Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles
Escuela de Educación
Departamento de Ciencias Básicas

Una metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, para abordar el contenido de función cuadrática en estudiantes de tercer año medio de un Liceo municipal de Los Ángeles

Seminario para optar al grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de Matemáticas y Educación Tecnológica

Seminarista
Sr. Esteban Aros Sánchez

Profesor Guía
Marianela Castillo Fernández
Profesora de Matemáticas y Computación Universidad de Concepción
Magister en Matemática Universidad de Concepción

Los Ángeles, 2018

Comisión evaluadora

Sr. Jorge Cid Anguita, Profesor de Matemáticas y Física, U. de C. Magíster en Enseñanza de las Ciencias Mención Matemática, U. B. B.

Sr. Ramón Elías Muñoz, Licenciado en Ciencias mención Física U. Ch., Magíster en Física Médica, U.Fr.

Resumen

En la presente investigación, se describen y analizan los efectos producidos al aplicar una metodología de enseñanza que utiliza la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, para el contenido de función cuadrática en estudiantes de tercer año medio de un Liceo Científico-Humanista municipal de la ciudad de Los Ángeles.

Se desarrolla una investigación de tipo cuantitativa y cualitativa con diseño cuasi-experimental, de grupo Experimental y grupo Control, con Pre y Post Test, en la cual se compara la metodología de enseñanza que usan tradicionalmente los profesores del establecimiento educacional en estudio, con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb para el contenido de función cuadrática.

Se concluyó que esta metodología de enseñanza, que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb, es factible de utilizar por los profesores de enseñanza media, pero requiere de una planeación precisa en cuanto al tiempo, pudiendo hacerse uso de los Ciclos de Kolb en diversos contenidos y ser aplicados al inicio, como se muestra en esta investigación, durante o al término de una unidad, variando complejidades entre los ciclos, siendo posible derivar de uno en otro.

Palabras clave: Ciclo de Kolb, Función Cuadrática, Estilos de enseñanza, Modelización, Aprendizaje Experiencial.

Abstract

In the present paper, the effects of applying a teaching methodology that uses Mathematical Modeling framed in the theory of the Kolb Cycle are described and analyzed for the content of quadratic function in students of 11th year, in a public high school located in the city of Los Angeles.

A quantitative and qualitative type research with a quasi-experimental design, Experimental group and Control group, with Pre and Post Test is developed, which compares the teaching methodology traditionally used by the teachers of the educational establishment under study, with the teaching methodology that uses Mathematical Modeling framed in the Kolb Cycle for the content of quadratic function.

It was concluded that this teaching methodology, using Mathematical Modeling framed in the Kolb Cycle, is in fact feasible to be used by secondary school teachers, however, it requires precise planning in terms of time, being able to make use of the Kolb Cycles in various contents and be applied at the beginning, as shown in this research, during or at the end of a unit, being able to vary complexities between the cycles and furthermore being possible to derive from one to another.

Keywords: Kolb Cycle, Quadratic Function, Teaching Styles, Modeling, Experiential Learning.

Agradecimientos

Quiero expresar un sincero agradecimiento a quienes me han acompañado a lo largo de mi formación profesional y han sido para mí, un apoyo y guías, a los cuales dedico esta obra que culmina mi carrera universitaria.

A mi jefe de Carrera, el profesor Ramon Elías, quien nunca escatimo en tiempo ni en recursos con tal de apoyarme.

Al profesor Jorge Cid, por siempre encontrar en su oficina una puerta abierta y una conversación amena, a veces muy profunda y otras muchas divertidas y cotidianas.

A mi profesora guía de seminario, Marianela Castillo, quien en este último año nunca dejo de desafiarme e impulsarme a dar un paso más y seguir creciendo como profesional y por sobre todo me respaldó con su apoyo y dirección constante.

A los profesores Sixto Martínez y Víctor Jara, quienes me brindaron su apoyo desinteresado al corregir y orientarme en los análisis estadísticos.

A la señora Ernestina Flores, secretaria de la carrera, por apoyarme, alentarme y ayudarme siempre en cada tramite que necesite realizar.

Agradezco a mi familia por apoyarme, alentarme a seguir y dar siempre lo mejor de mí, y por entender las largas horas de trabajo y paso fugaz por mi hogar, también a mi querida Katherine por sumarse en este punto y compartir conmigo almuerzos tan cortos que parecían recreos escolares, pero que siempre fueron un refresco y momento de tranquilidad.

Finalmente, agradezco “a aquel que es poderoso para hacer todas las cosas mucho más abundantemente de lo que pedimos o entendemos, según el poder que actúa en nosotros, a él sea gloria por todas las edades, por los siglos de los siglos” (Efesios 3:20).

"Maestro, sé fervoroso. Para encender lámparas

haz de llevar fuego en tu corazón"

Gabriela Mistral

Índice

Resumen iii
Abstract iv
Agradecimientos v
Introducción 11
CAPÍTULO 1. Planteamiento del Problema 13
1.1 Antecedentes 13
1.2 Planteamiento del Problema 18
1.3 Justificación del Problema 19
1.4 Preguntas de investigación 21
1.5 Objetivo general 21
1.6 Objetivos específicos 22
1.7 Hipótesis de investigación 22
1.8 Supuesto de investigación 22
CAPÍTULO 2. Marco Referencial 23
2.1 Teorías de aprendizaje 23
2.2 Enseñanza – Aprendizaje 26
2.3 Estilos de Enseñanza 31
2.4 Modelo de Aprendizaje Experiencial, *Ciclo de Aprendizaje de Kolb* 34
2.5 Ciclo de Modelado Matemático 36
2.6 Motivación hacia la matemática 40
2.7 Función cuadrática 41
CAPÍTULO 3. Marco Metodológico 47
3.1 Enfoque Investigativo 47
3.2 Población 48
3.3 Muestra 49
3.4 Variables de estudio 50
3.5 Recolección de datos 51
3.6 Instrumentos de recolección de datos 53
3.7 Descripción de la Intervención 60
3.8 Tratamiento de los datos 65

CAPÍTULO 4. Resultados y Análisis de datos 66
4.1 Prueba de las hipótesis de investigación 66
4.2 Otros Análisis 79
4.3 Descripción y análisis de la actividad de MCK 87
CAPÍTULO 5. Discusión de los resultados 103
5.1 Sugerencias 105
CAPÍTULO 6. Conclusiones 106
Referencias 108
CAPÍTULO 7. Anexos 113
7.1 Escala de jerarquización sobre estilos de enseñanza 113
7.2 Encuesta sobre el uso de la Modelización matemática 115
7.3 Pre Test de funciones y ecuación cuadrática 119
7.4 Test de Motivación hacia la matemática 123
7.5 Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura 124
7.6 Post Test sobre la función cuadrática 125
7.7 Tablero de Fermat Actividad 1 129
7.8 Tablero de Fermat Actividad 2 131
7.9 Tablero de Fermat Actividad 3 133
7.10 Calendario de las intervenciones para el grupo Experimental y el grupo Control 135
7.11 Resultados Pre Test sobre funciones y ecuación cuadrática en el GC 137
7.12 Resultados Pre Test sobre funciones y ecuación cuadrática en el GE 138
7.13 Resultados Pre Test de Motivación hacia la matemática en el GC 139
7.14 Resultados Pre Test de Motivación hacia la matemática en el GE 140
7.15 Resultados Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GC 141
7.16 Resultados Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GE 142
7.17 Resultados Post Test sobre la función cuadrática en el GC 143
7.18 Resultados Post Test sobre la función cuadrática en el GE 144
7.19 Resultados Post Test de Motivación hacia la matemática en el GC 145
7.20 Resultados Post Test de Motivación hacia la matemática en el GE 146

7.21 Resultados Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GC 147

7.22 Resultados Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GE 148

7.23 Pruebas de Normalidad Shapiro Wilk 149

7.24 Guías de trabajo utilizadas en clases 157

7.25 Notas de campo 166

Índice de Tablas e Ilustraciones

Tabla 1 Resultados encuesta profesores 17

Tabla 2 Etapas del ciclo de Modelado matemático 38

Tabla 3 Variables Académicas 50

Tabla 4 Variables Socioafectivas 51

Tabla 5 Pre Test de funciones y ecuación cuadrática 54

Tabla 6 Test de Motivación hacia la Matemática 55

Tabla 7 Test de Percepción de utilidad de la matemática 57

Tabla 8 Post Test sobre la función cuadrática 58

Tabla 9 Resultados Pre Test de conocimiento 68

Tabla 10 Resultados del Post Test de conocimiento 71

Ilustración 1. Ciclo Experiencial de Kolb 35

Ilustración 2. Ciclo de Modelado Matemático 37

Ilustración 3. Ciclo de Modelado Matemático versus Ciclo de Kolb 39

Introducción

La labor de los profesores no es algo trivial, así lo afirman Díaz y Barriga (2010), sino que, por el contrario, es fundamental para el desarrollo de la persona, y con ello, de la sociedad. En esto radica la importancia de buscar y/o crear nuevas metodologías, que contribuyan a la labor del docente en su función de guiar a los estudiantes a construir aprendizajes significativos, cuya trascendencia va más allá de las aulas. Aravena y otros (2008) comentan sobre esto que los sistemas evaluativos en Chile se han manejado por años en la línea tradicional; predominan fuertemente las pruebas de papel y lápiz. En la actualidad, los sistemas demandan reorientaciones con nuevas formas de enseñanza más activas y eficaces, donde lo más importante es enseñar a los estudiantes a construir su propio conocimiento. Una visión moderna de la matemática no solo debe atender a una formación teórica, que se justifica por sí misma, sino también a una de índole crítico y comunicativo-social mediante la regulación continua.

En este proceso de búsqueda de nuevas metodologías de enseñanza, surgen los aportes de David Kolb y Ronald Fry, quienes en la década de los 70 plantean su Modelo de Aprendizaje Experiencial, conocido comúnmente como Ciclo de Kolb. En este ciclo se plantean cuatro etapas que los estudiantes deben recorrer para lograr analizar una situación problemática contextualizada y dar una solución pertinente a dicho problema.

El Ciclo de Kolb está íntimamente relacionado con la Modelización matemática, y a su vez puede ser potenciado por esta. Sobre esta última Aravena (2011) afirma que realizar un trabajo matemático basado en la resolución de problemas a través del modelaje, posee una serie de ventajas. Entre las que se destacan: el desarrollo de la capacidad de resolver problemas y la creatividad; prepara a los estudiantes a usar la matemática, desarrolla la capacidad crítica de la matemática en la sociedad, permite una visión completa de ésta y ayuda a la comprensión de los conceptos y métodos.

En esta investigación se analiza la incidencia de utilizar una metodología de enseñanza que use la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb, para el contenido de función cuadrática con estudiantes de tercer año medio de un Liceo municipal de la comuna de Los Ángeles, y su relación con las variables socio afectivas de Motivación hacia la matemática y la percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura que tienen los estudiantes.

Se realiza un registro del comportamiento de los estudiantes que fueron sometidos a la experiencia didáctica, las dificultades y facilidades que se observaron durante el trabajo. Las producciones de los estudiantes fueron recopiladas por medio de tres guías de trabajo, con el propósito de realizar un análisis cualitativo de la experiencia.

Este informe se compone de seis capítulos, en el primero se aborda la problemática que motiva este estudio y su justificación; en el segundo, se tratan elementos teóricos que sustentan la intervención didáctica; en el tercero, se describe la metodología empleada para su desarrollo; en el cuarto capítulo se detalla el análisis de los resultados obtenidos y verificación de las hipótesis; en el quinto capítulo se incluye una discusión sobre los resultados y recomendaciones para futuras investigaciones, por último, en el sexto capítulo se muestran las conclusiones de la investigación.

Se espera que este estudio sea un aporte para la educación matemática, proponiendo una metodología de enseñanza innovadora, factible de utilizar en el aula, que contribuya a suplir las necesidades de una sociedad en constante cambio y, sobre todo, a optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, junto con incrementar en los estudiantes su Motivación hacia la matemática y que también reconozcan en ella, una herramienta útil para su vida diaria y en su vida laboral futura.

CAPÍTULO 1. Planteamiento del Problema

1.1 Antecedentes

1.1.1 Antecedentes curriculares

Para el ciclo que comprende desde séptimo a segundo medio, la organización curricular desarrolla cuatro habilidades. Estas son; Resolver problemas, Representar, Modelar y Argumentar y Comunicar, las cuales se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos (MINEDUC, 2015).

Según el MINEDUC (2015), modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, los estudiantes aprenden a usar variadas formas para representar datos y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. De este modo, las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellos.

Al construir modelos, los estudiantes descubren regularidades o patrones y son capaces de expresar esas características fluidamente con sus propias palabras o usando un lenguaje más formal, así lo afirma el MINEDUC (2015); además, desarrollan la creatividad y la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas, y encuentran soluciones que pueden transferir a otros contextos. Se espera que, en el ciclo de 7° a 2° medio, los estudiantes:

- Usen modelos, entiendan y apliquen correctamente las reglas que los definen.
- Seleccionen modelos, comparándolos según su capacidad de capturar fenómenos de la realidad.
- Ajusten modelos, cambiando sus parámetros o considerando buenos parámetros de un modelo dado.

Los Objetivos de Aprendizaje para la habilidad de Modelar que están presentes en las Bases Curriculares de 7° a 2° medio del año 2015, para el contenido de función cuadrática en segundo año medio son los siguientes:

- Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.
- Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen cuadráticamente o inversamente en un intervalo de valores.
- Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.
- Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

1.1.2 Otros antecedentes

La formación matemática enseñada en los establecimientos municipalizados de la educación secundaria chilena, salvo excepciones, está sustentada en un trabajo que no considera la resolución de problemas. La bibliografía apunta que una de las dificultades es la forma cómo se articula el contenido en el aula, el cual se orienta preferentemente hacia el ámbito puramente matemático, basado en la ejercitación y el manejo de algoritmos, pero ofrece escasa vinculación con problemas del mundo real y de las ciencias. Esto trae como consecuencia que los estudiantes no conciban la utilidad de la matemática en su proceso de formación (Aravena, Caamaño & Giménez, 2008).

Los resultados de los diagnósticos efectuados en Chile, durante los últimos años, dieron cuenta del estado de la educación media. En los análisis de dichos diagnósticos se pone de manifiesto que en el aprendizaje de la matemática se entrega una visión artificial del conocimiento, la cual no comunica bien el saber científico, no ofrece un acercamiento autentico al proceso investigativo y solo da un acceso esquemático y restringido a una imagen, no siempre contemporánea, del mundo físico y humano. Las prácticas de evaluación tampoco contribuyen a desarrollar capacidades de alto nivel, pues se basan en pruebas escritas descontextualizadas que privilegian la memorización, los algoritmos y la parcelación del conocimiento, dejando de lado las aplicaciones en contextos auténticos (Aravena, Caamaño, & Giménez, 2008).

Aravena, Caamaño y Giménez (2008) citando a Niss (1989), Alsina (1998), Gómez (1998) y a Swetz & Hartzler (1996), destacan una serie de factores que justifican la inclusión del modelaje de situaciones mediante proyectos. Entre las más importantes, mencionan: desarrollo tanto de la capacidad para resolver problemas, como de la capacidad crítica de la matemática en la sociedad; ayuda a comprender conceptos y métodos matemáticos, puesto que modelar permite analizar el comportamiento de numerosos fenómenos en forma aproximada; favorece la creatividad y curiosidad matemática en descubrimientos, lo cual motiva a que los estudiantes perciban las necesidades reales de los contenidos. Se reconoce que modelar experiencias tiene relevancia en el sentido de participación y control en la solución de procesos, ya que ayuda a descubrir las dinámicas inherentes a muchas situaciones problemáticas y, al mismo tiempo, sirve como medio para introducir nuevos conceptos.

1.1.3 Metodología de enseñanza utilizada usualmente por los profesores del establecimiento en estudio para el contenido de función cuadrática

Es necesario clarificar que si bien el contenido de función cuadrática en las bases curriculares de 7° a 2° medio del año 2015 se plantea en segundo año medio, para el momento de aplicación de esta investigación, el Liceo en estudio lo trabaja aun en tercer año medio.

Para obtener datos sobre los Estilos de Enseñanza y uso de la Modelización matemática para el contenido de función cuadrática en tercer año medio de los profesores del Liceo en estudio, se elaboraron y aplicaron dos instrumentos: una Escala de Jerarquización (Anexo 7.1) referida a los Estilos de Enseñanza que usualmente utilizan los profesores y una encuesta sobre el uso de la Modelización matemática para enseñar el contenido mencionado (Anexo 7.2). Ambos instrumentos fueron validados por el juicio experto de cinco docentes, tres de ellos de la Universidad de Concepción, y los dos restantes del Liceo en estudio.

Los estilos de enseñanza considerados para la elaboración de la escala de jerarquización son los que presenta el Dr. Juan García Cruz (1999) y son presentados a continuación:

a) Estructuralista: La matemática es una ciencia lógico-deductiva y fuertemente organizada. Enseño la matemática a mis estudiantes como un sistema bien estructurado, siendo esta estructura la guía del proceso de aprendizaje.
b) Empirista: Utilizo la realidad cercana del alumno como punto de partida para la enseñanza, de esta forma la matemática adquiere un carácter de utilidad, otorgando poco énfasis a la sistematización del aprendizaje.
c) Mecanicista: La matemática es un conjunto de reglas, las cuales son útiles para que los estudiantes puedan desarrollar problemas similares a ejemplos previos, así la memorización de algoritmos constituye parte fundamental del aprendizaje de la matemática.
d) Realista: La enseñanza de la matemática debe partir de la realidad, sin embargo, el aprendizaje debe ser profundizado y sistematizado. Por tanto, enseño dedicando mucha atención a modelos, esquemas y símbolos matemáticos, así, mi enseñanza está orientada básicamente a los procesos.

Se les pidió a los profesores que completaran la escala de jerarquización bajo el supuesto que tuvieran que enseñar el contenido de función cuadrática en tercer año medio este año. Los profesores jerarquizaron los conceptos utilizando los números del 1 al 4, donde 1 representa el estilo considerado menos importante para la enseñanza del contenido y 4 el más importante.

La siguiente tabla resume las respuestas de los profesores consultados:

Estilo de Enseñanza	Profesor 1	Profesor 2	Profesor 3	Profesor 4	Profesor 5	Profesor 6
Estructuralista	2	2	2	4	2	3
Empirista	4	4	4	1	3	4
Mecanicista	1	1	1	2	1	1
Realista	3	3	3	3	4	2

Tabla 1 Resultados encuesta profesores

De los siete profesores consultados sólo se consideraron las respuestas de seis para el análisis, puesto que uno no siguió las instrucciones planteadas en el instrumento.

La información obtenida señala que el estilo Empirista sería para los profesores el más importante al momento de preparar su enseñanza, siguiendo el Realista, sin embargo, al observar las clases de los profesores de la muestra que se utilizará en esta investigación, se constató que el estilo de enseñanza Estructuralista también está presente.

Los resultados obtenidos con el instrumento destinado a averiguar si los profesores han utilizado o utilizarían la Modelización matemática en el contenido de función cuadrática este año, muestra que, del total de los profesores encuestados, solo tres han trabajado el contenido y de ellos solo uno dice que ha utilizado la Modelización. Sin embargo, según las actividades de modelado que este profesor dice haber realizado con sus estudiantes, se puede concluir que lo que él realizó eran ejercicios de aplicación y no de modelado propiamente tal, concordando con Aravena y otros (2008) quienes señalan que "existe en Chile – así como en otros países – una desatención al tratamiento modelizador de la matemática, que debería contribuir a una mejor educación en los ámbitos cognitivos, metacognitivos y de formación transversal".

Tres profesores mencionaron que, si tuvieran que enseñar el contenido de función cuadrática este año, si utilizarían la Modelización.

1.2 Planteamiento del Problema

Uno de los problemas más complejos que enfrenta la educación secundaria chilena en el ámbito de la enseñanza de la matemática, tiene relación con la forma de articular los temas con las otras áreas del conocimiento e incluso con la propia matemática. Esto es, la mayoría de los temas están desconectados del mundo real y de las ciencias, lo que tiene como consecuencia que los estudiantes no conciben la utilidad que tiene la matemática en su formación. Lo cual es claramente inadecuado para la formación de los estudiantes en un mundo cada vez más matematizado (Aravena & Caamaño, 2007).

A pesar de los cambios curriculares que se han realizado en la última década, la formación matemática en Chile, en todos los niveles, salvo excepciones, está basada en un trabajo eminentemente algorítmico con escasas aplicaciones en las diversas áreas del conocimiento e incluso existe una parcelación entre la propia matemática (Aravena, Caamaño, & Giménez, 2008).

Aravena (2011) añade que, en Chile hay una desatención al trabajo de modelos y aplicaciones en todos los niveles de enseñanza, particularmente, en la formación de profesores esta metodología de trabajo es poco considerada, por lo cual implementar un trabajo matemático basado en situaciones de modelaje, puede ser un medio potente en la formación de profesores, permitiendo que en su futuro laboral ayude a los alumnos del sistema educativo a superar las dificultades y obstáculos para poder enfrentarse como ciudadanos ante una sociedad cambiante, en especial para los estudiantes más desfavorecidos socioculturalmente.

Los sistemas evaluativos en Chile se han manejado por años en la línea tradicional; donde predominan fuertemente las pruebas de papel y lápiz. En la actualidad, los sistemas demandan reorientaciones con nuevas formas de enseñanza más activas y eficaces, donde lo más importante es enseñar a los estudiantes a construir su propio conocimiento. Una visión moderna de la matemática no solo debe atender a una formación teórica que se justifica por sí misma, sino también a una de índole crítico y comunicativo-social mediante la regulación continua (Aravena, Caamaño, & Giménez, 2008).

Esta forma de trabajo arraigada en los sistemas educativos chilenos conlleva que los estudiantes no logren desarrollar capacidades y competencias requeridas para enfrentarse a una sociedad en cambio permanente (Aravena, 2011).

1.3 Justificación del Problema

Hacer un trabajo matemático basado en la resolución de problemas a través del modelaje, posee una serie de ventajas. Entre las que se destaca: el desarrollo de la capacidad de resolver problemas y la creatividad; prepara a los alumnos a usar la matemática, desarrolla la capacidad crítica de la matemática en la sociedad, permite una visión completa de ésta y ayuda a la comprensión de los conceptos y métodos (Aravena, 2011).

Desde el punto de vista del aprendizaje, la enseñanza a través de las acciones de modelaje resulta conveniente para un buen desempeño matemático posterior de los estudiantes, ya que, a partir de la realización de problemas concretos complementados con un tratamiento teórico, donde se modelan los nuevos objetos matemáticos, permitiendo con el tiempo introducirse en situaciones cada vez más abstractas (Aravena, 2011).

Al mismo tiempo, numerosas son las investigaciones en Didáctica de la Matemática que dan cuenta que el diseño de actividades basadas en la Modelización son un tema que ha concitado el interés en los últimos años. Constatando ser una vía prometedora, tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias, como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos (Aravena, 2011).

En diferentes países y condiciones, la inclusión del modelamiento matemático en el currículo ha permitido desarrollar capacidades de pensamiento de alto nivel, colocándose en evidencia que el modelaje de situaciones favorece la comprensión de los conceptos y métodos matemáticos, aspectos relevantes para una sociedad en la que los ciudadanos van a ser enfrentados a resolver problemas o proponer nuevos problemas (Aravena, 2011).

Tal como menciona Blomhøj, (2009), durante las últimas dos décadas, la introducción de modelos matemáticos y aplicaciones es, probablemente, junto con la introducción de tecnología de la información, una de las reformas más importantes de los planes de estudio en matemática en todo el mundo, mostrando que la investigación sobre Modelización matemática ha tenido gran impacto en las prácticas de enseñanza de esta disciplina (Aravena, 2011).

Blomhøj, (2009) plantea que a pesar de las investigaciones reportadas que dan cuenta de la importancia de introducir en el aula un trabajo matemático basado en la Modelización, cuando se trata del nivel de la práctica docente, sigue siendo una cuestión pendiente (Aravena, 2011).

Finalmente, el Marco para la Buena Enseñanza (2008) señala que "los profesores no enseñan su disciplina en el vacío, la enseñan a alumnos determinados y en contextos específicos, cuyas condiciones y particularidades deben ser consideradas al momento de diseñar las actividades de enseñanza", afirmación que potencia la utilización de modelos, los cuales permitan acercar la matemática a la realidad de los estudiantes y que otorga relevancia a la investigación realizada.

1.4 Preguntas de investigación

P.I. 1 ¿Mejora los resultados académicos obtenidos por los estudiantes de tercer año medio el trabajar bajo una metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb en el contenido de función cuadrática?

P.I. 2 ¿Cómo influye en la Motivación hacia la matemática de los estudiantes de tercer año medio la utilización de una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb?

P.I. 3 ¿Puede la utilización de una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, fortalecer la concepción de utilidad de la matemática para la vida diaria y laboral futura que tienen los estudiantes de tercer año medio?

1.5 Objetivo general

Describir y analizar los efectos de aplicar una metodología de enseñanza que utiliza la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, para el contenido de función cuadrática en estudiantes de tercer año medio de un Liceo Científico-Humanista municipal de la ciudad de Los Ángeles.

1.6 Objetivos específicos

O.E. 1 Determinar si la utilización de una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb mejora los resultados académicos obtenidos por los estudiantes de tercer año medio en el contenido de la función cuadrática.

O.E. 2 Mostrar la influencia que tiene la utilización de una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, sobre la Motivación hacia la matemática de los estudiantes.

O.E. 3 Determinar si el utilizar una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, fortalece la concepción que tienen los estudiantes sobre la utilidad que tendrá la matemática en su vida diaria y laboral futura.

1.7 Hipótesis de investigación

H. 1 Los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, obtienen mejores resultados académicos para el contenido de función cuadrática.

H. 2 El utilizar una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, aumenta la Motivación hacia la matemática de los estudiantes.

H. 3 Los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, atribuyen a la matemática una mayor utilidad en su vida diaria y para su vida laboral futura.

1.8 Supuesto de investigación

S. 1 Los estudiantes manifiestan una mayor Motivación durante el desarrollo de actividades de Modelización enmarcadas en el Ciclo de Kolb.

CAPÍTULO 2. Marco Referencial

En este capítulo se presentan los principales aspectos teóricos bajo los cuales se enmarca la investigación en curso.

2.1 Teorías de aprendizaje

Las teorías sobre el aprendizaje intentan explicar los procesos que ocurren internamente cuando aprendemos. Por ejemplo, la adquisición de habilidades intelectuales, la adquisición de información o conceptos, las estrategias cognoscitivas, destrezas motoras o actitudes (Sarmiento, 2004).

La propuesta metodológica considerada en esta investigación se basa en el descubrimiento y el aprendizaje autónomo guiado por el profesor, como también en el trabajo colaborativo. Se exponen a continuación algunas de las principales teorías de aprendizaje relacionadas con estas líneas de pensamiento.

2.1.1 Constructivismo

La teoría constructivista señala, según Sarmiento (2004) que "el sujeto adquiere el conocimiento mediante un proceso de construcción individual y subjetiva, por lo que sus expectativas y desarrollo cognitivo determinan la percepción que tiene del mundo" (Sarmiento, 2004). Por consiguiente, el aprendizaje está centrado en el estudiante. En este enfoque destacan autores como Piaget, Ausubel y Gagné.

Para Piaget, el aprendizaje es una construcción del sujeto a medida que organiza la información otorgada por el medio cuando interacciona con él. Tiene su origen en la acción conducida con base en una organización mental previa, la cual está constituida por estructuras y las estructuras por esquemas debidamente relacionados. La estructura cognitiva determina la capacidad mental de la persona, quien activamente participa en su proceso de aprendizaje, mientras que el docente trata de crear un contexto favorable para el aprendizaje (Sarmiento, 2004).

Según lo expuesto por Piaget, se puede concluir que el aprendizaje depende de la información proveniente de la interacción con el medio y la organización mental que se hace de ésta, basado en los conocimientos previos que en este caso el estudiante posee.

En cuanto a la educación, Coll (1988) dice que esta, debe buscar promover los procesos de crecimiento personal del estudiante, en el marco de la cultura del grupo al que pertenece. Los aprendizajes de los estudiantes no se lograrán si no tienen ayuda, esto quiere decir, actividades intencionales, planificadas y sistemáticas que logren provocar una actividad mental constructiva.

Lo expuesto por Coll clarifica el rol que cumple el profesor bajo el enfoque constructivista, se transforma en guía, conductor y facilitador del aprendizaje, quien por medio de situaciones planificadas logra llevar al estudiante al descubrimiento y de esta forma generar en él aprendizaje.

También Coll y otros (1990) proponen que la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

1. El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje.
2. El alumno más bien reconstruye un conocimiento preexistente en la sociedad, pero lo construye en el plano personal.
3. La función del docente es orientar y guiar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado.

2.1.2 Teoría Sociocultural

El constructivismo presenta distintas formas o clasificaciones, una de ellas considera: las teorías con orientación cognitiva o psicológicas y las teorías con orientación social. En la corriente sociocultural se distingue a Lev Vygotsky, quien es considerado el precursor del constructivismo social (Sarmiento, 2004).

La corriente sociocultural sienta sus postulados en la convicción del rol preponderante que la interacción social tiene en el desarrollo cognitivo. La actividad del sujeto que aprende supone una práctica social mediada al utilizar herramientas y signos para aprender. De este modo el sujeto que aprende, por un lado, transforma la cultura y por otro la interioriza (Sarmiento, 2004).

En un primer momento, el individuo depende de los demás; en un segundo momento, a través de la interiorización, adquiere la posibilidad de actuar por sí mismo y de asumir la responsabilidad de su actuar. Según Sarmiento (2004), Vigotsky define la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como: “la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz”. Este potencial de aprendizaje se encuentra presente en los estudiantes que, con la ayuda de sus profesores y algunas herramientas externas, como las nuevas tecnologías, tendrán la posibilidad de construir herramientas internas para aprender, así, la ZDP define funciones que todavía no han madurado, pero están en proceso.

Continúa Sarmiento (2004) diciendo que, como el conocimiento y la experiencia de los demás posibilita el aprendizaje del individuo; entonces se debe procurar que las interacciones con ellos sean ricas y amplias. “Aprendemos con la ayuda de los demás, aprendemos en el ámbito de la interacción social y esta interacción social como posibilidad de aprendizaje es la ZDP”.

2.2 Enseñanza – Aprendizaje

Aun cuando la enseñanza siga una clara orientación, el aprendizaje es un proceso de variadas direcciones, lo cual es visible en la enseñanza a estudiantes o grupos de aprendizaje. Mientras que la enseñanza es conducida por quien enseña, el aprendizaje integra toda una gama de relaciones e interacciones en y entre las personas que conforman el grupo. Los intercambios grupales enriquecen y potencian el aprendizaje, pero también pueden obstaculizarlo o desviar su dirección (Pérez & Vásquez, 2017).

2.2.1 Enseñanza

Existen múltiples y variadas definiciones de enseñanza, no obstante, para esta investigación se considerará la expuesta por Sarmiento (2004) que dice: "la enseñanza es una actividad socio comunicativa y cognitiva que dinamiza los aprendizajes significativos en ambientes ricos y complejos (aula, aula virtual, aula global o fuera del aula), síncrona o asíncronamente.

La enseñanza no es una relación entre maquinas, sino entre personas activas y dotadas de sentidos propios, implicando que quién enseña puede recuperar esta dinámica, potenciar distintos resultados y ampliar las posibilidades, considerando las siguientes acciones (Davini, 2008):

- Guiar y apoyar a los estudiantes para que trabajen y piensen por sí mismos.
- Ayudar a problematizar los contenidos que se abordan.
- Promover el intercambio entre los estudiantes y el trabajo cooperativo.
- Favorecer la participación en diversas actividades.
- Facilitar que los estudiantes puedan participar de la planificación de sus actividades de aprendizaje y de la valoración de sus progresos.
- Habilitar y estimular el proceso de transferencia de los aprendizajes a las prácticas, considerando el contexto particular en el que se encuentran.

2.2.1.1 Orientaciones de la Enseñanza según Davini (2008)

Las prácticas de enseñanza son múltiples y variadas, las teorías diversas, pero, en términos generales, existen dos grandes concepciones acerca de la enseñanza:

1. La enseñanza entendida como instrucción: En ella el profesor destaca como transmisor de un conocimiento o modelizador de una práctica. Los estudiantes son quienes aprenden, incorporan los procedimientos, los conocimientos o conceptos, a partir de la acción de quién enseña y a través de la escucha activa, la observación del modelo y la reflexión interna.

2. La enseñanza entendida como guía: En ella destaca la guía sistemática y metódica del profesor, y el papel central de la actividad, es de quiénes aprenden, a través de la observación directa de fenómenos, la búsqueda y la indagación activa, la resolución de problemas, la reflexión activa y la inventiva.

Es esta segunda forma de entender la enseñanza, la que pretende seguir de manera preponderante en el desarrollo de las actividades y metodologías propuestas para esta investigación. Sin embargo, es necesario comprender que las prácticas de enseñanza no adoptan rígidamente solo uno de estos grandes enfoques, sino que asumen una orientación general en un momento dado o con mayor énfasis, pero integrando momentos de la otra orientación en la secuencia metódica de enseñanza (Davini, 2008).

Davini (2008) concluye que la enseñanza implica necesariamente la propuesta de una secuencia metódica de acciones, con mayor orientación hacia la instrucción o hacia la guía, donde quiénes aprenden logren elaborar su aprendizaje, por medio de la reflexión interna o en la actividad participativa.

2.2.2 Aprendizaje

El aprendizaje puede definirse como algún cambio o modificación en las conductas previas de un individuo, siempre que éste no sea el resultado de la maduración o cambios vitales. El aprendizaje se mueve en un continuo entre los procesos individuales y sociales; aunque implica un resultado individual, su desarrollo requiere siempre de una mediación social activa, influenciado por un adulto, un profesor, por la interacción con otros, o en el intercambio social y con las herramientas culturales. La mediación social y cultural es entonces, una condición crítica para facilitar el aprendizaje individual (Davini, 2008).

La potencialidad de los aprendizajes individuales y grupales depende de la combinación y la integración de las distintas mediaciones en la enseñanza:

- La consideración del contexto social y cultural situado en el que los sujetos participan.
- El ambiente de aprendizaje que se genere.
- La disposición y la acción de quienes enseñan, guían, orientan y apoyan.
- Las interacciones con el grupo y la participación colaborativa.
- Los recursos y las herramientas culturales, desde los objetos materiales hasta los recursos de información y conocimiento.
- Las organizaciones en las que se desarrolla el aprendizaje, en las que no sólo se adquieren conocimientos y habilidades, sino también la cultura y los procedimientos tácitos.

Así, la enseñanza y el aprendizaje constituyen un sistema dinámico que incluye las interacciones con el grupo que aprende, la organización de un ambiente propicio de aprendizaje, las reglas de la organización, el contexto y la cultura en las que se desarrolla, y también los artefactos culturales que se integren como “andamios” o “palancas” para aprender. Quienes enseñen tendrán que considerar todos los recursos del sistema, visibles y potenciales, como resortes de mediación social para el aprendizaje, comprendiendo cuáles alternativas, son más apropiadas para sus propósitos (Davini, 2008).

2.2.2.1 Aprendizaje significativo

Para Ausubel y otros (1997), el aprendizaje significativo es aquel en el cual el estudiante relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, involucrando la modificación y evolución de la nueva información, como también de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. En tanto que para Serrano (1990), aprender significativamente "consiste en la comprensión, elaboración, asimilación e integración a uno mismo de lo que se aprende". El aprendizaje significativo combina aspectos cognoscitivos con los afectivos, personalizando así el aprendizaje (Sarmiento, 2004).

En la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, se presupone la disposición del alumno a relacionar el nuevo material con su estructura cognoscitiva en forma no arbitraria (es decir, que las ideas se relacionan con algún aspecto existente en la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición), y si además la tarea de aprendizaje es significativa, tendríamos que cualquiera de los dos tipos de aprendizajes mencionados, pueden llegar a ser significativos (Sarmiento, 2004).

Se puede concluir según los autores mencionados que, el aprendizaje significativo es aquel que se vale de los conceptos y experiencias previas que posee el estudiante para comprender aquellos que se presentan por primera vez y que, además, éstos últimos portan un significado real y concreto para los estudiantes.

Sarmiento (2004) cita a Ausubel y otros (1997) quienes señalan tres tipos de aprendizajes que pueden darse en forma significativa, estos son:

1. Aprendizaje de Representaciones:

   Es el aprendizaje más elemental, que se da cuando el niño adquiere el vocabulario. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos al igualarlos con sus referentes (objetos, por ejemplo). El niño primero aprende palabras que representan objetos reales con significado para él, aunque no los identifica como categorías.

2. Aprendizaje de Conceptos:

   Los conceptos se definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades que se designan mediante algún símbolo. El niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra “pelota” puede ser usada por otras personas refiriéndose a objetos similares.

   Los conceptos son adquiridos a través del proceso de formación (las características del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, por ejemplo, el niño aprende el concepto de “pelota” a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños) y de asimilación (se produce a medida que el niño usa las combinaciones disponibles en su estructura cognitiva, por ejemplo, el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y texturas y reconocer que se trata de una “pelota”).

3. Aprendizaje de Proposiciones:

   Exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones, las cuales se obtienen cuando el alumno forma frases que contienen dos o más conceptos. Este nuevo concepto es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Dicha asimilación puede hacerse por: diferenciación progresiva (cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores ya conocidos por el alumno), por reconciliación integradora (cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía) y por combinación (cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos).

2.3 Estilos de Enseñanza

"La matemática como actividad posee una característica fundamental: La Matematización. Matematizar es organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos relevantes, descubrir regularidades, relaciones y estructuras" (García, 1999).

Según Treffer (1987) existen dos formas de matematización: la *matematización horizontal* y la *matematización vertical*.

Siguiendo con García (1999), la matematización horizontal, transporta desde el mundo real al mundo de los símbolos y posibilita tratar matemáticamente un conjunto de problemas. Son característicos de esta actividad los siguientes procesos:

- Identificar las matemáticas en contextos generales
- Esquematizar
- Formular y Visualizar un problema de varias maneras
- Descubrir relaciones y regularidades
- Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas
- Transferir un problema real a uno matemático
- Transferir un problema real a un modelo matemático conocido

La matematización vertical, consiste en el tratamiento específicamente matemático de las situaciones, y en tal actividad son característicos los siguientes procesos:

- Representar una relación mediante una formula
- Utilizar diferentes modelos
- Refinar y Ajustar modelos
- Combinar e Integrar modelos
- Probar regularidades
- Formular un concepto matemático nuevo
- Generalizar

A continuación, se definen los cuatro estilos de enseñanza que son tratados en este seminario, los cuales también han sido considerados para recolectar información de los profesores del establecimiento educacional estudiado, por medio de una escala de jerarquización.

2.3.1 Estructuralista

Para el estructuralismo, la matemática es una ciencia lógico-deductiva, carácter que debe ser transmitido por medio de la enseñanza de ésta. El estilo estructuralista hunde sus raíces históricas en la enseñanza de la geometría euclídea y en la concepción de la matemática como logro cognitivo caracterizado por ser un sistema deductivo cerrado y fuertemente organizado. Es por lo que, en vista de los estructuralistas, a los estudiantes se les debe enseñar la matemática como un sistema bien estructurado, siendo además la estructura del sistema la guía del proceso de aprendizaje. Ese fue y sigue siendo el principio fundamental de la reforma conocida con el nombre de Matemática Moderna y cuyas consecuencias llegan hasta nuestros días. El estilo estructuralista carece del componente horizontal, pero cultiva en sobremanera la componente vertical (García, 1999).

2.3.2 Empirista

Toma como punto de partida la realidad cercana al estudiante, lo concreto. La enseñanza es básicamente utilitaria, los alumnos adquieren experiencias y contenidos útiles, pero carece de profundización y sistematización en el aprendizaje (García, 1999).

2.3.3 Mecanicista

El estilo mecanicista se caracteriza por la consideración de la matemática como un conjunto de normas. A los estudiantes se les enseña las reglas y las deben aplicar a problemas que son similares a los ejemplos previos. Rara vez se parte de problemas reales o cercanos al estudiante, más aún, se presta poca atención a las aplicaciones como génesis de los conceptos y procedimientos, y mucha a la memorización y automatización de algoritmos de uso restringido. El estilo mecanicista se caracteriza por una carencia casi absoluta de los dos tipos de matematización (García, 1999).

2.3.4 Realista

Esta corriente didáctica realista tiene su origen en los años ’60, en respuesta al enfoque mecanicista de la enseñanza de la aritmética que se desarrollaba en Holanda y a la aplicación en las salas de clase de la *matemática moderna* o *conjuntista* (Bressan , Gallego, Pérez, & Zolkower, 2016).

El estilo realista parte de la realidad, requiere de matematización horizontal, se profundiza y sistematiza en los aprendizajes, poniendo la atención en el desarrollo de modelos, esquemas, símbolos, etc. El principio didáctico es la reconstrucción o invención de la matemática por el estudiante, por consiguiente, las construcciones de los alumnos son fundamentales. Es una enseñanza orientada básicamente a los procesos (García, 1999).

Según Bressan y otros (2004) la Educación Matemática Realista no pretende ser una teoría general del aprendizaje (como el constructivismo, por ejemplo), sino que más bien es una teoría global de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, basada en las siguientes ideas centrales:

- Pensar la matemática como una actividad humana (a la que Freudenthal denomina matematización), de modo tal que debe existir una matemática para todos. El quehacer matemático es una actividad estructurante u organizadora que está al alcance de todos los seres humanos.
- Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática, pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante como vehículos entre un nivel y otro, y que esta es llevada a cabo por el proceso didáctico denominado reinvención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

- Desde el punto de vista curricular, la reinvención guiada de la matemática que hacen los estudiantes en cuanto a la actividad de matematización, requiere de la fenomenología didáctica del docente, como metodología de la investigación, que es la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente, siendo las dos fuentes principales de esta búsqueda la historia de la matemática y las invenciones y producciones matemáticas espontáneas de los estudiantes.

Se puede hablar de Educación Matemática Realista, cuando una situación problemática propuesta a los estudiantes les motive a trabajar y a utilizar su sentido común en la resolución de esta, de tal forma que el conocimiento matemático se genere al reinventar las ideas y conceptos matemáticos previos. (Pérez & Vásquez, 2017).

2.4 Modelo de Aprendizaje Experiencial, *Ciclo de Aprendizaje de Kolb*

El Modelo de Aprendizaje Experiencial, desarrollado por David Kolb y Ronald Fry a principios de los años setenta, está formado por cuatro elementos fundamentales: Experiencia Concreta (EC), Observación Reflexiva (OR), Conceptualización Abstracta (CA) y Experimentación Activa (EA), los cuales constituyen una espiral de aprendizaje que puede comenzar en cualquiera de los cuatro elementos, pero que usualmente inicia con la experiencia concreta. Usualmente, y de manera simplificada, este modelo se denomina Ciclo de Kolb (Sandoval y otros, 2014).

De este modo las etapas recorridas en este ciclo son:

1. Experiencia Concreta (EC)
2. Observación Reflexiva (OR)
3. Conceptualización Abstracta (CA)
4. Experimentación Activa (EA)

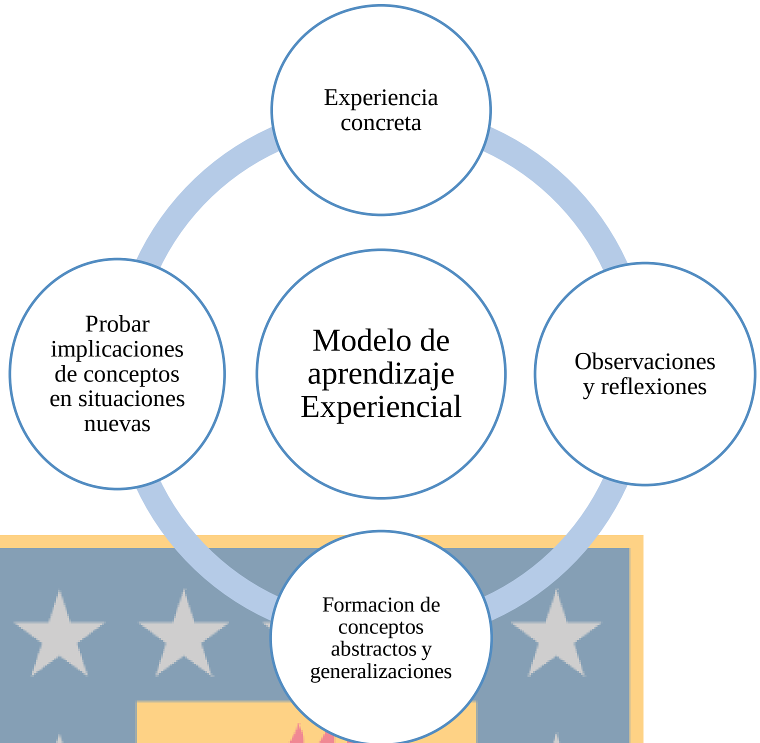


Ilustración 1. Ciclo Experiencial de Kolb

En este modelo el aprendizaje es concebido como un proceso, más que como un producto. De este modo, nuevos conocimientos, habilidades, o actitudes, se alcanzan a través de la confrontación entre cuatro modos de aprendizaje experiencial. En efecto, los estudiantes para ser efectivos deben desarrollar cuatro tipos diferentes de habilidades: la habilidad de vivir experiencias concretas (EC), la habilidad de observar reflexivamente (OR), la habilidad de conceptualizar de manera abstracta (CA), y la habilidad de experimentar activamente (EA) (Sandoval y otros, 2014).

2.4.1 Descripción del Ciclo de Kolb

Este diseño, a partir de realidades físicas insertas en un contexto sobre el cual el estudiante experimenta una *experiencia concreta* de interacción con un entorno físico, solicita del alumno una respuesta para la solución de un problema o satisfacción de una necesidad. En base a esta experiencia, la actividad de aprendizaje lleva al estudiante a realizar una *observación reflexiva*, en la que se debe valer de conocimientos previos y habilidades, que le faciliten encontrar una solución al problema. Superada esta etapa, el ciclo lo lleva a una *conceptualización abstracta* donde es inducido a relacionar lo previo y usarlo con habilidad para estructurar el diseño de una solución. Es una etapa de modelamiento matemático, con uso del algebra clásica, geometría, y también en algunos casos uso de cálculo diferencial e integral en una variable. Finalmente, la actividad de aprendizaje lo retorna a la experiencia concreta de origen, o bien a una similar, en la cual es evaluado el aprendizaje, dicha etapa es llamada *experimentación activa* (Sandoval y otros, 2014).

2.5 Ciclo de Modelado Matemático

Diversos sistemas educativos a nivel mundial han establecido que una de las principales finalidades de la incorporación de la matemática en el currículo escolar y de formación profesional, es el contribuir a la formación de ciudadanos que posean pensamiento crítico y la capacidad de evaluar técnicamente diversas propuestas provenientes de actores sociales que pretenden obtener su voto y representación en el ámbito del ejercicio democrático. Esto supone un enorme desafío didáctico, pues ya no se trata solo de lograr que el estudiante sea capaz de reproducir procedimientos matemáticos rutinarios, sino que además la matemática se constituya en un instrumento eficaz que le permita comprender e intervenir el mundo real y su entorno. En esta observación reflexiva de la realidad, y dada su complejidad, surge la necesidad de representarla de manera simplificada, lo cual da origen al concepto de modelo, modelo matemático y proceso de modelado matemático (Sandoval y otros , 2014).

Un modelo es un arquetipo, punto de referencia, representación, o esquema teórico de una realidad compleja, de un sistema, de un proceso o parte natural o artificial, que se elabora para mejorar su comprensión y el estudio de su comportamiento. Cuando dicha representación o esquema teórico corresponde a un objeto matemático, se denomina modelo matemático.

El modelado matemático es un ciclo cuyo objetivo es construir un modelo matemático de una entidad real que posea la capacidad de ser observable y medible, directa o indirectamente. Como tal, el modelado matemático es una componente fundamental del método científico en sus aspectos más cuantitativos, pero a la vez se ha constatado que es un método de enseñanza y aprendizaje de la matemática que posee diversas cualidades formativas coherentes con el currículo escolar y de formación profesional. En efecto, la ejecución del ciclo de modelo matemático requiere de una comprensión profunda de la realidad que se quiere modelar, para lo cual es indispensable la convergencia de diversas áreas del saber, o sea, por su propia naturaleza este ciclo es interdisciplinario, y su rol es comprender, predecir, optimizar, y controlar sistemas, de tal modo que las cosas o procesos sean mejores, ocurran más rápido, sean más seguros y más baratos (Sandoval y otros, 2014).

Durante las actividades de modelado matemático se pueden aprender y simular habilidades y competencias tales como el aprender a aprender, la resolución de problemas, el pensamiento creativo, el trabajo en equipo y negociación, el liderazgo, etc., las cuales son valoradas y requeridas por el mundo laboral (Sandoval y otros, 2014).

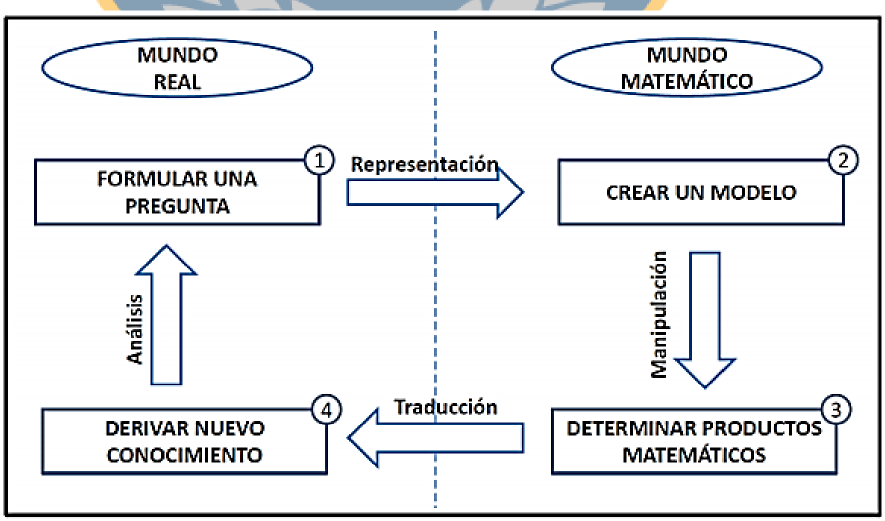


Ilustración 2. Ciclo de Modelado Matemático

2.5.1.1 Etapas del ciclo de Modelado matemático

La siguiente tabla resume las características y los elementos de cada una de las etapas del ciclo de modelado matemático.

Etapa	Descripción	Elementos
1	Comenzar con un ambiente o pregunta que sea de interés para el estudiante.	Identificación y simplificación de variables. Mejora la formulación de la pregunta.
2	Proceso de Representación.	Identificación o Formulación del objeto matemático que mejor capture las relaciones entre las variables. Creación de un modelo matemático
3	Manipulación del modelo planteado.	Valoración y transformación del modelo original en uno más simple
4	Nuevo conocimiento.	Descubrimiento de nuevas relaciones entre las variables. Formulación de nuevas estrategias. Comparación entre la nueva información con el problema original, en caso de haber mucha discrepancia se repite todo o parte del proceso.

Tabla 2 Etapas del ciclo de Modelado matemático

El ciclo de modelado matemático descrito en la ilustración 2, explicita dos tipos de mundos: el mundo real y el mundo matemático. El primero configura un entorno matemático el cual debe ser observable y medible, esto es, ser accesible al estudiante mediante el uso de sus sentidos naturales, mientras que el segundo considera la posibilidad de representaciones abstractas, las cuales hacen uso de recursos cognitivos básicos (repetir, memorizar, etc.) y avanzados (deducir, conjeturar, demostrar, etc.) (Sandoval y otros, 2014).

2.5.2 Ciclo de Modelado Matemático vs Ciclo de Kolb

Sandoval y otros (2014) afirman que el ciclo de modelado matemático se corresponde con el modelo de aprendizaje experiencial, toda vez que sus cuatro etapas se pueden vincular naturalmente con los cuatro elementos constitutivos del ciclo de Kolb. En efecto, entre la Experiencia Concreta (EC) y la Observación Reflexiva (OR) se requiere la formulación de una pregunta de investigación (Etapa 1 del ciclo de modelado).

La formulación o propuesta de un modelo matemático (Etapa 2 del ciclo de modelado) puede ser vista como un paso intermedio entre la Observación Reflexiva (OR) y la Conceptualización Abstracta (CA), de tal modo que el objeto matemático en sí mismo constituye un tipo o forma de conceptualización abstracta avanzada. El estudio analítico, numérico, cualitativo o computacional del modelo matemático, genera nuevos productos matemáticos (Etapa 3 del ciclo de modelado), los cuales permiten la intervención de la realidad en un marco de Experimentación Activa (EA), trayendo como consecuencia nuevo conocimiento (Etapa 4 del ciclo de modelado) y permitiendo enriquecer la Experiencia Concreta (EC).

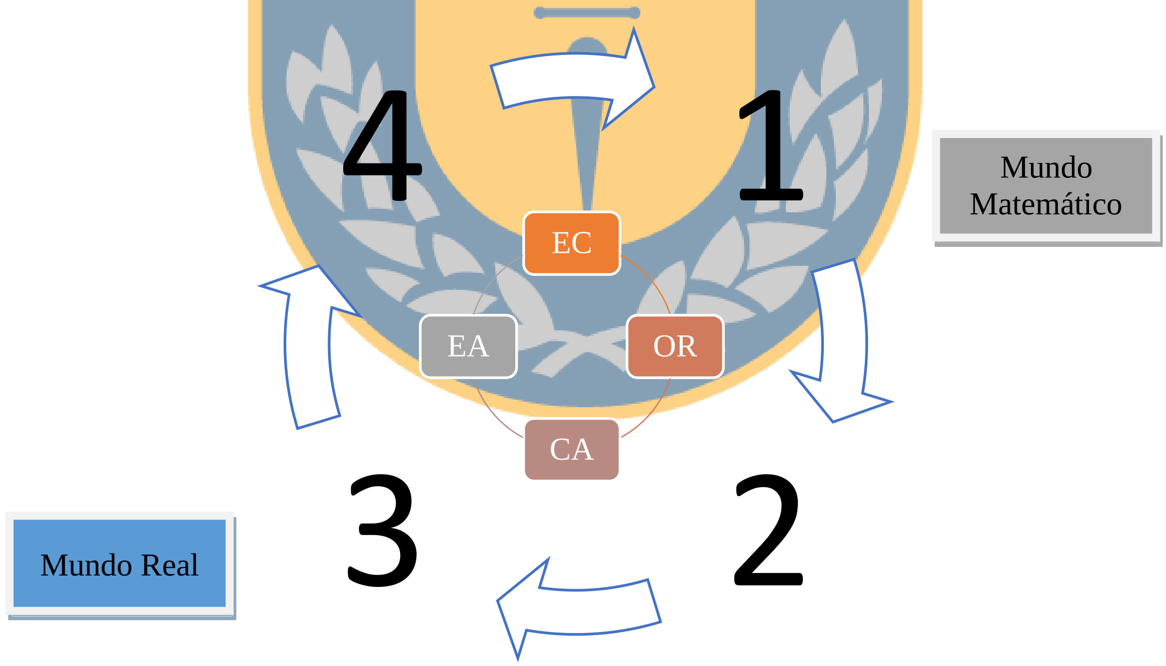


Ilustración 3. Ciclo de Modelado Matemático versus Ciclo de Kolb

2.6 Motivación hacia la matemática

Muchos factores intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, siendo la motivación (fuerza que activa y dirige el comportamiento) una de las más importantes. La motivación del alumnado de cara a las actividades de aprendizaje de las Matemáticas es una de las cuestiones para tener en cuenta al momento de planificar la enseñanza de esta ciencia, porque permite mantener el nivel de atención y concentración mínimo requerido para aprender, y además hay procesos mediadores ligados al aprendizaje que no se operarían de manera adecuada sin la presencia de la motivación. Como es el caso de la memoria, la capacidad de análisis y síntesis (procesos mentales superiores), entre otros (Sarmiento, 2004).

La motivación es una energía que lógicamente debe emanar de alguna fuente. Si la fuente es un elemento ambiental externo al sujeto, se denomina motivación extrínseca; como es el caso de las conductas cuya *causa* es conseguir un premio o evitar un castigo. Al contrario, si la fuente de la energía que impulsa a la acción proviene de factores internos como lo son: intereses, valores, actitudes, expectativas, pensamientos entre otros; se denomina motivación intrínseca (Sarmiento, 2004). Por consiguiente, la diferencia entre ambas radica en el origen de la necesidad de actuar, la cual puede ser propia o ajena.

Farías y Pérez (2010) plantean que para conseguir que los alumnos aprendan, no basta con explicar bien la materia o exigirles que aprendan. Es necesario despertar su atención, crear en los estudiantes un verdadero interés por el estudio, estimular su deseo de conseguir los resultados previos y cultivar el gusto por los trabajos escolares. Ese interés, deseo y gusto actuarán en el espíritu de los alumnos como justificación de todo esfuerzo y trabajo para aprender. La motivación escolar no es una técnica o método de enseñanza particular, sino un factor cognitivo presente en todo acto de aprendizaje, la que además condiciona la forma de pensar del estudiante y con ello el tipo de aprendizaje resultante.

2.7 Función cuadrática

A continuación, se exponen los objetivos de aprendizaje que entregan las Bases Curriculares y las características de la función cuadrática.

2.7.1 Objetivos de aprendizaje para el eje temático de Algebra y Funciones relacionados a la función cuadrática

Los siguientes objetivos de aprendizaje son los que plantea el Ministerio de Educación en las Bases Curriculares de Séptimo a Segundo Medio (2015), y son los que guiarán la elaboración de los Test sobre el contenido de la función cuadrática.

Objetivo de aprendizaje 1: Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c\ ;\ \ (a \neq 0)$

- Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
- Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo.
- Determinando puntos especiales de su gráfica.
- Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

Objetivo de aprendizaje 2: Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:

- $ax^2 = b$
- $(ax + b)^2 = c$
- $ax^2 + bx = 0$
- $ax^2 + bx = c \qquad (a, b, c\ son\ numeros\ racionales, a \neq 0).$

2.7.2 Características de la función cuadrática

Los siguientes conceptos han sido tomados de los libros de Álgebra y trigonometría de Swokowski y Cole (2006) y Álgebra, trigonometría y geometría analítica de Zill y Dewar (2012).

2.7.2.1 Definición de la función cuadrática

Llamaremos *función real* a toda función $f: A \longrightarrow \mathbb{R}$, con $A \subseteq \mathbb{R}$, es decir, cuyo dominio y recorrido son subconjuntos de los números reales. Una función real *f* es una *función cuadrática* si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales con $a \neq 0$. El dominio (*Dom*) y recorrido (*Rec*) de la función *f* son:

$$Dom\, f = \mathbb{R} \quad \text{y} \quad Rec\, f = \begin{cases} \left[-\left(\frac{b^2-4ac}{4a}\right), \infty\right[& \text{, si } a > 0 \\ \left]-\infty, -\left(\frac{b^2-4ac}{4a}\right)\right] & \text{, si } a < 0 \end{cases}.$$

en efecto, por definición, el dominio y el recorrido de *f* es

$$Dom\, f = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$$

$$Rec\, f = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in Dom\, f, y = f(x)\}$$

Luego, el dominio de *f* son todos los números reales *x* tales que $ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}$. La expresión polinomial $ax^2 + bx + c$ para todo valor de *x* representa un número real (esto por la propiedad de clausura para la suma y la multiplicación en los reales), por lo tanto,

$$Dom\, f = \mathbb{R}.$$

para el recorrido de *f* se tiene:

$$Rec\, f = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in \mathbb{R}, y = ax^2 + bx + c\}.$$

Para encontrar las posibles restricciones de los valores *y* se puede resolver la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c - y = 0$, la cual tiene por soluciones:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c-y)}}{2a}.$$

Como x es un número real, se debe cumplir que $b^2 - 4a(c-y) \geq 0$, lo cual implica que $4ay \geq -b^2 + 4ac$. Luego, cuando $a > 0$ se tiene que

$$y \geq \frac{-b^2+4ac}{4a},$$

y cuando $a < 0$ se tiene que

$$y \leq \frac{-b^2+4ac}{4a}.$$

así se demuestra que

$$Rec\ f = \begin{cases} \left[-\left(\frac{b^2-4ac}{4a}\right), \infty\right[& \text{, si } a > 0 \\ \left]-\infty, -\left(\frac{b^2-4ac}{4a}\right)\right] & \text{, si } a < 0 \end{cases}.$$

2.7.2.2 Gráfica de la función cuadrática

La gráfica de la ecuación

$$y = A(x-h)^2 + k \qquad (1)$$

para $A \neq 0$ es una parábola con vértice $V(h,k)$ y un eje vertical de ecuación $x = h$. La parábola abre hacia arriba si $A > 0$ o hacia abajo si $A < 0$.

Podemos identificar la función cuadrática con la ecuación (1) de la siguiente manera:

Consideramos la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Ésta se puede escribir como

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c.$$

Sumando y restando $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ a la expresión anterior para completar el cuadrado se tiene

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\ \right) + \left(c - \frac{b^2}{4a}\right),$$

y la expresión final es

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + (c - \frac{b^2}{4a}).$$

Identificando esta última expresión con la ecuación (1), se tiene que la gráfica de *f* es una parábola que abre hacia arriba cuando $a > 0$ y hacia abajo cuando $a < 0$, con eje vertical de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$ y con vértice de coordenadas $\left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$.

2.7.2.2.1 Intersecciones de la gráfica de la función cuadrática con los ejes

La función cuadrática tiene siempre una intersección con el eje *y*, puesto que 0 está en el dominio de *f*. De $f(0) = c$, se advierte que la intersección de una función cuadrática con el eje *y* es $(0, c)$. Para determinar si la función tiene intersecciones con el eje *x*, se debe resolver la ecuación $f(x) = 0$. Lo anterior se puede hacer mediante factorización o utilizando la fórmula cuadrática. Las soluciones de esta ecuación son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Se distinguen tres casos, de acuerdo con el signo del *discriminante* $b^2 - 4ac$.

- Si $b^2 - 4ac > 0$ hay dos soluciones reales y distintas x_1 y x_2. La parábola corta al eje *x* en $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.
- Si $b^2 - 4ac = 0$ hay una sola solución real x_1. El vértice de la parábola está en el eje *x*, en $(x_1, 0)$.
- Si $b^2 - 4ac < 0$ no hay soluciones reales. La parábola no corta al eje *x*.

2.7.2.3 Valores máximos y mínimos de la función cuadrática

Puesto que la gráfica de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ es una parábola, podemos usar la fórmula del vértice para encontrar el valor máximo o mínimo de esta función. En términos específicos, dado que la coordenada *x* del vértice V es $-\frac{b}{2a}$, la coordenada *y* de V es el valor de función $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$. Además, como la parábola abre hacia abajo si $a < 0$ y hacia arriba si $a > 0$, este valor de función es el valor máximo o mínimo, respectivamente, de *f*. Estos datos se pueden resumir de la siguiente manera:

Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ es:

- El valor máximo de *f* si $a < 0$
- El valor mínimo de *f* si $a > 0$

2.7.2.4 Aplicaciones de la función cuadrática

Dado que la gráfica de una función cuadrática es una parábola, siempre será posible encontrar su valor mínimo o máximo. Esto es muy útil en situaciones tales como maximizar utilidades o minimizar costos entre otras (Huircan & Carmona, 2013).

A continuación, se muestra un punteo de algunas de las principales aplicaciones y situaciones modelables mediante la función cuadrática recopiladas por Huircan y Carmona (2013):

- El modelado de situaciones que requieran ajustar trayectorias trazadas por objetos obteniendo alturas máximas y posiciones relativas con respecto al tiempo transcurrido.

- El modelado de situaciones asociadas con el rendimiento de combustible de un automóvil, la cual se obtiene de acuerdo a la velocidad con la que se desplaza, si *x* es la velocidad medida en kilómetros por hora, el rendimiento está dado por la función:

$$R(x) = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{7}{2}x, \text{ para } 0 < x < 120.$$

- El modelado de situaciones que impliquen capacidad volumétrica de cuerpos, por ejemplo, una canaleta de largo, alto y ancho definido.

- El modelado de situaciones que requieran determinar las dimensiones de un terreno a cercar para que su área sea máxima.

- El modelado de situaciones que requieran determinar ingresos, por ejemplo, "Un contador determina que el ingreso mensual I, en pesos chilenos, que obtiene un relojero con experiencia, por la reparación de un número x de relojes, está dado por la función:

$$I(x) = 20.000x - 50x^2.$$

- El modelado de situaciones de trayectorias de vuelo. Por ejemplo, "Durante una exhibición, una avioneta debe realizar una maniobra de vuelo rasante, la cual debe iniciar a una cierta altura h_0. La función que describe la altura h que alcanza la avioneta en metros a los x segundos de haber comenzado la maniobra está dada, por la expresión:

$$h(x) = 0.5x^2 - 6x + h_0 \text{ para } 0 \leq x \leq 12.$$

Para lo cual el piloto sabe que no corre riesgo si comienza la maniobra a una altura mayor de cierto valor".

CAPÍTULO 3. Marco Metodológico

En este tercer capítulo se expone el enfoque metodológico que ha sido utilizado en esta investigación, además de las características de los instrumentos de recolección de datos usados y el detalle de la intervención misma.

3.1 Enfoque Investigativo

El presente seminario de investigación está basado en un enfoque de investigación mixto, es decir, adopta el enfoque cuantitativo y cualitativo para el tratamiento y análisis de los datos recolectados.

Como lo expone Hernández y otros (2014), el enfoque cuantitativo usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de comportamiento y probar teorías.

También Hernández y otros (2014), define el enfoque cualitativo como aquel que usa la recolección de datos sin medición numérica, para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación.

Ambos enfoques guían la investigación, la cual propone comprobar si el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb logra contribuir a la construcción de aprendizajes más significativos en los estudiantes, comparada con la metodología de enseñanza que es tradicionalmente utilizada en el Liceo en estudio.

3.1.1 Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo explicativa y descriptiva. Según Hernández y otros (2014), es explicativa pues se explica el por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta, o por qué se relacionan dos o más variables. Descriptiva, pues se busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de la aplicación de una Metodología de enseñanza basada en la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb con estudiantes de un Liceo Municipal, en el aprendizaje, la motivación y percepción de utilidad de la matemática.

3.1.2 Diseño de investigación

La presente investigación es longitudinal y posee un diseño cuasi-experimental, con grupo Control (GC) y grupo Experimental (GE), una aplicación de Pre-Test en ambos grupos, Intervención didáctica basada en la metodología de enseñanza propuesta para el GE, y aplicación de Post Test en ambos grupos.

En palabras de Hernández y otros (2014), los diseños cuasi-experimentales son aquellos que manipulan deliberadamente, al menos una variable independiente para observar su efecto y relación con una o más variables dependientes, y que difieren de los experimentos puros en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. En estos diseños los sujetos no son asignados al azar a los grupos, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento.

3.2 Población

La población de estudio está compuesta por los estudiantes de tercer año medio de un Liceo Científico-Humanista de la comuna de Los Ángeles. Dichos estudiantes, casi en su totalidad comenzaron la educación media en este establecimiento en 7° año básico el año 2013, por tanto, todos han seguido el mismo Proyecto Educativo Institucional y los lineamientos del Departamento de Matemática del establecimiento. Así, se asume (a priori) la homogeneidad de condiciones (conocimientos previos y factores socioafectivos) para todos los estudiantes de este nivel.

La visión educativa del establecimiento se orienta a contribuir al desarrollo de personas calificadas que evolucionen y se conviertan en ciudadanos que aporten al desarrollo de una sociedad abierta, pluralista, democrática, más justa y solidaria. Por tanto, el Liceo pretende ser una entidad formadora de personas con un sólido marco valórico, con competencias generales y específicas que les permitan adaptarse a los cambios e innovaciones tecnológicas para un fácil acceso al empleo y/o continuar estudios superiores.

Para el nivel de tercer año medio, el Liceo en estudio cuenta con seis cursos y cuatro profesores, lo cual implica que no todos trabajen las mismas unidades en el mismo momento del año.

Es importante mencionar que la institución regularmente se suma a las movilizaciones nacionales tanto de estudiantes como de funcionarios, realidad que ha influido y afectado la formación de los estudiantes que componen esta población, ya que los procesos se ven interrumpidos, perdiendo la continuidad del trabajo, no obstante, como afirman los propios profesores de la institución se lograban de igual manera buenos resultados ya que ajustaban los tiempos de tal modo de conseguir los objetivos esperados.

3.3 Muestra

La muestra es no probabilística, dado que los cursos seleccionados son determinados directamente por criterios ajenos al investigador. Los cursos participantes han sido proporcionados por el jefe de la Unidad Técnica y Pedagógica del establecimiento, por tanto, no puede asegurarse a priori una homogeneidad en sus rendimientos académicos.

3.3.1 Grupos Control (GC)

Este grupo está conformado por 35 estudiantes. El 29,7% de los estudiantes son varones y el 70,3% damas.

En cuanto a la composición familiar, el 75,6% de los estudiantes vive con ambos padres y el 24,4% restante vive sólo con uno de sus padres.

Con respecto a la permanencia en la institución, solo 1 estudiante ingreso al Liceo durante el año en curso, mientras que los 34 restantes eran miembros del establecimiento en años anteriores.

3.3.2 Grupo Experimental (GE)

Este grupo está conformado por 36 estudiantes. El 38,8% de los estudiantes son varones y el 61,2% damas.

En cuanto a la composición familiar, el 61,2% de los estudiantes vive con ambos padres y el 38,8% restante vive sólo con uno de sus padres.

Con respecto a la permanencia en la institución, la totalidad de los estudiantes han cursado sus años anteriores de enseñanza media en el establecimiento.

3.4 Variables de estudio

En esta sección se enuncia una definición conceptual y operacional de las variables que intervienen en este estudio.

Es pertinente reiterar en este punto, que se entenderá por enseñanza tradicional a aquella utilizada de manera más recurrente entre los profesores del establecimiento educacional para trabajar el contenido de función cuadrática en tercer año medio (apartado 1.1.2).

Se entenderá por MCK a la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb.

Variables Académicas			
Variable	**Tipo de variable**	**Definición Conceptual**	**Definición Operacional**
Metodología	Independiente	Metodología de enseñanza utilizada para lograr el aprendizaje en los estudiantes.	Metodología de enseñanza tradicionalmente utilizada por los profesores para el contenido de función cuadrática en el GC, y Metodología de enseñanza basada en la MCK en el GE.
Progreso Académico	Dependiente	Resultados académicos de los estudiantes.	Diferencia entre los puntajes estandarizados obtenidos por los estudiantes en el Pre y Post Test de conocimiento.

Tabla 3 Variables Académicas

Variables Socioafectivas			
Variable	**Tipo de variable**	**Definición Conceptual**	**Definición Operacional**
Motivación hacia la matemática	Dependiente	Voluntad que estimula a hacer un esfuerzo con el propósito de alcanzar ciertas metas en la asignatura de matemática.	Diferencia entre los puntajes obtenidos por los estudiantes en el Pre y Post Test de Motivación hacia la matemática.
Percepción de la utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura	Dependiente	Grado de certeza de que la matemática estudiada presta utilidad para la vida diaria y laboral futura.	Comparación de los puntajes obtenidos por los estudiantes en el Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura.

Tabla 4 Variables Socioafectivas

Las variables "Progreso Académico" y "Motivación hacia la matemática" se operacionalizan mediante la diferencia entre los puntajes del Pre Test y el Post Test, ya que luego de aplicar el Pre Test se probó que los grupos no eran homogéneos para estas variables. El análisis estadístico de esto se encuentra en la sección (4.1.1 y 4.1.2).

3.5 Recolección de datos

La recolección de datos cuantitativos y cualitativos se realiza en función de las variables dependientes, las cuales son: Progreso académico, Motivación hacia la matemática y Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, en ambos grupos, en tres etapas: previa, durante y después de la intervención didáctica.

3.5.1 Etapa previa

Previo a la intervención didáctica se aplica en ambos grupos los siguientes instrumentos.

- Pre Test de conocimientos sobre funciones y ecuación cuadrática (Anexo 7.3).
- Test de Motivación hacia la matemática (Anexo 7.4).
- Test de percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura (Anexo 7.5).

3.5.2 Durante la intervención

Para el grupo Experimental se inicia la intervención con tres actividades de MCK de tal manera que en ellas se aborden los contenidos que serán institucionalizados más adelante. La producción de los estudiantes se recopila por medio de tres guías de trabajo, que tienen como propósito recorrer completamente el Ciclo de Kolb, generando un modelo matemático que corresponde a una función cuadrática (Anexo 7.7 - 7.9). Se utilizan notas de campo para registrar el comportamiento de los estudiantes del grupo Experimental, así como también, las dificultades y facilidades que se observaron durante el trabajo (Anexo 7.25).

Para el grupo Control se trabajan los contenidos sin las actividades de MCK comenzando inmediatamente con la exposición de estos utilizando la metodología que habitualmente usan los profesores del establecimiento.

3.5.3 Etapa posterior

Posterior a la intervención didáctica, se aplica en ambos grupos los siguientes instrumentos:

- Post Test sobre la función cuadrática (Anexo 7.6).
- Test de Motivación hacia la matemática.
- Test de Percepción de Utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura.

Para los casos de los Test de Motivación hacia la matemática y de percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura se utilizan los mismos instrumentos que en la etapa previa.

3.6 Instrumentos de recolección de datos

Para cumplir con los objetivos y dar respuestas a las preguntas de investigación planteadas, se utilizan cuatro instrumentos de recolección de datos. El primero de ellos corresponde a un Pre Test de funciones y ecuaciones cuadráticas elaborado según la metodología de enseñanza que se utiliza tradicionalmente en el establecimiento; luego, un Test de motivación hacia la matemática; un Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura y un Post Test sobre la función cuadrática bajo la misma metodología.

3.6.1 Pre Test de funciones y ecuación cuadrática

Este instrumento ha sido diseñado bajo la metodología utilizada comúnmente en el establecimiento, es decir, de un carácter estructuralista y formato tipo PSU, con el propósito de determinar el grado de apropiación que tienen los estudiantes sobre los contenidos de:

- Definición de función.
- Evaluación de funciones.
- Aplicación de funciones en situaciones en contexto.
- Dominio y recorrido de una función.
- Gráfica de una función.
- Ecuación cuadrática.

El Test consta de 16 ítems de selección múltiple y apunta a los siguientes objetivos:

OB1. Identificar si el diagrama corresponde a la representación de una función.

OB2. Evaluar funciones.

OB3. Aplicar funciones en situaciones en contexto.

OB4. Determinar el dominio y/o recorrido de una función de manera gráfica y algebraica.

OB5. Reconocer el gráfico de una función y sus propiedades.

OB6. Hallar las raíces de una ecuación cuadrática y conocer sus propiedades.

Este listado de ítems se sometió a validación por tres docentes expertos de la Universidad de Concepción y dos docentes del Liceo donde se realizó la intervención didáctica.

Luego de la validación, se modificaron los objetivos de aprendizaje y ajustaron dos reactivos con el fin de concordar con la totalidad de los validadores.

A continuación, se muestra una tabla que resume los contenidos, puntajes e ítems por cada uno de ellos.

Contenidos	Ítem	Cantidad de Ítems	Puntaje
Representación de una función.	11	1	3
Evaluación de Funciones	1,4,7,15	4	12
Aplicación de funciones en situaciones en contexto.	8,9,16	3	9
Dominio y/o recorrido de una función.	10,12,14	3	9
Gráfico de una función y sus propiedades.	3,13	2	6
Resolución y propiedades de una ecuación cuadrática.	2,5,6	3	9
	Total	16	48

Tabla 5 Pre Test de funciones y ecuación cuadrática

El coeficiente Alfa de Cronbach calculado para la muestra es $\alpha = 0.63$ para el grupo Control y $\alpha = 0.66$ para el grupo Experimental. Se concluye por tanto según Nunnally (1967) que los resultados de ambos Test poseen un valor de fiabilidad *aceptable* para esta primera etapa de la investigación, debido a que el coeficiente obtenido es mayor a 0,6.

3.6.2 Test de Motivación hacia la Matemática

Este instrumento creado por Berger & Karabenick, fue traducido por Gasco & Villaroel (2014) para ser aplicado a 1220 estudiantes de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria), arrojando un Alfa de Cronbach de $\alpha = 0.95$.

El coeficiente Alfa de Cronbach calculado en el Pre Test es $\alpha = 0.90$ para el grupo Control y $\alpha = 0.88$ para el grupo Experimental, en cuanto al Post Test los coeficientes son $\alpha = 0.91$ y $\alpha = 0.90$ respectivamente. Se concluye por tanto según George y Mallery (2003), que los resultados de ambos Test poseen un valor de fiabilidad *Bueno*, puesto que el coeficiente obtenido es mayor a 0,8.

El test ha sido modificado de su versión original, consta de 11 afirmaciones, donde todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 en que:

1: Completamente en desacuerdo
2: En desacuerdo
3: Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4: De acuerdo
5: Completamente de acuerdo

Así el Test queda constituido por: tres ítems asociados a recolectar información en los estudiantes sobre el interés, tres a la importancia, dos al coste y tres a la autoeficacia. Estos aspectos se resumen en la siguiente tabla:

Aspecto	N° de ítems
- Interés	3
- Importancia	3
- Coste	2
- Autoeficacia	3
Total:	11

Tabla 6 Test de Motivación hacia la Matemática

3.6.3 Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura.

Este test ha sido construido en base a una recopilación de afirmaciones tomadas de diversos test de motivación hacia la matemática, y también algunas formuladas por el autor. Consta de nueve Ítems y busca, por medio de afirmaciones, determinar la percepción de utilidad de la matemática que los estudiantes atribuyen a la matemática estudiada para su vida cotidiana, para su vida laboral futura, como herramienta para otras áreas del saber y para la sociedad.

Este instrumento fue sometido a validación por tres docentes expertos de la Universidad de Concepción y dos docentes del Liceo donde se realizó la intervención didáctica.

Luego de la validación se hicieron ajustes en la redacción de los reactivos con el propósito de concordar con la totalidad de los validadores.

El coeficiente Alfa de Cronbach calculado en el Pre Test es $\alpha = 0.86$ para el grupo Control y $\alpha = 0.86$ en el grupo Experimental, en cuanto al Post Test los coeficientes son $\alpha = 0.90$ y $\alpha = 0.87$ respectivamente. Se concluye por tanto según George y Mallery (2003), que los resultados de ambos Test poseen un valor de fiabilidad *Bueno*, debido a que el coeficiente obtenido es mayor a 0,8.

Todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 donde:

1: Completamente en desacuerdo 4: De acuerdo
2: En desacuerdo 5: Completamente de acuerdo
3: Ni de acuerdo ni en desacuerdo

Los aspectos que aborda este Test son resumidos en la siguiente tabla:

Aspecto		N° de ítems
- Vida laboral futura	2,4,6,9	4
- Vida diaria	1,3,8	3
- Herramienta para otras áreas del saber	7	1
- La matemática para la sociedad	5	1
	Total:	9

Tabla 7 Test de Percepción de utilidad de la matemática

3.6.4 Test sobre la función cuadrática

Este instrumento ha sido diseñado bajo la metodología de enseñanza utilizada comúnmente en el establecimiento, es decir, de un carácter estructuralista, con el propósito de determinar el grado de apropiación que tienen los estudiantes sobre los contenidos de:

- Gráfico de una función cuadrática.
- Concavidad de la parábola.
- Eje de simetría de la parábola.
- Vértice de la parábola.
- Intersecciones con el eje X de una parábola.
- Intersección con el eje Y de una parábola.
- Dominio y Recorrido de una función cuadrática.

El Test consta de 18 ítems de desarrollo los cuales apuntan a los siguientes objetivos específicos:

OB1. Determinar el dominio y recorrido de una función cuadrática.

OB2. Determinar el número de intersecciones con el eje de las abscisas por medio del cálculo del discriminante.

OB3. Determinar la concavidad de una parábola.

OB4. Determinar el eje de simetría de una parábola de manera algebraica.

OB5. Determinar el vértice de una parábola de manera algebraica.

OB6. Determinar las intersecciones de la parábola con los ejes coordenados de manera algebraica.

OB7. Graficar una función cuadrática utilizando el plano cartesiano.

OB8. Resolver problemas de situaciones en contexto aplicando funciones cuadráticas.

Este listado de ítems se sometió a validación por tres docentes expertos de la Universidad de Concepción y dos docentes del Liceo donde se realizó la intervención didáctica.

La validación de los expertos concordó en su totalidad con los objetivos planteados, sin embargo, se debió mejorar la redacción de algunos ítems y cambiar los puntajes que les había sido otorgados.

A continuación, se muestra una tabla que resume los contenidos, puntajes e ítems por cada uno de ellos.

Contenidos	Ítem	Cantidad de Ítems	Puntaje
Dominio y recorrido de una función cuadrática.	1g,	1	3
Discriminante.	1d, 2a	2	4
Concavidad de una parábola.	1a, 2b	2	2
Eje de simetría de una parábola.	1b,	1	2
Vértice de una parábola.	1c, 2c	2	4
Intersecciones de la parábola con los ejes coordenados.	1e, 1f	2	5
Gráfico de una función cuadrática.	1h, 2d	2	5
Resolución de problemas de situaciones en contexto aplicando funciones cuadráticas.	3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c	6	18
	Total:	18	43

Tabla 8 Post Test sobre la función cuadrática

El coeficiente Alfa de Cronbach calculado para la muestra es $\alpha = 0.86$ para el grupo Control y $\alpha = 0.88$ para el grupo Experimental. Se concluye por tanto según George y Mallery (2003), que los resultados de ambos Test poseen un valor de fiabilidad *Bueno*, debido a que el coeficiente obtenido es mayor a 0,8.

3.6.5 Guías de trabajo

Las guías de trabajo utilizadas durante la intervención con el grupo Experimental han sido diseñadas bajo la metodología de enseñanza propuesta, es decir, utilizando la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb.

El objetivo de estas guías es movilizar al estudiante a través del Ciclo de Kolb, iniciando con una experiencia concreta hasta una experimentación activa de validación de sus resultados por medio de un software matemático.

3.6.6 Notas de campo

Las anotaciones de campo son usadas para registrar los datos procedentes de la observación. Se definen como descripciones más o menos concretas de los procesos sociales y sus contextos. La finalidad de ellas es captar los procesos sociales en su integridad, resaltando sus diversas características y propiedades, siempre en función de cierto sentido común sobre lo que es relevante para los problemas planteados en la investigación (Navarro, 2007).

La necesidad de estas anotaciones deriva básicamente de:

1. La fragilidad de la memoria.
2. La dificultad, en ocasiones, de realizar las anotaciones en el escenario que se está observando.

Las notas de campo recogidas durante el desarrollo de las actividades de Modelización enmarcadas en la teoría del Ciclo de Kolb con el grupo Experimental se han utilizado para aportar y complementar el análisis cualitativo de la investigación.

3.7 Descripción de la Intervención

Esta intervención ha sido diseñada para abordar el contenido de función cuadrática en tercer año medio, y consiste en introducir los contenidos que serán abordados mediante tres actividades de MCK, de tal forma que estas actividades sirvan de punto de referencia para el proceso de enseñanza. La institucionalización de los contenidos se realizará utilizando el método de enseñanza empleado tradicionalmente por los profesores del establecimiento.

Durante la intervención, en el grupo Control se abordaron los contenidos utilizando el método de enseñanza que utilizan tradicionalmente los profesores del establecimiento sin contar con las actividades de MCK.

En cuanto a la evaluación de las actividades, se llevaron a cabo Hetero, Auto y Co evaluaciones formativas al término de cada Actividad.

3.7.1 Descripción de las actividades de MCK

A continuación, se presentan tres actividades derivadas de una misma experiencia, que han sido adaptadas de su versión original en el trabajo de Sandoval y otros (2014), para trabajar el contenido de función cuadrática con estudiantes de enseñanza media.

El objetivo de estas actividades es crear un modelo matemático de una situación en contexto, enlazando los conocimientos previos del estudiante con los nuevos (función cuadrática). Dicho modelo debe permitir dar respuesta a un problema planteado inicialmente. Los pasos para realizar la actividad están relacionados con las etapas que plantea el Ciclo de Kolb, sin embargo, estos no se llevan a cabo de forma secuencial, como se enuncian en el Ciclo, pero sí se transita por cada una de ellas.

Las actividades por separado no satisfacen completamente el Ciclo de Kolb (Ilustración 1) ni el de modelado matemático (Ilustración 2), sin embargo, el Ciclo de Kolb se recorre completamente una vez finalizadas las tres actividades.

Problema: Se requiere realizar un tendido eléctrico para llevar electricidad a las casas *A* y *B* desde un transformador a ubicar en algún punto *C* del segmento $\overline{PQ}$. Se debe determinar la ubicación de este punto *C* de modo que la distancia:

$$l(x) = l_1 + l_2$$

sea la mínima posible.

3.7.2 Tablero de Fermat: Actividad 1

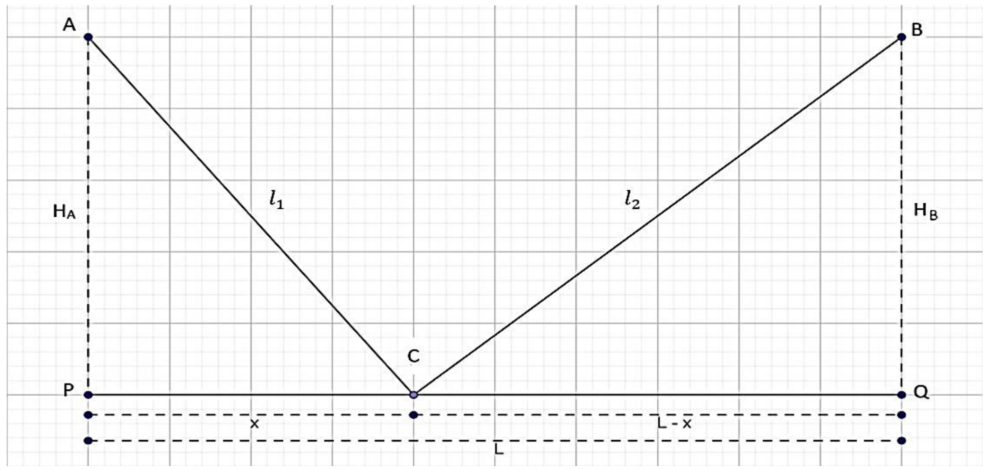
Objetivo:	Resolver un problema por medio de la representación de una situación en contexto utilizando materiales concretos.
Contenidos:	- Representación de situaciones en contexto - Optimización
Conceptos previos:	- Medición - Gráficos en el plano cartesiano
Materiales:	- 3 hojas de papel milimetrado - regla - lápiz grafito - goma

Para realizar esta actividad se considera el segmento $\overline{PQ}$ de medida 10 cm, y se les solicita a los estudiantes que realicen un dibujo esquemático del problema en las hojas milimetradas, considerando los siguientes casos:

- $H_A = H_B$
- $H_A < H_B$
- $H_A > H_B$

Los estudiantes son quienes deciden donde ubicar los puntos *A* y *B*, considerando los casos anteriormente mencionados.

La siguiente figura esquematiza el caso $H_A = H_B$.



Para cada uno de los casos, se pide que desplacen horizontalmente el punto C y midan las distancias l_1 y l_2 utilizando la regla y registrando los resultados en una tabla, como la siguiente:

	$H_A = H_B$				$H_A > H_B$				$H_A < H_B$			
C	l_1	l_2	$l_1 + l_2$	${l_1}^2 + {l_2}^2$	l_1	l_2	$l_1 + l_2$	${l_1}^2 + {l_2}^2$	l_1	l_2	$l_1 + l_2$	${l_1}^2 + {l_2}^2$
0												
1												
2												
⋮												
8												
9												
10												

Una vez que los estudiantes han rellenado los datos en sus tablas, se les pide que grafiquen sus resultados en otra hoja milimetrada, apoyándose en el uso del plano cartesiano, donde en el eje de las abscisas representen la ubicación del transformador C y en el eje de las ordenadas la suma de las distancias l_1 y l_2.

Con esta actividad los estudiantes observan el comportamiento de la variable dependiente $l_1 + l_2$ a medida que se desplaza C, y además observan que esta relación no es lineal. En este punto los estudiantes plantean una respuesta experimental al problema.

Las etapas del Ciclo de Kolb presentes en esta actividad son (detalle en el apartado 4.3.1).

- Experiencia Concreta
- Observación Reflexiva
- Conceptualización Abstracta

3.7.3 Tablero de Fermat: Actividad 2

Objetivo:	Asociar la recopilación de datos obtenidos de forma experimental con una función cuadrática como modelo matemático de la situación.
Contenidos:	- Definición de función cuadrática - Gráfica de la función cuadrática (parábola) - Vértice de la parábola - Modelización con función cuadrática
Conceptos previos:	- Teorema de Pitágoras - Gráfica de una función en el plano cartesiano
Materiales:	- 3 hojas de papel milimetrado - Calculadora - Lápiz grafito - Goma

Como se requiere determinar el valor mínimo de $l_1 + l_2$, primero se les pide a los estudiantes que obtengan las medidas l_1 y l_2 como funciones de la variable x, considerando que para cada caso los valores de H_A, H_B, y L son constantes.

Utilizando el Teorema de Pitágoras en los triángulos PCA y QBC se obtiene que:

- $l_1 = \sqrt{{H_A}^2 + x^2}$
- $l_2 = \sqrt{{H_B}^2 + (L - x)^2}$

Los estudiantes deben comprender que minimizar $l_1 + l_2$ es equivalente a minimizar ${l_1}^2 + {l_2}^2$. De esta manera, para resolver el problema, se debe minimizar la función:

$$\boxed{f(x) = 2x^2 - 2Lx + L^2 + {H_A}^2 + {H_B}^2}$$

Se les pide a los estudiantes que calculen las imágenes de $f(x)$ para $x \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ y las comparen con los valores de ${l_1}^2 + {l_2}^2$ obtenidos en la Actividad 1, para cada uno de los casos, es decir, $H_A = H_B$, $H_A < H_B$ y $H_A > H_B$.

Para finalizar, los estudiantes realizan un bosquejo de la gráfica de cada función en una hoja de papel milimetrado.

Las etapas del Ciclo de Kolb presentes en esta actividad son (detalle en el apartado 4.32).

- Observación Reflexiva
- Conceptualización Abstracta
- Experimentación Activa

3.7.4 Tablero de Fermat: Actividad 3

Objetivo:	Asociar la recopilación de datos obtenidos de forma experimental con una función cuadrática como modelo matemático de la situación utilizando un software matemático.
Contenidos:	- Definición de función cuadrática - Gráfica de la función cuadrática (parábola) - Vértice de la parábola - Modelización con función cuadrática
Conceptos previos:	- Teorema de Pitágoras - Gráfica de una función en el plano cartesiano
Materiales:	- 1 hojas de papel milimetrado - Computador o Smartphone - Software graficador de funciones cuadráticas

En esta actividad, los estudiantes utilizando algún software o aplicación para Smartphone, grafican las funciones obtenidas en la Actividad 2 y verifican la pertinencia de los resultados obtenidos en las Actividades 1 y 2.

Las etapas del Ciclo de Kolb presentes en esta actividad son (detalle en el apartado 4.3.3).

- Observación Reflexiva
- Conceptualización Abstracta
- Experimentación Activa

Los calendarios de intervención se encuentran en el Anexo 7.10.

3.8 Tratamiento de los datos

3.8.1 Análisis Cuantitativo

El Pre Test de conocimiento sobre funciones y ecuación cuadrática y el Post Test sobre la función cuadrática, son analizados en función de las notas obtenidas por los estudiantes, las cuales serán calculadas con un 60% de exigencia en una escala de 1 a 7.

Una vez recolectada la información con los instrumentos ya mencionados, se estudia la normalidad de las variables mediante el contraste de normalidad de Shapiro Wilk. Si la variable analizada sigue una distribución normal, se utilizan pruebas paramétricas para su análisis, y en caso contrario, pruebas no paramétricas.

La prueba paramétrica utilizada para conocer la diferencia entre las medias es la Prueba t de Student, y la prueba no paramétrica utilizada para conocer la diferencia de las medianas, es la prueba de Mood.

El análisis de toda esta información se realiza con el Software XLSTAT, complemento del programa Excel.

3.8.2 Análisis Cualitativo

Las tres actividades de Modelización enmarcadas en el Ciclo de Kolb se presentaron como guía de trabajo, por lo que el análisis descriptivo se realiza por ítem, considerando las producciones de los estudiantes y eligiendo las más representativas cuando es pertinente. Además, dentro del análisis cualitativo se verifica además que todo el grupo haya recorrido completamente el Ciclo de Kolb.

CAPÍTULO 4. Resultados y Análisis de datos

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con sus respectivos análisis e interpretación, una vez aplicadas las actividades de MCK y los Test de Conocimiento, Motivación hacia la matemática y Percepción de Utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura con los estudiantes. Los detalles de los resultados obtenidos y las pruebas de normalidad se encuentran en los Anexos 7.11 – 7.23

4.1 Prueba de las hipótesis de investigación

4.1.1 Progreso académico

4.1.1.1 Condiciones iniciales

Antes de la intervención, se aplicó el Pre Test de conocimiento sobre funciones y ecuación cuadrática en ambos grupos. Los resultados al aplicar la prueba de normalidad Shapiro-Wilk, indicaron que sólo los datos del GE siguen una distribución normal, por tanto, se utilizó la prueba de la mediana de Mood para verificar su homogeneidad, considerando las siguientes hipótesis nula y alterna:

Hipótesis Nula (H_0): No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimiento sobre funciones y ecuación cuadrática, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática, enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Hipótesis Alterna (H_A): Existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimiento sobre funciones y ecuación cuadrática, entre el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento y el grupo que trabaja con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática, enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Se define

$\boldsymbol{m_0}$**:** Mediana de las calificaciones del Pre Test de conocimiento de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento (grupo Control).

$\boldsymbol{m_1}$**:** Mediana de las calificaciones del Pre Test de conocimiento de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb (grupo Experimental).

Así, las hipótesis a contrastar para las medianas poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$, son las siguientes:

$$\boldsymbol{H_0: m_0 = m_1}$$

$$\boldsymbol{H_A: m_0 \neq m_1}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de la mediana de Mood mediante el software XLSTAT, son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica	Mediana
Diferencia GC	35	1,600	6,100	3,189	0,998	2,900
Diferencia GE	36	2,600	7,000	4,747	1,171	4,450

U	13,758
Valor crítico	3,841
DF	1,000
Valor p	0,0002
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor de *p* computado es menor que el nivel de significancia alfa = 0,05, se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

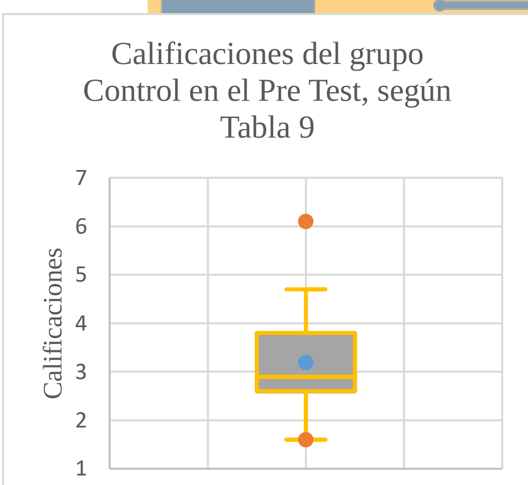
El riesgo de rechazar la hipótesis nula es menor a 0,02%.

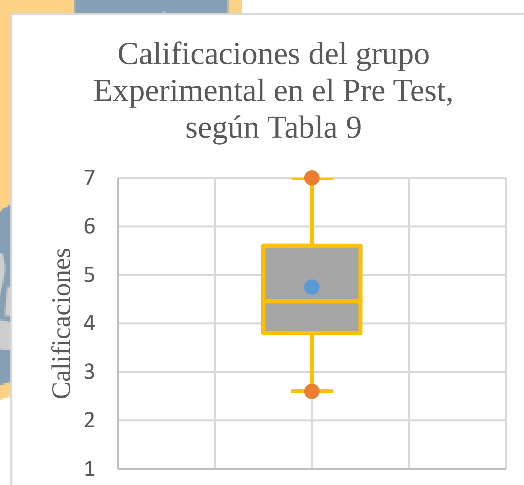
Conclusión: Existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de conocimiento sobre funciones y ecuación cuadrática entre el grupo Control y el grupo Experimental, además las medianas indican que es el grupo Experimental quién obtuvo mejores resultados en este Test.

La siguiente tabla contiene una descripción de los resultados del Pre Test de ambos grupos, y ha sido elaborada en base a la calificación obtenida por los estudiantes, tomando en cuenta las calificaciones entre uno y siete con un 60% de exigencia en el cálculo de ésta.

Grupo	Control	Experimental
Observaciones	35	36
Mínimo	1,600	2,600
Máximo	6,100	7,000
1er Cuartil	2,600	3,800
Mediana	2,900	4,450
3er Cuartil	3,800	5,600
Media	3,189	4,747
Varianza $(n-1)$	0,997	1,371
Desv. típica $(n-1)$	0,998	1,171

Tabla 9 Resultados Pre Test de conocimiento





En los graficos anteriores, se refleja que el grupo Experimental obtuvo mejores resultados que el grupo Control. El primer cuartil del grupo Experimental coincide con el tercer cuartil del grupo Control.

4.1.1.2 Prueba de Hipótesis sobre Progreso Académico

Luego de la intervención, se aplica el Post Test en ambos grupos y se contrastan los progresos en el rendimiento de cada uno. Dado que las diferencias siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk se hizo uso de la prueba t de Student, considerando la hipótesis de investigación inicial:

H. 1 Los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática, enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, obtienen mejores resultados académicos para el contenido de función cuadrática.

Para realizar el análisis estadístico se consideraron las siguientes hipótesis nula y alterna:

$\boldsymbol{H_0}$ No existe diferencia significativa en el Progreso Académico de los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza basada en la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb y los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

$\boldsymbol{H_A}$ Los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza basada en la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb tienen un menor Progreso Académico que los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$**:** Media de la diferencia entre las calificaciones del Pre Test y Post Test de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$**:** Media de la diferencia entre las calificaciones del Pre Test y Post Test de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_0 = \mu_1$$

$$H_A: \mu_0 > \mu_1$$

Los datos arrojados por la prueba t de Student se adjuntan en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Diferencia GC	35	-2,100	4,100	1,363	1,335
Diferencia GE	36	-2,400	3,100	0,089	1,170

Diferencia	1,274
t (Valor observado)	4,280
t (Valor crítico)	1,667
DF	69
Valor p (unilateral)	< 0,0001
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor de *p* computado es menor que el nivel de significancia alfa = 0,05, se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

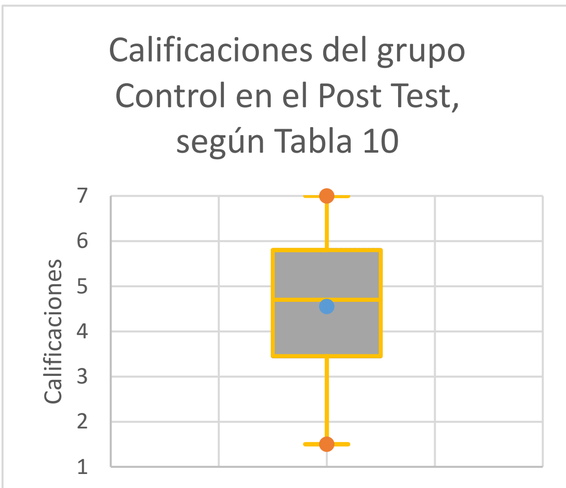
El riesgo de rechazar la hipótesis nula es menor a 0,01%.

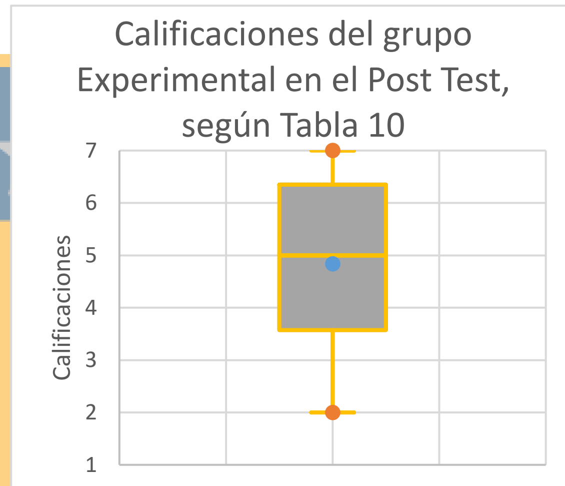
Conclusión: Los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza basada en la Modelización matemática, enmarcada en el Ciclo de Kolb, tienen un menor Progreso Académico que los estudiantes que participan en la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

La siguiente tabla, contiene una descripción de los resultados del Post Test de ambos grupos, y ha sido elaborada en base a la calificación obtenida por los estudiantes, considerando calificaciones entre uno y siete con un 60% de exigencia en el cálculo de ésta.

Grupo	Control	Experimental
Observaciones	35	36
Mínimo	1,500	2,000
Máximo	7,000	7,000
1er Cuartil	3,450	3,575
Mediana	4,700	5,000
3er Cuartil	5,800	6,350
Media	4,551	4,836
Varianza $(n-1)$	2,440	2,764
Desv. Típica $(n-1)$	1,562	1,663

Tabla 10 Resultados del Post Test de conocimiento





Con esta información se pude concluir, que, si bien el grupo Control mejoró sus calificaciones, estas no son mejores que las del grupo Experimental.

.

4.1.2 Motivación hacia la matemática

4.1.2.1 Condiciones iniciales sobre la Motivación hacia la matemática

Antes de la intervención, se aplicó el Pre Test de Motivación hacia la matemática en ambos grupos. Estos datos provienen de variables que siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk, por lo que se hizo uso de la prueba t de Student para verificar su homogeneidad, considerando las hipótesis:

$\boldsymbol{H_0}$: No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de Motivación hacia la matemática entre el grupo Control y el grupo Experimental.

$\boldsymbol{H_A}$: Existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de Motivación hacia la matemática entre el grupo Control y el grupo Experimental.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de los puntajes del Pre Test de Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de los puntajes del Pre Test de Motivación hacia la matemática, de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática, enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$\boldsymbol{H_0}: \boldsymbol{\mu_0} = \boldsymbol{\mu_1}$$

$$\boldsymbol{H_A}: \boldsymbol{\mu_0} \neq \boldsymbol{\mu_1}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	18,000	51,000	33,743	9,416
Ptje. GE	36	22,000	55,000	39,528	7,217

Diferencia	-5,785
t (observado)	-2,910
|t| (valor crítico)	1,995
DF	69
Valor p (bilateral)	0,005
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor de *p* computado es menor que el nivel de significancia alfa = 0,05, se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es menor a 0,49%.

Conclusión: Existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de Motivación hacia la matemática entre el grupo Control y el grupo Experimental.

4.1.2.2 Prueba de hipótesis sobre la Motivación hacia la matemática

Para el análisis de este aspecto, se trabajó con la diferencia de los puntajes del Pre y Post Test de Motivación hacia la matemática aplicado en ambos grupos. Estos datos provienen de variables que siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk, por lo que se hizo uso de la prueba t de Student, considerando la hipótesis de investigación inicial:

H. 2 El utilizar una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb aumenta la Motivación hacia la matemática de los estudiantes.

Para realizar el análisis estadístico consideramos las siguientes hipótesis nula y alterna:

$\boldsymbol{H_0}$ No existe diferencia significativa en el progreso en la Motivación hacia la matemática entre los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática, enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, y aquellos que trabajan con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

$\boldsymbol{H_A}$ Los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb presentan un menor progreso en la Motivación hacia la matemática que aquellos que trabajan con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de la diferencia entre los puntajes del Pre Test y Post Test de Motivación hacia la matemática, de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de la diferencia entre los puntajes del Pre Test y Post Test de Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza, que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$\boldsymbol{H_0: \mu_0 = \mu_1}$$

$$\boldsymbol{H_A: \mu_0 > \mu_1}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la tabla siguiente:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica	Mediana
Diferencia GC	35	-8,000	8,000	2,229	3,414	2
Diferencia GE	36	-9,000	6,000	-1,278	3,614	-1,5

Diferencia	3,506
t (observado)	4,200
|t| (Valor crítico)	1,667
DF	69
valor-p (unilateral)	< 0,0001
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor de *p* computado es menor que el nivel de significancia alfa = 0,05, se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es menor a 0,01%.

Conclusión: Los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, presentan un menor progreso en la Motivación hacia la matemática, que aquellos que trabajan con la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

4.1.3 Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura

4.1.3.1 Condiciones iniciales

Antes de la intervención, se aplicó el Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en ambos grupos. Estos datos provienen de variables que siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk, por lo que se hizo uso de la prueba t de Student para verificar su homogeneidad, considerando las hipótesis:

$\boldsymbol{H_0}$: No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura entre el grupo Control y el grupo Experimental.

$\boldsymbol{H_A}$: Existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura entre el grupo Control y el grupo Experimental.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de los puntajes del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de los puntajes del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$\boldsymbol{H_0: \mu_0 = \mu_1}$$

$$\boldsymbol{H_A: \mu_0 \neq \mu_1}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la tabla siguiente:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. grupo Control	35	19,000	44,000	33,914	6,559
Ptje. grupo Experimental	36	21,000	45,000	35,000	5,414

Diferencia	-1,086
t (observado)	-0,762
|t| (valor crítico)	1,995
DF	69
Valor p (bilateral)	0,449
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor de *p* computado es mayor que el nivel de significancia alfa = 0,05, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 44,89%.

Conclusión: No existen diferencias significativas en el resultado del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura entre el grupo Control y el grupo Experimental.

4.1.3.2 Prueba de hipótesis sobre la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura

Para el análisis de este aspecto, se trabajó con el puntaje del Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura aplicado en ambos grupos. Estos datos provienen de variables que siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk, por lo que se hizo uso de la prueba t de Student, considerando la hipótesis de investigación inicial:

H. 3 Los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb atribuyen a la matemática una mayor utilidad para su vida diaria y laboral futura.

Para realizar el análisis estadístico consideramos las siguientes hipótesis nula y alterna:

$\boldsymbol{H_0}$ No existe una diferencia significativa en la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, entre los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb y los estudiantes que trabajan bajo la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

$\boldsymbol{H_A}$ Existe una diferencia significativa en la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, entre los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb y los estudiantes que trabajan bajo la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media del puntaje del Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usualmente se utiliza en el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media del puntaje del Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$\boldsymbol{H_0: \mu_0 = \mu_1}$$

$$\boldsymbol{H_A: \mu_0 \neq \mu_1}$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la tabla siguiente:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	16,000	45,000	32,800	7,320
Ptje. GE	36	22,000	45,000	34,083	5,411

Diferencia	-1,283
t (observado)	-0,842
|t| (Valor crítico)	1,995
DF	69
Valor p (bilateral)	0,403
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor de *p* computado es mayor que el nivel de significancia alfa = 0,05, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 40,28%.

Conclusión: No existe una diferencia significativa en la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, entre los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb y los estudiantes que trabajan bajo la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

4.2 Otros Análisis

Luego de haber realizado la comprobación de las hipótesis propuestas inicialmente, se hace necesario realizar otros análisis para obtener conclusiones más precisas sobre los datos recolectados y resultados obtenidos en esta investigación.

4.2.1 Motivación hacia la matemática

Mediante las pruebas realizadas, se concluyó que luego de la intervención los estudiantes que trabajaron bajo la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, mostraron una menor Motivación hacia la matemática que los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que se usa tradicionalmente en el establecimiento.

Luego de esto, se procedió a determinar el progreso individual de cada grupo, para ello se consideraron los puntajes obtenidos por los estudiantes en los respectivos Pre Test y Post Test de Motivación hacia la matemática y se analizaron por medio de la prueba t de Student, dado que en ambos grupos los puntajes siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk.

4.2.1.1 Grupo Control

Se plantean las hipótesis:

$\boldsymbol{H_0}$ No aumentó ni disminuyó la Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

$\boldsymbol{H_A}$ Aumentó o disminuyó la Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de los puntajes del Pre Test de Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de los puntajes del Post Test de Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$H_0: \boldsymbol{\mu}_0 = \boldsymbol{\mu}_1$$

$$H_A: \boldsymbol{\mu}_0 \neq \boldsymbol{\mu}_1$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. Pre Test	35	18,000	51,000	33,743	9,416
Ptje. Post Test	35	16,000	54,000	35,971	9,310

Diferencia	-2,229
t (observado)	-0,996
|t| (Valor crítico)	1,995
DF	68
Valor p (bilateral)	0,323
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor *p* computado es mayor que el nivel de significancia alfa = 0,05, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 32,29%.

Conclusión: No aumentó ni disminuyó la Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

4.2.1.2 Grupo Experimental

Se plantean las hipótesis:

$\boldsymbol{H_0}$ No aumentó ni disminuyó la Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

$\boldsymbol{H_A}$ Aumentó o Disminuyó la Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de los puntajes del Pre Test de Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de los puntajes del Post Test de Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$H_0: \boldsymbol{\mu}_0 = \boldsymbol{\mu}_1$$

$$H_A: \boldsymbol{\mu}_0 \neq \boldsymbol{\mu}_1$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica	Mediana
Ptje. Pre Test	36	22,000	55,000	39,528	7,217	40
Ptje. Post Test	36	21,000	55,000	38,250	7,193	39

Diferencia	1,278
t (observado)	0,752
|t| (Valor crítico)	1,994
DF	70
Valor p	0,454
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor *p* computado es mayor que el nivel de significancia alfa = 0,05, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 45,43%.

Conclusión: No mejoró ni disminuyó la Motivación hacia la matemática de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

4.2.2 Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura

Mediante las pruebas realizadas, se concluyó que no existe una diferencia significativa en la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, entre los estudiantes que trabajan bajo una metodología de enseñanza basada en el uso de la Modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb y los estudiantes que trabajan bajo la metodología de enseñanza tradicional del establecimiento.

Luego de esto, se procedió a determinar el progreso individual de cada grupo, para ello se consideraron los puntajes obtenidos por los estudiantes en los respectivos Pre Test y Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura y se analizaron por medio de la prueba t de Student, dado que en ambos grupos los puntajes siguen una distribución normal según la prueba Shapiro-Wilk.

4.2.2.1 Grupo Control

Se plantean las hipótesis:

H_0 No aumentó ni disminuyó la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

H_A Aumentó o disminuyó la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de los puntajes del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de los puntajes del Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$H_0: \boldsymbol{\mu}_0 = \boldsymbol{\mu}_1$$

$$H_A: \boldsymbol{\mu}_0 \neq \boldsymbol{\mu}_1$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba de t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. Pre Test	35	19,000	44,000	33,914	6,559
Ptje. Post Test	35	16,000	45,000	32,800	7,320

Diferencia	1,114
t (observado)	0,671
|t| (Valor crítico)	1,995
DF	68
Valor p (bilateral)	0,505
Alfa	0,05

Interpretación de los resultados: Como el valor *p* computado es mayor que el nivel de significancia alfa = 0,05, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 50,47%.

Conclusión: No aumentó ni disminuyó la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa tradicionalmente el establecimiento.

4.2.2.2 Grupo Experimental

Se plantean las hipótesis:

$\boldsymbol{H_0}$ No aumentó ni disminuyó la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

$\boldsymbol{H_A}$ Aumentó o Disminuyó la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Se define

$\boldsymbol{\mu_0}$: Media de los puntajes del Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

$\boldsymbol{\mu_1}$: Media de los puntajes del Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajan con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$ son las siguientes:

$$H_0 : \boldsymbol{\mu}_0 = \boldsymbol{\mu}_1$$

$$H_A : \boldsymbol{\mu}_0 \neq \boldsymbol{\mu}_1$$

Los datos obtenidos al utilizar la prueba t de Student mediante el software XLSTAT son resumidos en la siguiente tabla:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. Pre Test	36	21,000	45,000	35,000	5,414
Ptje. Post Test	36	22,000	45,000	34,083	5,411

Diferencia	0,917
t (observado)	0,719
|t| (Valor crítico)	1,994
DF	70
Valor p	0,475
Alfa	0,05

<u>Interpretación de los resultados</u>: Como el valor *p* computado es mayor que el nivel de significancia alfa = 0,05, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 47,48%.

<u>Conclusión</u>: No mejoró ni disminuyó la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura de los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

4.3 Descripción y análisis de la actividad de MCK

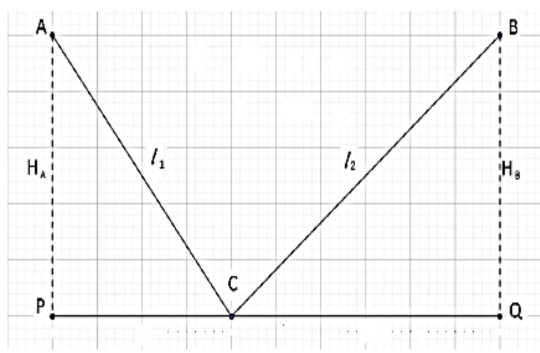
En este apartado se presenta una descripción del trabajo realizado por los estudiantes del grupo Experimental durante las actividades de Modelización enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Los estudiantes trabajaron en parejas, con lo cual se conformaron 19 grupos de trabajo. Para la descripción que se realiza a continuación, se consideraron todos los estudiantes que participaron de la experiencia, sin perjuicio que en el análisis de resultados sólo se consideraron a los estudiantes que participaron de todo el proceso (Pre Test, Intervención, Post Test).

A continuación, se presentan las instrucciones para los estudiantes, seguidos de los principales resultados obtenidos por ellos y un análisis de las situaciones observadas.

1. Problema

Se debe ubicar un transformador C en algún punto del tendido eléctrico $\overline{PQ}$ para llevar electricidad a las casas A y B como se muestra en la figura,



donde:

- ℓ_1 es la distancia desde la casa A hasta el transformador C.
- ℓ_2 es la distancia desde la casa B hasta el transformador C.
- H_A y H_B representan las distancias de las casas A y B a los postes P y Q respectivamente.

Los segmentos $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ son perpendiculares a $\overline{PQ}$. Se debe determinar la ubicación del punto C de modo que la distancia

$$\ell = \ell_1 + \ell_2$$

sea la menor posible.

4.3.1 Actividad 1

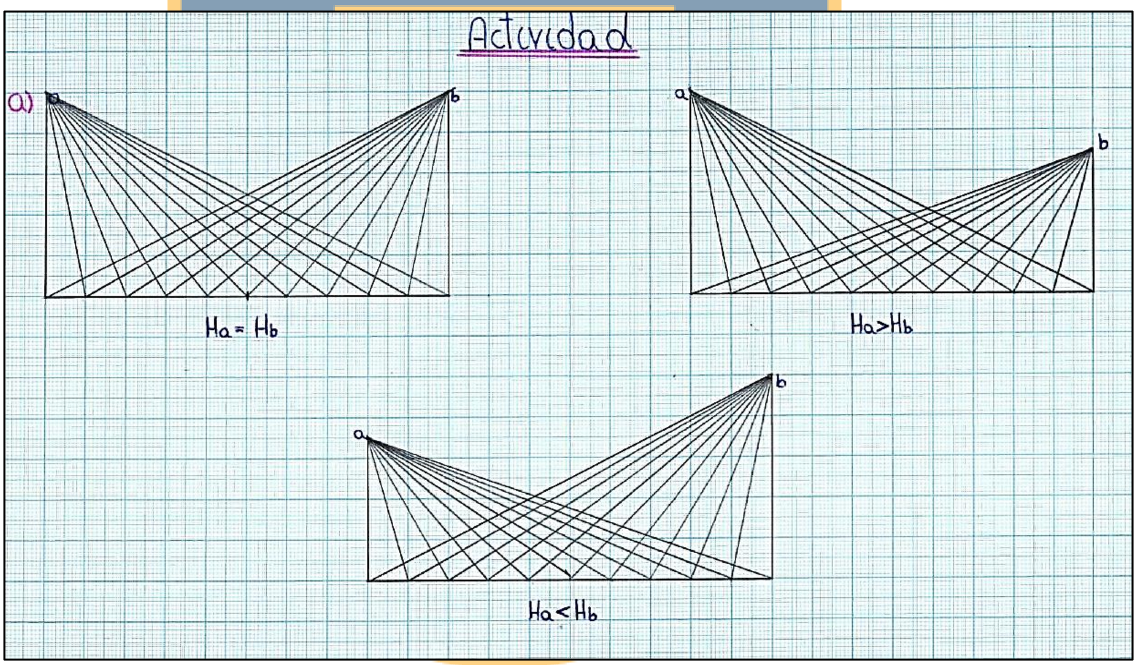
2. Actividades

a) Considerando el segmento $\overline{PQ}$ de medida 10 cm, realicen un dibujo esquemático del problema en las hojas milimetradas para cada uno de los siguientes casos:

- $H_A = H_B$
- $H_A > H_B$
- $H_A < H_B$

Ustedes deciden donde ubicar los puntos A y B en cada caso, cuidando que se cumplan las condiciones del problema. Por razones prácticas H_A y H_B no deben medir más de 5 cm.

Todos los estudiantes completaron este punto satisfactoriamente, realizando un dibujo esquemático del problema como el que se muestra a continuación.



b) Para cada uno de los casos, gradúen el segmento $\overline{PQ}$ desde 0 a 10 cm (centímetro por centímetro) y luego ubiquen el punto C en cada una de estas posiciones. Midan las distancias ℓ_1 y ℓ_2 con regla y registren los resultados en la siguiente tabla:

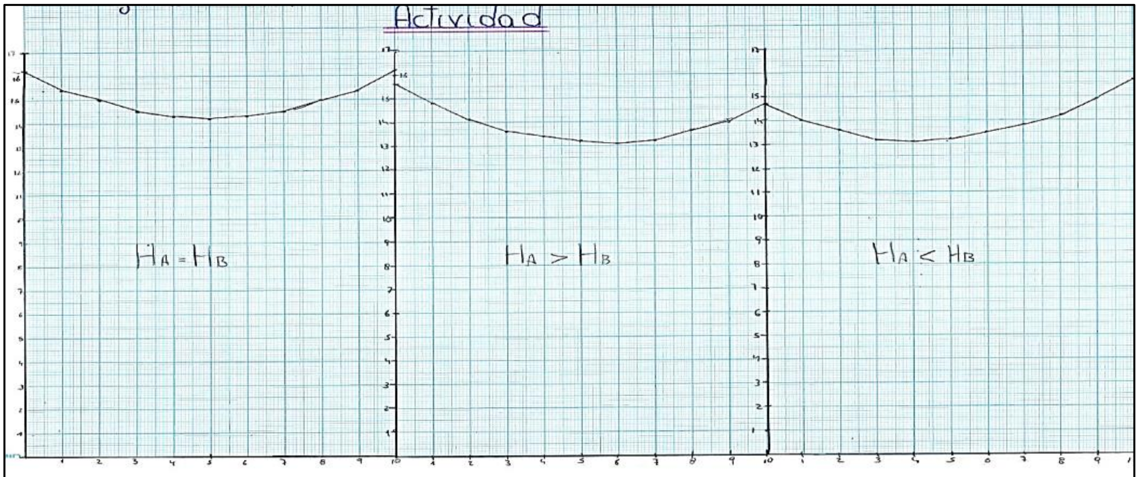
	$H_A = H_B$				$H_A > H_B$				$H_A < H_B$			
C	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												

Todos los estudiantes desarrollaron este punto satisfactoriamente, completando una tabla como la que se muestra a continuación.

	$H_A = H_B$				$H_A > H_B$				$H_A < H_B$			
C	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$
0	5	11,2	16,2	150,44	5	10,6	15,6	137,36	3,5	11,2	14,7	137,69
1	5,1	10,3	15,4	132,1	5,1	9,7	14,8	120,1	3,7	10,3	14	119,78
2	5,5	9,5	15	120,5	5,4	8,7	14,1	104,85	4,1	9,5	13,6	107,06
3	5,9	8,6	14,5	108,77	5,8	7,8	13,6	94,48	4,6	8,6	13,2	95,12
4	6,5	7,8	14,3	103,09	6,4	7	13,4	89,96	5,3	7,8	13,1	88,93
5	7,1	7,1	14,2	100,82	7,1	6,1	13,2	87,62	6,1	7,1	13,2	87,62
6	7,8	6,5	14,3	103,09	7,8	5,3	13,1	88,93	7	6,5	13,5	91,25
7	8,6	5,9	14,5	108,77	8,6	4,6	13,2	95,12	7,9	5,9	13,8	97,22
8	9,5	5,5	15	120,5	9,5	4,1	13,6	107,06	8,8	5,4	14,2	106,6
9	10,3	5,1	15,4	132,1	10,3	3,7	14	119,78	9,7	5,2	14,9	121,13
10.	11,2	5	16,2	150,44	11,2	3,5	14,7	137,69	10,7	5	15,7	139,49

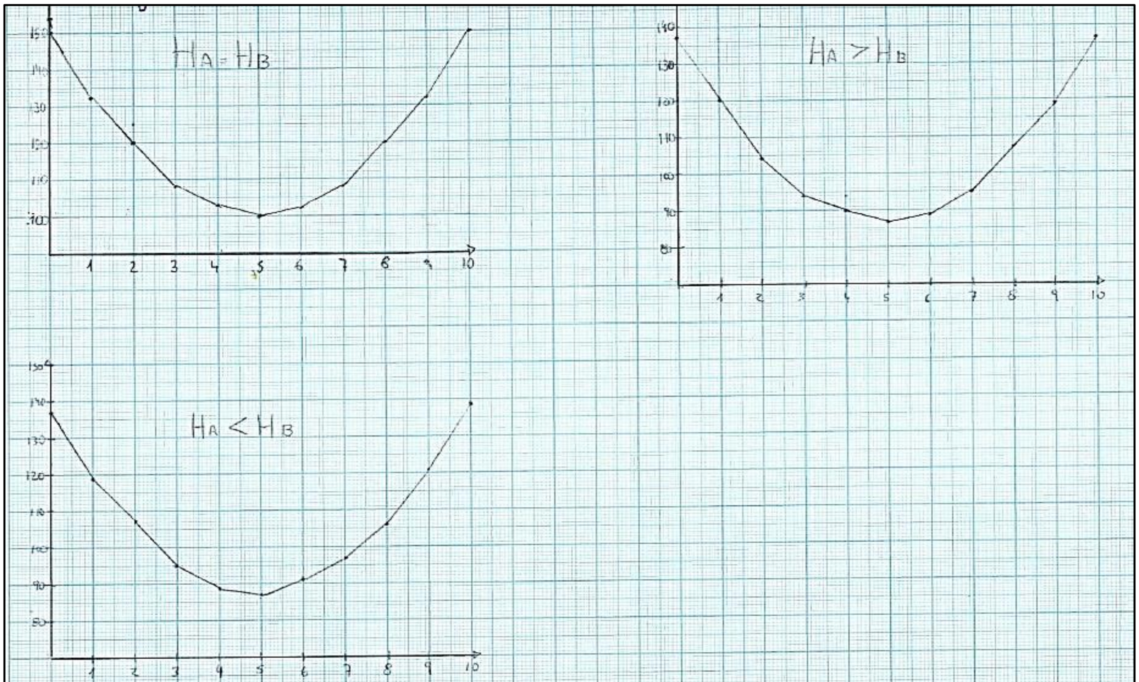
c) Para cada caso, consideren un plano cartesiano donde el eje horizontal represente la ubicación del transformador C y el eje vertical represente la suma de las distancias ℓ_1 y ℓ_2. Grafiquen los puntos $(C,\ \ell_1+\ell_2)$.

De los 19 grupos 18 graficaron correctamente los valores y el grupo restante presentó algunos errores. De la totalidad de los grupos, uno representó solo los puntos, ocho grupos graficaron los puntos uniéndolos con segmentos de recta y los 10 grupos restantes graficaron los puntos uniéndolos con líneas curvas. Como se muestra en la siguiente imagen.



d) Para cada caso, consideren un plano cartesiano donde el eje horizontal represente la ubicación del transformador C y el eje vertical represente la suma de ℓ_1^2 con ℓ_2^2. En una hoja milimetrada Grafiquen los puntos $(C,\ \ell_1^2 + \ell_2^2)$.

De los 19 grupos 17 graficaron correctamente los valores y los dos grupos restantes presentaron algunos errores. De la totalidad de los grupos, uno representó solo los puntos, 10 grupos graficaron los puntos uniéndolos con segmentos de recta, siete grupos graficaron los puntos uniéndolos con líneas curvas y el grupo restante graficó los puntos usando tanto segmentos de rectas como líneas curvas. A continuación, se adjunta la producción de uno de los grupos.



3. Conclusiones

a) ¿Es lineal la relación que existe entre las variables C y $\ell_1 + \ell_2$? ¿Por qué?

De los 19 grupos 18 respondieron correctamente esta pregunta, el grupo restante a pesar de haber coincidido con los demás en que la relación no era lineal, argumento de manera errada. Algunas respuestas de los grupos se presentan a continuación:

- “No, la relación no es lineal porque no es una línea recta, no pasa por el punto de origen y las distancias entre los puntos no son proporcionales”.
- “La relación no es lineal ya que no pasa por el origen, no forma una línea recta y las relaciones no son directamente proporcionales”.
- “La relación que existe entre las variables C y $l_1 + l_2$ no es lineal, ya que este gráfico corresponde a una función cuadrática. No pasa por el origen”.
- “La relación que existe entre las variables C y $l_1 + l_2$ no es lineal, porque hace una curva y no pasa por el origen”.
- “No es una recta, va obteniendo valores variados a medida que crecen los valores que toma el eje X, representando a C”.

- “No es lineal, ya que no es una línea recta”.
- “No es lineal, porque es una recta que no pasa por el origen del plano cartesiano”.

En este punto, los estudiantes asociaron la *relación lineal* con *función lineal*. A continuación, se hace la diferencia entre estos dos conceptos.

- Dada una relación entre dos variables, la relación es *lineal* si la razón de cambio es constante.
- Una función es *lineal*, cuando la razón de cambio entre las variables dependiente e independiente es constante, y además la imagen de la función evaluada en cero, es cero.

Sin embargo, los estudiantes constataron que el grafico obtenido no correspondía a una línea recta.

b) ¿Es lineal la relación que existe entre las variables C y $\ell_1^2 + \ell_2^2$? ¿Por qué?

De los 19 grupos 18 respondieron correctamente esta pregunta (es decir, que la relación no es lineal), el grupo restante a pesar de haber coincidido con los demás en que la relación no era lineal, argumento de manera errada. Los argumentos entregados por los estudiantes fueron similares a las de la pregunta anterior.

c) Para cada caso, indiquen en qué lugar debe ubicarse el transformador C para resolver el problema planteado inicialmente.

En el caso $H_A = H_B$, 15 grupos indicaron que el transformador C debía ubicarse en un único punto, de los cuales 14 dieron la respuesta correcta, es decir, que el transformador debía ubicarse en la posición 5. Tres grupos indicaron que el transformador podría ubicarse en dos puntos, el grupo restante señaló que el transformador podría ubicarse en tres puntos distintos; entre estos grupos, dos indicaron al 5 como una de las ubicaciones posibles para el punto C.

En el caso $H_A > H_B$, 10 grupos indicaron que el transformador C debía ubicarse en un único punto, de los cuales dos indicaron el punto correcto (es decir, $C = 5$), siete grupos indicaron que el transformador podría ubicarse en dos puntos y los dos grupos restantes, señalaron que el transformador podría ubicarse en tres puntos distintos. De los grupos que no dieron la respuesta correcta, todos indicaron que el transformador debía ubicarse en una posición mayor o igual a 5.

En el caso $H_A < H_B$, nueve grupos indicaron que el transformador C debía ubicarse en un único punto, de los cuales sólo un grupo indicó el punto correcto. Mientras que ocho grupos indicaron que el transformador podría ubicarse en dos puntos y los dos grupos restantes, señalaron que el transformador podría ubicarse en tres puntos distintos. De los grupos que no dieron la respuesta correcta, todos indicaron que el transformador debía ubicarse en una posición menor o igual a 5.

De todos los grupos sólo 1 dio una respuesta correcta a los tres casos.

d) Comparen las columnas $\ell_1 + \ell_2$ y $\ell_1^2 + \ell_2^2$ de la tabla y los gráficos de los puntos $(C,\ \ell_1 + \ell_2)$ y $(C,\ \ell_1^2 + \ell_2^2)$ ¿Qué puede decir sobre los valores mínimos de $\ell_1 + \ell_2$ y $\ell_1^2 + \ell_2^2$ con respecto a la ubicación del punto C?

En el caso $H_A = H_B$, 17 grupos indicaron que los valores mínimos con respecto a la ubicación del punto C se obtienen en la misma posición, un grupo señaló que la posición no es la misma y que además las posiciones obtenidas se encuentran distanciadas.

En el caso $H_A > H_B$, cinco grupos indicaron que los valores mínimos con respecto a la ubicación del punto C se obtienen en la misma posición, dos grupos señalaron que la posición no es la misma y que además las posiciones obtenidas se encuentran distanciadas y 11 grupos dijeron que la posición no es la misma y que además las posiciones obtenidas se encuentran cercanas entre sí.

En el caso $H_A < H_B$, cuatro grupos indicaron que los valores mínimos con respecto a la ubicación del punto C se obtienen en la misma posición, 14 grupos señalaron que la posición no es la misma, de los cuales 10 señalaron que las posiciones obtenidas se encuentran distanciadas y cuatro señalaron que las posiciones obtenidas se encuentran cercanas entre sí.

La respuesta dada por un grupo, para los tres casos, no fue considerada por no ajustarse a los parámetros de la pregunta.

4.3.1.1 Sobre el Ciclo de Kolb

La Actividad 1 corresponde principalmente a la *Experiencia Concreta*, dado que se intenta resolver el problema, efectuando mediciones con regla sobre un dibujo esquemático realizado en papel milimetrado. Se realiza también una *Observación Reflexiva* de los datos obtenidos con estas mediciones, con la cual se busca dar una primera solución tentativa del problema, y preparar los recursos necesarios para la *Conceptualización Abstracta*.

Los ítems 2a) y 2b) corresponden a la etapa de *Experiencia Concreta*, dado que en el ítem 2a) los estudiantes realizan un dibujo esquemático del problema, con el fin de transportar un el problema desde su realidad física, a un contexto matemático. En el ítem 2b), los estudiantes realizan las mediciones necesarias para resolver el problema.

Los ítems 2c) y 2d), también forman parte de la *Experiencia Concreta*. Su objetivo es organizar la información, de tal manera que se pueda dar paso al desarrollo de la *Observación Reflexiva*, y de este modo obtener una respuesta al problema inicial.

Los ítems 3a) y 3b), forman parte de la *Observación Reflexiva* y preparan a los estudiantes para pasar a la *Conceptualización Abstracta*. Esto ocurre también en los ítems 3c) y 3d), pero estos dos últimos buscan, además, resolver el problema.

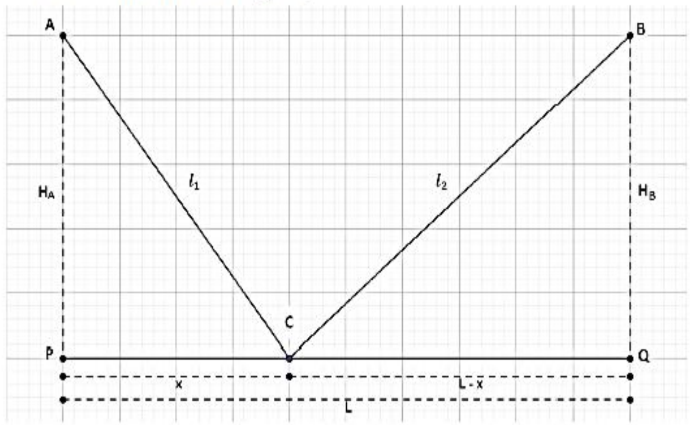
Luego de esta actividad, el Ciclo de Kolb no se ha cerrado completamente, puesto que las soluciones presentadas por los estudiantes pudieran o no ser las correctas, dependiendo del grado de precisión al momento de realizar las mediciones y cálculos.

Esto es evidenciado en el hecho que al finalizar la Actividad 1, sólo un grupo obtuvo la respuesta correcta al problema.

4.3.2 Actividad 2

1. Problema

Se debe ubicar un transformador C en algún punto del tendido eléctrico $\overline{PQ}$ para llevar electricidad a las casas A y B como se muestra en la figura,



donde:

- ℓ_1 y ℓ_2 son las distancia desde las casas A y B hasta C, respectivamente.
- L es la distancia entre dos postes del tendido eléctrico P y Q.
- H_A y H_B representan las distancias de las casas A y B a los postes P y Q respectivamente.
- La variable x es la distancia entre P y C.

Los segmentos $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ son perpendiculares a $\overline{PQ}$. Se debe determinar la ubicación del punto C de modo que la distancia

$$\ell(x) = \ell_1(x) + \ell_2(x)$$

sea la menor posible.

2. Actividades

a. Usando el Teorema de Pitágoras, expresen las medidas ℓ_1 y ℓ_2 como funciones de la variable x, considerando que para cada caso los valores de H_A, H_B, y L son constantes.

Todos los grupos realizaron correctamente este ítem, sin embargo, tuvieron dificultades al movilizar el Teorema de Pitágoras a un contexto no geométrico, por lo que los grupos recibieron la orientación necesaria para desarrollar este punto. A continuación, se adjunta la producción de uno de los grupos.

$$L_1 = \sqrt{x^2 + HA^2} \qquad L_2 = \sqrt{(l - x)^2 + HB^2}$$

b. Simplifiquen la expresión $\ell_1^2 + \ell_2^2$.

Todos los grupos realizaron correctamente este ítem. A continuación, se adjunta la producción de uno de los grupos.

$$L_1^2 + L_2^2$$

$$x^2 + HA^2 + (l - x)^2 + HB^2$$

$$x^2 + HA^2 + l^2 - 2lx + x^2 + HB^2$$

$$2x^2 + HA^2 + l^2 - 2lx + HB^2$$

c. ¿Es lo mismo minimizar la función $\ell_1 + \ell_2$ que la función $\ell_1^2 + \ell_2^2$? ¿por qué?. ¿Con cuál de las dos funciones crees que es más sencillo trabajar? ¿por qué?.

De los 19 grupos, 14 dijeron que es lo mismo minimizar ambas funciones, dos grupos dijeron que no es lo mismo, otros dos dijeron que dependiendo del caso que se esté analizando, puede ser lo mismo y el grupo restante no respondió a esta pregunta.

En cuanto a cuál expresión resulta más fácil de trabajar según ellos, 16 grupos señalaron que es más fácil trabajar con la expresión $l_1{}^2 + l_2{}^2$. Por el contrario, los tres grupos restantes dijeron que resulta más sencillo trabajar con la expresión $l_1 + l_2$.

Llamaremos:

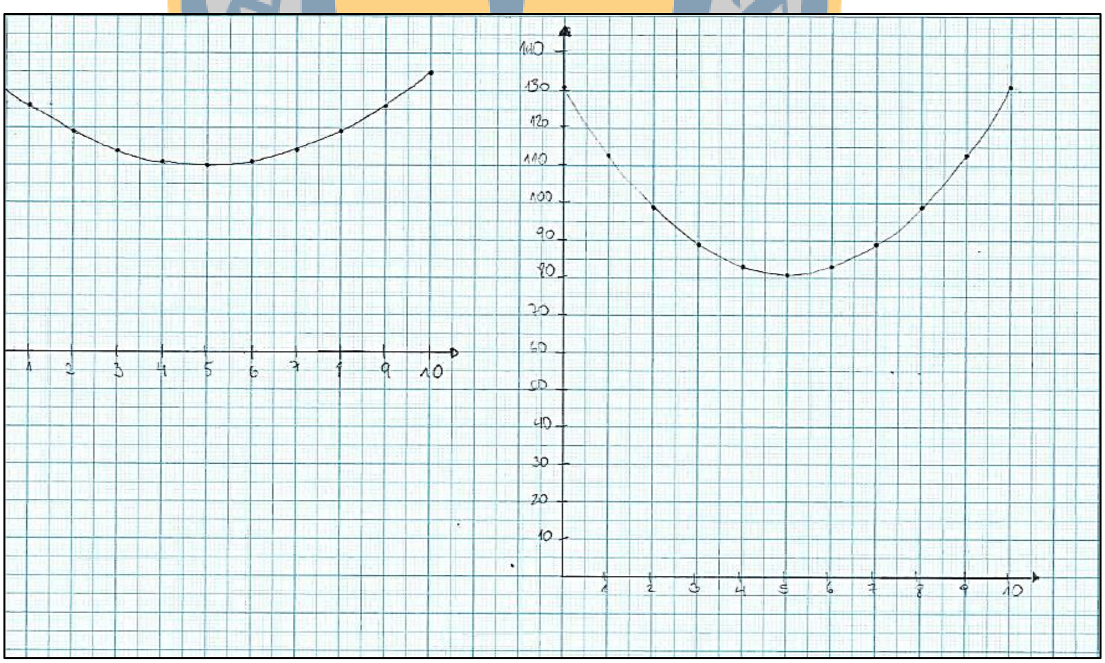
$$f(x) = \ell_1^2(x) + \ell_2^2(x).$$

d. Evalúen la función $f(x)$ para $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ en cada caso. Comparen estos valores con los obtenidos en la tabla de la Actividad 1, ¿qué pueden observar?

En este ítem, de los 19 grupos al evaluar la función y comparar con los resultados obtenidos en la Actividad 1, uno de ellos indicó que había obtenido los mismos resultados, dos grupos dijeron que para el caso $H_A = H_B$ obtuvieron los mismos resultados que en la Actividad 1 y que para los otros casos obtuvieron resultados similares. Los 16 grupos restantes, señalaron que habían obtenido resultados similares a los de la Actividad 1 argumentando que los resultados no eran exactamente iguales, debido a que el cálculo por medio de la evaluación de la función resultaba ser más exacto que los valores obtenidos por medio de la medición con regla.

e. Grafiquen la función $f(x)$ en cada caso.

En este ítem, 17 grupos graficaron las funciones de manera correcta, un grupo solo representó los puntos en el plano. Siete grupos representaron y unieron los puntos con segmentos de recta y 11 grupos lo hicieron por medio de líneas curvas.



f. Para cada caso, indiquen en qué lugar debe ubicarse el transformador C para resolver el problema planteado al inicio. Comparen estas respuestas con las dadas en la Actividad 1.

Todos los grupos coincidieron en que para los tres casos el transformador *C* debía ubicarse en el punto 5.

4.3.2.1 Sobre el Ciclo de Kolb

La Actividad 2, corresponde principalmente a la *Conceptualización Abstracta*, dado que en este punto los estudiantes mediante la observación reflexiva se percatan que pueden utilizar el Teorema de Pitágoras para construir un modelo del problema. Este modelo corresponde a una función cuadrática, concepto que se quiere abordar en clase. Además, surge el concepto de vértice de una función cuadrática, ya que este punto nos permite obtener la solución del problema.

Los ítems 2a) y 2b), corresponden a la *Conceptualización Abstracta* y tienen por objetivo presentar por primera vez la función cuadrática. Luego de esto, se procedió a institucionalizar el concepto entregando la definición formal de función cuadrática a los estudiantes.

El ítem 2c) corresponde también, a la *Conceptualización Abstracta*. El objetivo de este es acercar a los estudiantes a las técnicas optimización.

El ítem 2d) corresponde a la *Experimentación Activa*, ya que los estudiantes deben comparar los resultados obtenidos, usando el modelo matemático con los resultados obtenidos en la *Experiencia Concreta* (medición con regla).

El ítem 2e), corresponde a la *Conceptualización Abstracta* del grafico de una función cuadrática.

El ítem 2f), corresponde a la *Conceptualización Abstracta*, ya que la respuesta al problema corresponde al vértice de la función cuadrática. También a la *Observación Reflexiva*, pues los estudiantes deben interpretar la gráfica y decidir cuál es el punto que da respuesta al problema. Por último, la *Experimentación Activa*, ya que se les solicita comparar sus respuestas con las dadas en la *Experiencia Concreta*.

Con la Actividad 2 se recorre el Ciclo de Kolb completamente.

Se diseñó una tercera actividad que tiene por objetivo que los estudiantes validen sus conclusiones obtenidas a partir del modelo.

4.3.3 Actividad 3

Esta actividad consiste en graficar las funciones obtenidas en la Actividad 2 por medio de un software.

2. Actividades

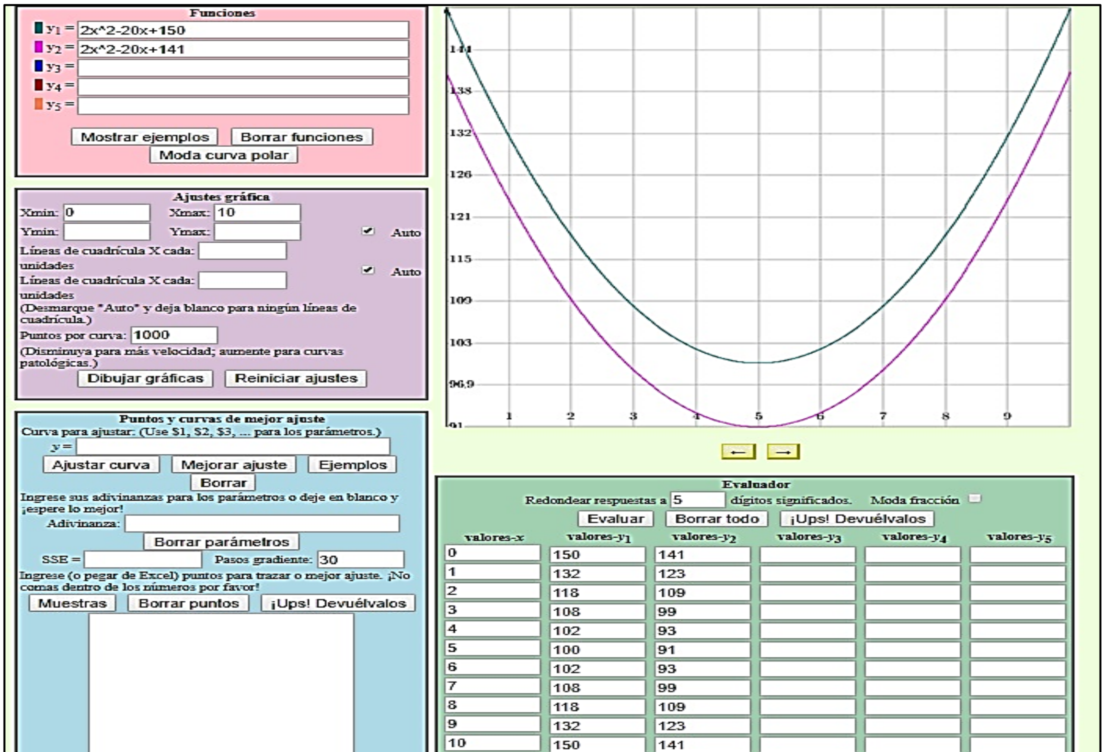
Indicación: Use este link

http://www.zweigmedia.com/MundoReal/functions/func.html

para acceder al software graficador.

a. Para cada uno de los casos $H_A = H_B$, $H_A > H_B$ y $H_A < H_B$, grafique las funciones $f(x)$ obtenidas en el punto d de la ACTIVIDAD 2.

Ejemplo: Para graficar la función $f(x) = 2x^2 - 20x + 150$ escriba en el cuadro rosado del software $y_1 = 2x$ˆ2-20x+150 y ajuste la gráfica en el cuadro lila para $Xmin = 0$ y $Xmax = 10$



Se seleccionó este software para trabajar esta actividad por las siguientes razones:

- Es gratis y no requiere muchos recursos del computador.
- Presenta una interfaz sencilla de utilizar.
- Permite graficar más de una función en el mismo plano cartesiano destacándolas con distintos colores, permite visualizar las coordenadas de los puntos al desplazar el cursor sobre la gráfica y evalúa hasta cinco funciones simultáneamente.

> b. Compare las gráficas generadas por el software con las que usted construyó en el punto e de la ACTIVIDAD 2.
>
> - ¿Existe alguna similitud? ¿Cuál(es)?
> - ¿Existe alguna diferencia? ¿Cuál(es)?

En esta actividad, se solicitó a los grupos que graficaran el modelo encontrado en la Actividad 2 y compararan la gráfica generada por el software con la que ellos esbozaron a mano.

c. Reconstruya las tablas elaboradas en el punto d de la ACTIVIDAD 2 usando el cuadro verde del software.

Evaluador

Redondear respuestas a 5 dígitos significados. Moda fracción

Evaluar | Borrar todo | ¡Ups! Devuélvalos

valores-x	valores-y_1	valores-y_2	valores-y_3	valores-y_4	valores-y_5
0	150	141			
1	132	123			
2	118	109			
3	108	99			
4	102	93			
5	100	91			
6	102	93			
7	108	99			
8	118	109			
9	132	123			
10	150	141			

d. Para cada caso, usando el software, responda el problema planteado inicialmente: ¿En qué posición debe ubicarse el punto C para que la suma de las distancias ℓ_1 y ℓ_2 sea la mínima?.

Si bien en este punto los estudiantes no validan el modelo, sí están validando la conclusión obtenida a partir del modelo.

Los estudiantes en su totalidad coincidieron en que el transformador debería ubicarse en la posición cinco para todos los casos.

4.3.3.1 Sobre el Ciclo de Kolb

La Actividad 3 corresponde principalmente a la *Conceptualización Abstracta* y a la *Experimentación Activa*, dado que se abordan los conceptos de gráfica y vértice de la función cuadrática y también se comparan los resultados obtenidos en la Actividad 2 con aquellos que entrega el software.

El ítem 2a) corresponde a la *Conceptualización Abstracta* de la gráfica de la función cuadrática.

Los ítems 2b) y 2c) se organiza la información para poder obtener conclusiones.

El ítem 2d) corresponde a la *Conceptualización Abstracta* ya que la respuesta al problema corresponde al vértice de la función cuadrática, también a la *Observación Reflexiva* pues los estudiantes deben interpretar la gráfica y decidir cuál es el punto que da respuesta al problema. La *Experimentación Activa* en este caso se hizo de manera oral en clases, pidiéndoles a los estudiantes que comparan su respuesta con las obtenidas en las actividades anteriores.

CAPÍTULO 5. Discusión de los resultados

Los resultados obtenidos para cada una de las hipótesis de investigación no han sido los esperados, este hecho podría deberse en gran medida a que las características iniciales de las muestras (no probabilísticas), como se analizó en el apartado 4.1.1.1, señalan que los grupos no eran homogéneos con respecto a su rendimiento académico, puesto que el grupo Control parte con resultados bastante más bajos comparados con los del grupo Experimental. A pesar de todo, se muestra que la metodología de enseñanza utilizada durante la intervención es viable de utilizar por los profesores.

Que la Motivación hacia la matemática se mantuviera sin cambios en el grupo que trabajó con la metodología de enseñanza innovadora, podría deberse a los mismos nuevos factores introducidos, el uso de una nueva metodología de enseñanza que trae consigo nuevos desafíos para los estudiantes, el uso de materiales con los que no estaban familiarizados y el uso de forma no habitual de los conceptos previos. Además, del cambio de profesor que actuó como variable interviniente en ambos grupos, podría ser más influyente de lo que se esperaba.

En el grupo Experimental surgieron preguntas como; "*¿para qué hacemos esto*?" "*¿esto está en el libro*?", lo que denota una resistencia al cambio, como señalan Pérez y Vásquez (2017), se necesita de un periodo más extenso de trabajo para conseguir cambios significativos en las variables socioafectivas, además los estudiantes suelen perder su motivación inicial al exigírseles un continuo esfuerzo por un periodo prolongado. Basados en esta conclusión, se diseñó una intervención breve, donde las actividades de Modelización enmarcadas en el Ciclo de Kolb no superaran las cuatro sesiones (de 90 minutos cada una).

En cuanto al tiempo, en un principio se había dispuesto de tres clases (de 90 minutos cada una) para desarrollar las tres actividades de Modelización matemática enmarcadas en el Ciclo de Kolb, sin embargo, estos plazos no se cumplieron, debido a que los estudiantes no estaban familiarizados con el material utilizado ni con el tipo de trabajo. Las clases teóricas se habían planificado para un periodo de dos clases (de 90 minutos cada una) y finalmente se pudo trabajar todo el contenido teórico dentro de una sola clase.

El trabajo colaborativo realizado por las parejas en las actividades de Modelización matemática enmarcadas en el Ciclo de Kolb aportó a la reflexión colectiva e individual, generando un ambiente propicio para la discusión matemática dentro del aula.

Para este contenido, debiera preferirse utilizar la metodología de enseñanza propuesta por sobre la que usualmente se utiliza en el establecimiento, ya que, al realizar al menos una experiencia de este tipo por unidad temática, los estudiantes se familiarizarán con el tipo de metodología de enseñanza, permitiendo una mayor fluidez en el desarrollo del trabajo y resultados más satisfactorios, así como también al término de la experiencia, una mayor eficiencia en el uso de los tiempos. Como lo señala Aravena (2011) hacer un trabajo matemático basado en la resolución de problemas a través del modelaje, posee una serie de ventajas, entre las que se destaca: el desarrollo de la capacidad de resolver problemas y la creatividad; prepara a los estudiantes a usar la matemática, desarrolla la capacidad crítica de la matemática en la sociedad, permite una visión completa de ésta y ayuda a la comprensión de los conceptos y métodos. Además, las bases curriculares actuales presentan el modelado como una habilidad que se debe desarrollar en los estudiantes, motivo por el cual, la actividad de Modelización enmarcada en el Ciclo de Kolb presentada en este trabajo ha tenido como propósito contribuir a dar respuesta al problema planteado en el apartado 1.2, *la desatención que existe en chile al trabajo con modelos por parte de los profesores de enseñanza media*.

El cambio de profesor en el grupo Control podría explicar una parte importante del progreso repentino que experimentaron en sus resultados académicos, ya que, como señala Guevara y otros (2005), “el estilo del profesor y su estrategia didáctica, afectan el clima escolar que prevalece en el aula, el grado de participación de los alumnos, los niveles de atención y comprensión del grupo, así como el aprovechamiento escolar". También, según los resultados obtenidos, se podría concluir que al iniciar el trabajo con calificaciones muy precarias les fue más sencillo superarlas y llegar a un rango aceptable, y aunque el grupo Control fue quien más progreso, sus calificaciones permanecieron por debajo de las del grupo Experimental.

5.1 Sugerencias

Luego de terminar la investigación y realizar todos los análisis pertinentes, se recomienda el uso de la metodología de enseñanza propuesta para el contenido de función cuadrática, ya que realizar la actividad de Modelización enmarcada en el Ciclo de Kolb permitiría trabajar los contenidos de una manera más expedita con los estudiantes, dado que estos ahora contarían con un punto de partida al cual recurrir como experiencia concreta. Por esta razón, sería recomendable utilizar la Modelización en el resto de los ejes temáticos, y satisfacer así las exigencias actuales del Ministerio de Educación.

En cuanto a futuras investigaciones, se sugiere repetir el trabajo presentado, pero en condiciones de homogeneidad inicial en cuanto al rendimiento académico para los grupos Control y Experimental.

Se sugiere también, incluir una nueva variable que considere la afectividad entre el profesor y sus estudiantes, además de correlacionar cómo el grado de cercanía y afectividad pueda condicionar el progreso y desarrollo de los estudiantes.

En cuanto a la actividad de modelado, en la Actividad 3 (apartado 4.3.3) se sugiere que, a su término, se modifiquen las condiciones iniciales del problema. Por ejemplo, el largo de la distancia L, con el propósito que los estudiantes puedan aplicar el modelo obtenido y así fortalecer la Experimentación Activa.

CAPÍTULO 6. Conclusiones

Luego de haber realizado el análisis de los resultados expuesto en el capítulo anterior, es posible concluir respecto a la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb (MCK), que:

Respecto al Progreso Académico, los estudiantes que trabajaron con la metodología de enseñanza que se usa habitualmente en el establecimiento, experimentaron un mayor progreso. No obstante, sus calificaciones siguen siendo inferiores a las del grupo que trabajó con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb.

Respecto a la Motivación hacia la matemática, al comparar esta variable en ambos grupos, el que trabajó con la metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb, mostró un menor avance, sin embargo, al realizar un análisis de los progresos individuales de cada grupo, no se observaron variaciones significativas.

Respecto a la Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura, no hubo diferencia significativa al comparar ambos grupos, ni en el progreso individual de ellos.

En cuanto a las actividades de Modelización enmarcadas en el Ciclo de Kolb, se concluyó que los estudiantes participes de ellas, demostraron un alto compromiso hacia el trabajo desarrollado durante el transcurso de las clases.

En cuanto al desarrollo de las actividades de Modelización enmarcadas en el Ciclo de Kolb trabajadas, se pudo constatar que todos los estudiantes recorrieron de forma exitosa el Ciclo de Kolb. Las principales facilidades que se observaron fueron que los estudiantes se mostraron motivados, mantuvieron un buen comportamiento durante el trabajo y participaron activamente y con dedicación durante su transcurso.

Las principales dificultades afrontadas al trabajar las actividades de Modelización enmarcadas en el Ciclo de Kolb fueron que los estudiantes no estaban familiarizados con los materiales, regla y hoja milimetrada. Muchos de ellos no conocían estas hojas y algunos utilizaban la regla midiendo desde el uno. Otra dificultad que presentaron los estudiantes fue el tener que utilizar el Teorema de Pitágoras en un ámbito diferente a la geometría, por lo que fue necesario guiar el trabajo durante más tiempo del que se tenía pensado. Además, los estudiantes se observaban inseguros con respecto a su trabajo autónomo, prueba de esto fue que consultaban todas sus decisiones con el profesor, quien claramente no podía atender todos los grupos a la vez, lo anterior derivó en que el trabajo no se terminó dentro del tiempo que se tenía planificado inicialmente.

De manera general, se puede concluir que esta metodología de enseñanza que usa la Modelización matemática enmarcada en el Ciclo de Kolb es viable de utilizar por los profesores de enseñanza media. El Ministerio de Educación exige el desarrollo de la habilidad de modelado en los estudiantes, y con esta actividad se abordan contenidos del currículo. A pesar de que no se mostró una mejora significativa en las calificaciones obtenidas por los estudiantes del grupo Experimental en el Post Test, éstas fueron adecuadas de acuerdo con la realidad del curso.

Los Ciclos de Kolb, pueden ajustarse a los diversos contenidos tratados en enseñanza media y ser aplicados al inicio (como se mostró en esta investigación), durante o al término de una unidad, variando complejidades entre los ciclos, siendo posible derivar de uno en otro, y de este modo aportar a contrarrestar el problema planteado inicialmente por Aravena, es decir, esta metodología de enseñanza contribuye a suprimir la desatención que existe en Chile al uso de modelos como estrategia de enseñanza.

Referencias

Alsina, C. (1998). *Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope. Proceed*. International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA) 1997.

Aravena, M. (2001). *Evaluación de proyectos para un curso de algebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica* (Tesis Doctoral no publicada). Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciencies Experimentals. Universitat de Barcelona, España.

Aravena, M. (2011). Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores. *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife.

Aravena, M., & Caamaño, C. (2007). Modelización Matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos 33*(2), 7-25.

Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *11*(1), 49-92.

Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1997). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo.* México: Trillas.

BlomhØj, M. (2009). Different Perspectives in Research on Teaching and Learning Mathematical Modelling. Categorizing the TSG21 Papers. In Blomhøj, M. & S. Carreira, (eds.) (2009). *Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics*. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, Mexico, July 6-13, 2008. Imfufa, Roskilde Universiy, Denmark: Authors.

Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). *Educación Matemática Realista Bases teóricas.* Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. Recuperado de: http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoria_EMR-Final.pdf

Bressan, A., Zolkower, B., & Gallego , F. (2004). *Los Principios de la Matemática Realista.* En Reflexiones Teóricas parala Educación Matemática. Complilador: Alagia, H. y otros. Buenos Aires: Zorzal.

Carreño, X., & Cruz, X. (2012). *Álgebra.* Santiago: McGraw-Hill Interamericana de Chile Ltda.

Coll, C. (1988). *Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo.* Barcelona: Universidad de Barcelona.

Coll, C., Palacios, J., & Marchesi, A. (1990). *Desarrollo psicológico y educación.* Madrid: Alianza Editorial.

Davini, M. (2008). *Métodos de enseñanza: didáctica general para maestros y profesores*. Buenos Aires: Santillana.

Diaz, F. & Barriga, A. (2010). *Los profesores ante las innovaciones curriculares*. *Revista iberoamericana de educación superior 1*(1), 37-57.

Farias, D. & Pérez, J. (2010). *Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración*. *Formacion Universitaria, 3*(6), 33-40.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education.* Educación Matemática Realista, Bases Teóricas. Publicación del GPDM. Recuperado de: http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoria_EMR-Final.pdf

García, J. A. (8 de junio de 1999). *La Didáctica de las Matemáticas: una visión general.* Matemáticas en Secundaria. Recuperado de: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm

Gasco, J. & Villarroel, J. (2014). La motivación para las matemáticas en la ESO. Un estudio sobre las diferencias en función del curso y del sexo. *Números Revista de la Didáctica de las Matemáticas, 86,* 39-50. Recuperado de: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/86/Articulos_03.pdf

George, D. & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference*. 11.0 update (4th ed.). Boston, MA: Allyn & Bacon.

Gómez, J. (1998). *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemátiques a nivel universitari* (Tesis de doctorado). Universitat Autónoma de Barcelona, España.

Guevara, Y., Mares, G., Rueda, E., Rivas, O., Sánchez, B. & Rocha, H. (2005). Niveles de interacción que se propician en alumnos de educación primaria durante la enseñanza de la materia español. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta, 31*(1), 23-45.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación, quinta edición.* México: Mc Graw Hill.

Huircan, M., & Carmona, K. (2013). *Guía de Aprendizaje N° 2. Las Funciones Cuadráticas: Una herramienta de Modelización*. Segundo Nivel o Ciclo de Educación Media. Santiago: MINEDUC.

Mato, M., & de la Torre, E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *Investigación en Educación Matemática 13*, 285-300.

MINEDUC. (2008). *Marco para la Buena Enseñanza.* Septima edición, Santiago: MINEDUC.

MINEDUC. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio.* Santiago: MINEDUC.

MINEDUC. (2015). *Matematica, Programa de Estudio Tercer año medio*, Actualización 2009. Santiago: MINEDUC.

Navarro, A. (2007). *Documento de Cátedra 40: Notas de campo: El registro y la organización de la información recogida mediante observaciones*. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.

Niss, M. (1989). Aim and scope of applications and modelling in mathematics curricula. *En: W.Blum et al (Eds.): Applications and modeling in learning and teaching mathematics.* Chichester: Ellis Horwood, (22-31).

Nunnally, J. (1967). *Psychometric theory (1st ed.)*. New York: McGraw-Hill.

Pérez, A., & Vásquez, N. (2017). *Educación Matemática Realista: un enfoque para desarrollar habilidades de Matematización con alumnos de secundaria* (Tesis de pregrado). Los Ángeles: Universidad de Concepción.

Rico, L. (1991). Ha fallecido Hans Freudenthal. *Revista Suma*, (7), 92-93.

Sagardía, M., & Manquepi, P. (2014). *Resolución de problemas a través de un Aprendizaje Situado* (Tesis de pregrado). Los Ángeles: Universidad de Concepción.

Sandoval, V., Peña, M., Carrasco, V., González, C., Yáñez, S., Cariaga, E., & Colipe, E. (2014). *50 Ciclos de Kolb y 2 razones para ser utilizados*. Temuco: Universidad Católica de Temuco.

Sarmiento, M. (2004). *La Enseñanza de las Matemáticas y las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación*. Tarragona: Universitat Rovira i Virgili.

Serrano, M. (1990). *El proceso de enseñanza aprendizaje*. Merida: Talleres gráficos universitarios ULA.

Swetz, F., & Hartzler, J. (1996). Mathematical modeling in the secondary school curriculum: a resource guide of classroom exercises. *National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, Virginia.

Swokowski, E., & Cole, J. (2006). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica, undécima edición.* México: Thomson.

Treffers, A. (1987). Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education. *The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Zill, D. & Dewar, J. (2012). *Álgebra, trigonometría y geometría analítica, tercera edición.* México: Mc Graw Hill.

CAPÍTULO 7. Anexos

7.1 Escala de jerarquización sobre estilos de enseñanza

Este instrumento ha sido elaborado en base a las definiciones de estilos de enseñanza del Dr. Juan Antonio García Cruz.

Recuerde que este instrumento no considera respuestas correctas o erróneas y los resultados obtenidos tampoco serán utilizados para emitir juicios de valor sobre los profesores consultados.

Objetivo: Recolectar información para presentar antecedentes sobre los estilos de enseñanza que utilizan los profesores de matemática de un Liceo municipal de Los Ángeles en el contenido de función cuadrática.

Instrucciones: Si tuviera que enseñar el contenido de función cuadrática en tercer año medio este año, dependiendo del grado de afinidad que el concepto expone con su posición como profesor de matemática, jerarquice los siguientes conceptos de 1 a 4, sin repetir ninguno de ellos, donde 1 es el menos importante y 4 el más importante.

Conceptos	**Valor**
e) La matemática es una ciencia lógico-deductiva y fuertemente organizada. Enseño la matemática a mis alumnos como un sistema bien estructurado, siendo esta estructura la guía del proceso de aprendizaje.	
f) Utilizo la realidad cercana del alumno como punto de partida para la enseñanza, de esta forma la matemática adquiere un carácter de utilidad, otorgando poco énfasis a la sistematización del aprendizaje.	
g) La matemática es un conjunto de reglas, las cuales son útiles para que los estudiantes puedan desarrollar problemas similares a ejemplos previos, así la memorización de algoritmos constituye parte fundamental del aprendizaje de las matemáticas.	
h) La enseñanza de la matemática debe partir de la realidad, sin embargo, el aprendizaje debe ser profundizado y sistematizado. Por tanto, enseño dedicando mucha atención a modelos, esquemas y símbolos matemáticos, así, mi enseñanza está orientada básicamente a los procesos.	

7.2 Encuesta sobre el uso de la Modelización matemática

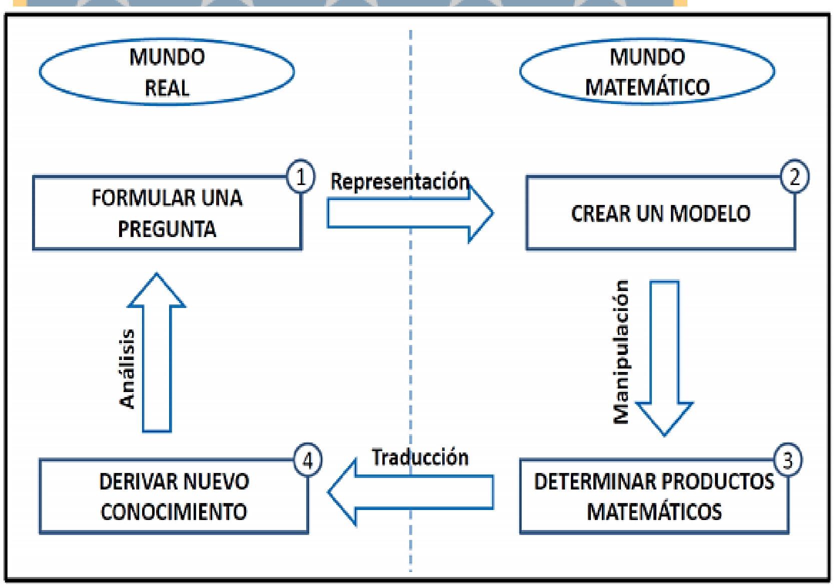
Este instrumento ha sido elaborado en base a la definición de Modelización expuesta por el Ministerio de Educación el año 2015 en las bases curriculares de 7° a 2° medio, la cual es presentada en este instrumento y debe ser considerada al momento de responder la encuesta.

Recuerde que este instrumento no considera respuestas correctas o erróneas y los resultados obtenidos tampoco serán utilizados para emitir juicios de valor sobre los profesores consultados.

Modelización

Según el MINEDUC[1], modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones.

No debe confundirse por tanto la Modelización matemática y su respectivo ciclo con la sola utilización de algún tipo de formula preestablecida para predecir un fenómeno, dicha ecuación es descubierta por los estudiantes en la etapa 2 y 3 de la ilustración siguiente:



Ciclo de modelado matemático[2]

---

[1] MINEDUC (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio.* Santiago.
[2] Sandoval, V., Peña, M., Carrasco, V., González, C., Yáñez, S., Cariaga, E., & Colipe, E. (2014). 50 Ciclos de Kolb y 2 razones para ser utilizados. Temuco: Universidad Católica de Temuco.

Objetivo: Recolectar antecedentes sobre el uso de la Modelización matemática en el contenido de la función cuadrática entre los profesores de un Liceo municipal de la ciudad de Los Ángeles.

Instrucciones: Destaque o encierre sólo la alternativa que mejor represente su posición frente al enunciado. Responda las preguntas en el espacio establecido.

1. ¿Ha trabajado el contenido de función cuadrática en este Liceo?

a) Si

b) No

Si su respuesta fue Si, por favor indique en que curso: _______

2. Si la respuesta de la pregunta 1 fue Si, ¿Ha utilizado la Modelización matemática para trabajar el contenido de función cuadrática?

a) Si

b) No

3. Si la respuesta de la pregunta 2 fue Si, por favor indique mediante qué tipo de actividades la ha trabajado

4. Si la respuesta de la pregunta 2 fue Si, por favor indique que problemas ha constatado al utilizar la Modelización con sus estudiantes

5. Si tuviera que trabajar la función cuadrática este año ¿utilizaría la Modelización?

a) Si

b) No

6. De ser posible indique una recomendación para realizar de mejor forma la Modelización matemática con los estudiantes.

Muchas gracias por su cooperación y tiempo invertido.

7.3 Pre Test de funciones y ecuación cuadrática

Liceo Bicentenario Los Ángeles A-59
Departamento de Matemática

Prof. en formación Esteban Aros
Nota:

Funciones y Ecuación Cuadrática

—Test—

3er año medio

Nombre:______________________________ **Fecha:**________. **Puntaje Total**: 48 pts.

Puntaje Obtenido:________.

Instrucciones: El presente instrumento de evaluación consta de 16 preguntas con 5 alternativas de respuesta cada una, de las cuales sólo una alternativa es la correcta y otorga 3 puntos, haciendo un puntaje total de 48 puntos. **Las alternativas solamente serán consideradas si se adjunta a ellas el desarrollo del ejercicio** (salvo las preguntas de respuesta directa), las alternativas deben ser marcadas con un lápiz de pasta azul o negro. La evaluación será calificada en base a una escala de exigencia del 60 %. Dispone de 60 minutos para realizar la evaluación.

1. Si $f(x) = (2-x)^x$, entonces $f(-2) =$

   a) -16
   b) -8
   c) 0
   d) $\frac{1}{16}$
   e) $\frac{1}{8}$

2. La suma y el producto de las soluciones de la ecuación $kx^2 + (5-k)x + 2k = 0$ son respectivamente:

   a) $\frac{-k-5}{2}$ y 2
   b) $-\frac{5}{k}$ y 2
   c) $\frac{-k-5}{k}$ y 2
   d) $\frac{k-5}{k}$ y 2
   e) $\frac{5-k}{k}$ y 2

3. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera con respecto a la **gráfica de una función**.

   a) Si trazamos una recta perpendicular al eje X, ésta corta a la gráfica en dos puntos.
   b) Si trazamos una recta perpendicular al eje X, ésta corta a la gráfica a lo más en un punto.
   c) Si trazamos una recta paralela al eje Y, ésta corta a la gráfica en más de dos puntos.
   d) Si trazamos una recta paralela al eje Y, ésta no corta a la gráfica de la función.
   e) Si trazamos una recta perpendicular al eje X, ésta corta a la gráfica en más de dos puntos.

4. Si $f(z) = \frac{10z-2}{z}$, con $z \neq 0$, entonces ¿qué valor numérico tiene $f(z)$ cuando $z = \frac{1}{10}$?

   a) -10
   b) $-0{,}1$
   c) $0{,}8$
   d) $9{,}8$
   e) 10

5. ¿Para cuál de las siguientes ecuaciones su conjunto solución es $S = \{-1, -3\}$?

   a) $x^2 - 4x + 3 = 0$
   b) $x^2 - 2x - 3 = 0$
   c) $x^2 + 2x - 3 = 0$
   d) $x^2 + 4x + 3 = 0$
   e) $-x^2 - 2x + 3 = 0$

6. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) verdadera(s) respecto a una ecuación de segundo grado?

   I. Si su discriminante es igual a 0, entonces la ecuación no tiene soluciones reales.
   II. Siempre existen soluciones reales en una ecuación de segundo grado.
   III. Si su discriminante es igual a 3, entonces la ecuación tiene dos soluciones reales

   a) Solo I
   b) Solo II
   c) Solo III
   d) Solo I y II
   e) Solo I y III

7. Si $f(x) = 3x - 2$, entonces el punto que pertenece al gráfico de la función es:

   a) $(-1, 1)$
   b) $(4, 2)$
   c) $(-2, -4)$
   d) $(0, 0)$
   e) $(2, 4)$

8. Para la fiesta de graduación de un curso, el dueño de un restaurante cobra \$100.000 por el arriendo del local y por la cena cobra \$10.000 por persona. Cada uno de los estudiantes asistirá con dos invitados y, además, seis profesores serán invitados por el curso a la fiesta. ¿Cuál de las siguientes funciones representa el costo total de la fiesta para un curso de x alumnos?

   a) $f(x) = 10.000x + 100.000$
   b) $f(x) = 10.000x + 180.000$
   c) $f(x) = 20.000x + 160.000$
   d) $f(x) = 30.000x + 100.000$

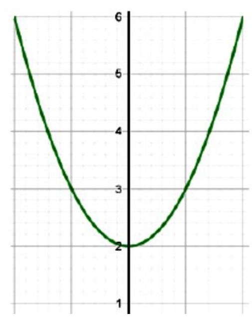
e) $f(x) = 30.000x + 160.000$

9. El costo de arrendar una casa de veraneo es \$15.000 más \$22.500 por semana. Una función que permite calcular el costo de arrendar la casa durante n semanas es:

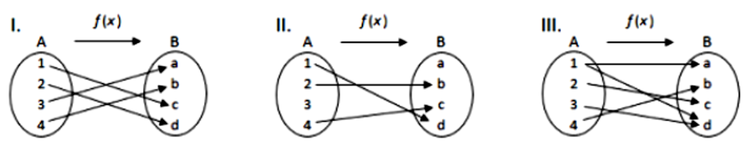
a) $C(n) = (15.000 + 22.500) \cdot n$
b) $C(n) = \frac{1}{n}(15.000 + 22.500)$
c) $C(n) = 15.000 + 22.500 \cdot n$
d) $C(n) = 15.000 + 22.500$
e) $C(n) = \frac{22.500}{n} + 15.000$

10. La función $f(x)$ de la gráfica está definida sólo donde indica la figura. El dominio y el recorrido de $f(x)$ son:

a) Dom $(f) = [-2, \infty]$; Rec $(f) = [2, \infty]$
b) Dom $(f) = [-2, 2]$; Rec $(f) = [2, 6]$
c) Dom $(f) = \mathbb{R}$; Rec $(f) = [2, 6]$
d) Dom $(f) = [-2, 2]$; Rec $(f) = \mathbb{R}_0^+$
e) Dom $(f) = [-2, 2]$: Rec $(f) = \mathbb{R}^+$



11. ¿Cuál(es) de los siguientes diagramas representa(n) una función f de A en B?

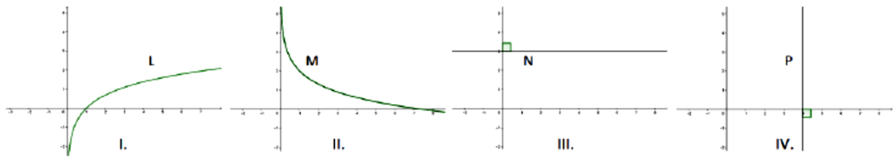


a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) Solo II y III

12. El Dominio de la función $f(x) = \sqrt{x-4}$ es:

a) $\{x \in \mathbb{R} / x < 4\}$
b) $[4, \infty[$
c) $]4, \infty[$
d) $\{x \in \mathbb{R} / x < -4\}$
e) $[-4, \infty[$

13. De acuerdo a los siguientes gráficos. ¿Cuál de las siguientes opciones es FALSA?



a) L es una función creciente
b) N es una función constante
c) M es una función decreciente
d) L, M y N son funciones continuas
e) P es una función constante

14. El Dominio de la función $f(x) = 2x^2$ es:

a) $\mathbb{R}_0^+$
b) $\mathbb{R}^+$
c) $\mathbb{R}$
d) $\mathbb{R}^-$
e) $\mathbb{R}_0^-$

15. Según la tabla, ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a la función representada?

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

a) $f(x) = x + 3$
b) $f(x) = 3x - 3$
c) $f(x) = 3x - 1$
d) $f(x) = 2x + 1$
e) $f(x) = 3x$

16. El conductor de un vehículo, a la entrada de un estacionamiento pregunta el valor de la tarifa. El funcionario a cargo le responde que deberá cancelar \$750 por la primera hora y, \$700 por cada hora siguiente o fracción. ¿Cuál es el máximo tiempo que podrá permanecer el vehículo en el estacionamiento si el conductor dispone de \$2.000?

a) 1 hora y 15 minutos
b) 1 hora y 30 minutos
c) 2 horas
d) 2 horas y 30 minutos
e) 3 horas

7.4 Test de Motivación hacia la matemática

Nombre____ Curso: ________ Fecha: _________

Este test es de carácter anónimo, por lo que su nombre sólo será utilizado para realizar un catastro de la población, por lo cual dicho nombre no se hará público.

Instrucciones: Según la afirmación planteada en cada ítem, escriba una X en la casilla de la alternativa que usted cree que más se corresponde con su postura. Todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 de la siguiente manera;

1. Completamente en desacuerdo
2. En desacuerdo
3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4. De acuerdo
5. Completamente de acuerdo

N°	Afirmación	1	2	3	4	5
1	Me gusta la matemática.					
2	Disfruto con la matemática.					
3	La matemática es emocionante.					
4	Es importante para mí ser alguien bueno en matemática.					
5	Creo que ser bueno en matemática es parte importante de mi personalidad.					
6	Es importante para mí ser alguien que pueda razonar utilizando fórmulas y operaciones matemáticas.					
7	Tengo que dejar de hacer muchas cosas para aprender bien la matemática.					
8	Creo que el éxito en matemática requiere dejar otras actividades que me gustan.					
9	Creo que tendré una excelente nota en la asignatura de matemática este año.					
10	Estoy seguro de que puedo entender los contenidos más difíciles en matemática.					
11	Tengo confianza en que puedo aprender los conceptos básicos enseñados en matemática.					

7.5 Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura

Nombre______________________________________ Curso: _______ Fecha: _________

Este test es de carácter anónimo, por lo que su nombre sólo será utilizado para realizar un catastro de la población y no se hará público.

Instrucciones: Responda la pregunta inicial y luego según la afirmación planteada en cada ítem, escriba una X en la casilla de la alternativa que usted cree que más se corresponde con su postura. Todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 de la siguiente manera;

1. Completamente en desacuerdo
2. En desacuerdo
3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4. De acuerdo
5. Completamente de acuerdo

- ¿Considera estudiar una carrera profesional o técnica, o prepararse en algún oficio que tenga que ver con la matemática? Marque con una X.
  Sí____ No____

- Si su respuesta anterior fue Sí, indique el nombre de la carrera u oficio:
  ____

N°	Afirmación	1	2	3	4	5
1	Creo que la matemática que he estudiado hasta ahora es útil y facilita algunas de mis actividades cotidianas.					
2	Creo que ser bueno en matemática me ayudará a encontrar trabajo o a ingresar a la educación superior.					
3	Puedo aplicar la matemática que he estudiado hasta ahora en algunas de mis actividades cotidianas.					
4	Saber matemática me ayudará a ganarme la vida.					
5	Considero a la matemática culturalmente importante.					
6	La matemática será importante para la profesión u oficio a la cual me dedicaré.					
7	La matemática que he estudiado hasta ahora es aplicable en otras áreas y asignaturas.					
8	Me he dado cuenta que la matemática que he estudiado hasta ahora puede explicar fenómenos y situaciones de la vida cotidiana.					
9	Saber matemática me ayudará a tener un mejor desempeño laboral.					

7.6 Post Test sobre la función cuadrática

Función Cuadrática

—Prueba—

3er Año medio___

Nombre:______________________ **Fecha**:_________. **Puntaje Total**: 43 pts.

Puntaje Obtenido:_____.

Instrucciones: Usted dispone de 80 minutos para responder las siguientes preguntas. El desarrollo de cada ejercicio ***debe estar incluido*** en el espacio de cada pregunta; en caso contrario, su respuesta será anulada. Cualquier irregularidad detectada por el profesor responsable, lo facultará para aplicar los criterios que el Reglamento de Evaluación vigente establezca.

1. Primera Parte (25 pts.)

1) **Considere la función** $f(x) = x^2 - 3x - 4$.

a) Identifique tipo de concavidad de su gráfica justificando su respuesta. (1 pto.)

b) Determine la ecuación del eje de simetría de su gráfica. (2 pts.)

c) Determine las coordenadas del vértice de su gráfica. (2 pts.)

d) Calcule su discriminante. ¿Qué indica el valor del discriminante obtenido con respecto al número de ceros de esta función? (2 pts.)

e) Determine los puntos de intersección de su gráfica con el eje X, en caso de que éstos existan. (3 pts.)

f) Determine el punto de intersección de su gráfica con el eje Y. (2 pts.)

g) Determine su Dominio y Recorrido. (3 pts.)

h) Esboce la gráfica de la función y su eje de simetría. Destaque el punto que corresponde al vértice de la parábola y los puntos donde ésta intersecta a los ejes del sistema coordenado. (3 pts.)

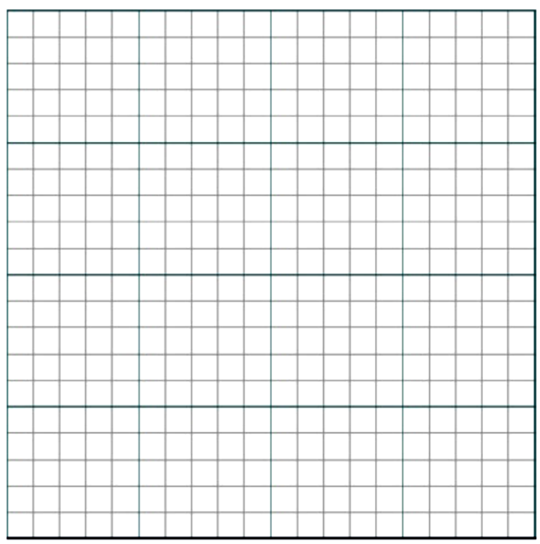
2) **Considere la función** $f(x) = -x^2 + 4x$.

a) Calcule su discriminante. ¿Qué indica el valor del discriminante obtenido con respecto al número de ceros de esta función? (2 pts.)

b) Identifique tipo de concavidad de su gráfica justificando su respuesta. (1 pto.)

c) Determine las coordenadas del vértice de su gráfica. (2 pts.)

d) Esboce la gráfica de la función destacando el punto que corresponde al vértice. (2 pts.)



Segunda parte (18 pts.)

3) Suponga que desde el suelo se lanza una pelota hacia arriba. La altura h de la pelota en cada instante t está dada por la función:

$$h(t) = -4t^2 + 24t,$$

donde $h(t)$ se mide en cm y el tiempo t se mide en segundos.

a) ¿Cuántos segundos tarda la pelota en alcanzar su altura máxima? (3 pts.)

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? (3 pts.)

c) ¿Cuál es el tiempo de vuelo de la pelota? (3 pts.)

4) En momentos de crisis económica una compañía no desea tener pérdidas. La variable x representa las unidades de productos vendidos, la utilidad U que se obtiene está dada por la función:

$$U(x) = -x^2 + 8x - 12.$$

a) ¿Para qué valores de x no hay pérdidas ni utilidades? ($U(x) = 0$). (3 pts.)

b) ¿Cuántas unidades de productos se deben vender para alcanzar el máximo de utilidades posibles? (3 pts.)

c) ¿Cuál es la utilidad máxima que puede generar la empresa? (3 pts.)

7.7 Tablero de Fermat Actividad 1

Liceo Bicentenario Los Ángeles A-59
Departamento de Matemática — Nota:

Tablero de Fermat

—Actividad 1—

3er año medio

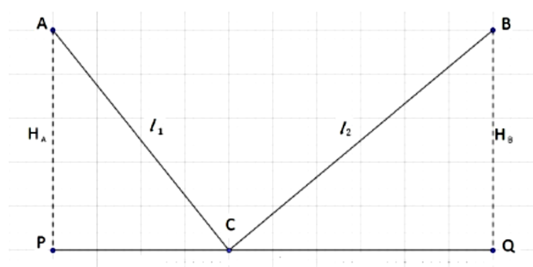
Nombres:______________________________________ **Fecha**:______. **Puntaje Total**:
______________________________________ **Puntaje Obtenido**:____

Instrucciones: Trabajando en parejas, desarrollen cada una de las siguientes actividades y respondan las preguntas planteadas. Al término de la actividad deberán entregar al profesor una de las copias de la guía con los desarrollos solicitados. Esta actividad será evaluada con un 60 % de exigencia. Las respuestas a las preguntas pueden ser anexadas en una hoja o escritas al reverso de estas hojas.

- **Objetivo**: Resolver un problema por medio de la representación de una situación en contexto utilizando materiales concretos.
- **Contenidos**: Representación de situaciones en contexto. Optimización.
- **Conceptos previos**: Medición, gráficos en el plano cartesiano.
- **Materiales:** 3 hojas de papel milimetrado, regla, lápiz grafito y goma.

1. Problema

Se debe ubicar un transformador C en algún punto del tendido eléctrico $\overline{PQ}$ para llevar electricidad a las casas A y B como se muestra en la figura,



donde:

- ℓ_1 es la distancia desde la casa A hasta el transformador C.
- ℓ_2 es la distancia desde la casa B hasta el transformador C.
- H_A y H_B representan las distancias de las casas A y B a los postes P y Q respectivamente.

Los segmentos $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ son perpendiculares a $\overline{PQ}$. **Se debe determinar la ubicación del punto C de modo que la distancia**

$$\ell = \ell_1 + \ell_2$$

sea la menor posible.

2. Actividades

a) Considerando el segmento $\overline{PQ}$ de medida 10 cm, realicen un dibujo esquemático del problema en las hojas milimetradas para cada uno de los siguientes casos:

- $H_A = H_B$
- $H_A > H_B$
- $H_A < H_B$

Ustedes deciden donde ubicar los puntos A y B en cada caso, cuidando que se cumplan las condiciones del problema. Por razones prácticas H_A y H_B no deben medir más de 5 cm.

b) Para cada uno de los casos, gradúen el segmento $\overline{PQ}$ desde 0 a 10 cm (centímetro por centímetro) y luego ubiquen el punto C en cada una de estas posiciones. Midan las distancias ℓ_1 y ℓ_2 con regla y registren los resultados en la siguiente tabla:

	$H_A = H_B$				$H_A > H_B$				$H_A < H_B$			
C	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$	ℓ_1	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$\ell_1^2+\ell_2^2$
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												

c) Para cada caso, consideren un plano cartesiano donde el eje horizontal represente la ubicación del transformador C y el eje vertical represente la suma de las distancias ℓ_1 y ℓ_2. Grafiquen los puntos $(C,\ \ell_1+\ell_2)$.

d) Para cada caso, consideren un plano cartesiano donde el eje horizontal represente la ubicación del transformador C y el eje vertical represente la suma de ℓ_1^2 con ℓ_2^2. En una hoja milimetrada Grafiquen los puntos $(C,\ \ell_1^2+\ell_2^2)$.

3. Conclusiones

a) ¿Es lineal la relación que existe entre las variables C y $\ell_1+\ell_2$? ¿Por qué?

b) ¿Es lineal la relación que existe entre las variables C y $\ell_1^2+\ell_2^2$? ¿Por qué?

c) Para cada caso, indiquen en qué lugar debe ubicarse el transformador C para resolver el problema planteado inicialmente.

d) Comparen las columnas $\ell_1+\ell_2$ y $\ell_1^2+\ell_2^2$ de la tabla y los gráficos de los puntos $(C,\ \ell_1+\ell_2)$ y $(C,\ \ell_1^2+\ell_2^2)$ ¿Qué puede decir sobre los valores mínimos de $\ell_1+\ell_2$ y $\ell_1^2+\ell_2^2$ con respecto a la ubicación del punto C?

7.8 Tablero de Fermat Actividad 2

Liceo Bicentenario Los Ángeles A-59
Departamento de Matemática — Nota:

Tablero de Fermat

—Actividad 2—

3er año medio

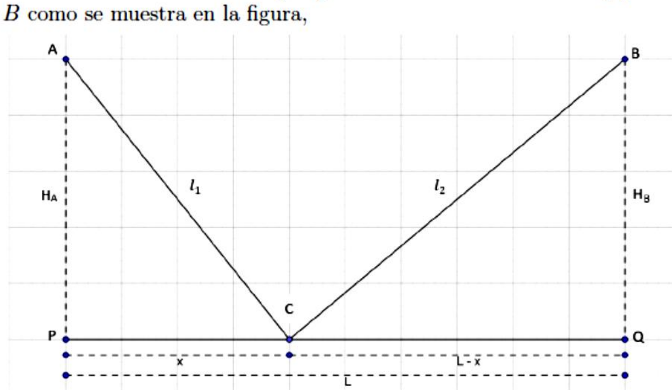
Nombres:____________________________________ **Fecha:**_____. **Puntaje Total:**
____________________________________ **Puntaje Obtenido:**____

Instrucciones: Trabajando en parejas, desarrollen cada una de las siguientes actividades y respondan las preguntas planteadas. Al término de la actividad deberán entregar al profesor una de las copias de la guía con los desarrollos solicitados. Esta actividad será evaluada con un 60 % de exigencia.

- **Objetivo**: Asociar la recopilación de datos obtenidos de forma experimental con una función cuadrática, como modelo matemático de la situación.
- **Contenidos**: Definición función cuadrática, gráfica de la función cuadrática (parábola), vértice de la parábola, modelización con función cuadrática.
- **Conceptos previos**: Teorema de Pitágoras, gráfica de una función en el plano cartesiano.
- **Materiales:** 3 hojas de papel milimetrado, calculadora, lápiz grafito y goma.

1. Problema

Se debe ubicar un transformador C en algún punto del tendido eléctrico $\overline{PQ}$ para llevar electricidad a las casas A y B como se muestra en la figura,



donde:

- ℓ_1 y ℓ_2 son las distancia desde las casas A y B hasta C, respectivamente.
- L es la distancia entre dos postes del tendido eléctrico P y Q.
- H_A y H_B representan las distancias de las casas A y B a los postes P y Q respectivamente.
- La variable x es la distancia entre P y C.

Los segmentos $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ son perpendiculares a $\overline{PQ}$. **Se debe determinar la ubicación del punto C de modo que la distancia**

$$\ell(x) = \ell_1(x) + \ell_2(x)$$

sea la menor posible.

2. Actividades

a. Usando el Teorema de Pitágoras, expresen las medidas ℓ_1 y ℓ_2 como funciones de la variable x, considerando que para cada caso los valores de H_A, H_B, y L son constantes.

b. Simplifiquen la expresión $\ell_1^2 + \ell_2^2$.

c. ¿Es lo mismo minimizar la función $\ell_1 + \ell_2$ que la función $\ell_1^2 + \ell_2^2$? ¿por qué?. ¿Con cuál de las dos funciones crees que es más sencillo trabajar? ¿por qué?.

Llamaremos:

$$f(x) = \ell_1^2(x) + \ell_2^2(x).$$

d. Evalúen la función $f(x)$ para $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ en cada caso. Comparen estos valores con los obtenidos en la tabla de la Actividad 1, ¿qué pueden observar?

e. Grafiquen la función $f(x)$ en cada caso.

f. Para cada caso, indiquen en qué lugar debe ubicarse el transformador C para resolver el problema planteado al inicio. Comparen estas respuestas con las dadas en la Actividad 1.

7.9 Tablero de Fermat Actividad 3

Liceo Bicentenario Los Ángeles A-59
Departamento de Matemática — Nota:

Tablero de Fermat

—Actividad 3—

3er año medio

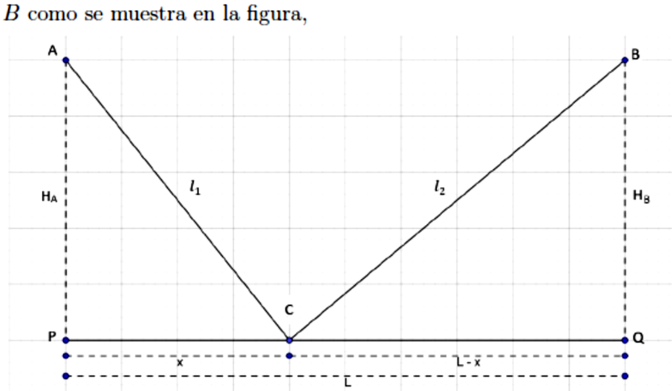
Nombres:__________________________________ **Fecha:**_____. **Puntaje Total:**
__________________________________ **Puntaje Obtenido:**____

Instrucciones: Trabajando en parejas, desarrollen cada una de las siguientes actividades y respondan las preguntas planteadas. Al término de la actividad deberán entregar al profesor una de las copias de la guía con los desarrollos solicitados. Esta actividad será evaluada con un 60 % de exigencia.

- **Objetivo**: Asociar la recopilación de datos obtenidos de forma experimental con una función cuadrática, como modelo matemático de la situación utilizando un software matemático.
- **Contenidos**: Definición función cuadrática, gráfica de la función cuadrática (parábola), vértice de la parábola, modelización con función cuadrática.
- **Materiales:** 1 hoja de papel milimetrado, computador, software graficador de funciones cuadráticas.

1. Problema

Se debe ubicar un transformador C en algún punto del tendido eléctrico $\overline{PQ}$ para llevar electricidad a las casas A y B como se muestra en la figura,



donde:

- ℓ_1 y ℓ_2 son las distancia desde las casas A y B hasta C, respectivamente.
- L es la distancia entre dos postes del tendido eléctrico P y Q.
- H_A y H_B representan las distancias de las casas A y B a los postes P y Q respectivamente.
- La variable x es la distancia entre P y C.

Los segmentos $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ son perpendiculares a $\overline{PQ}$. **Se debe determinar la ubicación del punto C de modo que la distancia**

$$\ell(x) = \ell_1(x) + \ell_2(x)$$

sea la menor posible.

2. Actividades

Indicación: Use este link

http://www.zweigmedia.com/MundoReal/functions/func.html

para acceder al software graficador.

a. Para cada uno de los casos $H_A = H_B$, $H_A > H_B$ y $H_A < H_B$, grafique las funciones $f(x)$ obtenidas en el punto **d** de la ACTIVIDAD 2.

Ejemplo: Para graficar la función $f(x) = 2x^2 - 20x + 150$ escriba en el cuadro rosado del software $y_1 = 2x$ˆ2-20x+150 y ajuste la gráfica en el cuadro lila para $Xmin = 0$ y $Xmax = 10$

b. Compare las gráficas generadas por el software con las que usted construyó en el punto **e** de la ACTIVIDAD 2.

- ¿Existe alguna similitud? ¿Cuál(es)?
- ¿Existe alguna diferencia? ¿Cuál(es)?

c. Reconstruya las tablas elaboradas en el punto **d** de la ACTIVIDAD 2 usando el cuadro verde del software.

d. Para cada caso, usando el software, responda el problema planteado inicialmente: ¿En qué posición debe ubicarse el punto C para que la suma de las distancias ℓ_1 y ℓ_2 sea la mínima?.

7.10 Calendario de las intervenciones para el grupo Experimental y el grupo Control

Grupo Experimental			
Clase n°	Fecha	Horas Pedag.	Actividades
1	03.10	1	- Aplicación del Pre Test de Motivación hacia la matemática. - Aplicación del Pre Test de Percepción de Utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura.
-	09.10	-	Sin clases
2	10.10	2	- Aplicación del Pre Test de conocimientos previos sobre funciones y ecuación cuadrática.
3	16.10	-	Sin clases
4	17.10	2	- Inicio "Tablero de Fermat" Actividad 1. Parte 1.
5	23.10	2	- "Tablero de Fermat" Actividad 1. Parte 2.
6	24.10	2	- "Tablero de Fermat" Actividad 2. Parte 1.
7	30.10	2	- "Tablero de Fermat" Actividad 2. Parte 2. - "Tablero de Fermat" Actividad 3.
8	31.10	2	- Trabajo guía de materia
9	06.11	2	- Desarrollo guía de trabajo sobre la función cuadrática.
10	07.11	2	- Desarrollo guía de trabajo sobre la función cuadrática.
11	08.11	2	- Prueba sobre la función cuadrática.
12	08.11	1	- Aplicación del Post Test de Motivación hacia la matemática. - Aplicación del Post Test de percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura.

Grupo Control			
Clase n°	Fecha	Horas Pedag.	Actividad (s)
1	05.10	1	- Aplicación del Pre Test de motivación hacia la matemática. - Aplicación del Pre Test de Percepción de Utilidad en la vida diaria y para la vida laboral futura.
2	12.10	2	- Aplicación del Pre Test de conocimientos previos sobre funciones y ecuación cuadrática.
3	18.10	2	- Graficar funciones cuadráticas.
4	19.10	2	- Graficar funciones cuadráticas destacando sus elementos característicos.
5	25.10	2	- Dominio y Recorrido de una función cuadrática. - Aplicaciones de la función cuadrática.
6	26.10	2	- Desarrollo guía de trabajo sobre la función cuadrática.
-	01.11	-	Sin clases.
7	02.11	2	- Prueba sobre la función cuadrática.
8	08.11	1	- Aplicación del Test de Motivación hacia la matemática. - Aplicación del Test de percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura.

7.11 Resultados Pre Test sobre funciones y ecuación cuadrática en el GC

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10	P.11	P.12	P.13	P.14	P.15	P.16	Puntaje	Nota
Estudiante 1	3	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	15	2,6
Estudiante 2	3	0	0	3	0	0	0	0	3	3	3	0	3	0	0	0	18	2,9
Estudiante 3	3	0	3	0	3	0	3	3	3	3	0	3	3	0	3	3	33	4,7
Estudiante 4	3	3	0	3	0	0	0	3	3	0	0	0	3	3	3	0	24	3,5
Estudiante 5	3	0	3	3	0	0	0	3	3	0	3	0	3	0	3	3	27	3,8
Estudiante 6	3	3	0	3	0	3	3	0	3	3	3	0	0	3	0	3	30	4,2
Estudiante 7	3	0	0	3	0	3	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	18	2,9
Estudiante 8	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	3	12	2,3
Estudiante 9	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	0	9	1,9
Estudiante 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	0	9	1,9
Estudiante 11	3	0	3	0	0	0	3	3	0	0	0	3	0	0	0	0	15	2,6
Estudiante 12	3	0	0	3	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0	3	15	2,6
Estudiante 13	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	24	3,5
Estudiante 14	0	0	0	3	0	0	0	3	3	3	3	0	0	3	3	0	21	3,2
Estudiante 15	3	0	0	3	0	0	0	0	3	0	3	0	3	0	0	0	15	2,6
Estudiante 16	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	0	9	1,9
Estudiante 17	0	3	0	3	3	0	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	27	3,8
Estudiante 18	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	42	6,1
Estudiante 19	3	0	0	3	0	0	0	3	3	3	3	0	3	0	3	3	27	3,8
Estudiante 20	3	3	3	3	0	0	3	3	3	0	3	0	3	0	3	0	30	4,2
Estudiante 21	3	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	12	2,3
Estudiante 22	0	3	0	3	3	0	0	0	0	3	0	0	3	3	0	0	18	2,9
Estudiante 23	3	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	3	0	3	3	33	4,7
Estudiante 24	0	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	12	2,3
Estudiante 25	3	0	0	3	3	0	3	0	0	0	3	3	0	0	0	0	18	2,9
Estudiante 26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	0	0	0	6	1,6
Estudiante 27	3	0	0	3	0	0	0	0	3	0	3	0	3	0	0	0	15	2,6
Estudiante 28	0	0	0	3	3	0	0	3	3	3	3	0	3	3	0	0	24	3,5
Estudiante 29	3	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	3	3	0	3	18	2,9
Estudiante 30	3	3	0	3	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	15	2,6
Estudiante 31	3	0	3	3	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	3	0	30	4,2
Estudiante 32	3	0	3	3	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	15	2,6
Estudiante 33	3	3	0	3	0	3	3	0	3	3	3	0	3	3	0	0	30	4,2
Estudiante 34	0	0	0	3	3	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	15	2,6
Estudiante 35	0	3	0	3	3	0	3	0	3	0	3	3	3	3	3	3	33	4,7

7.12 Resultados Pre Test sobre funciones y ecuación cuadrática en el GE

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10	P.11	P.12	P.13	P.14	P.15	P.16	Ptje.	Nota
Estudiante 1	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	0	42	6,1
Estudiante 2	0	3	0	3	3	3	0	3	3	0	3	3	3	3	3	0	33	4,7
Estudiante 3	3	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	3	3	0	39	5,6
Estudiante 4	3	0	3	3	3	3	0	0	3	0	3	0	0	3	3	3	30	4,2
Estudiante 5	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3	3	0	3	3	3	0	39	5,6
Estudiante 6	3	0	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	0	30	4,2
Estudiante 7	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	42	6,1
Estudiante 8	0	3	0	3	3	3	0	3	3	0	0	3	3	3	3	0	30	4,2
Estudiante 9	3	0	0	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	39	5,6
Estudiante 10	3	3	0	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	0	39	5,6
Estudiante 11	3	0	0	3	3	0	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	27	3,8
Estudiante 12	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	0	27	3,8
Estudiante 13	3	3	0	3	3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	0	39	5,6
Estudiante 14	3	3	0	3	3	3	0	3	3	0	3	3	3	3	3	0	36	5,1
Estudiante 15	3	3	0	3	3	3	3	0	3	0	3	0	0	0	3	0	27	3,8
Estudiante 16	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	3	0	3	3	3	0	30	4,2
Estudiante 17	3	0	0	3	3	3	0	0	3	0	0	3	3	3	3	0	27	3,8
Estudiante 18	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3	0	3	42	6,1
Estudiante 19	3	0	0	3	0	3	0	0	0	3	3	0	3	0	3	0	21	3,2
Estudiante 20	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	48	7,0
Estudiante 21	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	48	7,0
Estudiante 22	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	45	6,5
Estudiante 23	3	0	3	0	0	3	3	3	0	0	3	3	0	3	3	3	30	4,2
Estudiante 24	0	3	0	3	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	3	0	15	2,6
Estudiante 25	3	3	3	3	3	3	3	0	3	0	3	3	3	3	3	3	42	6,1
Estudiante 26	3	0	0	3	3	3	0	0	3	0	3	3	3	3	3	0	30	4,2
Estudiante 27	3	0	3	3	3	3	0	3	0	0	3	0	3	0	0	0	24	3,5
Estudiante 28	0	0	0	3	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	3	0	24	3,5
Estudiante 29	3	3	3	3	3	0	3	0	3	3	3	3	3	3	3	0	39	5,6
Estudiante 30	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3	3	3	0	27	3,8
Estudiante 31	3	0	3	3	3	0	0	0	3	0	3	0	3	0	0	0	21	3,2
Estudiante 32	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	3	0	0	3	3	0	27	3,8
Estudiante 33	3	3	3	3	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	0	36	5,1
Estudiante 34	3	0	0	3	0	3	0	0	0	3	3	0	3	0	3	0	21	3,2
Estudiante 35	3	3	3	3	0	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	0	39	5,6
Estudiante 36	3	3	0	3	3	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	0	33	4,7

7.13 Resultados Pre Test de Motivación hacia la matemática en el GC

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10	P.11	Ptje.
Estudiante 1	1	1	1	1	1	4	2	2	1	1	3	18
Estudiante 2	2	1	1	3	1	1	5	5	3	3	4	29
Estudiante 3	4	4	5	5	5	4	5	5	4	5	5	51
Estudiante 4	3	4	4	5	2	2	2	2	2	4	5	35
Estudiante 5	3	3	2	4	2	5	5	5	3	4	5	41
Estudiante 6	3	2	1	3	2	3	2	2	1	2	3	24
Estudiante 7	2	2	2	3	2	2	4	4	3	2	3	29
Estudiante 8	1	2	1	5	3	5	1	2	1	1	4	26
Estudiante 9	1	2	1	3	1	3	1	2	1	3	4	22
Estudiante 10	4	3	3	5	3	5	2	2	2	4	5	38
Estudiante 11	3	3	2	5	1	2	1	1	3	5	5	31
Estudiante 12	5	3	3	4	3	3	2	2	3	5	5	38
Estudiante 13	4	3	3	5	2	5	5	5	2	3	4	41
Estudiante 14	2	2	2	4	2	1	1	4	1	1	5	25
Estudiante 15	4	4	2	4	4	5	4	2	4	4	5	42
Estudiante 16	1	1	1	3	1	2	1	2	1	2	3	18
Estudiante 17	2	1	1	3	2	3	2	4	2	1	4	25
Estudiante 18	5	5	4	5	5	4	4	5	4	5	5	51
Estudiante 19	3	2	3	4	3	4	4	5	3	4	5	40
Estudiante 20	5	5	4	5	4	4	2	2	4	4	5	44
Estudiante 21	1	1	1	3	1	4	1	1	1	1	5	20
Estudiante 22	3	2	2	4	3	4	1	4	3	3	5	34
Estudiante 23	4	3	3	4	2	3	3	3	3	4	4	36
Estudiante 24	3	2	1	4	5	4	1	3	1	3	4	31
Estudiante 25	4	3	5	5	5	5	2	3	3	5	5	45
Estudiante 26	1	1	1	3	1	3	2	2	1	3	4	22
Estudiante 27	4	3	2	5	1	5	4	4	3	4	5	40
Estudiante 28	3	3	2	5	2	4	1	2	2	3	5	32
Estudiante 29	2	2	2	3	1	3	1	1	1	3	4	23
Estudiante 30	2	1	1	4	1	2	1	3	1	3	5	24
Estudiante 31	4	4	3	4	3	4	4	4	3	4	5	42
Estudiante 32	4	4	3	4	1	3	3	4	3	5	5	39
Estudiante 33	4	3	5	5	2	5	5	5	2	4	5	45
Estudiante 34	3	2	4	5	3	5	2	3	2	1	5	35
Estudiante 35	4	2	5	4	4	5	4	3	4	5	5	45

7.14 Resultados Pre Test de Motivación hacia la matemática en el GE

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10	P.11	Ptje.
Estudiante 1	3	3	3	5	3	3	2	2	3	3	4	34
Estudiante 2	3	2	1	4	1	3	1	1	1	1	4	22
Estudiante 3	3	3	4	5	3	4	1	2	3	3	5	36
Estudiante 4	4	4	4	5	3	5	4	4	3	4	5	45
Estudiante 5	4	4	4	5	5	3	4	5	3	3	5	45
Estudiante 6	3	3	4	4	4	5	1	2	3	3	4	36
Estudiante 7	5	5	4	4	3	5	4	4	3	3	5	45
Estudiante 8	3	3	4	4	3	4	2	4	1	4	5	37
Estudiante 9	5	5	4	4	5	5	3	3	4	4	5	47
Estudiante 10	4	4	3	3	2	4	4	3	4	4	5	40
Estudiante 11	4	4	3	4	3	3	4	4	2	4	4	39
Estudiante 12	4	4	3	5	3	4	2	2	3	4	4	38
Estudiante 13	5	4	4	5	3	3	5	5	4	3	5	46
Estudiante 14	3	3	3	5	1	5	4	5	4	2	3	38
Estudiante 15	4	3	3	4	1	4	3	4	2	3	5	36
Estudiante 16	4	4	4	5	3	4	4	4	4	4	5	45
Estudiante 17	4	4	3	3	4	3	3	2	3	3	5	37
Estudiante 18	2	3	4	4	2	4	4	2	2	1	4	32
Estudiante 19	3	2	2	3	3	4	3	3	2	4	4	33
Estudiante 20	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
Estudiante 21	4	3	3	5	3	4	4	3	4	4	5	42
Estudiante 22	5	5	4	5	5	5	3	4	5	5	5	51
Estudiante 23	4	3	3	4	4	4	2	3	3	3	5	38
Estudiante 24	2	1	1	3	3	3	4	3	2	3	4	29
Estudiante 25	4	3	4	5	3	5	2	4	3	4	5	42
Estudiante 26	3	3	2	4	3	4	4	3	3	3	4	36
Estudiante 27	3	4	3	4	4	4	4	4	3	3	4	40
Estudiante 28	1	2	2	4	2	4	1	2	2	3	4	27
Estudiante 29	4	3	3	4	4	4	4	5	3	4	5	43
Estudiante 30	5	5	5	5	4	5	3	5	2	1	3	43
Estudiante 31	5	5	4	5	4	4	3	5	3	4	5	47
Estudiante 32	4	3	3	5	4	4	3	4	3	4	5	42
Estudiante 33	1	1	1	4	3	5	1	2	2	1	2	23
Estudiante 34	5	4	4	5	4	4	3	3	3	4	4	43
Estudiante 35	4	4	4	5	4	5	3	2	4	4	5	44
Estudiante 36	5	5	4	5	4	4	3	4	4	4	5	47

7.15 Resultados Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GC

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	Ptje.
Estudiante 1	2	4	2	1	1	4	2	2	1	19
Estudiante 2	3	3	4	4	3	1	4	3	2	27
Estudiante 3	5	5	5	5	4	5	5	5	3	42
Estudiante 4	2	4	2	3	4	3	4	2	5	29
Estudiante 5	3	4	4	4	5	4	5	4	5	38
Estudiante 6	1	4	1	4	4	4	4	1	4	27
Estudiante 7	3	3	3	2	3	1	4	4	1	24
Estudiante 8	3	5	3	5	4	5	5	3	3	36
Estudiante 9	3	5	4	5	4	3	4	3	4	35
Estudiante 10	4	5	4	4	4	3	5	3	4	36
Estudiante 11	4	5	2	5	3	5	5	3	4	36
Estudiante 12	4	5	4	4	4	5	5	3	4	38
Estudiante 13	3	5	3	5	5	5	5	5	5	41
Estudiante 14	4	5	3	2	2	1	3	4	2	26
Estudiante 15	5	5	4	4	5	3	5	4	4	39
Estudiante 16	2	5	2	3	2	1	4	1	2	22
Estudiante 17	3	3	3	3	4	1	4	4	4	29
Estudiante 18	4	5	5	5	3	5	5	5	5	42
Estudiante 19	3	4	2	4	4	3	5	4	4	33
Estudiante 20	4	5	4	5	5	5	5	4	5	42
Estudiante 21	4	5	4	4	3	2	3	3	4	32
Estudiante 22	4	5	4	4	4	3	4	4	5	37
Estudiante 23	3	5	4	4	3	4	4	3	4	34
Estudiante 24	4	5	3	4	4	3	3	3	3	32
Estudiante 25	5	5	5	5	4	5	5	5	5	44
Estudiante 26	1	4	1	2	3	3	4	3	2	23
Estudiante 27	2	4	4	3	3	5	5	4	5	35
Estudiante 28	4	5	4	4	4	5	4	5	4	39
Estudiante 29	4	5	4	4	4	3	4	3	3	34
Estudiante 30	4	4	5	4	5	4	3	4	4	37
Estudiante 31	3	4	3	4	4	4	4	4	4	34
Estudiante 32	3	4	3	1	3	2	3	4	2	25
Estudiante 33	3	5	4	5	5	5	5	5	5	42
Estudiante 34	5	5	5	5	4	4	5	3	4	40
Estudiante 35	4	5	2	4	5	5	4	4	5	38

7.16 Resultados Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GE

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	Ptje.
Estudiante 1	3	3	4	3	4	2	3	4	3	29
Estudiante 2	3	5	3	3	5	1	3	2	1	26
Estudiante 3	5	4	4	3	3	4	4	4	5	36
Estudiante 4	5	5	4	5	5	5	5	3	5	42
Estudiante 5	4	5	3	5	5	4	4	3	3	36
Estudiante 6	4	4	5	3	4	3	4	5	4	36
Estudiante 7	5	3	4	3	4	3	4	4	4	34
Estudiante 8	4	3	4	4	3	4	4	2	3	31
Estudiante 9	4	5	5	3	5	5	4	4	5	40
Estudiante 10	4	3	4	3	4	3	4	3	3	31
Estudiante 11	3	4	4	4	5	4	4	5	5	38
Estudiante 12	4	5	3	4	4	4	4	3	4	35
Estudiante 13	3	5	4	3	4	3	4	3	4	33
Estudiante 14	3	3	3	2	3	2	5	3	2	26
Estudiante 15	4	4	5	3	5	2	4	4	4	35
Estudiante 16	4	4	4	3	4	2	4	4	3	32
Estudiante 17	4	3	4	2	3	3	4	4	3	30
Estudiante 18	5	5	4	5	5	5	5	5	5	44
Estudiante 19	3	4	3	3	3	3	4	3	4	30
Estudiante 20	5	5	5	5	5	5	5	5	5	45
Estudiante 21	3	4	3	4	4	3	5	4	4	34
Estudiante 22	5	5	4	4	4	5	5	5	5	42
Estudiante 23	4	4	4	3	5	4	4	5	5	38
Estudiante 24	3	2	2	2	4	3	4	4	4	28
Estudiante 25	4	5	4	5	5	4	5	4	5	41
Estudiante 26	4	5	4	4	5	3	5	3	4	37
Estudiante 27	4	4	4	3	4	3	3	3	4	32
Estudiante 28	3	3	2	2	4	2	2	1	2	21
Estudiante 29	4	5	4	4	4	2	4	4	5	36
Estudiante 30	5	5	4	5	5	3	5	3	5	40
Estudiante 31	4	5	3	4	4	3	5	3	5	36
Estudiante 32	3	4	3	4	5	4	3	3	4	33
Estudiante 33	3	4	3	4	3	4	4	4	4	33
Estudiante 34	5	5	4	4	4	5	4	4	5	40
Estudiante 35	5	5	4	5	4	5	4	4	5	41
Estudiante 36	4	5	4	4	4	4	5	4	5	39

7.17 Resultados Post Test sobre la función cuadrática en el GC

Identificación	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.6	I.7	I.8	I.9	I.10	I.11	I.12	I.13	I.14	I.15	I.16	I.17	I.18	I.19	I.20	Ptje.	Nota
Estudiante 1	1	0	0	0	3	2	1	2	1	0	2	1	0	0	3	3	3	3	3	3	31	4,9
Estudiante 2	1	2	2	2	0	2	1	2	0	0	2	1	2	2	3	0	0	0	0	0	22	3,6
Estudiante 3	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 4	1	2	0	2	3	2	1	0	1	0	2	1	2	0	3	0	3	3	3	3	32	5,1
Estudiante 5	1	2	0	0	3	2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	3	3	0	0	0	16	2,9
Estudiante 6	1	2	0	0	3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3	3	3	0	0	0	17	3,0
Estudiante 7	1	2	2	2	0	2	1	2	0	0	2	1	2	0	3	3	3	0	3	3	32	5,1
Estudiante 8	1	2	0	2	3	2	1	2	1	0	2	1	0	0	3	3	0	0	0	0	23	3,7
Estudiante 9	1	2	0	0	0	2	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	2,0
Estudiante 10	1	2	0	2	3	0	1	0	0	0	2	1	2	0	3	3	3	0	3	3	29	4,6
Estudiante 11	1	2	2	0	0	2	1	0	0	0	0	1	2	0	3	3	3	0	0	0	20	3,3
Estudiante 12	1	2	2	2	0	2	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	0	35	5,6
Estudiante 13	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	0	0	3	3	3	3	3	3	37	6,0
Estudiante 14	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	2	0	3	3	3	0	3	3	36	5,8
Estudiante 15	1	2	2	2	3	2	1	0	1	0	2	1	2	2	3	3	3	0	0	0	30	4,7
Estudiante 16	1	2	2	0	3	2	1	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	14	2,6
Estudiante 17	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	6	1,7
Estudiante 18	1	2	2	2	3	2	1	0	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 19	1	2	2	2	3	2	1	0	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 20	1	2	2	2	0	2	1	0	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	38	6,1
Estudiante 21	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	2	2	3	0	3	0	3	3	22	3,6
Estudiante 22	1	2	2	0	3	2	1	0	1	0	0	1	2	0	3	3	3	0	3	3	30	4,7
Estudiante 23	1	2	2	2	3	2	0	2	1	0	0	1	2	0	3	3	3	0	3	0	30	4,7
Estudiante 24	1	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	1,7
Estudiante 25	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	43	7,0
Estudiante 26	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	1,5
Estudiante 27	1	2	0	2	3	2	1	0	1	0	2	1	0	0	3	3	3	0	3	3	30	4,7
Estudiante 28	1	2	2	0	0	2	1	2	1	2	0	1	2	2	3	3	3	3	3	3	36	5,8
Estudiante 29	1	2	2	2	3	2	1	2	0	0	2	1	0	0	3	3	3	0	0	0	27	4,2
Estudiante 30	1	2	2	0	3	2	1	0	1	0	2	1	2	0	3	3	3	3	3	3	35	5,6
Estudiante 31	1	2	2	2	0	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	0	3	3	37	6,0
Estudiante 32	1	2	2	0	3	2	1	0	1	2	0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	19	3,2
Estudiante 33	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	0	0	3	3	3	3	3	3	37	6,0
Estudiante 34	1	2	2	2	3	2	1	0	1	0	0	1	0	0	3	3	3	0	3	0	27	4,2
Estudiante 35	1	2	2	2	0	2	1	0	1	2	2	1	2	2	3	0	3	3	3	3	35	5,6

7.18 Resultados Post Test sobre la función cuadrática en el GE

Identificación	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.6	I.7	I.8	I.9	I.10	I.11	I.12	I.13	I.14	I.15	I.16	I.17	I.18	I.19	I.20	Ptje.	Nota
Estudiante 1	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 2	1	2	2	2	3	2	1	0	1	0	0	1	0	0	3	3	3	0	3	0	27	4,2
Estudiante 3	1	2	2	2	0	2	1	2	1	0	2	1	0	0	3	0	3	3	3	0	28	4,4
Estudiante 4	1	2	0	2	0	2	1	0	1	0	2	1	0	0	3	3	3	3	0	0	24	3,8
Estudiante 5	1	2	2	2	3	2	1	0	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 6	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	0	0	0	3	3	3	3	3	0	35	5,6
Estudiante 7	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	0	3	3	40	6,5
Estudiante 8	1	2	2	2	3	0	1	2	1	0	2	1	0	0	3	0	3	0	0	0	23	3,7
Estudiante 9	1	2	2	2	0	2	1	0	1	0	2	1	0	0	3	3	3	3	3	3	32	5,1
Estudiante 10	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	43	7,0
Estudiante 11	1	2	2	0	3	2	1	2	1	2	0	1	2	2	3	3	3	0	3	3	36	5,8
Estudiante 12	1	2	0	0	0	2	1	0	0	0	0	1	0	0	3	3	3	0	0	0	16	2,9
Estudiante 13	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 14	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	41	6,7
Estudiante 15	1	2	2	2	0	2	1	0	0	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	0	32	5,1
Estudiante 16	1	2	2	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	0	3	0	3	0	0	0	15	2,7
Estudiante 17	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	0	1	2	0	0	0	0	3	3	3	30	4,7
Estudiante 18	1	2	2	2	3	2	0	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	0	37	6,0
Estudiante 19	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	3	3	0	0	0	15	2,7
Estudiante 20	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	43	7,0
Estudiante 21	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	43	7,0
Estudiante 22	1	2	2	2	3	2	1	2	1	2	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	43	7,0
Estudiante 23	1	2	2	0	3	2	0	2	1	0	0	1	0	0	3	3	3	3	0	0	26	4,0
Estudiante 24	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	3	0	0	0	0	9	2,0
Estudiante 25	1	2	2	2	0	0	1	0	1	0	2	1	2	0	3	3	3	0	0	0	23	3,7
Estudiante 26	1	2	2	0	0	2	1	2	1	0	0	1	2	2	3	3	3	0	3	3	31	4,9
Estudiante 27	1	0	0	0	0	2	1	2	0	0	0	1	0	0	3	0	3	0	0	0	13	2,5
Estudiante 28	1	2	0	2	3	0	1	0	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	13	2,5
Estudiante 29	1	2	2	2	3	2	0	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	0	37	6,0
Estudiante 30	1	2	0	0	3	2	1	0	0	0	0	1	0	0	3	3	3	0	3	3	25	3,9
Estudiante 31	1	2	2	2	3	2	1	0	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	3	39	6,3
Estudiante 32	1	2	2	0	3	2	1	0	1	0	0	1	0	0	3	0	3	0	0	0	19	3,2
Estudiante 33	1	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3	3	3	0	3	0	17	3,0
Estudiante 34	1	2	2	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	2,0
Estudiante 35	1	2	2	2	3	2	1	2	1	0	0	1	2	2	3	3	3	3	3	3	39	6,3
Estudiante 36	1	2	2	2	3	2	1	0	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	3	0	36	5,8

7.19 Resultados Post Test de Motivación hacia la matemática en el GC

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10	P.11	Ptje.
Estudiante 1	1	1	1	3	1	3	2	2	1	2	4	21
Estudiante 2	3	2	1	2	1	2	4	4	3	4	4	30
Estudiante 3	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	54
Estudiante 4	4	3	4	5	3	3	1	2	4	5	5	39
Estudiante 5	4	3	3	5	2	4	4	5	3	5	5	43
Estudiante 6	2	2	2	4	2	4	1	1	1	2	4	25
Estudiante 7	3	2	3	4	2	3	4	4	4	4	4	37
Estudiante 8	2	2	1	5	3	4	3	3	1	3	4	31
Estudiante 9	2	3	3	4	3	3	1	1	2	3	5	30
Estudiante 10	4	3	3	5	3	5	3	4	2	4	5	41
Estudiante 11	3	2	3	4	1	4	2	2	3	2	3	29
Estudiante 12	5	4	4	3	3	3	1	3	3	5	5	39
Estudiante 13	5	4	3	5	1	5	5	5	4	3	5	45
Estudiante 14	3	3	3	2	1	1	3	3	3	2	4	28
Estudiante 15	5	5	4	4	5	4	2	4	3	2	4	42
Estudiante 16	1	1	1	3	1	2	1	1	1	1	3	16
Estudiante 17	2	2	2	3	3	3	2	5	2	2	2	28
Estudiante 18	5	5	4	5	5	4	3	4	4	5	5	49
Estudiante 19	3	3	4	4	3	4	4	5	2	5	5	42
Estudiante 20	4	4	4	5	4	4	3	5	4	5	5	47
Estudiante 21	4	2	2	4	2	3	2	2	2	2	3	28
Estudiante 22	4	3	2	4	4	4	3	5	3	4	4	40
Estudiante 23	4	3	2	4	2	3	3	3	3	4	4	35
Estudiante 24	2	1	1	5	4	5	3	3	3	2	4	33
Estudiante 25	5	4	5	5	5	5	3	5	4	5	5	51
Estudiante 26	1	1	1	3	1	4	2	2	1	3	3	22
Estudiante 27	3	4	3	5	1	5	4	4	3	4	4	40
Estudiante 28	4	3	3	4	3	5	1	2	2	2	4	33
Estudiante 29	2	1	2	3	2	3	2	4	2	3	4	28
Estudiante 30	2	1	3	4	2	3	3	3	1	3	4	29
Estudiante 31	5	4	4	5	4	5	4	5	4	4	5	49
Estudiante 32	4	4	3	4	2	3	4	4	3	3	4	38
Estudiante 33	5	4	3	5	2	5	5	5	2	3	5	44
Estudiante 34	3	2	2	4	2	3	1	2	2	1	5	27
Estudiante 35	4	2	3	5	5	5	4	5	4	4	5	46

7.20 Resultados Post Test de Motivación hacia la matemática en el GE

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10	P.11	Ptje.
Estudiante 1	3	3	3	3	3	4	3	3	4	3	4	36
Estudiante 2	3	2	2	4	2	4	1	1	2	2	4	27
Estudiante 3	3	3	4	4	3	3	2	1	3	4	5	35
Estudiante 4	4	4	4	5	4	5	2	3	3	4	4	42
Estudiante 5	3	3	4	5	5	4	3	3	4	3	4	41
Estudiante 6	3	3	4	4	3	3	2	3	3	4	4	36
Estudiante 7	4	4	4	4	3	4	3	4	3	3	5	41
Estudiante 8	4	3	4	3	2	3	2	3	2	3	5	34
Estudiante 9	5	4	3	5	3	5	3	3	4	4	5	44
Estudiante 10	4	4	3	3	3	4	3	3	4	4	4	39
Estudiante 11	4	4	3	4	5	5	2	3	3	4	4	41
Estudiante 12	4	3	3	4	4	4	1	2	3	4	4	36
Estudiante 13	5	5	4	5	3	4	5	5	4	3	5	48
Estudiante 14	4	3	3	4	3	4	4	5	3	4	4	41
Estudiante 15	4	4	2	3	1	3	4	3	1	3	5	33
Estudiante 16	4	3	4	3	3	3	4	3	3	4	5	39
Estudiante 17	4	4	3	4	3	4	3	3	3	4	4	39
Estudiante 18	3	2	3	4	2	3	3	3	3	2	3	31
Estudiante 19	3	3	4	4	4	4	4	4	2	3	4	39
Estudiante 20	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
Estudiante 21	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	44
Estudiante 22	5	4	4	5	3	4	3	4	5	5	5	47
Estudiante 23	5	4	4	4	4	4	3	3	4	3	5	43
Estudiante 24	2	1	1	3	2	3	4	2	2	3	3	26
Estudiante 25	3	2	3	4	3	4	3	3	2	3	3	33
Estudiante 26	3	3	3	4	3	3	2	4	3	2	5	35
Estudiante 27	3	3	3	3	2	4	2	2	3	2	4	31
Estudiante 28	1	2	2	3	2	3	2	2	2	2	3	24
Estudiante 29	4	3	3	3	3	3	3	2	3	4	5	36
Estudiante 30	5	4	4	4	3	3	3	5	3	3	5	42
Estudiante 31	4	4	3	5	3	5	3	5	3	4	5	44
Estudiante 32	4	4	3	4	3	4	1	4	3	3	5	38
Estudiante 33	2	1	1	4	2	3	2	2	2	1	1	21
Estudiante 34	4	4	4	4	3	4	3	4	4	3	4	41
Estudiante 35	5	5	5	5	5	5	1	2	5	4	5	47
Estudiante 36	5	5	4	5	3	4	4	4	4	5	5	48

7.21 Resultados Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GC

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	Ptje.
Estudiante 1	2	3	4	1	4	3	2	2	1	22
Estudiante 2	2	3	2	2	4	1	4	2	2	22
Estudiante 3	4	4	4	5	4	5	5	5	3	39
Estudiante 4	3	5	4	4	4	3	5	4	5	37
Estudiante 5	4	4	4	5	4	3	5	4	5	38
Estudiante 6	2	5	2	5	4	5	4	3	5	35
Estudiante 7	4	4	4	3	3	2	3	3	4	30
Estudiante 8	3	4	2	3	3	4	3	3	3	28
Estudiante 9	4	4	3	4	4	3	4	3	4	33
Estudiante 10	4	4	2	4	4	3	5	3	5	34
Estudiante 11	3	5	3	4	3	4	3	3	3	31
Estudiante 12	5	5	5	3	4	5	5	4	4	40
Estudiante 13	5	5	5	5	4	3	5	3	5	40
Estudiante 14	3	4	3	2	2	1	4	4	3	26
Estudiante 15	2	5	3	2	3	2	5	1	3	26
Estudiante 16	2	3	2	2	2	1	4	3	3	22
Estudiante 17	3	3	3	3	2	1	2	3	2	22
Estudiante 18	5	5	4	5	1	5	5	5	5	40
Estudiante 19	4	4	4	3	4	2	4	4	4	33
Estudiante 20	5	5	5	5	5	5	5	5	5	45
Estudiante 21	4	5	4	3	3	2	2	4	3	30
Estudiante 22	4	4	4	4	3	4	4	4	4	35
Estudiante 23	3	4	3	3	4	4	4	4	3	32
Estudiante 24	4	3	4	4	4	3	2	1	3	28
Estudiante 25	4	5	5	5	5	5	4	4	5	42
Estudiante 26	1	1	1	1	3	1	4	2	2	16
Estudiante 27	4	4	4	4	3	5	5	5	4	38
Estudiante 28	5	4	4	3	4	4	4	4	3	35
Estudiante 29	3	3	4	2	4	3	3	3	3	28
Estudiante 30	3	4	4	3	4	4	3	4	5	34
Estudiante 31	5	5	5	5	5	4	5	4	5	43
Estudiante 32	3	3	3	1	3	2	3	3	3	24
Estudiante 33	5	5	5	5	4	5	5	4	5	43
Estudiante 34	4	4	3	4	4	4	4	3	5	35
Estudiante 35	5	5	4	5	4	5	5	4	5	42

7.22 Resultados Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura en el GE

Identificación	P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	Ptje.
Estudiante 1	2	3	3	3	3	2	3	3	2	24
Estudiante 2	2	4	2	3	4	3	2	1	2	23
Estudiante 3	4	4	4	4	4	3	4	4	3	34
Estudiante 4	5	5	4	5	5	5	5	4	5	43
Estudiante 5	2	5	2	5	5	5	3	3	5	35
Estudiante 6	3	4	4	3	4	3	4	4	3	32
Estudiante 7	4	4	4	3	4	3	4	3	4	33
Estudiante 8	4	4	4	5	5	3	4	4	4	37
Estudiante 9	5	5	4	4	5	5	3	5	4	40
Estudiante 10	4	3	4	3	3	3	4	3	3	30
Estudiante 11	3	4	4	4	5	4	4	4	5	37
Estudiante 12	4	5	4	5	4	4	4	4	5	39
Estudiante 13	3	4	3	4	4	3	3	3	4	31
Estudiante 14	4	5	3	4	4	4	4	3	3	34
Estudiante 15	4	3	4	2	3	2	4	5	2	29
Estudiante 16	4	4	4	3	4	3	4	4	3	33
Estudiante 17	4	4	4	3	4	3	4	4	4	34
Estudiante 18	3	5	5	3	4	5	4	4	4	37
Estudiante 19	4	3	4	3	4	3	4	4	4	33
Estudiante 20	5	5	5	5	5	5	5	5	5	45
Estudiante 21	4	5	4	4	4	4	4	4	5	38
Estudiante 22	4	5	4	4	4	4	4	4	4	37
Estudiante 23	4	5	4	4	5	3	3	4	4	36
Estudiante 24	3	3	4	3	3	3	4	3	3	29
Estudiante 25	3	5	3	4	5	2	4	2	4	32
Estudiante 26	4	5	4	4	4	5	4	3	4	37
Estudiante 27	4	4	4	4	3	3	4	3	4	33
Estudiante 28	3	4	2	2	3	2	2	2	2	22
Estudiante 29	3	4	3	3	4	2	4	3	4	30
Estudiante 30	4	5	4	4	4	4	4	3	4	36
Estudiante 31	3	5	3	4	3	4	5	3	5	35
Estudiante 32	5	4	4	3	5	5	3	3	5	37
Estudiante 33	4	4	4	2	1	3	2	2	2	24
Estudiante 34	4	4	3	4	4	4	4	4	4	35
Estudiante 35	5	5	5	5	4	5	4	4	5	42
Estudiante 36	4	5	3	4	5	5	5	5	5	41

7.23 Pruebas de Normalidad Shapiro Wilk

7.23.1 Pre Test de Conocimiento grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	1,600	6,100	3,189	0,998

W	0,936
Valor p (bilateral)	0,042
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es menor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es menor a 4,18%.

7.23.2 Pre Test de Conocimiento grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GE	36	2,600	7,000	4,747	1,171

W	0,946
Valor p (bilateral)	0,079
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 7,90%.

7.23.3 Post Test de Conocimiento grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	1,500	7,000	4,551	1,562

W	0,952
Valor p (bilateral)	0,128
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 12,79%.

7.23.4 Post Test de Conocimiento grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GE	36	2,000	7,000	4,836	1,663

W	0,916
Valor p (bilateral)	0,010
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es menor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es menor a 0,99%.

7.23.5 Diferencia entre los puntajes obtenidos en los Test de Conocimiento del grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Diferencia GC	35	-2,100	4,100	1,363	1,335

W	0,969
Valor p (bilateral)	0,427
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis es de un 42,70%.

7.23.6 Diferencia entre los puntajes obtenidos en los Test de Conocimiento del grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Diferencia GC	36	-2,400	3,100	0,089	1,170

W	0,988
Valor p (bilateral)	0,963
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis es de un 96,26%.

7.23.7 Pre Test de Motivación hacia la matemática grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	18,000	51,000	33,743	9,416

W	0,958
Valor p (bilateral)	0,201
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 20,07%.

7.23.8 Pre Test de Motivación hacia la matemática grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GE	36	22,000	55,000	39,528	7,217

W	0,966
Valor p (bilateral)	0,338
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 33,77%.

7.23.9 Post Test de Motivación hacia la matemática grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	16,000	54,000	35,971	9,310

W	0,978
Valor p (bilateral)	0,687
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 68,68%.

7.23.10 Post Test de Motivación hacia la matemática grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GE	36	21,000	55,000	38,250	7,193

W	0,979
Valor p (bilateral)	0,718
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 71,80%.

7.23.11 Diferencia entre los puntajes obtenidos en los Test de Motivación hacia la matemática del grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Diferencia GC	35	-8,000	8,000	2,229	3,414

W	0,958
Valor p (bilateral)	0,197
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis es de un 19,75%.

7.23.12 Diferencia entre los puntajes obtenidos en los Test de Motivación hacia la matemática del grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Diferencia GC	36	-9,000	6,000	-1,278	3,614

W	0,968
Valor p (bilateral)	0,379
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis es de un 37,89%.

7.23.13 Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	19,000	44,000	33,914	6,559

W	0,947
Valor p (bilateral)	0,093
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 9,25%.

7.23.14 Pre Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GE	36	21,000	45,000	35,000	5,414

W	0,984
Valor p (bilateral)	0,872
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 87,19%.

7.23.15 Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura grupo Control

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GC	35	16,000	45,000	32,800	7,320

W	0,967
Valor p (bilateral)	0,372
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 37,24%.

7.23.16 Post Test de Percepción de utilidad de la matemática en la vida diaria y para la vida laboral futura grupo Experimental

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica
Ptje. GE	36	22,000	45,000	34,083	5,411

W	0,964
Valor p (bilateral)	0,287
alfa	0,05

Hipótesis Nula: La variable de la que se extrajo la muestra sigue una distribución Normal
Hipótesis Alterna: La variable de la que se extrajo la muestra no sigue una distribución Normal

Interpretación: Como el valor computado p es mayor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, no se debe rechazar la hipótesis nula.

El riesgo de rechazar la hipótesis nula es de un 28,75%.

7.24 Guías de trabajo utilizadas en clases

Función Cuadrática

—Guía G.1 de ejercicios—

3er Año medio

Nombre:______________________________. **Fecha:**__________. **Curso:**_______.

1. Grafique las siguientes funciones

1) $f(x) = x^2$

5) $f(x) = -x^2 + 12x$

2) $f(x) = -x^2$

6) $f(x) = 2x^2 - 8x$

3) $f(x) = 16 - x^2$

7) $f(x) = x^2 - 4x - 5$

4) $f(x) = 16 + x^2$

8) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

Función Cuadrática

—Guía G.1 de ejercicios y Resolución de problemas—

3er Año medio

Nombre:____________________________________. **Fecha:**__________. **Curso:**_______.

1. Grafique las siguientes funciones indicando para cada una de ellas:

- Concavidad
- Eje de simetria
- Vértice
- Puntos de intersección con el eje X
- Punto de intersección con el eje Y
- Dominio y Recorrido

1) $f(x) = x^2$
2) $f(x) = -x^2$
3) $f(x) = 16 - x^2$
4) $f(x) = 16 + x^2$
5) $f(x) = -x^2 + 12x$
6) $f(x) = 2x^2 - 8x$
7) $f(x) = x^2 - 4x - 5$
8) $f(x) = x^2 - 2x - 3$
9) $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$
10) $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$

2. Problemas de situaciones en contexto

1) Un malabarista lanza hacia arriba tres pelotas, cada una de ellas se desplaza siguiendo una trayectoria que cumple con la gráfica de la función cuadrática:

$$f(x) = -12x^2 + 96x + 100$$

donde $f(x)$ indica la altura (en centímetros) alcanzada por las pelotas al cabo de x segundos de transcurrido el lanzamiento.

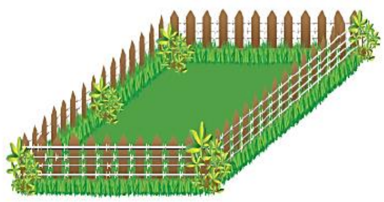
- ¿Cuánto tiempo tarda una pelota en alcanzar su altura máxima?
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza cada pelota?
- ¿Qué altura alcanza una pelota transcurridos dos y seis segundos desde su lanzamiento?
- ¿Cuál es el tiempo de *duración del vuelo* de una pelota?

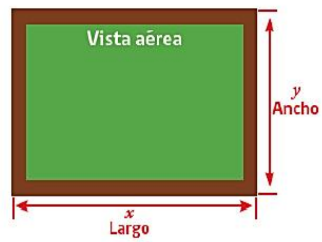
2) El rendimiento de combustible de un automóvil se obtiene de acuerdo a la velocidad con la que se desplaza, si x es la velocidad medida en kilómetros por hora (km/h), el rendimiento está dado por la función:

$$R(x) = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{7}{2}x, \text{ para } 0 < x < 120$$

- ¿A qué velocidad se obtiene el máximo rendimiento?
- ¿Cuál es el máximo rendimiento?

3) Un agricultor debe cercar en forma rectangular un pedazo de un potrero. Para ello compró 4.000 metros de alambre de púas que debe disponer en cuatro líneas como se muestra en la siguiente imagen:





¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno a cercar para que su área sea máxima?

4) Un contador determina que el ingreso mensual I, en pesos chilenos, que obtiene un relojero con experiencia, por la reparación de un número x de relojes, está dado por la función ingreso:

$$I(x) = 20.000x - 50x^2$$

- Determine cuántos relojes se deben reparar para obtener el ingreso máximo quincenal.
- ¿Cuál será el ingreso máximo mensual?

Función Cuadrática

—Resumen de contenidos—

Prof. en formación Esteban Aros
Liceo Bicentenario Los Ángeles

Curso:

Nombre estudiante:

1. Forma algebraica de la Función Cuadrática

La forma general de una función cuadrática es la siguiente: $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$; a, b, $c \in \mathbb{R}$.
Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; la letra x representa la variable independiente y la expresión $f(x)$ es la imagen de x. La expresion $f(x)$ puede reemplazarse por la letra y que representa a la variable dependiente de la función.

Ejemplos

- $f(x) = x^2 + 5x - 2$
- $y = -x^2$
- $f(x) = \frac{x^2}{3} - 0,5x - 1$
- $h(t) = -8t^2 + 60t$
- $f(x) = 2(x-3)^2 + 3$
- $y = 1 - 2t^2$

2. Características de la Función Cuadrática

- Siempre hay un término que contiene la variable elevada al cuadrado. La mayoría de las veces esta variable se designa por la letra x, pero también se pueden usar otras, por ejemplo, t.

- La expresión del lado derecho es un polinomio que tiene por lo general 3 términos, pero también puede tener dos o sólo un término.

A veces una función cuadrática no esta dada en su forma general, pero puede ser transformada mediante algún procedimiento algebraico. $f(x) = 2(x-3)^2 + 3$.

3. Evaluación de Funciones Cuadráticas

Evaluar una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, significa reemplazar el valor de x, por algún valor que pertenezca al dominio de la función.
Ejercicios:

a) Para $f(x) = x^2 + 1$ obtenga $f(-5), f(-1), f(2), f(0)$.

b) Para $h(t) = t^2 - 4t$ obtenga $h(0), h(-2), h(4)$.

4. Representación Gráfica de una Función Cuadrática

Complete las siguientes tablas y ubique los puntos en el plano cartesiano esbozando la gráfica de la función.

- $f(x) = x^2$

x	$y = f(x) = x^2$	(x, y)
-3	9	$(-3, 9)$
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

- $h(t) = 16 - t^2$

x	$h(t) = 16 - t^2$	(x, y)
-3	7	$(-3, 7)$
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

La gráfica de la función se llama Parábola.

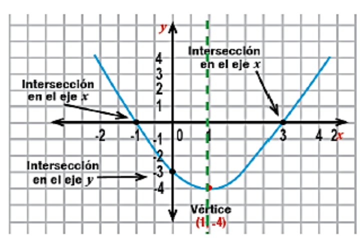
Ejercicios

- Grafique las siguientes funciones cuadráticas.
  a. $f(x) = x^2 + 4x + 4$
  b. $g(x) = x^2 - 16$
  c. $h(x) = x^2 + 8x$

5. Elementos importantes de la Parábola

- Concavidad
- Eje de simetría
- Vértice
- Intersección con el eje Y
- Intersección con el eje X
- Discriminante

Ejemplo Dada la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$, su gráfica y elementos son:



5.1. Concavidad

La Parábola abre hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo del coeficiente a, que acompaña a x^2, es decir, dada la función:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

5.2. Eje de simetría de la Parábola

Es una recta vertical, paralela al eje Y, que atraviesa la gráfica de manera que cada rama de ésta, separada por el eje, es el reflejo de la otra, asumiendo la idea de que éste simula un *espejo*.
El eje de simetría intersecta a la parábola en el vértice y al eje X en el valor x que es la abscisa del vértice. La fórmula del valor x mencionado, conocida como **Ecuación del Eje de Simetría** es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Ejercicios Determine el eje de simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

b) $g(x) = 12x - 2x^2$

c) $h(x) = 3x^2 + 6$

5.3. Vértice de la Parábola

Dependiendo de la orientación de la parábola, esta presenta un punto en el plano cartesiano, que es **mínimo** si se abre hacia arriba, o **máximo** si se abre hacia abajo, este punto se denomina **vértice de la parábola** y se puede determinar a través de la expresión:

$$V(\frac{-b}{2a}, f(\frac{-b}{2a}))$$

Ejercicios Determine el vértice de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

b) $g(x) = 12x - 2x^2$

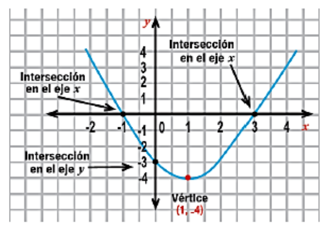
c) $h(x) = 3x^2 + 6$

5.4. Intersección con los ejes, Ceros.

- **Intersección con el eje Y**: Para determinar este valor se reemplaza x por 0 en la ecuación de la función. Así, $y = f(0)$ es el valor en que la gráfica corta al eje Y.
  Es evidente que dada la función cuadrática, $f(x) = ax + bx + c$, c corresponde a este valor.

- **Intersección con el eje X o Ceros de la función**: Para determinar la intersección con el eje X, se iguala la función a 0 y se resuelve la ecuación cuadrática. Así, al hacer en la ecuación $y = 0$, y resolver $f(x) = 0$, se determinan los ceros de la función.
  La cantidad de ceros puede ser 2, 1 o 0, caso último en que la gráfica no intersecta al eje X.

Ejercicio Determine las intersecciones con los ejes de la función: $f(x) = x^2 - 2x - 3$



5.5. Discriminante

Esta expresión algebraica corresponde a la **cantidad subradical** de la formula para obtener las soluciones de una ecuación cuadrática $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ sirve para determinar si la gráfica de la función corta o no al eje X y en cuantos puntos lo hace.

$$\text{Discriminante} = \Delta = b^2 - 4ac$$

- $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$ La gráfica de la función no intersecta al eje X.
- $b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow$ La gráfica intersecta al eje X en un punto (el vértice).
- $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ La gráfica de la función intersecta al eje X en dos puntos.

5.6. Dominio de una Función Cuadrática

Puesto que la forma general de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ es un polinomio de grado 2 con coeficientes reales que no presenta restricciones para la variable x, se tiene que:

$$Dom f = \mathbb{R}$$

5.7. Recorrido de una Función Cuadrática

El recorrido de una función, son aquellos valores que adopta la variable dependiente y. Se determina conociendo la **coordenada de la ordenada del vértice**, además de la orientación de la parábola (concavidad).

En forma general, dada la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ se tiene:

- Si $a > 0$; $Recf = [f(\frac{-b}{2a}), +\infty[$
- Si $a < 0$; $Recf =]-\infty, f(\frac{-b}{2a})]$

Ejercicios Considere las funciones:

1. $f(x) = -x^2 - 4x + 5$
2. $g(x) = x^2 - 4x + 3$
3. $f(t) = 2t^2 - 8t$
4. $h(t) = t^2 + t + 1$

Grafíquelas indicando eje de simetria, vértice, dominio y recorrido e intersecciones con los ejes.

7.25 Notas de campo

Notas de campo

Actividad 1, primera parte.
17/10/2017.

- Algunos estudiantes presentan complicaciones al medir.
- Algunos estudiantes presentan complicaciones al aproximar los números.
- Un estudiante pregunta: "¿Para qué hacer esto si no es la materia?".
- Algunos estudiantes reconocen un patrón al registrar las medidas del caso $H_A = H_B$.
- Un estudiante se percata de que puede resolver el problema sin mediciones usando el Teorema de Pitágoras.
- Los estudiantes no quieren ir a recreo para terminar la actividad

Actividad 2
24/10/2017

1. Sería mejor si los estudiantes reciben el trabajo anterior completo
2. Fue necesario escribir en la pizarra el ~~teorema~~ enunciado del teorema de Pitágoras.

   Puede ser que los estudiantes se sabían el enunciado del teo. de Pitágoras, pero no lo habían utilizado en otro ámbito que no fuera la geometría

3. Si bien las instrucciones son precisas, los estudiantes muestran dificultad para seguirlas
3. Los estudiantes tuvieron dificultades para ver a "x" como una variable
4. Errores de los estudiantes:

$$a = b + c \Longleftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$$

Se evidencia dificultades con el álgebra de raíces

5. A los estudiantes les cuesta trabajar de forma autónoma, preguntan si está bien un paso antes de continuar con el sof.

6. Para el ~~paso~~ item d, en un grupo se dieron cuenta que hay que calcular la imagen de la mitad de los puntos, porque los otros se repiten.

7. Faltó tiempo para realizar el último item (gráficos).

Actividad 3
30/10/2017

1. Los estudiantes no tuvieron dificultad para usar el software.

2. En general, Internet no fue una distracción para la realización del trabajo.

3. Todos los grupos terminaron su trabajo a tiempo.