

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN



SOFTWARE LIBRES Y SU USO EN EL ÁLGEBRA ESCOLAR: EL CASO
DE ESTABLECIMIENTOS EDUCACIONALES DE LA
COMUNA DE CONCEPCIÓN

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE
LICENCIADA EN EDUCACIÓN

Tesistas : Patricia Roa Vivanco
Daniela Valdebenito Espinoza

Profesor guía : Dra. María del Valle Leo

Concepción, 2016

AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer en primer lugar a nuestras familias, por el apoyo incondicional y preocupación constante durante este proceso académico que llega a su fin.

A nuestra profesora guía, por sus incontables retroalimentaciones, apoyo y enseñanzas durante el período de este seminario.

A todos los docentes que colaboraron en el proceso de la investigación, por su disposición, tiempo, motivación e interés en el tema desarrollado en las páginas posteriores.



“Comienza haciendo lo que es necesario, después lo que es posible y de repente estarás haciendo lo imposible”
San Francisco de Asís.

ÍNDICE

Introducción	5
Descripción de la Situación Problemática	6
Capítulo I: Antecedentes teóricos	7
1.1. El aprendizaje y enseñanza de la educación matemática	7
1.1.1. Aprendizaje desde un punto constructivista y su aplicación a la matemática	7
1.1.2. Los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática según algunos autores	13
1.2. Tecnologías de la información y comunicación (TIC) en la educación	27
1.2.1. El estado y las TIC	30
1.2.2. Software Libre	34
1.3. Currículum nacional	45
1.3.1. Instrumentos del currículum	45
1.3.2. Eje de álgebra y funciones	49
Capítulo II: Objetivos, población y muestra	53
2.1. Objetivos	53
2.1.1. Objetivo general	53
2.1.2. Objetivos específicos	53
2.2. Población y muestra	54
2.2.1. Población	54
2.2.2. Muestra	55
Capítulo III: Metodología de trabajo	61
3.1. Tipo de estudio	61
3.2. Técnica de recolección de datos	61
3.3. Instrumentos de recolección de datos	63
Capítulo IV: Recolección de datos	67
4.1. Entrevista	67
4.2. Cuestionario	69

4.3. Observación	70
Capítulo V: Análisis de resultados	72
5.1. Organización y comparación por Universidad formadora	72
5.2. Organización y comparación por Dependencia Administrativa	82
5.3. Organización y comparación por Establecimiento Educativo	86
5.3.1. Colegio 1	88
5.3.2. Colegio 2	89
5.3.3. Colegio 3	90
5.3.4. Colegio 4	91
5.3.5. Colegio 5	92
5.3.6. Colegio 6	93
5.3.7. Colegio 7	93
5.4. Organización y comparación sobre el uso de software	95
Capítulo VI: Propuesta de software libre y diseño de actividad para primero medio	98
6.1. Elección de software para su desarrollo e implementación en álgebra	98
6.2. Actividad propuesta utilizando software libre para primer año de enseñanza media	100
6.2.1. Actividad 1	102
Conclusiones	104
Referencias bibliográficas	107
Anexos	113

INTRODUCCIÓN

La educación es el medio por el cual es posible adquirir conocimientos, destrezas y habilidades para desarrollarse de manera integral y desenvolverse de la mejor manera en el medio social en el que uno se encuentre. Así, refiriéndonos específicamente a la matemática, ella nos entrega habilidades específicas para enfrentar situaciones de raciocinio, desarrollando el pensamiento lógico de las personas.

La siguiente investigación intentará abordar un tema que se complementa con la matemática y que hoy en día se ha vuelto imprescindible en la vida de las personas: el uso de la tecnología informática y el rol cada vez más importante que adquiere en todas las áreas del conocimiento, siendo una herramienta de apoyo a favor de los conocimientos adquiridos. Dentro de esta tecnología encontramos los software, herramientas tecnológicas que proporcionan ciertas ventajas al utilizarlos, como por ejemplo la interactividad con los estudiantes, la retroalimentación de contenidos y el trabajo independiente del alumno.

En los siguientes capítulos se presentará el trabajo realizado, argumentado por la teoría y secuenciado por los datos recolectados, comenzando desde el enfoque constructivista de la matemática, pasando por las TIC, la determinación de la población y muestra necesaria para sustentar los datos, llegando así a detectar el real uso de software en matemática, para finalmente realizar una propuesta sobre el uso de software libre como apoyo al docente y al alumno.

Cada docente tiene percepciones diferentes acerca de la tecnología informática y su acercamiento al trabajo de aula con ella, por lo que es necesario conocer la actitud de los profesores de la comuna de Concepción frente a tal situación: ¿qué es lo que saben, opinan y creen sobre el uso de software en matemática?

Se invita al lector a conocer aspectos y experiencias de los docentes respecto al uso de las TIC en su cotidianidad laboral.

DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Actualmente, el recurso tecnológico para el aprendizaje es utilizado de manera particular en la enseñanza y existe un innumerable listado de software que se encuentran disponibles de manera gratuita en la red para su descarga y utilización. Estos pueden ser utilizados en el Área del Álgebra escolar para trabajar diferentes contenidos con los alumnos, sin embargo, no se observa su uso frecuente en las salas de clases.

Esta investigación intentará recopilar diferentes software que puedan ser utilizados en la asignatura de matemáticas para su implementación en las clases y sean un apoyo para el docente y los alumnos en el desarrollo de éstas; principalmente la investigación estará enfocada en el área del álgebra escolar de Primero de Enseñanza Media, donde se recomendará un software que sea de apoyo para la comprensión y aplicación de contenidos matemáticos tratados en este nivel educativo.

De lo anterior, se desprenden las siguientes preguntas de investigación

1. ¿Los docentes incorporan nuevas tecnologías informáticas en sus planificaciones para aplicarlas en el trabajo de aula?
2. ¿Existen software adecuados para ser implementados en las clases de álgebra a nivel escolar?

CAPÍTULO I: ANTECEDENTES TEÓRICOS

El proceso de aprendizaje de las personas se ha desarrollado a través de los años de acuerdo a cómo se ha ido ampliando la enseñanza de las diferentes disciplinas del conocimiento. Dichas enseñanzas se han basado en investigaciones, teorías y estrategias que diferentes “autores” han ido descubriendo para identificar y reconocer los procesos mentales del pensamiento, a través de diferentes estímulos que la mente humana se ve enfrentada, también a cómo la persona aprende y se desarrolla con la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades a lo largo de su vida, en conjunto con las diferentes experiencias que ha ido obteniendo. A continuación, se desarrollarán tres puntos importantes para el progreso de esta investigación, los cuales ayudan a comprender cómo la educación matemática ha sido desarrollada y estudiada para orientar y guiar, tanto a alumnos como a docentes, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de ésta. El primero, será abordar el constructivismo y su relación con la educación matemática, además de identificar algunos autores que han trabajado y estudiado sobre ello; en segundo lugar, se abordará el tema de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) y su papel en la educación chilena, asimismo de la existencia de software para el apoyo de la educación matemática; finalmente, se reconocerán los instrumentos del currículum chileno que entrega el Ministerio de Educación, los que guían a los docentes en las diferentes disciplinas de la enseñanza, de donde será abordado específicamente el Eje Temático del Álgebra de la asignatura de Matemáticas.

1.1. EL APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

1.1.1 APRENDIZAJE DESDE UN PUNTO DE VISTA CONSTRUCTIVISTA Y SU APLICACIÓN A LA MATEMÁTICA

La teoría constructivista propone la construcción del conocimiento de la persona de modo tal que su aprendizaje sea activo, es decir, ella debe ser partícipe de actividades basadas en experiencias ricas en contexto y no una espectadora que reproduce información. (Hernández, 2008)

El constructivismo nace a partir de la inquietud y preocupación por comprender cómo se forma el conocimiento en las personas; el cual considera al aprendizaje como una construcción interna que se va creando a partir de la interacción con el medio, teniendo en cuenta los esquemas previos e información que ya posee. Algunos autores se enfocan en cómo funciona la mente de los seres humanos, mientras que otros dan una mirada al desarrollo de dominios de origen social. (Soler E., 2006)

El constructivismo es un conjunto de ideas y concepciones sobre el aprendizaje que provienen de dos teorías básicas del desarrollo cognoscitivo, la de Jean Piaget y la de Lev Vygotsky. Como conjunto de concepciones, entrega una idea clara para comprender que el aprendizaje no es exclusivo de la escuela, sino que trata de un proceso permanente en las personas en sus medios de socialización.

Para Piaget (Méndez Z., 2006), el conocimiento se construye posterior a la interacción con estímulos naturales y sociales, a partir de experiencias previas. Su teoría está centrada en el individuo, quien posee sus propias vivencias y características, ya sea individual o cultural. Esta construcción del conocimiento es progresiva a partir de estructuras anteriores.

Fue y sigue siendo un gran referente en lo que respecta al pensamiento infantil. Su obra reúne estudios sobre el origen de la inteligencia y desarrollo cognitivo temprano. Creó un sistema teórico complejo que muestra casi todas las facetas del desarrollo cognitivo humano.

A muy temprana edad se interesó por la biología, lo que se ve enormemente reflejado en su teoría en las comparativas que realiza entre los seres vivos y las adaptaciones del ser humano según el proceso constructivo de la inteligencia (asimilación y acomodación).

Piaget intentó dar respuesta al problema del conocimiento y al origen de éste, de cómo conocemos y cómo avanzamos en ese conocimiento. Para ello, se dedicó a estudiar el pensamiento infantil y su desarrollo, como medio, no como fin, para formular respuestas empíricas a sus inquietudes epistemológicas, lo que desembocaría en comprender la forma del pensamiento científico propio del adulto.

Él concibió la inteligencia como una construcción, un todo organizado, en donde los esquemas debían relacionarse entre sí, formando una estructura coherente y no como una colección de elementos aislados; por eso su teoría trataba de explicar y/o describir las diferentes estructuras del pensamiento, sus evoluciones y cómo éstas contribuyen a la adaptación de la realidad humana.

Para Piaget, la “acción” de la persona debía jugar un papel importante en toda actividad intelectual (conocimiento), desde lo simple (lo observable) hasta las operaciones intelectuales complejas (la apreciación interna); esto mediante un proceso de interacción entre el individuo, el entorno y los objetos que lo rodearan. Así, la objetividad, o conocimiento objetivo, se logra y se construye a lo largo del proceso.

Como implicancia educativa, algunos principios del pensamiento piagetiano sobre el aprendizaje señalan que:

- Los objetivos pedagógicos deben partir de actividades del alumno.
- Predomina el método de descubrimiento.
- Es un proceso constructivo interno y depende del nivel de desarrollo de la persona.
- Cobra real importancia el desarrollo de los conflictos cognitivos.
- La interacción social favorece el aprendizaje.

Para Vygotsky (García V., 2003), lo importante es la interacción social, ya que, según sus planteamientos, las funciones psicológicas superiores desarrolladas en un primer paso se internalizan en las relaciones con otros individuos.

Su teoría se basa en el aprendizaje sociocultural de cada persona, en el entorno en el que se desenvuelve. Para él, la interacción social es el motor del desarrollo humano, en donde intervienen mediadores que orientan al sujeto a desarrollar sus capacidades cognitivas.

Fundó la teoría sociocultural en psicología, pues consideraba importantísimo el medio social para el aprendizaje, ya que en él lograba producirse una unión entre lo social y lo personal.

Definió el aprendizaje como un proceso que ocurre en una “Zona de Desarrollo Próximo”, en donde el aprendiz es capaz de resolver problemas complejos con la ayuda de otros alumnos con aprendizajes más avanzados; problemas que solo no sería capaz de resolver. Además, dicha actividad podría ser guiada también por un adulto (Pinaya B., 2005).

Realizó aportes a la educación en lo que a autorregulación se refiere. Primeramente podemos señalar que, en situaciones de aprendizaje, el maestro es quien desarrolla gran parte del trabajo, pero delega mayor responsabilidad al alumno a medida que éste se vuelve “experto”; así puede desenvolverse independientemente. En segundo lugar, podemos mencionar la enseñanza recíproca, en donde se produce un intercambio de roles. Al inicio, es el profesor quien modela actividades, para luego dar cabida a que los estudiantes ocupen su lugar. Así, la colaboración entre pares refleja la idea de actividad colectiva.

La educación basada en un enfoque constructivista se preocupa de que el alumno sea el principal responsable sobre su aprendizaje, ya que se le entregan las herramientas necesarias para poder desenvolverse de tal manera que sea capaz de solucionar diferentes situaciones problemáticas que se le presenten, construyendo de esta forma sus aprendizajes, siendo el profesor el encargado de mediar entre el conocimiento y los aprendizajes de los alumnos, articulando que sean los más adecuados para el desarrollo de ellos; además es el alumno quien interactúa con el conocimiento para lograr los aprendizajes.

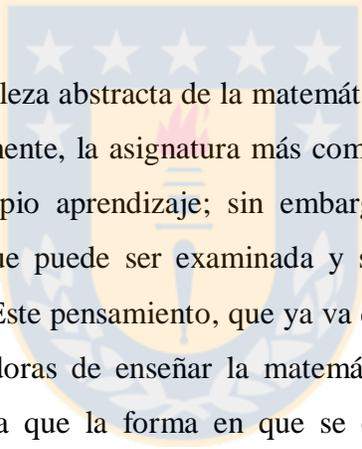
El rol del alumno en la construcción de sus conocimientos es muy importante, pero el papel que cumple el educador es aún más complejo, pues debe tener una gran capacidad creativa para guiarlo y motivarlo en el proceso de aprendizaje, de manera tal que pueda desarrollarlo y utilizarlo de manera eficaz posteriormente.

Hay personas que creen que la matemática se debe trabajar de manera mecánica y conductista, donde los alumnos sólo deben preocuparse por resolver una infinidad de ejercicios para adquirir el conocimiento, en los diferentes ejes que ésta aborda durante el desarrollo de la educación básica como en media; sin embargo, la enseñanza de la matemática, al igual que otras disciplinas, puede ser abordada desde un método constructivista, como se ha mencionado anteriormente, pues ésta ayuda a desarrollar el pensamiento y la lógica para afrontar diferentes situaciones y problemas, tanto de la vida cotidiana como en otros aspectos.

Lo que el constructivismo significa para la matemática es que, en primer lugar, cada persona es la encargada de construir su propio aprendizaje de acuerdo a la experiencia previa para luego poder transferirlo, pues la matemática es una de las ciencias que no cambia ni modifica el conocimiento al transferirse, razón por la cual sólo podemos conocer de manera personal lo que cada uno se construye (Kilpatrick J. ,1990).

La mente construye conocimientos a partir de la realidad de acuerdo al uso que se le dé o a la experiencia previa. La persona, como ser pensante, es capaz de aprender de los errores que comete, lo que en matemáticas es muy habitual. Sin embargo, también se aprende de los triunfos, pues esto fortalece lo ya realizado y/o estudiado.

Los alumnos, y en general las personas, cuando tienden a enfrentarse al fracaso y/o triunfo, caen en sistemas de autorregulación donde su percepción y habilidades son puestas en marcha; sin embargo, al alumno hay que guiarlo en estas etapas, tanto el profesor como su familia; de esta forma, él deberá ser capaz de adquirir, procesar y generar el aprendizaje para poder utilizarlo más adelante.



La naturaleza abstracta de la matemática genera una idea a priori de que ésta es, posiblemente, la asignatura más complicada para el alumno respecto a construir su propio aprendizaje; sin embargo, el constructivismo la sugiere como aquella que puede ser examinada y simbolizada, favoreciendo nuevos conocimientos. Este pensamiento, que ya va quedando obsoleto, ha sido una de las formas decidoras de enseñar la matemática y hoy en día se encuentra a prueba, debido a que la forma en que se está enseñando la matemática ha sustentado fuertemente la perspectiva sobre los modos de pensamiento de Anna Sierpinska (Maturana I. y Parraguez M., 2011).

Sierpinska distingue tres modos de pensamientos para aprender matemática en álgebra lineal y comprender los objetos matemáticos: el sintético-geométrico, el analítico-aritmético y el analítico-estructural; cada uno de ellos considerados en su propio contexto, utilizando un sistema específico de representaciones.

- El sintético-geométrico es un pensamiento práctico, el cual utiliza el lenguaje de las figuras geométricas, planos, líneas, interacciones y sus representaciones gráficas.
- El analítico-aritmético es un pensamiento teórico donde las figuras geométricas son entendidas como conjuntos de números que satisfacen condiciones.
- El analítico-estructural es un pensamiento teórico que sintetiza los elementos algebraicos de las representaciones analíticas dentro de conjuntos estructurales.

1.1.2 LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SEGÚN ALGUNOS AUTORES

La matemática es una ciencia que se ha ido desarrollando a lo largo de la historia, a diferencia de otras disciplinas científicas que, con el transcurso del tiempo, autores y especialistas van descubriendo nuevas teorías y desechando o reinventando las anteriores, esto no ocurre con la matemática, pues las nuevas teorías se van sustentando a partir de las anteriores; lo que se conoce previamente ayuda a la construcción del nuevo conocimiento matemático.

La enseñanza de la matemática es algo que diferentes autores han tratado de estudiar respecto a cómo enseñarla, encontrando estrategias o teorías que ayuden tanto a alumnos como profesores en su proceso de enseñanza y aprendizaje, buscando formas de orientar y guiar a los involucrados en la educación matemática; ayudando además a determinar cuál debería ser el énfasis en su enseñanza, así los alumnos podrán comprender de mejor manera sus aprendizajes en la materia. Algunos de los autores que más han trabajado con este tema y que es importante mencionar son: Guy Brosseau, Hans Freudenthal, Alan Schoenfeld, George Pólya, Ed Dubinsky y Raymond Duval; cada uno de ellos entregando aportes en el desarrollo de la Enseñanza y

Aprendizaje de la Educación Matemática, en diferentes temas como didáctica, currículum y resolución de problemas.

- **Guy Brousseau y la Teoría de Situaciones**

Brousseau es un importante investigador francés de la Educación y la Matemática, quien se ha especializado en la Didáctica de las Matemáticas. Ha recibido Premios y Galardones por sus esfuerzos y aportes en sus investigaciones con el afán de contribuir a la formación matemática de alumnos y profesores. Dentro de sus grandes aportes en el desarrollo de la educación, es el creador de la Teoría de Situaciones, la cual se basa en la interacción que se produce durante la formación del conocimiento matemático, donde cada saber puede ser determinado por situaciones, entrando en juego tanto el alumno como el profesor en el proceso de crear estas situaciones. Es una teoría de la enseñanza que se sustenta en una concepción constructivista que se basa en las teorías de Piaget respecto al aprendizaje (Sadovsky, P., 2005).

Brousseau toma como rol fundamental de esta teoría a la “situación” como constructora del conocimiento, por lo que la definición de ésta y su utilización en la creación del conocimiento son muy importantes, pues es la que debe ser construida intencionalmente para que los alumnos puedan adquirir un saber determinado (situación didáctica). (Panizza M., 2003).

La situación didáctica de acuerdo a lo que él dice es aquella donde, en la situación creada, existe la intención de que alguien aprenda algo, específicamente se desea que sea el alumno, por lo que el docente va guiando lo que se espera que el alumno aprenda. En base a esto, aparece otro concepto denominado a-didáctica, donde la situación de que el alumno aprenda algo no desaparece, sino que la intención que tiene este concepto definido por Brousseau se refiere a que el alumno debe relacionarse con el problema, respondiendo al mismo en base a sus conocimientos; el cuál es motivado por el

mismo problema y no por satisfacer el deseo del docente referente a lo que espera que el alumno aprenda; por lo tanto, es una situación donde el docente no interviene directamente a ayudar al alumno a encontrar una solución.

Otro concepto que ha introducido Brousseau en sus estudios es el de “Contrato Didáctico”. Inicialmente se sabe que la relación existente entre el docente y el alumno está subordinada a muchas reglas, tanto impuestas por el profesor, el alumno o el establecimiento educacional, por lo que es la instancia donde ambos (alumno y profesor) toman decisiones e interactúan para llegar a un fin común de enseñanza-aprendizaje; de aquí viene el término contrato didáctico, pues, según Brousseau, es el conjunto de comportamientos del profesor que son esperados por el alumno y viceversa, son las conductas que tiene el alumno y son esperadas por el profesor; de esta forma el contrato didáctico es el conjunto de reglas que determinan la relación didáctica de cada uno de los involucrados. (Sadovsky, P., 2015)

- **Hans Freudenthal y la Matemática Realista**

Freudenthal, Matemático y Educador Matemático de origen alemán que desarrolló sus investigaciones y trabajos en Didáctica y Teoría Curricular. Participador activo de diferentes instituciones relacionadas con la Educación Matemática, entre ellos Institutos y Comités Internacionales. Fue el impulsor de un cambio en la enseñanza de la matemática tradicional, con lo cual fue el creador de la Educación Matemática Realista (EMR), la que más que ser una teoría sobre el aprendizaje, Freudenthal la desarrolló como una teoría basada en ideas específicas que hacen mención a la educación matemática, donde éstas se refieren al desarrollo de la matemática desde un punto de vista originado en la cotidianidad del que aprende, es decir, para Freudenthal el aprender matemática podría ser desarrollado con el uso de situaciones cotidianas de la vida. (Alagia, Bressan y Sadovsky, 2005). Así cualquier persona podría aprender matemática. Las ideas con las cuales se basó son:

- La matemática es una actividad humana, donde cada persona puede “matematizar” (Heuvel-Panhuizen, 2009) los contenidos y aplicarlos en cualquier situación o resolución de problemas.
- La matemática se desarrolla por niveles, donde la “matematización” puede representar en cada persona un nivel de dificultad diferente en su desarrollo de resolución de problemas, de acuerdo a lo que ésta sabe o la experiencia previa que la persona tenga.
- La matemática requiere de la Fenomenología Didáctica (Delgado, 2014), las situaciones deben ser seleccionadas de tal modo que puedan ser organizadas por los objetos matemáticos que se supone que los alumnos deben construir.

Cada una de estas ideas presentadas por Freudenthal se desarrolla mediante principios, los cuales esclarecen su teoría y guían el desarrollo de éstas (Alagia, et al, 2005), estos principios son los siguientes:

- Principio de Actividad: la matemática se aprende mejor haciendo, pues es una actividad humana, por lo que la persona va construyendo sus aprendizajes.
- Principio de Realidad: la matemática debe desarrollarse mediante situaciones que aborden la realidad, es decir, que éstas sean de la vida cotidiana. Así los alumnos, al matematizar, puedan organizar y originar el aprendizaje matemático en esta realidad; sin embargo, también son consideradas las situaciones que sean realizables, imaginables o razonables para los alumnos, pues siempre se deben exponer los diferentes escenarios existentes, para que puedan utilizar su propio raciocinio sobre el resultados de los problemas.
- Principio de Reinención: La matemática es algo de “sentido común” pero más organizada, es decir, el sentido común se basa en las

experiencias previas que el alumno tiene, lo que lleva a organizar y sistematizar el objeto de aprendizaje, todo esto con la ayuda y guía del profesor hacia los alumnos, por lo que el papel del docente es muy importante a la hora de anticipar, improvisar y reflexionar sobre lo que los alumnos están aprendiendo.

- Principio de Niveles: En matemáticas y en el estudio de otras disciplinas, el alumno pasa por diferentes niveles de aprendizaje de acuerdo a las concepciones previas que tenga; los alumnos, al enfrentarse a una situación, deben comenzar por matematizar el contenido o tema de la realidad que se les presente, para luego cambiar y analizar su propia actividad matemática. Freudenthal da a conocer diferentes niveles que sirven como guía para el docente, para ir monitoreando el proceso de aprendizaje del alumno. Estos niveles varían entre: situacional, referencial, de generalización y de formalización; dando a conocer en cada uno de ellos el nivel de comprensión que puede lograr el alumno al interactuar con una situación.
- Principio de Interacción: El aprendizaje de las matemáticas se considera como una actividad social, pues la interacción lleva a la reflexión, lo que ayuda a que el alumno adquiera mayores niveles de comprensión.
- Principio de interconexión (estructuración): El alumno va construyendo su aprendizaje de manera significativa, por lo que el nuevo conocimiento se va estructurando u ordenando de manera que las nuevas ideas se vayan “acomodando”, así los alumnos aprenden matemáticas como un todo coherente y no por partes separadas. Es decir, se va construyendo y organizando paso a paso.

En cada uno de estos principios, el contexto de la situación o problema que se les presenta a los alumnos va de la mano con un aprendizaje significativo, pues se espera que ellos, con sus conocimientos y habilidades previas, puedan generar este nuevo aprendizaje. De esta manera, el aprendizaje matemático siempre irá mejorando con el transcurso del tiempo y con la adquisición de nuevos aprendizajes.

Freudenthal también es reconocido por las diferentes críticas que realizó a la educación, dirigida a algunas teorías de autores sobre la educación tradicional, pues creía que estas teorías no se relacionaban con la educación matemática; criticó a autores como Bloom, Gagné y Piaget (Gravemeijer K. y Teruel J., 2000).

- **Ed Dubinsky y el proceso de Descomposición Genética**

Dubinsky es un investigador matemático que realizó un cambio en sus estudios sobre la matemática “pura” para dedicarse a la Investigación Matemática Educativa desde el año 1970 en adelante aproximadamente (Dubinsky, 2000)

Desarrolló sus investigaciones en matemática educativa en dos formas; la primera, orientada a desarrollar una teoría que sirviera para aprender conceptos de matemáticas “más avanzadas” (educación superior), realizando todas las investigaciones empíricas respectivas en ese nivel; la segunda, a desarrollar cursos innovadores que estuvieran basados en dichas teorías.

Realizó una variedad de experimentos empíricos que involucraba a los estudiantes de los cursos que impartía en la universidad, todo para “observar” cómo los alumnos se enfrentaban a la creación de conceptos en contenidos tales como: composición de funciones, inducción matemática, cuantificación y funciones. Durante los cursos que dictó se apoyó, además, en el uso de

programas computacionales para desarrollar las investigaciones con sus alumnos, logrando comparar el grado de aprendizaje entre los que usaban el computador y los que no (Dubinsky, 2000).

En el tiempo que Dubinsky comenzó a interesarse por la matemática educativa, desarrolló una gran atracción por el trabajo que realizó Jean Piaget, ya que, a pesar de su poca formación matemática, era capaz de describir cómo un matemático debía trabajar en matemáticas buscando ideas y resultados nuevos.

Dentro de los temas que se interesó Dubinsky cuando estudiaba a Piaget, encontramos el Estructuralismo y la Abstracción Reflexiva, esta última se refiere a que en primer lugar Piaget señala que todo conocimiento nuevo supone una abstracción, ya que cada conocimiento se separa de alguna realidad anterior. La abstracción reflexiva está en el origen de las estructuras mentales, por una parte, es una reconstrucción de lo que ya ha sido alcanzado en niveles inferiores del conocimiento y, por otra, como su nombre lo dice, hay reflexión por parte del individuo, ya que el sujeto debe realizar una reorganización mental de sus acciones y operaciones mentales para que se dé la abstracción reflexiva (Dubinsky, 2000).

En base a lo estudiado sobre Piaget, además de las investigaciones que había estado ejecutando, Dubinsky intentó realizar un resumen respecto a esto, con la intención de describir su propia reformulación de la Abstracción Reflexiva, teniendo como objetivo aplicarlo a la matemática que realizaba en los cursos universitarios. Esta reformulación influyó en el desarrollo de la Teoría APOE.

La sigla APOE significa Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas, esta sigla indica cuales son los procesos mentales que realiza la persona para obtener significados de las situaciones y problemas matemáticos en los cuales la persona se ve enfrentado. Esta teoría trata de describir el desarrollo que

ocurre en la mente del alumno respecto a la comprensión de un concepto matemático. Esta comprensión comienza con la manipulación de los objetos físicos o mentales que han sido contruidos previamente para crear acciones; estas acciones son interiorizadas por el individuo para formar procesos, los que posteriormente se encapsulan para formar nuevos objetos, para finalmente formar esquemas de acuerdo a las acciones, procesos y objetos que surgieron de la comprensión de un concepto.

El ciclo de investigación que presenta la Teoría APOE ha ayudado a crear diferentes descomposiciones genéticas, centrando su análisis en diferentes áreas de la matemática como cálculo, álgebra abstracta, matemáticas discretas, estadística, teoría de números y álgebra lineal. (Roa y Oktaç, 2010).

- **George Pólya y el Método para la Resolución de Problemas**

Fue un Matemático de nacionalidad húngara; sus estudios siempre fueron orientados al proceso de descubrimiento, es decir, se interesaba en descubrir cómo se obtenían o derivaban los resultados matemáticos. Fue uno de los principales exponentes en el estudio de la Resolución de Problemas, creando y aportando diferentes formas de procedimientos y estrategias para su resolución; una forma de involucrar a sus alumnos en la resolución de problemas fue generalizar su método en cuatro pasos, los cuales son: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida (Polya, 1996). Esta generalización se utiliza como estrategia para desarrollar y encontrar la solución a una situación problemática, diferente a lo que ocurre en la resolución de un ejercicio; pues en este último se utiliza un procedimiento rutinario y, generalmente, mecánico que conlleva al resultado esperado, en donde el alumno conoce el procedimiento, pues son conductas repetitivas a realizar. En cambio, para resolver un problema es necesario reflexionar al respecto, tomar una pausa y utilizar diferentes estrategias para llegar a establecer una solución; utilizar conocimientos previos o concepciones

anteriores similares al problema planteado, para tener alguna idea de cómo abordarlo. Una situación problemática representa un reto para el individuo, pues entra en juego todo lo mencionado anteriormente, así el método de Pólya entrega una “receta” paso a paso que permite dar solución a la situación problemática. Cada paso comprende lo siguiente:

- a) Comprender el problema: este paso se refiere a que, en primer lugar, se debe entender palabra por palabra lo que el enunciado del problema quiere decir, ¿qué es lo que se está preguntando? Reconocer la información que se entrega y qué información es la que falta.
- b) Concebir un plan: una vez identificado lo anterior, es necesario determinar las maneras con las que se puede actuar, respondiendo las preguntas ¿qué cálculos o razonamientos son necesarios para llegar a un resultado?, ¿cuál es la estrategia que se deberá seguir?
- c) Ejecutar el plan: consiste en realizar cálculos y razonamientos seleccionados y/o propuestos en el paso anterior. También desarrollar la estrategia elegida, o de lo contrario verificar si la estrategia es la adecuada.
- d) Examinar la solución obtenida: verificar si los resultados obtenidos concuerdan con lo pedido en la situación; si la respuesta obtenida es la verdadera solución al problema planteado (Hernández V. y Villalba M., 1994).

Existen más autores que abordaron el tema sobre la Resolución de Problemas, dando a conocer pasos y estrategias para el óptimo desarrollo y obtención de resultados, determinando diferentes modelos o métodos de resolución de problemas. Algunos modelos que podemos mencionar son: el Modelo de Werner, Modelo de Bransford y Stein, Modelo de Mayer, Modelo

de Glass y Holyak, Modelo de Labarrere, Modelo de Hoogenboom y Goodnow y Modelo de Maza. (Del Valle y Mardones, 2012)

- **Alan Schoenfeld y la Resolución de Problemas**

Matemático estadounidense que tuvo sus primeras influencias respecto a la resolución de problemas de los trabajos y estudios entregados por Pólya; es considerado uno de los principales exponentes de la “Resolución de Problemas” (Barrantes, 2006).

Realizando experimentos respecto a cómo alumnos y profesores desarrollaban situaciones problemáticas en las mejores condiciones posibles (conocimientos y habilidades previas), logra darse cuenta que, al trabajar con la resolución de problemas, hay que tener varios elementos considerados previamente, por lo que establece cuatro aspectos que intervienen en ello: los recursos, la heurística, el control y el sistema de creencias (Barrantes, 2006)

Estas dimensiones se refieren a:

- Los Recursos: son todos los conocimientos previos que posee el estudiante o la persona que se ve enfrentada a una situación problemática, ya sea conceptos, fórmulas, algoritmos, etc., todos los elementos y herramientas que la persona puede utilizar y que sabe previamente.
- La Heurística: Schoenfeld consideraba que el Trabajo de Pólya era muy general en sus pasos para resolver un problema; él creía que en diferentes situaciones se podría utilizar estrategias específicas, no tan generalizadas como lo decía Pólya, por lo que consideraba que aprender un listado de heurísticas hacía que el alumno se desviara del proceso de aprender diferentes conceptos, ayudándolo a tener una mayor cantidad de herramientas para el propio desarrollo de la resolución de problemas.

- El Control: es la manera en cómo el alumno o la persona involucrada en resolver la situación problemática utiliza las diferentes estrategias heurísticas que conoce para resolver el problema, todo esto incluye la planificación y la toma de decisiones, además de mantener un monitoreo sobre el desarrollo realizado, para así advertir si se está siguiendo el camino correcto; de lo contrario volver a reformular lo que se cree.
- Sistema de Creencias: son las percepciones que tienen las personas y los estudiantes respecto a la enseñanza de las matemáticas. Principalmente hay que tener en consideración lo que los estudiantes piensan y creen sobre la matemática, ya que esto se verá reflejado en cómo abordan o enfrentan una situación problemática. Podemos mencionar dos ejemplos extremos, si el profesor entrega una situación problemática a un estudiante que no tiene ningún interés en la asignatura, existe la posibilidad que sea “reacio” a enfrentarse a esto; pero si el docente tiene esta información en consideración, podrá crear situaciones que puedan motivar al estudiante; lo mismo ocurre con el otro extremo. Si hay un estudiante que le gusta la matemática y los desafíos que ésta implica en la resolución de problemas, existe la posibilidad que el alumno no encuentre interés en situaciones que son de “baja complejidad”; de esta forma es muy importante que el docente controle ese tipo de situaciones, ya sea en matemáticas como en cualquier otra disciplina. Hay que agregar que no sólo las creencias de los alumnos respecto a las matemáticas son las únicas existentes, pues Schoenfeld considera el efecto que traen las creencias del docente como las creencias de la sociedad (sociales) en la enseñanza de la matemática y lo que se transmite a los estudiantes; principalmente las creencias de los profesores se basan en cómo fue su formación inicial y cómo ésta perdura o cambia en el transcurso de la experiencia. Y las creencias sociales se relacionan estrechamente con la realidad de la sociedad, lo

que se cree en Chile puede ser totalmente diferente a lo que ocurra en otro país.

- **Raymond Duval y los registros semióticos de aprendizaje**

Profesor de la Universidad del Litoral y Director de estudios de la Academia de Lila Francia. Sus trabajos de investigación los ha realizado en el Instituto de Investigaciones en Educación Matemática (IREM), centrándose en el estudio de las representaciones de la conceptualización, razonamiento, interpretación de textos y resolución de problemas; ha sido el pionero en la investigación sobre la importancia de los aspectos semióticos que intervienen en el aprendizaje y la comprensión de la matemática. (Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática: una mirada epistemológica y empírica, 2015).

En matemática se encuentran diferentes sistemas de escrituras, cada una representando a un objeto matemático, ya sea mediante números y/o símbolos que expresan relaciones y/u operaciones. Estas representaciones constituyen una forma semiótica de comprender la matemática.

“Los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en matemática.” (Oviedo L. y Kanashiro A., 2012, p.30)

Según Duval las representaciones se agrupan en diferentes registros de representación, de acuerdo a las características que el concepto u objeto matemático posea. Dentro de cada registro se pueden hacer, además,

tratamientos que son las transformaciones en el mismo registro. También entre diferentes registros se pueden realizar conversiones, que son las transformaciones de una representación en otra. (Gruszycki A., Oteiza L., Maras P., Gruszycji L. y Ballés H., 2014).

Una manera de clasificar las representaciones es dividir las en externas e internas, ambas jugando un papel en conjunto; las representaciones internas son las imágenes mentales que la persona tiene de los objetos y las relaciones que se forman con el conocimiento; las representaciones externas son las percibidas por los sentidos, es decir, son el medio por el cual los individuos exteriorizan sus imágenes y representaciones mentales; dependiendo del tipo de imagen con la que el alumno interactúe durante el proceso de aprendizaje, éstas ayudan a mostrar, generalmente, como es la información interna que tenga del objeto. (Gruszycki A. et al, 2014).

Duval postula que para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir tres actividades cognoscitivas fundamentales estas son: *formación de una representación* (presencia identificable), *tratamiento de la representación* (transformación interna del mismo registro) y *conversión de la representación* (transformación en otra representación). (Oviedo L. y Kanashiro A., 2012).

Comprender un objeto matemático es una actividad que lleva a considerar diferentes aspectos que se involucran en el proceso de enseñanza-aprendizaje, estos aspectos parten desde las concepciones internas que tiene cada individuo y que pueden ser plasmadas de manera externa demostrando lo que realmente se entiende del objeto. Duval recalca la importancia que tiene la conversión de las transformaciones en la formación de conceptos, pues es esencial considerar diferentes registros de representación semiótica (figuras, gráficas, símbolos, lengua natural), ya que si se considera que los objetos matemáticos son abstractos y accesibles sólo por medio de representaciones y

que su conceptualización pasa por la capacidad de identificar el concepto desde diferentes perspectivas, es necesario reconsiderar la forma en que se enseñan dichos conceptos, y comenzar a identificar cada registro semiótico necesario para interiorizar los conceptos, claramente diferenciando el objeto de su representación. (Gruszycki A. et al, 2014).

Actualmente existen herramientas tecnológicas que acercan al docente y al alumno a diferentes representaciones semióticas, ayudando en la visualización de diferentes situaciones involucradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es necesario crear un acercamiento a estas nuevas tecnologías informáticas como apoyo en el aula y en las clases de matemática.

Con el aporte realizado por los autores mencionados anteriormente, podemos decir que existe bastante material e información respecto a la enseñanza de la matemática, tanto a nivel didáctico como curricular, por lo que los docentes tienen el respaldo suficiente para sustentar sus enseñanzas o encontrar respuestas y/o sugerencias a su estilo de enseñanza, y cuál es el estilo de aprendizaje que pueden llegar a tener los alumnos. Todo esto para apoyarlos; que sean capaces de construir conceptos que son esenciales a la hora de aprender matemática.

Las teorías de estos autores se pueden profundizar más si el lector lo desea, lo cual no es el objetivo de esta investigación, pues sólo se desea dar a conocer la cantidad de información que existe sobre el desarrollo de la educación matemática y cómo ésta es importante para el desarrollo de actitudes y habilidades en los estudiantes.

1.2 TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN (TIC) EN LA EDUCACIÓN

La tecnología es un concepto que utilizamos cotidianamente, pues estamos inmersos en un mundo que se rige principalmente por él, en simples palabras la definición de este concepto dice: *“la tecnología es el conjunto de conocimientos propios de un arte industrial, que permite la creación de artefactos o procesos para producirlos.”* (Cegarra, 2012, p. 21).

TIC es una sigla que, como el título presenta, significa Tecnologías de la Información y Comunicación. Éstas pueden ser definidas como: *“TIC son las tecnologías para el almacenamiento, recuperación, proceso y comunicación de la información”*. Actualmente existe una gran variedad de aparatos electrónicos que caben en esta definición, como son el televisor, el teléfono, los vídeos o el computador, siendo este último el más representativo dentro de la sociedad por las diferentes aplicaciones informáticas que presenta y puede entregar al usuario (Belloch C.,2012).

Mediante la creación de los computadores de escritorio, quienes dieron lugar posteriormente a los computadores portátiles y a un sinnúmero de aparatos electrónicos con funciones similares, además del surgimiento y avance de las TIC, no faltó mucho para comenzar a pensar sobre el impacto que estas nuevas tecnologías tendrían en la educación y cómo podrían ayudar a mejorar y/o reforzar la enseñanza-aprendizaje de los alumnos, por lo que comenzaron a surgir diferentes herramientas y software destinados a la interacción entre el docente y los alumnos para potenciar el trabajo en el aula con el uso de las TIC.

El desarrollo de tecnologías como son las TIC, poseen características que potencian el proceso de enseñanza-aprendizaje en los alumnos, ellas son: ***inmaterialidad*** (capacidad de construir conocimientos sin espacio o materiales físicos), ***interactividad*** (poder tomar decisiones en la secuencia, ritmo, cantidad, profundización, elección del tipo de código durante la obtención de información),

elevados parámetros de calidad de imagen y sonido (la calidad y confiabilidad de la información obtenida mediante imágenes y sonidos sea elevada), *instantaneidad* (obtención de información y comunicación en tiempo real), *digitalización* (manipulación y distribución de información de forma no física), *interconexión* (red colaborativa entre alumnos y profesor), y la *diversidad e innovación* (funciones diversas que presenta cada herramienta tecnológica). (Hernández, 2008).

El constructivismo se basa en que el conocimiento se construya mediante experiencias que adquieren los alumnos durante el desarrollo de él y de su trabajo, tanto dentro como fuera del aula; el uso de un computador proporciona que el alumno cuente con un medio creativo para expresarse, obtenga información, se comunique y distribuya lo obtenido.

Considerando el modelo constructivista como motor de enseñanza y el uso de las TIC como medio para ayudar en el aprendizaje del conocimiento, Hernández (2008) menciona cuatro características fundamentales para que el aprendizaje sea efectivo:

- ***Compromiso activo***: el alumno aprende mejor cuando construye su propio conocimiento. Con el apoyo de las TIC, el estudiante tiene a su disposición herramientas que puede utilizar de manera independiente y a su antojo, involucrándose en su propio aprendizaje, así toma un papel más activo de autonomía al solucionar problemas, comunicarse, analizar información y diseñar soluciones, tal como lo plantea Brousseau y Freudenthal.
- ***Participación en grupo***: Vygotsky se enfoca en que la base del aprendizaje es la interacción social, el uso de las TIC ayuda en los alumnos a la colaboración en trabajos, tareas o actividades, además de compartir los conocimientos, intereses, ideas o gustos, teniendo la oportunidad de discutir no sólo dentro de la sala de clases, sino que también fuera de ella.

- ***Interacción frecuente y retroalimentación:*** el uso de las TIC puede ayudar a mantener una interacción con los materiales de manera continua, además de poder obtener respuestas sobre lo trabajado de forma más rápida; también mantiene a los alumnos ocupados más tiempo de acuerdo a si están realizando trabajos grupales o individuales, lo que le da la oportunidad al profesor de realizar observaciones y comentarios de manera particular a cada estudiante, además de que algunas herramientas tecnológicas pueden ayudar a monitorear el rendimiento de los alumnos.
- ***Conexiones con el contexto del mundo real:*** cada experiencia durante la adquisición de conocimiento potencia el proceso de enseñanza-aprendizaje en los alumnos, por lo que es importante poder aplicar lo aprendido. Las TIC son herramientas que apoyan lo aprendido por los alumnos, para que éstos puedan comprender de mejor manera los conceptos a través de diferentes representaciones, tal como señala Duval.

Las TIC aportan nuevas aplicaciones con los materiales que son de apoyo tanto para el docente como para el alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje, utilizándolas como una nueva experiencia de abordar y aplicar los conocimientos adquiridos, así los alumnos son los encargados de construir su propio aprendizaje y son miembros activos de lo que aprenden.

En nuestro país, la utilización de las TIC ha ido en aumento, ya que los establecimientos educacionales se han preocupado de adquirir diferentes tipos de tecnología informática para el trabajo tanto de docentes como de alumnos. Generalmente, encontramos salas de computación y proyectores en las instituciones educativas chilenas, independiente del ámbito socio-cultural donde estén insertas.

Como actualmente las TIC se consideran un factor importante en el quehacer educativo, siendo una herramienta más en el aula, ésta tiene recursos para todas las materias o áreas de estudio, tanto en la pre-básica como en básica, media y superior.

Ejemplos de ellos son los aparatos electrónicos o los software, logrando, estos últimos, ser adquiridos mediante suscripciones a compañías de manera gratuita o no.

1.2.1 EL ESTADO Y LAS TIC

En nuestro país ya es importante incorporar el uso de TIC dentro del aula; el Estado se preocupa de mantener los Planes y Programas de estudio actualizados, tanto en conocimientos como en habilidades, de acuerdo a la realidad que como sociedad estamos viviendo. Por esto, dentro de los Objetivos Fundamentales Transversales (OFT) que el Ministerio de Educación propone en cada programa de estudio, desde la actualización del Marco Curricular en el año 2009, se ha incorporado el OFT *“Tecnologías de la información y la comunicación”* entre otros, tanto para la enseñanza básica como media.

De acuerdo a lo expresado en las Bases Curriculares 2015, el OFT ahora corresponde a Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) en los cuales se establecen metas de carácter comprensivo y general para la educación, que se centran en el desarrollo personal, intelectual, moral y social de los alumnos, además de que el logro de los objetivos depende de la totalidad de elementos que conforman la experiencia escolar.

En los OAT existen diversas dimensiones que se desean desarrollar en los alumnos, presentando además las TIC, donde el propósito general de esta dimensión es proveer a todos los alumnos las herramientas que les permitan manejar el “mundo digital” y desarrollarse en él, utilizando de manera competente y responsable estas tecnologías.

Los Objetivos de Aprendizaje en esta dimensión son:

- Buscar, acceder y procesar información de diversas fuentes virtuales y evaluar su calidad y pertinencia.

- Utilizar TIC que resuelvan las necesidades de información, comunicación, expresión y creación dentro del entorno educativo y social inmediato.
- Utilizar aplicaciones para presentar, representar, analizar y modelar información y situaciones, comunicar ideas y argumentos, comprender y resolver problemas de manera eficiente y efectiva, aprovechando múltiples medios (texto, imagen, audio y vídeo).

En los programas de estudio, en la sección de Orientaciones Didácticas, éstas sugieren el uso de software para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes; así estas tecnologías informáticas permitirán representar nociones abstractas a través de modelos en los que se puede experimentar con ideas matemáticas; también se pueden crear situaciones para que los alumnos exploren características, límites y posibilidades de conceptos, relaciones o procedimientos matemáticos. Los procesadores geométricos, simbólicos y de estadística son laboratorios para investigar relaciones y ponerlas a prueba. Con un procesador simbólico se pueden analizar y entender números grandes o muy pequeños y se puede estudiar el comportamiento de funciones, incluso las de alta complejidad.

Internet ofrece múltiples ambientes con representaciones dinámicas de una gran cantidad de objetos matemáticos. Los procesadores geométricos permiten experimentar con nociones y relaciones de la geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Se trata de un espacio muy atractivo para los estudiantes que los ayudará, en gran medida, a formarse para una vida cada vez más influenciada por la tecnología.

De acuerdo a lo expresado en párrafos anteriores, es muy importante poder desarrollar la enseñanza con la ayuda de alguna tecnología. Entre las diferentes herramientas TIC que existen actualmente encontramos los software, los cuales son programas de cómputo que incluyen datos, procedimientos y

pautas que permiten realizar distintas tareas en un sistema informático, existiendo una gran variedad de ellos de acuerdo a las diferentes disciplinas del conocimiento, por lo que también encontramos software para la educación o software educativo.

Estos programas computacionales desde una mirada general se pueden clasificar en dos, de acuerdo a la funcionalidad que se desarrolle con ellos, por un lado tenemos el software que sirve como apoyo al docente para sus clases y/o lo ayude a reforzar algún contenido con los alumnos, y por otro lado están los destinados principalmente al alumno, los cuales ofrecen un entorno para ellos, donde aprenden por su propia cuenta.

Software en la educación

Cada computador posee diferentes herramientas para trabajar en su entorno informático, siendo los diferentes tipos de software los programas necesarios para que el computador funcione y pueda interactuar con el usuario. De acuerdo a la Real Academia Española (RAE) el software es:

“Conjunto de programas, instrucciones y reglas informáticas para ejecutar ciertas tareas en una computadora.”(RAE, 2016)

Cuando un software es utilizado en el ámbito educativo se le denomina software educativo, ya que sirve como apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de potenciar los contenidos y habilidades cognitivas en los alumnos. Algunos autores lo definen como cualquier programa computacional que apoye el proceso de enseñar, aprender y administrar, o que además está destinado a la enseñanza y el autoaprendizaje del alumno. Las características que tiene este tipo de software son la finalidad (orientado a la enseñanza-aprendizaje), uso del computador, facilidad de uso (reglas generales e intuitivo), interactividad (intercambio de información), cada programa que se

utilice como software educativo dependerá de la finalidad didáctica que se le emplee y de los objetivos que se deseen alcanzar con el uso de él (Vidal M., Gómez F. y Ruiz A., 2010).

El software educativo como medio de enseñanza puede ayudar al profesor en la preparación e implementación de las clases, contribuyendo a una ganancia metodológica y a una racionalización de actividades, además de estimular el pensamiento abstracto, la interactividad, la retroalimentación y la evaluación por parte de los alumnos y el profesor. Una de las finalidades de utilizar el computador es que el alumno adquiera la autonomía sobre su aprendizaje, que sea capaz de orientarse y construir su propio conocimiento mediante la experiencia, así desarrollará una habilidad de independencia y superación continua de sus aprendizajes. (Fernández M., 2010).

Cada tipo de software puede cumplir diferentes funciones de acuerdo al uso que se le dé. Para Marqués P.,(1996), el profesor es el que proporciona la funcionalidad específica de un software, y su efectividad dependerá del uso que él le emplea, además las ventajas que pueda tener el software dependerán de las características del material, la adecuación al contexto educativo al que se aplica y cómo el profesor organiza la utilización del programa. Marqués P., (1996) menciona las siguientes funciones que puede tener un software educativo:

- Función informativa: el contenido proporciona información estructurada.
- Función instructiva: dirigen las actividades en función de respuestas y progresos.
- Función motivadora: por los elementos que tienen para captar la atención de los alumnos.
- Función evaluadora: interactividad inmediata de respuesta y acciones.
- Función investigadora: buscar información, cambiar variables.

- Función expresiva: los estudiantes se expresan y se comunican con el computador y con otros compañeros a través de las actividades de los programas.
- Función metalingüística: aprender lenguajes propios de informática.
- Función lúdica: algunos programas refuerzan su atractivo mediante la inclusión de determinados elementos lúdicos.
- Función innovadora: existe posibilidad de experimentación didáctica e innovación educativa en el aula.

Para utilizar software en las escuelas siempre existe el temor de que éstos sean de paga o conlleven algún precio por su utilización; sin embargo, existe el software libre, el cual no lleva ningún costo adicional ni por su obtención ni por su ejecución, ya que, el software libre es el que respeta la libertad de los usuarios y la comunidad. A grandes rasgos, significa que los usuarios tienen la libertad de ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, modificar y mejorar el software, todo dependiendo del uso que le quieran dar; donde una manera de obtenerlos es mediante su descarga gratuita de internet, generalmente de la página del desarrollador (creador), donde además estos software traen tutoriales o guías para aprender a usarlos.

1.2.2 SOFTWARE LIBRE

Significado y definición del software libre

Cada vez las tecnologías informáticas están más inmersas en la vida cotidiana de las personas, lo que implica mayor tiempo en su uso y mayor gasto en ellas, pues para adquirir tecnologías se requiere consumir una cierta suma de dinero cuando hablamos de aparatos electrónicos y/o programas que se usen en ellos.

Cuando se adquiere algún aparato con tecnología digital, éste trae una serie de programas que facilitan y colaboran en su utilización, desde un visor de imágenes hasta programas más complejos y necesarios como antivirus o lectores y editores de documentos, muchos de éstos bajo ciertas licencias de utilización llamadas licencias privativas (software privativo). Diversas personas utilizan programas sin tener conciencia de lo que esto significa, pero cuando se desea compartir o copiar o cuando presentan algún error y se desea investigar y averiguar cómo solucionarlo, es cuando se llega a las restricciones que dichos programas traen, ya sea por lo requerido por el autor o la corporación que lo creó; así es como se llega a la existencia del software libre.

El software libre según la Free Software Foundation (FSF) es el que proporciona a sus usuarios la libertad de ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, modificar y mejorar el software, es decir, tiene que ver con la libertad en su uso y no con el precio que se debería adquirir por él. El nombre proviene del inglés “free software” que significa “libre software”, por lo que hay que considerarlo como libertad o libre expresión y no considerarlo como algo gratuito, pues la FSF considera cuatro esenciales libertades para los usuarios (Stallman, 2004).

Estas libertades son:

- La libertad de ejecutar el programa como se desea, con cualquier propósito.
- La libertad de estudiar cómo funciona el programa, y cambiarlo para que haga lo que el usuario quiera, esto quiere decir, que se debe tener acceso al código fuente, por lo que es una condición necesaria para ser software libre.
- La libertad de redistribuir copias para ayudar a su prójimo, ya sea de forma gratuita o a cambio de un precio (depende del que distribuye).
- La libertad de distribuir copias de sus versiones modificadas a terceros. Esto le permite ofrecer a toda la comunidad la oportunidad de beneficiarse de las modificaciones.

Existe, actualmente, una gran cantidad de software libres, como el sistema operativo Linux, el cual está bajo la licencia GNU (GNU proviene de un sistema operativo anterior llamado Unix, cuya sigla es un acrónimo recursivo, GNU: Gnu No es Unix) y otros que posiblemente han sido olvidados o desechados por la falta de programadores o comunidades interesadas en mantenerlos. Es importante mencionar que la gran mayoría de software libres son desarrollados por personas de diferentes lugares o países, que mediante internet mantienen contacto para implementar actualizaciones, tutoriales y el interés necesario para ayudarse mutuamente.

Existe una serie de palabras que han sido instaladas para asegurar la comunicación efectiva entre quienes manejan distintos tipos de software, términos que se asocian al software libre. Por ejemplo:

- Freeware: en palabras simples son todos los programas gratuitos que existen, principalmente se obtienen de sitios oficiales y sirven como motores para otras aplicaciones, como lo son los kits de Java.
- Shareware: es un método de distribución gratuita, donde los programas se pueden usar libremente pero con limitaciones, es decir, sólo se pueden utilizar algunas herramientas, por lo que si se desea obtener una versión completa, generalmente esto conlleva un precio para adquirirlo.
- Charityware, Careware: es Shareware, pero el precio se exige para alguna organización caritativa.
- Dominio público: programas que no contienen derechos de autor, lo cual debe estar explicitado en él, además si éste tiene acceso al código fuente, entonces también es software libre.

- Copyleft: es un caso particular del software libre, donde la licencia obliga a que las modificaciones que se le realicen al programa y sus distribuciones también sean libres.
- Propietario, cerrado, no libre: estos son términos que vienen en los programas para denotar que no son libres.

(González, Seoane, y Robles, 2003).

Origen del software libre

El origen del término software libre viene del programador estadounidense Richard Stallman. Todo comenzó cuando se decide a emprender la creación de un sistema operativo que fuera gratis, pues así podría tener los recursos para comenzar a confeccionar un software. Gracias a sus trabajos en el Laboratorio de Inteligencia Artificial (AI Lab) del MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts), consideraba tener las aptitudes necesarias para crear este proyecto, además de crear el interés necesario para que otras personas desearan interesarse y colaborar en él. (Stallman, 2004)

Proyecto GNU, breve historia

A inicios de 1984, Stallman decide dejar su trabajo en AI Lab para dedicarse al proyecto GNU. A pesar de que al inicio necesitó software existentes, la principal preocupación que tenía eran las libertades que tendrían los usuarios de su software. Se preocupaba no sólo de que los que recibieran los programas directo del proyecto GNU tuvieran estas libertades mencionadas anteriormente, sino que cualquier persona las tuviera, independiente de la forma como adquirieran los programas. Fue así como escribió la licencia GPL (General Public License), siendo ésta probablemente la primera licencia en garantizar que un programa sea libre. También fundó la Free Software

Foundation con el fin de poder conseguir fondos para el desarrollo y protección del software libre.

En 1990, con el nacimiento de internet, se proporciona al software libre una mayor cantidad de herramientas básicas para colaborar a distancia con los diversos voluntarios interesados en el proyecto. (González et al, 2003)

Ese mismo año, el sistema operativo GNU ya estaba casi listo pero faltaba sólo un componente llamado “kernel”. Existieron dificultades para la producción de éste, pero al año siguiente afortunadamente, otro kernel estuvo a disposición. Linus Torvalds desarrolló uno que llamó Linux. Gracias a Linux es posible ejecutar una versión del sistema GNU; finalmente se denomina a esta versión como GNU/Linux para explicar su composición, una combinación del sistema GNU con Linux como kernel, que da como resultado un sistema operativo completamente libre. (Stallman, 2004)

En marzo de 1994 apareció la versión 1.0, la primera denominada “estable” y, durante este período, cientos de desarrolladores comienzan a interesarse en Linux, integrando a su alrededor todo el software de GNU, XFree, y muchos otros programas libres. Linux y gran parte de los componentes que se integran alrededor de él se distribuyen con la licencia GPL (González et al, 2003)

Software libre y su uso en la Educación Matemática

Las tecnologías informáticas cada vez son más necesarias en el uso cotidiano de las cosas, lo que implica que en la educación también lo sea; el uso de computadores es algo normal dentro de un establecimiento educacional, tanto para docentes como para alumnos, por lo que utilizar una cantidad variada de recursos adquiere gran importancia debido al incremento de este tipo de tecnología que, año con año, van surgiendo. Ya no es relevante el concepto

popular que se dice “la tecnología es de lo jóvenes”, pues ya es accesible para todo rango de edad, claramente diferenciando el nivel de complejidad en el uso de algunas aplicaciones.

Software libre y educación

Como hemos mencionado anteriormente, la educación no está libre de la tecnología informática, la pregunta ahora es ¿qué tipo de tecnología informática? Esta investigación se basa en la elección de software libre para su utilización en el aula.

Ya se conoce por párrafos anteriores qué significa y cómo surgieron, pero ¿por qué se recomienda para la educación? Existen diferentes motivos para elegir, a la hora de usar un software, que éste sea libre (Rodríguez, 2007). Entre ellas tenemos:

- Precio: Como es bien sabido, el software libre puede ser adquirido de forma gratuita, así tanto docentes como alumnos pueden tener una copia para poder utilizarlo tanto dentro como fuera del aula.
- Licencia: Es importante que en las escuelas no se avale la adquisición de copias ilegales de software por preferir alguna marca en específico, pues en los colegios no sólo se desea tener el programa en un solo computador, y eso significaría adquirir mayores licencias en los software privativos, lo que no ocurre con el software libre, pues su distribución está bajo las libertades por las que se sustenta.
- Puede ser instalado en muchos computadores, pues no tiene restricción de número de copias, por lo que el docente tiene la garantía de que las copias entregadas a los alumnos, o las descargas que ellos realicen desde internet, son completamente legales; además de un apoyo para el

docente en sus planificaciones, pues puede mantener el software de una forma más cercana apoyándose con material extra.

- Experimentación: El software con licencia libre permite y tiene la capacidad de disponer de varias herramientas a la vez, complementarias o capaces de interactuar entre sí, cada una de éstas en apoyo de las otras, por lo que el profesor, si ya no desea trabajar con alguna, tiene la posibilidad de ofrecer a sus alumnos que experimenten buscando diferentes maneras de resolver algún problema.
- Curiosidad: Como el software libre trae acceso a diferentes “herramientas” que pueden potenciar la curiosidad tanto de alumnos como profesor, relativo a cómo funciona el programa dentro del computador, no se necesita ser un experto en informática, ya que se va aprendiendo en la marcha.
- Formación Neutral: La tecnología informática avanza de manera muy rápida, lo que era nuevo en un año al próximo ya no lo es. Todo va sufriendo diferentes cambios y mejorando cada vez más día a día, por lo que los alumnos, en cuanto al conocimiento, están formados de manera general en todas las áreas; así se considera necesario que además los alumnos adquieran conocimiento sobre este tipo de tecnología, específicamente con la utilización de un software para saciar su curiosidad en el caso que la hubiera.
- Valores éticos: Como se ha mencionado anteriormente, para que un software sea libre, debe cumplir ciertas libertades. El alumno, al descubrir estas libertades que debe tener el programa, sin verse en la necesidad de distribuirlo ilegalmente o falsear información, potencia aquellos valores como libertad, solidaridad, conocimiento y

colaboración; todo esto durante su trabajo dentro del aula al manipular un software libre.

Software libre en la educación chilena

En Chile, el incremento del uso de las TIC ha sido de manera exponencial. Existen diferentes organizaciones pro software libre que defienden la adquisición de éste; sin embargo, aún es escaso el conocimiento de parte de los usuarios del país.

Se ha postulado sobre los activistas del software libre en la Región Metropolitana de Chile, cuyas principales conclusiones son:

- Los activistas pro software libre se encuentran relacionados con diversos grupos, cuyo principal interés común es la libertad del conocimiento y su distribución a todos los ámbitos de la sociedad.
- Existe una diferencia entre el activista y el entusiasta del software libre. El activista pasa a cumplir un rol político de acuerdo a que, al momento de usar el software libre, éste lo utiliza como herramienta de cambio social; en cambio el entusiasta sólo utiliza el software libre.
- Los activistas se acercan de manera autodidacta al trabajo con el software libre, siendo ellos mismos los responsables de profundizar sus conocimientos y sobre qué temas se discutirán, todo dependiendo de sus intereses personales, ocupando su tiempo de trabajo en la organización de materiales para transmitir su conocimiento a otros miembros o el público en general.
- La idea de cooperación respecto a la influencia que se desea obtener en los flujos de información en la sociedad, nacen con las publicaciones de Richard Stallman sobre software libre, y se ven reforzadas por Lawrence Lessig y la Licencia Creative Commons (licencia sobre

derechos de autor), lo cual ha ido evolucionando hacia la lucha de los activistas por garantizar el acceso libre y sin restricciones de la cultura y el conocimiento.

- Es importante destacar el proceso que Chile ha tenido con la incorporación de las TIC, desde la creación de una Comisión Constitucional formada por múltiples autoridades públicas en 1999 y la firma de acuerdos con Microsoft en 2007 (Reyes P. y Torres, 2012).

Desde el año 2005, en diferentes países, se realiza el Festival Latinoamericano de Instalación de Software Libre (FLISoL), siendo Chile una de las sedes desde sus inicios, en diferentes ciudades del país. El objetivo principal del festival es acercar a los usuarios a conocer sobre el software libre mediante charlas, talleres, stands, demostración de proyecto de instalación de software libre de forma gratuita a los usuarios, tanto en la instalación de estos como en la participación del festival. Para acceder a mayor información sobre este festival, las consultas se hacen directo de la página oficial del evento en Chile.

- **Software libre para el desarrollo de la matemática en el aula**

De este modo se ha recopilado una cierta cantidad software matemáticos que pueden ser descargados directamente desde internet de forma libre, entre algunos tenemos:

Geometría:

- Dr. GEO (Geometría dinámica e interactiva): Última versión: 16.10a. Sitio web: <http://www.drgeo.eu/home>
- Kseg (Geometría interactiva): <http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html>
- Geomview (Visor de objetos 3D interactivo): Última actualización: marzo 2014, versión 1.9.5. Sitio web: <http://www.geomview.org/>

- PyGeo (Marco para la creación de construcciones geométricas dinámicas, utilizando el lenguaje Python) <http://pw1.netcom.com/~ajs/>
- Geogebra (Geometría interactiva). Última actualización: diciembre 2016, versión 5.0.240.0. Sitio web: www.geogebra.org

Aritmética:

- Kpercentage (Cálculo de porcentajes, aplicación web) Última edición: enero 2015. Sitio web: <http://edu.kde.org/kpercentage/>

Cálculo simbólico y numérico:

- Yacas (Cálculo simbólico) Última versión: 1.6. Sitio web: <http://www.yacas.org/>
- Maxima (Cálculo simbólico) Última actualización: diciembre 2016, versión 5.39.0. Sitio web: <http://maxima.sourceforge.net/download.html>

Fractales:

- Xaos (Visor interactivo de fractales en tiempo real) Última actualización: noviembre 2013, versión 3.6. Sitio web: <http://matek.hu/xaos/doku.php?id=main>

Juegos:

- Tux, of Math Command (tuxmath). (Dispara a las naves espaciales y resuelve operaciones matemáticas). Última actualización: noviembre 2010, versión 1.9.0. Sitio web: <http://tux4kids.alioth.debian.org/tuxmath/index.php>
- MathWar (Resolver operaciones matemáticas) Última versión: 0.2.5. Sitio web: <https://mathwar.uptodown.com/ubuntu>

Estadística:

- PSPP (análisis de datos). Última actualización: julio 2016, versión 0.10.2. Sitio web: <https://www.gnu.org/software/pspp/>

Representación gráfica:

- GNUplot (Funciones y tablas de valores, 2d y 3d). Última actualización: julio 2016, versión 5.0.4. Sitio web: <http://www.gnuplot.info>
- Kmplot (Funciones en 2D) Última actualización: octubre 2009, versión 1.2.0. Sitio web: <http://edu.kde.org/kmplot>

Si observamos el listado anterior, existen varios programas que pueden ayudar en el aprendizaje de las matemáticas, y se cree que existen muchos más de forma libre en internet, simplemente basta buscar por aquel contenido que se desee trabajar y aparecerán software relacionados con lo que se está buscando; hay que agregar que la gran mayoría de estos software se encuentran en el idioma inglés, sin embargo, los comandos y herramientas que traen en su interfaz son accesibles a la hora de comprender su significado.

1.3 CURRÍCULUM NACIONAL

1.3.1 INSTRUMENTOS DEL CURRÍCULUM

El Currículum Nacional ha estado modificado durante los últimos años, debido al gran surgimiento e implementación de las TIC que se están utilizando en la educación.

El currículum se encarga de presentar el conjunto de objetivos y contenidos de aprendizaje, organizado por áreas de conocimiento y actividades, en una secuencia temporal determinada y con cargas horarias definidas para cada una de sus unidades o segmentos. Además, cuenta con diferentes herramientas que ayudan al desarrollo de la educación en los diferentes niveles educativos; estas herramientas son las bases curriculares, programas de estudio y planes de estudio, cada uno orientado a apoyar a los docentes en el trabajo de educar a sus alumnos, además se encuentran los estándares educativos como apoyo a la gestión del establecimiento.

Antes del año 2009 existía el Marco Curricular, el cual organizaba los Objetivos Fundamentales (OF) y los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) establecidos en la Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (LOCE) del año 1990. Luego, en el 2009, según la Ley General de Educación (LGE), se le cambió el nombre a Bases Curriculares, pero no sólo fue un cambio de nombre, sino que se realizó una nueva organización y estructuración del currículum, por lo que estas nuevas Bases Curriculares son el conjunto de Objetivos de Aprendizaje (OA), Conocimientos, Habilidades y Actitudes que deben ser desarrollados por nivel y asignatura del sistema educacional parvulario, básico y medio; así como los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) para el ciclo.

La Cartilla de Orientaciones Técnicas 2015 entregada por el Ministerio de Educación busca apoyar la gestión curricular de los establecimientos educacionales, por lo que entrega información respecto a los instrumentos curriculares existentes y la organización del currículum.

Las Bases Curriculares son el documento que describe los aprendizajes del Currículum Nacional actual, en base a la LGE del 2009 la cual fija los Objetivos Generales de la Educación.

Los Objetivos de Aprendizaje (OA) corresponden a los aprendizajes que los alumnos deben lograr al finalizar los distintos niveles de enseñanza de Educación Básica y Media, organizados por asignatura y nivel, los que hacen referencia a conocimientos, habilidades y actitudes que han sido seleccionadas de modo que permiten el desarrollo integral de los alumnos y su desenvolvimiento en diversos ámbitos.

Los Programas de Estudio definen la organización de los OA determinados en las Bases Curriculares, además entregan orientaciones didácticas que facilitan el proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación de los objetivos de aprendizaje. Cada institución educacional tiene la opción de crear sus propios planes y programas de estudio o adoptar los del Ministerio de Educación (MINEDUC), por lo que debe encargarse de elaborar los planes y programas de las instituciones educativas que no los tengan en base a lo estipulado en las Bases Curriculares. Además, toda iniciativa de modificación del currículum nacional, debe ser elaborada por el Ministerio de Educación y propuesta a una entidad pública externa al Ministerio llamada Consejo Superior de Educación.

Los Planes de Estudio establecen las asignaturas obligatorias y el número mínimo de horas pedagógicas anuales correspondientes a cada una de ellas. Se debe considerar que los planes de estudio son diferentes para aquellos

establecimientos que cuentan con Jornada Escolar Completa (JEC) y para los que no la tienen. No obstante, al igual que en los Programas de Estudio, queda a elección de los establecimientos la distribución semanal del total de horas anuales que este plan constituye, según sus prioridades y proyectos educativos.

Como se ha mencionado en párrafos anteriores, las Bases Curriculares entregan no sólo los objetivos de aprendizaje, sino también las habilidades y actitudes que deben tener los alumnos en cada asignatura y materia. Actualmente el Ministerio tiene vigente las Bases Curriculares 2015 desde 7° a 2° medio, en cada área de especialidad.

En Matemáticas, el MINEDUC procura entregar una ayuda a los docentes, determinando qué habilidades son las necesarias por nivel, para que los alumnos sean capaces de adquirir de mejor manera los aprendizajes en el proceso de éstas; principalmente las habilidades que deben desarrollarse en matemáticas y que son de aplicación transversal son: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Todas ellas se complementan y ayudan a adquirir mayores destrezas en la adquisición de conocimientos. Cada una de estas habilidades busca que el alumno se desarrolle y adquiera los conocimientos entregados por el profesor, de manera que pueda desenvolverse y los utilice de manera transversal en la vida cotidiana.

Las Actitudes promovidas en las Bases Curriculares 2015 derivan de los objetivos de la LGE y de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT). Cada asignatura tiene asociada diferentes actitudes, de las cuales se espera que los alumnos presenten. Las actitudes son objetivos de aprendizaje que se deben desarrollar de forma integrada con los conocimientos y habilidades propios de la asignatura.

Las actitudes a desarrollar en la asignatura de Matemática son las siguientes:

- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

Estas Bases Curriculares actualizadas en el 2015 y que se implementaron a partir del 2016, han mostrado las habilidades y actitudes que, como disciplina, se espera que los alumnos adquieran y desarrollen, las cuales están orientadas de forma general a los alumnos de 7° básico a 2° medio, por lo que, es una vista bastante general. Sin embargo, en ellas también se entrega la relación que existe entre las habilidades y los objetivos de aprendizaje por Eje Temático.

Cabe mencionar que los niveles de 3° y 4° de Enseñanza Media aún se rigen por el Marco Curricular año 2009.

Los planes y programas de estudio definidos anteriormente van siendo actualizados cada cierto tiempo por el MINEDUC, de acuerdo a las bases curriculares que se encuentran disponibles y con la debida aprobación del Consejo Nacional de Educación; actualmente se encuentra la versión 2016 para Primero de Enseñanza Media para implementación año 2017, 2011 para Segundo de Enseñanza Media y para Tercero y Cuarto de Enseñanza Media se encuentra disponible la versión 2015.

1.3.2 EJE DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES

La asignatura de Matemáticas es organizada en cuatro ejes temáticos Números, Álgebra y funciones, Geometría y Probabilidad y estadística, para la Enseñanza Media donde tanto las habilidades como las actitudes mencionadas anteriormente pueden desarrollarse en base a los objetivos de aprendizaje.

En el Eje del Álgebra y funciones, se espera que los estudiantes sean capaces de:

- Comprender la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece.
- Que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre en el contexto de resolver problemas.
- Que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico.
- Que puedan usar metáforas para interiorizarse del concepto de función y cómo utilizarla para manipular, modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como el aumento de ventas en un tiempo determinado.
- Que transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes para resolver problemas y que sean capaces de justificar su proceder

- Que expresen igualdades y desigualdades mediante ecuaciones e inecuaciones y que las apliquen para resolver problemas
- Que comprendan las funciones lineales las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas con ellas.

Este eje pone especial énfasis en que los alumnos sean capaces de reconocer modelos y, a la vez, ampliarlos, además de desarrollar la habilidad de comunicación por medio de expresiones algebraicas. Los aprendizajes en Álgebra y funciones se relacionan fuertemente con el eje de Números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá a los alumnos desarrollar conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores para fortalecer los adquiridos en el ciclo anterior.

En cada curso, cada habilidad y actitud está desarrollada para ayudar y potenciar cada objetivo de aprendizaje, para Primero de Enseñanza media se tiene:

Habilidad: Resolver problemas

Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:

- Simplificar el problema y estimar el resultado.
- Descomponer el problema en sub-problemas más sencillos.
- Buscar patrones.
- Usar herramientas computacionales.
- Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.
- Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.

Habilidad: Argumentar y Comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.
- Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.
- Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados.
- Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.

Habilidad: Modelar

- Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.
- Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen linealmente o afínmente en un intervalo de valores.
- Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.
- Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

Habilidad: Representar

- Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de éstas.
- Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
- Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
- Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

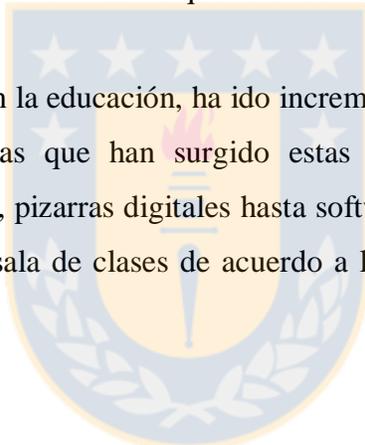


CAPÍTULO II: OBJETIVOS, POBLACIÓN Y MUESTRA

Comprender las matemáticas es una tarea que alumnos y profesores intentan desarrollar, ya sea aprendiendo o enseñando esta disciplina; es bien sabido que esta asignatura es una de las más complicadas para los alumnos, debido al nivel de comprensión y análisis que se necesita en ella, pues se desea desarrollar en los alumnos capacidades y conocimientos que lo lleven a la transferencia de éstos en las demás asignaturas y áreas del conocimiento.

Cada docente adquiere diversas herramientas y estrategias, para interactuar con los alumnos en el momento de abordar un contenido, de acuerdo a su formación académica inicial, además de la experiencia que se adquiere durante la implementación de dichas herramientas, las que le ayudan a verificar lo que está realizando en su trabajo de enseñar.

La utilización de TIC en la educación, ha ido incrementando por el creciente desarrollo de las tecnologías informáticas que han surgido estas últimas décadas, que van desde celulares, computadores, tablet, pizarras digitales hasta software; estos últimos, encargados de apoyar los aprendizajes en la sala de clases de acuerdo a la utilización que el docente desee entregar.



2.1. OBJETIVOS

2.1.1. OBJETIVO GENERAL

Establecer las condiciones y circunstancias en que operan los procesos de enseñanza y aprendizajes en el álgebra escolar y su relación con el uso de software en la asignatura.

2.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar bibliografía acerca de la educación basada en un enfoque constructivista y su aplicación a la matemática, sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje y el uso de las TIC en la asignatura.

- Enumerar un listado de software libres para su utilización en el álgebra
- Revisar los planes y programas de estudio del Ministerio de Educación para la asignatura de Matemática, desde 7° básico a 4° medio
- Elaborar una encuesta que propicie datos acerca del uso de tecnología informática y uso de software en la asignatura de matemática aplicable a los docentes de la comuna de Concepción
- Determinar la postura que adquieren los docentes de la comuna de Concepción respecto al uso de software en el Eje de Álgebra.
- Diseñar actividades para un contenido de Primero de Enseñanza Media, mediante un software libre, el cual se presenta como sugerencia de utilización e implementación en el Eje de Álgebra.

2.2. POBLACIÓN Y MUESTRA

2.2.1. POBLACIÓN

La siguiente investigación se centrará en los Profesores de Matemática, que desarrollan su trabajo docente en los establecimientos educacionales que se encuentran ubicados en la Comuna de Concepción, Provincia de Concepción, Región del Biobío. Dentro de la comuna existe una diversidad de establecimientos que se diferencian por su dependencia, nivel de enseñanza y tipo de enseñanza, de acuerdo a esto y por lo específico de la investigación, ésta estará orientada hacia los Profesores de Matemática que se encuentren en los establecimientos educacionales que cumplan lo siguiente:

- **Dependencia Administrativa:** Municipal, Particular Subvencionado, Particular Pagado y Administración Delegada.
- **Nivel de Enseñanza:** Educación Media
- **Tipo de Enseñanza:** Educación Científico Humanista.

La aplicación de este procedimiento de determinación de muestra permite configurar la población, la cual está constituida por 46 establecimientos educacionales dentro de la comuna de Concepción (MINEDUC, 2015)

A continuación, en la Tabla N°1, se especifica la cantidad de colegios por dependencia de la comuna de Concepción que cumplen los requisitos mencionados anteriormente para efectos de esta investigación.

Tabla N°1: Cantidad de Establecimientos Educativos por Dependencia Administrativa.

DEPENDENCIA	CANTIDAD
MUNICIPAL	16
PARTICULAR PAGADO	9
PARTICULAR SUBVENCIONADO	18
ADMINISTRACIÓN DELEGADA	3
TOTAL	46

2.2.2. MUESTRA

La muestra se obtendrá de los 46 establecimientos educativos mencionados anteriormente; sin embargo, al tener una muestra segmentada por dependencia, el muestreo se basará en uno probabilístico estratificado proporcional, siendo cada dependencia un estrato, para obtener un número representativo de establecimientos educativos a los cuales se deberá aplicar el instrumento de recolección de datos. “*La estratificación aumenta la precisión de la muestra*”. (Sampieri, Fernández y Baptista, 2010, p.181)

Así, en primer lugar, se establece el tamaño poblacional y muestral, siendo:

N : cardinalidad de la población, es decir $N = 46$, y

n_i : cardinalidad de cada dependencia de la muestra.

Tabla N°2: Cantidad de Establecimientos Educativos por Dependencia.

<i>i</i>	DEPENDENCIA	<i>n_i</i>
1	MUNICIPAL	16
2	PARTICULAR PAGADO	9
3	PARTICULAR SUBVENCIONADO	18
4	ADMINISTRACIÓN DELEGADA	3
	N	46

En segundo lugar, se calcula la razón r_i entre el tamaño de la muestra y población,

$$r_i = \frac{n_i}{N}$$

Tabla N°3: Razón de los Establecimientos Educativos por Dependencia, de acuerdo al muestreo estratificado.

<i>i</i>	DEPENDENCIA	<i>n_i</i>	<i>r_i</i>
1	MUNICIPAL	16	0,35
2	PARTICULAR PAGADO	9	0,20
3	PARTICULAR SUBVENCIONADO	18	0,39
4	ADMINISTRACIÓN DELEGADA	3	0,07
	N	46	1

En tercer lugar, se obtiene el producto entre la razón r_i y la cardinalidad n_i de cada dependencia (estrato) de la muestra.

Se definirá M como: $M = r_i \cdot n_i$

Tabla N°4: Establecimientos Educativos por Dependencia, de acuerdo al muestreo estratificado.

<i>i</i>	DEPENDENCIA	<i>n_i</i>	<i>r_i</i>	<i>M</i>
1	MUNICIPAL	16	0,35	6
2	PARTICULAR PAGADO	9	0,20	2
3	PARTICULAR SUBVENCIONADO	18	0,39	7
4	ADMINISTRACIÓN DELEGADA	3	0,07	0
	N	46	1	

En el estrato N°4 el valor de la variable *M* es cero, ya que la cantidad de elementos de él, no sería representativo para la muestra de acuerdo al cálculo realizado, sin embargo, como cada estrato es diferente, se debe considerar al menos un elemento de él para tener un representante de cada uno.

Así tenemos:

Tabla N°5: Establecimientos Educativos por Dependencia, de acuerdo al muestreo estratificado.

<i>i</i>	DEPENDENCIA	<i>n_i</i>	<i>r_i</i>	<i>M_i</i>
1	MUNICIPAL	16	0,35	6
2	PARTICULAR PAGADO	9	0,20	2
3	PARTICULAR SUBVENCIONADO	18	0,39	7
4	ADMINISTRACIÓN DELEGADA	3	0,07	1
	N	46	1	16

Como se está realizando un muestreo estratificado proporcional se pueden repetir los cálculos previamente explicados y obtener una muestra más pequeña que será igual de representativa que la mostrada en la Tabla N°5, lo cual disminuiría la cantidad de establecimientos educativos donde se aplicara el instrumento.

Realizando los cálculos y pasos anteriormente mencionados se obtiene lo siguiente:

Tabla N°6: Cantidad Establecimientos Educativos de Enseñanza Media Científico-Humanista de la comuna de Concepción a encuestar.

<i>i</i>	DEPENDENCIA	n_i	r_i	M_i
1	MUNICIPAL	6	0,38	2
2	PARTICULAR PAGADO	2	0,13	0
3	PARTICULAR SUBVENCIONADO	7	0,44	3
4	ADMINISTRACIÓN DELEGADA	1	0,06	0
	N	16	1	

En los estratos N°2 y N°4 el cálculo realizado da como resultado cero, pero, como se menciona párrafos anteriores, se considerará M_2 y M_4 con valor uno. De esta forma la cantidad de establecimientos educativos a encuestar será la siguiente:

Tabla N° 7: Cantidad de establecimientos educativos por dependencia a encuestar.

<i>i</i>	DEPENDENCIA	n_i
1	MUNICIPAL	2
2	PARTICULAR PAGADO	1
3	PARTICULAR SUBVENCIONADO	3
4	ADMINISTRACIÓN DELEGADA	1
	N	7

SUBMUESTRA ALEATORIA

Ya obtenida la muestra estratificada por dependencia de establecimientos educacionales, se obtiene una muestra aleatoria simple sin repetición de los establecimientos educacionales de cada dependencia, con la ayuda del software Microsoft Excel, el cual permite realizar tareas contables mediante sus funciones en hojas de cálculo, así la muestra aleatoria se realizará de la siguiente manera:

En primer lugar, se tabulan los nombres de cada establecimiento educacional por dependencia y se enumeran de $1, n$ en la hoja de cálculo de Excel; luego, se asigna un número aleatorio a cada establecimiento educacional mediante la función “aleatorio”; finalmente, con la utilización de la función “jerarquía” se establece el muestreo aleatorio.

En la Tabla N°8 se presentan los establecimientos educacionales que fueron seleccionados mediante el muestreo aleatorio, donde serán los Profesores de Matemática que se encuentran en dichos establecimientos a quienes se les aplicará el instrumento.

Tabla N°8: Establecimientos Educacionales de la comuna de Concepción elegidos aleatoriamente.

N°	Establecimiento Educacional	Dependencia
1	Colegio 1	Municipal
2	Colegio 2	Municipal
3	Colegio 3	Particular Pagado
4	Colegio 4	Particular Subvencionado
5	Colegio 5	Particular Subvencionado
6	Colegio 6	Particular Subvencionado
7	Colegio 7	Administración Delegada

MUESTREO DE EXPERTOS

En la investigación cualitativa, el tipo de muestra es generalmente no probabilística, donde la finalidad no es generalizar con valores o términos probabilísticos, sino de lo contrario generar información de acuerdo a los datos recopilados.

La muestra seleccionada en párrafos anteriores se ha realizado de acuerdo a un muestreo estratificada por estratos, para luego realizar un submuestreo simple de los establecimientos educacionales, siendo esto un muestreo probabilístico usado principalmente en investigaciones cualitativas; sin embargo, una vez obtenidos los establecimientos educacionales mencionados en la Tabla N°8, se llega a la muestra "real" que se usará para obtener datos relevantes para la investigación.

La muestra de expertos es necesaria ya que se necesitan a los individuos que son expertos en el tema, o que se desenvuelven en el contexto requerido de la investigación, para obtener opiniones, ideas, experiencias y realidades al respecto. Los expertos que colaboraran con el desarrollo de la investigación, y que se ha mencionado anteriormente, son los Profesores de Matemática que realizan su docencia en establecimientos de la comuna de Concepción, en donde hay cursos desde Séptimo Básico a Cuarto Medio y que imparten una Educación Científico-Humanista.

CAPITULO III: METODOLOGÍA DE TRABAJO

3.1 TIPO DE ESTUDIO

El tema elegido para esta investigación trata acerca del uso de software libre en el álgebra escolar, orientado principalmente a Primero de Enseñanza Media, pues se cree que esta herramienta tecnológica no es tan utilizada y se desea evidenciar su uso real en aula, además de poder identificar las causas y motivos que conllevan a esto.

En capítulos anteriores se ha mencionado lo que el constructivismo significa para la matemática, cómo el alumno construye sus saberes para transferirlos y aplicarlos, y por qué utilizar herramientas tecnológicas para el aprendizaje puede ser un real apoyo al emplear conocimientos adquiridos.

Como se cree que existe poca información sobre el tema por parte de docentes, alumnos y académicos, esta investigación tiene un carácter más bien exploratorio, para evidenciar qué recursos tecnológicos existen actualmente en los establecimientos y si éstos son utilizados en los contenidos de álgebra.

Además, la naturaleza de los datos a recolectar será cualitativa, por lo que el tipo de metodología de trabajo será del mismo tipo, una metodología cualitativa.

3.2 TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE DATOS

En una investigación es importante la recolección de datos para obtener resultados, hacer algunos análisis y generar una síntesis sobre el tema que se esté desarrollando. En el enfoque cualitativo, la obtención de datos se organiza para que éstos se transformen en información, lo que ayudará a concluir sobre lo obtenido y responder a las interrogantes iniciales, generando un nuevo conocimiento al respecto.

En este tipo de investigación se puede recurrir a diversos métodos para la obtención de datos. En base a esto, se utilizarán diferentes instrumentos de recolección, los que serán aplicados en los establecimientos educacionales seleccionados en la muestra mencionada en el Capítulo II.

VARIABLES

En cada investigación, las variables son fundamentales a la hora de aplicar instrumentos de recolección de datos, ya que en base a ellas se formulan las preguntas de lo que se necesite conocer.

La investigación, al ser de carácter exploratorio, será orientada en base a cuatro variables, sin embargo pueden aparecer otras más durante el desarrollo de ésta.

Las cuatro variables son:

- **Formación Académica:** establecer relaciones y/o comparaciones de acuerdo a la formación académica pedagógica de los diferentes profesores que participen de la investigación y evidenciar si éstas presentan cambios o influencias con el uso de las tecnologías informáticas.
- **Dependencia Administrativa:** establecer similitudes o diferencias entre los profesores que se desempeñan en los diferentes tipos de dependencias de establecimientos educacionales, para establecer la real diferencia o similitud de acuerdo al uso de recursos tecnológicos.
- **Realidad del Establecimiento Educacional:** identificar el uso de software que tienen los profesores de matemática en cada establecimiento educacional, obtenido en la muestra, de acuerdo a los recursos, tiempo y colaboración del establecimiento educacional.

- **Utilización de software:** evidenciar, mediante los diferentes instrumentos que se aplicarán, el real uso de las TIC en el sistema educacional chileno, específicamente sobre el uso de software en las clases de matemáticas por parte de los docentes.

3.3 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

CUESTIONARIO

Éste es uno de los instrumentos más utilizados en la recolección de datos en las investigaciones, ya que se realizan preguntas de diferentes estilos según las variables a considerar.

El propósito de este cuestionario es para explorar sobre lo que actualmente se utiliza, tanto en los establecimientos educacionales como lo que cada profesor emplea en sus clases de álgebra, qué es lo que cree y/o piensa respecto a utilizar herramientas tecnológicas y, específicamente, si utiliza o trabaja con la ayuda de algún software en álgebra.

De acuerdo a las variables definidas anteriormente, se confeccionará el cuestionario con la siguiente distribución: 29 preguntas, siendo algunas de ellas cerradas, otras mixtas y sólo una de ellas abierta, destinada a comentarios u opiniones respecto al tema.

La estructura de cuestionario constará de cinco secciones, las cuales serán:

I. Antecedentes Generales: tres preguntas donde se obtendrán datos básicos del encuestado y del establecimiento donde ejerce docencia.

II. Sobre el ejercicio docente: seis preguntas sobre su práctica docente (años de ejercicio, planificación y recursos tecnológicos que usa).

III. Utilización de software: seis preguntas sobre lo que conoce y utiliza de los software en su práctica docente.

IV. Software en el Eje de Álgebra: nueve preguntas respecto a si conoce, utiliza y/o aplica software en las clases de álgebra con los alumnos.

V. Software Libre: cuatro preguntas respecto a si el encuestado ha escuchado o tiene información acerca del software libre y su posible implementación en establecimientos educacionales.

La última pregunta es de estilo abierta, donde quienes respondan podrán dejar comentarios, dudas y consultas sobre el tema en general.

La aplicación del cuestionario se realizará por entrevista personal (Sampieri 2006: 335-336), es decir, será aplicado a cada profesor de manera presencial, para obtener resultados más objetivos sobre la investigación, además de ir creando un diálogo sobre el tema e ir respondiendo dudas que se presenten sobre la investigación.

OBSERVACIÓN

Como se ha mencionado anteriormente, la investigación se basa en una metodología cualitativa, por lo que la observación adquiere gran relevancia dentro de la recolección de datos;

"la observación cualitativa no es sentarse a tomar notas, sino adentrarse en profundidad a la situación y mantener un papel activo, así como una reflexión permanente. Estar atento a los detalles, sucesos, eventos e interacciones". (Sampieri et al, 2010: 411)

El principal propósito de la observación que se realizará en esta investigación será explorar el contexto, las actividades y el ambiente social y humano que hay dentro de los establecimientos educacionales de la comuna de Concepción.

Ésta se realizará durante la "inmersión en el campo", es decir, se tomará nota sobre todos los acontecimientos relevantes que ocurran durante el acercamiento a los establecimientos educacionales, de acuerdo a dos elementos que se consideran importantes al observar, los cuales son:

- Contexto y entorno
- Ambiente social y humano

A pesar de que la observación cualitativa es de carácter inductivo, es decir, no existe una pauta establecida o un formato previo, ya que, "*el formato es el propio juicio del investigador* (Sampieri et al, 2010, p. 412), siendo ésta más libre y cuyas anotaciones se realizan de acuerdo a los acontecimientos que se presenten; se creará una pauta de observación que servirá como guía durante el proceso de observación para tener una mayor organización en la recolección de datos, claramente más flexible de acuerdo a la realidad que se presente en cada visita a los establecimientos.

ENTREVISTA

El principal instrumento considerado para recopilar datos en esta investigación es el cuestionario, el cual se aplicará a los Profesores de Matemática que se desempeñan en Enseñanza Media de colegios Científico-Humanista, sin embargo, previo a esto es necesario realizar breves entrevistas, donde se presentará el tema a tratar y se explicará el motivo de ella.

El propósito de estas entrevistas será crear un acercamiento con el establecimiento educacional, para tener un mayor acceso en cuanto a la aplicación del cuestionario, además de generar una idea previa sobre los recursos que se utilizan dentro del establecimiento.

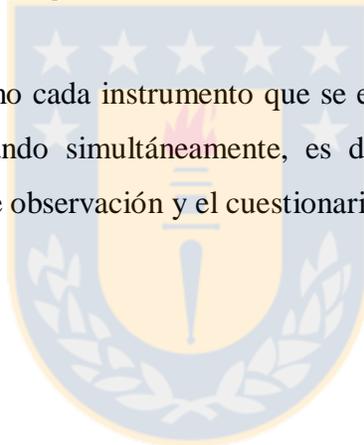
Cada entrevista que se solicitará irá dirigida al Director(a), Jefe(a) de UTP ó Coordinador(a) Académico del establecimiento, quien será el responsable de dar la autorización para aplicar el instrumento a los profesores.

El tipo de entrevista que se utilizará también se encasilla en lo cualitativo.

"la entrevista cualitativa es más íntima, flexible y abierta. Ésta se define como una reunión para intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado)... (...)" (Sampieri et al, 2010, p. 418).

De acuerdo a su propósito, ésta será abierta, teniendo una pauta de preguntas globales que permitirán dirigir la entrevista hacia el tema de interés.

Finalmente, como cada instrumento que se empleará tiene relación directa con el otro, se irán utilizando simultáneamente, es decir, se aplicarán en conjunto la entrevista, el registro de observación y el cuestionario.



CAPITULO IV: RECOLECCIÓN DE DATOS

Como se ha mencionado anteriormente, la recolección de datos es una parte muy importante durante el desarrollo de una investigación, ya que proporciona las herramientas necesarias para realizar diferentes análisis y conclusiones al respecto, pudiendo dar respuesta o solución a las interrogantes que generan este proceso.

En la investigación cualitativa existen diferentes indagaciones para recolectar datos, pues *"es el propio investigador quien mediante diferentes tipos de técnicas recoge los datos"*. (Sampieri et al, 2010, p. 409)

En el capítulo anterior se ha mencionado la aplicación de tres instrumentos distintos, que se encuentran relacionados entre ellos, y han sido aplicados de manera simultánea. Dichos instrumentos se encuentran en los anexos 1, 2 y 3 de esta investigación.

A continuación se presentarán los datos obtenidos por dichos instrumento.

4.1. ENTREVISTA

La entrevista fue el primer instrumento en ser aplicado, pues generó el primer contacto con el establecimiento educacional. Con el transcurso de éstas, hubo establecimientos educacionales que decidieron no dar respuesta a la solicitud de entrevista, por lo que fue necesario modificar la muestra y seleccionar aleatoriamente nuevos establecimientos educacionales en su reemplazo. Este hecho no afectó los datos obtenidos y se detallan en la siguiente tabla.

Tabla N°9: Establecimientos Educativos de la comuna de Concepción a los cuales se aplicó instrumentos.

	Establecimiento Educativo	Cargo
1	Colegio 1	Jefe(a) de UTP
2	Colegio 2	Director(a)
3	Colegio 3	Director(a)
4	Colegio 4	Jefe(a) de UTP
5	Colegio 5	Director(a) Académico
6	Colegio 6	Jefe(a) de UTP
7	Colegio 7	Jefe(a) de UTP

La tabla anteriormente expuesta señala las personas con las que se realizó el primer acercamiento con el establecimiento, principalmente son a quienes se les presentó el tema de la investigación y se aplicó la entrevista para dar comienzo al proceso de la recolección de datos. Sin embargo, es importante mencionar que en cada establecimiento fueron diferentes administrativos con quienes se realizó el primer encuentro: secretaria, recepcionista y/o portero, por nombrar algunos de ellos, quienes generaron el nexo para contactar a quien sería la persona encargada de aceptar la recolección de información y dar la autorización para aplicar los debidos instrumentos.

4.2. CUESTIONARIO

Como el cuestionario es el principal recolector de datos de esta investigación, siendo principalmente voluntario y anónimo, a continuación se detallará la cantidad de participantes por Establecimiento Educativo que colaboraron y respondieron.

Fue aplicado a los Profesores de Matemática que realizan clases entre los niveles de 7° Básico y 4° de Enseñanza Media en establecimientos educativos tipo Científico-Humanista, obtenido del muestreo especificado en el Capítulo II.

La cantidad de Profesores de Matemática que colaboraron con la investigación corresponde a un 67%.

Tabla N°10: Cantidad de Profesores de Matemática que contestaron el cuestionario.

	Establecimiento Educativo	N° de Profesores del Establecimiento	Total Contestadas
1	Colegio 1	4	2
2	Colegio 2	1	1
3	Colegio 3	1	1
4	Colegio 4	2	2
5	Colegio 5	4	2
6	Colegio 6	4	2
7	Colegio 7	8	6
	TOTAL	24	16

A pesar de que existía la autorización para aplicar el instrumento por parte de los directivos, eran los profesores quienes libremente tenían la decisión de colaborar al tratarse de un cuestionario anónimo y voluntario.

En total, ocho profesores se abstuvieron de colaborar en la investigación.

4.3. OBSERVACIÓN

Durante el proceso de observación es importante no emitir juicios sobre acontecimientos o situaciones que se presenten, por lo que la objetividad es muy importante durante el desarrollo de este proceso. A continuación se presentará el resumen de observación de los establecimientos educacionales que colaboraron tanto con la entrevista como con el cuestionario.

- **Descripción general del contexto y entorno que se vive en los establecimientos educacionales.**

En todos los establecimientos de la muestra se observó una adecuada infraestructura para que los alumnos puedan desarrollar sus actividades, tanto académica como extracurricular, de acuerdo a lo que cada establecimiento ofrece.

Los espacios físicos son amplios de acuerdo a la cantidad de alumnos por establecimiento.

- **Descripción general del ambiente social en el establecimiento educacional**

En cada establecimiento educacional el recibimiento por parte de los administrativos fue amable, con disponibilidad y colaboración para contactar a los directivos, solicitando reuniones para recibirnos.

Los profesores que contestaron el cuestionario se mostraron interesados en el tema, solicitando los resultados futuros de esta investigación.

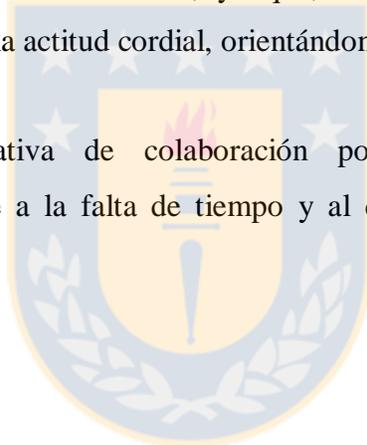
Se decidió no insistir con los profesores que negaron su participación, pues el cuestionario era de carácter voluntario y anónimo.

En algunos colegios, la recepción negativa fue principalmente por no obtener respuesta a la petición de aplicar los instrumentos, esto se refiere a que, a pesar de haber obtenido los contactos con los directivos, no se recibió autorización o respuesta al respecto, optando por elegir aleatoriamente nuevos establecimientos educacionales para la muestra.

- **Impresiones generales**

Es importante destacar la recepción que hubo en cada establecimiento para dar comienzo a la recolección de datos, ya que, en primer lugar, cada secretaria o recepcionista mostró una actitud cordial, orientándonos en contactar a los directivos.

Sobre la negativa de colaboración por parte de algunos docentes, principalmente se debe a la falta de tiempo y al desinterés respecto al trabajo con software.



CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez recopilado los datos se desarrolla el proceso de análisis, para obtener información que pueda ayudar a responder las preguntas de investigación.

El principal objetivo del análisis de los datos, en la metodología cualitativa de investigación, es obtener información para que ésta se convierta en conocimiento y así poder obtener síntesis y conclusiones sobre el tema de investigación; se sabe que es el investigador quien se encarga de recopilar y propiciar los datos más relevantes para ella, por lo que en el momento del análisis de estos datos, en primer lugar, se realiza una organización de ellos mediante esquemas y/o gráficos, para luego realizar comparaciones y obtener interpretaciones de los datos.

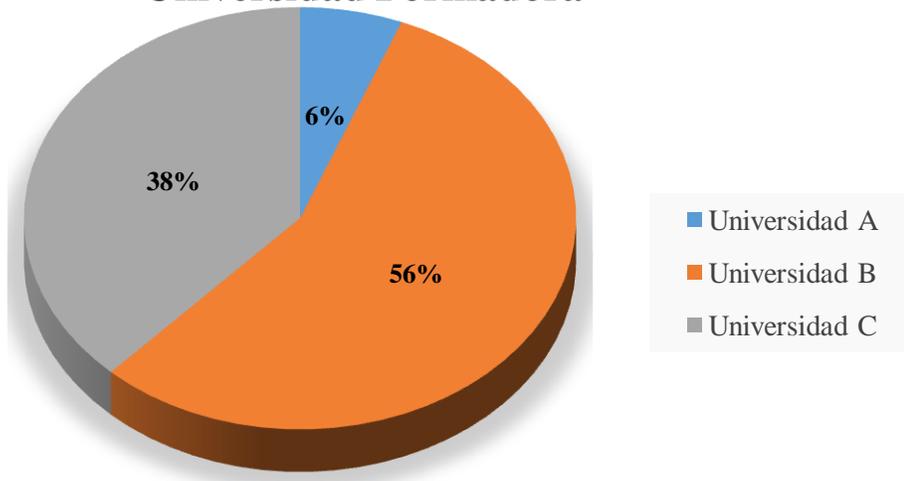
Como la muestra obtenida está organizada en estratos, se realizará una organización en base a diferentes variables o unidades por estratos, obtenida de la aplicación del instrumento en los diferentes establecimientos educacionales; luego se harán comparaciones entre ellas para obtener categorías que se interpretarán para obtener conclusiones al respecto.

5.1. ORGANIZACIÓN Y COMPARACIÓN POR UNIVERSIDAD

Los profesores realizan su formación académica en diferentes universidades, por lo que adquieren leves diferencias en ella, principalmente por las asignaturas que presenta la malla curricular de dicha universidad. En el instrumento aplicado a los docentes de la muestra, se obtienen tres diferentes universidades formadoras de donde provienen los profesores las cuales son: Universidad Estatal (A), Universidad Privada con Subvención del Estado (B) Universidad Privada (C).

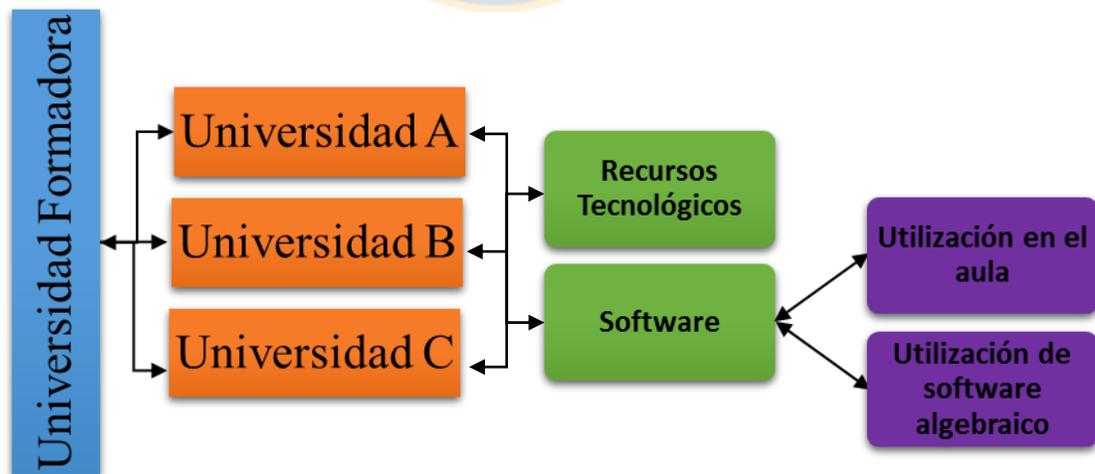
El siguiente gráfico presenta la cantidad de profesores que participaron en el cuestionario y que provienen de las tres universidades formadoras mencionadas anteriormente.

Gráfico N°1: Cantidad de profesores por Universidad Formadora



Una vez identificada la cantidad de profesores de acuerdo a la universidad encargada de su formación docente, se presenta en el siguiente esquema la organización de las variables a comparar por universidad.

ESQUEMA N°1: esquema de organización en relación con la universidad de procedencia.



Cada variable considerada en el esquema anterior se encuentra presentada, con los datos correspondientes, en el siguiente cuadro comparativo para una mayor interpretación de cada uno.

CUADRO N°1: Cuadro comparativo por universidad de formación

	UNIVERSIDAD		
	Universidad A	Universidad B	Universidad C
Cantidad de Profesores	38% del total	56% del total	6% del total
Recursos Tecnológicos que utilizan en el aula	<ul style="list-style-type: none"> • 100% utiliza computador • 83% Proyector • 33% Pizarra Digital 	<ul style="list-style-type: none"> • 100% utiliza computador • 100% Proyector • 11% Tablet 	<ul style="list-style-type: none"> • 100% utiliza computador • 100% Proyector
Utilización de software en el aula	83% lo utiliza	100% lo utiliza	100% lo utiliza
Utilización de un software en álgebra	100% lo utiliza casi nunca o no lo utiliza	22% utiliza frecuentemente 77% lo utiliza casi nunca o no lo utiliza	100% lo utiliza casi nunca

Haciendo un breve análisis, se observa que, independiente de la casa de estudio de la cual egresaron los profesores encuestados y a pesar de que utilizan recursos tecnológicos, éstos no consideran software en álgebra como apoyo en sus clases.

- **Organización y comparación de la Universidad A**

De acuerdo al Gráfico N°1, la cantidad de profesores que colaboraron en la investigación y que provienen de la Universidad A corresponde al 6% del total de la muestra, lo que significa que del total de profesores, sólo es “uno” el que pertenece a dicha institución universitaria, por lo que no se puede realizar una comparación entre docentes que tienen la misma formación académica; sin embargo, se consideran las siguientes variables para dejar en claro las respuestas y opiniones de este docente.

CUADRO N°2: Presentación de las respuestas de un docente en base a las siguientes variables.

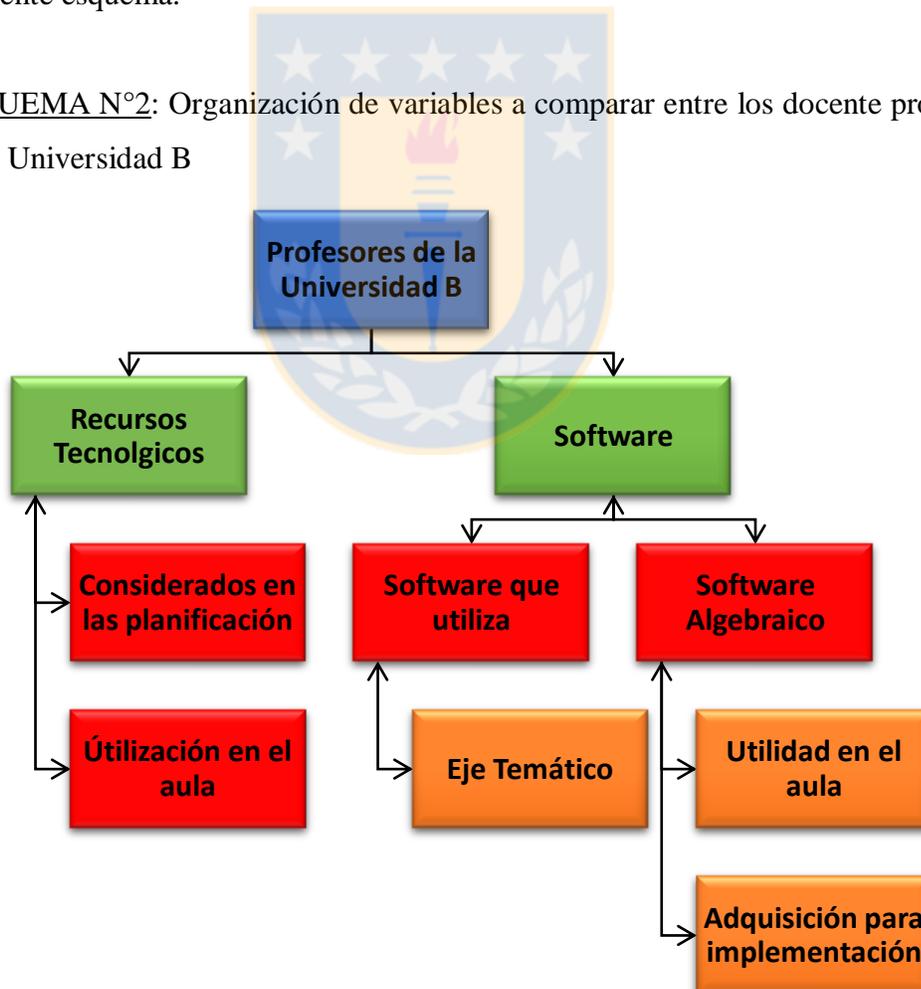
Universidad A	
Considera Recursos Tecnológicos en las Planificaciones	Sí
Recursos Tecnológicos que utiliza	Computador y proyector
Utiliza Software en el ejercicio docente	Algunas veces
Software que utiliza	Geogebra
Eje temático donde utiliza software	Álgebra, Estadística y Probabilidad
Utilización de software algebraico	Ocasionalmente
Utilidad del software algebraico en el aula	Visualización y comprensión de conceptos
Razón para utilizar software algebraico	Motivación
Aspectos para considerar software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • Contenidos a tratar • Manipulación del estudiante • Diseño gráfico (interfaz) • Manipulación del profesor

Este docente que provienen de la Universidad A, al igual que los docentes anteriores, utiliza recursos tecnológicos como el computador y el proyector, los cuales son considerados en las planificaciones además del uso del software geométrico Geogebra como apoyo en el ejercicio docente y en aula.

- **Organización y comparación de la Universidad B**

De acuerdo al Grafico N°1, los docentes que participaron y contestaron la encuesta y que provienen de la Universidad B corresponden al 56% del total de la muestra, lo cual es independiente de la dependencia administrativa donde ejercen; las variables que se utilizan para organizar y comparar, y las herramientas tecnológicas que utilizan los profesores provenientes de esta universidad, se encuentran representadas en el siguiente esquema.

ESQUEMA N°2: Organización de variables a comparar entre los docente provenientes de la Universidad B



En el siguiente cuadro se presentan los datos obtenidos en base a las variables definidas en el esquema anterior.

CUADRO N°3: Comparación entre docentes que provienen de la Universidad B como universidad formadora.

Universidad B	
Considera Recursos Tecnológicos en las Planificaciones	<ul style="list-style-type: none"> • 88% Sí • 11% No
Recursos Tecnológicos que utiliza	<ul style="list-style-type: none"> • 100% Computador • 100% Proyector • 11% Tablet
Utiliza Software en el ejercicio docente	<ul style="list-style-type: none"> • 56% Sí • 44% Algunas veces
Software que utiliza	<ul style="list-style-type: none"> • 100% Geogebra • 22% Cabri • 22% Graphmatica
Eje temático donde utiliza software	<ul style="list-style-type: none"> • 100% Geometría • 67% Álgebra • 33% Estadística y Probabilidad
Utilización de software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 22% Frecuentemente • 44% Ocasionalmente • 33% Nunca

Utilidad del software algebraico en el aula	<ul style="list-style-type: none"> • 67% visualización y comprensión de conceptos • 11% no es relevante • 11% desconoce software algebraico • 11% no sabe/no responde
Razón para utilizar software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 44% Motivación • 56% Aplicar contenidos
Aspectos para considerar software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 78% Contenidos a tratar • 67% Manipulación del estudiante • 56% Diseño Gráfico (interfaz) • 44% Manipulación del profesor • 22% Costo de Adquisición

Realizando una breve interpretación de los datos recolectados, se puede apreciar que el 88% de los profesores de matemática que se formaron como docentes en la Universidad B consideran los recursos tecnológicos en sus planificaciones, además de utilizar principalmente un computador y un proyector dentro del aula, lo que ha de suponer que cada profesor ha ido actualizando sus recursos a la hora de planificar, pues los años de experiencia en la docencia es diversa en estos profesores, el 44% tiene menos de 5 años de experiencia laboral, el 33% de los profesores tienen entre 5 y 10 años de experiencia, y el resto entre 10 y 30 años de experiencia que corresponde al 22%.

Es necesario destacar el uso del software geométrico Geogebra, ya que todos los profesores lo utilizan y, como se puede observar en el cuadro, los tres software que ellos utilizan son geométricos, independiente del eje temático en que se encuentren trabajando. Por último, el uso de software algebraico es muy escaso, pues el 77% a lo

más lo utiliza ocasionalmente, sin embargo, consideran a éstos para la aplicación de contenidos y motivación en los alumnos.

- **Organización y comparación de la Universidad C**

Los docentes que egresaron de esta universidad formadora y que participaron de la investigación corresponden al 38% del total de la muestra.

El siguiente esquema presenta las variables a comparar.

ESQUEMA N°3: Organización de variables a comparar entre los docente provenientes de la Universidad C



CUADRO N°4: Comparación entre docentes que provienen de la Universidad C como universidad formadora

Universidad C	
Considera Recursos Tecnológicos en las Planificaciones	<ul style="list-style-type: none"> • 67% Sí • 33% No
Recursos Tecnológicos que utiliza	<ul style="list-style-type: none"> • 100% Computador • 83% Proyector • 13% Pizarra Digital
Utiliza Software en el ejercicio docente	<ul style="list-style-type: none"> • 67% Sí • 16% Algunas veces • 16% No
Software que utiliza	<ul style="list-style-type: none"> • 83% Geogebra • 33% Cabri • 17% Graphmatica • 33% Derive • 17% Excel • 17% Matlab • 17% No utiliza software
Eje temático donde utiliza software	<ul style="list-style-type: none"> • 83% Geometría • 33% Álgebra • 67% Estadística y Probabilidad • 17% No utiliza Software
Utilización de software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 50% Ocasionalmente • 50% Nunca

Utilidad del software algebraico en el aula	<ul style="list-style-type: none"> • 50% visualización y comprensión de conceptos • 33% clase más interactiva • 17% no es relevante
Razón para utilizar software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 33% Motivación • 50% Aplicar contenidos • 17% No sabe/no responde
Aspectos para considerar software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 50% Contenidos a tratar • 50% Manipulación del estudiante • 50% Diseño Gráfico (interfaz) • 50% Manipulación del profesor • 17% Costo de Adquisición

Se puede apreciar que el 67% de los profesores de matemática que se formaron en la Universidad C consideran los recursos tecnológicos en sus planificaciones, además de utilizar principalmente un computador y un proyector dentro del aula, y en algunos casos pizarra digitales; lo que se puede suponer es que, debido a la formación docente y los recursos con los que cuenta el establecimiento, estos entran en contraste, pues los años de experiencia en la docencia de los profesores provenientes de esta universidad corresponde lo siguiente: el 50% posee menos de 5 años de experiencia laboral y el otro 50% de los profesores posee entre 5 y 10 años de experiencia.

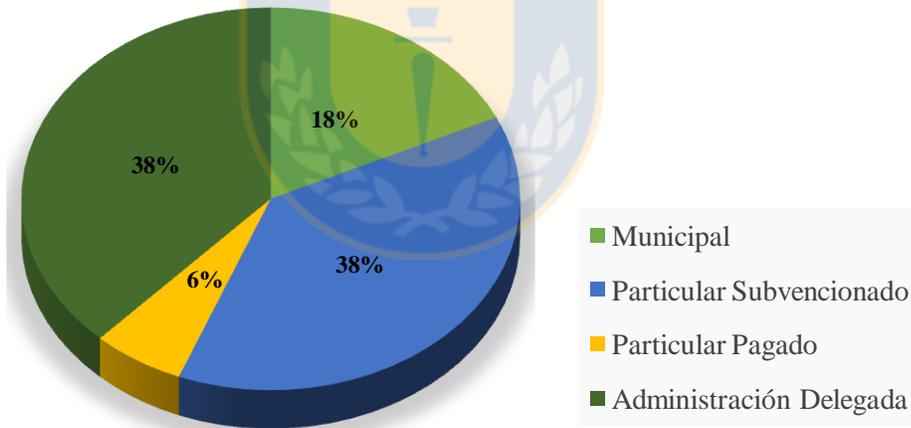
Es necesario destacar el uso del software geométrico Geogebra, ya que el 83% de ellos lo utiliza, y, como se puede observar en el cuadro, existe una gran variedad de software mencionados que son las preferencias de utilización de estos docentes. Por último, la utilización de software algebraico es muy escasa, pues el 100% de estos profesionales a lo más lo utiliza ocasionalmente; sin embargo, consideran que pueden utilizarse para la aplicación de contenidos y motivación en los alumnos.

5.2. ORGANIZACIÓN Y COMPARACIÓN POR DEPENDENCIA ADMINISTRATIVA.

La muestra obtenida se obtuvo de la estratificación por dependencia de los establecimientos educacionales de la comuna de Concepción, mediante una muestra aleatoria de ellos, por lo que el nivel de recursos o la implementación que presenta cada establecimiento puede variar o ser similar. Los tipos de dependencia que hay dentro de la comuna son cuatro: Municipal, Particular Subvencionado, Particular Pagado y Administración Delegada.

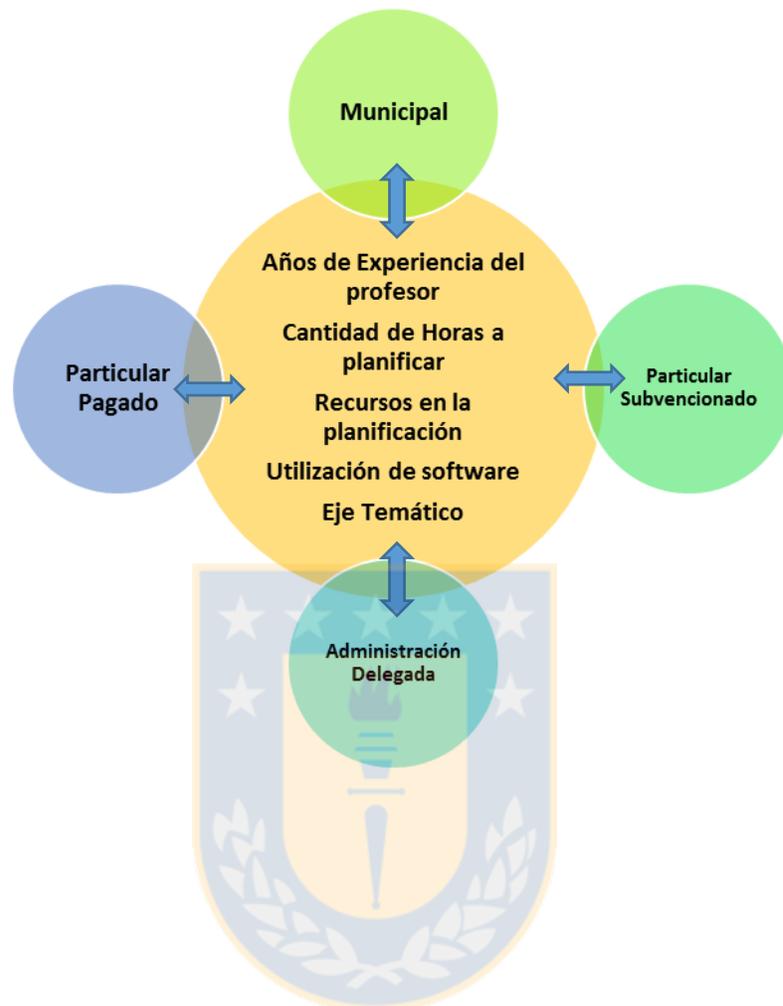
En el siguiente gráfico se presenta la cantidad de profesores que colaboraron en el cuestionario, por dependencia administrativa.

Gráfico N°2: Cantidad de Profesores, que colaborarán por Dependencia Administrativa



A continuación se presenta el esquema que guiará la comparación por dependencia de los datos obtenidos del instrumento aplicado a los Profesores de Matemática.

ESQUEMA N°4: Organización por dependencia administrativa



El esquema expuesto anteriormente presenta una relación sobre lo que se contrastará por dependencia en el cuadro comparativo presentado a continuación.

CUADRO N°5: Cuadro comparativo por dependencia.

	DEPENDENCIA			
	MUNICIPAL	P. SUBVENCIONADO	P. PAGADO	ADMINISTRACIÓN DELEGADA
Cantidad de Profesores	<ul style="list-style-type: none"> • 18% del total 	<ul style="list-style-type: none"> • 38% del total 	<ul style="list-style-type: none"> • 6% del total 	<ul style="list-style-type: none"> • 38% del total
Años de ejercicio Docente	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: menos de 5 • 33%: entre 10 y 20 	<ul style="list-style-type: none"> • 33%: menos de 5 • 50%: entre 5 y 10 • 17%: entre 20 y 30 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: menos de 5 	<ul style="list-style-type: none"> • 50%: menos de 5 • 50%: entre 5 y 10
Horas de planificación	<ul style="list-style-type: none"> • 33%: menos de 2 • 33%: entre 4 y 5 • 33%: entre 6 y 7 	<ul style="list-style-type: none"> • 50%: entre 2 y 3 • 17%: entre 4 y 5 • 17%: entre 6 y 7 • 17%: más de 8 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: entre 4 y 5 	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: entre 2 y 3 • 33%: entre 6 y 7
Recursos tecnológicos en la planificación	<ul style="list-style-type: none"> • 100% sí 	<ul style="list-style-type: none"> • 83%: Sí • 17%: No 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: Sí 	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: Sí • 33%: No •

Utilización de software dentro del aula	<ul style="list-style-type: none"> • 33%: Sí • 67%: Algunas veces 	<ul style="list-style-type: none"> • 50%: Sí • 33%: Algunas veces • 17%: No 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: Sí 	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: Sí • 33%: Algunas veces
Eje Temático	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: Álgebra • 100% Geometría • 33%: Datos y Azar 	<ul style="list-style-type: none"> • 50%: Álgebra • 83%: Geometría • 33%: Datos y Azar 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: Geometría • 100%: Datos y Azar 	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: Álgebra • 83%: Geometría • 67%: Datos y Azar
Utilización de software en álgebra	<ul style="list-style-type: none"> • 33%: frecuentemente • 33%: ocasionalmente • 33%: nunca 	<ul style="list-style-type: none"> • 50%: ocasionalmente • 50%: nunca 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: ocasionalmente 	<ul style="list-style-type: none"> • 17%: frecuentemente • 50%: ocasionalmente • 33%: nunca
Salas apropiadas	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: sí 	<ul style="list-style-type: none"> • 67%: Sí • 33%: No 	<ul style="list-style-type: none"> • 100%: no sabe/no responde 	<ul style="list-style-type: none"> • 33%: Sí • 50%: No • 17%: No sabe/no responde

Realizando un breve análisis de este cuadro comparativo, se puede observar que los establecimientos educacionales en los que se encuentra la mayor cantidad de Profesores de Matemática, corresponden a Particulares Subvencionados y de Administración Delegada. Además, en estos establecimientos es donde los docentes mencionan dedicar entre dos y tres horas para planificar; es importante mencionar esto ya que el 44% de los docentes de la muestra dedica esa cantidad de horas para la planificación.

También es importante destacar que alrededor del 80% de los profesores, distribuidos en las diferentes dependencias administrativas, incluye los recursos tecnológicos en las planificaciones. A su vez, estos los utilizan dentro del aula.

Uno de los puntos más relevante para esta investigación es el siguiente:

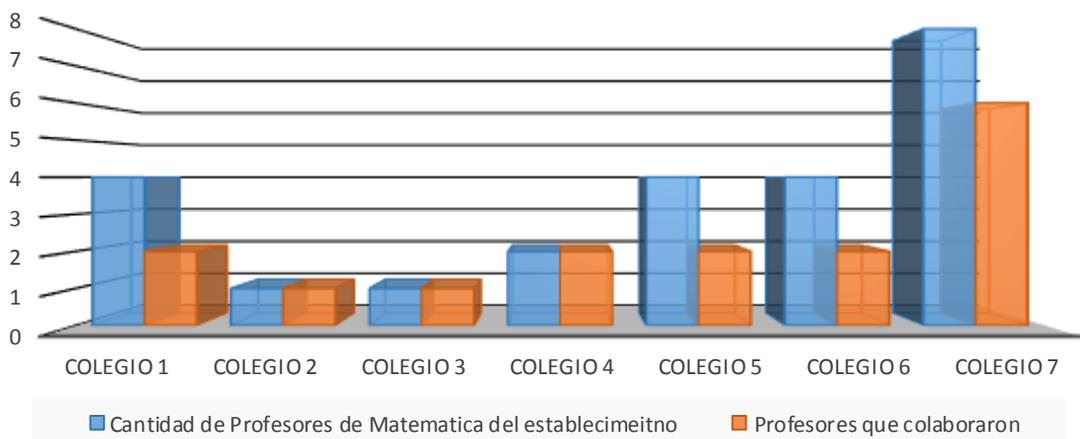
El 88% de los profesores, distribuidos en las diferentes dependencias, utiliza software en el Eje de Geometría, el 50% en el Eje de Datos y Azar y el 56% en el Eje de Álgebra. Este último, que es el más relevante, señala que efectivamente los docentes están utilizando software como apoyo en el aula; sin embargo, lo que principalmente utilizan son software geométricos como apoyo para representar curvas y gráficos.

5.3. ORGANIZACIÓN Y COMPARACIÓN POR ESTABLECIMIENTO EDUCACIONAL

A continuación se realizará un análisis a cada establecimiento educacional, para identificar similitudes y/o comparaciones entre cada docente.

En el siguiente gráfico se presenta la cantidad de profesores que participaron y colaboraron por establecimiento educacional en el cuestionario, además se agrega la cantidad total de profesores de matemática que hay en el establecimiento, cada uno de estos profesores realizan clases de matemática entre los niveles educativos de 7° Básico a IV° Enseñanza Media.

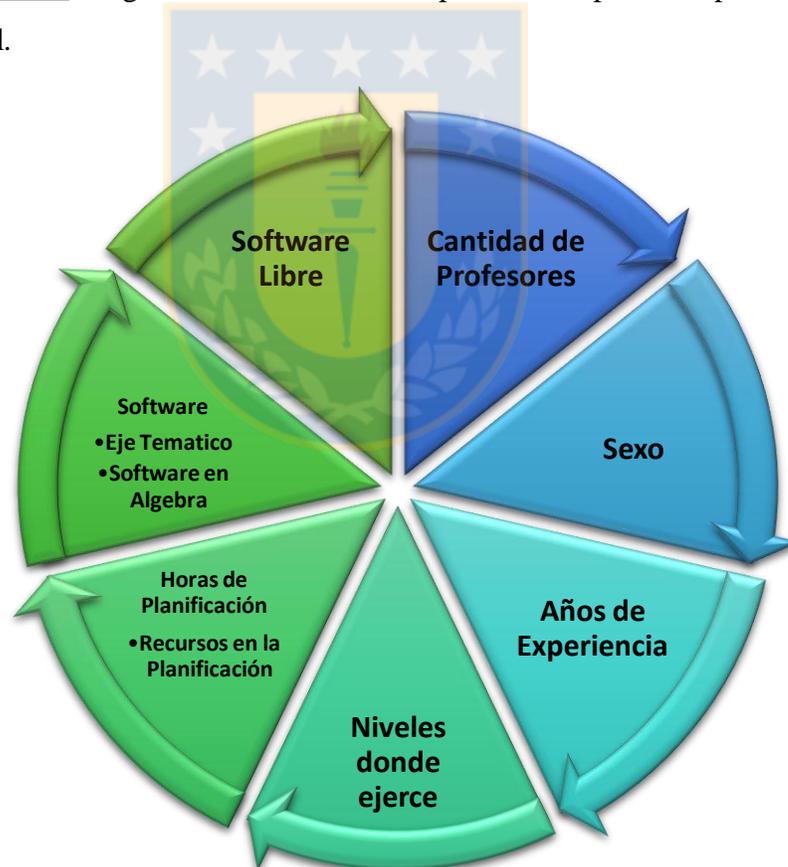
Gráfico N°3 : Cantidad de Profesores de Matemática por Establecimiento Educacional



Como se observa en el Gráfico N°3, y como también se ha mencionado en capítulos anteriores, no todos los profesores de cada establecimiento decidieron participar y colaborar con la investigación, por lo que las siguientes comparaciones sólo contemplan las respuestas y opiniones de aquellos que sí lo hicieron.

En el siguiente esquema se presenta la organización de las variables consideradas a comparar en cada establecimiento educacional, independiente de la universidad de procedencia y la formación docente de cada profesor.

ESQUEMA N°5: Organización de variables para la comparación por establecimiento educacional.



5.3.1. Colegio 1:

De un total de 4 profesores de matemática, dos de ellos acceden a participar de la encuesta. Ambas son mujeres, con menos de cinco años de ejercicio docente, que trabajan con alumnos desde 7° básico hasta 2° medio.

Difieren en la cantidad de horas destinadas a planificar; una de ellas dedica menos de dos horas, mientras que la otra dedica entre 4 a 5 horas semanales.

Dentro de sus clases en aula, utilizan computador y proyector como recurso de apoyo; donde, de vez en cuando, recurren al uso de software en el eje de Geometría y Datos y Azar. Respecto al eje de Álgebra, afirman no utilizar software, pero opinan que se hace necesario para la visualización y comprensión de conceptos por parte de los alumnos.

En lo referido a los aspectos que debería tener un software para la educación en álgebra, ambas consideran que el contenido y el diseño gráfico son características importantes a tener en cuenta al momento de elegir un software. Mientras que le asignan el éxito de éste, en el proceso de enseñanza, exclusivamente al estilo de enseñanza del profesor.

Con todo esto, las docentes afirman que estarían dispuestas a incluir dentro de sus planificaciones un software para álgebra, ya que el establecimiento cuenta con una sala de computación acondicionada para realizar una clase, en la que cada estudiante pueda trabajar y manipular el programa.

Respecto al software libre, una de las profesoras señaló desconocimiento, pero ambas se mostraron interesadas tanto en conocer como en incluir un software de este tipo en sus clases, además señalaron que el colegio probablemente apoyaría la adquisición, capacitando a sus docentes.

5.3.2 Colegio 2:

Cuenta sólo con un profesor de matemática, el cual accede a participar de la encuesta. Lleva entre 10 y 20 años de ejercicio docente, realiza clases a alumnos de 1° medio a 4° medio y destina entre 6 y 7 horas semanales a planificar.

Dentro de sus clases en aula, como recurso de apoyo, recurre al uso de computador y proyector; señala además que utiliza software tales como Geogebra y Cabri en el eje de Álgebra y Geometría, lo cual ayuda a sus alumnos en la visualización y comprensión de conceptos, motivándolos a trabajar.

Considera que el contenido, el diseño y la manipulación del software por parte del profesor son importantes a la hora de implementarlo, y atribuye el éxito de éste a las características, a la disposición que muestre el alumno y al estilo de enseñanza que utilice el docente. Señala además que el colegio cuenta con una sala de computación acondicionada para realizar una clase, en la que cada estudiante pueda trabajar utilizando un software.

Respecto al software libre, el profesor hace saber que no tiene conocimiento alguno, pero muestra gran interés respecto al tema y solicita toda la información que podamos proporcionar.

“Hoy día nuestros alumnos nacen conectados a un mundo digital, por lo cual se hace necesario interactuar con herramientas tecnológicas que le permitan complementar el desarrollo del currículum con el uso de las TIC o software más específicos como un modo de motivarlos al logro de aprendizajes efectivos.”

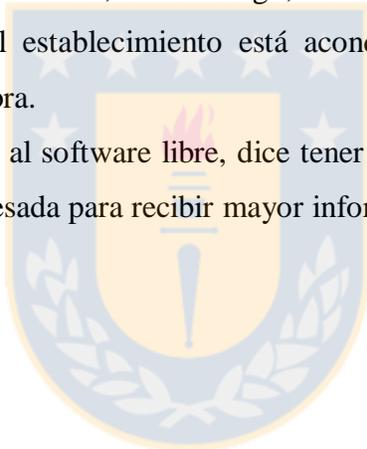
5.3.3 Colegio 3

Este colegio cuenta sólo con una profesora de la asignatura, quien decide participar de la encuesta. Declara tener menos de cinco años de ejercicio docente, trabajando con alumnos desde 7° básico hasta 4° medio y, en lo referido a planificación, dedica entre 4 y 5 horas semanalmente.

Dentro de sus clases en aula utiliza el computador como recurso de apoyo, recurriendo al uso de software tales como Geogebra, Graphmatica y Cabri en los ejes de Geometría y Datos y Azar. Respecto al eje de Álgebra, informa que casi nunca utiliza software como apoyo visual.

Señala que tanto el contenido como el diseño de un software son importantes a la hora de elegirlo y el éxito de éste dependería sólo del tiempo de aplicación en el aula; sin embargo, no tiene conocimiento de si la sala de computación del establecimiento está acondicionada para realizar una clase práctica de álgebra.

Respecto al software libre, dice tener conocimiento sobre lo que trata y se muestra interesada para recibir mayor información al respecto.



5.3.4 Colegio 4:

Cuenta con dos profesores de la asignatura y ambos deciden participar de la encuesta. Uno de ellos lleva entre 5 y 10 años de ejercicio docente, mientras que el otro lleva entre 20 y 30 años, realizando sus clases con alumnos desde 1° a 4° medio. Difieren en la cantidad de horas que destinan a planificar, uno de ellos emplea entre 4 y 5 horas semanalmente, mientras que el otro dedica más de 8 horas.

Dentro de sus clases en aula, ambos utilizan computador y proyector como recursos tecnológicos, acudiendo al uso de software en los ejes de Álgebra, Geometría y Datos y Azar. En lo referido específicamente al eje de Álgebra, señalan que sólo en ocasiones utilizan software, lo que les ayuda a hacer una clase más interactiva y que los estudiantes logren una mejor visualización y comprensión de conceptos.

A la hora de escoger un software para utilizarlo en la enseñanza del álgebra, uno de ellos le daría importancia al costo de adquisición y al diseño gráfico, mientras que el otro centraría la importancia en la facilidad que tuviera la manipulación de de los estudiantes del mismo. Ambos muestran disposición en incluir software para el álgebra escolar en sus planificaciones, lo que serviría de apoyo a sus alumnos en la visualización y comprensión de conceptos, además de motivarlos a trabajar.

Respecto al software libre como tal, uno de los docentes señaló desconocer el tema, pero mostró interés en recibir mayor información al respecto. Ambos señalan que el colegio cuenta con salas de computación adecuadas para realizar una clase implementando un software y que tal vez se les apoyaría si necesitaran una capacitación.

“No olvidar que el software es una herramienta complementaria, el alumno debe trabajar su desarrollo de la habilidad matemática con la creatividad (ojalá sin la ayuda de nada). Sólo él, su conocimiento previo, el algoritmo que piense desarrollar.”

5.3.5 Colegio 5:

De un total de 4 profesores de matemática, sólo dos de ellos deciden participar de la encuesta, ambas mujeres. Una de ellas con menos de cinco años de ejercicio docente, mientras que la otra lleva en ejercicio entre cinco y diez años, realizando clases con alumnos que van desde 7° básico hasta 4° medio.

Difieren en las horas que destinan a planificar; una de ella emplea entre 2 a 3 horas a la semana, mientras que la otra, la más joven, dedica entre 6 y 7 horas semanales.

Como recurso tecnológico de apoyo utilizan computador y proyector, y algunas veces, durante sus horas de clases en aula, utilizan software para contenidos del eje de Geometría (Geogebra y Graphmatica).

En lo que respecta al eje de Álgebra, señalan que ocasionalmente o nunca han utilizado un software para esa área. Sus opiniones al respecto son dispares; una de ellas cree que se hace necesario tal recurso para la visualización y comprensión de conceptos, mientras que la otra desconoce software para álgebra.

A la hora de escoger un software para la educación en álgebra, ambas dan importancia tanto al contenido que tenga éste, como al fácil manejo por parte de los estudiantes y del profesor; asignándole el éxito del programa al estilo de enseñanza del docente, al tiempo de aplicación que requiera, a las características propias del software y al alumno. Ambas señalan además que incluirían un software para álgebra en sus planificaciones, pues el establecimiento cuenta con una sala de computación acondicionada en donde sus alumnos puedan trabajar apropiadamente.

En lo que a software libre se refiere, una de las docentes manifestó su desconocimiento, sin embargo ambas se mostraron interesadas en conocer más acerca de estos programas para considerarlos en sus planificaciones, ya que, según sus apreciaciones, el colegio estaría de acuerdo en capacitar a sus docentes en una futura implementación.

5.3.6 Colegio 6:

De un total de 4 profesores de matemática, dos de ellos acceden a participar de la encuesta. Uno de ellos, con menos de cinco años de ejercicio docente, mientras que la otra lleva ejerciendo entre 5 y 10 años. Ambos trabajan con alumnos desde 7° básico hasta 4° medio y dedican 2 a 3 horas para planificar sus actividades semanalmente.

Dentro de sus clases en aula, utilizan computador y proyector como recurso de apoyo; donde sólo uno de ellos señala utilizar software, específicamente en los ejes de Geometría y Datos y Azar (Geogebra). En lo que respecta al eje de Álgebra, afirman no utilizar software y sus opiniones al respecto son dispares. Uno de los docentes opina que no es relevante su utilización, mientras que la otra profesora opina que, de utilizarlo, haría la clase más interactiva.

Haciendo referencia a los aspectos que debería tener un software para la educación en álgebra, uno de los docentes privilegiaría el costo de adquisición, el diseño gráfico y la facilidad de manipulación del estudiante a la hora de escoger; mientras que el otro optaría por el contenido del programa y el fácil manejo por parte del profesor. Ambos muestran disposición en incluir un software para algebra en sus planificaciones, sin embargo, dan a conocer que el establecimiento educacional no cuenta con una sala de computación adecuada en donde sus alumnos pudieran trabajar directamente con el software.

Respecto al software libre, uno de ellos muestra desconocimiento, pero ambos manifestaron su interés para obtener mayor información al respecto.

5.3.7 Colegio 7

El establecimiento cuenta con 8 profesores de matemática, de los cuales sólo 6 de ellos deciden participar en la encuesta. Tres de ellos llevan menos de cinco años en ejercicio docente, mientras que los otros tres dicen llevar entre cinco y diez años ejerciendo la docencia, trabajando con alumnos desde 1° hasta 4° medio. Respecto a las horas que dedican a la planificación semanal de

actividades, cuatro de ellos emplean entre 2 y 3 horas, mientras que los otros dos destinan entre 6 y 7 horas.

Como recurso tecnológico de apoyo en el aula, todos utilizan computador y proyector, recurriendo al uso de software tales como Geogebra, Derive, Cabri y Excel en los ejes de Álgebra, Geometría y Datos y Azar; respecto a la frecuencia de su uso en álgebra, sólo uno señala utilizarlo casi siempre, mientras que los otros cinco, nunca o casi nunca.

A la hora de escoger un software para la educación en álgebra, todos centran la importancia en la facilidad de manipulación para el estudiante, así como el contenido, el costo de adquisición y el diseño gráfico; asignándole el éxito de éste a sus propias características, al estilo de enseñanza del docente y al tiempo de aplicación en aula. Tienen opiniones dispares respecto a incluir este tipo de recursos en sus planificaciones, cinco de ellos opina que ayudaría a la visualización y comprensión de conceptos, mientras que uno de ellos no lo haría por falta de tiempo. Señalan además que las salas de computación no están acondicionadas para realizar una clase utilizando software.

En lo referido a software libre, sólo tres de ellos ha escuchado o conoce sobre el tema, pero todos se mostraron abiertos a recibir todo tipo de información al respecto.

5.4 ORGANIZACIÓN Y COMPARACIÓN SOBRE EL USO DE SOFTWARE

Ya se ha mencionado en capítulos anteriores cómo la tecnología informática ha ido abriéndose camino en las vidas de las personas y cómo cada vez va adquiriendo un lugar permanente en el quehacer laboral y académico de ellas; por lo que evidenciar el real uso de estas servirá como registro de lo que los profesores están utilizando actualmente y el progreso que esto tendrá. De acuerdo a lo obtenidos de la recolección de datos, el siguiente esquema muestra las variables a comparar.

ESQUEMA N°6: Relación de variables respecto al uso de software



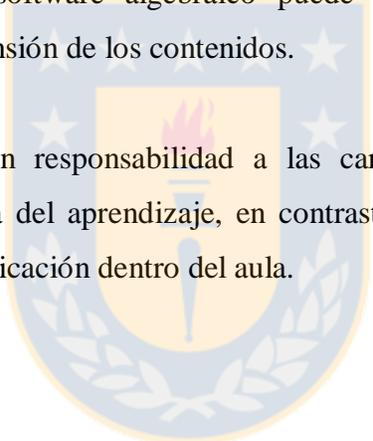
CUADRO N°6: Datos sobre el uso de software

Utilización de software en el aula	<ul style="list-style-type: none"> • 56% Sí • 38% Algunas veces • 6% No
Utilización de software matemático	<ul style="list-style-type: none"> • 94% Geogebra • 13% Derive • 25% Cabri • 6% Excel • 19% Graphmatica • 6% Matlab
Eje Temático donde se utiliza el software	<ul style="list-style-type: none"> • 88% Geometría • 56% Álgebra • 44% Estadística y Probabilidad
Disposición de los alumnos a utilizar software.	<ul style="list-style-type: none"> • 63% Definitivamente sí • 38% Probablemente sí
Utilización de software algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • 13% Frecuentemente • 50% Ocasionalmente • 37% Nunca
Beneficio de utilizar software y lograr aprendizaje significativo	<ul style="list-style-type: none"> • 62% visualización y comprensión de los contenidos • 13% clases más interactivas • 13% no lo considero relevante • 6% no sabe/no responde • 6% desconoce sobre al tema
Aspectos a considerar en la adquisición de un software	<ul style="list-style-type: none"> • 68% Contenidos a tratar • 68% Manipulación del estudiante • 56% Diseño gráfico (interfaz) • 50% Manipulación del profesor • 25% Costo de adquisición

<p>Creencias para el éxito del software en su aplicación (¿De qué depende?)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 68% De las características del software • 56% Estilo de enseñanza del profesor • 56% Del tiempo de la aplicación en el aula • 38% Del alumno
--	---

De acuerdo a los datos obtenidos se puede apreciar que, según la opinión de los docentes, el uso de software algebraico puede ayudar a los estudiantes en la visualización y comprensión de los contenidos.

Además, asignan responsabilidad a las características del programa en lo referido a la relevancia del aprendizaje, en contraste con el estilo de enseñanza del profesor y el tiempo aplicación dentro del aula.



CAPÍTULO VI: PROPUESTA DE SOFTWARE LIBRE Y DISEÑO DE ACTIVIDAD PARA PRIMERO MEDIO

6.1 ELECCIÓN DEL SOFTWARE PARA SU DESARROLLO EN ÁLGEBRA

Luego de la recopilación del listado de software mencionados en el Capítulo I y el estudio sobre la utilidad de éstos en el área del álgebra escolar, se comenzó a reducir y acotar más la posible elección por las siguientes características: **utilidad** (lo que se puede obtener de su utilización), **interfaz** (los elementos que aparecen en la pantalla y que el usuario puede manipular), **nivel de aplicación** (cuáles son los conocimientos previos mínimos que son necesarios para la utilización del software, sean matemáticos y/o computacionales), **contenidos a trabajar** (pertinentes a primero de enseñanza media), **nivel de aprendizaje de su uso** (manejo accesible de la interfaz y sus comandos), todo esto para mostrar qué software puede ser utilizado en el aula o laboratorio (claramente priorizando los contenidos de cada nivel educativo), y que sean una herramienta para el aprendizaje y no el medio por el cual se aprende, considerando el contexto de que los alumnos están insertos en el mundo de la tecnología.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente y por preferencias personales, se ha seleccionado el software wxMaxima.

WXMAXIMA SOFTWARE MATEMÁTICO

wxMaxima es una interfaz basada en un sistema de álgebra computacional llamado **Maxima**. De acuerdo a la página oficial de este software, es un sistema para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, que incluyen contenidos como diferenciación, integración, expansión en series de Taylor, transformadas de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones lineales, vectores, matrices y tensores. Es capaz de producir resultados de alta precisión, además de graficar

funciones y datos en dos y tres dimensiones. (Maxima, un sistema de álgebra computacional, 2016.)

Maxima descende del sistema Macsyma, desarrollado en el MIT (Massachusetts Institute of Technology) entre los años 1968 y 1982. William Schelter en la Universidad de Texas mantuvo una versión del programa donde consiguió permiso para distribuirlo bajo la licencia GNU-GPL, por lo que puede ser copiado y distribuido libremente.

Actualmente el código fuente y la documentación de Maxima se encuentran alojados en el servidor Sourceforge y es desarrollado y mantenido por un grupo de personas originarias de varios países, asistidos y ayudados por muchas otras más interesadas en el software.

Maxima es un potente motor de cálculo numérico y simbólico; sin embargo, su interfaz gráfica no es muy amigable para el usuario, ya que, sólo contiene una consola de texto donde se trabaja. De este modo, diferentes desarrolladores han creado diferentes “entornos” (recursos visuales que presentan la información y procesos que se pueden ejecutar dentro del programa) de los cuales destacan: xMaxima, wxMaxima, TeXmacs, Euler.

Así Andrej Vodopivec es el desarrollador de la interfaz gráfica y entorno de **wxMaxima**, la cual es más amigable tanto para docentes como para alumnos gracias a la barra de herramientas que incluye, además de iconos que facilitan el acceso a diferentes herramientas del software. (Rodríguez, 2007)

Existen versiones de Maxima y wxMaxima para los Sistemas Operativos de Windows, Linux y Mac-OSX.

Desde el punto de vista de la educación, al tener una interfaz más accesible y amigable para docentes y alumnos que comienzan en Maxima, el software wxMaxima presenta algunas características que son destacables de mencionar:

- Está bajo la licencia GPL-GNU, por lo que es un software libre tanto en su descarga gratuita como en su libre distribución.
- Actualización de versiones wxMaxima 16.04 y Maxima 5.38.1 (Junio 2016) para Windows.
- Su instalación es fácil.
- Se encuentra en idioma español.
- Cuenta con una diversidad de documentos entre guías, videos y tutoriales, gran parte de ellos también en español.
- La interfaz wxMaxima es más amigable para el empleo de comandos. (Caraballo H., y González C., 2011).

Algunas desventajas de la utilización del software son:

- Hay que familiarizarse con su entorno y su lenguaje al inicio de su utilización.
- No entrega soluciones paso a paso de manera automática.

6.2 ACTIVIDAD PROPUESTA UTILIZANDO UN SOFTWARE LIBRE PARA 1º AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA

De acuerdo a lo expresado por Duval, es importante utilizar diferentes tipos de representaciones semióticas para comprender un concepto, así el alumno podrá visualizar las diferentes representaciones que pueda tener para comprenderlo. El uso de un software ayuda a que esto sea posible gracias a la manipulación y visualización que el programa entrega. Como Freudenthal postula que la matemática se aprende mejor haciendo, es importante que el alumno construya sus conocimientos para poder enfrentar diferentes situaciones que se le puedan presentar y poder responder a esto de la mejor manera, de acuerdo a sus concepciones previas que ha ido adquiriendo.

Las actividades que se proponen a continuación intentarán captar lo que los diferentes autores, mencionados en el Capítulo I, presentan sobre cómo se aprende matemática de mejor manera. Utilizando situaciones pertinentes para que el alumno aprenda (Brousseau), que realicen actividades donde deban aplicar sus conocimientos (Freudenthal), que utilicen conocimientos y/o habilidades adquiridas previamente (Schoenfeld) y que puedan visualizar diferentes representaciones que pueda tener el concepto matemático a estudiar (Duval), es lo que se presenta en el siguiente apartado.

La resolución de un sistema de ecuaciones lineales tiene diversas formas de desarrollarse para determinar la solución de éste. Actualmente, según el Programa de Estudio de Primero de Enseñanza Media 2016, existen tres métodos algebraicos de resolución: igualación, sustitución y adición, de acuerdo al Objetivo de Aprendizaje (OA) propuesto en el programa de estudio, que dice:

"Se espera que los estudiantes sean capaces de: Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionadas con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones, gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo."

De acuerdo a ello, se propone la utilización de un software educativo para apoyar los aprendizajes; sin embargo, en este Programa de Estudio se menciona un software exclusivamente para graficar y resolver un sistema, observando y manipulando la gráfica, y no como apoyo para los otros métodos.

Por consiguiente, la siguiente actividad, con el Software wxMaxima, está diseñada para desarrollar los métodos de igualación, reducción y sustitución.

6.2.1. Actividad 1:

Un grupo de amigos decide realizar una convivencia para compartir entre ellos y vivir un momento de relajación previo al reingreso a clases del segundo semestre. Para ello, organizan una completada y se proponen como misión que cada uno cotice los ingredientes que utilizarán para saber cuánto tendrán que invertir. Tres de ellos realizan un presupuesto en el mismo supermercado, teniendo las siguientes cotizaciones:

- Juan: 2 kg de pan más 3 kg de tomates y 1 kg de palta tienen un costo de \$8.940
- Pedro: 3 kg de pan más 2 kg de paltas y 2 kg de tomates tienen un costo de \$11.530
- Felipe: 2 kg de pan más 1 kg de tomates más 2 kg de paltas tienen un costo de \$9.050

Según esta información:

- a) ¿Se puede determinar el valor por kilogramo de cada producto? Argumente sus razones.
- b) Respecto a la respuesta de la pregunta anterior, ¿cuál es el costo, por kilogramo, de cada producto?
- c) Si fueras tú el encargado de organizar una completada en tu curso para celebrar el día del alumno, ¿qué ingredientes, además de los anteriormente nombrados, considerarías? A partir de ello, construye una problemática que pueda representarse mediante un sistema de ecuaciones y resuélvelo utilizando el software, considerando un método distinto al ya utilizado.

Solución de Actividad 1 con ayuda de wxMaxima

La solución de la actividad 1 (b) se encuentra en el anexo n°4.

La idea de utilizar este software es que el alumno comprenda el proceso que conlleva resolver sistemas de ecuaciones, considerando los diferentes métodos a partir de diferentes situaciones de la vida real como lo estipula Freudenthal, generando un plan de acción y reforzando los procesos que requiere para poder determinar la solución de un problema (como menciona Polya). Todo esto sin apartar la importancia del cálculo numérico, sólo potenciando más las habilidades de deducción y razonamiento matemático.



CONCLUSIONES

Consideramos y queremos destacar que el uso de software no debe reemplazar el conocimiento que el alumno adquiere con la práctica del lápiz y papel, del estudio de alguna bibliografía, o simplemente lo que el docente prepare y enseñe en las clases, sino que sea un apoyo tanto para el docente como para el alumno, un modo por el cual aplicar los conocimientos adquiridos y reforzar contenidos ya trabajados.

No podemos olvidar el crecimiento que ha tenido las TIC en nuestros días y lo imprescindible que se ha vuelto para nuestra sociedad, por tanto, incluir este tipo de herramientas ayudaría a potenciar habilidades en los alumnos que se espera desarrollen.

De acuerdo a lo expresado en esta investigación y las variables que se han considerado, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El trabajo entregado por los autores mencionados durante el desarrollo de esta investigación, deja en claro la gran preocupación que ha existido por el desarrollo de la enseñanza de la matemática, qué estrategias utilizar tanto para alumnos y docentes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, cómo abordar diferentes maneras de enseñar esta disciplina, qué métodos son los más efectivos para entregar las habilidades y objetivos que se espera que los alumnos aprendan. Queda a disposición del docente tomar cada uno de esos métodos como guía durante su desarrollo en la docencia.
- El uso de las TIC ya no es tema dentro del ejercicio docente, ya que los profesores que colaboraron tienen adquirido el uso de herramientas tecnológicas como apoyo en las clases, pues todos los establecimientos educacionales cuentan con recursos disponibles para alumnos y docentes, sólo es tarea del profesor aprovechar estas oportunidades de realizar clases de manera diferente e interactiva.

- Existe conocimiento sobre diferentes software como apoyo para la docencia por parte de los profesores, los cuales afirman utilizarlos. Claramente esto visto desde una mirada general; ahora, acercándonos de manera más específica, los software más utilizados por los docentes son los denominados software geométricos que están orientados principalmente a la manipulación de figuras geométricas. Sin embargo, también se pueden abarcar otros contenidos de diferentes ejes temáticos. De acuerdo a los datos recopilados, el software más utilizado por los docentes es Geogebra. Esto deja en evidencia que existe muy poco conocimiento sobre software específico de álgebra para trabajar la asignatura como tal.
- A pesar de la falta de conocimiento de los docentes sobre software algebraicos, éstos consideran su utilización puede ayudar a propiciar la visualización y comprensión de conceptos algebraicos en los alumnos, ya que una vez comprendido los procedimientos o técnicas para desarrollar, se puede utilizar alguna herramienta para aplicar estos contenidos y transferir los nuevos conocimientos.
- Por las diferentes gráficas, esquemas y cuadros presentados en esta investigación con relación a la universidad formadora de los profesores, concluimos que no existen grandes diferencias respecto a las experiencias que éstos han tenido durante su trayectoria docente.
- Un punto relevante a considerar es el bajo interés que asignan los docentes al costo de adquisición de un software, puesto que están más interesados en los contenidos que abarque y en la manipulación que el estudiante pueda darle al programa. Es importante destacar, además, las opiniones referentes al éxito del uso de software en aula, dando cabida a las características del software, el estilo de enseñanza del profesor y el tiempo de aplicación del software.

A modo personal, esta investigación deja en evidencia el poco conocimiento, por parte de los docentes en general, de los tipos de herramientas tecnológicas disponibles en la red para el apoyo del aprendizaje de los alumnos, específicamente lo que respecta a software. Sin embargo, compartir testimonios de distintas realidades educativas da cuenta de la diversidad de opiniones respecto a la tecnología. Por ello, se deja invitado al lector a conocer estos recursos, teniendo la total libertad de incluir en su quehacer docente la propuesta de software realizada.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alagia, H., Bressan, A., y Sadovsky, A. (2005). Reflexiones Teóricas para la Educación Matemática. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. Obtenido de https://books.google.cl/books?id=8HSr-gj8F8QC&pg=PA71&dq=HANS+FREUDENTHAL&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwi9_MSV07nJAhVCVz4KHcAfCpEQ6AEIIDAB#v=onepage&q=HANS%20FREUDENTHAL&f=false

Barrantes, H. (2006). Resolución de Problemas El trabajo de Allan Schoenfeld. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Volumen 1. Obtenido de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>

Belloch C. (2012., Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje. Valencia, España, Universidad de Valencia. Obtenido de <http://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA1.pdf>

Caraballo, H., y González, C., (2011.). Software matemático: Un proyecto con alumnos de nivel medio. VI Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología. Obtenido de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/18891/Documento_completo.pdf?sequence=1

Cegarra Sánchez, José (2012). “La tecnología”. Metodología de la investigación científica y tecnológica. Ediciones Díaz de Santos. Madrid. Obtenido de https://books.google.cl/books?id=0UccK9bD5gsC&printsec=frontcover&dq=que+es+la+tecnologia&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj_8s6PrbHSAhUGHpAKHUjsDoQQ6AEIGDAA#v=onepage&q&f=false

Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática: una mirada epistemológica y empírica (2015). “Raymond Duval”. Universidad de La Sabana. Colombia. Obtenido de https://www.unisabana.edu.co/fileadmin/Documentos/Cong_Didactica_Matem/CV/CV_DUVAL.pdf

Del Valle, M., y Mardones, E. (2012). “Modelos para la Resolución de Problemas”.

Delgado, Omaidá. (2014). La fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas, de Hans Freudenthal: “Aportes de la Fenomenología a la Didáctica de la Matemática”. Obtenido de http://tics.uptc.edu.co/eventos/index.php/cong_inv_pedagogia/con_inv_pedag/paper/viewFile/297/295

Dubinsky, E. (2000). “De la investigación en matemática teórica a la investigación en matemática educativa: un viaje personal”. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 3, 47-70. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147178>

Fernández M. (2010). “Software educativo herramienta de apoyo para la asignatura almacenamiento, conservación y preservación en las ciencias de la información”. Cuadernos de Educación y Desarrollo vol. 2 N°21, Archivo Histórico Provincial de Villa Clara, Cuba. Obtenido de: <http://www.eumed.net/rev/ced/21/mpf.htm>

García V., (2003). “Las ciencias sociales en la divulgación”. México. Obtenido de https://books.google.cl/books?id=P4Nwc-nnYHcC&pg=PA84&dq=constructivismo+vigotsky&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwig_MDSpsvRAhWGvZAKHV9rAyMQ6AEIGjAA#v=onepage&q=constructivismo%20vigotsky&f=false

González, Seoane, y Robles. (2003). “Introducción al software libre”. 1° Ed. Barcelona, España. Obtenido de <http://www.uoc.edu/masters/oficiales/img/693.pdf>

Gravemeijer K. y Teruel J. (2000). "HANS FREUDENTHAL, un matemático en Didáctica y teoría curricular" (Bressan, Gallego y Saggese trad.). Journal of Currículo Studies, volumen 32, n°6, 777-796. Obtenido de <http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2015/08/hansfreudenthal.pdf>

Gruszycki A., Oteiza L., Maras P., Gruszycji L. y Ballés H. (2014). "GeoGebra y Los Sistemas de Representación Semióticos". Comité Latinoamericano de Matemática Educativa 2169-2175, Universidad Nacional del Chaco Austral. Argentina. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/6186/1/GruszyckiGeogebraALME2014.pdf>

Hernández Requena, Stefany. (2008). "El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje". Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC), Vol. 5, n°2. Obtenido de <http://www.uoc.edu/rusc/5/2/dt/esp/hernandez.pdf>

Henriquez V. y Villala M. (1994). "George Pólya: El Padre de las Estrategias para la solución de Problemas". Obtenido de <http://fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya.pdf>

Heuvel-Panhuizen, Marja van den (2009). "El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje". Primera Parte Correo del Maestro. Volumen. 160. Obtenido de <http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2009/septiembre/incert160.htm>

Jiménez, Muñoz y Rupin (2013). Matemática 2° Medio: Texto del Estudiante. (pp. 230-231) Chile, Ediciones SM Chile S.A.

Kilpatrick J. (1990). Lo que el constructivismo puede ser para la educación de la matemática. Educar, volumen 17 (pp. 37-52). Obtenido de <http://www.raco.cat/index.php/educar/article/viewFile/42231/90180..>

Marqués, P. (1996). “El software educativo”. Universidad Autónoma de Barcelona. Obtenido de: http://recursos.salonesvirtuales.com/assets/bloques/educativo_de_pere_MARQUES.pdf

Maturana, I., y Parraguez, M. (2011). “Los modos de pensamiento en que el concepto de dimensión finita de un espacio vectorial real es comprendido por estudiantes universitarios”. Recife, Brasil: XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Obtenido de <http://www.riieeme.mx/docs/srm7c/s46/Doc%20Principal/SRM7CS46DocPrincipal.pdf>

Maxima, un sistema de álgebra computacional (2016). Obtenido de <http://maxima.sourceforge.net/es/>

Méndez Z. (2006). “Aprendizaje y Cognición”. Obtenido de <https://books.google.cl/books?id=KzvsjxKNPQsC&pg=PA60&dq=constructivismo+piaget&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjz64ywpsvRAhXIEJAKHfvvAGsQ6AEILDAB#v=onepage&q=constructivismo%20piaget&f=false>

Ministerio de Educación (2016). Más Información Mejor Educación. <http://www.mime.mineduc.cl/mvc/mime/portada>

Ministerio de Educación [MINEDUC] (2015). Bases Curriculares 7°Básico a 2°Medio. 1°Ed. Unidad de Curriculum y Evaluación. República de Chile

MINEDUC (2015). Cartilla de Orientaciones Didácticas. Unidad de Curriculum y Evaluación. República de Chile

MINEDUC (2016). Programa de Estudio Matemática. 1°Ed. Unidad de Curriculum y Evaluación. República de Chile

Oviedo L. y Kanashiro A. (2012). “Los registros semióticos de representación en matemática”. Revista Aula Universitaria 13. (29-36). Obtenido de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/AulaUniversitaria/article/download/4112/6207>

Panizza, M. (2003). Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas. Obtenido de www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf

Pinaya B. (2005). Constructivismo y prácticas de aula en Caracollo. Obtenido de https://books.google.cl/books?id=ziHQC8s_f24C&pg=PA44&dq=vigotsky+%E2%80%9CZona+de+Desarrollo+Pr%C3%B3ximo&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwih8vmep8vRAhWDEZAKHeAMB5EQ6AEILTAA#v=onepage&q=vigotsky%20%E2%80%9CZona%20de%20Desarrollo%20Pr%C3%B3ximo&f=false

Polya, George. (1996). Polya, un clásico en resolución de problemas..México, Ed. Trillas. Obtenido de <https://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf>

Real Academia Española (RAE), (2016). “Diccionario de la Lengua Española (DEL)”. Madrid, España. Obtenido de: <http://dle.rae.es/index.html>

Reyes P. y Torres F. (2012). “Software Libre y el Paradigma de la Colaboración en Chile”. Instituto de la Comunicación e Imagen Universidad de Chile. Obtenido de https://www.academia.edu/3727888/Software_Libre_y_el_Paradigma_de_la_Colaboraci%C3%B3n_en_Chile

Roa S., y Oktaç, A. (2010). “Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto transformación lineal”. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 13 (1), 89-112. Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v13n1/v13n1a5.pdf>

Rodríguez. (2007). “Maxima con wxMaxima: software libre en el aula”. Departamento de Matemáticas de la Universidad de Cádiz. Obtenido de <http://servicio.uca.es/softwarelibre/publicaciones/wxmaxima>

Sadovsky, P. (2005). “La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar la enseñanza de la Matemática”. Obtenido de https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf

Sampieri, Fernández y Baptista, (2010). “Metodología de la Investigación”, Quinta Edición. México, Editorial Mc Graw Hill.

Soler E. (2006). “Constructivismo, innovación y enseñanza efectiva”. Caracas, Venezuela. Editorial Equinoccio. Obtenido de <https://books.google.cl/books?id=m271PqM-mswC&pg=PA29&dq=constructivismo&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwit-NvGu8zRAhUDTJAKHRRqCqEQ6AEIGjAA#v=onepage&q=constructivismo&f=false>

Stallman, R. M. (2004). “Software libre para una sociedad libre”. (Traficantes de Sueños ed., Vol. 1° en castellano). Madrid, España. Obtenido de https://www.gnu.org/philosophy/fsfs/free_software2.es.pdf

Vidal M., Gómez F. y Ruiz A., (2010). “Software educativos”. Educación Médica Superior, vol. 24(nº1), pág. 97-110. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/ems/v24n1/ems12110.pdf>

ANEXOS



ANEXO N°1: PAUTA DE ENTREVISTA

PRIMER ACERCAMIENTO AL ESTABLECIMIENTO EDUCACIONAL

Fecha: _____

Lugar: _____

Entrevistado (nombre y cargo): _____

Introducción

- Motivo de la investigación junto con carta de presentación avalada por el profesor guía.
- Propósito de la investigación.
- Selección aleatoria del establecimiento educacional.
- Participantes de la aplicación del instrumento.
- Utilización de los datos recopilados

Preguntas

1. ¿Cuántos profesores de matemática realizan clases entre 7° Básico y 4° Enseñanza Media?
2. ¿Cuántos cursos por nivel tiene el establecimiento?
3. ¿Cuál es el tipo de planificación que se les solicita a los profesores?
4. ¿Qué tipo de recursos tecnológicos están a disposición de los alumnos y profesores?
5. ¿Cómo se administran los recursos dentro del establecimiento educacional?
6. ¿Se exige utilizar algún recurso tecnológico a los profesores?
7. ¿El establecimiento cuenta con salas de computación?

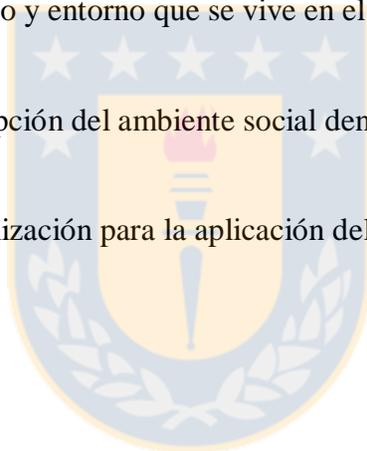
ANEXO N°2: REGISTRO DE OBSERVACIÓN

Guía de observación para establecer la colaboración en la investigación exploratoria sobre el uso de software en álgebra escolar

Fecha: _____ Visita n°: _____

Lugar: _____

1. Impresiones (del investigador). Resumen de lo que sucede en cada visita al establecimiento educacional.
2. Descripción del contexto y entorno que se vive en el establecimiento educacional.
3. Trato al público, descripción del ambiente social dentro del establecimiento.
4. Descripción de la organización para la aplicación del instrumento del cuestionario.



ANEXO N°3: CUESTIONARIO

Presentación

Somos estudiantes de Pedagogía en Matemática y Computación de la Universidad de Concepción, y estamos realizando nuestro seminario para optar al Título Profesional y al Grado Académico de Licenciado en Educación.

El propósito del cuestionario adjunto es evidenciar el uso de software matemático en el álgebra escolar, el cual sirve como apoyo para el docente y los alumnos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Está dirigido a los Profesores de Matemática que desarrollan su labor docente con los alumnos de 7° Básico a 4° Medio.

Deseamos solicitar su colaboración para contestar este cuestionario que no le tomará más de 15 minutos, sus respuestas serán confidenciales y anónimas.

Le pedimos que conteste con la mayor sinceridad posible.

No hay respuestas correctas ni incorrectas.

Los datos que se recolectarán nos proporcionarán información para obtener conclusiones al respecto y ud. podrá proponer información para mejorar o mantener evidencia sobre el tema, las cuales serán enviadas a todos los participantes interesados en los resultados.

Lea las instrucciones cuidadosamente, ya que el cuestionario cuenta con diferentes estilos de preguntas, entre abiertas, cerradas y mixtas.

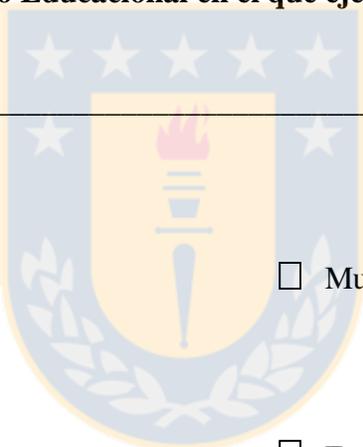
De antemano le agradecemos su colaboración y participación de esta investigación.

INSTRUCCIONES GENERALES:

- Lea cada pregunta atentamente, revise cada alternativa y elija la respuesta que estime conveniente.
- Marque con una (X) la alternativa que corresponda.

I. ANTECEDENTES GENERALES

1. Nombre del Establecimiento Educativo en el que ejerce.



2. Sexo:

Hombre

Mujer

3. Edad:

Entre 20 y 30 años

Entre 50 y 60 años

Entre 30 y 40 años

Más de 60 años

Entre 40 y 50 años

II. SOBRE EL EJERCICIO DOCENTE

4. Universidad donde realizó su formación docente

5. Años de ejercicio docente (hasta 2016)

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Menos de 5 años | <input type="checkbox"/> Entre 20 y 30 años |
| <input type="checkbox"/> Entre 5 y 10 años | <input type="checkbox"/> Entre 30 y 40 años |
| <input type="checkbox"/> Entre 10 y 20 años | <input type="checkbox"/> Más de 40 años |

6. Curso(s) en los que actualmente dicta clases. Marque la(s) alternativa(s) que corresponda(n).

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 7° Básico | <input type="checkbox"/> 2° Medio |
| <input type="checkbox"/> 8° Básico | <input type="checkbox"/> 3° Medio |
| <input type="checkbox"/> 1° Medio | <input type="checkbox"/> 4° Medio |

7. Entre la cantidad total de horas semanales que dedica a su trabajo docente, ¿cuántas son destinadas a planificar?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Menos de 2 horas | <input type="checkbox"/> Entre 4 horas y 5 horas |
| <input type="checkbox"/> Entre 6 horas y 7 horas | <input type="checkbox"/> Más de 8 horas |
| <input type="checkbox"/> Entre 2 horas y 3 horas | |

8. ¿Considera los recursos tecnológicos en las planificaciones?

- Sí, están incluidos en las planificaciones
- No, no están considerados en las planificaciones

9. Recursos tecnológicos que utiliza durante sus clases en el aula

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Computador | <input type="checkbox"/> No utilizo recursos tecnológicos. |
| <input type="checkbox"/> Proyector | <input type="checkbox"/> Otros (especifique) _____ |
| <input type="checkbox"/> Pizarra Digital | _____ |
| <input type="checkbox"/> Tecleras | |

III. UTILIZACIÓN DE SOFTWARE

10. ¿Qué es un software?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Un texto | <input type="checkbox"/> Una parte (pieza) del computador |
| <input type="checkbox"/> Un tipo de video | <input type="checkbox"/> No sé lo que es un software (*) |
| <input type="checkbox"/> Un programa | |

(*) Un software es un programa informático que hace posible la realización de tareas específicas dentro de un computador. (Ejemplo: Word, Excel, Navegador Web, Juegos, etc.)

11. Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, ¿ha tenido alguna experiencia con software? (Ejemplos: preparación de materiales tales como guías, pruebas, entre otros; visualización de tablas y/o gráficos; manipulación de curvas en 2D/3D)

- | | |
|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Sí | <input type="checkbox"/> No sabe / no responde |
| <input type="checkbox"/> No | |

Si su respuesta es afirmativa, mencione el (los) software: _____

12. ¿Utiliza algún software en el desarrollo de su práctica docente dentro del aula?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Sí | <input type="checkbox"/> No (salte a la pregunta N°15) |
| <input type="checkbox"/> Algunas veces | |

13. Si contestó *sí* o *algunas veces* en la pregunta N°12, ¿qué software matemático utiliza?

- | | |
|--------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Geogebra | <input type="checkbox"/> Clic |
| <input type="checkbox"/> Graphmatica | <input type="checkbox"/> Cabri |
| <input type="checkbox"/> Derive | <input type="checkbox"/> Otros (especifique) _____ |

14. Respecto a la pregunta N°13, ¿en qué Eje Temático (contenidos) utiliza el (los) software?

- | | |
|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> Números | <input type="checkbox"/> Datos y Azar |
| <input type="checkbox"/> Álgebra | <input type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores. |
| <input type="checkbox"/> Geometría | |

15. ¿Considera que los alumnos se encuentran dispuestos a utilizar software en su proceso de enseñanza-aprendizaje?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Definitivamente sí | <input type="checkbox"/> Probablemente no |
| <input type="checkbox"/> Probablemente sí | <input type="checkbox"/> Definitivamente no |
| <input type="checkbox"/> No estoy seguro(a) | |

IV. SOFTWARE EN EL EJE DE ÁLGEBRA

16. ¿Conoce algún software que pudiera ser utilizado en el álgebra escolar?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Definitivamente sí | <input type="checkbox"/> Probablemente no |
| <input type="checkbox"/> Probablemente sí | <input type="checkbox"/> Definitivamente no |
| <input type="checkbox"/> No estoy seguro(a) | |

17. ¿Utiliza algún software algebraico en el desarrollo de su clase?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Siempre | <input type="checkbox"/> Nunca |
| <input type="checkbox"/> Frecuentemente | <input type="checkbox"/> No sabe / no responde |
| <input type="checkbox"/> Ocasionalmente | |

18. ¿Considera necesario utilizar un software en álgebra? Marque sólo una opción.

- Sí, porque hace la clase más interactiva
- Sí, porque ayuda a la visualización y comprensión de conceptos
- Sí, porque ayuda a la colaboración entre pares
- No lo considero relevante
- No, desconozco sobre software de álgebra
- No, por falta de capacitación en el área informática
- No sabe / No responde

19. ¿Considera que la utilización de un software en álgebra ayudaría a los estudiantes en su proceso de enseñanza-aprendizaje?

- Definitivamente sí
- Probablemente sí
- No estoy seguro(a)
- Probablemente no
- Definitivamente no

20. ¿Estaría dispuesto a incluir un software en el Eje Temático *álgebra* en sus planificaciones?

- Sí, para apoyar a la visualización y comprensión de conceptos
- Sí, para cumplir con los requerimientos del Ministerio de Educación acerca de las TIC's
- No, por falta de tiempo
- No, por desconocimiento
- No sabe / No responde

21. ¿Considera que la utilización y manipulación de un software en álgebra, por parte de los estudiantes, sería beneficioso para lograr un aprendizaje significativo?

- Sí, porque los motivaría a trabajar
- Sí, porque aplicarían los conocimientos adquiridos
- No, sería una pérdida de tiempo
- No, no existiría interés por parte de los estudiantes
- No sabe / No responde

22. ¿Qué aspecto(s) consideraría importante al seleccionar un software para la educación en álgebra? Marque la(s) alternativa(s) que considere correspondiente.

- Contenido
- Manipulación del profesor.
- Manipulación del estudiante
- Otros (especifique) _____
- Costo de adquisición (\$)
- _____
- Diseño gráfico (interfaz)

23. ¿De qué cree que depende el éxito del software algebraico en el proceso de enseñanza? Marque la(s) alternativa(s) que considere correspondiente

- De las características del software
- Estilo de enseñanza del profesor
- Del tiempo de la aplicación en el aula
- Del alumno
- Otros (especifique) _____

24. ¿La(s) sala(s) de computación está(n) acondicionada(s) para realizar una clase de álgebra, en la que cada estudiante pueda trabajar utilizando un software?

- Sí
- No sabe / No responde
- No

V. SOFTWARE LIBRE

25. ¿Conoce o ha escuchado hablar acerca de software libre?

- Sí No sabe / No responde
 No

26. Si supiera que existen muchos software libres para matemáticas, ¿estaría dispuesto a incluirlo e implementarlo en sus clases?

- Definitivamente sí Probablemente no
 Probablemente sí Definitivamente no
 No estoy seguro(a)

27. ¿Cree que el Establecimiento Educacional apoyaría la adquisición del algún software libre para implementarlo en la asignatura de matemática, capacitando a sus docentes?

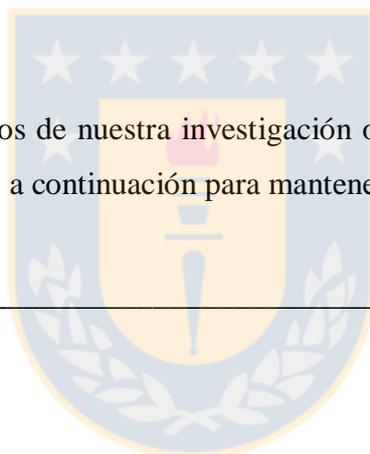
- Definitivamente sí Probablemente no
 Probablemente sí Definitivamente no
 No estoy seguro(a)

28. Desde el año 2005, en la ciudad de Santiago, se realiza el Festival Latinoamericano Sobre Instalación del Software Libre (FLISoL). Si este festival se realizara en la ciudad de Concepción, ¿estaría dispuesto a participar e informarse acerca del software libre?

- Definitivamente sí
 Probablemente sí
 No estoy seguro(a)
 Probablemente no
 Definitivamente no

29. Si desea añadir algo sobre el tema, alguna inquietud o comentario al respecto, lo puede hacer a continuación.

Si desea obtener los resultados de nuestra investigación o mayor información al respecto, agregue su correo electrónico a continuación para mantenernos en contacto:



Le agradecemos su colaboración y su tiempo para contestar este cuestionario.

Muchas Gracias

ANEXO N°4: SOLUCIÓN DE ACTIVIDAD 1 (b) CON AYUDA DE WXMAXIMA

Actividad 1.wxmx

```
[--> Actividad 1

[--> Definición de variables

p: precio del kg de pan
t: precio del kg de tomate
x: precio del kg de paltas

[--> Se obtiene el siguiente sistema

[ (%i16) eq1:2*p+3*t+x=8940;
[ (eq1) x+3 t+2 p=8940

[ (%i2) eq2:3*p+2*t+2*x=11530;
[ (eq2) 2 x+2 t+3 p=11530

[ (%i3) eq3:2*p+t+2*x=9050;
[ (eq3) 2 x+t+2 p=9050

[--> Para resolver este tipo de sistemas es conveniente tomar
dos parejas de ecuaciones y entre ellas, por el método de
reducción (u otro), eliminar la misma incógnita.
Al hacer lo anterior se llegará a un sistema de 2x2, el
que se podrá resolver con cualquier método de resolución.

[--> Se considerará los siguientes parejas

[ (%i17) eq1;
[ (%o17) x+3 t+2 p=8940

[ (%i15) eq2;
[ (%o5) 2 x+2 t+3 p=11530

[--> Acá eliminaremos la incognita x por reducción:
(multiplicando la primera ecuación por -2) y luego
sumando ambas incognitas

[ (%i18) (eq1*-2)+eq2;
[ (%o18) -2 (x+3 t+2 p) +2 x+2 t+3 p=-6350

[--> Simplificamos

[ (%i19) ratsimp(%);
[ (%o19) -4 t-p=-6350

[--> La segunda pareja es:
```

```

[ (%i18) eq2;
[ (%o8) 2 x+2 t+3 p=11530

[ (%i19) eq3;
[ (%o9) 2 x+t+2 p=9050

[ --> Restaremos ambas ecuaciones para eliminar x

[ (%i110) eq2-eq3;
[ (%o10) t+p=2480

[ --> Con las dos ecuaciones obtenidas podemos efectuar un
nuevo sistema

[ (%i21) (%o19);
[ (%o21) -4 t-p=-6350

[ (%i113) (%o10);
[ (%o13) t+p=2480

[ --> Sumando el nuevo sistema se obtiene:

[ (%i31) (%o21)+(%o13);
[ (%o31) -3 t=-3870

[ --> Resolviendo la ecuación

[ (%i32) solve([(o31)], [t]);
[ (%o32) [t=1290]

[ --> Así los tomates valían $1.290 el kilogramo

[ --> Reemplazando en cualquiera de las ecuaciones de este
último sistema, obtenemos

[ (%i24) (%o13);
[ (%o24) t+p=2480

[ (%i25) subst(1290, t, (%o24));
[ (%o25) p+1290=2480

[ --> Resolviendo la ecuación

[ (%i26) solve([(o25)], [p]);
[ (%o26) [p=1190]

```

```

--> El pan valía $1.190 el kilogramo

--> Reemplazando p y t en cualquiera de las ecuaciones donde
aparezcan las tres variables, obtendremos el valor de x

(%i27) eq2;
(%o27) 2 x+2 t+3 p=11530

--> Sustituimos t

(%i28) subst(1290, t, (%o27));
(%o28) 2 x+3 p+2580=11530

--> sustituimos p

(%i29) subst(1190, p, (%o28));
(%o29) 2 x+6150=11530

--> Resolvemos la ecuación

(%i30) solve((%o29), x);
(%o30) [x=2690]

--> Las paltas valían $2.690 kilogramo.

```

