



Universidad de Concepción

Dirección de Postgrado

Facultad de Ingeniería -Programa de Magister en Ciencias de la Ingeniería con mención en
Ingeniería Mecánica

**Implementación Numérica de Modelo Constitutivo
Fenomenológico para Materiales Compuestos sensibles a la
Tasa de Deformación**

Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería con mención
en Ingeniería Mecánica

JUAN CARLOS SAAVEDRA VERGARA

CONCEPCIÓN-CHILE

2017

Profesor Guía: Dr. Ing. Paulo Flores Vega

Profesor Co-Guía: Dr. Ing. Carlos Medina Muñoz

Dpto. de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería

Universidad de Concepción

RESUMEN

Los materiales compuestos de polímero reforzado con fibra están siendo cada vez más usados en una gran variedad de aplicaciones. Algunas de estas aplicaciones implican piezas sometidas a cargas dinámicas y de impacto, por lo que es necesario conocer el comportamiento de estos materiales frente a dichas cargas. Para esto se debe conocer cómo afecta cada una de las variables involucradas en el impacto, en especial el efecto que tiene la velocidad de deformación en este proceso, y tener herramientas que permitan utilizar estos conocimientos en el cálculo de materiales.

Como objetivo del presente trabajo se plantea la programación en MATLAB de un modelo constitutivo viscoplástico, ya que este tipo de modelo es el que permite introducir la dependencia de la tasa de deformación en la respuesta mecánica de un material, en conjunto con un modelo de falla dependiente de la tasa de deformación, para luego verificar su funcionamiento y observar la utilidad de ser implementado en un código de elementos finitos.

En base a la bibliografía consultada, se analizan algunos modelos constitutivos viscoplásticos para materiales compuestos, y entre ellos se selecciona el de Chen y Morozov [Chen y Morozov 2016], que presenta características que podrían ser de interés para el cálculo de materiales compuestos sometidos a impacto, y también se analizan algunos criterios de falla dependientes de la tasa de deformación, seleccionándose el de Tao [Tao et al. 2017].

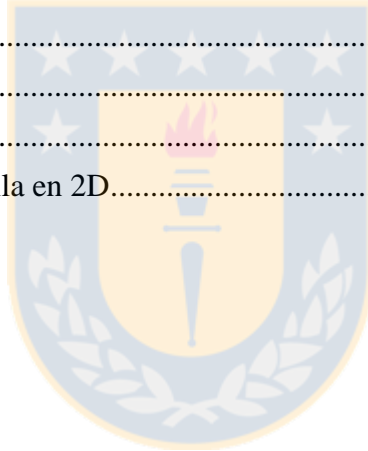
Se describe el modelo seleccionado y su extensión de 2D a 3D, mencionando cómo identificar los parámetros propios de este modelo, con tal de facilitar su eventual implementación para modelar distintos materiales, y se presenta la forma en que éste fue implementado en MATLAB. El modelo seleccionado es programado en MATLAB, y se obtienen algunos resultados que permiten verificar que funciona correctamente.

Como conclusión principal se tiene que es posible implementar en MATLAB un modelo viscoplástico en conjunto con un criterio de falla para el cálculo de materiales compuestos sometidos a altas velocidades de deformación, lo que permite verificar su funcionamiento en distintas condiciones y analizar la factibilidad y utilidad de su posterior implementación en un código de elementos finitos.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	ii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	v
ÍNDICE DE TABLAS	vii
NOMENCLATURA	viii
CAPÍTULO 1: Introducción	1
1.1. Estado del arte.....	1
1.1.1 Variables que influyen en el impacto.....	1
1.1.2. Efecto de la velocidad de deformación	6
1.1.3 Modelos constitutivos	9
1.1.4 Modelos de Falla.....	12
1.1.5 Conclusiones	14
1.2. Hipótesis.....	14
1.3. Objetivos	14
1.3.1 Objetivos generales	14
1.3.2 Objetivos específicos	14
CAPÍTULO 2: Modelo de Chen y Morozov	15
2.1 Descripción del modelo viscoplástico y su extensión a 3D	15
2.2 Descripción del modelo de falla.....	17
2.2.1 Criterio de Hashin	17
2.2.2 Criterio de Tao	18
2.2.3 Efecto de la velocidad de deformación	22
2.2.4 Modelo de daño.....	22
2.3 Identificación de parámetros	23
2.3.1 Parámetros elásticos	23
2.3.2 Parámetros del modelo viscoplástico	23
2.3.3 Parámetros del criterio de falla	26
2.4 Implementación numérica.....	26

CAPÍTULO 3: Implementación en MATLAB	28
3.1 Modelo en MATLAB.....	28
3.1.1 Condiciones iniciales	28
3.1.2 Predictor elástico.....	29
3.1.3 Corrector plástico.....	29
3.1.4 Falla del material.....	31
3.1.5 Actualización de los esfuerzos.....	31
3.1.6 Tensor de rigidez tangente	32
3.2 Validación del modelo	32
CAPÍTULO 4: Discusión de resultados.....	38
CAPÍTULO 5: Conclusiones y Perspectivas	40
5.1 Conclusiones	40
5.2 Perspectivas.....	41
REFERENCIAS.....	42
ANEXOS	46
Anexo A: Modelo de daño post falla en 2D.....	46



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Respuesta al impacto con masa a) grande y b) pequeña. [Olsson 2015].....	2
Figura 2. Zona de daño causada por un impacto de 10J en un compuesto de HTA/6376C carbon/epoxy. Números indican la profundidad de la delaminación. a) masa pequeña, b) masa grande. [Olsson 2000]	2
Figura 3. Cambio en el límite balístico y área de daño en función de la masa del impactador. Diámetro del impactador 10 mm, material laminado Kevlar/epoxy 9,5 mm de espesor. [Adaptado de Ansari y Chakrabarti 2016]	3
Figura 4. Cambio en el límite balístico y área de daño en función del diámetro del impactador. Masa del impactador 6,15 g, material laminado Kevlar/epoxy 9,5 mm de espesor. [Adaptado de Ansari y Chakrabarti 2016]	3
Figura 5. Variación de la deflección central, radio de daño y fuerza de contacto con la velocidad de impacto. Laminado de Kevlar/epoxy. Impactador cilíndrico de masa 6,15 g y diámetro 10mm. [Adaptado de Ansari y Chakrabarti 2016]	4
Figura 6. Falla producto de impacto a distintas velocidades. a) E-glass/phenolic, b) E-glass/epoxy. [Adaptado de Reddy et al. 2016]	5
Figura 7. Efecto en el límite balístico de a) espesor de la lámina para Kevlar/epoxy [Ansari y Chakrabarti 2016] y b) espesor del laminado para carbono/epoxy [Pasquali et al. 2015].....	6
Figura 8. Curvas esfuerzo-deformación para 3 materiales (A: Carbon-epoxy prepreg, plain weave, B: Carbon-epoxy prepreg, 2x2 twill, C: Carbon-BMI prepreg, 8 harness satin), a) en tracción y b) en corte. [Foroutan et al. 2013].....	7
Figura 9. Variación de la resistencia en compresión con respecto a la velocidad de deformación para un material compuesto (3D-ortogonal-woven-basalt/polyester). [Wan et al. 2016].....	8
Figura 10. Resistencia a la fractura en modo II (G_{IIc}) de compuesto IM7/8552 en función de velocidad de deformación de corte ($\dot{\gamma}$), para laminado reforzado (<i>Z-pinned</i>) y sin reforzar (<i>control</i>) [Adaptado de Yasae et al. 2017].....	8
Figura 11. Ángulo de fractura en función de la orientación del material ensayado, para distintas velocidades de deformación, para compuesto IM7/8552 [Thomson et al. 2017]	9
Figura 12. En fila superior carga en el plano y en fila inferior carga transversal. A la izquierda gráfico velocidad de deformación vs. Tiempo y a la derecha curvas esfuerzo vs. deformación, para laminado de fibra de vidrio S2 unidireccional $[\pm 45]_{16S}$. [Thiruppukuzhi y Sun 1998]	10
Figura 13. Curvas esfuerzo-deformación para compuesto $[\pm 45]_{3S}$ unidireccional de fibra de vidrio S2 (izquierda) y compuesto tejido de fibra de vidrio E a varias velocidades de deformación [Thiruppukuzhi y Sun 2001]	11
Figura 14. Curvas esfuerzo deformación para laminado unidireccional de fibra de vidrio S2 y resina epóxica 8552, con carga a 45° (izquierda) y a 60° (derecha), para caso cuasi estático ($10^{-4}/s$) y dinámico (700/s) [Chen y Morozov 2016].....	12
Figura 15. Envolturas de falla para compuesto de fibra de carbono y resina epóxica AS4/3501-6 bajo carga quasi-estática [Daniel et al. 2011].	13
Figura 16. Esfuerzos que actúan en el plano de fractura. [Tao et al. 2017].....	18
Figura 17. Modo de falla CDSF. [Tao et al. 2017]	18
Figura 18. Modo de falla SDSF. [Tao et al. 2017].....	20
Figura 19. Modo de falla TDTF. [Tao et al. 2017]	21

Figura 20. Esquema del ensayo de compresión [Tsai y Sun 2002].	23
Figura 21. Determinación de parámetro α para compuesto S2/8552 a una velocidad de deformación de 0,0001/s, a) curvas esfuerzo-deformación para distintas orientaciones, b) curvas colapsadas a una curva maestra con $a = 6,0$ [Tsai y Sun 2002].	24
Figura 22. Curva deformación plástica equivalente-tiempo para compuesto S2/8552 a una tasa de deformación de 0,0001/s [Tsai y Sun 2002].	25
Figura 23. Determinación de parámetros χ , m^* y n^* para compuesto S2/8552. a) curvas maestras con $a = 6,0$ para distintas velocidades de deformación, b) curva $\log(A) - \log(\dot{\epsilon}^p)$. [Tsai y Sun 2002].	25
Figura 24. Diagrama de flujo de la subrutina implementada en ABAQUS por [Chen y Morozov 2016].	27
Figura 25. Curvas esfuerzo-deformación en a) tracción en dirección de la fibra, b) tracción en dirección transversal a la fibra y c) tracción en corte 12, según [Chen et al. 2012] (arriba) y según programación en MATLAB (abajo) [Fuente: Elaboración propia].	33
Figura 26. Recuperación gráfica de módulos elásticos en dirección a) longitudinal, b) transversal y c) corte 12 [Fuente: Elaboración propia].	34
Figura 27. Esfuerzos de ruptura en tracción (arriba) y compresión (abajo) en la dirección a) longitudinal, b) transversal y c) corte 12 [Fuente: Elaboración propia].	34
Figura 28. Recuperación de parámetros en el plano 23. a) Módulo de corte. b) Esfuerzo de ruptura [Fuente: Elaboración propia].	35
Figura 29. Comparación de modelo de falla 2D, 3D y datos experimentales [Fuente: Elaboración propia].	36
Figura 30. Envolturas de falla del compuesto IM7/8552 en distintos planos. a) $\sigma_1 - \sigma_6$, b) $\sigma_1 - \sigma_2$, c) $\sigma_1 - \sigma_4$, d) $\sigma_6 - \sigma_5$, e) $\sigma_6 - \sigma_4$, f) $\sigma_2 - \sigma_6$, g) $\sigma_2 - \sigma_4$, para el presente modelo (en azul) y para el de Camanho (en rojo) [Camanho et al. 2015].	37
Figura 31. Esfuerzos de ruptura de S2/8552 en función de la tasa de deformación. Círculos indican datos experimentales y líneas el modelo empírico [Tao et al. 2013].	38
Figura 32. Curvas esfuerzo-deformación para S2/8557 a varias velocidades de deformación en a) tracción transversal, b) corte 12 y c) corte 23 [Fuente: Elaboración propia].	39
Figura 33. Comparación de evolución del daño antes y después de la falla [Tan y Falzon 2016].	41
Figura A.1. Curvas esfuerzo-deformación de laminado unidireccional S2/8552 en ensayos cuasi estáticos de tracción a) longitudinal, b) transversal y c) corte [Fuente: Elaboración propia].	48
Figura A.2. Comparación de curvas esfuerzo-deformación en compresión para probeta a 45° [Fuente: Elaboración propia].	49

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Propiedades elásticas de S2/8552 [Chen y Morozov 2016], [Camanho et al. 2015].....	32
Tabla 2. Resistencias a la fractura de S2/8552 [Chen y Morozov 2016].....	32
Tabla 3. Parámetros del modelo viscoplástico para S2/8552 [Chen y Morozov 2016].....	32
Tabla 4. Parámetros del modelo de falla de S2/8552 [Chen y Morozov 2016].....	32
Tabla 5. Resistencias a la fractura de IM7/8552 [Camanho et al. 2015], [Tao et al. 2017]	35
Tabla 6. Parámetros del modelo de falla de IM7/8552 [Tao et al. 2017]	35
Tabla 7. Resistencias a la fractura de IM7/8552 [Camanho et al. 2015]	36



NOMENCLATURA

a	: Parámetro de ortotropía
a_{2s}, c_{2s}, b_{1s}	: Parámetros del criterio de falla Tao3D en el modo SDSF
A, A_x, m, m_x	: Parámetros del criterio de falla Tao3D, para ajuste a tasa de deformación
$a_{2t}, b_{1t}, b_{2t}, c_{2t}$: Parámetros del criterio de falla Tao3D en el modo TDTF
C	: Matriz de elasticidad
d	: Variable de daño
E	: Módulo elástico
f_i	: Funciones a resolver con el método de Newton Raphson ($i = 1, 2, \dots, 15$)
f_I	: Funciones de para encontrar el ángulo del plano de fractura
F	: Función de fluencia
G	: Módulo de corte
h	: Factor de corrección por orientación de la fibra
J	: Jacobiano
m^*, n^*, χ	: Parámetros del modelo de Chen y Morozov, para la viscoplasticidad
n	: Número de paso de tiempo
s	: Resistencia, esfuerzos de ruptura
S	: Matriz de Rigidez
t	: Tiempo
TOL	: Tolerancia
x_i	: Variables obtenidas con el Método de Newton Raphson
α	: Ángulo del plano de fractura
α_0	: Ángulo del plano de fractura para tracción transversal
$\partial_a b$: Derivada de b con respecto a a
Δ	: Diferencia
ε	: Deformación
θ	: Ángulo de orientación de la fibra
λ	: Factor de proporcionalidad
μ	: Coeficiente de roce
ν	: Módulo de Poisson

σ	: Esfuerzo
τ	: Esfuerzo de corte
ϕ_I	: Funciones de carga

Subíndices y superíndices

$\bar{\#}$: Valor efectivo
$\tilde{\#}$: Valor equivalente
$\dot{\#}$: Derivada con respecto al tiempo
c	: Compresión
CDSF	: Falla por corte dominada por compresión
d	: Dinámico
e	: Parte elástica
FC	: Compresión en la dirección de la fibra
FT	: Tracción en la dirección de la fibra
ij	: Componentes tensoriales $i, j = \{1,2,3\}$
k	: Número de iteración
I	: Modo de falla $I = \{FT, FC, TDTF, CDSF, SDSF\}$
$n, n + 1$: Paso de tiempo
n, nt, nl	: Componentes de esfuerzo actuando en el plano de falla
p	: Parte plástica o viscoplástica
SDSF	: Falla por corte dominada por corte
t	: Tracción
TDTF	: Falla por tracción dominada por tracción
$trial$: Valor de prueba
0	: Valor inicial
1,2,3,4,5,6	: Componentes vectoriales 1: longitudinal (11), 2: transversal (22), 3: transversal (33), 4: corte transversal (23), 5: corte longitudinal (13), 6: corte longitudinal (12)

NOTA: Variables en negrita indican magnitudes tensoriales.

CAPÍTULO 1

Introducción

Hoy en día los materiales compuestos fabricados en base a un polímero reforzado con fibras (FRP, por sus siglas en inglés) son ampliamente utilizados en piezas de automóviles y aeronaves por su bajo peso y alta resistencia. El uso de materiales más ligeros aporta beneficios como el ahorro de combustible [Cole y Sherman 1995].

El uso de estos materiales en vehículos que se mueven a gran velocidad, o en piezas de maquinarias que están en movimiento, hace necesario conocer su comportamiento frente a cargas dinámicas o impactos.

El comportamiento de los materiales compuestos frente a cargas de impacto depende de muchos factores que deben ser considerados al realizar una modelación numérica. Varios de estos factores hacen relación a las condiciones en que se produce el impacto (tamaños, masas, formas, velocidades, etc.) y que se pueden ingresar fácilmente en un modelo, mientras que otro factor, que es sobre el que trata este trabajo, hace relación a una característica propia de este tipo de materiales, que presentan un comportamiento distinto a diferentes velocidades de deformación, y que para ser considerado, la herramienta utilizada para modelar, generalmente un programa de elementos finitos, debe incluir modelos constitutivos que describan este comportamiento.

1.1. Estado del arte

A continuación, se muestra cómo afecta la respuesta al impacto de un material compuesto algunos de los factores involucrados en este proceso, y posteriormente se analiza el efecto que tiene la tasa de deformación sobre la respuesta mecánica de estos materiales.

1.1.1 Variables que influyen en el impacto

1.1.1.1 Masa del impactador

Según un estudio [Olsson 2015], la respuesta al impacto de un material compuesto depende en parte de la masa del objeto que lo impacta. Masas pequeñas tienen un tiempo de contacto menor que masas grandes, motivo por el cual los impactos con masas pequeñas presentan una respuesta dinámica local gobernada por ondas transientes, mientras que un impacto con una masa grande tiene una respuesta cuasi-estática, donde el laminado se deflecta como con una carga estática. Esto se representa esquemáticamente en la Figura 1.

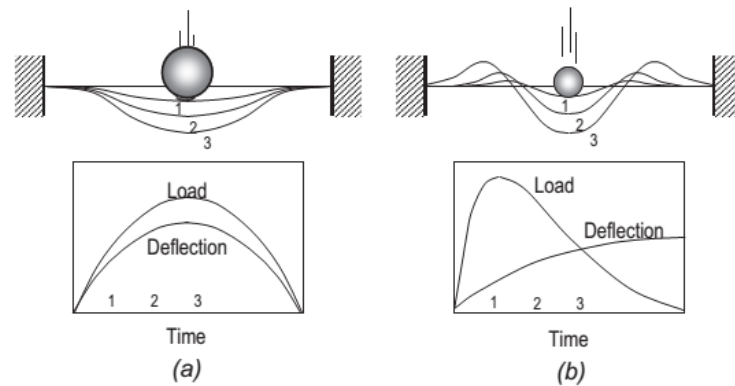


Figura 1. Respuesta al impacto con masa a) grande y b) pequeña. [Olsson 2015]

Si se compara el efecto de un impacto con una masa pequeña y una grande, para un mismo nivel de energía (masa grande y velocidad baja o masa pequeña y velocidad alta), se obtiene que una masa pequeña causa más daño que una masa grande al impactar un material compuesto. A modo de ejemplo, en la Figura 2 se muestran los resultados de otro estudio [Olsson 2000], en donde se aprecia la zona dañada de un compuesto de fibra de carbono y resina epóxica al ser impactado por una masa pequeña y otra grande con un mismo nivel de energía.

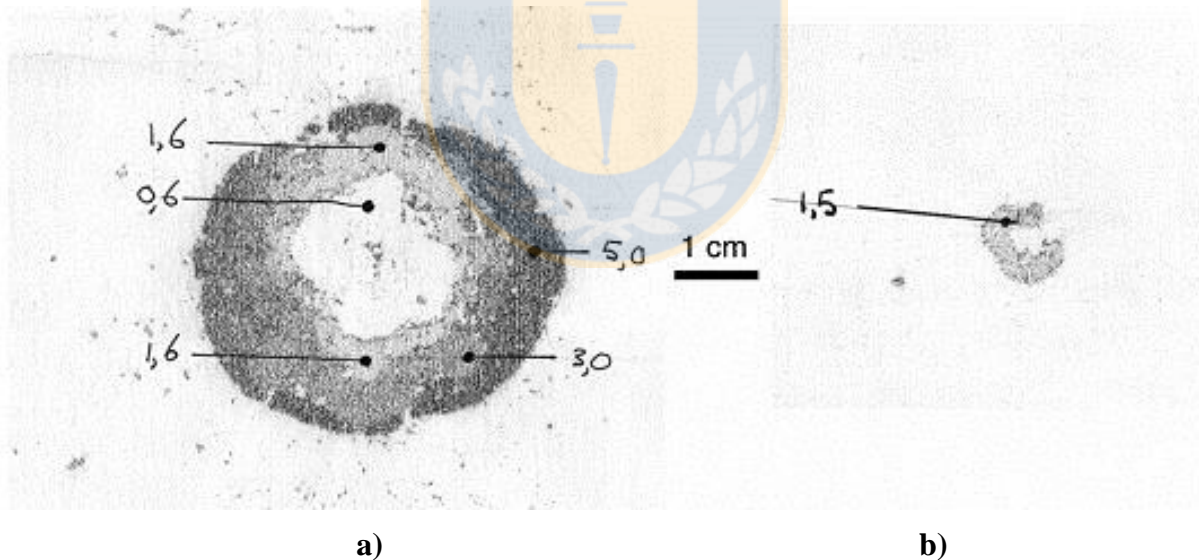


Figura 2. Zona de daño causada por un impacto de 10J en un compuesto de HTA/6376C carbon/epoxy. Números indican la profundidad de la delaminación. a) masa pequeña, b) masa grande. [Olsson 2000]

La masa del impactador también afecta el límite balístico [Ansari y Chakrabarti 2016], es decir, la velocidad a la que el impacto produce penetración en el material. A medida que la masa aumenta, el límite balístico disminuye. Esto, junto a la variación del área dañada puede observarse en la Figura 3, para un compuesto de Kevlar y resina epóxica.

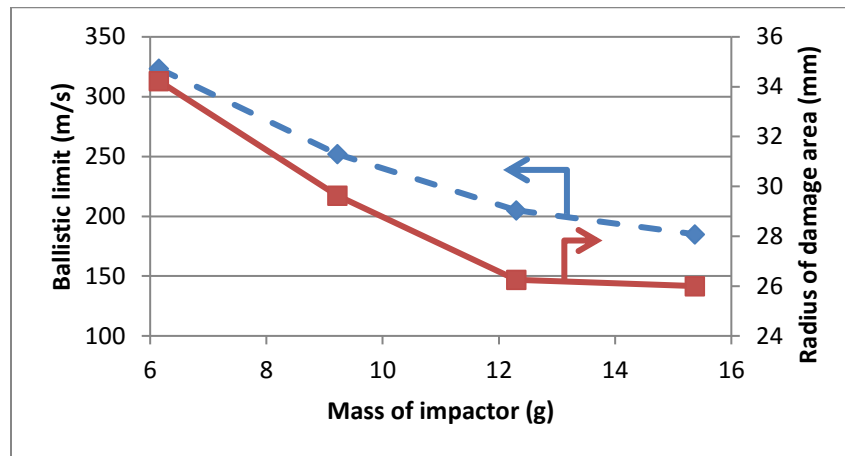


Figura 3. Cambio en el límite balístico y área de daño en función de la masa del impactador. Diámetro del impactador 10 mm, material laminado Kevlar/epoxy 9,5 mm de espesor. [Adaptado de Ansari y Chakrabarti 2016]

1.1.1.2 Tamaño del impactador

El tamaño del impactador también afecta el comportamiento de los materiales compuestos frente al impacto [Ansari y Chakrabarti 2016]. Se tiene que para una masa del impactador dada, el diámetro de éste es directamente proporcional al límite balístico, así como también al área de daño. La facilidad de penetración del material compuesto por el impactador depende en mayor medida del diámetro del impactador que de su masa. Esto puede observarse en la Figura 4 para un compuesto de Kevlar y resina epóxica.

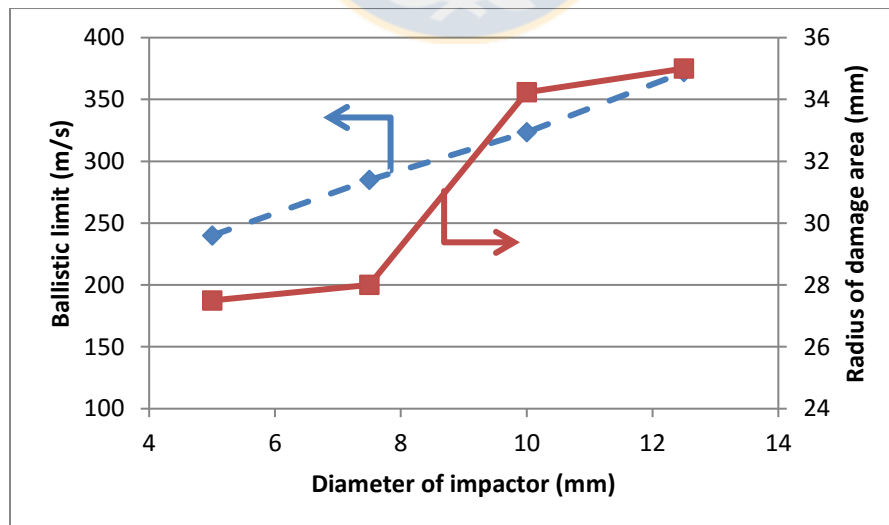


Figura 4. Cambio en el límite balístico y área de daño en función del diámetro del impactador. Masa del impactador 6,15 g, material laminado Kevlar/epoxy 9,5 mm de espesor. [Adaptado de Ansari y Chakrabarti 2016]

1.1.1.3 Velocidad de impacto

La velocidad de impacto, junto con la masa del impactador, determina la energía cinética del impacto. Por esto no es de extrañar que los efectos de un impacto a baja velocidad sean distintos a los de uno a alta velocidad, si se mantienen iguales otras condiciones.

Se ha demostrado experimentalmente [Ansari y Chakrabarti 2016] que para un mismo impactador (igual masa e iguales dimensiones) que la velocidad es directamente proporcional a la deflexión central de la placa impactada hasta alcanzar el límite balístico, momento en que la proporción se hace inversa. La delaminación de la placa comienza en la mitad del espesor y se propaga hacia la cara posterior. La delaminación en la cara posterior comienza a aumentar a medida que el impactador penetra en la placa. La forma de la zona dañada en la parte posterior es irregular para velocidades bajo el límite balístico, pero se vuelve más regular y circular cerca y sobre el límite balístico. El radio de la zona delaminada en la cara posterior aumenta a medida que se incrementa la velocidad hasta llegar al límite balístico. Si la velocidad aumenta sobre ese valor, el radio se comienza a hacer más pequeño, debido a la disminución del tiempo de penetración. La fuerza de contacto incrementa continuamente a medida que se aumenta la velocidad. Todo esto se grafica en la Figura 5 para un compuesto de Kevlar y resina epóxica.

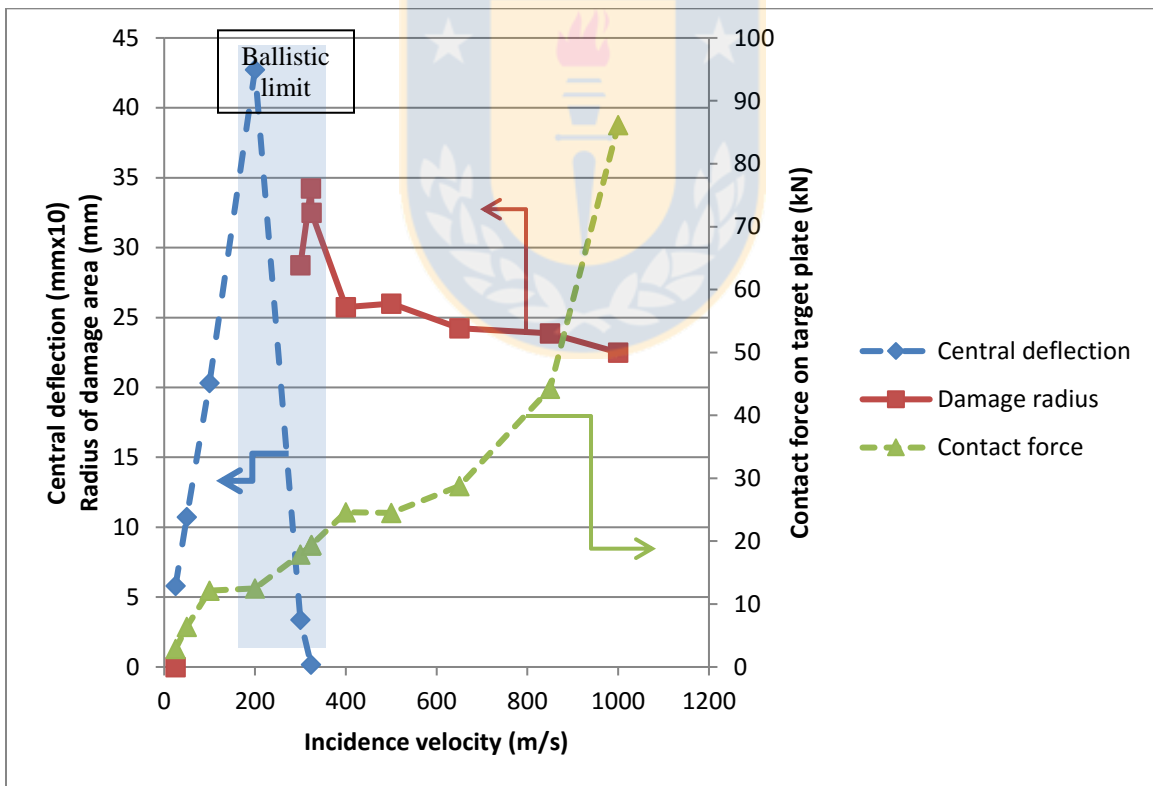


Figura 5. Variación de la deflexión central, radio de daño y fuerza de contacto con la velocidad de impacto. Laminado de Kevlar/epoxy. Impactador cilíndrico de masa 6,15 g y diámetro 10mm.

[Adaptado de Ansari y Chakrabarti 2016]

La Figura 6 muestra los resultados de un estudio [Reddy et al. 2016] en el que se impactó placas de fibra de vidrio/fenólica y fibra de vidrio/epóxica a distintas velocidades por sobre el límite balístico, y se aprecia la disminución de la delaminación y un aumento en la cantidad de fibras sacadas de lugar. Sin embargo, el rango de velocidades usado no es tan amplio como pudiera esperarse, ya que según otro estudio [Thiruppukuzhi y Sun 1998], se encontró que se necesita que la diferencia en la velocidad de deformación sea de al menos un orden de magnitud para notar diferencias significativas. Además, si se observa la Figura 5, se ve que en el rango de 500 a 700 m/s la diferencia en área de daño no es muy pronunciada.

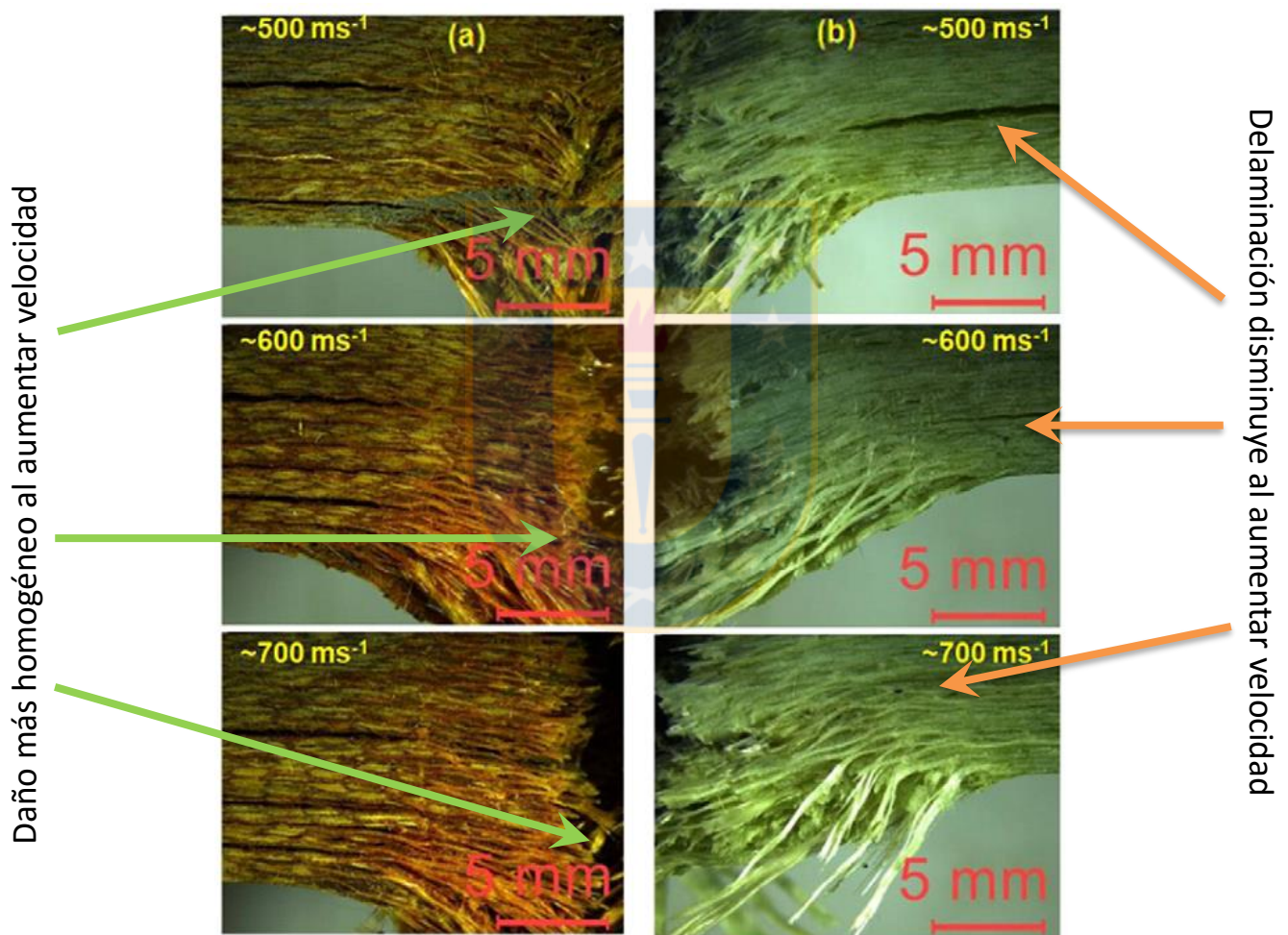


Figura 6. Falla producto de impacto a distintas velocidades. a) E-glass/phenolic, b) E-glass/epoxy. [Adaptado de Reddy et al. 2016]

1.1.1.4. Espesor de la lámina y el laminado

A mayor espesor de la lámina el límite balístico del material aumenta [Ansari y Chakrabarti 2016], como puede observarse en la Figura 7.a, para un compuesto de Kevlar/epoxy. Lo mismo ocurre al aumentar el espesor del laminado [Pasquali et al. 2015], como se muestra en la Figura 7.b para un compuesto de fibra de carbono/epoxy en formato *plain weave*. El efecto del espesor de la lámina es poco notorio, mientras que el del espesor del laminado es más significativo.

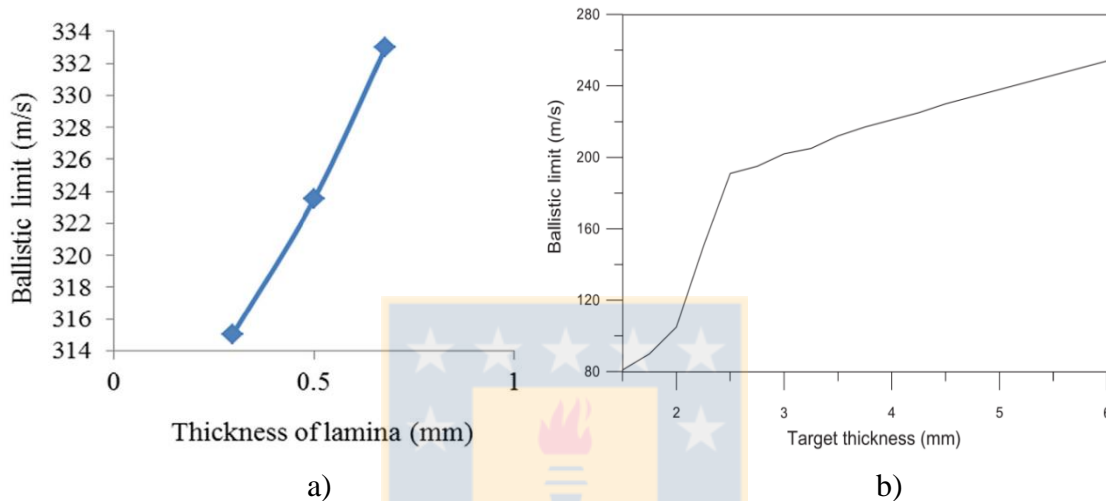


Figura 7. Efecto en el límite balístico de a) espesor de la lámina para Kevlar/epoxy [Ansari y Chakrabarti 2016] y b) espesor del laminado para carbono/epoxy [Pasquali et al. 2015].

1.1.2. Efecto de la velocidad de deformación

Los factores anteriormente mencionados influyen en la velocidad en que el material se deforma. Al someter materiales compuestos a cargas a distintas velocidades de deformación su comportamiento es distinto para cada una de ellas. El efecto que la velocidad de deformación tiene sobre los materiales compuestos puede sintetizarse a grandes rasgos como en que a medida que aumenta la velocidad de deformación, existe menos tiempo para que se desarrolle daño en el material, por lo tanto, la cantidad de daño acumulado a un nivel de deformación dado disminuye y el material puede soportar mayores cargas [Foroutan et al. 2013]. Esto se relaciona con los tiempos de relajación de los polímeros que forman la matriz y la interfaz fibra-matriz, y depende de la movilidad de las cadenas moleculares de la matriz y de la interfaz [Shirinbayan et al. 2017]. Esto hace que el comportamiento general del material sea más rígido, y que tenga una mayor resistencia.

El comportamiento dependiente de la velocidad de deformación está dominado por la matriz, que tiene un comportamiento dúctil, mientras que no depende de la fibra, que en la mayoría de los casos tiene un comportamiento frágil [Hufenbach et al. 2013]. Esto implica que estos efectos son más notorios en las direcciones en que predomina la matriz.

Este comportamiento ha sido identificado para una gran variedad de materiales en diferentes condiciones de carga. A modo de ejemplo, en un estudio [Foroutan et al. 2013] se realizaron ensayos de tracción y corte a distintas velocidades de deformación para tres materiales. El primero es fibra de carbono y resina epóxica en formato prepreg y plain weave, el segundo es igual al anterior, pero el tejido es 2x2 twill, y el tercero es fibra de carbono y resina BPI, en formato prepreg, 8 harness satin, y sus curvas esfuerzo-deformación se presentan en la Figura 8, en donde se compara un ensayo cuasi estático con uno dinámico (a alta velocidad de deformación) en el que se observa claramente el aumento de rigidez y resistencia para todos los materiales.

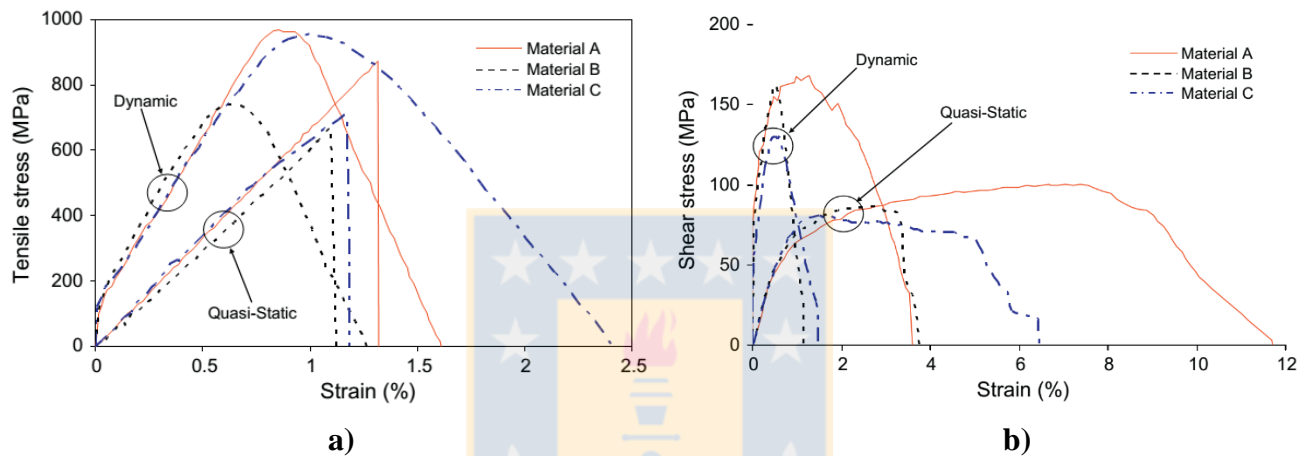


Figura 8. Curvas esfuerzo-deformación para 3 materiales (A: Carbon-epoxy prepreg, plain weave, B: Carbon-epoxy prepreg, 2x2 twill, C: Carbon-BMI prepreg, 8 harness satin), a) en tracción y b) en corte. [Foroutan et al. 2013]

El aumento de la resistencia en corte fue cercano al 75%, ya que en esta dirección tiene gran preponderancia la matriz (dúctil), mientras que en tracción en la dirección de la fibra (rígida) el aumento de resistencia fue de aproximadamente un 40%, lo que se explica porque los tres materiales están hechos con fibras tejidas, por lo que en la dirección de la fibra también actúa la matriz, a diferencia de lo que ocurriría en un compuesto unidireccional, en donde el aumento sería nulo [Thiruppukuzhi y Sun 2001].

En otro estudio [Wan et al 2016], el efecto de la velocidad de deformación es el mismo en compresión dentro y fuera del plano, como puede verse en la Figura 9, donde se observa la variación de la resistencia con respecto a la velocidad de deformación para un material compuesto con fibra de basalto y resina de poliéster en configuración 3D-ortogonal-woven.

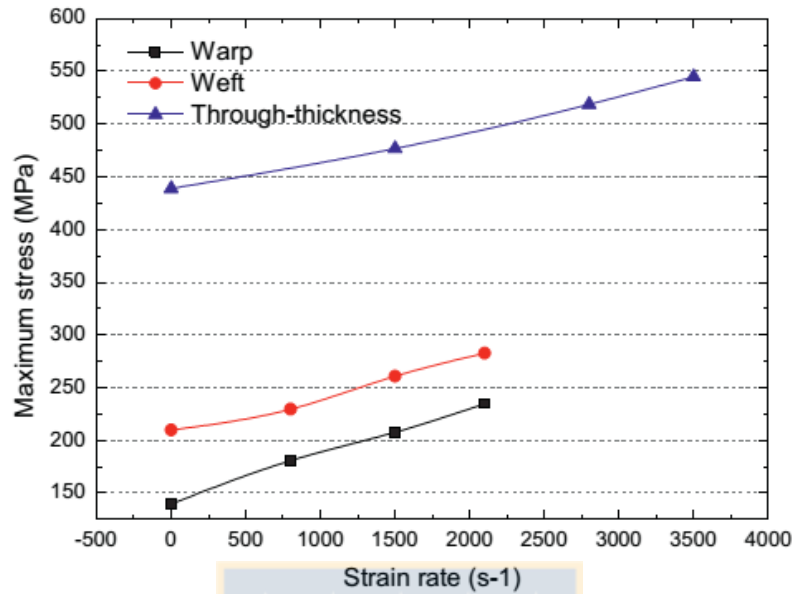


Figura 9. Variación de la resistencia en compresión con respecto a la velocidad de deformación para un material compuesto (3D-ortogonal-woven-basalt/polyester). [Wan et al. 2016]

La velocidad de deformación también tiene un efecto sobre la resistencia a la fractura en modo II (G_{IIc}), relacionada con la delaminación en materiales compuestos. Se ha demostrado [Yasaee et al. 2017] que un aumento en la velocidad de deformación produce un aumento en G_{IIc} , como se muestra en la Figura 10, para un compuesto de fibra de carbono IM7 y resina epóxica 8552, siendo este efecto muy significativo en laminados del tipo *prepreg* reforzados con *Z-pin*, y poco notorio para laminados no reforzados.

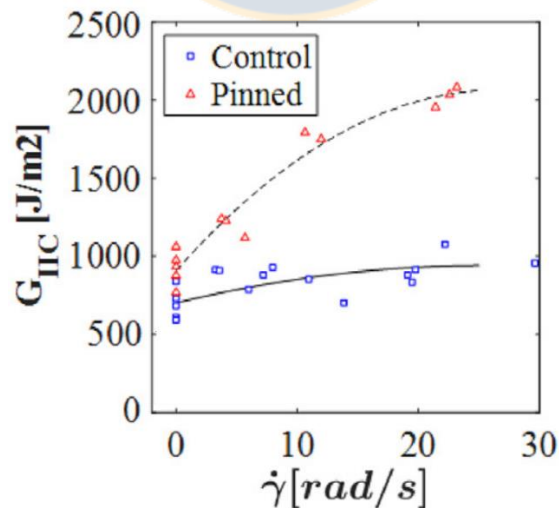


Figura 10. Resistencia a la fractura en modo II (G_{IIc}) de compuesto IM7/8552 en función de velocidad de deformación de corte ($\dot{\gamma}$), para laminado reforzado (*Z-pinned*) y sin reforzar (*control*) [Adaptado de Yasaee et al. 2017].

Además, el ángulo de fractura de un material compuesto también se ve influenciado por la tasa de deformación. Un modelo de falla que incluye este efecto logra mejores predicciones que uno que no lo hace [Thomson et al. 2017]. En la Figura 11 se observa el ángulo de fractura en función de la orientación del material ensayado para el compuesto IM7/8552, para distintas velocidades de deformación.

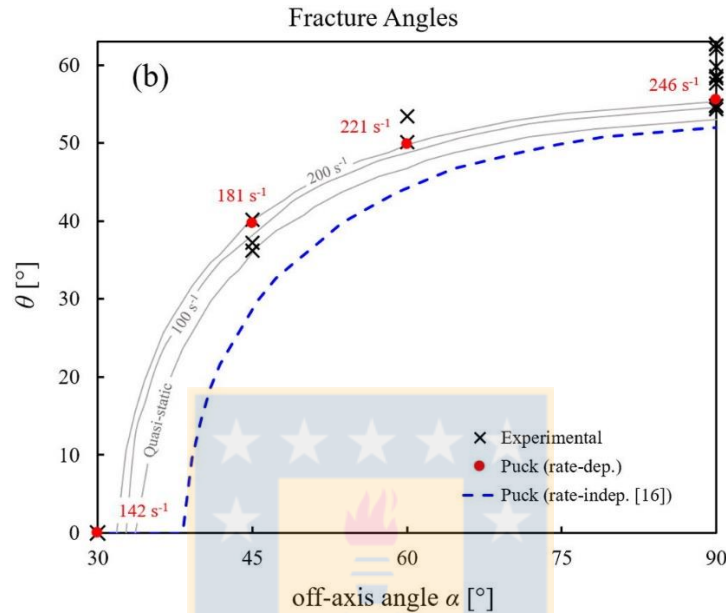


Figura 11. Ángulo de fractura en función de la orientación del material ensayado, para distintas velocidades de deformación, para compuesto IM7/8552 [Thomson et al. 2017]

1.1.3 Modelos constitutivos

La mayoría de los modelos constitutivos que consideran el comportamiento plástico de un material, sea este FRP o no, y que incluyan o no los efectos viscosos, consideran una descomposición aditiva de la deformación total en su parte elástica y su parte plástica, como se presenta en la Ecuación 1.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1)$$

La relación esfuerzo-deformación elástica ($\boldsymbol{\varepsilon}^e$) puede modelarse como lineal, usando la ley de Hooke [Al-Haik 2004], o incluir efectos viscosos (Modelos de Kelvin, Maxwell, Zener, etc.).

Para la parte plástica ($\boldsymbol{\varepsilon}^p$), varios modelos describen el comportamiento no lineal de los materiales mediante una ley de potencia como la mostrada en la Ecuación 2, donde se relaciona la deformación plástica equivalente ($\tilde{\varepsilon}^p$) con un esfuerzo equivalente ($\tilde{\sigma}$).

$$\tilde{\varepsilon}^p = A\tilde{\sigma}^n \quad (2)$$

Los modelos constitutivos que existen actualmente para materiales compuestos sometidos a impacto o a altas velocidades de deformación incluyen algún parámetro o ecuación que describa el efecto de la velocidad de deformación en su comportamiento mecánico.

A continuación, se presentan algunos de estos modelos, mencionando la forma en que incluyen los efectos viscoplásticos, es decir, cómo logran predecir el comportamiento a distintas velocidades de deformación.

1.1.3.1 Thiruppukuzhi y Sun, 1998

Thiruppukuzhi y Sun propusieron un modelo [Thiruppukuzhi y Sun 1998] en el que se asume una función de potencial plástico 3D, sin considerar plasticidad en la dirección de la fibra, y asume que el material es transversalmente isotrópico (orientación unidireccional de fibras).

El modelo viscoplástico en sí es el de Perzyna, el cual es una extensión de la Ecuación 2, donde el parámetro A es ahora dependiente de la velocidad de deformación, y tiene tres parámetros que pueden determinarse a velocidades de deformación bajas y para un caso de esfuerzo plano.

Este modelo fue ingresado en ABAQUS y se realizaron modelaciones para un laminado de fibra de vidrio S2 unidireccional $[\pm 45]_{16S}$, y se encontró que si bien en un impacto real la velocidad de deformación no es constante, para una simulación basta con estimar su orden de magnitud para obtener buenos resultados. Se observa también que las predicciones son mejores en el plano que en la dirección transversal. Todo esto se muestra en la Figura 12.

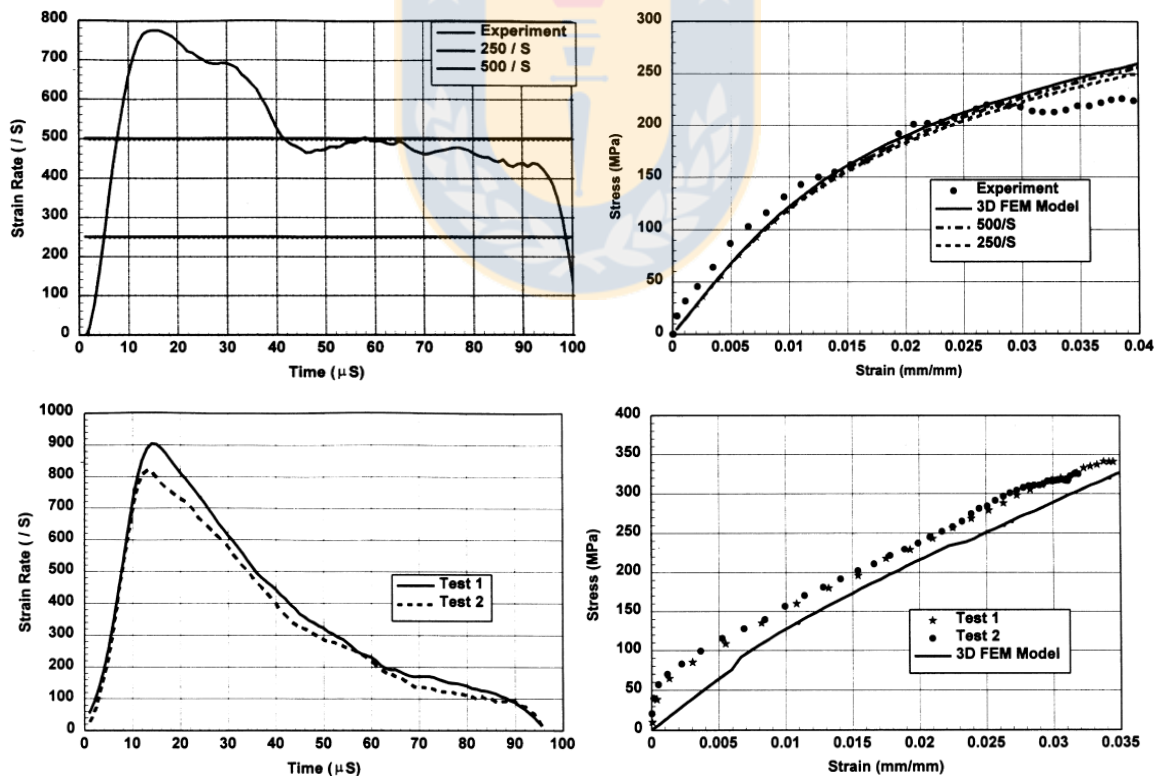


Figura 12. En fila superior carga en el plano y en fila inferior carga transversal. A la izquierda gráfico velocidad de deformación vs. Tiempo y a la derecha curvas esfuerzo vs. deformación, para laminado de fibra de vidrio S2 unidireccional $[\pm 45]_{16S}$. [Thiruppukuzhi y Sun 1998]

1.1.3.2 Thiruppukuzhi y Sun, 2001

Nuevamente Thiruppukuzhi y Sun propusieron otro modelo [Thiruppukuzhi y Sun 2001], que es una simplificación del anterior para el caso de esfuerzo en el plano, pero incluyendo ahora las ecuaciones para cuando la carga no se aplica en los ejes de ortotropía, para compuestos uni y bidireccionales, además de presentar modelos de falla para ambos tipos de láminas.

Para compuestos unidireccionales, el modelo es igual al anterior, pero por tratarse de esfuerzo plano ya no hay dependencia de las componentes de esfuerzo o deformación en la dirección principal 3.

Para el caso de compuestos con láminas de tejidos bidireccionales, el potencial plástico se describe usando un juego de parámetros para deformaciones bajas y otro para deformaciones mayores.

En la Figura 13 se muestran las predicciones realizadas por este modelo, donde se usó un compuesto $[\pm 45]_{3S}$ unidireccional de fibra de vidrio S2 y compuesto tejido de fibra de vidrio E. Se observa que se obtienen buenos resultados para compuestos unidireccionales hasta una deformación de alrededor de 10^{-2} , pero para compuestos bidireccionales las predicciones son menos precisas.

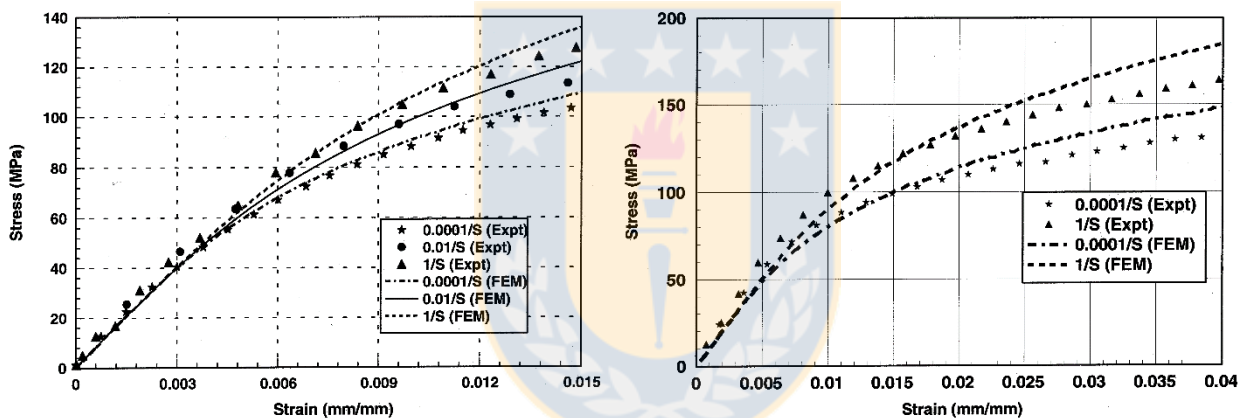


Figura 13. Curvas esfuerzo-deformación para compuesto $[\pm 45]_{3S}$ unidireccional de fibra de vidrio S2 (izquierda) y compuesto tejido de fibra de vidrio E a varias velocidades de deformación [Thiruppukuzhi y Sun 2001]

1.1.3.3 Chen y Morozov, 2016

Este modelo [Chen y Morozov 2016] para compuestos unidireccionales se basa en los anteriores, incorporando además el daño, y haciendo también que los parámetros de resistencia del material dependan de la velocidad de deformación.

La función de fluencia en este modelo depende de la deformación plástica equivalente y de su tasa, además incorpora un criterio de iniciación de daño en la forma del criterio de falla de Hashin.

Por la naturaleza de la fibra, su resistencia en tracción en la dirección longitudinal no depende de la velocidad de deformación, pero para las otras direcciones sí existe una dependencia, que se encuentra incorporada en el modelo mediante un parámetro de material.

Con este modelo se obtienen buenas predicciones de las curvas esfuerzo-deformación y de la falla tanto con cargas cuasi-estáticas como con cargas a altas velocidades de deformación para un laminado unidireccional de fibra de vidrio S2 y resina epóxica 8552, como puede observarse en la Figura 14.

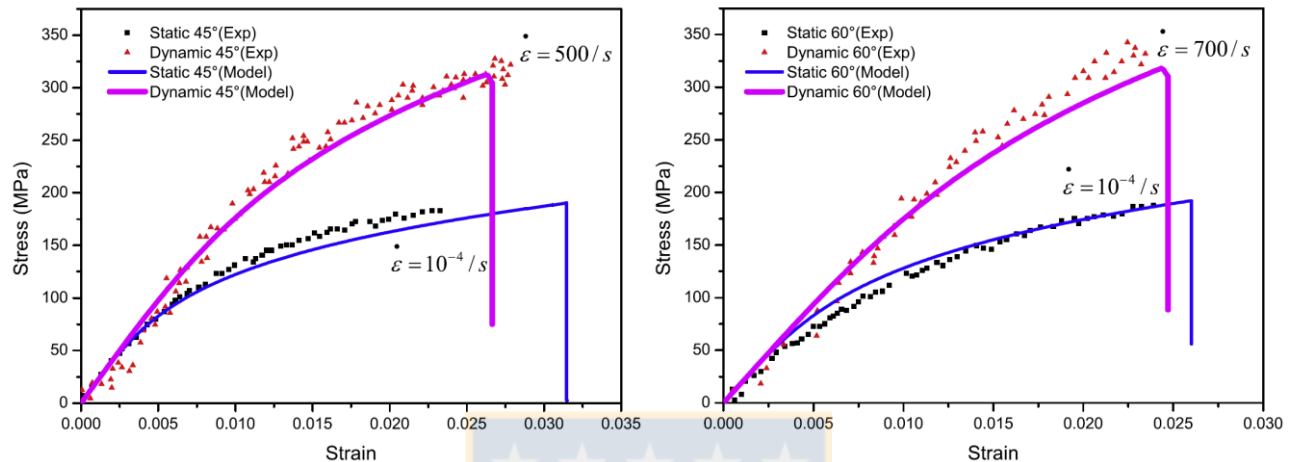


Figura 14. Curvas esfuerzo deformación para laminado unidireccional de fibra de vidrio S2 y resina epóxica 8552, con carga a 45° (izquierda) y a 60° (derecha), para caso cuasi estático ($10^{-4}/s$) y dinámico (700/s) [Chen y Morozov 2016].

1.1.4 Modelos de Falla

Existen varios modelos que describen la falla de materiales compuestos. Dentro de este trabajo se analizan algunos de ellos, del tipo de modos separados de falla, es decir, que consideran distintos mecanismos de falla en un material compuesto.

1.1.4.1 Hashin, 1980

Hashin propuso un modelo en el que existen dos mecanismos de falla: quiebre de la fibra y quiebre de la matriz [Hashin 1980]. En ambos casos las ecuaciones son distintas dependiendo si se trata de tracción o compresión. Sin embargo, este modelo carece de la capacidad de predecir el aumento de la resistencia al corte en el plano en presencia de compresión en la dirección transversal [Tao et al. 2017].

1.1.4.2 Sun et al., 1996

Otro modelo [Sun et al. 1996], corrige la falencia que presenta el modelo de Hashin, en donde la resistencia al corte en el plano aumenta al estar presente un esfuerzo de compresión en la dirección transversal, introduciendo un parámetro que representa un coeficiente de roce. Sin embargo no se presenta la forma de obtener dicho coeficiente, sino que se emplea un número que haga que los resultados se acerquen lo más posible a los datos experimentales.

1.1.4.3 Puck y Schürmann, 1998

Más adelante se propuso otro modelo [Puck y Schürmann 1998], en donde se desarrolla en más detalle el modo de falla por quiebre de la matriz propuesto por Hashin, dividiéndose éste ya no solo en el caso de tracción y compresión, sino que introduciendo además un caso dominado por corte.

1.1.4.4 Daniel, Werner y Fenner, 2011

Este modelo [Daniel et al. 2011] (llamado *NU Theory*), también separa la falla de la matriz en tres tipos: dominada por compresión, dominada por corte y dominada por tensión. Con este método se logra mejores predicciones que los modelos clásicos, y se predice con buena precisión la envoltura de falla a distintas velocidades de deformación. Sin embargo, presenta la dificultad de que su definición no es continua cuando $\sigma_2 = 0$, por lo que se requiere introducir una condición entre los módulos elásticos y esfuerzos de ruptura que no siempre se cumple en la realidad.

En la Figura 15 se muestra una comparación de las superficies de falla de este modelo junto con otros, entre los cuales se encuentran en de Hashin y el de Sun, para un compuesto de fibra de carbono y resina epóxica AS4/3501-6 bajo carga quasi-estática, notándose una predicción más cercana con el modelo *NU Theory*.

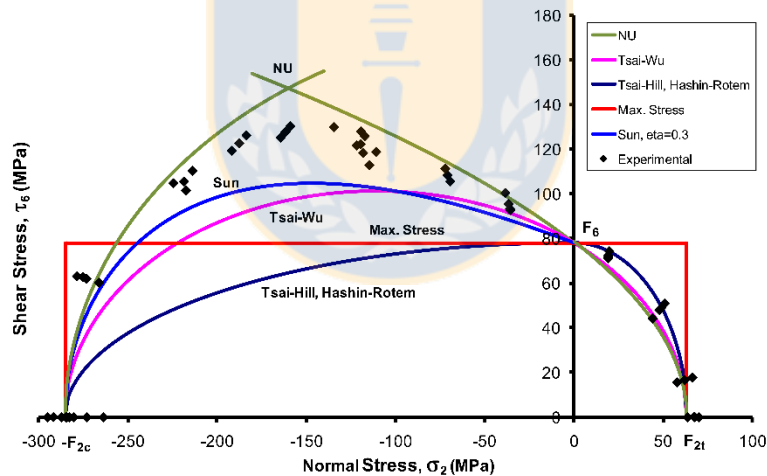


Figura 15. Envolturas de falla para compuesto de fibra de carbono y resina epóxica AS4/3501-6 bajo carga quasi-estática [Daniel et al. 2011].

1.1.4.5. Tao et al., 2017

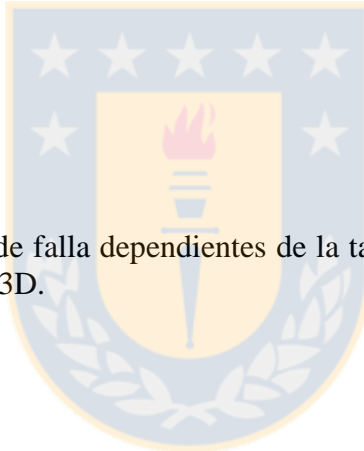
Recientemente se publicó otro modelo [Tao et al. 2017], que incluye los modos de falla en la matriz por tracción, compresión y corte, considera el aumento de la resistencia al corte en el plano por la presencia de esfuerzos de compresión en la dirección transversal, e introduce la dependencia del comportamiento a la falla en función de la tasa de deformación.

1.1.5 Conclusiones

Entre los modelos constitutivos analizados, se selecciona para ser programado el de Chen y Morozov, por ser capaz de predecir el comportamiento plástico del material, considerando los efectos de la velocidad de deformación (viscoplasticidad). Además, como este modelo fue desarrollado a partir de los de Thiruppukuzhi y Sun, es lógico utilizar la versión más reciente, que incorpora la dependencia de la velocidad de deformación en los parámetros de falla. Cabe notar que el modelo seleccionado sólo permite el cálculo de compuestos con láminas unidireccionales, y para un caso de esfuerzo plano, y donde no sean relevantes las deformaciones en la dirección perpendicular al plano. Para el presente trabajo se omite el comportamiento del material posterior a la falla, es decir, no se incluye el modelo de daño.

Otra cosa a tener en consideración es que el modelo de Chen y Morozov utiliza el criterio de falla de Hashin, pero transformado para considerar el efecto de la velocidad de deformación. Como se mostró, existen modelos de que describen de mejor manera la falla de un material compuesto unidireccional que el de Hashin. Por lo tanto, se selecciona de entre los analizados el modelo de Tao [Tao et al. 2017].

Ambos modelos elegidos están definidos para un caso de cargas en el plano (2D), por lo que deben ser extendidos al caso más general (3D).



1.2 Hipótesis

- Los modelos constitutivos y de falla dependientes de la tasa de deformación existentes para un caso 2D pueden extenderse a 3D.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos generales

Proponer un modelo constitutivo y de falla que considere el efecto de la velocidad de deformación en materiales compuestos para mejorar la predicción de su comportamiento frente a cargas de impacto.

1.3.2 Objetivos específicos

- Extender el modelo constitutivo y el criterio de falla seleccionados a un caso 3D.
- Programar en MATLAB estos modelos, tanto en 2D como en 3D.
- Validar el modelo 2D con datos experimentales obtenidos de la literatura.
- Obtener resultados convergentes usando el modelo 3D.

CAPÍTULO 2

Modelo de Chen y Morozov

Los programas de elementos finitos por lo general no cuentan con modelos viscoplásticos tan completos como pudiera desearse para estudiar los efectos de la tasa de deformación en materiales compuestos. A modo de ejemplo, en la Universidad de Concepción se cuenta con el programa SAMCEF, que tiene el modelo viscoplástico de Lemaître y Chaboche, desarrollado para poder modelar el comportamiento viscoplástico de metales a altas temperaturas, pero que no es del todo adecuado para materiales compuestos.

Es por esto que si se desea utilizar un modelo más completo como los descritos en el capítulo anterior, éste debe ser programado e ingresado a un código de elementos finitos que lo permita, como SAMCEF, Metafor o ABAQUS, definiendo un material de usuario.

2.1 Descripción del modelo viscoplástico y su extensión a 3D

En base al capítulo anterior se selecciona el modelo de Chen y Morozov para ser programado en MATLAB, ya que este modelo incluye comportamiento plástico dependiente de la tasa de deformación. Además, este modelo incluye un modelo de daño progresivo post falla, pero en el presente trabajo éste no es considerado, quedando pendiente de ser implementado a futuro. Sin embargo, el modelo de daño 2D fue programado previamente en MATLAB, como se muestra en el Anexo A.

Este modelo asume una descomposición aditiva del tensor deformación en sus partes elástica y plástica, como se muestra en la Ecuación 3.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (3)$$

Se define también un esfuerzo equivalente, tal que la deformación asociada a un estado de daño bajo un esfuerzo aplicado $\boldsymbol{\sigma}$ sea equivalente a la deformación asociada a un estado sin daño bajo un esfuerzo equivalente $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$, como se muestra en la Ecuación 4. Para el presente trabajo, al no considerar el daño progresivo después de la falla, no es necesario hacer esta diferencia entre esfuerzo y esfuerzo equivalente.

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{S}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S}(d) : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (4)$$

La matriz \mathbf{S} se define según la ecuación 5 para un caso bidimensional, donde el término D se calcula según la Ecuación 6. Se debe redefinir la matriz \mathbf{S} para un caso 3D. La representación de esta matriz es muy extensa por lo que es más fácil presentarla mediante su inversa, $\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1}$, como se muestra en la Ecuación 7.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_{21} E_1 & 0 \\ \nu_{12} E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & DG_{12} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$D = 1 - \nu_{12}\nu_{21} \quad (6)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}^{-1} \quad (7)$$

Por otra parte, el comportamiento plástico dependiente de la velocidad de deformación se expresa según la Ecuación 8 para un caso en 2D. Para extender este modelo a 3D, se utiliza la forma general del término $F^p(\bar{\sigma})$ obtenida de la literatura [Thiruppukuzhi y Sun 1998], como se muestra en la Ecuación 9. Los subíndices representan a las direcciones 1=11, 2=22, 3=33, 4=23, 5=13 y 6=12.

$$F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p) = F^p(\bar{\sigma}) - \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p) = \sqrt{\frac{3}{2}(\bar{\sigma}_2^2 + 2a\bar{\sigma}_6^2)} - \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p}{\chi(\dot{\bar{\varepsilon}}^p)^{m^*}}\right)^{\frac{1}{n^*}} = 0 \quad (8)$$

$$F^p(\bar{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2}((\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)^2 + 4\bar{\sigma}_4^2 + 2a(\bar{\sigma}_5^2 + \bar{\sigma}_6^2))} \quad (9)$$

Y además se tiene que la tasa de deformación plástica se calcula con la Ecuación 10 para el caso 2D. Al extenderlo a 3D, la expresión resultante es como la mostrada en la Ecuación 11.

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \begin{bmatrix} \dot{\bar{\varepsilon}}_1^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_2^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_6^p \end{bmatrix} = \dot{\lambda}^p \partial_{\bar{\sigma}} \mathbf{F} = \dot{\lambda}^p \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \frac{\bar{\sigma}_2}{F^p(\bar{\sigma})} \\ \frac{3a\bar{\sigma}_6}{F^p(\bar{\sigma})} \end{bmatrix} \quad \text{con } \dot{\lambda}^p = \dot{\bar{\varepsilon}}^p \quad (10)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \begin{bmatrix} \dot{\bar{\varepsilon}}_1^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_2^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_3^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_4^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_5^p \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_6^p \end{bmatrix} = \dot{\lambda}^p \partial_{\bar{\sigma}} \mathbf{F} = \dot{\lambda}^p \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \frac{(\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)}{F^p(\bar{\sigma})} \\ -\frac{3}{2} \frac{(\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)}{F^p(\bar{\sigma})} \\ \frac{6\bar{\sigma}_4}{F^p(\bar{\sigma})} \\ \frac{3a\bar{\sigma}_5}{F^p(\bar{\sigma})} \\ \frac{3a\bar{\sigma}_6}{F^p(\bar{\sigma})} \end{bmatrix} \quad \text{con } \dot{\lambda}^p = \dot{\bar{\varepsilon}}^p \quad (11)$$

2.2 Descripción del modelo de falla

La falla del material se describe utilizando un modelo de falla de casos separados, basado en los modelos de Hashin [Hashin 1980] y Tao [Tao et al. 2017], ambos válidos sólo para compuestos con orientación de fibras unidireccional.

El criterio de Hashin se utiliza para describir la falla en la dirección de la fibra (dirección longitudinal), y tiene dos modos de falla: por tracción en la dirección de la fibra (FT) y por compresión en la dirección de la fibra (FC); y el criterio de falla de Tao para modelar la falla de la matriz en las otras direcciones, con tres mecanismos de falla: falla por corte dominada por compresión (CDSF), falla por corte dominada por corte (SDSF) y falla por tracción dominada por tracción (TDTF), como ya había sido propuesto anteriormente por otros investigadores [Puck and Schürmann 1998], [Daniel et al. 2009]. El criterio de Tao considera solamente el caso de esfuerzo plano, por lo que se hace necesaria su extensión al caso general para usarlo en conjunto con un modelo constitutivo 3D.

2.2.1 Criterio de Hashin

Este es el criterio utilizado por Chen y Morozov en su modelo constitutivo [Chen et al. 2012]. En este trabajo se utiliza sólo para describir la falla en la dirección longitudinal (paralela a la fibra), en la forma que ellos lo presentan en su trabajo.

2.2.1.1 Falla por tracción en la dirección de la fibra (FT)

Al poseer la mayoría de las fibras normalmente utilizadas (vidrio y carbono) un comportamiento frágil [Hufenbach et al. 2013], este modo de falla es el del esfuerzo máximo, es decir, toma la forma de la Ecuación 12:

$$\phi_{FT} = \left(\frac{\sigma_1}{s_{1t}} \right)^2 = 1 \quad \sigma_1 \geq 0 \quad (12)$$

2.2.1.2 Falla por compresión en la dirección de la fibra (FC)

La falla por compresión en la dirección de la fibra se expresa también como el criterio del esfuerzo máximo, tomando la forma de la Ecuación 13:

$$\phi_{FC} = \frac{\sigma_1}{s_{1c}} = 1 \quad \sigma_1 \leq 0 \quad (13)$$

2.2.2 Criterio de Tao

La base de este modelo es que la falla es causada por los esfuerzos que actúan sobre el plano de fractura: σ_n , τ_{nt} , τ_{nl} , como se muestra en la Figura 16.

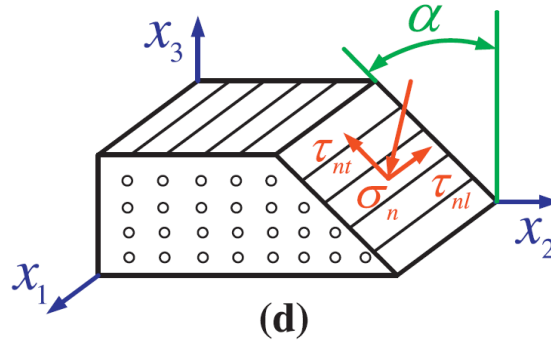


Figura 16. Esfuerzos que actúan en el plano de fractura. [Tao et al. 2017]

Dichos esfuerzos se calculan mediante la Ecuación 14, para el caso general (3D) y para el caso de esfuerzo plano (2D) [Juhasz et al. 2001].

$$\begin{array}{ll}
 \begin{array}{l}
 3D \\
 \sigma_n = \sigma_2 \cos^2(\alpha) + \sigma_3 \sin^2(\alpha) + \sigma_4 \sin(2\alpha) \\
 \tau_{nt} = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_2) \sin(2\alpha) + \sigma_4 \cos(2\alpha) \\
 \tau_{nl} = -\sigma_5 \sin(\alpha) - \sigma_6 \cos(\alpha)
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 2D \\
 \sigma_n = \sigma_2 \cos^2(\alpha) \\
 \tau_{nt} = -\sigma_2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\
 \tau_{nl} = -\sigma_6 \cos(\alpha)
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (14)$$

A continuación se presenta por separado cada modo de falla y su extensión al caso general (3D).

2.2.2.1 Falla por corte dominada por compresión (CDSF)

La falla es causada por el esfuerzo de corte crítico actuando en un plano de falla inclinado, como se muestra en la Figura 17. El esfuerzo normal debe ser considerado como de compresión ($\sigma_n < 0$), lo que aumenta la resistencia del material. Dicho esfuerzo de corte crítico se calcula mediante la Ecuación 15:

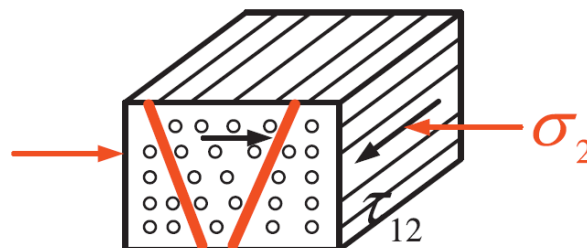


Figura 17. Modo de falla CDSF. [Tao et al. 2017]

$$\tau_{\alpha} = \sqrt{\tau_{nt}^2 + \tau_{nl}^2} - \mu|\sigma_n| \quad (15)$$

Donde μ es un coeficiente de roce interno. La falla ocurre cuando el esfuerzo de corte crítico alcanza su máximo, es decir, cuando $\frac{\partial \tau_{\alpha}}{\partial \alpha} = 0$. Cuando el material falla bajo compresión en la dirección transversal para un caso de esfuerzo plano ($\sigma_2 = -s_{2c}, s_6 = 0, \alpha = \alpha_0$), se obtiene el valor del coeficiente de roce mostrado en la Ecuación 16. Este valor también es válido para el caso 3D.

$$\mu = -\frac{1}{\tan(2\alpha_0)} \quad (16)$$

Y el valor del esfuerzo de corte crítico es el mostrado en la Ecuación 17, válido tanto en el caso de esfuerzo plano como en el caso general.

$$\tau_{crit} = s_{2c} \cos(\alpha_0) \left(\sin(\alpha_0) + \frac{\cos(\alpha_0)}{\tan(2\alpha_0)} \right) \quad (17)$$

Cuando la falla ocurre bajo una condición de esfuerzo plano ($\sigma_2 \neq 0, \sigma_6 \neq 0$), se obtiene el ángulo α de forma explícita, como se muestra en la Ecuación 18.

$$\alpha = \arccos \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_6}{\sigma_2}\right)^2} \cos(\alpha_0) \right) \quad (18)$$

Y luego, combinando las ecuaciones 15, 16, 17 y 18 se obtiene el criterio de falla CDSF para el caso de esfuerzo plano, mostrado en la Ecuación 19:

$$\left(\frac{2\sigma_6}{s_{2c}}\right)^2 + \left(1 + \frac{2\sigma_2}{s_{2c}}\right)^2 = 1 \quad (19)$$

Pero en el caso general no es posible obtener de forma explícita el ángulo α , por lo que éste se calcula de forma numérica. Para esto se define primero el indicador de falla del modo CDSF según la Ecuación 20:

$$\phi_{CDSF} = \frac{\tau_{\alpha}}{\tau_{crit}} = \frac{\sqrt{\tau_{nt}^2 + \tau_{nl}^2} - \mu|\sigma_n|}{s_{2c} \cos(\alpha_0) \left(\sin(\alpha_0) + \frac{\cos(\alpha_0)}{\tan(2\alpha_0)} \right)} = 1 \quad (20)$$

Luego se debe encontrar el ángulo α que maximiza la Ecuación 20. La presencia de la función valor absoluto hace que ϕ_{CDSF} no sea derivable en todos los casos, por lo que un método como el de Newton-Raphson no sería adecuado para encontrar el ángulo. Entonces, dado un estado de esfuerzos, se evalúa la Ecuación 20 para valores de $\alpha \in [0, 2\pi]$, y se selecciona como α_{CDSF} el ángulo que maximice el valor de ϕ_{CDSF} .

2.2.2.2 Falla por corte dominada por corte (SDSF)

Este modo de falla, mostrado en la Figura 18 para un caso de esfuerzo plano, utiliza la forma de una parábola, cuya expresión se presenta en la Ecuación 21.

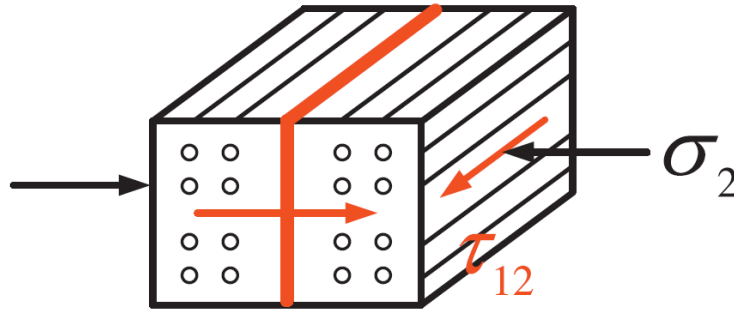


Figura 18. Modo de falla SDSF. [Tao et al. 2017]

$$a_{2s} \left(\frac{\sigma_6}{s_6} \right)^2 + b_{1s} \frac{\sigma_2}{s_6} = 1 \quad (21)$$

La constante a_{2s} se determina sabiendo que la curva descrita por la Ecuación 21 debe pasar por el punto $(\sigma_2 = 0, \sigma_6 = s_6)$, obteniéndose $a_{2s} = 1$. La constante b_{1s} se determina asumiendo que la curva descrita por el modo SDSF es tangente a la de CDSF, lo que lleva a $b_{1s} = \frac{s_2 c}{s_6} - 2$.

Para extender este modo a 3D se utiliza lo expuesto por Puck y Schürmann [Puck y Schürmann 1998] para el modo que ellos llamaron "B", que corresponde a SDSF. En ese caso la forma usada fue un paraboloides -extensión a 3D de una parábola-, cuya expresión se muestra en la Ecuación 22.

$$\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\parallel}^A} \right)^2 + 2 \left(\frac{p}{R} \right) \sigma_n = 1 \quad (22)$$

Donde $R_{\perp\perp}^A$, $R_{\perp\parallel}^A$, p y R son parámetros que determinan la resistencia del material en este modo de falla a cada uno de los esfuerzos en el plano de fractura, σ_n , τ_{nt} y τ_{nl} .

Con esto, se puede escribir el criterio SDSF en 3D de la forma mostrada en la Ecuación 23.

$$\phi_{SDSF} = a_{2s} \left(\frac{\tau_{nl}}{s_6} \right)^2 + c_{2s} \left(\frac{\tau_{nt}}{s_6} \right)^2 + b_{1s} \frac{\sigma_2}{s_6} = 1 \quad (23)$$

Los parámetros a_{2s} y b_{1s} determinados para el caso 2D siguen siendo válidos, y el parámetro c_{2s} se determina sabiendo que cuando $\sigma_4 = s_4$ y $\sigma_{ij} = 0$, el ángulo del plano de fractura es $\alpha = 0^\circ, 90^\circ$ [Catalanotti et al. 2013]. Así, se obtiene que $c_{2s} = \left(\frac{s_6}{s_4} \right)^2$.

El ángulo α debe ser calculado de forma numérica resolviendo mediante el método de Newton-Raphson la Ecuación 24 para obtener α_{SDSF} .

$$f_{SDSF} = \frac{\partial \phi_{SDSF}}{\partial \alpha} = 0 \quad (24)$$

Así, partiendo de un ángulo α inicial, se utiliza el método de Newton-Raphson para obtener de forma iterativa un nuevo valor de α . Este valor para la iteración $k + 1$ se muestra en la Ecuación 25.

$$\alpha_{SDSF}^{k+1} = \alpha_{SDSF}^k - \frac{f_{SDSF}(\alpha_{SDSF}^k)}{f'_{SDSF}(\alpha_{SDSF}^k)} \quad (25)$$

Luego el valor obtenido de α_{SDSF} se reemplaza en la Ecuación 14 y los valores que se obtienen de esfuerzos en el plano de fractura son reemplazados en la Ecuación 23, existiendo falla cuando $\phi_{SDSF} \geq 1$.

2.2.2.3 Falla por tracción dominada por tracción (TDTF)

Este modo de falla se muestra en la Figura 19. La expresión que lo modela se muestra en la Ecuación 26.

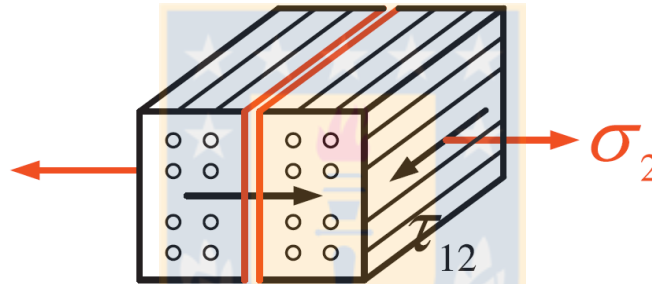


Figura 19. Modo de falla TDTF. [Tao et al. 2017]

$$a_{2t} \left(\frac{\sigma_6}{s_{2t}} \right)^2 + b_{2t} \left(\frac{\sigma_2}{s_{2t}} \right)^2 + b_{1t} \frac{\sigma_2}{s_{2t}} = 1 \quad (26)$$

De forma similar al caso anterior, las constantes a_{2t} , b_{2t} y b_{1t} se calculan considerando que la curva descrita por la Ecuación 26 debe pasar por los puntos $(\sigma_2 = s_{2t}, \sigma_6 = 0)$ y $(\sigma_2 = 0, \sigma_6 = s_6)$, y que ésta debe ser tangente a la del modo SDSF. Así, se tiene que $a_{2t} = \left(\frac{s_{2t}}{s_6} \right)^2$, $b_{2t} = 1 - \frac{s_{2t}}{s_6} b_{1s}$, y $b_{1t} = \frac{s_{2t}}{s_6} b_{1s}$.

Para extender este modo al caso general también se utiliza el trabajo de Puck y Schürmann, donde el modo de falla llamado por ellos "A" corresponde a TDTF, y está descrito por la Ecuación 27.

$$c_2 \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+)A}} \right)^2 + c_1 \frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+)A}} + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\parallel}^A} \right)^2 = 1 \quad (27)$$

Donde $R_{\perp\perp}^A$, $R_{\perp\parallel}^A$ y $R_{\perp}^{(+)A}$ son parámetros que determinan la resistencia del material en este modo de falla a cada uno de los esfuerzos en el plano de fractura, σ_n , τ_{nt} y τ_{nl} .

Con esto, el criterio de falla TDTF puede ser escrito en su forma general como se muestra en la Ecuación 28.

$$\phi_{TDTF} = a_{2t} \left(\frac{\tau_{nl}}{s_{2t}} \right)^2 + c_{2t} \left(\frac{\tau_{nt}}{s_{2t}} \right)^2 + b_{2t} \left(\frac{\sigma_n}{s_{2t}} \right)^2 + b_{1t} \frac{\sigma_n}{s_{2t}} = 1 \quad (28)$$

Las constantes a_{2t} , b_{2t} y b_{1t} del caso de esfuerzo plano siguen siendo válidas en el caso general, y el término c_{2t} se calcula de forma similar a c_{2s} , sabiendo que cuando $\sigma_4 = s_4$ y $\sigma_{ij} = 0$, el ángulo del plano de fractura es $\alpha = 0^\circ, 90^\circ$ [Catalanotti et al. 2013]. Así se tiene que $c_{2t} = \left(\frac{s_{2t}}{s_4}\right)^2$.

De la misma manera que en los modos anteriores, el ángulo α debe ser calculado de forma numérica resolviendo mediante el método de Newton-Raphson la Ecuación 29 para obtener α_{TDTF} .

$$f_{TDTF} = \frac{\partial \phi_{TDTF}}{\partial \alpha} = 0 \quad (29)$$

Por lo tanto el criterio Tao para la falla de la matriz queda descrito por las Ecuaciones 20, 23 y 28, donde el ángulo α debe ser obtenido de forma numérica.

2.2.3 Efecto de la velocidad de deformación

Un aumento en la tasa de deformación produce un aumento en la resistencia a la fractura de un material compuesto [Daniel et al. 2011], [Raimondo et al. 2012], [Tao et al. 2017]. Para incluir este efecto en su modelo, Tao propuso un modelo en el que las resistencias a la fractura para un caso dinámico pueden obtenerse a partir de las para un caso cuasi estático mediante la Ecuación 30,

$$s^d = s^0 (1 + A \dot{\epsilon}^m) \quad (30)$$

donde $s = (s_{2t}, s_{2c}, s_6)$, el superíndice d corresponde al caso dinámico y 0 al caso cuasi estático, y A y m son constantes provenientes de un ajuste a los datos de velocidad de deformación ($\dot{\epsilon}$) versus resistencia a la compresión en la dirección transversal (s_{2c}).

Para extender este modelo a tres dimensiones, se utiliza la misma Ecuación 30, pero ahora con $s = (s_{2t}, s_{2c}, s_4, s_6)$. En tracción en la dirección longitudinal, para compuestos de fibra de carbono y de vidrio predomina el comportamiento frágil de la fibra, por lo que la resistencia a la tracción en dicha dirección (s_{1t}) es independiente de la velocidad de deformación [Chen y Morozov 2016], [Hufenbach et al. 2013]. El efecto de la velocidad de deformación en la resistencia a la compresión en la dirección longitudinal es bastante complejo, pero por simplicidad se propone utilizar el mismo modelo anterior (Ecuación 30), pero esta vez utilizando otro juego de parámetros, como se muestra en la Ecuación 31.

$$s_{1c}^d = s_{1c}^0 (1 + A_x \dot{\epsilon}^{m_x}) \quad (31)$$

2.2.4 Modelo de daño

Como se mencionó anteriormente, en este trabajo no se usa un modelo de daño, pero para efectos de la obtención de gráficos se debe identificar el momento en que el material falla. Así, el vector de esfuerzos se calcula usando la Ecuación 32.

$$\sigma = \begin{cases} \mathbf{S}: \boldsymbol{\varepsilon}^e & \text{si } \max(\boldsymbol{\phi}) < 1 \\ \mathbf{0} & \text{si } \max(\boldsymbol{\phi}) \geq 1 \end{cases} \quad \text{con } \boldsymbol{\phi} = (\phi_{FT}, \phi_{FC}, \phi_{TDTF}, \phi_{CDSF}, \phi_{SDSF}) \quad (32)$$

2.3 Identificación de parámetros

2.3.1 Parámetros elásticos

Para este modelo es necesario determinar 12 parámetros elásticos: los módulos elásticos E_1 , E_2 y E_3 , los módulos de corte G_{23} , G_{13} y G_{12} y los módulos de Poisson ν_{23} , ν_{32} , ν_{13} , ν_{31} , ν_{12} y ν_{21} .

Al tratarse de un modelo constitutivo para materiales compuestos con orientación de fibra unidireccional, se puede reducir esta cantidad de parámetros por tratarse de un material transversalmente isotrópico. Así, se tiene que $E_2 = E_3$, $G_{12} = G_{13}$, y además $\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$, $\nu_{12} = \nu_{13}$, $\nu_{21} = \nu_{31}$ y $\nu_{23} = \nu_{32}$. Por último, se tiene también la relación $G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})}$. Así, deben determinarse de manera experimental 5 parámetros: los módulos elásticos E_1 , E_2 y G_{12} y los módulos de Poisson ν_{12} y ν_{23} . Opcionalmente se puede determinar G_{23} en lugar de ν_{23} .

2.3.2 Parámetros del modelo viscoplástico

Para la identificación de los parámetros del modelo viscoplástico se deben realizar ensayos de compresión en distintas orientaciones y a diferentes velocidades, utilizando el montaje mostrado en la Figura 20.

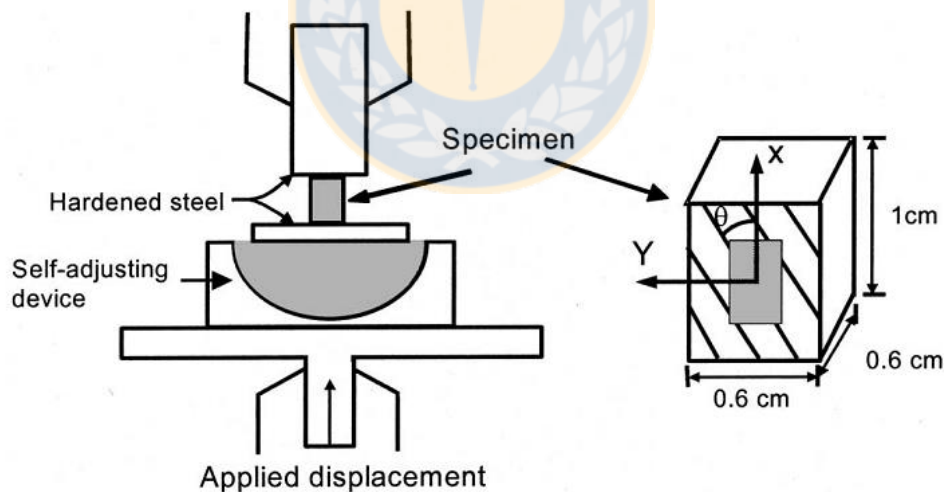


Figura 20. Esquema del ensayo de compresión [Tsai y Sun 2002].

En primer lugar se determina el valor del parámetro de ortotropía α de la función de potencial plástico (Ecuación 8), que es independiente de la velocidad de deformación. Para esto se utilizan probetas a $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ y 60° , y se realizan ensayos a 0,001, 0,1 y 10 mm/s, lo que entrega velocidades de deformación de alrededor de 0,0001/s, 0,01/s y 1/s, respectivamente, obteniéndose curvas como las mostradas en la Figura 21.a. Posteriormente, se calcula el esfuerzo equivalente (Ecuación 33) y la

deformación plástica equivalente (Ecuación 34) a partir de los datos experimentales utilizando el parámetro $h(\theta)$ (Ecuación 35), seleccionando un valor de a que logre ajustar todas las curvas en una única curva maestra, como se muestra en la Figura 21.b.

$$\tilde{\sigma} = h(\theta)\sigma_x \quad (33)$$

$$\tilde{\varepsilon}^p = \frac{\varepsilon_x^p}{h(\theta)} \quad (34)$$

$$h(\theta) = \sqrt{\frac{3}{2}(\sin^4(\theta) + 2a \sin^2(\theta) \cos^2(\theta))} \quad (35)$$

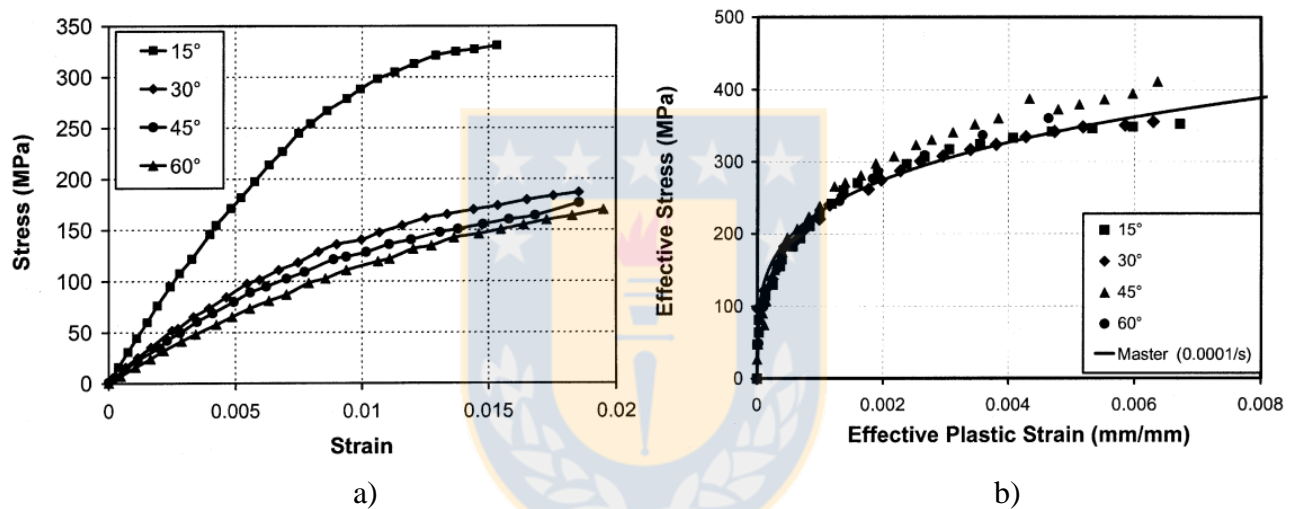


Figura 21. Determinación de parámetro α para compuesto S2/8552 a una velocidad de deformación de 0,0001/s, a) curvas esfuerzo-deformación para distintas orientaciones, b) curvas colapsadas a una curva maestra con $a = 6,0$ [Tsai y Sun 2002].

A pesar de que las velocidades de deformación total en cada caso se mantienen más o menos constantes, esto no ocurre con la velocidad de deformación plástica equivalente, como se muestra en la Figura 22, pero se puede observar que luego de cierta deformación, $\tilde{\varepsilon}^p = 0,0015$ en este caso, se puede considerar constante, motivo por el cual los datos con una deformación plástica equivalente menor son truncados. Teniendo las curvas maestras para cada una de las velocidades de deformación, como se muestra en la Figura 23.a, se determinan los parámetros restantes del modelo viscoplástico χ , m^* y n^* , de la Ecuación 8.

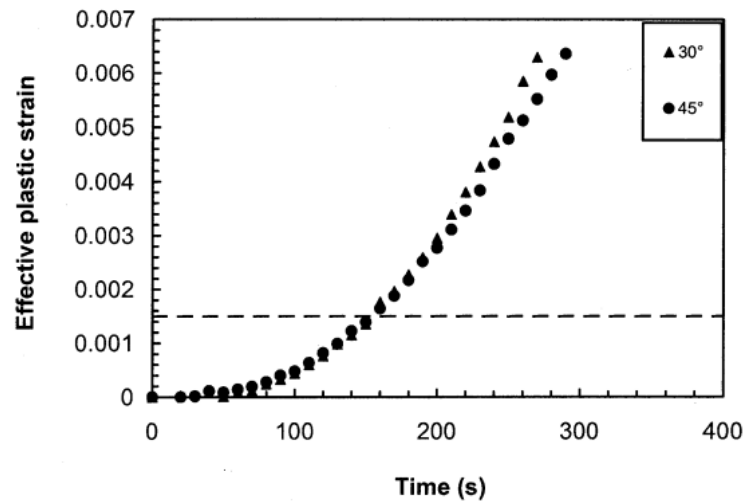


Figura 22. Curva deformación plástica equivalente-tiempo para compuesto S2/8552 a una tasa de deformación de 0,0001/s [Tsai y Sun 2002].

Para esto se asume que la Ecuación 2 describe el comportamiento de las curvas maestras. Los parámetros A y n^* se obtienen por ajuste de las curvas de la Figura 23.a a la Ecuación 2. El parámetro n^* , no depende de la velocidad de deformación, mientras que el parámetro A sí depende de ésta, mediante la Ecuación 36.

$$A = \chi(\dot{\epsilon}^p)^{m^*} \quad (36)$$

Luego se grafica A en función de $\dot{\epsilon}^p$ (obtenido de la Figura 22) en escala log-log, como se muestra en la Figura 23.b, y se determina χ y m^* como la intersección y la pendiente, respectivamente.

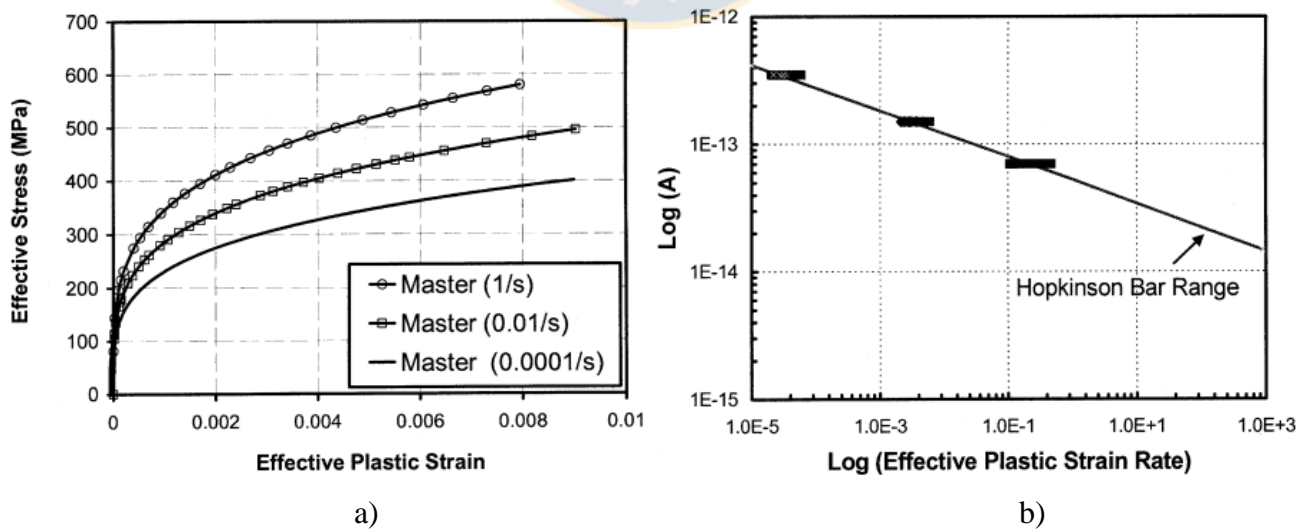


Figura 23. Determinación de parámetros χ , m^* y n^* para compuesto S2/8552. a) curvas maestras con $a = 6,0$ para distintas velocidades de deformación, b) curva $\log(A) - \log(\dot{\epsilon}^p)$. [Tsai y Sun 2002].

2.3.3 Parámetros del criterio de falla

El criterio de falla necesita obtener experimentalmente los valores de la resistencia del material en la dirección de la fibra y en la dirección transversal en tracción s_{1t} , s_{2t} y en compresión s_{1c} , s_{2c} , además de la resistencia al corte longitudinal s_c . Los valores de s_{1c} y s_{2c} deben obtenerse para varias velocidades de deformación.

Se debe obtener también el valor del ángulo del plano de fractura bajo compresión en la dirección transversal α_0 .

El valor de la resistencia al corte transversal s_4 se obtiene con la Ecuación 37 [Camanho y Lambert 2006].

$$s_4 = s_{2c} \cos(\alpha_0) \left(\sin(\alpha_0) + \frac{\cos(\alpha_0)}{\tan(2\alpha_0)} \right) \quad (37)$$

Los valores de la resistencia a la compresión en la dirección transversal a varias velocidades de deformación se ajustan a la curva descrita por la Ecuación 30, obteniéndose los parámetros A y m . De la misma forma, al ajustar los datos de resistencia a la compresión en la dirección longitudinal a la Ecuación 31 se obtienen los parámetros A_x y m_x .

2.4 Implementación numérica

Los autores del artículo en el que se publicó este modelo viscoplástico, lo implementaron en el código de elementos finitos ABAQUS 6.10, a través de una subrutina de material definido por usuario UMAT. Un diagrama de flujo de dicha subrutina se muestra en la Figura 24.

Esta subrutina recibe del programa de elementos finitos las condiciones iniciales para un cierto paso de tiempo n . Las condiciones iniciales se utilizan como variables de prueba $(\cdot)_{n+1}^{trial}$ para verificar si el estado del material se encuentra en la zona elástica ($F_{n+1}^{trial} \leq 0$). Si es así, se calculan las variables de estado para el paso de tiempo $n + 1$ con $(\cdot)_{n+1} = (\cdot)_{n+1}^{trial}$.

En caso de que no se satisfaga la condición de fluencia ($F_{n+1}^{trial} > 0$) se utiliza el método de Newton-Raphson para corregir estas variables y hacer que vuelvan a la superficie de fluencia ($F_{n+1} = 0$), utilizando como condiciones iniciales las variables $(\cdot)_{n+1}^{trial}$, y cierta tolerancia.

Con las variables actualizadas para el paso de tiempo $n + 1$ se procede a verificar si el criterio de falla se satisface (Ecuaciones 12, 13, 20, 23 y 28), y se actualizan los esfuerzos (Ecuación 32).

Por último, se debe calcular el tensor de rigidez tangente, según la Ecuación 38.

$$\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial \varepsilon_{n+1}} = \begin{cases} \tilde{\mathcal{S}}_{n+1} - \frac{(\tilde{\mathcal{S}}_{n+1} : \partial_{\bar{\sigma}} F_{n+1}^p) \otimes (\partial_{\bar{\sigma}} F_{n+1} : \tilde{\mathcal{S}}_{n+1})}{\partial_{\bar{\sigma}} F_{n+1} : \tilde{\mathcal{S}}_{n+1} : \partial_{\bar{\sigma}} F_{n+1}^p - \partial_{\bar{\varepsilon}^p} F_{n+1} - \frac{\partial_{\bar{\varepsilon}^p} F_{n+1}}{\Delta t}} & \text{antes de la falla} \\ \mathbf{0} & \text{después de la falla} \end{cases} \quad (38)$$

Con $\tilde{\mathcal{S}}_{n+1}$ calculado según la Ecuación 39.

$$\tilde{\mathcal{S}}_{n+1} = (\mathbf{C}_0 + \Delta \lambda_{n+1}^p \partial_{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}^2 F_{n+1}^p)^{-1} : \Delta \lambda_{n+1}^p \quad (39)$$

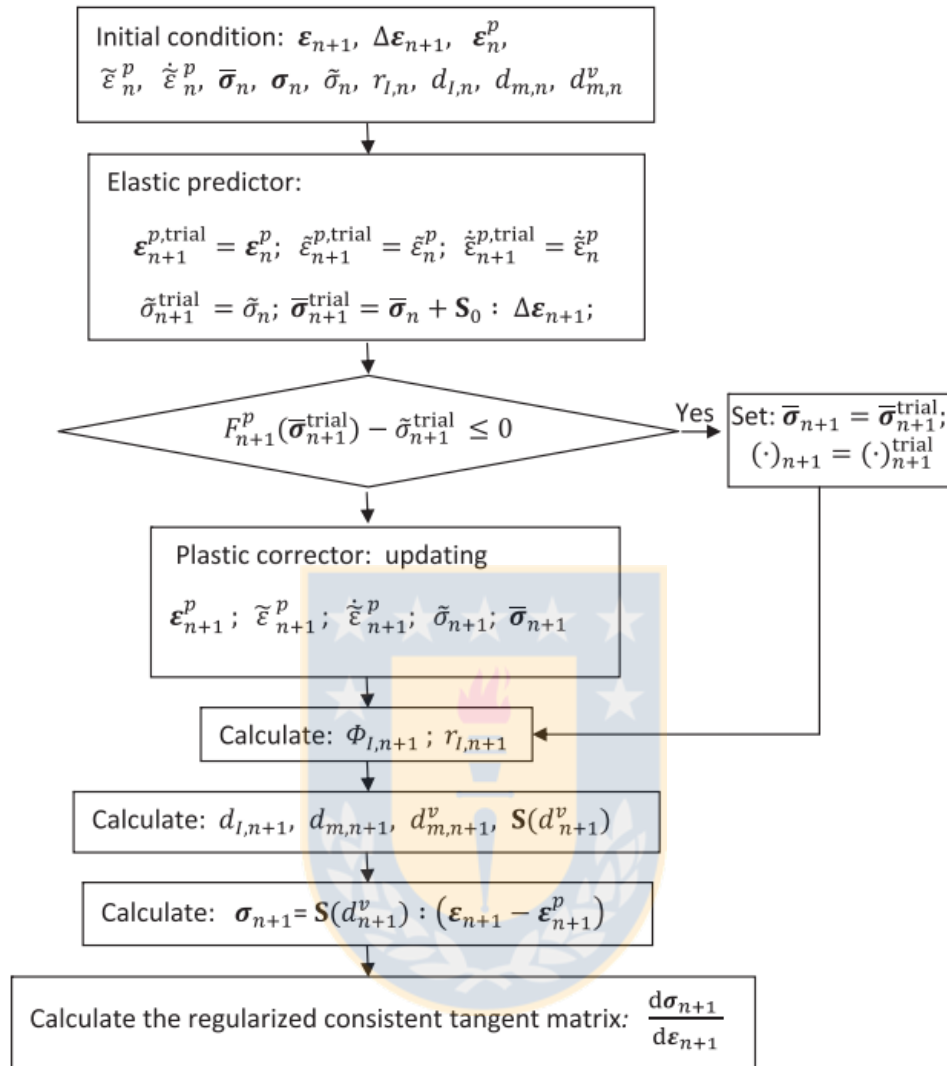


Figura 24. Diagrama de flujo de la subrutina implementada en ABAQUS por [Chen y Morozov 2016].

Como ya se mencionó, el uso del modelo de Chen y Morozov permite la predicción del comportamiento viscoplástico del material. Al realizar la extensión a 3D puede calcularse el comportamiento del material frente a cargas fuera del plano, lo que podría ser muy importante a la hora de usarlo para estudiar la respuesta de los materiales compuestos frente a cargas de impacto.

El hecho de no considerar el daño post-falla en el modelo 3D significa que se considera el material como totalmente dañado al producirse la falla.

CAPÍTULO 3

Implementación en MATLAB

El procedimiento descrito en la sección 2.4 fue programado en MATLAB, de la forma que se muestra a continuación.

3.1 Modelo en MATLAB

El programa necesita como datos de entrada los parámetros del material, la tolerancia, el número de pasos de tiempo a calcular, el incremento de tiempo Δt y el valor de la deformación total en cada paso de tiempo, o lo que es equivalente, el valor de la tasa de deformación.

Por simplicidad se utiliza la notación de Voigt, y como se utiliza el caso general (3D), los tensores constitutivos de cuarto orden se almacenan como matrices de 6×6 y los tensores de segundo orden (esfuerzos, deformaciones, etc.) se almacenan como vectores de 6×1 (3×3 y 3×1 respectivamente para el caso 2D).

Toda variable que va cambiando en el tiempo se almacena además como un arreglo de matrices, una por cada paso de tiempo. A modo de ejemplo, la variable S almacena la matriz de rigidez, luego, para hacer referencia a la componente (2,1) de esta matriz en el paso de tiempo 54, se utiliza $S\{54\}(2,1)$.

La programación del caso 2D puede considerarse como un caso particular del 3D, por lo que sólo será mencionada la de este último. Sin embargo, el modelo de daño sí fue programado en 2D, lo que puede verse en el Anexo A.

3.1.1 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales del programa corresponden al estado de un material antes de ser sometido a cualquier estado de esfuerzos, por lo tanto, todas ellas (esfuerzos, deformaciones, etc.) serían iguales a cero. Pero esto traería consigo problemas numéricos, ya que si algunas variables, en específico la deformación plástica equivalente y su tasa ($\tilde{\epsilon}^p$, $\dot{\tilde{\epsilon}}^p$) fueran inicialmente cero, existirían algunas divisiones por cero, que en MATLAB entrega el valor infinito (Inf).

Para evitar este problema, y como se define una tolerancia de 10^{-6} ($TOL = 1e-6$), se utiliza un valor menor que éste para estas variables problemáticas, siendo éste de 10^{-10} , con lo que se evitan las operaciones no definidas, como se muestra en la Ecuación 40.

```

>> epsilon{1}=[0;0;0;0;0;0];
>> epsilon_pl{1}=[0;0;0;0;0;0];
>> epsilon_pl_eq{1}=1e-10;
>> epsilon_pl_eq_dot{1}=1e-10;
>> sigma{1}=[0;0;0;0;0;0];
>> sigma_eff{1}=[0;0;0;0;0;0];

```

(40)

Como se mencionó anteriormente, el programa necesita como dato de entrada el vector deformación total. Éste se calcula a partir de la velocidad de deformación ingresada, según la Ecuación 41.

```

>> epsilon{n+1} = epsilon{n}+eps_dot*DELTAAt;

```

(41)

Donde el vector eps_dot es la velocidad de deformación, cuya definición depende de la dirección en que se aplica la carga ($\text{dir}=1, 2, 3, 4, 5, 6$) según la Ecuación 42.

```

if dir==1 %longitudinal dir 11
    eps_dot=[epsilon_rate;-epsilon_rate*nu_12;-epsilon_rate*nu_13;0;0;0];
elseif dir==2 %transversal dir 22
    eps_dot=[-nu_21*epsilon_rate;epsilon_rate;-nu_23*epsilon_rate;0;0;0];
elseif dir==3 %transversal dir 33
    eps_dot=[-nu_31*epsilon_rate;-nu_32*epsilon_rate;epsilon_rate;0;0;0];
elseif dir==4 %corte 23
    eps_dot=[0;0;0;epsilon_rate;0;0];
elseif dir==5 %corte 13
    eps_dot=[0;0;0;0;epsilon_rate;0];
elseif dir==6 %corte 12
    eps_dot=[0;0;0;0;0;epsilon_rate];
end

```

(42)

3.1.2 Predictor elástico

En esta parte se definen las variables de prueba para verificar si el material se encuentra en la zona elástica o no. Esto se realiza exactamente como se muestra en la Figura 24, verificando que $F_{n+1}^{trial} \leq 0$.

Si la condición se cumple, se procede como en el diagrama de la Figura 24, y si no, se pasa al corrector plástico.

3.1.3 Corrector plástico

Esta sección utiliza el método de Newton-Raphson para hacer que las variables de estados “vuelvan” a la superficie de fluencia. Se definen 15 funciones (3 escalares y 2 vectoriales con 6 componentes cada una), donde las incógnitas corresponden a ϵ_{n+1}^p , $\tilde{\epsilon}_{n+1}^p$, $\dot{\tilde{\epsilon}}_{n+1}^p$, $\bar{\sigma}_{n+1}$, $\Delta\lambda_{n+1}^p$, como se muestra en la Ecuación 43.

$$\mathbf{f} = \begin{cases} f_{1,2,\dots,6} \\ f_7 \\ f_8 \\ f_{9,10,\dots,14} \\ f_{15} \end{cases} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(i) - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p(i) - \Delta\lambda_{n+1}^p \boldsymbol{\partial}_{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{F}_{n+1}^p(i) = 0 \\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p - \Delta\lambda_{n+1}^p = 0 \\ \ddot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p - \ddot{\boldsymbol{\lambda}}_{n+1}^p = 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(i) - [\mathbf{S}_0: (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p)](i) = 0 \\ F_{n+1} = F(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p, \ddot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p) = 0 \end{cases}, \text{ con } i = \{1,2,3,4,5,6\} \quad (43)$$

Renombrando las incógnitas según la Ecuación 44, se calcula el Jacobiano de \mathbf{f} según la ecuación 45, donde la expresión de cada una de las derivadas parciales fue determinada de forma explícita.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(1) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(2) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(3) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(4) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(5) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p(6) \\ \Delta\lambda_{n+1}^p \\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p \\ \ddot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(1) \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(2) \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(3) \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(4) \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(5) \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}(6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{15}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{15}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{15}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{15}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_{15}}{\partial x_{15}} \end{bmatrix} \quad (45)$$

Así, partiendo en la primera iteración ($k = 1$) con las variables de prueba definidas en la parte 3.1.2, se obtiene el valor del vector de incógnitas \mathbf{x} para la iteración siguiente, hasta que $|f_i| \leq TOL$, con $i = \{1,2, \dots, 15\}$ mediante la Ecuación 46 [Urroz 2004].

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \mathbf{J}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) \quad (46)$$

3.1.4 Falla del material

En esta etapa se calculan los indicadores de falla ϕ_I (con $I = FT, FC, TDTF, CDSF, SDSF$). Para esto, el programa en Matlab requiere los esfuerzos efectivos ($\bar{\sigma}$), la velocidad de deformación ($\dot{\epsilon}$) y algunos parámetros del material.

En primer lugar, se ajustan las resistencias del material a la velocidad de deformación, según las Ecuaciones 30 y 31.

Los indicadores de falla en la dirección longitudinal (paralela a la fibra) se calculan con las Ecuaciones 12 y 13.

Para las otras direcciones, debe calcularse primero el ángulo del plano de fractura en cada modo de falla α_I ($I = TDTF, CDSF, SDSF$) en forma numérica, siendo este ángulo el que maximiza su respectivo indicador de falla. El cálculo del ángulo puede revestir un gran costo computacional, pero existen esfuerzos en curso para realizarlo de manera más eficiente [Thomson et al. 2017]. El método usado en este trabajo se podría sustituir a futuro por uno más eficiente.

Para calcular el ángulo de fractura, en los modos TDTF y SDSF se parte de un ángulo inicial arbitrario ($\alpha_I^0 + c * \alpha_+$), donde $c = 0$, y usando el método de Newton-Raphson se itera hasta encontrar una solución, usando la Ecuación 47.

$$\alpha_I^{k+1} = \alpha_I^k - \frac{\phi_I'(\alpha_I^k)}{\phi_I''(\alpha_I^k)} \quad I = (TDTF, SDSF) \quad (47)$$

En caso de no encontrarse la solución, se aumenta el valor del ángulo inicial $\alpha_I^0 + c * \alpha_+$, haciendo $c = c + 1$ luego de cada intento fallido por encontrar la solución. Se han tenido buenos resultados usando $\alpha_+ = 10^\circ$.

Para el modo CDSF, no es adecuado usar el método de Newton-Raphson, ya que la función ϕ_{CDSF} (Ecuación 20) no es derivable en su máximo para cualquier estado de esfuerzos, por esto, para un estado de esfuerzos dado, se evalúa para 100 valores de α en un rango dado. Inicialmente el rango es $r^0 = [0, 2\pi]$ luego se busca el valor α_{max} que maximice la función y se vuelve a evaluar, ahora para 100 valores en el rango $r^{k+1} = \left[\alpha_{max}^k - \frac{r^k}{100}, \alpha_{max}^k + \frac{r^k}{100} \right]$. Se continúa iterando de esta forma hasta que $|\alpha_{max}^{k+1} - \alpha_{max}^k| \leq TOL$.

Una vez obtenido el ángulo α_I , se procede a calcular cada indicador de falla según las Ecuaciones 20, 23 y 28.

3.1.5 Actualización de los esfuerzos

Luego se actualizan los esfuerzos nominales, usando la Ecuación 32, con la salvedad de que como el tensor de rigidez de cuarto orden \mathbf{S} se expresa como una matriz de 6×6 , y el tensor deformación elástica de segundo orden $\boldsymbol{\epsilon}^e$ se expresa como un vector de 6×1 , la doble contracción pasa a ser una multiplicación, como se muestra en la Ecuación 48.

$$\gg \sigma_{n+1} = S_{n+1} * (\epsilon_{n+1} - \epsilon_{pl_{n+1}}); \quad (48)$$

3.1.6 Tensor de rigidez tangente

Por último se calcula el tensor de rigidez tangente según la Ecuación 38, donde nuevamente por usarse la notación de Voigt la doble contracción entre un tensor de cuarto orden y uno de segundo orden pasa a ser una multiplicación entre una matriz de 6×6 y un vector de 6×1 , la doble contracción entre dos tensores de segundo orden es el producto escalar entre dos vectores de 6×1 y el producto diádico entre dos tensores de segundo orden pasa a ser la multiplicación de un vector de 6×1 por uno de 1×6 .

3.2 Validación del modelo

La validación del modelo se realiza utilizando un compuesto de fibra de vidrio S2 y resina epóxica 8552 (S2/8552). Los parámetros elásticos de este material se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades elásticas de S2/8552 [Chen y Morozov 2016], [Camanho et al. 2015]

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	ν_{23}
55,7	21,5	6,9	0,29	0,5

En la Tabla 2 se muestran los parámetros de resistencia a la fractura del material para un ensayo cuasiestático.

Tabla 2. Resistencias a la fractura de S2/8552 [Chen y Morozov 2016]

s_{1t} (MPa)	s_{1c} (MPa)	s_{2t} (MPa)	s_{2c} (MPa)	s_6 (MPa)
1730,58	897,36	111,0	242,2	103,42

En la Tabla 3 se muestran los parámetros del modelo viscoplástico, y en la Tabla 4 los parámetros del modelo de falla.

Tabla 3. Parámetros del modelo viscoplástico para S2/8552 [Chen y Morozov 2016]

a	χ (MPa) ^{n*}	m^*	n^*
6,0	5,31e-14	-0,178	4

Tabla 4. Parámetros del modelo de falla de S2/8552 [Chen y Morozov 2016]

A	m	A_x	m_x
0,1735	0,2098	0,2023	0,2098

Para verificar que el modelo en 3D funciona correctamente, se analiza primero el caso de carga y respuesta en el plano (2D), para verificar que los resultados se ajusten a lo que entrega el modelo propuesto por Chen y Morozov.

En primer lugar se verifica el funcionamiento del modelo elasto-plástico, con ensayos a una velocidad de deformación baja ($\dot{\epsilon} = 0,0001/s$) para casos de tracción en la dirección de la fibra (dirección 1), tracción en la dirección transversal a la fibra (dirección 2) y en corte en el plano 12 (dirección 6), obteniéndose curvas con formas similares a las mostradas por los autores en un trabajo anterior [Chen et al. 2012], como se observa en la Figura 25, donde las formas de las curvas para un ensayo monotónico coinciden, haciendo notar que las curvas tomadas de la literatura son meramente ilustrativas del comportamiento general del modelo y no de algún material en específico, lo que se hace evidente en la Figura 25.b, donde el comportamiento plástico del material utilizado es poco notorio. Cabe destacar que el daño del material no fue considerado en la extensión a 3D del modelo, sin embargo, la validación del modelo de daño 2D se puede ver en el Anexo A.

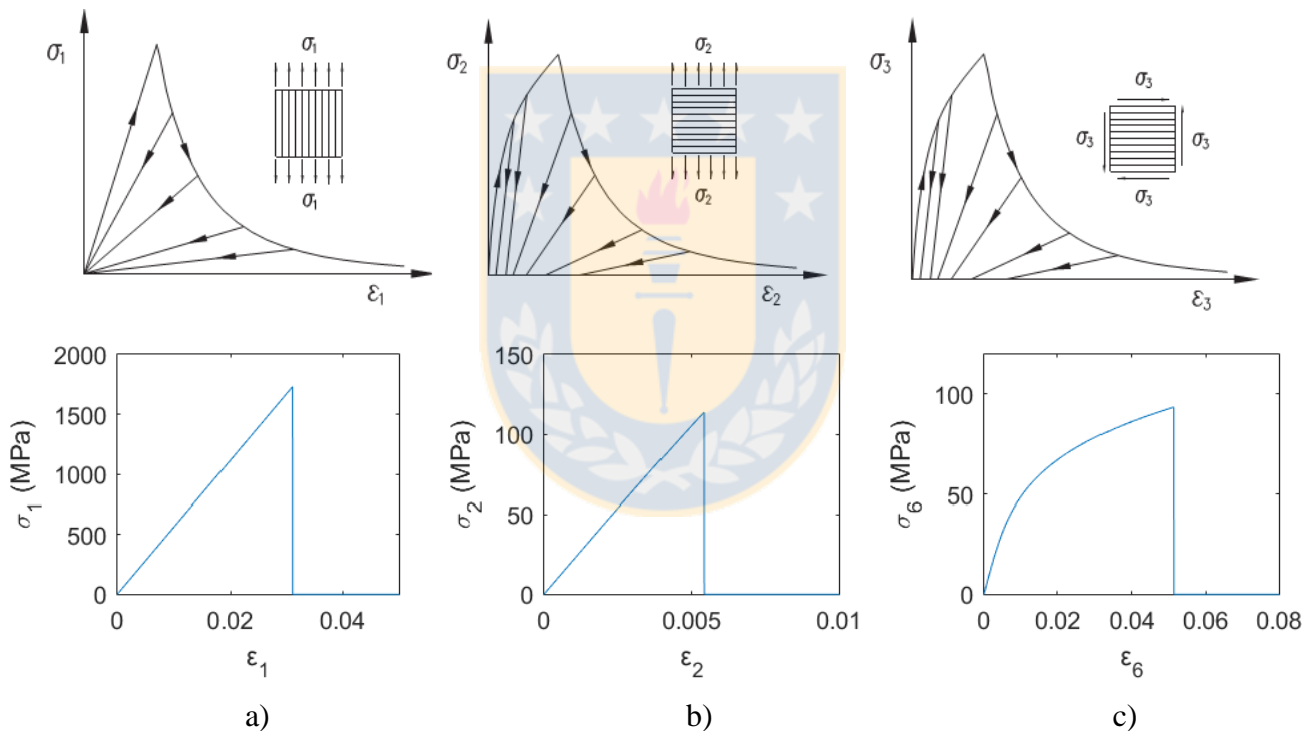


Figura 25. Curvas esfuerzo-deformación en a) tracción en dirección de la fibra, b) tracción en dirección transversal a la fibra y c) tracción en corte 12, según [Chen et al. 2012] (arriba) y según programación en MATLAB (abajo) [Fuente: Elaboración propia].

Adicionalmente se verifica que los valores numéricos entregados por el programa en MATLAB sean correctos. Para esto, se comprueba en primer lugar el comportamiento elástico del material. De las curvas mostradas en la Figura 25 (abajo), se extraen los módulos elásticos E_1 , E_2 y G_{12} (pendiente de cada curva antes de que comience la deformación plástica) y se comparan con los datos mostrados en la Tabla 1, encontrándose que son coincidentes, como se muestra en la Figura 26. Se obtienen los mismos resultados

al recuperar los módulos E_3 y G_{13} , lo que demuestra que el modelo funciona como es de esperarse para un material transversalmente isotrópico.

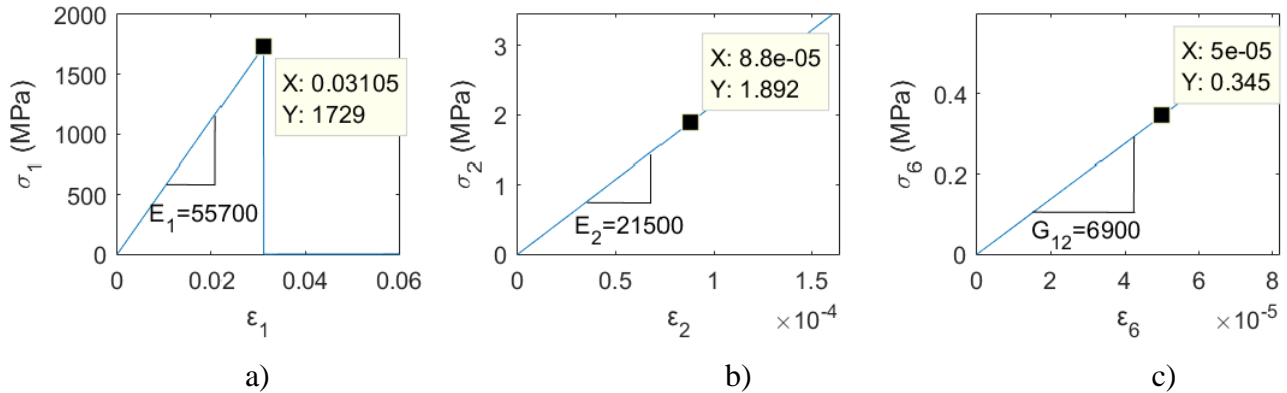


Figura 26. Recuperación gráfica de módulos elásticos en dirección a) longitudinal, b) transversal y c) corte 12 [Fuente: Elaboración propia].

Otro valor a comparar es el esfuerzo de ruptura en cada dirección. Para esto se modelan ensayos de tracción y compresión en las direcciones longitudinal, transversal y corte 12 y se compara el esfuerzo en el momento en que se produce la ruptura con los valores mostrados en la Tabla 2. A excepción del caso de tracción en la dirección longitudinal, se tiene un valor levemente mayor que el indicado en la Tabla 2. Esto se debe a que la función que calcula los esfuerzos de ruptura en función de la tasa de deformación (Ecuaciones 30 y 31) utiliza como referencia el valor $\dot{\epsilon} = 0$, por lo que cualquier valor distinto de 0 entregará esfuerzos de ruptura mayores. Esto se muestra en la Figura 27.

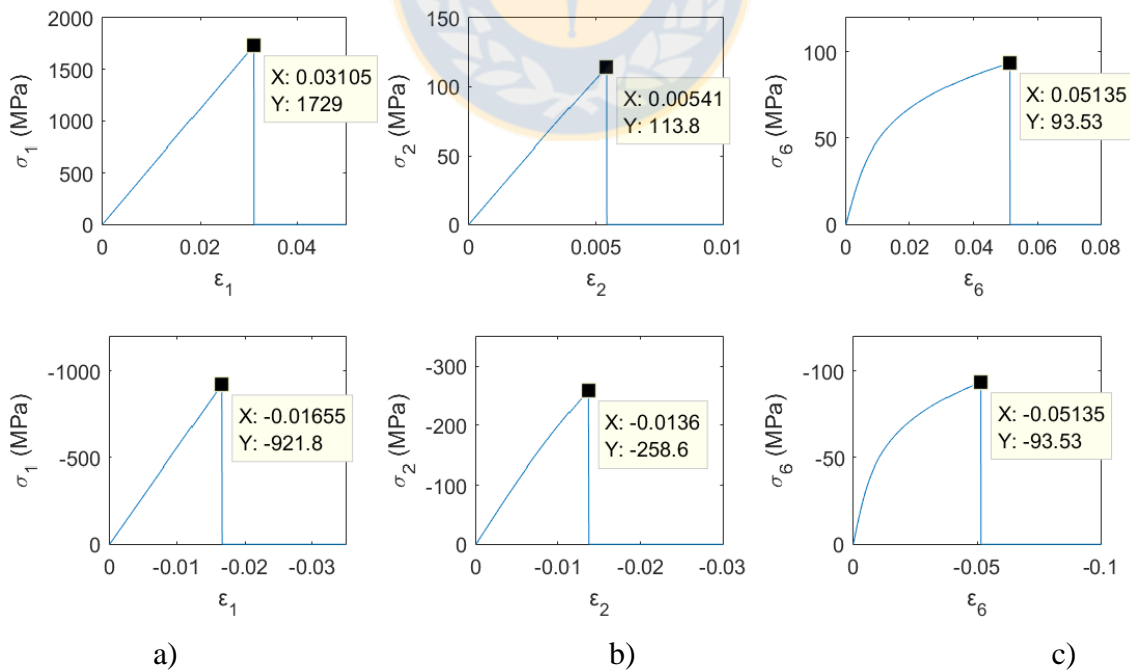


Figura 27. Esfuerzos de ruptura en tracción (arriba) y compresión (abajo) en la dirección a) longitudinal, b) transversal y c) corte 12 [Fuente: Elaboración propia].

Adicionalmente, se recupera gráficamente el módulo de corte G_{23} y el esfuerzo de ruptura en el plano 23 (s_4), encontrándose que sus valores coinciden a los calculados como se muestra en la Sección 2.3.1 y la Ecuación 37, respectivamente, como puede apreciarse en la Figura 28.

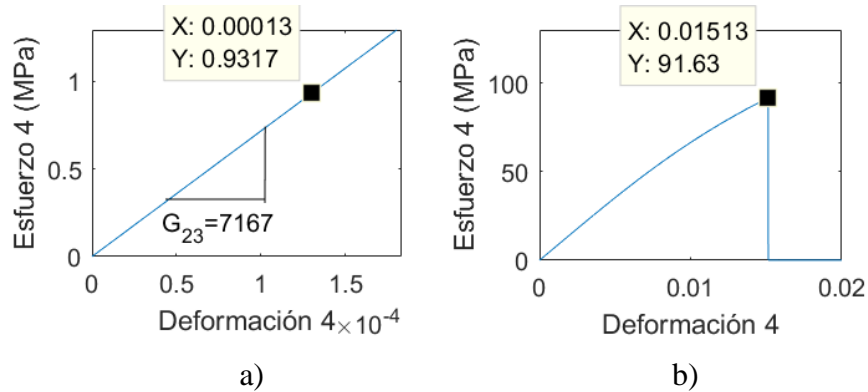


Figura 28. Recuperación de parámetros en el plano 23. a) Módulo de corte. b) Esfuerzo de ruptura [Fuente: Elaboración propia].

Posteriormente se valida el funcionamiento del modelo de falla, intentando recuperar las superficies de falla. Primero, se analiza el caso 2D comparándolo con los resultados obtenidos por Tao [Tao et al. 2017]. Para esto se utiliza un material compuesto de fibra de carbono y resina epóxica (IM7/8552), cuyas propiedades se muestran en las Tablas 5 y 6.

Tabla 5. Resistencias a la fractura de IM7/8552 [Camanho et al. 2015], [Tao et al. 2017]

s_{1t} (MPa)	s_{1c} (MPa)	s_{2t} (MPa)	s_{2c} (MPa)	s_6 (MPa)
2323,5	1017,5	76	288	89

Tabla 6. Parámetros del modelo de falla de IM7/8552 [Tao et al. 2017]

A	m	A_x	m_x
0,19303	0,10781	0,15460	0,20619

En la Figura 29 se reproducen las superficies de falla en el plano $\sigma_2 - \sigma_6$ obtenidas por el modelo de falla 3D, junto a lo que se tiene con el modelo en 2D [Tao et al. 2017] y datos experimentales [Schaefer et al. 2014], tanto para un caso cuasi estático (10^{-4} s^{-1}) como para uno dinámico (800 s^{-1}). Se observa la coincidencia total entre ambos modelos, lo que indica que al menos el funcionamiento dentro del plano está correcto. Se obtienen los mismos resultados al graficar en el plano $\sigma_3 - \sigma_5$ por tratarse de un material transversalmente isotrópico. Además, se puede observar que se reproduce correctamente el aumento en la resistencia producto de un aumento en la tasa de deformación, y que este aumento es mayor para esfuerzos de compresión que de tracción, lo que se repite en otros planos de falla.

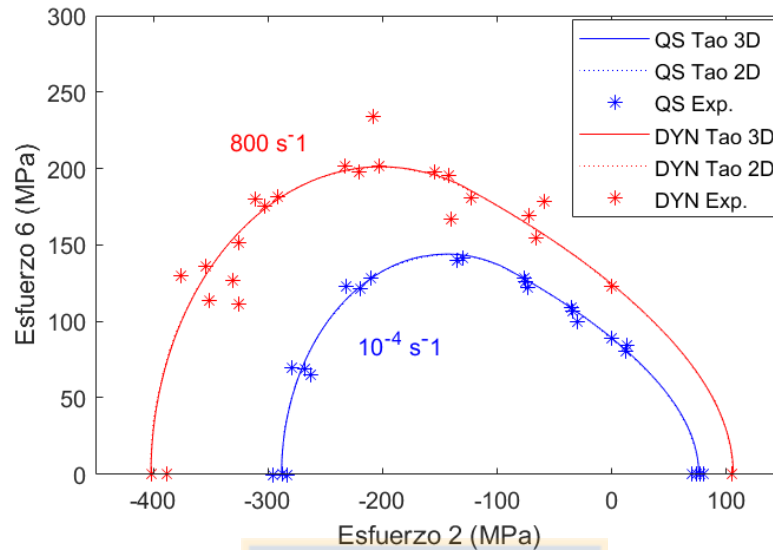


Figura 29. Comparación de modelo de falla 2D, 3D y datos experimentales [Fuente: Elaboración propia].

Existe un trabajo [Camanho et al. 2015] en donde proponen un modelo de falla en 3D para materiales compuestos. No es la idea en este momento comparar la efectividad de ambos modelos, pero en dicho trabajo presentan las superficies de falla en varios planos para el compuesto IM7/8552, por lo que puede ser una buena fuente para verificar el funcionamiento general del modelo en MATLAB. Los parámetros usados en el modelo de Camanho son levemente distintos a los usados anteriormente en este trabajo. Dichos parámetros se muestran en la Tabla 7. En la Figura 30 se muestran las envolturas de falla obtenidas por Camanho (en rojo) y por el presente modelo en MATLAB (en azul) usando los parámetros de la Tabla 7.

Tabla 7. Resistencias a la fractura de IM7/8552 [Camanho et al. 2015]

s_{1t} (MPa)	s_{1c} (MPa)	s_{2t} (MPa)	s_{2c} (MPa)	s_6 (MPa)
2323,5	1017,5	62,3	253,7	89,6

Como se puede observar en la Figura 30, Ambos modelos muestran envolturas de falla similares en todos los planos mostrados, siendo la principal diferencia, observable en las Figuras 30.a, 30.b y 30.c, el hecho de que en el modelo de Tao 3D, la falla en la dirección de la fibra (dirección 1) es independiente de los esfuerzos en las otras direcciones, así como la falla en las otras direcciones es independiente del esfuerzo longitudinal en la dirección de la fibra.

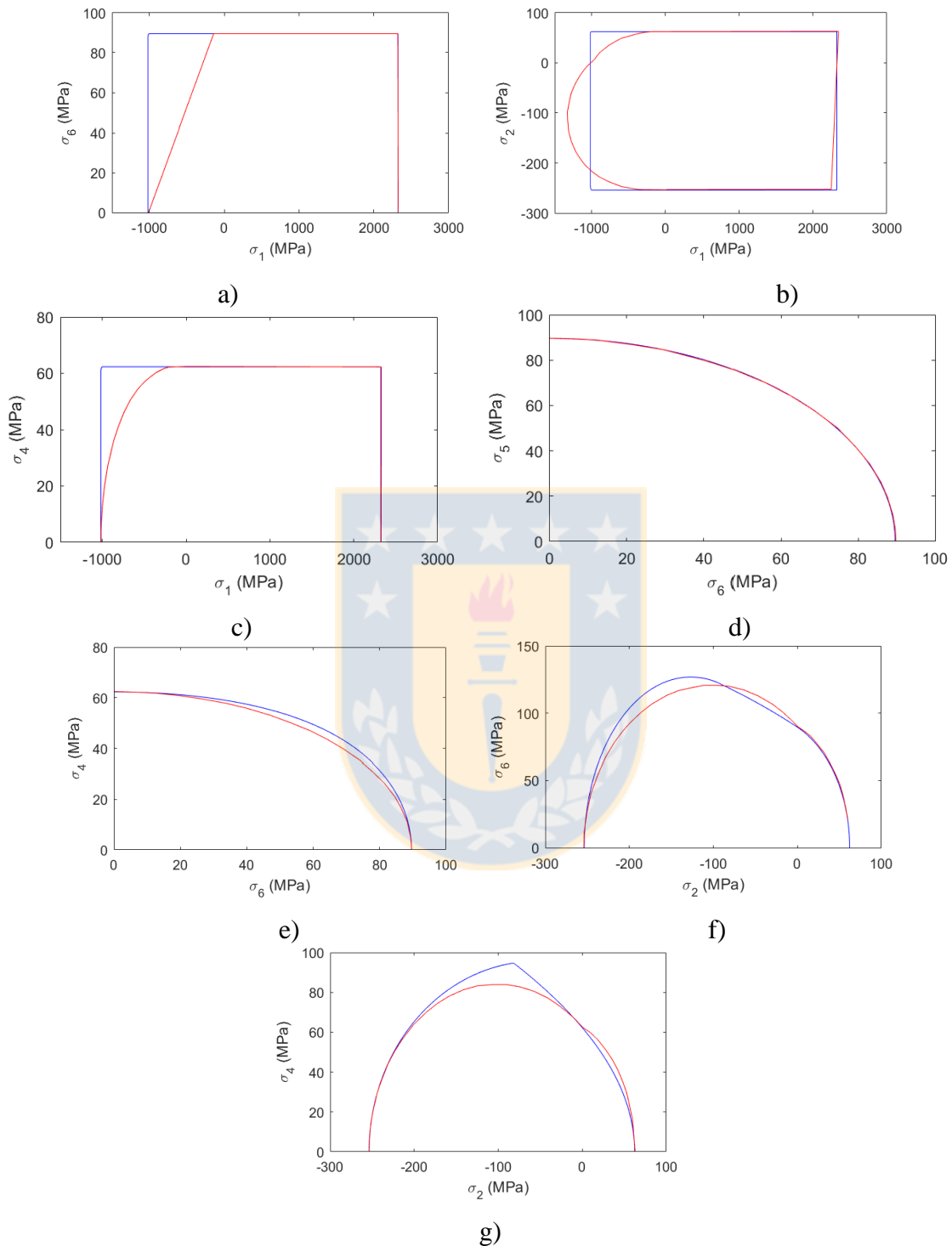


Figura 30. Envolturas de falla del compuesto IM7/8552 en distintos planos. a) $\sigma_1 - \sigma_6$, b) $\sigma_1 - \sigma_2$, c) $\sigma_1 - \sigma_4$, d) $\sigma_6 - \sigma_5$, e) $\sigma_6 - \sigma_4$, f) $\sigma_2 - \sigma_6$, g) $\sigma_2 - \sigma_4$, para el presente modelo (en azul) y para el de Camanho (en rojo) [Camanho et al. 2015].

CAPÍTULO 4

Discusión de resultados

En el capítulo anterior se verificó que el modelo viscoplástico funciona de la forma esperada, ya que devuelve correctamente los valores de las constantes elásticas, tanto las que se ingresan como dato obtenido de experimentos como las que deben ser calculadas, lo que permite también comprobar que dichos valores concuerdan con un material transversalmente isotrópico.

Además, el comportamiento plástico del material se ajusta a lo esperado, entregando solamente deformación elástica para un ensayo de tracción en la dirección de la fibra, dada la naturaleza frágil de ésta, y un comportamiento elasto-plástico en otros casos, por tener una mayor relevancia la naturaleza dúctil de la matriz [Hufenbach et al. 2013]. Se observa además que las curvas esfuerzo-deformación para un ensayo de corte puro son idénticas tanto si dicho esfuerzo tiene un valor positivo como uno negativo [Tao et al. 2013]. También se puede destacar que el comportamiento plástico es más marcado en los ensayos de compresión que en los de tracción.

En cuanto al efecto de la velocidad de deformación, se puede observar que el comportamiento del modelo en MATLAB entrega valores de acuerdo al modelo de falla propuesto por Tao [Tao et al. 2013], como se observa en la Figura 29, aumentando la resistencia del material a medida que aumenta la velocidad de deformación, como ya había sido descrito por otros autores [Foroutan et al. 2013], [Wan et al. 2016]. Sin embargo, como puede verse en la Figura 27, para velocidades de deformación bajas, el modelo empírico propuesto por Tao sobreestima este aumento, debido a la forma de las Ecuaciones 30 y 31, donde el esfuerzo de ruptura sería igual al tomado como referencia sólo en el caso de que la velocidad de deformación fuera nula. A pesar de esto, como se muestra en la Figura 31, este modelo describe de forma correcta los esfuerzos de ruptura a altas velocidades de deformación.

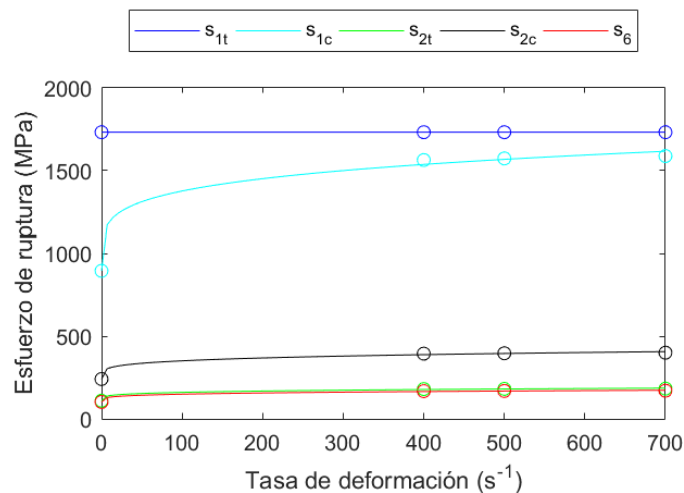


Figura 31. Esfuerzos de ruptura de S2/8552 en función de la tasa de deformación. Círculos indican datos experimentales y líneas el modelo empírico [Tao et al. 2013].

Con el presente modelo también se pueden obtener las curvas esfuerzo-deformación a distintas velocidades de deformación. En la Figura 32 se muestran ensayos de tracción en la dirección transversal (2), de corte longitudinal en la dirección 12 (6), además de corte transversal en la dirección 23 (4). Se observa el comportamiento esperado, con el material comportándose de manera más rígida y aumentando su resistencia, efecto más notorio en la dirección de corte 12, similar a lo mostrado en la Figura 8.

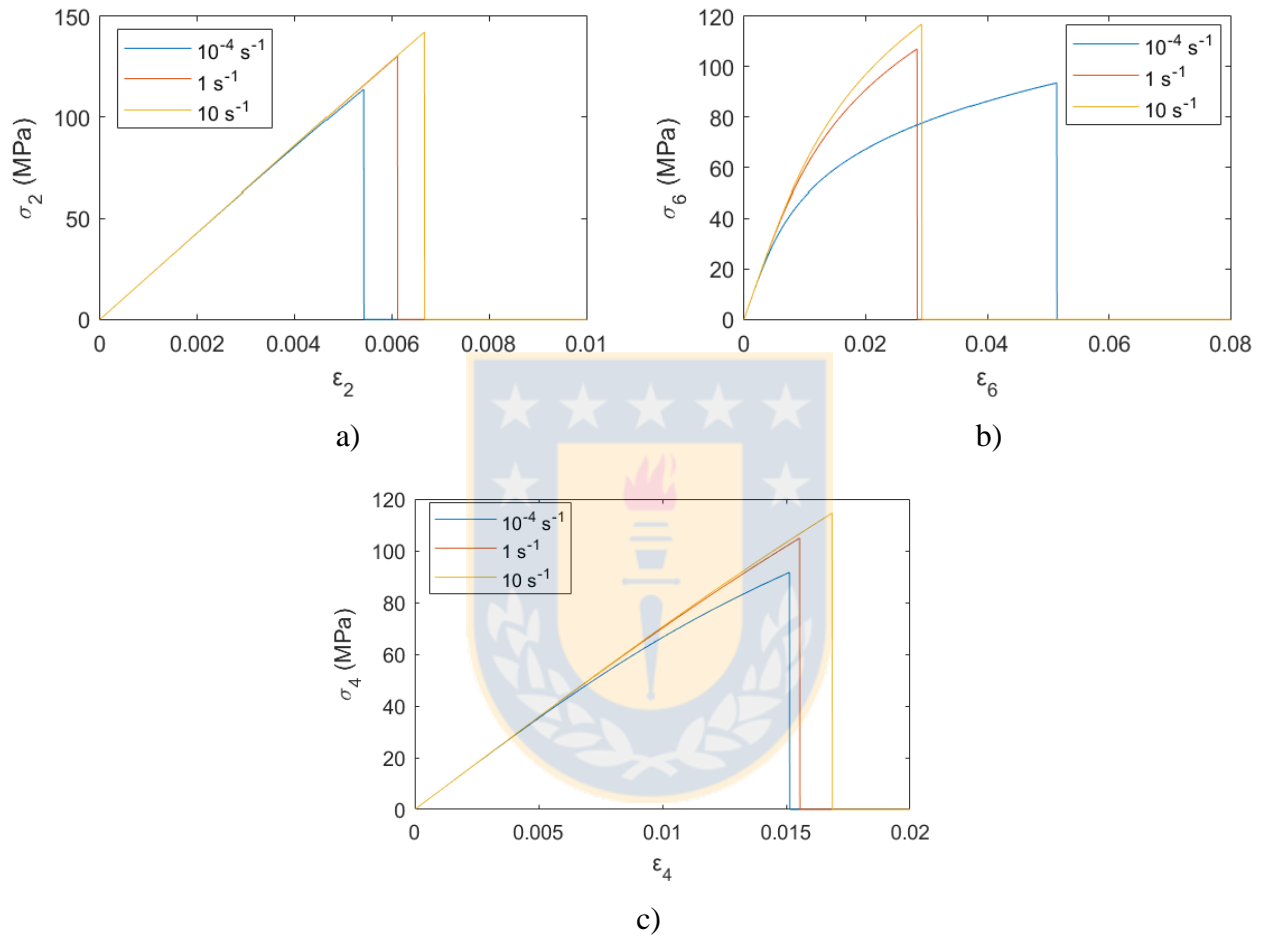


Figura 32. Curvas esfuerzo-deformación para S2/8552 a varias velocidades de deformación en a) tracción transversal, b) corte 12 y c) corte 23 [Fuente: Elaboración propia].

CAPÍTULO 5

Conclusiones y Perspectivas

5.1 Conclusiones

A partir del estudio bibliográfico se muestra que existe una gran cantidad de factores que afectan la respuesta al impacto de un material compuesto, como la masa y geometría del impactador, la velocidad del impacto y las características de la lámina y el laminado, lo que implica que la modelación de un impacto es bastante compleja por la cantidad de factores a tener en consideración. También se muestra que los materiales compuestos exhiben un comportamiento mecánico que depende de su velocidad de deformación, fenómeno caracterizado por medio de la viscoplasticidad, que hace que a medida que aumenta la tasa de deformación, aumenta su rigidez, resistencia, y varíe el ángulo de fractura. Se muestra también que este fenómeno tiene mayor preponderancia en las direcciones en que las propiedades de la matriz son más relevantes, motivo por el cual los modelos constitutivos no consideran este efecto en tracción en la dirección de la fibra, y que el comportamiento de los materiales es distinto en tracción y en compresión (anisotropía). Se tiene además que existen varios modelos constitutivos que describen este comportamiento dependiente de la velocidad de deformación, reproduciendo de manera cercana a la realidad los aumentos de rigidez y resistencia al aumentar la tasa de deformación, pero que no siempre están disponibles para ser utilizados en el cálculo, debiendo primero ser implementados en un código de elementos finitos.

Entre los modelos constitutivos disponibles se seleccionó el modelo de [Chen y Morozov 2016], que considera el efecto viscoplástico del material, haciendo que su comportamiento dependa de la tasa de deformación. Este modelo es para materiales compuestos con orientación de fibras unidireccional, y para un caso de esfuerzo plano (2D), y fue extendido satisfactoriamente al caso general (3D) para un material transversalmente isotrópico, lo que permite que sea utilizado a futuro en la predicción de la respuesta al impacto. El criterio de falla que utiliza originalmente este modelo es el de [Hashin 1980], pero sus predicciones no son completamente satisfactorias. Para mejorar esto, se seleccionó otro criterio de falla (Tao2D), propuesto por [Tao et al. 2017], que permite predecir la falla inter-fibra de un material compuesto unidireccional en un caso 2D y considerando el aumento de resistencia al aumentar la tasa de deformación. Este criterio también debió ser extendido a 3D (Tao3D), usando como guía el criterio de [Puck y Schürmann 1998], y agregando la falla en la dirección longitudinal. También se desarrolló un método para predecir numéricamente el ángulo de fractura, algo indispensable para la utilización de este criterio.

Posteriormente se programó satisfactoriamente en MATLAB ambos modelos en conjunto. Usando datos experimentales disponibles en la literatura consultada se pudo validar el modelo 2D, incluyendo el daño post-falla, mientras que para el caso 3D, por ausencia de suficientes datos experimentales, la validación se limitó a verificar el comportamiento transversalmente isotrópico del material, y comparar predicciones con otros modelos, obteniéndose resultados similares, lo que es un buen indicio de que el modelo 3D

funciona correctamente, y muestra la utilidad que podría tener el incorporar este modelo a un programa de elementos finitos, pero faltaría su validación con datos experimentales.

5.2 Perspectivas

Como trabajo a futuro se plantea agregar al modelo 3D un modelo de daño progresivo posterior a la falla, como el que tenía originalmente el modelo en 2D de Chen y Morozov, y que fue programado satisfactoriamente, como se muestra en el Anexo A. El uso de este tipo de modelo de daño, que no lo considera previo a la falla, se puede justificar porque éste se desarrolla de manera mucho más rápida luego de que ésta se produce, como fue mostrado por [Tan y Falzon 2016], lo que se ilustra en la Figura 33. También se puede agregar la dependencia de la evolución del daño a la tasa de deformación.

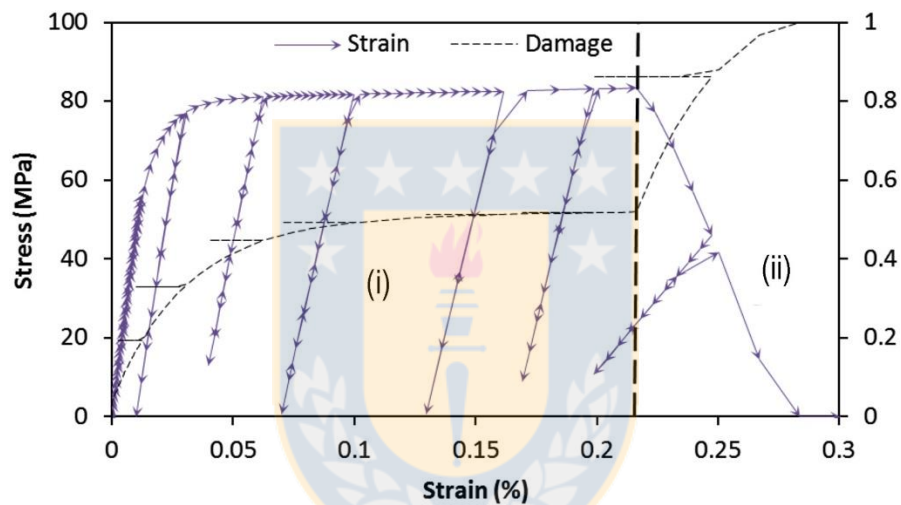


Figura 33. Comparación de evolución del daño antes y después de la falla [Tan y Falzon 2016].

Además, se plantea implementar el modelo en un código de elementos finitos como SAMCEF o Metafor, para lo que sería necesario traducir el programa realizado en MATLAB a un lenguaje adecuado que el software elegido sea capaz de analizar, y así poder realizar simulaciones que indiquen si los efectos viscoplásticos de un material compuesto tienen relevancia en su respuesta frente a cargas de impacto. Para esto, sería necesario optimizar el código, especialmente la parte del cálculo del ángulo del plano de fractura, para evitar costo computacional excesivo.

Finalmente queda pendiente la validación experimental del modelo de falla en 3D, principalmente en ensayos en los que exista esfuerzo de corte transversal σ_4 .

REFERENCIAS

- Al-Haik M.S., Garmestani H., Savran A. (2004)
 Explicit and implicit viscoplastic models for polymeric composite.
 International Journal of Plasticity Vol. 20, 1875-1907.
- Ansari M., Chakrabarti A. (2016)
 Impact behaviour of FRP composite plate under low to hyper velocity impact.
 Composites: Part B Vol. 95, 462-474.
- Camanho P.P., Lambert M. (2006)
 A design methodology for mechanically fastened joints in laminated composite materials.
 Composites Science and Technology Vol. 66, 3004-3020.
- Camanho P.P., Arteiro A., Melro A.R., Catalanotti G., Vogler M. (2015)
 Three-dimensional invariant-based failure criteria for fibre-reinforced composites.
 International Journal of Solids and Structures Vol. 55, 92-107.
- Catalanotti G., Camanho P.P., Marques A.T. (2013)
 Three-dimensional failure criteria for fiber-reinforced laminates.
 Composite Structures Vol. 95, 63-79.
- Chen J.F., Morozov E.V., Shankar K. (2012)
 A combined elastoplastic damage model for progressive failure analysis of composite materials and structures.
 Composite Structures Vol. 94, 3478-3489.
- Chen J.F., Morozov E.V. (2016)
 A consistency elasto-viscoplastic damage model for progressive failure analysis of composite laminates subjected to various strain rate loadings.
 Composite Structures Vol. 148, 224-235.
- Cole G.S., Sherman A.M. (1995)
 Lightweight Materials for Automotive Applications.
 Materials Characterisation Vol. 35, 3-9.
- Daniel I.M., Luo J.J., Schubel P.M., Werner B.T. (2009)
 Interfiber/interlaminar failure of composites under multi-axial states of stress.
 Composites Science and Technology Vol 69, 764-771.
- Daniel I.M., Werner B.T., Fenner J.S. (2011)
 Strain-rate-dependent failure criteria for composites.
 Composites Science and Technology Vol 71, 357-364.

- Foroutan R., Nemes J., Ghiasi H., Hubert P. (2013)
Experimental investigation of high strain-rate behaviour of fabric composites.
Composite Structures Vol. 106, 264-269.
- Hashin Z. (1980)
Failure criteria for unidirectional fiber composites.
Journal of Applied Mechanics Vol. 47, 329-334.
- Hufenbach W., Langkamp A., Gude M., Ebert C., Hornig A., Nitschke S., Böhm H. (2013)
Characterisation of strain rate dependent material properties of textile reinforced thermoplastics for crash and impact analysis.
Procedia Materials Science Vol. 2, 204-211.
- Juhasz J., Rolfes R., Rohwer K. (2001)
A new strength model for application of a physically based failure criterion to orthogonal 3D fiber reinforced plastics.
Composites Science and Technology Vol. 61, 1821-1832.
- Maimí P., Camanho P.P., Mayugo J.A., Dávila C.G. (2007)
A continuum damage model for composite laminates: Part II – Computational implementation and validation.
Mechanics of Materials Vol. 39, 909-919.
- Olsson R. (2000)
Mass criterion for wave controlled impact response of composite plates.
Composites: Part A Vol. 31, 879-887.
- Olsson R. (2015)
Analytical prediction of damage due to large mass impact on thin ply composites.
Composites: Part A Vol. 72, 184-191.
- Pasquali M., Terra C., Gaudenzi P. (2015)
Analytical modelling of high-velocity impacts on thin woven fabric composite targets.
Composite Structures Vol. 131, 951-965.
- Puck A., Schürmann H. (1998)
Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models.
Composites Science and Technology Vol. 58, 1045-1067.
- Raimomndo L., Ianucci L., Robinson P., Curtis P.T. (2012)
Modelling of strain rate effects on matrix dominated elastic and failure properties of unidirectional fibre-reinforced polymer–matrix composites.
Composites Science and Technology Vol. 72, 819-827.

- Reddy P.R.S., Reddy T.S., Srikanth I., Madhu V., Goia A.K., Rao K.V. (2016)
Effect of viscoelastic behaviour of glass laminates on their energy absorption subjected to high velocity impact.
Materials and Design Vol. 98, 272-279.
- Schaefer J.D., Werner B.T., Daniel I.M. (2014)
Strain-Rate-Dependent Failure of a Toughened Matrix Composite.
Experimental Mechanics Vol. 54, 1111-1120.
- Shirinbayan M., Fitoussi J., Bocquet M., Meraghni F., Surowiec B., Tcharkhtchi A. (2017)
Multi-scale experimental investigation of the viscous nature of damage in Advanced Sheet Molding Compound (A-SMC) submitted to high strain rates.
Composites Part B Vol. 115, 3-13.
- Sun C.T., Quinn B.J., Tao J., Oplinger D.W. (1996)
Comparative evaluation of failure analysis methods for composite laminates.
U.S. Department of Transit – Federal Aviation Administration, DOT/FAA/AR-95/109.
- Tan W., Falzon B.G. (2016)
Modelling the crush behaviour of thermoplastic composites.
Composites Science and Technology Vol. 134, 57-71.
- Tao Y., Chen H., Yao K., Lei H., Pei Y., Fang D. (2017)
Experimental and theoretical studies on inter-fiber failure of unidirectional polymer-matrix composites under different strain rates.
International Journal of Solids and Structures Vol. 113-114, 37-46.
- Thiruppukuzhi S.V., Sun C.T. (1998)
Testing and modeling high strain rate behavior of polymeric composites.
Composites Part B Vol. 29B, 535-546.
- Thiruppukuzhi S.V., Sun C.T. (2001)
Models for the strain-rate-dependent behavior of polymer composites.
Composites Science and Technology Vol. 61, 1-12.
- Thomson D.M., Cui H., Erice B., Hoffmann J., Wiegand J., Petrinic N. (2017)
Experimental and numerical study of strain-rate effects on the IFF fracture angle using a new efficient implementation of Puck's criterion.
Composite Structures Vol. 181, 325-335.
- Tsai J.L., Sun C.T. (2002)
Constitutive model for high strain rate response of polymeric composites.
Composites Science and Technology Vol. 62, 1289-1297.

Urroz G.E. (2004)

Solution of non-linear equations.

Utah State University. http://ocw.usu.edu/Civil_and_Environmental_Engineering/Numerical_Methods_in_Civil_Engineering/NonLinearEquationsMatlab.pdf

Yasaee M., Mohamed G., Pellegrino A., Petrinic N., Hallett S.R. (2017)

Strain rate dependence of mode II delamination resistance in through thickness reinforced laminated composites.

International Journal of Impact Engineering Vol. 107, 1-11.

Wan Y., Sun B., Gu B. (2016)

Multi-scale structure modeling of damage behaviors of 3D orthogonal woven composite materials subject to quasi-static and high strain rate compressions.

Mechanics of Materials Vol. 94, 1-25.



ANEXOS

Anexo A: Modelo de daño post falla en 2D

El modelo de daño 2D utilizado por Chen y Morozov [Chen y Morozov 2016] considera que éste comienza una vez que se produce la falla del material. Ésta se detecta usando el criterio de Hashin, definiendo las funciones de carga de la Ecuación A.1:

$$\begin{aligned}
 \phi_{1t} &= \left(\frac{\bar{\sigma}_1}{s_{1t}}\right)^2 && (\bar{\sigma}_1 \geq 0)(\text{modo de daño por tensión en la fibra}) \\
 \phi_{1c} &= \left(\frac{\bar{\sigma}_1}{s_{1c}}\right)^2 && (\bar{\sigma}_1 < 0)(\text{modo de daño por compresión en la fibra}) \\
 \phi_{2t} &= \left(\frac{\bar{\sigma}_2}{s_{2t}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_6}{6}\right)^2 && (\bar{\sigma}_2 \geq 0)(\text{modo de daño por tensión en la matriz}) \\
 \phi_{2c} &= \left(\frac{\bar{\sigma}_2}{s_{2c}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_6}{s_6}\right)^2 && (\bar{\sigma}_2 < 0)(\text{modo de daño por compresión en la matriz})
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Luego se define una función que controla el tamaño de la superficie de daño, según la Ecuación A.2:

$$r_I = \max\{1, \max\{\phi_I^\tau\}\} \quad I = \{1t, 1c, 2t, 2c\} \quad \tau \in [0, t] \tag{A.2}$$

Y se define la iniciación de daño mediante la Ecuación A.3.

$$f_I(\phi_I, r_I) = \phi_I - r_I \leq 0 \quad I = \{1t, 1c, 2t, 2c\} \tag{A.3}$$

Y para la dirección s (corte), como esfuerzos transversales de compresión tienen efectos benéficos en el quiebre de la matriz, se asume que los efectos de daño son gobernados por quiebre de la matriz en tensión, según la Ecuación A.4.

$$f_s = f_{2t} \quad r_s = r_{2t} \tag{A.4}$$

Luego, dado que el daño es irreversible, se define la ley de evolución exponencial de daño, mediante la Ecuación A.5.

$$d_I = 1 - \frac{1}{r_I} \exp(A_I(1 - r_I)) \quad I = \{1t, 1c, 2t, 2c, s\} \tag{A.5}$$

Donde los parámetros A_I se calculan resolviendo numéricamente las ecuaciones A.6 y A.7, de la forma descrita por [Chen et al. 2012] y [Maimí et al. 2007].

$$g_I = \frac{G_{I,c}}{I^*} \quad I = \{1t, 1c, 2t, 2c, s\} \quad (\text{A.6})$$

$$g_I(A_I) = \int_0^\infty Y_I \dot{d}_I(A_I) dt; \quad Y_I = -\frac{\partial \psi}{\partial d_I}; \quad \psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad I = \{1t, 1c, 2t, 2c, s\} \quad (\text{A.7})$$

Finalmente se calculan las 3 variables de daño que se deben reemplazar en las Ecuaciones 5 y 6, según la Ecuación A.8.

$$d_1 = \begin{cases} d_{1t} & \text{si } \bar{\sigma}_1 \geq 0 \\ d_{1c} & \text{si } \bar{\sigma}_1 < 0 \end{cases}$$

$$d_2 = \begin{cases} d_{2t} & \text{si } \bar{\sigma}_2 \geq 0 \\ d_{2c} & \text{si } \bar{\sigma}_2 < 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$d_6 = 1 - (1 - d_s)(1 - d_{1t})$$

Este modelo de daño se implementa numéricamente en MATLAB. Para esto calculan las funciones de carga $\phi_{I,n+1}$ (criterio de falla de Hashin), según la Ecuación A.1, usando el esfuerzo equivalente $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ (ver Ecuación 4), y se verifica la condición de iniciación de daño (Ecuación A.3) usando los valores de los umbrales de daño del paso de tiempo anterior $r_{I,n}$. Así, si $f_I \leq 0$ no hay evolución del daño en ese paso de tiempo, y las variables de daño para el paso de tiempo $n + 1$ se toman iguales a las del paso anterior. En cambio, si $f_I > 0$, se calcula un nuevo umbral $r_{I,n+1}$ tal que $f_I = 0$, y las variables de daño se actualizan según la Ecuación A.5. Con estos datos se calcula una nueva matriz de rigidez, según la Ecuación 5.

En la Figura A.1 se muestran las predicciones realizadas para el modelo viscoplástico 2D con daño post falla, para ensayos de tracción a baja velocidad de deformación ($\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$), para el compuesto de fibra de vidrio y resina epóxica S2/8552, cuyas propiedades fueron obtenidas de [Chen y Morozov 2016].

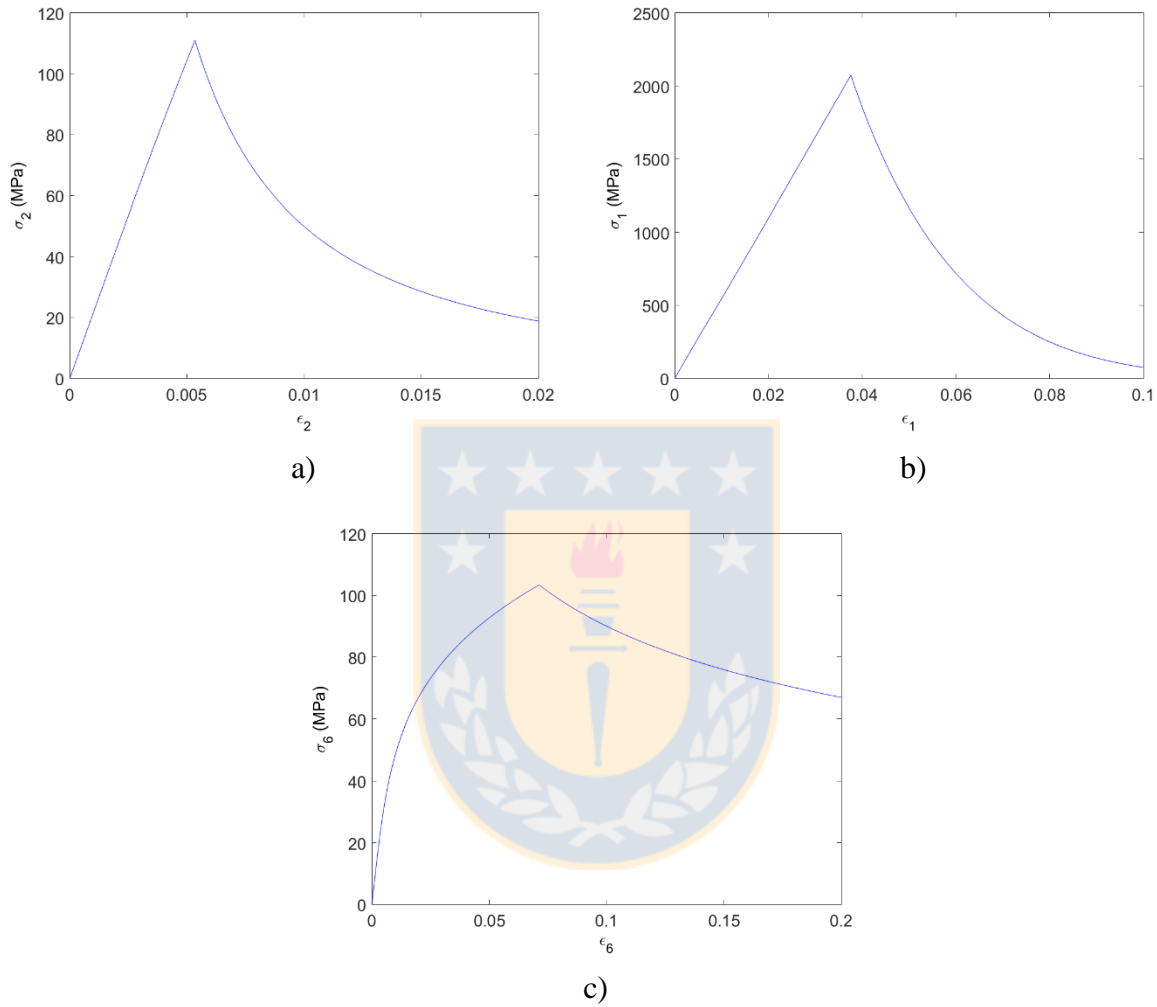


Figura A.1. Curvas esfuerzo-deformación de laminado unidireccional S2/8552 en ensayos cuasi estáticos de tracción a) longitudinal, b) transversal y c) corte [Fuente: Elaboración propia].

Y en la Figura A.2 se muestra la validación con datos experimentales, para una probeta de S2/8552 unidireccional, en compresión a 45° , observándose una buena concordancia con el modelo en MATLAB, tanto a alta como a baja velocidad de deformación.

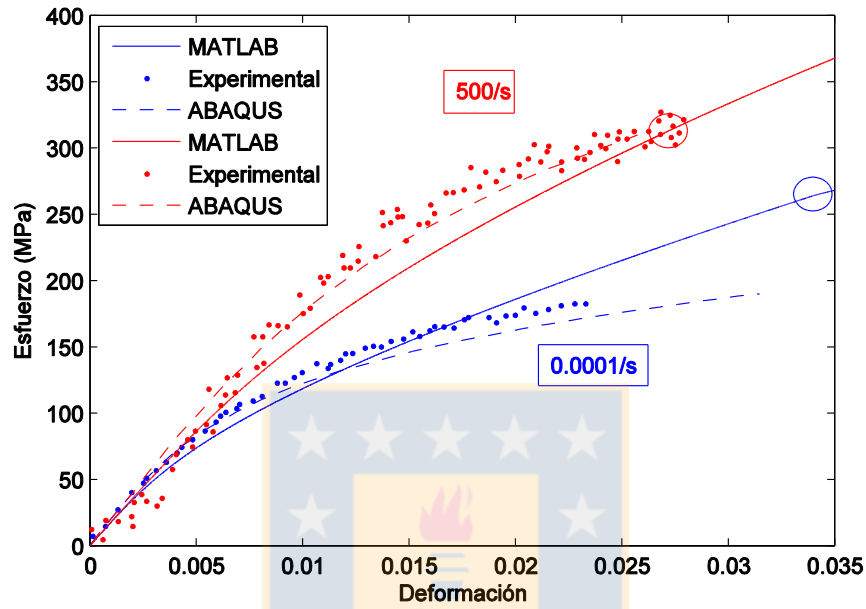


Figura A.2. Comparación de curvas esfuerzo-deformación en compresión para probeta a 45°
[Fuente: Elaboración propia].