipótesis planteadas al inicio de la investigación, de donde se desprenden las conclusiones presentadas en el capítulo quinto, en el cual también se presentan sugerencias, reflexiones y limitantes.



# 1. CAPITULO 1: PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

## 1.1. Definición, planteamiento y justificación de la investigación

### 1.1.1. Definición del tema

Por muchos años, la humanidad ha tratado de predecir o explicar ciertos fenómenos de la naturaleza, es por ello que diversos investigadores y científicos han planteado una serie de modelos que responden a las interrogantes que se tienen de dichos fenómenos; tal es el caso de la forma en que se multiplican ciertas especies. Ahora, para obtener dichos modelos, los investigadores deben recurrir a un proceso denominado modelización matemática. Es a raíz de lo anterior que “los didactas han sido por supuesto llevados a interesarse en la cuestión de la modelización en la enseñanza puesto que la modelización es la actividad principal del dominio sabio” tal como lo menciona Pascual (2015e), esto es, la forma en que se generan los conocimientos.

Es por lo antes descrito, y buscando que la enseñanza ya no sea del tipo tradicional mecanicista sino más constructivista; donde a los alumnos se les planteen situaciones problemas a las que debe dar respuesta, de tal forma que sean ellos los gestores de su propio conocimiento; es así como en Chile aun cuando ha habido cambios curriculares en los últimos años, tal como lo afirma Aravena (2011), la formación en matemática sigue siendo un trabajo meramente algorítmico, salvo algunas excepciones, lo que dificulta a los alumnos el desarrollo de capacidades y competencias requeridas para una sociedad cambiante.

Añadiendo a lo anterior, el hecho que aun cuando Chile tuvo un aumento de 1.9 puntos anualizado en el informe PISA del año 2012, según lo expuesto por la Agencia de la Calidad de la Educación (s.f), es que queda en evidencia la necesidad de hacer un cambio en el sistema educativo chileno. Además, el mismo informe muestra que el 52% de los estudiantes chilenos poseen dificultades para resolver problemas, esto porque no han desarrollado las competencias necesarias para hacerlo. O lo que es más preocupante, solo el 1,6% de ellos logra alcanzar un nivel destacado en matemática, de acuerdo a lo expuesto por el Movimiento Educación 2020 (2013). Ahora, una buena manera de provocar estos cambios es la implementación de nuevas metodologías de enseñanza. Por ello, la presente investigación

pone a prueba la metodología de modelización en alumnos de Primer Año Medio de un Liceo Particular Subvencionado de la Ciudad de Los Ángeles, en la unidad de álgebra, más específicamente en el tema de función lineal y afín.

Se espera que la investigación arroje resultados positivos frente a lo que es rendimiento académico y aprendizaje de los alumnos. Además de que les permita a los estudiantes desarrollar no solo habilidades para la resolución de problemas, sino que también le permitirá adquirir y desarrollar otras competencias necesarias para la inserción en la sociedad; como lo son la comunicación y la matematización, entre otras.

### 1.1.2. Problemática

De acuerdo a lo planteado anteriormente, y en concordancia con lo expuesto por Aravena (2011), en Chile aun cuando las bases curriculares han cambiado, persiste la práctica de la enseñanza tradicionalista, donde no hay aplicaciones de la matemática en otras áreas o lo que es más preocupante y alarmante la parcelación que existe en la propia matemática. Es así como el trabajo en aula se orienta a la ejercitación y al manejo de algoritmos, lo cual es coherente con los sistemas tradicionales de evaluación imperantes en Chile, los cuales se encuentran basados solo en pruebas escritas, las que no contribuyen al desarrollo de capacidades de un nivel superior, tales como la modelización.

Henao & Vanegas (2012) indican que “los estudiantes presentan dificultades para aplicar sus conocimientos matemáticos en la solución de un problema, específicamente cuando dichos conocimientos son aprendidos desde un contexto eminentemente matemático”. Esto mismo en palabras de Trigueros (2009) nos dice que “la investigación en solución de problemas ha mostrado ya las enormes dificultades que los alumnos tienen cuando intentan “traducir” al lenguaje matemático los enunciados de los problemas verbales.”

Aun cuando la investigación de los autores anteriores no fue realizada en nuestra realidad, su visión no es muy alejada a la realidad chilena, dado que de acuerdo a los datos aportados por el Ministerio de Educación, Chile muestra bajos resultados en lo que son las pruebas internacionales. Por ejemplo al hacer referencia a la prueba PISA del 2012, podemos ver que solo el 1,6% de los estudiantes tiene las competencias necesarias para resolver problemas;

mientras que en la prueba TIMSS del 2011 solo el 4% alcanza un nivel alto, de acuerdo a lo expuesto por la Agencia de la Calidad de la Educación (2012).

Ahora, en el marco de esta investigación, y a razón de lo expuesto, es necesario que el docente presente la matemática por medio de problemas cercanos a la vida cotidiana de los estudiantes, vale decir de una forma contextualizada, buscando con ello que para dar solución a la problemática planteada haga uso de sus conocimientos previos, y de esta forma el conocimiento que va generando no sea fragmentado, sino significativo y por tanto perdurable en el tiempo.

### 1.1.3. Justificación de la investigación

A consecuencia de lo expuesto anteriormente, la presente investigación busca analizar si el uso de la metodología de la modelización permite resultados favorables en matemática, más específicamente en el tópico de función lineal y afín. Además se pretende observar si esta metodología genera un aprendizaje perdurable en los alumnos, y al mismo tiempo, un cambio en la actitud y motivación de los mismos hacia la matemática.

Esta investigación tiene su fundamento en lo planteado en las Bases Curriculares del Ministerio de Educación (2013), en donde se plantean cuatro habilidades a desarrollar: **Resolver Problemas, Argumentar y Comunicar, Modelar y Representar**, las que deben ser promovidas desde primer año básico en adelante, en especial la habilidad de modelar. Conjuntamente a ello, los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media (actualización 2009) del Ministerio de Educación, manifiestan que uno de los Objetivos Fundamentales que se deben propiciar en primer año medio es “transformar expresiones algebraicas no fraccionarias utilizando diversas estrategias y **utilizar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas**”. Más aun, uno de los Objetivos Fundamentales Transversales, es “utilizar aplicaciones para **representar, analizar y modelar información y situaciones** para comprender y/o resolver problemas”.

Por tanto, y a raíz de lo anterior, ya es momento de cambiar el paradigma tradicional de la enseñanza, vale decir, pasar de un metodología totalmente tradicionalista donde el alumno es meramente un aprendiz a una metodología constructivista donde el alumno es el principal agente en la construcción de su aprendizaje.



## 1.2. Preguntas de Investigación

1. ¿Contribuirá la implementación de la modelización a lograr un mayor aprendizaje promedio en los estudiantes, en comparación a la metodología tradicional?
2. ¿Contribuirá la implementación de la modelización a lograr un mayor aprendizaje perdurable en los estudiantes, en comparación a la metodología tradicional?
3. ¿Existirá diferencia entre hombres y mujeres que participan de la modelización en aprendizaje promedio, motivación y actitud positiva hacia la matemática?
4. ¿La metodología de modelización contribuirá a establecer una correlación positiva entre las variables aprendizaje – motivación y aprendizaje - actitud, en el estudio de la unidad de funciones lineales?
5. ¿Habrá mayor motivación y mayor actitud de los alumnos que trabajan con la metodología de modelización en funciones lineales y afines, en comparación con los que utilizan una metodología tradicional?
6. ¿El método de modelización produce aumento en los niveles de las variables socio-afectivas motivación y actitud hacia la matemática?

## 1.3. Objetivo General

Analizar la incidencia de la modelización en el rendimiento y el aprendizaje perdurable de alumnos y alumnas en la unidad de función lineal y afín, y su influencia en la motivación y la actitud hacia la matemática en alumnos de primero medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Los Ángeles.

### 1.3.1. Objetivos específicos.

- Comparar la incidencia de la metodología tradicional y la de modelización en el aprendizaje promedio de la unidad de funciones lineales.
- Comparar el aprendizaje perdurable entre alumnos sometidos a la metodología tradicional y aquellos sometidos a la modelización

- Comparar la motivación hacia la matemática entre alumnos bajo la metodología tradicional y aquellos que están bajo una modelización.
- Comparar la actitud hacia la matemática entre alumnos sometidos a la metodología tradicional y aquellos sometidos a la modelización.
- Comparar los aprendizajes promedios entre hombres y mujeres bajo el método de modelización.
- Establecer si la modelización produce diferencia en la actitud hacia la matemática con respecto al sexo de los alumnos.
- Comparar la motivación entre hombres y mujeres bajo el método de modelización.
- Determinar si bajo la modelización se logra relacionar el aprendizaje y las variables de motivación y actitud hacia la matemática.
- Determinar si la modelización genera un aumento en los niveles promedios de las variables socio-afectivas de motivación y actitud hacia la matemática.

#### 1.4. Hipótesis de Investigación

Los estudiantes que aprenden a través de la modelización en comparación a los estudiantes que aprenden bajo el método tradicional:

- H1: Presentan un mayor aprendizaje promedio.
- H2: Presentan un mayor aprendizaje perdurable.
- H3: Muestran una mayor motivación hacia la matemática.
- H4: Exhiben una actitud más positiva hacia la matemática.

Bajo la metodología de modelización:

- H5: Existe diferencia en el aprendizaje promedio entre hombres y mujeres.
- H6: Las mujeres tienen una actitud positiva mayor que los hombres hacia la matemática.
- H7: Los hombres poseen mayor motivación que las mujeres.



Los estudiantes que aprenden a través de la modelización:

- H8: Su aprendizaje está directamente relacionado con la actitud hacia la matemática.
- H9: Su aprendizaje está directamente relacionado con la motivación.
- H10: Evidencian cambios positivos en la motivación frente a la matemática.
- H11: Evidencian cambios positivos en la actitud frente a la matemática.

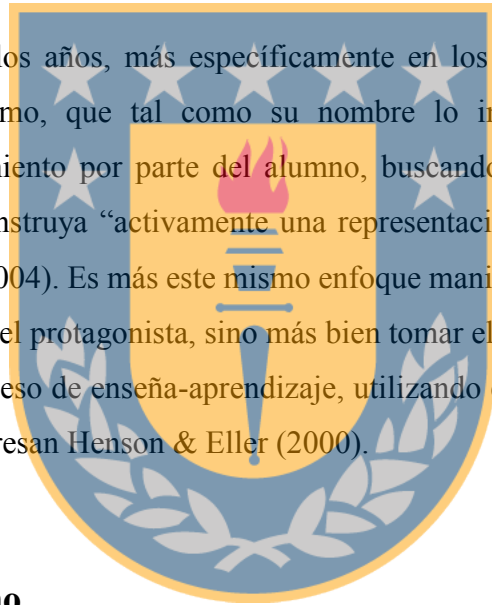


## 2. CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO

Múltiples corrientes han propuesto metodologías o teorías con el fin de mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, entre ellas se encuentran el conductismo, cognitivismo u otras; donde la diferencia existente entre cada una de ellas es la perspectiva que tienen en cuanto a quien es el agente principal en el proceso enseñanza-aprendizaje.

De lo anterior, el aprendizaje desde la mirada del conductismo, no es más que un cambio de conducta, donde el papel protagonista lo posee el profesor, quien da prioridad a las respuestas que genera un cierto estímulo, esto es, la repetición constante de una tarea, vale decir, lo que Mayer (2004) menciona como un “aprende y practica”.

Con el transcurso de los años, más específicamente en los años 80, surgió un nuevo enfoque, el constructivismo, que tal como su nombre lo indica, lo prioritario es la construcción del conocimiento por parte del alumno, buscando que este entienda lo que aprende, es decir, que construya “activamente una representación mental con sentido” tal como lo expone Mayer (2004). Es más este mismo enfoque manifiesta que el rol de profesor debe cambiar, y ya no ser el protagonista, sino más bien tomar el papel de un guía dentro de esta nueva visión del proceso de enseñanza-aprendizaje, utilizando experiencias ya vividas por los alumnos, como lo expresan Henson & Eller (2000).



### 2.1. Constructivismo

El constructivismo tal como lo expone Santivañez (2004), no es un método ni una técnica, sino un enfoque que se sustenta en las teorías propuestas por Piaget, Ausubel, Bruner y Vigostky, de quienes se puede apreciar que es el profesor quien propicia el aprendizaje, creando y planificando situaciones experimentales con algún grado relevante de dificultad, convenientemente adaptadas a las características de los alumnos que participan en la construcción del conocimiento de una manera activa. Lo anterior queda sustentado en lo expresado por el mismo Santivañez (2004), quien expresa de Bruner que:

El profesor diseña un proceso de enseñanza a través de la exploración del objeto de aprendizaje (lo que se ha de aprender y con qué material ha de lograrlo). Este proceso está conectado a los intereses del niño y debe ofrecer alternativas variadas para obtener un aprendizaje libre y espontáneo.

Así, Castillo (2008) de acuerdo la teoría de Piaget, plantea que “el aprendizaje es un proceso social que debería suceder entre los grupos colaborativos con la interacción de los pares en escenarios lo más naturales posible”. De igual manera, de Vigostky sostiene que el aprendizaje es una actividad social y colaborativa, la cual no puede ser enseñada a nadie, sino que depende del estudiante construir en su mente su propia comprensión.

Por otra parte, Henson & Eller (2000) plantean que el constructivismo se basa principalmente en la exploración o experimentación de los entornos físicos y sociales, a lo que se le denomina educación basada en la experiencia. Es por ello que hay quienes plantean que el aprendizaje se da de mejor manera cuando el alumno aprende en contextos más significativos para él, vale decir contextos que les sean cercanos y familiares, con el fin de que el alumno comprenda y le dé significado a lo que está aprendiendo, para de esta forma pueda usarlo de manera no arbitraria en los sucesivos ejercicios o problemas que se le planteen, tal como lo expone Ausubel (1983), quien además sostiene que el aprendizaje del alumno dependerá también de la relación que posee la nueva información que está recibiendo con alguna idea preexistente. Es así entonces que por lo expuesto anteriormente surge un nuevo concepto, el de aprendizaje significativo, concepto que será abordado en el apartado siguiente.

## 2.2. Aprendizaje Significativo

Al hacer referencia al concepto de aprendizaje significativo, lo primero que se viene a la mente es que este tipo de aprendizaje busca que el alumno o aprendiz, establezca relaciones o vínculos entre lo que va a aprender y lo que ya él conoce de su experiencia, lo cual le permitirá generalizar situaciones, que a la postre conducirá a que los alumnos adquieran nuevos conocimientos, los que podrán ser conectados con otras áreas disciplinas. Ahora, si bien es cierto lo antes señalado, hay otro aspecto esencial de este aprendizaje, y es que un

aprendizaje es significativo cuando el alumno le da significado a lo que está aprendiendo, vale decir entiende y comprende lo que aprende.

El concepto aprendizaje significativo busca cambiar el paradigma conductista en uno constructivista, esto es, que el aprendizaje no sea repetitivo o arbitrario, sino más bien que sea comprensivo, donde el alumno le dé significado a lo que aprende y que lo relacione con lo que ya conoce tal como lo menciona Guevara (2011) citando a Ausubel, de quien expresa que:

El aprendizaje significativo surgió como un intento de contrarrestar el aprendizaje repetitivo y el carácter no significativo del aprendizaje y va dirigido a garantizar el establecimiento de las relaciones esenciales y no de un modo arbitrario entre lo que debe aprenderse y lo que es conocido, es decir, lo que se encuentra en las estructuras cognitivas de la persona que aprende.

Ahora, aun cuando lo que se busca con este tipo de aprendizaje es generar relaciones no arbitrarias, es necesario señalar que el aprendizaje significativo y el aprendizaje mecánico no actúan de forma dicotómica, ya que los aprendizajes se producen en la interacción de ambos, tal como lo sostiene Carretero (1993) quien expresa que “será necesaria en algunas ocasiones la intervención del profesor. Es decir, la explicación verbal explícita de la idea científicamente correcta, lo cual puede parecer escasamente constructivista, pero necesario”. Más aún, Alonso (2010), mencionando a Ausubel y Novak, expresa que estos últimos “reconocen que hay ocasiones en las cuales es necesario un aprendizaje memorístico” como por ejemplo a la hora de recordar un número telefónico, sin embargo los mismos sostienen que en el ámbito escolar la mayor parte del aprendizaje debiese ser significativo.

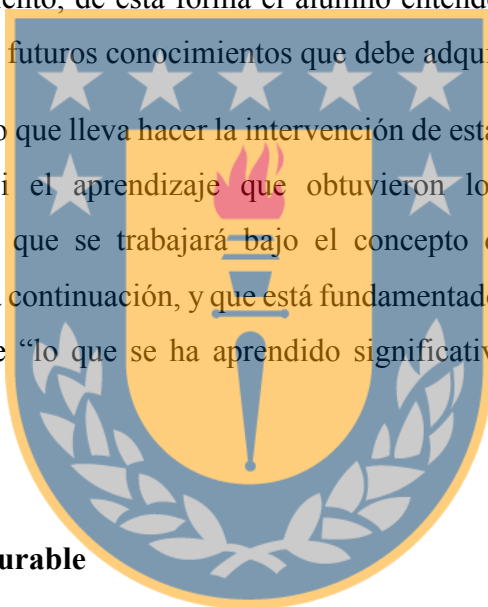
En relación a la idea de que el aprendizaje escolar sea significativo, Mayer (2004) sostiene que “un objetivo educativo importante es fomentar el aprendizaje que conduce a la generalización”. Es por ello que este mismo autor plantea que el aprendizaje significativo se da cuando los estudiantes recuerdan bien y generalizan bien.

Ahora, para poder generar un aprendizaje que sea significativo, Guevara (2011), citando a Coll, manifiesta que son necesarias algunas condiciones, entre las que se encuentran un alumno motivado, con predisposición a aprender, así como también que el contenido de

enseñanza sea potencialmente significativo desde el punto de vista de su estructuración interna, es decir, que tenga significatividad lógica, coherencia, claridad y organización. Sumado a lo último, se puede añadir otro componente, el cual es que el docente debe proporcionar al alumno experiencias de aprendizaje que a posterioridad le permitan hacer uso de lo que ha aprendido de forma eficiente cuando se enfrente a un nuevo problema, esto porque tal como lo sostiene Mayer (2004), si los alumnos han entendido lo que han aprendido “están mejor capacitados para transferir su aprendizaje a nuevas situaciones”.

En síntesis, para poder generar aprendizaje significativo, y por tanto que el aprendizaje sea perdurable en el tiempo, el profesor debe organizar un plan de trabajo que permita la construcción del conocimiento, de esta forma el alumno entenderá lo que aprende y podrá cimentar una base para los futuros conocimientos que debe adquirir.

Ahora, debido al tiempo que lleva hacer la intervención de esta investigación, no se podrá analizar a completitud si el aprendizaje que obtuvieron los alumnos fue realmente significativo. Es por ello que se trabajará bajo el concepto de aprendizaje perdurable, concepto que será tratado a continuación, y que está fundamentado en lo expuesto por Alonso (2010), quien expresa que “lo que se ha aprendido significativamente se retiene durante mucho más tiempo”.



### **2.2.1. Aprendizaje Perdurable**

El por qué se trabajará bajo el concepto de aprendizaje perdurable y no aprendizaje permanente como lo exponen algunos autores, obedece al hecho que el concepto de aprendizaje permanente puede tener doble interpretación, esto es, por una parte puede ser definido en base a lo que expone el CIDEC (2002) citando a la Comisión de las Comunidades Europeas, donde expresa que el aprendizaje permanente puede ser entendido como “Toda actividad de aprendizaje realizada a lo largo de la vida con el objetivo de mejorar los conocimientos, las competencias y las aptitudes con una perspectiva personal, cívica, social o relacionada con el empleo”, donde además se añade que en ciertos países como Alemania, este concepto también incorpora la educación y la formación profesional a lo largo de la vida. Continuando con la idea anterior, esto guarda relación con lo que expone la UNESCO

referente a la educación permanente, tal como lo plantea Sabán (2009), es decir que la educación debe ser concebida como “un proceso permanente a lo largo de toda la vida del individuo”.

Por otro lado, y como una segunda aproximación, el concepto de aprendizaje permanente puede ser entendido de acuerdo a lo expuesto por Arévalo (2014), quien lo define como “la adquisición de conocimientos que genera un cambio de percepción o conducta, como resultado de una experiencia, que se prolonga en el tiempo”.

Es por lo anterior, que con el fin de eliminar cualquier indicio a la doble interpretación provocada por el término “permanente”, se ha hecho necesario el definir un nuevo concepto, el de aprendizaje perdurable, que guarda una cierta similitud con la definición de Arévalo. Ahora, para definirlo, se procederá en primera instancia a buscar que se entienda por aprendizaje y que se entienda por perdurable, para de esta forma concluir que se entenderá por aprendizaje perdurable para esta investigación.

El Diccionario Enciclopédico Océano (1989) nos entrega tres definiciones diferentes para el término “Aprendizaje”:

- 1) Acción de aprender algún arte u oficio.
- 2) Tiempo que se emplea en aprender un arte u oficio.
- 3) *Psic.* Modificación en la forma de reaccionar de un organismo frente a una situación experimentada de ante mano.

De igual forma, Real Academia Española (2014) lo define como:

- 1) *m.* Acción y efecto de aprender algún arte, oficio o otra cosa.
- 2) *m.* Tiempo que en ello se emplea
- 3) *m. Psic.* Adquisición por la práctica de una conducta duradera

Por tanto, de acuerdo a las definiciones anteriores, se adoptarán las definiciones: “Acción de aprender algún arte u oficio” acompañada de “Adquisición por la práctica de una conducta duradera” puesto que lo que busca esta investigación es comprobar que los estudiantes aprenden y adquieren una conducta duradera.

Sumado al concepto adquirido sobre aprendizaje que entregan la RAE y el diccionario Océano, es necesario observar la posición que diversos autores han planteado referente a este concepto, entre quienes se encuentra Papalia (1996) quien lo define como:

Un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia, y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y, por lo tanto, pueden ser medidos

Por otra parte, para Kimble, citado en Beltrán (1993), define el aprendizaje como “un cambio más o menos permanente de la conducta que se produce como resultado de la práctica”.

Por tanto, de todas las definiciones, se puede concluir que al hacer referencia al concepto aprendizaje se hace alusión a la adquisición de conocimientos que generan un cambio de percepción o conducta, medianamente duradera, como resultado de la experiencia.

Ahora, al hacer referencia al término perdurable, la Real Academia Española (2014) entrega las siguientes definiciones:

1. *adj.* Perpetuo (que dura siempre).
2. *adj.* Que dura mucho tiempo.

De lo anterior, y aludiendo a la primera definición, el diccionario online gratuito *WordReference*, define perpetuo como algo “Que se extiende largamente en el tiempo, muy duradero, eterno”. Por consecuencia de las definiciones anteriores, se concluye que el término perdurable hace referencia a que algo se extiende largamente en el tiempo, que dura mucho.

Es así como en la presente investigación se entenderá por Aprendizaje Perdurable a la adquisición de conocimientos que genera un cambio de percepción o conducta que se extiende largamente en el tiempo.

Finalmente, para poder generar dicho aprendizaje, una de las ciencias que se encarga de poder hacer que el alumno construya su conocimiento, y por tanto le dé sentido y que sea perdurable, es la didáctica, la cual para Santivañez (2004) desde un enfoque cognitivo es “el proceso de construir los contenidos y procedimientos a aprender de una manera significativa”, pero estas construcciones no son al azar, sino que dependerán del área del

conocimiento en que se esté trabajando, es por ello que Sotos (1993) plantea que “cada materia a enseñar es diferente de las demás y tiene una especificidad propia, por esto, la Didáctica ha ido dando paso a toda una serie de Didácticas específicas de cada una de estas materias”. A consecuencia de ello nace la didáctica de la matemática, ciencia que servirá de sustento para la presente investigación y que se procede a analizar en el apartado que prosigue.

### 2.3. Didáctica de la matemática

La didáctica de la matemática, de acuerdo con Sotos (1993), surge a partir de los años 50, época en que se comenzó a poner en tela de juicio los métodos de enseñanza, lo que obviamente repercutiría en la enseñanza de la matemática. Es así entonces como al cuestionar las formas de enseñanza, se comienza a tener en consideración el proceso de aprendizaje del alumno originando con ello un cambio de visión en relación al rol que debe tener el profesor en el aula. A consecuencia de ello, en Francia, a partir de los años 70 y de la mano de Guy Brousseau, Yves Chevallier, Gérard Vergnaud entre otros, se comenzó a gestar la Didáctica de la Matemática, de la cual Pascual (2015a) citando a la Encyclopedie Universalis manifiesta que:

La **didáctica de la matemática** estudia el proceso de transformación y adquisición de esta ciencia, particularmente en situación escolar. Ella se propone describir y explicar fenómenos relativos a las relaciones entre su enseñanza y su aprendizaje. En el tiempo, ella se propone de mejorar los métodos y los contenidos de la enseñanza, (...) asegurando en el estudiante la construcción de un saber vivo (susceptible de evolución) y funcional (que permite de resolver problemas y de plantearse de verdaderas preguntas o interrogantes).

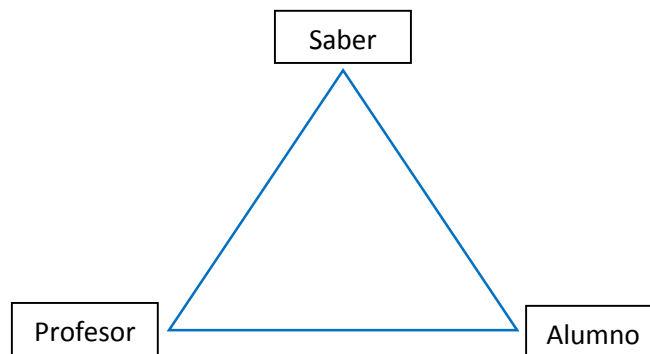
De igual manera, Godino (2010) citando a Rico, Sierra & Castro, menciona que esta debe ser entendida como “la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación”. Por tanto, partir de la definiciones anteriormente propuestas, se puede concluir que lo que busca esta ciencia es proponer al docente métodos y herramientas para construir secuencias de clases o



situaciones de aprendizaje, con la finalidad que el alumno comprenda lo que está aprendiendo, y por sobre todo, le pueda ser útil a posterioridad cuando se vea enfrentado a nuevas situaciones problemas, ideas que guardan relación con el constructivismo, tal como se mencionó al comienzo del apartado, y más aun con el concepto de aprendizaje perdurable.

Siguiendo con lo anterior, la pregunta que surge es ¿a qué se hace referencia cuando se menciona el concepto situación de aprendizaje? La respuesta a dicha interrogante es planteada por Pascual (2015a) donde menciona que una situación de aprendizaje es “una situación que permite a un sujeto (individuo) pasar de un estado de conocimiento a otro estado de conocimiento”. Ahora, es el profesor quien propicia las situaciones de aprendizaje con el fin de que el alumno pueda pasar de un estado de conocimiento a otro estado, es decir, que este obtenga un nuevo aprendizaje.

Por otra parte, es necesario señalar que las situaciones de aprendizaje a las que se hace alusión están inmersas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, donde los actores que intervienen son el Profesor y el Alumno. Ahora, Chevallard y Joshua agregan un tercer participante a este proceso, que es el Saber, que de acuerdo con dichos autores citados por Pascual (2015b) recibe el nombre de saber sabio o saber erudito (en francés *savoir savant*). El cual de acuerdo con Pascual (2015a) es “conjunto de conocimientos socialmente disponibles que han sido publicados en revistas científicas o en comunicaciones reconocidas como válidas por toda comunidad”. Considerando lo anterior, a la interacción que ocurre entre los 3 participantes mencionados, Chevallard y Joshua le denominan sistema didáctico (ver *figura 1*).



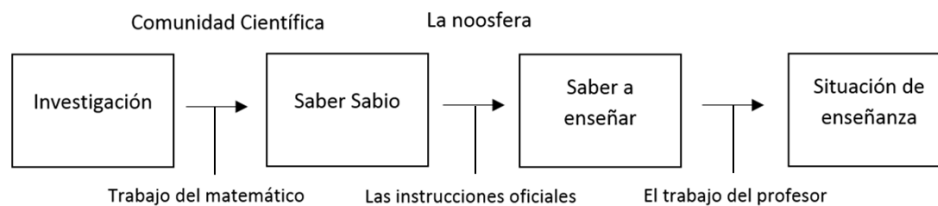
*Figura 1.* Sistema Didáctico

Ahora, es sabido que la matemática es una ciencia que posee muchas teorías, por tanto es muy amplia, lo que origina que no toda la teoría se puede enseñar, es más, lo que se pretende enseñar está supeditado a diversos factores, entre ellos la sociedad o noosfera, ya que ella es la que designa el contenido que se pretende enseñar de la teoría. Así también, esto que se pretende enseñar depende de la edad de los educandos, esto porque de su capacidad cognitiva dependerá la complejidad del contenido matemático que se pretenderá enseñársele, pues no es lo mismo enseñarle funciones a un alumno de primero básico que a uno de primero medio. Es por esto último, que la elección del contenido a tratar (conocimiento) debe ser transformado de tal forma que sea enseñable, ya que como se mencionó, no se puede enseñar de manera completa toda una teoría; a esta transformación del conocimiento, la didáctica de la matemática denomina transposición didáctica, concepto que se procede a analizar a continuación.

### 2.3.1. Transposición Didáctica

Como se mencionó, la matemática es muy amplia y con muchas teorías, por tanto aunque se pretenda enseñarla toda, no es posible. Ahora, la labor del docente es enseñar una parte de toda esa teoría (saber sabio), y tal como ya se expuso, esa fracción de la teoría que se requiere enseñar, con el fin que deba ser enseñable, debe sufrir una transformación, la cual Chevallard denomina como transposición didáctica y que puede ser entendida, de acuerdo como lo expresa Pascual (2015d), como “el conjunto de transformaciones que sufre un saber con el fin de ser enseñado”.

Ahora, como una proximidad al análisis de la transposición didáctica, se trabajará en base al esquema de la *figura 2*, el cual fue propuesto por Pascual (2015a) y donde se muestra la transformación de un saber desde la investigación hasta su enseñanza en el sistema escolar:



*Figura 2.* Fases de la Transposición Didáctica

Del esquema, se observa que la transformación del saber consta de tres fases, las cuales se proceden a describir a continuación:

**Fase 1:** Los matemáticos, en base a las investigaciones que hacen, y que buscan dar respuesta a los problemas que se les presentan, originan una serie de conocimientos, los que se agrupan en teorías (saber sabio) y que deben ser publicados y comunicados a la comunidad científica.

**Fase 2:** La noosfera (sistema social de enseñanza integrado por el Ministerio de Educación, academias, padres, etc.), designan los objetos del saber que se van a enseñar. Una vez que se han designado dichos objetos, deben ser transformados de tal forma que puedan tener un orden lógico, coherente y adecuado a la etapa del desarrollo del alumno. Para ello, los expertos reescriben las definiciones y propiedades de los objetos en textos y manuales que servirán de referencia para la comunidad escolar (instrucciones oficiales), transformando así el saber erudito en el saber a enseñar, también denominado institucionalizado.

**Fase 3:** Cuando el saber a enseñar ya está establecido en los textos, es el profesor el encargado de adaptar los objetos a enseñar a sus conocimientos y de organizarlos en el tiempo, para con ello poder crear situaciones de aprendizaje, que a posterioridad serán conocidas como situaciones didácticas, que le permitirán al alumno aprender ese objeto del saber que se tenía planeado enseñárseles.

Es necesario precisar que, hasta antes de la situación de enseñanza el saber es denominado saber a enseñar, el que a posterioridad pasará a llamarse saber enseñado. No obstante, la totalidad de dicho saber no es el que el alumno retiene, esto porque son ellos quienes hacen la última fase de la transposición, transformando el saber enseñado en el saber del alumno.

Ahora, para definir el término situación didáctica se recurre a la Teoría de Situaciones Didácticas, la que se procede a describir a continuación, de la cual se desprende que al hacer

referencia al concepto de situación didáctica se hace alusión a alguna situación que fue construida con la finalidad de que los estudiantes adquieran un determinado saber.

### 2.3.2. Teoría de Situaciones Didácticas

Dentro de la Didáctica de la Matemática, uno de los primeros conceptos creados fue el de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, la que posteriormente sirvió de sustento para otros conceptos. De esta teoría, Brousseau, citado por Pascual (2015b) manifiesta que:

[...] la teoría de situaciones estudia: la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de la matemática y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio.

De lo anterior, como la Teoría de Situaciones Didácticas provee de conceptos, Brousseau incorpora el de situación didáctica, concepto mencionado en el párrafo anterior al de este apartado, y que puede ser complementado con lo que expone Sotos (1993) para quien una situación didáctica es el “conjunto de relaciones establecidas entre alumnos, profesor y el medio que les rodea con la intención de que los alumnos adquieran un determinado saber establecido”. Es así como de acuerdo a lo anterior, se origina un nuevo concepto, el cual se incorpora al sistema didáctico representado en la *figura 1*, el medio, que de acuerdo con Brousseau citado por Pascual (2015b) debiese ser entendido como “el objeto de la interacción de los alumnos: es la tarea específica que deben llevar a cabo, y las condiciones en que deben realizarla, es decir, el ejercicio, el problema, el juego, incluyendo los materiales, lápiz y papel u otros”. Por consiguiente el medio es el que permite obtener el objeto del saber o conocimiento que se pretende enseñar. Ahora bien, es necesario señalar que para la presente investigación el objeto de estudio es el medio, el cual corresponde a la modelización matemática, concepto que será tratado en los párrafos subsiguientes.

Tal como se mencionó, el fin de una situación didáctica es que un alumno adquiera un determinado saber, para lo cual es el medio quien propicia la consecución de esto. Pero para ello, en primera instancia, es necesario que el alumno se interese por el problema, lo que Brousseau denomina como situación a-didáctica, la que pudiese ser entendida según Pascual (2015.a) como “la parte de la situación didáctica en la cual la intención de enseñanza no es explícita por la mirada del alumno”, en otras palabras, este hace propio el problema y lo aborda desde sus conocimientos previos, buscando darle solución de forma autónoma sin ser guiado por el profesor.

Por otra parte, de acuerdo con Sotos (1993), para que un alumno pueda adquirir un cierto saber, el trabajo que se les debe plantear en la escuela es el de presentarle una secuencia de situaciones didácticas, las que Brousseau denomina situaciones de acción, de formulación, de validación y de institucionalización; donde a las tres primeras situaciones, se debe procurar la consecución de que se transformen en situaciones a-didácticas. Ahora, en el apartado siguiente, y con el fin de entender cada una de estas situaciones, se procede a sus correspondientes definiciones.

### 2.3.3. Tipos de Situaciones Didácticas.

De acuerdo con Chavarría (2006), la Teoría de Situaciones presenta las cuatro tipos de situaciones didácticas siguientes, las que debiesen generar una situación a-didáctica son:

- ***Situación de Acción***

En este caso, la situación se trabaja de manera autónoma, a saber, el alumno interactúa de manera individual con el medio didáctico, formulando hipótesis en base a sus conocimientos previos, elaborando con ello posibles procedimientos y aplicándolos, para que de esta forma los adapte o bien los rechace. Además, de acuerdo con la autora, la condición que debe tener una situación de acción para que pueda generar una situación a-didáctica es que la pregunta formulada no tenga respuesta inmediata, esto es, que se requiera el conocimiento buscado para pasar de la estrategia de base a la estrategia óptima.

- ***Situación de formulación.***

Si en el caso anterior, el alumno trabajaba de forma autónoma, en este tipo de situación el alumno trabaja en grupo, lo que genera que deba comunicar sus ideas y además interactuar con el medio didáctico. Por otra parte, de acuerdo con Pascual (2015b) dos condiciones son necesarias para que esta situación se torne en una situación a-didáctica, la primera es que haya necesidad de comunicación entre los alumnos cooperantes, y en segundo lugar es que el medio deba forzar al alumno a usar sus conocimientos para producir formulaciones.

- ***Situación de validación.***

Luego que los alumnos hayan interactuado con el medio, ya sea de manera grupal o individual, las conclusiones obtenidas se someten a juicio de un interlocutor, vale decir, se discute y se cerciora si el trabajo realizado por cada alumno o grupo es correcto, es decir, que se valide el trabajo realizado y la solución obtenida. Ahora, para que se vuelva una situación a-didáctica, según lo expresado por Pascual (2015b), necesariamente debe haber comunicación entre los alumnos oponentes, vale decir, que se contrasten los diferentes caminos seguidos para la consecución de la solución. Además de ello, también es necesario que la comunicación permita retroacciones en el medio, o sea que existan reformulaciones dentro de la situación.

- ***Situación de institucionalización.***

Esta situación, aun cuando no constituye una situación a-didáctica, es de suma importancia, ya que por medio de esta se formaliza el trabajo y las conclusiones hechas por parte de los alumnos en las situaciones anteriores descritas. Por tanto, es en esta situación cuando el profesor debe clarificar la intención didáctica de la actividad y donde además, como su nombre lo indica se institucionalizan los contenidos, dando definiciones y propiedades del objeto del saber que se les pretendía enseñar a los alumnos.

Según se ha visto, solo se ha hablado hasta ahora lo referente a que el alumno adquiera un determinado objeto del saber mediante una situación didáctica. La pregunta que viene ahora es ¿cómo se hace para que el alumno adquiera dicho objeto?, la respuesta a esto proviene de lo analizado anteriormente en los tipos de situaciones, esto debido a que, como se dice en la situación de acción, es necesario que el alumno movilice sus conocimientos previos, para que en base a ellos pueda obtener ese objeto del saber. Al procedimiento mencionado la Didáctica de la Matemática le da el nombre de Dialéctica Herramienta-Objeto, concepto que es analizado más detenidamente en el apartado que sigue.

#### 2.3.4. Dialéctica Herramienta-Objeto

En primera instancia la Dialéctica Herramienta-Objeto pudiese ser vista como un proceso donde de acuerdo a los conocimientos previos que posee un alumno, se pueden generar otros conocimientos. Donde los conocimientos previos son herramientas y los nuevos conocimientos son los objetos, tal como lo expone Pascual (2015a) en la cita siguiente:

Decimos que un concepto es una **herramienta** cuando focalizamos nuestro interés sobre su uso para resolver un problema. [...] Entendemos por **objeto** el objeto cultural que tiene en un edificio más grande que es el saber sabio en su momento dado.

Ahora, para que se pueda desencadenar de buen manera la dialéctica herramienta-objeto, y tal como lo plantea Douady (2015), es necesario que el enunciado del problema tenga sentido para el alumno, y que además dentro de sus conocimientos tenga una posible forma de solución, la cual no debe ser obvia, sino que debe permitir el movimiento y adecuación de sus conocimientos con tal de conseguir este nuevo conocimiento, el cual se originará luego de pasar por una serie de fases, las que se explican a continuación:

##### 1) “Antiguo”

Para comenzar el procedimiento de la resolución de un problema, el alumno recurre a algún objeto conocido (conocimiento previo) que sirve como herramienta.

2) **Investigación**

Es aquí cuando el alumno presenta dificultades para resolver completamente el problema, por tanto, el alumno deberá buscar otras herramientas para poder dar respuesta al problema.

3) **Explicitación**

Los elementos de la etapa anterior que fueron apropiados para el aprendizaje, en esta etapa son formulados como objetos.

4) **Institucionalización**

En esta fase el profesor institucionaliza lo nuevo, vale decir, retiene las convicciones del curso y las formaliza.

Lo que en esta etapa es formalizado, posteriormente funcionará como antiguo, ya que ello permitirá la construcción de un nuevo conocimiento.

5) **Familiarización-Reinversión**

En esta fase a los alumnos se les plantean una serie de problemas, cuyo fin es que aplique lo institucionalizado, para que con ello lo institucionalizado sirva como herramienta.

6) **Nuevo Problema**

En esta fase, a los alumnos se les plantea un problema más complejo al anterior, con lo cual deberán aplicar su nuevo conocimiento, a la nueva situación, provocando con ello que se origine un nuevo ciclo de la dialéctica, y por tanto el conocimiento institucionalizado, tomará el lugar de antiguo.

A consecuencia de lo anterior, cuando un alumno adquiere un nuevo saber, este le permitirá obtener la solución de un problema desde al menos dos formas distintas, es decir, para obtener la solución a un problema, este se puede analizar desde distintos enfoques, como el numérico o algebraico, lo cual corresponde al concepto de cambio de cuadros, el cual se procede a describir a continuación.



### 2.3.5. Cambio de Cuadros

En palabras de Douady (2015):

“El cambio de cuadro traduce la intención de explorar el hecho que la mayoría de los conceptos pueden intervenir en diferentes dominios, diversos cuadros físico, geométrico, numérico, gráfico u otros. Un concepto se traduce en cada uno de ellos en términos de objetos y relaciones que se pueden llamar los significados del concepto dentro del cuadro. Los significantes que les son asociados eventualmente pueden simbolizar otros conceptos en el cuadro de los significados.”

Es así entonces como un concepto puede ser trabajado, al menos, desde dos enfoques permitiendo en muchos caso que el alumno pueda encontrar el significado a lo que está trabajando y del mismo modo pueda interrelacionar los diferentes cuadros y establecer relaciones entre ellos. De ahí viene la importancia de trabajar con el cambio de cuadros, esto porque le permite al alumno una mejor comprensión del objeto del saber, lo cual es el propósito de la situación didáctica. Además referente a esto mismo, Pascual (2015a) manifiesta que el trabajo con cambio de cuadros “es un medio privilegiado para permitir una mejor aproximación o enfoque de la naturaleza de los objetos matemáticos” esto es, permite relacionar la matemática entre sí.

Ahora, el contenido que se trata durante la intervención de la presente investigación, es el de función lineal y afín, el cual puede ser tratado desde distintos cuadros, esto porque la representación de una función puede estar dados de distintas formas tal como lo hace ver Rey, Boubée, Sastre & Cañibano (2009) quienes expresan que una función puede representarse en los registros o cuadros siguientes:

**Verbal:** Descripción del lenguaje, principalmente, está dada al comienzo del trabajo, ya que corresponde a enunciado del problema.

**Tabular:** La representación está dada por una tabla de valores, teniendo por tanto limitaciones, ya que en la tabla solo se pueden incluir un número finito de pares ordenados.

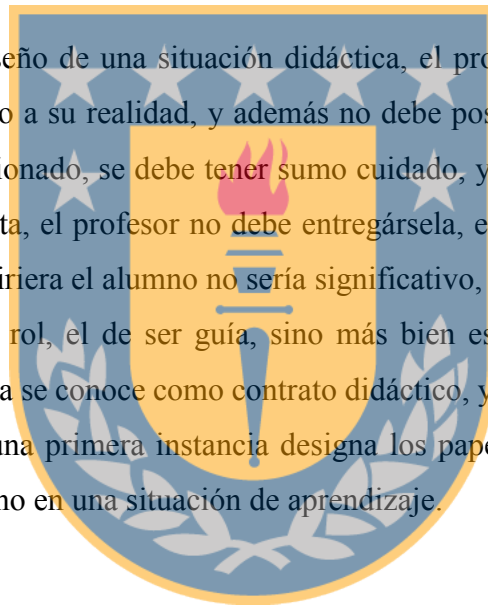
**Gráfico:** La representación corresponde a una recta o curva (continua o no) en el plano cartesiano, existiendo también limitaciones dado que la gráfica queda limitada a un cierto

intervalo, por tanto hay que imaginar que la gráfica continua más allá del intervalo que se representa.

**Algebraico:** La representación está dada por una expresión algebraica o fórmula, permitiendo calcular la imagen a cada pre-imagen perteneciente al dominio. Por tanto, a diferencia de las demás representaciones, esta forma de representación no presenta muchas limitaciones.

**Algorítmico:** Este registro corresponde al proceso de cálculo de imágenes a partir de los valores del dominio, es decir, es el trabajo numérico.

En síntesis, para el diseño de una situación didáctica, el problema que se le plantea al alumno debe ser vinculado a su realidad, y además no debe poseer respuesta inmediata. Y frente a esto último mencionado, se debe tener sumo cuidado, ya que cuando el alumno no logra encontrar la respuesta, el profesor no debe entregársela, esto porque el conocimiento que se pretendía que adquiriera el alumno no sería significativo, y es más, el mismo docente no estaría cumpliendo su rol, el de ser guía, sino más bien estaría rompiendo lo que en Didáctica de la Matemática se conoce como contrato didáctico, y que se procede a analizar a continuación, el cual en una primera instancia designa los papeles que deben desempeñar tanto profesor como alumno en una situación de aprendizaje.



### 2.3.6. Contrato Didáctico

Como se sabe, el desarrollo de una clase queda supeditado a la relación profesor-alumno, donde esta relación no depende solo de la organización de la sala de clases, sino que también de la adquisición de saberes. Ahora, cuando se hace alusión a la organización de la clase, se aboca al concepto de contrato pedagógico, el que puede ser visto según Balachef, citado por Pascual (2015c) como un “contrato de cultura” donde ninguna de las normas guarda relación con la disciplina enseñada. Por otra parte, existe el contrato didáctico, del cual Pascual (2015a) expone que:

El **contrato didáctico** es el resultado de la negociación de las relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio y un sistema educativo, con los fines de hacer apropiar a los alumnos un saber constituido o en vías de constituirse.

Por tanto, de lo anterior, se puede ver que la diferencia entre ambos contratos es que uno no guarda relación con la disciplina (contrato pedagógico) mientras que el otro si lo hace (contrato didáctico). Y es en este último en el cual se desea profundizar, ya que de él dependerá de si un alumno se apropia o no de un determinado saber.

Referente a lo último, el por qué la apropiación de un saber dependerá necesariamente del contrato didáctico, obedece a que si este tiene un mal funcionamiento, la adquisición del saber no podrá ser efectiva. Ahora, el mal funcionamiento dependerá en gran medida del profesor, esto porque de acuerdo con sus acciones habrá o no ruptura del contrato didáctico. Y al hacer mención a sus acciones, se hace referencia a que debido a su deseo de que los alumnos tengan éxito en la adquisición de un determinado saber, puede facilitarles la tarea mediante explicaciones abundantes o entregando información con tal de ayudarles.

Ahora, de acuerdo con Pascual (2015c), los didactas enunciaron algunas actitudes que son verdaderas rupturas de contratos, entre los que se encuentran:

- ***Efecto Topaze***

Esta ruptura de contrato se presenta cuando el alumno encuentra alguna dificultad en la situación, y el profesor con tal de que el alumno responda de manera correcta, le entrega herramientas para el desarrollo de la situación, provocando con ello que el objetivo no se cumpla, vale decir que el alumno no aprenda.

- ***Efecto Jourdain***

En este caso, el profesor interpreta el comportamiento banal de un alumno como la manifestación de un saber. Por ejemplo, para enseñar división, el profesor plantea el problema de cómo repartir 20 bombones entre 5 niños, normalmente lo que se haría es dividir 20 entre 5, ahora bien, el efecto Jourdain se manifiesta cuando el alumno no

divide, sino que simplemente va distribuyendo uno a uno los bombones, por consiguiente no moviliza los conocimientos que le permiten aprender la división.

- ***Deslizamiento metacognitivo***

En palabras de Pascual (2015c) consiste en “tomar una técnica, censada de ser útil para la resolución de un problema, como objeto de estudio y perder de vista el verdadero saber a desarrollarse”. Ejemplo claro es el hecho que para estudiar teoría de conjuntos, lo que se estudia hoy en día son los diagramas de Venn.

De los efectos o rupturas de contrato señaladas, de acuerdo con Pascual (2015c), en cada caso es gratificante tanto para el alumno como para el profesor, sin embargo “tales ejercicios permiten evaluar los ‘saber hacer’ pero no informan sobre la real apropiación de los saberes por parte de los alumnos”.

Ahora, tal como se mencionó al comienzo de esta sección, la Didáctica al seguir un enfoque constructivista busca el trabajo autónomo del alumno, para que de esta forma sea capaz de comprender lo que aprende. Frente a esto, la teoría de situaciones presenta el medio, que como ya se mencionó, corresponde a la tarea misma que debe realizar el alumno con el fin de conseguir la apropiación del determinado saber. Es por ello, que el apartado que sigue va abocado a tratar este componente del sistema didáctico, el cual para efecto de esta investigación es la modelización.

## 2.4. Modelización

Uno de los campos de investigación que más atrae la atención de la Didáctica de la Matemática es el diseño de situaciones basadas en la modelización, esto porque la modelización tal como lo plantean Aravena & Caamaño (2007), además de Pascual (2015e), esta es la actividad principal dentro del saber sabio, por lo cual en los últimos años se han generado movimientos en pro de esta metodología de enseñanza, tal como lo plantea Beimbengut & Hein (2004).

Para entender dicha metodología se procederá a analizar la definición que se tiene de modelización, el ciclo de esta, la importancia que tiene en el proceso enseñanza-aprendizaje, la influencia que tiene el aprendizaje colaborativo en esta metodología, y además se analizarán algunas investigaciones sobre esta metodología.

### 2.4.1. ¿Qué es la modelización?

En primera instancia, esta metodología incluye la resolución de problemas, por tanto es más compleja aún, esto porque de acuerdo con lo expuesto por Trigueros (2009) y Pascual (2015e), para resolver problemas los alumnos aplican lo aprendido para resolver una situación, en cambio la modelización funciona de manera contraria, vale decir, de un contexto dado, ella es la que permite la obtención del conocimiento.

Ahora, siguiendo con el lineamiento de Trigueros (2009), y en concordancia con lo expuesto en el párrafo anterior,

La investigación en solución de problemas ha mostrado ya las enormes dificultades que los alumnos tienen cuando intentar “traducir” al lenguaje matemático los enunciados de los problemas verbales. El caso de la modelación de situaciones reales es más complejo aún. En estas circunstancias, los estudiantes deben interpretar la situación que se les da y determinar las variables que pueden considerarse importantes para describir de manera certera el problema de interés. Requieren formular hipótesis que les permitan simplificar adecuadamente la situación problemática y representarla a través de funciones matemáticas.

Ahora, hay quienes exponen que la modelización es solo la consecución de la expresión algebraica del problema, vale decir, el modelo, lo que dista mucho de lo que exponen autores como Bassanezi & Biembengut (1997), además de Biembengut & Hein (2004), para quienes la modelización es un proceso cíclico y dinámico en el cual los alumnos se ven enfrentados a una problemática extraída de una situación real, a la cual deben dar solución. Así también, en palabras de Blomhøj (2004), la modelización “puede ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje”. Por lo tanto, de las ideas anteriormente señaladas, se puede concluir que la modelización es más que la simple consecución de una fórmula, sino que es un proceso que permite dar solución a una problemática, pasando por la consecución de una fórmula. Más aun, se puede mencionar que se trata de una metodología de enseñanza que se basa en la resolución de problemas y el trabajo autónomo del alumno, trabajo que se enmarca dentro de una situación contextualizada.

Por otra parte, es necesario señalar que en diversos textos aparece el término modelación matemática, que puede ser definido según Bassanezi & Biembengut (1997) como el “método de enseñanza-aprendizaje que utiliza el proceso de modelización en cursos regulares”. Por tanto, al hablar de modelización y modelación se estará haciendo alusión al mismo concepto.

Ahora, volviendo a lo expuesto al comienzo de este apartado, el motivo por el cual los didactas sienten atracción por esta metodología obedece al hecho de que la modelización es la actividad principal dentro del saber sabio, esto es, que la obtención de cualquier conocimiento se adquiere mediante el proceso de modelización, consecuencia de ello es que cualquier modelo aceptado hoy en día, se originó por una cierta problemática en el pasado, la cual debió ser respondida, mas no se tenían las herramientas para solucionarla, por tanto se tuvieron que idear algunos objetos matemáticos para darle solución, los cuales debieron ser validados previamente, o sea se debe ver si dicho modelo responde a la situación planteada al comienzo de la investigación. Es por ello que la validación es de suma importancia en el proceso de modelización, tal como se detalla en el apartado siguiente.

### 2.4.2. Ciclo de Modelización

Anteriormente, se hizo referencia a que la metodología de la modelización es un proceso cíclico, el cual parte de una situación real y familiar al alumno. Ahora, Beimbengut & Hein (2004) plantean la idea de que cada alumno elija un tema de su interés con el cual trabajar, elaborar hipótesis y crear un modelo matemático, todo esto bajo la supervisión y orientación del docente a cargo. Aún con ello, y a razón de la investigación, el (los) tema(s) a tratar serán únicos para el grupo experimental.

De acuerdo a la revisión bibliográfica, se puede observar que para mostrar el ciclo de modelización existen muchos esquemas, en los cuales solo varían los nombres de las fases, puesto que estas son prácticamente las mismas. Por tanto, para esta investigación el ciclo de modelización con el que se trabajará es el representado en la *figura 3*, el cual corresponde al ciclo propuesto por Blum et al., citado por Pascual (2015e).



*Figura 3.* Ciclo de la Modelización.

De acuerdo a la *figura 3*, junto a los textos analizados, se puede observar que el funcionamiento del ciclo de la modelización cumple la secuencia siguiente:

- 1) Para obtener un problema en relación a una situación extraída del mundo real, primeramente se debe estructurar y simplificar dicha situación, además de obtener de ella todos los datos necesarios.



- 2) Cuando ya se tienen seleccionados todos los datos relevantes al problema, se procede a “traducir” dichos datos al lenguaje matemático, lo que generará el posible modelo matemático que dé solución a la problemática inicial.
- 3) Obtenido ese modelo, el problema se trabaja matemáticamente para obtener una solución a la problemática, vale decir, algorítmicamente.
- 4) Luego de obtenido el resultado matemático de la etapa anterior, dicha solución es sometida a análisis, vale decir se interpreta la solución de manera analítica y con posibles representaciones gráficas (aquí es donde juega un papel importante el cambio de cuadros).
- 5) Cuando se tiene la solución a la problemática, se comprueba si esta efectivamente resuelve el problema, y si el modelo obtenido es el adecuado, es decir, se valida el modelo por medio del resultado. Este proceso es de suma importancia, ya que luego de la validación, son dos opciones las que hay, una es que el modelo obtenido logre responder a la problemática o bien no la responda. En caso de responderla, la situación podrá ser interpretada y el modelo utilizado a posterioridad, caso contrario se reformulará el modelo y se realizará el ciclo nuevamente.

En síntesis, el proceso de modelización se origina de una situación extraída del mundo real, simplificando y estructurando un problema, que en conjunto con los datos obtenidos, permite crear una posible solución, o sea un modelo real, el cual matematizado y tratado con los modelos existentes, origina un modelo matemático. Este modelo es tratado matemáticamente obteniendo con ello un resultado, el que debe ser analizado de acuerdo al modelo, para ver si es solución al problema; esta solución luego tiene que ser interpretada y validada en la situación real. Ahora, tal como se mencionó, si la solución o el proceso elegido no resulta ser adecuado a la realidad, los pasos o quizás la totalidad del proceso de modelización deberá ser realizado nuevamente tal como lo plantean Caron & Muller, citados por Pascual (2015e) quienes indican que “el número de veces donde el ciclo se recurre podría ser un indicador posible de la complejidad de la tarea y el grado de autenticidad de la aplicación”.



Cabe destacar que al ser preponderante en el sistema escolar chileno la metodología tradicional, se tiende a prestar mayor atención al lado derecho del ciclo de modelización presentado en la *figura 3*, es decir, tal como plantea Pascual (2015e), al alumno se le entrega el modelo y se le pide simplemente aplicar y obtener el resultado, el que muchas veces ni siquiera es corroborado para verificar si la solución obtenida satisface a la problemática inicial del ejercicio.

Por otra parte, conocido qué es la modelización y su ciclo, la pregunta que surge ahora es ¿por qué estudiar la modelización?, o mejor aún ¿cuál es la importancia de la modelización? La respuesta a estas interrogantes se pretende exponer en el apartado que sigue, donde en primera instancia se puede mencionar que esta permite desarrollar ciertas habilidades, que corresponden en gran medida a aquellas que el Ministerio de Educación pide que se desarrollen y que fueron mencionadas en la justificación de la presente investigación, a saber, resolver problemas, argumentar y comunicar, modelar y representar.

### 2.4.3. Importancia de la modelización

A partir de lo expuesto en párrafos anteriores, se puede deducir que cuando se habla de modelización se está haciendo referencia a una metodología de corte constructivista, donde se pretende que el alumno asuma el papel protagonista en su proceso de aprendizaje, logrando con ello que sea él quien construya su conocimiento. Ahora, tal como se mencionó en la problemática, hoy en día el tipo de enseñanza predominante en Chile es el tradicionalismo (conductismo), dado que se prioriza el trabajo algorítmico. Por tanto, si se espera que los alumnos valoren el papel de la matemática en la sociedad, es necesario que la enseñanza cambie, o sea, que al trabajar en matemática no se trabaje de forma descontextualizada y mecanicista, sino que se les haga ver a los alumnos que gran parte de nuestro diario vivir, por no decir prácticamente todo, es regido por modelos matemáticos.

De lo anterior, una de las formas en que el alumno puede valorar el papel de la matemática es cuando a este se le presentan situaciones realistas, que le permitan entender el papel que juega la matemática en la sociedad, y más aún, al trabajar la matemática desde este aspecto, el alumno comprenderá de mejor manera lo que está aprendiendo. Lo anterior tiene su

sustento en lo expuesto por Bressan & Gallego, citados por Henao & Vanegas (2012), quienes exponen lo citado a continuación, y que puede ser entendido como una de las importancias de la modelización:

Los estudiantes se enfrentan a *situaciones realistas*, las cuales involucran algún contenido matemático que deben ser construidos por los estudiantes mediante el uso de estrategias informales y su intuición. Además, dentro de esta *reinención* se dan negociaciones y discusiones que son fundamentales para la construcción del aprendizaje que se sustentan en métodos informales que luego serán utilizados como base para la creación de los conceptos formales.

Ampliando lo anterior, Beimbengut & Hein (2004), citando su artículo *Modelación Matemática Y Los Desafíos Para Enseñar Matemática* (2003), afirman lo antes expuesto, ya que para ellos la modelización “se trata de una manera altamente placentera de investigar el tema y es capaz de llevar al alumno a construir conocimientos que tienen significados o sentido para él.”

Además de que permita la construcción de conceptos como se mencionó, los autores Sierra, Blanco, Garcia-Raffi & Gómez (2011) manifiestan otra importancia que se puede rescatar del uso de la modelización, es que esta juega un papel de suma importancia en la adquisición de competencias. Entendiendo el concepto competencia como “la capacidad de poner en práctica e integrar los conocimientos, habilidades y actitudes adquiridas para resolver problemas y situaciones en contextos diversos”

Blomhøj (2004) en concordancia con lo antes expuesto manifiesta que:

- a) Al venir de contextos y experiencias cercanas del alumno, la modelización tiende puentes entre la matemática y la realidad, lo cual motiva el aprendizaje de la matemática, además de la conceptualización y socialización de esta por parte de los alumnos.
- b) El trabajo con modelización entrega al alumno competencias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos, lo cual es muy necesario para desenvolvemos en una sociedad tan altamente tecnológica como la que nos encontramos.

Así también, Aravena (2011) sostiene que esta metodología ayuda a desarrollar habilidades comunicativas, esto porque el alumno debe justificar y explicitar el proceso que le permitió obtener el modelo que responde a la situación.

Ahora, cualquiera de las competencias que se desarrollen en el ciclo de modelización se enmarcan en la competencia de modelizar, tal como se expone en la investigación de Gallart, Ferrando & García-Raffi (2015), quienes además exponen que esta competencia se desarrolla en base al trabajo de otras competencias menores, tal como se aprecia en el cuadro siguiente, donde se procede a analizar qué competencia se trabaja en cada fase de la modelización:

<b>Fase</b>	<b>Competencia</b>
Comprensión	Plantear Problemas
Simplificación	Pensar y Razonar
Matematización	Representar y Usar Símbolos
Trabajo Matemático	Resolver Problemas
Interpretación	Representar y Usar Símbolos/ Pensar y Razonar
Validación	Argumentar
Comunicación	Comunicar

*Tabla 1.* De acuerdo a Gallart, Ferrando & García-Raffi (2015)  
En base al ciclo de modelización de Blum y Leiß (2007).

De acuerdo al cuadro anterior (*Tabla 1*) es necesario señalar que:

- La fase denominada comprensión, según el ciclo propuesto por Pascual (2015e) recibe el nombre de recolección de datos.
- La fase de interpretación, de acuerdo a Pascual (2015e) recibe el nombre de análisis.
- Aun cuando la fase denominada comunicación no se presenta en el ciclo planteado por Pascual (2015e) se subentiende que está presente, ya que en caso de que el modelo responda a la situación problema, dicho modelo debe ser comunicado.

A modo de síntesis, del análisis de las importancias del uso de la modelización como metodología, se aprecia en que ayuda al desarrollo de competencias, además de que le permitirá al alumno comprender de mejor manera los contenidos matemáticos. Ahora, para la comprensión adecuada de los contenidos, el profesor debe salvaguardar el no romper el contrato didáctico, vale decir, debe ser consciente de su rol y el del alumno en la situación

planteada. De esto, a continuación se procede a ahondar en el estudio de roles de cada uno de los participantes en un proceso de modelización.

#### 2.4.4. Roles del Docente, del Alumno y de la Modelización

En el apartado de Didáctica de la Matemática, se hizo alusión a lo que es la Teoría de Situaciones Didácticas, donde se observaba que los agentes que intervenían en un proceso de aprendizaje eran el profesor, el alumno, el saber y el medio (que en este caso será la situación a modelizar). Ahora, considerando esto, y el análisis a los textos de Gallart et al. (2015) junto al de Sierra et al. (2011), se tiene que el rol principal de cada uno de los actores antes mencionados es:

- Para los alumnos: Son quienes deben asumir el rol protagónico, y por tanto asumir el control del proceso, trabajando de forma independiente en grupo.
- Para el profesor: Se limita a la supervisión del trabajo de los alumnos, y adquirir el papel de orientador, ayudando a los alumnos siempre que estos se lo pidan. Dicha ayuda solo se remitirá a hacer preguntas a los alumnos de tal forma que estos reflexionen a través de ellas y les encausen a lograr la resolución de la situación problema.
- Para la modelización: Es la adquisición de competencias, que deben ser entendida como la puesta en práctica de conocimientos, habilidades y actitudes para resolver problemas y situaciones en diversos contextos.

Antes de continuar, en los párrafos que siguen se trabajará el concepto de Aprendizaje Colaborativo, el cual guarda estrecha relación con algunas ideas que forman parte de la Didáctica de la Matemática, y por tanto de la modelización.

#### 2.4.5. Aprendizaje colaborativo en la modelización

Calzadilla (2001), citando a Eggen & Kauchak, señala que “los estudiantes que explican y elaboran, aprenden más que los que solamente escuchan explicaciones, quienes a su vez aprenden más, que los estudiantes que aprenden solos”. De esto se puede apreciar que utiliza conceptos tales como explicar y elaboran, lo cual hace alusión clara a un método constructivista. Es más, la frase “aprenden más, que los estudiantes que aprenden solos” también guarda relación con la idea de la interacción social presente en los enfoques de Piaget y Vigotsky.

Ahora, el motivo del análisis del aprendizaje colaborativo, obedece al hecho que en las situaciones de formulación y validación descritas en lo referente a Didáctica de la Matemática y a lo expuesto del ciclo de modelización, se puede apreciar que el trabajo no es autónomo, sino de forma grupal, en donde cada alumno del grupo debe comunicar ideas a sus pares, para poder formular el modelo que resuelva el problema, el que a posterioridad se someterá a validación del grupo curso, esto es, el alumno debe validar su modelo mediante la interacción con sus pares, o sea, recibiendo críticas o acotaciones respecto a su planteamiento, todo esto con el fin de que el modelo encontrado sea el correcto.

Lo antes descrito corresponde a lo que Tudge, citado por Calzadilla (2001), denomina interacción de pares, la que de acuerdo con dicho autor “consiste en la integración de grupos con participantes de diferentes niveles de habilidad, que acometen las ejecuciones en forma organizada y conjunta, participando el docente como mediador y catalizador en las experiencias de aprendizaje del grupo”, lo cual nuevamente guarda relación tanto con constructivismo como con la Didáctica de la Matemática, esto porque hace ver al docente como un mediador o guía, mientras que el papel protagónico lo toma el alumno.

Por otra parte, Calzadilla (2001) manifiesta que el aprendizaje colaborativo propicia la creación de ambientes participativos que estimulan a los alumnos, donde además esto ayuda a que los alumnos se sientan apoyados y en confianza, lo que permitirá consolidar su propio estilo de aprendizaje. Así también, el sitio EducarChile haciendo mención a la investigación *Prácticas Eficaces*, perteneciente a *Serie de Prácticas Educativas N° 3* de Walberg & Paik (2005) menciona que:

Cuando los alumnos trabajan en grupos de dos a cuatro componentes, cada miembro puede participar más y es más probable que los problemas individuales se puedan aclarar y resolver (a veces con la ayuda del profesor), y el aprendizaje se pueda acelerar.

Lo cual puede ser corroborado en lo expuesto por Lucero, Chiarani & Pianucci (2003), quienes mencionan que la interacción del alumno con el conocimiento, sus compañeros, el tutor y los recursos (saber, alumno, profesor y medio respectivamente en Didáctica de la Matemática) es indispensable para que la modelización pueda funcionar y que por tanto haya un aprendizaje.

#### **2.4.6. Estudios relacionados con modelización**

Si bien es cierto el estudio de la modelización como método de enseñanza es reciente, muchos investigadores se han abocado a investigar las repercusiones que tiene este método en el proceso de aprendizaje de los alumnos. Por tanto, en este apartado se analizarán algunas de las investigaciones que refieren a la modelización.

Es necesario señalar que se destacarán preferentemente las conclusiones que se desprenden de dichas investigaciones, con el fin de contrastar estos resultados con los obtenidos al final de la presente investigación.

##### **2.4.6.1. En Chile**

En el ámbito local, se puede observar que la autora que más ha indagado en la investigación en modelización es la Doctora María Aravena Díaz, docente de la Universidad Católica del Maule, en Aravena (2011), de quien se puede mencionar que en ninguna de sus investigaciones referidas a modelización se ha indagado en modelización en funciones, por tanto tampoco se ha hecho en el tema de funciones lineales.

Por contraparte, otro docente que ha indagado en el tema de modelización es el profesor Erich Leighton Vallejos, docente de la Universidad del Bio Bio, en Leighton (2013), de quien

de acuerdo al análisis de textos hechos previamente, se ha encontrado una investigación referida a modelización en funciones.

Ahora, a continuación se procede a analizar dos investigaciones, la primera perteneciente a la Doctora María Aravena Díaz, mientras que la segunda es del profesor Erich Leighton Vallejos.

➤ **Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores**

Investigación presentada en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática del año 2011 con sede en Recife, Brasil. La investigación se encuentra enmarcada en una investigación aún más amplia como lo es el proyecto FONDECYT 1090617.

La investigación se realizó con estudiantes de 3° Año de la carrera de Pedagogía en Matemática de la Universidad Católica del Maule, los cuales se encontraban cursando la asignatura de didáctica del álgebra y la geometría, asignatura que tiene por objetivo trabajar la resolución de problema en diferentes contextos.

Dentro de las conclusiones que emanaron de la investigación se encuentran:

- (1) El trabajo con situaciones de modelaje, que han desarrollado los futuros docentes, permitió una comprensión más profunda de los conceptos y procesos matemáticos, dando significado a lo que es hacer matemática, comprendiendo la utilidad de los conceptos y procesos matemáticos en situaciones.
- (2) La integración de los conocimientos con las diferentes áreas del saber crea un entorno de aprendizaje más interdisciplinar, evitando que los temas matemáticos estén desvinculados y descontextualizados.

➤ **Modelización Matemática. Una experiencia con estudiantes secundarios**

Investigación presentada en el VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática del año 2013 realizada en Montevideo, Uruguay. Dicha investigación estuvo constituida por 13 alumnos de un colegio particular subvencionado de la ciudad de Chillán, quienes eran parte de un curso electivo de matemática.

La investigación tuvo un enfoque cualitativo, ya que pretendía analizar el progreso del aprendizaje de los estudiantes que eran sometidos a modelado de situaciones. En este aspecto, la propuesta integró lo algebraico, geométrico y analítico en función lineal y cuadrática.

Dentro de las conclusiones, y en palabras de Leighton (2013), se puede apreciar que:

Se visualizó en los estudiantes una mayor comprensión en la aplicación de conceptos, se desarrolló la creatividad y el descubrimiento, la capacidad de integrar conceptos y de apreciar el poder de la matemática. Así también se desarrolló la habilidad de comunicar resultados y de validar estos mismos y de integrar conocimientos al enfrentarse a situación de la realidad.

**2.4.6.2. En el extranjero**

Dentro de las múltiples investigaciones referidas a modelización en el extranjero, la investigación que se presenta a continuación, se ha elegido dado que ella hace alusión a modelización de funciones lineales y que además se ha utilizado como respaldo teórico para la presente investigación.

➤ **Modelización Matemática – Una Teoría para la Práctica**

Investigación enmarcada dentro del proyecto denominado “Mañanas Matemáticas” que se realizó con 48 estudiantes de octavo grado de la ciudad de Rødovre, Dinamarca. La cual fue llevada a cabo por el autor de la investigación Morten Blomhøj (2004).



Dentro de las ideas destacadas del texto, Blomhøj dice que “los alumnos generalmente encuentran motivador y relevante trabajar con problemas reales, significando esto problemas relevantes para alguien fuera del aula”. Agregando también:

El conocimiento matemático, conceptual o procedimental, no es un prerrequisito para las actividades de modelización. La experiencia demuestra que las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje, crear raíces cognitivas sólidas para la construcción de conceptos matemáticos de parte del alumno y ser un modo de desafiar sus conceptualizaciones al ampliar el dominio para las actividades de modelización.

Ahora al tratarse de una metodología constructivista, lo que se busca es acercar la matemática hacia la realidad, de tal forma que ésta no sea descontextualizada sino que el alumno vea la aplicabilidad que ésta tiene, tal como expone Aravena. Para que de esta forma el alumno cambie su actitud hacia la matemática y por tanto se sienta más motivado a enfrentarla tal como lo menciona Blomhøj. Esto porque se espera que las variables socio-afectivas se vean afectas por el uso de la modelización.

Por otra parte, no todas las variables socio-afectivas podrán ser analizadas en esta investigación por el tiempo que ello requiere. Por tanto, aquellas que se analizan son las referidas a motivación y actitud hacia la matemática y que se proceden a describir a continuación.

## 2.5. Relación entre factores socio-afectivos y aprendizaje

De acuerdo con Crispin et al (2011), en el proceso de aprendizaje, son cuatro los factores que influyen en él, los que clasifica como factores socio-afectivos, fisiológicos, contextuales y de estilos de aprendizaje. El factor que será analizado para ver su impacto en el aprendizaje es el socio-afectivo, del cual los autores antes mencionados exponen que al hablar de factores socio-afectivos, se hace alusión a:

Los sentimientos, las emociones, las relaciones interpersonales, el autoconcepto, la autoestima, la comunicación y la motivación. Un desarrollo emocional equilibrado, una buena red de apoyo, una actitud positiva hacia uno mismo, hacia los demás y hacia el medio, son factores determinantes para el éxito del aprendizaje.

Ahora, la elección de dicha variable no es al azar, ya que según lo expuesto por Gil, Guerrero & Blanco (2006), se debe a que:

Resulta necesario comprender y analizar cómo el estudiante, al aprender matemáticas y al interactuar con su entorno, interioriza determinadas creencias y valoraciones negativas y positivas hacia ellas y hacia el mismo como aprendiz, lo cual le va a generar éxitos o fracasos ante la consecución de los logros matemáticos.

Lo que se refuerza con lo planteado por Hidalgo, Maroto, Ortega & Palacios (2013) quienes exponen que “el gusto o el rechazo por las matemáticas influyen, sin duda en el fracaso escolar”.

Es por todo lo anterior, que para efectos de esta investigación, las variables socio-afectivas que se someterán a estudio son las de motivación y actitud hacia la matemática, donde se analizará la relación de cada una de ellas con el aprendizaje y rendimiento de los alumnos.

### 2.5.1. Motivación

Es conocido que cuando las personas se sienten atraídas por algo en particular se motivan y buscan la obtención del objetivo planteado antes de comenzar cualquier actividad que estas desarrollen. Por tanto, no en vano podemos afirmar que mientras mayor sea la motivación de

una persona, mejores serán sus resultados. Ahora, en el ámbito educativo, esto no está del todo alejado, ya que como menciona Carretero (1993), “sin motivación, el alumno no realizará ningún trabajo adecuadamente; no sólo el de aprender un determinado concepto, sino el de poner en marcha las estrategias que le permitan resolver problemas similares a los aprendidos”.

Antes de continuar, Farías & Pérez (2010), citando a Romero, define la motivación como “estados internos que energizan y dirigen la conducta hacia metas específicas”. Ahora, estas metas “constituyen la principal variable que influye en la motivación” tal como lo señala Tapia, citado por Farías & Pérez (2010), esto porque dependiendo de la meta que se proponga el alumno será el tipo de motivación que éste posea.

Lo último referido a la relación meta-motivación, en palabras de Carretero (1993) se puede apreciar que:

Se suelen distinguir entre metas relacionadas con la tarea o con el <<yo>>, que tienen una motivación intrínseca, y metas relacionadas con la valoración social o la consecución de recompensas, que tienen una motivación extrínseca. Entre las primeras pueden citarse el intentar mejorar la propia competencia o hacer algo por el propio interés y no por una obligación externa. Entre las segundas se cuenta el deseo de obtener la aprobación de otras personas o de los compañeros, así como la obtención de recompensas inmediatamente después de haber realizado alguna tarea.

Ahora, con el fin de motivar a los estudiantes, Sierra, Blanco, García-Raffi & Gómez (2011) citando a Aravena & Giménez manifiestan que “al trabajar las matemáticas de un modo diferente al ordinario (clases magistrales), se pretende despertar motivación e interés”. Así también exponen que:

Hay que apostar por nuevas herramientas de aprendizaje que busquen despertar el interés y la motivación de nuestros estudiantes por las matemáticas y que muestren su vínculo de unión con el mundo real, sin dejar de lado el aprendizaje de conceptos matemáticos y la capacidad de interiorizar las ideas que se esconden tras ellos.

Es por lo anterior, que como la modelización se ha comenzado a ver como una herramienta para aproximar la matemática al alumno, y más aún que este trabaje la matemática por medio

de problemas de la vida diaria, se pretende aumentar la motivación de los alumnos, tal como lo sostiene Blomhøj (2004) quien afirma que “los alumnos generalmente encuentran motivador y relevante trabajar con problemas reales”.

### 2.5.2. Actitud hacia la Matemática

En primera instancia, es necesario mencionar que la actitud que tenga cualquier alumno frente a determinada asignatura, en este caso matemática, estará directamente relacionada con el historial de fracasos del alumno con respecto a dicha asignatura. Lo anterior se ve expuesto en las palabras de Blanco & Guerrero, citadas por Gil, Guerrero & Blanco (2006) quienes exponen que:

La historia repetida de fracasos lleva a los alumnos a dudar de su capacidad intelectual en relación con las tareas matemáticas y llegan a considerar sus esfuerzos inútiles, manifestando sentimientos de indefensión o pasividad. Por ello, se sienten frustrados y abandonan rápidamente ante la dificultad. Esta situación determina nuevos fracasos que refuerza la creencia de que efectivamente son incapaces de lograr el éxito, desarrollándose una actitud negativa que bloquea sus posteriores oportunidades de aprendizaje.

Ahora, así como cuando una persona posee una alta motivación por alguna tarea en específico obtiene buenos resultados, así también cuando posee una actitud positiva frente a alguna tarea, también obtendrá buenos resultados. Esto en el caso del proceso enseñanza-aprendizaje tampoco dista mucho, ya que como menciona Crispin et al (2011) “una actitud positiva hacia uno mismo, hacia los demás y hacia el medio, son factores determinantes para el éxito del aprendizaje”.

Antes de continuar, Caballero & Blanco (2007) citando a Hart, definen una actitud como “una predisposición evaluativa (es decir, positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento”. Del mismo modo, Hidalgo, Maroto & Palacios (2004) la definen como “una predisposición evaluativa (es decir, positiva o negativa) que

condiciona al sujeto a percibir y a reaccionar de un modo determinado ante los objetos y situaciones con las que se relaciona”

De esto último, generalmente se tiene que los alumnos poseen una actitud negativa hacia la matemática, esto motivado por el hecho de que al tener continuos fracasos, sienten que no están capacitados para lograr el éxito, tal como se mencionó al comienzo de este apartado. Más aún, esta actitud negativa también está motivada por el hecho de que sienten que la matemática no se relaciona con la realidad de acuerdo a lo que señalan Caballero & Blanco (2007) de Gonzales, quienes exponen que:

La matemática se percibe como algo fijo, inmutable, externo, irreal, abstracto, no se relaciona con la realidad, una aplicación de hechos, fórmulas y procedimientos, y estas creencias influyen negativamente en la actividad matemática y en la resolución de problemas, lo que provoca una actitud de recelo y desconfianza hacia la asignatura.

De lo anterior, y tal como sucede con la motivación, la actitud hacia la matemática depende en gran medida de la metodología que se utilice, esto de acuerdo a lo expuesto por Gil, Guerrero & Blanco (2006) quienes mencionan que:

Una mejora de las actitudes hacia las matemáticas ha de pasar necesariamente por un cambio de la imagen que se tiene de esta materia, a la que consideramos no es ajena la metodología didáctica que se utiliza, así como por una mejora de las relaciones entre profesores y alumnos.

Es por lo anterior, que como la modelización busca acercar la matemática a la realidad, se espera con ello que exista una mejora en la actitud hacia la matemática por parte de los alumnos.

Tal como se mencionó, las variables socio-afectivas influyen en el aprendizaje de los alumnos. Sumado a ello que los hombres y la mujeres poseen mundo emocionales distintos, tal como lo señalan Belmar & Beroiza (2015) citando a Spalek et al., se supone que existan diferencias en el rendimiento entre hombres y mujeres. Ahora, con el fin de analizar si existen dichas diferencias entre hombres y mujeres, a continuación se procede a exponer algunas investigaciones que afirmen o refuten dicha creencia.

## 2.6. Diferencia de sexo en matemática

En primera instancia se podría afirmar que no existe diferencia en el rendimiento entre hombres y mujeres a nivel internacional, tal como lo señala la Agencia de Calidad de la Educación (2013) quien expresa que:

Aunque, en general, en todos los países se observa que las mujeres tienen mejores resultados en Lectura, a nivel internacional se aprecia una variedad de escenarios en relación a Matemática y Ciencias. En algunos países no existen diferencias entre hombres y mujeres en cuanto a los conocimientos y las competencias desarrollados por los establecimientos en estas áreas y, en otros, incluso hay diferencia a favor de las mujeres.

Por otra parte, en aquellos países que existe diferencia en cuanto a rendimiento, en los últimos años la brecha ha tendido a disminuir considerablemente, no así en el caso de Chile, ya que aun cuando las diferencias de rendimiento han disminuido, la Agencia de Calidad de la Educación (2013) manifiesta que aún existen diferencias importantes entre hombres y mujeres. Ejemplo de ello es la prueba Simce del año 2012 aplicada a segundos años medios, de la cual la Agencia de la Calidad de la Educación hace notar que existen 8 puntos de diferencia a favor de los hombres. De igual forma, de la prueba PISA expone que pese a que hasta el año 2012 las mujeres han aumentado su puntaje en 15 puntos respecto al año 2006 (de 396 a 411 puntos), aún existe una brecha de 25 puntos con respecto a los hombres en la medición del año 2012.

Ahora, en el caso de las variables socio-afectivas, la realidad tiende a ser la misma descrita anteriormente, esto es, algunas investigaciones exponen diferencias mientras que otras plantean que no las hay. Tal es el caso de la investigación *Diferencias de género en el perfil de estilos del uso de estrategias cognitivas de aprendizaje de estudiantes de farmacología* de Sepúlveda et al (2010) donde manifiesta que en el caso de la motivación y la ansiedad no se confirmaron diferencias en relación al sexo. Por otro lado, Ursini (2014) manifiesta que hay algunas variables que si presentan diferencias, tal es el caso de la actitud hacia la matemática, de la cual expone que “Al estudiar las diferencias de género relativas a las actitudes hacia las matemáticas y la autoconfianza para trabajar en matemáticas, se ha encontrado de manera

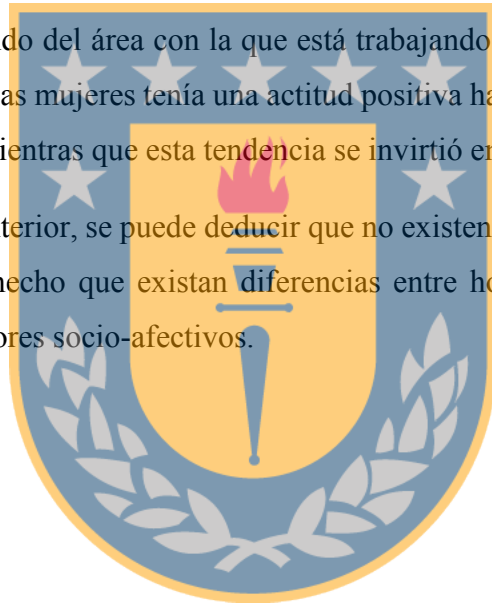
recurrente que las niñas suelen tener una actitud más negativa que los varones”. Sin embargo, en el caso de Chile, de acuerdo con la Agencia de la Calidad de la Educación (2013), se observan las conclusiones siguientes:

- En cuanto a motivación, los hombres poseen una mayor motivación intrínseca en comparación con las mujeres a la hora de aprender matemática.
- En cuanto a la actitud, los hombres muestran una actitud más abierta y positiva frente a la matemática en comparación a las mujeres.

Con respecto a lo último, resulta interesante lo que expone Ursini (2014), quien plantea que:

La actitud que tiene un estudiante hacia las matemáticas no es homogénea y puede cambiar dependiendo del área con la que está trabajando. Se encontró, por ejemplo, que la mayoría de las mujeres tenía una actitud positiva hacia la geometría y negativa hacia el álgebra, mientras que esta tendencia se invirtió en la mayoría de los varones.

Por tanto, de todo lo anterior, se puede deducir que no existen evidencias suficientes para poder señalar y dar por hecho que existan diferencias entre hombres y mujeres tanto en rendimiento como en factores socio-afectivos.



### **3. CAPITULO 3: MARCO METODOLOGICO**

#### **3.1. Enfoque**

El enfoque de la siguiente investigación, es cuantitativo, ya que las hipótesis se prueban en base a la medición numérica y al análisis estadístico.

Por otra parte, también se analizarán datos correspondientes a test de variables socio-afectivas que permitirán conocer la variación de los niveles en cuanto a la actitud hacia la matemática y la motivación que presentan los alumnos frente a la propuesta metodológica de modelización.

#### **3.2. Tipo y Diseño de la Investigación**

La presente investigación es de tipo explicativa-correlacional puesto que se intenta analizar si la propuesta metodológica de modelización produce cambios en el rendimiento, la motivación y la actitud hacia la matemática por parte de los alumnos. Como también, se busca establecer si existe alguna relación entre la modelización, el rendimiento, la actitud y motivación hacia la matemática.

Por otra parte, el diseño de esta investigación es cuasi-experimental, esto porque los grupos no se eligen de forma aleatoria, sino que estos ya están designados por el colegio.

#### **3.3. Dimensión temporal**

Esta investigación es de tipo longitudinal y transversal puesto que son tres los tiempos de recolección de datos, los que se realizaron al inicio con la medición de un pre-test y al final de la intervención con el post-test, además pasado un tiempo posterior a la intervención un segundo post-test (evaluación de impacto).



### 3.4. Población y muestra

La población está conformada por alumnos de Primer Año Medio de un Establecimiento Particular Subvencionado Científico Humanista de la ciudad de Los Ángeles.

Ahora, debido a que la investigación tiene un diseño cuasi-experimental, los grupos no se eligen de forma aleatoria, sino que se encontraban previamente constituidos, es por ello, que la muestra corresponde a 70 alumnos, los cuales son pertenecientes a los cursos A y B del establecimiento.

Por otra parte, es preciso señalar que la muestra corresponde a la totalidad de la población, esto porque el establecimiento posee solo dos cursos en primer año. Es por esto que los dos cursos, 1°A y 1°B, pasaran a ser el grupo experimental y grupo control respectivamente (de ahora en adelante GE y GC), los cuales se encuentran distribuidos de la siguiente manera:

Curso	Grupo	Cantidad Alumnos
1° A	Experimental: Modelización	33
1° B	Control: Metodología Tradicional	37

Tabla 2. Distribución de la muestra.

### 3.5. Variables

En esta investigación, la variable independiente corresponde al método de enseñanza, el cual tiene dos valores, la metodología de modelización y la metodología tradicional.

La variable interviniente corresponde al sexo de los alumnos, ya que también se muestra si la metodología de modelización evidencia diferencias en el rendimiento, motivación y actitud hacia la matemática entre hombres y mujeres.

Las variables dependientes corresponden al aprendizaje, motivación y actitud hacia la matemática.

A continuación se detallan las diferentes variables que actúan en esta investigación:

Tipo de Variable	Variable	Definición Conceptual	Definición operacional
Independiente	Metodología	Metodología utilizada para lograr el aprendizaje en los alumnos	Metodología tradicional en grupo control y Modelización en el grupo experimental.
Intervinientes	Sexo	Distinción biológica entre hombre y mujer.	Observación de las diferencias físicas en los estudiantes.
Dependientes	Aprendizaje	Rendimiento académico que logran los alumnos una vez finalizada la intervención	Promedio de los resultados obtenidos en el post-test de funciones lineales, evaluada con nota 10 a 70
	Aprendizaje perdurable	Perdurabilidad del aprendizaje tiempo después de haber finalizado la intervención	Porcentaje de retención, obtenido mediante el cociente del post-test 2 y post-test 1.
	Motivación	Voluntad que estimula a hacer un esfuerzo con el propósito de alcanzar ciertas metas	Puntaje de 14 a 70 obtenido por los alumnos en el test de motivación.
	Actitud hacia la matemática	Valor, aprecio e interés que tiene el individuo hacia la matemática y el aprender, donde marcan más la variable afectiva que la cognitiva	Puntaje de 19 a 95 obtenido por los alumnos en el test de actitud hacia la matemática.

### 3.6. Instrumentos para la recolección de datos

Para la recolección de datos necesarios para la presente investigación se aplican una serie de instrumentos a ambos grupos. Entre ellos un pre-test antes de comenzar la intervención, un post-test luego de terminada, y posteriormente a ello una evaluación de impacto (post-test 2). Así también, se aplican test socio-afectivos referidos a motivación y actitud hacia la matemática antes y después de la intervención.

Ahora, es necesario mencionar que los test de conocimientos aplicados fueron desarrollados por los autores de ésta investigación y sometidos a validación de cinco jueces, donde tres de ellos pertenecen a la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles y dos a otra institución.

A continuación se presenta una descripción de cada uno de los instrumentos antes mencionados.

#### 3.6.1. Test de Actitud Hacia la Matemática

Este instrumento ha sido confeccionado por los autores Mato & Muñoz (2008), el cual está constituido por un total de 19 ítems, donde el encuestado, en este caso el alumno, lee una proposición y luego clasifica su opinión decidiendo si está muy de acuerdo, de acuerdo, me es indiferente, en desacuerdo, o bien, muy en desacuerdo (ver *Anexo 2.4*). El puntaje que se le asigna a cada ítem va de 1 a 5, siendo 1 muy en desacuerdo y 5 muy de acuerdo. Luego, el total de la suma de los puntajes asignados según la respuesta de los estudiantes será la actitud de estos hacia la matemática, siendo el puntaje máximo del test 95 puntos.

Para medir la confiabilidad del instrumento, los autores realizaron una prueba a 1220 alumnos de la Educación Secundaria Obligatoria, la cual arrojó un Alfa de Cronbach de  $\alpha = 0.9706$ , por lo cual el instrumento es altamente confiable. Para la investigación, el Alfa de Cronbach calculado es  $\alpha = 0.906$ , por lo que el test es confiable (ver *Anexo 3.4*).

### 3.6.2. Test de Motivación

Este instrumento, creado por Berger & Karabenick, fue traducido por Gasco & Villaroel (2014) para ser aplicado a 1220 alumnos de la ESO, arrojando un Alfa de Cronbach de  $\alpha = 0.9504$ . Para esta investigación, el test tiene un nivel de confiabilidad alto, pues el coeficiente Alfa de Cronbach calculado es de  $\alpha = 0.9$  (ver *Anexo 3.5*).

El test consta de 14 preguntas, las que son divididos en 5 ejes de la motivación hacia la matemática: Interés, Importancia, Utilidad, Coste & Autoeficacia (ver *Anexo 2.5*)

De acuerdo con Gasco & Villaroel (2014), todas las respuestas del test se ajustan a una escala Likert 5 donde:

- 1: Completamente en desacuerdo
- 2: En desacuerdo
- 3: Ni de acuerdo ni en desacuerdo,
- 4: De acuerdo
- 5: Completamente de acuerdo.

Ahora, según los mismos autores, los primeros tres componentes de valor (Interés, utilidad e importancia) han sido agrupados en un solo grupo, denominado valor. De esta manera, los indicadores de motivación estudiados son: El valor, El coste y la expectativa de autoeficacia. Quedando el test constituido finalmente por: 9 ítems de la escala de valor, 2 ítems que analizan el coste y 3 ítems que evalúan la expectativa de autoeficacia.

### 3.6.3. Pre-Test

Para la confección del test, 35 fueron los ítems sometidos a validación. De esos ítems, 28 fueron los que obtuvieron una concordancia del 100% entre los jueces y los autores (ver *Anexo 1.1*). De estos, 15 conforman el test (ver *Anexo 2.1*)

Los contenidos a medir en el pre-test corresponden a los contenidos previos que los alumnos debiesen conocer antes de tratar los contenidos de función lineal y afín. En detalle, el test aboca a los siguientes objetivos:

- A. Resolver problemas que involucran variaciones proporcionales en diversos contextos.
- B. Reconocer en diversas situaciones dependencia e independencia entre variables.
- C. Resolver ejercicios y problemas en diversos contextos que involucran ecuaciones de primer grado.
- D. Expresar como función situaciones de la vida cotidiana.
- E. Identificar dominio y recorrido de una función.
- F. Calcular imágenes y pre-imágenes en distintas funciones.

Por otra parte, el Alfa de Cronbach calculado para el test es  $\alpha = 0.768$ , por lo que el instrumento es confiable (ver *Anexo 3.1*).

#### 3.6.4. Post-Test 1

Para la confección del test, 35 fueron ítems sometidos a validación. De esos ítems, 20 fueron los que obtuvieron una concordancia del 100% entre los jueces y los autores (ver *Anexo 1.2*). De estos, 19 conforman el test (ver *Anexo 2.2*).

Los contenidos a medir en el post-test corresponden a los contenidos que los alumnos debiesen manejar luego de tratar los contenidos de función lineal y afín. En detalle, el test aboca a los objetivos siguientes:

- A. Representar geoméricamente pares ordenados en el plano cartesiano.
- B. Reconocer funciones en gráficos y diagramas presentando las fundamentaciones correspondientes.
- C. Expresar como función situaciones de la vida cotidiana.
- D. Representar geoméricamente funciones lineales y afines en el plano cartesiano.
- E. Diferenciar en distintos contextos funciones lineales de funciones afines.
- F. Reconocer la representación gráfica y algebraica de las funciones lineales o afines.
- G. Calcular imágenes y pre-imágenes en funciones lineales y afines.
- H. Calcular pendiente de una recta dado dos puntos pertenecientes a ella.

Por otra parte, el Alfa de Cronbach calculado para el test es  $\alpha = 0.824$ , por lo que el instrumento es confiable (ver *Anexo 3.2*).

### 3.6.5. Post-Test 2

Para la confección del test, fueron utilizados los mismos 20 ítems que poseían 100% de concordancia utilizados obtenidos de la validación para el Post-Test 1. De estos, 16 fueron los seleccionados para la confección del test (ver *Anexo 2.3*). Por tanto, lo objetivos a los cuales aboca el test corresponde a los mismos del Post-Test 1.

Por otra parte, el Alfa de Cronbach calculado para el test es  $\alpha = 0.825$ , por lo que el instrumento es confiable (ver *Anexo 3.3*).



## 4. CAPÍTULO 4: DESCRIPCIÓN DE LA INTERVENCIÓN

Para comenzar la descripción de la intervención, cabe recordar que se realizó en dos primeros medios de un colegio particular subvencionado de la ciudad de Los Ángeles.

La forma en que se trabajó con la metodología de modelización en el grupo experimental consistió en un trabajo autónomo de los alumnos y, cuando la situación de aprendizaje lo requería, de forma grupal. Ahora, dichos grupos presentaban las características siguientes:

- I. Tamaño de los grupos: Los grupos de trabajo podían tener de 3 a 4 integrantes, esto dependiendo de la cantidad de alumnos que asiste a cada clase.
- II. Método para formar los grupos: La elección de los grupos se realizó en consenso entre el profesor titular de la asignatura y los profesores intervinientes, considerando los siguientes factores rendimiento, comportamiento y afinidad, buscando con ello que los grupos presenten características similares.

Por otra parte, otra característica importante fue el ordenamiento de la sala de clases, dado que se realizaron modificaciones en el orden de los puestos, de tal manera que los alumnos de cada grupo juntasen las mesas para quedar de frente entre ellos, donde además debían dejar un espacio suficiente entre cada uno de los grupos para un correcto tránsito dentro de la sala de clases.

Ahora, en lo referente a la intervención propiamente tal, en primera instancia se le comentaba a los alumnos el contexto en cual se ambientaban las situaciones problema a trabajar, para que estos se apropiaran de la situación, y con ello comenzaran con un trabajo autónomo, analizando el problema entregado por el profesor, para luego ir conjeturando posibles soluciones a la problemática planteada; las que luego debían contrastar con las de sus compañeros de grupo para conseguir un modelo que respondiera a la situación problema.

Posterior a ello se designaba una instancia para la comunicación y posterior discusión de los diferentes modelos encontrados en cada uno de los grupos, generando con ello que se validen o descarten los distintos modelos comunicados por cada grupo. Posterior a esto, de forma consensuada, se determina el modelo que mejor responda a la situación.

En última instancia el profesor comunicaba a los alumnos el objeto matemático trabajado mediante la situación, para luego definirlo formalmente y ejemplificando.

#### 4.1. Calendario de las intervenciones.

A continuación se detalla en la calendarización de la intervención, la cual, como ya se mencionó tuvo una duración de un mes.

Grupo Experimental			
Clase N°	Fecha	Horas Pedag.	Actividad
1	03 - Oct.	2	Aplicar test de motivación, actitud y pre-test de conocimiento para conocer la situación del curso.
2	05 - Oct.	2	Generalizar situaciones de la vida real utilizando tablas para obtener expresiones algebraicas como formas de representación.
3	06 - Oct.	2	Representar gráficamente situaciones de la vida real en el plano cartesiano.
4	11 - Oct.	2	Conocer el concepto de función y su representación en distintos cuadros.
5	12 - Oct.	2	Caracterizar la función mediante su notación y/o su representación, y establecer las condiciones para determinar su dominio y recorrido.
6	13 - Oct.	2	Resolver guía de ejercicios de función y su identificación en distintos contextos matemáticos.
7	17 - Oct.	1	Resolver guía de ejercicios de función y su identificación en distintos contextos matemáticos.
8	18 - Oct.	2	Establecer las funciones lineales como modelos de proporcionalidad directa, para determinar la expresión algebraica de una función lineal.
9	19 - Oct.	2	Resolver guía de ejercicios referente a función lineal y su identificación en distintos contextos matemáticos.
10	20 - Oct.	2	Establecer la función afín como un modelo que sirve para resolver problemas de la vida real.
11	24 - Oct.	1	Resolver ejercicios de función Afín y su identificación en distintos contextos matemáticos.
12	25 - Oct.	2	Diferenciar la función lineal de la afín en situaciones de la vida real.
13	26 - Oct.	2	Resolver guía de ejercicios de función lineal y afín, y su identificación en distintos contextos matemáticos.
14	27 - Oct.	2	Aplicación de los test de motivación y actitud, además del post-test de conocimiento para evaluar los conocimientos adquiridos de la unidad.
15	01 - Dic.	2	Aplicación del post-test 2 de conocimiento para evaluar la perdurabilidad de los aprendizajes adquiridos en la unidad.



<b>Grupo Control</b>			
<b>Clase N°</b>	<b>Fecha</b>	<b>Horas Pedag.</b>	<b>Actividad</b>
1	05 -Oct.	2	Aplicar test de motivación, actitud y pre-test de conocimiento para conocer la situación del curso.
2	06 - Oct.	2	Conocer el concepto de función e identificar estas mediante un diagrama sagital.
3	07 - Oct.	1	Resolver ejercicios referentes funciones aplicando su definición.
4	12 - Oct.	2	Identificar funciones en el plano cartesiano y en diagramas sagitales.
5	13 - Oct.	2	Resolver guía de ejercicios de función y su identificación en distintos contextos matemáticos.
6	17 - Oct.	2	Establecer la definición de función y la dependencia entre las variables de esta.
7	19 - Oct.	2	Evaluar funciones utilizando tabulación y el grafico para representarlas.
8	20 - Oct.	2	Identificar las características de una función lineal mediante su definición formal.
9	24 - Oct.	2	Identificar las características de una función Afín mediante su definición formal.
10	26 - Oct.	2	Determinar la pendiente de una recta dado dos puntos pertenecientes a esta.
11	27 - Oct.	2	Aplicación de los test de motivación y actitud, además del post-test de conocimiento para evaluar los conocimientos adquiridos de la unidad.
12	01 - Dic.	2	Aplicación del post-test 2 de conocimiento para evaluar la perdurabilidad de los aprendizajes adquiridos en la unidad.

Ahora, si se desea profundizar o interiorizar en lo visto durante el desarrollo de cada clase, se han adjuntado las planificaciones clase a clase correspondientes a las intervenciones tanto del grupo experimental como del grupo control, en los *Anexos 6 y 8* respectivamente. De igual forma, las guías de aprendizaje y de ejercicios utilizadas en el grupo experimental se encuentran adjuntadas en el *Anexo 7*.

## 5. CAPITULO 5: ANÁLISIS DE DATOS Y VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos de la verificación de hipótesis luego de la intervención de la metodología de modelización en un colegio particular subvencionado de la ciudad de Los Ángeles. Para la obtención de los datos, durante la intervención fueron aplicados tres tipos de instrumentos de evaluación, a saber, test de conocimientos, de motivación y de actitud hacia la matemática.

Terminada la intervención y previo al estudio de las hipótesis, se hacen estudios de normalidad para cada uno de los resultados de los test aplicados durante la intervención mediante el test de Shapiro-Wilk. Para aquellas muestras que presentan distribución normal se aplican pruebas paramétricas para su análisis, caso contrario, se aplican pruebas no paramétricas. Ahora, antes de utilizar las pruebas paramétricas, se hace uso de la Prueba  $f$  de Fisher para determinar la igualdad de varianzas entre las muestras, con el fin de saber que prueba paramétrica se utilizará.

Para el caso de probar si existe una correlación, se hace uso del Coeficiente de Pearson si los datos provienen de variables con distribución normal y variables cuantitativas, en cambio si no poseen distribución normal, o bien si son variables cualitativas ordinales, se hace uso del Coeficiente de Spearman.

Ahora, el análisis de los datos, y la obtención de los resultados se hizo mediante el uso del software Microsoft Excel 2010, con el complemento de herramienta de análisis XLSTAT.

Por otra parte, cada grupo conformado provienen de poblaciones homogéneas, es decir, al comienzo de la intervención el grupo control y experimental poseen niveles de conocimientos, motivación y actitud hacia la matemática similares, tal como se infiere del análisis estadístico que se encuentra en el *Anexo 9*.

A continuación se procede a hacer los análisis estadísticos de los resultados obtenidos, que se encuentran en el *Anexo 4*, para comprobar las hipótesis planteadas al inicio de la investigación.

- ***Hipótesis N°1: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización en comparación a los estudiantes que aprenden bajo el método tradicional presentan un mayor aprendizaje promedio.***

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Rendimiento promedio de alumnos que participan en la modelización.

$\mu_2$ : Rendimiento promedio de alumnos que participan en el método tradicional.

Dado que los datos del post-test demuestran estadísticamente que provienen de poblaciones con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas distintas (ver *Anexo 5.1*), se utiliza la Prueba de Welch-Satterthwaite, arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
1	Ap. GE	33	16,000	63,000	38,424	13,530
2	Ap. GC	37	19,000	53,000	33,730	9,267

Se puede observar en ambos casos que las medias (promedios) no son notas aprobatorias, vale decir, superiores a 40. No obstante, el GE obtiene una media superior a la del GC, con una diferencia de 4,695 puntos.

Ahora, puesto que el valor-p unilateral computado (0,050) es menor o igual que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y aceptar la hipótesis alternativa  $H_1$** . Por lo tanto, existe evidencia muestral significativa para inferir que el aprendizaje promedio en la unidad de funciones lineales y afines es mayor en aquellos alumnos que participan en la modelización en comparación a aquellos alumnos que participan del método tradicional.

- ***Hipótesis N°2: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización en comparación a los estudiantes que aprenden bajo el método tradicional presentan un mayor aprendizaje perdurable.***

La variable a considerar para esta hipótesis es la referida a la del aprendizaje perdurable. Donde se analiza el porcentaje de retención de aprendizaje, el cual es obtenido mediante el cociente del post-test 2 y post-test 1.

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Porcentaje promedio de aprendizaje perdurable en alumnos que participan en la modelización.

$\mu_2$ : Porcentaje promedio de aprendizaje perdurable en alumnos que participan en el método tradicional.

Dado que los datos provienen de muestra con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas iguales (ver Anexo 5.1), se utiliza la prueba t-Student, arrojando los siguientes datos:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media (%)	Desv. Típica
1	Ap. Per. GE	23	63,043	171,429	98,279	25,630
2	Ap. Per. GC	34	38,462	116,129	82,661	23,166

De la tabla anterior, se puede apreciar que la media del porcentaje de retención en el GE es de 98.279%, lo que significa que gran parte de los alumnos obtuvieron calificaciones similares en el post-test 1 y 2. Por contraparte, en el GC se aprecia una diferencia de 15,618 puntos porcentuales a favor del GE, lo que hace inferir que las notas obtenidas en el post-test 2 por los alumnos del GC fueron inferiores a las obtenidas en el post-test 1.

Ahora, puesto que el valor-p unilateral computado (0,010) es menor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y aceptar la hipótesis alternativa  $H_1$** . Por lo tanto, existe evidencia muestral altamente significativa para inferir que el aprendizaje perdurable es mayor en los alumnos que participan de la modelización en comparación al de los alumnos que participan en el método tradicional.

- ***Hipótesis N°3: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización en comparación a los estudiantes que aprenden bajo el método tradicional muestran mayor motivación hacia la matemática.***

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Nivel de motivación promedio en alumnos que participan en la modelización.

$\mu_2$ : Nivel de motivación promedio en alumnos que participan en el método tradicional.

Dado que los datos del test luego de la intervención provienen de muestras con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas distintas (ver *Anexo 5.1*), se utiliza la Prueba de Welch-Satterthwaite, arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
1	Mot. GE	33	36,000	64,000	51,606	6,082
2	Mot. GC	37	22,000	62,000	46,622	9,581

En un rango de 14 a 70 puntos correspondientes a la escala del test de motivación, se puede apreciar que el GE obtuvo 51,606 puntos promedio, mientras que el GC 46,622 puntos promedio; lo que genera una diferencia de 4,984 puntos entre ambos grupos.

Ahora, puesto que el valor-p unilateral computado (0,005) es menor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y aceptar la hipótesis alternativa  $H_1$** . Por lo tanto, existe evidencia muestral altamente significativa para inferir que la motivación en los alumnos que participan de la modelización es mayor que la de los alumnos que participan en el método tradicional.

- ***Hipótesis N°4: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización en comparación a los estudiantes que aprenden bajo el método tradicional exhiben una actitud positiva mayor hacia la matemática.***

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Nivel de actitud positiva promedio hacia la matemática en alumnos que participan en la modelización.

$\mu_2$ : Nivel de actitud positiva promedio hacia la matemática en alumnos que participan en el método tradicional.

Dado que los datos del test luego de la intervención provienen de muestras con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas iguales (ver *Anexo 5.1*), se utiliza la Prueba t-Student, arrojando los siguientes resultados:

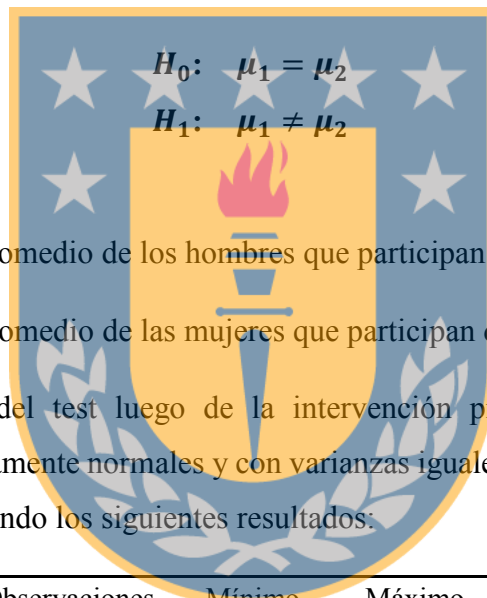
Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
1	Act. GE	33	48,000	90,000	71,515	10,586
2	Act. GC	37	49,000	87,000	71,054	9,551

En un rango que va de 19 a 95 puntos correspondientes al test de actitud hacia la matemática, se puede observar que el nivel promedio de la actitud hacia la matemática de los alumnos del GE es de 71,515 puntos, diferenciando en 0,461 puntos al nivel promedio de los alumnos del GC.

Ahora, puesto que el valor-p unilateral computado (0,424) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$** . Por lo tanto, no existe evidencia muestral significativa para inferir que la actitud hacia la matemática es mayor en los alumnos que participan de la modelización en comparación a aquellos que aprender bajo el método tradicional.

- ***Hipótesis N°5: Bajo la metodología de modelización, existe diferencia en el aprendizaje promedio entre hombres y mujeres.***

Las hipótesis a considerar son:



Donde:

$\mu_1$ : Aprendizaje promedio de los hombres que participan de la modelización.

$\mu_2$ : Aprendizaje promedio de las mujeres que participan de la modelización.

Dado que los datos del test luego de la intervención provienen de muestras con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas iguales (ver Anexo 5.2), se utiliza la Prueba t-Student, arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
1	Ap. Hombres	23	17,000	63,000	38,565	12,648
2	Ap. Mujeres	10	16,000	63,000	38,100	16,114

De acuerdo a la tabla anterior, se puede apreciar que el promedio de las notas entre hombres y mujeres del GE son similares, más aun, comparándolos con la media general del GE indicada en el análisis de la hipótesis 1 (38,424), se puede observar que el promedio de notas tanto de hombres como mujeres, no distan mucho de la media general del GE.

Ahora, puesto que el valor-p bilateral computado (0,929) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$** . Por lo tanto, no existe evidencia muestral significativa para inferir que el aprendizaje promedio entre hombre y mujeres sea distinto.

- ***Hipótesis N°6: Bajo la metodología de modelización, las mujeres tienen una actitud positiva mayor que los hombres hacia la matemática.***

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Nivel de actitud positiva promedio en las mujeres que participan de la modelización.

$\mu_2$ : Nivel de actitud positiva promedio en los hombres que participan de la modelización.

Dado que los datos del test luego de la intervención provienen de muestras con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas iguales (ver Anexo 5.2), se utiliza la Prueba t-Student, arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
1	Act. Mujeres	10	51,000	90,000	68,700	12,979
2	Act. Hombres	23	48,000	87,000	72,739	9,430

De acuerdo a la tabla anterior, se puede apreciar que el nivel promedio de la actitud hacia la matemática de mujeres y hombres del GE es 68,700 y 72,739 puntos respectivamente, más aun, comparándolos con la media general del GE indicada en el análisis de la hipótesis 4 (71,515), se puede observar que el nivel promedio de la actitud de los hombres está más cerca de la media que el nivel promedio de las mujeres.



Ahora, puesto que el valor-p unilateral computado (0,839) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$** . Por lo tanto, no existe evidencia muestral significativa para inferir que las mujeres poseen una actitud positiva mayor hacia la matemática que los hombres.

- ***Hipótesis N°7: Bajo la metodología de modelización, los hombres poseen mayor motivación que las mujeres.***

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Nivel de motivación promedio de los hombres que participan de la modelización.

$\mu_2$ : Nivel de motivación promedio de las mujeres que participan de la modelización.

Dado que los datos del test luego de la intervención provienen de muestras con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas iguales (ver Anexo 5.2), se utiliza la Prueba t-Student, arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
1	Mot. Hombres	23	43,000	64,000	52,652	5,262
2	Mot. Mujeres	10	36,000	59,000	49,200	7,391

De acuerdo a la tabla anterior, se puede apreciar que el nivel promedio de la motivación de hombres y mujeres del GE es 52,652 y 49,200 puntos respectivamente, más aun, comparándolos con la media general del GE indicada en el análisis de la hipótesis 3 (51,606), se puede observar que el nivel promedio de la motivación de los hombres está más cerca de la media que el nivel promedio de las mujeres.

Puesto que el valor-p unilateral computado (0,068) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , **no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$** . Por lo tanto, no existe evidencia

muestral significativa para inferir que los hombres posean mayor motivación que las mujeres. Ahora, si el nivel de significación se baja al 7%, o bien al 10%, se puede apreciar que sí existe una leve evidencia muestral a favor de la hipótesis alternativa.

- ***Hipótesis N°8: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización, su aprendizaje está directamente relacionado con la actitud hacia la matemática.***

Considerando las hipótesis siguientes:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

Dado que los datos de ambos grupos provienen de variables con distribución normal (ver Anexo 5.1), se utiliza el coeficiente de Pearson, obteniendo la siguiente matriz de resultados:

Variables	Aprendizaje	Actitud
Aprendizaje	1 (0)	0,218 (0,223)
Actitud	0,218 (0,223)	1 (0)

Como el valor-p (0,223) es mayor que el nivel de significancia  $\alpha=0,05$ , **no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$** . Por lo tanto, no existe evidencia muestral significativa para inferir que existe relación entre las variables aprendizaje y actitud hacia la matemática.

- ***Hipótesis N°9: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización, su aprendizaje está directamente relacionado con la motivación.***

Considerando las hipótesis siguientes:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

Dado que los datos de ambos grupos provienen de variables con distribución normal (ver *Anexo 5.1*), se utiliza el coeficiente de Pearson, obteniendo la siguiente matriz de resultados:

Variablen	Aprendizaje	Motivación
Aprendizaje	1 (0)	0,206 (0,249)
Motivación	0,206 (0,249)	1 (0)

Como el valor-p (0,249) es mayor que el nivel de significancia  $\alpha=0,05$ , **no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$** . Por lo tanto, no existe evidencia muestral significativa para inferir que existe relación entre las variables aprendizaje y motivación.

- ***Hipótesis N°10: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización, evidencian cambios positivos en la motivación frente a la matemática.***

Considerando las siguientes hipótesis:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Nivel de la motivación promedio en los alumnos después de participar en la modelización.

$\mu_2$ : Nivel de la motivación promedio en los alumnos antes de participar en la modelización.

Dado que los datos son muestras relacionadas y que además no provienen de variables con distribución normal (ver Anexo 5.1), se utiliza la prueba de Wilcoxon arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
1	Mot. Después	33	36,000	64,000	51,606	6,082
2	Mot. Previa	33	25,000	62,000	47,879	9,627

Puesto que el valor-p unilateral computado (0,000) es menor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y aceptar la hipótesis alternativa  $H_1$ . Por lo tanto, existe evidencia muestral altamente significativa para inferir que hay un aumento en la motivación en los alumnos producto de la modelización.

- ***Hipótesis N°11: Los estudiantes que aprenden a través de la modelización, evidencian cambios positivos en la actitud frente a la matemática.***

Considerando las siguientes hipótesis:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Donde:

$\mu_1$ : Nivel de la actitud promedio en los alumnos después de participar en la modelización.

$\mu_2$ : Nivel de la actitud promedio en los alumnos antes de participar en la modelización.

Dado que los datos son muestras relacionadas y que además no provienen de variables con distribución normal (ver Anexo 5.1), se utiliza la prueba de Wilcoxon arrojando los siguientes resultados:

Población	Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
1	Act. Despues	33	48,000	90,000	71,515	10,586
2	Act. Previa	33	36,000	81,000	65,333	12,449

Puesto que el valor-p unilateral computado ( $< 0,0001$ ) es menor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y aceptar la hipótesis alternativa  $H_1$ . Por lo tanto, existe evidencia muestral altamente significativa para inferir que hay un aumento en la actitud hacia la matemática en los alumnos producto de la modelización.

## 6. CAPITULO 6: CONCLUSIONES, REFELEXIONES, SUGERENCIAS Y LIMITACIONES

### 6.1. Conclusiones

Las conclusiones que a continuación se presentan son alusivas a alumnos de primer año medio de un Liceo Particular Subvencionado Científico-Humanista de la ciudad de Los Ángeles.

El uso de la modelización favorece al aprendizaje de la unidad de Función Lineal y Afín, lo que se refleja en el rendimiento de los alumnos, en comparación a aquellos que aprenden bajo el método tradicional. Lo anterior puede deberse a que dentro del proceso de modelización que realizan los alumnos, estos deben situarse en el contexto del problema, asumiéndolo propio, para de esta forma, encontrar la solución adecuada a la problemática. Además, los alumnos ven como la matemática se aplica en la resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana, logrando a consecuencia de ello un mejor aprendizaje, con lo cual los resultados son similares a los obtenidos en la investigación citada de Aravena (2011) y que refuerza lo expuesto en el apartado 2.4.3 Importancia de la Modelización.

Con respecto al aprendizaje perdurable, la investigación arroja que la metodología de modelización favorece la obtención de éste. Lo anterior, quizá se debe a que como son los alumnos quienes crean los conocimientos, vale decir, están dándole sentido y significado a lo que están aprendiendo, generan un aprendizaje significativo, y por tanto perdurable en el tiempo, lo que reafirma lo expuesto en el marco teórico por Alonso (2010) quien expone que “lo que se ha aprendido significativamente se retiene por mucho más tiempo”.

Además, debido a que la metodología impacta de igual forma tanto a hombres como mujeres, vale decir, influye de igual manera en ambos sexos, esto produjo que no existiera diferencias en el aprendizaje entre ambos grupos, lo cual refuerza lo expuesto en el marco

teórico, donde se muestra por parte de la Agencia de la Calidad de la Educación (2013) que hay una variedad de resultados en cuanto a matemática en comparación de sexo. En lo que respecta a las variables socio-afectivas estas tampoco se vieron influenciadas por la metodología hacia algún sexo en particular, vale decir, no existieron diferencias entre hombres y mujeres tal como se expuso de Sepúlveda et al (2010) en el marco teórico.

Por otra parte, en lo referido a la relación entre aprendizaje y motivación, como también a la de aprendizaje y actitud, la investigación arrojó que no existe relación alguna, es decir, ninguna de las variables socio-afectivas analizadas influye en el aprendizaje. Esto posiblemente ocurrió por el poco tiempo empleado en la intervención.

En lo referente a la comparación de la motivación con respecto a la metodología, se puede observar que si existe una mayor motivación en los alumnos que participan de la modelización en comparación a aquellos que participan del método tradicional, lo cual puede deberse a que la forma de trabajo es llamativa y participativa para el estudiante, esto porque el contexto en el cual están trabajando es cercano a ellos, tal como se indicaba de Sierra, Blanco, García-Raffi & Gómez (2011) citando a Aravena & Giménez, de quienes se expuso que “al trabajar las matemáticas de un modo diferente al ordinario (clases magistrales), se pretende despertar motivación e interés”. Por otra parte, en lo referente a la actitud, no se aprecia una diferencia al finalizar de la intervención, lo cual se pudiera deber al limitado periodo de intervención.

Con respecto al aumento de motivación y actitud hacia la matemática en el bajo la metodología de modelización, se aprecia que la implementación de la modelización genera resultados positivos en un corto periodo de intervención, lo cual puede obedecer al hecho que la metodología es llamativa para los alumno, ya que son ellos quienes generan su conocimiento en base a sus experiencias vividas y añadiendo además que ven la aplicabilidad de la matemática a situaciones cotidianas, reafirmando lo expuesto por Blomhøj (2004) quien plantea que los alumnos encuentran relevante trabajar con problemas de la vida real, esto

sumado a un cambio positivo de actitud respaldando lo expuesto por Gil, Guerrero & Blanco (2006) quienes plantean que un cambio de actitud pasa necesariamente por un cambio de metodología.

De lo anterior, podemos concluir de forma general, que la metodología de modelización empleada en los estudiantes de primer año medio de un Liceo Particular Subvencionado de la Ciudad de Los Ángeles, produce cambios en un periodo de tiempo acotado, lo que hace suponer que si se extendiera por mayor tiempo, las consecuciones obtenidas serían un aumento de rendimiento y mejora aún mayor en la actitud y motivación hacia la matemática.





## 6.2. Reflexiones

Uno de los factores más relevantes a la hora de enfrentar las clases con la metodología de modelización es que los alumnos no sabían si lo que realizaban estaba bien, esto porque cuando conseguían una respuesta a la problemática no sabían fundamentar si su respuesta era correcta, o más bien validar los modelos conseguidos, esto debido a que nunca habían trabajado de esa forma. Además cuando solicitaban que el profesor les ayudara, los alumnos al comienzo sentían confusión, ya que el solo se los guiaba con otras preguntas que generaban un lazo entre lo que sabían y lo que debían responder, mas nunca se le dio las respuestas, buscando con ello que el conocimiento que generaban fuera realmente significativo.

Otro aspecto a considerar, es que cuando se enfrentaban a algunas situaciones, les llamaba la atención al comienzo el hecho que las respuestas que daban eran acertadas, pero no se daban cuenta del trabajo matemático que había tras sus respuestas. Lo que quedaba de manifiesto a la hora de institucionalizar los contenidos, donde quedaban sorprendidos que aquello que usaban cotidianamente eran contenidos que aún no conocían, sino que usaban solamente su intuición a la hora de contestar, intuición que luego se transformó en un contenido formal.

Otro factor un tanto más importante que lo anterior dentro del desarrollo de la intervención es el tiempo, esto porque de contar con un poco más de tiempo para desarrollar la metodología de modelización probablemente los resultados en cuanto a aprendizaje hubiesen sido aún mejores, pues se hubiese tenido más tiempo para discusión grupal; que de cierta forma, es una de las partes más importantes en la modelización, esto porque en tal escenario, se hacen presente varios elementos cognitivos que permiten desarrollar un concepto de forma más clara, precisa y significativa, lo cual ayudaría a los alumnos a comprender de mejor manera los contenidos matemáticos, generando con ello un aumento en la motivación y la actitud hacia la matemática por parte de los alumnos.

### 6.3. Sugerencias

Considerando que la intervención duró cerca de un mes, se observa que se obtuvieron resultados importantes, por tanto, a modo de sugerencia se plantea que:

- La implementación de la metodología de modelización se realice por un periodo más prolongado de tiempo, y desde etapas más tempranas, para que los alumnos se familiaricen con el proceso de construcción del conocimiento, y de igual forma que comiencen a una edad temprana el desarrollo de competencias matemáticas.
- Disminuir la cantidad de estudiantes por sala para mejorar las condiciones de uso de la metodología de modelización.
- Aplicar esta metodología en otro nivel educativo y en otra unidad.
- Instruir a los docentes acerca del sustento teórico de la metodología de modelización, con tal que la comprendan y conozcan, para que de esta forma la puedan aplicar de manera constante en cada nivel educativo, buscando con ello la consecución de resultados positivos a largo plazo.
- Informar a los docentes acerca de los beneficios de dicha metodología, tanto para ellos como para los estudiantes.
- Establecer de buena manera los tiempos, esto porque la preparación y análisis de las situaciones a modelizar, requieren de un tiempo tanto más extenso que el destinado para preparar una clase con la metodología tradicional.

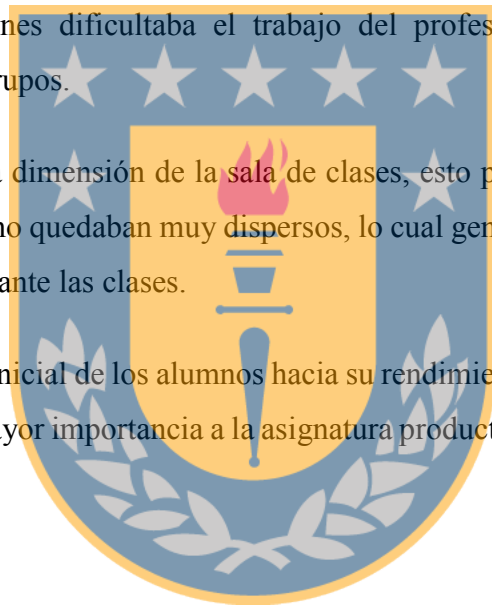
Por otra parte, para futuras investigaciones, se sugiere que:

- Se analice de qué forma influye el factor contextual mencionado por Crispin et al. (2011) al aprendizaje de los alumnos, entendiéndose por factor contextual al entorno social (familia, escolar y comunitario) en que aprende el alumno.
- También que se analice como influye el factor socio-afectivo de ansiedad y autoconcepto en el aprendizaje de los estudiantes, para establecer relaciones entre estas y la actitud que tienen hacia la matemática.

## 6.4. Limitaciones

Pese a que la intervención arrojó el cumplimiento de varias expectativas, presenta algunas limitaciones que pueden haber afectado algunos de los resultados, entre las que se encuentran:

1. El tiempo destinado para la intervención, esto porque no fue suficiente para lograr cambios significativos en los factores socio-afectivos trabajados en la investigación, las cuales eran motivación y actitud hacia la matemática.
2. La cantidad de alumnos por sala, pues eran demasiados alumnos, lo cual en reiteradas ocasiones dificultaba el trabajo del profesor para responder a cada consulta de los grupos.
3. La pequeña dimensión de la sala de clases, esto porque al formar los grupos de trabajo, estos no quedaban muy dispersos, lo cual generaba que muchos alumnos se distrajeran durante las clases.
4. La actitud inicial de los alumnos hacia su rendimiento académico, esto porque no le tomaban mayor importancia a la asignatura producto de que estaban repitiendo de curso.



## REFERENCIAS

- Agencia de la Calidad de la Educación (s.f) Resultados PISA 2012 Chile. Recuperado de: <https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/documentos-web/Informes/Resultados+PISA+2012+Chile.pdf>
- Agencia de la Calidad de la Educación (2012) Resultados TIMSS 2011 Chile. Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias. Recuperado de: <http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/uploads/2013/02/resultados-timss-18-dic-2012.pdf>
- Agencia de la Calidad de la Educación (2013) Diferencias actitudinales entre hombres y mujeres en matemática. Análisis de los resultados de la prueba PISA 2012. *Apuntes sobre la Calidad de la Educación. Año 1(12)*. Recuperado de: [http://archivos.agenciaeducacion.cl/biblioteca\\_digital\\_historica/estudios/2013/apunte12\\_2013.pdf](http://archivos.agenciaeducacion.cl/biblioteca_digital_historica/estudios/2013/apunte12_2013.pdf)
- Alonso, M. (2010) Variables del aprendizaje significativo para el desarrollo de las competencias básicas. Recuperado de: <http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/Variables%20del%20aprendizaje%20significativo%20para%20el%20desarrollo%20de%20las%20competencias%20basicas.pdf>
- Aravena, M. (2011) Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores. XIII CIAEM-IACME. Brasil. Recuperado de: <http://www.mariaaravenadiaz.cl/wp-content/uploads/2016/07/Resoluci%C3%B3n-de-Problemas-y-Modelizaci%C3%B3n-Geom%C3%A9trica-en-la-Formaci%C3%B3n-Inicial-de-Profesores.pdf>
- Aravena, M. & Caamaño, C (2007) Modelización Matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos XXXIII*, N°2, pp 7-25. Recuperado de: [www.scielo.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-07052007000200001](http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052007000200001)

Arévalo, v. (2014) *Influencia de la metodología aprendizaje basado en problemas en el aprendizaje de la unidad de transformaciones isométricas, en la motivación y en la actitud para estudiantes de un colegio particular subvencionado* (Tesis de pregrado). Universidad de Concepción, Los Ángeles.

Ausubel, D. (1983) *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. (2° ed.) Trillas, México.

Bassanezi, R. & Biembengut, M. (1997) Modelación matemática: Una antigua forma de investigación- un nuevo método de enseñanza. *Números Revista de didáctica de las matemáticas*. N°32, pp 13-25. Recuperado de: [www.sinewton.org/numeros/numeros/32/Articulo02.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/32/Articulo02.pdf)

Beimbengut, M. & Hein, N. (2004) Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), agosto 2004, pp 105-125. Recuperado de: [www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf)

Belmar, P. & Beroiza, P. (2015) *Incidencia de las situaciones didácticas en el aprendizaje de inecuaciones lineales y su influencia en la motivación y la ansiedad en alumnos de cuarto medio* (Tesis de pregrado). Universidad de Concepción, Los Ángeles.

Beltrán, J. (1993): *Procesos, Estrategias y Técnicas de Aprendizaje*. Editorial Síntesis, S.A. Madrid.

Blomhøj, M. (2004) *Modelización Matemática – Una teoría para la práctica*. Recuperado de: [www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf](http://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf)

Caballero, A. & Blanco, L. (2007). *Las actitudes y emociones ante las matemáticas de los estudiantes para maestros de la facultada de educación de la Universidad de Extremadura*. Recuperado de: <http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/anacaba.pdf>

Calzadilla M. (2001) *Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y la comunicación*. *Revista Iberoamericana de Educación (en línea)*. Recuperado de: <http://rieoei.org/deloslectores/322Calzadilla.pdf>

- Carretero, M. (1993) *Constructivismo y Educación*. Zaragoza: Editorial Luis Vives.
- Castillo, S (2008) Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 11, núm. 2, pp. 171- 194. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/335/33511202.pdf>
- Chavarría, J. (2006) Teoría de las Situaciones Didácticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 1, N° 2. Recuperado de: <http://mc142.uib.es:8080/rid=1K14VDFDF-1Z40Y57-8PG/10-55-1-PB.pdf>
- CIDEC. (2002). Panorámica general del aprendizaje a lo largo de la vida: contexto y evolución. *En Aprendizaje a lo largo de la vida (19-24)*. Donostia -San Sebastián: Michelena Artes Gráficas S.L. Recuperado de: [http://www.oei.es/historico/etp/cuaderno\\_cidec\\_36.pdf](http://www.oei.es/historico/etp/cuaderno_cidec_36.pdf)
- Crispin et al. (2011) Factores relacionados con el aprendizaje. *En Aprendizaje autónomo: orientaciones para la docencia (29-39)*. México: Universidad Iberoamericana. Recuperado de: [http://209.177.156.169/libreria\\_cm/archivos/pdf\\_671.pdf](http://209.177.156.169/libreria_cm/archivos/pdf_671.pdf)
- Diccionario Océano (1986) *Diccionario Enciclopédico*. Edición 1990. Barcelona.
- Douady, R. (2015) *Dialéctica Herramienta-Objeto* (Sara Pascual, trad.) Universidad de Concepción (obra original publicada en 1983).
- Farías, D. & Pérez, J. (2010) Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación Universitaria* Vol. 3(6), pp. 33-40. Recuperado de: [http://www.scielo.cl/scielo.php?Script=sci\\_arttext&pid=S0718-50062010000600005](http://www.scielo.cl/scielo.php?Script=sci_arttext&pid=S0718-50062010000600005)
- Gallart, C., Ferrando, I. & García-Raffi, Ll. (2015) Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Vol. 88, pp 93-103. Recuperado de: [www.sinewton.org/numeros/numeros/88/Articulos\\_06.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/88/Articulos_06.pdf)
- Gasco, J. & Villarroel, J. (2014) La motivación para las matemáticas en la ESO. Un estudio sobre las diferencias en función del curso y del sexo. *Números Revista de la Didáctica*

- de las Matemáticas. Vol. 86, pp. 39-50. Recuperado de: [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/86/Articulos\\_03.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/86/Articulos_03.pdf)
- Gil, N., Guerrero, E. & Blanco, L. (2006) El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa*. N°8, Vol 4(1), pp: 47-72. Recuperado de: [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2005/2/Union\\_002\\_004.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2005/2/Union_002_004.pdf)
- Godino, J. (2010) Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. *Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada*. Recuperado de: [www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\\_teoricos/perspectiva\\_ddm.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf)
- Guevara, C. (2011) *Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Henao & Vanegas (2012) *La modelación matemática en la educación matemática realista: un ejemplo a través de la producción y uso de modelos cuadráticos*. (Tesis de pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali. Recuperado de: [funes.uniandes.edu.co/2518/1/LamodelaciónHenaoAsocolme2012.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/2518/1/LamodelaciónHenaoAsocolme2012.pdf)
- Henson, K., & Eller, B. (2000). *Psicología educativa para la enseñanza eficaz*. México D.F.: International Thomson Editores.
- Hidalgo, S., Maroto, A. & Palacios, A. (2004) ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, N° 334, pp. 75-95. Recuperado de: <http://www.iesezequielgonzalez.com/matematicas/archivos/SHrechazomates.pdf>
- Hidalgo, S., Maroto, A., Ortega, T. y Palacios, A. (2013). Influencia del dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. En *Las Emociones en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales y las Matemáticas* (pp.217-242). Badajoz, España: DEPROFE. Recuperado de: <http://www.eweb.unex.es/eweb/dcem/Capitulo10.pdf>



Leighton, E. (2013) Modelización Matemática. Una experiencia con estudiantes secundarios.

VII CIBEM, Uruguay. Recuperado de:  
<http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/895.pdf>

Lucero, M., Chiarani, M. & Pianucci, I. (2003) Modelo de Aprendizaje Colaborativo en el ambiente ACI. *CACIC 2003 - RedUNCI*, pp. 160-173. Recuperado de:  
[http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/22788/Documento\\_completo.pdf?sequence=1](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/22788/Documento_completo.pdf?sequence=1)

Mato, M. & Muñoz, J. (2008) Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa*. Vol 26(1), pp. 209-226. Recuperado de:  
<http://revistas.um.es/rie/article/viewFile/94181/90801>

Mayer, R. (2004). La ilusionada búsqueda de los aspectos enseñables para la transferencia. En *Psicología de la Educación. Enseñar para un Aprendizaje Significativo* (1-18). Madrid: Pearson Educación, S.A.

Ministerio de Educación (2013) Bases Curriculares Matemática 2013. Gobierno de Chile.

Movimiento Educación 2020 (2013) Opinión de Educación 2020 sobre resultados PISA 2012. Recuperado de:  
[http://www.educacion2020.cl/sites/default/files/opinion2020\\_pisa2012.pdf](http://www.educacion2020.cl/sites/default/files/opinion2020_pisa2012.pdf)

Papalia, D. (1996). *Psicología*. McGraw-Hill.

Pascual, S. (2015a). Primeros conceptos de Didáctica de la Matemática. *Didáctica de la Matemática, Universidad de Concepción*.

Pascual, S. (2015b). Teoría de Situaciones de G. Brousseau. *Didáctica de la Matemática, Universidad de Concepción*.

Pascual, S. (2015c). Contrato Didáctico. *Didáctica de la Matemática, Universidad de Concepción*.

Pascual, S. (2015d). Nociones de Transposición Didáctica y Saber Escolar. *Didáctica de la Matemática, Universidad de Concepción*.



Pascual, S. (2015e). El ciclo de modelización, visto a través de las actividades. *Didáctica de la Matemática, Universidad de Concepción*.

Real Academia Española (2014) Diccionario de la lengua española (23° ed.) Consultado en: <http://dle.rae.es/>

Rey, G., Boubée, C., Sastre, P. & Cañibano, A. (2009) Aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. N° 20, pp. 153-162. Recuperado de: [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/20/Union\\_020\\_019.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/20/Union_020_019.pdf)

Sabán, C. (2009) «Educación permanente» y «Aprendizaje permanente»: dos modelos teórico-aplicativos diferentes. *Revista Iberoamericana de Educación*. N° 52, pp. 203-230. Recuperado de: <http://www.eduper.edu.uy/files/2012/08/rie52a10.pdf>

Santivañez, V. (2004). La didáctica, el constructivismo y su aplicación en el aula. *Revista Cultura*, 18(1817-0285), pp. 138-148. Recuperado de: [http://www.revistacultura.com.pe/revistas/RCU\\_18\\_1\\_la-didactica-el-constructivismo-y-su-aplicacion-en-el-aula.pdf](http://www.revistacultura.com.pe/revistas/RCU_18_1_la-didactica-el-constructivismo-y-su-aplicacion-en-el-aula.pdf)

Sepúlveda, M., Montero, E., Pérez, R., Contreras, E. & Solar, M. (2010) Diferencias de género en el perfil de estilos de uso de estrategias cognitivas de aprendizaje de estudiantes de farmacología. *Revista Estilos de Aprendizaje*. N°5, Vol 5. Recuperado de: [http://www2.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero\\_5/articulos/lsr\\_5\\_articulo\\_5.pdf](http://www2.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_5/articulos/lsr_5_articulo_5.pdf)

Sierra, L., Blanco, M., García-Raffi, L., Gómez, J. (2011) Estrategias de aprendizaje basadas en a modelización matemática en educación secundaria obligatoria. *Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las matemáticas 15*. Recuperado de: [upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/12689/Ponencia\\_XVJAEM\\_v2.pdf](http://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/12689/Ponencia_XVJAEM_v2.pdf)

Sotos, M. (1993) Didáctica de las Matemáticas. *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete*. N°8, pág: 173-194. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2282535.pdf>

Trigueros G., M. (2009) El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, vol 9, N°46, pp 75-87. Recuperado de: [www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf)

Ursini, S. (2014) Afectos y diferencias de género en estudiantes de secundaria de bajo desempeño en matemáticas. *Educación Matemática*, 25 años, pp. 245-269. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40540854013>

Walberg, H. & Paik, S. (2005) Prácticas Eficaces. *Serie de Prácticas Educativas N° 3*, pp.27-28 Recuperado de: <http://www.ibe.unesco.org/publications/EducationalPracticesSeriesPdf/prac03s.pdf>



## ANEXOS



## ANEXO 1: Validación Instrumentos

### 1.1. Validación Pre-Test:

Ítems	Respuestas de Jueces						% de Concordancia
	Autor	Juez A	Juez B	Juez C	Juez D	Juez E	
1	B	B	B	B	B	B	100
2	B	B	B	B	B	B	100
3	B	B	B	B	B	B	100
4	A	A	A	A	A	A	100
5	A	A	A	A	A	A	100
6	A	A	A	A	A	A	100
7	A	A	A	A	A	A	100
8	C	C	A	C	A	C	60
9	C	C	A	C	A-C	C	60
10	C	C	A	C	A-C	C	60
11	E	E	E	E	E	E	100
12	E	E	E	E	E	E	100
13	E	E	E	E	E	E	100
14	E	E	E	E	E	E	100
15	D	D	D	D	D	D	100
16	D	D	D	D	D	D	100
17	C	C	C	C	C	C	100
18	C	C	C	C	C	C	100
19	C	C	C	C	C	C	100
20	D	D	D	D	D	D	100
21	F	F	F	F	F	F	100
22	B	B	B	B	B	B	100
23	F	F	F	A-C	F	F	80
24	B	B	B	B	B	B	100
25	B	B	B	B	B	B	100
26	D	D	D	D	D	D	100
27	F	F	F	F	F	F	100
28	B	B	C	B	B	B	80
29	D	D	D	D	D	D	100
30	D	D	D	D	D	D	100
31	A	A	A	A	A	A	100
32	D	D	D	D	D	D	100
33	C	C	A	X	A	A	20
34	C	C	A	A-C	A-F	C	40
35	E	E	E	E	E	E	100

## 1.2. Validación Post-Test

Ítems	Respuestas de Jueces						% de Concordancia
	Autor	Juez A	Juez B	Juez C	Juez D	Juez E	
1	B	B	B	B	B	B	100
2	A	A	A	A	A	A	100
3	F	X	F	X	F	X	40
4	D	D	D	D	D	D	100
5	E	E	E	E	E	E	100
6	H	H	H	H	H	H	100
7	G	G	G	G	G	G	100
8	H	H	H	H	H	H	100
9	A	A	A	X	X	A	60
10	C	C	C	C	C	C	100
11	E	E	E	E	E	E	100
12	G	G	G	G	G	C	80
13	G	C	G	C	G	G	60
14	C	G	C	G	C	C	60
15	G	G	X	G	X	X	40
16	C	C	C	C	C	C	100
17	G	G	G	G	G	G	100
18	E	E	E	E	E	E	100
19	G	C	G	C	X	X	20
20	C	G	C	X	C	C	60
21	G	G	G	G	G	G	100
22	G	C	G	C	X	A	20
23	C	G	C	G	C	C	60
24	C	C	C	C	C	C	100
25	G	G	G	G	G	G	100
26	F	F	F	F	F	F	100
27	F	X	D	X	D	F	20
28	C	C	C	C	C	C	100
29	H	H	H	H	H	H	100
30	F	F	F	F	F	D	80
31	H	H	H	H	H	X	80
32	C	C	C	C	C	C	100
33	G	G	G	G	X	G	80
34	F	X	F	F	X	F	60
35	C	C	C	C	C	C	100

## ANEXO 2: Instrumentos de Recolección de Datos

### 2.1. Pre-Test

#### Evaluación de Matemática

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

#### Instrucciones:

- Lee atentamente los enunciados y responde claramente a cada pregunta en el espacio asignado para esta.
- La respuesta a cada pregunta deberá ir escrita solo con lápiz pasta color negro o azul.

I. **Selección Múltiple:** Encierra la letra de la alternativa correcta, incluyendo también el desarrollo de esta., en caso de no poseer desarrollo, esta no será considerada para la revisión.

1. En una florería, cada rosa vale \$ 1200. Si  $x$  representa la cantidad de rosas de un ramo e  $y$  el costo total a pagar, ¿cuál es la función que representa el precio de un ramo de rosas?

A.  $y = 1200$       B.  $y = 1200 + x$       C.  $y = 1200x$       D.  $y = \frac{1200}{x}$

2. Si cinco pintores logran pintar una casa en cuatro días, ¿cuántos días se demoran diez pintores, trabajando en las mismas condiciones?

- A. Dos días.  
B. Veinte días  
C. Cuarenta días.  
D. Ocho días.

3. El sueldo fijo mensual ( $y$ ) de un vendedor de computadores es \$ 150 000 más una comisión de \$ 9000 por unidad vendida ( $x$ ). ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa el sueldo del vendedor?

- A.  $y = 150\,000x + 9000$   
B.  $y = 159\,000 + x$   
C.  $y = 9000x + 150\,000$   
D.  $y = 159\,000x$

4. En la función  $f(x) = 2x$ , con  $x$  en los números naturales, ¿cuál es el recorrido?

- A.  $\text{Rec}(f) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
- B.  $\text{Rec}(f) = \{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$
- C.  $\text{Rec}(f) = \{2, 4, 6, 8\}$
- D.  $\text{Rec}(f) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$

## II. Resuelve los siguientes problemas

5. En cada uno de los siguientes enunciados, indicar la variable dependiente e independiente según corresponda.

- a) Al comprar verduras en la feria, el precio en pesos que pagarás se relaciona con la cantidad de kilogramos que compres.

Var. Dep: \_\_\_\_\_ Var. Indep: \_\_\_\_\_

- b) El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer edificios de iguales características.

Var. Dep: \_\_\_\_\_ Var. Indep: \_\_\_\_\_

6. Resuelve los siguientes problemas en el espacio asignado.

- a. Un estudio fotográfico realiza, en promedio, 120 ampliaciones en 4 días. Si el promedio se mantiene, ¿Cuántas ampliaciones hará en 5 días?

- b. Una máquina embotelladora llena 350 botellas en 30 minutos. ¿cuántas botellas, de iguales capacidades, llenará en dos horas?

**7. Identifica el dominio y determina el recorrido de las siguientes funciones.**

- a.  $f(x) = x$ , donde  $x$  son los números naturales menores que 10.

Dominio:

Recorrido:

- b.  $g(x) = x + 2$ , donde  $x$  son todos los números naturales pares mayores que 9 y menores que 25.

Dominio:

Recorrido:

**8. Determina el valor de  $x$  en cada una de las siguientes ecuaciones.**

a)  $1 - 3x = \frac{x}{3} - 1$

b)  $5x = 8x - 15$



**9. Las entradas para asistir a un concierto de hip hop tienen un valor general de \$ 10 500.**

- a) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite determinar el dinero a pagar si se compra una cierta cantidad de entradas?

- b) ¿Cuál es el precio de siete entradas?, ¿y de doce?

- c) ¿Cuál es la variable dependiente y la variable independiente?



## 2.2. Post-Test 1

### Evaluación de Matemática

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

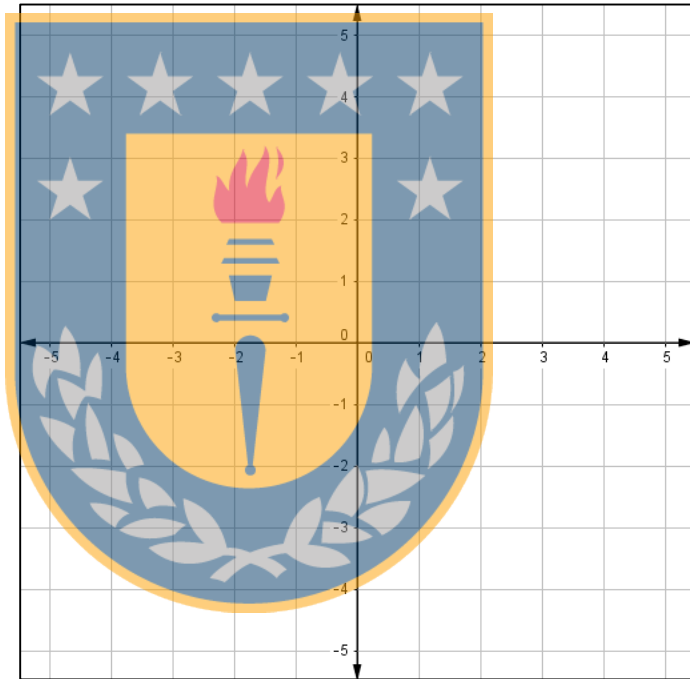
#### Instrucciones:

- Lee atentamente los enunciados y responde claramente a cada pregunta en el espacio asignado para esta.
- La respuesta a cada pregunta deberá ir escrita solo con lápiz pasta color negro o azul.

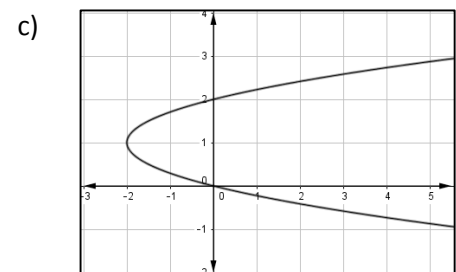
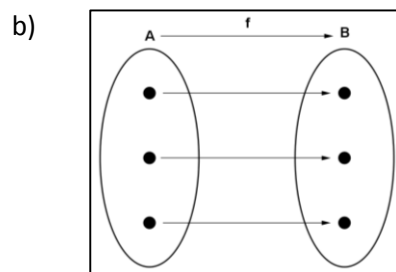
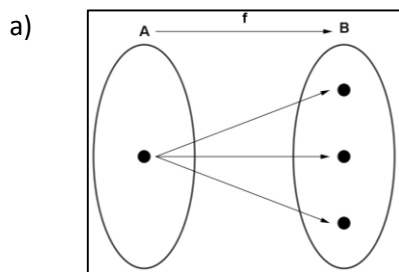
**I. Resolver los ejercicios y/o problemas que a continuación se presentan en el espacio asignado.**

**1. Grafica en el plano cartesiano adjunto los siguientes pares ordenados.**

- a) A  $(-3, -8)$
- b) B  $(9, -6)$
- c) G  $(-6, -7)$



**2. De los siguientes gráficos y diagramas, identifica cuál (es) de ellos representa (n) una función y cual (es) no. Justifique su respuesta en el espacio asignado.**



Resp: \_\_\_\_\_

Resp: \_\_\_\_\_

Resp: \_\_\_\_\_

Justificación: \_\_\_\_\_

Justificación: \_\_\_\_\_

Justificación: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

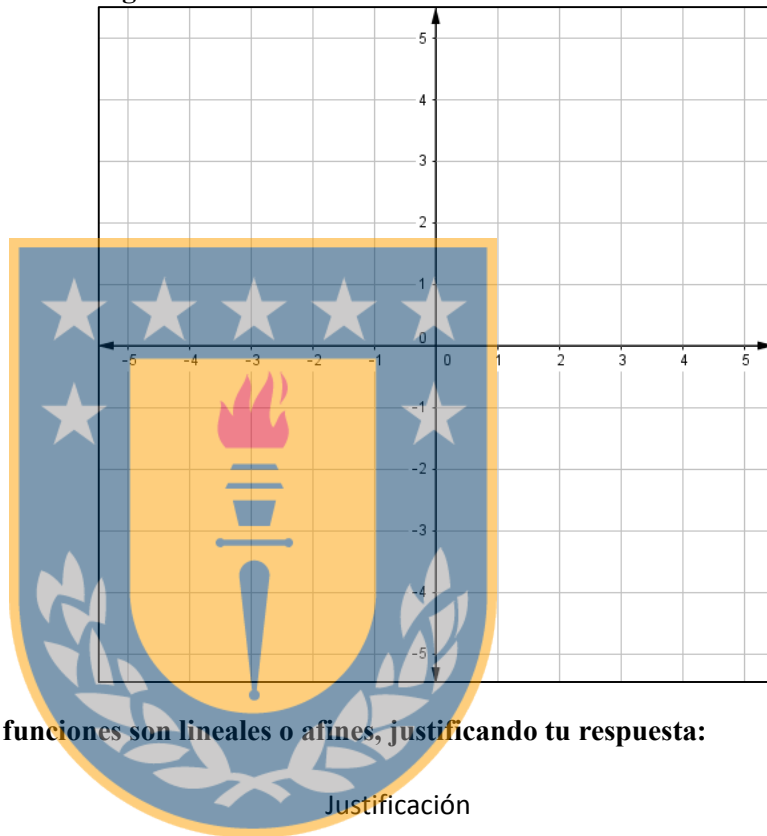
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**3. Representa en el plano adjunto las siguientes funciones.**

a)  $f(x) = x - 1$

b)  $h(x) = 2 - 3x$



**4. Determina si las siguientes funciones son lineales o afines, justificando tu respuesta:**

Justificación

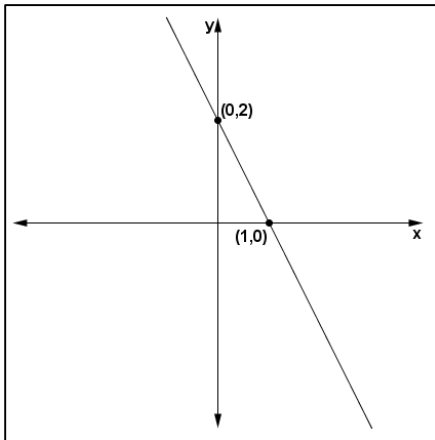
a)  $f(x) = x$

b)  $h(x) = 2x - 1$

c)  $g(x) = -3x$

d)  $i(x) = 1 - x$

5. De acuerdo con el gráfico adjunto, calcula cual es la pendiente de la recta ahí representada.



6. De acuerdo con las funciones presentadas a continuación, evalúa cada una de ellas en el punto indicado.

a)  $f(x) = 2x + 8$  en  $x = 5$

b)  $f(x) = -3x - 1$  en  $x = 4$

7. En cierto experimento, la temperatura inicial de una sustancia era de  $20^{\circ}\text{C}$ , y luego aumentó en  $3^{\circ}\text{C}$  cada minuto.

a) ¿Cuál es la función que representa la relación entre la temperatura y el tiempo?

b) ¿Cuál será la temperatura de la sustancia al cabo de 5 minutos?

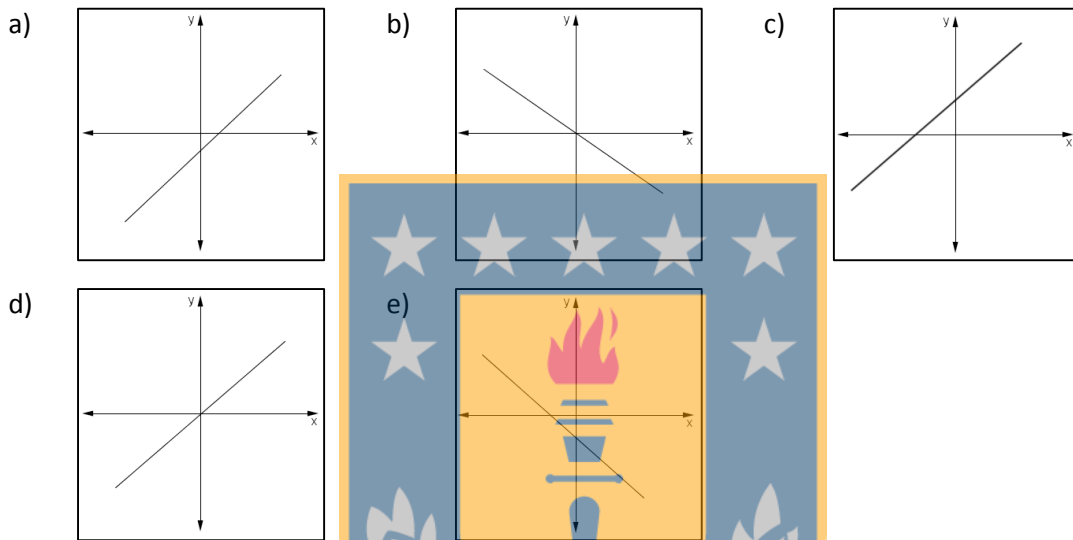
c) ¿Es una función lineal o afín? Justifique su respuesta.

II. **Selección Múltiple:** Encierra la letra de la alternativa correcta, incluyendo también el desarrollo de esta., en caso de no poseer desarrollo, esta no será considerada para la revisión.

8. La pendiente de la recta que contiene los puntos  $(-3,2)$  y  $(4,2)$  es:

- a)  $1/4$       b)  $4$       c)  $0$       d)  $4/7$       e) Indeterminada

9. Siendo la función afín de la forma  $f(x) = mx + n$ , ¿cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función afín con  $m > 0$  y  $n < 0$ ?



10. Sabiendo que un vehículo rinde  $16 \text{ km}$  ( $d$ ) por cada litro de bencina ( $B$ ), ¿cuál es la función que representa tal relación?

- a)  $B = 16d$   
b)  $B = d \cdot 16$   
c)  $16 = B \cdot d$   
d)  $d = 16B$   
e)  $d = 16 + B$

11. Una fábrica de lámparas tiene un costo fijo de producción de \$ 1.000.000 mensuales y costos varios por lámpara de \$ 5.000. Si  $x$  representa el número de lámparas producidas en un mes, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la función costo  $C(x)$ ?

- a)  $C(x) = x + 1.005.000$       d)  $C(x) = 5.000x + 1.000.000$   
b)  $C(x) = 1.000.000x + 5.000$       e)  $C(x) = (x - 5.000) + 1.000.000$   
c)  $C(x) = 1.005.000x$

### 2.3. Post-Test 2

#### Evaluación de Matemática

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

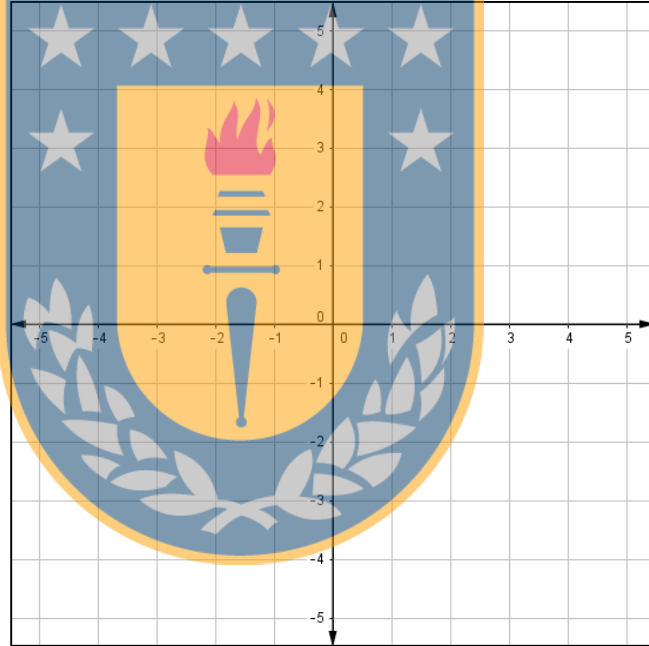
#### Instrucciones:

- Lee atentamente los enunciados y responde claramente a cada pregunta en el espacio asignado para esta.
- La respuesta a cada pregunta deberá ir escrita solo con lápiz pasta color negro o azul.

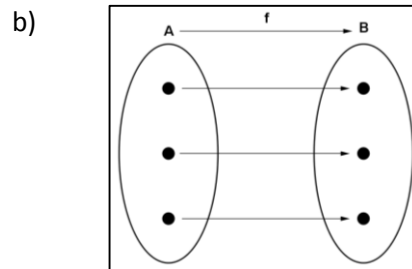
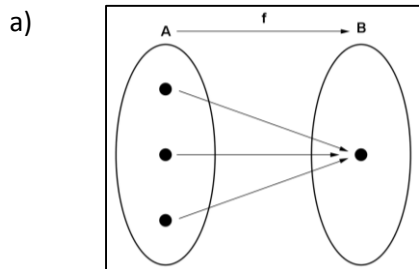
I. Resolver los ejercicios y/o problemas que a continuación se presentan en el espacio asignado.

1. Grafica en el plano cartesiano adjunto los siguientes pares ordenados.

- a) A  $(-5,2)$
- b) B  $(0,4)$
- c) C  $(-3,0)$



2. De los siguientes diagramas, identifica cuál (es) de ellos representa (n) una función y cual (es) no. Justifique su respuesta en el espacio asignado.



Resp: \_\_\_\_\_

Resp: \_\_\_\_\_

Justificación: \_\_\_\_\_

Justificación: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

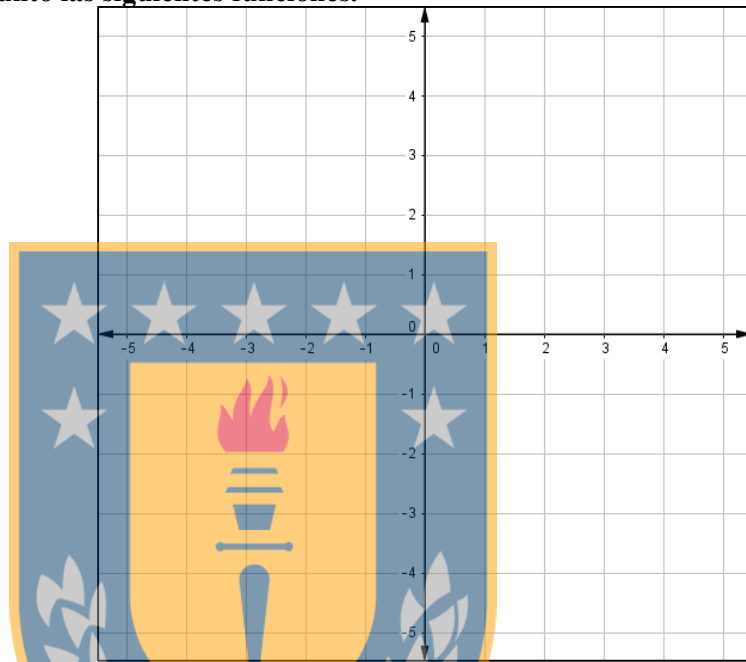
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Representa en el plano adjunto las siguientes funciones.

a)  $f(x) = x - 1$

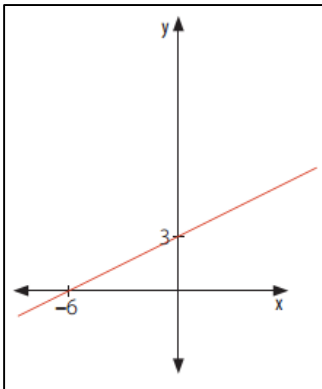
b)  $h(x) = 2x$



4. Determina si las siguientes funciones son lineales o afines, justificando tu respuesta:

		Justificación
a)	$f(x) = x$	
b)	$h(x) = 2x - 1$	
c)	$g(x) = -3x$	
d)	$i(x) = 1 - x$	

5. Determina el valor de la pendiente de la recta representada en el gráfico siguiente.



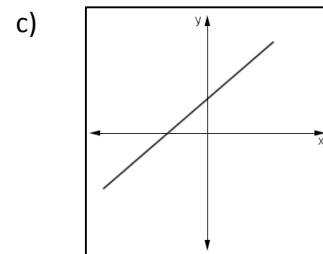
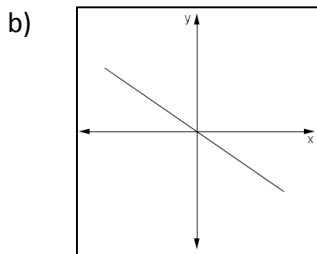
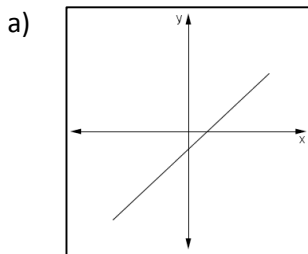
6. Un vendedor tiene dos ofertas de trabajo. En una empresa A se le ofrece un sueldo base de \$200.000, el cual aumenta en \$30.000 cada mes. En otra empresa B, en cambio, le ofrecen un sueldo base de \$150.000, más un aumento mensual de \$37.500.

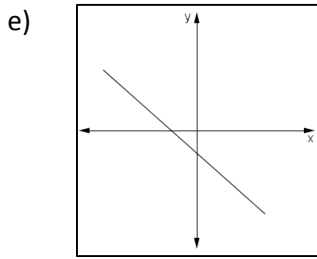
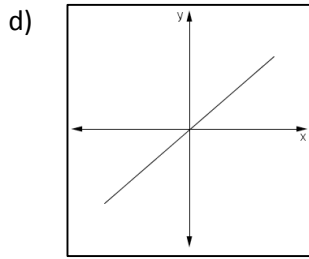
a) Represente algebraicamente cada una de las ofertas de trabajo.

b) Al finalizar un año de trabajo, ¿cuál sueldo es más alto?

3. Selección Múltiple: Encierra la letra de la alternativa correcta, incluyendo también el desarrollo de esta., en caso de no poseer desarrollo, esta no será considerada para la revisión.

7. Siendo la función afín de la forma  $f(x) = mx + n$ , ¿cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función afín con  $m > 0$  y  $n < 0$ ?





8. La pendiente de la recta que contiene los puntos  $(-3,2)$  y  $(4,2)$  es:

- b)  $1/4$       b) 4      c) 0      d)  $4/7$       e) Indeterminada

9. Si el nivel de agua en un estanque es de 12 m y baja 0,5 m cada semana, ¿cuál de las siguientes funciones representa la situación descrita, relacionando el nivel de agua ( $y$ ) con el número de semanas ( $x$ )?

- a)  $y = 0,5x + 12$   
b)  $y = -3,5x + 12$   
c)  $y = -0,5x + 12$   
d)  $y = 12x - 12$   
e)  $y = 0,5x - 12$

10. Una fábrica de lámparas tiene un costo fijo de producción de \$ 1.000.000 mensuales y costos varios por lámpara de \$ 5.000. Si  $x$  representa el número de lámparas producidas en un mes, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la función costo  $C(x)$ ?

- d)  $C(x) = x + 1.005.000$       d)  $C(x) = 5.000x + 1.000.000$   
e)  $C(x) = 1.000.000x + 5.000$       e)  $C(x) = (x - 5.000) + 1.000.000$   
f)  $C(x) = 1.005.000x$



## 6.5. Test de Actitud Hacia la Matemática

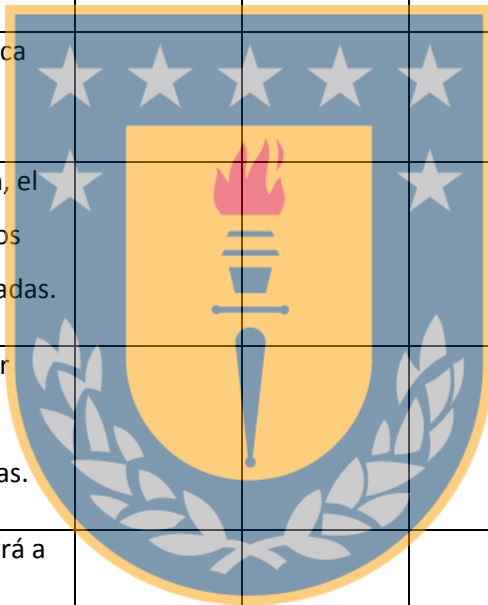
### Test de actitud hacia las matemáticas

Nombre:.....Curso:.....

**Instrucciones:** Lea atentamente cada una de las afirmaciones siguientes y responda marcando con una cruz (X) la alternativa que más le identifique.

Preguntas	Muy de acuerdo	De acuerdo	Me es indiferente	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
1. Las matemáticas serán importantes para mi profesión.					
2. El profesor me anima para que estudie más matemáticas.					
3. El profesor me aconseja y me enseña a estudiar.					
4. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.					
5. Me siento motivado en clases de matemática.					
6. El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas.					
7. Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio.					
8. Entiendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa.					

9. El profesor de matemática me hace sentir que puedo ser bueno en matemática.					
10. El profesor tiene en cuenta los intereses de los alumnos.					
11. En primaria me gustaban las matemáticas.					
12. Me gusta como enseña mi profesor de matemática.					
13. Espero utilizar la matemática cuando termine de estudiar.					
14. Después de cada evaluación, el profesor comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.					
15. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.					
16. Saber matemática me ayudará a ganarme la vida.					
17. Soy bueno en matemáticas.					
18. Me gustan las matemáticas.					
19. En general las clases de matemáticas son participativas.					



## 6.6. Test de Motivación

### Test de motivación hacia la matemática.

Nombre \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Instrucciones: Marque con una X la alternativa que usted crea que más se acerque a la descripción de cada ítem; donde todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 de la siguiente manera;

1. Completamente en desacuerdo.
2. En desacuerdo.
3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
4. De acuerdo.
5. Completamente de acuerdo.

Este test es de carácter anónimo, por lo que su nombre sólo será utilizado para realizar un catastro de la población, por lo cual dicho nombre no se hará público.

Ítem	Preguntas	1	2	3	4	5
Interés	Me gustan las matemáticas.					
	Disfruto con las matemáticas.					
	Las matemáticas son emocionantes					
Importancia	Es importante para mí ser alguien que sea bueno en matemáticas.					
	Creo que ser bueno en matemáticas es parte importante de mi personalidad.					
	Es importante para mí ser alguien que puede razonar utilizando fórmulas y operaciones matemáticas.					
Utilidad	Creo que las matemáticas pueden ser útiles en el futuro porque me pueden ayudar.					
	Creo que ser bueno en matemáticas puede ser útil en el futuro.					
	Creo que ser bueno en matemáticas puede ser útil para encontrar trabajo o para ir a la universidad.					
Coste	Tengo que dejar de hacer muchas cosas para aprender bien matemáticas.					
	Creo que el éxito en matemáticas requiere dejar otras actividades que me gustan.					
Auto-eficacia	Creo que tendré una excelente nota en matemáticas.					
	Estoy seguro de que puedo entender los contenidos más difíciles en matemáticas.					
	Tengo confianza en que puedo aprender los conceptos básicos enseñados en matemáticas.					

## ANEXO 3: Confiabilidad de Instrumentos

### 3.1. Confiabilidad Pre-Test

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	4
2	0	1	1	0	2	2	3	3	0	0	2	2	2	2	2	22
3	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	0	0	2	0	8
4	0	1	0	1	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	12
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
6	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	6
7	0	1	0	1	2	0	3	3	0	0	1	2	2	2	1	18
8	0	1	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	5
9	1	0	1	1	0	0	3	3	0	0	0	2	0	2	0	13
10	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
11	0	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	5
12	0	1	1	1	0	0	3	0	0	0	0	1	2	1	0	10
13	1	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	11
14	1	1	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	6
15	0	1	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	0	7
16	1	1	1	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	1	0	10
17	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	2	0	5
18	0	1	1	1	0	2	3	3	0	1	0	0	2	2	0	16
19	0	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	2	8
20	1	1	1	1	0	0	3	3	1	0	0	0	2	2	0	15
21	0	1	0	1	0	0	3	3	0	0	0	0	0	2	0	10
22	0	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	0	6
23	0	0	1	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	7
24	1	1	0	0	0	0	3	3	1	0	0	0	0	2	0	11
25	1	1	0	1	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	13
26	1	1	1	1	0	0	3	3	0	0	1	2	2	2	0	17
27	0	1	0	0	2	1	3	1	0	0	0	0	2	1	2	13
28	0	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	11
29	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
30	0	1	1	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	12
31	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2
32	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	2	0	6
33	1	0	0	1	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	12
34	0	1	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	2	0	9
35	0	1	0	1	2	0	3	3	0	0	0	2	2	2	2	18

36	0	1	0	1	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	8
37	0	0	0	0	2	0	3	3	0	0	0	0	2	0	10
38	0	1	1	0	2	2	3	3	0	0	0	2	2	2	18
39	1	1	1	0	2	2	3	3	0	0	2	2	2	2	23
40	0	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	2	2	0	11
41	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	4
42	0	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	2	2	0	9
43	0	1	1	1	2	2	3	3	0	0	0	2	0	2	19
44	1	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	2	0	0	10
45	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	5
46	0	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	2	0	2	11
47	1	1	1	0	2	2	3	3	0	0	0	2	2	0	17
48	0	1	0	1	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	8
49	0	0	1	1	0	0	3	0	0	0	0	2	2	2	11
50	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	4
51	0	1	1	1	2	2	3	3	0	0	2	2	2	2	23
52	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	4
53	0	1	0	0	2	2	3	3	0	0	0	0	0	0	11
54	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	5
55	0	1	1	0	0	0	3	3	0	0	0	1	0	0	9
56	1	1	1	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	0	11
57	0	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	7
58	1	1	0	0	2	2	3	3	0	0	0	0	2	0	14
59	0	1	0	1	2	0	3	0	0	0	0	0	0	0	7
60	0	0	1	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	0	9
61	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4
62	1	1	1	1	1	0	3	3	1	0	0	0	2	0	14
63	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	3
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	1	0	0	0	0	3	3	0	0	0	2	1	0	10
66	0	1	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	2	9
67	0	1	0	1	0	0	3	3	0	0	2	2	2	0	16
68	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	2	8
69	0	1	0	1	0	0	3	3	0	0	0	2	2	0	12
70	1	1	0	0	0	0	3	0	1	1	0	0	2	0	9

### 3.2. Confiabilidad Post-Test 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Total
1	3	1	1	1	5	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	0	2	0	29
2	3	0	1	1	5	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	0	0	0	2	18
3	2	1	1	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	12
4	3	1	1	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	0	2	28
5	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	7
6	0	0	1	1	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	2	1	2	15
7	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	8
8	3	1	1	1	5	5	2	2	2	2	2	1	0	2	2	0	0	0	0	31
9	2	0	0	0	5	2	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	0	0	2	25
10	2	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	9
11	3	1	1	1	0	0	2	2	2	2	0	2	0	2	2	0	0	0	2	22
12	3	1	1	1	5	0	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	33
13	3	0	1	1	5	0	2	2	2	0	0	1	0	0	0	2	2	2	2	25
14	3	1	1	1	0	2	2	2	0	0	1	2	0	2	2	0	0	2	2	23
15	2	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	2	2	2	2	0	0	0	0	15
16	2	0	1	1	5	0	0	0	0	0	1	1	2	0	2	0	0	0	0	15
17	3	0	0	0	0	0	2	2	2	2	0	1	0	0	0	0	2	0	0	14
18	3	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	23
19	1	1	1	1	0	0	2	2	2	2	0	0	2	0	2	0	0	0	0	16
20	3	1	1	0	0	0	2	2	2	2	2	0	2	2	2	0	0	2	2	25
21	3	1	1	1	0	0	2	1	0	0	0	1	2	2	2	0	2	0	2	20
22	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	10
23	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	5
24	3	1	1	1	2	0	2	2	2	0	0	0	2	2	2	0	0	0	2	22
25	3	1	1	1	5	5	2	2	2	2	0	1	2	0	2	2	2	2	2	37
26	3	1	1	1	5	2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	0	2	0	31
27	0	1	1	1	5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	2	14
28	3	0	1	1	5	5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	35
29	2	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8
30	3	1	1	1	5	5	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	0	2	0	37
31	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
32	0	1	1	1	0	0	2	2	2	2	1	0	2	2	2	0	0	0	2	20
33	2	0	1	1	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	0	0	2	22
34	3	0	1	1	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12
35	3	1	1	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13
36	3	0	0	0	5	0	2	2	2	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	20
37	3	1	1	1	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	0	0	2	24
38	3	1	1	0	0	5	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	2	0	0	22

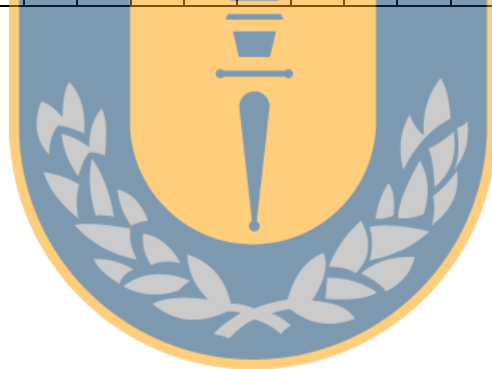
39	3	1	1	1	0	2	2	2	2	2	1	1	0	0	0	0	2	0	0	20
40	3	0	1	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
41	2	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
42	3	1	1	0	5	0	1	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	15	
43	3	0	1	1	0	5	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	18	
44	3	1	1	0	0	3	0	2	2	0	0	1	0	2	0	0	0	2	19	
45	1	0	0	0	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
46	3	1	1	0	0	5	2	2	0	2	0	1	0	2	0	0	0	2	21	
47	3	1	1	0	2	0	2	2	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	17	
48	2	1	1	0	5	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	17	
49	1	0	1	0	0	5	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0	2	0	15	
50	3	1	1	0	0	0	1	2	2	1	2	1	0	0	0	2	0	2	18	
51	2	0	0	0	5	0	0	2	0	2	1	2	0	2	2	2	0	0	20	
52	3	1	1	1	0	0	2	2	2	2	0	2	2	0	0	0	0	0	18	
53	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	
54	3	1	1	0	0	2	2	2	0	0	2	0	2	2	2	0	2	2	23	
55	3	0	0	0	5	0	1	1	1	1	0	1	0	2	0	0	0	0	15	
56	3	1	1	0	0	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	11	
57	3	1	1	0	0	0	1	1	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	13	
58	2	1	1	0	5	0	2	2	2	0	0	2	0	2	2	0	0	0	23	
59	2	0	0	0	5	5	2	2	1	1	0	2	2	2	2	0	2	0	30	
60	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	7	
61	2	1	0	0	0	0	2	2	2	0	0	1	0	2	2	0	0	0	14	
62	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	7	
63	3	1	1	1	5	0	2	2	2	2	2	2	0	2	1	0	0	2	30	
64	3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	9	
65	3	0	0	0	3	0	2	2	2	2	0	1	0	0	0	0	2	0	17	
66	1	1	1	1	5	5	1	1	1	1	0	0	0	2	2	0	2	2	26	
67	3	1	1	1	0	0	0	2	2	0	1	1	2	0	2	0	2	2	22	
68	2	1	1	0	5	0	2	2	2	2	0	1	0	2	0	0	0	0	20	
69	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	2	0	9	
70	3	0	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	2	0	13	

### 3.3. Confiabilidad Post-Test 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Total
1	3	1	1	5	0	1	1	0	0	2	2	2	0	0	0	0	18
2	3	1	1	5	0	2	0	0	0	0	2	2	0	2	2	2	22
3	1	0	0	2	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	11
4	3	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	13
5	3	1	1	5	5	2	2	2	2	1	2	0	0	0	2	2	30
6	3	1	1	2	0	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	12
7	1	1	1	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
8	3	1	1	2	2	2	2	0	0	1	0	0	0	2	2	2	20
9	3	1	1	5	5	2	2	2	2	2	1	0	0	0	2	2	30
10	1	0	1	0	0	1	1	1	1	2	0	0	2	2	2	2	16
11	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	2	2	0	0	0	0	10
12	3	1	1	5	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	14
13	3	1	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	12
14	2	1	1	5	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12
15	3	1	1	3	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	2	0	18
16	3	1	1	5	0	1	1	1	1	0	0	0	2	2	2	0	20
17	3	1	0	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	2	18
18	3	1	1	5	5	2	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	33
19	3	1	1	5	5	2	2	2	2	0	2	0	0	0	2	2	29
20	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	6
21	3	1	1	5	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0	28
22	1	1	1	5	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	2	16
23	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	2	2	11
24	2	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
25	3	1	1	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	13
26	3	1	0	5	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	19
27	3	1	1	5	0	2	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0	16
28	2	1	1	5	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	2	2	23
29	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	6
30	1	1	0	0	0	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	7
31	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5
32	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
33	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
34	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	9
35	2	1	1	2	2	2	2	0	2	0	0	0	0	0	2	2	18
36	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
37	3	1	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	16
38	3	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6



39	3	1	1	0	0	0	2	2	2	0	2	0	0	2	2	0	17
40	3	1	1	0	0	2	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10
41	2	1	1	0	0	2	2	2	2	0	0	2	0	0	0	0	14
42	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
43	3	0	0	0	5	1	1	1	1	0	2	2	0	0	0	0	16
44	3	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
45	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	7
46	2	1	1	5	5	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	22
47	2	1	0	0	0	2	2	0	0	0	2	2	2	0	0	2	15
48	2	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	8
49	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	5
50	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	7
51	3	1	1	5	0	2	2	2	2	0	2	0	0	0	0	2	22
52	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2	2	0	0	0	2	8
53	3	1	1	5	2	2	2	2	2	0	2	2	0	0	0	0	24
54	2	1	1	0	0	1	1	1	1	0	2	0	0	0	0	0	10
55	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
56	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	5
57	3	0	0	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10



### 3.4. Confiabilidad Test de Actitud Hacia la Matemática

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Total
1	3	4	4	4	1	3	5	4	3	5	1	4	1	5	4	3	1	1	5	61
2	4	5	4	4	4	4	5	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	4	75
3	5	4	4	5	3	2	2	5	4	5	5	5	5	3	4	5	5	5	5	81
4	4	5	5	3	4	3	5	4	5	4	4	3	4	1	4	5	4	4	3	74
5	5	5	5	5	3	4	4	4	5	4	2	4	4	4	4	5	3	3	4	77
6	1	1	2	3	1	1	1	4	1	1	3	1	2	3	1	1	5	4	1	37
7	3	3	4	4	4	2	2	2	3	3	1	5	3	2	3	4	3	2	4	57
8	1	3	3	1	2	1	4	5	3	3	1	3	1	3	4	1	1	1	4	45
9	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	2	4	3	3	3	2	2	2	3	57
10	4	3	4	3	3	3	4	3	3	3	1	5	4	2	4	3	2	3	2	59
11	3	4	4	3	3	4	4	3	4	4	1	4	3	3	4	3	4	2	4	64
12	3	3	3	3	4	3	3	3	2	3	3	4	3	4	4	4	4	3	3	62
13	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	3	4	3	4	5	4	4	4	4	73
14	4	4	5	4	4	4	5	4	4	4	5	5	4	4	5	4	4	4	4	81
15	5	5	4	5	4	4	4	4	5	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	78
16	3	2	2	1	2	3	2	1	2	1	3	4	3	3	3	3	4	3	5	50
17	3	3	2	4	2	3	2	5	3	3	2	4	3	2	2	4	2	3	2	54
18	4	5	5	5	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	76
19	5	4	5	4	4	5	4	3	5	5	4	4	4	4	5	4	4	4	4	81
20	4	4	4	3	3	1	5	5	3	4	3	4	1	3	4	3	4	4	4	66
21	4	4	4	5	4	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	3	74
22	5	4	3	5	4	1	5	4	3	5	1	4	5	1	4	4	1	4	4	67
23	2	3	3	2	1	1	2	1	2	2	1	3	2	1	1	3	2	1	3	36
24	4	4	5	4	4	3	3	4	5	4	3	4	4	3	4	4	3	3	4	72
25	4	4	4	5	3	4	3	4	4	5	3	4	5	4	4	5	3	4	3	75
26	3	3	4	4	4	3	3	5	5	3	4	4	4	2	3	4	4	3	4	69
27	1	4	2	1	1	1	4	1	3	5	1	4	1	3	4	3	1	1	4	45
28	4	4	4	3	4	4	4	3	2	3	3	4	3	4	4	4	4	3	3	67
29	2	5	4	2	3	3	2	3	3	5	5	5	2	4	5	1	1	1	3	59
30	4	5	5	3	4	4	5	4	5	4	4	4	4	1	4	5	4	4	2	75
31	2	4	5	5	3	4	2	3	3	4	2	4	3	3	4	4	2	3	3	63
32	5	4	5	5	3	4	4	4	4	4	3	3	4	2	4	4	2	2	3	69
33	5	5	5	5	3	3	5	3	4	4	5	5	1	4	5	5	3	3	4	77
34	5	5	5	4	3	2	2	4	4	5	3	5	5	4	4	5	3	3	4	75
35	4	4	5	5	3	3	4	3	4	4	5	5	5	4	4	5	4	4	4	79
36	5	4	5	5	4	3	2	4	4	4	2	4	5	4	4	4	1	3	4	71
37	4	3	3	4	2	2	3	2	3	3	2	3	2	2	3	4	1	2	3	51
38	2	5	5	2	4	5	5	4	5	5	1	5	1	4	5	1	1	1	5	66

39	4	3	3	4	2	3	3	3	4	3	2	4	4	2	3	4	3	3	2	59
40	4	4	4	4	3	4	5	3	3	5	5	4	5	3	5	5	3	4	4	77
41	5	4	4	4	4	3	1	4	3	4	1	5	5	5	5	5	4	5	5	76
42	4	4	4	5	5	4	5	5	4	4	3	5	4	3	4	4	5	5	5	82
43	2	3	5	5	3	2	4	4	3	4	2	4	3	4	4	4	2	2	4	64
44	4	4	4	4	3	3	3	4	3	4	4	4	3	4	4	4	2	2	3	66
45	3	2	3	4	1	3	3	3	3	3	2	3	1	3	3	4	1	1	5	51
46	3	3	4	2	2	2	4	4	3	3	5	4	1	3	2	1	1	1	4	52
47	4	4	4	3	5	4	5	5	4	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	85
48	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	3	4	3	3	4	4	3	3	4	69
49	3	4	4	4	4	3	5	4	4	4	2	4	4	3	4	4	4	4	4	72
50	4	4	4	4	3	3	4	3	4	4	1	4	3	2	4	3	3	1	3	61
51	4	4	4	4	5	3	5	4	3	5	4	5	3	4	4	5	5	4	5	80
52	4	4	3	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	3	4	4	3	4	4	71
53	4	4	4	3	3	3	5	4	4	4	3	3	4	2	4	3	2	4	3	66
54	4	4	3	3	3	3	4	5	4	4	3	4	3	4	3	4	4	4	3	69
55	5	4	4	5	5	4	5	5	4	4	5	5	4	3	4	5	5	5	4	85
56	5	4	4	5	4	4	4	4	5	4	3	5	5	4	5	5	4	4	5	83
57	5	5	4	3	3	3	2	4	4	4	5	4	3	3	4	3	3	3	4	69
58	5	1	2	5	4	1	5	4	2	3	5	4	5	1	4	5	4	5	4	69
59	4	4	4	3	3	4	1	3	4	4	4	3	4	3	4	4	3	4	4	67
60	3	4	4	4	4	3	4	4	4	3	2	4	4	3	4	3	4	4	3	68
61	4	5	5	4	4	5	4	4	5	5	1	5	3	4	5	5	4	4	5	81
62	5	3	4	5	4	3	5	5	5	5	5	5	5	5	3	5	3	4	5	84
63	3	4	4	5	4	4	4	4	5	5	2	4	2	3	4	3	4	5	4	73
64	3	2	2	5	2	3	5	5	2	5	2	5	4	4	5	3	2	4	5	68
65	3	4	3	4	4	3	4	3	4	4	4	4	4	3	3	2	2	2	3	63
66	5	5	5	5	2	5	3	1	3	4	1	5	5	3	5	4	1	5	5	72
67	5	5	4	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5	5	3	86
68	2	4	4	5	1	1	5	1	1	4	1	3	1	1	3	3	1	1	3	45
69	4	5	5	4	3	5	5	4	4	5	1	5	1	5	5	4	2	1	4	72
70	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	2	2	4	4	2	2	4	69

### 3.5. Confiabilidad de Test de Motivación

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Total
1	2	1	2	2	2	5	5	5	5	5	5	4	5	5	53
2	4	4	3	4	4	4	4	4	5	3	3	4	3	5	54
3	5	5	4	5	5	5	5	5	5	1	3	4	5	5	62
4	4	3	3	5	3	4	5	5	5	2	2	3	4	5	53
5	2	2	2	5	3	4	5	5	5	4	5	3	3	4	52
6	1	1	1	3	3	5	5	5	5	5	1	1	4	5	45
7	1	3	3	3	1	3	1	2	2	3	1	1	3	3	30
8	3	2	2	3	2	3	4	4	4	4	1	3	2	3	40
9	4	3	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3	5	49
10	3	3	3	4	2	3	5	4	4	2	2	1	2	3	41
11	3	2	2	3	2	3	4	3	4	2	1	2	2	3	36
12	4	4	3	5	4	5	5	5	5	2	2	4	5	5	58
13	4	3	3	4	3	4	5	5	5	3	3	4	4	4	54
14	4	4	3	5	3	5	5	5	5	1	1	4	5	5	55
15	5	4	3	5	4	5	4	5	5	4	4	3	4	4	59
16	3	3	3	5	3	3	3	5	3	3	3	3	5	5	50
17	3	3	2	5	4	4	5	5	3	2	3	2	2	3	46
18	3	4	3	5	4	3	3	4	3	4	4	4	4	4	52
19	2	1	2	1	1	1	1	1	1	5	5	4	4	4	33
20	4	3	3	3	3	2	3	3	3	1	1	4	3	5	41
21	4	4	3	4	3	4	5	5	5	3	3	4	4	4	55
22	4	3	3	5	5	5	5	5	5	4	5	1	4	5	59
23	1	1	3	4	3	4	4	4	4	3	3	1	1	1	37
24	4	4	3	4	4	3	5	5	5	5	3	3	4	4	56
25	3	3	2	5	3	5	5	5	5	4	4	3	4	4	55
26	3	3	4	4	3	4	5	5	5	3	2	4	4	4	53
27	2	1	1	1	2	3	1	2	3	1	3	1	2	2	25
28	3	3	3	4	3	3	4	4	4	3	3	4	3	3	47
29	3	2	1	2	1	2	2	2	3	2	1	1	3	5	30
30	4	4	4	3	2	3	4	3	4	4	4	4	4	4	51
31	3	3	3	3	2	3	4	5	5	1	1	2	3	4	42
32	3	3	3	4	3	4	5	5	5	3	1	3	2	3	47
33	4	3	3	5	5	3	5	5	5	3	4	5	5	5	60
34	2	2	2	5	3	5	5	5	5	3	3	1	2	4	47
35	4	4	4	4	3	5	5	5	5	5	3	2	3	3	55
36	3	3	4	5	4	4	5	5	5	4	5	2	3	4	56
37	2	1	3	3	2	3	4	4	4	4	3	1	2	4	40
38	2	2	2	3	2	3	3	3	4	3	1	2	1	3	34

39	3	3	2	4	2	4	4	4	4	3	1	3	3	4	44
40	3	3	3	4	4	5	4	5	5	2	2	3	5	5	53
41	4	4	4	4	4	4	5	5	4	5	4	4	3	4	58
42	3	2	2	3	4	3	4	4	4	2	2	3	3	2	41
43	5	4	4	4	5	3	4	5	4	3	3	5	5	5	59
44	4	3	2	3	2	4	4	3	4	2	4	3	3	4	45
45	1	3	2	4	2	4	4	4	3	5	5	1	3	1	42
46	1	2	1	3	1	3	5	5	4	4	1	1	3	5	39
47	4	4	4	5	4	5	5	5	5	3	3	3	4	5	59
48	3	3	2	4	3	3	4	4	4	3	3	3	3	4	46
49	3	3	3	4	3	3	5	5	4	2	2	3	4	5	49
50	3	3	2	4	3	3	4	4	4	4	4	3	3	5	49
51	2	1	1	5	2	4	5	5	5	4	5	4	5	5	53
52	4	4	3	4	3	4	5	5	4	4	4	4	4	4	56
53	4	4	3	4	3	3	4	4	4	3	3	3	4	4	50
54	5	4	5	5	3	3	5	5	5	4	3	4	4	4	59
55	5	5	4	5	4	4	5	5	5	4	4	5	5	5	65
56	4	3	3	5	3	3	5	5	5	4	3	3	3	4	53
57	3	2	1	3	1	2	2	3	4	2	2	3	2	5	35
58	5	5	4	5	4	5	5	5	4	2	1	4	4	4	57
59	4	3	3	4	3	5	5	4	5	3	3	3	4	4	53
60	4	4	3	4	4	3	4	4	4	1	1	3	3	4	46
61	4	3	4	5	3	5	5	4	5	3	2	4	4	5	56
62	5	3	2	5	1	2	5	5	4	1	1	3	5	3	45
63	5	4	4	5	4	4	4	5	5	3	3	3	4	5	58
64	4	3	3	4	2	3	5	5	4	2	2	3	3	3	46
65	3	3	2	4	2	3	5	4	5	3	3	3	3	4	47
66	1	5	3	1	5	1	1	1	1	2	2	4	3	2	32
67	5	5	3	5	5	3	5	5	5	1	1	5	5	5	58
68	1	1	1	1	1	1	4	4	3	1	1	1	1	3	24
69	2	2	1	1	1	2	4	4	4	3	4	2	1	4	35
70	3	3	2	4	3	4	4	3	3	3	3	3	4	4	46

## ANEXO 4: Resultados de Recolección de Datos

### 4.1. Resultados Grupo Experimental

	Nombre Alumno		Test de Conocimientos			Test Socio-Afectivos			
			Pre	Post 1	Post 2	Mot. Antes	Mot. Desp	Act. Antes	Act. Desp
1	Aranela	José	19	51		53	53	61	72
2	Beltrán	Sebastián	57	36	39	54	59	75	78
3	Campos	Oscar	27	27		62	64	81	83
4	Contreras	Marcelo	36	50	46	53	55	74	76
5	Esparza	Maximiliano	14	20	28	52	56	77	79
6	Espoz	Montserrat	23	31	31	30	52	45	48
7	Gajardo	Anais	49	54	59	49	44	57	70
8	Gajardo	Alexis	21	21		36	49	64	67
9	Gallardo	Cristóbal	38	46	29	58	55	62	81
10	Gutiérrez	Bárbara	16	23	26	59	58	78	87
11	Hechtle	Carlos	21	41		50	54	50	69
12	Iturra	Rodrigo	31	57	42	46	50	54	55
13	Jara B.	Valentina	34	46	59	52	54	76	76
14	Jara E.	Valentina	23	43	36	33	47	81	83
15	Javet	Marcel	25	31	26	41	46	66	73
16	Lefno	José Luis	31	31	33	55	53	74	74
17	Martínez	Vicente	21	30	29	59	58	67	71
18	Méndez	Francisco	44	43	29	37	43	36	59
19	Mondaca	Sebastián	27	33		56	56	72	76
20	Morales	Jesús	42	46	39	47	45	67	66
21	Nancul	Nicolás	31	39	42	51	52	75	71
22	Pacheco	Kevin	23	24		47	51	69	74
23	Pincheira	Sebastián	25	17		60	57	77	85
24	Riquelme	Matías	34	41	39	45	51	37	55
25	Rodríguez	Ana María	38	54	64	40	45	57	58
26	Rodríguez	María	46	63	57	41	43	59	61
27	Romero	Constanza	38	30	20	54	59	73	84
28	San Martin	Daniel	34	60	55	55	57	81	90
29	Sansana	Michelle	16	21	36	55	54	75	75
30	Silva	Daniel	36	63		53	54	69	68
31	Torres	Javiera	14	16		25	42	45	66
32	Velásquez	Ángel	23	39		30	36	59	51
33	Zapata	Mauricio	36	41	28	42	51	63	79

## 4.2. Resultados Grupo Control

	Nombre Alumno		Test de Conocimientos			Test Socio-Afectivos			
			Pre	Post 1	Post 2	Mot. Antes	Mot. Desp	Act. Antes	Act. Desp
1	Aguayo	Franco	29	27	20	47	38	75	77
2	Álvarez	Katerine	49	29	31	55	56	79	71
3	Bascuñán	Gerardo	27	39	41	56	39	71	72
4	Bravo	Nicolás	31	44	36	40	40	51	52
5	Briceño	Eugenia	49	41	47	34	42	66	71
6	Burgos	Gustavo	59	39	20	44	54	59	61
7	Cuevas	Francisco	34	21	21	53	49	77	80
8	De La Paz	Katherine	19	19	18	58	56	76	76
9	Díaz	Nikza	29	31	13	41	37	82	85
10	Díaz	Juan	46	36	18	59	44	64	61
11	Espinoza	Patricio	31	37	25	45	22	66	67
12	Fuentes	Harlet	21	19		42	51	51	50
13	Godoy	Catalina	34	40	39	39	38	52	49
14	Gómez	Gabriel	46	34	15	59	60	85	76
15	Hernández	Sebastián	27	34	36	46	55	69	82
16	Inostroza	Carolina	34	31	20	49	47	72	70
17	Jara	Jeraneel	19	36	38	49	46	61	57
18	Jorquera	Brayan	59	39	26	53	57	80	83
19	Mellado	Constanza	19	36	33	56	32	71	73
20	Miranda	Brandon	34	23	15	50	56	66	81
21	Montoya	Nicolás	21	43		59	51	69	69
22	Muñoz	Felipe	29	31	36	65	62	85	82
23	Neira	Benjamín	34	26	21	53	48	83	79
24	Parra	Nicolás	25	29	21	35	44	69	67
25	Quiñones	Catalina	40	43	46	57	52	69	67
26	Rifo	Rodolfo	25	53	34	53	51	67	79
27	Romero	Hailén	29	20	23	46	48	68	72
28	Sáez	Aracely	19	30	18	56	50	81	74
29	Sandoval	Gabriel	40	20	21	45	55	84	81
30	Sanhueza	Valentina	16	53	46	58	54	73	73
31	Seguel	Fernando	10	23	23	46	51	68	70
32	Terán	Fernanda	31	43		47	39	63	66
33	Toledo	Alan	29	47	49	32	39	72	64
34	Torres	Benjamín	44	41	26	58	58	86	87
35	Valdés	Bastián	27	39	15	24	24	45	62
36	Vásquez	Andy	36	23	18	35	33	72	67
37	Yáñez	Francisca	29	29	26	46	47	69	76

## ANEXO 5: Pruebas de Normalidad e Igualdad de Varianzas

### 5.1. Pruebas de Normalidad e Igualdad de Varianzas Entre GE y GC

Medición	Normalidad Grupo Experimental	Normalidad Grupo Control	Igualdad de Varianzas
Pre-test	$p = 0.339$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.118$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.689$ <i>Var. Iguales</i>
Post-Test 1	$p = 0.374$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.261$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.029$ <i>Var. Distintas</i>
Aprendizaje Perdurable	$p = 0.114$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.056$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.587$ <i>Var. Iguales</i>
Motivación Previa a Intervención	$p = 0.045$ <i>Dist. No Normal</i>	$p = 0.196$ <i>Dist. Normal</i>	X
Motivación Luego de Intervención	$p = 0.404$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.090$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.011$ <i>Var. Distintas</i>
Actitud Previa a Intervención	$p = 0.018$ <i>Dist. No Normal</i>	$p = 0.116$ <i>Dist. Normal</i>	X
Actitud Luego de Intervención	$p = 0.458$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.199$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.547$ <i>Var. Iguales</i>

### 5.2. Pruebas de Normalidad e Igualdad de Varianzas Entre Hombres y Mujeres

Medición	Normalidad Hombres	Normalidad Mujeres	Igualdad de Varianzas
Pre-test	$p = 0.309$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.257$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.257$ <i>Var. Iguales</i>
Post-Test 1	$p = 0.852$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.572$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.340$ <i>Var. Iguales</i>
Actitud Previa a Intervención	$p = 0.033$ <i>Dist. No Normal</i>	$p = 0.807$ <i>Dist. Normal</i>	X
Actitud Luego de Intervención	$p = 0.169$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.823$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.214$ <i>Var. Iguales</i>
Motivación Previa a Intervención	$p = 0.093$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.183$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.479$ <i>Var. Iguales</i>
Motivación Luego de Intervención	$p = 0.796$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.650$ <i>Dist. Normal</i>	$p = 0.187$ <i>Var. Iguales</i>



## ANEXO 6: Planificaciones Grupo Experimental

### “CLASE 01 G.E”

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 03 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Pre test *Test de motivación *Test de Actitud	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Aplicar test de motivación, actitud y pre-test de conocimiento para conocer la situación del curso.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplican conocimientos anteriores.</li> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con proporcionalidad.</li> <li>- Resuelven ejercicios de plano cartesiano</li> <li>- Realizan test de motivación y actitud.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno, además los tiempos estimados para ellos.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos desarrollan y terminan los test.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos hacen entrega del test al profesor.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pre-test de conocimientos previos.</li> <li>✓ Test de Motivación.</li> <li>✓ Test de actitud.</li> </ul>	

**“CLASE 02 G.E.”**

**UNIDAD: “Álgebra y Funciones”**

<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 05 de octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Tabulación de Datos *Generalización *Dependencia Variable	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Generalizar situaciones de la vida real utilizando tablas para obtener expresiones algebraicas como formas de representación.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinan regularidades numéricas</li> <li>- Tabulan datos obtenidos a partir de una situación problema.</li> <li>- Plantean hipótesis que dan soluciones al problema</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor da a conocer el objetivo de la clase y la forma de trabajo, luego realiza una introducción para contextualizar a los estudiantes en el problema que van a trabajar.</li> <li>➤ El profesor forma a los alumnos en grupo de 4 integrantes y les entrega una guía de aprendizaje con una situación problema denominada “Las ventanas de un edificio” con la que se busca que los estudiantes reconozcan regularidades y patrones, pudiendo representar ésta en distintos cuadros (Numérico y Algebraico).</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos trabajan de forma grupal explorando la problemática he intentado dar respuesta a la siguiente pregunta <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuántas ventanas hay en un edificio con 1, 2, 3, 5, 7, 10 pisos?</li> </ul> </li> <li>➤ ¿Puedes proponer una forma general de calcular una cantidad cualquiera de ventanas, dado los pisos que un cliente requiera?</li> <li>➤ El profesor luego de que los alumnos han explorado la problemática, convoca a reflexionar los aportes o posibles hipótesis referentes a cómo encontrar la expresión que permita calcular la cantidad de ventanas del edificio.</li> <li>➤ El profesor solicita a los alumnos que organicen sus respuestas a las preguntas anteriores en una tabla, de tal manera que puedan analizar la regularidad que hay en los datos obtenidos.</li> <li>➤ Los alumnos en sus respectivos grupos organizan las respuestas a las preguntas anteriores y trabajan buscando la regularidad. Luego cada grupo explica los pasos que siguieron para encontrar la regularidad, de tal forma de contrastar los resultados provocando una validación entre los mismo pares.</li> <li>➤ El profesor guía las ideas para que cada grupo tenga la tabla de forma correcta, para verificar esto realiza las siguientes preguntas dirigidas a distintos estudiantes en cada uno de los grupos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Las expresiones matemáticas construidas son correctas para cada uno de los edificios expuestos en la tabla de datos?</li> </ul> </li> </ul>	

-La expresión matemática para la cantidad de ventanas del edificio 1, ¿Proporciona el valor correspondiente a las ventanas del edificio 1?, ¿y qué ocurre para el edificio 2 y el 3?

- Los alumnos verifican que el patrón numérico encontrado responde a la problemática, en caso contrario corrigen sus repuestas.
- Utilizando el patrón encontrado ¿Podemos determinar la cantidad de ventanas del edificio con 10, 15, y 54 pisos?, ¿Cuáles son sus respectivos valores?
- El profesor invita a los alumnos a que propongan una expresión general (Algebraica) que permita calcular la cantidad de ventanas del edificio con "n" cantidad de pisos.
- Los alumnos trabajan buscando la expresión solicitada.
- El profesor en conjunto con los alumnos, plantea una forma general (Algebraica) que representa dicha situación, en base a las propuestas de estos últimos.
- El profesor pregunta a los alumnos como se relacionan las variables involucradas en la situación, luego de recoger las distintas respuestas de los alumnos el profesor formaliza el concepto de variables dependiente e independiente ejemplificando con la situación trabajada.

#### **CIERRE**

- El profesor plantea las siguientes preguntas para ver el nivel de comprensión de la situación en los estudiantes:
  - Expresa en palabras el significado de la expresión algebraica planteada.
  - Existe algún edificio en el cual se vean 37 ventanas?
  - ¿Cuál es el número de piso en el cual se ven 28 ventanas?
- Los alumnos responden a las preguntas solicitadas por el profesor
- El profesor en conjunto con los alumnos hace un recuento de lo trabajado durante la clase.

#### **MEDIOS Y RECURSOS:**

- ✓ Pizarra.
- ✓ Guía de aprendizaje n°1.
- ✓ Plumones.
- ✓ Cuaderno del estudiante.
- ✓ Data.
- ✓ Computador.

“CLASE 03 G.E.”

UNIDAD: “Álgebra y Funciones”

<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada		<b>FECHA:</b> 06 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A		<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Gráfica *Tipo de Variable		
<b>OBJETIVO DE LA CLASE.</b> Representar gráficamente situaciones de la vida real en el plano cartesiano.		
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Grafican datos obtenidos a partir de una situación problema.</li> <li>- Plantean posibles soluciones al problema</li> </ul>		
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>		
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor en conjunto con los alumnos realizan un recordatorio de los contenidos trabajados en la clase anterior, abordando la tabulación de datos, dependencia de variables y la expresión algebraica encontrada, para luego presentar el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor hace un repaso de materia de años anteriores referida al plano cartesiano, su composición y sus propiedades.</li> </ul>		
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor solicita a los alumnos que grafiquen en el plano cartesiano los 10 primeros términos de la tabla de la clase anterior.-</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en los grupos graficando.</li> <li>➤ El profesor explica los tipos de variable, discreta y continua y presenta ejemplos varios.</li> <li>➤ El profesor para evidenciar la comprensión de los alumnos propone una nueva situación a desarrollar similar a la trabajada en la clase anterior.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan grupalmente en la nueva situación planteada por el profesor, en donde los alumnos deberán nuevamente explorar la situación y generar posibles conjeturas y aplicar el modelo ya aprendido.</li> </ul>		
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor solicita a cada grupo la expresión algebraica encontrada, para de esta manera contrastar las diferentes soluciones y responder las dudas que se originen.</li> </ul>		
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumones.</li> <li>✓ Guía de aprendizaje n°2.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Data.</li> <li>✓ Computador.</li> </ul>		

**“CLASE 04 G.E.”**

**UNIDAD: “Álgebra y Funciones”**

<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada		<b>FECHA:</b> 11 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A		<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Tabulación de Datos *Gráfica *Generalización		
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Conocer el concepto de función y su representación en distintos cuadros.		
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Grafican datos en el plano cartesiano.</li> <li>- Tabulan colección de datos.</li> <li>- Establecen cuando una relación es función.</li> <li>- Interpretan información del problema.</li> </ul>		
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>		
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor en conjunto con los alumnos realizan un recordatorio de los contenidos vistos en las clases anteriores, para luego analizar el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor forma a los alumnos en grupo de 4 integrantes y les entrega una guía de aprendizaje con una situación problema denominada “<b>Local de fotocopias</b>”, que tiene como propósito que los alumnos comprendan que dichas relaciones vistas en las clases anteriores se pueden constituir como una función.</li> </ul>		
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos exploran y trabajan de forma grupal las actividades propuestas en la guía.</li> <li>➤ El profesor para verificar que los alumnos comprendieron los datos entregados en la situación problema realiza las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué podemos ver representado en la tabla?</li> <li>- ¿Cuáles son las variables en la tabla?</li> </ul> </li> <li>➤ El profesor concluido el trabajo de los estudiantes les indica que hagan un análisis comparativo entre el aviso original y el reordenado solicitado en la situación problema, verificando que cada cantidad de fotocopias se relaciona con la cantidad entregada originalmente, y además pregunta a los alumnos si ya han determinado como se relacionan las variables presentes en la tabla.</li> <li>➤ Los alumnos dan respuestas a las preguntas planteada por el profesor donde las ideas de cada uno de los grupos son contrastadas entre sí.</li> <li>➤ El profesor realiza las siguientes preguntas a los alumnos, los cuales responden para</li> </ul>		

verificar que el modelo que están construyendo sea el adecuado.

- ¿Podrían reconocer cual es el valor de una fotocopia? ¿Cómo se obtuvo?
- ¿Qué tabla debería mostrar Don Juan en su Local, para que las personas pudieran saber con mayor certeza y facilidad el valor de sus fotocopias?
- ¿Qué valor es el que tiene que pagar el cliente por 700 copias?
- Luego de que los alumnos responden a las preguntas anteriores, el profesor solicita a los alumnos que grafiquen los datos de la tabla.
- Los alumnos grafican la tabla considerando el tipo de variables que utiliza el problema ya sea discretas o continuas.
- Concluido el trabajo de los estudiantes el profesor consulta a estos por la representación algebraica de la situación. Para propiciar esto, el profesor hace la siguiente pregunta a los alumnos:
  - ¿Cuál es la expresión algebraica que le permitirá a Don Juan saber el valor de cualquier cantidad de fotocopias?

#### **CIERRE**

- El profesor mediante el estudio de la situación y por medio de las preguntas realizadas en el desarrollo de la clase hace un cierre institucionalizando el tipo de modelo que se ha generado mediante la relación de variables en la situación, el cual correspondiente a una “Función”, para luego entregar su notación, lectura y propiedades.

#### **MEDIOS Y RECURSOS:**

- ✓ Pizarra.
- ✓ Plumones.
- ✓ Cuaderno del estudiante.
- ✓ Guía de aprendizaje n°3.
- ✓ Data.
- ✓ Computador.

“CLASE 05 G.E.”

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 12 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Notación *Dominio *Recorrido *Representación	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Caracterizar la función mediante su notación y/o su representación, y establecer las condiciones para determinar su dominio y recorrido.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Establecen condiciones para el dominio y recorrido de una función.</li> <li>- Tabulan datos a partir de una situación.</li> <li>- Reconocen funciones dadas su representación</li> <li>- Calculan imágenes de funciones</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase y luego realiza un recordatorio de la actividad realizada la clase anterior referente a la situación problema denominada “Local de fotocopias”, para retomar el concepto formalizado en el cierre de ésta, el cual corresponde a la definición de función.</li> <li>➤ El profesor, de acuerdo a lo tratado en la clase anterior y en conjunto con los alumnos, establece diferencias entre relación y función a través de las distintas forma de representación. Además indica a los alumnos la notación correspondiente a una función.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor vuelve a la situación de la clase anterior local de fotocopias y explica a los estudiantes que el precio “y” a pagar por “x” fotocopias, se puede representar algebraicamente por <math>y=19x</math> o bien <math>f(x)=19x</math>.</li> <li>➤ Los alumnos buscan dar explicación al significado de las expresiones <math>f(4);f(1);f(5)</math>.</li> <li>➤ El profesor solicita a los alumnos que lleven estos últimos datos a una tabla y que determinen otros valores diferentes a los anteriores, haciendo énfasis en los tipos de números (naturales, decimales, racionales, etc.) que aparecen en cada columna.</li> <li>➤ El profesor señala que “x” corresponde a la variable independiente de la situación, y a su conjunto de validez se le llama “Dominio de la función”. Del mismo modo, dado que “y” es la variable dependiente, a su conjunto de validez se le denomina “Recorrido de la función”.</li> <li>➤ Los alumnos definen cual es el conjunto numérico que correspondería al dominio y recorrido de la situación planteada la clase anterior.</li> </ul>	

**CIERRE**

- El profesor para verificar si los estudiantes comprendieron la relación funcional entre los datos, propone a los alumnos una serie de ejercicios con la finalidad de que determinen el costo en algunos casos y sus resultados tengan sentido dentro de las situaciones planteadas, además su relación con el dominio y recorrido.

**MEDIOS Y RECURSOS:**

- ✓ Pizarra.
- ✓ Plumones.
- ✓ Cuaderno del estudiante.
- ✓ Guía de aprendizaje N°3.





**“CLASE 06 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 13 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Plano Cartesiano *Sistema de referencia *Funciones	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver guía de ejercicios de función y su identificación en distintos contextos matemáticos.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones.</li> <li>- Diferencian una función de una relación en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> ➤ El profesor indica el objetivo de clase, y recuerda los contenidos vistos la clase anterior.	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace entrega de una guía (n°1) de ejercicios referente a funciones en el plano cartesiano, además la identificación de pendiente y su gráfica.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo la guía y haciendo las consultas respectivas al profesor.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> ➤ El profesor indica a los alumnos que deben terminar de la guía en sus casas y completar su resolución, además responde consultas generales respecto a la guía.	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Guía de ejercicios n°1</li> </ul>	

**“CLASE 07 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 17 de Octubre de 2016, Tiempo: 45 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Plano Cartesiano *Sistema de referencia *Funciones	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver guía de ejercicios de función y su identificación en distintos contextos matemáticos.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones.</li> <li>- Diferencian una función de una relación en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor indica el objetivo de clase, y recuerda algunos ejercicios de la guía que presentaron mayor dificultad la clase anterior.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos continúan trabajando en guía entregada por el profesor en la clase anterior.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo la guía y haciendo las consultas respectivas al profesor.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor indica a los alumnos que deben terminar de la guía en sus casas y completar su resolución, además responde consultas generales respecto a la guía.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Guía de ejercicios n°1</li> </ul>	

**“CLASE 08 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 18 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Gráfica *Expresión algebraica *Pendiente *Imagen *Pre-imagen	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Establecer las funciones lineales como modelos de proporcionalidad directa, para determinar la expresión algebraica de una función lineal.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tabulan datos a partir de una situación.</li> <li>- Calculan imágenes de una función.</li> <li>- Grafican valores en el plano cartesiano.</li> <li>- Caracterizan función lineal.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor explica a los alumnos el objetivo de la clase y lo que se realizará en esta, a modo de contextualizarlos en la situación N°4 denominada “El buen uso del dinero.”</li> <li>➤ El profesor forma en grupo a los alumnos y entrega la guía de aprendizaje a estos, donde a la mitad de ellos entrega la guía con el Caso n°1 y a la mitad restante con el caso n°2. Los que se contextualizan en una empresa telefónica y el otro en la venta de pan en una panadería.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos trabajan en la guía de aprendizaje y tratan de responder las preguntas que puedan resolver dicha problemática.</li> <li>➤ El profesor a medida que los alumnos trabajan, les hace las siguientes preguntas a modo de verificar si estos recuerdan los contenidos vistos en las clases anteriores.</li> <li>➤ ¿Cuáles son las variables presentes en el problema?</li> <li>➤ ¿Qué tipo de variables menciona el problema?</li> <li>➤ ¿Cuál de las variables corresponde a la dependiente y cual a la independiente?</li> <li>➤ Los alumnos buscan respuestas para dar solución a la situación problemas haciendo uso de los contenidos vistos en las clases anteriores tales como tablas, gráficos y expresiones algebraicas.</li> <li>➤ El profesor una vez que los alumnos han avanzado en el desarrollo del problema, realiza una puesta en común permitiendo que cada grupo responda las preguntas planteadas en cada caso.</li> </ul>	

<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Caso 1:</li><li>➤ ¿Cuál es el costo que se tiene al hacer una llamada de 4 segundos? ¿Cuál es la función que representa la gráfica?</li><li>➤ ¿Cuál es el máximo de tiempo que se puede hablar al cargar con \$1000 el celular?</li><li>➤ Caso 2:</li><li>➤ ¿Cuál es el costo que tiene el comprar 15 kilogramos de pan? ¿Cuál es la función que representa la gráfica de la situación?</li><li>➤ ¿Cuál es la cantidad máxima de kilogramos de pan que se pueden comprar con \$9000?</li><li>➤ El profesor en conjunto con los alumnos analiza las gráficas y expresiones algebraicas que modelan ambos casos, mediante preguntas como:</li><li>➤ ¿Qué características presentan en común la gráfica del caso 1 y caso 2?</li><li>➤ ¿Qué características presentan en común la expresión algebraica que modela el caso 1 y caso 2?</li><li>➤ El profesor luego de la creación del modelo mediante los casos 1 y 2, realiza una profundización del contenido en donde aborda la expresión y notación de la función lineal, sus características y su gráfica.</li><li>➤ Los alumnos trabajan en ejercicios entregados por el profesor referente a la función lineal y su profundización mediante forma algebraica, y la gráfica de la función lineal</li></ul>
<p><b>CIERRE</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>➤ El profesor recuerda a los estudiantes la importancia de la pendiente dentro de la función lineal, agregando con ello los conceptos de creciente y decreciente.</li></ul>
<p><b>MEDIOS Y RECURSOS:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Pizarra.</li><li>✓ Plumones.</li><li>✓ Cuaderno del estudiante.</li><li>✓ Guía de aprendizaje N°4</li><li>✓ Data.</li><li>✓ Computador.</li></ul>

**“CLASE 09 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 19 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Plano Cartesiano *Sistema de referencia *Función afín	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver guía de ejercicios referente a función lineal y su identificación en distintos contextos matemáticos.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones lineales y su gráfica.</li> <li>- Diferencian una lineal de una relación en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> ➤ El profesor indica el objetivo de clase, y recuerda los contenidos vistos la clase anterior.	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace entrega de una guía (nº2) de ejercicios referente a funciones en el plano cartesiano, además la identificación de pendiente y su gráfica.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo la guía y haciendo las consultas respectivas al profesor.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> ➤ El profesor indica a los alumnos que deben terminar de la guía en sus casas y completar su resolución, además responde consultas generales respecto a la guía.	
<b>„MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Guía de ejercicios nº2</li> </ul>	

**“CLASE 10 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 20 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Gráfica *Expresión algebraica *Tabla de datos *función afín	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Establecer la función afín como un modelo que sirve para resolver problemas de la vida real.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tabulan datos a partir de una situación.</li> <li>- Expresan la forma algebraica de una situación.</li> <li>- Grafican datos en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor expone a los alumnos el objetivo de la clase, pidiendo a uno de estos que explique lo que se espera que ellos aprendan.</li> <li>➤ El profesor introduce y contextualiza a los alumnos en la problemática que trabajarán denominada “Cuenta de la luz”.</li> <li>➤ El profesor explica a los alumnos cómo funcionan y que características tienen este tipo de cuentas, por ejemplo que estas poseen un cargo fijo.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor plantea una situación de trabajo con una boleta de servicio básico que cada alumno debe traer de su casa.</li> <li>➤ Considerando que en la situación las boletas presentan un cargo fijo y el valor de kilowatt por hora, el profesor plantea a los alumnos las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuál es el cargo fijo?; ¿Qué valor tiene un kilowatt?; ¿Cómo lo obtuvo?; ¿Cuánto facturó si ocupó la luz 0, 1, 2, 3, 9 horas?</li> </ul> </li> <li>➤ Los alumnos dan sus respuestas, las que son contrastadas entre pares guiados con el profesor.</li> <li>➤ El profesor pide a los alumnos que lleven estos datos a una tabla y un gráfico, además pide averiguar cuanto adeudaran de luz u otro servicio al mes.</li> <li>➤ El profesor para iniciar la discusión de la situación anterior hace una serie de preguntas dirigidas con el objetivo de conseguir la comprensión de la situación por parte de los alumnos. <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué características comunes o diferentes pueden encontrar en cada una de sus cuentas?</li> <li>- ¿Pueden identificar en su boleta el valor del cargo fijo que se cobra?</li> </ul> </li> </ul>	

- ¿Cuál es y a que se debe este cargo fijo?
- ¿Puede identificar el cobro mensual?
- Los alumnos responden las preguntas planteadas por el profesor y así poder comprender de mejor manera la situación.
- El profesor plantea un problema relacionado con una boleta de luz, con un cargo fijo y el valor por kilowatt, en donde les pide que completen una tabla con el consumo de kilowatt de 0 a 10 kilowatt.
- Los alumnos trabajan en la confección de la tabla.
- El profesor una vez que los alumnos hayan terminado la tabla realiza las siguientes preguntas:
  - ¿Cómo obtuvieron el monto final de cada número de kilowatt utilizado?
  - ¿Qué sucedió cuando el número de kilowatt era 0?
  - ¿Qué característica se aprecia en la expresión matemática que determina cada valor en la tabla?
- El profesor incentiva a los alumnos a buscar una expresión algebraica que modele la situación.
- Los alumnos trabajan a partir de la tabla y concluyen la expresión algebraica de la situación.
- El profesor una vez que los alumnos hayan encontrado la expresión algebraica de la situación, realiza las siguientes preguntas a los alumnos a modo de ver la comprensión de los alumnos respecto a lo que han obtenido:
  - ¿Podríamos saber cuánto dinero gasto al cabo de un mes (31 Días) si cada día gasto 36 kilowatt aproximadamente?
- El profesor solicita a los alumnos que grafiquen en un mismo plano cartesiano los datos de la tabla desarrollada anteriormente.
- El profesor luego de que los estudiantes terminen su grafica realiza las siguientes preguntas:
  - ¿En qué punto interseca a eje y?
  - ¿La recta pasa por el origen?
  - ¿Qué diferencia tiene ese tipo de gráfica y el de una función lineal trabajada en la clase anterior (clase de modelamiento de la función lineal)?

**CIERRE**

- De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los alumnos, el profesor formaliza el contenido, explicitando con ello las características de la función afín, señalando además su la forma general.

**MEDIOS Y RECURSOS:**

- |                            |                 |
|----------------------------|-----------------|
| ✓ Pizarra.                 | ✓ Data.         |
| ✓ Plumones.                | ✓ Computador.   |
| ✓ Cuaderno del estudiante. | ✓ Boleta de luz |





**“CLASE 11 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 24 de Octubre de 2016, Tiempo: 45 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Función Afín	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver ejercicios de función Afín y su identificación en distintos contextos matemáticos.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones afines.</li> <li>- Diferencian una función de una relación en el plano cartesiano.</li> <li>- Grafican una función afín.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor en conjunto con los alumnos analizan el objetivo de clase.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor anota en pizarra una serie de ejercicios relacionados con la función afín y la aplicación de sus propiedades.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo los ejercicios planteados por el profesor, además haciendo las consultas respectivas.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor indica a los alumnos que deben terminar de resolver los ejercicios planteados en sus casas, además responde consultas generales respecto a la guía.</li> </ul>	
<b>,MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

“CLASE 12 G.E.”

UNIDAD: “Álgebra y Funciones”

<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada		<b>FECHA:</b> 25 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A		<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Gráfica *Expresión algebraica *modelo lineal y afín		
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Diferenciar la función lineal de la afín en situaciones de la vida real.		
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tabulan datos a partir de una situación.</li> <li>- Calculan Imágenes dada una función.</li> <li>- Grafican pares ordenados en el plano cartesiano.</li> <li>- Resuelven situaciones problemas.</li> <li>- Diferencian funciones lineales de afines.</li> </ul>		
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>		
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta a los alumnos el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor entrega la guía de aprendizaje N°5 y explica que el trabajo de la clase se hará de forma individual, y mediante el trabajo simultaneo de dos situaciones problemas, una relacionada con el modelo lineal y la otra con el modelo afín.</li> <li>➤ Los alumnos exploran y se involucran con las situaciones problemas, obteniendo los datos e información relevante de este.</li> <li>➤ El profesor para orientar el trabajo de la clase les realiza las siguientes preguntas a los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿De qué depende el consumo de combustible para un jeep?</li> <li>- ¿De qué depende el valor total a pagar en el estacionamiento?</li> <li>- ¿Cuáles son las variables que puede observar en el primer y segundo ejercicio?</li> <li>- ¿Cuál está representada por la variable dependiente y cual está representada por la variable independiente en cada uno de los ejercicios?</li> <li>- ¿Cuál será el valor de <math>m</math> y <math>n</math> en la expresión que determina cada función?</li> </ul> </li> </ul>		
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor una vez que los alumnos hayan comprendido la situación pide a estos que organicen los datos en tablas para cada situación.</li> <li>➤ El profesor realiza un contante monitoreo a los alumnos para observar que realizan las tablas de manera correcta, para luego hacer una puesta en común.</li> </ul>		

- El profesor luego de haber validado cada una de las tablas realiza las siguientes preguntas a modo de avanzar el análisis de la situación.
  - ¿Qué diferencias se aprecian en cada tabla?
  - ¿Qué similitudes se aprecia en cada tabla?
- Los alumnos responden a las preguntas realizadas por el profesor.
- El profesor solicita a los alumnos graficar en el plano cartesiano los valores que representan cada una de las tablas de datos confeccionadas anteriormente.
- El profesor para analizar las gráficas realizadas por los alumnos les hace las siguientes preguntas:
  - ¿Qué forma tiene cada gráfica?
  - ¿Qué gráfica pasa por el origen del sistema de coordenadas?
  - De acuerdo a las características analizadas. ¿Qué tipo de función es la que representa el gasto de combustible de un jeep?
  - De acuerdo a las características analizadas. ¿Qué tipo de función es la que representa el costo por hora del estacionamiento?
- El profesor pide a los alumnos que establezcan diferencias entre la función lineal y función afín, las que posteriormente son analizadas por el grupo curso. Buscando con esto la validación entre pares.
- El profesor con el propósito de que los alumnos recuerden el trabajo realizado en las clases anteriores, aborda la situación desde una perspectiva algebraica, explicando a los alumnos la representación matemática de ambas situaciones mediante una ecuación con dos variables

#### **CIERRE**

- El profesor explica a los alumnos que ahora tendrán las herramientas para diferenciar con facilidad las características que componen de forma numérica, gráfica y algebraica cada una de las funciones lineales y afines.
- El profesor responde eventuales consultas de los alumnos.

#### **MEDIOS Y RECURSOS:**

- ✓ Pizarra.
- ✓ Plumones.
- ✓ Cuaderno del estudiante.
- ✓ Guía de aprendizaje N°5.
- ✓ Data.
- ✓ Computador.

**“CLASE 13 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 26 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Función Lineal *Función Afín *Pendiente	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver guía de ejercicios de función lineal y afín, y su identificación en distintos contextos matemáticos.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones lineales y afines.</li> <li>- Diferencian una función de una relación en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> ➤ El profesor indica el objetivo de clase, y recuerda los contenidos vistos la clase anterior.	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace entrega de una guía (nº3) de ejercicios referente a funciones lineales y afines en el plano cartesiano, además la identificación de pendiente y su gráfica.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo la guía y haciendo las consultas respectivas al profesor.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> ➤ El profesor indica a los alumnos que deben terminar de la guía en sus casas y completar su resolución, además responde consultas generales respecto a la guía.	
<b>MEIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Guía de ejercicios nº3</li> </ul>	

**“CLASE 14 G.E.”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 27 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio A	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Test de motivación *Test de Actitud *Post test	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Aplicación de los test de motivación y actitud, además del post-test de conocimiento para evaluar los conocimientos adquiridos de la unidad.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con función lineal y afín.</li> <li>- Resuelven ejercicios de plano cartesiano, y representación de funciones.</li> <li>- Realizan test de motivación y actitud.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno, además los tiempos estimados para ellos.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos desarrollan y terminan los test.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos hacen entrega del test al profesor.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Post-test de conocimientos de la unidad.</li> <li>✓ Test de Motivación.</li> <li>✓ Test de actitud.</li> </ul>	

## ANEXO 7: Guías de Aprendizaje y Ejercicio Grupo

### Experimental

#### Guía de aprendizaje n°1

**Objetivo:** Generalizar situaciones de la vida real utilizando tablas para obtener expresiones algebraicas como formas de representación.

**Integrantes:**

---

---

---

#### “Las ventanas de un edificio”

Una constructora tiene diseñado un tipo de edificio modular para oficinas, en el cual cada piso tiene forma cuadrada y en cada pared hay un gran ventanal, con tal de que los trabajadores cuenten con la iluminación natural apropiada. Además, en el diseño se incluye que en el último piso, al mismo tiempo de los cuatro ventanales, se coloque un tragaluz, con tal de dar una sensación de amplitud a quienes allí trabajen.

Dado que la constructora tiene diferentes demandas, debe tener una forma rápida de calcular cuántos ventanales debe mandar a fabricar según la cantidad de pisos que sus clientes le exijan.

De acuerdo con la situación antes descrita responda:

- 1- ¿Qué estrategia podría usar la empresa para determinar la cantidad de ventanales a utilizar en diferentes casos (un piso, dos pisos, tres pisos)?
- 2- ¿Puedes proponer una forma general de calcular una cantidad cualquiera de ventanas, dado los pisos que un cliente requiera? Si se dispone de una cierta cantidad de ventanas en stock, ¿se puede anticipar para cuántos pisos alcanzará?



### **Guía de aprendizaje n°2**

Objetivo: Representar gráficamente situaciones de la vida real en el plano cartesiano.

**Integrantes:**

---

---

---

Se ha construido la siguiente secuencia de torres de cubos, pero esta vez hay dos cubos en cada nivel, que no se pueden separar. Las torres están apoyadas en la superficie, y no se pueden levantar.



A partir de la figura que se muestra, desarrolle las siguientes actividades:

- Construyan una tabla que muestre la relación entre la cantidad de cubos y la cantidad de caras visibles en cada torre.
- Determinen la cantidad de caras de los cubos que no son visibles.
- Determinen la expresión aritmética que permite saber la cantidad de caras visibles en cada caso.
- Determinen la expresión algebraica que permite saber la cantidad de caras visibles en cualquier caso.
- Representen gráficamente los datos encontrados, y expliquen de qué forma se relacionan los datos.

### Guía de aprendizaje n°3

**Objetivo:** Conocer el concepto de función y su representación en distintos cuadros.

**Integrantes:**

---

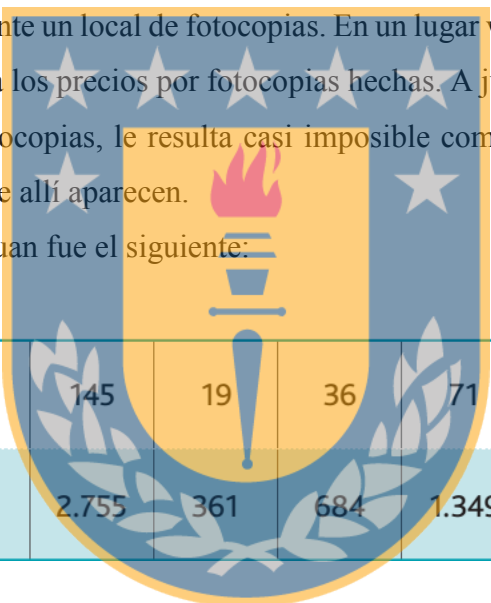
---

---

### “Local de Fotocopias”

Don Juan abrió recientemente un local de fotocopias. En un lugar visible de su fotocopiadora, ubica un aviso que informa los precios por fotocopias hechas. A juicio de uno de los clientes que necesita sacar 700 fotocopias, le resulta casi imposible comprender el costo que tiene que pagar con los datos que allí aparecen.

El aviso que colocó Don Juan fue el siguiente:



Cantidad de fotocopias	5	145	19	36	71	82	493
Valor en \$	95	2.755	361	684	1.349	1.558	9.367

- (1) ¿Cómo se podría arreglar el aviso, para hacer comprensible lo que debe pagar el cliente?
- (2) ¿Es posible determinar lo que debe pagar el cliente, sabiendo el precio de una fotocopia?
- (3) ¿Cuál es este precio? ¿Varía el precio unitario si se sacan muchas fotocopias?



### **Guía de aprendizaje n°4**

**Objetivo:** Establecer las funciones lineales como modelos de proporcionalidad directa, para determinar la expresión algebraica de un función lineal.

**Integrantes:**

---

---

---

#### ***“El buen uso del dinero”***

Caso 1:

Considerando la situación:

Una empresa telefónica permite al usuario pagar solo por el tiempo que usa el celular para comunicarse. Un usuario por 1 segundo hablado pagó \$2, por 2 segundos pagó \$4 y así sucesivamente.

Responda las siguientes preguntas:

1. *¿Cuáles son las variables presentes en el problema?*
2. *¿Cuál de las variables corresponde a la dependiente y cuál a la variable independiente?*
3. *¿Cuál es el costo que se tiene al hacer una llamada de 4 segundos? ¿Cuál es la función que representa la gráfica?*
4. *¿Cuál es el máximo de tiempo que se puede hablar al cargar con \$1.000 el celular?*
5. *Realice una tabla y un gráfico que muestre la situación problema del caso 1.*

### **Guía de aprendizaje n°4**

**Objetivo:** Establecer las funciones lineales como modelos de proporcionalidad directa, para determinar la expresión algebraica de un función lineal.

**Integrantes:**

---

---

---

#### ***“El buen uso del dinero”***

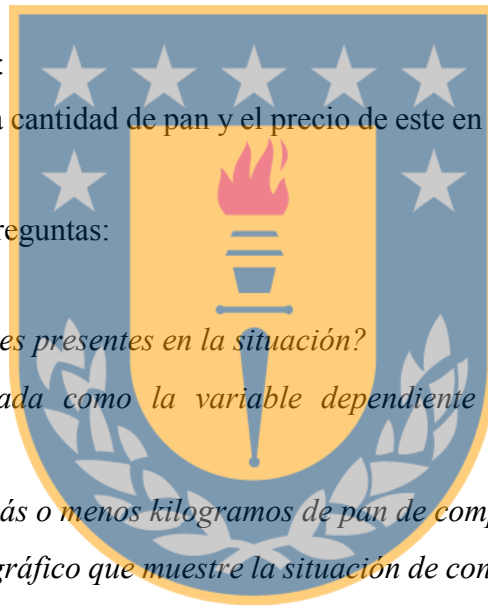
Caso 2:

Considerando la situación:

Felipe debe comprar cierta cantidad de pan y el precio de este en el supermercado es de \$890 el kilogramo.

Responda las siguientes preguntas:

1. *¿Cuáles son las variables presentes en la situación?*
2. *¿Cuál está representada como la variable dependiente y cuál como la variable independiente?*
3. *¿Qué pasa si compra más o menos kilogramos de pan de completos?*
4. *Realice una tabla y un gráfico que muestre la situación de consumo de kilogramos de pan y total a pagar.*



### **Guía de aprendizaje n°5**

**Objetivo:** Diferenciar la función lineal de la función afín en la vida real.

#### **SITUACIÓN 1: Rendimiento de un jeep.**

Los jeeps en la ciudad rinden 8 kilómetros por cada litro de bencina que consumen.

#### **SITUACIÓN 2: Estacionamiento.**

En un estacionamiento para vehículos, cobran por estacionarse \$300, luego comienza un cobro por hora que asciende a los \$350.

**De acuerdo con ambas situaciones antes descritas, responde las siguientes preguntas:**

- *¿De qué depende el consumo de combustible para un jeep?*
- *¿De qué depende el valor total a pagar en el estacionamiento?*
- *¿Cual está representada por la variable dependiente y cuál está representada por la variable independiente en cada uno de los problemas?*
- *¿Cuál será el valor de  $m$  y  $n$  en la expresión que determina cada función?*
- *¿Qué forma tiene cada una de las gráficas de los problemas?*
- *¿Qué tipo de función corresponde el problema del JEEP? ¿y la del estacionamiento?*

### Guía nº1 de Ejercicios

Nombre: \_\_\_\_\_

1. Un alumno faltó a una clase de matemática y decidió sacar fotocopias al cuaderno de su compañero. Si cada fotocopia vale \$18 y debe calcular cuánto dinero necesita para pagar las fotocopias, responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la variable dependiente e independiente en esta situación?
- b) Escriba el valor que el estudiante debe pagar por fotocopias como función.
- c) ¿Cuál es el valor de  $f(15)$ ? Explique qué significa este resultado.

2. En cierta compañía telefónica si hablo un minuto debo pagar \$80, si hablo 2 minutos \$160, y así sucesivamente.

- a) ¿Cuál es la expresión que permite calcular el saldo a pagar dada una cierta cantidad de minutos?
- b) ¿Cuál es la variable dependiente e independiente en la situación?
- c) Si pagué \$1.200, ¿Cuántos minutos hablé?
- d) Tabule y grafique los datos hasta los 10 minutos.

3. Claudia quiere invitar a tres de sus amigas al cine y la entrada al cine más cercano a su casa tienen un costo de \$3.500.

- a) ¿Cuál es la variable dependiente e independiente en la situación?
- b) ¿Cuál es la función que relaciona las variables?
- c) Determine el valor de  $f(5)$  y  $f(7)$  y explique qué significa cada valor obtenido.
- d) Siendo  $f(x) = \$14.000$ , ¿cuál es el valor de  $x$ ? Explique el significado del valor obtenido.

4. El dueño de una mueblería paga a los carpinteros un sueldo base de \$250.000 más \$5.000 por cada mueble terminado. Considere las variables, sueldo de un carpintero, y cantidad de muebles terminados.

- a) ¿Cuál es la variable dependiente e independiente en esta situación?
- b) Expresé como función, la relación entre ambas variables.

5. En una panadería se vende diariamente cierta cantidad de pan. Completa la siguiente tabla que representa la relación entre los kilogramos de pan y su costo.

Kg de pan	8		24	30	32
Precio (\$)		8.160		20.400	

- a) ¿Cuál es precio de un kilogramo de pan?
- b) ¿Cuál es la expresión algebraica que modela esta situación?
- c) ¿Cuál es la variable independiente y dependiente?
- d) Siendo  $f(x) = \$10.880$ , ¿cuál es el valor de  $x$ ? Explique el significado del valor obtenido.

**Guía de Ejercicios N°2**

I. En el plano cartesiano grafique las funciones siguientes, y responda a las preguntas que siguen:

a)  $f(x) = x$       b)  $f(x) = 3x$       c)  $f(x) = 4x$   
d)  $f(x) = \frac{1}{2}x$       e)  $f(x) = \frac{1}{3}x$

1. ¿Qué características en común presentan todas estas funciones?
2. ¿Qué sucede cuando  $m$  es muy grande?
3. ¿Qué sucede cuando  $m$  se acerca a cero?

II. En el plano cartesiano grafique las funciones siguientes, y responda a las preguntas que siguen:

f)  $f(x) = -x$       g)  $f(x) = -3x$       h)  $f(x) = -2x$   
i)  $f(x) = -\frac{1}{2}x$       j)  $f(x) = -\frac{1}{3}x$

1. ¿Qué características en común presentan todas estas funciones?
2. ¿Qué sucede cuando  $m$  es muy pequeño?
3. ¿Qué sucede cuando  $m$  se acerca a cero?

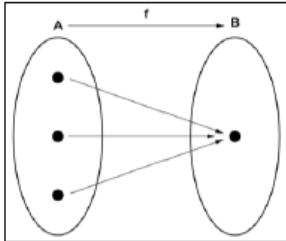
III. Responde: ¿Qué sucede cuando  $m > 0$ ? ¿y cuando  $m < 0$ ? (2 décimas)

### Guía de Ejercicios N°3

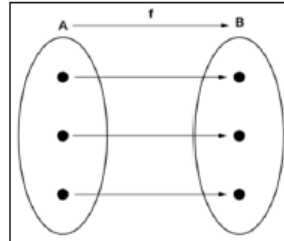
Nombre: \_\_\_\_\_

1. De acuerdo con los siguientes diagramas o gráficos, identifique cuál de ellos corresponde a una función y cuál a una relación.

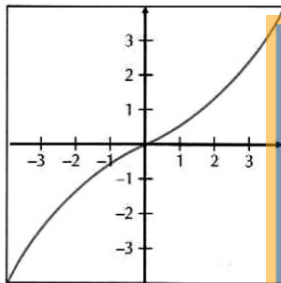
a)



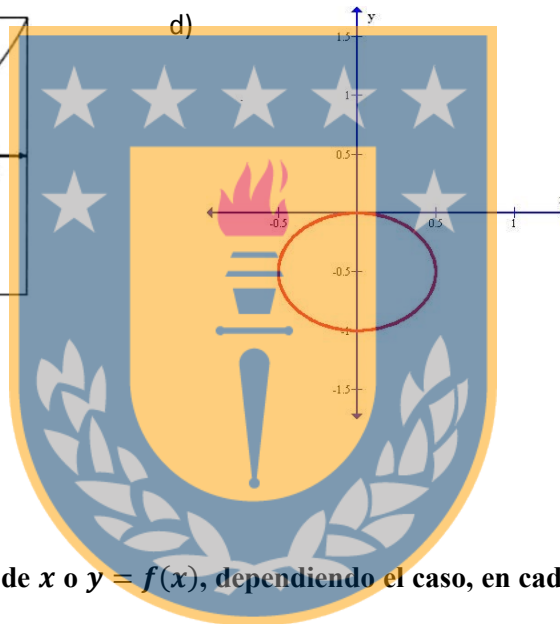
b)



c)



d)



2. Encuentre el valor de  $x$  o  $y = f(x)$ , dependiendo el caso, en cada uno de los siguientes ejercicios

- a) Con  $f(x) = x^2 + 1$ , ¿cuánto vale  $f(x)$  si  $x = 2$ ?
- b) Con  $f(x) = 3x - 1$ , ¿cuánto vale  $x$  si  $f(x) = 2$ ?
- c) Con  $f(x) = -2x - 5$ , ¿cuánto vale  $f(x)$  si  $x = -2$ ?
- d) Con  $y = 3$ , ¿cuánto vale  $x$  sabiendo que  $f(x) = x - 10$ ?

3. Determine el valor de la pendiente de cada recta, dado dos puntos de ella y luego grafique:

- a) A(5,8) y B(2,-6)
- b) M(8,6) y N(-3,-9)
- c) C(1,4) y D(4,-2)

**4. Identifique aquellas funciones que sean lineales o afines, y determine en cada caso el valor de  $m$  y  $n$ .**

a)  $f(x) = 3x$

d)  $f(x) = \frac{3}{2}x + 5$

b)  $g(x) = 2x + 5$

e)  $g(x) = -2x$

c)  $h(x) = x - 1$

**5. En cada problema siguiente, encuentre la expresión algebraica que representa dicha situación, y además determine si esta es una función lineal o afín.**

- a) En las 10 primeras semanas de cultivo una planta que media 2cm de alto se observó que su crecimiento es proporcional al tiempo. Viendo que la primera semana ha llegado a medir 3.4 cm, ¿cuánto medirá la planta al cabo de  $x$  semanas?
- b) En cierta compañía telefónica si hablo un minuto debo pagar \$80, si hablo 2 minutos \$160, y así sucesivamente. ¿Cuánto debo pagar si hablo  $x$  minutos?



## ANEXO 8: Planificaciones Grupo Control

### “CLASE 01 G.C”

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 05 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Pre test *Test de motivación *Test de Actitud	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Aplicación de los test de motivación y actitud, además del pre-test de conocimiento para conocer la situación del curso.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplican conocimientos anteriores.</li> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con proporcionalidad.</li> <li>- Resuelven ejercicios de plano cartesiano</li> <li>- Realizan test de motivación y actitud.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno, además los tiempos estimados para ellos.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos desarrollan y terminan los test.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos hacen entrega del test al profesor.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pre-test de conocimientos previos.</li> <li>✓ Test de Motivación.</li> <li>✓ Test de actitud.</li> </ul>	



**“CLASE 02 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 06 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Relación *Concepto de función *Diagrama Sagital	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Conocer el concepto de función e identificar estas mediante un diagrama sagital.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conocen el concepto de función.</li> <li>- Diferencian una función de una relación.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase, y hace un recordatorio de contenidos de años anteriores referente a relación.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor define lo que es una función e indica cómo identificarlas en un diagrama sagital.</li> <li>➤ Los alumnos anotan en sus cuadernos la definición y dirigen consultas al profesor.</li> <li>➤ El profesor entrega varios ejercicios en pizarra, en donde los alumnos deben identificar a través de diagramas sagitales si estos corresponden a una función o una relación utilizando la definición dada.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor realiza un resumen de los conceptos visto en clase y aclara dudas de los alumnos.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

**“CLASE 03 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 07 de Octubre de 2016, Tiempo: 45 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Relación *Concepto de función *Diagrama Sagital	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver ejercicios referentes funciones aplicando su definición.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones.</li> <li>- Diferencian una función de una relación.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase, y hace un recordatorio de la clase anterior, refiriéndose a las funciones y relaciones.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor entrega a los alumnos en la pizarra un listado de ejercicios. Esto referente a los contenidos vistos en la clase anterior.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo ejercicios de funciones.</li> <li>➤ El profesor responde consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor revisa algunos de los ejercicios en la pizarra y aclara eventuales dudas respecto a ellos.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

**“CLASE 04 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 12 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Plano Cartesiano *Sistema de referencia	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Identificar funciones en el plano cartesiano y en diagramas sagitales.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones.</li> <li>- Diferencian una función de una relación en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor comenta a los alumnos lo que se trabaja en la clase y además presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace un recordatorio de plano cartesiano y sus características.</li> <li>➤ El profesor indica como reconocer una función de una relación en el plano cartesiano y diagramas sagitales, trazando una recta paralela al eje y, además de la identificación del dominio y recorrido.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo ejercicios planteados por el profesor en donde deben identificar en el plano cartesiano o diagrama sagital si la gráfica corresponde a una función o una relación.</li> <li>➤ El profesor responde consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor revisa algunos de los ejercicios haciendo pasar a varios alumnos a resolver ejercicios en la pizarra.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

**“CLASE 05 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 13 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Plano Cartesiano *Sistema de referencia	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Resolver guía de ejercicios de función y su identificación en distintos contextos matemáticos.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con funciones.</li> <li>- Diferencian una función de una relación en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> ➤ El profesor indica el objetivo de clase, y recuerda los contenidos vistos la clase anterior.	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace entrega de una guía (nº1) de ejercicios referente a la identificación de funciones tanto en el plano cartesiano como en diagramas sagitales, además la identificación de dominio y recorrido de ellas.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan en sus cuadernos resolviendo la guía y haciendo las consultas respectivas al profesor.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> ➤ El profesor indica a los alumnos que deben terminar de la guía en sus casas y completar su resolución, además responde consultas generales respecto a la guía.	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Guía de ejercicios nº1</li> </ul>	

**“CLASE 06 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 17 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Variables * Dependencia e independencia	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Establecer la definición de función y la dependencia entre las variables de esta.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conocen la definición de función.</li> <li>- Identifican las variables involucradas en una función.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor recapitula lo tratado hasta aquí con la materia de funciones, recordando el concepto de función y sus representación en el plano cartesiano y diagramas sagitales, junto con ello expone a los alumnos el objetivo de la clase.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor define formalmente una función, entregando sus propiedades y restricciones, además define la dependencia e independencia de la variables involucradas en una función y mostrando variados ejemplos relacionados con la identificación de variables.</li> <li>➤ El profesor entrega una serie de ejemplos y ejercicios en la pizarra para que los alumnos ejerciten lo tratado durante la clase.</li> <li>➤ El profesor hace un constante tránsito en la sala respondiendo consultas que tengan los alumnos.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor revisa algunos de los ejercicios con mayor dificultad en pizarra e indica a los alumnos que deben estudiar constantemente en sus casas.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

**“CLASE 07 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 19 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Variables * Dependencia e independencia *Función	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Evaluar funciones utilizando tabulación y el grafico para representarlas.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Evalúan funciones utilizando tablas.</li> <li>- Utilizan el plano cartesiano para graficar funciones.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor comenta a los alumnos de que se tratara la clase para luego presentar el objetivo de la clase.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor mediante ejemplos enseña a los alumnos a evaluar funciones mediante el uso de tablas.</li> <li>➤ El profesor enseña a los alumnos a graficar los datos obtenidos de las tablas en el plano cartesiano, e indica una serie de ejercicios en la pizarra para su resolución en él cuaderno.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan resolviendo los ejercicios planteados por el profesor correspondiente a tabular datos obtenidos de la evaluación de funciones para luego graficarlos en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace un recordatorio de lo visto en clases y resuelve eventuales dudas de los alumnos.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

**“CLASE 08 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 20 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Variables * Gráfica * función lineal	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Identificar las características de una función lineal mediante su definición formal.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definen una función lineal.</li> <li>- Identifican características de la función lineal.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> ➤ El presenta el objetivo de la clase y les recuerda que existen diferentes tipos de funciones.	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor define formalmente lo que es una función lineal, entregando sus características y ejemplos correspondientes, explicando además que tienen una representación de forma algebraica, tabular y gráfica.</li> <li>➤ El profesor propone a los alumnos ejercicios a modo de que ellos vayan comprobando cada una de las características entregadas recientemente.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan resolviendo los ejercicios planteados por el profesor correspondiente a función lineal.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> ➤ El profesor hace un recordatorio de lo visto en clases y resuelve eventuales dudas de los alumnos.	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	

**“CLASE 09 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 24 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Variables * Gráfica * función afín	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Identificar las características de una función Afín mediante su definición formal.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definen una función Afín</li> <li>- Identifican características de la función Afín.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El presenta el objetivo de la clase y les recuerda que existen diferentes tipos de funciones, y recuerda lo visto la clase anterior de función lineal y que representaba una recta.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor define formalmente lo que es una función Afín, entregando sus características y ejemplos correspondientes, explicando que tienen una representación de forma algebraica, tabular y gráfica.</li> <li>➤ El profesor presenta a los alumnos las diferencias la función lineal con la función afín, exponiendo que la función lineal pasa por el origen del sistema cartesiano y la función afín no pasa por el punto (0,0).</li> <li>➤ El profesor propone a los alumnos ejercicios a modo de que ellos vayan comprobando cada una de las características entregadas recientemente.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan resolviendo los ejercicios planteados por el profesor correspondiente a función lineal.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace un resumen de la clase poniendo énfasis en las características de la función afín.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> </ul>	



**“CLASE 10 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 26 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> * Variables * Gráfica * función afín * función lineal *Pendiente	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Determinar la pendiente de una recta dado dos puntos pertenecientes a esta.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinan pendiente entre dos puntos de un misma recta</li> <li>- Identifican características de una función lineal o afín.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El presenta el objetivo de la clase y les recuerda que existen diferentes tipos de funciones y algunas representan una recta como la lineal y la afín.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor enseña a los alumnos la fórmula para calcular la pendiente dado dos puntos de que pertenecen a una recta, y presenta variados ejemplos.</li> <li>➤ El profesor una guía (nº2) de ejercicios relacionado con el cálculo de la pendiente y además ejercicios de función lineal y afín, a modo de repaso para la prueba.</li> <li>➤ Los alumnos trabajan resolviendo la guía entregada por el profesor, y realizan las consultas respectivas.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor hace un resumen de la clase poniendo énfasis en las características de las funciones lineales y afines, cálculo de la pendiente y su aplicación en problemas relacionados.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pizarra.</li> <li>✓ Plumón.</li> <li>✓ Cuaderno del estudiante.</li> <li>✓ Guía nº2 de ejercicios</li> </ul>	

**“CLASE 11 G.C”**

<b>UNIDAD: “Álgebra y Funciones”</b>	
<b>DOCENTE:</b> Carlos Avello Cuevas Camilo Rivera Quezada	<b>FECHA:</b> 27 de Octubre de 2016, Tiempo: 90 min.
<b>CURSO:</b> Primero Medio B	<b>ASIGNATURA:</b> Matemática
<b>CONCEPTOS CLAVES:</b> *Test de motivación *Test de Actitud *Post test	
<b>OBJETIVOS DE LA CLASE.</b> Aplicación de los test de motivación y actitud, además del post-test de conocimiento para evaluar los conocimientos adquiridos de la unidad.	
<b>DESTREZAS O HABILIDADES EN DESARROLLO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven ejercicios relacionados con función lineal y afín.</li> <li>- Resuelven ejercicios de plano cartesiano, y representación de funciones.</li> <li>- Realizan test de motivación y actitud.</li> </ul>	
<b>EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	
<b>INICIO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El profesor presenta el objetivo de la clase.</li> <li>➤ El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno, además los tiempos estimados para ellos.</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos desarrollan y terminan los test.</li> </ul>	
<b>CIERRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos hacen entrega del test al profesor.</li> </ul>	
<b>MEDIOS Y RECURSOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Post-test de conocimientos de la unidad.</li> <li>✓ Test de Motivación.</li> <li>✓ Test de actitud.</li> </ul>	

## ANEXO 9: Estudio de Condiciones Iniciales Entre los Grupos

### Experimental y Control

#### 9.1. Conocimientos previos

Dado que los datos del pre-test demuestran estadísticamente que provienen de poblaciones con distribuciones aproximadamente normales y con varianzas iguales (ver *Anexo 5.1*), se utiliza la prueba t-Student, arrojando los resultados siguientes:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Conocimientos Previos GE	33	14,000	57,000	30,091	10,560
Conocimientos Previos GC	37	10,000	59,000	31,892	11,333

Puesto que el valor-p computado (0,495) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Por lo tanto, no existe diferencia muestral significativa para concluir que los conocimientos iniciales de los grupos son distintos.

#### 9.2. Actitud hacia la matemática inicial

Dado que los datos del test de actitud hacia la matemática demuestran estadísticamente que no provienen de poblaciones con distribuciones aproximadamente normales (ver *Anexo 5.1*), se utiliza la Prueba de Mann-Whitney, arrojando los resultados siguientes:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Actitud Previa GE	33	36,000	81,000	65,333	12,449
Actitud Previa GC	37	45,000	86,000	70,162	10,106

Puesto que el valor-p computado (0,152) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Por lo tanto, no existe diferencia muestral significativa para concluir que los niveles de actitud iniciales de los grupos son distintos.

### 9.3. Motivación hacia la matemática inicial

Dado que los datos del test de motivación demuestran estadísticamente que no provienen de poblaciones con distribuciones aproximadamente normales (ver *Anexo 5.1*), se utiliza la Prueba de Mann-Whitney, arrojando los resultados siguientes:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Motivación Previa GE	33	25,000	62,000	47,879	9,627
Motivación Previa GC	37	24,000	65,000	48,378	9,163

Puesto que el valor-p computado (0,925) es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0.05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Por lo tanto, no existe diferencia muestral significativa para concluir que los niveles de motivación iniciales de los grupos son distintos.