

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN**



**“ANÁLISIS DESCRIPTIVO DEL NIVEL DE DOMINIO Y LOS
ERRORES COMETIDOS EN ÁLGEBRA POR ESTUDIANTES DE
SEXTO, SÉPTIMO Y OCTAVO BÁSICO”**

Seminario para optar al Grado de Licenciado en Educación

Alumnos: Gonzalo Muñoz Carrasco

Alexis Ramírez Díaz

Profesora Guía: Dra. Ed. María del Valle Leo

Concepción, 2016



AGRADECIMIENTOS.

A nuestras familias, amigos y cercanos.



RESUMEN

Para los estudiantes de enseñanza básica el álgebra representa un quiebre cognitivo en comparación con los otros temas abordados en Matemática Escolar. Esto desencadena innumerables dificultades que se pueden detectar observando los errores comunes en tareas sencillas relacionadas con el tema. Estos errores pueden ser con orígenes en lo cognitivo, procedimental, estructural, conceptual e incluso curricular.

Se ha seleccionado un análisis del tipo cualitativo para poder describir los niveles de logro alcanzados por estudiantes de 6º, 7º y 8º año de enseñanza básica en colegios de distinta dependencia administrativa en el sistema escolar. Se busca establecer el dominio del álgebra en los estudiantes que deben ingresar a 1º año de enseñanza media, aplicando una evaluación de acuerdo a los contenidos mínimos obligatorios que ellos debiesen haber aprendido. Esto permitirá advertir cuáles son los aprendizajes alcanzados, qué errores se cometen en el desarrollo de problemas y ejercicios en instrumentos de evaluación del desempeño, analizarlos desde un punto de vista comparativo según su dependencia administrativa.

INDICE

INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
1.1 SITUACION PROBLEMÁTICA	9
1.2 MARCO TEÓRICO	11
1.2.1 Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT).	15
1.2.2 Teorías sobre el aprendizaje:	17
1.2.3 Modelos Mentales	20
1.2.4 Teorías de los Errores	23
1.2.5 Dificultades en el aprendizaje de la Matemática	25
1.2.6 Características fundamentales de los errores en matemática	28
1.2.7 Taxonomías	31
CAPÍTULO II: OBJETIVOS Y METODOLOGÍA	33
2.1 OBJETIVOS	33
2.2 POBLACIÓN Y MUESTRA	34
2.3 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	35
2.3.1. Instrumentos de medición	36
CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE LOS ERRORES	37
3.1 Categorización de los errores en Sexto Básico	37
3.1.1 Análisis de los errores conceptuales para Sexto Básico	38
3.1.2 Análisis de los errores procedimentales para Sexto Básico	43
3.2 Categorización de los errores en Séptimo Básico	50
3.2.1 Análisis de los errores conceptuales para Séptimo Básico	51
3.2.2 Análisis de los errores procedimentales para Séptimo Básico	61
3.3 Categorización de los errores en Octavo Básico	68
3.3.1 Análisis de los errores conceptuales para Octavo Básico	69
3.3.2 Análisis de los errores procedimentales para Octavo Básico	74

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS ESTADÍSTICO DESCRIPTIVO	82
4.1 Análisis según desempeño	82
4.2 Análisis de acuerdo a las habilidades medidas	85
4.3 Análisis comparativo de acuerdo a media y desviación estándar	88
4.4 Análisis de acuerdo a respuestas correctas, incorrectas y omitidas	89
4.5 Porcentaje de errores cometidos por categorías	92
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y REFLEXIONES.	98
BIBLIOGRAFÍA	104
ANEXOS	107
INDICE DE CUADROS, TABLAS, GRÁFICOS E IMÁGENES.	
Imagen 1: Conocimiento Matemático para la enseñanza	17
Cuadro 1: Clasificación Descriptiva e ilustrativa según Radatz	29
Tabla nº1: Distribución de porcentajes de desempeño en Sexto Básico	82
Gráfico nº1: Distribución de desempeño en Sexto Básico según colegio	82
Tabla nº2: Distribución de porcentajes de desempeño en Séptimo Básico	83
Gráfico nº2: Distribución de desempeño en Séptimo Básico según colegio	83
Tabla nº3: Distribución de porcentajes de desempeño en Octavo Básico	84
Gráfico nº3: Distribución de desempeño en Octavo Básico según colegio	84
Tabla nº4: Distribución de porcentaje de desempeño en Sexto Básico según habilidades	85
Tabla nº5: Distribución de porcentaje de desempeño en Séptimo Básico según habilidades	86
Tabla nº6: Distribución de porcentaje de desempeño en Octavo Básico según habilidades	87
Tabla nº7: Medias y Desviación Estándar según establecimiento	88
Tabla nº8: Distribución de porcentaje según correctas, errores y omitidas en colegio municipal	89

Tabla nº9: Distribución de porcentaje según correctas, errores y omitidas en colegio particular subvencionado	90
Tabla nº10: Distribución de porcentaje según correctas, errores y omitidas en colegio particular	91
Tabla nº11: Porcentajes de estudiantes que cometen al menos un error de acuerdo a categorías y establecimientos en Sexto Básico	92
Tabla nº12: Porcentajes de estudiantes que cometen al menos un error de acuerdo a categorías y establecimientos en Séptimo Básico	94
Tabla nº13: Porcentajes de estudiantes que cometen al menos un error de acuerdo a categorías y establecimientos en Octavo Básico	96



INTRODUCCIÓN

Existen diversas investigaciones que hablan acerca de los errores frecuentes de los alumnos y los resultados obtenidos por ellos en álgebra. Estas demuestran el bajo nivel de dominio que tienen los estudiantes en el Álgebra Escolar, para cualquiera de los tipos de dependencias administrativas existentes en la actualidad en el sistema escolar Chileno.

Tomando en cuenta la información que nos entregan año a año las distintas pruebas estandarizadas que existen en nuestro país (SIMCE, PSU, etc.), nos es posible realizar una proyección de lo que está aconteciendo en los niveles iniciales donde actualmente se imparten los primeros conceptos del Álgebra, y en donde se han expuesto muy malos resultados.

Los cambios que ha sufrido el currículo escolar en los últimos años en Educación Matemática, nos llevan a poner especial atención en el proceso de aprendizaje del álgebra en los alumnos de los niveles 6º, 7º y 8º básico, distribuidos en 3 colegios de distinta administración. En estos niveles se centra la investigación, analizando los errores cometidos por ellos al someterlos a diversas interrogantes del tipo conceptual y procedimental, tabulando esta información, y así analizando las posibles causas que originan los malos resultados a nivel país.

Por esto, es importante detenerse a revisar cuáles son los principales obstáculos con los que se debe enfrentar tanto el profesor, el alumno y el medio en que estos se desenvuelven, con el fin de buscar respuestas a las interrogantes que se plantea el docente en su trabajo reflexivo y que buscan mejorar los aprendizajes recibidos por los estudiantes.

CAPÍTULO I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

1.1 SITUACION PROBLEMÁTICA

Todos los años, la sociedad se entera a través de los medios de comunicación, de diversas políticas asociadas a la educación, los resultados de las pruebas estandarizadas nacionales como SIMCE, PSU e inclusive pruebas internacionales como TIMSS y PISA. Todas ellas tienen al menos un denominador común, los bajos niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes en el subsector de matemática.

En virtud del análisis de resultados, es que es necesario reflexionar sobre nuestras prácticas en el aula, como docentes, tanto desde la perspectiva de la matemática, como desde el punto de vista didáctico.

Se tiene conciencia de que vivimos en una sociedad sometida a constantes cambios, lo que hace que las bases curriculares de nuestra área de estudio (matemática) también lo estén. Diversas investigaciones plantean que los estudiantes tienen serias dificultades con el aprendizaje del álgebra desde el primer año medio, algo contradictorio, considerando que curricularmente se comienza a abordar el tema desde sexto año básico y es aquí donde se debe poner especial atención.

El docente observa constantemente los errores que cometen sus estudiantes (hay vacíos de conocimiento, se inventan algoritmos, falta de formalidad, ausencia de fundamentación adecuada, etc.). Debido a esto, parece interesante el detenerse a analizar en primera instancia, los tipos de errores que se producen en el aprendizaje del álgebra desde sus niveles iniciales, qué sucede con los estudiantes, cuales son las principales falencias que se presentan en este eje temático y algunas de sus posibles causas.

Debido a esta problemática que se presenta en los niveles iniciales del estudio del Álgebra, la investigación se desarrolla en base a las siguientes preguntas directrices:

¿Cuáles son los errores frecuentes que cometen los estudiantes de 6to, 7mo, y 8vo básico en Álgebra?

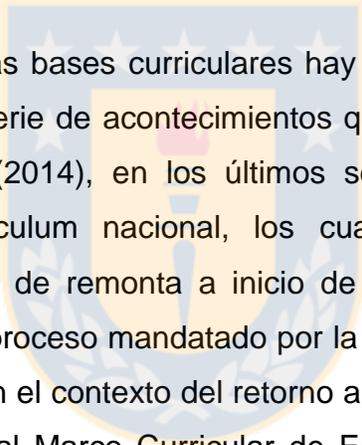
¿Cuál es el nivel de dominio en Álgebra, que tienen los estudiantes al ingresar a primer año de enseñanza media?

Se busca detectar los principales errores cometidos por ellos, identificar el nivel de conocimiento de los estudiantes con respecto al álgebra, en los niveles sexto, séptimo y octavo básico; analizar posibles causantes de estos errores.



1.2 MARCO TEÓRICO

Analizando la bibliografía, se encuentran dos investigaciones de similares características, pero en distintos contextos de la que se presentará. Una habla de los errores cometidos por los estudiantes en la Función Cuadrática y la segunda centrada en el análisis de errores cometidos por los estudiantes al trabajar con fracciones algebraicas. Ambas investigaciones tienen en común que los alumnos demuestran un bajo nivel del dominio del álgebra, independiente de la dependencia administrativa del colegio analizado. Teniendo como antecedentes previos estas dos tesis, se debe analizar desde donde se origina esta dificultad en el álgebra, para lo cual se analizarán las bases curriculares, donde se observa que el álgebra se comienza a trabajar desde el quinto nivel básico.



En el desarrollo de las bases curriculares hay que detenerse con especial atención, porque hay una serie de acontecimientos que es conveniente destacar. Según describe Espinoza (2014), en los últimos seis años se han efectuado diversos cambios al currículum nacional, los cuales tienen distinto origen, naturaleza y alcance. Todo de remonta a inicio de 1990, cuando los primeros cambios se generan en un proceso mandatado por la Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (L.O.C.E.), en el contexto del retorno a la democracia. Así, en 1999 se realizó el primer ajuste al Marco Curricular de Educación Básica, que había sido aprobado en 1996, con la finalidad de mejorar la articulación con la enseñanza media y con el régimen de Jornada Escolar Completa (Decreto 240/1999). Este ajuste contempló principalmente modificaciones de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de 5° a 8° básico.

Luego, en 2002, se ajustan los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de 1° a 4° básico de Lenguaje y Matemática (Decreto 232/2002) y se generaron nuevos programas de estudio para todas las asignaturas. En Enseñanza Media, las bases se mantienen bastante estables, ya que desde su confección en 1998, sólo se realizaron tres ajustes muy acotados.

Se constataron, problemas de articulación y continuidad, algunos de origen más bien formal (como las denominaciones de las asignaturas) y otras de carácter netamente curricular (como el nivel de explicitación de las habilidades o la progresión curricular) en este desarrollo curricular. Para paliar estas dificultades es que se produce un Ajuste curricular (2009), el cual revisa el currículo en su conjunto para dotarlo de mayor coherencia en su progresión y estructura. Dentro de este Ajuste se revisó la estructura curricular con el propósito de mejorar la secuencia y progresión, para ello, no sólo se realizó una reubicación de algunos contenidos en la secuencia curricular, sino también se reformuló la redacción de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos, con el propósito de mejorar la comunicación del énfasis en el desarrollo de habilidades y hacer explícitos los enfoques disciplinares en los que se sustenta el currículum de cada asignatura. Este proceso de revisión pretendía abarcar la totalidad de las asignaturas de los niveles Básica y Media y de todos los tipos de formación: general, científico humanista y técnico profesional (Espinoza, Olga. Op. Cit.).

La implementación de las nuevas bases, se produce en los decretos 256 y 259 del año 2009, donde se explicitaba un plan progresivo de implementación, que contemplaba la generación de los planes y programas de estudio de forma secuenciada. La organización propuesta era la siguiente: se iniciaba la implementación de los cinco sectores ajustados de 5º básico a 1º año medio durante 2010, y de ahí se avanzaba anualmente hasta completar los cursos de la Educación Media en 2013; el primer ciclo básico se implementaría durante 2011. Las razones de esta secuencia se refieren a la prioridad que debían tener los niveles escolares que no se habían modificado desde los inicios de la reforma (Ministerio de Educación, 2008).

En conjunto al proceso de diseño del Ajuste Curricular 2009, se produjo a nivel nacional un movimiento estudiantil, el año 2006 y marcó un precedente histórico, ya que a partir de este conflicto se genera el acuerdo político que derogó la L.O.C.E y posibilitó la elaboración de un nuevo marco legal e institucional para

la educación chilena: la Ley General de Educación (2009, L.G.E.). Esta ley determinó cambios significativos para la configuración del currículum escolar. En primer lugar, se modifica la estructura del sistema educacional, volviendo a la estructura de seis años para la Educación Básica y seis para la Educación Media. Los antecedentes y fundamentos de este cambio son de diversa índole (Gysling, 2010), entre los que destacan: la debilidad en formación disciplinar de los docentes de segundo ciclo básico, especialmente en Matemática y Ciencias; el establecimiento de doce años de enseñanza obligatoria en 2003, hecho que permite replantearse la estructura de los ciclos de primaria y secundaria; el cambio más relevante se traduce en una modificación de la matriz curricular establecida en la L.O.C.E, pasando desde una estructura de Marco Curricular que define Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, a Bases Curriculares en las que se definen Objetivos de Aprendizaje. Desde 2010 en adelante se ha producido una superposición de dos procesos de origen y naturaleza distintos: el Ajuste curricular 2009 y la Reforma curricular 2012. La complejidad del desarrollo paralelo de dos procesos de cambio curricular se ha visto agudizada por la discrecionalidad con que se implementó el Ajuste curricular 2009. En marzo de 2010 debía comenzar la implementación del Ajuste curricular definido en los Decretos 256 y 259 de 2009, sin embargo, al comenzar el año escolar, mediante una carta a los establecimientos educacionales se comunicó la postergación de la implementación (Ministerio de Educación, 2010) y en junio, mediante el Decreto 257 de 2010, se modificó oficialmente el cronograma (Espinoza, Olga. Op. Cit.).

Durante los años 2010 y 2011, el Ministerio de Educación se abocó a la reformulación de los Programas de estudio y a elaborar una propuesta de Planes de estudio para los cursos 5° a 8° de Enseñanza Básica y 1° a 2° de Enseñanza Media, para establecimientos con y sin jornada escolar completa, cambios que también se insertaban en lo proyectado por el Ajuste 2009. “La principal problemática a destacar es que la superposición de dos procesos de cambio curricular, ambos de gran relevancia, pero de orígenes y propósitos distintos, ha

afectado negativamente la implementación de los mismos y la comprensión general de las dinámicas de cambio curricular” (Espinoza, Julio. 2014, p-7).

Finalmente, en diciembre de 2013 se aprobaron las nuevas Bases Curriculares de Educación Media en los niveles 7° Básico a 2° Medio en las siguientes asignaturas: Lengua y Literatura; Matemática; Ciencias Naturales; Historia, Geografía y Ciencias Sociales; Inglés y Educación Física y Salud; según lo indicado en el Decreto 614/2013 debiesen implementarse durante el 2015. Dentro del desarrollo de las bases curriculares se producen hechos a destacar como: que no todas las asignaturas cuentan con sus planes de estudio correspondiente, la publicación de los estándares de aprendizaje ha sido irregular e incompleta (Espinoza, Olga. Op. Cit.).

En el contexto de la asignatura de matemática, estas reformas curriculares desencadenan en un apresuramiento en el tratamiento del álgebra (ahora se aborda desde quinto básico), estas modificaciones curriculares repercuten directamente en los docentes de primer ciclo de enseñanza, ya que antiguamente el tratamiento del álgebra no estaba contemplado en los cursos menores. Se sabe que los docentes están sometidos a constantes capacitaciones, pero no centradas en el tratamiento del tema.

Desde hace ya tres décadas la formación en matemática y en didáctica de los docentes, constituye un campo que ha llamado la atención de la comunidad investigativa. Una de las principales preocupaciones de estudio ha sido la determinación de los conocimientos que un profesor de matemática debe tener, para que su enseñanza diaria en el aula se desarrolle de la forma más eficaz posible.

Uno de los primeros autores en trabajar en esto fue Shulman (1986) con su propuesta “Conocimiento didáctico del contenido” (Pedagogical Content Knowledge), en donde destaca que el profesor debe tener tres tipos de conocimiento: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido

y conocimiento curricular. Luego el mismo Shulman (1987) amplía su teoría incluyendo siete categorías del conocimiento del profesor: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico general, conocimiento curricular, conocimiento pedagógico del contenido, conocimiento de los estudiantes y sus características, conocimiento de contextos educativos y finalmente conocimientos de los fines, propósitos y valores de la educación.

Ya avanzando en este asunto Grossman (1990) tomando en cuenta las propuestas de su predecesor postula su propio modelo bautizado “Modelo del conocimiento del profesor”, que habla de cuatro componentes principales, las cuales son: conocimiento pedagógico general, conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido y conocimiento del contexto.

A partir de las ideas expuestas en los dos modelos anteriores y en otros diversos trabajos es que surge a partir de los autores Ball, Thampes y Phelps (2008) el modelo “Conocimiento matemático para la enseñanza” (MKT), el que se define como “conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno” (Hill, Ball y Schilling, 2008, p.374).

1.2.1 Conocimiento Matemático para la enseñanza (Mathematical Knowledge for Teachig).

Este modelo está conformado por dos grandes categorías, “Conocimiento del contenido”, el que a su vez se subdivide en tres categorías:

Conocimiento común del contenido (CCC): es descrito como el “conocimiento matemático y habilidades que se emplean en situaciones que no son exclusivas de la enseñanza” (Hill, Ball y Shilling, 2008, p. 399), incluye el conocimiento que el profesor utiliza para resolver problemas matemáticos, operar correctamente y aplicar definiciones y propiedades.

Conocimiento especializado del contenido (CEC): se refiere al “conocimiento matemático y habilidad exclusiva para la enseñanza” (Hill, Ball y Shilling, 2008, pp. 400-401). Este conocimiento incluye como representar y explicar ideas matemáticas y resolución de problemas poco usuales en el aula.

Conocimiento del horizonte matemático: es definido como “el conocimiento que tiene el docente de cómo están relacionados los tópicos matemáticos incluidos en el currículo” (Hill, Ball y Shilling, 2008, p. 403). Se considera como van evolucionando los aprendizajes en matemática de acuerdo al currículum.

Ahora nos encontramos ante la segunda gran categoría de este modelo, la cual es “Conocimiento pedagógico del contenido”, el cual también se encuentra subdividido en otras tres categorías:

Conocimiento del contenido y de los alumnos (CCA): definido como el “conocimiento del contenido que se entrelaza con el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben o aprenden un contenido particular” (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 375). Dentro de esta categoría podemos encontrar el conocimiento de los errores comunes y las mayores dificultades que presentan los estudiantes.

El conocimiento del contenido y la enseñanza (CCE): definido como “el conocimiento que combina el conocimiento sobre la enseñanza con el matemático” (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 401), implica construir secuencias de aprendizaje que induzca el razonamiento en los estudiantes para corregir sus concepciones erróneas.

Conocimiento del contenido y del currículo (CC): alude al conocimiento de los objetivos, contenidos, fines, orientaciones curriculares, materiales y recursos disponibles para la enseñanza, que permiten al profesor guiar su práctica y seleccionar las tareas adecuadas para el aprendizaje de sus estudiantes (Hill, Ball, Schilling, 2008).

Para complementar se puede observar la Imagen 1.

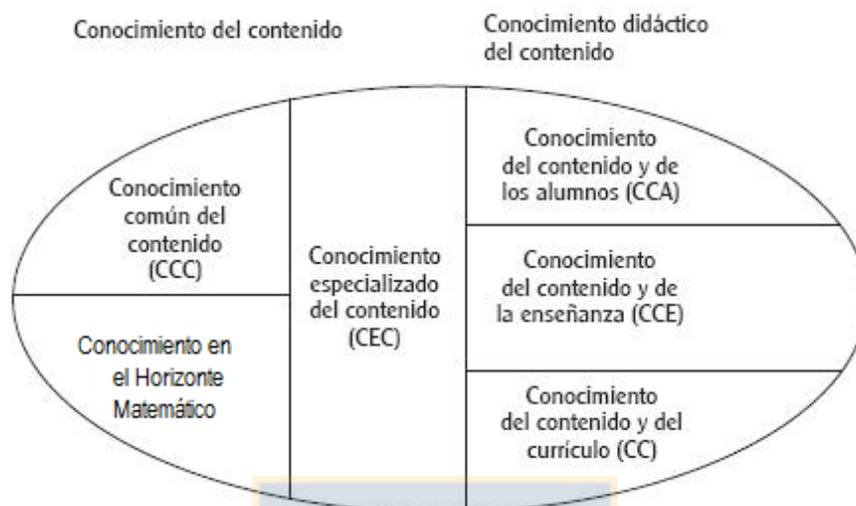


Imagen 1. Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 377).

Una vez definido el modelo MKT, se debe centrar la atención en el conocimiento didáctico del contenido, específicamente del conocimiento del contenido y de los alumnos y sobre el contenido de la enseñanza.

1.2.2 Teorías sobre el Aprendizaje

A lo largo de la historia de la humanidad se han presentado numerosos trabajos con respecto a cómo enseñar de acuerdo a distintas etapas históricas. En un principio se presentaba mayor interés en lo que se aprendía sin importar el cómo ni el porqué, es por ello que nos encontramos con sociedades en las cuales la memorización era un eje fundamental. A lo largo de los años un agente que ha tomado fuerza es la psicología educativa, en donde coexisten diversos lineamientos.

La psicología educacional estudia cómo los alumnos aprenden y se desarrollan, a veces focalizando la atención en subgrupos tales como niños superdotados o aquellos sujetos que padecen de alguna discapacidad específica

(Woolfolk, 2006). Es por ello que se deben observar las principales corrientes de aprendizaje.

Teoría Conductista:

Esta teoría según Good y Brophy (1990) se centra en conductas que se pueden observar y medir. La mente es considerada una “caja negra” en la cual se pueden observar respuesta a estímulos de forma cuantitativa ignorando cualquier procedimiento que se pudiese producir dentro de ella. Uno de sus primeros exponentes fue Aristóteles quién realiza ensayos sobre la memoria. Otro de sus exponentes fue Thorndike quien estudia la conducta a partir del ensayo y error, estableciendo previamente una separación entre filosofía y psicología. Luego Skinner desarrolla la teoría del condicionamiento operante, en la cual las respuestas positivas son reforzadas con estímulos externos.

Teoría Cognoscitiva:

Los teóricos del cognoscitismo reconocen que “una buena cantidad de aprendizaje involucra las asociaciones que se establecen mediante la proximidad con otras personas y la repetición. También reconocen la importancia del reforzamiento, pero resaltan su papel como elemento retroalimentador para corrección de respuestas y sobre su función como un motivador. Sin embargo, inclusive aceptando tales conceptos conductistas, los teóricos del cognoscitismo ven el proceso de aprendizaje como la adquisición o reorganización de las estructuras cognitivas a través de las cuales las personas procesan y almacenan la información.” (Good y Brophy, 1990, pp. 187).

Dentro de esta corriente comienzan a cobrar fuerza conceptos como esquema (estructura de conocimiento interna), modelos de procesamiento de la información, registro sensorial (la información se recibe a partir de los sentidos), memoria a corto plazo, memoria de almacenamiento a largo plazo, transferencia, interferencia.

Teoría Socio-cognoscitiva:

La teoría social cognitiva es una fusión de elementos desarrollados por Albert Bandura y que pertenecen a las teorías comportamental, cognitiva y social. Luego Hill (2002) en su teoría del aprendizaje social, se enfocó en factores cognoscitivos como las creencias, la autopercepción y las expectativas. El proceso de aprendizaje se encuentra fuertemente potenciado por la observación, en la cual el comportamiento del educando cambia como resultado de la observación del accionar de otros y de las consecuencias producidas. En palabras de Mergel (1998), se hace la distinción entre aprendizaje activo (aquel que se logra al realizar y experimentar las consecuencias de los propios actos y se considera que éstas ofrecen información) y aprendizaje vicario (ocurre al observar a otros).

Teoría constructivista:

Se integran teorías psicológicas y pedagógicas, que coinciden en que el objetivo fundamental en de la educación es el desarrollo del ser humano según Méndez (2002).

Según Jonasson el constructivismo se sustenta en que “el que aprende construye su propia realidad o al menos la interpreta de acuerdo a la percepción derivada de su propia experiencia, de tal manera que el conocimiento de la persona es una función de sus experiencias previas, estructuras mentales y las creencias que utiliza para interpretar objetos y eventos. Lo que alguien conoce es aterrizado sobre las experiencias físicas y sociales las cuales son comprendidas por su mente.” (Citado por Blasco y Giner, 2011 p-55).

Se considera que el aprendizaje es un proceso interno inobservable instantáneamente, que necesita de toda la actividad cognitiva de la persona en cuestión. En esta corriente, el aprendizaje es una representación de los contenidos de conocimiento, que se integran a otros ya establecidos en la mente de la persona y van generando nuevos conceptos, mediante modificación,

enriquecimiento o diversificación dentro de esquemas que elaboran un sentido a lo aprendido.

Se plantea que el aprendizaje es mediado: apropiación de herramientas culturales que culminen en la interacción del mediador y donde el profesor debe ser mediador en la disminución de errores (Rosas, 2008). Por esto, el profesor es quien en la clase, desde la enseñanza básica y particularmente en el segundo ciclo, debe ser un guía, un modelador, que estimule a los alumnos a elaborar su conocimiento y en la clase de Matemáticas, que desarrollen sus capacidades de pensamiento matemático.

Como se podrá deducir de lo antes mencionado, el aprendizaje no parte desde cero, es producto de la mezcla entre los estímulos entregados por el docente y los conocimientos anteriores. Esta corriente surge como una alternativa al conductismo. Algunos de sus postulados elementales según Mergel (1998) plantean:

- El conocimiento se construye a través del proceso activo del sujeto.
- Los resultados del proceso de construcción son construcciones mentales que adquieren la forma de esquemas de acción (lo que se debe hacer) y conceptos (lo que se conoce sobre los conceptos a tratar).
- Los conocimientos adquiridos no se almacenan cuantitativamente. Se elaboran redes conceptuales que se incrementan en la medida en que se construyen más nexos entre los conocimientos adquiridos.

Hoy en día dentro del constructivismo encontramos diversas teorías como la teoría genética (Piaget), teoría del origen socio cultural de procesos psicológicos (Vigostky), psicología cultural (Michael Cole), teoría del Aprendizaje significativo (Ausbel) teoría de los esquemas (Anderson).

1.2.3 Modelos mentales

Los científicos cognitivos han analizado los modelos mentales en múltiples investigaciones con el fin de comprender cómo los seres humanos conocen,

perciben, toman decisiones y construyen su conducta, en una diversidad de ambientes.

La expresión “modelo mental” se ha empleado en muchos contextos para diferentes propósitos. En el campo de la informática, por ejemplo, Craig (1943), en una de sus publicaciones mencionó el concepto por primera vez. Sin embargo, tal vez debido a la prematura muerte de su acuñador, el término pareció olvidado por varios años. Luego de la irrupción de la ciencia cognitiva, el concepto volvió a aparecer en 1983, gracias a dos publicaciones, ambas llamadas *Mental Models* (Johnson-Laird (1983); Gentner (1983)), aunque empleando el concepto para objetivos diferentes. Describe de esta forma su teoría sobre los modelos mentales: “La teoría de los modelos mentales se ha pensado para explicar los procesos superiores de la cognición y, en particular, la comprensión y la inferencia. Sugiere un inventario simple de tres partes para el contenido de la mente: hay procedimientos recursivos, representaciones proposicionales y modelos. Los procedimientos son indecibles. Llevan a cabo tareas como el mapeamiento de las representaciones proposicionales dentro de los modelos. También proyectan un modelo subyacente dentro de otras formas especiales de modelos -una visión bidimensional o imagen. Hay presumiblemente algunas otras formas de procedimiento que juegan una parte en el pensamiento. Prototipos y otros esquemas, por ejemplo, son procedimientos que especifican por defecto valores de ciertas variables en modelos mentales” (Johnson-Laird, 1983, pág. 446-447).

Se propone los modelos mentales, como una forma de describir el proceso que los seres humanos llevan a cabo, para resolver problemas por medio del razonamiento deductivo. Le interesaba explicar a partir de los modelos mentales *qué es lo que se calcula, cómo se llevan a cabo dichos cálculos, y cuál es la neurofisiología latente*. Su teoría incluía el empleo de diagramas para mostrar las variadas proposiciones y sus posibles conclusiones (Johnson-Laird, Op. Cit.).

Otro autor señala que los modelos mentales proveen a los individuos de información acerca del funcionamiento de su entorno. De esta forma un modelo mental puede ser empleado en situaciones distintas, siempre que posean algunos elementos en común, por ejemplo, el comportamiento de objetos de acuerdo a las leyes físicas. Subyace la idea principal de que los modelos puedan ser considerados una simulación mental de la situación real del problema (Gentner D. Op. Cit.).

Para Kofman (2001), los modelos mentales se refieren a la manera en que cada individuo ve su realidad como única y se le hace difícil transar con la realidad de otra. En otras palabras, cada persona construye internamente una interpretación de la realidad, sin reparar que lo que está allí afuera es diferente o no. Si un modelo mental no filtrara y diera significado a sus percepciones, quedaría paralizado y tendría que prestar atención a cada cosa, reflexionando y analizándola para entenderla. Tendría también que evaluar cada una de sus acciones, comparándola con otras alternativas potenciales. Afortunadamente, los modelos mentales permiten experimentar la realidad plena de sentido. Se puede entonces comprender “la realidad” en forma directa. Pero “la realidad” que el individuo capta, no es “la realidad real”, sino “la realidad procesada por su propio modelo mental”.

Para los científicos cognitivos de la actualidad, un modelo mental es una representación en el cerebro, a escala, de la realidad externa que tiene como atributos que son relevantes y definitorios de la misma. Se construyen sobre la marcha a partir de experiencias previas, la percepción y las estrategias de resolución de problemas. Posee información limitada, es inestable y sujeto a modificaciones repentinas. Se utiliza para tomar decisiones en circunstancias nuevas, por tal razón debe ser “ejecutable” y proporcionar información sobre los resultados. Los modelos mentales deben dotar a los seres humanos, de la capacidad de evaluar resultados de la acción o las consecuencias de un cambio

de condición. Deben ser capaces, además, de proporcionar la oportunidad de realizar ensayos mentales de las acciones que sintetizan.

Una vez planteados estos antecedentes técnicos es que nos vemos en la necesidad de cambiar levemente el tópico tratado, ya no orientado a las teorías de aprendizaje y sus consecuencias, más bien nos centraremos en un elemento que ha llamado la atención profundamente en los últimos años, hablamos de los errores.

1.2.4 Teoría de los errores

El estudio de los errores en el proceso de enseñanza y aprendizaje tiene gran relevancia pues permite conocer la naturaleza de las nociones fundamentales en la construcción del conocimiento. Desde una perspectiva constructiva, “el error es un desajuste entre lo esperado y lo obtenido” (De la Torre, 2004, p-7). Según Henostroza desde el punto de vista de la filosofía se señala que el error es atribuible a la capacidad de considerar verdaderos conceptos y procedimientos que están deficientemente desarrollados, que incluyen ideas contradictorias o interpretaciones y justificaciones falsas (Citado por Cuadrado, Lucchini, Tapia, 2006 p.3). Rico (1995) señala que un error es una posibilidad permanente en la adquisición y consolidación del conocimiento. Los errores se deben comprender como indicadores de la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el estudiante, que da información sobre los obstáculos que se van presentando y es necesario superar para un aprendizaje significativo.

A comienzos del siglo XX, los trabajos de investigación se centraron en el análisis de errores cometidos en Aritmética por alumnos de los primeros años escolares. Algunos autores mencionan a Wiener como el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de los errores, él trató de establecer patrones de errores que explicaban las equivocaciones individuales de los alumnos en todas las materias y para todos los grupos de edades escolares (Citado por Abrate, Pochulu, Vargas, 2006 p.27)

Según describen Abrate, Pochulu y Vargas (2006) una segunda etapa en el análisis de los errores ocurre a partir de los años 50, sobre el enfoque que se le dio al procesamiento de la información. A partir de esta perspectiva, muchos investigadores utilizaron la técnica de protocolos verbales en sus trabajos de análisis de errores. Sea con enfoques conductistas o del procesamiento de la información, el análisis de los errores en Matemática estuvo limitado, en esa época, a una función diagnóstica y reparadora.

La mayor parte de los estudios sobre errores, realizados antes de 1960, han consistido en recuentos del número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas, y un análisis de los tipos de errores detectados, para luego, clasificarlos de modo que permita determinar cómo surgen los errores a partir de la solución correcta, en la que se hacen inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error (Rico, L. Op. Cit.).

A partir de los años sesenta, comenzó a cobrar fuerza la obra de Piaget en Estados Unidos, debido principalmente a una revolución de las teorías cognoscitivas y al interés existente por la búsqueda de innovaciones educativas y curriculares. A partir de esa década y en los años posteriores, las aplicaciones al campo de la educación comenzaron a proyectarse en forma considerable y el abordaje del error tuvo una visión más constructivista.

La investigación en torno a los errores en el proceso de aprendizaje ha sido una de las preocupaciones de la Educación Matemática de todos los tiempos, y los trabajos producidos se han centrado básicamente en cuatro líneas de investigación, las que son resumidas de la siguiente forma (Rico, L. Op. Cit.):

- Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores. Cada uno de estos estudios responde a una determinada teoría psicopedagógica y a un planteamiento epistemológico particular del conocimiento y de la Matemática.

- Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores.
- Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- Investigaciones psicométricas que incluyen técnicas estadísticas como contrastaciones de hipótesis, para el análisis de los errores.

1.2.5 Dificultades en el aprendizaje de la matemática

Casi todas las teorías de aprendizaje coinciden a la hora de señalar, que es de vital importancia identificar los errores que cometen los estudiantes en los procesos de aprendizaje, determinar causas y organizar secuencias de instrucción teniendo en cuenta dicha información. No obstante, debemos tener en cuenta que en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, nos encontramos con una gran variedad de dificultades que son potenciales generadores de errores, Di Blasi Regner y Otros (2003) las agrupan de acuerdo a las siguientes temáticas:

1) *Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos.*

La comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos. Nos encontramos, de esta manera, con diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos. El lenguaje habitual usado en la comunicación puede expresar su significado aunque se cometan abusos morfosintácticos, tales como roturas de reglas gramaticales o faltas de ortografía (Citado por Abrate, Pochulu y Vargas, 2006)

El significado puede ser presentado por alusión o asociación. Sin embargo en matemática el lenguaje debe ser exacto y no comunica nada a no ser que se interprete. Esto desencadena en un conflicto de precisión.

2) Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.

Las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático se ponen de manifiesto en la naturaleza lógica de la Matemática y en las rupturas que se dan necesariamente en relación con los modos de pensamiento matemático.

En la disciplina siempre genera dificultades en el aprendizaje, el aspecto deductivo formal. El abandono de las demostraciones formales en algunos programas de Matemática del Nivel Medio se ha estimado como adecuado, pero esto no incluye el abandono sobre el pensamiento lógico. La capacidad para seguir un argumento lógico, siendo esta incapacidad una de las causas que genera mayor dificultad en el aprendizaje de esta ciencia. El abandonar ciertas demostraciones formales en beneficio de una aplicación más instrumental de las reglas matemáticas, no debe implicar de ninguna manera el abandono del pensamiento lógico, por ser éste una destreza de alto nivel que resulta necesaria para alcanzar determinados niveles de competencia matemática (Di Blasi Regner, Op. Cit)

3) Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza.

Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de Matemática y con los métodos de enseñanza. Las instituciones escolares deben propiciar una organización que tienda a reducir las dificultades del aprendizaje de la Matemática dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza. Esta organización afecta tanto a los elementos espacio-temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en Matemática. La organización curricular en Matemática puede originar diferentes dificultades en el aprendizaje de la misma. Cuatro serían los elementos básicos a considerar como dificultades en el currículo de Matemática: las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en esta ciencia, la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido y la naturaleza lógica de la Matemática escolar. Por último, los métodos de enseñanza deben estar ligados

tanto a los elementos organizativos de la institución escolar, como a la organización curricular (Di Blasi Regner, Op. Cit)

4) *Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos.*

La posibilidad de tener información sobre la naturaleza de los procesos de aprendizaje y conocimiento del desarrollo intelectual, permite conocer el nivel de dificultades, realizaciones y respuestas esperadas de los alumnos. Conocer los niveles de desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de Matemática que los alumnos son capaces de hacer, constituye una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza. Nos encontramos, sin embargo, con diferentes teorías generales sobre el desarrollo cognitivo que por distintas razones no han tenido un efecto claro y directo en las aulas de Matemática (Di Blasi Regner, Op. Cit).

5) *Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales.*

Muchos estudiantes, incluyendo los que demuestran mayores destrezas, no les gusta la Matemática. Muchos alumnos tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ella. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta aversión. Por ejemplo, la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores, estilos de enseñanza, y las actitudes y creencias hacia la Matemática que les son transmitidas. Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia la Matemática están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, suelen generar bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos (Di Blasi Regner, Op. Cit).

1.2.6 Características fundamentales de los errores en matemática

Brousseau, David y Werner (citado por Rico, 1995) señalan cuatro vías mediante las cuales el error puede presentarse, las que enuncian del siguiente modo:

- Los errores son a menudo el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas.
- Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que se puede identificar con facilidad por el profesor.
- También los errores pueden presentarse cuando el alumno utiliza procedimientos imperfectos y posee concepciones inadecuadas que no son reconocidas por el profesor.
- Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas.

La mayor parte de los investigadores y especialistas coinciden en considerar como características generales de los errores cometidos por los alumnos, los siguientes:

Los errores surgen en la clase por lo general de una manera espontánea. Sorprenden al profesor, aunque pueden gestarse desde mucho antes; son persistentes y particulares de cada individuo. Son difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos en el alumno; hay un predominio de los errores *sistemáticos* con respecto a los errores *por azar u ocasionales*. Los errores sistemáticos revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada; los alumnos en el momento no toman conciencia del error, pues no cuestionan lo que les parece obvio y no consideran el significado de los conceptos, reglas o símbolos con que trabajan; los errores sistemáticos son en general el resultado de concepciones inadecuadas de los fundamentos de la Matemática, reconocibles o no reconocibles por el profesor; algunos errores se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el

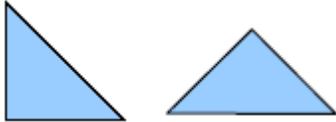
alumno de la información que da el profesor. Los alumnos, por ejemplo, recrean o inventan su propio método en base al método descrito por el profesor (Rico, L. Op. Cit)

En razón de estas regularidades con la que suelen presentarse, varios autores han elaborado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de la matemática, ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse.

Se puede mencionar la clasificación, debida a Radatz (citado por Abrate, Pochulu, Vargas, 2006 p. 36-37) en base a la teoría del procesamiento de la información: Errores debido a dificultades del lenguaje; Errores debido a dificultades para obtener información espacial; Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos; Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento.

El siguiente cuadro ilustrativo ayudará a una mayor comprensión de esta clasificación:

Cuadro 1: Clasificación descriptiva e ilustrativa según Radatz (Abrate, Pochulu, Vargas Op. Cit)

Tipo de error según su causa	Descripción	Ejemplo ilustrativo
1. Dificultades del lenguaje	Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a una falta de comprensión semántica del lenguaje matemático.	Si x denota la edad de María e y la edad de Juan, la expresión que traduce al lenguaje simbólico la frase: "María tiene el doble de la edad de Juan" suele ser identificada con $2x = y$.
2. Dificultades para obtener información espacial.	Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas.	 <p>El triángulo de la izquierda es identificado por los alumnos como un triángulo</p>

		rectángulo, sin embargo, una rotación del mismo, como en el ejemplo de la derecha, lleva a que no sea identificado como tal.
3. Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.	Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos y procedimientos para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.	Identificación del intervalo continuo de números reales $[-2, 3]$ con el conjunto discreto $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
4. Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento	Son errores que en general son causados por la incapacidad del pensamiento para ser flexible, es decir, para adaptarse a situaciones nuevas. Dentro de esta clase de errores se tienen:	
4.1 Por perseveración	Predominan los elementos singulares de un problema.	Demostrar una propiedad sobre triángulos en general, usando un triángulo rectángulo (un caso particular).
4.2 De asociación	Razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares.	Usar por ejemplo: $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$
4.3 De interferencia	Cuando los conceptos u operaciones interfieren unos con otros.	La multiplicación de dos números negativos ($- * - = +$) interfiere en la resolución de una resta: $-3 - 5 = 8$
4.4 De asimilación	Cuando la información es mal procesada debido a fallas de percepción.	$2x - x = 2$
5. Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes	Errores producidos cuando se aplican reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.	El cálculo de las raíces de $x^2 + x - 6 = 0$ arroja por resultados correctos a $x_1 = 2$ y $x_2 = -3$; en tanto que el

	El razonamiento por analogía sabemos que no siempre funciona en Matemática.	cálculo de las raíces de $x^2 + x - 6 = 0$ suele conducir erróneamente al mismo resultado, siendo que corresponden a $x_1 = 1$ y $x_2 = -2$.
--	---	---

Otra clasificación de los errores es debida a Booth (citado por Engler.; Gregorini; Müller; Vrancken, y Hecklein, p.5) atribuyéndolos a:

La naturaleza y el significado de los símbolos y las letras; El objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en álgebra. La comprensión de la aritmética por parte de los estudiantes; El uso inapropiado de “fórmulas” o “reglas de procedimiento”.

Mavshovitz–Hadar, Zaslavksy e Invar (citado por Rico 1995) hacen una clasificación empírica de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos. De esta forma, determinan seis categorías descriptivas: Datos mal utilizados; Interpretación incorrecta del lenguaje; Inferencias no válidas lógicamente; Teoremas o definiciones deformados; Falta de verificación en la solución; Errores técnicos.

1.2.7 Taxonomías.

Según Aliaga (2007) la palabra taxonomía significa “ordenación”, para jerarquizar elementos de forma sistemática, que tiene su origen en la biología. Este término comienza a extrapolarse a diversas áreas entre las que se encuentra la educación, produciéndose que lo que se denomina taxonomías del aprendizaje, que como su nombre lo dice se establece una clasificación de los resultados de aprendizaje, que pueden depender de factores conductuales, sociales, verbales y procedimentales.

En este contexto nos encontramos con taxonomías de diversa índole, como la de Gagné, Anderson, Marzano, Bloom por enunciar algunas. Para los efectos

de la investigación nos centraremos en la última mencionada (Bloom), esto debido a que es la que se utiliza en el currículum actual chileno (Aliaga S. Op. Cit)

Taxonomía de Bloom

En palabras de Churches (2009), en 1956 Benjamín Bloom desarrolla su primera taxonomía de objetivos educativos en ella se habla del dominio cognitivos (procesar información, conocimiento y habilidades mentales), afectivo (actitudes y sentimientos) y psicomotor (habilidades de manipulación físicas). Pero su trabajo más famoso se centra en el análisis de los dominios cognitivos, que organiza las habilidades de pensamiento y los objetivos, de la cual se establecen los siguientes niveles de organización: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

Nos detendremos a analizar cada una de los niveles de organización (Aliaga S. Op. Cit). Conocimiento es la memorización de información que se produce a través del recuerdo de hechos específicos. Comprensión consiste en captar el sentido de la comunicación o de un fenómeno de manera oral o escrita, al lograrse, el estudiante puede cambiar el sentido del elemento para adecuarlo de mejor modo a lo que él conoce. Aplicación es la habilidad que utiliza las comprensiones logradas para resolver un problema u idea, plateando mental o concretamente términos técnicos. Análisis involucra la división de todo un conjunto en sus partes más pequeñas para mejorar la percepción de sus elementos y las relaciones que estos presentan. Síntesis es la habilidad para juntar elementos y partes para construir nuevas estructuras que no se han especificado antes. Evaluación implica la habilidad de desarrollar juicios de valor de modo cualitativo o cuantitativo sobre el valor que se tendrá para algunas ideas, materiales o soluciones presentadas.

CAPITULO II: OBJETIVOS Y METODOLOGÍA.

Con el fundamento de las reflexiones de varios autores antes presentados, se puede suponer que los errores cometidos por los alumnos no son casuales ni aleatorios, son producto de diversos factores como la formación de profesores, el currículo escolar, su entorno familiar, etc. Amparados bajo el estudio de estas causas el objetivo general es:

2.1 OBJETIVOS.

Objetivo General.

Detectar en los estudiantes los factores que obstaculizan el aprendizaje del Álgebra y el nivel de dominio con el que ingresan a Primer Año de Enseñanza Media.

Para poder cumplir este objetivo general, es necesario trabajar en el logro de los siguientes objetivos específicos.

Objetivos Específicos.

1. Establecer el estado del arte en torno a la situación problemática.
2. Determinar cuáles son los errores que los alumnos cometen en álgebra en cursos iniciales (6to, 7mo y 8vo básico).
3. Analizar los errores frecuentes que presenta el grupo de alumnos en estudio, de acuerdo a las respuestas dadas.
4. Clasificar los errores cometidos por los estudiantes y categorizarlos.
5. Describir los obstáculos y errores que más se repiten al enfrentarse a problemas de Álgebra.
6. Compartir los hallazgos con las distintas comunidades escolares colaboradoras.

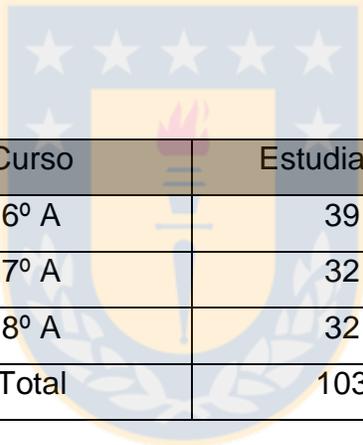
2.2 POBLACIÓN Y MUESTRA.

Para realizar este estudio se aplicó la evaluación en tres colegios de distinta dependencia administrativa de la Región del Bío-Bío y de la Región de la Araucanía de nuestro país, por lo tanto nuestra población serán los estudiantes de sexto, séptimo y octavo de las regiones mencionadas.

Muestra.

De esta población, se tomaron 3 cursos de cada colegio, con un representante de los niveles 6to, 7mo y 8vo básico. Se analizaron en total 274 evaluaciones que fueron aplicadas en el mes de Noviembre de 2015. La distribución de la muestra se observa en la siguiente tabla:

Colegio A (Municipal).



Curso	Estudiantes
6° A	39
7° A	32
8° A	32
Total	103

Colegio B (Particular Subvencionado).

Curso	Estudiantes
6° B	39
7° B	39
8° B	40
Total	118

Colegio C (Particular).

Curso	Estudiantes
6° C	17
7° C	19
8° C	17
Total	53

2.3 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

La investigación es del tipo cualitativa-descriptiva, que se sustenta en conclusiones de elementos cuantitativos de naturaleza descriptiva.

Durante el transcurso de la investigación, se analizó los errores cometidos por los estudiantes de los niveles sexto, séptimo y octavo básico en el desarrollo de la unidad correspondiente a álgebra y patrones numéricos y se interpretan sus resultados a partir de la teoría.

Para poder realizar esta labor, la cronología utilizada fue la siguiente:

1. A partir de instrumentos de evaluación de forma escrita, con la finalidad de recopilar información de los estudiantes, procedemos a validar el instrumento a partir de juicios de expertos, para ver si es pertinente en relación al currículum escolar.
2. Se analiza la bibliografía pertinente para la construcción del marco teórico.
3. Contactar tres centros educativos (escogidos de manera aleatoria) de distinta dependencia administrativa que estuviesen dispuestos a colaborar con la investigación.
4. Analizar la bibliografía pertinente para nuestro caso.
5. Aplicar y recoger las pruebas escritas en los distintos centros educativos.
6. Revisar las pruebas tomadas con su correspondiente pauta de corrección.

7. Analizar los tipos de errores que se detectaron durante la corrección de las pruebas, para luego buscar material bibliográfico que se adapte a los requerimientos de lo encontrado en las evaluaciones.
8. Analizar estadísticamente los errores, para determinar patrones comunes.
9. Interpretar la información obtenida.

2.3.1 Instrumentos de medición.

Basándonos en la Taxonomía de Bloom y en el Currículum escolar actual hemos creado evaluaciones escritas para poder recopilar la información necesaria para nuestra investigación (Ver anexos 1, 2, 6, 7, 11 y 12).



CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE LOS ERRORES.

Para analizar las principales dificultades en el aprendizaje del álgebra fue necesario construir categorías de los errores detectados, de manera específica para cada nivel evaluado. A continuación se mostrará la clasificación utilizada para los errores y sus posibles causas.

3.1 Categorización de los Errores en Sexto Básico.

1. C O N C E P T U A L	1.1 Construyen erróneamente inecuaciones o no se contextualizan.
	1.2 Se traduce de manera incorrecta una inecuación del lenguaje cotidiano al algebraico.
	1.3 Se ejemplifican erróneamente ecuaciones o no están contextualizadas.
	1.4 No se reconocen diferencias entre ecuaciones e inecuaciones.
	1.5 Reconoce erradamente la posibilidad de dividir por 0.
2. P R O C E D I M E N T A L	2.1 Encuentra erróneamente la regla de formación en una secuencia.
	2.2 Encuentra erradamente el valor de una ecuación contextualizada o no es capaz de plantearla acertadamente.
	2.3 Encuentran erróneamente valores que satisfacen una inecuación.
	2.4 No encuentra el número solicitado en una secuencia o en una tabla.
	2.5 Encuentra erradamente el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador de una fracción.

3.1.1 Análisis de errores conceptuales para sexto básico.

1.1 Construyen erróneamente inecuaciones o no se contextualizan.

Pregunta:

- 1) (3 puntos) Las inecuaciones están presentes en nuestra vida cotidiana.



Esta señal de tránsito se utiliza para indicar la velocidad máxima (x) que puede tomar un vehículo en una vía. Su fin es evitar varios accidentes según la vía por donde se transite.

Si se representa la velocidad de un vehículo por la variable " x ", entonces esta inecuación se representaría por $x \leq 50$.

Escriba dos ejemplos de inecuaciones presentes en situaciones cotidianas.

Respuestas frecuentes:

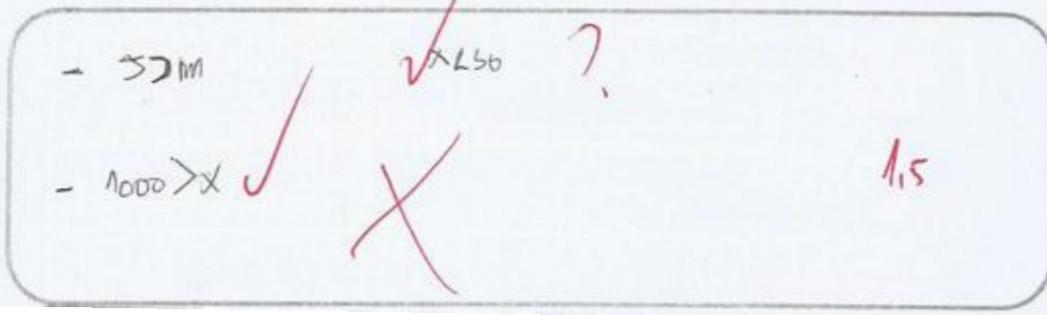
- Comparar números.

Escriba dos ejemplos de inecuaciones presentes en situaciones cotidianas.

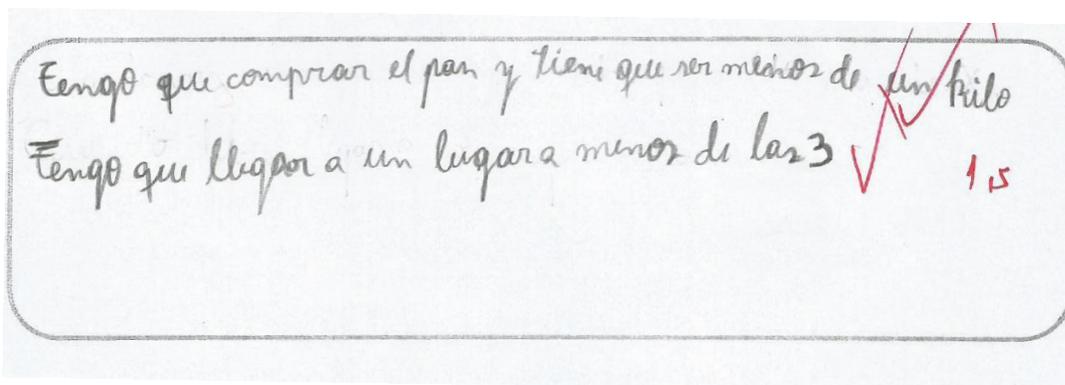


- Escribir solo la inecuación sin su contextualización.

Escriba dos ejemplos de inecuaciones presentes en situaciones cotidianas.



- Escribir solo la contextualización, pero no la inecuación correspondiente.



Causa:

Al analizar esta pregunta se puede observar que los estudiantes no tienen claro el concepto de inecuación. Se puede suponer que durante la primera etapa del tratamiento de las inecuaciones estas no hayan sido abordadas con una debida contextualización, lo que dificulta su comprensión.

1.2 Se traduce de manera incorrecta una inecuación del lenguaje cotidiano al algebraico.

Pregunta:

2) (2 puntos) Represente las siguientes oraciones con inecuaciones.

- i. La distancia x (en kilómetros) de la casa de Pedro a la estación de metro, es menos de 8 kilómetros.

- ii. Mi padre tiene más de 30 años.

Respuestas frecuentes:

- Representar la situación a partir de ecuaciones.

2) (2 puntos) Represente las siguientes oraciones con inecuaciones.

- i. La distancia x (en kilómetros) de la casa de Pedro a la estación de metro, es menos de 8 kilómetros.

$$x - 8 = y$$

- ii. Mi padre tiene más de 30 años.

$$x + 30 = y$$

- Representar la situación a partir de comparación de números.

2) (2 puntos) Represente las siguientes oraciones con inecuaciones.

- i. La distancia x (en kilómetros) de la casa de Pedro a la estación de metro, es menos de 8 kilómetros.

$$x - 8$$

- ii. Mi padre tiene más de 30 años.

$$20 < 32$$

- Representar la situación a partir de menor igual, o mayor igual.

2) (2 puntos) Represente las siguientes oraciones con inecuaciones.

- i. La distancia x (en kilómetros) de la casa de Pedro a la estación de metro, es menos de 8 kilómetros.

$$x < 8$$

- ii. Mi padre tiene más de 30 años.

$$30 < x$$

Causa:

Al no tener claridad en el concepto de inecuación, la traducción de un enunciado se dificulta exponencialmente. En consecuencia, se aprecia claramente que hay una confusión entre inecuación y ecuación.

1.3 Se ejemplifican erróneamente ecuaciones o no están contextualizadas.

Pregunta:

- 3) (3 puntos) Escribe dos ejemplos de ecuaciones que se relacionen con alguna situación de la vida cotidiana.

Respuestas frecuentes:

- Plantear inecuaciones.

3) (3 puntos) Escribe dos ejemplos de ecuaciones que se relacionen con alguna situación de la vida cotidiana.

$28 > X$ can with my friend de la vici

$29 > X$ en la calle

Causa:

Hay una confusión entre los conceptos de ecuación e inecuación.

1.4 No se reconocen diferencias entre ecuaciones e inecuaciones.

Pregunta:

(3 puntos) ¿Qué diferencias o semejanzas hay entre una ecuación y una inecuación?

Respuesta frecuente:

- Argumentaciones imprecisas.

4) (3 puntos) ¿Qué diferencias o semejanzas hay entre una ecuación y una inecuación?

que son diferentes o contrarias. X

Causa:

Al tener poco claro el concepto de ecuación e inecuación, ellos desconocen las diferencias fundamentales que poseen ambos elementos.

1.5 Reconoce erradamente la posibilidad de dividir por 0.

Pregunta:

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** Dada la siguiente expresión $\frac{240}{n} = 80$.

b) (4 puntos) En la ecuación anterior, ¿"n" podría tener el valor de 0? Explica tu respuesta

Respuestas frecuentes:

- Argumentar que no se puede, pero porque el resultados sería distinto.

b) (4 puntos) En la ecuación anterior, ¿"n" podría tener el valor de 0? Explica tu respuesta

No, porque daría 240 y el resultado da 80

0

Causa:

Los estudiantes desconocen los fundamentos teóricos de la división, por lo tanto no son capaces de argumentar sobre la imposibilidad de dividir por 0.

3.1.2 Análisis de errores Procedimentales para Sexto Básico.

2.1 Encuentra erróneamente la regla de formación en una secuencia.

Pregunta:

¿Cuál es la regla de formación de la secuencia 2, 5, 8, 11, ...?

Explica cómo lo hiciste

- A) $n + 3$
- B) $3 \cdot n - 1$
- C) $n + 2$
- D) $2 \cdot n + 1$

Respuestas frecuente:

- Señalar que la secuencia aumenta de tres en tres y asociarlo al patrón $n+3$.
- **PARTE II-Selección Múltiple:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones. ANOTA TODOS LOS DATOS NECESARIOS Y JUSTIFICA TUS RESPUESTAS. Marca la alternativa correcta según tus desarrollos (2 puntos c/u).

1)	¿Cuál es la regla de formación de la secuencia 2, 5, 8, 11, ...? Explica cómo lo hiciste $\begin{array}{ccccccc} 2 + 3 = & 5 & + 3 = & 8 & + 3 = & 11 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & & \\ n & + 3 = & 5 & + 3 = & 8 & + 3 = & 11 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ & n & + 3 = & 8 & + 3 = & 11 & \end{array}$ <input checked="" type="radio"/> A) $n + 3$ <input type="radio"/> B) $3 \cdot n - 1$ <input type="radio"/> C) $n + 2$ <input type="radio"/> D) $2 \cdot n + 1$
----	---

1) ¿Cuál es la regla de formación de la secuencia 2, 5, 8, 11, ...?

Explica cómo lo hiciste

Solo sume el 2 y todos los numeros
y me di cuenta que era de 3 en 3.

A) $n+3$
 B) $3 \cdot n-1$
 C) $n+2$
 D) $2 \cdot n+1$

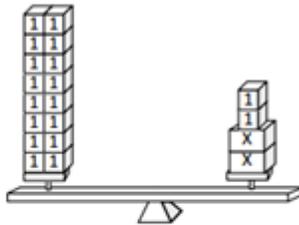
Causa:

Los estudiantes observan que la secuencia aumenta de tres en tres, sin embargo, al momento de construir el patrón general, lo asocian de forma instintiva a $n+3$. Esto puede ser debido a que hay una confusión entre la diferencia que presentan números en una secuencia y el patrón general. Se puede también inferir desde el punto de vista matemático, que no hay una adecuada construcción conceptual de una secuencia numérica, ya que los estudiantes no asocian la posición de un número con el patrón.

2.2 Encuentra erradamente el valor de una ecuación contextualizada o no es capaz de plantearla acertadamente.

Pregunta:

¿Cuál es el valor de x que satisface la ecuación que se muestra en la imagen de la balanza?



Explica cómo lo hiciste

- A) 2
- B) 16
- C) 9
- D) 7

Respuestas frecuentes:

- No plantea ecuación.

2) En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"

Explica cómo lo hiciste

16 CUBOS

16 CUBOS

SON IGUALES

A) 2
 B) 16
 C) 9
 D) 7

- Lo explican a partir de palabras.

2) En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"

Explica cómo lo hiciste

porque vi cuantos hay en la balanza de la izquierda y vi que eran 16 entonces le puse 2 y salio 8 y lo dividi y salio 8.

A) 2
 B) 16
 C) 9
 D) 7

Causa:

Los estudiantes realizan la actividad solicitada de forma instintiva por sobre el planteamiento algebraico. Esto se debe a un bajo dominio de expresiones algebraicas y ecuaciones.

2.3 Encuentran erróneamente valores que satisfacen una inecuación.

Pregunta:

¿Cuál de las opciones siguientes satisfacen simultáneamente la inecuación $w - 12 > 9$?

Explica cómo lo hiciste

- A) 9, 10, 11
- B) 19, 20, 21
- C) 23, 24, 25,
- D) 13, 14, 15

Respuestas frecuentes:

- Restar y sumar números al azar.

3) ¿Cuál de las opciones siguientes satisfacen simultáneamente la inecuación $w - 12 > 9$?

Explica cómo lo hiciste

$w = 9$
 $9 - 12 = 3 + 10 = 13 - 17 = 2 < 9$

A) 9, 10, 11
 B) 19, 20, 21
 C) 23, 24, 25,
 D) 13, 14, 15

0

Causa:

Los estudiantes no tienen claridad de lo que es una inecuación, por lo tanto no son capaces de analizar la pertinencia de un conjunto solución.

2.4 No encuentra el número solicitado en una secuencia o en una tabla.

Preguntas:

Considerando la secuencia formada por palitos de fósforos siguiente:



Si en la figura 1 hay 4 palitos de fósforos, en la figura 2 hay 7 palitos de fósforos, en la figura 3 hay 10 palitos de fósforos ¿Cuántos palitos de fósforos habrían en la quinta (5ª) figura?

Explica cómo lo hiciste

- A) 5 palitos
- B) 10 palitos
- C) 13 palitos
- D) 16 palitos

Dada la siguiente tabla de valores, ¿Cuáles son los valores x e y que se asocian al número 12 y al número 5 respectivamente?

Entrada	Salida
2	8
...X...	12
4	16
5	...Y....

Explica cómo lo hiciste

- A) $x = 3; y = 20$
- B) $x = 3; y = 5$
- C) $x = 20; y = 3$
- D) $x = 3; y = 20$

Situación 2: Un biólogo se encuentra observando la reproducción de bacterias por minuto y anota sus resultados en la siguiente tabla. Complete las bacterias que habrá al cabo de 3 minutos y 6 minutos.

Minutos	Bacterias
1	2
2	4
3	
4	16
5	32
6	



- a) (2 puntos) Completa la tabla anterior con la cantidad de bacterias que faltan en el minuto 3 y 6 respectivamente.
- b) (2 puntos) ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 8 minutos?

Respuestas frecuentes:

- Encontrar el número anterior al solicitado en la secuencia.

4) Considerando la secuencia formada por palitos de fósforos siguiente:



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Si en la figura 1 hay 4 palitos de fósforos, en la figura 2 hay 7 palitos de fósforos, en la figura 3 hay 10 palitos de fósforos ¿Cuántos palitos de fósforos habrían en la quinta (5ª) figura?

Explica cómo lo hiciste

La secuencia va de +3 y el último número de la secuencia es $10 + 3 = 13$

- A) 5 palitos
- B) 10 palitos
- C) 13 palitos
- D) 16 palitos

- Encuentra los números de la tabla de manera inversa.

5) Dada la siguiente tabla de valores. ¿Cuál es el valor de x que se asocia al número 12 y, el valor de y que se asocia con el número 5?

Entrada	Salida
2	8
...x...	12
4	16
5	...y...

Explica cómo lo hiciste

Calculando en mi mente !!

- A) $x = 3; y = 20$
- B) $x = 3; y = 5$
- C) $x = 20; y = 3$
- D) $x = 3; y = 32$

- Patrones numéricos mal detectados.

- a) (2 puntos) Completa la tabla anterior con la cantidad de bacterias que faltan en el minuto 3 y 6 respectivamente.

$3 \times 3 = 6$
 $6 \times 6 = 36$

R,, Ahí que multiplican por el mismo número Ej:
 $6 \times 6 = 36$ $4 \times 4 = 16$ ~~$5 \times 5 = 25$~~

- a) (2 puntos) Completa la tabla anterior con la cantidad de bacterias que faltan en el minuto 3 y 6 respectivamente.

$3 = 6$
 $6 = 12$

Causa:

Los estudiantes presentan considerables distracciones, no leen bien el enunciado, por lo tanto no responden a las preguntas que se les plantean.

2.5 Encuentra erradamente el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador de una fracción.

Pregunta:

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** Dada la siguiente expresión $\frac{240}{n} = 80$.

- a) (2 puntos) ¿Qué valor debe tomar la incógnita n para que se cumpla la igualdad?

Respuestas frecuentes:

- Sumar o restar el numerador de la fracción con el resultado.

a) (2 puntos) ¿Qué valor debe tomar la incógnita n para que se cumpla la igualdad?

The image shows three handwritten calculations on a whiteboard. The first calculation is $240 - 80 = 160$. The second calculation is $240 - 160 = 80$. The third calculation is $240 = 160 + 80$, where the 80 is crossed out with a red X.

Causa:

Los estudiantes no saben resolver ecuaciones con incógnitas en el denominador, y no se plantean realizar la tarea de forma instintiva, pensando en el procedimiento algorítmico de la división.

3.2 Categorización de los errores en Séptimo Básico.

1. C O N C E P T U A L	1.1 Presentan confusión de conceptos en expresión algebraica y/o variable algebraica.
	1.2 Definen erróneamente el concepto de Ecuación.
	1.3 Se traduce de forma incorrecta desde el lenguaje cotidiano al algebraico.
	1.4 No reconocen igualdades y/o equivalencias asociadas a ecuación.
	1.5 Error de comprensión de la pregunta.
2. P R O C E D I M E N T A L	2.1 Encuentra erróneamente regla de formación en una secuencia.
	2.2 Encuentra erradamente los términos de una sucesión teniendo el patrón general.
	2.3 Seleccionan estrategias erróneas para resolver el problema y estas les llevan a cometer errores de cálculos aritméticos.
	2.4 No encuentran patrones generales dados los términos.

3.2.1 Análisis de los errores conceptuales para Séptimo Básico.

1.1 Presentan confusión de conceptos en expresión algebraica y/o variable algebraica.

Pregunta:

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Respuestas frecuentes:

- Los estudiantes asocian la expresión algebraica a letras, pero no se menciona que pudiese haber más de una letra y que estuviesen unidas por las operatorias elementales.

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Entiendo que son como números representados en letras y hay que sacar una incognita.

✓ X
1

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Entiendo que es una expresión que ^{escrito} ~~muestra~~ números tras letras.

✓ X
1

- Se asocia a un procedimiento errado y muestran confusión.

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Un proceso para
encontrar una incógnita 0

- Relacionan expresiones algebraicas con temas de otros ejes estudiados.

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Qué es cuando una figura se le suman todos los lados 0

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

cuando hay números grandes y
hay que achicarlos moviendo lo
como 0

Pregunta:

d) (2 puntos) De acuerdo a tus conocimientos, ¿Qué es una variable algebraica?

Respuestas frecuentes:

- Algunas respuestas se acercan a lo solicitado pero con errores de redacción.

d) (2 puntos) De acuerdo a tus conocimientos, ¿Qué es una variable algebraica?

variable algebraica es una incognita que no es solo 1 respuesta sino varias

1

- Se relaciona el concepto a temas relacionados con el álgebra pero sin certeza.

d) (2 puntos) De acuerdo a tus conocimientos, ¿Qué es una variable algebraica?

Que pueden variar Las multiplicaciones, Divisiones, ecuaciones, etc. A Traves Del Algebra.

0

Causas:

En esta pregunta se puede observar que los estudiantes además de no tener claro los conceptos de expresión algebraica y variable algebraica, tampoco lograr ver sus diferencias. Esto puede deber a no haber sido abordadas de forma correcta durante su enseñanza, lo que dificulta su comprensión.

1.2 Definen erróneamente el concepto de Ecuación.

Pregunta:

b) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

Respuestas frecuentes:

- Respuestas incompletas donde no se menciona la existencia de una igualdad.

b) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

son números y letras y hay una incógnita y hay que sacar el resultado de la incógnita. ✓

1

b) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

Como una operación donde hay una incógnita que hay que descubrir. ✓

- Se relaciona con un procedimiento para resolver problemas.

b) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

metodo por el cual se resuelven
1 o mas operaciones matematicas.

0

b) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

~~es~~ ~~un~~ es ALGO cotidiano en nuestra
sociedad ~~para~~ ~~resolver~~ para resolver
problemas y otras cosas

0

Causas:

Los alumnos desconocen los elementos fundamentales del concepto de ecuación, esto porque durante el proceso de aprendizaje se dio prioridad al proceso algorítmico de encontrar el valor numérico de la incógnita.

1.3 Se traduce de forma incorrecta desde el lenguaje cotidiano al algebraico.

Pregunta:

c) (2 puntos) Si $3x$ representa el triple de tu altura, ¿qué representa x ?

Respuestas frecuentes:

- No hay traducción del lenguaje algebraico.

c) (2 puntos) Si $3x$ representa el triple de tu altura, ¿qué representa x ?

representa un numero que esto siendo ^{en este caso} multiplicado por 3
Respuesta 1

0

c) (2 puntos) Si $3x$ representa el triple de tu altura, ¿qué representa x ?

x representa la incognita

0

c) (2 puntos) Si $3x$ representa el triple de tu altura, ¿qué representa x ?

por el triple de un numero $3x$ es como lo multiplicado de un numero

X

- No hay comprensión acerca de lo que se solicita responder.

c) (2 puntos) Si $3x$ representa el triple de tu altura, ¿qué representa x ?

$3x$



$1.40 \text{ m} \times 3 = 4.20 \text{ m}$

x representa 4.20 m

$\frac{1}{4} \frac{140 \cdot 3}{20}$

X 0

Pregunta:

1)	<p>¿Cómo se expresaría en lenguaje algebraico el enunciado “el doble de un número x disminuido en el triple de un número y”?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p>	<p>a) $x - 3y$</p> <p>b) $x^2 - 3y$</p> <p>c) $2x - 3y$</p> <p>d) $2x + 3y$</p>
----	---	---

Respuestas frecuentes:

- Existe confusión en el enunciado “el doble de un número x ”.

1)	<p>¿Cómo se expresaría en lenguaje algebraico el enunciado “el doble de un número x disminuido en el triple de un número y”?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p>	<p>a) $x - 3y$</p> <p><input checked="" type="radio"/> b) $x^2 - 3y$</p> <p><input checked="" type="radio"/> c) $2x - 3y$</p> <p>d) $2x + 3y$</p>
----	---	---

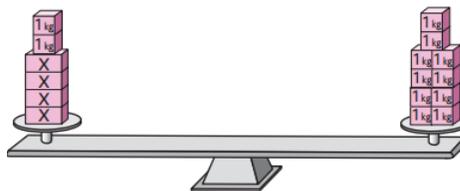
Causas:

Existe un déficit en el trabajo de comprensión de enunciados y en su posterior traducción al lenguaje algebraico.

1.4 No reconocen igualdades y/o equivalencias asociadas a ecuación.

Pregunta:

3) En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"



Explica cómo lo hiciste

- a) 10
- b) 8
- c) 12
- d) 2

Respuestas frecuentes:

- Inferir la igualdad representada por la balanza, pero sin encontrar el valor correcto de los bloques.

3) En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"



Explica cómo lo hiciste

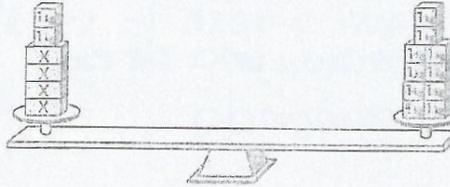
por al otro
hay 1 en los
cuadrados
se lo sume
y medio 8.

- a) 10
- b) 8
- c) 12
- d) 2



3)

En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"



Explica cómo lo hiciste

Si es una balanza equilibrada los dos deben tener lo mismo o sino no es equilibrada

- a) 10
- b) 8
- c) 12
- d) 2



- Se presentan respuestas incompletas donde no se expresa de forma algebraica la relación de la balanza.

3)

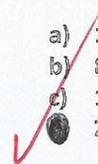
En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"



Explica cómo lo hiciste

Se usó viendo el equivalente eran 4 columnas de 1 en ambos lados y vi que $4 \cdot 2 = 8$ y el otro lado sumaba ocho también.

- a) 10
- b) 8
- c) 12
- d) 2



0,5

Causas:

El error común de los estudiantes es que solo sumas los bloques de la izquierda pero no logran notar que la equivalencia indica que un bloque con incógnita debe

lograr completar el peso de uno de los bloques. La causa es que no existe un planteamiento de la ecuación necesaria para resolver correctamente, aunque en algunos casos son capaces de explicarlo con palabras.

1.5 Error de comprensión de la pregunta debido a falta de conocimiento de conceptos.

Pregunta:

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.
 - **Situación 1:** En el sexto básico deciden juntar arroz para la campaña de solidaridad en beneficio de un hogar de niños. Las cantidades que se recibieron son:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5		
15 kg	30 kg	45 kg	60 kg	75 kg		

Respuestas frecuentes:

- No se responde con lo solicitado.
- b) (3 puntos) Expresa la regla en lenguaje matemático.

LOS SIGUEN SON VALIOSOS PORQUE DETERMINA UN RESULTADO.

0

Causas:

Los alumnos no son capaces de expresar el término general de una sucesión de números enteros pues no dominan los conceptos básicos del álgebra.

3.2.2 Análisis de los errores procedimentales para Séptimo Básico.

2.1 Encuentra erróneamente regla de formación en una secuencia.

Pregunta:

- Situación 2: Determina los valores de P y Q que aparecen en la tabla para que se cumpla la secuencia propuesta. Explica tus procedimientos (3 puntos).

1	2	3	4	6	9	Q
1	4	9	16	36	P	121

Respuestas frecuentes:

- Al analizar la sucesión solo lograr ver el aumento de una unidad pero no logran relacionarlo con una potencia.

- Situación 2: Determina los valores de P y Q que aparecen en la tabla para que se cumpla la secuencia propuesta. Explica tus procedimientos (3 puntos).

1	2	3	4	6	9	Q
1	4	9	16	36	P	121

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13 Q=13

entendi que hay un patron de numerar en este ejercicio y numerar intercaladas con 5 y 7.

Causas:

Los alumnos presentan un bajo dominio en operatoria en números reales; principalmente con el uso de potencias.

2.2 Encuentra erradamente los términos de una sucesión teniendo el patrón general.

Pregunta:

2)	<p>Si la expresión general de una sucesión es $3x - 2$, ¿Cuáles son los 4 primeros términos de ésta sucesión? <i>x pertenece a los números naturales</i></p> <p>Explica cómo lo hiciste</p>	<p>a) 3, 6, 9, 12 b) 2, 4, 6, 8 c) 1, 4, 7, 10 d) 1, 2, 3, 4</p>
----	--	--

Respuestas frecuentes:

- Los alumnos calculan la diferencia de los elementos del término general de la sucesión y concluyen que los demás elementos de la sucesión tienen una diferencia de una unidad.

2)	<p>Si la expresión general de una sucesión es $3x - 2$, ¿Cuáles son los 4 primeros términos de ésta sucesión? <i>x pertenece a los números naturales</i></p> <p>Explica cómo lo hiciste</p>	<p>a) 3, 6, 9, 12 b) 2, 4, 6, 8 c) 1, 4, 7, 10 d) 1, 2, 3, 4</p>
----	--	--

(Handwritten work in the table shows: $3x-2=$, $x=2 \rightarrow$, $3x-2=$, $3-2=x$, $1=x$)

- En este caso se argumenta que todos los elementos de la sucesión son múltiplos de 3.

2)	<p>Si la expresión general de una sucesión es $3x - 2$, ¿Cuáles son los 4 primeros términos de ésta sucesión? <i>x pertenece a los números naturales</i></p> <p>Explica cómo lo hiciste</p>	<p>a) 3, 6, 9, 12 b) 2, 4, 6, 8 c) 1, 4, 7, 10 d) 1, 2, 3, 4</p>
----	--	--

(Handwritten work in the table says: "Por ser el triple tiene que ser múltiplo de 3")

- Los alumnos no completan el cálculo de los términos. No finalizan la resta en la operación.

2) Si la expresión general de una sucesión es $3x - 2$, ¿Cuáles son los 4 primeros términos de ésta sucesión?
x pertenece a los números naturales

Explica cómo lo hiciste

Lo hice multiplicando 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 y me dio (a)
 ALTERNATIVA:

3.1 = 3
 3.2 = 6
 3.3 = 9
 3.4 = 12

(a) 3, 6, 9, 12
 b) 2, 4, 6, 8
 c) 1, 4, 7, 10
 d) 1, 2, 3, 4

(a)

Causas:

Los alumnos no dominan conceptos básicos de algebra y erran al valorizar expresiones algebraicas básicas.

2.3 Seleccionan estrategias erróneas para resolver el problema y estas les llevan a cometer errores de cálculos aritméticos.

Pregunta:

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.
 - **Situación 1:** En el sexto básico deciden juntar arroz para la campaña de solidaridad en beneficio de un hogar de niños. Las cantidades que se recibieron son:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5		
15 kg	30 kg	45 kg	60 kg	75 kg		

Respuestas frecuentes:

- Han seleccionado una estrategia no muy conveniente para realizar el cálculo aritmético.

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** En el sexto básico deciden juntar arroz para la campaña de solidaridad en beneficio de un hogar de niños. Las cantidades que se recibieron son:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	6	7
15 kg	30 kg	45 kg	60 kg	75 kg	90kg	105kg

Ag 99
98

- a) (2 puntos) ¿Cuántos kilos de arroz recaudarán en la semana 9 si la recolección sigue la secuencia que se muestra en la tabla?

$75 + 15 = 90$
 $90 + 15 = 105$
 $105 + 15 = 120$

R: Recaudaron 120

Pregunta:

4) Considerando que las posiciones que se muestran en la imagen, continúan para las posición 5, la posición 6, ... ¿Cuántos cuadraditos tendrá la figura ubicada en la posición 6?

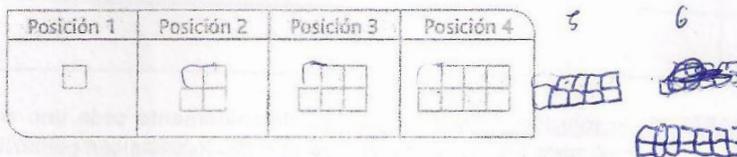
Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4
			

Explica cómo lo hiciste

Respuestas frecuentes:

- No realizan correctamente la suma, ya cuando antes habían encontrado el valor de aumento de los términos.

4) Considerando que las posiciones que se muestran en la imagen, continúan para las posición 5, la posición 6, ... ¿Cuántos cuadraditos tendrá la figura ubicada en la posición 6?



Explica cómo lo hiciste

desde la segunda posición le fue agregando un cuadrado hasta llegar a la posición

- a) 6 cuadrados
- b) 11 cuadrados
- c) 13 cuadrados
- d) 15 cuadrados



10

Pregunta:

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.
 - **Situación 1:** En el sexto básico deciden juntar arroz para la campaña de solidaridad en beneficio de un hogar de niños. Las cantidades que se recibieron son:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5		
15 kg	30 kg	45 kg	60 kg	75 kg		

Respuestas frecuentes:

- No utilizan un orden específico para resolver operaciones aritméticas.

c) (2 puntos) Calcula la cantidad recaudada en la semana 15 usando la expresión matemática encontrada.

The student has written a table with columns for weeks 10 through 15. The values are 150, 165, 180, 195, 205, and 220. A red 'X' is drawn over the value 220. To the right, there is a vertical addition calculation: 150 + 15 = 165, 165 + 15 = 180, 180 + 15 = 195, 195 + 15 = 210, and 210 + 15 = 225. The final result 225 is underlined and circled in blue.

c) (2 puntos) Calcula la cantidad recaudada en la semana 15 usando la expresión matemática encontrada.

The student has written a list of numbers: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 205, 220. Below the list, the student has written: "Se recaudó un 235 [K] para la semana N° 15". A red circle containing the number 0 is drawn to the right of the text.

Causas:

Los alumnos no conocen estrategias claras que les permitan resolver problemas aritméticos de forma ordenada y eficaz.

2.4 No encuentran patrones generales dados los términos.

Pregunta:

5)	<p>¿Cuál es la expresión que representa la siguiente secuencia numérica 7, 11, 15, 19, 23,?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;"> A) $6n+1$ B) $7n+3$ C) $4n+3$ D) $3n+4$ </p>
----	--

Respuestas frecuentes:

- Marcar el distractor D al ver que el patrón va aumentando de 4 unidades.

5) ¿Cuál es la expresión que representa la siguiente secuencia numérica 7, 11, 15, 19, 23,?

Explica cómo lo hiciste

Tiene un patrón al cual se le van sumando de 4 en 4.

7, 11, 15

A) $6n+1$
 B) $7n+3$
 C) $4n+3$
 D) $3n+4$

0

5) ¿Cuál es la expresión que representa la siguiente secuencia numérica 7, 11, 15, 19, 23,?

Explica cómo lo hiciste

$7 + 4 = 11 + 4 = 15 + 4 = 19 \dots$

A) $6n+1$
 B) $7n+3$
 C) $4n+3$
 D) $3n+4$

Causas:

Los alumnos demuestran que puede encontrar el valor de la diferencia entre cada término, pero no logran traducir esta información a un lenguaje algebraico general.

3.3 Categorización de los errores en Octavo básico.

1. C O N C E P T U A L	1.1 Definen erróneamente el concepto de expresión algebraica.
	1.2 Explican de manera errada cuando se pueden reducir términos semejantes de expresiones algebraicas
	1.3 Definen erróneamente lo que es una ecuación.
	1.4 Definen erróneamente lo que es una variable algebraica.
	1.5 Reconoce erradamente la posibilidad de dividir por 0.
2. P R O C E D I M E N T A L	2.1 Se equivoca al reducir términos semejantes.
	2.2 Valoriza erradamente expresiones algebraicas.
	2.3 No encuentra el número solicitado en la secuencia numérica.
	2.4 Falla en la traducción del lenguaje.
	2.5 Encuentra erradamente el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador de una fracción.
	2.6 Falla al asociar valores de entrada y salida en una tabla.

3.3.1 Análisis de errores conceptuales para Octavo Básico.

1.1 Definen erróneamente el concepto de expresión algebraica.

Pregunta:

- a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Respuestas frecuentes:

- Relacionarlo con ecuaciones

- a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Hacer ecuaciones X

- Relacionarlo con números y letras.

- a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Operación con números y letras ✓
1

- a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?

Algebra es el uso de símbolos en matemáticas para ordenar y formular una ecuación. El uso de letras y símbolos reemplazan los números y las largas respuestas que se grafican en esto misma. 1

Causa:

Se observa que los estudiantes no tienen un claro concepto sobre expresiones algebraicas. Hay una confusión entre expresión algebraica y ecuación. Esto puede ser debido a que durante el comienzo de la unidad, no se trabajó el tiempo necesario la construcción conceptual.

1.2 Explican de manera errada cuando se pueden reducir términos semejantes de expresiones algebraicas.

Pregunta:

b) (2 puntos) ¿De qué manera se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica?

Respuestas frecuentes:

- Se dan ejemplos de reducción de términos semejantes.

b) (2 puntos) ¿De qué manera se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica?

Ejemplo

$$5F + 10F = 15y + 15y$$

The image shows a handwritten student response. On the left, the word "Ejemplo" is written. In the center, the equation $5F + 10F = 15y + 15y$ is written. A large red 'X' is drawn over the right side of the equation, indicating that this is an incorrect reduction of terms.

- Se menciona que se deben sumar.

b) (2 puntos) ¿De qué manera se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica?

Se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica con tan solo sumarlos.

The image shows a handwritten student response. The text reads: "Se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica con tan solo sumarlos." A large red checkmark is drawn to the right of the text, indicating that this is a correct response.

- Se asocia a ecuaciones.

b) (2 puntos) ¿De qué manera se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica?

Se pueden reducir, ~~o~~ resolviendo el ejercicio, dejar las "x" a un lado, ~~o~~ despejando hasta llegar al valor. 

Causa:

Se aprecia que muchos estudiantes saben el procedimiento aritmético para poder reducir términos semejantes, sin embargo son incapaces de explicarlo de forma escrita. Mencionan solo la posibilidad de sumarlo, sin mencionar que deben tener el mismo factor literal. Hay una confusión entre expresión algebraica y ecuación.

1.3 Definen erróneamente lo que es una ecuación.

Pregunta:

c) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

Respuestas frecuentes:

- Se plantea un ejemplo de una ecuación.

c) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

$$2x + x = 3x$$


- Se asocia a ejercicios con incógnitas.

c) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

Es una operación que tiene una ~~inc~~ incognita la cual hay que averiguar. 1.

Causa:

Los estudiantes no tienen claro el concepto de ecuación, reconocer algunos elementos que estas presentan, pero no son capaces de articular una definición contundente. Esto puede ser debido a una falta de rigurosidad a la hora de la definir elementos matemáticos.

1.4 Definen erróneamente lo que es una variable algebraica.

Pregunta:

d) (2 puntos) ¿Qué es variable algebraica?

Respuestas frecuentes:

- Se asocia a ecuaciones.

d) (2 puntos) ¿Qué es variable algebraica?

Son los datos a utilizar en la ecuación.

Causa:

Los estudiantes desconocen el concepto de variable algebraica. Hay una confusión muy notoria entre ecuación, expresión algebraica y variable algebraica.

1.5 Reconoce erradamente la posibilidad de dividir por 0.

Pregunta:

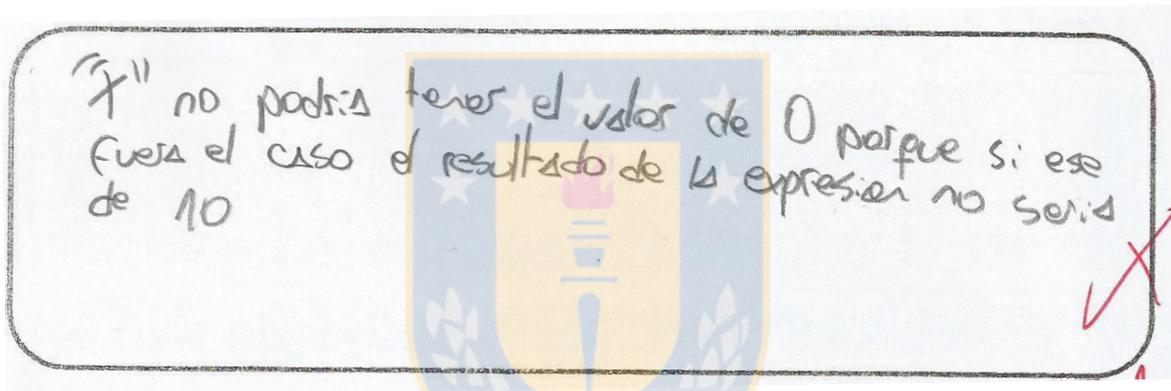
- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** Dada la siguiente expresión $\frac{50}{x} = 10$.

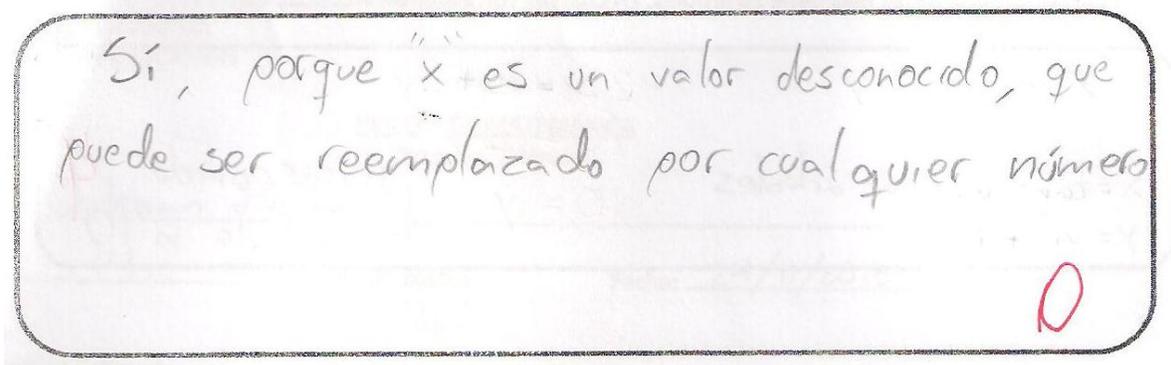
b) (3 puntos) ¿"x" podría tener el valor 0? Explica tu respuesta

Respuestas frecuentes:

- Se menciona que no, porque el resultado sería distinto.



- Se menciona que si se puede realizar la división.



Causa:

No hay una noción clara sobre los fundamentos teóricos que involucran a la división, por lo tanto no hay clara noción sobre lo que sucede si el denominador fuese cero.

3.3.2 Análisis de errores Procedimentales para Octavo básico.

2.1 Se equivoca al reducir términos semejantes.

Preguntas:

Al reducir la expresión $72y + 43y + 24u + 32y + 21u + 12u$ resulta:

Explica como lo hiciste



- A) $147y + 57u$
- B) $57y + 147u$
- C) $35y + 101y$
- D) $147y - 57u$

Al resolver la ecuación $3p + 5 = 32$, el valor del triple de "p" es:

Explica como lo hiciste

- A) 9
- B) 27
- C) 11
- D) 10

Respuestas frecuentes:

- Falla en los signos.

1)	Al reducir la expresión $72y + 43y + 24u + 32y + 21u + 12u$ resulta: Explica como lo hiciste $72y + 43y + 32y$ $-24u + 21u + 12u$ $\begin{array}{r} 72 & 24 \\ 43 & 21 \\ 32 & 12 \\ \hline 147y & -57 \end{array}$ A) $147y + 57u$ B) $57y + 147u$ C) $35y + 101y$ D) $147y - 57u$
----	---

- No se responde a lo solicitado.

5) Al resolver la ecuación $3p + 5 = 32$, el valor del triple de "p" es:

Explica como lo hiciste

deje las letras a un lado y al otro los números, reste los números y luego divida las letras con los números

$$3p = 32 - 5$$

$$3p = 27 \quad | :3$$

$$p = 9$$

A) 9
~~B) 27~~
 C) 11
 D) 10

Causa:

Este error observado denota una desconcentración en el estudiante, ya que él sabe reducir términos semejantes, sin embargo se produce una falla en los signos.

2.2 Valoriza erradamente expresiones algebraicas.

Preguntas:

El valor de la expresión $3s + 4s + 5f + 3f$ cuando $s=2$ y $f=1$ es:

Explica como lo hiciste

- A) 20
 B) 21
 C) 22
 D) 23

La expresión $60 \cdot m$ da la cantidad de segundos en m minutos. ¿Cuántos segundos habrá en 7 minutos?

Explica como lo hiciste

- A) 320 segundos
 B) 420 segundos
 C) 42 segundos
 D) 607 segundos

¿Cuál de las expresiones siguientes **NO** es igual a 15?

Explica como lo hiciste

- A) $3t$ para $t=5$
 B) $3 + t$ para $t = 12$
 C) $t : 3$ para $t = 60$
 D) $t-10$ para $t = 25$

Si $t + 1 = 5$, entonces ¿Cuál es el valor de la expresión $t \cdot t + 1^2$?

Explica como lo hiciste

- A) 26
- B) 37
- C) 17
- D) 9

Respuestas frecuentes:

- Falla al momento de reemplazar valores u omite uno de los términos involucrados.

2) El valor de la expresión $3s + 4s + 5f + 3f$ cuando $s = 2$ y $f = 1$ es:

Explica como lo hiciste

$3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1$
 $6 + 8 + 5$
 $14 + 5$
~~20~~

reemplaze las letras por numeros y saque el resultado

A) 20
B) 21
C) 22
D) 23

- Reemplazar por un valor errado.

6) Si $t + 1 = 5$, entonces ¿Cuál es el valor de la expresión $t \cdot t + 1^2$?

Explica como lo hiciste

$5 \cdot 5 + 1^2$
 $(25 + 1)$
26

A) 26
B) 37
~~C) 17~~
D) 9

Causa:

Se observa que los estudiantes saben lo que deben realizar al valorizar, sin embargo sufren errores por distracciones u omisiones.

2.3 No encuentra el número solicitado en la secuencia numérica.

Pregunta:

La siguiente imagen muestra una sucesión de círculos en cada figura ¿Cuántos círculos habrá en la quinta (5ª)?



Explica como lo hiciste

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16

Respuestas frecuentes:

- Responde fallando en el patrón encontrado.

habría en la figura 5?

Fig 1 Fig 2 Fig 3 ... Fig 4 Fig 5

Explica como lo hiciste

A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

Res. Sumando +3 en cada espacio entre una figura y otra, hasta llegar a la figura 5.

Causa:

Los estudiantes notan que el patrón va aumentando de tres en tres, sin embargo realiza una mala asociación debido a que hay una confusión entre la posición de la figura y la diferencia con que aumenta la secuencia.

2.4 Falla en la traducción del lenguaje.

Pregunta:

¿Cuál es el valor de la expresión "El triple de 5 aumentado en 50"?

Explica como lo hiciste

- A) 175
- B) 750
- C) 15
- D) 65

Respuestas frecuentes:

- El triple de 5 se interpreta como 15, pero la palabra "aumentado" se interpreta como un producto, por lo tanto se multiplica 15 por 50, llegando al resultado 750.

8) ¿Cuál es el valor de la expresión "El triple de 5 aumentado en 50"?

Explica como lo hiciste

$5 \cdot 3 = 15$

$15 \cdot 50$

$\frac{75}{750}$

A) 175
B) 750
C) 15
D) 65

- Falla en la prioridad de las operatorias elementales.

8) ¿Cuál es el valor de la expresión "El triple de 5 aumentado en 50"?

Explica como lo hiciste

$3 \cdot 5 + 50$

$\frac{55 \cdot 3}{175}$

A) 175
B) 750
C) 15
D) 65

Reemplazando y escribiendo la ecuación

Causa:

Vemos dos tipos de errores que son distintos. En primera instancia se produce una mala interpretación del lenguaje. Y el segundo denota un error en el desarrollo

de las operatorias, ya que no se respeta la prioridad aritmética de la multiplicación sobre la suma.

2.5 Encuentra erradamente el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador de una fracción.

Pregunta:

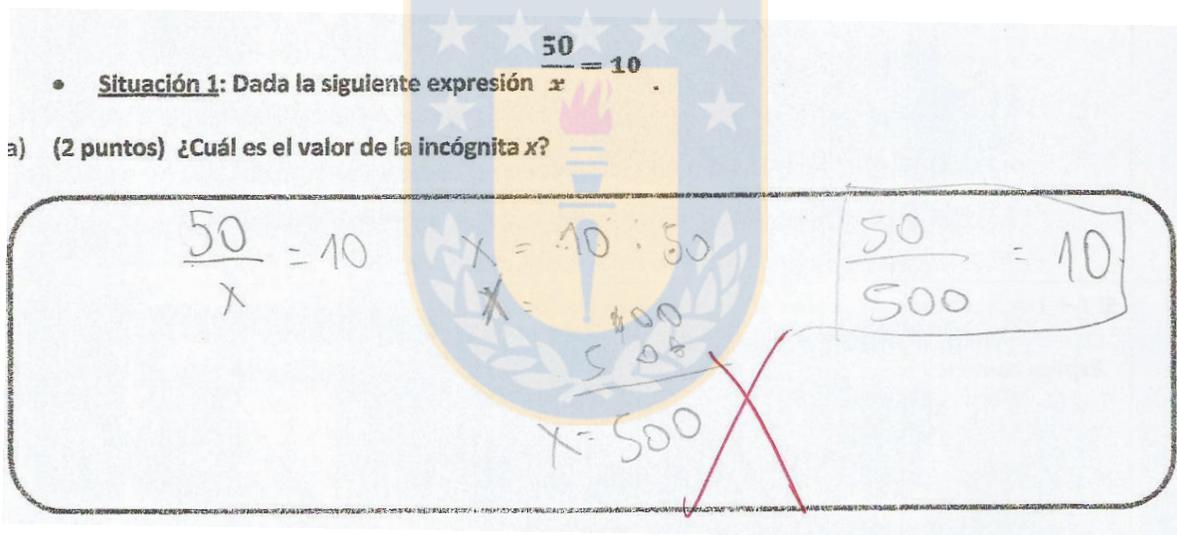
- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** Dada la siguiente expresión $\frac{50}{x} = 10$.

a) (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la incógnita x ?

Respuestas frecuentes:

- Multiplicar el numerador de la fracción por el resultado de la división.



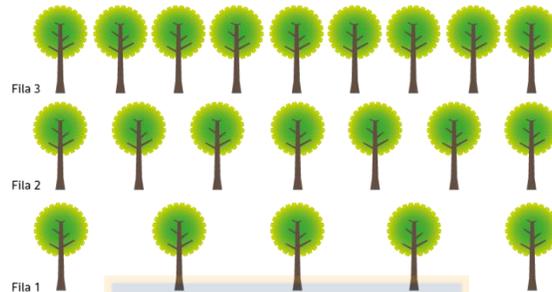
Causa:

Los estudiantes no saben cómo resolver ecuaciones con incógnitas en el denominador. Y se presenta una confusión al desarrollar el procedimiento algorítmico de la división.

2.6 Falla al asociar valores de entrada y salida en una tabla.

Preguntas:

Situación 2: El jardinero de un parque lo está reforestando. Planta árboles siguiendo cierto patrón: en la primera fila 5 árboles, en la segunda 7 árboles y así sucesivamente, tal como se muestra a continuación:



a) (5 puntos) Complete la tabla siguiente:

Fila	Cantidad de árboles
1	
2	
3	
4	
5	

b) (2 puntos) ¿Cuántos árboles tendrá la sexta?

c) (4 puntos) Si una de las filas tiene 23 árboles, ¿A cuál fila correspondería?

Respuestas frecuentes:

- Falla en la detección del patrón.

b) (2 puntos) ¿Cuántos árboles tendrá la sexta?

La sexta tendrá 45 árboles en total.

X

$$\begin{array}{r} 13 \\ 11 \\ \hline 24 \\ 19 \\ \hline 33 \\ 7 \\ \hline 40 \\ 5 \\ \hline 45 \end{array}$$

Causa:

Esto se debe principalmente a una distracción por parte de los estudiantes



CAPÍTULO IV: ANÁLISIS ESTADÍSTICO DESCRIPTIVO

4.1 Análisis según desempeño.

Para comenzar con este análisis, se exhibirán los resultados logrados por los estudiantes de acuerdo a su colegio, y su nivel de desempeño (el cual se calculó relacionando el puntaje general obtenido por el estudiante y el puntaje total que poseía el instrumento), de lo cual se obtiene lo siguiente:

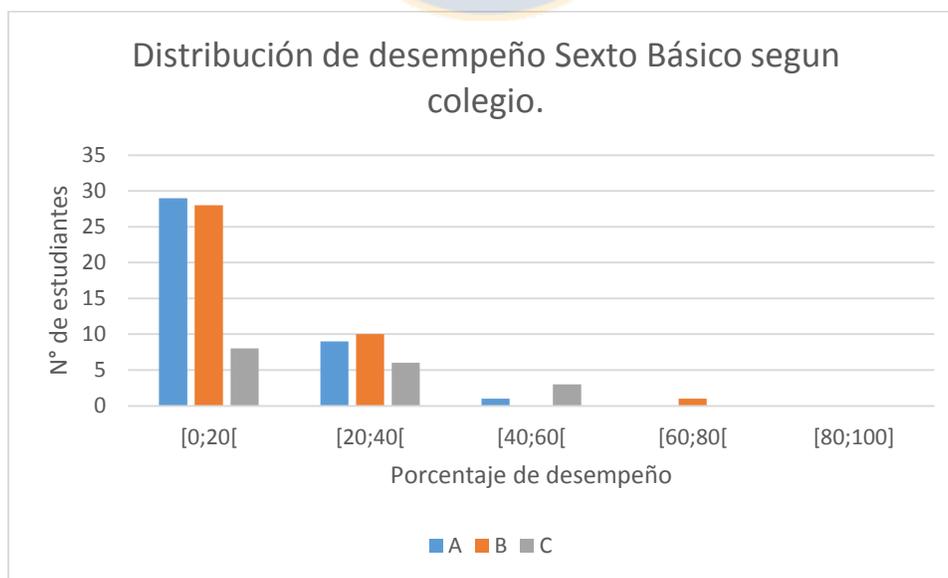
Sexto básico:

Tabla n°1

Distribución de porcentajes de desempeño en Sexto Básico

% de desempeño	Colegios					
	A		B		C	
	F_i	F_{ac}	F_i	F_{ac}	F_i	F_{ac}
[0;20[29	29	28	28	8	8
[20;40[9	38	10	38	6	14
[40;60[1	39	0	38	3	17
[60;80[0	39	1	39	0	17
[80;100]	0	39	0	39	0	17

Gráfico n°1



Es llamativo como en el caso del sexto básico, considerando los tres colegios, ningún estudiante ha logrado llegar al 80% de desempeño. Es preocupante notar que el nivel de logro de la mayoría de los estudiantes se concentra entre el 0 y el 40%. Si se piensa que la mayoría de las evaluaciones deben ser calificadas con un 60% de exigencia, sólo cinco estudiantes de toda la muestra estarían en condiciones de aprobar. En el gráfico n°1 podemos apreciar, que no hay diferencias insoslayables según la dependencia administrativa del establecimiento.

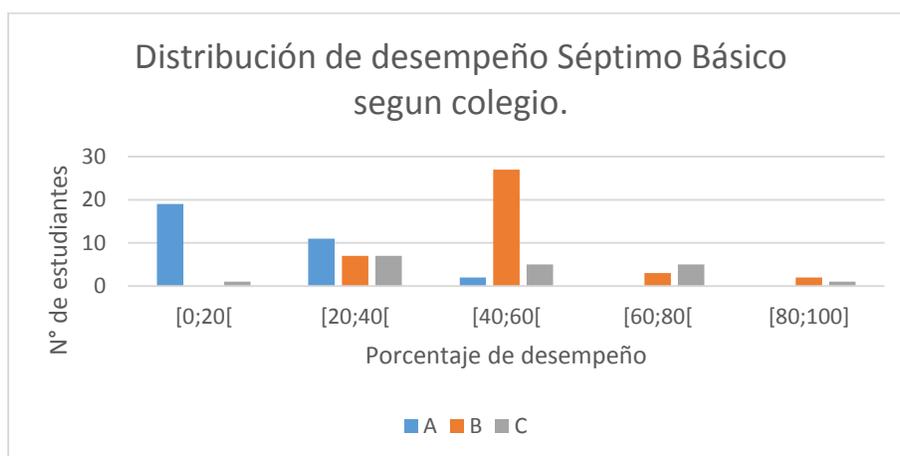
Séptimo básico

Tabla n°2

Distribución de porcentajes de desempeño en Séptimo Básico

% de desempeño	Colegios					
	A		B		C	
	F_i	F_{ac}	F_i	F_{ac}	F_i	F_{ac}
[0;20[19	19	0	0	1	1
[20;40[11	30	7	7	7	8
[40;60[2	32	27	34	5	13
[60;80[0	32	3	37	5	18
[80;100]	0	32	2	38	1	19

Gráfico n°2



Al analizar la Tabla n°2 complementada con su correspondiente Gráfico n° 2, se pueden observar las primeras grandes diferencias en el desempeño de acuerdo a la dependencia administrativa. Se aprecia que en el sistema municipal, solo dos estudiantes obtienen un logro entre el 40% y el 60%, en cambio en las escuelas de otro tipo de financiamiento, más de la mitad de los estudiantes logran un desempeño en el rango citado anteriormente.

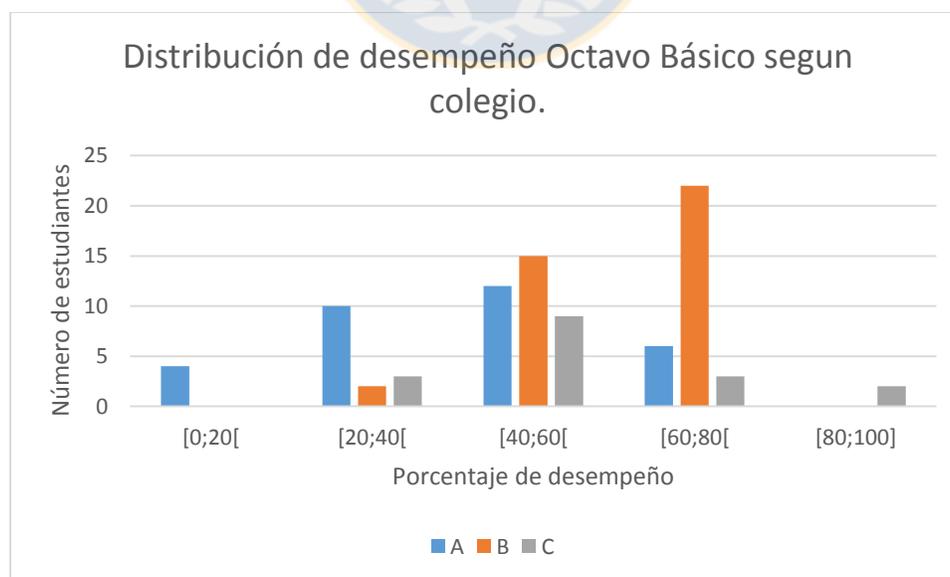
Octavo básico

Tabla n°3

Distribución de porcentajes de desempeño en Octavo Básico

% de desempeño	Colegios					
	A		B		C	
	F _i	F _{ac}	F _i	F _{ac}	F _i	F _{ac}
[0;20[4	4	0	0	0	0
[20;40[10	14	2	2	3	3
[40;60[12	26	15	17	9	12
[60;80[6	32	22	39	3	15
[80;100]	0	32	0	39	2	17

Gráfico n°3



Con respecto al gráfico 3 podemos rescatar que los desempeños más deficientes se concentran en colegios de dependencia administrativa municipal, mientras que entre los otros dos tipos de colegio, se produce un equilibrio.

Observando los Gráficos n° 1, 2 y 3 la primera deducción que se puede hacer, es que con el paso de los años se produce un incremento en el niveles de logro de los estudiantes. Siendo octavo básico el que presenta los resultados más satisfactorios.

4.2 Análisis de acuerdo a las habilidades medidas.

Para el siguiente análisis, se estudiará el nivel de logro obtenido por curso, en cada habilidad medida de acuerdo a la Taxonomía de Bloom. Para esto se muestra el desempeño independiente de cada habilidad.

Sexto Básico

Tabla n°4

Distribución de porcentajes de desempeño en Sexto Básico según habilidades

Porcentaje de logro Habilidad	Colegio A	Colegio B	Colegio C
Conocimiento	19.23%	5.12%	11.76%
Comprensión	6.24%	3.63%	21.38%
Aplicación	18.96%	28.97%	30.98%
Análisis	23.23%	22.38%	31.37%

Se debe destacar que los niveles con mayor nivel de desempeño son los de aplicación y análisis. Vale decir, que algunos estudiantes son capaces de desarrollar procedimientos algorítmicos, e inclusive resolver problemas de mediana complejidad, sin embargo son incapaces de definir los conceptos matemáticos ligados a las temáticas contingentes al álgebra.

Se aprecia también, que los resultados son alarmantes, ya que en ninguna de las habilidades medidas, se obtiene un nivel de logro superior a los treinta puntos porcentuales, vale decir que los objetivos de aprendizaje no son logrados ni por la mitad de los estudiantes sin importar su dependencia administrativa. A nivel general es el colegio particular, quien registra mejores desempeños, pero superando por escasos puntos a los demás establecimientos participantes de la investigación.

Séptimo básico

Tabla n°5

Distribución de porcentajes de desempeño en séptimo básico según habilidades

Porcentaje de logro Habilidad	Colegio A	Colegio B	Colegio C
Conocimiento	10.41%	24.78%	34.71%
Comprensión	18.74%	63.14%	59.86%
Aplicación	23.59%	63.20%	58.15%
Análisis	15.62%	48.02%	43.06%

A nivel de séptimos podemos apreciar que la habilidad que presenta mayores dificultades es el conocimiento, seguido por el análisis. Los estudiantes nuevamente no manejan los conceptos con los que debieran trabajar, ahora además se observa que presentan dificultades a la hora de resolver problemas de enunciado. Las habilidades más destacadas en este nivel son las de comprensión y aplicación, obteniéndose en dos colegios niveles de logro casi del sesenta por ciento.

Se debe destacar en esta ocasión, que el colegio municipal obtiene los resultados más bajos y de manera considerable, no alcanza a tener ni la mitad de los niveles de logro que sus pares de otra dependencia administrativa. Los otros dos establecimientos tienen niveles de logro muy similares.

Salvo en el colegio municipal, en los demás centros educativos se observa una mejora generalizada en los niveles de desempeño, considerando los resultados de las pruebas de sexto básico.

Octavo básico

Tabla n°6

Distribución de porcentajes de desempeño en octavo básico según habilidades

Porcentaje de logro Habilidad	Colegio A	Colegio B	Colegio C
Conocimiento	8.32%	21.58%	19.20%
Comprensión	67.18%	81.40%	84.55%
Aplicación	49.08%	79.17%	68.37%
Análisis	56.74%	79.69%	66.17%

En este nivel, podemos apreciar como todos los colegios sin excepción mejoran considerablemente sus resultados, las habilidades que esta ocasión se encuentran con mejores desempeño son las de comprensión y aplicación.

Nuevamente al igual que en los casos analizados anteriormente, la que presenta mayores dificultades es la habilidad de conocimiento, nos enfrentamos a estudiantes que pueden resolver ejercicios sencillos, descifrar enunciados, pero no son capaces de definir de manera acertada los elementos matemáticos con los que se deben trabajar.

A nivel comparativo, en esta ocasión el colegio que presenta mejores niveles de desempeño es el particular subvencionado y en el otro extremo encontramos al establecimiento de dependencia municipal.

Se puede apreciar que hay una secuenciación creciente en los logros de aprendizaje de los estudiantes en el álgebra, desde sexto básico, hasta octavo, siendo este último nivel el que alcanza los mejores resultados.

4.3 Análisis comparativo de acuerdo a media y desviación estándar.

Tabla n°7

Medias y desviaciones estándar según establecimiento

Nivel	Colegios					
	A		B		C	
	Media	Desviación estándar.	Media	Desviación estándar	Media	Desviación estándar.
Sexto	15.5	10.3	15.9	13.8	24.9	13.5
Séptimo	17.3	15.0	50.0	12.6	48.6	17.9
Octavo	42.1	20.0	61.89	12.12	54.8	14.6

Para este análisis se debe destacar que en sexto básico no se producen mayores diferencias entre el colegio municipal y el particular subvencionado, ambos tienen medias casi iguales y las desviaciones estándares se diferencian por 3 puntos. Sin embargo en este nivel el colegio privado presenta mejor media y una desviación estándar similar al del resto de los colegios.

En séptimo básico sí se produce una diferencia notable entre el colegio municipal y sus pares de otra dependencia administrativa, las desviaciones estándar se mantienen estables. Entre el colegio privado y el subvencionado no hay diferencia entre sus medias, mostrando resultados similares.

En el nivel de octavo básico es donde se presentan los mejores niveles de desempeño en cada uno de los establecimientos. El colegio municipal es el que logra el mayor aumento, logrando un aumento superior al doble de lo que se observó en los otros niveles. Sin embargo el mismo colegio es el que presenta la

desviación estándar más elevada, lo que es un factor peligroso a tomar en consideración.

Comparando los otros colegios, el particular subvencionado es el que presenta mejores resultados, ya que posee el promedio más alto y la desviación estándar más baja.

4.4 Análisis de acuerdo a respuestas correctas, incorrectas y omitidas.

Para el siguiente análisis, se han considerado la cantidad de preguntas a las que se enfrentó cada grupo de alumnos según el nivel. Se han determinado tres categorías, que resumen el porcentaje de respuestas marcadas como correctas, error y omisión. Se debe destacar que las respuestas incompletas de los alumnos han sido incluidas en la categoría de errores.

Se debe también señalar que cada alumno, según nivel, ha respondido la misma cantidad de preguntas. Las diferencias en nº de ítems que se pueden observar, tienen relación con la cantidad de alumnos por grupo observado.

Colegio A Municipal

Tabla n°8

Distribución de porcentajes según correctas, errores y omitidas en colegio municipal.

	Nº DE ÍTEMS.	CORRECTAS	ERRORES	OMITIDAS.
6º	546	11,90%	39,38%	48,72%
7º	448	14,51%	27,68%	57,81%
8º	544	37,13%	24,26%	38,60%

Se puede apreciar que en este tipo de establecimientos, la omisión es una constante, casi superando los cuarenta puntos porcentuales en todos sus niveles, llegando incluso a niveles cercanos al sesenta por ciento en séptimo básico.

Alarmante es que los porcentajes de respuestas correctas sean inferiores a los porcentajes de errores y omitidas en todos los niveles medidos.

Colegio B Particular Subvencionado.

Tabla n°9

Distribución de porcentajes según correctas, errores y omitidas en colegio particular subvencionado.

	Nº DE ÍTEMS.	CORRECTAS	ERRORES	OMITIDAS.
6º	546	16,48%	35,75%	47,80%
7º	546	41,76%	50,55%	7,69%
8º	680	56,32%	33,38%	10,30%

Se puede apreciar en este establecimiento que el nivel más crítico es el sexto básico, en donde la cantidad de correctas no alcanza a ser un quinto del total. Pero se debe destacar que esa tendencia va cambiando positivamente y ya al nivel de octavo básico, más de la mitad de las respuestas son correctas.

En este establecimiento los niveles de omisión salvo en sexto básico, son bastante bajos, por lo que se puede apreciar que los estudiantes tienen nociones concretas de los elementos abordados.

Colegio C Particular.

Tabla n°10

Distribución de porcentajes según correctas, errores y omitidas en colegio particular.

	Nº DE ÍTEMS.	CORRECTAS	ERRORES	OMITIDAS.
6º	238	21,85%	43,70%	34,45%
7º	266	40,98%	39,85%	19,17%
8º	289	47,06%	38,75%	14,19%

Nuevamente al igual que en los casos anteriores apreciamos que con mayor deficiencia es sexto básico, pero produciéndose una evolución positiva a lo largo de los años, en donde los resultados de octavo son los mejores. Con respecto a los niveles de omisión, no superan en ningún caso al porcentaje de errores. Preocupante es que en ninguna de las evaluaciones el porcentaje de correctas sea mayor al cincuenta por ciento.

Según la información rescatada de las tablas 8, 9 y 10, se observa que los alumnos del Colegio A Municipal presentan mayor porcentaje de respuestas omitidas. Esto se debe a una falta de conocimiento de los conceptos asociados al álgebra escolar. Les sigue el Colegio C Particular y luego el Colegio B Particular Subvencionado. El Colegio C presenta mayor porcentaje de respuestas correctas, así como el Colegio A Municipal presenta el menor porcentaje en esta categoría. En este caso el Colegio B Particular Subvencionado estaría situado entre ambos colegios.

Se observa en la categoría de errores que el colegio C Particular, está levemente por sobre la cantidad de errores del colegio B Particular Subvencionado, pero aun así, el colegio A Municipal tiene el menor porcentaje de errores de los tres colegios, pero debemos recordar también que es el establecimiento con mayor porcentaje de omitidas.

4.5 Porcentaje de errores cometidos por categorías

Se presenta a continuación el porcentaje de alumnos que cometieron al menos un error al enfrentarse a las preguntas de las diversas categorías que se han definido anteriormente. Para este caso las respuestas omitidas se han identificado como un error desde el momento en que el alumno no responde por falta de conocimiento.

Tabla n°11

Porcentaje de estudiantes que cometen al menos un error de acuerdo a categorías y establecimientos en sexto básico.

	Tipos de errores	Colegio A	Colegio B	Colegio C
1. C O N C E P T U A L	1.1 Construyen erróneamente inecuaciones o no se contextualizan.	100%	97.5%	100%
	1.2 Se traduce de manera incorrecta una inecuación del lenguaje cotidiano al algebraico.	92.3%	94.8%	64.7%
	1.3 Se ejemplifican erróneamente ecuaciones o no están contextualizadas.	100%	97.4%	94.1%
	1.4 No se reconocen diferencias entre ecuaciones e inecuaciones.	100%	100%	100%
	1.5 Reconoce erradamente la posibilidad de dividir por 0.	97.4%	94.8%	100%
2. P R O C E D I M E N T A L	2.1 Encuentra erróneamente la regla de formación en una secuencia.	100%	100%	100%
	2.2 Encuentra erradamente el valor de una ecuación contextualizada o no es capaz de plantearla acertadamente.	92.3%	64.2%	76.4%
	2.3 Encuentran erróneamente valores que satisfacen una inecuación.	94.8%	100%	88.2%
	2.4 No encuentra el número solicitado en una secuencia o en una tabla.	66.6%	57%	50%
	2.5 Encuentra erradamente los términos de una sucesión teniendo el patrón general.	100%	100%	100%
	2.6 Encuentra erradamente el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador de una fracción.	91%	97.4%	77.7%

En la Tabla n° 11 podemos apreciar claramente que la mayor cantidad de errores cometidos por los estudiantes se concentra en los elementos conceptuales. Casi en todos los indicadores, nos encontramos con porcentajes de errores superiores al noventa por ciento. Vale decir casi ningún estudiante es capaz de dar una definición completamente acertada sobre los elementos matemáticos relacionados con el álgebra.

Los estudiantes desconocen una inecuación o su contextualización, ocurre algo similar con las ecuaciones, por consiguiente con mayor razón no pueden establecer la diferencia entre ambos conceptos. Los estudiantes no notan la imposibilidad de dividir por cero, o son incapaces de argumentarla.

Si se observan con atención los puntos 2.1 y 2.5 de la Tabla n°11, podemos relacionarlos, ya que ambos hacen alusión a patrones numéricos, mirando los altos niveles de error que se producen en ellos, se puede notar que los estudiantes no tienen claro los conceptos de patrón numérico, ni que a estos se les puede asociar una regla general.

Dentro de este apartado se debe destacar positivamente que al menos los estudiantes son capaces de encontrar el número solicitado en una tabla, o en un patrón de números de forma instintiva.

También en el punto 2.3 podemos apreciar que los estudiantes tienen serias dificultades a la hora de encontrar números que satisfagan una inecuación. Como se describió en párrafos anteriores esto se relaciona íntimamente con una dificultad en la comprensión del concepto de inecuación.

Observando el punto 2.6 también queda claro, que se presentan diversas confusiones a la hora de encontrar el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador.

En términos generales los porcentajes de errores que se producen son muy elevados, lo que hace pensar que los estudiantes no están consiguiendo los logros de aprendizaje deseados, al menos en materia de álgebra. Esto indistintamente de la dependencia administrativa del establecimiento.

Tabla n°12

Porcentaje de estudiantes que comenten al menos un error de acuerdo a categorías y establecimientos en séptimo básico.

	Tipos de errores	Colegio A	Colegio B	Colegio C
1. C O N C E P T U A L	1.1 Presentan confusión de conceptos en expresión algebraica y/o variable algebraica.	100%	100%	100%
	1.2 Definen erróneamente el concepto de Ecuación.	100%	94,9%	96,7%
	1.3 Se traduce de forma incorrecta desde el lenguaje cotidiano al algebraico.	73,4%	43,6%	23,7%
	1.4 No reconocen igualdades y/o equivalencias asociadas a ecuación.	100%	79,5%	78,9%
	1.5 Error de comprensión de la pregunta.	100%	94,9%	84,2%
2. P R O C E D I M E N T A L	2.1 Encuentra erróneamente regla de formación en una secuencia.	87,5%	41%	73,7%
	2.2 Encuentra erradamente los términos de una sucesión teniendo el término general.	100%	87,2%	68,4%
	2.3 Seleccionan estrategias erróneas para resolver el problema y estas les llevan a cometer errores de cálculos aritméticos.	68,7%	12,8%	28,1%
	2.4 No encuentran patrones generales dados los términos.	96,9%	89,7%	68,4%

De la Tabla nº 12, se observa que el total de alumnos de este nivel erra en la primera pregunta relacionada con expresión y variable algebraica. Debemos notar también, de los análisis anteriores, estos conceptos, al estar relacionados causan un mayor grado de confusión en los estudiantes, que no logran ver las diferencias de estos conceptos y otros. Esto es un problema general en los estudiantes y desarrolla un mal manejo de los conceptos básicos del álgebra.

Los puntos 1.2 y 1.4 están fuertemente relacionadas. Juntas describen un comportamiento errado con respecto al trabajo de ecuaciones. Inicialmente se pregunta por lo que se entiende que es una ecuación, donde nuevamente tenemos altos porcentajes de error en este concepto y luego se contrasta con preguntas donde el alumno debe reconocer la ecuación como una igualdad, donde nuevamente falla.

También se observa en el punto 1.5, que existe un alto porcentaje de error en las evaluaciones, debido a una mala comprensión de los problemas planteados, lo cual se hace transversal para todas las categorías, porque alumnos que no dominan conceptos, difícilmente podrán comprender un enunciado.

Los puntos 2.2 y 2.4, permiten identificar que en general los alumnos presentan dificultades al enfrentarse a tareas donde deben encontrar patrones simples, y de estas preguntas que se han observado, también es interesante notar que hay un alto porcentaje de error al momento de encontrar los términos de una sucesión, dado el término general de esta, donde los alumnos deben valorizar una expresión algebraica.

Tabla n°13

Porcentaje de estudiantes que comenten al menos un error de acuerdo a categorías y establecimientos en Octavo básico

	Tipos de errores	Colegio A	Colegio B	Colegio C
1. C O N C E P T U A L	1.1 Definen erróneamente el concepto de expresión algebraica.	100%	100%	100%
	1.2 Explican de manera errada cuando se pueden reducir términos semejantes de expresiones algebraicas	100%	90%	100%
	1.3 Definen erróneamente lo que es una ecuación.	100%	96%	100%
	1.4 Definen erróneamente lo que es una variable algebraica.	100%	88%	100%
	1.5 Reconoce erradamente la posibilidad de dividir por 0.	100%	92%	100%
2. P R O C E D I M E N T A L	2.1 Se equivoca al reducir términos semejantes.	46.8%	12.5%	11.7%
	2.2 Valoriza erradamente expresiones algebraicas.	46%	17.6%	32.2%
	2.3 No encuentra el número solicitado en la secuencia numérica.	37.5%	15%	23.5%
	2.4 Falla en la traducción del lenguaje.	59.3%	47.5%	17.5%
	2.5 Encuentra erradamente el valor de una incógnita que se encuentra en el denominador de una fracción.	62.5%	27.5%	41.1%
	2.6 Falla al asociar valores de entrada y salida en una tabla.	32.2%	15%	29.1%

En la tabla número 13, se puede apreciar que lo que presenta mayor dificultad para los estudiantes, son aquellas preguntas relativas a los elementos conceptuales. Los estudiantes son incapaces de definir los términos expresión algebraica, ecuación y variable algebraica, que se encuentran relacionados entre sí. Un hecho llamativo es lo que sucede con la reducción de términos semejantes,

los estudiantes son capaces de realizar esta actividad a nivel procedimental, sin embargo cuando se les pide que expliquen con palabras como realizar la tarea, no son capaces de conseguirlo.

Se sigue apreciando que los estudiantes son incapaces de argumentar correctamente porque no se puede dividir por 0. Es un factor a tomar en cuenta que nuevamente todos los indicadores de errores conceptuales, se elevan casi hasta un noventa por ciento.

En el apartado procedimental es donde todos los colegios muestran sus mejores índices de desempeño. Encontramos que los puntos 2.3 y 2.6, ambos relacionados con encontrar valores en una secuencia o en una tabla poseen bajos índices de error, lo que marca una progresión respecto de indicadores similares apreciados en otros niveles.

Se puede apreciar como los estudiantes siguen presentando altos índices de error en el apartado 2.5, en este caso no hay una progresión tan considerable (ver punto 2.5, tabla 11), los estudiantes tienen dificultades para encontrar el valor de una incógnita presente en el denominador, incluso de forma instintiva.

En esta ocasión, en el apartado procedimental, hay una diferencia considerable en el porcentaje de errores cometidos por los estudiantes pertenecientes al sistema municipal, en comparación de sus pares de otras dependencias administrativas.

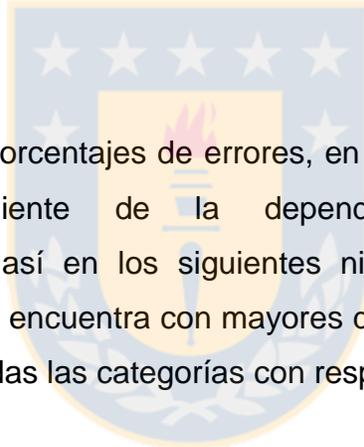
A nivel general en todos los establecimientos se produce una diferencia considerable entre los porcentajes de errores obtenidos en el aspecto conceptual, versus el apartado procedimental.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y REFLEXIONES

- ✓ En el desarrollo de la investigación se mostró que las preguntas con mayores índices de error son aquellas relacionadas con elementos conceptuales, en todos los niveles y sin importar la dependencia administrativa del establecimiento. Esto queda complementado al notar que las preguntas con menor porcentaje de desempeño son aquellas relacionadas con la habilidad del Conocimiento. Dados estos dos factores, se puede concluir, por el tipo de preguntas que se aplicaron, que los errores conceptuales se van repitiendo a lo largo de los siguientes niveles escolares, vale decir, un estudiante que en sexto básico no es capaz de definir lo que es una ecuación, difícilmente logra corregir esta noción en los siguientes años, ocurriendo hechos similares con los conceptos de inequación y expresiones algebraicas, donde al intentar introducir un concepto de mayor complejidad, se produce un fracaso ya que las ideas previas no hay sido asimiladas por los estudiantes quedando con lagunas cognitivas.
- ✓ Existe una progresión decreciente en los errores cometidos entre sexto y séptimo al encontrar patrones dada una secuencia numérica. Pero debemos destacar que dentro de esta progresión los índices de errores siguen siendo en torno al 70%. Entre sexto y octavo se produce una reducción considerable de los errores al encontrar un número específico de la sucesión, cuando se presenta una secuencia numérica o una tabla de valores. Dadas estas dos situaciones podemos concluir que los estudiantes tienen una seria confusión con respecto a las secuencias numéricas, ya que pueden deducir valores de entrada y salida de una tabla, sin embargo no son capaces de construir el término general que determina el patrón.
- ✓ De los dos puntos anteriores, es preocupante que las categorías que muestran errores procedimentales, tengan menor porcentaje de error que

las categorías donde se muestran errores conceptuales. Esto se traduce en que los estudiante logran recordar algoritmos que les permiten responder exitosamente las evaluaciones, pero sin dominar los conceptos asociados a estos procedimientos.

- ✓ Entre los niveles de sexto y octavo básico se observa una disminución importante de los errores cometidos por los estudiantes al momento de encontrar el valor de una incógnita en el denominador de una expresión, lo que nos muestra que esta idea ha sido reforzada en el transcurso de los niveles educativos medidos. Sin embargo, los niveles de error siguen girando en torno a un 40% por lo que aún el concepto debería tener mayor refuerzo.



- ✓ Con respecto a los porcentajes de errores, en sexto básico, se observa un equilibrio independiente de la dependencia administrativa del establecimiento, no así en los siguientes niveles, en donde el colegio Municipal siempre se encuentra con mayores deficiencias y menores logros de aprendizaje en todas las categorías con respecto a sus pares.
- ✓ Tomando en cuenta los niveles de error y las comparaciones de media y desviación estándar, se produce un fenómeno destacable. En el nivel de sexto básico el mejor desempeño corresponde al Colegio C (Particular). En séptimo básico se produce un equilibrio entre el Colegio B (Subvencionado) y C. Finalmente, el octavo básico el Colegio B es el que presenta los mejores resultados. Esto es muy llamativo, porque no podemos dejar pasar la cantidad de alumnos por sala en cada establecimiento. Mientras el Colegio B trabaja con alrededor de 40 alumnos, el Colegio C lo hace con cerca de 20 estudiantes en sus aulas.

Se debe comenzar a responder las preguntas directrices de la investigación, la primera pregunta planteada es:

¿Cuáles son los errores frecuentes que cometen los estudiantes de 6to, 7mo, y 8vo básico en Álgebra?

Para lograr este análisis, se separará de acuerdo a cada nivel.

- ✓ Sexto básico: Los estudiantes no logran construir ni contextualizar inecuaciones y ecuaciones. Confunden ambos conceptos. Fallan en la traducción de expresiones cotidianas al lenguaje algebraico. Tienen serias dificultades a la hora de encontrar el patrón general de una sucesión de números, un error frecuente para este apartado consiste en detectar el patrón de aumento de la secuencia, pero asociarlo inmediatamente al patrón que involucre dicho número, sin verificar que se cumpla si quiera para los primeros términos. Se equivocan o no logran argumentar sobre la imposibilidad de dividir por cero. Se equivocan al encontrar el valor de una incógnita en el denominador, en vez de dividir de forma instintiva se ve que en muchos casos se realiza la tarea inversa (multiplicar). No responden al ser consultados sobre valores numéricos que satisfagan una inecuación. Se cometen números al no leer comprensivamente los enunciados, un claro ejemplo de ello, es una pregunta que muestra una situación en donde se debe plantear la ecuación y resolverla, sin embargo, la mayoría de los estudiantes resuelven el problema explicando con palabras sin plantear la ecuación correspondiente.

- ✓ Séptimo básico: Los estudiantes no logran definir los conceptos de expresión ni variable algebraica, en ambos casos los conceptos son asociados a letras o ecuaciones. Tampoco logran definir una ecuación, la asocian a un procedimiento para resolver problemas, al no tener claro el concepto de ecuación les cuesta resolver problemas algebraicos en donde se pida explícitamente el planteamiento de una ecuación. Sigue produciéndose una gran confusión a la hora de hablar de patrones y

secuencias numéricas, los estudiantes son capaces de encontrar valores de una secuencia de forma instintiva, sin embargo, no lo logran cuando tienen la regla de formación general o cuando se les solicita encontrar la regla de formación general, en estos casos un error frecuente es no completar cálculos aritméticos, o detectar la diferencia que hay entre todos los términos, pero no asociarlo a la forma general correcta.

- ✓ Octavo básico: Nuevamente como ha sido la tónica en todos los niveles, se producen muchas dificultades a la hora de definir los elementos expresión algebraica, ecuación y variable algebraica, en estos puntos es frecuente encontrar respuestas incompletas, los estudiantes asocian todos estos elementos a letras, sin embargo no hay precisión, se asocian estos términos a problemas y en ocasiones incluso se dan ejemplos. A la hora de definir cómo se pueden reducir términos semejantes también hay falencias, ya que se suele ejemplificar la reducción de términos, sin embargo no es esa la tarea solicitada. Al igual que en sexto básico se siguen teniendo problemas para argumentar la imposibilidad de dividir por 0, algunos estudiantes plantean que sí, otros dicen que no es factible diciendo que el resultado sería distinto, lo que quiere decir que si consideran posible dividir por dicho número. Con respecto al área procedimental la cantidad de errores se reduce considerablemente, podemos destacar los errores que se detectan al encontrar una incógnita en el denominador, nuevamente los estudiantes se confunden, realizando procedimientos que muchas veces no son ni cercanos a lo solicitado. También es destacable las fallas en la interpretación del lenguaje, muchos estudiantes no leen con atención los enunciados y agregan comas en partes donde no existen, cambiando la comprensión global del enunciado. Otro error frecuente, es a la hora de valorizar expresiones algebraicas, los estudiantes conocen lo que deben hacer, sin embargo fallan en los cálculos aritméticos. Se debe destacar que en comparación con las otras pruebas la de octavo es la que presenta los mejores resultados, sin embargo siguen siendo insatisfactorios.

Una vez respondida la primera pregunta directriz de nuestra investigación, nos podemos centrar en la segunda:

¿Cuál es el nivel de dominio en Álgebra, que tienen los estudiantes al ingresar a primer año de enseñanza media?

Para lo cual nos centraremos en los resultados obtenidos por los estudiantes de octavo año básico.

- ✓ Los estudiantes tienen serias dificultades a la hora de definir todos los elementos conceptuales asociados al álgebra que se abordan durante el nivel, con porcentajes de error casi del noventa por ciento en todas las preguntas de esta índole, por lo que es un área que se debe reforzar urgentemente.
- ✓ Los estudiantes manejan los procedimientos algorítmicos para la reducción de términos semejantes.
- ✓ Los estudiantes, en su mayoría, tienen un alto nivel de logro a la hora de valorizar expresiones algebraicas de forma numérica (salvo en el colegio A).
- ✓ Los estudiantes presentan buen desempeño a la hora de encontrar un valor numérico solicitado en una secuencia o en una tabla con valores de entrada y salida.
- ✓ Se aprecian dificultades a la hora de traducir el lenguaje, se producen constantes confusiones. Otra área a reforzar.
- ✓ No se han logrado altos niveles de desempeño a la hora de encontrar una incógnita en el denominador.
- ✓ En síntesis, en todo lo que es el área conceptual, los estudiantes llegan con un nivel de dominio absolutamente deficiente. Sin embargo esta tendencia se logra reducir en la parte procedimental, en donde los niveles de logro más bajo están en la interpretación del lenguaje y en la argumentación. Según lo abordado en la investigación a nivel cuantificable, el nivel de logro en octavo básico promedio, ronda el cincuenta por ciento, superior a los niveles anteriores, sin embargo, es una cifra muy preocupante. En un plano

práctico, en una evaluación calificada con semejantes desempeños, la cantidad de notas insuficientes sería elevada.

Reflexiones Finales.

A lo largo de la investigación se ha comprobado que los mayores focos de error se detectan en los elementos conceptuales en comparación con los elementos procedimentales que demuestran mejores resultados, lo que delata que las prácticas docentes se están orientando al trabajo procedimental que involucra la mecanización y el uso de algoritmos, pero dejando de lado la construcción del concepto.

Esperamos que este trabajo pueda contribuir de manera significativa a que los docentes puedan reflexionar acerca de sus prácticas en el aula para que así los estudiantes puedan aprender no solo procedimientos sino también elementos asociados a la matemática y puedan comprenderla con propiedad.

Al momento de la búsqueda de la bibliografía nos encontramos con una falta de investigaciones acerca del quehacer docente (profesores de enseñanza básica) o aprendizajes obtenidos en álgebra por los estudiantes de primer ciclo, y esperamos que nuestra investigación sea un precedente a considerar en estos temas mencionados.

Bibliografía

- Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006) **“Errores y dificultades en matemática: Análisis de causas y sugerencias de trabajo”**. 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María. Extraída desde internet, de la dirección <http://unvm.galeon.com/Libro1.pdf>
- Aliaga, S. (2007). **“Taxonomía Bloom”**. Extraído desde internet, de la dirección <https://santiagowalteraliagaolivera.files.wordpress.com/2012/03/4-taxonomia-de-bloom1.pdf>
- Brenda Mergel (1998). **“Diseño instruccional y teoría del aprendizaje”**. Pag. 1-11. Extraído desde internet de la página <http://www.csudh.edu/dearhabermas/lrnthry01bk.pdf>
- Churches, A. (2009). **“Taxonomía de Bloom para la era Digital”**. Extraído desde internet de la dirección <https://edorigami.wikispaces.com/file/view/TaxonomiaBloomDigital.pdf/94098962/TaxonomiaBloomDigital.pdf>
- Cuadrado, B.; Lucchini, G. y Tapia, L.; (2006). Santiago, Chile. **“Error no es siempre un error”**. Fundación Educacional Arauco.
- De la Torre, S. (2004). **“Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategias innovadoras”**. Cap 3, pág 75-141. Extraído de internet desde la página <http://www.terras.edu.ar/biblioteca/31/31DE-LA-TORRE-saturnino-Cap3-Parte1-exito-error.pdf>
- Del Puerto, S.; Minnaard, C. y Seminara, S. ;(s/f) **“Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las**

Matemáticas". Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653).
Extraído desde internet, de la página
<http://www.rieoei.org/deloslectores/1285Puerto.pdf>

- Di Blasi Regner, M. y Otros (2003). **Dificultades y Errores: Un estudio de caso**. Comunicación breve presentada en el II Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería (Buenos Aires, Diciembre 2003).
- Engler, A.; Gregorini, M.; Müller D.; Vrancken, S. y Hecklein, M.; **“Los errores en el aprendizaje de matemática”**. Texto extraído desde internet, de la dirección <http://soarem.org.ar/Documentos/23%20Engler.pdf>
- Espinoza, O. (Julio 2014). **“Cambios recientes al curriculum escolar: Problemáticas e interrogantes”**. Notas para educación, ceppe, 18, 2-9. Extraído desde internet de la página http://www.ceppe.cl/images/stories/recursos/notas/notas_educacion_julio_final.pdf
- Eyzaguirre, B.; Fontaine, L. (1998). **“¿Qué mide realmente el Simce?”**. Extraído de internet, página: <http://www.praxis.cl/sanidoro/Tareas/02%20Actividad%20de%20lectura/Qu%C3%A9%20mide%20realmente%20el%20SIMCE%20Eyzaguirre.pdf>
- Gentner, D.; Stevens, A. (1983). **“Mental models”**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Godino, J. D. (Diciembre 2009). **“Categoría de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas”**. Unión, revista iberoamericana de educación matemática, 20, 13-31. Extraído desde internet de la página http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf

- Godino, J; Pino L. (Agosto 2014). **“Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor”**.
- Pierre, J. (2004). **“El “error” un medio para enseñar”**. Pág 2-6.
- Rico, L. (1995). “Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas”. Extraído desde la internet de la página <http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF>
- Woolfolk, A. (2006). **“Psicología Educativa”**. Ed. Pearson.



ANEXOS.



Anexo 1: Evaluación para Sextos Básicos.

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

PRUEBA DE MATEMÁTICA
Patrones y Álgebra

Nombre:

Edad: Curso: 6 ° básico Fecha:

Presentación: Estimados estudiantes la siguiente prueba tiene por objetivo evaluar los conocimientos y habilidades adquiridas en el proceso de aprendizaje en el eje de patrones y álgebra.

Objetivos de aprendizaje a evaluar

- Descubrir alguna regla que explique una sucesión dada y que permita hacer predicciones.
- Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones en el ámbito de los números naturales.

- PARTE I – Responda las siguientes preguntas, justificando cada respuesta.

a) (3 puntos) Las inecuaciones están presentes en nuestra vida cotidiana.



Esta señal de tránsito se utiliza para indicar la velocidad máxima (x) que puede tomar un vehículo en una vía. Su fin es evitar varios accidentes según la vía por donde se transite.

Si se representa la velocidad de un vehículo por la variable “x”, entonces esta inecuación se representaría por $x \leq 50$.

Escriba dos ejemplos de inecuaciones presentes en situaciones cotidianas.

b) (2 puntos) Represente las siguientes oraciones con inecuaciones.

i. La distancia x (en kilómetros) de la casa de Pedro a la estación de metro, es menos de 8 kilómetros.

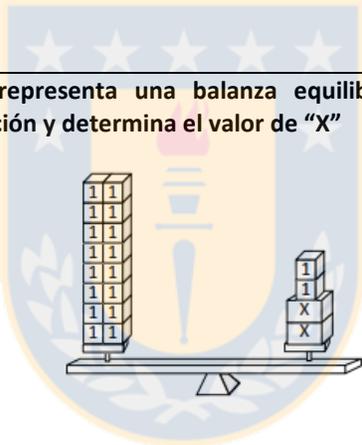
ii. Mi padre tiene más de 30 años.

c) (3 puntos) Escribe dos ejemplos de ecuaciones que se relacionen con alguna situación de la vida cotidiana.



d) (3 puntos) ¿Qué diferencias o semejanzas hay entre una ecuación y una inecuación?

- **PARTE II–Selección Múltiple:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones. ANOTA TODOS LOS DATOS NECESARIOS Y JUSTIFICA TUS RESPUESTAS. Marca la alternativa correcta según tus desarrollos (2 puntos c/u).

1)	<p>¿Cuál es la regla de formación de la secuencia 2, 5, 8, 11, ...?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) $n + 3$ B) $3 \cdot n - 1$ C) $n + 2$ D) $2 \cdot n + 1$</p>
2)	<p>En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de "X"</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) 2 B) 16 C) 9 D) 7</p>
3)	<p>¿Cuál de las opciones siguientes satisfacen simultáneamente la inecuación $w - 12 > 9$?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) 9, 10, 11 B) 19, 20, 21 C) 23, 24, 25, D) 13, 14, 15</p>

4) Considerando la secuencia formada por palitos de fósforos siguiente:



Figura 1



Figura 2



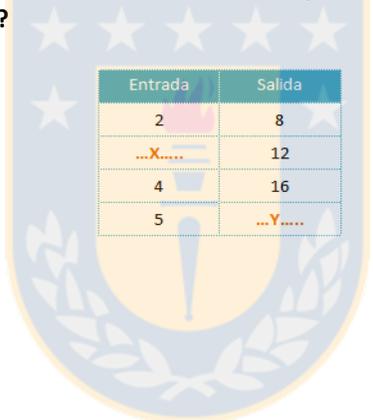
Figura 3

Si en la figura 1 hay 4 palitos de fósforos, en la figura 2 hay 7 palitos de fósforos, en la figura 3 hay 10 palitos de fósforos ¿Cuántos palitos de fósforos habrían en la quinta (5ª) figura?

Explica cómo lo hiciste

A) 5 palitos
 B) 10 palitos
 C) 13 palitos
 D) 16 palitos

5) Dada la siguiente tabla de valores. ¿Cuál es el valor de x que se asocia al número 12 y, el valor de y que se asocia con el número 5?



Entrada	Salida
2	8
...X....	12
4	16
5	...Y....

Explica cómo lo hiciste

A) $x = 3; y = 20$
 B) $x = 3; y = 5$
 C) $x = 20; y = 3$
 D) $x = 3; y = 32$

6) ¿Cuáles son los tres primeros términos que se generan de la sucesión " $2n - 1$ "? (n pertenece a los números naturales)

Explica cómo lo hiciste

A) 0, 1, 2
 B) 1, 3, 5
 C) 2, 4, 6
 D) 1, 3, 4

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** Dada la siguiente expresión $\frac{240}{n} = 80$.

- a) (2 puntos) ¿Qué valor debe tomar la incógnita n para que se cumpla la igualdad?

- b) (4 puntos) En la ecuación anterior, ¿"n" podría tener el valor de 0? Explica tu respuesta



- **Situación 2:** Un biólogo se encuentra observando la reproducción de bacterias por minuto y anota sus resultados en la siguiente tabla. Complete las bacterias que habrán al cabo de 3 minutos y 6 minutos.

Minutos	Bacterias
1	2
2	4
3	
4	16
5	32
6	



a) (2 puntos) Completa la tabla anterior con la cantidad de bacterias que faltan en el minuto 3 y 6 respectivamente.

b) (2 puntos) ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 8 minutos?



Anexo 2: Pauta de Corrección Prueba Sexto Básico.

N° de pregunta	Criterio- indicador	Puntaje Ideal.	Puntaje Obtenido.
I.a)	<p>El alumno plantea una situación de la vida real:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Si x representa la edad de mi padre, entonces mi padre tiene más de 50 años. Es decir, $x > 50$. (1,5 pto) - Me saque un una nota mayor a 5,5 en Matemática. Si x representa la calificación obtenida. Es decir, $x > 5,5$. (1,5 pto) 	3	
I.b)	<p>El alumno representa la oración mediante una inecuación:</p> <ul style="list-style-type: none"> i. $x < 8$ (1 pto) ii. $x > 30$ (1 pto) 	2	
I.c)	<p>El alumno ejemplifica con una situación en contexto y plantea la ecuación:</p> <ul style="list-style-type: none"> - El oso negro americano permanece activo durante siete meses del año. Durante los meses de invierno, el oso negro hiberna. ¿Cuántos meses hiberna el oso? $7 + m = 12$ (1,5 pto) - Margarita patinó 3 horas más que René. Si Margarita patinó 8 horas. ¿Cuánto patinó René? $x + 3 = 8$ (1,5 pto) 	3	
I.d)	<p>El alumno plantea diferencias entre ecuaciones e inecuaciones como:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se diferencian en los valore solución. Una ecuación admite un valor que verifique la igualdad, una inecuación admite un conjunto de valores que verifican la desigualdad. (1 pto) - Se asemejan en que ambas tiene sólo una incógnita. (1 pto) - Se diferencian que la ecuación utiliza el símbolo = y la inecuación utiliza el símbolo $<$, $>$, \leq o \geq. (1 pto) 	3	

<p>II.1)</p>	<p>El alumno responde correctamente y justifica su respuesta: 2, 5, 8, 11, 14, 17, ... (el patrón de la sucesión es de diferencia de 3) $n \in \mathbb{IN}$ $3 \cdot 1 - 1 = 2$ $3 \cdot 2 - 1 = 5$ $3 \cdot 3 - 1 = 8$ $3 \cdot 4 - 1 = 11$ $3 \cdot 5 - 1 = 14$ (1,5 pto) El alumno marca la alternativa correcta: Luego, la regla de formación es: (B) $3 \cdot n - 2$ (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.2)</p>	<p>El alumno responde correctamente y justifica su respuesta: El miembro izquierdo tiene 16 bloques. El miembro derecho tiene $2 + 2x$ bloques. Para equilibrar la balanza se debe igualar ambos miembros, $16 = 2 + 2x$. Al resolver tenemos $16 = 2 + 2x / + (-2)$ $16 - 2 = 2 + 2x - 2$ $14 = 2x / * (1/2)$ El alumno marca la alternativa correcta: (D) $7 = x$ (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.3)</p>	<p>El alumno responde correctamente y justifica su respuesta: <i>Observando la inecuación w debe tomar valores que al restarle 12 unidades se obtenga un resultado mayor a 9.</i> $w - 12 > 9 / + (+12)$ $w - 12 + 12 > 9 + 12$ $w > 21$ (1,5 pto) El alumno marca la alternativa correcta: <i>Luego w puede tomar valores mayores a 21, es decir 22, 23, 24, 25 etc.</i> (C) 23, 24, 25 (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.4)</p>	<p>El alumno responde correctamente y justifica su respuesta: La sucesión sigue el siguiente patrón Figura 1 → 4 palitos Figura 2 → 7 palitos Figura 3 → 10 palitos El patrón tiene una diferencia de 3 en 3 Figura 4 → 13 palitos Figura 5 → 16 palitos (1,5 pto) El alumno marca la alternativa correcta: (D) 16 palitos (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	

<p>II.5)</p>	<p>El alumno responde correctamente y justifica su respuesta: Los valores de entrada en la tabla que inicia desde el valor "2", aumentan de 1 en 1.</p> <p>Luego $x=3$</p> <p>Los valores de salida en la tabla que inicia desde el valor "8", aumentan de 4 en 4. (1,5 pto)</p> <p>Luego $y=20$ El alumno marca la alternativa correcta: (A) $x=3; y=20$ (0,5 pto)</p>	<p>2</p>															
<p>II.6)</p>	<p>El alumno responde correctamente y justifica su respuesta: Dado que "n" pertenece a los números naturales 1, 2, 3, 4, ... Al evaluar en la expresión $2 \cdot n - 1$ se tiene: $2 \cdot 1 - 1 = 1$ $2 \cdot 2 - 1 = 3$ $2 \cdot 3 - 1 = 5$ (1,5 pto)</p> <p>Luego se tiene la sucesión de los 3 primeros términos El alumno marca la alternativa correcta: (B) 1, 3, 5 (0,5 pto)</p>	<p>2</p>															
<p>III.1.a)</p>	<p>De forma intuitiva el estudiante plantea: ¿Por qué número dividido 240 para que el resultado de la operación sea 80?, y responde 3. (2 pto)</p>	<p>2</p>															
<p>III.1.b)</p>	<p>El alumno responde según sus conocimientos, por ejemplo: No puede tener el valor de 0, pues la división por cero no existe. (4 pto)</p> <p>El alumno solo indica que no se puede dividir por cero. (2 pto)</p>	<p>4</p>															
<p>III.2.a)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta y determina que: Se aprecia que cada número de bacterias aumenta multiplicando la cantidad de bacterias del minuto anterior por 2, es decir:</p> <ul style="list-style-type: none"> Si las 4 bacterias del minuto 2 las multiplico por 2, me da 8 para los 3 minutos. <table border="1" data-bbox="576 1566 857 1803"> <thead> <tr> <th>Minutos</th> <th>Bacterias</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>64</td> </tr> </tbody> </table> <p>3 min → 8 bacterias (1 punto) 6 min → 64 bacterias (1 punto)</p>	Minutos	Bacterias	1	2	2	4	3	8	4	16	5	32	6	64	<p>2</p>	
Minutos	Bacterias																
1	2																
2	4																
3	8																
4	16																
5	32																
6	64																

III.2.b)	Siguiendo el patrón de la tabla la respuesta del alumno es: La cantidad de bacterias que se obtiene al minutos 8 son: 256 bacterias. Que se obtiene multiplicando las anteriores por 2. <p style="text-align: center;">(2 pto)</p>	2	
	TOTAL	33	



Anexo 3: Datos Tabulados 6º A, Colegio A, Municipal. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.1)	I.2)	I.3)	I.4)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	Total	% logro
1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	4	0	0	8	24,2
2	0	2	0	1	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	2	0	6	18,2
3	0	0	0,75	1	0	0	0	2	0	0	2	0	2	2	9,75	29,5
4	1,5	2	0	2	0	0,5	2	0	2	0	1	2	2	2	17	51,5
5	0	0	0	0	0	0,5	0	0	2	0,5	2	2	2	2	11	33,3
6	0	1	0	0	0,5	0,5	0	2	0	0,5	0	0	0	0	4,5	13,6
7	0	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	2	0	0	3	9,1
8	0,75	0	0	0	0	0,5	0	2	0	0	0	0	2	0	5,25	15,9
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	4	12,1
10	0	2	0	0	0	0,5	0	2	2	0,5	0	0	0	0	7	21,2
11	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0,5	0,5	0	2	2	0	7,5	22,7
12	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	2	2	10	30,3
13	0	0	0	0	0	0	0	0,5	2	0	0	0	2	2	6,5	19,7
14	0	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	2	2	8	24,2
15	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	6,1
16	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0,5	0	1	2	0	0	6	18,2
17	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0	0	1	3,0
18	0	0	0	1	0	0,5	0	0	2	0	2	2	1	0	8,5	25,8
19	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0	6	18,2
20	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	1,5
21	0	2	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	0	0	0	4,5	13,6
22	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	6,1
23	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	1,5
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
25	0	0	0	0	0	0,5	0	2	2	0	0	0	0	0	4,5	13,6
26	0	0	0	0	0	0,5	2	0	2	0	0	0	2	0	6,5	19,7
27	0	0	0	1	0	0,5	0	0	0,5	0,5	0	0	0	0	2,5	7,6
28	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	5	15,2
29	0,75	0	0	1	0	0,5	0,5	0	0,5	0	0	0	2	0	5,25	15,9

Datos Tabulados 6° A, Colegio A, Municipal. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.1)	I.2)	I.3)	I.4)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	Total	% logro
30	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0,5	0	0	2	2	2	9	27,3
31	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	4	12,1
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2	6,1
33	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0,5	0	0	2	0	0	5	15,2
34	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0	0	0	0	0	0	2,5	7,6
35	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0	0	0	0	0	0	2,5	7,6
36	0	0	0	0	0,5	0,5	0	0	0	0,5	0	0	0	0	1,5	4,5
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	0	2	1	0	4	12,1
38	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0,5	0	0	2	0	3,5	10,6
39	0	0	0	1	0	0,5	0	0	0	0	0	0	2	0	3,5	10,6

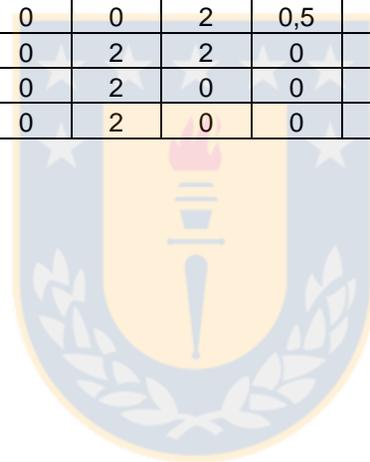


Anexo 4: Datos Tabulados 6° B, Colegio B, Particular Subvencionado. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.1)	I.2)	I.3)	I.4)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	Total	% logro
1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	2	6	18,18
2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	6,06
3	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	1	0	1,5	4,55
4	0	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	2	2	8	24,24
5	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2	0	2	2	10	30,30
6	0	2	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	2	2	12	36,36
7	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0	1	3,03
8	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0,5	0	0	2	2	10,5	31,82
9	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	2	2	4,5	13,64
10	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	2	2	5	15,15
11	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	4	12,12
12	0	0	0	0	0	2	0	2	0,5	0	0	0	2	2	8,5	25,76
13	0	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	0	2	2	6,5	19,70
14	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	4	12,12
15	0	0	0	0	0	0,5	0,5	0	0,5	0	0	0	2	2	5,5	16,67
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	4	12,12
17	0	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	4	12,12
18	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	6,06
19	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	1,52
20	0	0	2	1	0	2	0	0	2	0	0	0	2	2	11	33,33
21	0	0	0	0	0	0,5	0	2	2	0	0	0	0	0	4,5	13,64
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	1,52
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	4	12,12
24	3	2	3	1	0	2	0,5	2	2	0	0	4	2	2	23,5	71,21
25	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0	0	0	0	0	0	2,5	7,58
26	0	0	0	0	0	2	0	0	0,5	0	0	0	0	0	2,5	7,58
27	0	0	0	0	0	2	0	0,5	0,5	0	0	0	2	2	7	21,21
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
29	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0,5	0	0	0	2	2	7	21,21

Datos Tabulados 6° B, Colegio B, Particular Subvencionado. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.1)	I.2)	I.3)	I.4)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	Total	% logro
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	1,52
31	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	2	2	10	30,30
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
33	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	6,06
34	0	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	0	0	0	2,5	7,58
35	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	0	1,5	4,55
36	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	2	2	6,5	19,70
37	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0	6	18,18
38	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	4	2	2	12	36,36
39	0	0	0	0	0,5	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2,5	7,58



Anexo 5: Datos Tabulados 6° C, Colegio C, Particular. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.1)	I.2)	I.3)	I.4)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	Total	%logro
1	0	0	0	1	0	0,5	0	2	2	0	0	0	1	0	6,50	19,70
2	0,75	2	0	0	0	0,5	0	0	2	0	0	0	2	2	9,25	28,03
3	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	2	0	8,00	24,24
4	1,5	2	0	0	0	0,5	0,5	2	0,5	0	2	2	2	2	15,00	45,45
5	0	2	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	0	2	2	8,50	25,76
6	0	0	0	0	0	0,5	0	2	0,5	0	1	0	2	2	8,00	24,24
7	3	1	0	1	0	2	2	2	0	0	0	2	0	0	13,00	39,39
8	0	0	0	0	0	2	0	0	2	0,5	0	0	2	2	8,50	25,76
9	0	2	0	0	0	0,5	0	2	2	0	0	0	0	0	6,50	19,70
10	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0,5	0	0	2	0	0	3,50	10,61
11	0	0	0	0	0	0,5	2	2	0,5	0	0	0	0	0	5,00	15,15
12	0	0	3	1	0	2	0	0	2	0	2	0	2	2	14,00	42,42
13	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,50	1,52
14	0	2	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	2	1	6,00	18,18
15	0	2	0	0	0	0	0	0,5	2	0	0	0	0	0	4,50	13,64
16	2,25	2	0	1	0	0,5	0	2	2	0	2	2	2	2	17,75	53,79
17	0	1	0,75	0	0	0,5	0	2	0	0	0	0	1	0	5,25	15,91

Anexo 6. Evaluación para Séptimos Básicos.

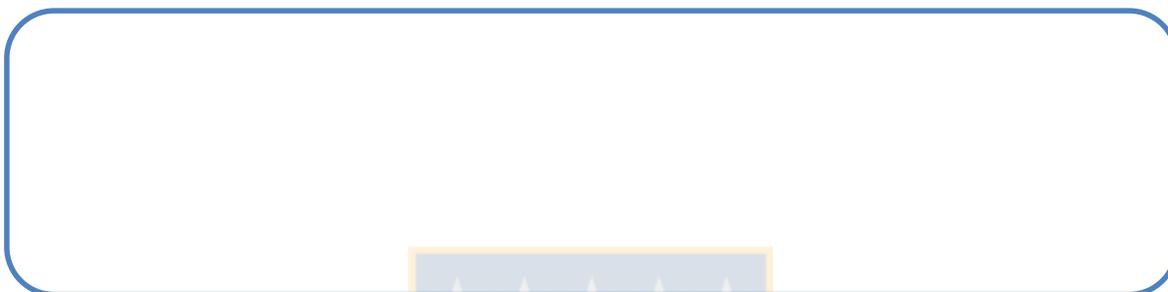
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGIA EN MATEMATICA Y COMPUTACIÓN

PRUEBA DE MATEMÁTICA

Patrones y Álgebra (7°)

- PARTE I – RESPONDA las siguientes preguntas, justificando cada respuesta.

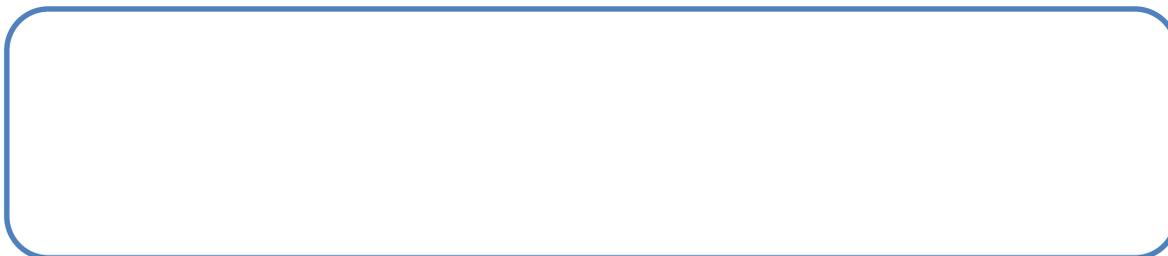
a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?



b) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

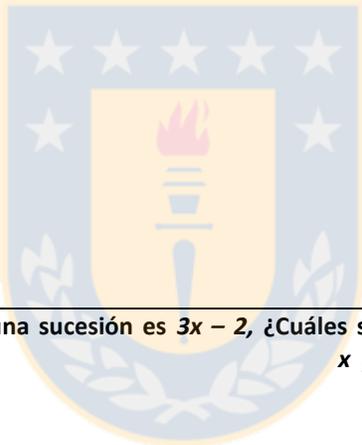
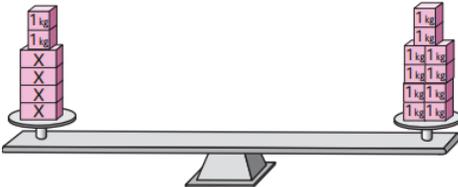


c) (2 puntos) Si $3x$ representa el triple de tu altura, ¿qué representa x ?



d) (2 puntos) De acuerdo a tus conocimientos, ¿Qué es una variable algebraica?

– **PARTE II – Selección Múltiple:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones. ANOTA TODOS LOS DATOS NECESARIOS Y JUSTIFICA TUS RESPUESTAS. Marca la alternativa correcta según tus desarrollos (2 puntos c/u).

<p>1)</p>	<p>¿Cómo se expresaría en lenguaje algebraico el enunciado “el doble de un número x disminuido en el triple de un número y”?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>e) $x - 3y$ f) $x^2 - 3y$ g) $2x - 3y$ h) $2x + 3y$</p>
<p>2)</p>	<p>Si la expresión general de una sucesión es $3x - 2$, ¿Cuáles son los 4 primeros términos de ésta sucesión? <i>x pertenece a los números naturales</i></p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p>e) 3, 6, 9, 12 f) 2, 4, 6, 8 g) 1, 4, 7, 10 h) 1, 2, 3, 4</p>
<p>3)</p>	<p>En la siguiente imagen se representa una balanza equilibrada. Expresa algebraicamente el significado de ésta representación y determina el valor de “X”</p> <div style="text-align: center;">  </div>

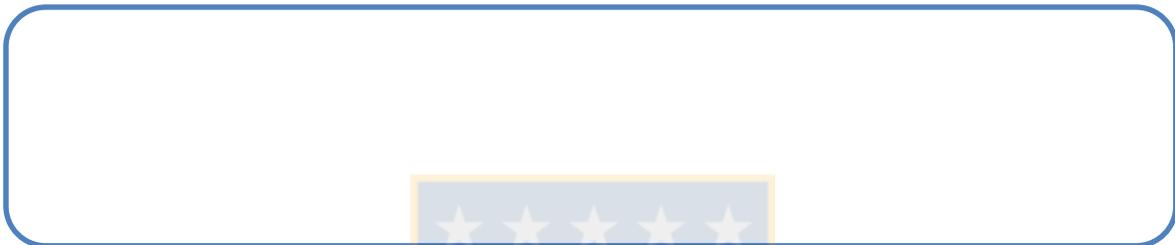
	<p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">e) 10 f) 8 g) 12 h) 2</p>								
<p>4)</p>	<p>Considerando que las posiciones que se muestran en la imagen, continúan para las posición 5, la posición 6, ... ¿Cuántos cuadraditos tendrá la figura ubicada en la posición 6?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #d3d3d3;">Posición 1</th> <th style="background-color: #d3d3d3;">Posición 2</th> <th style="background-color: #d3d3d3;">Posición 3</th> <th style="background-color: #d3d3d3;">Posición 4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">□</td> <td style="text-align: center;">□ □</td> <td style="text-align: center;">□ □ □ □</td> <td style="text-align: center;">□ □ □ □ □ □</td> </tr> </tbody> </table> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">a) 6 cuadrados b) 11 cuadrados c) 13 cuadrados d) 15 cuadrados</p>	Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4	□	□ □	□ □ □ □	□ □ □ □ □ □
Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4						
□	□ □	□ □ □ □	□ □ □ □ □ □						
<p>5)</p>	<p>¿Cuál es la expresión que representa la siguiente secuencia numérica 7, 11, 15, 19, 23,?</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">E) $6n+1$ F) $7n+3$ G) $4n+3$ H) $3n+4$</p>								
<p>6)</p>	<p>Dada la secuencia que se muestra en la figura, ¿Cuáles son los números de la secuencia que están inmediatamente antes y después de P?</p> <p style="text-align: center;">4, 9, 14, 19, , P, , ...</p> <p>Explica cómo lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) 24 y 34 B) 23 y 24 C) 29 y 39 D) 29 y 44</p>								

- **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** En el sexto básico deciden juntar arroz para la campaña de solidaridad en beneficio de un hogar de niños. Las cantidades que se recibieron son:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5		
15 kg	30 kg	45 kg	60 kg	75 kg		

- a) (2 puntos) ¿Cuántos kilos de arroz recaudarán en la semana 9 si la recolección sigue la secuencia que se muestra en la tabla?



- b) (3 puntos) Expresa la regla en lenguaje matemático.



- c) (2 puntos) Calcula la cantidad recaudada en la semana 15 usando la expresión matemática encontrada.



- **Situación 2: Determina los valores de P y Q que aparecen en la tabla para que se cumpla la secuencia propuesta. Explica tus procedimientos (3 puntos).**

1	2	3	4	6	9	Q
1	4	9	16	36	P	121



Anexo 7: Pauta de Corrección Prueba Séptimo Básico

N° de pregunta	Criterio- indicador	Puntaje ideal	Puntaje obtenido
I.a)	<p>El alumno indica que una expresión algebraica es:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Es una combinación de letras y números (términos algebraicos) que están unidos (relacionados) entre sí por las operaciones de adición y sustracción. (2 pto) - El alumno hace mención que es una expresión con variables (letras) y números. (1 pto) 	2	
I.b)	<p>El alumno indica que una ecuación es:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas o, expresiones algebraicas con incógnita x separados por una igualdad. (2 pto) - El alumno menciona que ecuación es una expresión que tiene incógnitas. (1 pto) 	2	
I.c)	<p>El alumno determina que:</p> <ul style="list-style-type: none"> - En la expresión $3x$, x representa mi altura. (2 pto) - El alumno indica que x es la incógnita en la expresión. (1 pto) 	2	
I.d)	<p>El alumno determina que:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Es una letra que puede tomar cualquier valor (infinitos). Que puede cambiar o variar que no es constante. (2 pto) - El alumno indica que está representada por una letra. (1 pto) 	2	
II.1)	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Analizando el enunciado se tiene:</p> <p>El doble de un número x es "$2x$" Disminuir, quitar "-" El triple de un número y es "$3y$" Luego, en lenguaje algebraico es: $2x - 3y$ (1,5 pto)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta: (B) $2x - 3y$ (0,5 pto)</p>	2	

<p>II.2)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Considerando la sucesión $3x-2$ para valores de x que están en los naturales 1, 2, 3, 4, ... reemplazando se tiene: $3 \cdot 1 - 2 = 1$ $3 \cdot 2 - 2 = 4$ $3 \cdot 3 - 2 = 7$ $3 \cdot 4 - 2 = 10$ Los 4 primeros términos de la sucesión son: 1, 4, 7, 10 (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (C) 1, 4, 7, 10 (0,5 pts)</p>	<p>2</p>	
<p>II.3)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: El miembro izquierdo tiene $4x+2$ bloques. El miembro derecho tiene 10 bloques. Para equilibrar la balanza se debe igualar ambos miembros, $4x+2 = 10$; al resolver tenemos, $4x+2 = 10 / + (-2)$ $4x = 8 / *(1/4)$ $x = 2 /$ (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (D) X=2 (0,5 pts)</p>	<p>2</p>	
<p>II.4)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Al observar la secuencia se tiene Posición 1 → 1 cuadrado Posición 2 → 3 cuadrados Posición 3 → 5 cuadrados Posición 4 → 7 cuadrados El patrón de formación es de 2 en 2 para la posición siguiente. Siguiendo la regla se tiene: Posición 5 → 9 cuadrados Posición 6 → 11 cuadrados (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (B) 11 cuadrados (0,5 pts)</p>	<p>2</p>	
<p>II.5)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: En la sucesión 7, 11, 15, 19, 23 el patrón de formación es de 4 en 4. Esto quiere decir que se debe utilizar múltiplos de 4. Es decir "$4 \cdot n$" $4 \cdot 1 = 4$ $4 \cdot 2 = 8$ $4 \cdot 3 = 12$ $4 \cdot 4 = 16$ $4 \cdot 5 = 20$ De aquí se observa que si a cada valor (4, 8, 12, 16, 20, ...) se le agregan 3 unidades se obtiene la sucesión: $4 \cdot 1 = 4 + 3 = 7$ $4 \cdot 2 = 8 + 3 = 11$ $4 \cdot 3 = 12 + 3 = 15$ $4 \cdot 4 = 16 + 3 = 19$ $4 \cdot 5 = 20 + 3 = 23$ Luego, la regla es $4 \cdot n + 3$ (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (C) $4 \cdot n + 3$ (0,5 pts)</p>	<p>2</p>	

<p>II.6)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: De la secuencia 4, 9, 14, 19,, P,,</p> <p>La secuencia tiene un patrón de 5 en 5. Luego el valor anterior a P es 19+5 = 24 Para saber el valor de P a 24 se suma 5. $P=24+5=29$. El valor posterior a P es $29 + 5 = 34$ Los valores anteriores y posteriores a P son 24 y 34 respectivamente</p> <p style="text-align: right;">(1,5 pts)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta:</p> <p style="text-align: right;">(A) 24 y 34</p> <p style="text-align: right;">(0,5 pts)</p>	<p style="text-align: center;">2</p>	
<p>III.1.a)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: La secuencia relaciona la cantidad de semanas con cantidad de kilos de arroz recaudados.</p> <p>El patrón de la secuencia es de 15 en 15 kilos de arroz</p> <p>Semana 1 → 15 kilos Semana 2 → 30 kilos Semana 3 → 45 kilos Semana 4 → 60 kilos Semana 5 → 75 kilos</p> <p>Si la secuencia sigue el mismo patrón se tiene Semana 6 → 90 kilos Semana 7 → 105 kilos Semana 8 → 120 kilos Semana 9 → 135 kilos</p> <p>R: En la semana 9 recaudarán 135 kilos de arroz siguiendo la misma secuencia.</p> <p style="text-align: right;">(2 pts)</p>	<p style="text-align: center;">2</p>	
<p>III.1.b)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: La secuencia numérica inicia en el valor 15 kilos de arroz y el patrón es de 15 en 15. Luego los valores de kilos de arroz son múltiplos de 15.</p> <p style="text-align: right;">(1 pts)</p> <p>La regla de formación es 15·n, donde n representa la semana correspondiente.</p> <p style="text-align: right;">(2 pts)</p>	<p style="text-align: center;">3</p>	
<p>III.1.c)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: La cantidad de kilos de arroz en la semana 15 corresponde a un $n=15$, luego reemplazando en la expresión 15·n se tiene 15·15</p> <p style="text-align: right;">(0,5 pts)</p> <p>R: En la semana 15 se recaudan 225 kilos de arroz.</p> <p style="text-align: right;">(1,5 pts)</p>	<p style="text-align: center;">2</p>	

<p>III.2)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: En cada fila la relación entre la primera fila (superior) y la segunda fila (inferior) es de una potencia cuadrada</p> <table border="1" data-bbox="431 281 1003 336"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>Q</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>36</td> <td>P</td> <td>121</td> </tr> </table> <p>Luego, a cada número de la primera fila se le asocia su cuadrado El cuadrado de 9 es P=81 (1,5 pto) El valor de Q es aquel número que multiplicado por sí mismo es 121, dicho valor es el radical de 121, que corresponde a Q=11. (1,5 pto) R: El valor de P y Q es 81 y 11 respectivamente.</p>	1	2	3	4	6	9	Q	1	4	9	16	36	P	121	<p>3</p>	
1	2	3	4	6	9	Q											
1	4	9	16	36	P	121											
	<p>TOTAL</p>	<p>30</p>															



Anexo 8: Datos tabulados 7º A, Colegio A, Municipal. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.1.c)	III.2)	Total	% logro
1	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0,5	1,7
2	0	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	1	3,3
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0,5	1,7
5	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0	0	1,5	5,0
6	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	1	3,3
7	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	1,7
8	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	0	0,5	0	0	0	0	1,5	5,0
9	0	0	2	0	0	0	0	0,5	0,5	2	0	0	0	0	5	16,7
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	6,7
11	0	0	0	0	2	0	0	2	0,5	2	2	0	0	0	8,5	28,3
12	0	0	2	0	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	2	0	0	0	6	20,0
13	1	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	2	0	0	0	4	13,3
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0,5	1,7
15	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	1	3,3
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	3	10,0
17	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	1,7
18	0	0	2	0	2	0	0	2	0	2	2	0	0	0	10	33,3
19	0	0	2	0	0,5	0	0	0	0	2	2	0	2	0	8,5	28,3
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
21	0	0	2	0	2	0	0,5	2	0	2	0	0	0	3	11,5	38,3
22	0	0	0	0	0,5	0	0,5	2	0	0,5	2	0	0	0	5,5	18,3
23	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0,5	1	0	0	0	3,5	11,7
24	1	1	0	0	2	0	0	2	2	2	2	0	2	0	14	46,7
25	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	1,5	7,5	25,0

Datos tabulados 7° A, Colegio A, Municipal. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.1.c)	III.2)	Total	% logro
26	0	0	2	0	0	0	0,5	0,5	0	0,5	2	1	2	3	11,5	38,3
27	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0,5	2	0	2	3	11,5	38,3
28	0	0	0	0	2	0	0	2	0	2	2	1	2	3	14	46,7
29	0	1	0	0	2	0	0,5	2	0	2	2	0	0	0	9,5	31,7
30	1	0	2	0	2	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	5,5	18,3
31	0	0	0	0	2	0	0,5	2	0	2	2	0	0	0	8,5	28,3
32	1	0	2	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	1,5	8,5	28,3



Anexo 9: Datos tabulados 7º B, Colegio B, Particular Subvencionado.

Alumno	I.a	I.b	I.c	I.d	II.1	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	III.1.a	III.1.b	III.1.c	III.2	total	% logro
1	0	2	2	1	2	2	2	2	0,5	2	2	3	2	3	25,5	85,00
2	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	3	25	83,33
3	1	0	2	1	2	2	0,5	2	2	2	2	0	2	1,5	20	66,67
4	0	0	2	1	0,5	0	0,5	2	0,5	2	2	3	2	3	18,5	61,67
5	1	1	0	1	0,5	0	2	2	0,5	2	2	1	2	3	18	60,00
6	0	0	2	1	0,5	0	2	2	0	2	2	1	2	3	17,5	58,33
7	1	1	2	1	0,5	2	0,5	2	0,5	2	2	1	2	0	17,5	58,33
8	1	0	2	1	2	0	0,5	2	2	2	2	1	2	0	17,5	58,33
9	0	0	2	0	2	0	2	2	0	2	2	0	2	3	17	56,67
10	1	0	2	1	0,5	0	0,5	2	0	2	2	1	2	3	17	56,67
11	1	1	2	1	2	2	0,5	2	0	2	0	0	0	3	16,5	55,00
12	1	0	2	1	0,5	0	0	2	0	2	2	1	2	3	16,5	55,00
13	1	0	2	1	0	0	0,5	2	0	2	2	1	2	3	16,5	55,00
14	0	0	2	0	2	0	0,5	2	0	2	2	1	2	3	16,5	55,00
15	0	0	2	0	2	0	0	2	0,5	2	2	1	2	3	16,5	55,00
16	1	0	0	0	2	0	2	2	0	2	2	0	2	3	16	53,33
17	1	0	1	1	2	0	0	2	0	2	2	0	2	3	16	53,33
18	0	0	0	0	0,5	0,5	0,5	2	2	2	2	1	2	3	15,5	51,67
19	1	1	2	0	0,5	0	0	2	0	2	2	0	2	3	15,5	51,67
20	0	0	2	0	0,5	0,5	0,5	2	0	2	2	1	2	3	15,5	51,67
21	0	1	2	0	0,5	0	0,5	2	0	2	2	0	2	3	15	50,00
22	1	0	2	1	2	0	0,5	2	0,5	2	2	0	2	0	15	50,00
23	0	0	2	0	0,5	0	0,5	2	0,5	2	2	0	2	3	14,5	48,33
24	1	0	0	1	2	0	0	2	0	2	2	1	0	3	14	46,67
25	0	1	0	0	2	0	2	2	0	2	2	0	0	3	14	46,67

Datos Tabulados 7° B, Colegio B, Particular Subvencionado.

Alumno	I.a	I.b	I.c	I.d	II.1	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	III.1.a	III.1.b	III.1.c	III.2	total	% logro
26	1	2	2	1	0,5	0	0,5	2	0	2	0	0	0	3	14	46,67
27	0	1	0	0	0,5	0	0,5	2	0	2	2	1	2	3	14	46,67
28	1	0	2	0	2	0	0,5	2	0	2	2	0	2	0	13,5	45,00
29	1	1	2	1	2	0	0	2	0,5	2	0	1	0	0	12,5	41,67
30	1	1	2	1	0,5	0	0	0	0	2	2	1	2	0	12,5	41,67
31	0	0	0	1	2	0	0,5	2	0	2	2	1	2	0	12,5	41,67
32	1	1	2	0	2	0	0	0	0	2	2	0	2	0	12	40,00
33	0	0	0	1	0,5	0	0,5	2	0	2	2	1	2	0	11	36,67
34	0	0	2	0	2	0	0,5	2	0,5	2	2	0	0	0	11	36,67
35	0	0	0	0	0,5	0,5	0	2	0,5	2	2	1	2	0	10,5	35,00
36	1	0	0	0	0,5	0	0,5	2	0	2	2	0	2	0	10	33,33
37	1	1	0	0	0,5	0	2	2	0	0,5	2	0	0	0	9	30,00
38	0	0	0	0	2	0	0,5	2	0	2	0	0	2	0	8,5	28,33
39	1	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	2	0	1	2	0	7	23,33

Anexo 10: Datos Tabulados 7º C, Colegio C, Particular. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	III.1.a)	III.1.b)	III.1.c)	III.2)	Total	% Logro
1	1	1	2	0	2	2	2	2	2	2	2	3	2	1,5	24,5	81,7
2	1	1	2	0	2	0	2	2	2	2	2	0	2	3	21	70,0
3	1	0	2	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	19	63,3
4	0	0	2	0	2	2	0,5	2	2	2	2	3	2	3	22,5	75,0
5	1	1	2	0	2	0	0,5	2	0	2	2	0	2	1,5	16	53,3
6	1	1	0	0	2	2	0	2	0	2	2	1	2	3	18	60,0
7	0	1	2	1	2	2	0,5	2	2	2	2	0	1	0	17,5	58,3
8	0	0	0	0	2	0,5	0,5	2	0	0,5	0	0	0	0	5,5	18,3
9	0	1	2	0	2	0	0,5	2	0	2	2	0	0	0	11,5	38,3
10	0	1	0	1	2	0,5	0	0	0,5	2	2	0	0	0	9	30,0
11	0	0	2	0	2	0	0,5	2	0	0	2	0	0	0	8,5	28,3
12	1	0	2	0	2	2	0,5	2	2	2	2	0	2	3	20,5	68,3
13	1	2	1	0	2	0	0	0	0	2	2	1	0	0	11	36,7
14	1	1	2	1	2	0	0,5	2	0	0,5	0	0	0	1,5	11,5	38,3
15	1	1	2	1	0,5	0	0,5	2	0	2	2	1	2	0	15	50,0
16	1	0	2	0	2	0	2	2	0,5	0,5	0	3	1	0	14	46,7
17	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	2	1	2	1,5	10,5	35,0
18	1	1	1	0	0,5	0	0,5	0	0	2	2	0	0	0	8	26,7
19	0	0	0	0	0,5	0,5	0,5	2	0	2	2	1	2	3	13,5	45,0

Anexo 11. Evaluación para Octavos Básicos.

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

PRUEBA DE MATEMÁTICA *Patrones y Álgebra*

Nombre:
Edad: Curso: 8 ° básico Fecha:

Presentación: Estimados estudiantes la siguiente prueba tiene por objetivo evaluar los conocimientos y habilidades adquiridas en el proceso de aprendizaje en el eje de patrones y álgebra.

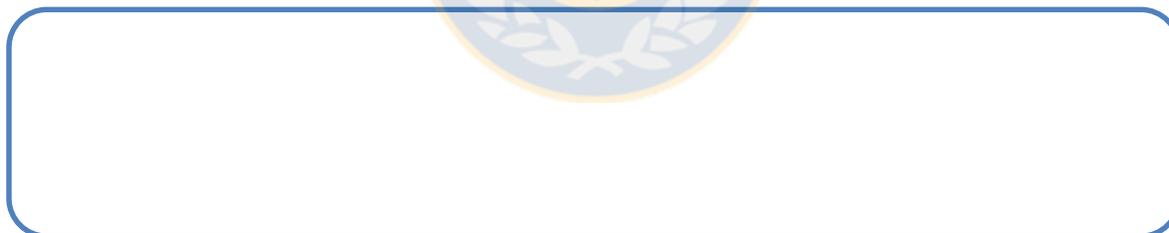
Objetivos de aprendizaje

- Valorar expresiones algebraicas en diversos ámbitos de la Matemática.
- Traducir expresiones algebraicas a lenguaje natural y viceversa.
- Reducir términos semejantes en expresiones algebraicas simples.
- Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros.
- Reconocer términos y expresiones de patrones algebraicos.

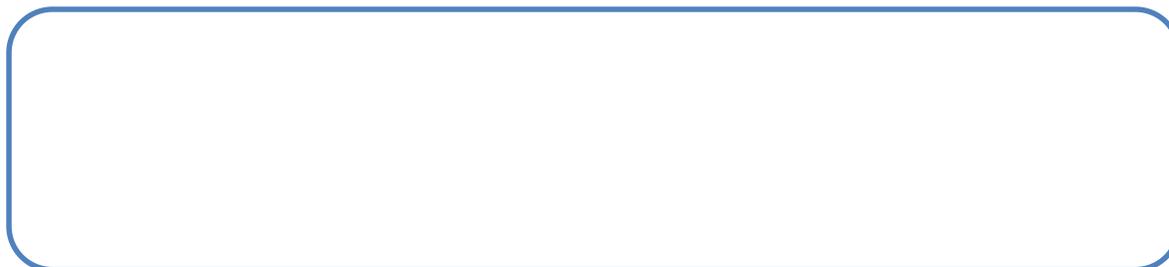
- **PARTE I – RESPONDA** las siguientes preguntas, justificando cada respuesta.

-

a) (2 puntos) ¿Qué entiendes por expresión algebraica?



b) (2 puntos) ¿De qué manera se pueden reducir términos semejantes en una expresión algebraica?



c) (2 puntos) ¿Cómo definirías una ecuación?

d) (2 puntos) ¿Qué es variable algebraica?

- **PARTE II – Selección Múltiple:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones. ANOTA TODOS LOS DATOS NECESARIOS Y JUSTIFICA TUS RESPUESTAS. Marca la alternativa correcta según tus desarrollos (2 puntos c/u).

1)	<p>Al reducir la expresión $72y + 43y + 24u + 32y + 21u + 12u$ resulta:</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) $147y + 57u$ B) $57y + 147u$ C) $35y + 101y$ D) $147y - 57u$</p>
2)	<p>El valor de la expresión $3s + 4s + 5f + 3f$ cuando $s = 2$ y $f = 1$ es:</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) 20 B) 21 C) 22 D) 23</p>
3)	<p>La expresión $60m$ da la cantidad de segundos en m minutos. ¿Cuántos segundos habrá en 7 minutos?</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p style="text-align: right;">A) 320 segundos B) 420 segundos C) 42 segundos D) 607 segundos</p>

4)	<p>¿Cuál de las expresiones siguientes NO es igual a 15?</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p>A) $3t$ para $t=5$ B) $3 + t$ para $t = 12$ C) $t : 3$ para $t = 60$ D) $t-10$ para $t = 25$</p>
5)	<p>Al resolver la ecuación $3p + 5 = 32$, el valor del triple de "p" es:</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p>A) 9 B) 27 C) 11 D) 10</p>
6)	<p>Si $t + 1 = 5$, entonces ¿Cuál es el valor de la expresión $t \cdot t + 1^2$?</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p>A) 26 B) 37 C) 17 D) 9</p>
7)	<p>Considerando que la imagen presenta una continuidad en la sucesión de figuras, ¿Cuántos círculos habría en la figura 5?</p> <div style="text-align: center;">  <p>Fig 1 Fig 2 Fig 3 ...</p> </div> <p>Explica como lo hiciste</p> <p>A) 13 B) 14 C) 15 D) 16</p>
8)	<p>¿Cuál es el valor de la expresión "El triple de 5 aumentado en 50"?</p> <p>Explica como lo hiciste</p> <p>A) 175 B) 750 C) 15 D) 65</p>

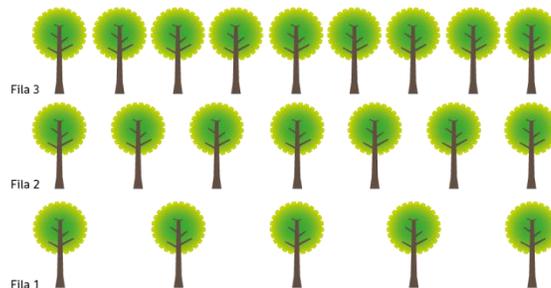
– **PARTE III- Resolución de problemas:** Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones y desarrolla aplicando los conocimientos adquiridos. Redacta con palabras los que creas adecuado para complementar tu respuesta.

- **Situación 1:** Dada la siguiente expresión $\frac{50}{x} = 10$.

c) (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la incógnita x ?

d) (3 puntos) ¿"x" podría tener el valor 0? Explica tu respuesta

Situación 2: El jardinero de un parque lo está reforestando. Planta árboles siguiendo cierto patrón: en la primera fila 5 árboles, en la segunda 7 árboles y así sucesivamente, tal como se muestra a continuación:



a) (2 puntos) Complete la tabla siguiente:

Fila	Cantidad de árboles
1	
2	
3	
4	
5	

b) (2 puntos) ¿Cuántos árboles tendrá la sexta?

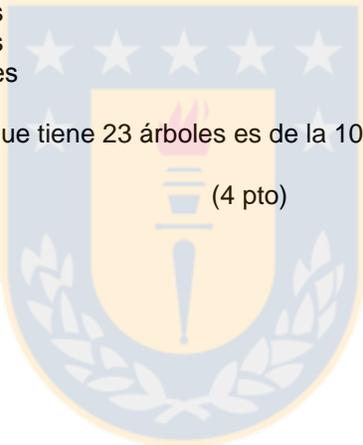
c) (4 puntos) Si una de las filas tiene 23 árboles, ¿A cuál fila correspondería?

Anexo 12: Pauta de Corrección Prueba Octavo Básico.

N° de pregunta	Criterio- indicador	Puntaje Ideal	Puntaje Obtenido
I.a)	<p>El alumno indica que una expresión algebraica es: Es una combinación de letras y números (términos algebraicos) que están unidos (relacionados) entre sí por las operaciones de adición y sustracción. (2 pts)</p> <p>El alumno solo menciona que es una expresión con variables (letras) y números. (1 pts)</p>	2	
I.b)	<p>El alumno indica que se pueden reducir semejantes como: En una expresión algebraica, los términos semejantes que se pueden reducir son aquellos que tienen el mismo factor literal (letras con exponentes). Y Luego se pueden operar sus coeficientes numéricos (números). (2 pts)</p> <p>El alumno solo menciona que para reducir términos semejantes se debe comparar los factores literales. (1 pts)</p>	2	
I.c)	<p>El alumno indica que una ecuación es: Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas o, expresiones algebraicas con incógnita x separados por una igualdad. (2 pts)</p> <p>El alumno menciona que una ecuación tiene incógnitas. (1 pts)</p>	2	
I.d)	<p>Alumno indica que una variable algebraica es: Es una letra que puede tomar cualquier valor numérico (infinitos) Que no es constante. (2 pts)</p> <p>El alumno reconoce que variable es una letra. (1 pts)</p>	2	
II.1)	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: La siguiente expresión tiene dos factores literales distintos u e y Luego al reducir los términos correspondientes se tiene $72y + 43y + 32y = 147y$ $24u + 21u + 12u = 57u$ Luego la expresión reducida es: $147y + 57u$ (1,5 pts)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta: (A) $147y + 57u$ (0,5 pts)</p>	2	

<p>II.2)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Se sabe que $s=2$ y $f=1$ Al reemplazar en la expresión $3s+4s+5f+3f$ queda: $3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 1$ $6 + 8 + 5 + 3 = 22$ Otra forma es reducir la expresión, quedando: $7 \cdot s + 8 \cdot f =$ $7 \cdot 2 + 8 \cdot 1 =$ $14 + 8 =$ 22 (1,5 pto)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta: (B) 22 (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.3)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: En la expresión $60 \cdot m$, m representa la cantidad de minutos. Luego si $m=7$ minutos, al evaluar en la expresión $60 \cdot m = 60 \cdot 7 = 420$ segundos (1,5 pto)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta: (C) 420 segundos. (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.4)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Se pide verificar el valor de verdad de las expresiones propuestas en las alternativas y comprobar cuál NO da por resultado 15.</p> <p>A. $3t$ para $t=5 \rightarrow 3 \cdot 5 = 15$ (V) B. $3 + t$ para $t = 12 \rightarrow 3 + 12 = 15$ (V) C. $t : 3$ para $t = 60 \rightarrow 60 : 3 = 20$ (F) D. $t - 10$ para $t = 25 \rightarrow 25 - 10 = 15$ (V)</p> <p>(1,5 pto)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta: (C) $t : 3$ para $t = 60$ (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.5)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: En la ecuación $3p + 5 = 32$ se pide el triple de p. Luego, primero se debe resolver la ecuación y posterior a ello determinar el triple de este valor: $3p + 5 = 32 / +(-5)$ $3p = 27 / * (1/3)$ $P = 9$ El triple de 9 es $3 \cdot 9 = 27$</p> <p>(1,5 pto)</p> <p>El alumno solo marca la alternativa correcta: (B) 27 (0,5 pto)</p>	<p>2</p>	
<p>II.6)</p>	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Se requiere determinar el valor de $t \cdot t + 1^2$, para ello se debe despejar la ecuación $t+1 = 5$ $t+1 = 5 / +(-1)$</p>	<p>2</p>	

	<p>$t = 4$ Luego el valor de $t=4$ se reemplaza en la $t \cdot t + 1^2$, resultando $4 \cdot 4 + 1^2 = 16 + 1 = 17$ (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (C) 17 (0,5 pts)</p>		
II.7)	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: La sucesión de las figuras presenta el siguiente patrón. Figura 1 \rightarrow 1 círculo Figura 2 \rightarrow 4 círculos Figura 3 \rightarrow 7 círculos Luego el patrón va de 3 en 3. Si se sigue el patrón se tiene: Figura 4 \rightarrow 10 círculos Figura 5 \rightarrow 13 círculos (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (A) 13 círculos (0,5 pts)</p>	2	
II.8)	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Aparece una expresión en lenguaje natural. Se debe, primero, plantear en lenguaje algebraico y calcular $3 \cdot 5 + 50 = 15 + 50 = 65$ (1,5 pts) El alumno solo marca la alternativa correcta: (D) 65 (0,5 pts)</p>	2	
III.1.a)	<p>De forma intuitiva el estudiante plantea: ¿50 dividido por qué número es 10?, y responde 5 $x = 5$. (2 pts)</p>	2	
III.1.b)	<p>El alumno responde de la forma: No puede tener el valor de 0, pues la división por cero no existe. (3 pts) El alumno indica que x puede tomar cualquier valor en los números enteros, excepto el cero. (2 pts) El alumno solo indica que no se puede dividir por cero. (1 pts)</p>	3	
III.2.a)	<p>El alumno justifica su respuesta, por ejemplo: Para completar la tabla se determina el patrón de las figuras: Figura 1 \rightarrow 5 árboles Figura 2 \rightarrow 7 árboles Figura 3 \rightarrow 9 árboles El patrón de árboles es de 2 en 2 Figura 4 \rightarrow 11 árboles (1 pts)</p>	2	

	<p>Figura 5 → 13 árboles (1 pto)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Fila</th> <th>Cantidad de árboles</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>13</td> </tr> </tbody> </table>	Fila	Cantidad de árboles	1	5	2	7	3	9	4	11	5	13		
Fila	Cantidad de árboles														
1	5														
2	7														
3	9														
4	11														
5	13														
III.2.b)	<p>El alumno justifica según pregunta anterior: Siguiendo el mismo patrón, la sexta figura tiene Figura 6 → 15 árboles R: La figura 6 tiene 15 árboles en su reforestación. (2 pto)</p>	2													
III.2.c)	<p>El alumno justifica según respuestas de preguntas anteriores: Se debe seguir con el patrón de conformación, hasta encontrar los 23 árboles</p> <p>Figura 7 → 17 árboles Figura 8 → 19 árboles Figura 9 → 21 árboles Figura 10 → 23 árboles</p> <p>R: La fila del parque que tiene 23 árboles es de la 10° (décima). (4 pto)</p> 	4													
	TOTAL	37													

Anexo 13: Datos Tabulados 8º A, Colegio A, Municipal. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	II.7)	II.8)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	III.2.c)	Total	% logro
1	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	0	0	2	0	2	2	2	10,5	28,4
2	0	0	1	0	2	2	2	2	2	0	0,5	2	1	1	2	2	2	21,5	58,1
3	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0	2	0	1	0	2	0	0	7,5	20,3
4	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	0,5	2	0	2	0	2	2	0	11	29,7
5	0	0	0	0	0	0	2	2	0,5	2	0	0	0	1	2	2	0	11,5	31,1
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
7	0	0	0	0	2	0	2	2	0,5	2	0	2	1	0	2	2	0	15,5	41,9
8	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	2	2	2	0	2	2	2	20	54,1
9	0	0	0	0	0	0	2	0,5	0	2	0	0	0	0	2	2	4	12,5	33,8
10	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	4	24	64,9
11	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	2	2	0	0	2	2	2	18	48,6
12	0	0	0	0	2	0	2	0	0,5	0	0	0	1	1	2	0	0	8,5	23,0
13	1	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0	1	1	2	2	0	17	45,9
14	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	28	75,7
15	0	0	1	0	2	0	2	2	2	0	2	0,5	1	1	2	2	2	19,5	52,7
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	1	2	2	2	7,5	20,3
17	0	0	0	0	2	2	2	2	0	2	2	0	1	0	2	2	4	21	56,8
18	0	0	1	0	2	2	2	2	0	2	2	0	1	3	2	2	4	25	67,6
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	0	2	0	4	12	32,4
20	0	0	0	0	2	2	0	2	0	2	2	2	2	1	2	2	4	23	62,2
21	1	1	1	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	2	2	4	27	73,0
22	0	0	0	0	2	2	2	2	0,5	2	0	2	2	0	2	2	2	20,5	55,4
23	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	2	1	0	0	0	7	18,9
24	1	0	0	0	0	0	2	0	0	2	2	2	0	0	2	2	4	17	45,9
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	1,4

Datos Tabulados 8º A, Colegio A, Municipal. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	II.7)	II.8)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	III.2.c)	Total	% logro
26	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	2	0	1	1	2	2	2	14	37,8
27	1	1	1	0	2	2	2	2	0	0	0	2	2	0	2	2	2	21	56,8
28	0	0	1	0	2	0	2	2	0	2	2	2	2	1	2	2	4	24	64,9
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	2	2	0	4,5	12,2
30	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	1	0	2	2	2	11	29,7
31	1	1	0	0	2	2	2	0,5	0,5	0	2	0	1	0	2	2	4	20	54,1
32	0	0	0	0	2	0,5	0,5	2	0	0	2	2	2	0	2	2	2	17	45,9



Anexo 14: Datos tabulados 8º B, Colegio B, Particular Subvencionado. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	II.7)	II.8)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	III.2.c)	Total	% logro
1	1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	4	27	72,97
2	1	0	0	0	2	2	2	2	0	2	0	2	0	0	2	2	2	19	51,35
3	1	1	1	0	0,5	2	2	0,5	0,5	2	2	2	2	0	2	2	2	22,5	60,81
4	1	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	2	24	64,86
5	1	0	0	0	2	0	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	4	23	62,16
6	1	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2	0	2	0	2	2	0	13	35,14
7	1	1	0	0	2	0	2	2	0	0	2	2	2	0	2	2	2	20	54,05
8	1	0	1	0	2	2	2	0	0	2	2	0	2	0	2	2	4	22	59,46
9	0	0	0	0	2	2	2	0	2	2	2	0	0	0	2	2	2	18	48,65
10	1	1	1	0	0	2	2	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	21	56,76
11	1	1	0	0	2	2	2	2	0	2	2	0	2	0	2	2	0	20	54,05
12	1	1	1	1	2	2	2	2	0,5	2	2	2	2	0	2	2	4	28,5	77,03
13	0	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	3	2	2	4	28	75,68
14	0	0	1	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	2	2	4	25	67,57
15	1	0	1	1	2	2	2	0,5	2	2	0	2	2	0	2	2	4	25,5	68,92
16	1	2	1	1	0	2	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	4	27	72,97
17	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	2	2	4	12	32,43
18	1	0	1	0	2	0	2	0	0	2	2	2	2	0	2	2	4	22	59,46
19	1	0	1	0	0	2	0	0	0	2	2	0	2	0	2	2	2	16	43,24
20	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	4	32	86,49
21	1	2	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	4	27	72,97
22	0	0	1	0	2	2	2	2	0	0	0,5	0,5	2	0	2	2	4	20	54,05
23	1	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	2	26	70,27
24	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	4	29	78,38
25	1	0	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	2	2	4	25	67,57

Anexo 14: Datos tabulados 8º B, Colegio B, Particular Subvencionado. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	II.7)	II.8)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	III.2.c)	Total	% logro
26	0	0	0	0	2	2	2	0,5	2	2	2	2	2	0	2	2	4	24,5	66,22
27	1	0	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	4	28	75,68
28	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	26	70,27
29	1	0	0	0	2	0,5	0,5	0,5	2	0	2	2	2	0	2	2	4	20,5	55,41
30	1	0	0	0	2	2	2	2	2	0	2	0	2	0	2	2	4	23	62,16
31	0	0	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	2	2	2	22	59,46
32	1	0	1	2	2	2	2	2	0	2	2	2	0	3	2	2	4	29	78,38
33	1	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	0	26	70,27
34	0	0	0	0	2	2	2	2	0	2	2	0	0	0	2	2	2	18	48,65
35	1	2	0	0	2	2	2	0,5	2	2	2	2	0	2	2	2	2	25,5	68,92
36	1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	0	2	0	0	2	2	4	23	62,16
37	1	0	0	0	2	2	2	0,5	2	2	0	0	0	0	2	2	2	17,5	47,30
38	0	0	0	0	2	0	2	0	0,5	2	2	0	2	0	2	2	2	16,5	44,59
39	1	0	0	0	2	0	2	2	2	2	2	0	0	0	2	2	4	21	56,76
40	1	1	0	1	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	23	62,16

Anexo 15: Datos tabulados 8º C, Colegio C, Particular. Puntajes obtenidos en evaluación.

Alumno	I.a)	I.b)	I.c)	I.d)	II.1)	II.2)	II.3)	II.4)	II.5)	II.6)	II.7)	II.8)	III.1.a)	III.1.b)	III.2.a)	III.2.b)	III.2.c)	Total	%Logro
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	1	2	2	4	23	62,2
2	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	4	30	81,1
3	1	0	0	0	2	2	0	0,5	0	0	2	2	0	0	2	0	4	15,5	41,9
4	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	4	30	81,1
5	0	0	1	0	2	2	2	0	0,5	0	2	0	1	1	2	2	0	15,5	41,9
6	0	0	1	0	0	0	2	0,5	0	2	2	2	1	1	0	0	0	11,5	31,1
7	0	1	1	0	2	0	0,5	0	0	0,5	0	2	1	0	2	2	2	14	37,8
8	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	2	2	4	24	64,9
9	0	1	1	0	2	2	2	0,5	0	2	2	2	0	1	2	2	2	21,5	58,1
10	1	0	1	0	2	2	2	2	2	2	0	2	2	1	2	2	2	25	67,6
11	0	1	0	0	2	0	2	2	2	2	2	2	1	0	2	2	2	22	59,5
12	1	1	0	0	2	2	2	0,5	2	0	2	0	2	1	2	2	2	21,5	58,1
13	1	1	0	0	2	2	2	2	0	0	0	2	0	0	2	2	2	18	48,6
14	0	0	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	1	1	2	2	2	22	59,5
15	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2	2	2	0	0	2	2	2	16	43,2
16	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	2	2	2	1	2	2	0	14	37,8
17	1	0	0	0	2	2	2	2	0	2	2	2	0	0	2	2	2	21	56,8