



Universidad de Concepción
Dirección de Postgrado
Facultad de Ingeniería -Programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con
mención en Ingeniería Mecánica

Modelo dinámico de una transmisión de engranajes de una etapa incluyendo fallas

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con
mención en Ingeniería Mecánica

OZIEL JONATAN TRUJILLO RODRÍGUEZ
CONCEPCIÓN-CHILE
2017

Profesor Guía: Cristián Molina Vicuña
Dpto. de Ingeniería Mecánica y Aeroespacial, Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA

Profesor Patrocinante:
Dr.-Ing. Cristián Molina Vicuña

MODELO DINÁMICO DE UNA TRANSMISIÓN DE ENGRANAJES
DE UNA ETAPA INCLUYENDO FALLAS



Oziel Trujillo Rodríguez

Informe de Tesis de Magíster
para optar al Grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica

Noviembre – 2017

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por guiarme continuamente y darme fuerza y paciencia para enfrentar los distintos desafíos que se presentan.

A mi familia, por su apoyo y motivación continua, por confiar en mí y por la educación brindada.

A mi esposa Paloma y mi pequeña hija Julieta, por su amor incondicional, apoyo constante y la gran paciencia que tuvieron mientras desarrollaba este trabajo.

Al profesor Cristián Molina, por el apoyo que ha sido de gran ayuda durante el desarrollo y finalización de este trabajo.

A la empresa CADETECH S.A., por facilitar las herramientas para el desarrollo experimental, y por la disposición y voluntad a darme los espacios para finalizar este trabajo.



RESUMEN

Las transmisiones de engranajes constituyen un componente extensamente utilizado en la industria para la transmisión de potencia en máquinas rotatorias, existiendo de distintos tipos según los requerimientos particulares de cada caso. La configuración más simple corresponde a la transmisión de engranajes rectos, la cual es ampliamente utilizada en variadas aplicaciones, muchas de las cuales forman parte de procesos críticos, lo cual conlleva a que sea particularmente importante monitorear efectivamente la condición mecánica en estos casos para evitar, por ejemplo, detenciones imprevistas o fallas catastróficas.

Considerando lo anterior, el objetivo del presente trabajo es, mediante la utilización de un modelo dinámico, determinar y evaluar posibles ventajas del análisis de vibraciones torsionales (error de transmisión, velocidad angular instantánea) frente al enfoque tradicional en el cual son medidas las vibraciones lineales en los descansos, resultados que serán comparados con lo obtenido a partir de mediciones en una transmisión real.

La metodología utilizada para alcanzar los objetivos propuestos es la siguiente: simular una falla local progresiva en una transmisión de engranajes a partir de un modelo dinámico de esta, aplicar distintas técnicas de procesamiento de señales a los resultados obtenidos, realizar mediciones en una transmisión real para comparar con las simulaciones, y finalmente evaluar y comparar los resultados obtenidos de la aplicación de distintas técnicas para el diagnóstico de fallas en cada una de las variables físicas analizadas. Las técnicas de procesamiento utilizadas corresponden a los indicadores RMS, kurtosis, FM4, M6A y M8A, las cuales serán descritas más adelante.

Se concluye que la simulación a partir del modelo dinámico descrito constituye un buen punto de partida para un análisis en etapa previa al desarrollo al experimental. Por otra parte, de los resultados de las simulaciones, apoyados por el desarrollo experimental, se concluye que el análisis de señales en el dominio angular, particularmente de la velocidad angular instantánea, presenta ventajas comparativas frente al método tradicional de medición de aceleración, lo cual abre la posibilidad e incentiva a evaluar en la práctica el desempeño de esta técnica en el monitoreo de la condición mecánica de transmisiones de engranajes.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
NOMENCLATURA	xii
CAPITULO 1	1
Introducción.....	1
1.1. Introducción a las transmisiones de engranajes.....	1
1.2. Marco general.....	2
1.3. Objetivos.....	3
CAPITULO 2	4
Aspectos generales de una transmisión de engranajes rectos.....	4
2.1. Descripción general.....	4
2.2. Nomenclatura de engranajes rectos.....	5
2.3. Cinemática de los engranajes rectos.....	7
2.4. Vibraciones inherentes en engranajes.....	8
CAPITULO 3	14
Modelo dinámico y simulación de fallas.....	14
3.1. Descripción del modelo.....	14
3.2. Procedimiento de simulación de falla puntual.....	18
3.3. Simulación numérica.....	18
3.4. Resultados de la simulación.....	20
3.5. Procesamiento de señales.....	22
3.6. Resultados de la aplicación de indicadores de falla.....	25

CAPITULO 4	30
Adquisición de datos experimentales y análisis de resultados.....	30
4.1. Banco de ensayos utilizado.....	30
4.2. Resultados experimentales	31
4.3. Análisis de resultados.....	33
CAPITULO 5	39
Conclusiones y perspectivas.....	39
5.1. Conclusiones.....	39
5.2. Perspectivas	40
REFERENCIAS	41
ANEXO A	44
ANEXO B	45



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Tipos de transmisiones de engranajes simples [Shigley 2008]: a) engranajes rectos de una etapa, b) engranajes helicoidales de dos etapas.....	4
Figura 2.2. Nomenclatura de los dientes de engranajes rectos [Shigley 2008].....	5
Figura 2.3. Definición de la relación de contacto [Shigley 2008].....	7
Figura 2.4. Definición de error de transmisión, (adaptada de [Parra J. 2014]).....	9
Figura 2.5. Pérdida del perfil de involuta debido a la deflexión de los dientes, [Torregrosa 2013].	10
Figura 2.6. Resumen de los tipos o fuentes del error de transmisión (adaptada de [Torregrosa 2013]).	10
Figura 2.7. Modelo de la rigidez de dos dientes en el proceso de engrane [Torregrosa 2013]...	12
Figura 2.8. Rigidez de engrane equivalente K_e (adaptada de [Torregrosa 2013]).	13
Figura 2.9. Rigidez equivalente total (adaptada de [Torregrosa 2013]).	13
Figura 3.1. Esquema del modelo dinámico. Fuente: Elaboración propia.	14
Figura 3.2. Pérdida de rigidez debido a una falla localizada en un diente. Fuente: Elaboración propia.....	18
Figura 3.3. Formas de onda: a) aceleración de la corona en la dirección Y, y b) velocidad angular instantánea (<i>ias</i>) de la corona. Fuente: Elaboración propia.	21
Figura 3.4. a) Espectro frecuencia para la aceleración de la corona en la dirección Y, y b) acercamiento del espectro en a). Fuente: Elaboración propia.....	21

Figura 3.5. a) Espectro frecuencia para la <i>ias</i> de la corona, b) acercamiento del espectro en a) el cual se observa dominado por múltiples armónicos y bandas laterales separadas a la frecuencia de rotación de la corona. Fuente: Elaboración propia.	21
Figura 3.6. a) Forma de onda del error de transmisión (<i>te</i>), b) Espectro frecuencia del <i>te</i> . Fuente: Elaboración propia.	22
Figura 3.7. Acercamiento de espectro de figura 3.6b. Se observa gran cantidad de armónicos y bandas laterales separadas a f_2 . Fuente: Elaboración propia.	22
Figura 3.8. Forma de onda de la señal simulada de aceleración vertical de la corona, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.	26
Figura 3.9. Forma de onda de la señal simulada de <i>ias</i> de la corona, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.	26
Figura 3.10. Tendencia RMS de la <i>ias</i> de la corona, promedio sincrónico y señal diferencia de esta, en función del avance de falla en porcentaje de disminución de rigidez de engrane de un diente de la corona. Fuente: Elaboración propia.	27
Figura 3.11. Tendencia RMS para la señal diferencia de aceleración, en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	27
Figura 3.12. a) Factor cresta y b) kurtosis para las señales diferencia de <i>ias</i> de la corona, error de transmisión (<i>te</i>) y aceleración vertical de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	28
Figura 3.13. Indicador FM4 para las señales diferencia de <i>ias</i> de la corona, <i>te</i> y aceleración vertical de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	28
Figura 3.14. Indicadores a) M6A y b) M8A para las señales diferencia de <i>ias</i> de la corona, <i>te</i> y aceleración vertical de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	29

Figura 4.1. Formas de onda: a) aceleración de la corona medida en P3, y b) <i>ias</i> de la corona. Se destacan con círculos rojos los impactos con periodo igual al de rotación de la corona producto de la falla (nivel 7 de falla). Fuente: Elaboración propia.	31
Figura 4.2. a) Espectro frecuencia para la aceleración de la corona en la dirección Y (punto P3), y b) acercamiento del espectro en a). Fuente: Elaboración propia.....	32
Figura 4.3. a) Espectro frecuencia para la <i>ias</i> de la corona, b) acercamiento del espectro en a), el cual se observa dominado por múltiples armónicos y bandas laterales separadas a la frecuencia de rotación de la corona. Fuente: Elaboración propia.	32
Figura 4.4. Forma de onda del error de transmisión para el nivel 7 de falla. Fuente: Elaboración propia.....	32
Figura 4.5. Espectro del error de transmisión. Se observa gran cantidad de armónicos y bandas laterales separadas a f_2 . Fuente: Elaboración propia.	33
Figura 4.6. Forma de onda de la señal de aceleración medida en el punto P3, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.....	34
Figura 4.7. Forma de onda de la señal <i>ias</i> medida para la corona, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.....	34
Figura 4.8. Forma de onda del error de transmisión, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.	35
Figura 4.9. Tendencia RMS de la <i>ias</i> medida en la corona, promedio sincrónico y señal diferencia, en función del nivel de avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	35
Figura 4.10. Tendencia RMS para la señal diferencia de aceleración, en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	36

Figura 4.11. a) Factor cresta y b) kurtosis para las señales diferencia de <i>ias</i> de la corona, <i>te</i> y aceleración de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.....	36
Figura 4.12. Indicador FM4 para las señales diferencia de <i>ias</i> de la corona, <i>te</i> y aceleración de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.....	36
Figura 4.13. Indicadores a) M6A y b) M8A para las señales diferencia de <i>ias</i> de la corona, <i>te</i> y aceleración en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.	37
Figura B.1. Banco de ensayos. Se destacan los puntos de medición de aceleración y posición angular. Fuente: Elaboración propia.....	45
Figura B.2. Defecto inducido en diente de la corona. Fuente: Elaboración propia.....	46



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Parámetros de la transmisión de engranajes para el modelo numérico. Fuente: Elaboración propia.....	19
Tabla 3.2. Parámetros numéricos utilizados en la simulación. Fuente: Elaboración propia. ...	19
Tabla B.1. Características del banco de ensayos. Fuente: Elaboración propia.....	45
Tabla B.2. Detalle de la instrumentación utilizada. Fuente: Elaboración propia.	46



NOMENCLATURA

Símbolos latinos

- acc : Aceleración [m^2]
- C : Matriz de amortiguamiento del sistema.
- c_c : Amortiguamiento crítico del sistema [Ns/m].
- c_t : Amortiguamiento entre un par de dientes en proceso de engrane [Ns/m].
- C : Matriz de amortiguamiento del sistema.
- $diff$: Señal diferencia.
- F_g : Fuerza en el contacto entre un par de dientes en proceso de engrane [N].
- f : Frecuencia, [Hz] u [order] según corresponda.
- f_g : Frecuencia de engrane del reductor, [Hz] u [order] según corresponda.
- f_i : Frecuencia de rotación del elemento i del reductor, [Hz] u [order] según corresponda.
- ias : Velocidad angular instantánea (instantaneous angular speed) [Hz].
- J : Matriz de inercias del sistema.
- J_i : Inercia de masa con respecto al eje axial o de rotación de cada elemento i [kgm^2].
- K : Matriz de rigidez del sistema.
- K_{ei} : Rigidez equivalente entre un par de dientes en proceso de engrane [N/m].
- K_b^i : Rigidez de la base del elemento i (piñón o corona) [N/m].
- K_f^i : Rigidez en flexión del elemento i (piñón o corona) [N/m].
- K_h : Rigidez de contacto entre los dientes piñón-corona [N/m].
- k_t : Rigidez equivalente total entre un par de dientes en proceso de engrane [N/m].
- L_{ab} : Longitud de la línea de acción [m].
- R_{ai} : Radio de addendum del elemento i del reductor [m].

- R_{bi} : Radio de base del elemento i del reductor [m].
 R_{pi} : Radio primitivo o radio del círculo de paso del elemento i del reductor [m].
 r_c : Razón de contacto entre un par de engranes.
 r_t : Relación de transmisión.
 SA : Promedio sincrónico.
 te : Error de transmisión (Transmission Error) [Hz].
 T_c : Periodo de rotación de la corona [s].
 T_g : Periodo de engrane del reductor [s].
 T_i : Torque sobre el elemento i del reductor [Nm].
 x_i : Grado de libertad de traslación horizontal del elemento i del reductor.
 y_i : Grado de libertad de traslación vertical del elemento i del reductor.
 Z_i : Número de dientes del elemento i del reductor.

Símbolos griegos

- β : Parámetro numérico para la convergencia incondicional del algoritmo de Newmark.
 δ : Error de transmisión sobre la línea de acción [m].
 θ_g : Periodo de engrane en unidades angulares del engranaje piñón [rad].
 θ_i : Grado de libertad de rotación para el elemento i del reductor.
 μ : Constante de escala para el amortiguamiento [s].
 ξ_i : Factor de amortiguamiento asociado al modo i .
 φ : Ángulo de presión del engrane.
 ω_i : Velocidad de rotación del elemento i del reductor [rad/s].

Abreviaturas

IAS : Velocidad angular instantánea (Instantaneous Angular Speed).

TE : Error de transmisión (Transmission Error).

FFT : Transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform).



CAPITULO 1

Introducción

1.1. Introducción a las transmisiones de engranajes

Las transmisiones de engranajes constituyen un componente extensamente utilizado en la industria para la transmisión de potencia en máquinas rotatorias, existiendo de distintos tipos según los requerimientos particulares de cada caso. La configuración más simple corresponde a la transmisión de engranajes rectos, la cual es ampliamente utilizada en variadas aplicaciones, muchas de las cuales forman parte de procesos críticos, lo cual implica que un defecto no detectado a tiempo puede ocasionar una falla catastrófica para el componente o para la máquina que lo contiene, provocando así la detención imprevista de ésta con todas las dificultades que esto conlleva, tales como la disminución en la producción de una empresa, problemas con el manejo de stock de repuestos, etc. Debido a lo anterior, es de vital importancia monitorear el estado mecánico de las transmisiones consideradas críticas dentro de un proceso, de modo de programar una mantención o reparación en caso de ser necesario, previniendo así la ocurrencia de una falla catastrófica, lo cual reduce costos de reparación y aumenta la confiabilidad del componente.

Una de las técnicas más ampliamente utilizadas para el monitoreo de la condición mecánica de una máquina o componente es el análisis de vibraciones. Éste ha sido estudiado y ampliamente utilizado para el monitoreo de la condición mecánica de transmisiones de engranajes de todo tipo, contando actualmente con gran cantidad de conocimiento técnico acerca del tema. Sin perjuicio de lo anterior, aún existen tópicos que deben ser abordados en lo que respecta a la detección oportuna de fallas en una transmisión de engranajes. En el presente estudio se evalúan las siguientes técnicas de detección y seguimiento de fallas locales en una transmisión de engranajes rectos de una etapa: RMS, kurtosis, FM4, M6A y M8A, las cuales serán descritas más adelante. Para ello, la transmisión es modelada mediante sus ecuaciones del movimiento, para lo cual se toma como base el trabajo realizado por este autor en [Trujillo 2015] y apoyado con resultados experimentales obtenidos de mediciones en banco de ensayos.

1.2. Marco general

Las transmisiones de engranajes han sido motivo de estudio durante muchos años. Desde los inicios de los estudios en este área, se han desarrollado diversos modelos dinámicos con distinto número de grados de libertad y variados niveles de complejidad.

Existe una gran cantidad de trabajos sobre modelación de transmisiones de engranajes realizados durante las últimas décadas. Muchos aspectos han sido tomados en cuenta en estos estudios, tales como defectos de fabricación, fallas en un diente de engranaje, excentricidad, pérdidas de contacto entre dientes, etc. Algunos de estos estudios se mencionan a continuación.

[Özgülven et al. 1988] presentó una revisión de los modelos matemáticos usados hasta la época en la dinámica de engranajes. [Howard et al. 2001] exploró los efectos de la fricción y grieta en un solo diente en la caja del reductor usando un modelo dinámico de engranajes simplificado. [Bartelmus 2001] trabajó con modelación matemática y simulación computacional como una herramienta de ayuda al diagnóstico de una transmisión. [Parey et al. 2006] desarrolló un modelo dinámico de 6 grados de libertad incluyendo fallas localizadas en el diente. [Jia et al. 2006] presentó un modelo dinámico de 26 grados de libertad que consta de tres ejes y dos pares de engranajes rectos para la comparación de desprendimientos localizados y grietas en el diente. [Ma et al. 2012] usaron un modelo dinámico de cuatro grados de libertad para estudiar la dinámica y las características vibratorias de un sistema de engranajes con fallas localizadas. [Sawalhi et al. 2008] y [Endo 2009] usaron señales de fallas simuladas para diseñar y mejorar la detección de fallas y las técnicas de monitoreo de condición de la máquina.

Este autor, en [Trujillo 2015], presenta un modelo dinámico de dos grados de libertad para una transmisión de engranajes rectos de una etapa, similar a lo presentado por variados autores en trabajos anteriores. Sin embargo, y a diferencia de los trabajos mencionados, se plantea como fundamental la simulación y obtención de la rigidez de engrane en función del ángulo de rotación, consideración que será utilizada en el presente trabajo. Cabe destacar que este enfoque permite modelar directamente condiciones de velocidad y/o carga variable, ya que la obtención de los parámetros del sistema, en particular de la rigidez de engrane, es independiente de la velocidad de rotación. En el presente trabajo este modelo es ampliado para ser utilizado en el análisis de distintas técnicas de detección de fallas, poniendo especial énfasis en el análisis de las señales en dominio angular.

Para el estudio y detección de casos de fallas en engranajes, recientemente se ha recalcado lo particularmente interesante del análisis de las señales obtenidas en dominio angular, tales como la velocidad angular instantánea (*IAS*). La velocidad angular instantánea, la cual puede ser naturalmente muestreada en el dominio angular, revela una gran sensibilidad a diferentes tipos

de defectos tales como fallas en engranajes o rodamientos a lo largo de un gran rango de orders, lo cual abre la posibilidad de monitorear una máquina completa con un reducido número de sensores [Rémond et al. 2014].

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Determinar y evaluar posibles ventajas del análisis de vibraciones torsionales (error de transmisión, velocidad angular instantánea) frente al enfoque tradicional en el cual son medidas las vibraciones lineales en los descansos. En particular, se busca generar información útil aplicable al correcto diagnóstico de defectos en transmisiones de engranajes rectos mediante el análisis de las perturbaciones generadas en las señales en dominio angular.

1.3.2. Objetivos específicos

A partir del modelo dinámico desarrollado en [Trujillo 2015], y ampliado en el presente trabajo, implementar diferentes niveles de falla localizada en un diente de engranaje para posteriormente evaluar distintas técnicas para el diagnóstico de fallas, basadas en el procesamiento de las señales de velocidad angular instantánea, error de transmisión y aceleración lineal. Lo anterior será apoyado con datos experimentales obtenidos de banco de ensayos. Para lograr los objetivos planteados se seguirán los siguientes pasos:

- Descripción de la teoría de transmisiones de engranajes, sus principales características geométricas, fuente de vibraciones en engranajes, rigidez de engrane y amortiguamiento (CAPITULO 2).
- Modelación dinámica de un reductor de engranajes rectos de una etapa a partir de las ecuaciones del movimiento del sistema. Inclusión de falla local progresiva en un diente de engranaje y posterior procesamiento de señales simuladas (CAPITULO 3).
- Obtención de datos experimentales a partir de mediciones en banco de ensayos para el caso de falla progresiva en un diente de engranaje, y posterior procesamiento de las señales obtenidas con el fin de validar los resultados teóricos obtenidos de la simulación (CAPITULO 4).

CAPITULO 2

Aspectos generales de una transmisión de engranajes rectos

En este capítulo se resume la teoría básica relacionada a transmisiones de engranajes rectos. Se presentan las principales características geométricas que definen a un engranaje, la cinemática de éstos y las vibraciones inherentes al funcionamiento de tales componentes.

2.1. Descripción general

Las transmisiones de engranajes tienen por finalidad reducir (aumentar) la velocidad de rotación, y aumentar (disminuir) el torque a la salida de ésta. Además, permiten modificar la dirección del movimiento y el sentido del giro. Están compuestas por uno o más pares de ruedas dentadas que engranan entre sí, existiendo de distintos tipos y configuraciones. Entre las más comunes se encuentran las transmisiones de engranajes simples de una o más etapas, y las transmisiones epicicloidales.

Dentro de las transmisiones de engranajes simples, pueden existir tanto de una etapa (compuestas por un par de engranajes), como de múltiples etapas (compuestas por dos o más pares de engranajes); de dientes simples o helicoidales. En la Figura 2.1 se muestra una transmisión de engranajes de una etapa (izquierda) y de dos etapas (derecha).

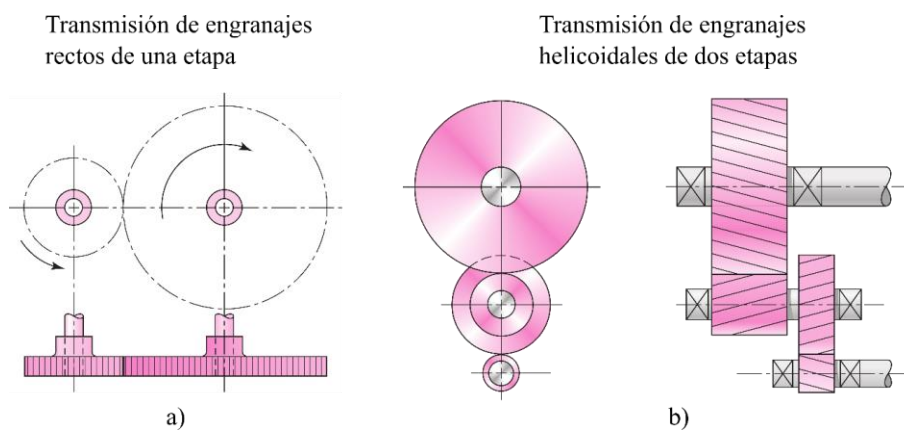


Figura 2.1. Tipos de transmisiones de engranajes simples [Shigley 2008]: a) engranajes rectos de una etapa, b) engranajes helicoidales de dos etapas.

2.2. Nomenclatura de engranajes rectos

A continuación se resumen los parámetros geométricos más importantes en los engranajes con perfil de evolvente, obtenidos de [Shigley 2008] y esquematizados en la Figura 2.2.

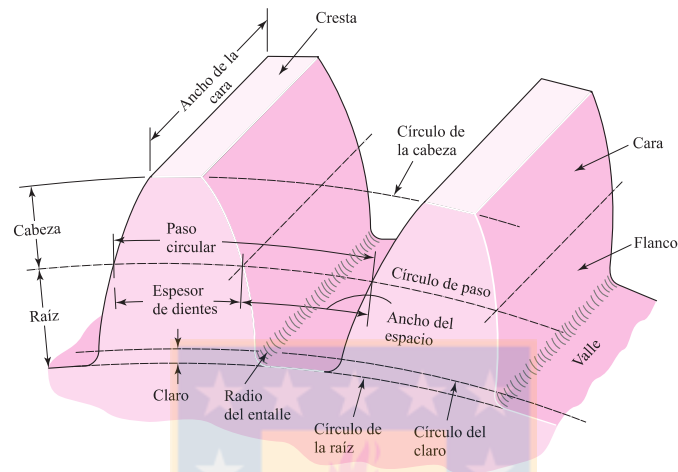


Figura 2.2. Nomenclatura de los dientes de engranajes rectos [Shigley 2008].

- **Módulo (m):** representa la relación del diámetro del círculo de paso, D_p , con el número de dientes, N . La unidad de longitud que suele emplearse es el milímetro. El módulo señala el índice del tamaño de los dientes en unidades SI.

$$m = \frac{D_p}{N} \quad (2.1)$$

- **Paso diametral (p_d):** está dado por la relación del número de dientes en el engranaje, N , respecto del diámetro del círculo de paso, D_p . Por lo tanto, es el recíproco del módulo. Debido a que el paso diametral se utiliza sólo con unidades del sistema inglés, se expresa en dientes por pulgada.

$$p_d = \frac{N}{D_p} = \frac{1}{m} \quad (2.2)$$

Donde m corresponde al módulo del engranaje.

- La cabeza o addendum se determina por la distancia radial entre la cresta y el círculo de paso. La raíz o dedendum equivale a la distancia radial desde el círculo de raíz o de base hasta el círculo de paso. La altura, o profundidad total, es la suma de la cabeza y la raíz.
- Paso circular (p_c): es la longitud de la circunferencia primitiva correspondiente a un diente y un valle consecutivos.

$$p_c = \frac{\pi D_p}{N} = \pi m = \frac{\pi}{p_d} \quad (2.3)$$

- Paso base (p_b): se define como la distancia de un punto de un diente al punto correspondiente en el diente adyacente medido sobre el círculo de raíz o círculo de base.

$$p_b = p_c \cos \varphi \quad (2.4)$$

Donde φ corresponde al ángulo de presión.

2.2.1. Relación de contacto

Debido a la geometría que poseen los engranajes, durante el proceso de engrane existen instantes en los que hay un cierto número de pares de dientes en contacto, y otros en que durante un cierto periodo, habrá un par de dientes más en contacto. A medida que procede el engrane, éste cesa el contacto, dejando un par de dientes menos en contacto, para nuevamente repetir el proceso.

Debido a la naturaleza de esta acción entre dientes, resulta conveniente definir el término “relación de contacto”, r_c , según la ecuación siguiente:

$$r_c = \frac{L_{ab}}{p_c \cos \emptyset} \quad (2.5)$$

el cual indica el número promedio de dientes en contacto. L_{ab} representa la longitud de la línea de acción, la cual corresponde a la distancia entre los puntos a y b de la Figura 2.3, y se obtiene a partir de la ecuación (2.6).

$$L_{ab} = \sqrt{R_{a1} - R_{p1} \cos^2 \varphi} + \sqrt{R_{a2} - R_{p2} \cos^2 \varphi} + (R_{p1} + R_{p2}) \sin \varphi \quad (2.6)$$

donde los subíndices 1 y 2 representan al piñón y la corona respectivamente, y los radios de addendum R_{a1} y R_{a2} se obtienen sumando la cabeza o addendum al radio de paso del piñón y la rueda respectivamente.

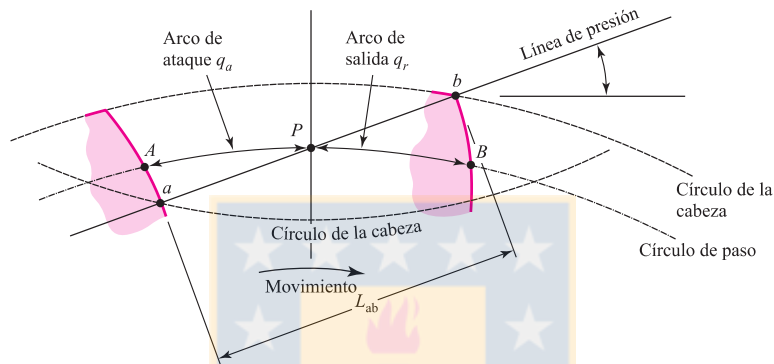


Figura 2.3. Definición de la relación de contacto [Shigley 2008].

2.3. Cinemática de los engranajes rectos

Debido a que en general los engranajes que conforman la transmisión tienen diámetros distintos, se produce un efecto de disminución o aumento de velocidad, con su consecuente aumento o disminución de torque. La relación entre las velocidades del piñón y la rueda, así como la relación entre los torques aplicados sobre ellos (sin considerar pérdidas mecánicas en el proceso de engrane), están dadas por las ecuaciones (2.7) y (2.8) respectivamente.

$$\left| \frac{\omega_2}{\omega_1} \right| = \frac{R_{p1}}{R_{p2}} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2.7)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (2.8)$$

donde ω_1 y ω_2 son las velocidades de rotación del piñón y la corona respectivamente, y T_1 y T_2 los torques aplicados en el piñón y la corona respectivamente.

Como se detalla en la sección 2.4, el perfil de involuta de los engranajes sufre desviaciones durante el proceso de engrane, lo que genera variaciones de velocidad y vibraciones periódicas a la frecuencia de engrane, la cual se define como la frecuencia con la que los dientes de los engranajes se encuentran durante el proceso de engrane. En una transmisión de engranajes con ejes fijos, la frecuencia de engrane se obtiene a partir de la ecuación (2.9), donde el subíndice i hace referencia a cualquier engrane, ya sea el piñón o corona.

$$f_g = Z_i f_i \quad (2.9)$$

2.4. Vibraciones inherentes en engranajes

2.4.1. Error de transmisión

Si los engranajes tuvieran un perfil de involuta perfecto, absolutamente rígido y correctamente espaciado, no se generarían vibraciones durante el proceso de engrane. En la práctica, por una variedad de razones, esto no ocurre y la idea de “error de transmisión” (TE) entra en existencia [Smith 2003]. El denominado “error de transmisión” constituye la principal fuente de vibraciones inherentes al proceso de engrane de cualquier tipo de transmisión. Este parámetro se define como “la desviación de la posición angular del engranaje de salida (para una posición angular dada del engranaje de entrada), respecto de la posición que éste ocuparía si los engranajes fueran geoméricamente perfectos e infinitamente rígidos” [AGMA standard 2002], [Welbourn 1979], [Smith 2003] (Figura 2.4). En términos prácticos, se toman las posiciones angulares de la entrada, se calcula cuál debería ser la posición de salida, y se resta esto desde la posición de salida medida para obtener el “error” en su posición. También puede ser presentado en unidades de velocidad.

Debido al error de transmisión, se producen vibraciones periódicas a la frecuencia de engrane, con la consecuente generación de fuerzas dinámicas internas en el proceso de engrane, las cuales son transmitidas a los descansos o rodamientos y de allí a la carcasa del reductor, y finalmente a la estructura soportante de éste.

Las principales fuentes del error de transmisión son las siguientes:

1. Deformación de los dientes: se debe a la carga a que están sometidos los engranajes. Si los dientes mientras engranan mantuvieran el perfil de involuta o evolvente perfecta, el engrane no generaría vibraciones. Sin embargo, aunque el perfil del diente sea fabricado de tal forma, debido a las fuerzas que se transmiten de un diente a otro cuando están en contacto, los dientes se deforman y se pierde la forma de involuta. Esto implica que

siempre habrá presencia de vibraciones que, en este caso, son inherentes al proceso (Figura 2.5).

2. Errores geométricos o de fabricación: Otra causa del TE, o de por qué los dientes no tienen el perfil de evolvente perfecto, es debido a los errores de fabricación. A pesar de que los engranajes son fabricados en talladoras de precisión, ellos quedan con errores geométricos, independiente de la carga aplicada. Los errores más conocidos son: desviación del perfil ideal de evolvente y espaciamiento no equitativo de los dientes alrededor de la circunferencia base.
3. Errores de montaje: El montaje también es un punto importante en la generación de los errores de transmisión. Un mal montaje puede producir problemas de excentricidad o desalineamiento.

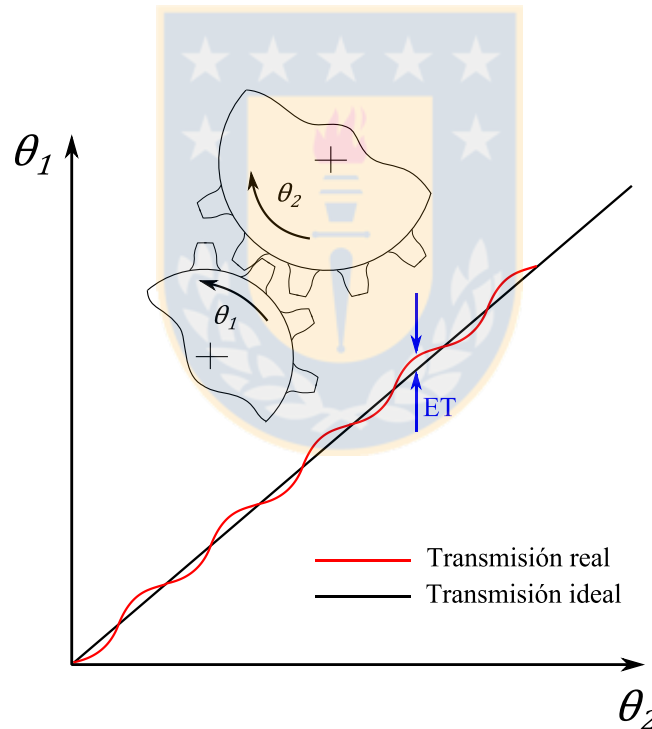


Figura 2.4. Definición de error de transmisión, (adaptada de [Parra J. 2014]).

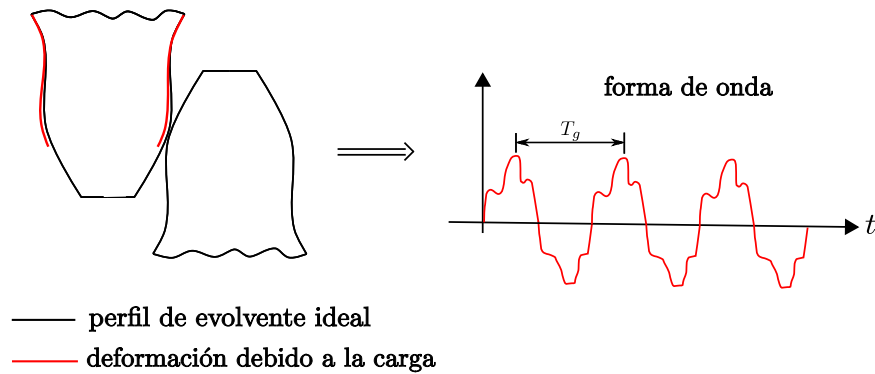


Figura 2.5. Pérdida del perfil de involuta debido a la deflexión de los dientes, [Torregrosa 2013].

El TE puede ser clasificado de acuerdo a su origen en [Torregrosa 2013]: estático sin carga (errores geométricos y de montaje) y estático bajo carga (deformación de dientes). El TE estático con o sin carga es suficiente para modelar la mayoría de las transmisiones de engranajes, cuando la carga es relativamente alta y la razón de contacto también. Sin embargo, con bajas cargas y razón de contacto menor a 1,1 se generan pérdidas de contacto [Smith 2003]. Esto genera fuerzas impulsivas que a su vez dan origen al TE dinámico, fenómeno que al ser considerado en el modelo dinámico generaría ecuaciones del tipo no lineal. El esquema de la Figura 2.6 muestra un resumen de la clasificación del TE.

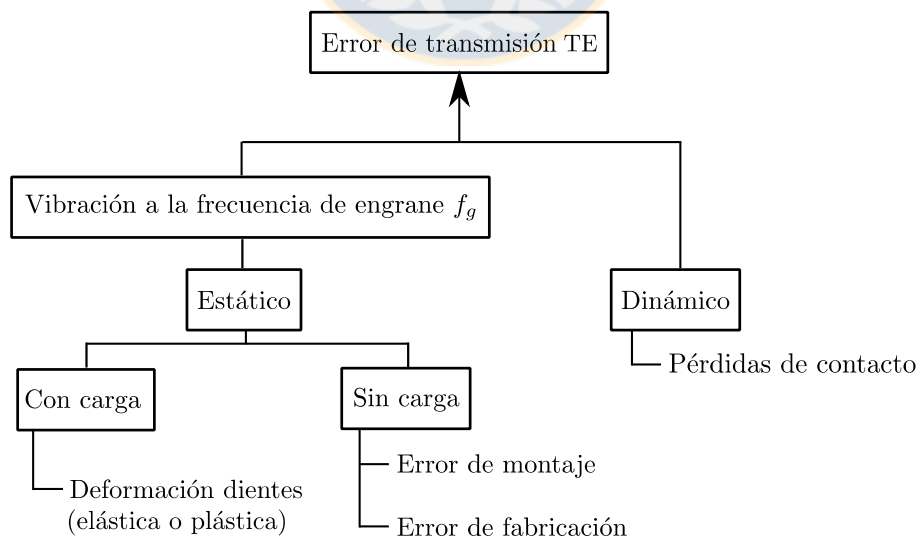


Figura 2.6. Resumen de los tipos o fuentes del error de transmisión (adaptada de [Torregrosa 2013]).

2.4.2. Frecuencia de engrane

La componente vibratoria inherente al funcionamiento de las transmisiones de engranajes es la que se produce a la frecuencia de engrane f_g y a múltiplos de ésta, es decir, cada vez que los dientes entran en contacto. La frecuencia de engrane es una variable fundamental en el monitoreo mediante vibraciones.

Las vibraciones a la frecuencia de engrane que se producen en una transmisión por engranajes, generan fuerzas de reacción y vibraciones en todos los componentes de la transmisión, en particular en los cojinetes de apoyo.

2.4.3. Rigidez de engrane

En cualquier sistema mecánico la rigidez es una variable fundamental para la formulación de sus ecuaciones del movimiento. Para el caso de los engranajes, a la rigidez existente en el contacto entre un par de dientes, se le denomina rigidez de engrane. Dicha variable es dependiente del ángulo de rotación, por lo que mientras los engranajes giren, esta será variable en el tiempo. Las razones de esta dependencia son las siguientes:

- La variación del número de dientes en contacto. Como la razón de contacto es siempre mayor a 1, ya que como mínimo debe haber un par de dientes engranando en todo momento (excepto para el caso en que exista error de transmisión dinámico que cause la separación total de las ruedas), existen ciertos intervalos de tiempo en que más de una pareja de dientes está en contacto. En estos intervalos, la fuerza de engrane se distribuye en todas las parejas de dientes en contacto, lo que implica un aumento de la rigidez en el proceso de engrane.
- Variación de la posición de la fuerza de engrane. Afecta al valor de la rigidez, debido a que la posición o el punto de aplicación de la fuerza sobre el diente es variable respecto al perfil de evolvente. Así, la rigidez será mayor mientras el punto de aplicación de la fuerza sea más cercano a la base del diente, y será menor cuando se aleje de ésta.

La rigidez de un par de dientes en contacto se puede modelar como se muestra en la Figura 2.7. En la Figura 2.7b se observa un modelo, con tres rigideces en serie, en el cual K^p es la rigidez del diente del piñón, K^c es la rigidez del diente de la corona y K_h la rigidez debido al contacto entre el par de dientes (teoría de contacto de Hertz). La rigidez del diente se calcula mediante

su deflexión y la posición de la carga aplicada. Luego, la rigidez equivalente por cada par de dientes engranando, K_{ei} , estará dada por la ecuación (2.10).

$$K_{ei} = \frac{1}{\frac{1}{K_f^p} + \frac{1}{K_b^p} + \frac{1}{K_f^c} + \frac{1}{K_b^c} + \frac{1}{K_h}} \quad (2.10)$$

Donde K_f corresponde a la rigidez a la flexión del diente y K_b a la rigidez de la base o raíz del mismo, y los superíndices p y c corresponden al piñón y a la corona respectivamente. La Figura 2.8a muestra gráficamente esta expresión en función del período de engrane en unidades angulares de uno de los engranajes, θ_g , donde rc corresponde a la razón de contacto. Las curvas de rigidez para cada pareja de dientes deben ser superpuestas, formando los gráficos de la Figura 2.8b. En este punto, cabe destacar que se están considerando todos los dientes con igual rigidez. Por último como cada pareja de dientes de un engranaje funciona en paralelo, la rigidez total en el tiempo es la suma de tales curvas, obteniéndose finalmente la gráfica de la Figura 2.9.

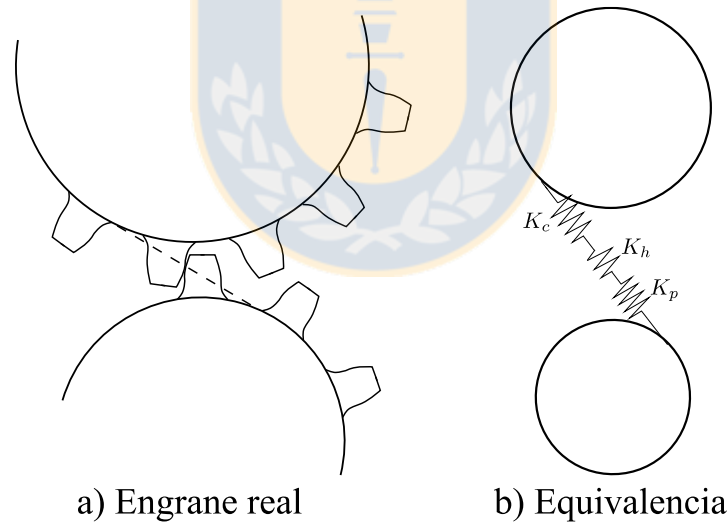


Figura 2.7. Modelo de la rigidez de dos dientes en el proceso de engrane [Torregrosa 2013].

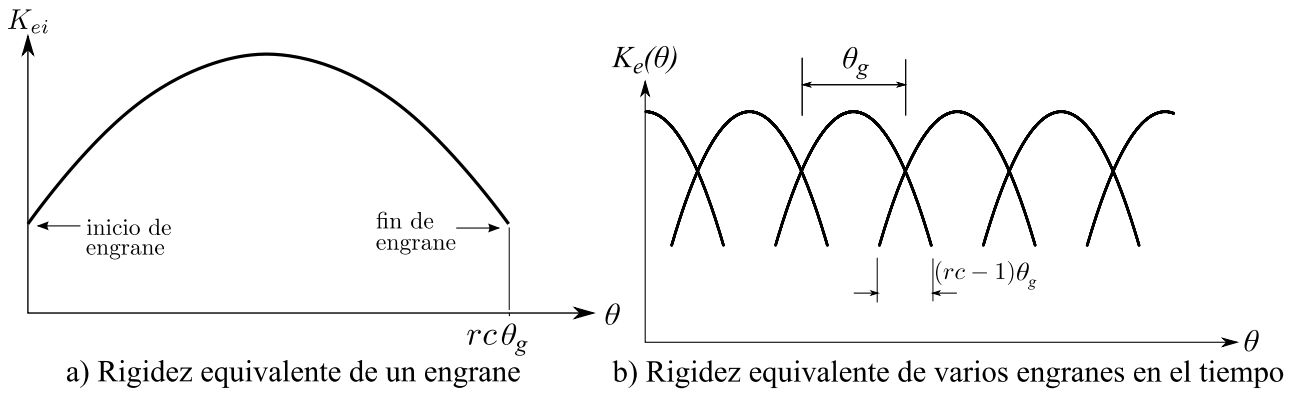


Figura 2.8. Rigidez de engrane equivalente K_e (adaptada de [Torregrosa 2013]).

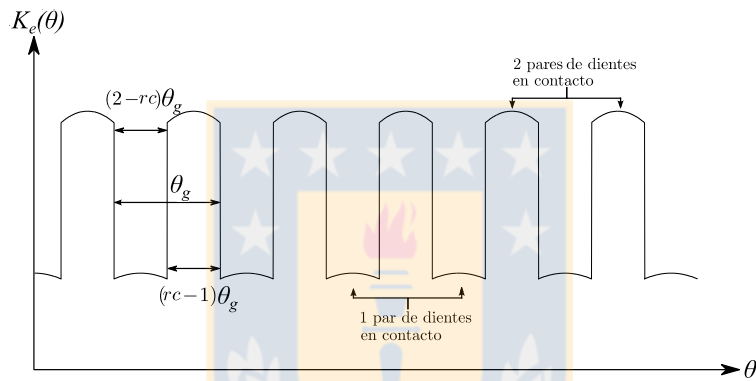


Figura 2.9. Rigidez equivalente total (adaptada de [Torregrosa 2013]).

CAPITULO 3

Modelo dinámico y simulación de fallas

En el presente capítulo se detalla el modelo dinámico utilizado para la simulación de defectos puntuales en una transmisión de engranajes rectos de una etapa. Posteriormente se presentan las simulaciones realizadas para un caso de falla puntual.

3.1. Descripción del modelo

El modelo que se presenta a continuación corresponde a un esquema típico de una transmisión de engranajes de una etapa. Se definen 3 grados de libertad (GL) para cada elemento (piñón y corona): translación en las direcciones X e Y y rotación en la dirección θ (Figura 3.1).

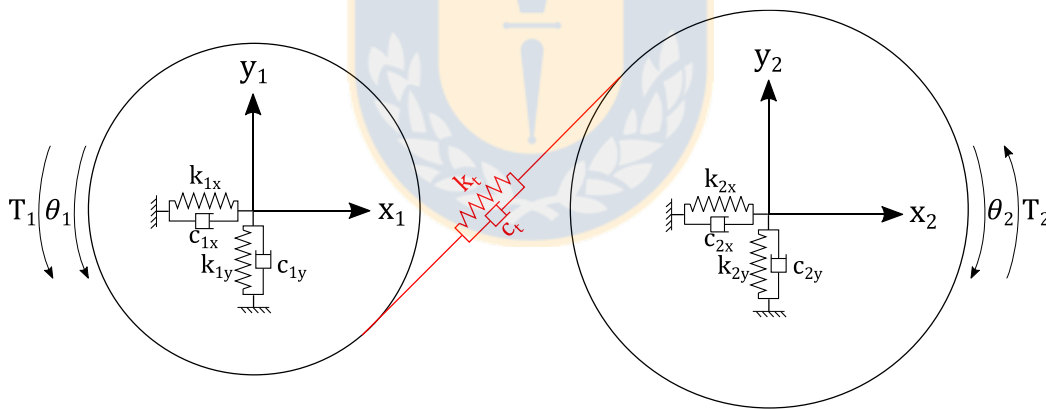


Figura 3.1. Esquema del modelo dinámico. Fuente: Elaboración propia.

El desplazamiento en la línea de acción se define según la ecuación (3.1), la cual incluye los desplazamientos aportados por cada grado de libertad, y en donde θ_1 y θ_2 son las posiciones angulares del piñón y la rueda respectivamente, y R_{b1} y R_{b2} sus radios de base.

$$\delta = \theta_1 R_{b1} - \theta_2 R_{b2} + x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi - x_2 \sin \varphi - y_2 \cos \varphi \quad (3.1)$$

Las ecuaciones del movimiento se obtienen a partir de la sumatoria de fuerzas en las direcciones X e Y y de momentos en Z:

$$m_1\ddot{x}_1 + k_{1x}x_1 + c_{1x}\dot{x}_1 + k_t\delta \sin \varphi + c_t\dot{\delta} \sin \varphi = 0 \quad (3.2)$$

$$m_1\ddot{y}_1 + k_{1y}y_1 + c_{1y}\dot{y}_1 + k_t\delta \cos \varphi + c_t\dot{\delta} \cos \varphi = 0 \quad (3.3)$$

$$I_1\ddot{\theta}_1 + R_{b1}k_t\delta + R_{b1}c_t\dot{\delta} - T_1 = 0 \quad (3.4)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_{2x}x_2 + c_{2x}\dot{x}_2 - k_t\delta \sin \varphi - c_t\dot{\delta} \sin \varphi = 0 \quad (3.5)$$

$$m_2\ddot{y}_2 + k_{2y}y_2 + c_{2y}\dot{y}_2 - k_t\delta \cos \varphi - c_t\dot{\delta} \cos \varphi = 0 \quad (3.6)$$

$$I_2\ddot{\theta}_2 - R_{b2}k_t\delta - R_{b2}c_t\dot{\delta} + T_2 = 0 \quad (3.7)$$

Reordenando las ecuaciones, el sistema puede ser representado por la siguiente ecuación matricial (ver Anexo A):

$$M\ddot{q} + C\dot{q} - Kq = T \quad (3.8)$$

donde q es el vector que contiene todos los grados de libertad.

$$q = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \theta_1, \theta_2\}^T \quad (3.9)$$

Para la resolución del sistema de ecuaciones derivado del modelo dinámico planteado, en este trabajo se utiliza el método de [Newmark 1959] de integración implícita en el tiempo. Éste consiste en obtener la solución de las ecuaciones de equilibrio de un sistema dinámico lineal escritas en la siguiente forma para el instante $i + 1$:

$$[M]\{\ddot{x}\}_{i+1} + [C]\{\dot{x}\}_{i+1} + [K]\{x\}_{i+1} + \{F_c(\{x\}_{i+1})\} = \{F\}_{i+1} \quad (3.10)$$

El uso directo de las series de Taylor permite obtener las dos ecuaciones adicionales siguientes:

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + h\{\dot{x}\}_i + \frac{h^2}{2}\{\ddot{x}\}_i + \frac{h^3}{6}\{\ddot{\ddot{x}}\}_i + \dots \quad (3.11)$$

$$\{\dot{x}\}_{i+1} = \{\dot{x}\}_i + h\{\ddot{x}\}_i + \frac{h^2}{2}\{\ddot{\ddot{x}}\}_i + \dots \quad (3.12)$$

El método de Newmark trunca estas ecuaciones, las cuales quedan expresadas de la siguiente forma:

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + h\{\dot{x}\}_i + \frac{h^2}{2}\{\ddot{x}\}_i + \beta h^3\{\ddot{\ddot{x}}\}_i \quad (3.13)$$

$$\{\dot{x}\}_{i+1} = \{\dot{x}\}_i + h\{\ddot{x}\}_i + \gamma h^3\{\ddot{\ddot{x}}\}_i \quad (3.14)$$

Si se supone que la aceleración es lineal dentro del paso de tiempo, puede ser escrita la siguiente ecuación:

$$\{\ddot{\ddot{x}}\}_i = \frac{\{\ddot{x}\}_{i+1} - \{\ddot{x}\}_i}{h} \quad (3.15)$$

La sustitución de la ecuación (3.15) en las ecuaciones (3.13) y (3.14) produce las ecuaciones de Newmark en la forma estándar:

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + h\{\dot{x}\}_i + \beta h^2 \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{x}\}_i + \{\ddot{x}\}_{i+1} \right] \quad (3.16)$$

$$\{\dot{x}\}_{i+1} = \{\dot{x}\}_i + h(1 - \gamma)\{\ddot{x}\}_i + \gamma h\{\ddot{x}\}_{i+1} \quad (3.17)$$

Donde h es el paso de tiempo, β y γ son las constantes de Newmark, las cuales se definen ambas iguales a 0,5 con tal de asegurar la convergencia incondicional, e i es el índice temporal. El vector de aceleración es despejado de las ecuaciones (3.16) y (3.17):

$$\{\ddot{x}\}_{i+1} = \frac{1}{\beta h^2} [\{x\}_{i+1} - \{x\}_i - h\{\dot{x}\}_i] - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{x}\}_i \quad (3.18)$$

Substituyendo los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración:

$$[\bar{K}]\{x\}_{i+1} + \{F_c\} = \{\bar{F}\}_{i+1} \quad (3.19)$$

donde

$$[\bar{K}] = [K] + \frac{1}{\beta h^2} [M] + \frac{\gamma}{\beta h} [C] \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{F}\}_{i+1} = \{F\}_{i+1} + [M] & \left(\frac{1}{\beta h^2} \{x\}_i + \frac{1}{\beta h} \{\dot{x}\}_i + \left(\frac{1}{2\gamma} - 1 \right) \{\ddot{x}\}_i \right) \\ + [C] & \left(\gamma h \{x\}_i + (\gamma h^2 - 1) \{\dot{x}\}_i - \frac{h}{2} \{\ddot{x}\}_i \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

El residuo se calcula con el fin de corregir los valores de los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración. Para la iteración k el residuo es obtenido mediante la ecuación (3.22):

$$R^k = [\bar{K}]\{x\}_{i+1} + F_c - \{\bar{F}\}_{i+1} \quad (3.22)$$

El módulo del residuo debe ser más pequeño que un parámetro ε dado. Si este no es el caso, se debe realizar la siguiente corrección al vector desplazamiento:

$$\Delta x = \left(\frac{\partial R}{\partial x} \Big|_{i+1}^k \right)^{-1} (-R_{i+1}^k) \quad (3.23)$$

$$\text{con } \frac{\partial R}{\partial x} \Big|_{i+1}^k = [\bar{K}] + \left[\frac{\partial F_c}{\partial x} \right] \quad (3.24)$$

El vector desplazamiento será corregido como sigue:

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_{i+1} + \Delta x \quad (3.25)$$

También deben corregirse los vectores velocidad y aceleración según las ecuaciones (3.26) y (3.27).

$$\{\dot{x}\}_{i+1} = \{\dot{x}\}_{i+1} + \frac{\gamma}{\beta h} \Delta x \quad (3.26)$$

$$\{\ddot{x}\}_{i+1} = \{\ddot{x}\}_{i+1} + \frac{\gamma}{\beta h^2} \Delta x \quad (3.27)$$

3.2. Procedimiento de simulación de falla puntual

En el presente trabajo se simulará la presencia de una falla puntual en un diente de engranaje (fisura en la raíz del diente o desprendimiento de material en un diente). Esto se modela como una disminución local de la rigidez cuando el diente que presenta la falla entra en contacto durante el proceso de engrane. La rigidez del diente dañado disminuye, es decir, la parábola correspondiente a la rigidez del diente en cuestión, posee menor amplitud que para un diente sano. Esto afecta la rigidez total como se observa en la Figura 3.2.

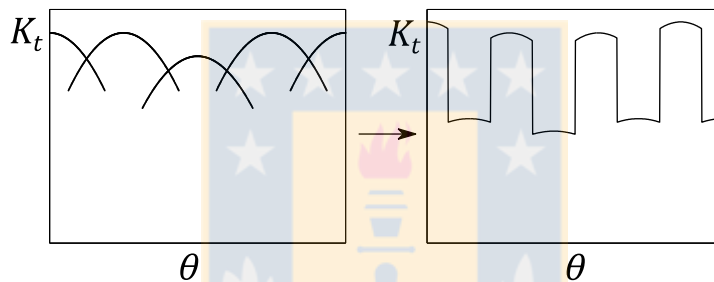


Figura 3.2. Pérdida de rigidez debido a una falla localizada en un diente. Fuente: Elaboración propia.

Para incorporar el efecto de este tipo de falla en el modelo dinámico, se disminuye en un cierto porcentaje la amplitud de la curva de rigidez para el engrane de un diente una vez por revolución. La amplitud de tal curva irá disminuyendo a medida que progresa la falla, lo cual generará cambios absolutos de mayor magnitud en la fuera de engrane, haciendo así más evidente la falla en las señales simuladas a medida que el defecto avanza.

3.3. Simulación numérica

Los parámetros del modelo necesarios para la simulación se presentan en la Tabla 3.1. Para esta simulación, los torques de entrada y salida son considerados constantes. El torque de entrada se detalla en la misma tabla, y el torque de salida es el necesario para mantener el sistema en estado estacionario. Los parámetros numéricos utilizados en la simulación se presentan en la Tabla 3.2. De las condiciones iniciales, sólo las velocidades de rotación iniciales del piñón y la corona son consideradas distintas a cero, tomando los mismos valores que los utilizados para las

mediciones experimentales, detalladas más adelante. El resto de condiciones iniciales son consideradas iguales a cero (desplazamiento, velocidad lineal y aceleración).

Tabla 3.1. Parámetros de la transmisión de engranajes para el modelo numérico. Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Piñón	Rueda
Número de dientes	40	22
Masa [kg]	0,588	2,593
J/r^2 [kg]	0,294	1,296
Radio base R_b [m]	0,028	0,059
Módulo [mm]		3
Ángulo de presión		20°
Ancho de cara [mm]		30
Torque de entrada [Nm]		14,95
Rigidez rodamientos [N/m]		10 ⁹
Amortiguamiento rodamientos [Ns/m]		200

Tabla 3.2. Parámetros numéricos utilizados en la simulación. Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Valor
β	0,5
γ	0,5
Paso de tiempo Δt	10 ⁻⁶ [s]
Tiempo de simulación T	2 [s]
Velocidad de rotación inicial del piñón	638,85 [rpm]
Velocidad de rotación inicial de la corona	304,21 [rpm]

El valor del amortiguamiento no debe sobrepasar el amortiguamiento crítico del sistema, con tal de que se puedan apreciar las vibraciones características de una transmisión de engranajes. Para el proceso de engrane, se considera un amortiguamiento constante proporcional al valor de la rigidez de engrane, determinado según la ecuación (3.28).

$$C_t = \mu k_t \quad (3.28)$$

donde μ es la constante de escala con unidades de segundos, y su valor ha sido seleccionado para esta simulación como $0,8 \cdot 10^{-6}$ [s].

3.4. Resultados de la simulación

A continuación se presentan los resultados de la simulación con falla en un diente de la corona, considerando una disminución del 10% en la amplitud de la rigidez de engrane para un diente. La Figura 3.3 muestra las formas de onda de aceleración en dirección Y de la corona y de la velocidad angular instantánea de la misma, respectivamente. Se observa la presencia de una perturbación con periodo igual al inverso de la frecuencia de rotación de la corona, visible en ambas señales.

En la Figura 3.4 se muestra el espectro en frecuencia de la aceleración en dirección Y para la corona. Se observa gran cantidad de bandas laterales separadas a la frecuencia de rotación de la corona, f_2 , en torno a armónicos de alta frecuencia de f_g . La Figura 3.5 muestra el espectro en frecuencia para la velocidad angular instantánea de la corona. A diferencia del espectro de aceleración en la dirección Y, en este último se observan gran cantidad de armónicos de la frecuencia de rotación de la corona, además de gran cantidad de bandas laterales separadas a la misma frecuencia en torno a los armónicos de la frecuencia de engrane, comenzando desde el primero.

En la Figura 3.6a es posible observar la forma de onda del error de transmisión obtenido mediante la ecuación (3.29), te , en donde se observa una perturbación periódica a $1/f_2$, y en la Figura 3.6b se presenta el espectro de la señal anterior. La Figura 3.7 muestra un acercamiento de este último, pudiendo observarse dominado por múltiples armónicos de f_2 y múltiples bandas laterales separadas a la misma frecuencia en torno a la componente a la frecuencia de engrane y sus armónicos, a diferencia de lo observado en la señal de aceleración lineal simulada para la corona, en donde sólo era posible observar bandas laterales en torno a los armónicos de alta frecuencia de f_g .

$$te = ias_1R_{b1} - ias_2R_{b2} \quad (3.29)$$

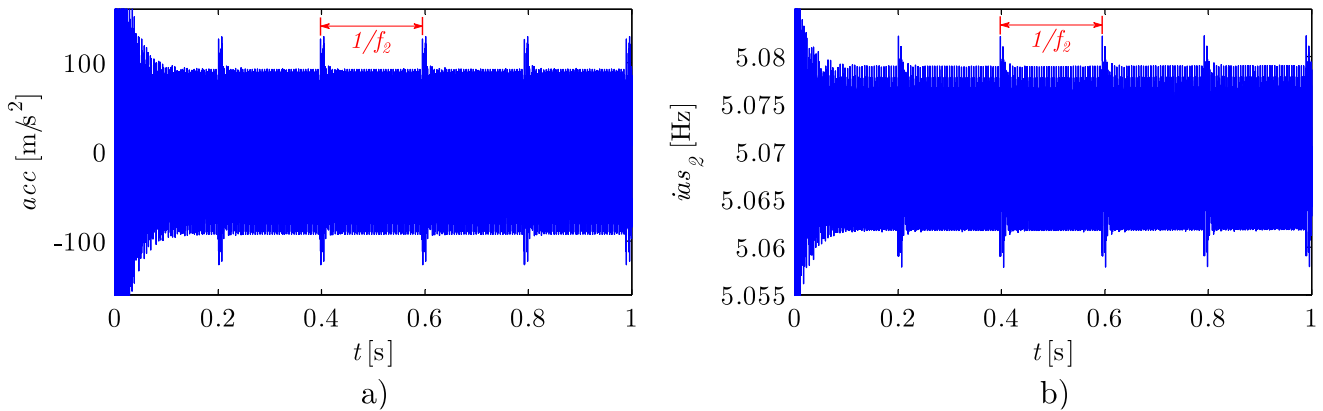


Figura 3.3. Formas de onda: a) aceleración de la corona en la dirección Y, y b) velocidad angular instantánea (ias) de la corona. Fuente: Elaboración propia.

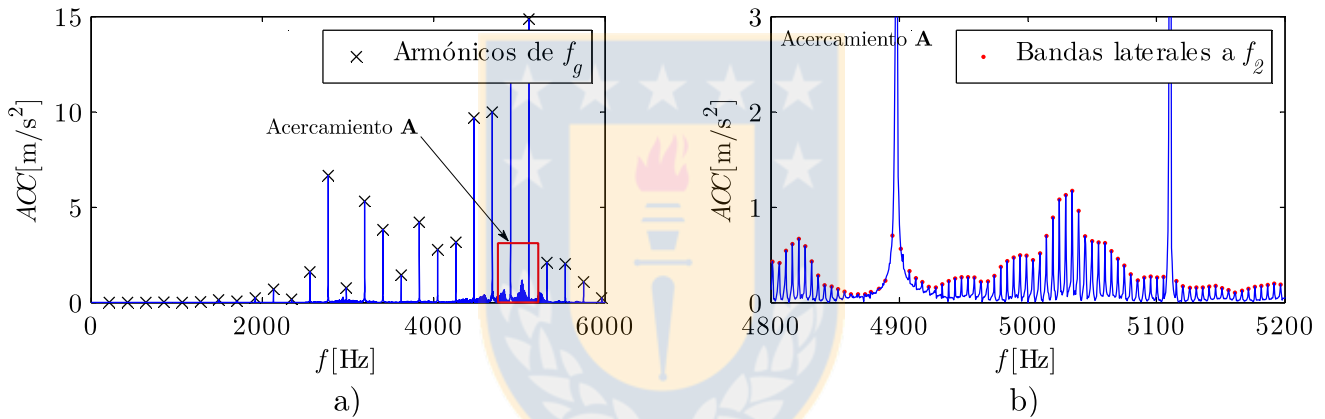


Figura 3.4. a) Espectro frecuencia para la aceleración de la corona en la dirección Y, y b) acercamiento del espectro en a). Fuente: Elaboración propia.

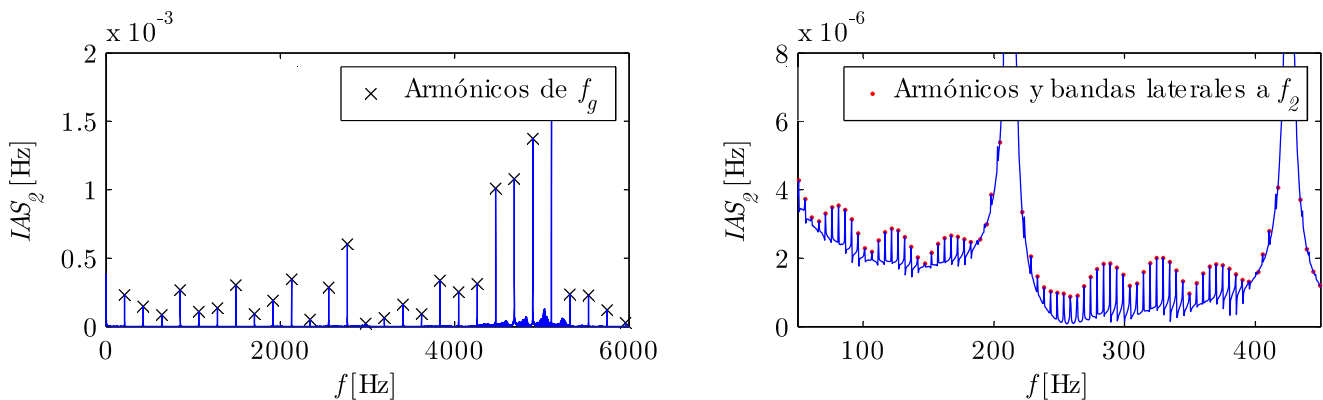


Figura 3.5. a) Espectro frecuencia para la ias de la corona, b) acercamiento del espectro en a) el cual se observa dominado por múltiples armónicos y bandas laterales separadas a la frecuencia de rotación de la corona. Fuente: Elaboración propia.

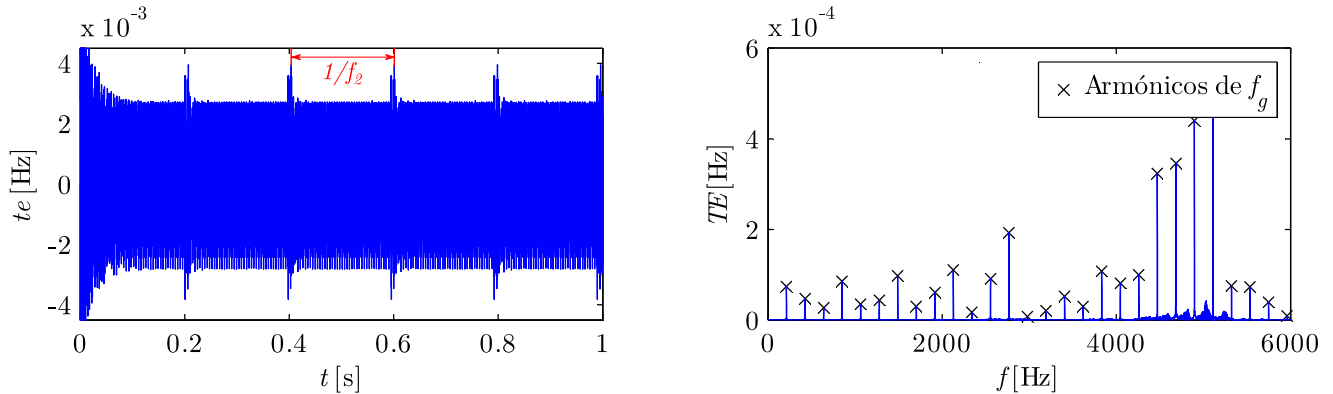


Figura 3.6. a) Forma de onda del error de transmisión (te), b) Espectro frecuencia del te .
Fuente: Elaboración propia.

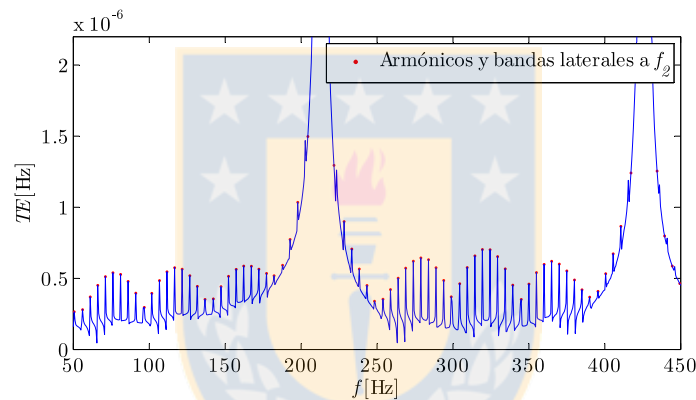


Figura 3.7. Acercamiento de espectro de figura 3.6b. Se observa gran cantidad de armónicos y bandas laterales separadas a f_2 . Fuente: Elaboración propia.

3.5. Procesamiento de señales

Con tal de obtener información útil a partir de las señales obtenidas, en el presente trabajo se utilizan distintas técnicas de procesamiento, las cuales se basan en el análisis de las formas de onda y espectros de éstas. El análisis del espectro, obtenido a partir de la transformada de Fourier, es la herramienta más ampliamente utilizada para identificar el comportamiento frecuencial de una señal de interés, lo cual es uno de los puntos de partida para la identificación de las fallas más comunes presentes en componentes rotatorios.

Además del análisis de formas de onda y espectros, se trabajará con el estudio de promedios sincrónicos y señal diferencia. El promedio sincrónico es una de las técnicas más ampliamente utilizadas para aislar o extraer la contribución vibratoria del componente de interés, necesitando

conocer previamente el periodo buscado. Por otra parte, la señal diferencia, similar al promedio sincrónico, busca aislar la contribución vibratoria de un engranaje, sin embargo, la señal es filtrada aún más mediante la aplicación de una serie de filtros. El proceso de obtención de la señal diferencia, *diff*, se realiza según el siguiente procedimiento:

- (i) Del promedio sincrónico se eliminan los primeros armónicos de la frecuencia de rotación. Lo que no está claramente definido en la literatura, es cuántos armónicos es necesario remover. Aplicar un filtro pasa alto a partir de cierta frecuencia ha mostrado resultados favorables. La frecuencia de corte utilizada para el filtro pasa alto será dependiente del sistema, pero debería estar entre la frecuencia fundamental de rotación y la componente fundamental a la frecuencia de engrane [Lebold et al. 2000].
- (ii) Luego, se eliminan las componentes armónicas a la frecuencia de engrane. En general son removidos todos los armónicos de ésta, lo cual ha mostrado producir resultados satisfactorios.
- (iii) Por último, la señal diferencia se obtiene al eliminar las bandas laterales de primer orden en torno a la frecuencia de engrane y sus armónicos.

Posteriormente, se aplicarán distintos indicadores de falla a las señales simuladas para distintos niveles de falla puntual en la corona, comenzando desde una señal sin falla hasta llegar a un 16% de disminución en la amplitud de la curva de rigidez para el engrane de un diente, según el procedimiento indicado en la sección 3.2. Las técnicas de extracción de características, utilizadas como indicadores de falla, son detalladas a continuación.

RMS: Valor cuadrático medio, o “root mean square”, es una medida del contenido energético de una señal vibratoria, y para una señal x puede ser obtenida mediante la ecuación (3.30).

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N x_n^2} \quad (3.30)$$

donde x_n es el valor de la señal x en el punto n , y N el número total de datos en x .

Kurtosis: Se define como el cuarto momento de la distribución y mide el grado de concentración que presentan los valores de la variable analizada en torno a la zona central de la distribución. La kurtosis proporciona una medida de distribución de la varianza, que se explica por la

combinación de datos extremos respecto a la media en contraposición con datos poco alejados de la misma. La expresión para la obtención de la kurtosis está dada por la ecuación (3.31).

$$Kurtosis = \frac{\sum_{n=1}^N [x_n - \bar{x}]^4}{N \cdot (\sigma^2)^2} \quad (3.31)$$

donde x_n es el valor de la señal x en el punto n , \bar{x} es la media de la señal, σ^2 es la varianza de esta, y N el número total de datos en x .

Factor cresta: Se define como la razón entre el valor pico de una señal y su valor RMS. Así, a medida que los valores picos en la señal se hacen más evidentes, se observará un aumento del factor cresta. En operación normal, este valor debiera estar entre 2 y 6. Valores mayores a 6 frecuentemente se asocian a problemas en la máquina o componente analizado. Esta técnica es utilizada para detectar cambios en el patrón de la señal debido a fuentes de vibración impulsivas tales como dientes rotos en un engranaje o defectos en la pista externa de un rodamiento. De todas formas, el factor cresta no es considerado como una técnica muy sensible [Lebold et al. 2000]. A continuación se presenta la ecuación para la obtención del factor cresta.

$$Factor\ Cresta = \frac{Valor\ peak}{RMS} \quad (3.32)$$

Las tres técnicas recién presentadas pueden ser aplicadas en diferentes etapas del preprocesamiento, mientras que las técnicas indicadas a continuación son aplicadas sólo a la señal diferencia.

FM4: Fue desarrollado para detectar cambios en el patrón vibratorio resultantes de un daño en un número limitado de dientes de un engranaje [Zakrajsek et al. 1993]. Se calcula aplicando el cuarto momento estadístico normalizado a la señal diferencia mediante la ecuación (3.33).

$$FM4 = \frac{N \sum_{i=1}^N (diff_i - \overline{diff})^4}{\left[\sum_{i=1}^N (diff_i - \overline{diff})^2 \right]^2} \quad (3.33)$$

donde $diff$ es la señal diferencia, \overline{diff} es el valor medio de esta, y N el número total de datos en la señal diferencia.

M6A y M8A: Fueron propuestas por [Martin 1989] para detectar daño superficial en componentes de maquinaria. Ambas técnicas se aplican sobre la señal diferencia. La teoría detrás de los indicadores M6A y M8A es la misma que para FM4, aunque se espera que M6A y M8A sean más sensibles a los picos en la señal diferencia. Las expresiones para M6A y M8A están dadas por las ecuaciones (3.34) y (3.35) respectivamente.

$$M6A = \frac{N^2 \sum_{i=1}^N (diff_i - \overline{diff})^6}{\left[\sum_{i=1}^N (diff_i - \overline{diff})^2 \right]^3} \quad (3.34)$$

$$M8A = \frac{N^3 \sum_{i=1}^N (diff_i - \overline{diff})^8}{\left[\sum_{i=1}^N (diff_i - \overline{diff})^2 \right]^4} \quad (3.35)$$

donde $diff$ es la señal diferencia, \overline{diff} es el valor medio de esta, y N el número total de datos en la señal diferencia.

3.6. Resultados de la aplicación de indicadores de falla

Para ilustrar de mejor manera el efecto del promedio sincrónico y de la aplicación de la señal diferencia sobre los datos simulados, se agregó a las señales de aceleración lineal y velocidad angular, un nivel de ruido aleatorio con desviación estándar de amplitud aproximadamente igual a un 15% de la amplitud de la señal correspondiente. De las Figuras 3.8 y 3.9, se observa que el promedio sincrónico logra mejorar la razón señal/ruido, observándose claramente la perturbación con periodo igual al de rotación de la corona; y por su parte, la señal diferencia atenúa en gran medida la vibración de frecuencia distinta a la de rotación de la corona, resaltando el impacto periódico producto de la falla simulada.

De la aplicación de las distintas técnicas presentadas como indicadores de falla, se observa que la magnitud RMS para la velocidad angular instantánea no presenta cambios importantes a medida que aumenta el grado del defecto, tal como se observa en la Figura 3.10. Distinto es lo observado para el valor RMS de la señal diferencia de aceleración (Figura 3.11), en donde se evidencia un alza a medida que crece el defecto, especialmente en la aceleración del piñón.

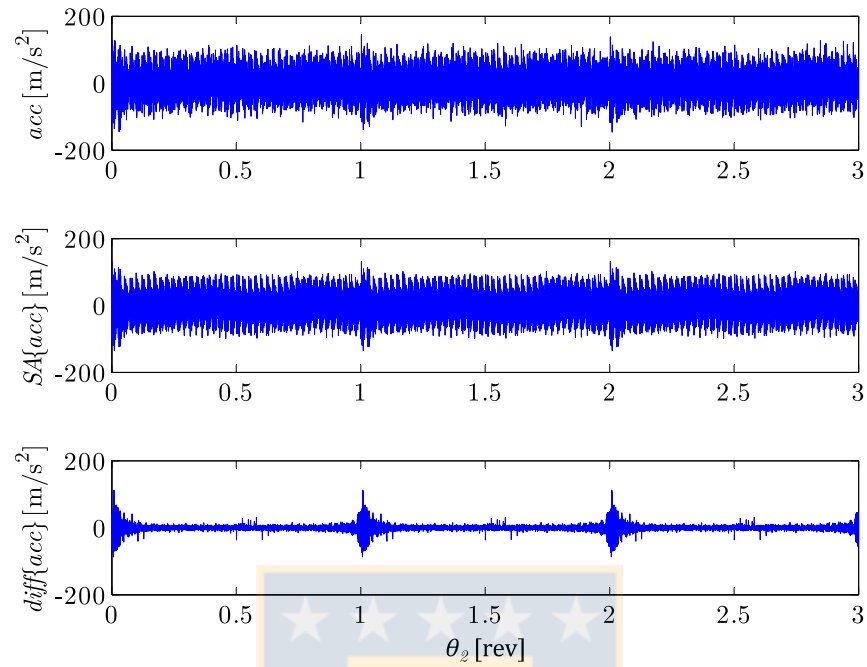


Figura 3.8. Forma de onda de la señal simulada de aceleración vertical de la corona, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.

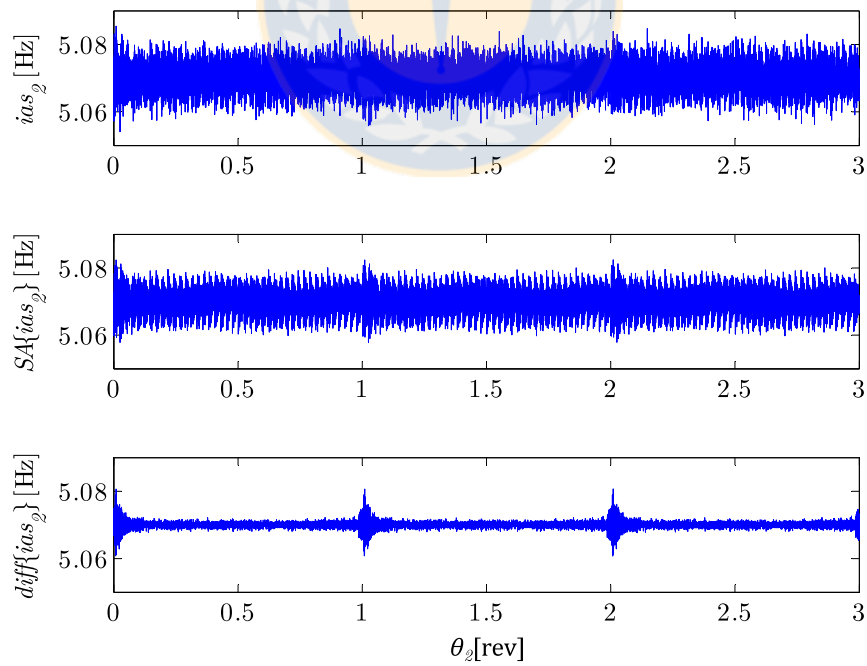


Figura 3.9. Forma de onda de la señal simulada de ias de la corona, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.

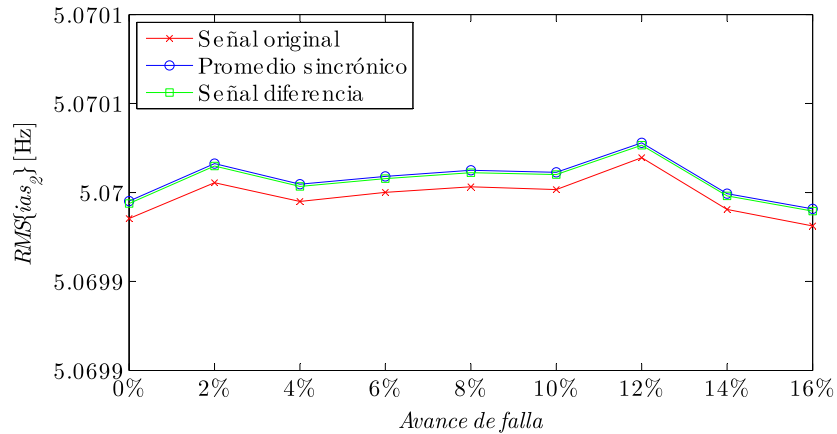


Figura 3.10. Tendencia RMS de la i_{as} de la corona, promedio sincrónico y señal diferencia de esta, en función del avance de falla en porcentaje de disminución de rigidez de engrane de un diente de la corona. Fuente: Elaboración propia.

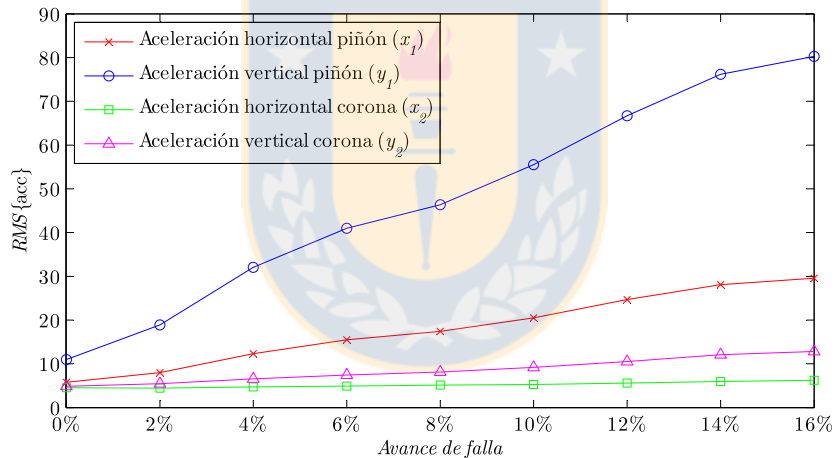


Figura 3.11. Tendencia RMS para la señal diferencia de aceleración, en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, para los indicadores factor cresta y kurtosis aplicados a la señal diferencia, se observa un aumento en la amplitud de éstos a medida que crece el defecto. Para el factor cresta, la tasa de crecimiento es mayor para la señal diferencia de la velocidad angular instantánea de la corona así como para la señal diferencia del error de transmisión (Figura 3.12a). Por su parte, la kurtosis muestra una tasa de crecimiento mayor para la señal diferencia del error de transmisión, y tasas similares para la señal diferencia de aceleración vertical de la corona y de la velocidad angular instantánea de esta (Figura 3.12b).

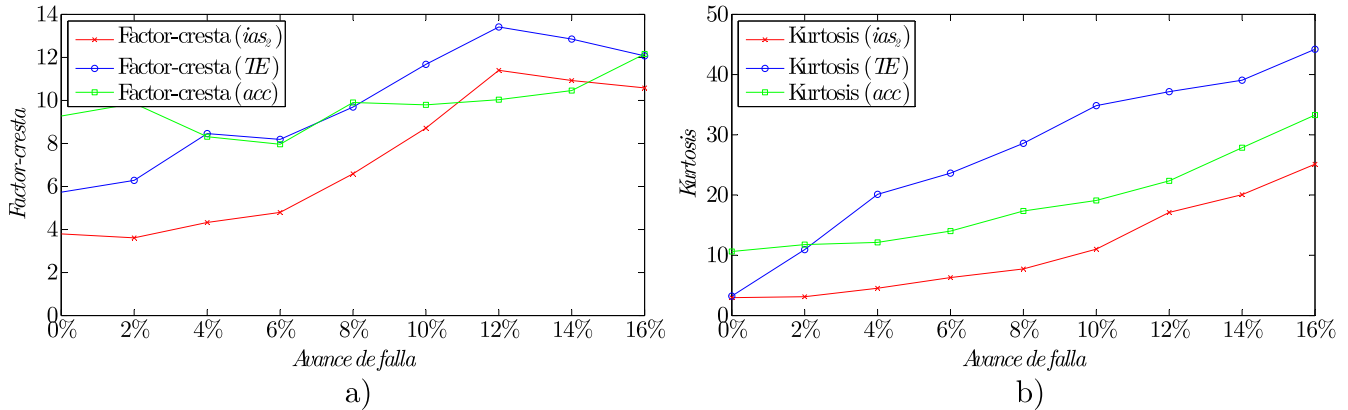


Figura 3.12. a) Factor cresta y b) kurtosis para las señales diferencia de ias de la corona, error de transmisión (te) y aceleración vertical de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

Los indicadores FM4, M6A y M8A muestran un comportamiento similar a lo observado para la kurtosis, en donde la mayor tasa de crecimiento se registra para la señal diferencia del error de transmisión (Figuras 3.13 y 3.14). Las señales diferencia de la aceleración vertical de la corona y de la velocidad angular instantánea de esta, presentan tasas de crecimiento similares.

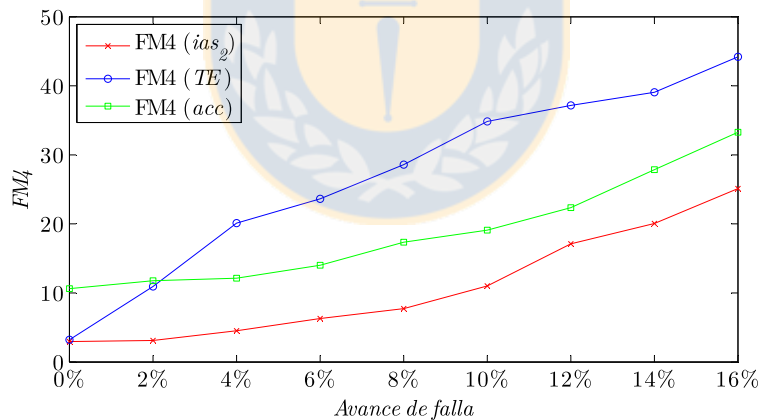


Figura 3.13. Indicador FM4 para las señales diferencia de ias de la corona, te y aceleración vertical de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

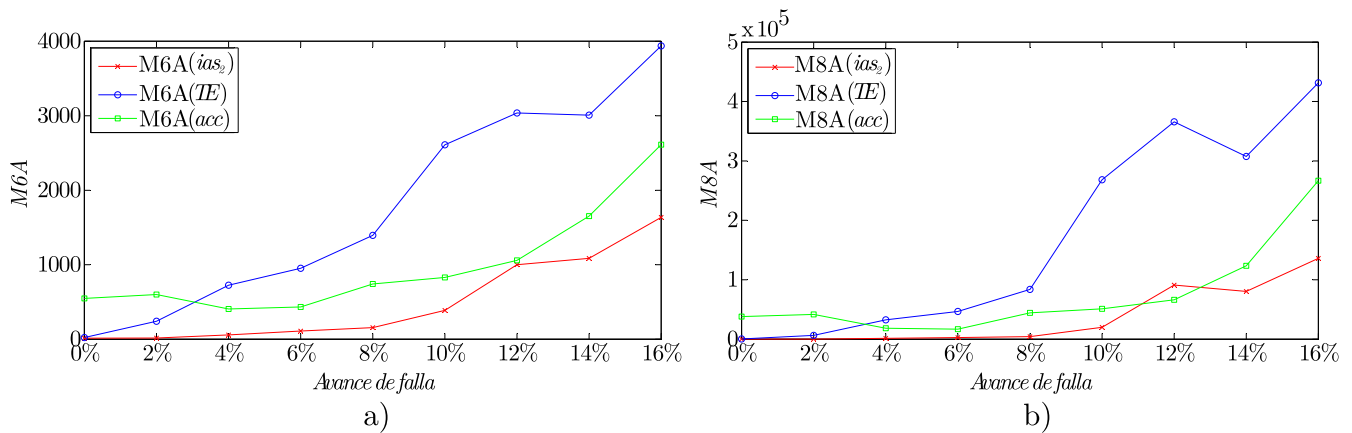


Figura 3.14. Indicadores a) M6A y b) M8A para las señales diferencia de *ias* de la corona, *te* y aceleración vertical de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

De los resultados de las simulaciones, se puede concluir que es posible visualizar el progreso de la falla a partir de las técnicas de procesamiento aplicadas a cualquiera de las tres señales analizadas: aceleración, velocidad angular instantánea y error de transmisión. Sin embargo, de las simulaciones se obtiene que en particular para la señal diferencia del error de transmisión, las tasas de crecimiento de los indicadores de falla son mayores que para las otras señales. Por otra parte, para la *ias* y el *te* se facilita el análisis espectral al observarse componentes de falla en todo el espectro, especialmente a bajas frecuencias.

CAPITULO 4

Adquisición de datos experimentales y análisis de resultados

Las características observadas a partir del modelo dinámico necesitan ser validadas a partir de mediciones reales en un banco de ensayos. El desarrollo experimental realizado se detalla en el presente capítulo.

4.1. Banco de ensayos utilizado

El detalle del banco de ensayos utilizado para el desarrollo experimental es presentado en el Anexo B. Este consta de una reducción de engranajes rectos de una etapa, con características geométricas iguales a las utilizadas para la simulación.

Se realizó una serie de siete mediciones con distintos niveles de falla en un diente del engranaje corona. El defecto fue inducido mediante la remoción de material de un diente en forma progresiva. En la presentación de los resultados se utilizará como notación para el nivel de falla los números 1 al 7, en donde 1 representa el nivel de falla más leve, mientras que el 7 representa el más severo (con mayor pérdida de material en el diente de la corona).

Para la medición se utilizaron cuatro sensores acelerómetros, distribuidos como se muestra en el Anexo B, todos en dirección vertical sobre los descansos de los rodamientos. Además, para la medición de la posición angular, se utilizaron dos encoders incrementales de 5000 pulsos por revolución, montados uno en el eje de entrada y el otro en el eje de salida del reductor.

4.1.1. Velocidad angular instantánea

La velocidad angular instantánea se obtiene a partir de la posición angular medida en cada eje. La posición angular se determina midiendo el tiempo entre pulsos del encoder, con lo cual se puede obtener la velocidad angular instantánea en función de la posición angular para cada pulso del encoder. La velocidad angular instantánea, o *ias*, se obtiene a partir de la ecuación (4.1).

$$ias = \frac{f_c}{N_c \cdot M} \text{ [Hz]} \quad (4.1)$$

donde f_c es la frecuencia del reloj del contador, N_c el número de cuentas de periodos del reloj por cada pulso de encoder, y M el número de pulsos por revolución del encoder.

4.2. Resultados experimentales

En la Figura 4.1 se muestran las formas de onda de aceleración vertical en el descanso del rodamiento lado libre del eje del engranaje corona, y la velocidad angular instantánea de este, para el nivel de falla más severo. En ambas señales se observan impactos periódicos una vez por cada revolución de la corona producto de la falla en un diente de esta. Sin embargo, los impactos son más evidentes en la señal de ias . En algunos tramos de la señal de aceleración, incluso es difícil distinguir los impactos a simple vista, situación que no ocurre en la señal de velocidad angular instantánea, en donde estas perturbaciones son predominantes.

Por otra parte, al comparar el espectro de la señal de aceleración (Figura 4.2) con el espectro de la velocidad angular instantánea (Figura 4.3), se observa que para esta última los armónicos y bandas laterales a la frecuencia de falla, f_2 , son notablemente más evidentes, siendo predominantes en el espectro especialmente a bajas frecuencias. Esto último es consistente con lo obtenido en las simulaciones, y facilita la identificación de las componentes de falla respecto a lo observado para el espectro de aceleración, en donde estas componentes se observan mayormente a frecuencias elevadas, similar a lo observado en las señales simuladas en la sección 3.4. Un comportamiento similar a lo observado para la ias se evidencia para el error de transmisión (Figuras 4.4 y 4.5).

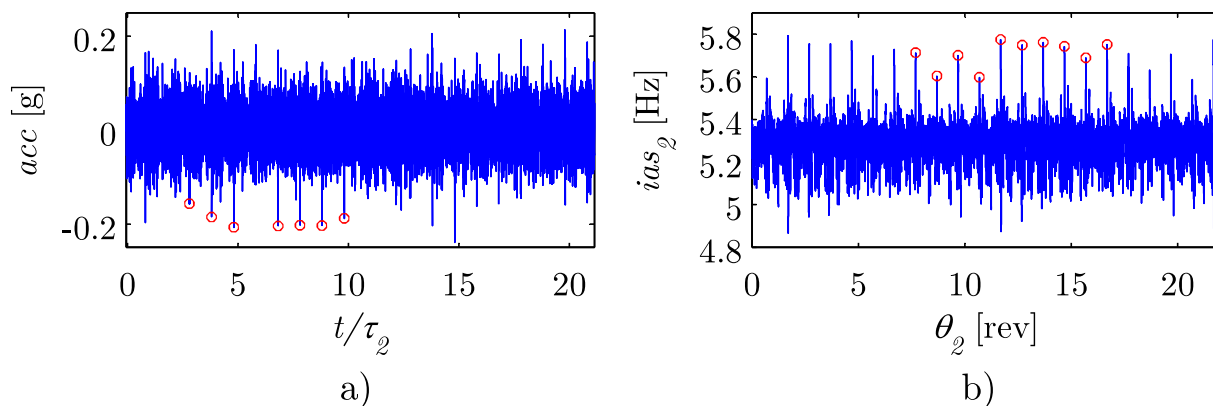


Figura 4.1. Formas de onda: a) aceleración de la corona medida en P3, y b) ias de la corona. Se destacan con círculos rojos los impactos con periodo igual al de rotación de la corona producto de la falla (nivel 7 de falla). Fuente: Elaboración propia.

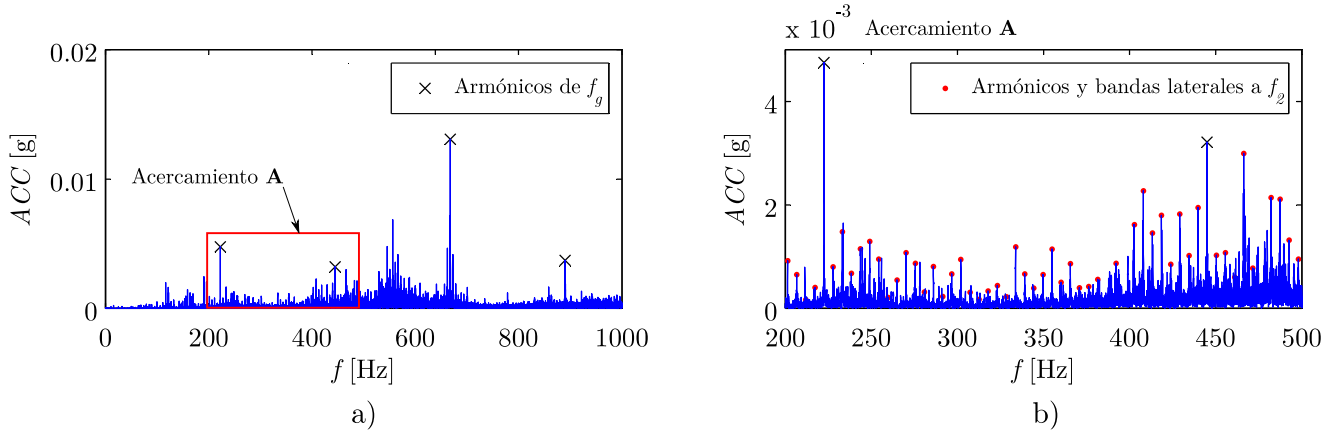


Figura 4.2. a) Espectro frecuencia para la aceleración de la corona en la dirección Y (punto P3), y b) acercamiento del espectro en a). Fuente: Elaboración propia.

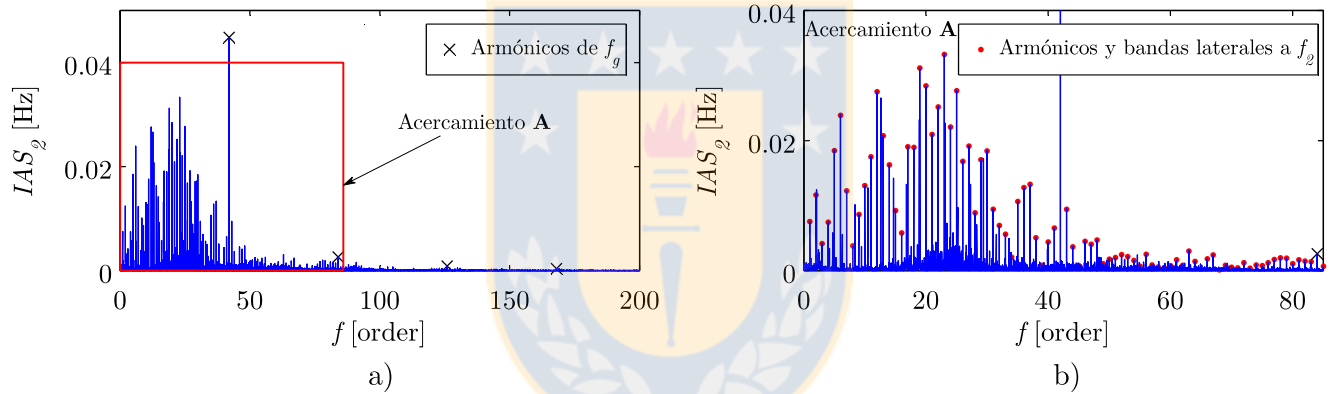


Figura 4.3. a) Espectro frecuencia para la *ias* de la corona, b) acercamiento del espectro en a), el cual se observa dominado por múltiples armónicos y bandas laterales separadas a la frecuencia de rotación de la corona. Fuente: Elaboración propia.

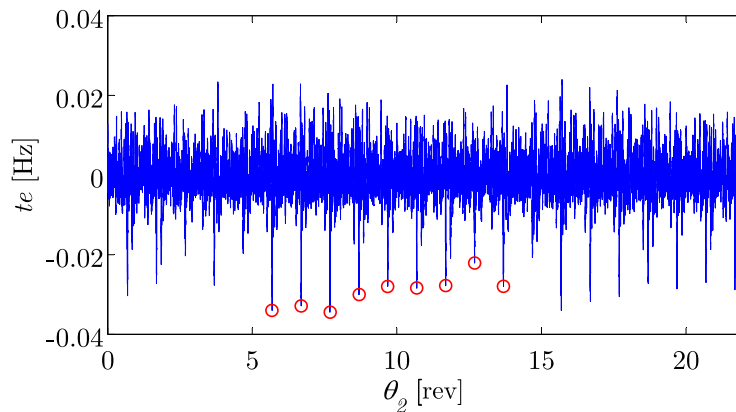


Figura 4.4. Forma de onda del error de transmisión para el nivel 7 de falla. Fuente: Elaboración propia.

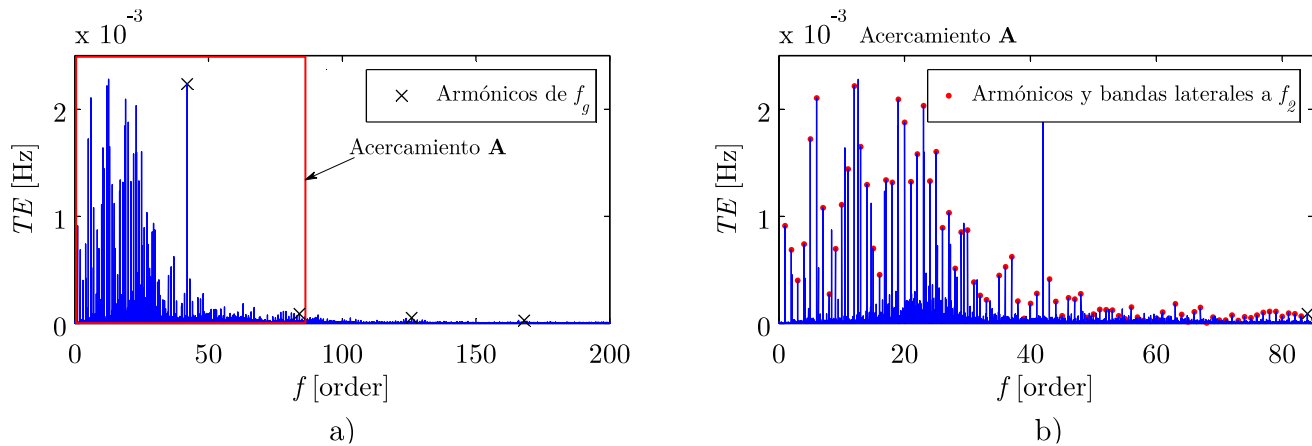


Figura 4.5. Espectro del error de transmisión. Se observa gran cantidad de armónicos y bandas laterales separadas a f_2 . Fuente: Elaboración propia.

4.3. Análisis de resultados

En las Figuras 4.6, 4.7 y 4.8, se muestran las formas de onda de aceleración, velocidad angular instantánea y error de transmisión, junto con sus promedios sincrónicos y señal diferencia. A medida que se aplican sobre la señal original las técnicas mencionadas (promedio sincrónico y señal diferencia), se logra aislar la componente vibratoria a la frecuencia de rotación de la corona, lo cual se evidencia claramente de manera visual. Notar que la señal de aceleración, tanto como su promedio sincrónico y señal diferencia, no son tan “limpias” como la *ias* o el error de transmisión, en donde se observa un menor nivel de ruido.

De la aplicación de los indicadores de falla, se observa que para la amplitud RMS de la *ias*, a diferencia de lo observado en las señales simuladas, en este caso se observa una evolución en amplitud a medida que avanza la falla (Figura 4.9). Sin embargo, para la aceleración no se observa evolución alguna del valor RMS a medida que avanza el defecto (Figura 4.10).

Para el factor cresta, similar a lo observado en las señales simuladas, se observa una evolución en la amplitud de este valor para la señal diferencia de la velocidad angular instantánea de la corona y del error de transmisión (Figura 4.11a). Para la señal diferencia de aceleración, sin embargo, no se observa evolución alguna en la amplitud del factor cresta a medida que avanza la falla. Para la kurtosis (Figura 4.11b) y FM4 (Figura 4.12), se observa un comportamiento análogo a lo evidenciado para el factor cresta.

Los indicadores M6A y M8A para la señal diferencia de la velocidad angular instantánea de la corona y del error de transmisión, de acuerdo a lo esperado y similar a lo observado para los

indicadores kurtosis y FM4, también presentan un aumento a medida que avanza la falla (Figura 4.13). Tal aumento no se observa en la señal de aceleración.

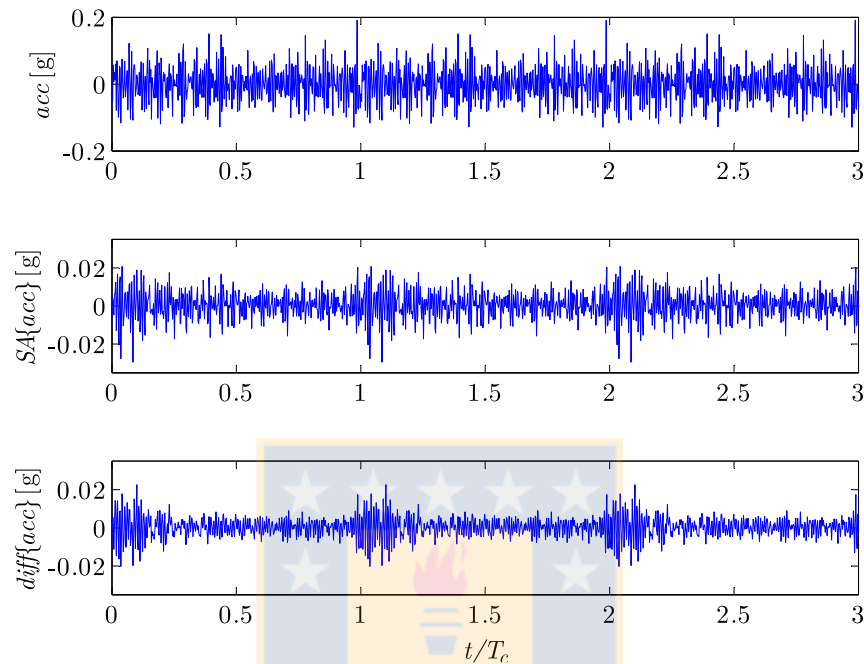


Figura 4.6. Forma de onda de la señal de aceleración medida en el punto P3, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.

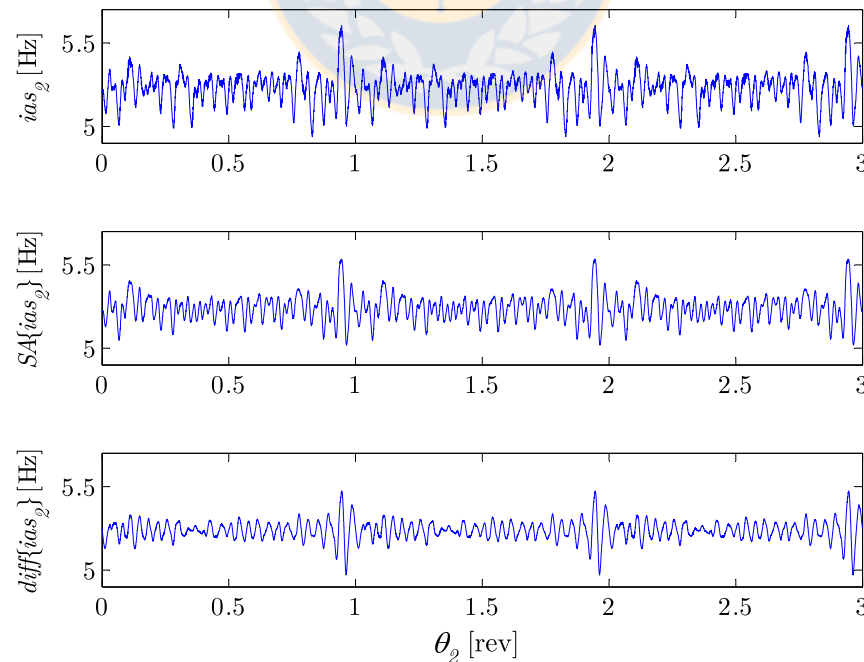


Figura 4.7. Forma de onda de la señal ias medida para la corona, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.

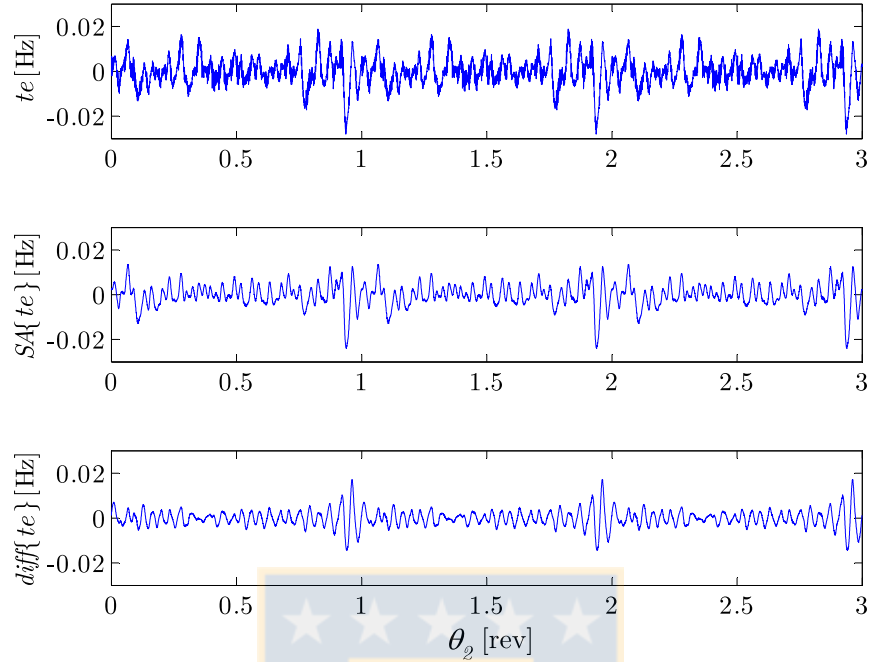


Figura 4.8. Forma de onda del error de transmisión, promedio sincrónico y señal diferencia (de arriba hacia abajo). Fuente: Elaboración propia.

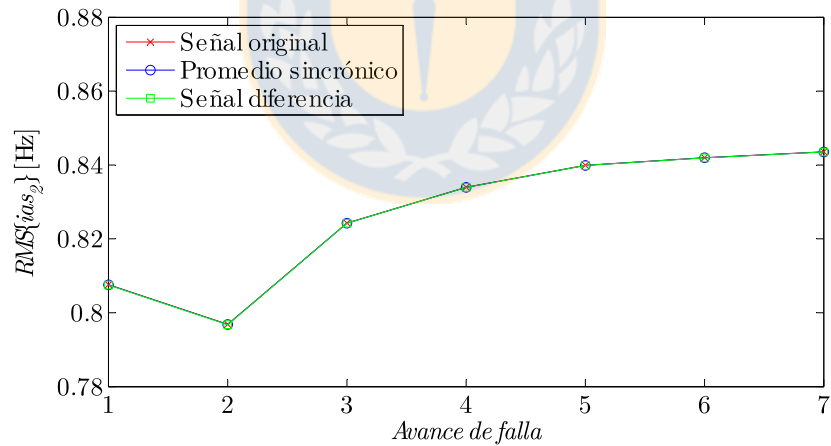


Figura 4.9. Tendencia RMS de la ias medida en la corona, promedio sincrónico y señal diferencia, en función del nivel de avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

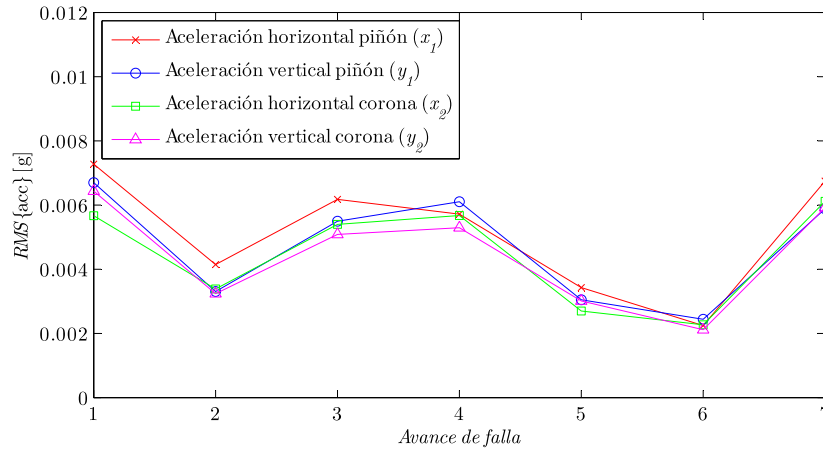


Figura 4.10. Tendencia RMS para la señal diferencia de aceleración, en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

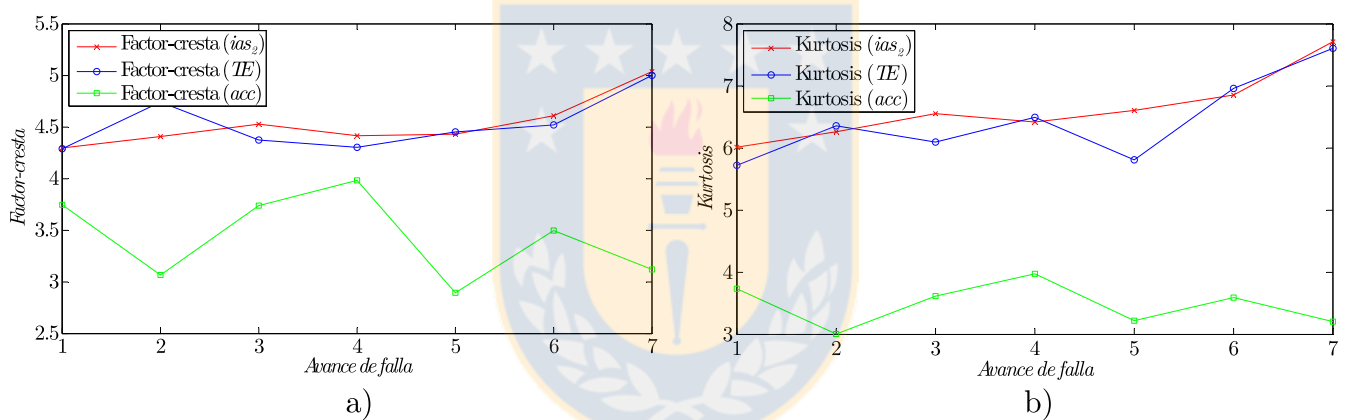


Figura 4.11. a) Factor cresta y b) kurtosis para las señales diferencia de ias de la corona, te y aceleración de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

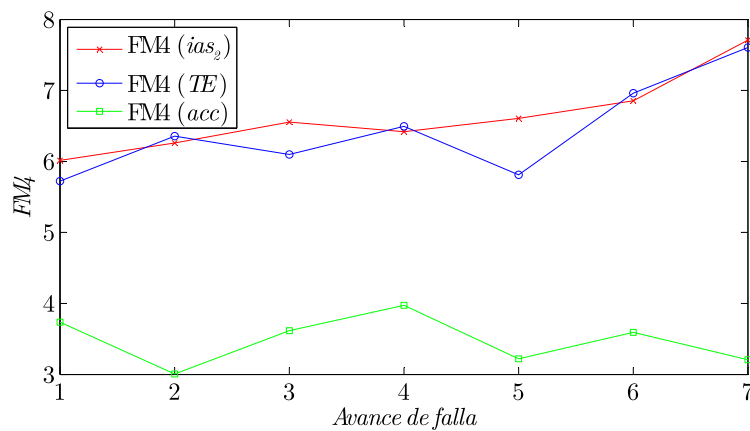


Figura 4.12. Indicador FM4 para las señales diferencia de ias de la corona, te y aceleración de la corona en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

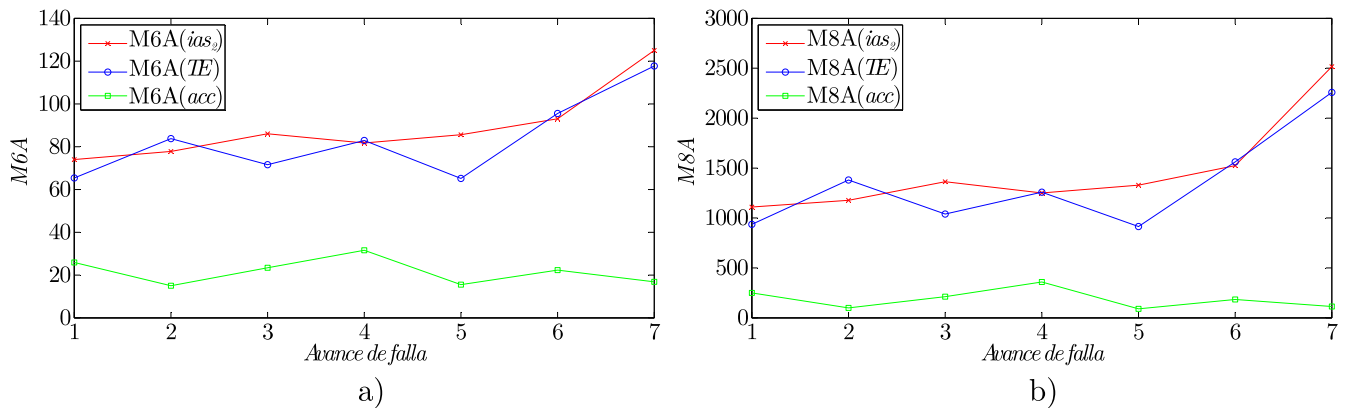


Figura 4.13. Indicadores a) M6A y b) M8A para las señales diferencia de *ias* de la corona, *te* y aceleración en función del avance de falla. Fuente: Elaboración propia.

Respecto al modelo dinámico presentado en el capítulo 3, se destaca que en términos generales es consistente con lo obtenido a partir de las mediciones experimentales, tanto en el contenido vibratorio como en los resultados de la aplicación de las distintas técnicas utilizadas como indicadores de falla.

En general, a partir de los resultados obtenidos, se observa que el análisis de las señales en dominio angular, vale decir velocidad angular instantánea y error de transmisión, tiene varias ventajas por sobre el análisis de la aceleración lineal. Entre estas, destacan las siguientes:

- (i) Mejor relación señal/ruido.
- (ii) Mayor sensibilidad a perturbaciones periódicas en los componentes rotatorios.
- (iii) Se conoce exactamente la periodicidad (angular) con la cual ocurrirá una perturbación producto de una falla localizada en un engranaje, lo cual permite aplicar procesamientos tales como el promedio sincrónico y la señal diferencia, con la consecuente posibilidad de aplicar técnicas posteriores tales como el factor cresta, kurtosis, FM4, M6A, M8A. Esto mismo puede ser realizado en base a las señales de aceleración, sin embargo, de todas formas en este último caso sería necesario e imperativo conocer la posición angular.
- (iv) Contenido espectral más fácilmente identificable. Además, es posible muestrear los datos de tal manera que las componentes de interés sean obtenidas de manera exacta en el espectro, evitando las fugas laterales.
- (v) Menos influenciado por fuentes de excitación externas, ya que la respuesta vibratoria en torsión está dominada principalmente por las características del engrane, en particular por la rigidez del proceso de engrane.

- (vi) Posibilidad de analizar respuestas vibratorias de sistemas bajo condiciones de velocidad y carga variable, sin necesidad de configuraciones adicionales.



CAPITULO 5

Conclusiones y perspectivas

5.1. Conclusiones

A partir del desarrollo del presente trabajo, se concluye que el modelo analizado presenta resultados satisfactorios para un reductor de engranajes rectos de una etapa, prediciendo de manera correcta el comportamiento dinámico, permitiendo así modelar fallas presentes en sus principales componentes y evaluar el desempeño de distintas técnicas e indicadores para detección y seguimiento de fallas. A partir del análisis de los resultados obtenidos de las simulaciones y apoyados por el desarrollo experimental, se pueden mencionar las siguientes conclusiones:

- El modelo dinámico predice de buena manera el comportamiento vibratorio de la transmisión, permitiendo analizar el desempeño de distintos procesamientos y técnicas para el diagnóstico de fallas en una etapa previa al desarrollo experimental. Además, debido a la independencia del modelo respecto a las variaciones de velocidad, es factible de aplicar para condiciones de velocidad y carga variable.
- Las señales en dominio angular (velocidad angular instantánea y error de transmisión) presentan claras ventajas para el proceso de detección de fallas frente a las señales de aceleración lineal, entre las que destacan las siguientes: mejor relación señal/ruido, mayor sensibilidad a perturbaciones periódicas, menos influenciado por fuentes de excitación externa, se conoce en todo momento la periodicidad angular exacta producto de una perturbación producida en el proceso de engrane.
- El análisis del error de transmisión mediante las técnicas de procesamiento aplicadas en el capítulo 3, comparativamente posee las mismas ventajas que el análisis de la velocidad angular instantánea; no se observan ventajas significativas de uno por sobre el otro. Y debido a que la velocidad angular instantánea es más sencilla de obtener en la práctica que el error de transmisión (ya que sólo requiere el uso de un encoder o sensor de posición angular), se abre la posibilidad de monitorear una máquina completa o gran parte de esta con un número reducido de sensores de posición angular.

5.2. Perspectivas

A partir de lo desarrollado en el presente trabajo, se plantean los siguientes aspectos que pueden ser tratados en trabajos futuros:

- Análisis de las características vibratorias del sistema bajo condiciones de velocidad y carga variable a partir del modelo dinámico implementado en el presente estudio, con su respectiva validación experimental.
- Desarrollo de técnicas avanzadas de detección y seguimiento de fallas a partir de las señales obtenidas en dominio angular, especialmente de la velocidad angular instantánea.
- Evaluación de posibles limitaciones técnicas y prácticas en la implementación de sistemas de medición basados en la obtención de la velocidad angular instantánea, y propuestas para superar estas barreras.



REFERENCIAS

- AGMA standard (2002)
ANSI/AGMA 2015-1-A01, Accuracy classification system: Tangential measurements for cylindrical gears.
American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Virginia 22314.
- Bartelmus W. (2001)
Mathematical modelling and computer simulations as an aid to gearbox diagnostics.
Mechanical Systems and Signal Processing, 15(5):855-871.
- Endo H., Randall R.B., Gosselin C. (2009)
Differential diagnosis of spall vs. crack in the gear tooth fillet region: experimental validation.
Mechanical Systems and Signal Processing, 23(3):636-651.
- Howard I., Jia S., Wang J. (2001)
The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack.
Mechanical Systems and Signal Processing, 15(5):831-853.
- Jia S., Howard I. (2006)
Comparison of localized spalling and crack damage from dynamic modelling of spur gear vibration.
Mechanical Systems and Signal Processing, 20(2):332-349.
- Lebold M., McClintic K., Campbell R., Byington C., Maynard K. (2000)
Review of vibration analysis methods for gearbox diagnostics and prognostics.
Proceedings of the 54th Meeting of the Society for Machinery Failure Prevention Technology, pp 623-634.
- Ma R., Chen Y. (2012)
Research on the dynamic mechanism of the gear system with local crack and spalling failure.
Engineering Failure Analysis, 26:12-20.

Newmark N.M. (1959)

A Method of Computation for Structural Dynamics.

ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division Vol. 85 No. EM3.

Özgülven H.N., Houser D. (1988)

Dynamic analysis of high speed gears by using loaded static transmission error.

Journal of Sound and Vibration, 125(1): 71-83.

Parey A., El Badaoui M., Guillet F., Tandon N. (2006)

Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect.

Journal of Sound and Vibration, 294(3):547-561.

Parra J. (2014)

Modelos de vibraciones para un reductor planetario de una etapa considerando distintos tipos de falla.

Proyecto de Ingeniería Mecánica, DIM, Universidad de Concepción.

Rémond D., Antoni J., Randall R.B. (2014)

Editorial for the special issue on Instantaneous Angular Speed (IAS) processing and angular applications.

Mechanical Systems and Signal Processing, 44:1-4.

Sawalhi N., Randall R.B. (2008)

Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults: part I. The combined gear bearing dynamic model and the simulation of localized bearing faults.

Mechanical Systems and Signal Processing, 22(8):1924-1951.

Shigley J.E. (2008)

Diseño en Ingeniería Mecánica.

Octava edición, Mc Graw-Hill Interamericana.

Smith J.D. (2003)

Gear Noise and Vibration.

Second edition, Marcel Dekker.

Torregrosa J.P. (2013)

Diagnóstico de fallas en reductores planetarios mediante el análisis de vibraciones.
Tesis de Magíster, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción.

Trujillo O. (2015)

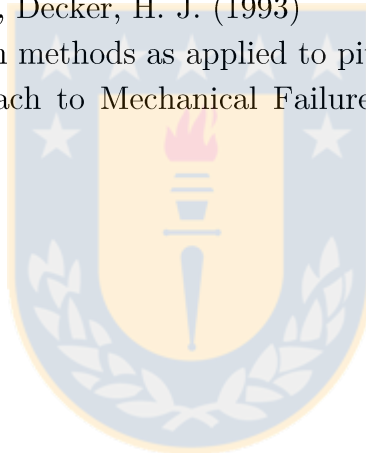
Modelo dinámico de una transmisión de engranajes de una etapa incluyendo fallas.
Memoria de título, Departamento de Ingeniería mecánica, Universidad de Concepción.

Welbourn D.B. (1979)

Fundamental knowledge of gear noise – A survey.
Noise and Vibration of Engines and Transmission, I Mech E, Cranfield, UK, pp 9-14.

Zakrajsek, J. J., Townsend, D. P., Decker, H. J. (1993)

An analysis of gear fault detection methods as applied to pitting fatigue failure data.
The Systems Engineering Approach to Mechanical Failure Prevention, 47th Meeting of the MFPG.



ANEXO A

Las matrices de la ecuación (3.8) se presentan a continuación.

$$[M] = \text{diag}(m_1, m_1, m_2, m_2, I_1, I_2)$$

$$[C] = [C_m] + [C_t]$$

$$[C_m] = \text{diag}(c_{1x}, c_{1y}, c_{2x}, c_{2y}, 0, 0)$$

$$[C_t] = c_t \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi & -\sin^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi & R_{b1} \sin \varphi & -R_{b2} \sin \varphi \\ & \cos^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi & -\cos^2 \varphi & R_{b1} \cos \varphi & -R_{b2} \cos \varphi \\ & & \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi & -R_{b1} \sin \varphi & R_{b2} \sin \varphi \\ & & & \cos^2 \varphi & -R_{b1} \cos \varphi & R_{b2} \cos \varphi \\ & & & & R_{b1}^2 & -R_{b1}R_{b2} \\ & & & & & R_{b2}^2 \end{bmatrix}$$

simétrica

$$[K] = [K_m] + [K_t]$$

$$[K_m] = \text{diag}(k_{1x}, k_{1y}, k_{2x}, k_{2y}, 0, 0)$$

$$[K_t] = k_t \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi & -\sin^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi & R_{b1} \sin \varphi & -R_{b2} \sin \varphi \\ & \cos^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi & -\cos^2 \varphi & R_{b1} \cos \varphi & -R_{b2} \cos \varphi \\ & & \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi & -R_{b1} \sin \varphi & R_{b2} \sin \varphi \\ & & & \cos^2 \varphi & -R_{b1} \cos \varphi & R_{b2} \cos \varphi \\ & & & & R_{b1}^2 & -R_{b1}R_{b2} \\ & & & & & R_{b2}^2 \end{bmatrix}$$

simétrica

ANEXO B

El banco de ensayos utilizado fue facilitado por la empresa CADETECH S.A. Este cuenta de una transmisión de engranajes rectos de una etapa, el cual es conducido por un motor eléctrico Siemens controlado por un variador de frecuencia. Se aplica una carga constante sobre el eje de salida, aplicada por un freno magnético el cual es controlado eléctricamente. Las características del banco de ensayos se indican en la Tabla B.1.

Tabla B.1. Características del banco de ensayos. Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Piñón	Rueda
Número de dientes	40	22
Radio base R_b [m]	0,028	0,059
Módulo [mm]		3
Ángulo de presión		20°
Ancho de cara [mm]		30
Potencia del motor [kW]		1,1

La Figura B.1 muestra una imagen del banco de ensayos, en donde se destacan los puntos de medición de aceleración utilizados. Los cuatro puntos de medición, P1 a P4, tienen dirección vertical.

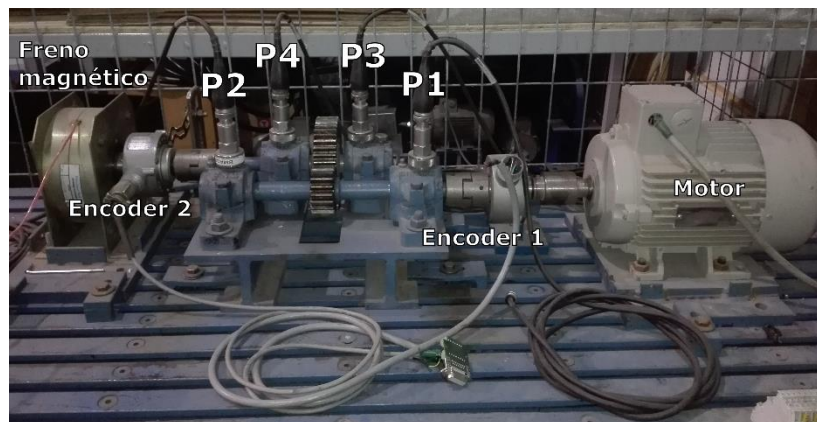


Figura B.1. Banco de ensayos. Se destacan los puntos de medición de aceleración y posición angular. Fuente: Elaboración propia.

La instrumentación utilizada se detalla en la Tabla B.2.

Tabla B.2. Detalle de la instrumentación utilizada. Fuente: Elaboración propia.

Instrumento de medición	Marca y modelo
Equipo de adquisición de datos	NI-cDAQ 9178
Módulo para adquisición de señal de aceleración	NI-9234
Módulo para adquisición de señal de encoder	NI-9411
Acelerómetros	CTC AC102-1A
Encoders	BEI XHS35F-62-R2-SS-5000-ABZC-28V/V-SM18

Para el desarrollo experimental se indujo una falla localizada en un diente de la corona. Esto se realizó mediante la remoción de material del diente de manera progresiva. La Figura B.2 muestra el diente con daño inducido.



Figura B.2. Defecto inducido en diente de la corona. Fuente: Elaboración propia.