



**Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles
Escuela de Educación
Departamento de Ciencias Básicas**



**Incidencia del aprendizaje cooperativo en la resolución
de problemas de **Sistemas de Ecuaciones lineales** con dos
incógnitas en segundo medio de un Liceo Técnico
Profesional de la comuna de Mulchén.**

**Seminario de Título para optar al Grado Académico de Licenciado en Educación y al
Título Profesional de Profesor de Matemática y Educación Tecnológica.**

SEMINARISTAS

Sr. Elías S. Medina Medina

Sr. Nicolás A. Parra Parra

PROFESOR GUÍA

Sr. Sixto Martínez Hernández, Magister en Estadística.

COMISIÓN EVALUADORA:

**Sr. Cristian Pérez Toledo, Dr. En ciencias Aplicadas con mención en Ing. En
Matemática.**

Sr. Jorge Cid Anguita, Mg. en Enseñanza De Las Ciencias Mención Matemática.

Los Ángeles 2018

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo agradecer a Dios por la oportunidad que nos dio de poder estudiar esta carrera universitaria y por darnos la salud y vida para llegar a la meta.

Agradecer a cada una de nuestras familias, quienes fueron un pilar fundamental tanto en nuestra vida personal como en nuestra vida profesional. Agradecerles por estar siempre ahí apoyándonos y dando ánimo en los momentos difíciles de nuestra carrera.

A nuestro profesor guía Sr. Sixto Martínez por su constante apoyo a lo largo de nuestra carrera universitaria y también en la realización de nuestra investigación. A los profesores Sr. Jorge Cid y Sr. Cristian Pérez, por su colaboración durante el proceso de nuestro trabajo.

También agradecer a nuestras amigas y ahora colegas Vanessa Navarrete y Marioly Ponce por siempre estar alentándonos en estos 5 años de carrera. Finalmente, a todos los profesores que formaron parte de nuestra formación profesional y a todas las personas que de una u otra manera estuvieron dándonos ánimo y apoyo a lo largo de este proceso.

DEDICATORIAS

Dedicada a mi madre, Florentina Parra quien me ha acompañado y brindado todo el apoyo que necesitaba para alcanzar esta meta. A mi hermano Pablo Parra y a mi familia que siempre estuvieron animándome y, también a mis amigos y amigas quienes me han acompañado durante este proceso.

A mi amigo y compañero de tesis Elías Medina por su gran trabajo minucioso y paciencia para llevar a cabo esta investigación.

Por último a nuestro profesor guía Sr. Sixto Martínez, por las ayudas prestadas para contribuir y mejorar nuestra tesis.

Nicolás A. Parra P.

Dedicada a mis padres, Petronila Medina y Florentino Medina por su incondicional apoyo en mi formación como persona y por estar constantemente apoyándome en todas las decisiones que como joven he tomado. A mis hermanos, cuñados, sobrinos, tíos, amigos y familia en general por siempre tener una palabra de aliento y ánimo en los momentos de dificultad.

A mi amigo, compañero de tesis y ahora colega, Nicolás Parra por soportarme durante estos cinco años y estar ahí siempre que lo necesité.

Finalmente dedicada al profesor Sixto Martínez, quien fue de gran apoyo durante mi formación profesional y también como guía de nuestro proyecto de investigación.

Elías S. Medina M.

RESUMEN

Esta investigación se realiza con el fin de analizar los efectos de la implementación de una metodología de aprendizaje cooperativo en estudiantes de segundo año medio de un Liceo municipal técnico profesional de la comuna de Mulchén, en la unidad de Álgebra, específicamente en la resolución de problemas que involucren sistemas de ecuaciones. Se busca comparar esta metodología con la metodología tradicional de enseñanza, también, observar la correlación que existe entre los factores socio-afectivos y el rendimiento académico, y estudiar los efectos producidos por esta nueva metodología.

La investigación tiene un enfoque cuantitativo con un diseño cuasi-experimental, en donde se evalúa dos grupos, uno control y uno experimental, con pruebas de motivación, actitud, inteligencia lógica y de conocimientos, al inicio y finalización de la intervención.

Al analizar los datos, se concluye que la motivación y el rendimiento académico son mejores en esta nueva metodología de aprendizaje, comparado con la metodología tradicional, lo que no pasa con las otras variables en estudio. Además, no existe correlación entre el rendimiento académico con las demás variables. Por otra parte, al analizar los resultados de la implementación del aprendizaje cooperativo, se observa que sólo el rendimiento académico tiene una mejora, las variables de motivación y actitud se mantienen igual y la inteligencia lógica disminuye.

ABSTRACT

This research is carried out with the purpose of analyze the effects of the implementation of a cooperative learning methodology in students of second year from a public technical professional High School of Mulchén, in the Algebra unit, specifically in solving problems that involve systems of equations. The aim is to compare this methodology with the traditional teaching methodology, also to observe the correlation that exists between socio-affective factors and academic performance, and to study the effects produced by this new methodology.

The research has a quantitative approach with a quasi-experimental design, where two groups are evaluated, one control group and one experimental group, with motivation, attitude, logical intelligence and knowledge tests, at the beginning and at the end of the intervention.

When analyzing the data, it is concluded that motivation and academic performance are better in this new learning methodology, compared with the traditional methodology, which does not happen with the other variables under study. In addition, there is no correlation between academic performance with the other variables. On the other hand, when analyzing the results of the implementation of cooperative learning, it is observed that only the academic performance has an improvement, the variables of motivation and attitude remain the same and the logical intelligence decreases.

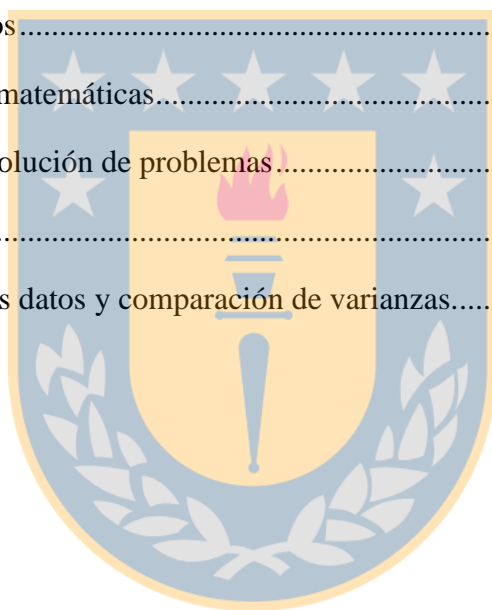
Índice

| | |
|---|-----------|
| Introducción | 10 |
| Capítulo 1: Planteamiento del Problema | 11 |
| 1.1 Planteamiento del problema | 11 |
| 1.2 Justificación..... | 11 |
| 1.3 Preguntas de investigación..... | 13 |
| 1.4 Objetivos: | 14 |
| 1.4.1 Objetivo general: | 14 |
| 1.4.2 Objetivos específicos:..... | 14 |
| 1.5 Hipótesis de trabajo..... | 15 |
| Capítulo 2: Marco Teórico..... | 16 |
| 2.1 Conociendo el Aprendizaje y la Cooperación..... | 16 |
| 2.1.1 Aprendizaje..... | 16 |
| 2.1.2 Cooperación..... | 16 |
| 2.2 Un viaje por la historia del aprendizaje cooperativo..... | 17 |
| 2.3 Concepto de Aprendizaje Cooperativo. | 19 |
| 2.4 Fundamentos Teóricos del Aprendizaje Cooperativo | 19 |
| 2.5 Tipos de Aprendizaje Cooperativo..... | 20 |
| 2.5.1 Aprendizaje Cooperativo formal | 21 |
| 2.5.2 Aprendizaje Cooperativo Informal..... | 21 |
| 2.5.3 Grupos Cooperativos de Base..... | 21 |
| 2.6 La labor del Docente | 22 |
| 2.7 Elementos del Aprendizaje Cooperativo..... | 23 |
| 2.7.1 Hacer realidad el desempeño potencial de un grupo | 23 |

| | |
|--|-----------|
| 2.7.2 La aplicación de los principios fundamentales de la cooperación..... | 24 |
| 2.8 Variables relacionadas con el aprendizaje cooperativo..... | 29 |
| 2.8.1 Rendimiento académico | 30 |
| 2.8.2 Inteligencia Lógica | 31 |
| 2.8.3 Motivación frente a la matemática | 32 |
| 2.8.4 Actitud frente a la resolución de problemas | 32 |
| 2.9 Metodologías de enseñanza..... | 33 |
| 2.9.1 Métodos de enseñanza según el grado de participación de los sujetos | 36 |
| 2.9.2 Métodos de enseñanza según el nivel de asimilación del contenido de enseñanza..... | 37 |
| 2.10 Metodología de enseñanza tradicional | 38 |
| 2.11 Metodología de enseñanza en base al aprendizaje cooperativo..... | 39 |
| 2.12 Resolución de problemas | 39 |
| 2.12.1 ¿Qué es un problema?..... | 41 |
| 2.12.2 Importancia de resolver problemas..... | 42 |
| 2.12.3 ¿Cómo resolver un problema?..... | 43 |
| 2.13 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. | 47 |
| Capítulo 3: Marco Metodológico..... | 49 |
| 3.1 Tipo de Investigación y Diseño..... | 49 |
| 3.2 Población..... | 49 |
| 3.3 Muestra..... | 50 |
| 3.4 Variables de Estudio..... | 50 |
| 3.4.1 Variable Independiente..... | 50 |
| 3.4.2 Variables Dependientes | 51 |
| 3.4.3 Operacionalización de las variables | 51 |

| | |
|--|-----------|
| 3.5 Descripción de los instrumentos | 51 |
| 3.5.1 Pre-test de conocimientos previos | 51 |
| 3.5.2 Test de motivación frente a la matemática | 52 |
| 3.5.3 Test de actitud frente a la resolución de problemas..... | 53 |
| 3.5.5 Test de inteligencia lógica superior | 54 |
| 3.5.6 Post – test de conocimientos adquiridos..... | 54 |
| 3.6 Dimensión temporal de la investigación | 55 |
| 3.7 Descripción de la intervención en el Grupo Experimental | 55 |
| 3.8 Calendario de intervenciones | 57 |
| 3.9 Planificaciones de la intervención..... | 58 |
| Capítulo 4: Análisis de Resultados..... | 59 |
| 4.1 Condiciones iniciales entre los grupos control y experimental..... | 59 |
| 4.2 Verificación de hipótesis | 59 |
| Capítulo 5. Conclusiones, reflexiones y sugerencias | 75 |
| 5.1 Conclusiones | 75 |
| 5.2 Reflexiones..... | 77 |
| 5.3 Sugerencias..... | 78 |
| Referencias Bibliográficas..... | 79 |
| Anexos | 85 |
| Anexo 1: Pre – Test de Conocimientos Previos | 86 |
| Anexo 2: Test de Motivación frente a la Matemática | 89 |
| Anexo 3: Test de Actitud frente a la Resolución de Problemas..... | 90 |
| Anexo 4: Test de Inteligencia Lógica Superior..... | 92 |
| Anexo 5: Post – Test de Conocimientos Adquiridos | 98 |

| | |
|--|-----|
| Anexo 6: Carpeta de Grupo Experimental | 100 |
| Anexo 7: Planificaciones Grupo Control | 103 |
| Anexo 8: Planificaciones Grupo Experimental | 112 |
| Anexo 9: Validación Test de Conocimientos previos | 123 |
| Anexo 10: Validación Test de Conocimientos adquiridos | 124 |
| Anexo 11: Condiciones iniciales entre los grupos | 125 |
| 1. Conocimientos previos | 125 |
| 2. Motivación hacia las matemáticas | 125 |
| 3. Actitud frente a la resolución de problemas | 126 |
| 4. Inteligencia lógica | 127 |
| Anexo 12: Normalidad de los datos y comparación de varianzas | 128 |



Introducción

Año tras año los establecimientos educacionales buscan alcanzar buenos resultados tanto en su rendimiento académico, como en pruebas estandarizadas, nacionales o internacionales, como son la del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) y la prueba PISA. Lo anterior, conlleva a que cada uno de los órganos colegiados intenten adoptar diversas estrategias en la forma de enseñanza y aprendizaje dentro del aula.

Por lo anterior, es que esta investigación busca contextualizar una propuesta metodológica basada en el aprendizaje cooperativo con el objetivo de enseñar la sección de Sistemas de Ecuaciones lineales con dos incógnitas, estudiando los efectos de esta metodología sobre: el rendimiento académico, actitud frente a la resolución de problemas, motivación hacia la matemática e inteligencia lógica. Se trabajó en dos segundos medios, de un liceo Técnico profesional de la comuna de Mulchén, durante el segundo semestre del año 2017, en el contexto del desarrollo de la práctica profesional

Este informe se estructura en 5 capítulos: en el primero se plantea el problema, preguntas de investigación, los objetivos e hipótesis de trabajo; en el segundo, el marco de referencia o antecedentes; por su parte, en el tercer capítulo, el método de investigación; en el cuarto, se analizan los datos y se verifican las hipótesis; por último, en el quinto capítulo, se presentan las conclusiones, reflexiones y sugerencias que se derivan de la investigación realizada.

Capítulo 1: Planteamiento del Problema

1.1 Planteamiento del problema

En el contexto del mejoramiento continuo de la calidad de la educación se manejan variados factores, uno de ellos se centra en la forma tradicional de enseñanza (Método mecanicista/conductista) como un punto fundamental que perjudica el desarrollo de un aprendizaje significativo.

De este modo, es que se hace necesario instaurar en las salas de clases, métodos y técnicas que permitan que los estudiantes logren desarrollar aprendizajes significativos, apuntando a un área que para los alumnos produce tanto rechazo, como lo es la matemática.

Así nace la idea de implementar un método eficaz para enseñar matemática y que los estudiantes sean los actores principales al trabajar para mejorar sus habilidades y competencias, construyendo su propio aprendizaje.

Por esta razón es que nos resultó interesante abordar el aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

1.2 Justificación

Tras la publicación de los datos del Informe PISA 2015 (Evaluación Internacional de Alumnos, en español), los datos exhiben un panorama agrisado para la educación chilena y latinoamericana. Si bien, por un lado la realidad nacional figura como la mejor evaluada de Latinoamérica, se encuentra por debajo del promedio de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

Carlos Henríquez, Secretario Ejecutivo de la Agencia de Calidad de la Educación remarca que el país no ha avanzado en las otras dos áreas en casi una década. “Es preocupante que entre el 35% en ciencias y 49% en matemáticas de nuestros estudiantes obtenga resultados que los posicionan bajo el Nivel 2 de PISA, es decir, que no logran las competencias básicas que les permitirían seguir aprendiendo e integrarse a la comunidad, con capacidad para participar y

colaborar”. En la prueba lectora, 72% de los alumnos nacionales superaron ese nivel (Catola, 2016).

También, a nivel nacional, en el Sistema de Medición de Calidad de la Educación (SIMCE) 2016 se observan que ha existido un avance de 14 puntos en los resultados de Matemática y Lectura en 4° básico; desapareció la brecha de género en Matemática y las diferencias por grupo socioeconómico se han reducido considerablemente. Pese a este importante avance educativo, hoy la tarea pendiente está en educación media, ya que allí no se observan los mismos resultados.

De lo anterior, Henríquez explicó que se requiere focalizar políticas públicas con urgencia en la enseñanza media, pues si bien existe un alza significativa en Matemática en la última década (+14 puntos), donde la brecha histórica de género a favor de los hombres desaparece, pero la brecha por grupos socioeconómicos se mantiene profunda (110 puntos)

La situación es preocupante en la enseñanza media. Si bien en Matemática se observa una mejora en los resultados de la última década, las diferencias según grupo socioeconómico no han podido reducirse en el período. Por otro lado, lo que ocurre en Lectura es muy alarmante: no solo baja el promedio general en la década, sino que la reducción en la brecha socioeconómica se genera por una fuerte caída en los resultados de los grupos socioeconómicos alto y medio alto, caída que afecta con mayor fuerza a los hombres. (Agencia de la Calidad de la Educación, 2017).

De esta manera, podemos ver que el Sistema Educativo Chileno presenta debilidades, como lo muestran los resultados que se obtienen en las mediciones nacionales e internacionales, lo que nos lleva a la búsqueda de la instauración de una nueva metodología de enseñanza para lograr mejorar dichos niveles de las mediciones estandarizadas.

1.3 Preguntas de investigación

Las preguntas de investigación planteadas son:

Enseñar mediante el aprendizaje cooperativo:

1. ¿Contribuye a un mayor rendimiento en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, frente al método tradicional de enseñanza?
2. ¿Ayuda a mejorar los niveles de actitud hacia la resolución de problemas, con respecto al método de enseñanza tradicional?
3. ¿Ayuda a mejorar los niveles de inteligencia lógica, frente al método de enseñanza tradicional?
4. ¿Mejora la motivación hacia la Matemática, por sobre el método de enseñanza tradicional?

Una vez enseñado mediante el aprendizaje cooperativo:

5. ¿Existe una relación directa entre las variables de motivación y rendimiento académico?
6. ¿Las variables de actitud frente a la resolución de problemas y rendimiento académico están directamente relacionadas?
7. ¿La inteligencia lógica se relaciona directamente con el rendimiento académico?
8. ¿Existe un aumento en el rendimiento académico de los estudiantes?
9. ¿Hay un aumento en la motivación hacia la matemática de los estudiantes?
10. ¿Aumentan los niveles de inteligencia lógica de los estudiantes?
11. ¿La actitud frente a la resolución de problemas de los estudiantes mejora?

1.4 Objetivos:

1.4.1 Objetivo general:

- Analizar la influencia que tiene en los estudiantes la implementación del aprendizaje cooperativo en el nivel de motivación, inteligencia lógica, rendimiento académico y la actitud hacia la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

1.4.2 Objetivos específicos:

- Comparar el rendimiento académico de los estudiantes en la resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo, versus el método tradicional de enseñanza.
- Comparar los niveles de inteligencia lógica, el grado de motivación de los estudiantes y la actitud que tienen frente a la resolución de problemas, obtenido mediante la implementación del aprendizaje cooperativo y el método tradicional de enseñanza en los alumnos de segundo año de educación media de un Liceo Técnico Profesional.
- Relacionar los factores de motivación hacia la matemática, actitud frente a la resolución de problemas e inteligencia lógica, con el rendimiento académico de estudiantes de segundo medio de un Liceo Técnico Profesional.
- Comparar las variaciones de los niveles de motivación hacia la matemática, actitud frente a la resolución de problemas, inteligencia lógica y rendimiento académico de estudiantes de segundo medio de un Liceo Técnico Profesional enseñados mediante el aprendizaje cooperativo.

1.5 Hipótesis de trabajo

La metodología del aprendizaje cooperativo:

Hipótesis 1: Produce mejores resultados académicos que el método tradicional de enseñanza en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

Hipótesis 2: Genera una mejor actitud hacia la resolución de problemas, frente a la metodología tradicional.

Hipótesis 3: Produce mejor nivel promedio de motivación hacia la matemática de los estudiantes, que la metodología tradicional.

Hipótesis 4: Produce mejor nivel promedio de inteligencia lógica frente a la metodología tradicional.

En los estudiantes que aprenden mediante la metodología del aprendizaje cooperativo:

Hipótesis 5: Existe una relación directa entre la motivación hacia la matemática y el rendimiento académico.

Hipótesis 6: Al aumentar su actitud frente a la resolución de problemas, aumenta el rendimiento académico.

Hipótesis 7: A medida que los niveles de inteligencia lógica aumentan, el rendimiento académico también lo hace.

Hipótesis 8: Aumenta el rendimiento académico.

Hipótesis 9: La motivación hacia la matemática aumenta.

Hipótesis 10: Mejoran los niveles de inteligencia lógica.

Hipótesis 11: Aumenta la actitud frente a la resolución de problemas.

Capítulo 2: Marco Teórico

2.1 Conociendo el Aprendizaje y la Cooperación

Al momento de querer hablar del “Aprendizaje cooperativo”, se hace necesario conocer las palabras que componen este concepto, es decir, definir lo que es aprendizaje y, por su parte, hacer una referencia a lo que es la cooperación.

2.1.1 Aprendizaje

Según la RAE (2017) dice que el aprendizaje es la “adquisición por la práctica de una conducta duradera.”. Por otra parte, “El aprendizaje es un proceso individual en el que el alumno debe progresar independiente del resto de sus compañeros. Cada alumno es el único responsable de lo que aprende o no en clase” (Laboratorio de innovación educativa & Cooperativa de Enseñanza José Ramón Otero, 2009). Por otro lado, los hermanos Johnson (1994) se refieren a que el aprender “es algo que los alumnos hacen, y no algo que se les hace a ellos. El aprendizaje no es un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador. Requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los alpinistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un equipo cooperativo.”. Es decir, en general, aprendizaje es una acción y efecto de aprender algún oficio, arte o alguna otra cosa de interés para la persona, a la cual se le emplea tiempo y dedicación, con la finalidad de progresar.

2.1.2 Cooperación

La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo. (Johnson & Johnson, 1994). Por su parte, la RAE (2017) dice que cooperar es “Obrar juntamente con otro u otros para la consecución de un fin común”

Después de estas definiciones, la cooperación se entiende como la realización de un trabajo en equipo, en donde todos los miembros del grupo buscan un mismo objetivo.

Uniendo estas dos definiciones de “Aprendizaje” y “Cooperación”, damos paso a hablar sobre el aprendizaje cooperativo, partiendo con la historia y luego una interiorización hacia este concepto.

2.2 Un viaje por la historia del aprendizaje cooperativo

Al momento de referirnos al aprendizaje cooperativo, nos encontramos con un sin fin de autores y teorías debido a su larga trayectoria a través de la historia. Es por ello que sólo se hará mención a las más importantes, puesto que se hace imposible abordar cada una de ellas.

Serrano, Pons y Ruiz (2007), hacen alusión a que desde tiempos inmemoriales, se encuentran posiciones que abalan el papel activo del alumno en el proceso educativo, mencionando a Confucio (siglo V a.C.) con los procesos metacognitivos del “aprender a aprender” y el aprendizaje por descubrimiento que se planteaban en el siglo II, mencionando que, las interpretaciones con un nivel de sistematización, no aparecen hasta el siglo XVI con el surgimiento del movimiento humanista francés.

Sin embargo, aunque hubiera un cierto grado de sistematización, las propuestas entregadas antes de la segunda mitad del siglo XVIII, no logran la estructura suficiente para implementarlas en el aula. Por el contrario, en el *Emilie* de Rousseau (1762), se encuentra por primera vez la organización apta para poder abrir nuevos métodos de enseñanza. A pesar de ello, Rousseau cometió algunos errores, siendo el más importante el de disociar la evolución individual del medio social (Serrano, Pons, & Ruiz, 2007).

Serrano, Pons y Ruiz (2007), mencionan que el discípulo de Rousseau, Johann Pestalozzi, se da cuenta de este detalle, y corrige a su maestro en un punto capital: la escuela es una verdadera sociedad, en la que el sentido de responsabilidad y las normas de cooperación son suficientes para educar a los niños, sin necesidad de aislarlos en un individualismo. Es por eso que, Pestalozzi organiza una especie de enseñanza mutua, en donde los estudiantes se ayudan unos a otros en sus investigaciones.

Finalmente, los cambios en la enseñanza no lograron fortalecerse como se esperaba. De hecho, los discípulos de Pestalozzi intentaron mejorar este sistema, pero en vez de acrecentar este trabajo, nos encontramos con un estancamiento en cuanto a la adquisición de conocimiento, normas y valores, y un retroceso en las relaciones interpersonales (Serrano, Pons, & Ruiz, 2007).

Después de estos acontecimientos, hubo distintos investigadores, entre los siglos XIX y XX, que buscaban implementar nuevas teorías al proceso educativo.

La teorización más importante e influyente sobre el trabajo cooperativo, se centró en la interdependencia social (Johnson & Johnson, 1999).

A comienzos del siglo XX, Koffka sugiere que los grupos son conjuntos dinámicos en los que la interdependencia podía tener alguna variación en cuanto a sus miembros. Sin embargo, fue Lewis (1935), quien refinó esta idea diciendo que: Primero, la esencia de un grupo es la interdependencia de sus miembros, obteniendo como resultado que un grupo sea un “todo dinámico”, y segundo, un estado de tensión intrínseco entre los miembros del grupo motiva el movimiento hacia el cumplimiento de los objetivos comunes (Johnson & Johnson, 1999).

Posteriormente, Johnson y Johnson (1999), señalan que Morton Deutsch, discípulo de Lewis, plantea a fines de los años cuarenta una teoría sobre la cooperación y competencia, en donde la interdependencia podía tomar dos valores; positivo (cooperación) y negativo (competencia). De lo anterior, los hermanos Johnson toman esta obra y la amplían, conduciéndola hacia su teoría de interdependencia social.

Finalmente, las aportaciones de Piaget en su teoría psicogenética (1978), que sostiene que el aprendizaje se produce por situaciones donde los niños construyen sus conocimientos al interactuar con el mundo que los rodea, y la teoría evolutiva cognitiva de Vygotsky en 1979, que trata sobre las funciones y los logros distintivamente humanos se originan por las relaciones sociales; que el funcionamiento psíquico es la versión internalizada y transformada de los grupos, es el apoyo final a un estilo de enseñanza dinámico, donde el estudiante deja de ser el ente teóricamente activo, y se convierte en el gestor de su propio aprendizaje. (Johnson & Johnson, 1999)

“A partir de este momento empiezan a surgir intentos de sistematizar estas ideas para aplicarlas al aula, llegándose a efectuar una aproximación integradora entre las habilidades sociales y los contenidos y objetivos educativos (...): es el Aprendizaje Cooperativo” (Serrano, Pons, & Ruiz, 2007)

2.3 Concepto de Aprendizaje Cooperativo.

De acuerdo a lo tratado en los antecedentes históricos relacionados con el aprendizaje cooperativo, se hace evidentemente notorio que al comienzo este concepto carecía de una visión completa que pudiera definirlo.

Como se mencionó en el apartado 2.1, la cooperación consiste en trabajar juntos para conseguir objetivos comunes, es por ello que el concepto de trabajo cooperativo, se debe entender como una unión de esfuerzos para lograr resultados óptimos, y por lo tanto el aprendizaje se logrará mediante un esfuerzo en equipo.

Lo anterior, se puede ver reflejado en una definición formal del aprendizaje cooperativo entregado por Johnson, Johnson y Holubec (1999), donde dicen que este concepto se define como “el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.”

2.4 Fundamentos Teóricos del Aprendizaje Cooperativo

Las principales teorías que fundamentan el aprendizaje cooperativo, según Poveda (2006), son:

- **La Teoría de la Interdependencia Social:** es la teoría más influyente en el aprendizaje cooperativo, como lo dice Lilian Cadoche (2009), “la interdependencia social es vital para los seres humanos. Es una constante que influye en todo lo que hacemos.”. Además Johnson y Johnson (1999), postulan que la manera en que se estructure esta interdependencia, determina la forma en que interactúen los individuos, y esto, los resultados. Además señalan que la interdependencia puede ser positiva (cooperación) o negativa (competencia), teniendo como resultados, en la primera, una interacción promotora, en donde las personas estimulan y facilitan

los esfuerzos de otros para aprender, y en la segunda, resulta una interacción de oposición, en la que los individuos desalientan y obstruyen los esfuerzos de los demás.

▪ **La Teoría del Desarrollo Cognitivo:** Nuevamente los hermanos Johnson y Johnson (1999) nos dicen que esta teoría se fundamenta en las teorías de Piaget (1950), Vygotsky (1978), la ciencia cognitiva y la controversia académica. De las ideas de Piaget aparece la premisa que cuando las personas cooperan en su medio, surge el conflicto socio-cognitivo que crea desequilibrio cognitivo, que a su vez estimula la capacidad de adoptar puntos de vista y el desarrollo cognitivo. Por su parte, Vygotsky sostiene que “nuestras funciones y nuestros logros distintivamente humanos se originan en nuestras relaciones sociales”. Además dice que el conocimiento es social y que se construye a partir de esfuerzos cooperativos por aprender, entender y resolver problemas. Otro concepto clave en la obra de Vygotsky, es la zona de desarrollo próximo y la zona de desarrollo potencial. La primera zona (desarrollo próximo), corresponde al nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver un problema individualmente. La segunda (desarrollo potencial), concierne a lo que puede realizar el alumno si trabaja bajo la guía de algún instructor o en colaboración con sus pares más capaces.

Al observar estas teorías, nos damos cuenta de la importancia que tiene la interacción con otros individuos para el desarrollo cognitivo de cada uno, ya que dependiendo de cómo se desarrolle la interacción, se obtendrá una interdependencia de competencia o cooperativa, siendo esta última la que buscamos con nuestra investigación.

A continuación se presentan los tipos de aprendizaje cooperativo, el rol del docente, los elementos básicos y la estructura de las formas de enseñar con este método. Lo anterior basados en el libro Aprender Juntos y Solos, de Johnson & Johnson, del año 1999.

2.5 Tipos de Aprendizaje Cooperativo

La interdependencia social, como se mencionó anteriormente, se puede dividir en dos tipos: cooperativo y competitiva, en donde la falta de interdependencia produce esfuerzos individualistas. Los docentes pueden elegir estructurar cada actividad de aprendizaje, ya sea de manera cooperativa, competitiva o individualista, esta elección determinará la forma en que interactúen los alumnos entre sí y también va a determinar los resultados que alcancen.

En los últimos cincuenta años, los esfuerzos competitivos e individualistas han sido los más utilizados en las escuelas. El aprendizaje cooperativo ha sido ignorado y muy poco utilizado por los docentes de la educación, aun sabiendo que es el método más importante de estructurar una buena situación de aprendizaje.

Los tipos de aprendizaje cooperativo son tres, y se muestran a continuación:

2.5.1 Aprendizaje Cooperativo formal

Los grupos de aprendizaje cooperativo formal tienen una duración de entre una clase a varias semanas. Para el aprendizaje cooperativo formal se puede estructurar cualquier tipo de actividad académica. Además, estos grupos aseguran que los estudiantes se involucran de una manera activa en el trabajo intelectual de organizar material, explicarlo, resumirlo e integrarlo en las estructuras conceptuales existentes.

2.5.2 Aprendizaje Cooperativo Informal

Los grupos de aprendizaje cooperativo informal son grupos que tienen una duración de entre unos minutos y una clase. Se usan durante la enseñanza directa (explicaciones, demostraciones, películas) con el objetivo de concentrar la atención de los alumnos en los contenidos que deben aprender, crear un clima favorable para el aprendizaje, ayudar a establecer expectativas sobre lo que abarcará la actividad, asegurar que los alumnos procesen cognitivamente el material que se está enseñando y proporcionar un cierre de la sesión educativa.

2.5.3 Grupos Cooperativos de Base

Los grupos cooperativos de base son grupos heterogéneos, de largo plazo que tienen una duración de a lo menos un año y con miembros estables. El objetivo principal de estos grupos es hacer que los integrantes de los equipos se ofrezcan entre sí el apoyo, la ayuda y el aliento necesarios para progresar académicamente. Los grupos de base ofrecen a los alumnos relaciones comprometidas de largo plazo.

En nuestra investigación se hará uso del aprendizaje cooperativo formal, debido a que la intervención a realizar, durará más de una clase.

2.6 La labor del Docente

En una actividad cooperativa, el papel del docente es de mucha importancia, ya que es necesario que: tome decisiones previas a la enseñanza, explique a los alumnos la tarea y la naturaleza cooperativa de la actividad que realizarán, lleve a cabo la situación y, finalmente, evalúe y procese los resultados.

A continuación se definen cada una de estas actividades del profesor al realizar una actividad cooperativa:

1. **Tomar decisiones previas a la enseñanza.** En cada actividad, el docente debe formular objetivos, decidir la cantidad de integrantes que conformarán los equipos, elegir un método para formar los grupos, decidir los roles a asignar a cada integrante del grupo, organiza el aula y organiza los materiales que los alumnos necesitan para realizar la actividad.
2. **Explicar la tarea y la estructura cooperativa.** Se hace necesarios que, en cada actividad, el docente explique la actividad académica a los alumnos, explica los criterios para obtener éxito, estructura la interdependencia positiva, explica la responsabilidad individual y, por último, explica las conductas que espera ver en los alumnos al momento de realizar la actividad.
3. **Controlar e intervenir.** Mientras la actividad está en desarrollo, el docente se encarga de controlar a cada uno de los grupos y, si es necesario, debe intervenir para lograr un mejoramiento de la actividad y el trabajo en equipo. Finalmente, el profesor debe proporcionar un cierre a la actividad realizada.
4. **Evaluar y procesar.** El docente debe realizar una evaluación de la calidad y cantidad del logro de sus alumnos, asegurar que éstos procesen cuidadosamente la eficiencia de sus grupos de aprendizaje, hace que sus alumnos piensen en un plan para mejorar y hace que festejen el esfuerzo de los integrantes del grupo.

En cada una de las actividades, se hace estrictamente necesario que el docente escoja si ser el sabio que está al mando, o el guía que acompaña. Al hacer esto, debe tener claro que el desafío de la enseñanza no consiste en descubrir el material para los alumnos, sino descubrirlo con ellos.

2.7 Elementos del Aprendizaje Cooperativo

Un grupo de aprendizaje cooperativo realmente comprometido, puede llegar a ser la herramienta educativa más poderosa que dispone un docente, pero crear y mantener estos grupos, no es sencillo. Johnson y Johnson (1999), señalan que en la mayoría de las aulas no existen los grupos de aprendizaje cooperativo por dos razones: Muchos docentes no entienden muy bien qué es (y qué no es) un grupo de aprendizaje cooperativo y los principios que lo hacen funcionar, o bien, los profesores carecen de la disciplina necesaria para poner en práctica los fundamentos de los esfuerzos cooperativos de manera rigurosa.

Los elementos básicos del aprendizaje cooperativo son:

2.7.1 Hacer realidad el desempeño potencial de un grupo

Según el desempeño de cada grupo de aprendizaje, se clasifican en:

1. **Pseudogrupo de aprendizaje:** Es aquel en donde los integrantes del grupo deben trabajar juntos, pero no tienen interés en hacerlo. Están reunidos como equipo de trabajo, pero no quieren trabajar juntos o ayudarse para tener éxito. La estructura de un pseudogrupo favorece la competencia cuerpo a cuerpo.
2. **Grupo de aprendizaje tradicional:** Es aquel grupo en donde los integrantes aceptan trabajar juntos, pero no tienen la convicción de que, al hacerlo así, obtengan muchos beneficios. Su estructura favorece al trabajo individualista con conversaciones.
3. **Grupo de aprendizaje cooperativo:** Es un grupo en donde cada uno de sus integrantes está comprometido con el objetivo común de mejorar el aprendizaje de los demás. Es decir, los estudiantes están convencidos que pueden alcanzar sus objetivos, solo si los demás integrantes del grupo también los alcanzan.
4. **Grupo de aprendizaje cooperativo de alto rendimiento:** Es aquel que reúne todos los requisitos necesarios para ser un grupo de aprendizaje cooperativo y que supera todas las expectativas, teniendo en cuenta el nivel de sus integrantes.

Reunir individuos en grupos y hacerlos trabajar, no implica que logren el desempeño de un grupo de aprendizaje cooperativo. Este desempeño y los grupos pequeños van de la mano,

aunque los grupos cooperativos superan el trabajo individual, no existe nada mágico en ellos. Hay ciertas condiciones en las cuales los grupos funcionan con eficacia y otras en las que funcionan mal. Las barreras potenciales para la eficacia grupal son:

1. Falta de madurez grupal.
2. Dar la respuesta dominante sin una actitud crítica.
3. Holgazaneo social – Ocultarse entre la multitud.
4. Viajar de polizón – Conseguir algo por nada.
5. Pérdida de motivación por percibir inequidad.
6. Pensamiento grupal.
7. Falta de heterogeneidad.
8. Falta de habilidades para el trabajo en equipo.
9. Tamaño inadecuado del grupo.

Estos 9 factores como se menciona son determinantes en la búsqueda del buen funcionamiento de grupos de aprendizaje cooperativo. No todos los grupos que se forman son eficaces. Es por ello que el docente debe ser capaz de percibir las causas que originan la falta de eficiencia en un grupo y eliminarlas. Los factores perturbadores pueden ser eliminados siguiendo los principios básicos de la cooperación.

2.7.2 La aplicación de los principios fundamentales de la cooperación

Es un engaño que los docentes crean que al decir “trabajen juntos”, “Cooperen” o “Sean un equipo”, es suficiente, ya que no basta para crear esfuerzos realmente cooperativos entre los alumnos. Existe una disciplina que es necesaria para establecer la cooperación. Los principios necesarios para estructurarla no son simplemente una serie de elementos que caracterizan a los buenos grupos, sino que constituyen un régimen que, si se sigue rigurosamente, producirá las condiciones necesarias para que exista la cooperación.

Los componentes esenciales de los esfuerzos cooperativos eficaces son: la interdependencia positiva, la interacción promotora cara a cara, la responsabilidad individual y grupal, el uso adecuado de las habilidades sociales y el procesamiento grupal.

2.7.2.1 La interdependencia positiva

La disciplina del uso de los grupos cooperativos comienza con la estructuración de la interdependencia positiva (Johnson & Johnson, 1999). Es necesario que cada uno de los integrantes del grupo tenga claro que “se salvan juntos o juntos se hunden”. Cuando la interdependencia es comprendida claramente, se hace evidente que el esfuerzo de cada uno de los integrantes del grupo, es indispensable para el éxito, además de que cada integrante tiene un aporte personal y único para hacer el esfuerzo conjunto, por sus propios recursos o por su papel y las responsabilidades de la tarea.

La estructuración de la interdependencia positiva exige tres pasos. El primero es asignarle al grupo una tarea clara y comprensible. Sus integrantes tienen que saber qué se supone que deben hacer. El segundo paso consiste en estructurar la interdependencia positiva de los objetivos, de manera tal que todos estén convencidos de que pueden alcanzar sus objetivos si y sólo si sus compañeros logran los propios. La interdependencia positiva puede estructurarse informando a los miembros de un grupo que todos son responsables de lo siguiente:

1. Todos deben alcanzar una calificación mínima en las evaluaciones individuales.
2. Todos deben mejorar su rendimiento en relación a las evaluaciones anteriores.
3. La calificación general del grupo (determinada por la suma de las calificaciones individuales de sus integrantes) debe superar un criterio específico.
4. El equipo debe realizar un producto (o, dependiendo del caso, un conjunto de respuestas) exitoso.

El tercer paso consiste en complementar la interdependencia positiva de objetivos con otros tipos de interdependencia positiva. El festejo o la valoración de la interdependencia se estructura cuando cada integrante del grupo recibe la misma recompensa tangible por completar con éxito una actividad conjunta o cuando los integrantes de un grupo festejan juntos su éxito. Cada uno de estos festejos habituales de los esfuerzos y los éxitos grupales, mejoran la calidad de la cooperación.

2.7.2.2 Responsabilidad Individual y personal

La disciplina en el uso de los grupos cooperativos incluye la estructuración de la responsabilidad grupal e individual.

Existe una responsabilidad grupal y una individual. La primera se produce cuando se evalúa el desempeño general del grupo y se devuelven los resultados de todos sus integrantes para compararlos con una norma de desempeño. Por otra parte, la segunda responsabilidad se genera cuando se evalúa el desempeño de cada integrante y se le devuelven los resultados tanto a él como a los integrantes del grupo para compararlos con una norma de desempeño y cada uno es el responsable ante sus compañeros de aportar su parte al éxito del grupo. Sobre la retroalimentación recibida es posible: reconocer, valorar y festejar los esfuerzos por aprender y contribuir al aprendizaje de los demás, proporcionar una solución inmediata mediante la ayuda o el estímulo necesario y reasignar responsabilidades dentro del grupo para evitar esfuerzos innecesarios de sus integrantes.

La responsabilidad individual hace que los integrantes de un grupo tengan conocimiento de que no pueden excusarse en los esfuerzos de sus compañeros. Algunas formas comunes de estructurar este tipo de responsabilidad son:

1. Formar grupos pequeños. Cuanto menos numeroso sea un grupo, mayor será la responsabilidad individual.
2. Tomar pruebas individuales.
3. Tomar evaluaciones orales al azar. Se pide a alumnos elegidos al azar que presenten ante el docente o ante toda la clase (en presencia del grupo) el trabajo hecho por el grupo.
4. Observar a cada grupo y registrar la frecuencia de participación de cada integrante.
5. Asignar a un alumno de cada grupo el papel de verificador. El verificador tiene la misión de pedir a sus compañeros que expliquen el razonamiento y las ideas subyacentes en las respuestas grupales.

6. Pedir a los alumnos que le enseñen a otro lo que han aprendido. Cuando todos los alumnos hacen esto, se lo denomina explicación simultánea.

2.7.2.3 La interacción promotora cara a cara

La disciplina del uso de grupos cooperativos incluye asegurarse de que los integrantes del equipo estén cara a cara al momento de trabajar juntos para realizar las actividades y estimular el éxito de los demás. La interacción promotora existe cuando las personas estimulan y favorecen los esfuerzos del otro para realizar actividades en pos de alcanzar los objetivos del grupo. Mediante el estímulo del éxito del otro, los integrantes de un grupo construyen un sistema de apoyo académico y personal

Existen tres pasos para poder estimular la interacción promotora entre los integrantes de un grupo. El primer paso consiste en destinar el tiempo para que el grupo se reúna. Aunque quizás se vea como algo muy simple, no siempre los grupos tienen el tiempo suficiente para reunirse, madurar y desarrollarse. El segundo paso consiste en recalcar la interdependencia positiva, la cual exige que los miembros del grupo trabajen en conjunto para lograr los objetivos de éste. Finalmente, el tercer paso consiste en favorecer la interacción promotora entre los integrantes del grupo de trabajo. Una forma de hacer esto, es controlando los grupos y festejar las evidencias de interacción promotora.

2.7.2.4 Habilidades interpersonales en grupos pequeños

Una cuarta necesidad para el uso de los grupos cooperativos, es la enseñanza a los miembros de los grupos de las habilidades interpersonales y en grupos pequeños, necesarios para trabajar con eficacia con los demás.

En cada uno de los grupos de aprendizaje cooperativo, es esencial que los alumnos aprendan contenidos académicos y, también, habilidades interpersonales y en grupos pequeños necesarios para funcionar grupalmente. Si no aprenden estas habilidades, es imposible que puedan realizar tareas. Por otra parte, mientras mayor sean las habilidades grupales, mayor será la calidad y cantidad de su aprendizaje.

El aprendizaje cooperativo en sí, es más complejo que el aprendizaje competitivo o el individualista, porque los alumnos simultáneamente deben realizar actividades y trabajar en equipos. Para coordinar los esfuerzos que permitan alcanzar objetivos comunes, es indispensable que los alumnos se conozcan y confíen en el otro, que se comuniquen con precisión y sin ambigüedades, que acepten y apoyen al otro y, por último, resolver los conflictos de manera constructiva.

2.7.2.5 El procesamiento grupal

La etapa final de la disciplina de usar grupos cooperativos es la estructuración del procesamiento grupal. Este procesamiento se puede definir como la reflexión sobre una actividad grupal para ver qué acciones de sus integrantes resultaron útiles y cuáles no, y así, tomar decisiones sobre las acciones que se deben conservar y las que se deben cambiar. El propósito de éste es aclarar y mejorar la eficacia de los integrantes del grupo en cuanto a sus aportes a los esfuerzos de colaboración necesarios para alcanzar los objetivos

Según Johnson, Johnson y Holubec (1999), para estructurar el procesamiento grupal, existen cinco pasos, los cuales buscan mejorar continuamente la calidad del trabajo del grupo en las tareas propiamente dichas y en el funcionamiento del equipo. Los pasos se mencionan a continuación:

Paso 1: Evaluar la calidad de la interacción entre los integrantes del grupo en su trabajo. Este paso se realiza para mejorar el aprendizaje de cada uno de los miembros del equipo. La forma más sencilla de aplicar esta evaluación, es mediante una pauta de observación, con la cual el docente (de manera sistemática) examina a cada uno de los grupos y extrae datos concretos. Con lo anterior se va dejando un registro de la frecuencia del uso de las habilidades solicitadas.

No es necesario que el docente sea el que realice esta observación, ya que se puede nombrar una persona por grupo en cada clase que se encargue de completar la plantilla, o bien, al finalizar cada una de las lecciones, cada integrante del grupo puede llenar su plantilla en donde se exprese la frecuencia con la que se involucraron en cada habilidad social deseada.

Paso 2: Examinar el proceso por el que un grupo hace su trabajo. Este paso consiste en ofrecer retroalimentación a cada grupo. Para ello, el docente debe darse un tiempo al final de la clase para que cada grupo procese cómo trabajaron juntos. Los miembros del grupo deben describir las acciones que les resultaron útiles (y las que no) para la realización de la tarea grupal, y tomar decisiones sobre las conductas que deben mantener o continuar.

Paso 3: Los grupos fijan objetivos para mejorar la eficacia. Esto consiste en que los integrantes del grupo sugieren formas de mejorar el trabajo grupal y en grupo deciden qué sugerencia se adoptará. Es esencial la discusión sobre el funcionamiento grupal. Un error típico de enseñanza es que se les proporciona muy poco tiempo a los alumnos para que procesen la calidad de su colaboración.

Paso 4: Procesar el funcionamiento de la clase en su conjunto. Además del procesamiento de los grupos pequeños, periódicamente los docentes deben organizar actividades de procesamiento para toda la clase. Al final de una clase, el docente puede dirigir una de estas actividades compartiendo con sus alumnos sus observaciones. Si en cada grupo existe un alumno observador, se pueden agregar los resultados de las observaciones que éste tenga, y así, obtener un total general de la clase.

Paso 5: Realizar festejos en los grupos pequeños y con toda la clase. El sentirse exitoso, apreciado y respetado ayuda a construir el compromiso por aprender, el entusiasmo por trabajar en grupos cooperativos y la sensación de capacidad personal en el dominio de las materias y el trabajo cooperativo con los compañeros.

Una vez conocidos los elementos del aprendizaje cooperativo, se pasará a conocer algunas variables que pueden aportar en el aprendizaje cooperativo.

2.8 Variables relacionadas con el aprendizaje cooperativo

Ver un notorio cambio en el rendimiento académico, es lo que se busca en un principio al aplicar las técnicas de aprendizaje cooperativo, lo cual sería traducido como el éxito del proceso. Pero es entendible por todos que el rendimiento académico no se puede analizar de manera aislada, sin antes tener en cuenta algunas variables vinculadas con él. De lo anterior Poveda

(2006) hace referencia a que se hacen necesarias dos tipos de variables, las intrapersonales y las interpersonales, de donde esta última habla de la inteligencia, las habilidades sociales y las estrategias de puesta en juego de los alumnos. En estas últimas nos basaremos en este apartado, puesto que agregaremos también conceptos como inteligencia lógica, la actitud y motivación frente a la matemática, que son aspectos de nuestra investigación.

A continuación se presentan y definen cada una de las variables que serán estudiadas en esta investigación.

2.8.1 Rendimiento académico

En la actualidad existen un sin número de investigaciones que intentan explicar el porqué del bajo rendimiento académico de los estudiantes. Es por ello que existe una gran cantidad de material teórico y bibliográfico que sustentan una investigación sobre las variables que pueden afectar a esta problemática.

En la actualidad existe un sin número de investigaciones que intentan explicar el porqué del bajo rendimiento de los estudiantes y por ende varios factores que puedan afectar a esta problemática.

Primero, para definir este concepto, Avendaño, Gutiérrez, Salgado y Dos-Santos (2016) citan a Navarro (2003) quien dice que el rendimiento académico es la expresión de las habilidades, actitudes y valores que son desarrollados por el alumno mediante el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir son todas aquellas acciones dirigidas a la explicación e interpretación de lo aprendido y que se pueden sintetizar en valores cuantitativos o cualitativos.

A continuación se muestran algunas citas entregadas por Rubén Edel (2003).

Bricklin y Bricklin (1988) realizaron una investigación con alumnos de escuela elemental, allí encontraron que el grado de cooperación es un factor influyente en los docentes para indicar que un alumno es más inteligente o mejor estudiante y por ende afectar el rendimiento académico.

Carbo, Dunn R. y Dunn K. (citados por Markowa y Powell, 1997) han realizado investigaciones sobre las diferencias en los estilos de aprendizaje desde finales de la década de los 70's y han demostrado categóricamente que los niños aprenden de distinta manera, y que su rendimiento escolar depende de que se les enseñe en un estilo que corresponda a su estilo de aprendizaje.

Por otra parte Tejedor (2003) dice que son distintas las variables que inciden en el rendimiento académico agrupadas en variables de identificación (género, edad), psicológicas (motivación, inteligencia, etc.), académicas (curso, rendimiento previo, etc.), pedagógicas (método de enseñanza, estrategias de evaluación, etc.) y socio familiares (lugar de residencia, estudios de los padres, etc.). Además indica que las variables psicológicas deben ser analizadas dentro del contexto socio familiar o entorno escolar.

En nuestra investigación buscaremos analizar qué efecto tiene la metodología tradicional y, por su parte, la que genera el aprendizaje cooperativo para enseñar una materia específica a los estudiantes, y ver cuál de éstas tiene algún efecto en el rendimiento académico de los sujetos de estudio.

2.8.2 Inteligencia Lógica

Gonzáles y González (2013), citan a Gardner (2004), quien dice que son 8 los tipos de inteligencia que poseen los educandos, estas son la inteligencia visoespacial, lingüística, cenestésica, musical, naturalista, intrapersonal, interpersonal y lógica matemática, siendo esta última en la que se centra nuestra investigación.

Las mismas autoras, González y González (2013), citan a Antunes (2004) diciendo que la inteligencia lógica matemática consiste en tener la facilidad para el cálculo, para distinguir figuras geométricas, para resolver rompecabezas que requieren de pensamiento lógico. Además esta inteligencia está presente en todas las personas, pero algunas la tienen más desarrollada que otras y tienen la tendencia de buscar una lógica para cada cosa.

Loja y Miranda (2015), citan a Otero (2009), quien afirma que el aprendizaje cooperativo contribuye al desarrollo específico de la inteligencia lógica matemática debido a que aumenta la

variedad y riquezas de experiencias educativas, que implica que los alumnos utilicen habilidades tanto sociales como lógico-matemáticas para resolver problemas. Además el tener un entorno relajado y seguro del grupo, genera que los estudiantes se animen a participar en las actividades, poniendo en práctica sus habilidades y ampliando la posibilidad de mejorarlas.

De acuerdo a estas citas sobre la inteligencia lógica matemática, es que podemos decir que ésta es aquella que nos ayuda a tener habilidades para realizar cálculos numéricos y también para resolver problemas lógicos y matemáticos, puesto que aquellos que desarrollan esta inteligencia tienen un mayor razonamiento lógico. Es por eso que implementando el aprendizaje cooperativo, buscamos incrementar este tipo de inteligencia en los sujetos de estudio.

2.8.3 Motivación frente a la matemática

La motivación es un proceso general por el cual se inicia y dirige una conducta hacia el logro de una meta. Rubén Edel (2003), cita a Alcalay y Antonijevic (1987), donde se hace referencia a que la motivación es un proceso que “involucra variables tanto cognitivas como afectivas: cognitivas, en cuanto a habilidades de pensamiento y conductas instrumentales para alcanzar las metas propuestas; afectivas, en tanto comprende elementos como la autovaloración, autoconcepto, etc.”

En cuanto al aprendizaje de la matemática, la motivación es una de las variables más importantes para ser analizadas, puesto que, según el constructivismo de Ausubel, se considera que una de las condiciones indispensables para que se genere el aprendizaje significativo es que el estudiante manifieste una disposición por aprender el nuevo contenido, y que esta disposición se manifieste en una manera profunda de encarar la tarea. (Font, 1994)

2.8.4 Actitud frente a la resolución de problemas

Gómez (2009), citando a Schoenfeld(1985), McLeod(1992), Gómez(2000), Leder, Pehkonen y Töner(2002) dice que en las dos últimas décadas, distintas investigaciones han puesto de manifiesto que el éxito y fracaso en matemáticas depende de algo más que del conocimiento de ciertos requisitos de contenido matemático. Algunos factores que influyen en la dirección y el resultado de la ejecución de la tarea matemática son, por ejemplo: las decisiones y

estrategias relativas al control y regulación de la acción (es decir, decisiones relativas al análisis de las condiciones del problema, planificación de la acción, evaluación del proceso), las actitudes, emociones y sentimientos al trabajar la tarea matemática (ansiedad, frustración, alegría), los valores y las creencias acerca de la Matemática y su aprendizaje. Todos estos factores, aunque no de manera explícita, dirigen la instrucción y el comportamiento matemático del estudiante.

Romero, Utrilla y Utrilla hacen referencia a lo dicho por Martínez(2004) con respecto a que la actitud se refiere a las concepciones fundamentales relativas a la naturaleza del ser humano, implica ciertos componentes morales o humanos, exige un compromiso personal y se define como una tendencia o disposición constante a percibir o a reaccionar en un sentido determinado por ejemplo: tolerancia e intolerancia, de respeto o de crítica, de confianza o de desconfianza, etc.

La resolución de problemas constituye, desde hace algunos años, un eje transversal imprescindible en el aprendizaje matemático, y por ello distintos países han incorporado de manera explícita la resolución de problemas en el currículo de la educación primaria y secundaria (Monje, Pérez-Tyteca y Castro, 2012).

Así la actitud hacia la resolución de problemas será considerada como la tendencia o disposición de los estudiantes que afectan la conducta de éste hacia la resolución de problemas.

Las actitudes hacia la resolución de problemas han sido consideradas como una componente de peso en la matemática (Castro, 2008). En este sentido, Mc Leod (1989), citado por Gil, Blanco y Guerrero (2006), señala que los procesos cognitivos implicados en la resolución de problemas son particularmente susceptibles al influjo del ámbito afectivo.

2.9 Metodologías de enseñanza

Hoy se reconoce la necesidad de una Didáctica centrada en el sujeto que aprende, lo cual exige enfocar la enseñanza como un proceso de orientación del aprendizaje, donde se creen las condiciones para que los estudiantes no solo se apropien de los conocimientos, sino que desarrollen habilidades, formen valores y adquieran estrategias que les permitan actuar de forma

independiente, comprometida y creadora, para resolver los problemas a los que deberá enfrentarse en su futuro personal y profesional.

Todo ello conlleva la utilización de estrategias docentes y métodos que propicien un aprendizaje intencional, reflexivo, consciente y autorregulado, regido por objetivos y metas propios, como resultado del vínculo entre lo afectivo y lo cognitivo, y de las interacciones sociales y la comunicación, que tengan en cuenta la diversidad del estudiantado y las características de la generación presente en las aulas universitarias, con la irrupción de la Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (Machado & Montes de Orca, 2011).

Salas y Ardanza (1994) dicen que los métodos de enseñanza son las distintas secuencias de acciones del profesor que tienden a provocar determinadas acciones y modificaciones en los educandos en función del logro de los objetivos propuestos.

La Unidad de Gestión Curricular de la Universidad de Las Américas (2015), señalan que en cuanto a lo que se refiere al concepto de método de enseñanza, Salvador y Gallego (2009) dicen que: Este concepto se relaciona con el camino lógico que se traza para el logro de una meta. En el ámbito educativo, esta meta recae en un proceso formativo de calidad tanto para la enseñanza como para el aprendizaje. Por lo tanto, este método implica una serie de pasos o fases que se disponen, sistemáticamente, en una secuencia temporal. En este sentido, el método equivale a un orden y, por ello, se asocia con el concepto de procedimiento. Por otro lado, Medina (2009) hace referencia a que el método es el conjunto de decisiones y realizaciones fundamentadas que facilitan la acción docente. Esto se realiza en un ecosistema y con un clima empático, mediante el que se ordenan las acciones y fases más adecuadas en la interacción educativa.

En el proceso educativo existen dos grandes protagonistas: el profesor y los alumnos. Desde el punto de vista del primero, un eje importante lo constituyen los métodos de enseñanza, los cuales suponen objetivos seleccionados y secuenciados por parte del docente para lograr las metas pedagógicas que se ha propuesto. Dichos métodos corresponden a una determinada interpretación de la actividad educativa cuyo principal objetivo es convertirse en guía para orientar y desarrollar la práctica educativa (Quaas & Crespo, 2003).

Con respecto a las definiciones anteriores correspondientes a métodos de enseñanza se considerara como la forma particular que tiene el docente para la organización de la enseñanza en función de los objetivos de aprendizajes propuestos.

El profesor no sólo debe estar en condiciones de determinar la calidad del producto que se desea lograr a través de la consecución de los objetivos propuestos, verificada a través de los procedimientos evaluativos que también comprueban la eficacia del proceso enseñanza—aprendizaje, sino que debe seleccionar los métodos de enseñanza más recomendables para aplicarlos racionalmente en el desarrollo de las actividades correspondientes (Serna, 1986).

Antiguamente, el método constituía un conjunto de directrices referentes a las enseñanzas docentes apoyándose, por tanto, en las deducciones de una filosofía del acto de enseñar, hoy el método, identificándose con el proceso de aprender, se basa necesariamente en una psicología del aprendizaje (Titone, 1979).

Rosell y Paneque (2009) dicen que la clasificación de los métodos de enseñanza es un problema aún no resuelto en la Ciencia Pedagógica, pues existen diversos criterios al respecto y no hay uno que sea aceptado por todos. Por lo tanto, no existe un método de enseñanza universal y muchas son las posibilidades de combinarlo, en dependencia de diversos factores, como las particularidades de los alumnos y la etapa del proceso de aprendizaje que se desarrolla, los objetivos y contenidos de enseñanza, los medios disponibles, la forma organizativa de la actividad docente y, por supuesto, el trabajo creador del profesor.

Según los autores Rosell y Paneque (2009) dicen que las clasificaciones más difundidas de los métodos de enseñanza en la actualidad, son:

- *Según el grado de participación de los sujetos de interrelación profesor- alumno* (expositivo, trabajo independiente y elaboración conjunta).
- *Según el grado de dominio o nivel de asimilación del contenido de enseñanza* (pasivos o reproductivos y activos o productivos, incluyendo en estos últimos los métodos problémicos).

A continuación nos centraremos la clasificación de métodos de enseñanza más difundidos en la actualidad, mencionados anteriormente.

2.9.1 Métodos de enseñanza según el grado de participación de los sujetos

Los métodos de enseñanza según el grado de participación de los sujetos o de interrelación profesor-alumno, también llamados formas metódicas básicas de la enseñanza, son los más conocidos y se clasifican en tres grupos; expositivos, trabajo independiente y elaboración conjunta.

Los métodos de enseñanza expositivos se caracterizan porque en ellos predomina la participación activa del profesor, mientras que la participación de los alumnos es eminentemente receptiva. Su importancia radica en las potencialidades instructivas y educativas que se derivan de la palabra y la actuación del profesor, cuya tarea no es decir todo lo que sabe acerca del tema de estudio, sino escoger aquello que es esencial y necesario para su comprensión. Este método se utiliza principalmente en la conferencia.

Los métodos de enseñanza basados en el trabajo independiente se caracterizan porque la actividad del alumno pasa a un primer plano, quien trabaja intensamente para solucionar la tarea que el profesor le encomendó, se sustenta en el principio de que la práctica es la base del conocimiento y se emplea en las clases prácticas y la educación en el trabajo.

Los métodos de enseñanza de elaboración conjunta o dialogada constituyen una forma intermedia entre las dos anteriores, pues en este método hay una participación activa de ambos sujetos, o sea, del profesor y el alumno, y se aplica en los seminarios.

En general, cualquiera de estos métodos se puede emplear de acuerdo con los objetivos que se desean alcanzar, aunque la tendencia es utilizar aquellos que permitan la mayor actividad e independencia posible de los alumnos.

Así, según el grado de participación de los sujetos, los métodos de enseñanza otorgan mayor protagonismo ya sea al docente o al alumno.

2.9.2 Métodos de enseñanza según el nivel de asimilación del contenido de enseñanza

Los métodos de enseñanza según el grado de dominio de los contenidos de enseñanza o el nivel de asimilación de los conocimientos y habilidades, están basados en el desarrollo de la actividad cognoscitiva de los estudiantes y, por tanto, están dirigidos al proceso de aprendizaje, en correspondencia con los objetivos de enseñanza que se desean lograr, cuyos niveles de asimilación son de familiarización, reproducción, producción o aplicación y creación, los que reflejan el grado creciente de independencia y actividad creadora de los educandos.

En general, estos métodos de enseñanza se dividen en dos grupos: **pasivos o reproductivos y activos o productivos**, aunque cada uno de estos grupos tiene sus particularidades, pues en la etapa inicial del primero solo se logra un nivel de familiarización y en la etapa final del segundo se alcanza un nivel de creación.

También hay que tener en cuenta que estos métodos, mejor llamados de aprendizaje o de estudio, están íntimamente relacionados con los métodos de enseñanza expositivos, que son desarrollados principalmente por los profesores, como los informático-monologado, explicativo-ilustrativo, instructivo-práctico y de motivación.

Los **métodos pasivos o reproductivos** se caracterizan por la participación pasiva de los estudiantes, lo cual les limita el desarrollo de la independencia cognoscitiva y la capacidad creadora. En un nivel de familiarización, los estudiantes son capaces de reconocer o identificar los conocimientos y habilidades presentados, aunque no los pueden reproducir. En un nivel reproductivo los educandos se apropian de los conocimientos ya elaborados y reproducen los modos de actuación que ya conocen. Están dirigidos a la repetición del contenido de enseñanza y se utilizan a partir de un modelo o forma práctica, y repiten los pasos seguidos por el profesor.

Los **métodos activos o productivos** se distinguen porque en ellos predomina la participación activa de los estudiantes, lo que les propicia el desarrollo de la independencia cognoscitiva y la capacidad creadora. En el nivel productivo, los alumnos aplican los conocimientos y habilidades que poseen, en situaciones nuevas para él y buscan la solución.

En el nivel de creación, los educandos son capaces de descubrir los contenidos nuevos en las situaciones que se les presentan, sin disponer de los conocimientos suficientes para ellos (Rosell & Paneque, 2009).

En base a las clasificaciones anteriores, el método de enseñanza tradicional posee las características de los métodos pasivos o reproductivos y en cambio el método de enseñanza basado en el aprendizaje cooperativo correspondería a métodos activos o productivos, todo esto encasillado en la clasificación por métodos de enseñanza según el nivel de asimilación del contenido.

A continuación se entrega una explicación de cada una de las metodologías de enseñanza a contrastar en esta investigación.

2.10 Metodología de enseñanza tradicional

Los métodos tradicionales de enseñanza contemplan la clase como un entorno en donde la labor del docente es simplemente dar información a los estudiantes y en la que los objetivos y metas planteados generan competitividad entre los mismos alumnos.

Rodríguez (2013) comenta que la pedagogía tradicional comienza a gestarse en el siglo XVIII con el surgimiento de la escuela como institución y alcanza su apogeo con el advenimiento de la pedagogía como ciencia en el siglo XIX, los contenidos de enseñanza constituyen los conocimientos y valores acumulados por la humanidad y transmitidos por el maestro como verdades absolutas desvinculadas del contexto social e histórico en el que vive el alumno, este método de enseñanza es eminentemente expositivo, la evaluación del aprendizaje es reproductiva, centrada en la calificación del resultado, la relación profesor-alumno es autoritaria, se fundamenta en la concepción del alumno como receptor de información, como objeto del conocimiento.

La palabra matemática generalmente causa temor en los estudiantes de ahora y en aquellos que ya dejaron de serlo; sin embargo, encontramos los procesos matemáticos en muchas de las actividades diarias, aunque no lo percibimos como tal. La ciencia de la matemática se enseña, de manera formal, desde la instrucción elemental hasta la investigación científica

avanzada, y es una herramienta indispensable para llevar a cabo el desarrollo de otras ciencias como lo son la física, la ingeniería, la economía, etc. Además, tienen aplicaciones diversas en cualquier ámbito de la vida cotidiana de todo individuo lo cual puede ir desde saber su edad, mirar el reloj por la mañana, determinar el costo total en la compra del supermercado, entre otras, las cuales son realizadas de manera inconsciente y sin problemas para la mayoría de nosotros.

La existencia de este temor se debe, en gran parte, a la forma tradicional de enseñanza, de tal manera que la rigidez del método no despierta el interés por el estudio de la matemática y sus aplicaciones.

La enseñanza de la matemática, al igual que cualquier disciplina, necesita de la voluntad de dos partes, voluntad de enseñar y voluntad de aprender. Por parte de los docentes, consideramos que la metodología tradicional debería evolucionar hacia métodos más flexibles, como puede ser el caso del método de enseñanza basado en la solución de problemas (Facultad de Ciencias de la UASLP, Sociedad Potosina de Física, 2004).

Se entenderá así por método tradicional de enseñanza, aquel en donde el estudiante es un ente pasivo quien solo reproduce contenidos que fueron internalizados de manera memorística.

2.11 Metodología de enseñanza en base al aprendizaje cooperativo.

En esta investigación aplicaremos una metodología de enseñanza que implique el uso del aprendizaje cooperativo. Para ello nos centraremos en lo hablado en los puntos anteriores, se crearán grupos de trabajo pequeños en donde a cada integrante se le designa un rol en específico y todos juntos trabajan en equipo para maximizar su aprendizaje y el del resto de sus compañeros.

2.12 Resolución de problemas

La resolución de problemas matemáticos (RPM), en las últimas tres décadas, ha presentado un creciente interés en el mundo de la educación matemática. En particular, ha sido incorporado en los currículos de diversos países. Por ejemplo, en la década de 1990 Estados

Unidos declara que la resolución de problemas debiera ser el eje central del currículo escolar (NCTM, 1989,200) dada la importancia que tiene para generar habilidades y conocimiento matemáticos. Por su parte, en esa misma década, Chile incorpora al currículo nacional la RPM como contenido mínimo obligatorio. Posteriormente, con las Bases Curriculares (MINEDUC, 2012) la RPM se establece como habilidad transversal a todos los contenidos matemáticos, y se incorpora a los estándares orientadores para la formación inicial de profesores (MINEDUC, 2011) (Chandia, Rojas, Rojas, & Howard, 2015).

La educación es definida por la Ley General de Educación como “el proceso de aprendizaje permanente que abarca las distintas etapas de la vida de las personas y que tiene como finalidad alcanzar su desarrollo espiritual, ético, moral, afectivo, intelectual, artístico y físico, mediante la transmisión y el cultivo de valores, conocimientos y destrezas” (MINEDUC, 2009). En este escenario, la escuela y el liceo, atendiendo al rol educativo que se les ha delegado, juegan un rol fundamental en el proceso formativo de las y los estudiantes.

En este contexto, los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) aluden tanto al desarrollo personal y social de los y las estudiantes como al desarrollo relacionado con el ámbito del conocimiento y la cultura. (Consejo Nacional de Educación, Unidad de curriculum y evaluación, 2016)

Dentro de los OAT tenemos diversas dimensiones, tales como: Dimensión física, Dimensión afectiva, Dimensión cognitiva-intelectual, Dimensión sociocultural y ciudadana, Dimensión moral, Pro-actividad y trabajo, Dimensión espiritual, Planes y proyectos personales, Tecnologías de la información y comunicación.

Y enfocándonos en la Dimensión cognitiva-Intelectual que según lo propuesto en las bases curriculares son “Los objetivos que forman parte de esta dimensión orientan los procesos de conocimiento y comprensión de la realidad; favorecen el desarrollo de las capacidades de análisis, investigación y teorización, y desarrollan la capacidad crítica y propositiva frente a problemas y situaciones nuevas que se les plantean a las y los estudiantes. (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2015), y dentro de esta definición encontramos que los estudiantes

deben desarrollar distintas capacidades frente a problemas, que será a lo que nos referiremos a continuación.

2.12.1 ¿Qué es un problema?

Según la investigación de Machado y Montes (2009), se menciona, en uno de sus párrafos, el término problema según su etimología y en ello vemos que existe coincidencia de tratamiento entre los más diversos autores: “Lo que se interpone por delante impidiendo el paso.” o “viene del griego proballo, que significa lanzar delante”, o “problema, lo puesto delante, del verbo proballo, poner delante, presentar.”.

Ortega, Pecharromás y Sosa (2011, p. 102) establecen la siguiente definición de problema: planteamiento de una situación de respuesta desconocida que no es inmediata, que el alumno tiene que resolver mediante métodos matemáticos y que, además, el alumno debe tener la voluntad de hacerlo. (Conejo & Ortega, 2013)

George Pólya dice que resolver un problema es la “capacidad de soslayar una dificultad, de seguir un camino indirecto cuando el directo no aparece, es lo que coloca al animal inteligente sobre el torpe, lo que coloca al hombre por encima de los animales más inteligentes, y a los hombres de talento por encima de sus compañeros, los otros hombres”. (National Council of Teachers of mathematics, 1971)

Un problema es una situación que es imposible responder aplicando alguna receta o resultado anterior, sino que para resolverla se requiere movilizar conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. Una cuestión básica para estimular a los alumnos y alumnas es despertar su interés, provocarlos para que quieran resolverlos, e involucrarlos en esta tarea que les demandará tiempo y esfuerzo (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2013).

De esta manera podemos definir un problema como situaciones que demandan reflexiones, búsquedas, investigaciones y que para responder hay que pensar en las soluciones y definir una estrategia de resolución que no conduce, precisamente, a una respuesta rápida e inmediata.

Además, Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009) citando a Polya (1945), dicen que existen dos tipos de problemas: los rutinarios y los no rutinarios. Los problemas rutinarios son aquellos que, teniendo interés en resolverlos, el que los enfrenta encuentra el camino de solución de manera casi inmediata, no requieren un esfuerzo mental extraordinario para visualizar el método, el trazo, el algoritmo o el lugar donde puede consultarse una idea para su solución. En cambio, los problemas no rutinarios requieren esfuerzo y meditación antes de que se vislumbre alguna idea para la solución. Esta clasificación es relativa, pues para algún estudiante resolver un problema puede significar un esfuerzo demasiado grande, para otro puede ser menor el esfuerzo realizado, y puede significar un acto de simple recordatorio para un matemático talentoso o un estudiante con entrenamiento.

2.12.2 Importancia de resolver problemas

A continuación se hará referencia a la importancia que tiene resolver problemas en clase.

Deulofeu y Giné (2014) hacen referencia a que la resolución de problemas constituye uno de los ejes principales de la enseñanza de la Matemática. Las dificultades de los alumnos de todos los niveles para resolver problemas y el papel de la resolución de problemas en la enseñanza son uno de los temas de investigación más relevantes en el ámbito de la Didáctica de la Matemática.

La Matemática es una de las áreas fundamentales que forma parte del currículo en los primeros años de la escolaridad (Ministerio de Educación, 1997), ya que la misma proporciona herramientas para adquirir los conocimientos de las otras áreas y desarrollar habilidades que el estudiante necesita para la vida. Su conocimiento está en todas partes, en todas las actividades y quehaceres que forman parte del vivir cotidiano en esta sociedad. Por ello, el estudiante cuando comienza su escolaridad trae, como lo señala Baroody (1994), un bagaje de "conocimientos matemáticos informales", los cuales constituyen un puente para adentrarse en la Matemática formal que comenzará a aprender en la escuela. Entre los contenidos matemáticos desarrollados en la escuela, adquieren relevancia, la resolución de problemas, ya que constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil transferencia para la vida, puesto que permite al educando enfrentarse a

situaciones y problemas que deberá resolver. De acuerdo con Cuicas (1999), "en Matemática la resolución de problemas juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones tanto en la enseñanza como en la vida diaria". Asimismo, en el Currículo Básico Nacional (Ministerio de Educación, 1997), se expone que la resolución de problemas "es la estrategia básica para el aprendizaje de la Matemática". En este sentido, puede decirse que la resolución de problemas ocupa un lugar central para su enseñanza pues estimula la capacidad de crear, inventar, razonar y analizar situaciones para luego resolverlas. De la misma manera puede afirmarse que la resolución de problemas es una estrategia globalizadora en sí misma, debido a que permite ser trabajada en todas las asignaturas, y además el tópico que se plantea en cada problema puede referirse a cualquier contenido o disciplina (Pérez & Ramírez, 2011).

2.12.3 ¿Cómo resolver un problema?

Frente a esta interrogante hay que tener en consideración que no existe un método único que se pueda utilizar a la hora de resolver la gran variedad de problemas que pueden llegar a existir, de modo que se presentaran algunas teorías con sus respectivos procedimientos para poder llegar a una solución.

La experiencia de aula y la abundante investigación, nos señalan que nuestros alumnos y alumnas poseen estilos cognitivos, ritmos de aprendizaje e intereses diferentes; que hay algunos de ellos con más capacidad para resolver problemas que otros de su misma edad. Estos sujetos son aquellos que suelen aplicar –muchas veces sin darse cuenta- toda una serie de técnicas y métodos que resultan adecuados y eficientes para afrontar los problemas.

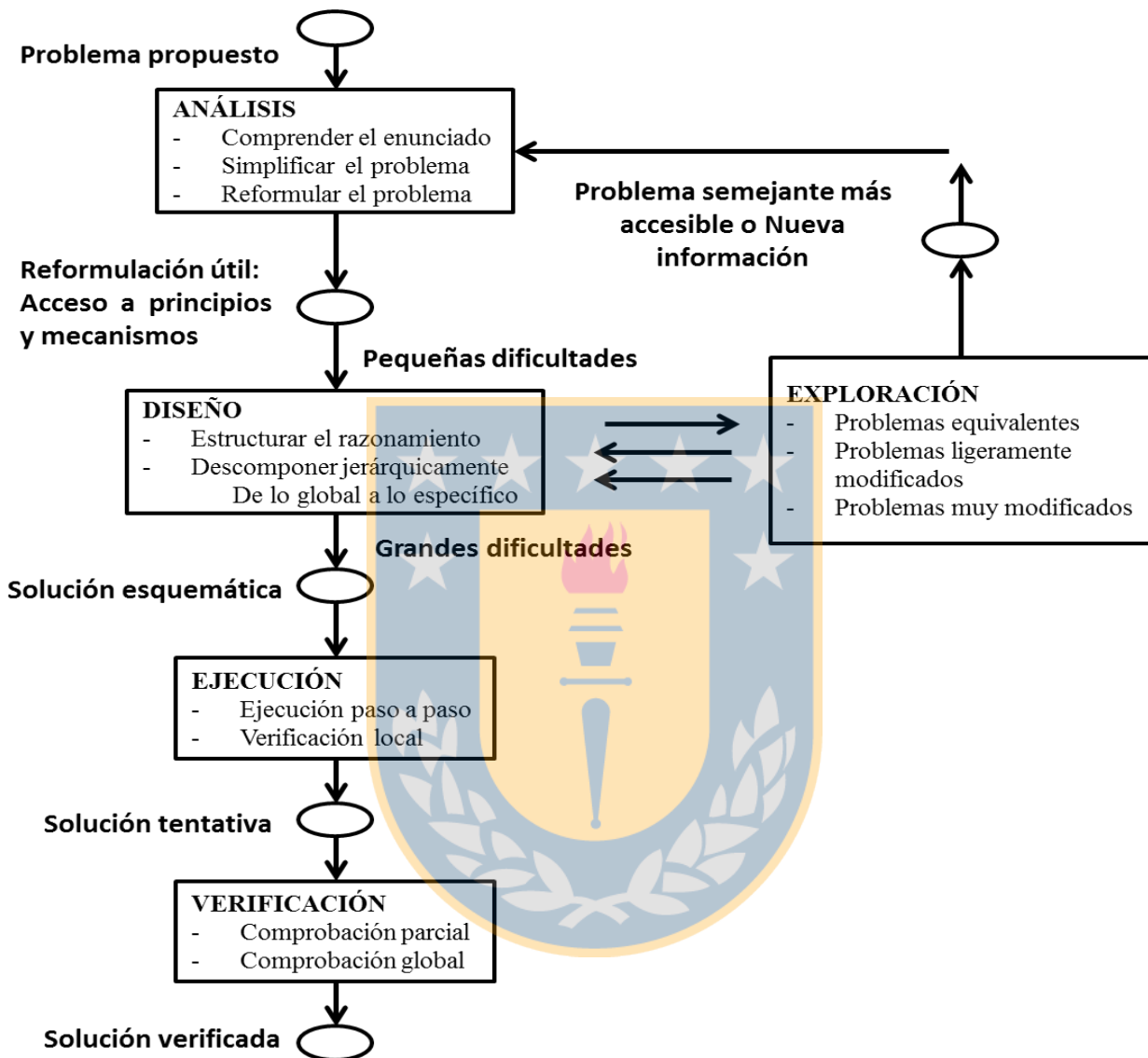
Este conjunto de mecanismos, constituye los llamados procesos "heurísticos": operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismos es el objeto de la resolución de problemas, y esto permite que sea una facultad posible de "enseñar" y perfeccionar con la práctica (Educar Chile, 2013).

Barroso y Rodríguez (2007) dicen que los heurísticos son estrategias generales de resolución de problemas, carentes de contenido matemático específico, no aseguran llegar a la solución pero aumentan las posibilidades de alcanzarla (De Corte, 1993). Ejemplos de heurísticos son el trabajo hacia atrás, partir de una posible solución y determinar sus propiedades, la exploración de los casos extremos, la analogía con otros problemas resueltos previamente, la descomposición del problema en otros más sencillos, la generalización de la solución obtenida, etc. Puig-Cerdán (1988, cit. en Nortes, 1992) defiende que apropiarse de un heurístico implica:

- Saber cuándo hay que usarlo
- Saber cómo se relaciona con otros heurísticos
- Saber todas sus variantes y sus aplicaciones
- Saber qué puede esperarse del heurístico

Callejo hace referencia a G. Pólya quien plantea la actividad de resolución de problemas como un arte en el que la imitación del maestro y la práctica ayudan a interiorizar un modo de hacer. Éste se basa en un proceso que comprende las conocidas cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, llevarlo adelante, revisarlo que van ayudando a desbrozar el camino que conduce a la solución, gracias a sugerencias y preguntas que suelen utilizar quienes dominan este arte. Si se sabe elegir y adaptar a cada problema, ofrecen pistas para diseñar un plan que, en el mejor de los casos, lleva a la meta perseguida. La actividad mental se traduce en un dialogo verbal con el maestro o un dialogo interior con uno mismo (Callejo, 2000).

A continuación se presenta un esquema con las etapas de resolución de problemas:



Cen y De Jesús (2015) hacen referencia a Polya (1945) que propone cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema. Estas son:

1. Comprender el Problema

Mediante preguntas como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición? el estudiante debe contextualizar el problema. Generalmente esta etapa es de las más complicadas por superar, puesto que muchas veces un joven inexperto busca expresar procedimientos antes de verificar si esos procedimientos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.

2. Trazar un plan para resolverlo

En esta fase, Polya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta. En este momento, se está en los preámbulos de emplear alguna metodología. Esta es la forma en que se construye el conocimiento según Polya: sobre lo que alguien más ha realizado.

3. Ejecución del plan

Toda vez que se tiene en claro un plan de ataque, este debe ejecutarse y observar los resultados. Desde luego que el tiempo para resolver un problema es relativo, en muchas ocasiones, es necesario un ir y venir entre la concepción y la ejecución del plan para obtener resultados favorables. En este sentido, han existido múltiples problemas matemáticos abiertos durante muchos años, por ejemplo, el último teorema de Fermat conjeturado en el siglo XVII que no fue demostrado sino hasta 1995.

4. Comprobar los resultados

Es en esta etapa en donde la resolución de un problema da pie a un gran descubrimiento. El autor señala que en esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: “¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?”.

Resolver problemas invita a "movilizar recursos", a situarse en un nivel metacognitivo, nivel que diferencia a quienes resuelven bien problemas de aquellos que aún no lo logran. Por tanto hay que enseñar a los estudiantes a utilizar los instrumentos que conocen, para situarlos en un nivel metacognitivo.

Para A. H. Schoenfeld (1985) las estrategias descritas por G. Pólya son “etiquetas” que designan familias de estrategias semejantes y, a diferencia de los algoritmos no son prescriptivas sino que describen de manera general un procedimiento de resolución. Una vez seleccionada una de ellas hay que decidir cómo usarlas (Callejo, 2000).

En nuestra investigación nos enmarcaremos en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, lo que hace necesario comentar sobre los contenidos mínimos que entregan los programas de estudio sobre esta temática.

2.13 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

El programa de estudio de educación chilena para segundos años medios (2011), en los contenidos de la unidad 3 de álgebra, propone los siguientes contenidos:

- Función exponencial y representación gráfica.
- Función logarítmica y representación gráfica.
- Función raíz cuadrada y representación gráfica.
- Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Gráfica de un sistema de ecuaciones.
- Expresiones algebraicas fraccionarias.
- Operaciones de expresiones algebraicas fraccionarias.

De toda esta gama de contenidos, solo tres se relacionan al tema de nuestra investigación, que es acerca de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Estos son:

- Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
- Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas
- Gráfica de un sistema de ecuaciones

Luego, para abordar cada uno de estos contenidos, se nos hace necesario tener presente el siguiente aprendizaje esperado:

- Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, gráfica y algebraicamente.

Y, finalmente para evaluarlos, sugiere los siguientes indicadores de evaluación:

- Determinan y verifican la solución grafica de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en el plano cartesiano, manualmente.
- Determinan y verifican la solución grafica de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en el plano cartesiano, usando un software gráfico.
- Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante sustitución.

- Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante reducción.
- Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante Igualación.
- Fundamentan acerca de cuál es el método más eficiente para resolver un sistema de ecuaciones lineales dado y determinan su solución.
- Discuten acerca de la existencia y pertinencia de las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.



Capítulo 3: Marco Metodológico

3.1 Tipo de Investigación y Diseño

El tipo de investigación es de carácter cuantitativo, dado que se obtienen resultados de forma cuantificable y se establecen conclusiones a partir de la implementación de la metodología del aprendizaje cooperativo en el contenido de resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Además es del tipo explicativa y correlacional, ya que se analiza si esta metodología produce efectos sobre el rendimiento, la motivación, actitud e inteligencia lógica de los alumnos de segundo medio, la que se analiza a través de los resultados obtenidos en la aplicación de las distintas pruebas.

En cuanto al diseño de la Investigación es de carácter cuasi-experimental, ya que tiene como objetivo manipular (al menos) una variable independiente, donde por razones logísticas o éticas, no se puede asignar las unidades de investigación aleatoriamente a los grupos (Fernández, Vallejo, Livacic, & Tuero, 2014), como es el caso de los estudiantes del Liceo Municipal Técnico Profesional. Se cuenta con un grupo control y un grupo experimental pertenecientes al liceo, teniendo ambos un mismo enfoque educativo con el fin de realizar una comparación entre un método y otro, dentro de un mismo establecimiento. Por otro lado, esta investigación cuenta con 4 pre-test, para medir motivación, actitud frente a la resolución de problemas, inteligencia lógica y de conocimientos previos, y también tiene la misma cantidad de post-test, en relación a los mismos aspectos mencionados anteriormente, para que con ellos, se pueda medir los efectos de la intervención realizada.

3.2 Población

La población de estudio está constituida por aproximadamente 75 alumnos, quienes conforman la totalidad del alumnado de los segundos años medios de un Liceo Municipal Técnico-Profesional, ubicado en la comuna de Mulchén.

3.3 Muestra

La muestra está conformada por dos segundos medios del liceo Técnico Profesional, los que corresponden al grupo control (G.C.) y grupo experimental (G.E.). Esta muestra fue escogida de manera intencionada, puesto que los cursos fueron asignados por la Unidad Técnica Pedagógica del colegio, con previa consulta a cada uno de los docentes que realizan la asignatura de matemática.

Los grupos, tanto control como experimental, están conformados de acuerdo a como se muestra en la siguiente tabla:

| | Grupo Control (2°B) | Grupo Experimental (2°A) |
|-------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| Total de Alumnos | 38 | 37 |
| Hombres | 28 | 16 |
| Mujeres | 10 | 21 |

3.4 Variables de Estudio

3.4.1 Variable Independiente

Para efectos de esta investigación, la variable independiente corresponde a la metodología de enseñanza, la cual toma dos valores, los que se describen a continuación:

- ✓ Método de enseñanza basado en el Aprendizaje cooperativo, aplicado en el grupo experimental.
- ✓ Metodología tradicional de enseñanza, correspondiente al grupo control.

En este trabajo, la variable será abordada dentro de la intervención realizada sobre el grupo experimental de 2° medio del colegio municipal y técnico profesional.

3.4.2 Variables Dependientes

Para efectos de esta investigación, se han definido las siguientes variables dependientes:

- ✓ Motivación frente a la matemática.
- ✓ Actitud frente a la resolución de problemas.
- ✓ Rendimiento académico matemático.
- ✓ Nivel de inteligencia lógica.

3.4.3 Operacionalización de las variables

- La motivación, actitud y nivel de inteligencia lógica, serán medidos en un test aplicado al comienzo y al final de la intervención.
- El rendimiento académico matemático, será medido mediante un pre-test y post-test aplicado a los estudiantes, antes y después del periodo de intervención.

3.5 Descripción de los instrumentos

A continuación se presentan los instrumentos utilizados para la recolección de datos, los que se encuentran en los anexos 1, 2, 3, 4 y 5 de las páginas 86, 89, 90, 92 y 98 respectivamente.

3.5.1 Pre-test de conocimientos previos

Este test será aplicado al comenzar la intervención, tanto en el grupo control, como en el grupo experimental, con el fin de medir los conocimientos previos de los alumnos acerca del tema a tratar en la unidad de Álgebra de segundo año medio. Para saber cuáles eran los conocimientos previos que debían manejar los estudiantes para esta unidad, nos dirigimos a la guía del docente de segundo medio y los extrajimos. El test abarca objetivos como:

- A. Resolver ejercicios que involucran números racionales.
- B. Identificar características y propiedades de los números enteros y racionales.
- C. Resolver problemas cuyo modelamiento involucre ecuaciones lineales de primer grado, operaciones combinadas y reducción expresiones algebraicas.
- D. Aplicar productos notables para la reducción de expresiones algebraicas.

E. Resolver ejercicios que involucran ecuaciones lineales.

Este instrumento ha sido validado por docentes de la carrera de Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles y profesores egresados de esta misma carrera. (Validación Test de Conocimientos previos, ver Anexo 9, página 123)

Este Test está formado por 3 ítems de trabajo, uno de selección múltiple, otro de desarrollo y, por último, un ítem de resolución de problemas. El primero contiene 6 preguntas, dentro de las cuales se encuentran 5 alternativas de posibles respuestas, donde sólo una es la correcta, con un valor de 3 puntos cada uno. El segundo ítem refleja 5 ejercicios separados en 2 partes, uno de resolver ecuaciones literales y el otro de calcular el valor de operaciones combinadas, teniendo un valor de 2 puntos por ejercicio. Finalmente, se presentan 2 problemas a resolver por los estudiantes, en donde cada uno de ellos tiene un puntaje de 4 puntos cada uno, debido a que deben tener un mayor nivel de razonamiento para resolverlos.

El alfa de Cronbach calculado para este pre test es de $\alpha=0.706$, por lo tanto el instrumento es confiable.

3.5.2 Test de motivación frente a la matemática

Para analizar los cambios motivacionales que presenten los estudiantes del grupo control y el grupo experimental, se aplicará un test motivacional extraído de la revista de Didáctica de la Matemática “Números” (volumen 86, julio de 2014, páginas 39 – 50), el cual es una traducción al castellano del test original de Berger y Karabenick en el año 2011.

El cuestionario a aplicar consta de 14 preguntas centradas en 5 ejes de la motivación frente a la matemática (interés, importancia, utilidad, coste y autoeficacia). Éste será evaluado en base a una escala de Likert 5, donde 1 corresponde a “completamente en desacuerdo” y 5, “completamente de acuerdo” a lo que se le consulta.

Como recomiendan los autores del cuestionario original, se han agrupado los tres primeros componentes de valor (interés, utilidad e importancia) y se ha medido el coste por

separado. De esta manera, los indicadores de motivación estudiados son tres: el valor, el coste y la expectativa de autoeficacia.

Finalmente el test consta de 9 ítems de la escala de valor (3 pertenecientes al interés, 3 para la utilidad y 3 para la importancia), 2 ítems que analizan el coste y 3 ítems que evalúan la expectativa de autoeficacia. (Gasco y Villarroel, 2014)

Para el análisis de la fiabilidad de este instrumento, citaremos la Tesis de pregrado de Álvarez y Sepúlveda (2015), quienes en su investigación utilizaron este test y obtuvieron un alfa de Cronbach de 0,769, lo cual indica que la prueba es confiable.

Para efectos de nuestra investigación, el alfa de Cronbach calculado para este instrumento es de $\alpha = 0,832$, lo que hace que el instrumento sea confiable.

3.5.3 Test de actitud frente a la resolución de problemas

El test de actitud hacia la resolución de problemas, será aplicado tanto al Grupo control, como al grupo experimental. La intención de aplicar este instrumento es observar la percepción que tienen los estudiantes con respecto al tema de resolver problemas matemáticos.

El cuestionario a aplicar fue extraído de la tesis de pregrado de Alfonso Apablaza (2014). Este autor, dice que extrajo el test de la creación realizada por Jesús Muñoz y María Mato, con un alfa de Cronbach de 0,89, lo cual hace que el test sea bastante confiable de utilizar.

El instrumento consta de 23 ítems, en donde cada uno tiene cuatro opciones de respuestas posibles codificadas con frases como: mucho, bastante, poco o nada. La idea es que los estudiantes marquen con una "X" la opción que más les identifique a cada uno. Para concepto de análisis se considerará el test en dos partes, donde los primeros 10 aspectos serán evaluados con puntaje 4, 3, 2 y 1, para quienes respondan mucho, bastante, poco o nada respectivamente. Los siguientes 13 aspectos tendrán una puntuación de 1, 2, 3 y cuatro para quienes contesten mucho, bastante, poco o nada respectivamente. Esta separación se realiza puesto que los primeros 10 apuntan aspectos que favorecen la actitud de los alumnos frente a la resolución de problemas, y los siguientes 13, van en relación a un factor no favorable de la actitud.

El alfa de Cronbach calculado para este test, en esta investigación, es de $\alpha = 0,798$, por lo tanto el instrumento es confiable.

3.5.5 Test de inteligencia lógica superior

Al igual que los anteriores instrumentos, este test será aplicado tanto al Grupo Control, como también al experimental. La intencionalidad de la aplicación de este instrumento, es ver el nivel de inteligencia lógica que tienen los estudiantes del Liceo Técnico Profesional de Mulchén.

El Test de Inteligencia Lógica, versión superior, fue creado en el Instituto pedagógico San Jorge Mont de La Salle, de la Universidad de Montreal, fue adaptado y normalizado en España por el Seminario de Pedagogía de San Pio X. En Chile fue modificado por los docentes de la Universidad de Concepción, Gladys Riquelme, Teresa Segure y Ricardo Yévenes, en el año 1994. (Cerde, 2012)

Cerde (2012) dice que el instrumento está constituido por 50 ítems, más 5 ejemplos que ayudan a entender la forma de responder el test, y el tiempo de duración para responder es de 30 minutos. Además la fiabilidad de esta herramienta es muy alta, puesto que posee un alfa de Cronbach de 0,95.

Para nuestra investigación, el alfa de Cronbach calculado para este test es de $\alpha = 0,867$, mostrando que el instrumento es confiable.

3.5.6 Post – test de conocimientos adquiridos

Este test será aplicado al finalizar la intervención, con el objetivo de realizar una medición de los conocimientos que son adquiridos por los alumnos en relación a la resolución de problemas que involucren sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se aplicará en el grupo control y en el experimental, con el fin de establecer una comparación entre ellos, mediante los test de hipótesis correspondientes.

Este instrumento ha sido validado por un docente de Matemática y Tecnología, dos docentes de la carrera de Pedagogía en Matemática y Ed. Tecnológica y un profesor de Matemática y Computación. Inicialmente la prueba estaba constituida por 8 problemas, de los

cuales hubo uno que no fue validado. (Validación Test de Conocimientos adquiridos ver Anexo 10, página 124). Además se eliminaron dos ejercicios debido a observaciones realizadas por los jueces, diciendo que la prueba era muy extensa para los estudiantes.

Esta herramienta consta con un solo objetivo, que es resolver problemas que implican el uso de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Finalmente la prueba queda constituida por solamente un ítem de desarrollo, en donde se presentan 5 enunciados en los que los estudiantes para poder resolverlos, deberán hacer un esquema de resolución y luego plantear el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y así dar respuesta a lo solicitado.

El alfa de Cronbach calculado para este post test es de $\alpha = 0,861$, por lo tanto el instrumento es confiable.

3.6 Dimensión temporal de la investigación

Esta investigación se lleva a cabo mediante una intervención realizada durante el mes de Octubre del año 2017 en un Liceo Técnico Profesional Municipalizado, durante un periodo de 3 semanas, equivalentes a 15 hrs. pedagógicas en total, lo que nos indica que es una intervención de carácter longitudinal. La recolección de datos se realiza en dos periodos; al comienzo y fin de la intervención antes mencionada. El profesor interventor comenzó a asistir el día 11 de Septiembre del 2017 para observar y conocer los cursos, pero la intervención tiene como fecha de inicio el día 2 de Octubre del 2017 con la aplicación de pre-test en el ambos grupos de trabajo (experimental y control). La intervención se finaliza el día 3 de Noviembre del 2017.

3.7 Descripción de la intervención en el Grupo Experimental

Se describe la manera en que se aplica la metodología del aprendizaje cooperativo en el grupo experimental, cabe mencionar que éste, será un grupo de aprendizaje cooperativo formal, debido a la duración de la intervención, en donde trabajan los mismos grupos establecidos al comenzar dicha actividad. Los pasos para la realización de las clases son los siguientes:

1. **Determinación de los grupos de trabajo:** los grupos estaban conformados por 4 o 5 integrantes debido a la cantidad de alumnos del grupo experimental.

2. **Formación de los grupos:** Se decide organizar los grupos de acuerdo a un azar estratégico observando el rendimiento académico en matemática del primer semestre. Cada equipo estaría conformado por un alumno que tuvo buen rendimiento, dos neutrales o rendimiento medio y dos de bajo rendimiento. La idea de esto, es hacer que en cada uno de los equipos exista un alumno que pueda prestar ayuda y otros que se les haga necesaria la ayuda de éste.

3. **Designación de roles:** A cada equipo se le designaron los siguientes roles, basándose en la investigación realizada por Álvarez y Sepúlveda (2015):

- a. **Líder:** Encargado de supervisar el trabajo, motivar a la realización de las tareas y también controlar que cada integrante cumpla su rol dentro del equipo.
- b. **Secretario:** Es el encargado de llevar los registros de cada una de las ideas y observaciones que se realicen cuando se estén realizando las actividades.
- c. **Registrador:** Es quien se encarga de redactar todas las conclusiones finales del trabajo realizado.
- d. **Vocero:** Está a cargo de realizar las consultas al profesor y de exponer las conclusiones de su grupo cuando sea necesario.

Como existen grupos conformados por cinco personas, el cargo que tomaba era de secretario de apoyo, es decir, ayudaba al secretario en su labor. Cada uno de estos roles se designaron al comenzar la intervención e iban rotando clase a clase.

4. **Organización en aula:** Se modifican los espacios de aula en donde cada grupo se ordena con el mobiliario necesario sin dar la espalda al pizarrón y dejando el suficiente espacio para que el profesor pueda transitar por la sala de clases. Cada grupo estaba designado con un número y nombre de grupo para que sea más fácil su identificación.

A cada uno de los grupos de trabajo se les hizo una carpeta de trabajo en donde estaban las especificaciones de los roles de cada estudiante y también una en donde realizaban una auto evaluación tanto grupal como individual. Las hojas incluidas en las carpetas se encuentran en el Anexo 6, página 100.

3.8 Calendario de intervenciones

| Grupo Experimental | | |
|--------------------|------------|---|
| Clase | Día | Contenido |
| 1 | 02/10/2017 | Desarrollar pre test de motivación, actitud e inteligencia lógica. |
| 2 | 03/10/2017 | Desarrollar pre test de conocimientos previos. |
| 3 | 04/10/2017 | Organización y conformación de grupos de trabajo. |
| 4 | 09/10/2017 | Representar de manera algebraica diferentes situaciones de la vida real. |
| 5 | 10/10/2017 | Elaborar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| 6 | 11/10/2017 | Aplicar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| 7 | 17/10/2017 | Resolver situaciones de la vida diaria representando de manera abstracta. |
| 8 | 24/10/2017 | Desarrollar post test de motivación, actitud e inteligencia lógica. |
| 9 | 30/10/2017 | Desarrollar post test de conocimientos adquiridos. |

Grupo Control

| Clase | Día | Contenido |
|--------------|------------|---|
| 1 | 02/10/2017 | Desarrollar pre test de motivación, actitud e inteligencia lógica. |
| 2 | 03/10/2017 | Desarrollar pre test de conocimientos previos. |
| 3 | 04/10/2017 | Presentar el contenido |
| 4 | 09/10/2017 | Representar de manera algebraica diferentes situaciones de la vida real. |
| 5 | 10/10/2017 | Elaborar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| 6 | 11/10/2017 | Aplicar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| 7 | 17/10/2017 | Resolver situaciones de la vida diaria representando de manera abstracta. |
| 8 | 23/10/2017 | Desarrollar post test de motivación, actitud e inteligencia lógica. |
| 9 | 03/11/2017 | Desarrollar post test de conocimientos adquiridos. |

3.9 Planificaciones de la intervención

En ambos cursos trabaja el mismo profesor interventor, con iguales objetivos y contenidos, siendo así la metodología utilizada lo único que diferencia el grupo control (tradicional) del experimental (aprendizaje cooperativo).

Para profundizar más en lo realizado en cada una de las clases de la intervención, se han adjuntado en los anexos las planificaciones de clase tanto del grupo control como del grupo experimental (ver anexos 7 y 8 en las páginas 103 y 112 respectivamente).

Capítulo 4: Análisis de Resultados.

En este apartado se analizan e interpretan cada uno de los resultados obtenidos en los diferentes test aplicados.

4.1 Condiciones iniciales entre los grupos control y experimental

El grupo control y grupo experimental provienen de poblaciones homogéneas, es decir, que al comenzar la intervención, ambos grupos tienen niveles similares de conocimientos, motivación, actitud e inteligencia lógica, lo que se puede inferir del análisis estadístico presentado en el anexo 11 de la página 125, “Condiciones iniciales entre los grupos”.

4.2 Verificación de hipótesis

Las hipótesis a considerar son las siguientes:

Hipótesis 1: La metodología del aprendizaje cooperativo produce mejores resultados académicos que el método tradicional de enseñanza en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

Para efecto del análisis, se consideró:

m_1 : Rendimiento mediano de los alumnos que participan en las clases realizadas con el criterio de aprendizaje cooperativo.

m_2 : Rendimiento mediano de los alumnos que participan en las clases con el método tradicional.

Las hipótesis a contrastar para las medianas poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0 : m_1 = m_2$$

$$H_1 : m_1 > m_2$$

Se utiliza la prueba de U Mann-Whitney, pues los datos de un grupo provienen de variables que no siguen una distribución normal (Ver anexo 12, pág. 128). Las siguientes tablas resumen los resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Mediana |
|----------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|---------|
| G.E | 26 | 0 | 26 | 1,000 | 7,000 | 4,400 |
| G.C | 20 | 0 | 20 | 1,300 | 7,000 | 2,900 |

| | |
|----------------------|----------|
| U | 369,500 |
| U (estandarizado) | 2,422 |
| Valore esperado | 260,000 |
| Varianza (U) | 2024,986 |
| valor-p (unilateral) | 0,008 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, se rechaza la hipótesis nula H_0 , por lo tanto, se acepta la hipótesis alternativa y se infiere que la motivación de los alumnos que participan con el método de aprendizaje cooperativo es mayor que la de los estudiantes que participan en el método tradicional.

Hipótesis 2: La metodología del aprendizaje cooperativo genera una mejor actitud hacia la resolución de problemas, frente a la metodología tradicional.

Para efecto del análisis, se consideró:

μ_1 : Nivel de actitud promedio de los alumnos que participan en las clases realizadas con el criterio de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Nivel de actitud promedio de los alumnos que participan en el método tradicional.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a \mu_1 > \mu_2$$

Como las varianzas son desconocidas, se aplicó una prueba F-Fisher para la comparación de ellas, obteniendo que las varianzas son iguales (Ver anexo 12, pág. 128), luego se aplicó la prueba T-Student para dos muestras independientes obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|----------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| G.E | 26 | 0 | 26 | 41,000 | 73,000 | 55,654 | 6,951 |
| G.C | 20 | 0 | 20 | 44,000 | 59,000 | 53,400 | 4,185 |

| | |
|----------------------|-------|
| Diferencia | 2,254 |
| t (Valor observado) | 1,281 |
| t (Valor crítico) | 2,015 |
| GL | 44 |
| valor-p (unilateral) | 0,207 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, la hipótesis nula H_0 se acepta, es decir, no existe evidencia muestral para afirmar que la actitud de los alumnos que participan en las clases realizadas con el método de aprendizaje cooperativo es mejor que la actitud de los alumnos que participan del método tradicional.

Hipótesis 3: La metodología del aprendizaje cooperativo produce mejor nivel promedio de motivación hacia la matemática de los estudiantes, que los que participan de la metodología tradicional.

Para efecto del análisis se utiliza:

μ_1 : Nivel de motivación hacia la matemática promedio en alumnos que participan en las clases realizadas con el criterio de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Nivel de motivación hacia la matemática promedio en alumnos que participan del método tradicional

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 > \mu_2$$

Se utiliza la prueba T-Student para las muestras independientes, pues los datos provienen de distribuciones aproximadamente normales y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128). Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. Típica |
|-----------------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| G.E | 26 | 0 | 26 | 24,000 | 63,000 | 44,808 | 7,990 |
| G.C | 20 | 0 | 20 | 26,000 | 59,000 | 40,350 | 9,304 |
| Diferencia | | | | 4,458 | | | |
| t (Valor observado) | | | | 1,746 | | | |
| t (Valor crítico) | | | | 1,680 | | | |
| GL | | | | 44 | | | |
| valor-p (unilateral) | | | | 0,044 | | | |
| Alfa | | | | 0,05 | | | |

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula H_0 y aceptar la hipótesis alternativa H_a , es decir, existe evidencia muestral altamente significativa para afirmar que el aprendizaje cooperativo, genera una mayor motivación a los estudiantes frente a la matemática que el método tradicional.

Hipótesis 4: La metodología del aprendizaje cooperativo produce mejor nivel promedio de inteligencia lógica que la metodología tradicional.

Para efecto del análisis se utiliza:

m_1 : Nivel mediano de inteligencia lógica matemática promedio en alumnos que participan en las clases realizadas con el criterio de aprendizaje cooperativo .

m_2 : Nivel mediano de inteligencia lógica matemática promedio en alumnos que participan del método tradicional.

Las hipótesis a contrastar para las medianas poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: m_1 = m_2$$

$$H_a: m_1 > m_2$$

Se utiliza la prueba de U Mann-Whitney, pues los datos de un grupo provienen de variables que no siguen una distribución normal (Ver anexo 12, pág. 128). Las siguientes tablas resumen los resultados:

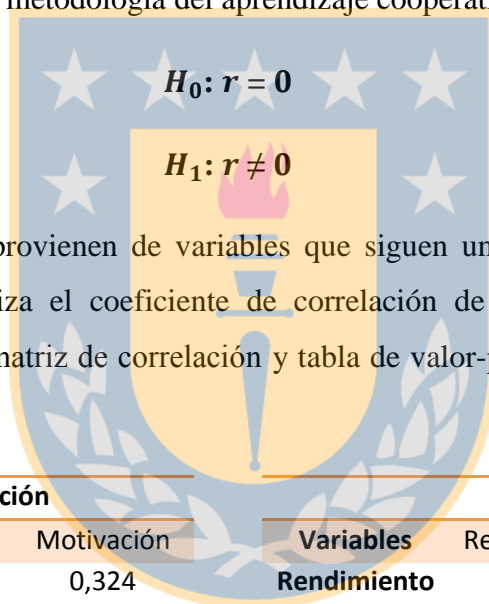
| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Mediana |
|----------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|---------|
| G.E | 26 | 0 | 26 | 6,000 | 29,000 | 16,5 |
| G.C | 20 | 0 | 20 | 6,000 | 27,000 | 14 |
| U | | | 255 | | | |
| U (estandarizado) | | | -0,122 | | | |
| Valore esperado | | | 260,000 | | | |
| Varianza (U) | | | 2030,763 | | | |
| valor-p (unilateral) | | | 0,549 | | | |
| Alfa | | | 0,05 | | | |

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación alfa, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0 , por lo tanto, se infiere que no existe diferencia significativa para afirmar que la inteligencia lógica de los alumnos que participan en las clases realizadas con el método de aprendizaje cooperativo es mejor que la inteligencia lógica de los alumnos que participan del método tradicional.

Hipótesis 5: Existe una relación lineal entre la motivación hacia la matemática y el rendimiento académico, en los alumnos enseñados con la metodología del aprendizaje cooperativo.

H_0 : No existe una relación lineal entre la motivación y el rendimiento académico en los estudiantes una vez aplicada la metodología del aprendizaje cooperativo.

H_1 : Si existe una relación lineal entre la motivación y el rendimiento académico en los estudiantes una vez aplicada la metodología del aprendizaje cooperativo.



Puesto que los datos provienen de variables que siguen una distribución normal (Ver anexo 12, pág. 128), se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$. En la matriz de correlación y tabla de valor-p se muestran los siguientes resultados:

| Matriz de Correlación | | | Valor-p | | |
|-----------------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|
| Variables | Rendimiento | Motivación | Variables | Rendimiento | Motivación |
| Rendimiento | 1 | 0,324 | Rendimiento | 0 | 0,107 |
| Motivación | 0,324 | 1 | Motivación | 0,107 | 0 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula H_0 , por lo tanto, no existe correlación lineal entre la motivación y el rendimiento académico de los alumnos enseñados mediante el aprendizaje cooperativo en la temática de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Hipótesis 6: De los estudiantes que participan del aprendizaje cooperativo, al aumentar su actitud frente a la resolución de problemas, aumenta el rendimiento académico.

H_0 : No existe una relación lineal entre la actitud y el rendimiento académico en los estudiantes una vez aplicada la metodología del aprendizaje cooperativo.

H_1 : Existe una relación lineal entre la actitud y el rendimiento académico en los estudiantes una vez aplicada la metodología del aprendizaje cooperativo.

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Puesto que los datos provienen de variables que siguen una distribución normal (Ver anexo 12, pág. 128), se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$. En la matriz de correlación se muestran los siguientes resultados:

| Matriz de Correlación | | | Valor-p | | |
|-----------------------|---------|-------------|-------------|---------|-------------|
| Variables | Actitud | Rendimiento | Variables | Actitud | Rendimiento |
| Actitud | 1 | 0,052 | Actitud | 0 | 0,800 |
| Rendimiento | 0,052 | 1 | Rendimiento | 0,800 | 0 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula H_0 , por lo tanto, no existe correlación lineal entre la actitud y el rendimiento académico en los alumnos enseñados mediante el aprendizaje cooperativo en la temática de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Hipótesis 7: Los alumnos expuestos al aprendizaje cooperativo, a medida que los niveles de inteligencia lógica aumentan, el rendimiento académico también lo hace.

H_0 : No existe una relación lineal entre la inteligencia lógica matemática y el rendimiento académico en los estudiantes una vez aplicada la metodología del aprendizaje cooperativo.

H_1 : Existe una relación lineal entre la inteligencia lógica matemática y el rendimiento académico en los estudiantes una vez aplicada la metodología del aprendizaje cooperativo.

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

Puesto que los datos provienen de variables que siguen una distribución normal (Ver anexo 12, pág. 128), se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$. En la matriz de correlación se muestran los siguientes resultados:

| Matriz de Correlación | | | Valor-p | | |
|-----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Variables | Int. Lógica | Rendimiento | Variables | Int. Lógica | Rendimiento |
| Int. Lógica | 1 | 0,199 | Int. Lógica | 0 | 0,329 |
| Rendimiento | 0,199 | 1 | Rendimiento | 0,329 | 0 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula H_0 , por lo tanto, no existe correlación lineal entre la inteligencia lógica matemática y el rendimiento académico en los alumnos que participan de la metodología del aprendizaje cooperativo en la temática de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Hipótesis 8: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian un aumento significativo en el rendimiento académico.

μ_1 : Rendimiento académico mediano en los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Rendimiento académico mediano en los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo implementando.

Las hipótesis a contrastar para las medianas poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

Comparando los resultados del grupo experimental, en el test de conocimiento previo y posterior a la intervención, se obtiene que los datos provengan de variables con distribuciones aproximadamente normales y varianzas distintas (Ver anexo 12, pág. 128). Por lo que se aplica la prueba Welch-Satterthwaite, obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|-------------------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|-------|--------------|
| Rendimiento académico inicial | 26 | 0 | 26 | 1,400 | 3,900 | 2,585 | 0,796 |
| Rendimiento académico final | 26 | 0 | 26 | 1,000 | 7,000 | 4,400 | 1,829 |

| | |
|----------------------|----------|
| Diferencia | -1,815 |
| t (Valor observado) | -4,737 |
| t (Valor crítico) | -1,708 |
| GL | 25 |
| valor-p (unilateral) | < 0,0001 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa, es decir, existe evidencia muestral altamente significativa para afirmar que la metodología del aprendizaje cooperativo genera un mayor rendimiento académico en los estudiantes frente a la matemática.

Hipótesis 9: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian un aumento en la motivación hacia la matemática.

μ_1 : Motivación promedio de los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Motivación promedio de los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

Comparados los resultados obtenidos antes y después de la intervención en las pruebas de motivación con el grupo experimental, se obtiene que ambos provengan de una distribución normal y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128), por lo que se aplica la prueba T-Student para muestras relacionadas obteniendo los resultados presentes en las siguientes tablas:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. Típica |
|--------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Motivación inicial | 26 | 0 | 26 | 29,000 | 59,000 | 47,423 | 7,463 |
| Motivación final | 26 | 0 | 26 | 24,000 | 63,000 | 44,808 | 7,990 |

| | |
|----------------------|--------|
| Diferencia | 2,615 |
| t (Valor observado) | 1,409 |
| t (Valor crítico) | -1,708 |
| GL | 25 |
| valor-p (unilateral) | 0,914 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe un aumento significativo en la motivación de los alumnos que participan del método de aprendizaje cooperativo.

Como no se observa un aumento, posiblemente se puede presentar una disminución en esta variable, lo que se analiza a continuación:

Hipótesis 9.1: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian una disminución en la motivación hacia la matemática.

μ_1 : Motivación promedio de los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Motivación promedio de los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Comparados los resultados obtenidos antes y después de la intervención en las pruebas de motivación con el grupo experimental, se obtiene que ambos provengan de una distribución normal y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128), por lo que se aplica la prueba T-Student para muestras relacionadas obteniendo los resultados presentes en las siguientes tablas:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. Típica |
|-----------------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Motivación inicial | 26 | 0 | 26 | 29,000 | 59,000 | 47,423 | 7,463 |
| Motivación final | 26 | 0 | 26 | 24,000 | 63,000 | 44,808 | 7,990 |
| Diferencia | | | | 2,615 | | | |
| t (Valor observado) | | | | 1,409 | | | |
| t (Valor crítico) | | | | 1,708 | | | |
| GL | | | | 25 | | | |
| valor-p (unilateral) | | | | 0,086 | | | |
| Alfa | | | | 0,05 | | | |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe una disminución significativa en la motivación de los alumnos que participan del método de aprendizaje cooperativo.

Hipótesis 10: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian un aumento en la inteligencia lógica.

μ_1 : Inteligencia lógica promedio en los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Inteligencia lógica promedio en los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

Comparando los resultados del grupo experimental, en el test de inteligencia lógica matemática previo y post a la intervención, se obtiene que los datos provienen de variables con distribuciones aproximadamente normales y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128). Por lo que se aplica la prueba T-Student, para muestras relacionadas, obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|---------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Int. Lógica inicial | 26 | 0 | 26 | 5,000 | 40,000 | 20,731 | 9,323 |
| Int. Lógica final | 26 | 0 | 26 | 6,000 | 29,000 | 15,885 | 6,371 |

| | |
|----------------------|--------|
| Diferencia | 4,846 |
| t (Valor observado) | 2,968 |
| t (Valor crítico) | -1,708 |
| GL | 25 |
| valor-p (unilateral) | 0,997 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe un aumento significativo en la inteligencia lógica en los alumnos que aprenden mediante el método de aprendizaje cooperativo, antes y después de la intervención.

Si bien no presenta un aumento, probablemente puede observarse una disminución, lo que probaremos a continuación:

Hipótesis 10.1: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian una disminución en los niveles de inteligencia lógica.

μ_1 : Inteligencia lógica promedio en los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Inteligencia lógica promedio en los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Comparando los resultados del grupo experimental, en el test de inteligencia lógica matemática previo y post a la intervención, se obtiene que los datos provienen de variables con distribuciones aproximadamente normales y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128). Por lo que se aplica la prueba T-Student, para muestras relacionadas, obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|---------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Int. Lógica inicial | 26 | 0 | 26 | 5,000 | 40,000 | 20,731 | 9,323 |
| Int. Lógica final | 26 | 0 | 26 | 6,000 | 29,000 | 15,885 | 6,371 |

| | |
|----------------------|-------|
| Diferencia | 4,846 |
| t (Valor observado) | 2,968 |
| t (Valor crítico) | 1,708 |
| GL | 25 |
| valor-p (unilateral) | 0,003 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es menor que el nivel de significancia, se puede rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa, por lo que los alumnos que aprenden mediante el método de aprendizaje cooperativo, presentan una disminución en los niveles de inteligencia lógica, antes y después de la intervención.

Hipótesis 11: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian una mayor actitud hacia la matemática.

μ_1 : Actitud promedio en los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Actitud promedio en los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

Contrastando los resultados obtenidos en los pre y post test de actitud en el grupo experimental se obtiene que los datos provienen de variables con distribuciones aproximadamente normales y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128). Por lo que se aplica la prueba T-Student, para muestras relacionadas obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|-----------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Actitud inicial | 26 | 0 | 26 | 44,000 | 74,000 | 57,577 | 8,105 |
| Actitud final | 26 | 0 | 26 | 41,000 | 73,000 | 55,654 | 6,951 |

| | |
|----------------------|--------|
| Diferencia | 1,923 |
| t (Valor observado) | 1,528 |
| t (Valor crítico) | -1,708 |
| GL | 25 |
| valor-p (unilateral) | 0,930 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe un aumento significativo en la actitud de los alumnos que son enseñados mediante el método de aprendizaje cooperativo, al inicio y final de la intervención.

Como no se observan cambios significativos, no significa que sean iguales, por lo tanto probaremos si es que existe una disminución en esta variable de estudio:

Hipótesis 11.1: Los estudiantes expuestos a la metodología de aprendizaje cooperativo evidencian una menor actitud hacia la matemática.

μ_1 : Actitud promedio en los estudiantes antes de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

μ_2 : Actitud promedio en los estudiantes después de la intervención del método de aprendizaje cooperativo.

Las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación $\alpha = 0,05$ son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Contrastando los resultados obtenidos en los pre y post test de actitud en el grupo experimental se obtiene que los datos provienen de variables con distribuciones aproximadamente normales y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128). Por lo que se aplica la prueba T-Student, para muestras relacionadas obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|-----------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Actitud inicial | 26 | 0 | 26 | 44,000 | 74,000 | 57,577 | 8,105 |
| Actitud final | 26 | 0 | 26 | 41,000 | 73,000 | 55,654 | 6,951 |

| | |
|----------------------|-------|
| Diferencia | 1,923 |
| t (Valor observado) | 1,528 |
| t (Valor crítico) | 1,708 |
| GL | 25 |
| valor-p (unilateral) | 0,07 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe una disminución significativa en la actitud de los alumnos que son enseñados mediante el método de aprendizaje cooperativo.

Capítulo 5. Conclusiones, reflexiones y sugerencias

5.1 Conclusiones

La metodología del aprendizaje cooperativo empleada en un liceo municipal de la comuna de Mulchén, genera mejores resultados en algunas variables que la metodología tradicional de enseñanza en tan solo un mes de intervención.

La realización de esta investigación permite llegar a las siguientes conclusiones, sobre la implementación del aprendizaje cooperativo:

El resolver problemas que implican sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, genera un mayor rendimiento académico en alumnos que aprenden a través de la metodología del aprendizaje cooperativo en comparación con aquellos que lo hacen con la metodología tradicional de enseñanza. Esto está de acuerdo a lo dice Tejedor (2003), que existen variables pedagógicas que influyen en el rendimiento académico, dentro de las cuales encontramos las metodologías de enseñanza.

En cuanto a la actitud frente a la resolución de problemas, se puede decir que no se logra desarrollar un cambio significativo usando esta nueva metodología, ya que como dijo Font (1994), según el constructivismo de Ausubel, una de las condiciones indispensables para generar el aprendizaje significativo es que el estudiante tenga una disposición por aprender, lo que no se alcanzaría a lograr en este corto plazo de intervención.

La motivación hacia la matemática de los estudiantes que son enseñados con la metodología del aprendizaje cooperativo es mayor que la de aquellos alumnos que aprenden mediante la metodología tradicional de enseñanza. Esto puede deberse a que en cada grupo cooperativo se deben tener claras las funciones, por lo que los alumnos trabajan más a gusto sabiendo cuál es su responsabilidad dentro del equipo que integran y que va a ser parte de proceso de aprendizaje del grupo.

No existe una diferencia significativa en cuanto a la inteligencia lógica de los estudiantes que son enseñados mediante el aprendizaje cooperativo, versus los de la metodología tradicional,

lo que puede deberse a que en los grupos que se trabaja, los estudiantes no tienen mayormente desarrollada esta área de la inteligencia lógica, ya que como dicen González y Gonzáles (2013) citando a Antunes (2004), esta inteligencia está en todas las personas, pero algunas la tienen más desarrollada que otras.

Entre la motivación, actitud e inteligencia lógica no existe ninguna relación con el rendimiento académico de los alumnos enseñados mediante la metodología del aprendizaje cooperativo. Lo anterior puede deberse a que como se dijo en el apartado 2.8.1 la inteligencia, motivación y actitud son variables que influyen en el rendimiento académico, pero hay que analizarlas con mayor control y en un tiempo más prolongado, algo que no se pudo realizar en esta investigación.

La implementación de la metodología del aprendizaje cooperativo, produce una mejora en el rendimiento académico de los alumnos, lo que puede ser debido a que se logra la interdependencia positiva, que es uno de los principios fundamentales de la cooperación según Johnson y Johnson (1999).

La metodología del aprendizaje cooperativo no produce cambios significativos en las variables socio-afectivas, motivación y actitud. Lo anterior puede deberse a que, al ser un periodo corto de trabajo, los estudiantes no logran alcanzar disposición más óptima para aprender.

Por otro lado, como se menciona en el apartado 2.8.2, Loja y Miranda (2015) citan a Otero (2009) quien dice que el aprendizaje cooperativo contribuye al desarrollo de la inteligencia lógica matemática, lo que se contrasta con nuestra investigación, ya que aquí no se ve un cambio significativo positivo, más bien en esta variable de estudio se observa una disminución. Esto nos hace reflexionar que el aprendizaje cooperativo, si bien puede contribuir a la inteligencia lógica, pero puede depender del grupo en el que se trabaje. Además Tejedor (2003) dice que la inteligencia influye en el rendimiento académico, pero debe estudiarse sin dejar de lado el contexto familiar o académico, algo que no se realiza en esta investigación.

5.2 Reflexiones

Al comenzar la intervención se les explico a los estudiantes en qué consistía esta nueva metodología de trabajo, la que contemplaba el aprendizaje cooperativo. Lo anterior se realiza para que los alumnos sepan cómo van a trabajar a lo largo de esas clases.

Al principio los estudiantes se mostraron un poco confundidos con respecto a lo que estaban haciendo, a pesar de que se les haya explicado al comienzo. Costó un poco que se acostumbraran a la nueva forma de trabajo, ya que estaban acostumbrados al método antiguo, el que consistía en materia, ejemplos y ejercicios, pero finalmente pudieron trabajar y acomodarse a esta metodología.

Durante el desarrollo de la intervención, los estudiantes se mostraron con una actitud participativa ante el trabajo a desarrollar, pero es importante mencionar que cuando se aplicaron los pre test de motivación, actitud e inteligencia lógica, los alumnos respondieron con más entusiasmo que cuando se aplicaron los post test de estas mismas temáticas. Esto no se aplicó para los pre y post test de conocimiento, ya que la profesora a cargo de la asignatura considero estas instancias como instrumentos de evaluación para el ramo, es decir nota directa al libro, por lo tanto los estudiantes pusieron mayor entusiasmo por responderlos.

5.3 Sugerencias

Para la implementación de la metodología del aprendizaje cooperativo, se recomienda un mayor tiempo de intervención en aula, para así poder observar cambios significativos ya sea en variables vistas en esta investigación, o en cualquier otra que se desee estudiar.

Lo ideal es que esta metodología de enseñanza se emplee en un nivel de escolaridad más temprano, puesto que los alumnos de segundo año medio ya tienen internalizada la metodología tradicional, lo que hace más difícil la tarea de implementar una metodología nueva. Además, desde que son menores se hace necesario fomentar la capacidad de liderazgo de los estudiantes.

Por otra parte, capacitar y dar a conocer el uso y beneficios de esta metodología de enseñanza a cada uno de los docentes, para que puedan aplicarla en cada una de sus respectivas clases. Además, se propone aplicar esta metodología en cursos menos numerosos, ya que el docente puede observar, guiar y controlar de mejor manera la clase con grupos pequeños.

También existen algunas variables que influyen en el rendimiento académico, como lo son las de motivación, actitud e inteligencia lógica (estudiadas en esta investigación), pero se sugiere ahondar más en el tema incluyendo las variables socio familiares (estudios de los padres, situación laboral de los padres, lugar de residencia familiar, etc) y variables académicas (rendimiento previo, curso, etc) como dice el autor Javier Tejedor (2003), puesto que las variables antes mencionadas, para que presenten influencia en el rendimiento académico, deben estudiarse en conjunto, algo que no se hizo en nuestra investigación.

Finalmente se observó en los resultados que la inteligencia lógica disminuyó, algo que es preocupante ya que debería haberse, en último caso, mantenido. También, la motivación y actitud no disminuyeron, pero estuvieron muy próximos a hacerlo. Por lo tanto se sugiere que se pueda retomar esta investigación y estudiar porque estas variables disminuyen, ya sea estudiando las variables socio-familiares antes mencionadas, y también considerar la vulnerabilidad de los integrantes del liceo en estudio.

Referencias Bibliográficas

- Alemán, I., Arias, R., Brito, M., Fraga, E., & Para, J. (2011, Mayo, 25). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14 (2).
- Álvarez, C., y Sepúlveda, H. (2015). *INCIDENCIA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO MATEMÁTICO Y EN ALGUNOS FACTORES SOCIO-AFECTIVOS QUE PRODUCE LA IMPLEMENTACION DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO MEDIANTE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA en alumnos de primer año medio de un colegio particular subvencionado en el contenido de funciones* (Tesis de pregrado). Universidad de Concepción, Los Ángeles.
- Apablaza, A. (2014). *Influencia del modelo de Montague en la resolución de problemas de geometría en estudiantes de primero medio* (Tesis de pregrado). Universidad de Concepción, Los Ángeles.
- Avendaño, C., Gutiérrez, K., Salgado, C., Dos-Santos, M., (Junio de 2016), Rendimiento Académico en Estudiantes de Ingeniería Comercial: Modelo por Competencias y Factores de Influencia. *Formación Universitaria*, 3 (9), 3-10.
- Barroso, J., & Rodríguez, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Gobierno de España*, 257-286.
- Cadoche, L. (2009). *APRENDIZAJE COOPERATIVO, COMPETITIVO E INDIVIDUALISTA. SUS IMPLICANCIAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA*. Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/42%20Cadoche.pdf>
- Callejo, M. (2000). RESOLVER PROBLEMAS: AYUDAR A LOS ALUMNOS A PENSAR POR SÍ MISMOS. *Sociedad Canaria Isaac Newto de Profesores de Matemáticas*, 179-184.

- Cen, M., De Jesús, I. (2015). Cómo plantear y resolver problemas [título original: How To Solve It?]. *Entreciencias: diálogos en la Sociedad del Conocimiento*, 3 (8), 419-420.
- Cerda, G. (2012). *Inteligencia lógico-matemática y éxito académico: un estudio psicoevolutivo*. (Tesis doctoral). Universidad de Córdoba, Argentina.
- Chandia, E., Rojas, D., Rojas, F., & Howard, S. (2015, Octubre). Creencias de formadores de profesores de matemática sobre resolución de problema. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30 (55). Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a15>
- Conejo, L., & Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. *redalyc.org*, 129-158.
- Consejo Nacional de Educación, Unidad de curriculum y evaluación. (2016). *CURRÍCULUMENLÍNEA*. Santiago, Chile: CURRÍCULUMENLÍNEA Recuperado de <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-77549.html>
- Edel, R. (2003). EL RENDIMIENTO ACADÉMICO: CONCEPTO, INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO. *REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 1(2). Recuperado de <http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n2/Edel.pdf>
- Facultad de Ciencias de la UASLP, Sociedad Potosina de Física. (2004). Matemáticas, terror de los alumnos. *Qüid*, 6.
- Fernández, P., Vallejo, G., Livacic, P., Tuero, E. (Mayo de 2014). Validez Estructurada para una investigación cuasi-experimental de calidad. Se cumplen 50 años de la presentación en sociedad de los diseños cuasi-experimentales. *Anales de Psicología*. Recuperada de <http://dx.doi.org/10.6018/analesps.30.2.166911>
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. *Suma*, 17, 10-16. Recuperado de <https://revistasuma.es/IMG/pdf/17/010-016.pdf>
- Gasco, J., & Villarroel, J. (2014). La motivación para las matemáticas en la ESO. Un estudio sobre las diferencias en función del curso y del sexo. *Números*, 86, 39-50.

- Giné, C., & Deulofeu, J., (2014). Conocimientos y creencias entorno a la resolución de problemas de profesores y estudiantes de profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28 (48).
- Gobierno de Chile. (2016). *CURRÍCULUMENLÍNEA*. Santiago, Chile: CURRICULUMENLÍNEA. Recuperado de <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-article-20853.html>
- Gómez, I. (2009), Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad, *Educación Matemática*, 23 (3)
- González, L., & González, R. (2013). *EL APRENDIZAJE COLABORATIVO Y LAS INTELIGENCIAS MÚLTIPLES EN LA EDUCACIÓN EN LÍNEA*. Guadalajara, México: UDGVIRTUAL.
- Johnson, D., & Johnson, R. (1994). *el aprendizaje cooperativo en el aula*. Estados Unidos: Paidós SAICF.
- Johnson, D., & Johnson, R. (1999). *Aprender juntos y solos*. Argentina: Aique.
- Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Argentina: Talleres Gráficos D'Aversa.
- Laboratorio de innovación educativa, Cooperativa de Enseñanza José Ramón Otero, Artica. (2009). *APRENDIZAJE COOPERATIVO*. Recuperado de http://www.madrid.org/dat_capital/upe/impresos_pdf/AprendizajeCooperativo2012.pdf
- Loja, M., & Miranda, D. (2015). *El aprendizaje cooperativo como estrategia para desarrollar la inteligencia interpersonal en Educación General Básica* (Tesis de Pregrado). Cuenca, Ecuador.
- Machado, E., & Montes de Orca, N. (2009, Julio, 15). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: la solución de problemas profesionales. *Revista Humanidades Medicas*, 9 (2).

- Machado, E., & Montes de Orca, N. (2011, Diciembre, 11). Estrategias docentes y métodos de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior. *Revista Humanidades Medicas*, 11 (3).
- Meza, L., Suárez, Z., & Agüero, E. (2015), Resolución de problemas matemáticos en la educación media costarricense: un estudio acerca de la actitud, *Comunicación*, 24 (2), 58-69.
- Ministerio de educación. (2013). *educarchile*. Recuperado el 11 de Julio de 2017, de educarchile: <http://ww2.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=181701>
- Ministerio de educación, Gobierno de Chile. (2011). *Curriculum en línea*. Recuperado el 30 de Junio de 2017, de <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-77538.html>
- Ministerio de Educación, Gobierno de Chile. (2013). *educarchile*. Recuperado el 21 de Junio de 2017, de educarchile: <http://ww2.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=214325>
- Ministerio de Educación, Gobierno de Chile. (s.f.). *Mineduc*. Recuperado el 18 de Junio de 2017, de Mineduc: <http://centroestudios.mineduc.cl/index.php?t=96&i=2&cc=2158&tm=2>
- Ministerio de Educación, Gobierno de Chile. (2015). *CURRÍCULUMENLÍNEA*. Recuperado el 20 de Junio de 2017, de CURRÍCULUMENLÍNEA: <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-channel.html>
- National Council of Teachers of mathematics. (1971). *Sugerencias para resolver problemas*. México, México: Trillas.
- Pérez, Y., Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35 (73), 169-194.
- Poveda, P. (2006). *Implicaciones del aprendizaje de tipo cooperativo en la relaciones interpersonales y en el rendimiento académico*. España: Universidad de Alicante.

- Quaas, C., & Crespo, N. (2003, Enero, 21). ¿Inciden los métodos de enseñanza del profesor en el desarrollo del conocimiento metacomprendido de sus alumnos?. *Revista signos*, 36 (54).
- Real Academia Española. (2017). *Real Academia Española*. España: Real Academia Española. Recuperado de <http://www.rae.es/>
- Rodríguez, J. (2013) Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia Universitaria*, 3 (5). 36-45.
- Romero, L., Utrilla, A., & Utrilla V. (2014) LAS ACTITUDES POSITIVAS Y NEGATIVAS DE LOS ESTUDIANTES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS, SU IMPACTO EN LA REPROBACIÓN Y LA EFICIENCIA TERMINAL, *Ra Ximhai*, 10 (5), 291-319.
- Rosell, W., & Paneque, E. (2009, Junio). Consideraciones generales de los métodos de enseñanza y su aplicación en cada etapa del aprendizaje. *Revista Habanera de Ciencias Médicas*, 8 (2).
- Salas, R., & Ardanza, P. (1994, Diciembre, 22). La simulación como método de enseñanza y aprendizaje. *Educación Médica Superior*, 9 (1).
- Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 79-115.
- Serna, A. (1986). El método didáctico y sus variables en educación física. *Educación Física y Deporte*. 8 (1-2), 77-90.
- Serrano, J., Pons, R., & Ruiz, M. (2007). Perspectiva histórica del aprendizaje cooperativo: un largo y tortuoso camino a través de cuatro siglos. *Revista española de pedagogía*, 125-138.
- Tejedor, F. (2003). Poder explicativo de algunos determinantes del rendimiento en los estudios universitarios. *Revista española de pedagogía*, 61 (224), 5 – 32.
- Titone, R. (1979). *Metodología didáctica*. España: Rialp, S.A.

Unidad de Gestión Curricular. (2015). *Guía de métodos y estrategias de enseñanza*. Chile: Universidad de Las Américas.





Anexo 1: Pre – Test de Conocimientos Previos

Test de Matemática

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivos:

- A. Resolver ejercicios que involucran números racionales.
- B. Identificar características y propiedades de los números enteros y racionales.
- C. Resolver problemas cuyo modelamiento involucre ecuaciones lineales de primer grado, operaciones combinadas y reducción expresiones algebraicas.
- D. Aplicar productos notables para la reducción de expresiones algebraicas.
- E. Resolver ejercicios que involucran ecuaciones lineales.

Instrucciones: Lea atentamente las instrucciones. Sólo responder con lápiz pasta azul o negro. El que es sorprendido entregando o copiando información del compañero su evaluación será retirada y no tendrá validez.

I-Selección múltiple: encierre en un círculo la letra de la alternativa correcta (3 puntos c/u)

| | |
|--|---|
| <p>1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?</p> <p>A) Toda potencia de base distinta de cero y exponente igual a 1 tiene valor igual a 1.</p> <p>B) Si la base de una potencia y su exponente son números enteros, su resultado puede ser un número entero</p> <p>C) Si el exponente de una potencia es un entero negativo y su base un número racional, su resultado es siempre un número entero.</p> <p>D) A y B son falsas.</p> <p>E) B y C son falsas</p> | <p>2. ¿Cuál de los siguientes números NO es racional?</p> <p>A) Entero negativo.</p> <p>B) Decimal finito.</p> <p>C) Decimal infinito no periódico.</p> <p>D) Decimal infinito periódico.</p> <p>E) Decimal infinito semiperiódico.</p> |
| <p>3. ¿Qué expresión es equivalente a $(a + b)^2 - (a - b)^2$?</p> <p>A) $4a$</p> <p>B) $2a$</p> <p>C) $4ab$</p> <p>D) $-2ab$</p> <p>E) $-4ab$</p> | <p>4. De menor a mayor, ¿cuál es el orden de los siguientes números racionales?</p> $a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{5}{6}, c = -\frac{3}{8}$ <p>A) $a < b < c$</p> <p>B) $b < c < a$</p> <p>C) $b < a < c$</p> <p>D) $c < a < b$</p> <p>E) $c < b < a$</p> |

5. ¿Cuál es el producto de $\left(\frac{1}{3}x + 2y\right)\left(\frac{1}{3}x - 2y\right)$?

A) $\frac{1}{3}x^2 - 2y^2$

C) $\frac{1}{3}x^2 - 4y^2$

B) $\frac{1}{9}x^2 - 4y^2$

D) $\frac{1}{6}x^2 - 4y^2$

E) Ninguna de las anteriores.

6.- Sebastián, Francisca y Florencia compran queso para preparar pizza. Sebastián compro 260g, Francisca $\frac{1}{4}$ kg y Florencia $\frac{3}{8}$ kg. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) VERDADERA(S)?

- I. Sebastián compro menos queso que Francisca.
- II. Florencia compro más queso que Francisca.
- III. Sebastián compro más queso que Florencia.

A) Solo I. B) Solo II. C) Solo III. D) Solo I y II. E) Ninguna de las anteriores.

II-Desarrollo.

1) Resuelva los siguientes ecuaciones literales despejando x, y determina las restricciones de la solución. (2 pts. c/u)

A. $\frac{3}{6}x + 1 = 9$

B. $6x - (2 - 3x) = 4$

C. $25x + 1 = 2x + 3$

2) Calcula las siguientes operaciones combinadas. (2 pts. c/u)

a) $\frac{5}{1 + \frac{3}{2 + \frac{1}{4}}} =$

$$\text{b) } \frac{12 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}{\left(1,5 - \frac{1}{2}\right) \div \frac{12}{30}} =$$

III.- Resuelve los siguientes problemas.

a) Un camión recorre $\frac{3}{8}$ de camino durante la mañana, y durante la tarde recorre $\frac{1}{4}$ de camino. Si en total debe hacer un último recorrido durante la noche, ¿Cuántos kilómetros le faltan para terminar el trayecto si en total debe recorrer 950 km? (4 pts.)



A large empty rectangular box for the student to write the solution to problem a).

b) Un ciclista cada semana va aumentando su rutina de entrenamiento para participar en una carrera. La primera semana recorre 0,6 km y cada semana recorre $\frac{3}{2}$ de lo que recorre la semana anterior. ¿Cuántos kilómetros recorre la segunda semana? ¿Qué expresión permite calcular los kilómetros recorridos en la semana s ? (4 pts.)

A large empty rectangular box for the student to write the solution to problem b).

Anexo 2: Test de Motivación frente a la Matemática

Test de motivación hacia la matemática

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- Instrucciones:

Marque con una X la alternativa que usted crea que más se acerca a la descripción de cada ítem; donde todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 de la siguiente manera;

1: Completamente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Ni de acuerdo ni en desacuerdo

4: De acuerdo

5: Completamente de acuerdo

- Este test es de carácter anónimo, por lo que su nombre sólo será utilizado para realizar un catastro de la población, por lo cual dicho nombre no se hará público.

| Ítem | Preguntas | Completamente en desacuerdo | En desacuerdo | Ni de acuerdo ni en desacuerdo | De acuerdo | Completamente de acuerdo |
|---------------|---|-----------------------------|---------------|--------------------------------|------------|--------------------------|
| Interés | Me gustan las Matemáticas. | | | | | |
| | Disfruto con las matemáticas. | | | | | |
| | Las matemáticas son emocionantes. | | | | | |
| Importancia | Es importante para mí ser alguien que sea bueno en matemáticas. | | | | | |
| | Creo que ser bueno en matemáticas es parte importante de mi personalidad. | | | | | |
| | Es importante para mí ser alguien que puede razonar utilizando formulas y operaciones matemáticas. | | | | | |
| Utilidad | Creo que las matemáticas pueden ser útiles en el futuro porque me pueden ayudar. | | | | | |
| | Creo que ser bueno en las matemáticas puede ser útil en el futuro. | | | | | |
| | Creo que ser bueno en matemáticas puede ser útil para encontrar trabajo o para ir a la universidad. | | | | | |
| Coste | Tengo que dejar de hacer muchas cosas para aprender bien matemáticas. | | | | | |
| | Creo que el éxito en matemática requiere dejar otras actividades que me gustan. | | | | | |
| Auto-eficacia | Creo que tendré una excelente nota en matemáticas. | | | | | |
| | Estoy seguro de que puedo entender los contenidos más difíciles en matemáticas. | | | | | |
| | Tengo confianza en que puedo aprender los conceptos básicos enseñados en matemática. | | | | | |

Anexo 3: Test de Actitud frente a la Resolución de Problemas

Test de Actitud frente a la resolución de problemas matemáticos

Nombre: _____ . Curso: _____ . Fecha: ___/___/___.

Instrucciones: Lea atentamente cada una de las siguientes afirmaciones y marque con una X la alternativa con la que más se sienta identificado.

| Ítem | Aspecto | Mucho | Bastante | Poco | Nada |
|------|--|-------|----------|------|------|
| 1 | Me gusta resolver problemas. | | | | |
| 2 | Creo que resolver problemas es una actividad que se me da bien. | | | | |
| 3 | Trabajo con un problema, sin importarme el tiempo, hasta que lo resuelvo. | | | | |
| 4 | Cuando tengo la solución, siempre compruebo las operaciones por si me he equivocado. | | | | |
| 5 | Procuro presentar el problema bien organizado, para que se pueda corregir sin dificultad. | | | | |
| 6 | Cuando sé resolver un problema me gusta que el profesor se dé cuenta de que lo hago bien. | | | | |
| 7 | Resolver problemas es divertido. | | | | |
| 8 | Me gusta salir a la pizarra a resolver o corregir problemas. | | | | |
| 9 | Aprender a resolver problemas puede ayudarme en la vida diaria y en un futuro. | | | | |
| 10 | Creo que resolver problemas es un buen ejercicio para nuestra mente, así aprendemos a pensar | | | | |
| 11 | Me cuesta decidir lo que tengo que hacer cuando estoy resolviendo problemas. | | | | |
| 12 | Me avergüenzo cuando no entiendo cómo resolver un problema. | | | | |
| 13 | Soy inseguro, nunca sé si he sido incapaz o no de resolver un problema bien. | | | | |
| 14 | Resolver problemas es una actividad que me pone nervioso. | | | | |
| 15 | Me cuesta concentrarme sobre lo que me pide el texto de un problema. | | | | |
| 16 | Debería ser mucho más listo de lo que soy para resolver bien los problemas. | | | | |
| 17 | Necesito que otras personas me ayuden cuando tengo que resolver problemas. | | | | |
| 18 | Me pone de mal humor comprobar que me he equivocado. | | | | |

| | | | | | |
|-----------|---|--|--|--|--|
| 19 | Resolver problemas es una actividad que me cansa. | | | | |
| 20 | Si te cuesta resolver problemas, ¿crees que puedes hacer algo para mejorar? | | | | |
| 21 | Si el problema se me presenta difícil, lo dejo. Casi no intento solucionarlo. | | | | |
| 22 | Antes de realizar una operación, razono el problema y lo analizo. | | | | |
| 23 | Aunque compruebo un problema, no sé si lo he hecho bien o mal. | | | | |



Anexo 4: Test de Inteligencia Lógica Superior



TEST DE INTELIGENCIA LÓGICA

Del Instituto Pedagógico San Jorge - Mont de la Salla - Universidad de Montreal
Adaptación y normalización Española. Seminario de Pedagogía "San Pío X"

ADAPTACION EN CHILE: UNIVERSIDAD DE CONCEPCION

Por : Gladys Riquelme Del Solar
Teresa Segure Marguiraut
Ricardo Yévenes Morales

SUPERIOR

NORMAS PARA LA REALIZACION

Este examen consta de 50 ejercicios. En cada uno de ellos hay, a la izquierda, 4 figuras. Hay que fijarse bien en ellas y buscar entre las 5 Figuras de la derecha cuál es la que continúa la serie. He aquí los ejemplos:

1. Un columpio se está balanceando. En la 1ª figura está horizontal; en la 2ª se inclina a la derecha, en la 3ª vuelve a tomar la posición horizontal; en la 4ª se inclina a la izquierda. ¿Cuál de las cinco figuras de la derecha continúa la serie de cambios? Escribe el Número correspondiente en el cuadrado del extremo.

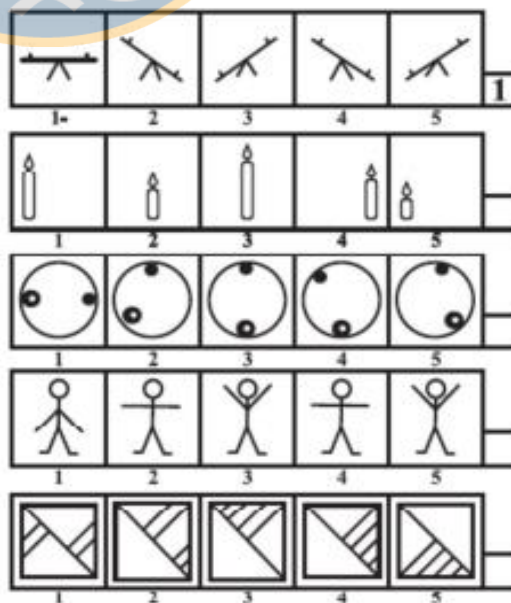
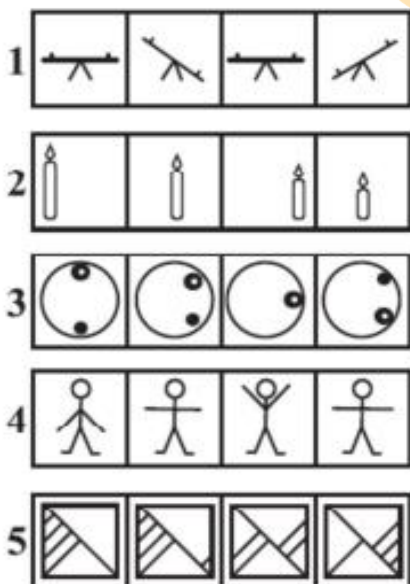
2. Una vela encendida se va consumiendo. En la 1ª figura está a la izquierda; en la 2ª está en el centro y es más corta; luego, a la derecha y es más corta aun. Finalmente vuelve al centro y todavía es más corta. ¿Cuál de las cinco figuras, etc...?

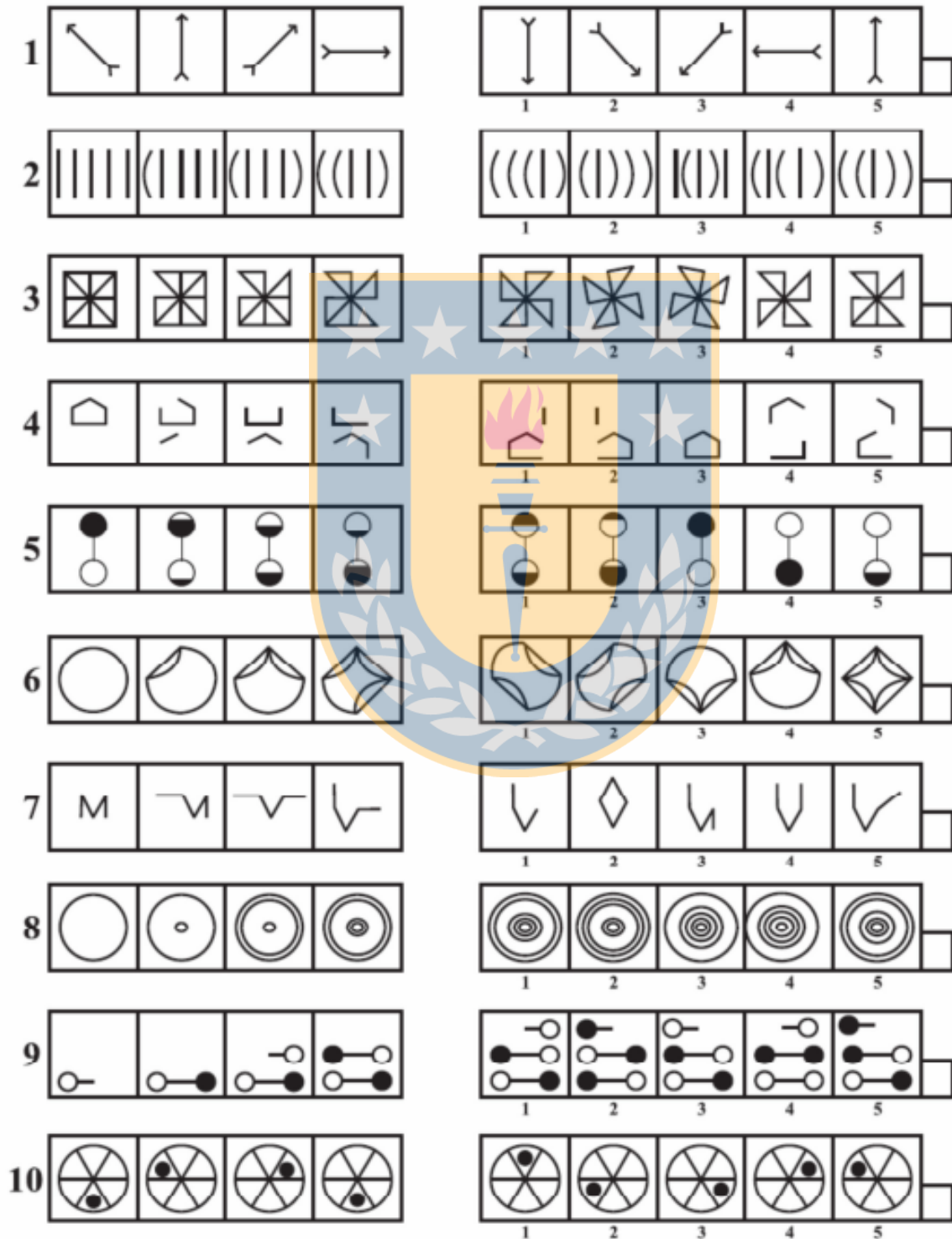
3. En la 1ª figura se observan dos bolas en el interior de un círculo; en la 2ª, la bola grande baja un octavo de vuelta, mientras la pequeña sube un octavo también. En la 3ª las dos bolas se encuentran juntas. En la 4ª las dos bolas se desplazan de un octavo; la grande, hacia abajo; la pequeña hacia arriba. ¿Cuál de las 5 figuras, etc...?

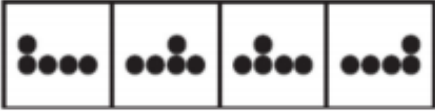

4. En la 4 figuras, un gimnasta eleva gradualmente los brazos y luego baja. ¿Cuál de las 5 figuras etc...?



5. En la 1ª figura hay 4 líneas oblicuas en el interior del cuadro y a la izquierda. En la 2ª la línea superior de izquierda se ha puesto a la derecha y abajo. Sucesivamente se van desplazando las demás líneas de la misma manera. ¿Cuál de las 5 figuras, etc...?



Durante el examen trabaja tan de prisa como puedas, porque acaso no te dé tiempo a terminarlo. Si un ejercicio te parece difícil no pierdas demasiado tiempo con él. Pasa al siguiente. No pases de esta página hasta que se te indique.











11  



12  

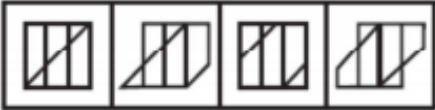
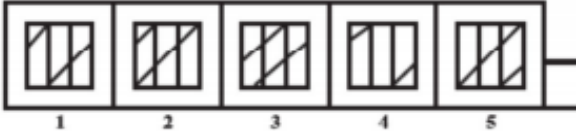
13  

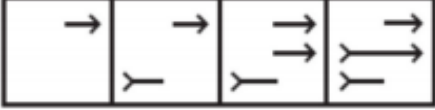
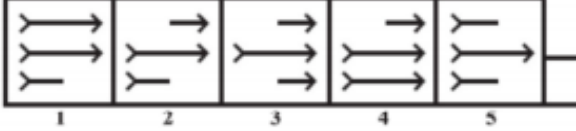
14  


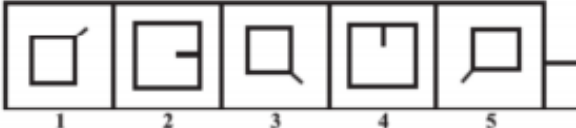
15  

16  

17  

18  

19  

20  

21

22

23

24

25


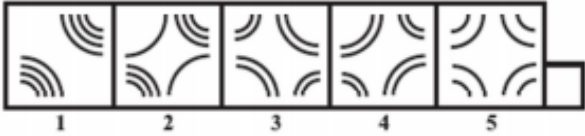
26

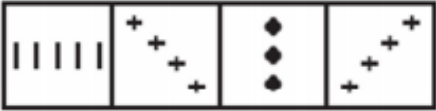
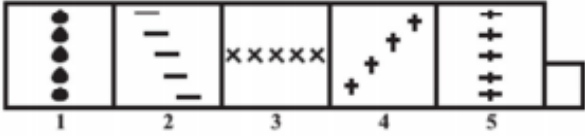
27

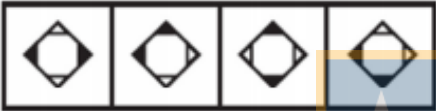
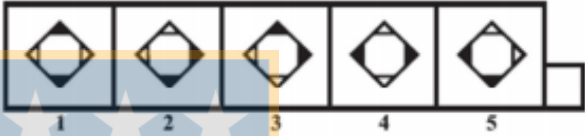
28



29



30



31  


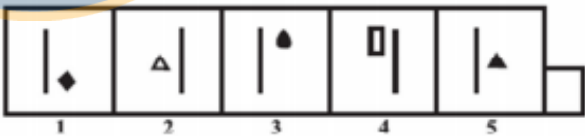
32  


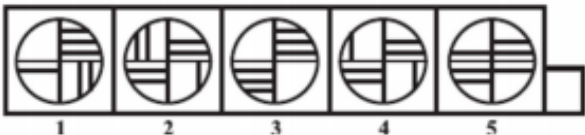
33  


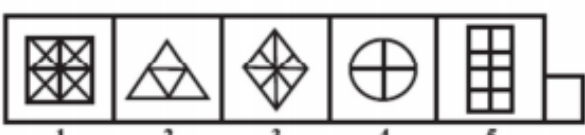
34  


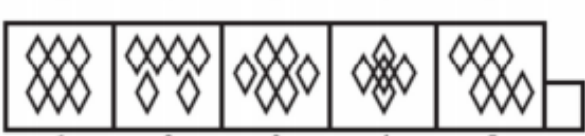
35  

36  

37  

38  

39  

40  

| | | |
|----|--|--|
| 41 | | |
| 42 | | |
| 43 | | |
| 44 | | |
| 45 | | |
| 46 | | |
| 47 | | |
| 48 | | |
| 49 | | |
| 50 | | |

Anexo 5: Post – Test de Conocimientos Adquiridos

Test de Matemática

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo:

1.- Resolver problemas en base a sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

Instrucciones: Leer atentamente la evaluación y consultar lo que no entiende (sólo preguntas de orientación). Utilizar los espacios asignados para sus respuestas. El que es sorprendido entregando o copiando información del compañero, se le retirará la evaluación y no tendrá validez.

I.- Desarrollo: Resuelve los siguientes problemas. (4 pts. c/u)

1. Amanda compró en una tienda 5 lápices y 2 cuadernos por \$2.900. Javiera compró en la misma tienda 6 lápices y 3 cuadernos por \$4.050. ¿Cuánto valen los lápices y los cuadernos en la tienda?



2. En un garaje hay 55 vehículos en total, entre autos y motos. Si en total se cuentan 160 ruedas, ¿cuántos autos y cuántas motos hay?

3. Un cuarto de la suma de dos números es 40 y un quinto de su diferencia es 8. ¿Cuál es el número menor?

4. Marcela es una fanática en la tecnología que podría comprar dos celulares y un televisor en \$460.000, o un celular y dos televisores en \$680.000. ¿Cuál es el costo del televisor?

5. Un producto A cuesta \$300 y otro producto B, \$350. Omar compra algunos productos A y otros B, de modo que lleva 12 en total. Si paga \$3.950, ¿cuántas unidades compró del producto B?

Anexo 6: Carpeta de Grupo Experimental

Roles y responsabilidades de los miembros

IMPORTANTE: Estos roles serán cambiados clase a clase.

| Rol | Descripción y responsabilidades |
|-------------|---|
| Líder | <ul style="list-style-type: none">- Supervisa el trabajo realizado por el grupo.- Motiva a sus compañeros a la realización de las tareas.- Mantiene el orden del grupo.- Controla y supervisa que las tareas se realicen.- Controla que cada integrante desempeñe su rol correspondiente.- Puede asumir otro rol en caso que algún integrante falte. |
| Secretarios | <ul style="list-style-type: none">- Realiza los registros de cada una de las ideas y observaciones que realizan cada uno de sus compañeros al momento de realizar una actividad.- Debe trabajar en conjunto con el encargado de registro, ya que de sus apuntes saldrán las conclusiones del trabajo. |
| Registrador | <ul style="list-style-type: none">- Redacta las conclusiones finales del trabajo, las que serán presentadas al profesor.- Es quien escribe cualquier escrito que deba ser entregado por el grupo.- Es responsable de la carpeta del grupo. |
| Vocero | <ul style="list-style-type: none">- A cargo de realizar consultas al docente.- Explicar y exponer sus conclusiones cuando se haga necesario el análisis en conjunto con el curso.- Interactuar con otros grupos cuando se haga necesario.- Es el único que puede levantarse de su puesto, siempre y cuando sea para realizar alguna consulta. |

Evaluando nuestro trabajo

Sobre la actividad y trabajo realizado en grupo

| Día | ¿Qué salió bien? | ¿Qué debemos mejorar? |
|------------|-------------------------|------------------------------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Evaluando mí trabajo

Sobre mi trabajo individual.

Este registro pertenece a: _____

| Día | ¿Qué me ha gustado? | Hoy no... |
|-----|---------------------|-----------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Anexo 7: Planificaciones Grupo Control

CLASE N°1: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|---|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | CONTENIDO: Aplicar test de motivación, actitud e inteligencia lógica superior. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar test y conocer el curso, en cuanto a su metodología de trabajo. |
| Inicio | El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno de ellos junto con los tiempos estimados para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan y terminan los test para hacer entrega de ellos. |
| Cierre | El profesor explica de manera resumida de que se tratara la unidad y como se trabajará. |
| Materiales | Test de motivación, test de actitud y test de inteligencia lógica superior. |

CLASE N°2: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | CONTENIDO: Aplicar pre test de conocimientos previos. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar pre test de conocimientos previos. |
| Inicio | El profesor entrega el test y da las instrucciones junto con el tiempo estimado para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan el test. |
| Cierre | Los estudiantes entregan test. El profesor recuerda lo dicho la clase anterior sobre el trabajo a realizar. |
| Materiales | Test de conocimientos previos. |

CLASE N°3: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Álgebra |
| CURSO: 2ºB | CONTENIDO: Presentación de contenido. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Presentar la materia a trabajar. |
| Inicio | El profesor comenta en qué consistirá el trabajo que realizarán durante su intervención. |
| Desarrollo | El profesor comenta a profundidad los contenidos que se verán durante el trabajo observando los aprendizajes que se esperan al finalizar esta etapa de trabajo. Los estudiantes escuchan atentamente, hacen preguntas y consultas en caso de ser necesario. |
| Cierre | El profesor motiva a los estudiantes para que participen en las clases y puedan aprender. |
| Materiales | Pizarra, plumón. |

CLASE N°4: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | CONTENIDO: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|---|
| Objetivo de aprendizaje | Representar de manera algebraica diferentes situaciones de la vida real. |
| Inicio | El profesor presenta el objetivo de la clase y lo escribe en la pizarra El profesor comenta el objetivo de la clase dando un ejemplo de lo que se verá en la clase (diapositiva 2, ppt 1). |
| Desarrollo | El profesor muestra en la pizarra enunciados de expresiones las cuales pueden ser representadas de manera algebraica. El profesor muestra la frase, explica y escribe su representación algebraica, hace lo mismo con los siguientes enunciados. Los estudiantes escuchan, copian en su cuaderno y hacen preguntas. El profesor muestra en la diapositiva 3, expresiones algebraicas y les explica como representar de manera literal. Haciendo lo mismo con el siguiente, y luego dice a los estudiantes que trabajen con las restantes. Los estudiantes trabajan y hacen preguntas en caso de ser necesario. El profesor corrige en la pizarra . El profesor presenta problemas (diapositiva 4) a lo que resuelve el primero y los demás solicita que los estudiantes los resuelvan. Los estudiantes trabajan en la actividad preguntan en caso de tener dudas. El profesor corrige en la pizarra los problemas. Los estudiantes preguntan o corrigen sus resultados en caso de no haberlos resuelto. |
| Cierre | Se presenta un desafío(diapositiva 5) por medio de un problema matemático para que los estudiantes lo analicen y resuelvan en casa. Se destaca la importancia de interpretar y representar correctamente las diferentes expresiones. |
| Materiales | Presentación ppt, proyector. |

Presentación usada en clase 4

Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

LENGUAJE ALGEBRAICO

1. Representar los enunciados utilizando expresiones algebraicas

- a. La cuarta parte de un número.
- b. El doble de un número
- c. Un múltiplo de 11.
- d. La suma de dos números
- e. El triple de un número.
- f. El producto entre dos números.
- g. La suma de tres números pares consecutivos.
- h. La diferencia de dos números impares.
- i. El producto entre un número natural y el sucesor de él.
- j. El doble del doble de un número.
- k. La suma de tres números naturales consecutivos

2. Exprese en lenguaje natural las siguientes expresiones:

- a. $2a - 2$
- R. El doble de un número menos 2 unidades.
- b. $3(x + 4)$
- R. Tres veces la suma de un número más 4.
- c. $(b + 2b)$
- R. La suma de un número más su doble
- d. $(m + 1)(m + 2)$
- R. La suma de el sucesor de un número más el sucesor de éste.

Resolver

- a. En un colegio, por cada profesor o profesora hay 36 estudiantes, ¿cuál es el número total de alumnos en el colegio si el número de profesores es 32?
- b. Marcela anda en bicicleta todos los días, ella siempre anda 1 km más que Susana. Entre las dos ¿qué distancia recorren Marcela en una semana si Susana en el primer día recorre 2 km?
- c. Juan leyó un libro de n páginas. Él leía cada día la misma cantidad de páginas y lo terminó en d días. ¿Cuántas páginas diarias leía Juan?

Desafío

- Andrés es un artista que vendió a un cliente un cuadro y tres esculturas a \$ 60 000, y a otro cliente le vendió 3 cuadros y 9 esculturas en \$120 000.
- a) ¿Cuánto cuesta cada cuadro y cada escultura?
- b) Puedes asegurar que Andrés vende sus obras al mismo precio a ambos clientes ¿Por qué?

CLASE N°5: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | Contenido: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Conocer estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| Inicio | <p>El profesor presenta el objetivo de la clase y lo escribe en la pizarra.</p> <p>El profesor presenta un problema y explica que existen diversas estrategias para resolverlos los problemas.</p> |
| Desarrollo | <p>El profesor da los pasos a seguir para resolver un problema, mediante el ejemplo mostrado.</p> <p>Para resolver un problema debemos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Antes de comenzar, realizar una lectura detenida del mismo. Familiarizarnos con el problema, es la clave antes de empezar. • Una vez hemos entendido el contexto y el tipo de problema que se nos plantea, debemos realizar el planteamiento de este. • Si es necesario, realizaremos un dibujo, una tabla, o una representación de lo expuesto. Una vez hecho, intentamos identificar la incógnita y los datos que aporta el problema. • Para plantear las ecuaciones volveremos al problema y debemos “traducir” el mismo a una expresión algebraica. • En este tipo de problemas con más de una incógnita debemos encontrar tantas ecuaciones como incógnitas se nos presenten. Es decir, si tenemos dos incógnitas debemos encontrar dos ecuaciones, si tenemos tres, tres ecuaciones. • El siguiente paso es resolver el sistema de ecuaciones. • Por último y muy importante, debemos interpretar la solución <p>Los estudiantes copian y preguntan en caso de ser necesario. El profesor da una serie de problemas para que los alumnos puedan resolverlos y practicar lo enseñado.</p> |

| | |
|-------------------|---|
| | <ul style="list-style-type: none">• Se tienen \$120.000 en 33 billetes en total. De los cuales solo son de billetes de \$5.000 y \$2.000 ¿Cuántos billetes son de \$5.000 y cuántos de \$2.000?• Carlos le dice a Juan: “el dinero que yo tengo es el doble que tú tienes”, y Juan le responde “si me das \$6.000 tendré la misma cantidad que tu al inicio tenías” <p>¿Cuánto dinero tiene cada uno al principio? Los estudiantes trabajan en la actividad.</p> |
| Cierre | <p>Se designan al azar estudiantes para que pasen a la pizarra a resolver algún problema. El profesor corrige el problema en la pizarra. Los estudiantes realizan preguntas.</p> |
| Materiales | <p>Pizarra, plumón.</p> |



CLASE N°6: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | Contenido: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |
| Objetivo de aprendizaje | Elaborar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| Inicio | <p>El profesor escribe y explica el objetivo en la pizarra</p> <p>El profesor presenta un problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un transportista lleva en su furgoneta sacos de arroz de dos pesos distintos. Los sacos grandes tienen un peso de 30 kg, mientras que los pequeños pesan un 20% menos. El conductor recuerda que el número de sacos pequeños es el triple del de sacos grandes, y que el peso total de la mercancía es de 714 kilogramos. Calcula el número de sacos de cada tipo que se transportan. <p>Al cual pide que los estudiantes resuelvan durante la clase presentando las siguientes características: Datos, ecuaciones necesarias para resolver el problema, los procedimientos de las operaciones realizadas, solución gráfica y respuesta a la pregunta del problema.</p> |
| Desarrollo | <p>Los estudiantes realizan la actividad propuesta.</p> <p>Hacen preguntas y consultas en caso de ser necesarias.</p> <p>El profesor responde las dudas y consultas de los estudiantes</p> |
| Cierre | Se les pide que hagan entrega de la actividad terminada la próxima clase. |
| Materiales | Pizarra. |

CLASE N°7: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | Contenido: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| Objetivo de aprendizaje | Resolver situaciones de la vida diaria representando de manera abstracta. | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------|--|-----------|----------|----------|---------|-------|-------|---------|-----|-----|--------------|-----------|-----------|
| Inicio | <p>El profesor presenta el objetivo y lo escribe en la pizarra. El profesor presenta situaciones de la vida diaria en la cual se pueden utilizar sistemas de ecuaciones para llegar a respuestas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Andrés es un artista que vendió a un cliente un cuadro y tres esculturas a \$ 60 000, y a otro cliente le vendió 3 cuadros y 9 esculturas en \$120 000. <ul style="list-style-type: none"> a) ¿Cuánto cuesta cada cuadro y cada escultura? b) Puedes asegurar que Andrés vende sus obras al mismo precio a ambos clientes ¿Por qué? • En un examen tipo test, las preguntas correctas suman un punto y las incorrectas restan medio punto. En total hay 100 preguntas y no se admiten respuestas en blanco (hay que contestar todas). La nota de un alumno es 5,5 de una nota máxima 7,0. Calcular el número de preguntas que contestó correcta e incorrectamente. • En un aula, la asignatura de gimnasia la han aprobado el 62,5% de las alumnas y el 80% de los alumnos, mientras que la asignatura de historia la han aprobado 87,5% de las alumnas y el 60% de los alumnos. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Gimnasia</th> <th>Historia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Alumnas</td> <td>62,5%</td> <td>87,5%</td> </tr> <tr> <td>Alumnos</td> <td>80%</td> <td>60%</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>26</td> <td>26</td> </tr> </tbody> </table> <p>Calcular el número de alumnas y de alumnos que hay en el aula si el total de aprobados es 26 en gimnasia y 26 en historia.</p> | | Gimnasia | Historia | Alumnas | 62,5% | 87,5% | Alumnos | 80% | 60% | Total | 26 | 26 |
| | Gimnasia | Historia | | | | | | | | | | | |
| Alumnas | 62,5% | 87,5% | | | | | | | | | | | |
| Alumnos | 80% | 60% | | | | | | | | | | | |
| Total | 26 | 26 | | | | | | | | | | | |
| Desarrollo | <p>Los estudiantes resuelven los problemas y hacen preguntas en caso de ser necesario. El profesor responde las preguntas y dudas. El profesor pide a diversos alumnos que pasen a resolver algunos ejercicios a la pizarra. Los estudiantes resuelven los problemas en la pizarra.</p> | | | | | | | | | | | | |
| Cierre | El profesor corrige los problemas | | | | | | | | | | | | |
| Materiales | Pizarra, plumones. | | | | | | | | | | | | |

CLASE N°8: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|---|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | CONTENIDO: Aplicar test de motivación, actitud e inteligencia lógica superior. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar post test. |
| Inicio | El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno de ellos junto con los tiempos estimados para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan y terminan los test. |
| Cierre | El profesor retira los test y agradece a los estudiantes por su colaboración. |
| Materiales | Test de motivación, test de actitud y test de inteligencia lógica superior. |

CLASE N°9: GRUPO CONTROL

| | |
|-------------------------------------|---|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºB | CONTENIDO: Aplicar post test de conocimientos adquiridos |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|---|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar post test de conocimientos adquiridos. |
| Inicio | El profesor entrega el test y da las instrucciones junto con el tiempo estimado para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan el test. |
| Cierre | Los estudiantes entregan test y el profesor agradece por su ayuda y colaboración durante la intervención. |
| Materiales | Post test de conocimientos adquiridos. |

Anexo 8: Planificaciones Grupo Experimental

CLASE N°1: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|---|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Aplicar test de motivación, actitud e inteligencia lógica superior. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar test y conocer el curso. |
| Inicio | El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno de ellos junto con los tiempos estimados para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan y terminan los test para hacer entrega de ellos. |
| Cierre | El profesor explica de manera resumida de que se tratara la unidad y como se trabajará. |
| Materiales | Test de motivación, test de actitud y test de inteligencia lógica superior. |

CLASE N°2: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Aplicar pre test de conocimientos previos. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar pre test de conocimientos previos. |
| Inicio | El profesor entrega el test y da las instrucciones junto con el tiempo estimado para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan el test. |
| Cierre | Los estudiantes entregan test. El profesor recuerda lo dicho la clase anterior sobre el trabajo a realizar. |
| Materiales | Test de conocimientos previos. |

CLASE N°3: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Organizar grupos y explicar roles de trabajo |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |

| | |
|--------------------------------|---|
| Objetivo de aprendizaje | Organización y conformación de grupos de trabajo. |
| Inicio | <p>El profesor entrega la lista de conformación de los equipos de trabajo. Explicando que la conformación de estos es por las calificaciones obtenidas el primer semestre, con la idea de que los equipos estén lo más equilibrados posibles.</p> <p>Los estudiantes seguirán las instrucciones del profesor en la conformación de los grupos de trabajo.</p> |
| Desarrollo | <p>El profesor explica que los grupos tendrán una organización de trabajo que rotará en cada clase, con los siguientes roles, líder, secretario, registrador y voceros con el fin de que cada estudiante pase por estos puestos.</p> <p>El profesor entregará a cada grupo una carpeta que contiene la descripción de los roles y responsabilidades de los miembros de trabajo y la hoja Evaluando nuestro trabajo (anexo 6), la que se leerá en voz alta y posteriormente explica las tareas que deben ir cumpliendo.</p> <p>El profesor explicara como llenar la hoja de trabajo Evaluando nuestro trabajo explicándoles que en la primera columna deben indicar la fecha, en la segunda con las cosas que como equipo les pareció que salieron bien y en la tercera las cosas que se podrían mejorar como equipo. Además, comenta más en detalle lo que se verá durante este trabajo.</p> <p>Los estudiantes realizaran preguntas o consultas en caso de ser necesario.</p> |
| Cierre | El profesor motiva a los estudiantes haciéndoles entender que ellos son los entes principales para que logren un óptimo aprendizaje. |
| Materiales | Carpetas de trabajo (ver anexo 6). |

CLASE N°4: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|---|
| Objetivo de aprendizaje | Representar de manera algebraica diferentes situaciones de la vida real. |
| Inicio | <p>El profesor presenta el objetivo de clase, lo escribe en la pizarra.</p> <p>Los estudiantes se organizan en grupos otorgando los roles respectivos.</p> <p>El profesor presenta un problema, (ver ppt) diapositiva 2, pidiendo a los estudiantes que traten de dar respuesta a lo solicitado.</p> <p>Los estudiantes intentaran resolver el desafío.</p> <p>El profesor solicita las respuestas de los estudiantes a lo que pedirá que un vocero de cada grupo de la respuesta.</p> <p>El profesor solicitara a algún vocero al azar que explique su respuesta, se revisara esta respuesta.</p> <p>Los estudiantes debatirán sobre la respuesta en caso de que algún equipo no haya llegado a la respuesta correcta.</p> <p>El profesor dará una pequeña explicación de la importancia de la buena interpretación de lenguaje algebraico ya que en gran medida el o los posibles errores del desafío se pueden producir por esto.</p> |
| Desarrollo | <p>El profesor presentara una actividad en la diapositiva número 3 de la ppt, la que consiste en la interpretación de frases a lenguaje algebraico.</p> <p>El profesor presentara diferentes enunciados a los estudiantes, quienes deberán representarlos de manera algebraica.</p> <p>Los estudiantes realizaran la actividad.</p> <p>El profesor responderá dudas y consultas.</p> <p>El profesor solicitara a los equipos que pasen a la pizarra a escribir la respuesta de alguno de los enunciados.</p> <p>Los estudiantes de cada grupo se ponen de acuerdo para dar a respuesta y pasan a la pizarra.</p> <p>El profesor hace una revisión en conjunto, donde los estudiantes en caso de no estar de acuerdo con la respuesta de otro grupo levantan la mano y explican el porqué del desacuerdo.</p> |

| | |
|--------------------------|--|
| | <p>Luego el profesor se presentará enunciados de manera algebraica, donde se le pide a los grupos de estudiantes que los representen de manera literal.</p> <p>Los estudiantes realizarán la actividad.</p> <p>El profesor responderá dudas y consultas.</p> <p>El profesor solicitará a los equipos que pasen a la pizarra a escribir la respuesta de alguno de los enunciados.</p> <p>Los estudiantes de cada grupo se ponen de acuerdo para dar a respuesta y pasan a la pizarra.</p> <p>El profesor hace una revisión en conjunto, donde los estudiantes en caso de no estar de acuerdo con la respuesta de otro grupo levantan la mano y explican el porqué del desacuerdo.</p> <p>El profesor repite la primera parte de la actividad con enunciados de la vida cotidiana (diapositiva número 6) con los mismos pasos que la actividad 1.</p> <p>El profesor presenta una expresión algebraica, pide a los estudiantes que le den un contexto real.</p> <p>Los estudiantes realizarán la actividad.</p> <p>Se realizará una revisión en conjunto y se juzgará en conjunto.</p> <p>Se realizará lo mismo con las otras expresiones.</p> <p>Se presentan problemas que los estudiantes deben resolver. Luego, de manera voluntaria, pasan a mostrar sus desarrollos en la pizarra.</p> |
| <p>Cierre</p> | <p>Se presenta un desafío por medio de un problema matemático para que los estudiantes lo analicen y resuelvan en casa. Se destaca la importancia de interpretar y representar correctamente las diferentes expresiones.</p> <p>Los estudiantes escriben y entregan la carpeta de trabajo con las observaciones realizadas durante la clase.</p> |
| <p>Materiales</p> | <p>Presentación ppt, proyector.</p> |

Presentación de clase 4

Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

LENGUAJE ALGEBRAICO

Desafío

- Cuando yo tenía 6 años, mi hermana tenía la mitad de mi edad. Ahora tengo 70 años. ¿Qué edad tiene mi hermana?



1. Representar los enunciados utilizando expresiones algebraicas

- a. La cuarta parte de un número. 
- b. El doble de un número 
- c. Un múltiplo de 11. 
- d. La suma de dos números. 
- e. El triple de un número. 

Representar los enunciados utilizando expresiones algebraicas

- f. El producto entre dos números.
- g. La suma de tres números pares consecutivos.
- h. La diferencia de dos números impares.
- i. El producto entre un número natural y el sucesor de él.
- j. El doble del doble de un número.
- k. La suma de tres números naturales consecutivos.

2. Exprese en lenguaje natural las siguientes expresiones:

- a. $2a - 2$.
R. El doble de un número menos 2 unidades.
- b. $3(x + 4)$.
R. Tres veces la suma de un número más 4.
- c. $(b + 2b)$.
R. La suma de un número más su doble
- d. $(m + 1)(m + 2)$.
R. La suma de el sucesor de un número más el sucesor de éste.

3. Encuentre expresiones algebraicas para describir las siguientes situaciones:

- a. La edad de Juan en 5 años más.
- b. n filas de 6 sillas cada una. Total de sillas.
- c. 54 personas repartidas equitativamente en n buses.
- d. La edad de Pedro más 7 veces la de Agustín.

Resolver

- Para cada una de las siguientes expresiones, escriba una situación que pueda ser descrita por ella. Luego, evalúe cada expresión en $x = 36$, en el contexto de la situación propuesta. Asegúrese de que su situación tenga sentido para este valor de x.
- a. $x - 6$.
- R. El número de estudiantes de un curso son 36 pero durante el día faltaron 6 estudiantes.
- b. $5 + x$
- c. $x : 4$
- d. $100 - x$

Resolver

- a. En un colegio, por cada profesor o profesora hay 36 estudiantes, ¿cuál es el número total de alumnos en el colegio si el número de profesores es 32?
- b. Marcela anda en bicicleta todos los días, ella siempre anda 1 km más que Susana. Entre las dos ¿qué distancia recorren en una semana si Susana en el primer día recorre 2 km?
- c. Juan leyó un libro de n páginas. Él leía cada día la misma cantidad de páginas y lo terminó en d días. ¿Cuántas páginas diarias leía Juan?

CLASE N°5: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 2 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Elaborar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| Inicio | <p>El profesor presenta el objetivo de la clase</p> <p>El profesor solicitara a los estudiantes las respuestas del problema planteado la clase anterior.</p> <p>Los estudiantes darán las respuestas.</p> <p>El profesor pedirá algún voluntario para revisar la solución del problema y con el resto del curso.</p> |
| Desarrollo | <p>El profesor presenta un problema (diapositiva 2 ppt 2), en donde pide que los estudiantes busquen alguna solución posible.</p> <p>Los estudiantes buscan una solución.</p> <p>El profesor les pide a cada grupo que presenten su estrategia al curso</p> <p>El profesor presenta nuevamente un problema (diapositiva 3 ppt 2) en el que solicita que busquen estrategias de resolución de problema, pero sin la necesidad de resolverlo.</p> <p>Los estudiantes realizan la actividad.</p> <p>El profesor solicita a cada grupo que presenten las diferentes estrategias creadas.</p> <p>Los estudiantes presentan sus estrategias.</p> <p>El profesor solicita que resuelvan el problema utilizando la estrategia que crean es la más efectiva, argumentando el porqué de la selección de ésta.</p> <p>Los estudiantes de cada grupo darán respuesta al problema mencionando su estrategia para resolverlo e indicando el porqué.</p> |
| Cierre | <p>Se les pedirá que de todas las estrategias presentadas seleccionen los elementos comunes de esta y creen una estrategia que sea más completa y efectiva diciéndoles que deberán utilizarla en la próxima clase.</p> <p>Los estudiantes escriben y entregaran la carpeta de trabajo con las observaciones realizadas durante la clase.</p> |
| Materiales | Presentación ppt, proyector. |

Presentación clase 5

Sistemas de ecuaciones lineales

Estrategias para resolver problemas

Resolver , creando una estrategia para esto.

- Se tienen \$120.000 en 33 billetes en total. De los cuales solo son de billetes de \$5.000 y \$2.000 ¿Cuántos billetes son de \$5.000 y cuántos de \$2.000?

¿Servirá su estrategia para este nuevo problema?

- Carlos le dice a Juan: “el dinero que yo tengo es el doble que tú tienes”, y Juan le responde “si me das \$6.000 tendré la misma cantidad que tu al inicio tenias”
- ¿Cuánto dinero tiene cada uno al principio?

CLASE N°6: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Álgebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |

| | |
|--------------------------------|---|
| Objetivo de aprendizaje | Aplicar estrategias para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones. |
| Inicio | <p>El profesor un pequeño resumen de lo visto la clase anterior con la participación de los estudiantes.</p> <p>El profesor presenta el objetivo de la clase y lo escribe en la pizarra.</p> <p>El profesor presenta un problema (Un transportista lleva en su furgoneta sacos de arroz de dos pesos distintos. Los sacos grandes tienen un peso de 30 kg, mientras que los pequeños pesan un 20% menos. El conductor recuerda que el número de sacos pequeños es el triple del de sacos grandes, y que el peso total de la mercancía es de 714 kilogramos. Calcula el número de sacos de cada tipo que se transportan), a los estudiantes, y se les pide que lo resuelvan utilizando las estrategias diseñadas la clase anterior explicando paso a paso. Todo esto en una hoja que después deberá ser entregada al profesor.</p> |
| Desarrollo | <p>Los estudiantes realizan la actividad propuesta.</p> <p>Realizan preguntas en caso de ser necesario.</p> |
| Cierre | <p>Se les solicita a los estudiantes que hagan entrega de la actividad terminada la próxima clase.</p> <p>Los estudiantes escriben y entregaran la carpeta de trabajo con las observaciones realizadas durante la clase.</p> |
| Materiales | Pizarra. |

CLASE N°7: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|--|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones Lineales con dos incógnitas. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |

| Objetivo de aprendizaje | Resolver situaciones de la vida diaria representando de manera abstracta. | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-------|-------|----------------|-----|-----|--------------|-----------|-----------|
| Inicio | <p>El profesor presenta el objetivo y lo escribe en la pizarra.</p> <p>El profesor presenta situaciones de la vida diaria en la cual se pueden utilizar sistemas de ecuaciones para llegar a respuestas que nos permitirían solucionar problemas cotidianos tanto para comerciantes, clientes, carpinteros etc., a lo cual pide que los estudiantes resuelvan.</p> | | | | | | | | | | | | |
| Desarrollo | <p>El profesor presenta las situaciones una a una escribiéndolas en la pizarra.</p> <p>Situación 1: En un examen tipo test, las preguntas correctas suman un punto y las incorrectas restan medio punto. En total hay 100 preguntas y no se admiten respuestas en blanco (hay que contestar todas). La nota de un alumno es 5,5 de una nota máxima 7,0. Calcular el número de preguntas que contestó correcta e incorrectamente.</p> <p>Los estudiantes realizan la actividad propuesta haciendo preguntas.</p> <p>El profesor pide a los grupos de manera voluntaria que pasen a resolver los ejercicios a la pizarra. En caso de no haber un voluntario seleccionara al azar. Se revisará en conjunto a los otros grupos.</p> <p>Situación 2: En un aula, la asignatura de gimnasia la han aprobado el 62,5% de las alumnas y el 80% de los alumnos, mientras que la asignatura de historia la han aprobado 87,5% de las alumnas y el 60% de los alumnos.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Gimnasia</th> <th>Historia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Alumnas</td> <td>62,5%</td> <td>87,5%</td> </tr> <tr> <td>Alumnos</td> <td>80%</td> <td>60%</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>26</td> <td>26</td> </tr> </tbody> </table> <p>Calcular el número de alumnas y de alumnos que hay en el aula si el total de aprobados es 26 en gimnasia y 26 en historia.</p> <p>Los estudiantes realizan la actividad propuesta haciendo preguntas.</p> <p>El profesor pide a los grupos de manera voluntaria que pasen a</p> | | Gimnasia | Historia | Alumnas | 62,5% | 87,5% | Alumnos | 80% | 60% | Total | 26 | 26 |
| | Gimnasia | Historia | | | | | | | | | | | |
| Alumnas | 62,5% | 87,5% | | | | | | | | | | | |
| Alumnos | 80% | 60% | | | | | | | | | | | |
| Total | 26 | 26 | | | | | | | | | | | |

| | |
|-------------------|--|
| | <p>resolver los ejercicios a la pizarra. En caso de no haber un voluntario seleccionara al azar. Se revisará en conjunto a los otros grupos.</p> <p>El profesor presentara un reto y un desafío(problemas pero con el fin de que lo resuelvan lo más rápido posible)</p> <p>Reto: Un transportista lleva en su furgoneta sacos de arroz de dos pesos distintos. Los sacos grandes tienen un peso de 30 kg, mientras que los pequeños pesan un 20% menos. El conductor recuerda que el número de sacos pequeños es el triple del de sacos grandes, y que el peso total de la mercancía es de 714 kilogramos. Calcula el número de sacos de cada tipo que se transportan.</p> <p>Los estudiantes realizan la actividad propuesta haciendo preguntas.</p> <p>El profesor pide al grupo que logro resolver mas rápido el reto que pasen a resolver el problema a la pizarra. Se revisará en conjunto a los otros grupos.</p> <p>Desafío: Andrés es un artista que vendió a un cliente un cuadro y tres esculturas a \$ 60 000, y a otro cliente le vendió 3 cuadros y 9 esculturas en \$120 000.</p> <p>a) ¿Cuánto cuesta cada cuadro y cada escultura?</p> <p>b) Puedes asegurar que Andrés vende sus obras al mismo precio a ambos clientes ¿Por qué?</p> <p>Los estudiantes realizan la actividad propuesta haciendo preguntas.</p> <p>El profesor pide al grupo que logro resolver mas rápido el reto que pasen a resolver el problema a la pizarra. Se revisará en conjunto a los otros grupos.</p> |
| Cierre | El profesor realiza una pequeña reflexión sobre la utilidad que se le puede dar a la utilización de sistemas de ecuaciones. |
| Materiales | Pizarra, plumones. |

CLASE N°8: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|---|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Aplicar test de motivación, actitud e inteligencia lógica superior. |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |

| | |
|--------------------------------|--|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar post test. |
| Inicio | El profesor entrega los test y da las instrucciones de cada uno de ellos junto con los tiempos estimados para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan y terminan los test. |
| Cierre | El profesor retira los test y agradece a los estudiantes por su colaboración. |
| Materiales | Test de motivación, test de actitud y test de inteligencia lógica superior. |

CLASE N°9: GRUPO EXPERIMENTAL

| | |
|-------------------------------------|---|
| PROFESOR GUÍA: Paula Estrada | UNIDAD: Algebra |
| CURSO: 2ºA | CONTENIDO: Aplicar post test de conocimientos adquiridos |
| ASIGNATURA: Matemática | HORAS: 1 |

| | |
|--------------------------------|---|
| Objetivo de aprendizaje | Desarrollar post test de conocimientos adquiridos. |
| Inicio | El profesor entrega el test y da las instrucciones junto con el tiempo estimado para su desarrollo. |
| Desarrollo | Los estudiantes desarrollan el test. |
| Cierre | Los estudiantes entregan test y el profesor agradece por su ayuda y colaboración durante la intervención. |
| Materiales | Post test de conocimientos adquiridos. |

Anexo 9: Validación Test de Conocimientos previos

| Ítems | Pregunta | Respuesta dada por los jueces | | | | | Concordancia con autor % |
|------------|----------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------------------------|
| | | Autor | Juez 1 | Juez 2 | Juez 3 | Juez 4 | |
| I | 1 | B | B | No | B | B | 75% |
| | 2 | B | B | B | B | B | 100% |
| | 3 | D | D | D | D | D | 100% |
| | 4 | B | A | B | B | B | 75% |
| | 5 | D | D | D | D | D | 100% |
| | 6 | A | A | A | A | A | 100% |
| II | 1 | E | E | E | E | E | 100% |
| | 2 | A | A | C | A | A | 75% |
| III | A | C | C | A | C | C | 75% |
| | B | C | C | A | C | C | 75% |

Anexo 10: Validación Test de Conocimientos adquiridos

| Ítems | Respuesta dada por los jueces | | | | | Concordancia con autor % |
|-------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------------------------|
| | Autor | Juez 1 | Juez 2 | Juez 3 | Juez 4 | |
| 1 | A | A | A | A | A | 100% |
| 2 | A | A | A | A | A | 100% |
| 3 | A | No | No | No | No | 0% |
| 4 | A | A | A | A | A | 100% |
| 5 | A | A | A | A | A | 100% |
| 6 | A | A | A | A | A | 100% |
| 7 | A | A | A | A | A | 100% |
| 8 | A | A | A | A | A | 100% |

Anexo 11: Condiciones iniciales entre los grupos

1. Conocimientos previos

Para contrastar el grupo control con el experimental, se comparan los resultados del pre test de conocimientos previos mediante la prueba de U Mann-Whitney, pues los datos de un grupo provienen de variables que no siguen una distribución normal (Ver anexo 12, pág. 128). Las siguientes tablas resumen los resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. Típica |
|-----------------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|-----------------|--------|-------|--------------|
| Conocimiento G.C | 20 | 0 | 20 | 1,100 | 5,500 | 2,610 | 1,218 |
| Conocimiento G.E | 26 | 0 | 26 | 1,400 | 3,900 | 2,585 | 0,796 |
| U | | | | 238,500 | | | |
| U (estandarizado) | | | | 0,000 | | | |
| Valor esperado | | | | 260,000 | | | |
| Varianza (U) | | | | 2020,213 | | | |
| valor-p (unilateral) | | | | 0,325 | | | |
| Alfa | | | | 0,05 | | | |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula H_0 , por lo tanto, se infiere que no existe diferencia significativa en los conocimientos de los estudiantes pertenecientes al grupo control y el grupo experimental.

2. Motivación hacia las matemáticas

Comparados los resultados obtenidos en el pre- test de motivación del grupo control y del grupo experimental, se observa que los datos provienen de una distribución normal y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128). Debido a lo anterior, se aplicó la prueba T-Student, obteniendo los resultados presentes en las siguientes tablas.

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. Típica |
|----------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Motivación G.C | 20 | 0 | 20 | 27,000 | 56,000 | 44,400 | 8,274 |
| Motivación G.E | 26 | 0 | 26 | 29,000 | 59,000 | 47,423 | 7,463 |

| | |
|----------------------|--------|
| Diferencia | -3,023 |
| t (Valor observado) | -1,299 |
| t (Valor crítico) | -1,680 |
| GL | 44 |
| valor-p (unilateral) | 0,100 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe una diferencia significativa en la motivación previa a la intervención entre ambos grupos.

3. Actitud frente a la resolución de problemas

Contrastando los resultados obtenidos en los pre test de ambos grupos, se obtiene que los datos provienen de variables con distribuciones aproximadamente normales y de varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128), por lo que se aplicó la prueba T-Student, obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|-------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------------|
| Actitud G.C | 20 | 0 | 20 | 29,000 | 75,000 | 57,900 | 10,597 |
| Actitud G.E | 26 | 0 | 26 | 44,000 | 74,000 | 57,577 | 8,105 |

| | |
|----------------------|--------|
| Diferencia | 0,323 |
| t (Valor observado) | 0,117 |
| t (Valor crítico) | -1,680 |
| GL | 44 |
| valor-p (unilateral) | 0,546 |
| Alfa | 0,05 |

Como el valor-p obtenido es mayor que el nivel de significancia, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe una diferencia significativa en la motivación al inicio de la intervención entre el grupo experimental y el grupo control.

4. Inteligencia lógica

Comparando los resultados del pre test de inteligencia lógica del grupo experimental con el grupo control, se obtiene que los datos provengan de variables con distribuciones aproximadamente normales y varianzas iguales (Ver anexo 12, pág. 128), por lo que se aplicó la prueba T-Student, obteniendo los siguientes resultados:

| Variable | Observaciones | Obs. con datos perdidos | Obs. sin datos perdidos | Mínimo | Máximo | Media | Desv. típica |
|-----------------------------|---------------|-------------------------|-------------------------|---------------|--------|--------|--------------|
| Int. Log. G.C | 20 | 0 | 20 | 9,000 | 35,000 | 19,450 | 8,230 |
| Int. Log. G.C | 26 | 0 | 26 | 5,000 | 40,000 | 20,731 | 9,323 |
| Diferencia | | | | -1,281 | | | |
| t (Valor observado) | | | | -0,486 | | | |
| t (Valor crítico) | | | | -1,680 | | | |
| GL | | | | 44 | | | |
| valor-p (unilateral) | | | | 0,315 | | | |
| Alfa | | | | 0,05 | | | |

Como el valor-p es mayor que el nivel de significancia no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no existe una diferencia significativa en la inteligencia lógica inicial entre ambos grupos.

Anexo 12: Normalidad de los datos y comparación de varianzas.

| Medición | Normalidad grupo experimental | Normalidad grupo control |
|------------------------------|--------------------------------------|---|
| Pre-test motivación | Valor-p=0,199 Distribución Normal | Valor-p=0,248 Distribución Normal |
| Pre-test actitud | Valor-p=0,634 Distribución Normal | Valor-p=0,195 Distribución Normal |
| Pre-test inteligencia lógica | Valor-p=0,687 Distribución Normal | Valor-p=0,165 Distribución Normal |
| Pre-test conocimiento | Valor-p=0,052 Distribución Normal | Valor-p=0,013 Distribución No Normal |

| Medición | Normalidad grupo experimental | Normalidad grupo control |
|-------------------------------|--------------------------------------|---|
| Post-test motivación | Valor-p=0,145 Distribución Normal | Valor-p=0,397 Distribución Normal |
| Post-test actitud | Valor-p=0,242 Distribución Normal | Valor-p=0,242 Distribución Normal |
| Post-test inteligencia lógica | Valor-p=0,421 Distribución Normal | Valor-p=0,03 Distribución NO Normal |
| Post-test conocimiento | Valor-p=0,073 Distribución Normal | Valor-p=0,003 Distribución No Normal |

| Comparación de varianzas | Varianzas |
|--|------------------------------------|
| Pre-test motivación G.E y G.C | p-valor= 0,620 Varianzas iguales |
| Pre-test de actitud G.E y G.C | p-valor=0.208 Varianzas Iguales |
| Pre-test inteligencia lógica G.E y G.C | p-valor=0,583 Varianzas Iguales |
| Pre-test de Conocimiento G.E y G.C | p-valor= 0,048 Varianzas distintas |

| Medición | Prueba de igualdad de varianzas |
|---|---------------------------------------|
| Post-test de Conocimiento G.E y G.C | Valor-p= < 0,0001 Varianzas distintas |
| Post-test de actitud G.E y G.C | Valor-p=0,448 Varianzas iguales |
| Post-test de motivación G.E y G.C | Valor-p=0,736 Varianzas iguales |
| Post-test inteligencia lógica G.E y G.C | Valor-p=0,062 Varianzas iguales |