

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN**



**DISEÑO DE ACTIVIDADES PARA COMPLEMENTAR LA
ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE NÚMEROS COMPLEJOS EN
3°EM DE LA ESPECIALIDAD DE ELECTRICIDAD Y ELECTRÓNICA
EN ESTABLECIMIENTOS DE EDUCACIÓN TÉCNICO
PROFESIONAL**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

Profesor Guía: M. Ed. Fabián Quiroga Merino

Seminaristas: Ramón Bustos Méndez

Brandon Mella Muñoz

Concepción, 2017

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN**



**DISEÑO DE ACTIVIDADES PARA COMPLEMENTAR LA
ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE NÚMEROS COMPLEJOS EN
3°EM DE LA ESPECIALIDAD DE ELECTRICIDAD Y ELECTRÓNICA
EN ESTABLECIMIENTOS DE EDUCACIÓN TÉCNICO
PROFESIONAL**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

Profesor Guía: M. Ed. Fabián Quiroga Merino

Seminaristas: Ramón Bustos Méndez

Brandon Mella Muñoz

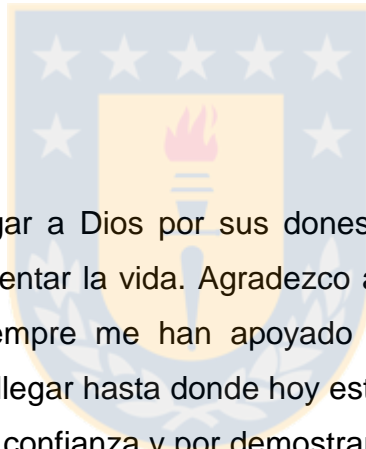
Concepción, 2017

Agradecimientos:

Ramón Bustos Méndez

Al finalizar esta etapa, solo puedo sentir felicidad y gratitud con las personas que compartí esta gran experiencia de formación.

Quisiera agradecer a Dios por siempre guiar mis pasos. También a mi Madre Rosa por su ejemplo de virtud, a mis hermanos Héctor y Alejandra por estar siempre presentes. A mi amigo Cristian al que de cierta manera debo la elección del tema de este seminario. Agradezco grandemente a mi compañero de seminario Brandon con el cual fue un agrado trabajar.



Brandon Mella Muñoz

Agradezco en primer lugar a Dios por sus dones y por la fortaleza que me ha brindado para poder enfrentar la vida. Agradezco a toda mi familia, en especial a mis padres, quienes siempre me han apoyado con su cariño, enseñanzas y consejos permitiéndome llegar hasta donde hoy estoy. Agradezco a mi compañero Ramón por brindarme su confianza y por demostrar responsabilidad y compromiso en este trabajo de seminario

Ambos queremos agradecer a nuestro profesor guía Fabián Quiroga por contribuir enormemente a desarrollar este trabajo seminario de título que consolida y finaliza una etapa importante en nuestra formación profesional.

Agradecimientos:

Agradecemos la colaboración de parte del Liceo Mauricio Hochschild del CEAT, en especial al Sr. Luis Tillería Aguilera, Director del Departamento Pedagógico por brindarnos su apoyo y la oportunidad de acercar nuestro trabajo a dicho establecimiento fortaleciendo los lazos de ayuda y colaboración con la Universidad de Concepción. A los docentes del departamento de Matemática y del departamento de Electricidad, especialmente a los profesores Sra. Elizabeth Peña Bustos, docente el área de electricidad y Sr. Marcelo Ozimica Pérez, docente de Matemática quienes desinteresadamente cumplieron un rol fundamental en este trabajo de seminario de título brindando un valioso aporte desde su formación profesional y experiencia.



**Universidad
de Concepción**



Facultad de
EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN



Resumen:

Este seminario muestra el diseño de actividades para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números complejos en tercero de enseñanza media técnico profesional chilena en las especialidades de electricidad y/o electrónica. Este trabajo ha sido motivado, por los escasos esfuerzos a nivel latinoamericano de diseño de situaciones para la aceptación de los números complejos como conocimiento funcional. De igual forma producto de la experiencia de la práctica profesional y el análisis de los materiales facilitados por el MINEDUC con este objetivo se detectó bajo la mirada de la teoría de la Socioepistemología de la Matemática Educativa (TSME) y la teoría de la Enseñanza Situada que los ejercicios y problemas planteados sobre números complejos sólo se remiten al ámbito matemático ignorando su uso en otras disciplinas (análisis de circuitos eléctricos alternos), dificultando un proceso de enseñanza-aprendizaje que permita a los estudiantes darse cuenta y participar de la matemática enraizada en sus vidas.

Para el diseño de dichas actividades se consideraron tres dimensiones: los fundamentos teóricos (TSME y Enseñanza Situada); los contenidos de números complejos contemplados en el programa de estudio de 3° medio y su relación con los conceptos eléctricos en el análisis de circuitos alternos; y el asesoramiento entregado por profesores de las especialidades (Matemática y Electricidad).

Bajo la mirada de la TSME y la Enseñanza Situada fue posible el diseño de la secuencia de actividades interdisciplinar, es decir, que utilice los números complejos en el análisis de circuitos alternos, coordinando el trabajo en aula del profesor de matemática con el trabajo en laboratorio de electricidad y/o electrónica del profesor del área.

CONTENIDO

Introducción	8
Capítulo I: Planteamiento Del Problema	9
1.1. Antecedentes	10
1.2. Problemática	15
1.3. Objetivos del seminario	16
1.3.1 Objetivo general.....	16
1.3.2. Objetivo específicos.....	16
Capítulo II: Marco Teórico	17
2.1. ¿Qué propósito tiene la enseñanza de la Matemática actualmente?	18
2.2. Los números complejos en la educación chilena.....	19
2.3. Enseñanza situada: un vínculo entre la escuela y la vida.	22
2.3.1. La perspectiva experiencial deweyniana: "aprender haciendo".....	24
2.4. Métodos o enfoques estratégicos propios de la enseñanza experiencial y situada	28
2.4.1. La conducción de la enseñanza mediante proyectos situados.....	29
2.4.2. El aprendizaje basado en problemas y el método de casos	33
2.5. La teoría Socioepistemológica de la matemática educativa.....	38
2.5.1 Principios de la Socioepistemología.....	40
2.5.1.1. El principio normativo de la práctica social	40
2.5.1.2. El principio de la racionalidad contextualizada	41
2.5.1.3. El principio del relativismo epistemológico	41
2.5.1.4. El principio la resignificación progresiva	41
2.5.2. Discurso Matemático Escolar (dME)	42
2.6. Aplicación de los números complejos en la electricidad	43
Capítulo III: Metodología.....	46
3.1. Documentación y Revisión Bibliográfica	47
3.2. Diseño de actividades.....	47
3.3. Retroalimentación por parte de Expertos	48
Capítulo IV: Resultados	51
4.1. Génesis y proceso de construcción de actividades	52
4.2. Resultados del asesoramiento Expertos	55
4.3. Secuencia de Actividades	58

4.3.1. Versión alumno.....	61
4.3.2. Versión docente.....	90
CAPÍTULO V: Consideraciones Finales	142
BIBLIOGRAFÍA	145
Referencias bibliográficas.....	146
ANEXOS.....	149
Anexo 1	150
Anexo 2	152

INDICE DE CUADROS Y FIGURAS

Cuadro 1. Aprendizajes esperados de la unidad de números complejos (MINEDUC, 2015).....	21
Cuadro 2. Supuestos del enfoque centrado en proyectos. Posner, 2004	31
Cuadro 3. Roles en el ABP.	36
Cuadro 4 Correcciones.....	56
Figura 1. Ciclo del aprendizaje experiencia.....	26
Figura 2. Perspectiva experiencial y situada	29
Figura 3. Criterios para elegir un buen caso	38

Introducción

Desde que se incluyó la temática de números complejos en tercero de enseñanza media chilena a contar del año 2013. Más la constatación de que esta temática es trabajada en textos y programas de estudio (MINEDUC) de forma operacional, es decir, se enseña principalmente a sumar, multiplicar, dividir, propiedades y formas de representación de los números complejos, todo esto de forma abstracta, esto es, alejada de toda realidad o problemática fuera de la matemática. Esta situación observada desde teorías que ven la matemática escolar como un proceso de construcción social del conocimiento matemático, donde los alumnos, ya no aprenden saberes, sino que resuelven problemáticas, donde los saberes emergen o son necesarios, muestran la necesidad de generar propuestas que vayan en este sentido.

Lo anterior motivó la búsqueda de una propuesta para aprender los números complejos de forma, que se tomen en cuenta las necesidades de los alumnos, sean estas del tipo: social, cultural, geográfica, ambiental, personal o motivacional, etc., esto es, que la matemática esté contextualizada, en sintonía con las acciones o prácticas pertinentes de los grupos humanos o comunidades donde se genera y utiliza. En relación a las características que se busca que tenga la propuesta, se hace necesario restringir ésta a los terceros medios de educación técnico profesional de las especialidades eléctrica y/o electrónica.

La propuesta consiste en una secuencia de actividades para complementar la enseñanza-aprendizaje de números complejos en 3°EM de la especialidad de electricidad y electrónica en establecimientos de educación técnico profesional. El diseño de la secuencia es resultado de la revisión de teorías que fundamentan este trabajo como literatura técnica que permite el diseño de actividades para la enseñanza de los números complejos en base a conocimientos de la disciplina de electricidad y electrónica. Finalmente, fue necesario el asesoramiento en la revisión de la propuesta en construcción por parte de profesores de experiencia de ambas especialidades (matemática y electricidad) de un liceo técnico profesional.

Capítulo I: Planteamiento Del Problema



1.1. Antecedentes

I. Socioepistemología de la matemática educativa v/s realidad

La teoría Socioepistemológica de la matemática educativa (TSME) se cuestiona qué es lo que se está enseñando, qué tipo de saber matemático está viviendo en el sistema educativo, a quién, para qué y por qué debe ser enseñado, conjuntamente al cómo se deberían enseñar los contenidos matemáticos. Frente a este cuestionamiento, es imperativo cambiar el foco: dejar de observar el concepto matemático en sí y comenzar a observar las prácticas que lo producen o favorecen su necesidad (Reyes-Gasperini & Cantoral, 2014). Para este análisis la Socioepistemología incorpora la componente social al grupo que integran las dimensiones: cognitiva, didáctica y epistemológica de la matemática educativa a fin de integrarlas y lograr una mirada sistémica de los fenómenos a tratar. Esta teoría se fundamenta en cuatro principios que delinear o modelan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, estos son: a) El principio normativo de la práctica social; b) El principio de la racionalidad contextualizada; c) El principio del relativismo epistemológico; y d) El principio la resignificación progresiva. En síntesis, la Teoría Socioepistemológica afirma que las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento (normatividad de las prácticas sociales), y que el contexto influye sensiblemente en el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso (racionalidad contextualizada). Una vez que este conocimiento es puesto en uso, es decir, se consolida como un saber, su validez será relativa a un entorno, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un relativismo epistemológico. Así, a causa de la propia evolución y de su interacción con los diversos contextos, se resignificarán estos saberes enriqueciéndoles con variantes significativas (resignificación progresiva) (Catoral & Reyes-Gasperini, 2014).

Por otro lado, es aceptado que la Matemática Escolar es producto de una transposición didáctica que lleva el saber sabio hacia el saber enseñado (Chevallard, 1999), en otras palabras, el saber matemático puro sufre cambios

adaptativos progresivos con el fin de seleccionar, organizar y estructurar los conocimientos matemáticos que serán incluidos en los temas de estudio en las escuelas y liceos, responsabilidad que recae principalmente en el profesor quien conoce directamente las necesidades de sus estudiantes y su contexto. Sin embargo, es sabido que el proceso de enseñanza-aprendizaje que acompaña el currículum de Matemática en los sistemas educativos continúa centrándose en los objetos matemáticos, entidades abstractas que son ejemplificadas, más que en la construcción del conocimiento matemático por parte del estudiante. Es decir, se concibe a la Matemática como una disciplina que trata con objetos abstractos, previos a la práctica social y al individuo, siendo el profesor un agente que comunica “verdades preexistentes” a sus estudiantes, normado por el Discurso Matemático Escolar (dME) (Cantoral, 2003). En muchos casos, esas “verdades preexistentes” carecen de significado tanto para el alumno como para el docente.

II. Escases de producción de actividades sobre números complejos

Randolph (2014) en su tesis de magister hace un estudio sobre cómo estudiantes de Enseñanza Media (16-18 años) y Superior (Licenciatura, Pedagogía, Magíster y Doctorado en matemática) comprenden los números complejos y cómo es posible alcanzar una comprensión profunda de éstos. Además, advierte una baja o casi nula producción de actividades referentes al estudio de los números complejos, pues son pocos los estudios a nivel latinoamericano que se preocupan de dicha situación haciendo mención únicamente a Bagni (2001) y Martínez Sierra & Antonio (2009) enfatizando la importancia del desarrollo de investigaciones para la creación de este tipo de situaciones para que los alumnos acepten los números complejos como conocimiento funcional. Se hizo una revisión bibliográfica que confirmó que, si existen investigaciones sobre números complejos, pero su temática se centra en aspectos históricos o cognitivos de aprendizaje, y en el mejor de los casos sólo entregan sugerencias para la enseñanza y aprendizaje de estos.

Finalmente, agregar que durante la experiencia de práctica profesional en un establecimiento de enseñanza media técnico profesional se pudo evidenciar particularmente que existe escaso diseño de actividades y situaciones problemáticas donde se utilicen los conocimientos de números complejos en el contexto de la especialidad de electricidad y/o electrónica, a pesar de que existen aplicaciones identificables de los números complejos en el ámbito eléctrico.

III. Revisión de textos de estudio y programa de estudio de 3° medio en torno a la unidad de Números Complejos.

El tema de números complejos está presente en enseñanza media chilena desde del año 2013, específicamente en el nivel de tercero medio de enseñanza media. Se revisó tanto el texto del estudiante, docente y programa de matemática del nivel mencionado hasta al año 2016 teniendo como foco el análisis de las tareas propuestas como ejercicios y problemas.

Un ejercicio está referido a una o más acciones rutinarias, a la utilización de un algoritmo que el profesor ha explicado y el alumno simplemente debe repetir una y otra vez. El ejercicio conduce a aplicar de manera mecánica, operaciones y propiedades matemáticas. Un problema en cambio, podemos decir que lleva o intenta llevar al alumno a ser creativo. Debe ingeniárselas para resolver una cuestión que le ha sido planteada. Implica encontrarse con una o más barreras que deberá superar, para lo cual deberá revisar el bagaje de conocimientos previos, nuevos o viejos, y relacionarlos entre sí (Chrestia, 2011)

La anterior descripción respecto de la presencia de ejercicios y problemas en textos escolares son mostrados a continuación como ejemplos representativos:

a. Ejercicios de Números Complejos – texto del estudiante 3° medio pág. 42
(Saiz Maregatti & Blumenthal Gottlieb, 2015)

- 3** Rosario... ¿Cuándo dices que el módulo de un complejo será igual a su conjugado?... Ahora respondan ustedes, ¿existe algún complejo donde se cumpla esta afirmación? Justifiquen matemáticamente su respuesta.
- 4** Carolina le pregunta a su hermano: "Fernando, ¿cuál es el módulo del complejo conjugado de $\frac{3}{5} - 2\frac{1}{4}i$?... Fernando la miró y... unos minutos después le dio la respuesta... ¿Pueden ustedes decirme cuál fue esta?"
- 5** Emanuel y su grupo repartieron los ejercicios de matemática para que, al día siguiente, cada integrante trajera su parte. Ayuden a Emanuel a resolver los siguientes ejercicios.
Si $z_1 = (3 - 5i)$ y $z_2 = (2 + 5(2 + 3i))$ determina:
- a. $|z_1 + z_2|$ b. $|z_1 \cdot z_2|$

b. Problemas de Números Complejos – texto del estudiante 3° medio pág. 50
(Saiz Maregatti & Blumenthal Gottlieb, 2015)

Resuelve los siguientes problemas. No olvides revisar tus respuestas en el solucionario.

- 1** Esta prueba de números complejos me va a matar –decía Mariana mientras estudiaba. Ella no lograba entender cómo se podían representar los números complejos, usando un ángulo y su módulo. Por una parte, tenía un complejo cuyo módulo era, aproximadamente, 4,5 y su ángulo 33° y, por otro lado un complejo que era $4 + 2i$, ¿serían el mismo complejo?... Da tú la respuesta a Mariana, justificándola matemáticamente.
- 2** Casimiro, de hobby pintor, le gustaba tanto la matemática, que pensó que su próxima pintura sería basada en los números complejos, su haz de partida sería un vector que tuviera por ángulo 30° y por módulo 2. ¡Ajá! –pensó-. Le llamaré z , como aquellos números complejos que he estudiado... El resto de los haces serán z^2 , z^3 , $\sqrt[3]{z}$ y \sqrt{z} se puso a calcular... Di tú cuáles fueron estos complejos... ¿Podrías bosquejar con distintos colores el dibujo de Casimiro?
- 3** Luisa está haciendo su tarea de matemática. Ella debe representar los siguientes complejos en el plano complejo y luego escribirlos determinando su módulo y el ángulo que forman con el eje real. ¿Puedes tú hacerlo también?
- a. (3,3) d. (-2,7)
b. (2,0) e. (1, -3)
c. (-1, -5)
- 4** En un concurso de conocimientos matemáticos, Patricio debe responder lo siguiente: "Desde un punto cualquiera, traza un complejo cuyo módulo sea igual a 5 metros y forme un ángulo de 60° con el este" Entrega las coordenadas, de este complejo.
- 5** Estela está haciendo su tarea, pero cuando lee el enunciado no logra entender lo que se pide. Este que dice así: "Dado el complejo (3,5), encuentra otro complejo de modo que al multiplicarlo con el complejo dado, su resultado sea en módulo 26 unidades y el ángulo formado con el eje real de 128° ". ¿Puedes tú responder este problema?

- c. Actividades de Números Complejos – texto del docente 3° medio pág. 43 (Saiz Maregatti & Blumenthal Gottlieb, 2015)

Actividades de profundización

- Aprovechando las propiedades de las potencias de i . Calcula las siguientes adiciones:
 - $i + i^2 + i^3$
 - $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7$
 - $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{220}$
- Calcular x para que el complejo que obtenemos al dividir $\frac{x+2i}{4-3i}$ este representado en la bisectriz del primer cuadrante.
- Calcular m para que el número complejo $3 - mi$ tenga el mismo módulo que $2\sqrt{5} + \sqrt{5}i$.
- La suma de dos números complejos conjugados es 8 y la suma de sus módulos es 10 ¿Cuáles son esos números?
- Resuelve el sistema de números complejos:

$$\begin{cases} 3z + w = 6i \\ z + wi = 1 - i \end{cases}$$
- Sabiendo que el complejo $z = (1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{22}) \cdot (3 + ki)$ tiene módulo 5. Hallar el valor de k
- ¿Serán $2 - i$ y $2 + i$ las soluciones o raíces de la ecuación $z^2 - 4z + 5 = 0$?
- Hallar x , para que la expresión $z = \frac{(4 + xi)}{(2 + i)}$ sea:
 - Real.
 - Imaginario puro.

- d. Sugerencias de problemas de Números Complejos – programa de estudio 3° medio pág. 46 (MINEDUC, 2015)

AE 03

Resolver problemas aplicando las cuatro operaciones con números complejos.

- Suman dos números complejos de forma pictórica, por ejemplo, representan en el plano complejo los números $3 + 2i$ y $-3 + 2i$, y realizan la suma de vectores. Conjeturan que la suma de dos números complejos en el plano complejo corresponde a la diagonal del paralelogramo formado por la representación vectorial de los números.
- Encuentran el número complejo Z que cumple con la condición dada:
 - $Z + (1 + i) = 3 - 2i$
 - $(-3 - i) + 5Z = 4i$
 - Para qué valores de c se cumple: $(2 + i) + (5 + ci) = 7 - 7i$
 - Si $Z_1 = a + bi$ y $Z_2 = c + di$, demuestran que $Z_1 = Z_2$, si y solo si $a = c$ y $b = d$.

Se ha podido constatar que son tareas de índole netamente aritmética y algebraica, pues su foco se centra en el dominio de reglas, algoritmos y propiedades. Dicho de otro modo, que en su mayoría estas tareas son ejercicios y no problemas pues su estructura no implica para los estudiantes desarrollar procesos nuevos o de mayor complejidad a los que ya conocen. Este hecho no es un error en sí mismo, si dichos ejercicios estuvieran acompañados por problemas fuera de la matemática y acordes al contexto de los estudiantes, sin embargo, los problemas planteados son escasos y sólo se remiten al ámbito matemático.

Lo anterior de cierta manera contradice unos de los principales propósitos del programa de estudio, el cual sostiene que *“El aprendizaje de la matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana.”* y que *“Aprender matemática permite, a las y los estudiantes, dar respuesta a interrogantes y problemas de diferentes campos de conocimiento o a distintos fenómenos de la vida cotidiana”* (MINEDUC, 2015).

1.2. Problemática

Desde la perspectiva de la TSME (Catoral & Reyes-Gasperini, 2014) y la teoría de la Enseñanza Situada (Díaz Barriga Arceo, 2006) y de acuerdo a lo presentado en los antecedentes se evidenció que existe escases de propuestas de actividades basadas en fundamentos teóricos que permitan complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números complejos en tercero de enseñanza media en dónde se dé al estudiante la posibilidad de comprender dicho tema matemático relacionándose con situaciones problemáticas, haciendo uso del contexto y comprendiendo su significación tanto para la matemática como también para otras disciplinas. Por tanto, la mayoría de las actividades existentes no satisfacen los principios fundamentales enfatizados en el curriculum de matemática proporcionado por Ministerio de Educación de Chile y también los principios orientadores de la didáctica de la matemática para el desarrollo de competencia matemática en los estudiantes.

1.3. Objetivos del seminario

1.3.1 Objetivo general

Diseñar actividades basadas en fundamentos teóricos para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números complejos en el nivel correspondiente a tercero de enseñanza media en el contexto de los liceos técnico-profesionales chilenos de la especialidad de electricidad y electrónica para el desarrollo de competencia matemática de dichos estudiantes.

1.3.2. Objetivo específicos

- Identificar fundamentos teóricos que posibilitan el diseño, de una secuencia de actividades para el aprendizaje de los números complejos.
- Determinar condiciones para la enseñanza de los números complejos en base a conocimientos de la disciplina de electricidad y electrónica.
- Diseñar actividades contextuales para alumnos de liceos técnico-profesionales eléctricos y electrónicos, que contribuya aprendizaje de los números complejos.

Capítulo II: Marco Teórico



2.1. ¿Qué propósito tiene la enseñanza de la Matemática actualmente?

A nivel internacional se tiene especial atención a la educación matemática debido a que la mayoría de los ámbitos en los que se desempeñan los individuos para el desarrollo y crecimiento económico de una nación requieren de una buena formación matemática. En lo que respecta a este punto, la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) con el fin de cumplir con dicho propósito en 2003 ha puesto en marcha el proyecto PISA/OCDE con el que espera, entre otros objetivos, fomentar que los individuos alcancen o logren la alfabetización o competencia matemática. Este concepto, lo define como: “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OCDE, 2004, pág. 21) Frente a este planteamiento los países miembros, entre los cuales figura Chile (2010), están obligados a asumir esta responsabilidad como nación y procurar el desarrollo de políticas que contribuyan al cumplimiento de dicho objetivo.

De la definición entregada por la OCDE se desprende que la competencia matemática involucra la apropiación de contenidos y desarrollo de habilidades. Éstas últimas no se limitan únicamente al contexto matemático, sino que, como lo define la alfabetización matemática, que colaboren a satisfacer las necesidades de la vida personal en su ambiente próximo. Entre estas competencias destacan:

- Pensar y razonar
- Argumentar y Comunicar
- Modelar
- Plantear y resolver problemas
- Representar
- Utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones
- Usar herramientas y recursos

Particularmente, el sistema de educación chileno en la actualidad se rige bajo las directrices que estipula el currículum nacional, las cuales detallan los objetivos que se deberían alcanzar y las habilidades que los alumnos deberían desarrollar según cada unidad de aprendizaje. Es así como los programas de estudio correspondientes a la asignatura de Matemática para cada nivel de enseñanza media plantean que:

“Se busca que las y los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, *tanto en el contexto del sector de aprendizaje como al desenvolverse en su entorno*. Esto supone orientarlos hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de dichos elementos para realizar de manera efectiva una acción determinada.” (MINEDUC, 2015, pág. 8)

Ciertamente, dicho propósito coincide con el que sostiene la OCDE, y es así como también las competencias (habilidades) en las cuales se enfoca la OCDE figuran en los planes y programas de estudio chilenos. Por tanto, a nivel transversal, es fundamental fomentar el desarrollo de nuevos enfoques didácticos para la generación de tareas matemáticas adecuadas que contribuyan a la adquisición progresiva de éstas competencias en todos los niveles educativos.

2.2. Los números complejos en la educación chilena

Como se mencionó anteriormente Chile como país miembro de la OCDE en forma oficial a partir de 2010 está comprometido a cumplir con los planteamientos y metas establecidos por la OCDE en lo que respecta a la educación y formación de ciudadanos. En base a este hecho, particularmente en la disciplina de Matemática se han observado importantes cambios en el currículum establecido para la mayoría de los niveles educativos (E. Básica, E. Media y E. Superior) como, por ejemplo: el adelantamiento de contenidos, la extracción de contenidos y la incorporación de contenidos nuevos. El ministerio de educación chileno

(MINEDUC) consigna en el documento *Fundamentos del Ajuste Curricular en el sector Matemática* (2009), que estas modificaciones se deben a que los contenidos que contemplaban las pruebas internacionales (TIMSS y PISA) eran tratados demasiado tarde en el currículum chileno, lo que traía consigo bajos resultados de parte de los estudiantes.

Uno de los cambios más notorios fue la inclusión de la unidad de números complejos en tercero de enseñanza media en el año 2013, la cual, según el MINEDUC, viene a contribuir a un mejor desarrollo de la habilidad de resolución problemas, pues los contenidos que abarca permiten dar completitud a las soluciones de ecuaciones de segundo grado y completitud al conjunto de los sistemas numéricos. Para cumplir con dicha premisa, el MINEDUC en el programa de estudio contempla en la unidad de números complejos lo relativo a desarrollo del concepto, sus operaciones y las formas de representación acuñadas en seis aprendizajes esperados con sus respectivos indicadores de evaluación, estos son:



APRENDIZAJES ESPERADOS E INDICADORES DE EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

APRENDIZAJES ESPERADOS	INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS
<i>Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Las y los estudiantes que han logrado este aprendizaje:</i>
AE 01 Reconocer los números complejos como una extensión del campo numérico de los números reales.	<ul style="list-style-type: none"> › Determinan a qué tipo de conjunto pertenece la solución de una ecuación cuadrática. › Escriben un número complejo de forma vectorial y viceversa. › Relacionan la unidad imaginaria i con la solución de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
AE 02 Utilizar los números complejos para resolver problemas que no admiten solución en los números reales.	<ul style="list-style-type: none"> › Resuelven ecuaciones cuadráticas cuyas soluciones no corresponden a números reales. › Conjeturan acerca de la solución de la ecuación $x^2 + c = 0$ si la constante c pertenece a \mathbb{N} o \mathbb{Z}^-.
AE 03 Resolver problemas aplicando las cuatro operaciones con números complejos.	<ul style="list-style-type: none"> › Suman y restan números complejos. › Ponderan o multiplican números complejos, según corresponda. › Dividen números complejos. › Identifican, en las operaciones con números complejos, las propiedades de conmutatividad, asociatividad y distributividad. › Resuelven problemas utilizando números complejos.
AE 04 Formular y justificar conjeturas que suponen generalizaciones o predicciones de números complejos y sus propiedades.	<ul style="list-style-type: none"> › Calculan con varios números complejos para reconocer propiedades de estos. › Formulan y justifican conjeturas relativas a las propiedades de números complejos.
AE 05 Argumentar la validez de los procedimientos o conjeturas referentes a números complejos y sus propiedades.	<ul style="list-style-type: none"> › Validan sus conjeturas en ejemplos numéricos. › Formulan y verifican conjeturas respecto de un número complejo y su conjugado.
AE 06 Representar un número complejo de forma polar y calcular la potencia, con exponente racional, de un número complejo.	<ul style="list-style-type: none"> › Representan de forma polar un número complejo. › Calculan la potencia de un número complejo. › Representan, en el plano complejo, las raíces de un número complejo.

Cuadro 1. Aprendizajes esperados de la unidad de números complejos (MINEDUC, 2015)

Por otro lado, se debe tener en cuenta que paralelamente a lo que plantea el currículum según el ministerio, la importancia de aprender ciertos contenidos como los números complejos puede estar presente entre las necesidades propias del estudiante y es ahí donde adquiere mayor relevancia su enseñanza para ser

un aporte significativo en su proceso de formación. Ejemplo de ello es el grupo de estudiantes pertenecientes a la educación media técnico profesional que optaron especializarse en el ámbito de la electricidad o electrónica, ya que en los números complejos pueden encontrar una herramienta que les sirva para su labor profesional al enfrentarse a ciertas situaciones problemáticas e interpretar de mejor manera sus resultados.

2.3. Enseñanza situada: un vínculo entre la escuela y la vida.

Desde tiempos inmemoriales muchos personajes ilustres han postulado que la formación escolar debe estar sintonizada con las necesidades vitales de los alumnos. Un ejemplo deriva de la propuesta humanista de Carl Rogers, quien habla de la necesidad de que el aprendizaje sea significativo en el sentido que los contenidos que se interioricen se encuentren vinculados en alguna medida con lo que es familiar e interesante para el aprendiz (Díaz Barriga Arceo, 2006). Otro ejemplo lo proporciona el hecho revelador de que todas las naciones desarrolladas plantean, como uno de sus principios fundamentales de política educativa, la pertinencia de las enseñanzas en la escolaridad básica. Este principio se refiere precisamente al imperativo de que tanto lo que se enseña como las experiencias para enseñarlo se hagan consonantes, en razonable medida, con las circunstancias personales y culturales de los estudiantes, con lo que es o puede serles legítimamente relevante y pertinente (Díaz Barriga Arceo, 2006).

Pese a lo mencionado anteriormente la educación actual está lejos de haber generado un verdadero vínculo entre escuela y la vida de sus estudiantes. Esto se podría deber a ¿Una pesada inercia que ha llevado a los docentes a preocuparse por los contenidos disciplinarios en sí mismos, antes que ocuparse de que los educandos los transfieran efectivamente a sus potenciales ámbitos de aplicación práctica? La enseñanza situada busca dar respuestas y posibles soluciones a preguntas como la anteriormente formulada, y parte del principio que el conocimiento situado se genera y es habitualmente recreado por los individuos

en determinada situación (social, cultural, geográfica, ambiental, personal, motivacional, etc.) por lo que resulta mayormente aplicable a situaciones que son análogas a las originales o habituales y menormente transferible a situaciones distintas de ellas.

La enseñanza situada considera fundamental que todo agente pedagógico, en la toma de decisiones curriculares o didácticas (definición de objetivos, contenidos, estrategias de enseñanza-aprendizaje, formas de evaluación y mecanismos motivacionales, entre otras) atribuya un papel decisivo a la consideración lúcida y sistemática de las situaciones en que el educando ha recreado o deberá recrear el conocimiento a adquirir en los escenarios escolares. Así, cobran particular vigencia aquellas teorías y propuestas educativas referentes al aprendizaje significativo y al autoaprendizaje compartido, cuya meta es la construcción de conocimientos y habilidades de alto nivel o la adquisición de estrategias adaptativas y cooperativas para la solución de problemas pertinentes en escenarios tanto académicos como cotidianos. En este mismo sentido los enfoques contemporáneos de corte constructivista, sociocultural y situados, que plantean que el aprendizaje es ante todo un proceso de construcción de significados cuyo atributo definitorio es su carácter dialógico y social (Díaz Barriga Arceo, 2006).

La concepción de enseñanza y aprendizaje situados cuestiona el sentido y relevancia social de un conocimiento escolar descontextualizado, al margen de las acciones o prácticas pertinentes para los grupos humanos o comunidades donde se genera y utiliza. De igual manera la enseñanza situada insiste en que el *aprender y el hacer son acciones inseparables*, y que la educación que se ofrece en las escuelas debiese permitir a los estudiantes participar de manera activa y reflexiva en actividades educativas propositivas, significativas y coherentes con las prácticas relevantes en su cultura. De esta manera, el conocimiento situado intenta vincular el aprendizaje escolar con la educación para la vida (Díaz Barriga Arceo, 2006). El mismo Díaz menciona que la premisa fundamental de su libro "ENSEÑANZA SITUADA: vínculo entre la escuela y la vida" es *que el*

conocimiento es situado, es parte y producto de la actividad, del contexto y de la cultura en que se desarrolla y utiliza. El conocimiento es situado porque se genera y se recrea en determinada situación. Así, en función de lo significativo y motivante que resulte, de la relevancia cultural que tenga o del tipo de interacciones colaborativas que propicie, podrá aplicarse o transferirse a otras situaciones análogas o distintas a las originales. A continuación, ofrecemos un breve resumen de conceptos y principios educativos en que se sustenta la enseñanza situada, y que se desprenden de las perspectivas experiencia, reflexiva y situada.

2.3.1. La perspectiva experiencial deweyniana: "aprender haciendo"

John Dewey fue el filósofo norteamericano más importante de la primera mitad del siglo XX. A lo largo de su extensa carrera, Dewey desarrolló una filosofía que abogaba por la unidad entre la teoría y la práctica. De acuerdo con Neve (2003), la obra de John Dewey en su conjunto, y en particular *Experiencia y Educación* (1938) constituyen la raíz intelectual de muchas propuestas actuales que recuperan la noción de aprendizaje experiencial y al mismo tiempo da sustento a diversas propuestas de enseñanza reflexiva y situada. Así, las consecuencias de cualquier situación no sólo implican lo que se aprende de manera formal, puntual o momentánea, sino los pensamientos, sentimientos y tendencias a actuar que dicha situación genera en los individuos que la viven y que dejan una huella perdurable. De esta manera, la filosofía de una enseñanza de corte experiencia descansa en la premisa de que si se consigue que la experiencia escolarizada se relacione más con la experiencia significativa de los estudiantes y resulte menos artificial, los estudiantes se desarrollarán más y llegarán a ser mejores ciudadanos. Dewey desarrolla su propuesta de aprendizaje experiencial con la tesis central esbozada en la obra *Experiencia y educación* de que "toda auténtica educación se efectúa mediante la experiencia", pero al mismo tiempo afirma que ello "no significa que todas las experiencias sean verdaderas o igualmente educativas. Dewey aborda en su teoría que el aprendizaje experiencial

más que una herramienta, es una estrategia metodológica, que parte del principio que las personas aprenden mejor cuando entran en contacto directo con sus propias experiencias y vivencias, es un aprendizaje “haciendo”, que reflexiona sobre el mismo “hacer”. El aprendizaje experiencial en esta modalidad no se limita a la sola exposición de conceptos, sino que, a través de la realización de ejercicios, simulaciones o dinámicas con sentido, busca que la persona asimile los principios y los ponga en práctica, desarrollando sus competencias personales y profesionales. Lo anterior ocurre siempre y cuando se tenga un adecuado proceso de reflexión y de voluntad de experimentación por parte de quien aprende.

Más aún, el aprendizaje experiencial ofrece una oportunidad única para conectar la teoría y la práctica. Cuando el alumnado se enfrenta al desafío de responder a un amplio abanico de situaciones reales, se consolida en él un conocimiento significativo, contextualizado, transferible y funcional y se fomenta su capacidad de aplicar lo aprendido.

El modelo sobre aprendizaje experiencial de este autor distingue distintas fases: Experiencia concreta, reflexión, conceptualización abstracta y aplicación. De acuerdo a esa perspectiva, el aprendizaje se inicia a partir de una experiencia concreta, la cual es interpretada por el individuo a través de la reflexión y la conceptualización la última fase contemplada en el modelo de Dewey es la de aplicación, que supone la capacidad de transferir el nuevo conocimiento a otras situaciones. Este marco teórico enfatiza el papel clave que el conocimiento previo y las experiencias vividas anteriormente por el sujeto, tienen sobre todo el proceso.

A partir de las ideas de Dewey se desarrollaron diversos modelos de aprendizaje experiencial. La mayoría son cíclicos y tienen tres fases básicas: la conceptualización de una experiencia o situación problema; una fase reflexiva, en la que el aprendiz realiza importantes aprendizajes con apoyo en dicha reflexión; y una de prueba, en la que los aprendizajes recién logrados se integran en el marco conceptual del alumno y pueden conducir a nuevos problemas o experiencias, y en este sentido, el proceso ocurre en realidad en espiral, pues al final se arriba a una reconstrucción del conocimiento véase la figura 1. (Díaz Barriga Arceo, 2006).

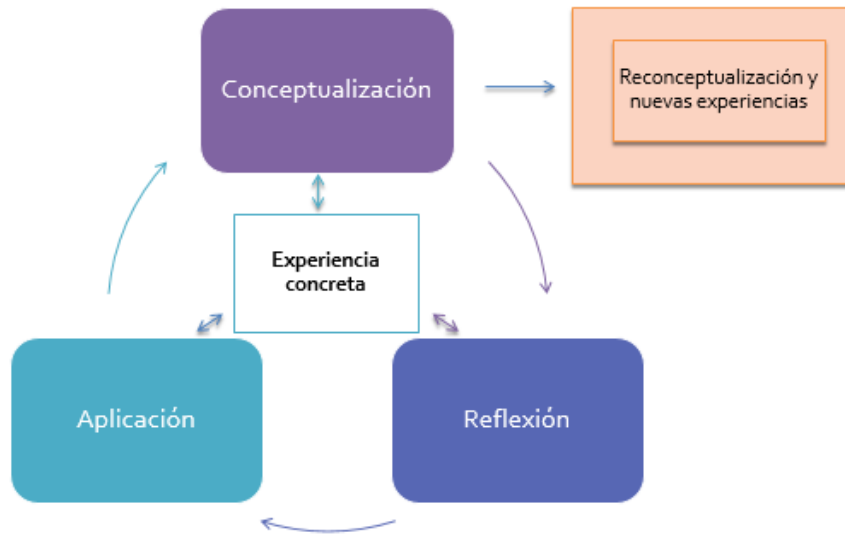


Figura 1. Ciclo del aprendizaje experiencia

De acuerdo con Brubacher (2000), los principios educativos de la postura deweyniana son los siguientes:

- i. Educación democrática: la educación debe concebirse ante todo como una gran actividad humana en y para la democracia, y en este sentido debe orientarse a la reconstrucción del orden social.
- ii. Educación científica: donde Dewey destaca el papel de la formación científica de los niños y jóvenes, así como la importancia de la experimentación por medio del método científico.
- iii. Educación pragmática: centrada en la experiencia como prueba del conocimiento mediante el hacer y experimentar en que participa el pensamiento de alto nivel, pero al mismo tiempo dando prioridad a la experiencia cotidiana en el hogar y la comunidad.
- iv. Educación progresiva: plantea que la experiencia educativa es una reconstrucción constante de lo que hace el niño a la luz de las experiencias que vive, y que, por ende, dicha reconstrucción es lo que permite al alumno progresar, avanzar en el conocimiento; esta idea inspiraría después otros principios educativos, como la noción del currículo en espiral.

Al igual que David Ausubel (1976) en su teoría del aprendizaje significativo, el aprendizaje experiencial plantea la necesidad de relacionar el contenido por aprender con las experiencias previas, pero ello sólo es un primer paso. En *Experiencia y educación*, Dewey plantea que el siguiente paso es aún más importante, pues el educador tiene que seleccionar aquellas cuestiones dentro del rango de las experiencias existentes que sean promisorias y ofrezcan nuevos problemas potenciales por medio de los cuales se estimulen nuevas formas de observación y juicio, que a su vez lleven a los sujetos a ampliar su ámbito de experiencia ulterior. Conforme se amplía la experiencia, se organiza más y se aproxima a una forma de organización más madura y hábil, similar a la de un experto.

De esta manera, una situación educativa, para efectos de su análisis e intervención instruccional, requiere concebirse como un sistema de actividad, donde los componentes por ponderar incluyen, de acuerdo con Engestrom (Baquero, 2002):

- El SUJETO que aprende.
- Los INSTRUMENTOS que se utilizan en la actividad, sobre todo los de tipo semiótico
- El OBJETO por apropiarse u objetivo que regula la actividad (saberes y contenidos).
- Una COMUNIDAD de referencia donde se insertan la actividad y el sujeto.
- NORMAS Y REGLAS DE COMPORTAMIENTO que regulan las relaciones sociales de esa comunidad
- REGLAS que regulan la división de tareas en la misma actividad.

Desde la perspectiva del sujeto que aprende, la adopción de un enfoque de enseñanza situada recupera y amplía algunos de los principios educativos del constructivismo y la teoría del aprendizaje significativo. Por principio de cuentas, el punto de partida de la enseñanza seguirá siendo lo que el educando realmente sabe, puede hacer y desea saber, así como la intención de que las experiencias

educativas aborden mejor sus necesidades personales. Al mismo tiempo, se enfatizarán la búsqueda del sentido y el significado en torno a los contenidos que se han de aprender. Pero al mismo tiempo, se establece la importancia que tiene el uso funcional y pertinente del conocimiento adquirido en contextos de práctica apropiados, pero sobre todo la sintonía de dicho conocimiento con la posibilidad de afrontar problemas y situaciones relevantes en su entorno social o profesional (Díaz Barriga Arceo, 2006). Luego de identificar las principales características y principios de enseñanza situada, debemos investigar cuales son las principales estrategias de enseñanza-aprendizaje que permiten llevar a efecto dicha perspectiva.

2.4. Métodos o enfoques estratégicos propios de la enseñanza experiencial y situada

Según trabajo de Díaz (2003) reconoció las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje con la perspectiva experiencial situada.

- Método de proyectos.
- Aprendizaje centrado en la resolución de problemas reales y análisis de casos.
- Prácticas situadas o aprendizaje *in situ* en escenarios reales.
- Aprendizaje basado en el servicio a la comunidad (*service learning*)
- Trabajo en equipos colaborativos.
- Ejercicios, demostraciones y simulaciones situadas.
- Aprendizaje mediado por las nuevas tecnologías de la información y comunicación (NTIC) cuando éstas constituyen verdaderas herramientas cognitivas.



Figura 2. Perspectiva experiencial y situada

Muchas de estas metodologías datan de ya varias décadas. Pero según cita Greeno (1998, p17) lo importante es que estas busquen organizar ambientes de aprendizaje y actividades que incluyan oportunidades para adquirir habilidades básicas, conocimiento y comprensión conceptual, pero no como dimensiones aisladas de la actividad intelectual, sino como contribuciones al desarrollo de identidades fortalecidas en los estudiantes, como aprendices individuales y como participantes más eficaces en las prácticas sociales significativas de sus comunidades de aprendizaje en la escuela, y donde sea relevante en sus vidas.

Procederemos a mostrar las características de las metodologías que consideramos más idóneas a nuestra investigación.

2.4.1. La conducción de la enseñanza mediante proyectos situados

El enfoque de proyectos asume una perspectiva situada en la medida en que su fin es acercar a los estudiantes al comportamiento propio de los científicos sociales destacando el proceso mediante el cual adquieren poco a poco las

competencias propias de éstos, por supuesto en sintonía con el nivel educativo y las posibilidades de alcance de la experiencia educativa (Díaz Barriga Arceo, 2006).

Desde la educación básica, las instituciones promueven la participación de los alumnos en proyectos escolares, personales y comunitarios, de esta forma, la escuela asume el compromiso de formar actores sociales poseedores de competencias sociofuncionales, de carácter holista, que van mucho más allá de la posesión de conocimientos declarativos e inertes.

El aprendizaje por medio de proyectos es notablemente experimental, pues se aprende al hacer y al reflexionar sobre lo que se hace en contextos de prácticas situadas y auténticas. Lo valioso de un proyecto es la posibilidad de preparar al alumno no sólo en torno a la experiencia concreta en que éste se circunscribe, sino en la posibilidad de tener una amplia aplicación en situaciones futuras.

Desde esta perspectiva, un proyecto va acompañado de la promoción de relaciones sociales compartidas, cuyo propósito es el desarrollo del carácter moral y de la disposición actitudinal y comportamental que toman como referente principal el bien común.

A continuación, mostramos un cuadro donde se mencionan los supuestos del enfoque centrado en proyectos, según Posner, 2004.

Epistemología	El método científico ofrece un modelo de la forma en que pensamos, y, por consiguiente, debe emplearse para estructurar las experiencias educativas. Este método consiste en ciclos recurrentes de pensamiento-acción-reflexión. El conocimiento más valioso es el social. Un enfoque de aprendizaje experiencial, interdisciplinario, centrado en proyectos, permite a los estudiantes conseguir las habilidades, actitudes y conocimientos necesarios para participar en una sociedad democrática.
Psicólogo	La educación escolarizada debe educar a la persona en su totalidad. Las personas aprenden haciendo; adquieren nuevas habilidades y actitudes al ponerlas a prueba en actividades que ellos mismos dirigen, y encuentran importantes y significativas.

Propósito educativo	La educación debe ayudar a los estudiantes a reconstruir o reorganizar su experiencia, de manera que contribuyan a la experiencia social en sentido amplio. Las metas centrales son el desarrollo y crecimiento del alumno, más que la enseñanza de hechos, de la estructura de las disciplinas o de las habilidades intelectuales, a excepción de que sean necesarias para los proyectos de los estudiantes.
Currículo	Debe existir congruencia entre el currículo, los intereses de los estudiantes y sus necesidades de desarrollo. El contenido debe ser interdisciplinario, basado en material "relevante", y proporcionar a los estudiantes oportunidades para aplicar nuevos aprendizajes en actividades del "mundo real".
Desarrollo del currículo	De manera cooperativa, los estudiantes y los profesores deben desarrollar un currículo pertinente respecto de los intereses y necesidades de los alumnos. No es preciso que participen "expertos".

Cuadro 2. Supuestos del enfoque centrado en proyectos. Posner, 2004

Para Kilpatrick (1921) a diferencia de otros que hablan de la enseñanza mediante proyectos, pero los restringen al valor del aprendizaje disciplinario que propician, el tipo de proyectos o actos propositivos que vale la pena considerar en la enseñanza deben ser proyectos apropiados o valiosos con trascendencia no sólo en la adquisición de saberes específicos, sino para la vida en una sociedad democrática. Kilpatrick (1921) identificaba cuatro tipos de proyectos:

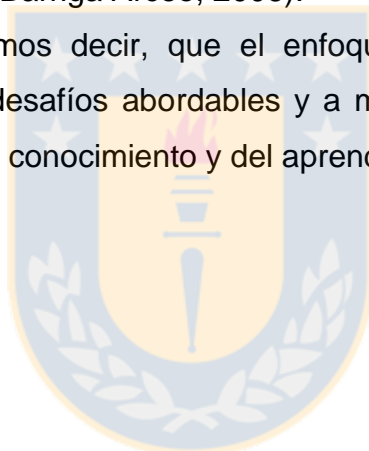
1. Las experiencias en que el propósito dominante es hacer o efectuar algo, dar cuerpo a una idea o aspiración en una forma material (p. ej., un discurso, un poema, una sinfonía, una escultura, etcétera).
2. El proyecto consiste en la apropiación prepositiva y placentera de una experiencia (p. ej., ver y disfrutar una obra de Shakespeare).
3. El propósito dominante en la experiencia es resolver un problema, desentrañar un acertijo o una dificultad intelectual.

4. Experiencias muy variadas en las que el propósito es adquirir un determinado grado de conocimiento o habilidad al cual la persona que aprende aspira en un punto específico de su educación.

Estas cuatro categorías no son excluyentes, y la diferencia reside en todo caso en el propósito o actitud que el alumno asume ante la tarea. Lo que queda claro es que un proyecto no es un tópico o un tema del programa de una asignatura, aunque por supuesto el proyecto surge y se conecta con los tópicos del currículo escolar.

Al igual que para Dewey, para Kilpatrick lo valioso de un proyecto es la posibilidad de preparar al alumno no sólo en torno a la experiencia concreta en que éste se circunscribe, sino en la posibilidad de tener una amplia aplicación en situaciones futuras (Díaz Barriga Arceo, 2006).

Finalmente, podemos decir, que el enfoque de proyectos se orienta a plantear a los alumnos desafíos abordables y a motivarlos en la dirección de la construcción conjunta del conocimiento y del aprendizaje significativo.



2.4.2. El aprendizaje basado en problemas y el método de casos

Es importante recalcar la importancia de la creación de entornos y experiencias de aprendizaje que permitan a las personas afrontar con éxito los problemas relevantes que enfrentan. Según Torp y Sage (1998), si se les pide a varias personas que describan las ocasiones en que aprendieron algo en verdad importante y que recuerdan con clara comprensión, por lo general no recordarán situaciones escolares formales, sino situaciones de la vida donde tuvieron que afrontar problemas reales, complejos y significativos. Ya mencionamos que los verdaderos problemas, los que son en verdad significativos, distan mucho de los ejercicios de mecanización rutinarios, cuya solución es única y predeterminada, que se pide a los alumnos resolver en las escuelas con la etiqueta de "problemas".

El ABP consiste en el planteamiento de una situación problema, donde su construcción, análisis y/o solución constituyen el foco central de la experiencia, y donde la enseñanza consiste en promover deliberadamente el desarrollo del proceso de indagación y resolución del problema en cuestión. Suele definirse como una experiencia pedagógica de tipo práctico organizada para investigar y resolver problemas vinculados al mundo real la cual fomenta el aprendizaje activo y la integración del aprendizaje escolar con la vida real, por lo general desde una mirada multidisciplinar. De esta manera, como metodología de enseñanza, el ABP requiere de la elaboración y presentación de situaciones reales o simuladas - siempre lo más auténticas y holistas posible- relacionadas con la construcción del conocimiento o el ejercicio reflexivo de determinada destreza en un ámbito de conocimiento, práctica o ejercicio profesional particular. El alumno que afronta el problema tiene que analizar la situación y caracterizarla desde más de una sola óptica, y elegir o construir una o varias opciones viables de solución (Díaz Barriga Arceo, 2006).

De acuerdo con Arends (2004), las diversas modalidades que adopta hoy en día el aprendizaje basado en problemas son tributarias de las teorías constructivistas del aprendizaje, las cuales destacan la necesidad de que los alumnos indaguen e intervengan liderazgo que fomentan en su entorno y

construyan por sí mismos aprendizajes significativos, lo que proporciona las bases teóricas del ABP.

El ABP puede entenderse y trabajarse en una doble vertiente: en el *nivel de diseño del currículo* y como *estrategia de enseñanza* (Díaz Barriga y Hernández, 2002; Edens, 2000; Posner, 2004). En ambas vertientes, el interés estriba en fomentar el aprendizaje activo, aprender mediante la experiencia práctica y la reflexión, vincular el aprendizaje escolar a la vida real, desarrollar habilidades de pensamiento y toma de decisiones, así como ofrecer la posibilidad de integrar el conocimiento procedente de distintas disciplinas.

Como características básicas del ABP se plantean las siguientes (Torp y Sage, 1998, p. 37):

- Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problema.
- Organiza el currículo en torno a problemas holistas que generan en los estudiantes aprendizajes significativos e integrados.
- Crea un ambiente de aprendizaje en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar y los guían en su indagación, lo que les permite alcanzar niveles más profundos de comprensión.

Los alumnos no sólo participan de manera activa y se sienten motivados en las experiencias educativas que promueve el ABP, sino que mejoran sus habilidades autorreguladoras y flexibilizan su pensamiento, pues pueden concebir diferentes perspectivas o puntos de vista, así como estrategias de solución en relación con el asunto en cuestión.

Entre las habilidades que se busca desarrollar en los alumnos como resultado de trabajar mediante la concepción de problemas y soluciones se encuentran:

- *Abstracción*: implica la representación y manejo de ideas y estructuras de conocimiento con mayor facilidad y deliberación.
- *Adquisición y manejo de información*: conseguir, filtrar, organizar y analizar la información proveniente de distintas fuentes.

- *Comprensión de sistemas complejos*: capacidad de ver la interrelación de las cosas y el efecto que producen las partes en el todo y el todo en las partes, en relación con sistemas naturales, sociales, organizativos, tecnológicos, etcétera.
- *Experimentación*: disposición inquisitiva que conduce a plantear hipótesis, a someterlas a prueba y a valorar los datos resultantes.
- *Trabajo cooperativo*: flexibilidad, apertura e interdependencia positiva orientadas a la construcción conjunta del conocimiento.

En general, las situaciones problema diseñadas plantean un claro vínculo entre contenidos y problemas disciplinarios e interdisciplinarios con problemas de la vida real.

Los principios básicos de la metodología ABP son, según Díaz (2006):

- La enseñanza del ABP inicia con la presentación y construcción de una situación problema o problema abierto.
- Los alumnos asumen el rol de solucionadores de problemas, mientras que los profesores fungen como tutores.
- La situación problema permite vincular conocimiento académico o curricular a situaciones de la vida real.
- La evaluación y asesoría están presentes en todo el proceso.
- Aunque no siempre se plantean situaciones de ABP multidisciplinarias, es importante considerar dicha posibilidad y no perder la naturaleza integradora u holística del conocimiento.

Según el mismo Díaz, los roles principales en la metodología ABP son.

EL PROFESOR COMO ENTRENADOR (COACH)	EL ESTUDIANTE COMO UN SOLUCIONADOR ACTIVO DEL PROBLEMA	EL PROBLEMA COMO DESAFÍO ABORDABLE Y ELEMENTO MOTIVACIONAL
<ul style="list-style-type: none">• Modela, entrena, apoya, se retira• Invitar a pensar• Supervisa el aprendizaje• Prueba y desafía el pensamiento de los alumnos• Mantiene a los estudiantes involucrados• Supervisa y ajusta el nivel de dificultad del reto• Maneja la dinámica del grupo• Mantiene el proceso en movimiento	<ul style="list-style-type: none">• Participante activo• Comprometido y responsable• Constructor de significado• Colaborador• Inquisitivo• Autorregulado	<ul style="list-style-type: none">• Abierto, no estructurado• Apela al interés humano por encontrar una solución, lograr estabilidad o armonía• Plantea la necesidad de un contexto de aprendizaje que promueva la indagación y el desarrollo del pensamiento• Presenta al alumno distintas perspectivas, controversias o dilemas que deba considerar en al toma de decisiones conducente a la solución más viable

Cuadro 3. Roles en el ABP.

EL MÉTODO DE CASOS

Algunos autores equiparan esta metodología con el ABP, si bien comparten principios y rasgos básicos, el Método de Casos presenta una variante particular.

A decir, un caso plantea una situación-problema que se expone al alumno para que éste desarrolle propuestas conducentes a su análisis o solución, pero se ofrece en un formato de narrativa o historia que contiene una serie de atributos que muestran su complejidad y multidimensionalidad; los casos pueden tomarse de la 'vida real' o bien consistir en casos simulados o realistas.

Selma Wassermann (1994, p. 3) plantea la siguiente definición: Los casos son instrumentos educativos complejos que aparecen en forma de narrativas. Un caso incluye información y datos (psicológicos, sociológicos, científicos, antropológicos, históricos, observacionales), así como material técnico. Aunque los casos se centran en materias o áreas curriculares específicas, por ejemplo, historia, pediatría, leyes, administración, educación, psicología, desarrollo del niño, etc., son por naturaleza interdisciplinarios. Los buenos casos se construyen en

torno a problemas o "grandes ideas", es decir, aspectos significativos de una materia o asunto que garantizan un examen serio y a profundidad. Las narrativas se estructuran por lo general a partir de problemas y personas de la vida real. Wassermann menciona que los criterios para seleccionar un buen caso son:

- **Vínculo directo con el currículo:** el caso se relaciona con al menos un tópico central del programa, focaliza conceptos o ideas nodales, asuntos importantes (*big ideas*).
- **Calidad de la narrativa:** en la medida en que el caso "atrapa" al lector o aprendiz, le permite imaginarse a las personas, hechos o lugares relatados, y en la medida en que es real o lo bastante realista, permite la identificación o empatía, y despierta un interés genuino.
- **Es accesible al nivel de los lectores o aprendices:** los alumnos pueden entender el lenguaje, decodificar el vocabulario contenido, generar significado de lo que se relata.
- **Intensifica las emociones del alumno:** "eleva pasiones y genera juicios emotivos" que comprometen al lector, le permite ponerse unos "lentes" más humanos al analizarlo.
- **Genera dilemas y controversias:** para esta autora, un buen caso no tiene una solución fácil ni un final feliz, no se sabe qué hacer o cuál es el camino correcto hasta que se debate, se aplica un examen complejo, se añade información. Demanda pensamiento de alto nivel, creatividad y capacidad para tomar decisiones por parte del alumno (Ver figura 3).

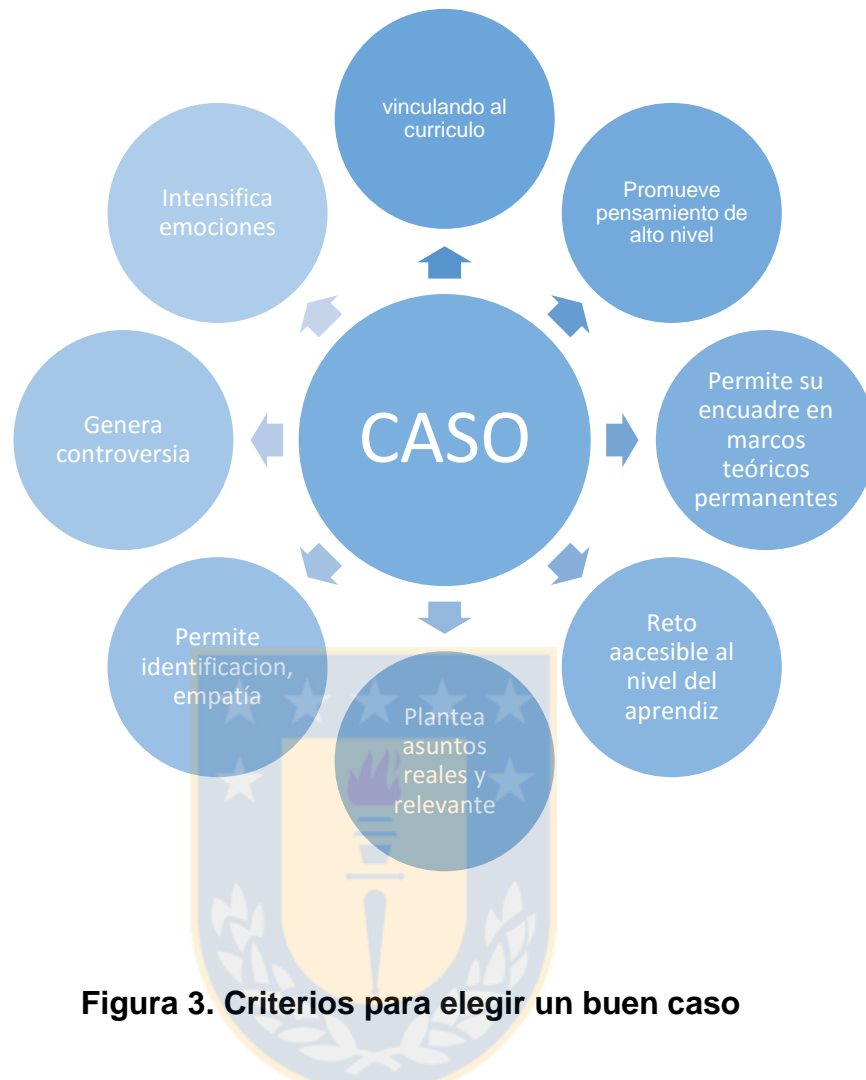


Figura 3. Criterios para elegir un buen caso

2.5. La teoría Socioepistemológica de la matemática educativa

La socioepistemología comparte la problemática fundamental de la Matemática Educativa, la cual es que la obra matemática (creada por matemáticos) y la matemática escolar son diferentes, ya que ambas buscan cubrir distintas necesidades, sin embargo, ambas son igual de importantes. La obra matemática no puede ser enseñada tal cual fue concebida en el ambiente escolar general, por lo cual dicha obra debe sufrir transformaciones en función principalmente de las necesidades de los aprendices. Es sabido que el discurso escolar suele estar centrado en los conceptos en lugar del proceso de transposición del conocimiento.

La postura de la socioepistemología respecto de la problemática fundamental antes mencionada, es centrarse en la matemática escolar, considerando que hay un saber que ha sido transformado y debe ser enseñado, y preguntándose ¿Cómo habita allí el conocimiento matemático escolar?, surgiendo de esta manera como pregunta fundacional ¿Cómo los fenómenos de producción y difusión del conocimiento matemático viven en la matemática escolar? (Rosas , 2013).

La Socioepistemología es “una teoría de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Rosas , 2013). La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) (Cantoral, 2013) y (Catoral & Reyes-Gasperini, 2014) propone una nueva manera de relacionarse con el saber matemático. Propone un tránsito de la centración en objetos matemáticos hacia la centración en las prácticas ligadas a ellos, que los significan mediante el uso. Concibiendo al conocimiento matemático como una construcción social, donde la base de dicha construcción es la práctica social (Cantoral & Farfán, 2006). La socioepistemología se interesa en modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento a fin de diseñar situaciones para la intervención didáctica.

La Socioepistemología se cuestiona como el conocimiento se ha ido construyendo e insertando en la sociedad. Para lo cual se hace necesario mirar de forma crítica al discurso matemático escolar (dME), resaltando el hecho de que éste se centra en los conceptos y no en las prácticas sociales. El dME deja la matemática en un nivel utilitario y no a un nivel funcional (Cordero F. O., 2006), provocando que el aprendiz no logre hacer suyos los conocimientos ya que estos se le presentan de una manera acabada y con escasa posibilidad de que él logre construir o generarlos, de tal manera que frente a diversas situaciones pueda lograr articular y movilizar dichos conocimientos

Es así que uno de los objetivos es realizar un rediseño del discurso matemático escolar (rdME), donde las prácticas sociales juegan un rol fundamental, pues ellas generan conocimiento, para ello, se deben crear marcos de referencia que permitan la resignificación del conocimiento matemático (Rosas , 2013).

2.5.1 Principios de la Socioepistemología

La Socioepistemología descansa en cuatro principios fundamentales, sin tener una secuencia lineal, sino formando una red nodal: a) El principio normativo de la práctica social; b) El principio de la racionalidad contextualizada; c) El principio del relativismo epistemológico; y d) El principio la resignificación progresiva. Asumiremos a la *práctica social* como normativa de la actividad humana, más que como una actividad humana reflexiva o la reflexión sobre una práctica (la praxis).

La práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen, aun sin adquirir conciencia de sus acciones (Cantoral, 2002) y (Cantoral R. , Farfán, Lezama, & Martínez , 2006b)

2.5.1.1. El principio normativo de la práctica social

Este principio es el eslabón fundamental para el funcionamiento de la teoría. Se asume que las prácticas sociales son la base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento, se constituyen, por así decirlo, como las generadoras del conocimiento (Catoral & Reyes-Gasperini, 2014).

Es necesario aclarar que la noción practica social que se emplea en el enfoque socioepistemológico es un tanto distinta a la que usualmente se entiende por ella en otros enfoques socioculturales contemporáneos, pues se la entiende principalmente como una normativa de la actividad humana en su conjunto, ahí radica una de las principales contribuciones originales de este enfoque: la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o grupo (la práctica ejecutada), sino lo

que les hace hacer lo que hacen, digamos que norma su accionar (la orientación de la práctica).

2.5.1.2. El principio de la racionalidad contextualizada

Este principio alude a que la relación del sujeto al saber es una función del contexto. El principio de la racionalidad contextualizada enuncia que la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado (Espinoza, 2009).

2.5.1.3. El principio del relativismo epistemológico

El relativismo es el concepto que sostiene que los puntos de vista no tienen verdad ni validez universal, sino que, en todo caso, sólo poseen una validez subjetiva y relativa a los diferentes marcos de referencia. En la Socioepistemología se acepta el saber popular, el saber técnico y el saber culto, todos en su conjunto caracterizan la sabiduría humana, por lo que es válido analizar las prácticas de comunidades distintas y buscar en todas ellas sus valores epistémicos (Catoral & Reyes-Gasperini, 2014).

2.5.1.4. El principio la resignificación progresiva

La resignificación se refiere a la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional. Cordero señala que la resignificación es un constructo socioepistemológico que quiere decir la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional, es decir, será el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su funcionamiento y forma de acorde con lo que organizan los participantes. (Cordero F. O., 2006) y (Morales, 2009). La resignificación es la función de la práctica social, dado que es lo que norma el conocimiento, da evidencias de construcciones de conocimiento matemático en situaciones específicas. De tal forma que una situación decimos que se resignifica un

conocimiento matemático donde el participante desarrolla una matemática que sea funcional. Para lograr la resignificación se debe estudiar el uso del conocimiento, viendo este como algo que se va organizando y cambiando, es decir, se va desarrollando en la situación o escenario que se enfrente. Esto va generando nuevos usos del conocimiento a través de su funcionamiento y forma.

2.5.2. Discurso Matemático Escolar (dME)

En la actualidad el modelo actual de enseñanza está centrado en los conceptos matemáticos, a partir de ellos se entregan ejemplos, aplicaciones, etc. La Socioepistemología plantea que el dME es la manifestación del conocimiento matemático de los participantes en el sistema didáctico, donde se ejerce la enseñanza y aprendizaje considerando a la matemática como un conocimiento acabado y tratando a los conceptos matemáticos en las acciones de enseñar como actos repetitivos o de memorización (Morales, 2009). Para Cordero y Flores (2007) el discurso matemático escolar es la manifestación del conocimiento matemático normado por creencias de los actores del sistema didáctico de lo que es la enseñanza y lo que es la matemática. Lo funcional tiene relación con un conocimiento incorporado orgánicamente en el humano que le transforma su realidad. Todo ello en oposición al conocimiento utilitario.

El objetivo de la socioepistemología es rediseñar el discurso de la Matemática Escolar (rdME) y dotarla de nuevos marcos de referencia para la construcción o resignificación del conocimiento matemático. El rediseño del discurso escolar, generalmente lo hace el profesor, para lo cual debe tomar el saber y hacer del saber un problema (y no sólo transformar este saber), el término que se acuña para este proceso es la problematización del saber matemático escolar (psme), que consiste principalmente, en tomar objeto de análisis didáctico, localizando y analizando su uso y su razón de ser: se analiza la naturaleza del saber (dimensión epistemológica); el uso del saber (dimensión social); apropiación del saber (dimensión cognitiva) y la difusión del saber (dimensión didáctica).

2.6. Aplicación de los números complejos en la electricidad

Los usos o aplicaciones de los números complejos en la vida real son pocos. Toman lugar principalmente en los contextos asociados a trabajos de la física y astronomía adquiriendo así un carácter mayoritariamente científico alejado de la cotidianeidad de las personas. A pesar de aquello, en el ámbito de la ingeniería eléctrica se ha incorporado los conocimientos de números complejos para simplificar procesos en situaciones relativas a circuitos de corriente alterna. Dicha realidad es considerablemente cercana en la formación en electricidad y electrónica, y especialmente en los liceos técnicos profesionales en los cuales las especialidades toman lugar a partir de tercero de enseñanza media, situación que coincide con la implementación de la unidad de números complejos en la asignatura de matemática. Frente a este escenario, la opción de determinar la aplicación de los números complejos en el ámbito eléctrico puede significar una oportunidad interesante en lo que respecta a la enseñanza de este contenido matemático.

En el ámbito del análisis de circuitos eléctricos alternos se pueden identificar las siguientes variables que pueden ser descritas o modeladas mediante los números complejos: Voltaje y Corriente, Impedancia y Potencia. Tanto el voltaje como la corriente en alterna son variables que se describen como funciones senoidales del tiempo que mediante una transformación matemática introducida por Charles P. Steinmetz llamada fasor permite simplificar el tratamiento de dichas variables en función de la amplitud de la función senoidal, el ángulo de fase y su velocidad angular. En otras palabras, describirlas mediante la forma polar de un número complejo mediante la longitud de un vector (Módulo) y el ángulo que forma éste con el eje real (Argumento).

Ejemplo de transformación fasorial:

$$V = A\cos(2\pi ft + \phi) = A\cos(\omega t + \phi) \quad \Rightarrow \quad V = A\angle\phi, \omega = 2\pi f$$

$$I = B\cos(2\pi ft + \delta) = B\cos(\omega t + \delta) \quad \Rightarrow \quad I = B\angle\delta, \omega = 2\pi f$$

Esta nueva notación contribuyó enormemente en simplificar y aplicar los métodos de circuitos de corriente continua a los de corriente alterna como la ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff.

Si se conoce el voltaje y la corriente de un elemento de un circuito alterno (resistencia, capacitor, inductor o combinación de ellos) es posible determinar la impedancia de éste mediante la aplicación de la ley de Ohm como sigue:

$$V = Z \cdot I$$

$$\frac{V}{I} = Z$$

V : Voltaje, I : Corriente, Z : Impedancia

Si consideramos el voltaje y la corriente alternos en forma fasorial, por ejemplo: $V = A\angle\phi$ y $I = B\angle\delta$ ambos a una misma velocidad angular $\omega = 2\pi f$, entonces se tiene que:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{A\angle\phi}{B\angle\delta} = \frac{A}{B}\angle(\phi - \delta)$$

Como en este caso la impedancia corresponde a la división de dos fasores o dos números complejos en forma polar, entonces la impedancia también corresponde a un fasor o número complejo.

La potencia compleja en circuitos alternos se obtiene como el producto de dos números complejos, esto es, el producto del voltaje efectivo en forma fasorial y el conjugado de la corriente efectiva en forma fasorial.

$$P = \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\bar{I}}{\sqrt{2}} = \frac{V \cdot \bar{I}}{2} = \frac{A\angle\phi \cdot B\angle -\delta}{2} = \frac{A \cdot B}{2}\angle(\phi - \delta)$$

\bar{I} : conjugado de la corriente

Por otro lado, existen situaciones referentes al cálculo de potencias (activa, reactiva, aparente y compleja) en donde por medio de la notación fasorial (polar) se hace necesario el continuo proceso de conversión a la forma de representación binomial ($a + bi$), y viceversa.



Capítulo III: Metodología



En este capítulo se presentará la metodología del trabajo de seminario seccionada en tres partes del proceso de diseño de las actividades, las cuales son: Documentación y Revisión Bibliográfica, Diseño de Actividades y Retroalimentación por parte de Expertos.

3.1. Documentación y Revisión Bibliográfica

El proceso de diseño y construcción de las actividades tuvo su inicio con la búsqueda de bibliografía e información correspondiente tanto de la teoría de los números complejos como aspectos de su enseñanza y aprendizaje a fin de identificar y establecer condiciones que permitan el diseño de actividades que requieran del trabajo interdisciplinar entre la matemática y la electricidad. Para ello fue necesario indagar sobre:

- Historia y evolución de los números complejos.
- Aplicaciones de los números complejos en la electricidad y/o electrónica (análisis de circuitos alternos).
- Contenidos y objetivos planteados en los programas de estudio de matemática para 3° medio.
- Antecedentes y aportes entregados en investigaciones respecto a actividades y consideraciones en la enseñanza de números complejos (artículos, tesis, etc.).

3.2. Diseño de actividades

Este proceso comenzó con la tarea de generar una situación problemática (actividad) que involucrara el máximo de contenidos y/o conocimientos de los números complejos en el análisis de circuitos alternos, en otras palabras, diseñar la que sería la actividad final. Concluido el diseño de dicha actividad, se prosiguió con la desagregación del objetivo que plantea esta actividad final en objetivos específicos menores integrados en actividades más elementales. Obteniendo como resultado seis actividades coherentes entre sí (incluyendo la actividad final), y secuenciadas de manera que adquieren mayor complejidad a medida que son

desarrolladas. Para dicha desagregación fue necesario identificar conceptos eléctricos en corriente alterna (senoidales) que necesitaran de los números complejos para su caracterización o modelación.

En lo que respecta a la estructura de cada actividad fue necesario determinar las condiciones mínimas para llevarlas a cabo, entre estas están: nivel donde se aplicará, conocimientos previos, objetivo o propósito, recursos, descripción e instrucciones de cada actividad.

3.3. Retroalimentación por parte de Expertos

Luego de concluido proceso de diseño y construcción de las actividades fue necesario recurrir al asesoramiento por parte de profesores de ambas especialidades (Matemática y Electricidad), esto es, profesores con experiencia en un liceo técnico profesional (Liceo Mauricio Hochschild del CEAT), y por ende con mayor experiencia para valorar y corregir actividades diseñadas para alumnos de este tipo de establecimiento educacional. Este proceso se subdividió en cuatro etapas: Etapa I: Presentación de actividades y documentos para retroalimentación, Etapa II: Retroalimentación general de la secuencia de actividades en forma oral, Etapa III: Simulación y análisis experimental en laboratorio de electricidad de Actividad N°1 y Etapa IV: Reflexión y análisis de resultados obtenidos en la retroalimentación.

Etapa I: Presentación de actividades y documentos para retroalimentación

Se procedió a agendar una visita al establecimiento educacional (CEAT) con el fin de llevar a cabo una reunión en donde se presentó la secuencia de actividades, se expusieron sus objetivos y el rol que juega en el trabajo del presente seminario. Para efectos de la reunión fue necesario confeccionar tres tipos de documento para guiar el proceso de retroalimentación, estos son: manual

para el docente, manual para el estudiante y cuestionarios de evaluación por actividad y para la secuencia en general. Por un lado, los primeros dos documentos: el manual del docente y el del estudiante incluyen la secuencia de actividades adaptada para cada uno de los roles, esto es, en el caso de los profesores incluye cada actividad con las descripciones detalladas, requisitos, respuestas tentativas y observaciones necesarias para guiar su ejecución; mientras que para los alumnos solamente se le presentan las actividades con descripciones generales y las instrucciones necesarias para que las desarrollen. Por otro lado, están los cuestionarios de retroalimentación por actividad (Anexo 1) y para la secuencia completa (Anexo 2), los cuales están constituidos por ítems que contemplan tres dimensiones (contenidos, objetivos y organización y estructura) a las que se tenía que referir en función de su cumplimiento y disposición en las actividades, además de incluir comentarios y observaciones si lo considerasen necesario.

Etapa II: Retroalimentación general de la secuencia de actividades en forma oral

Una vez presentado el trabajo y los documentos mencionados fueron entregados a los profesores (matemática y electricidad), fue necesario agendar una segunda reunión para recibir los documentos de evaluación con la respectiva retroalimentación de los profesores en relación a las dimensiones establecidas.

Etapa III: Simulación y análisis experimental en laboratorio de electricidad de Actividad N°1.

Para concluir el proceso de retroalimentación, los profesores solicitaron tener una tercera visita al liceo en la cual se simulara la Actividad N°1 en el laboratorio de electricidad del Liceo Mauricio Hochschild del CEAT debido a su carácter experimental.

Etapas IV: Reflexión y análisis de resultados obtenidos en la retroalimentación

En este punto se ha concentrado toda la retroalimentación entregada por parte de los profesores (matemática y electricidad) respecto al diseño de las actividades. Por tanto, para concluir con el proceso de retroalimentación fue necesario reflexionar y decidir qué modificaciones se aplicarán al conjunto de actividades presentado y así obtener un producto final.



Capítulo IV: Resultados



4.1. Génesis y proceso de construcción de actividades

Este apartado busca transparentar y comunicar la génesis y proceso de construcción de la secuencia de actividades.

Durante el periodo de práctica profesional en el liceo Mauricio Hochschild del CEAT, se presentó la oportunidad de realizar una actividad piloto que coordinaba el trabajo entre el profesor de matemáticas y el profesor de electricidad, entorno al tema de los números complejos y el análisis de circuitos alternos. Esta actividad consistió en análisis de un circuito serie RC (resistencia y capacitor) en corriente alterna donde los alumnos registraban los datos de este circuito en el laboratorio de electricidad para luego ser analizados en la clase de matemática. Esta experiencia mostró que es factible realizar trabajo interdisciplinar entre dichos profesores, y a la vez los estudiantes de tercero medio eléctricos mostraron actitud favorable frente a esta actividad piloto.

Teniendo en cuenta dicha experiencia, nos propusimos inicialmente crear actividades que promovieran el uso o aplicación de los números complejos para el nivel de tercero medio de enseñanza media en general (científico-humanistas, técnico-profesional). Sin embargo, producto de la revisión bibliográfica respecto de las aplicaciones, y luego de ensayos de elaboración de actividades que reprodujeran estas aplicaciones, concluimos que el ámbito más factible para generar actividades contextuales de números complejos es el área eléctrica de la enseñanza media técnica profesional. En este ámbito se identificaron múltiples variables o conceptos eléctricos en corriente alterna que se describen o modelan mediante los conocimientos de números complejos que están contemplados en programa de estudio del nivel de tercero medio (MINEDUC, 2015). Estos son: voltaje y corriente, impedancia y potencia eléctrica.

La idea que guio nuestra búsqueda era generar actividades que mostraran la necesidad de introducir los números complejos, esto es, que su aprendizaje no fuera una imposición, sino una necesidad del estudiante para comprender ciertos fenómenos eléctricos y resolver situaciones problemáticas asociados a ellos.

Luego de tener acotada nuestra temática, nuestro profesor guía nos sugirió comenzar el diseño de actividades con una actividad que contemplara el máximo de conocimientos asociados al análisis de circuitos alternos como también de números complejos relacionados con esta área (la cual sería la actividad final de la secuencia). Para ello diseñamos una situación problemática, en la cual el alumno empleara los conocimientos de potencia eléctrica (potencia compleja, potencia activa, potencia reactiva, potencia aparente y factor de potencia), ya que de esta manera se abarcan la totalidad de las variables o conceptos eléctricos que se modelan mediante números complejos.

Hasta este punto teníamos dos actividades que daban pie a la construcción de una secuencia de actividades, la actividad piloto (diseñada en el periodo de práctica profesional) la cual sería la actividad introductoria o inicial de la secuencia de actividades y la actividad final, antes descrita. Así se continuo con el diseño de una actividad que mostrara como los números complejos modelan voltajes y corrientes senoidales alternos, ya que estas variables son fundamentales para el análisis de circuitos alternos senoidales. La transformación que modela ambas variables eléctricas senoidales se llama "Fasor", la cual se puede operar matemáticamente como si se tratara de un número complejo en forma polar (esta actividad sería la segunda de la secuencia de actividades). Para llegar a esta transformación en primer lugar se introduce la función senoidal con sus principales características y luego mediante una investigación en internet se les pide buscar una animación del concepto de Fasor. Finalmente, se le pide aplicar dicha transformación (Fasor) a funciones senoidales particulares.

La siguiente actividad de la secuencia (actividad tres) busca generalizar el concepto de oposición a la corriente, de continua a corriente alterna haciendo uso de los datos de los circuitos de la actividad introductoria mostrando nuevamente, al igual que en la actividad inicial, que la adición con números reales no permite el análisis o comprensión completa de circuitos alternos senoidales, de esta manera surge el concepto de impedancia el que se modela por medio de un número

complejo, siendo la parte imaginaria de éste la suma de las reactancias (capacitiva e inductiva) y la parte real la suma de las resistencias.

De manera análoga a las actividades uno y tres, para el diseño de la cuarta actividad que se refiere a la modelación de la potencia eléctrica compleja mediante números complejos, se utilizaron los datos de la actividad inicial y se buscó generalizar la fórmula de potencia eléctrica de corriente continua a alterna senoidal donde se deberían comparar la suma de las potencias individuales de cada elemento con la potencia total del circuito (obtenida con el voltaje y la corriente total del circuito). De esta manera, dicha comparación para el circuito RC no coincide con la suma usual de número reales, pero mediante la adición de números complejos si coincide. Luego, de mostrar que la potencia eléctrica se modela mediante números complejos se presenta una guía de estudio con las múltiples potencias relacionadas, la forma operacional de obtener la potencia compleja y el concepto de factor de potencia.

Las actividades 1, 2, 3 y 4 se construyeron con el fin de modelar mediante números complejos el voltaje, corriente, impedancia y potencia compleja. Ahora bien, la actividad N°5 busca que el alumno comprenda la información de un recibo de consumo eléctrico en base al dominio de lo aprendido en las actividades anteriores, además de enfrentar al alumno a una situación problemática hipotética relacionada con el mismo recibo de consumo eléctrico donde se le pide tomar medidas para eliminar el cobro por bajo factor de potencia.

En general, la secuencia pretende a partir de datos experimentales mostrar la necesidad de la utilización de los números complejos en el análisis de circuitos alternos senoidales. Es por esto que, las actividades fueron constituidas de modo de que se fomente el trabajo grupal en tareas de análisis reflexivo e investigación como también la utilización de instrumentos de medición, ya sea multímetro y osciloscopio, además de software de análisis de circuitos eléctricos para simular situaciones problemáticas. Todo lo anterior con la intención de mostrar el carácter integrador del conocimiento.

Luego de tener una versión preliminar de la secuencia de actividades se presentó la oportunidad de recibir asesoramiento por parte de los profesores del liceo Mauricio Hochschild del CEAT, este proceso esencialmente consistió en presentar la secuencia preliminar en sus dos versiones docente y alumno, acompañado con instrumentos para la evaluación individual de cada actividad y de la secuencia de actividades en general en dicho establecimiento. Luego de un mes se coordinó una reunión que inicialmente tenía como propósito la recolección de los documentos entregados con sus correcciones u observaciones. Sin embargo, durante la reunión sólo hicieron observaciones en los manuales de la secuencia de actividades tanto en la versión del docente y alumno, además los profesores realizaron una retroalimentación oral de todas las actividades. Durante esta misma reunión los profesores propusieron realizar la actividad inicial en laboratorio por su carácter experimental una semana después.

Para finalizar se tomaron en cuenta la mayoría de las observaciones ellas por los profesores del CEAT, lo que trajo como resultado la secuencia de actividades final.

4.2. Resultados del asesoramiento Expertos

Entregados los documentos para la evaluación y transcurrido el periodo de corrección, para la segunda reunión se presentaron dos profesores (Uno de cada especialidad) lo cuales determinaron dos formas complementarias para entregar la información: a) Una reunión en la cual comentaran conjuntamente con nosotros sus valoraciones y correcciones por cada actividad; b) observaciones hechas directamente en los manuales del docente y estudiante. Como en primera instancia se recibió la información (comentarios) en forma oral, los profesores optaron por omitir responder en forma escrita los cuestionarios (anexo 1 y anexo 2) y reemplazar este trabajo por las anotaciones directas en los manuales para precisar las correcciones a realizar. Si bien es cierto, las dimensiones contempladas a evaluar fueron: contenido, objetivos y organización y estructura, la

mayor parte de las correcciones realizadas por los profesores se enmarcan dentro de la dimensión organización y estructura. Esta a su vez la hemos clasificado en:

Dimensión: Organización y Estructura	
Presentación de actividades	Estructura y secuenciación de actividades
<ul style="list-style-type: none"> • Corregir la terminología utilizada. • Reordenar información principal de las actividades. • Mejorar redacción de los objetivos. • Mejorar redacción de las instrucciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Articular actividades mediante el uso de experimentos y resultados. • Incluir el trabajo con osciloscopio en la actividad N°1 • Incluir simulación con software en circuito RLC de la actividad N°3. • Incluir pregunta pidiendo la obtención de la impedancia en forma gráfica actividad N°3 • Modificar actividad N°2 para evitar accidentes al trabajar con voltaje de 220 volt.

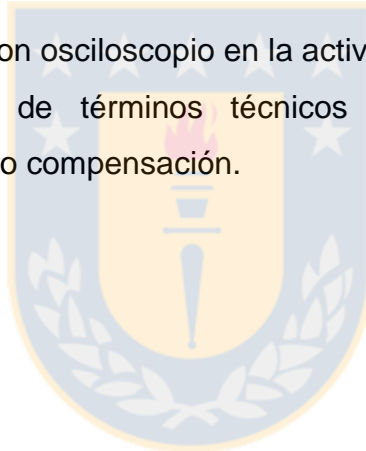
Cuadro 4 Correcciones

En la tercera reunión se implementaron los circuitos, se realizaron las mediciones con el multímetro según lo estipulaba la actividad y luego de registrados los datos, se pudo concluir que esta es posible de realizar sin implicar riesgos para los alumnos al momento de su ejecución. Ahora bien, es cierto que ambos profesores determinaron que la actividad está bien constituida, sin embargo, igualmente aconsejaron introducir el uso del osciloscopio para que los estudiantes observen el comportamiento de las señales (voltaje y corriente) y así enriquecer el proceso de análisis posterior a la experimentación. Esta sugerencia también, según manifiestan los profesores, serviría de nexo con la Actividad N°2 para poder mantener la continuidad de la secuencia de actividades.

Finalmente, se concluyó que las correcciones entregadas por los profesores se enfocan principalmente en la organización y estructura, omitiendo reparos sobre el contenido y objetivos de aprendizaje contemplados en ellas. Frente a lo

cual se ha determinado aplicar las correcciones ya mencionadas según su clasificación, pues hemos considerado necesario, entre otras cosas:

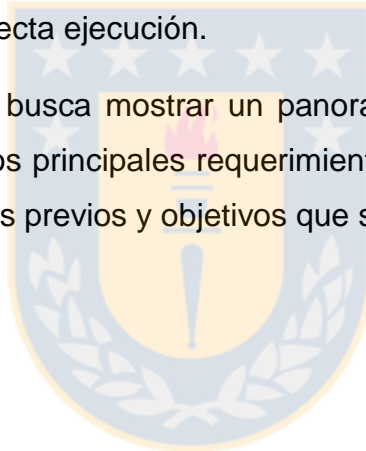
- Corregir la terminología utilizada (Por ejemplo: Utilizar el término Capacitor en vez de Condensador)
- Mejorar la redacción de las instrucciones (Por ejemplos: Cambiar preguntas como “¿Puedes verificar la LVK?” por “¿Se verifica la LVK?”)
- Modificar tareas para evitar accidentes eléctricos (Por ejemplo: Bajar voltaje de la fuente de 220 a 20 en la actividad N°2)
- Incluir pregunta pidiendo la obtención de la impedancia en forma gráfica actividad N°3
- Incluir el trabajo con software para el análisis del circuito RLC de la actividad N°3.
- Incluir en trabajo con osciloscopio en la actividad N°1.
- Eliminar glosario de términos técnicos e incluir bibliografía técnica recomendada como compensación.



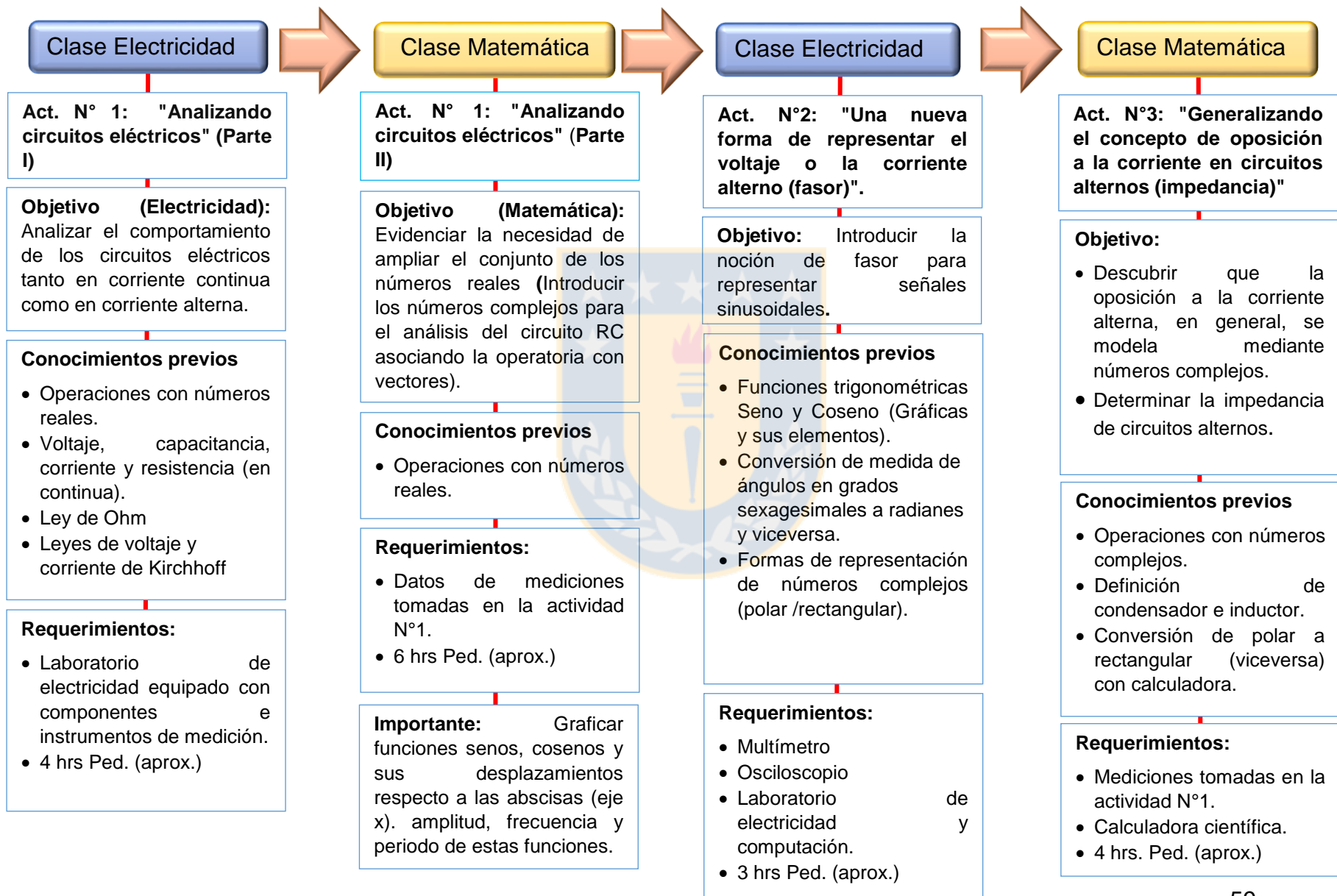
4.3. Secuencia de Actividades

Aplicadas las correcciones indicadas por los profesores del CEAT se obtuvo como resultado final un compendio de seis actividades secuenciadas y coherentes entre sí respecto a sus objetivos a fin de cumplir con éstos gradualmente. Es por esto que en el siguiente apartado se presentarán dos versiones de este compendio en forma de manual, una adaptada para el alumno y otra adaptada para el docente. La diferencia esencial entre una y la otra radica en que en la versión del alumno sólo se plantean las actividades con su respectivo objetivo, en cambio la versión del docente aparte de plantear las actividades, entrega la resolución de cada una de ellas. Además, de que por cada actividad aporta una descripción más detallada de los requerimientos, pautas, observaciones e indicaciones para su correcta ejecución.

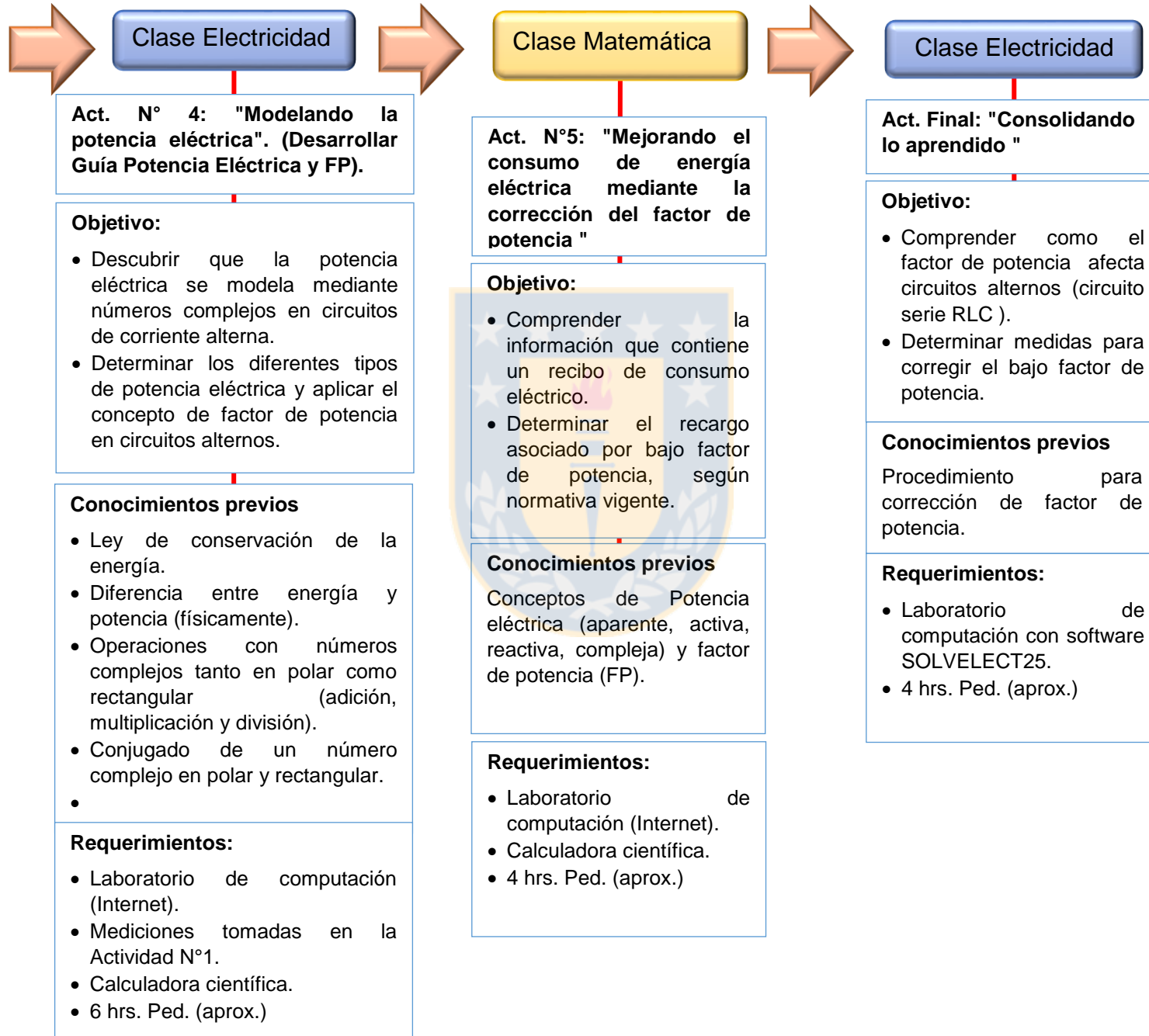
El siguiente esquema busca mostrar un panorama global de la secuencia de actividades, mostrando los principales requerimientos para llevarlas a cabo, como también los conocimientos previos y objetivos que se buscan cumplir con ellas.



SECUENCIA DE ACTIVIDADES



SECUENCIA DE ACTIVIDADES



4.3.1. Versión alumno





**Universidad
de Concepción**



Facultad de
EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN



Secuencia de actividades: Aplicación de los números complejos al análisis de circuitos alternos

VERSION ALUMNO

RAMÓN BUSTOS MENDEZ – BANDON MELLA MUÑOZ

FABIÁN QUIROGA MERINO

Índice

Introduccion.....64

Contenidos..... 64

Bibliografía Técnica Recomendada 65

ACTIVIDADES 66

Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos” 67

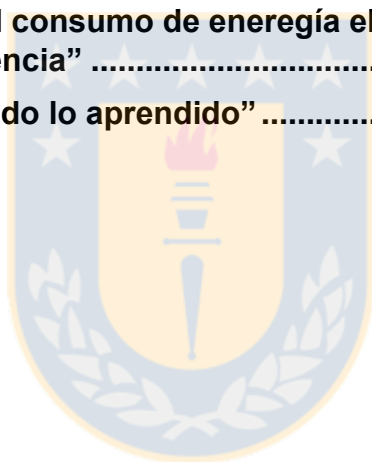
**Actividad N°2: “Una nueva forma de representar el voltaje alterno senoidal”
..... 72**

**Actividad N°3: “Generalizando el concepto de oposición a la corriente alterna
..... 76**

Actividad N°4: “Modelando la potencia eléctrica” 80

**Actividad N°5: “Mejorando el consumo de eneregía eléctrica mediante la
corrección del factor de potencia” 85**

Actividad Final: “Consolidando lo aprendido” 88



Introducción

En esta Guía se te presentará un conjunto de actividades con las cuales se espera o se pretende contribuir en tu estudio de la unidad de números complejos con conceptos, actividades y situaciones que son propias del contexto de la especialidad de electricidad. Esta motivación surge de la pregunta: **¿Cómo es posible aplicar o utilizar los conocimientos de números complejos en un contexto real?**, pues tal interrogante sin una clara respuesta es lo que no permite el desarrollo de un aprendizaje más acabado de dichos conceptos matemáticos. Por tanto, estas actividades están estructuradas con ejemplos y ejercicios referidos a situaciones en donde se hace uso de los números complejos para el análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna.

Contenidos

En esta guía el estudiante encontrará los siguientes contenidos:

Contenidos	Operar con números complejos y representar estos tanto en forma Binomial como Polar.
	Aplicar leyes fundamentales de circuitos eléctricos, leyes de Kirchhoff y Ohm para circuitos alternos.
	Concepto de Fazor e Impedancia en corriente alterna.
	Potencia eléctrica y factor de potencia en circuitos alternos.
	Encontrar e interpretar información y soluciones, haciendo uso de los números complejos.
	Hacer uso de software (SOLVELEC25) de circuitos eléctricos, para resolver problemáticas planteadas.

Objetivo general	Identificar las variables que intervienen, en la determinación y corrección del factor de potencia de una empresa. Hacer uso de elementos de los números complejos para modelar el problema.
------------------	--

Todos los meses llegan recibos de consumo eléctrico a empresas y hogares. El objetivo del conjunto de actividades siguientes es comprender la información contenida en dichas boletas y verificar si nuestro consumo de energía eléctrica es eficiente y en caso de no serlo comprender el porqué de ello y qué medidas tomar para mejorar la eficiencia energética mediante la corrección del factor de potencia.

En estas actividades los alumnos tomarán el rol de consumidores de energía eléctrica inicialmente, en otras tomaras el rol de electricista para analizar circuitos eléctricos (voltajes, corrientes, impedancia, potencia, factor de potencias, entre otras).

Bibliografía Técnica Recomendada

Los siguientes son libros que cubren todos los conceptos eléctricos necesarios de estudiar con soltura las actividades planteadas.

William H. Hayt, Jr./ Jack E. Kemmerly (2012) Análisis de circuitos en ingeniería, Mc Graw Hill.

Charles K. Alexander (2013) Fundamentos de circuitos eléctricos, Mc Graw Hill



ACTIVIDADES



Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Analizar el comportamiento de los circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna. (Electricidad)
- Evidenciar la necesidad de ampliar el conjunto de los números reales para el análisis de circuitos alternos. (Matemática)

Conocimientos Previos:

Matemática

- Operaciones con números reales

Esp. Electricidad

- Conceptos de capacitancia, resistencia, voltaje y corriente en continua
- Ley de Ohm en corriente continua
- Ley de corrientes de Kirchhoff en corriente continua
- Ley de voltajes de Kirchhoff en corriente continua

Recursos y Materiales

- Laboratorio de electricidad
- Laboratorio de computación
- Multímetro y osciloscopio
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Parte I

Comparando circuitos continuos y alternos

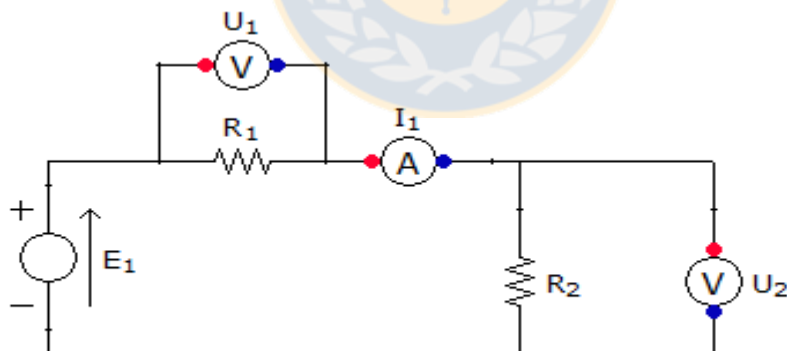
Objetivo: Analizar el comportamiento de los circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna.

Instrucciones: En el laboratorio de electricidad implemente los tres circuitos eléctricos que se presentan a continuación de manera que cumplan con las especificaciones solicitadas. En seguida, con la ayuda de un multímetro y un osciloscopio realiza las mediciones de voltaje y corriente para cada circuito y regístralas en las tablas de datos. Con el osciloscopio mide en forma simultánea el voltaje de cada elemento (en un canal) y voltaje de la fuente (en otro canal) para luego con la ayuda de un celular sacar fotografías de cada caso, esto se realiza en los tres circuitos, deberás incluir estas fotografías, esto es, para los circuitos 2 y 3 alimentados con voltaje alterno

➤ Cicuito1: En corriente continua.

- Fuente de corriente continua de 10 v
- Dos resistencias de 220 Ω y 100 Ω
-

Ejemplo:



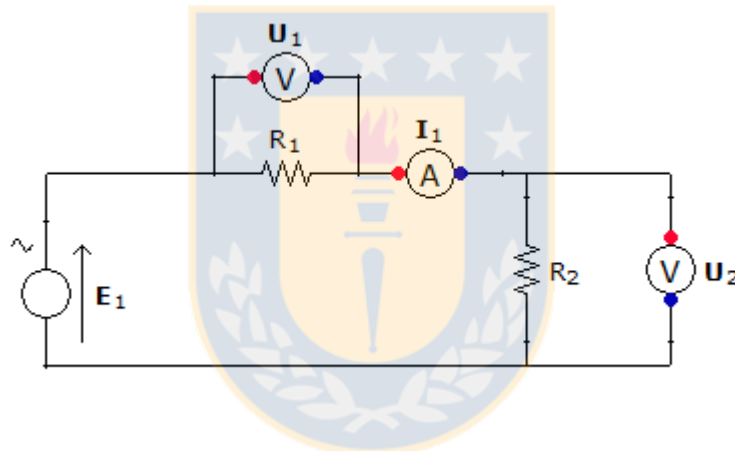
Datos del circuito de corriente continua	
Voltaje de la fuente(E_1)	10 v
Resistencia (R_1)	100 Ω
Resistencia (R_2)	220 Ω

- Mide con la ayuda de un multímetro y registra los resultados en la siguiente tabla.

Mediciones de tensión (voltajes)	
Voltaje de la fuente (E_1)	
Voltaje en resistencia (R_1)	
Voltaje en resistencia (R_2)	
Corriente del circuito (I_1)	

- Circuito 2: En corriente alterna (senoidal)
 - Fuente de corriente alterna de 20 v (rms)
 - Dos resistencias de 100Ω y 220Ω
 - Frecuencia de 50 Hz

Ejemplo:



Datos del circuito en corriente alterna (senoidal)	
Voltaje de la fuente (E_1)	20 v (rms)
Resistencia (R_1)	100Ω
Resistencia (R_2)	220Ω
Frecuencia de alimentación	50 Hz

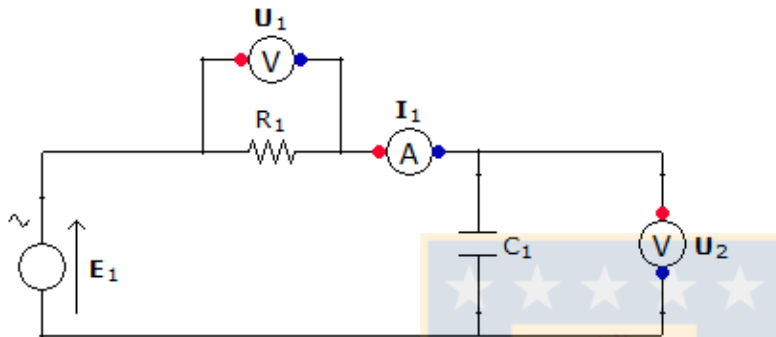
- Mide con la ayuda de un multímetro y registra los resultados en la siguiente tabla.

Mediciones de tensión (voltajes)	
Voltaje de la fuente (E_1)	
Voltaje en resistencia (R_1)	
Voltaje en resistencia (R_2)	
Corriente del circuito (I_1)	

Inclusión de fotografías con osciloscopio circuito 2.

- Circuito 3: En corriente alterna (senoidal)
 - Fuente de corriente alterna de 20 v (rms)
 - Una resistencia de 1 kΩ
 - Capacitor de 3,3 μF
 - Frecuencia de 50 Hz

Ejemplo:



Datos del circuito de corriente alterna (senoidal)	
Voltaje de la fuente (E_1)	20 v (rms)
Resistencia (R_1)	1KΩ
Capacitancia (C_1)	3,3μF
Frecuencia alimentación	50 Hz

- Mide con la ayuda de un multímetro y registra los resultados en la siguiente tabla.

Mediciones de tensión (voltajes)	
Voltaje de la fuente (E_1)	
Voltaje en resistencia (R_1)	
Voltaje en capacitor (C_1)	
Corriente del circuito (I_1)	

- Inclusión de fotografías con osciloscopio circuito tres

Análisis

En base a las mediciones registradas en las tablas comprueba matemáticamente que los tres circuitos cumplen con las condiciones de un circuito cerrado utilizando la LVK (ley de voltaje Kirchoff). Explica tus razonamientos y resultados.

Parte II

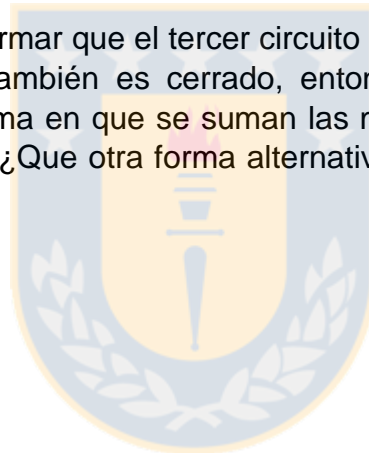
Trabajo de Investigación

Objetivo: Evidenciar la necesidad de ampliar el conjunto de los números reales para el análisis de circuitos alternos.

Instrucciones: En el laboratorio de computación mediante el uso de internet, investiga y responde las preguntas a continuación.

Preguntas

1. ¿Por qué se verifica sin problemas la Ley de Voltajes de Kirchhoff en los dos primeros circuitos mientras que aparentemente no se verifica en el tercero? Justifica
2. Intuitivamente podemos afirmar que el tercer circuito en ca (corriente alterna) al igual que los anteriores también es cerrado, entonces cumple la LVK. Por tanto, ¿Puede influir la forma en que se suman las magnitudes de los voltajes en este caso? De ser así, ¿Que otra forma alternativa de adición serviría para verificar la LVK? Explica



Actividad N°2: “Una nueva forma de representar el voltaje alterno senoidal”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

Introducir la notación Fasorial (“Polar”) para la representación de señales sinusoidales como el voltaje y la corriente en circuitos alternos.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Representación en rectangular y polar de números complejos
- Funciones trigonométricas (seno y coseno)
- Conversión de medida de ángulos en grados sexagesimales a radianes y viceversa

Esp. Electricidad

- Mediciones mediante osciloscopio y multímetro
- Análisis de Circuitos de corriente continua
- Conceptos de capacitancia, resistencia, voltaje y corriente en continua

Recursos y Materiales

- Laboratorio de Electricidad
- Laboratorio de Computación (ideal) o sala de clases.
- Multímetro
- Osciloscopio
- Calculadora científica
- Hojas de papel milimetrado y oficio
- Regla y transportador
- Lápices, bolígrafos o marcadores de colores
- Lápiz grafito o portaminas
- Goma de borrar o corrector

Estudiando el voltaje alterno senoidal

Objetivo: Introducir la notación Fasorial (“Polar”) para la representación de señales sinusoidales como el voltaje y la corriente en circuitos alternos.

Instrucciones:

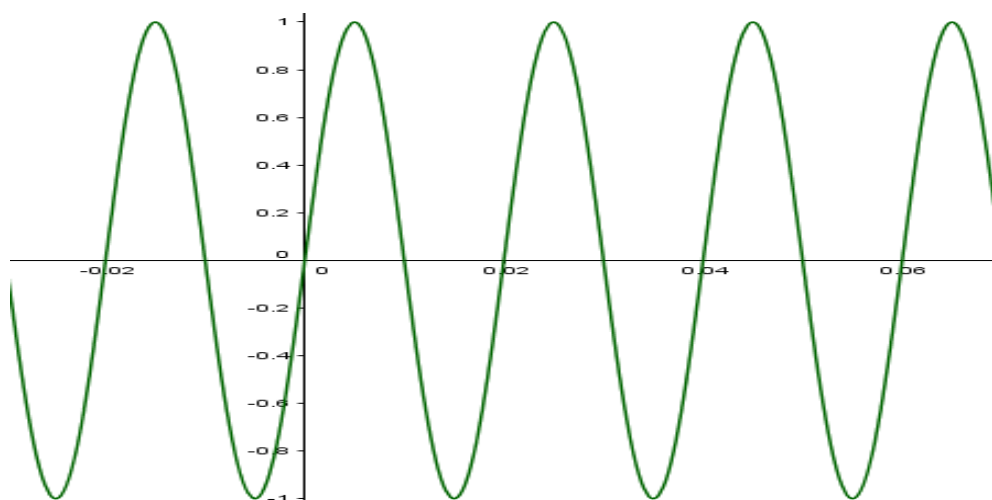
- I. Con ayuda de las mediciones de tensión obtenidas en la Actividad N°1 y las observaciones hechas con el osciloscopio responde las preguntas 1, 2 y 3. El voltaje senoidal al cual se hace referencia en esta parte de la actividad corresponde al voltaje de alimentación del circuito RC de la actividad N°1
- II. En el laboratorio de computación mediante investigación en Internet responde las preguntas 4, 5, 6, 7 y 8.

Importante: Utiliza marcadores de colores, regla, transportador y papel milimetrado para responder la pregunta 2

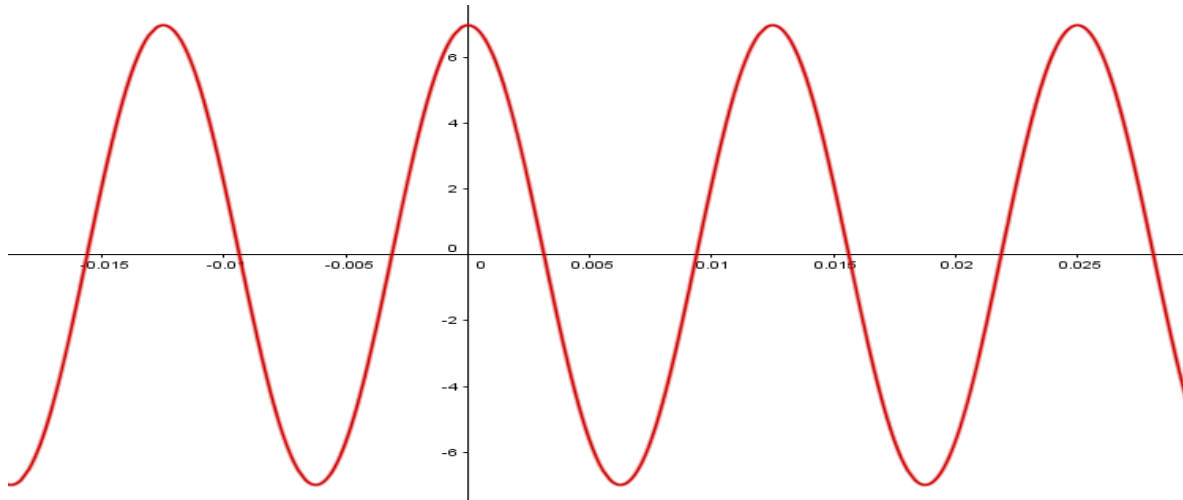
Preguntas

1. ¿Qué representa el valor obtenido con el multímetro? ¿A qué tipo de voltaje corresponde?
2. Dibuja en una hoja de papel milimetrado la onda del voltaje alterno obtenida con el osciloscopio indicando sus principales características
3. ¿Cómo se describe matemáticamente el voltaje senoidal alterno? Explica detalladamente
4. Representa matemáticamente las siguientes gráficas de voltajes en alternos senoidales.

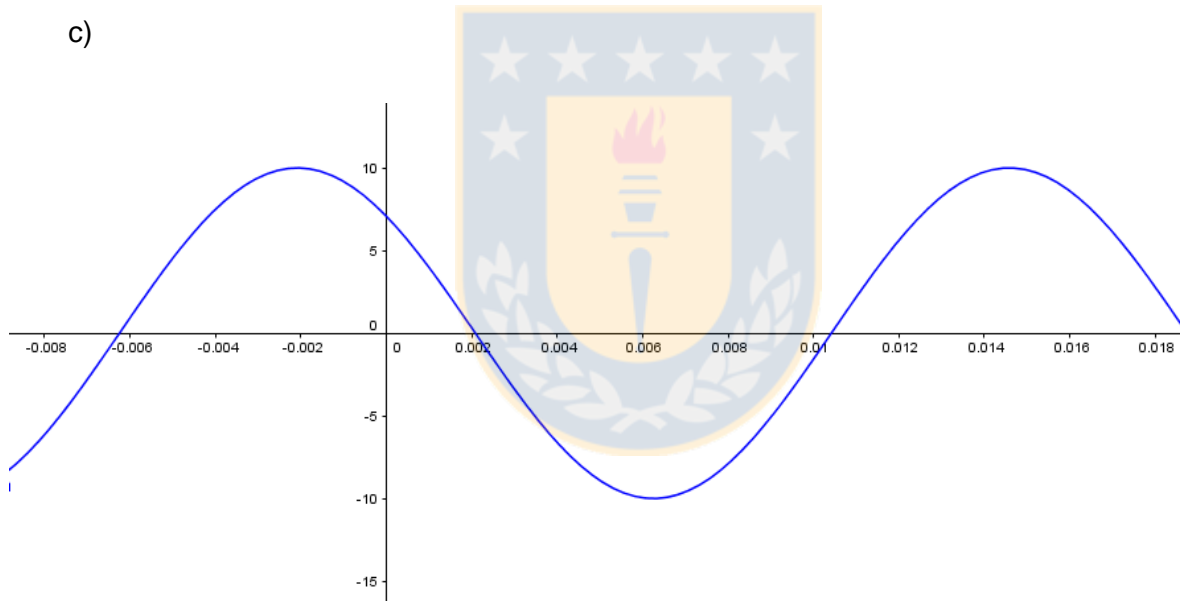
a)



b)



c)



5. ¿A qué se refiere el concepto de “fasor” y qué relación tiene con el voltaje en corriente alterna? Busca una ilustración o animación de éste.
6. Representa en forma fasorial la onda sinusoidal dibujada en punto 2 y 4 anterior.
7. ¿Se puede relacionar con algún objeto matemático la representación fasorial del voltaje en alterna?

8. ¿Por qué razón los números reales no podrían servir para representar un voltaje sinusoidal?



Actividad N°3: “Generalizando el concepto de oposición a la corriente alterna”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Descubrir que la oposición a la corriente alterna, en general, se modela mediante números complejos.
- Determinar la impedancia de circuitos alternos.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Representación en rectangular y polar de números complejos
- Operaciones con números complejos

Esp. Electricidad

- Conceptos de capacitancia, resistencia, voltaje, corriente, energía y potencia en corriente continua
- Ley de Ohm y Ley de voltajes de Kirchhoff en corriente continua

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (ideal) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Parte I

Determinando la oposición a la corriente de circuitos

Objetivo: Descubrir que la oposición a la corriente alterna, en general, se modela mediante números complejos.

Instrucciones: Para los 3 circuitos realizados en la *Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos”* **calcular** las resistencias en función del voltaje y la corriente en cada una de ellas y con tus resultados completa la siguiente tabla. Finalmente, responde la pregunta a continuación de la tabla.

			En función de R_1 y R_2 (R_C)	En función de E y I
Circuito 1	$R_1 =$	$R_2 =$	$R_T =$	$R_T =$
Circuito 2	$R_1 =$	$R_2 =$	$R_T =$	$R_T =$
Circuito 3	$R_1 =$	$R_C =$	$R_T =$	$R_T =$

Análisis

¿Qué puedes concluir a partir de los resultados obtenidos en la tabla? Explica

Parte II

Trabajo de Investigación

Objetivo: Descubrir que la oposición a la corriente alterna, en general, se modela mediante números complejos.

Instrucciones: En el laboratorio de computación, investiga en internet y responde las siguientes preguntas.

Preguntas

1. ¿Por qué coinciden sin problemas el valor de las resistencias totales en los circuitos 1 y 2 mediante la Ley de Ohm con la suma de las resistencias individuales, mientras que aparentemente no se sucede lo mismo en el circuito 3? Explica
2. Sabemos que la Ley de Ohm se cumple para todo circuito cerrado, entonces ¿Influye la forma en que se suman las magnitudes de las resistencias? ¿Qué otra forma de adición podemos aplicar para que coincidan los valores para la resistencia total del circuito 3
3. ¿Cómo se denomina y se calcula la oposición a la corriente de un capacitor?
4. ¿Qué ocurriría si al circuito 3 se le incorpora una bobina? ¿Cómo calcularías la “oposición a la corriente de una bobina”?
5. ¿Cómo se denomina en general la suma de las resistencias puras con la con la oposición a la corriente de capacitores e inductores?
6. Teniendo claro que la oposición a la corrientes del capacitor y de la resistencia son de naturaleza distintas, retoma los datos del circuito 3 y realiza suma R_1 y R_C de forma gráfica en el plano complejo

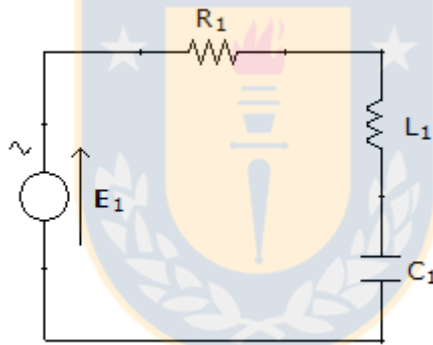
Parte III

Impedancia y Corriente en un circuito RLC

Objetivo: Determinar la impedancia de circuitos alternos.

Instrucciones: Considera el siguiente circuito RLC en alterna y **calcula** la impedancia, la corriente y el voltaje efectivo en cada elemento. Para ello, toma en cuenta las siguientes especificaciones y finalmente, responde la pregunta planteada al final de la actividad. Para su análisis y comprobación puedes ocupar el software (SOLVELEC25)

Variables	Valores
Voltaje de alimentación (E_1)	$20\cos(200t)$
Resistencia(R_1)	$2000(\Omega)$
Inductancia(L_1)	4 (H)
Capacitancia (C_1)	$1 \mu\text{F}$



Pregunta

¿Se verifica la LVK para este circuito? Explica y fundamenta

Actividad N°4: “Modelando la potencia eléctrica”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Descubrir que la potencia eléctrica se modela mediante números complejos en circuitos de corriente alterna.

Contenidos Previos:

Matemática

- Conjugado de un número complejo
- Funciones trigonométricas (seno y coseno)
- Representación en rectangular y polar de números complejos
- Operaciones con números complejos

Esp. Electricidad

- Concepto de energía y ley de conservación de la energía.
- Potencia en circuitos continuos.
- Análisis de circuitos de corriente continua y alterna
- Conceptos de impedancia, voltaje y corriente en continua y alterna
- Ley de Ohm y Ley de voltajes de Kirchhoff

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (ideal) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Parte I

Determinando la Potencia Eléctrica

Objetivo: Descubrir que la potencia eléctrica se modela mediante números complejos en circuitos de corriente alterna.

Instrucciones: Para los tres circuitos de la *Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos”* determinar la potencia individual (cada elemento) y potencia total o suministrada por la fuente, tanto en función de las potencias individuales como del voltaje y la corriente total.

	Voltaje	Corriente	Potencia	
Circuito 1	$V_1 =$	$I =$	$P_1 =$	$P_T =$
	$V_2 =$	$I =$	$P_2 =$	
	$V_T =$	$I =$	$P_T =$	
Circuito 2	$V_1 =$	$I =$	$P_1 =$	$P_T =$
	$V_2 =$	$I =$	$P_2 =$	
	$V_T =$	$I =$	$P_T =$	
Circuito 3	$V_R =$	$I =$	$P_R =$	$P_T =$
	$V_C =$	$I =$	$P_C =$	
	$V_T =$	$I =$	$P_T =$	

Análisis

¿Qué puedes concluir de los resultados obtenidos en la tabla? ¿Esta situación puede compararse con otras anteriores?

Parte II

Guía de Estudio: *Potencia Compleja y FP*

Objetivo: Determinar los diferentes tipos de potencia eléctrica y aplicar el concepto de factor de potencia en circuitos alternos.

Potencia Compleja

La tensión, la corriente y la oposición a la corriente (impedancia) en los circuitos alternos tienen un comportamiento que se puede modelar mediante los números complejos. Siguiendo esta misma línea con la potencia eléctrica, es como surge el concepto de Potencia Compleja.

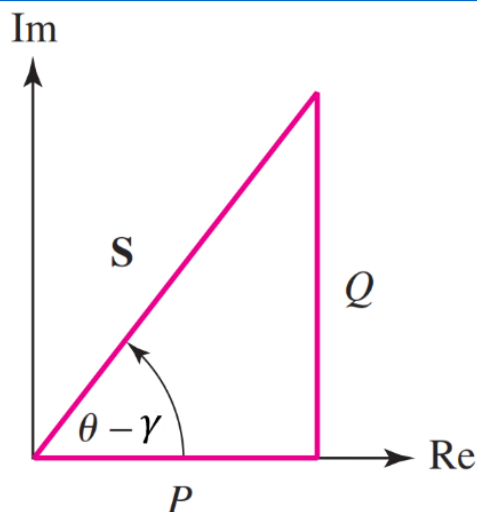
Pero, ¿Qué es la Potencia Compleja?, los ingenieros del área de potencia eléctrica han acuñado este nuevo concepto como una forma de poder analizar la potencia recibida por una carga considerando toda la información que esta entrega.

Como su nombre lo indica se refiere a una variable compleja (\mathbb{C}), de la cual su parte real se denomina Potencia Activa (Promedio o Real) y su parte imaginaria como Potencia Reactiva. De aquí también se tiene que el módulo de la potencia compleja es lo que se conoce como Potencia Aparente y su argumento corresponde al ángulo de desfasaje entre el voltaje y la corriente.

Operacionalmente, definimos la potencia compleja como el producto del voltaje efectivo y el conjugado de la corriente efectiva, ambos de señales sinusoidales. Esto es:

$$S = V_{ef} \angle \theta \overline{I_{ef} \angle \gamma} = V_{ef} I_{ef} \angle \theta - \gamma \quad (\text{Forma Polar})$$

$$S = P + jQ \quad (\text{Forma Rectangular})$$



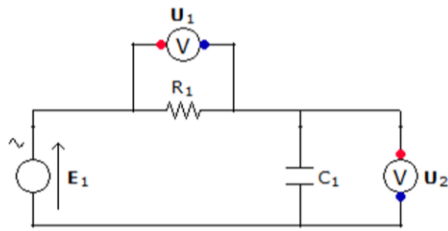
Cantidad	Símbolo	Fórmula	Unidades
Potencia Compleja	S	$V_{ef} I_{ef} \angle \theta - \gamma$ $P + jQ$	Volt-ampere (VA)
Potencia Aparente	$ S $	$V_{ef} I_{ef}$ $\sqrt{P^2 + Q^2}$	Volt-ampere (VA)
Potencia Promedio (Activa)	P	$V_{ef} I_{ef} \cos(\phi = \theta - \gamma)$ $Re(S)$	Watt (W)
Potencia Reactiva	Q	$V_{ef} I_{ef} \sin(\phi = \theta - \gamma)$ $Im(S)$	Volt-ampere reactivo (VAR)

IMPORTANTE: El ángulo denominado ϕ (fi), es ángulo formado entre el voltaje y la corriente en el elemento de interés ya sea resistencia, capacitancia, inductancia o combinación de éstas. También éste se puede considerar como el ángulo de la impedancia de la carga.

Ejercicio

Instrucciones: Retomando la actividad N°1, se pide determinar la potencia compleja del circuito 3, para lo cual se sugiere que se determine el ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente (ϕ). Una vez, determinada la potencia compleja, calcular la potencia aparente, activa y reactiva.

Circuito 3



Datos del circuito de corriente alterna	
Voltaje de la fuente(E_1)	20 v (rms)
Resistencia(R_1)	1K Ω
Capacitancia(C_1)	3,3 μ F
Frecuencia alimentación	50 Hz
Voltaje en resistencia(R_1)	14,4 v
Voltaje en resistencia(C_1)	13,9 v
Corriente del circuito	0,0144 A

Factor de Potencia

La razón entre la Potencia Real o Promedio (Activa) y la Potencia Aparente recibe el nombre de Factor de Potencia y se simboliza como FP. Tal definición es aplicable para cualquier tipo de circuito:

$$FP = \frac{\text{Potencia Promedio}}{\text{Potencia Aparente}} = \frac{P}{V_{ef}I_{ef}}$$

Como en los circuitos alternos la Potencia Promedio (Activa) está dada por $V_{ef}I_{ef} \cos(\phi)$, al reemplazarlo en la fórmula anterior se tiene que:

$$FP = \frac{\text{Potencia Promedio}}{\text{Potencia Aparente}} = \frac{P}{V_{ef}I_{ef}} = \frac{V_{ef}I_{ef} \cos(\phi)}{V_{ef}I_{ef}} = \cos(\phi)$$

Pero, ¿Para qué se determina el factor de potencia? En el ámbito de la transmisión de energía eléctrica, existe un área de interés actual la cual se preocupa de la eficiencia del consumo eléctrico. En gran parte del mundo, se promueve la eficiencia energética mediante diversas medidas, una de ellas es que los consumidores procuren mantener el FP dentro de rangos aceptables. En teoría dicho valor puede fluctuar entre 0 y 1.

Preguntas

1. ¿Qué rangos de FP son aceptados en Chile por normativa eléctrica?
2. ¿Qué tipo de sanciones o multas reciben los infractores a la normativa?
3. ¿Qué porcentaje de sobrecargo se le cobraría al circuito RLC del trabajo Impedancia y Corriente (actividad N°3)?
4. Si el consumo de dicho circuito se mantiene constante durante un mes y el valor de 1 kWh es de \$120 ¿Cuánto recargo en \$ se nos cobraría?

Actividad N°5: “Mejorando el consumo de energía eléctrica mediante la corrección del factor de potencia”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Comprender la información que contiene un recibo de consumo eléctrico y el recargo asociado por mal factor de potencia según normativa vigente.
- Determinar medidas para mejorar el bajo factor de potencia.

Contenidos Previos:

Matemática

- Conjugado de un número complejo
- Funciones trigonométricas (seno y coseno) y razones trigonométricas.
- Representación de números complejos en forma polar y binomial.
- Operaciones con números complejos.

Esp. Electricidad

- Conceptos de impedancia, voltaje y corriente en corriente alterna
- Ley de Ohm y Kirchhoff circuitos alternos
- Energía eléctrica, potencia eléctrica (aparente, activa, reactiva, compleja) y factor de potencia (FP)

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (idealmente) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

PARTE I

Comprendiendo el recibo de consumo eléctrico

Objetivo: Comprender la información que contiene un recibo de consumo eléctrico y el recargo asociado por mal factor de potencia según normativa vigente.

Instrucciones: Mediante el análisis de la siguiente boleta de consumo eléctrico, calcula y verifica las variables eléctricas solicitadas a continuación. Finalmente, responde la pregunta planteada

- a) Energía Activa y Reactiva.
- b) Potencia Activa y Reactiva
- c) Factor de Potencia
- d) Recargo por mal factor de potencia

Detalle recibo de consumo eléctrico:

GIRO : ESTABLECIMIENTO DE ENSEÑANZA					
N°MED	LEC.ACT	LEC.ANT	CTE.	CONSUMO	POT.CONT
10563653	203171	198933	1	4238 Kwh	7,5
546524	90699	87597	1	3102 Kvar	
REC. POR DISTANCIA		L.INV	FAC. POT	TARIFA	PROP.MEDIDOR
% -Km		2426	0,81	BT1-5a	CLIENTE
1. CARGOS DE ENERGIA			AFECTOS		
CANTIDAD	DESCRIPCIÓN			UNITARIO	TOTAL
	C. Fijo mensual				1.060
	Cargo único				3.136
2.426	C. Energía			147,76	358.466
1.812	E. Adic. Inv.			232,36	421.036
	F. Potencia				44.127
	Recargo por mora				7458
	Cuota 03 de 06 Reliquidación Art.171 DFL 4/2006				4.367
	Sub Total Afecto				839.650

Pregunta

¿Por qué razón se cobra energía adicional en invierno? y ¿cómo se obtiene el valor de energía adicional consumida en invierno?

PARTE II

Corrigiendo el factor de potencia

Objetivo: Determinar medidas para mejorar el factor de potencia.

Instrucciones: Analice la siguiente situación y responda la pregunta planteada.

Situación: Suponga que la persona dueña de la boleta anterior quiere recibir asesoría técnica para eliminar el cobro por mal factor de potencia. Si la persona desea que el factor de potencia esté una centésima por sobre lo estipulado por la norma ¿De qué manera puedes corregir esta situación obedeciendo a los requerimientos del afectado?



Actividad Final: “Consolidando lo aprendido”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Comprender como afecta el factor de potencia a circuitos eléctricos de corriente alterna.
- Determinar medidas para mejorar el bajo factor de potencia.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Módulo y conjugado de un número complejo
- Funciones trigonométricas (seno y coseno) y razones trigonométricas.
- Representación de números complejos tanto en polar como en binomial.
- Operaciones con números complejos

Esp. Electricidad

- Conceptos de capacitancia, inductancia, impedancia, voltaje y corriente
- Ley de Ohm
- Ley de voltajes de Kirchhoff
- Energía eléctrica, potencia eléctrica (aparente, activa, reactiva, compleja) y factor de potencia (FP)
- Procedimiento para corrección de factor de potencia de circuitos alternos

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (idealmente) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Consolidando lo aprendido

Objetivo:

- Comprender como afecta el factor de potencia a circuitos eléctricos de corriente alterna
- Determinar medidas para mejorar el bajo factor de potencia.

Instrucciones: Construye un circuito RLC en serie en corriente alterna con ayuda del software SOLVELECT25 teniendo en cuenta las especificaciones solicitadas. Luego, considera este que circuito eléctrico está instalado en una casa, empresa o local comercial y responde las siguientes preguntas:

Especificaciones Circuito RLC	
Voltaje de Fuente (E_1)	$220\angle 0^\circ$
Resistencia (R_1)	220Ω
Capacitor (C_1)	$3,3\mu F$
Inductancia (L_1)	$4 H$

Preguntas

1. ¿Cumple con la normativa establecida respecto al valor del factor de potencia? Justifique
2. ¿Tendríamos que pagar cargo adicional por mal factor de potencia?, en caso de ser así ¿Cuánto porcentaje de sobreconsumo se nos cobraría en la boleta de energía eléctrica?
3. Finalmente, frente a dicha situación ¿Qué medidas se deberían tomar para corregir y lograr que el factor de potencia fuera de 0,95 en atraso?

4.3.2. Versión docente





**Universidad
de Concepción**



Facultad de
EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN



Secuencia de actividades: Aplicación de los números complejos al análisis de circuitos alternos

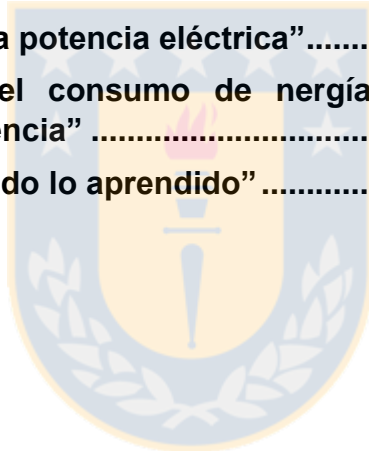
VERSION DOCENTE

RAMÓN BUSTOS MENDEZ – BANDON MELLA MUÑOZ

FABIÁN QUIROGA MERINO

Índice

Introducción.....	93
Contenidos.....	94
Bibliografía Técnica Recomendada	94
Organización de la secuencia de actividades.....	95
ACTIVIDADES	98
Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos”	99
Actividad N°2: “Una nueva forma de representar el voltaje alterno senoidal.....	107
Actividad N°3: “Generalizando el concepto de oposición a la corriente alterna”	113
Actividad N°4: “Modelando la potencia eléctrica”	120
Actividad N°5:“Mejorando el consumo de energía eléctrica mediante la corrección del factor de potencia”	128
Actividad Final: “Consolidando lo aprendido”	134



Introducción

En la presente Guía se organiza una secuencia de actividades propuestas con las cuales se espera o se pretende complementar el estudio de la unidad de números complejos con conceptos, actividades y situaciones que son propias del contexto de los estudiantes de 3° E. M. técnico-profesional en la especialidad de electricidad. Esta motivación surge de la pregunta: **¿Cómo es posible aplicar o utilizar los conocimientos de números complejos en un contexto real?**, pues tal interrogante sin una clara respuesta es lo que no permite el desarrollo de un aprendizaje más acabado (significativo) de dicho objeto matemático. Por tanto, estas actividades están estructuradas con ejemplos y ejercicios referidos a situaciones en donde se hace uso de los números complejos para el análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna.

En ese sentido, la siguiente propuesta de actividades se enmarca en el nivel de 3° medios de educación técnico-profesional (eléctrico – electrónico) con el fin de lograr este “acercamiento” a la realidad contextual de los alumnos. Para su óptima aplicación se espera (idealmente) contar con el trabajo conjunto y colaborativo entre el profesor del laboratorio de Electricidad (o Física) y el profesor de Matemática. En caso de no ser posible conformar dicho equipo el docente (Electricidad/Matemática), procederá a desarrollar las actividades en el laboratorio de computación con el apoyo de software de circuitos eléctricos en caso de ser necesario. Para este último punto, es importante que el docente de Matemática se familiarice y domine las variables y conceptos eléctricos que son fundamentales para la aplicación de la secuencia, requerimiento análogo para el docente de electricidad respecto de su conocimiento sobre números complejos.

Finalmente, la propuesta está constituida de seis actividades organizadas de forma que comprometen una red de contenidos de distintos sectores de aprendizajes como lo son: el análisis de circuitos eléctricos (voltajes, corrientes, impedancias, potencias, factor de potencia) y los números complejos. Todo esto implica un diseño específico para asegurar el óptimo desempeño de los alumnos. Es así, como las primeras actividades tienen como propósito la aproximación inicial a la relación entre el análisis de circuitos eléctricos y los números complejos para proseguir íntegramente con la aplicación de números complejos en el análisis de circuitos alternos en las actividades posteriores.

Contenidos

En esta guía el estudiante encontrará los siguientes contenidos:

Contenidos	Operar con números complejos y representar estos tanto en forma Binomial como Polar.
	Aplicar leyes fundamentales de circuitos eléctricos, leyes de Kirchhoff y ohm para circuitos alternos.
	Concepto de Fasor e Impedancia en corriente alterna.
	Potencia eléctrica y factor de potencia en circuitos alternos.
	Encontrar e interpretar información y soluciones, haciendo uso de los números complejos.
	Hacer uso de software (SOLVELEC25) de circuitos eléctricos, para resolver problemáticas planteadas.

Objetivo general	Identificar las variables que intervienen, en la determinación y corrección del factor de potencia de una empresa. Hacer uso de elementos de los números complejos para modelar el problema.
------------------	--

Todos los meses llegan recibos de consumo eléctrico a empresas y hogares. El objetivo del siguiente conjunto de actividades es comprender la información contenida en dichas boletas y verificar si nuestro consumo de energía eléctrica es eficiente y en caso de no serlo comprender el porqué de ello y qué medidas tomar para mejorar la eficiencia energética mediante la corrección del factor de potencia.

En estas actividades los alumnos tomarán el rol de consumidores de energía eléctrica inicialmente, en otras tomaras el rol de electricista para analizar circuitos eléctricos (voltajes, corrientes, impedancia, potencia, factor de potencias, entre otras)

Bibliografía Técnica Recomendada

Los siguientes son libros que cubren todos los conceptos eléctricos necesarios para estudiar con soltura las actividades planteadas.

William H. Hayt, Jr./ Jack E. Kemmerly (2012) Análisis de circuitos en ingeniería, Mc Graw Hill.

Charles K. Alexander (2013) Fundamentos de circuitos eléctricos, Mc Graw Hill

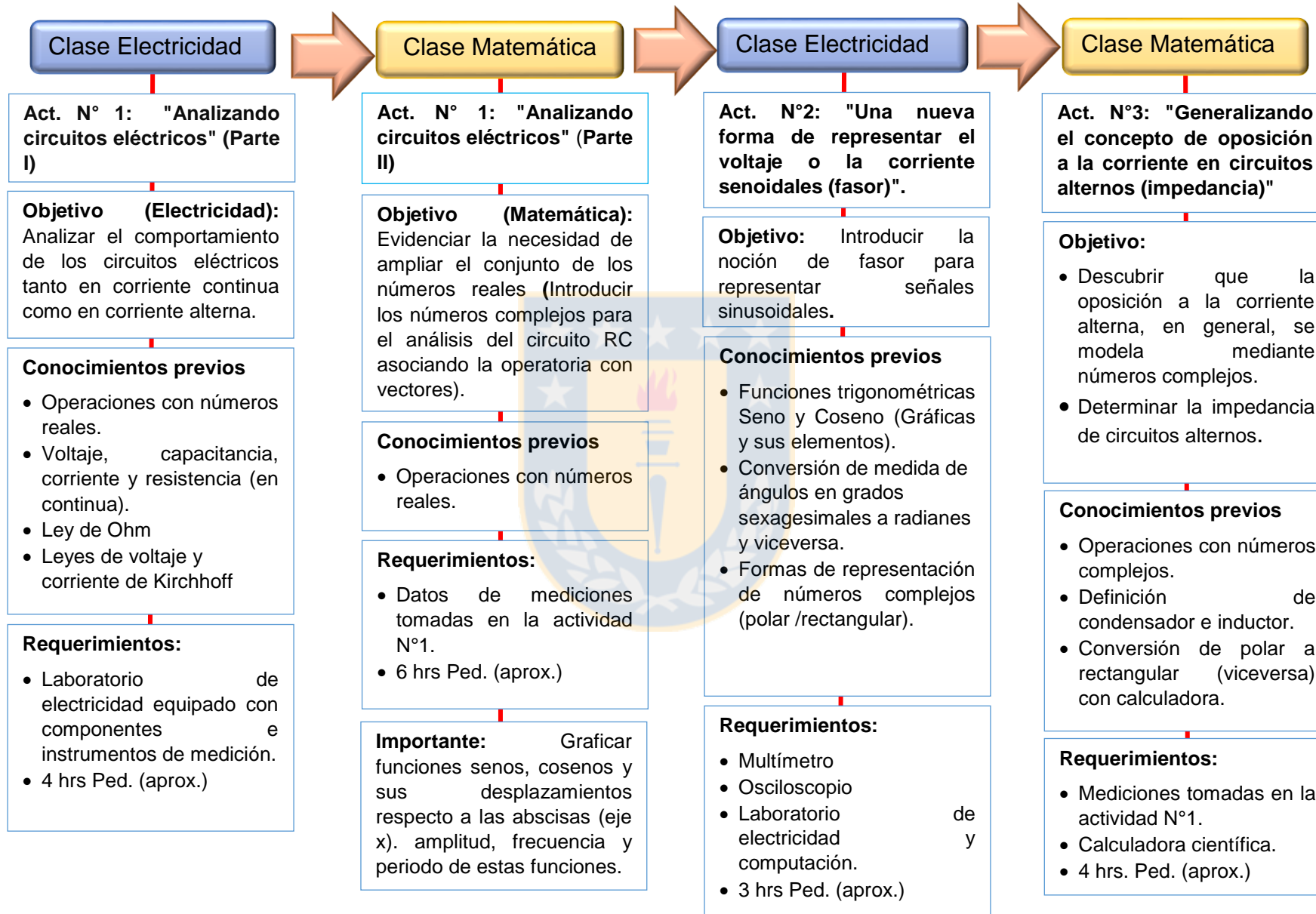
Organización de la secuencia de actividades

El siguiente esquema busca mostrar un panorama global de la secuencia de las actividades, mostrando los principales requerimientos para llevarlas a cabo, como también los conocimientos previos y objetivos que se buscan cumplir con ellas.

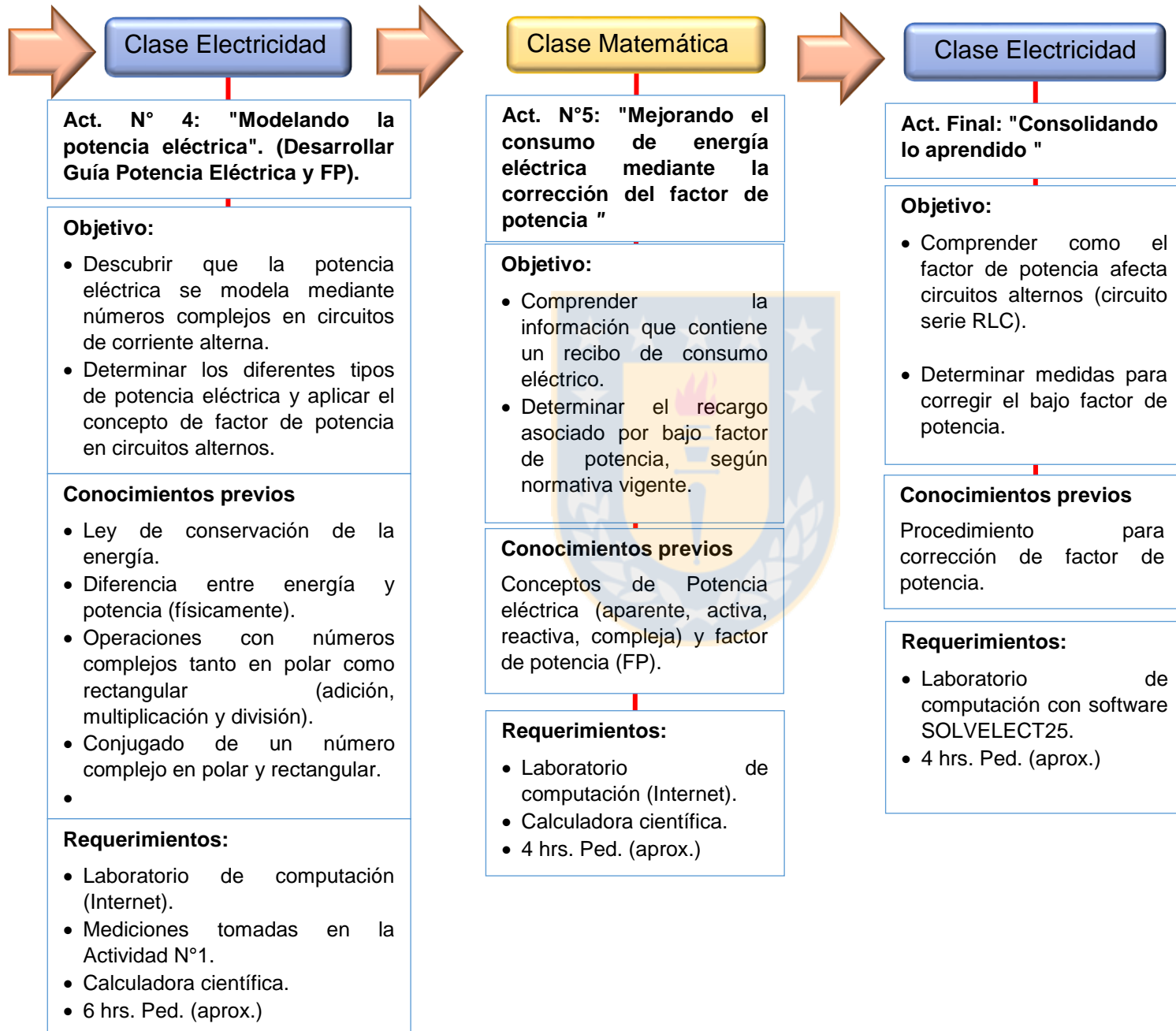
Es importante que durante la transición de etapas el profesor encargado de la actividad desarrollada comunique los avances y nivel de logro de la actividad como también inconvenientes al docente encargado de la actividad siguiente.



SECUENCIA DE ACTIVIDADES



SECUENCIA DE ACTIVIDADES





ACTIVIDADES

Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Analizar el comportamiento de los circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna. (Electricidad)
- Evidenciar la necesidad de ampliar el conjunto de los números reales para el análisis de circuitos alternos. (Matemática)

Conocimientos Previos:

Matemática

- Operaciones con números reales

Esp. Electricidad

- Conceptos de capacitancia, resistencia, voltaje y corriente en continua
- Ley de Ohm en corriente continua
- Ley de corrientes de Kirchhoff en corriente continua
- Ley de voltajes de Kirchhoff en corriente continua

Recursos y Materiales

- Laboratorio de electricidad
- Laboratorio de computación
- Multímetro y osciloscopio
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Descripción de la actividad:

La motivación principal de esta actividad es mostrar a los alumnos que el conocimiento de los números reales no es suficiente para comprender en su totalidad el comportamiento de circuitos de corriente alterna.

La presente actividad consiste en la implementación de tres circuitos eléctricos series: El primero es una fuente de tensión continua en serie a dos resistencias; el segundo en una fuente de tensión alterna en serie a dos resistencias; y el tercero en una fuente de tensión alterna en serie a una resistencia y capacitor. Para cada circuito se especificarán a cada grupo distintos valores para los voltajes de fuente, resistencias y capacitancias con el fin de que los grupos efectúen las mediciones de tensión y corriente de cada elemento para registrarlas y asegurar que tengan

resultados diferentes. Este punto es muy importante, pues estas mediciones serán utilizadas en actividades futuras. En seguida, en base a las mediciones se les pide a los alumnos que verifiquen la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) para los tres circuitos y vislumbren que para los dos primeros circuitos con la suma usual de números reales (escalares) se cumple sin problemas, mientras que para el tercer circuito aparentemente no se verifica la LVK. A partir de esta contradicción, el profesor debe intervenir y sostener que dicha ley si se cumple, y que son los voltajes los que ya no se comportan como números reales y que para superar este obstáculo necesitan conocer un nuevo objeto matemático que permita modelar dichos voltajes. Desde el punto de vista del profesor de matemática se busca responder desde la práctica él por qué es necesario el estudio de los números complejos.

Para complementar y ayudar a vislumbrar por qué en el tercer circuito no verifica la LVK, se les pide a los alumnos medir con la ayuda de un osciloscopio la tensión de la fuente en un canal y en otro el voltaje capacitor, estos para que observen que existe un desfase de 90° entre ambas señales senoidales.



Parte I

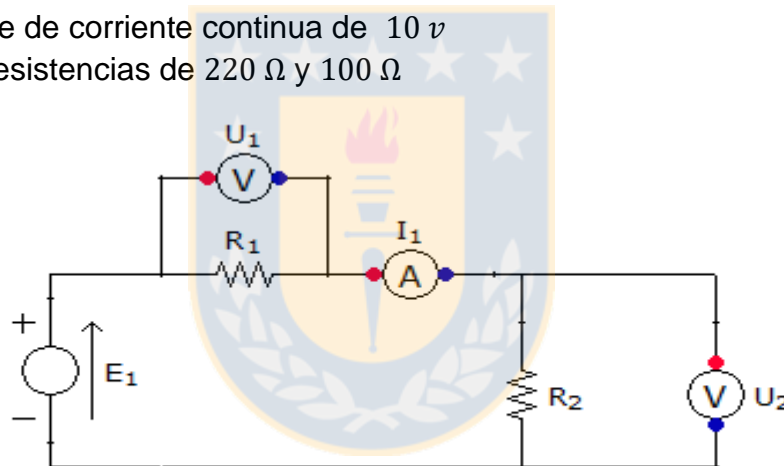
Comparando circuitos continuos y alternos

Objetivo: Analizar el comportamiento de los circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna.

Instrucciones: En el laboratorio de electricidad implemente los tres circuitos eléctricos que se presentan a continuación de manera que cumplan con las especificaciones solicitadas. En seguida, con la ayuda de un multímetro y un osciloscopio realiza las mediciones de voltaje y corriente para cada circuito y regístralas en las tablas de datos. Con el osciloscopio mide en forma simultánea el voltaje de cada elemento (en un canal) y voltaje de la fuente (en otro canal) para luego con la ayuda de un celular sacar fotografías de cada caso, esto se realiza en los tres circuitos, deberás incluir las fotografías de los circuitos 2 y 3 alimentados con voltaje alterno.

➤ Circuito1: En corriente continua.

- Fuente de corriente continua de 10 v
- Dos resistencias de 220 Ω y 100 Ω



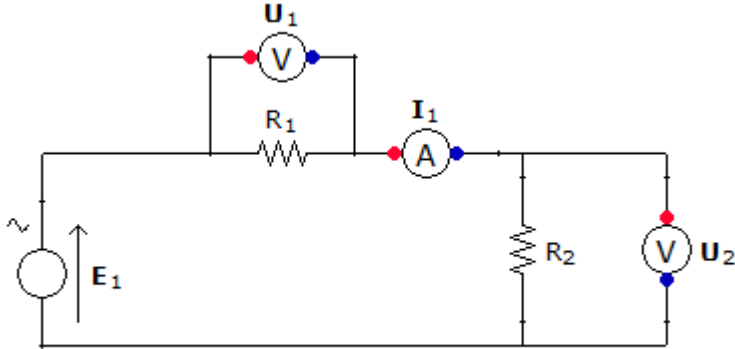
Datos del circuito de corriente continua	
Voltaje de la fuente (E_1)	10 v
Resistencia (R_1)	100Ω
Resistencia (R_2)	220Ω

➤ Mide con la ayuda de un multímetro y registra los resultados en la siguiente tabla.

Mediciones de tensión (voltajes)	
Voltaje de la fuente (E_1)	10 v
Voltaje en resistencia (R_1)	3,125 v
Voltaje en resistencia (R_2)	6,875 v
Corriente del circuito(I_1)	0,03125 A

Mediciones
Alumnos

- Circuito 2: En corriente alterna (senoidal)
 - Fuente de corriente alterna de 20 v (rms)
 - Dos resistencias de 100Ω y 220Ω
 - Frecuencia de 50 Hz



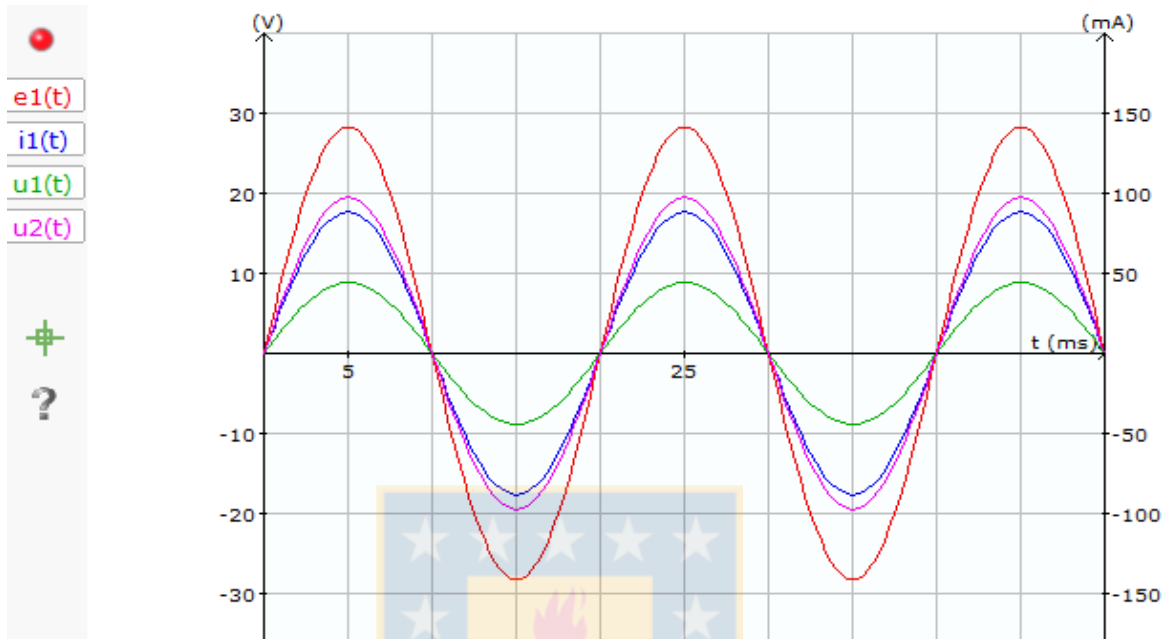
Datos del circuito en corriente alterna (senoidal)	
Voltaje de la fuente (E_1)	20 v (rms)
Resistencia (R_1)	100Ω
Resistencia (R_2)	220Ω
Frecuencia de alimentación	50 Hz

- Mide con la ayuda de un multímetro y registra los resultados en la siguiente tabla.

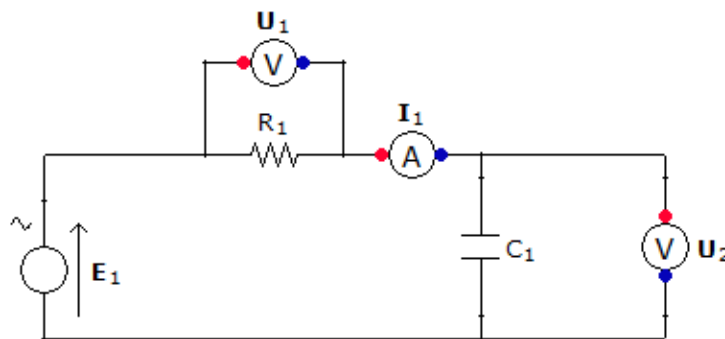
Mediciones de tensión (voltajes)	
Voltaje de la fuente (E_1)	20 v (rms)
Voltaje en resistencia (R_1)	6,25 v (rms)
Voltaje en resistencia (R_2)	13,75 v (rms)
Corriente del circuito (I_1)	0,0625 A (rms)

Mediciones
Alumnos

- ❖ Inclusión de fotografías con osciloscopio circuito dos (Ejemplo realizado con software)



- Circuito 3: En corriente alterna (senoidal)
 - Fuente de corriente alterna de 20 v (rms)
 - Una resistencia de 1 k Ω
 - Capacitor de 3,3 μF
 - Frecuencia de 50 Hz



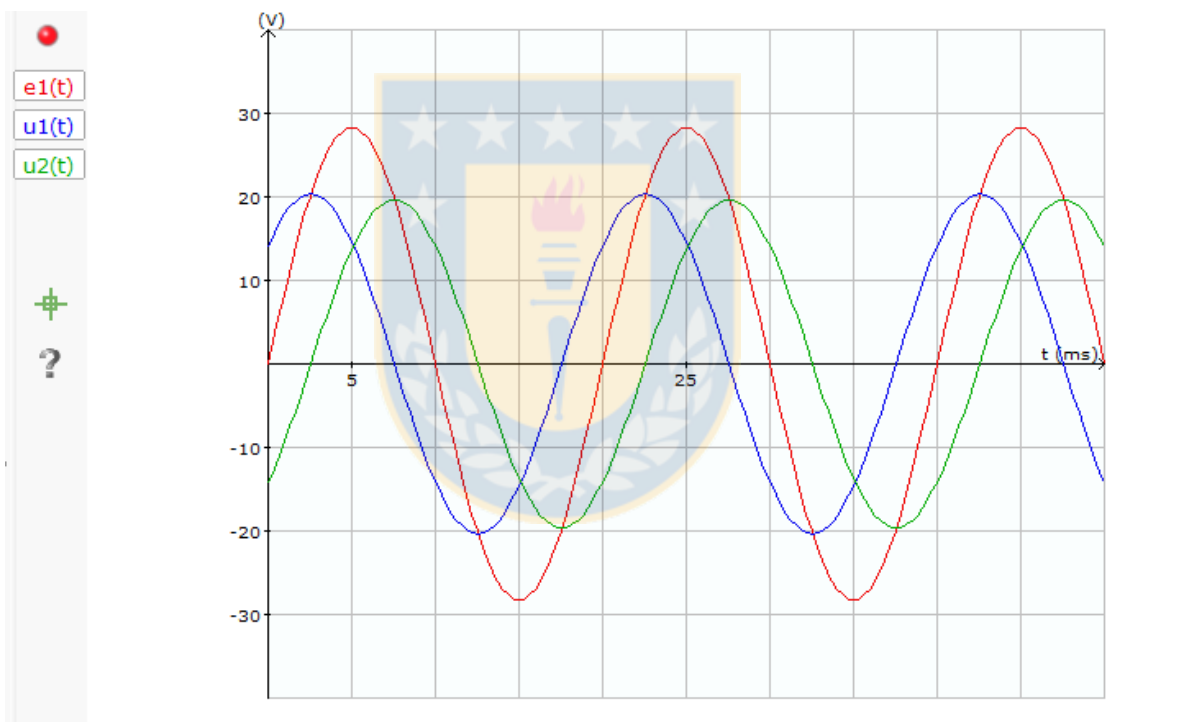
Datos del circuito de corriente alterna (senoidal)	
Voltaje de la fuente (E_1)	20 v (rms)
Resistencia (R_1)	1K Ω
Capacitancia (C_1)	3,3 μF
Frecuencia alimentación	50 Hz

- Mide con la ayuda de un multímetro y registra los resultados en la siguiente tabla.

Mediciones de tensión (voltajes)	
Voltaje de la fuente (E_1)	20 v (rms)
Voltaje en resistencia (R_1)	14,4 v (rms)
Voltaje en condensador (C_1)	13,9 v (rms)
Corriente del circuito (I_1)	0,0144 A(rms)

Mediciones
Alumnos

- ❖ Inclusión de fotografías con osciloscopio circuito dos (Ejemplo realizado con software)



Análisis

En base a las mediciones registradas en las tablas comprueba matemáticamente que los tres circuitos cumplen con las condiciones de un circuito cerrado utilizando la LVK (ley de voltaje Kirchhoff). Registra tus razonamientos y conclusiones.

Respuesta ideal: Para responder esta pregunta, los alumnos deben tener conocimiento sobre la ley de voltajes de Kirchhoff, la cual verifica si un circuito es cerrado mediante la siguiente fórmula (para dos resistencias en serie a una fuente de tensión):

$$E_1 = U_1 + U_2$$

Es así como pueden verificar sin problemas que para los dos primeros circuitos se cumple que la suma de las tensiones de las resistencias es igual al voltaje de la fuente. En cambio, en el tercer circuito utilizando la suma usual (escalares) esto no se cumple, pues $20 \neq [14,4 + 13,9] = 28,3$.

Se espera que a partir de esta contradicción los alumnos se planteen por sí solos la siguiente pregunta: ¿Por qué no se verifica la Ley de Voltajes de Kirchhoff en el tercer circuito? Es fundamental que el profesor de Electricidad no revele la respuesta, sino que deje planteada la interrogante de como sumar los voltajes como un problema que deben resolver ellos, y que la solución a éste último sea ratificada con ayuda del profesor de matemática en la Parte II. Con el osciloscopio se puede visualizar que el circuito con capacitor produce un desfase entre el voltaje de la fuente y voltaje del capacitor.

Parte II
Trabajo de Investigación

Objetivo: Evidenciar la necesidad de ampliar el conjunto de los números reales para el análisis de circuitos alternos.

Instrucciones: En el laboratorio de computación mediante el uso de internet, investiga y responde las preguntas a continuación.

Preguntas

3. ¿Por qué se verifica sin problemas la Ley de Voltajes de Kirchhoff en los dos primeros circuitos mientras que aparentemente no se verifica en el tercero? Justifica

Observación: Lo fundamental es que los alumnos sean capaces de distinguir y percatarse que el voltaje del capacitor es lo que NO permite verificar la suma usual (con números reales) de las tensiones del circuito 3.

4. Intuitivamente podemos afirmar que el tercer circuito en ca (corriente alterna) al igual que los anteriores también es cerrado, entonces cumple la LVK. Por tanto, ¿Puede influir la forma en que se suman las magnitudes de los voltajes en este caso? De ser así, ¿Que otra forma alternativa de adición serviría para verificar la LVK? Explica

Observación: El profesor debe mostrar las señales con el osciloscopio y destacar que existe un desfase entre las señales del circuito RC a diferencia de los circuitos RR que si están en fase. Igualmente, a pesar de los resultados y de lo mostrado con el osciloscopio, el profesor debe recalcar que la LVK si se cumple en el circuito RC (tercer circuito). Hecho esto, prosigue en estimular a los alumnos con preguntas como las siguientes: “En física, ¿Qué otro tipo de suma han utilizado?”; “¿Qué tipo de variables físicas existen?”, entre otras. Se espera, que los alumnos sean capaces de afirmar que existen variables *escalares* y *vectoriales*, y que en este caso se podría considerar el voltaje como una variable vectorial y realizar la suma.

Luego del análisis el profesor debe introducir el concepto de número complejo en base a las similitudes de la adición vectorial con la adición de complejos.

En caso de ser posible, resolver el problema mediante suma de números complejos.

Actividad N°2: “Una nueva forma de representar el voltaje alterno senoidal”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

Introducir la notación Fasorial (“Polar”) para la representación de señales sinusoidales como el voltaje y la corriente en circuitos alternos.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Representación en rectangular y polar de números complejos
- Funciones trigonométricas (seno y coseno)
- Conversión de medida de ángulos en grados sexagesimales a radianes y viceversa

Esp. Electricidad

- Mediciones mediante osciloscopio y multímetro
- Análisis de Circuitos de corriente continua
- Conceptos de capacitancia, resistencia, voltaje y corriente en continua

Recursos y Materiales

- Laboratorio de Electricidad
- Laboratorio de Computación (ideal) o sala de clases.
- Multímetro
- Osciloscopio
- Calculadora científica
- Hojas de papel milimetrado y oficio
- Regla y transportador
- Lápices, bolígrafos o marcadores de colores
- Lápiz grafito o portaminas
- Goma de borrar o corrector

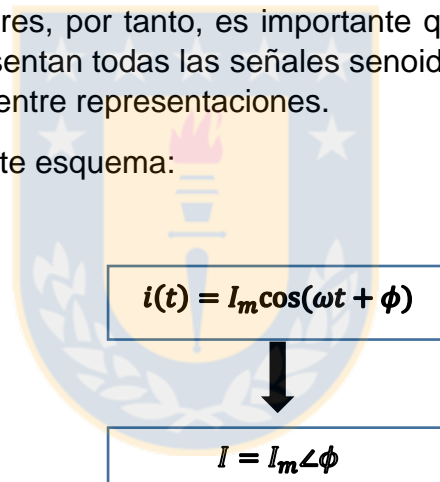
Descripción de la actividad

La motivación de esta actividad es dar a conocer al alumno una nueva forma de representar señales senoidales en el tiempo a la denominada forma Fasorial (dominio de ω), esta transformación busca facilitar en las próximas actividades la operatoria entre variables eléctricas utilizando números complejos.

Esta actividad comienza con la medición del voltaje alterno con ayuda del multímetro y osciloscopio, y apoyados en la información obtenida con las mediciones se les pregunta: ¿Qué representa el valor obtenido con el multímetro? ¿A qué tipo de voltaje corresponde? para lo cual es importante que los alumnos se den cuenta que el voltaje evoluciona en forma senoidal, es decir, su amplitud varía en cada instante, no obstante, el multímetro sólo registra un valor promedio.

En segunda instancia, se pide que grafiquen el voltaje senoidal en papel milimetrado con sus principales características (periodo, amplitud y ángulo de desfasaje), siguiendo con el modelo matemático (función) que describe dicho voltaje (tema que debió ser tratado con anterioridad en matemática). Luego se pide que investiguen en internet a que se refiere el concepto de fasor, en particular, que busquen una animación de éste a fin de complementar el conocimiento de la notación polar de los números complejos y así facilitar la asimilación del concepto de fasor. Finalmente, tienen que aplicar el concepto de fasor a gráficas particulares, por tanto, es importante que el profesor indique que por convención se representan todas las señales senoidales como cosenos ya que permiten el paso directo entre representaciones.

Como lo indica el siguiente esquema:



Estudiando el voltaje alterno senoidal

Objetivo: Introducir la notación Fasorial (“Polar”) para la representación de señales sinusoidales como el voltaje y la corriente en circuitos alternos.

Instrucciones:

- III. Con ayuda de las mediciones de tensión obtenidas en la Actividad N°1 y las observaciones hechas con el osciloscopio responde las preguntas 1, 2 y 3. El voltaje senoidal al cual se hace referencia en esta parte de la actividad corresponde al voltaje de alimentación del circuito RC de la actividad N°1.
- IV. En el laboratorio de computación mediante investigación en Internet responde las preguntas 4, 5, 6, 7 y 8.

Importante: Utiliza marcadores de colores, regla, transportador y papel milimetrado para responder la pregunta 2

Preguntas

1. ¿Qué representa el valor obtenido con el multímetro? ¿A qué tipo de voltaje corresponde?

Respuesta ideal: Es el denominado voltaje rms (o efectivo) de una onda sinusoidal el cual se obtiene mediante la siguiente relación (sólo en caso sinusoidal).

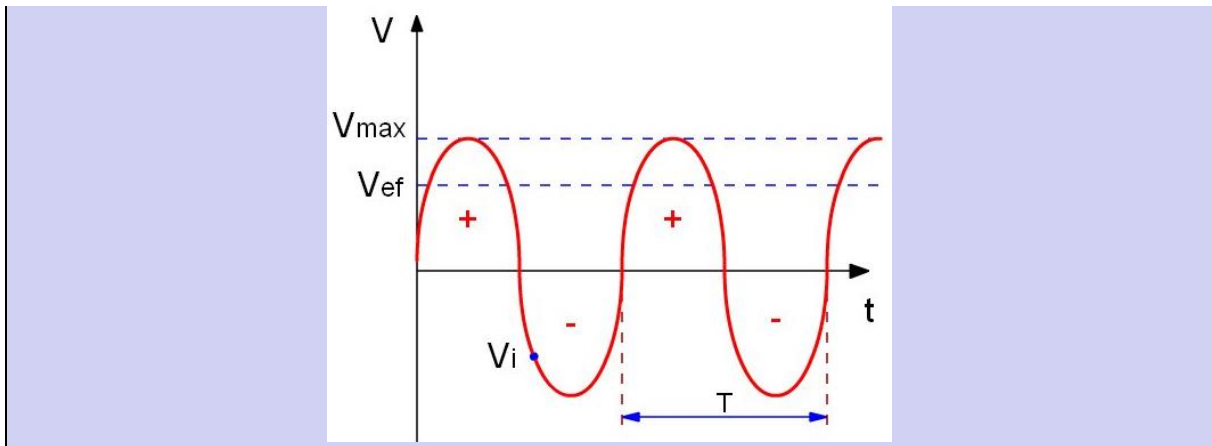
Se podría esperar una definición como la siguiente: El valor eficaz de cualquier corriente (o voltaje) periódica es igual al valor de la corriente (o voltaje) continua que, fluyendo a través de un resistor de R ohms, entrega al resistor la misma potencia que la potencia que le entrega al resistor la corriente periódica (en nuestro caso senoidal)¹

Observación: Es posible que los alumnos tengan conocimiento de la relación entre el voltaje máximo y efectivo para señales sinusoidales como sigue.

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot V_{max}$$

V_{max} Representa la amplitud máxima de la onda sinusoidal.

¹ Esta definición se obtuvo del libro “Análisis de circuitos en ingeniería” cuyos autores son William H. Hayt, Jr /Jack E. Kemmerly. cuarta edición (segunda en español).



2. Dibuja en una hoja de papel milimetrado la onda del voltaje alterno obtenida con el osciloscopio indicando sus principales características.

Respuesta ideal: La gráfica debe incluir idealmente: considerando un voltaje de 20 v efectivos se obtendrían como Amplitud máxima $V_{max} = 28,3 V$, Periodo $T = 20 ms$ y ángulo de desfasaje.

3. ¿Cómo se describe matemáticamente el voltaje alterno senoidal? Explica detalladamente

Respuesta ideal: Las funciones que modelan el voltaje alterno senoidal son:

$v(t) = V_{max} \sin(\omega t + \theta)$ ó $v(t) = V_{max} \cos\left(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}\right)$ Lo anterior gracias a la identidad siguiente

$$A \sin(x) = A \cos\left[x - \frac{\pi}{2}\right]$$

Los alumnos deberían indicar el nombre de todas las variables presentes en la función

$v(t)$: Es voltaje instantáneo, es decir, es voltaje en cada instante de tiempo y se mide en volt.

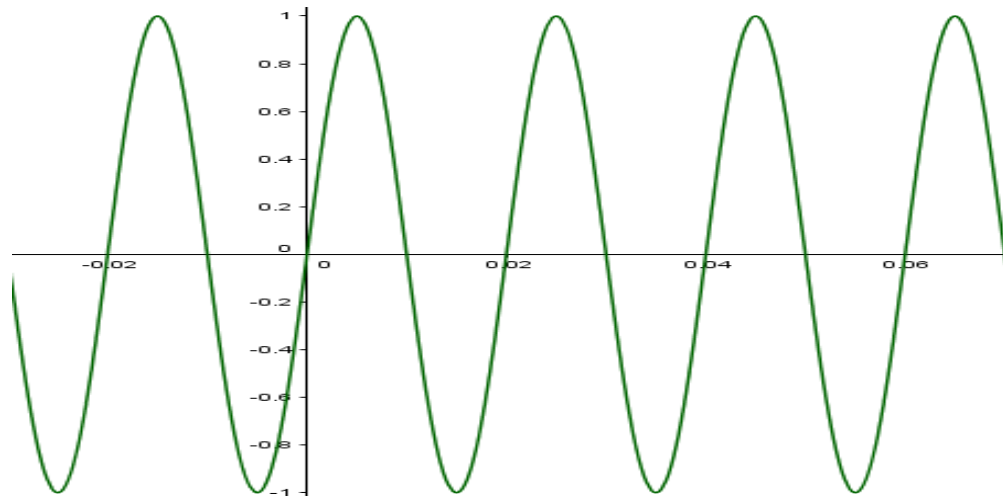
V_{max} : Indica la amplitud máxima de la onda sinusoidal (seno o coseno) y se mide el volt.

ω : Es la frecuencia angular, se mide en $\left[\frac{Rad}{s}\right]$ y se obtiene mediante la siguiente formula $\omega = 2\pi f$, donde f representa la frecuencia de la señal sinusoidal medida en herz(ciclos/seg).

t : Representa el instante de tiempo en cual deseamos saber el voltaje instantáneo y se mide en segundos.

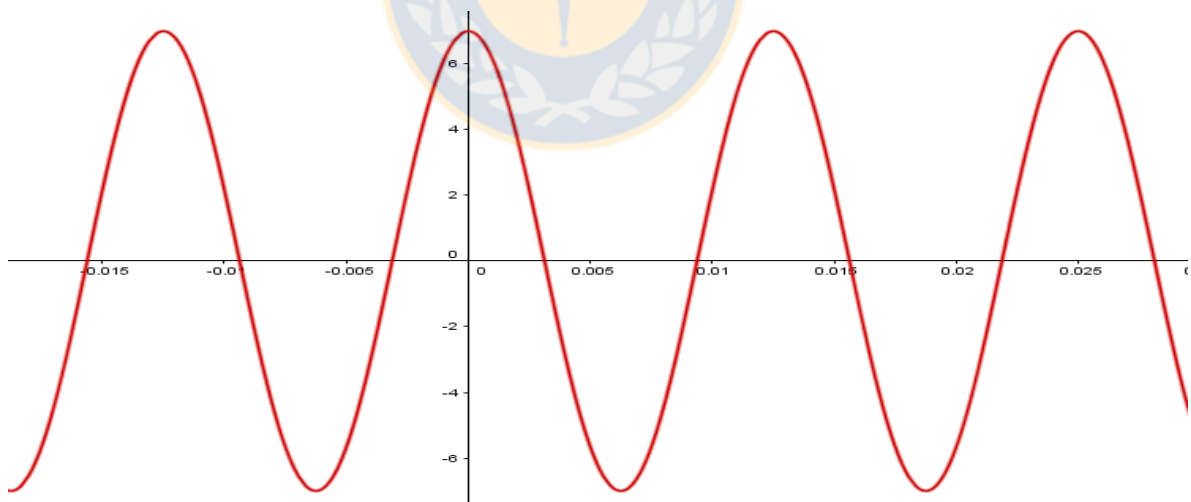
4. Representa matemáticamente las siguientes gráficas de voltajes en alterna.

d)

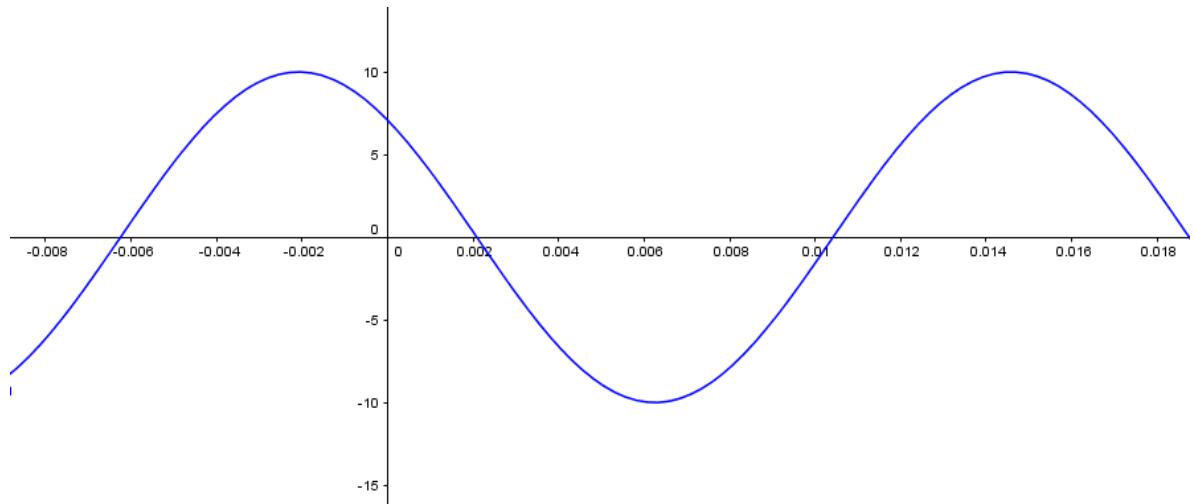


Respuesta ideal: $v_1(t) = \cos\left[100\pi t - \frac{\pi}{2}\right]$

e)



Respuesta ideal: $v_2(t) = 7\cos[160\pi t]$



f) Respuesta ideal: $v_3(t) = 10\cos\left[120\pi t + \frac{\pi}{4}\right]$

5. ¿A qué se refiere el concepto de “fasor” y qué relación tiene con el voltaje en corriente alterna? Busca una ilustración o animación de éste.

Respuesta ideal: Es un vector que gira con una velocidad angular constante que puede partir en 0° o en otro ángulo de fase.

6. Representa en forma fasorial la onda sinusoidal dibujada en punto 2 y 4 anterior.

Respuesta ideal: En base a las respuestas anteriores los alumnos deberían reescribir en forma fasorial las funciones sinusoidales como sigue:

$$v_d = 28,3\angle 0^\circ, \omega = 100\pi$$

$$v_1 = 1\angle -90^\circ, \omega = 100\pi$$

$$v_2 = 7\angle 0^\circ, \omega = 160\pi$$

$$v_3 = 10\angle 45^\circ, \omega = 120\pi$$

7. ¿Se puede relacionar con algún concepto matemático la representación fasorial del voltaje en alterna?

Respuesta ideal: Se espera que los alumnos respondan como objeto los *vectores* o los *números complejos en forma polar*.

8. ¿Por qué razón los números reales no podrían servir para representar un voltaje sinusoidal?

Respuesta ideal: Porque un número real sólo puede representar una magnitud, en cambio un fasor (un vector dinámico) puede representar una infinidad de valores.

Actividad N°3: “Generalizando el concepto de oposición a la corriente alterna”**Nivel:** 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad**Objetivo o Propósito**

- Descubrir que la oposición a la corriente alterna, en general, se modela mediante números complejos.
- Determinar la impedancia de circuitos alternos.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Representación en rectangular y polar de números complejos
- Operaciones con números complejos

Esp. Electricidad

- Conceptos de capacitancia, resistencia, voltaje, corriente, energía y potencia en corriente continua
- Ley de Ohm y Ley de voltajes de Kirchhoff en corriente continua.

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (ideal) o sala de clases
- Cuaderno
- Calculadora científica
- Lápiz grafito o portaminas
- Goma de borrar o corrector

Descripción de la actividad

El propósito de esta actividad es que los alumnos descubran que la oposición a la corriente en circuitos alternos se modela mediante números complejos.

La primera parte de la actividad utiliza mediciones efectuadas en la Actividad N°1, además de la ley de Ohm para calcular las resistencias individuales de cada elemento en función de su corriente y voltaje, para luego en base a estas resistencias individuales calcular la oposición a la corriente total del circuito (tal resistencia total se obtiene sumando las resistencias individuales como si se tratara de números reales) y comparar este valor con el obtenido en función de la corriente total y voltaje total suministrado al circuito. Dichos valores coinciden para los dos primeros circuitos, mientras que para el tercer circuito RC (resistencia y capacitor) no coinciden, esta situación es análoga a la producida en la Actividad N°1 con los voltajes, razón por la cual, los alumnos podrían inferir que la oposición a la corriente total se podrían obtener sumando la resistencia pura y la oposición a la corriente del condensador de forma vectorial (usando el teorema de Pitágoras

para obtener la magnitud o módulo de la impedancia total), lo importante en este punto es que los alumnos concluyan que la naturaleza de la “resistencia del condensador”(entre comillas porque en rigor se denomina reactancia capacitiva) es distinta de las resistencias puras.

Un aspecto importante a tener en cuenta es que mediante un multímetro no se puede medir directamente la oposición a la corriente de un capacitor (reactancia capacitiva), razón por la cual sólo se puede obtener dicho valor de forma indirecta (midiendo su voltaje y corriente para luego utilizar la ley de Ohm). Existe otra forma para determinar esta variable que se dará a conocer como producto de la investigación (preferentemente internet) de la pregunta *¿Cómo se denomina y se calcula la oposición a la corriente de un capacitor?*, todo lo anterior a diferencia de las resistencias puras que se pueden medir directamente con un multímetro. Siguiendo con la misma lógica, es como la interrogante posterior permitiría encontrar la fórmula para el cálculo de las reactancias inductivas.

Un segundo aspecto importante es notar que tanto la oposición a la corriente de un capacitor e inductor, es decir, la *reactancia capacitiva e inductiva* desde el punto vista matemático son números imaginarios. En electricidad, se ocupa el símbolo j en reemplazo de la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$, ya que los electricistas tienen reservada esta letra para la corriente eléctrica. Teniendo en cuenta lo anterior, además de que las resistencias puras son consideradas números reales, se puede concluir que la llamada resistencia total del circuito 3 de la actividad es la suma de las resistencias puras y las reactancias, en otras palabras, un número complejo con parte real e imaginaria distinta de cero denominado *impedancia* en circuitos alternos.

Finalmente, la última parte de la actividad pretende que los alumnos apliquen estos nuevos conocimientos a un caso más general mediante un circuito RLC (resistencia-inductancia-capacitancia en serie), pero esta vez solamente haciendo cálculos sin necesidad de implementar el circuito en laboratorio y verificar el cumplimiento de la LVK (ley de voltajes de Kirchhoff) del circuito, esto si con la ayuda del software (SOLVELEC25) se podría analizar en mayor profundidad.

Parte I

Determinando la oposición a la corriente de circuitos

Objetivo: Descubrir que la oposición a la corriente alterna, en general, se modela mediante números complejos.

Instrucciones: Para los 3 circuitos realizados en la *Actividad N°1: "Analizando circuitos eléctricos"* **calcular** la oposición a la corriente que presenta cada componente del circuito en función del voltaje y la corriente en cada una de ellas y con tus resultados completa la siguiente tabla. Finalmente, responde la pregunta a continuación de la tabla.

Resultados Alumnos			Oposición del circuito	En función de V_F y I
Circuito 1 en CC (RR)	$R_1 = 100$	$R_2 = 220$	$R_T = 100+220=320$	$R_T = \frac{10}{0,03125} = 320$
Circuito 2 en CA (RR)	$R_1 = 100$	$R_2 = 220$	$R_T = 100+220=320$	$R_T = \frac{20}{0,0625} = 320$
Circuito 3 en CA (RC)	$R_1 = 1000$	$R_C = \frac{13,9}{0,0144} = 965$	$R_T = 1965$	$R_T = \frac{20}{0,0144} = 1390$

¿Qué puedes concluir a partir de los resultados obtenidos en la tabla?

Respuesta ideal: Se espera que los alumnos descubran que el tercer circuito no se comporta como los dos primeros al no coincidir el $R_T(R_1, R_C)$ y $R_T(E, I)$ ya $1965 \neq 1390$.

Parte II**Trabajo de Investigación**

Objetivo: Descubrir que la oposición a la corriente alterna, en general, se modela mediante números complejos.

Instrucciones: En el laboratorio de computación, investiga en internet y responde las siguientes preguntas.

Preguntas

1. ¿Por qué coinciden sin problemas el valor de las resistencias totales en los circuitos 1 y 2 mediante la Ley de Ohm con la suma de las resistencias individuales, mientras que aparentemente no se sucede lo mismo en el circuito 3? Explica

Respuesta ideal: Porque la “resistencia” del condensador es de naturaleza distinta a las resistencias puras. En este punto de la unidad, los alumnos ya tienen experiencias de como sumar las tensiones de este circuito RC, entonces pueden inferir como debería sumarse R_1 y R_C , es decir, de forma vectorial usando números complejos (ocupando teorema de Pitágoras para obtener la magnitud o módulo).

2. Sabemos que la Ley de Ohm se cumple para todo circuito cerrado, entonces ¿Influye la forma en que se suman las magnitudes de las resistencias? ¿Qué otra forma de adición podemos aplicar para que coincidan los valores para la resistencia total del circuito 3?

Respuesta ideal: Para esta interrogante, basándose en la experiencia de las oportunidades pasadas, para los alumnos debería surgir la opción de sumar estas magnitudes de forma vectorial. Sin embargo, el razonamiento esperado es que los alumnos agreguen que las magnitudes de las resistencias deben sumarse mediante la adición de números complejos.

3. ¿Cómo se denomina y se calcula la oposición a la corriente de un capacitor?

Respuesta ideal: Para esta interrogante, los alumnos deben responder luego de investigar que la oposición a la corriente de un capacitor se denomina **Reactancia Capacitiva** la cual se calcula como sigue: $x_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2\pi f C}$

Donde,

j : Unidad imaginaria

ω : Velocidad angular

f : Frecuencia

C : Capacitancia en faradios

4. ¿Qué ocurriría si al circuito 3 se le incorpora una bobina? ¿Cómo calcularías la oposición a la corriente de una bobina?

Respuesta ideal: Al igual que la que la respuesta anterior, los alumnos deben responder que la oposición a la corriente de una bobina también se conoce como **Reactancia**, pero en este caso **Inductiva** la cual se calcula como sigue:

$$x_L = j\omega L = j(2\pi f)L$$

Donde; L : Inductancia en henrios

5. ¿Cómo se denomina en general la suma de las resistencias puras con la oposición a la corriente de capacitores e inductores?

Respuesta ideal: Finalmente se espera que los alumnos luego de investigar acerca de las reactancias, añadan que la suma de las resistencias puras y las reactancias (capacitiva e inductiva) se denomina impedancia y se representa como sigue:

$$Z = R - jx_C + jx_L \text{ (Circuito serie RLC)}$$

Donde,

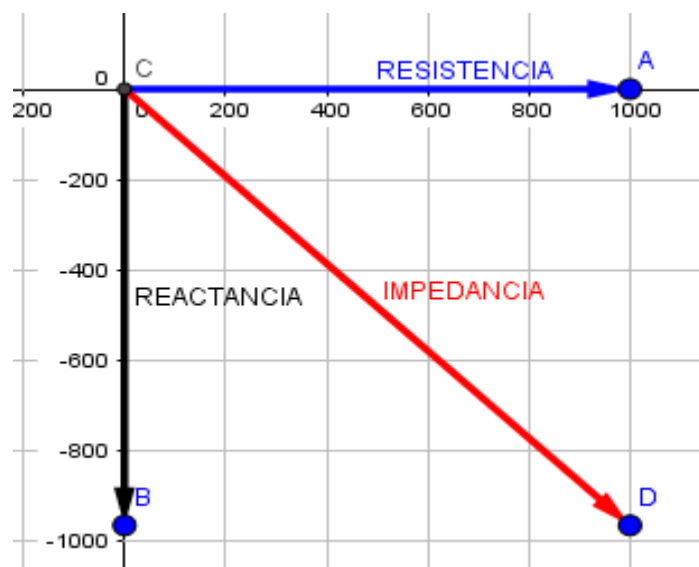
R : Suma de las resistencias puras.

x_C : Reactancia capacitiva.

x_L : Reactancia inductiva

7. Teniendo claro que la oposición a la corriente del capacitor y de la resistencia son de naturaleza distintas, retoma los datos del circuito 3 y realiza la suma R_1 y R_C de forma gráfica en el plano complejo

Los alumnos deberían mostrar gráficas como la siguiente.

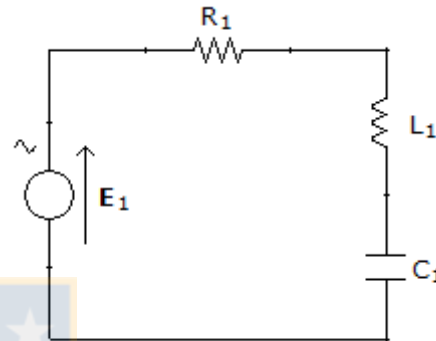


Parte III Impedancia y Corriente en un circuito RLC

Objetivo: Determinar la impedancia de circuitos alternos.

Instrucciones: Considera el siguiente circuito RLC en alterna y **calcula** la impedancia, la corriente y el voltaje efectivo en cada elemento. Para ello, toma en cuenta las siguientes especificaciones y finalmente, responde la pregunta planteada al final de la actividad. Para su análisis y comprobación puedes ocupar el software (SOLVELEC25)

Variables	Valores
Voltaje de alimentación (E_1)	$20\cos(200t)$
Resistencia (R_1)	$2000(\Omega)$
Inductancia (L_1)	4 (H)
Capacitancia (C_1)	1 μF



Pregunta

¿Se verifica la LVK para este circuito? Explica

Respuesta ideal: Primeramente, es fundamental transformar la señal del voltaje sinusoidal a notación fasorial, esto es;

$$E_1 = 20\cos(200t) \Leftrightarrow 20\angle 0^\circ$$

En seguida, se calculan las reactancias inductiva y capacitiva como sigue:

$$x_L = j\omega L = j(2\pi f)L = j(2\pi 50)4 = j400\pi \approx j1256,64(\Omega)$$

$$x_C = -j\left[\frac{1}{\omega C}\right] = -j\left[\frac{1}{(2\pi 50)C}\right] = -j\left[\frac{1}{(100\pi) 1\mu F}\right] \approx -j3183,1(\Omega)$$

Como la impedancia total en circuitos serie RLC es la suma de las resistencias y reactancias en series, tenemos que:

$$Z_T = R - jx_C + jx_L = 2000 - j3183,1 + j1256,64 = 2000 - j1926,46(\Omega)$$

Este resultado debe ser transformado a su forma polar (se sugiere tener calculadoras científicas para realizar los cálculos).

$$Z_T = 2000 - j1926,46 = 2776,91\angle -43.93^\circ(\Omega) \text{ (Impedancias total).}$$

Luego de obtener la impedancia (Z_T) y el voltaje de alimentación (E_1), se puede determinar la corriente del circuito mediante la ley de ohm para circuitos alternos.

$$I_T = \frac{E_1}{Z_T} = \frac{20\angle 0^\circ}{2776,91\angle -43.93^\circ} = 7.202 \cdot 10^{-3} \angle 43.93^\circ (A)$$

Esta última corriente es la misma para todos los elementos del circuito por estar en serie.

La actividad pide calcular el voltaje individual en cada elemento (resistencia, inductancia y capacitancia). Para ello se continúa utilizando la ley de ohm para circuitos alternos, entonces:

$$V_R = R \cdot I_T = (2000\angle 0^\circ) \cdot (7.202 \cdot 10^{-3} \angle 43.93^\circ) = 14,404\angle 43.93^\circ (V)$$

$$V_L = x_L \cdot I_T = (1256,64\angle 90^\circ) \cdot (7.202 \cdot 10^{-3} \angle 43.93^\circ) = 9,05\angle 133.93^\circ (V)$$

$$V_C = x_C \cdot I_T = (3183,1\angle -90^\circ) \cdot (7.202 \cdot 10^{-3} \angle 43.93^\circ) = 22,925\angle -46.07^\circ (V)$$

Observación: Los voltajes han sido calculados con el valor máximo de amplitud de la corriente I_T y E_1 , razón por la cual se debe dividir por $\sqrt{2}$, tanto I_T, E_1, V_R, V_L, V_C ya que se solicitan los valores eficaces o rms.

$$V_{R(rms)} = \frac{V_R}{\sqrt{2}} = \frac{14,404\angle 43.93^\circ}{\sqrt{2}} = 10,185\angle 43.93^\circ (V)$$

$$V_{L(rms)} = \frac{V_L}{\sqrt{2}} = \frac{9,05\angle 133.93^\circ}{\sqrt{2}} = 6,4\angle 133.93^\circ (V)$$

$$V_{C(rms)} = \frac{V_C}{\sqrt{2}} = \frac{22,925\angle -46.07^\circ}{\sqrt{2}} = 16,21\angle -46.07^\circ (V)$$

$$I_{T(rms)} = \frac{I_T}{\sqrt{2}} = \frac{7.202 \cdot 10^{-3} \angle 43.93^\circ}{\sqrt{2}} = 5.093 \cdot 10^{-3} \angle 43.93^\circ (A)$$

$$E_{1(rms)} = \frac{E_1}{\sqrt{2}} = \frac{20\angle 0^\circ}{\sqrt{2}} = 14,142\angle 0^\circ (V)$$

Es claro que, para responder a la última pregunta concerniente a verificar la ley de voltaje de Kirchhoff (LVK), se puede realizar los cálculos haciendo uso de valores máximos o efectivos (rms). Para este caso, se hará uso de los valores máximos, por lo cual se plantea la LVK para el circuito y se reemplazan los valores obtenidos anteriormente:

$$E_1 = V_R + V_L + V_C = 14,404\angle 43.93^\circ + 9,05\angle 133.93^\circ + 22,925\angle -46.07^\circ$$

Es necesario transformar a notación binomial (o rectangular), ya que en forma polar no es posible efectuar la suma.

$$\begin{aligned} V_R + V_L + V_C &= (10,374 + j10) + (-6,279 + j6,518) + (15,905 - j16,51) \\ &= 20 + j0,008 \approx 20\angle 0^\circ \end{aligned}$$

Por lo tanto, se verifica correctamente la LVK.

Actividad N°4: “Modelando la potencia eléctrica”**Nivel:** 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad**Objetivo o Propósito**

- Descubrir que la potencia eléctrica se modela mediante números complejos en circuitos de corriente alterna.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Conjugado de un número complejo
- Funciones trigonométricas (seno y coseno)
- Representación en rectangular y polar de números complejos
- Operaciones con números complejos

Esp. Electricidad

- Concepto de energía y ley de conservación de la energía.
- Potencia en circuitos continuos.
- Análisis de circuitos de corriente continua y alterna
- Conceptos de impedancia, voltaje y corriente en continua y alterna
- Ley de Ohm y Ley de voltajes de Kirchhoff

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (ideal) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Descripción de la actividad

La presente actividad está compuesta de dos partes. La primera tiene como propósito mostrar que la potencia eléctrica en circuitos alternos se modela mediante números complejos. Para ello se retoman los datos de voltaje y corriente de cada elemento de la Actividad N°1, además de la fórmula de potencias para circuitos continuos ($P = V \cdot I$). Con ayuda de los datos y la fórmula ya mencionada se busca que el alumno trate de extender dicha fórmula a circuitos alternos, lo cual cumple dicho objetivo sólo para el segundo circuito de la Actividad N°1 y encontrando nuevamente inconvenientes con el tercer circuito al no coincidir la suma usual con números reales de las potencias individuales con la potencia obtenida con el voltaje total y corriente total del circuito. Es claro que gracias a las actividades análogas N°1 y N°3 los alumnos concluirán que la potencia eléctrica alterna en general es compleja.

La segunda parte de la actividad consiste en el desarrollo de una guía de estudio cuyo objetivo es: “Determinar los diferentes tipos de potencia eléctrica y aplicar el concepto de factor de potencia en circuitos alternos”. Por tanto, luego de introducidas las fórmulas para obtener dichas potencias, se les pide a los alumnos que calculen las potencias del tercer circuito de la Actividad N°1 y se sigue con el concepto de factor de potencia, y se plantean preguntas referentes a ¿cuál es el rango permitido del factor de potencia en Chile? y ¿cuáles son las multas y como se determinan si se infringe dicho rango? A fin de que tomen conocimiento de cómo se gestiona el suministro eléctrico en el país. En base a las respuestas de las interrogantes anteriores, tienen que determinar el porcentaje de sobrecarga que se le cobraría al circuito RLC del trabajo “Impedancia y Corriente” (Actividad N°3). Para finalizar, deben determinar ¿Cuánto recargo en \$ se nos cobraría? si el consumo de dicho circuito(RLC) se mantiene constante durante un mes y el valor de 1 Kwh es de \$120.



Parte I

Determinando la Potencia Eléctrica

Objetivo: Descubrir que la potencia eléctrica se modela mediante números complejos en circuitos de corriente alterna.

Instrucciones: Para los tres circuitos de la *Actividad N°1: “Analizando circuitos eléctricos”* determinar la potencia individual (cada elemento) y potencia total o suministrada por la fuente, tanto en función de las potencias individuales como del voltaje y la corriente total.

Resultados Alumnos

	Voltaje	Corriente	Potencia	
Circuito 1 en CC (RR)	$V_1 = 3,125$	$I = 0,03125$	$P_1 = 0,0976563$	$P_T = 0,3125$
	$V_2 = 6,875$	$I = 0,03125$	$P_2 = 0,2148438$	
	$V_T = 10$	$I = 0,03125$	$P_T = 0,3125$	
Circuito 2 en CA (RR)	$V_1 = 6,25$	$I = 0,0625$	$P_1 = 0,390625$	$P_T = 1,25$
	$V_2 = 13,75$	$I = 0,0625$	$P_2 = 0,859375$	
	$V_T = 20$	$I = 0,0625$	$P_T = 1,25$	
Circuito 3 en CA (RC)	$V_R = 14,4$	$I = 0,0144$	$P_R = 0,20736$	$P_T = 0,40752$
	$V_C = 13,9$	$I = 0,0144$	$P_C = 0,20016$	
	$V_T = 20$	$I = 0,0144$	$P_T = 0,288$	

Análisis

¿Qué puedes concluir de los resultados obtenidos en la tabla? ¿Esta situación puede compararse con otras anteriores?

Respuesta ideal: Se espera que los alumnos descubran que el tercer circuito no se comporta como los dos primeros al no coincidir el $P_T(P_R, P_C)$ y $P_T(V_T, I)$, pues $0,40752 \neq 0,288$. Los alumnos ya tienen experiencias análogas en las actividades N°1 y N°3, es así como luego podrían afirmar que para lograr que coincidan las potencias en el circuito RC se deben sumar de forma vectorial (usando el teorema de Pitágoras, para el cálculo del módulo de la potencia).

Parte II

Guía de Estudio: Potencia Compleja y FP

Objetivo: Determinar los diferentes tipos de potencia eléctrica y aplicar el concepto de factor de potencia en circuitos alternos senoidales.

Potencia Compleja

La tensión, la corriente y la oposición a la corriente (impedancia) en los circuitos alternos tienen un comportamiento que se puede modelar mediante los números complejos. Siguiendo esta misma línea con la potencia eléctrica, es cómo surge el concepto de Potencia Compleja.

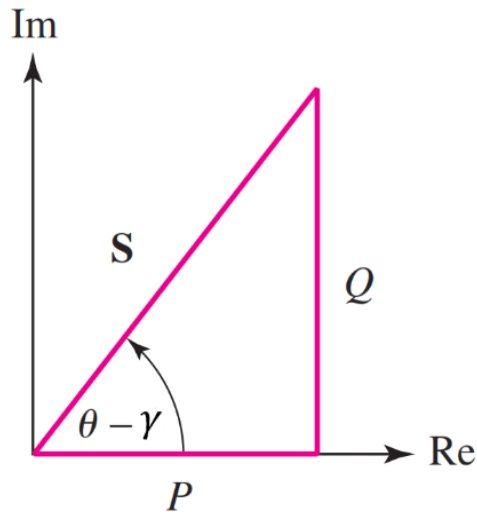
Pero, ¿Qué es la Potencia Compleja?, los ingenieros del área de potencia eléctrica han acuñado este nuevo concepto como una forma de poder analizar la potencia recibida por una carga considerando toda la información que esta entrega.

Como su nombre lo indica se refiere a una variable compleja (\mathbb{C}), de la cual su parte real se denomina Potencia Activa (Promedio o Real) y su parte imaginaria como Potencia Reactiva. De aquí también se tiene que el módulo de la potencia compleja es lo que se conoce como Potencia Aparente y su argumento corresponde al ángulo de desfasaje entre el voltaje y la corriente.

Operacionalmente, definimos la potencia compleja como el producto del voltaje efectivo y el conjugado de la corriente efectiva, ambos de señales sinusoidales. Esto es:

$$S = V_{ef} \angle \theta \overline{I_{ef} \angle \gamma} = V_{ef} I_{ef} \angle \theta - \gamma \quad (\text{Forma Polar})$$

$$S = P + jQ \quad (\text{Forma Rectangular})$$



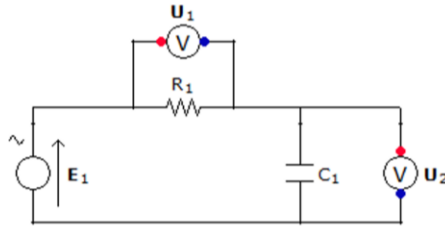
Cantidad	Símbolo	Fórmula	Unidades
Potencia Compleja	S	$V_{ef}I_{ef}\angle\theta - \gamma$ $P + jQ$	Volt-ampere (VA)
Potencia Aparente	$ S $	$V_{ef}I_{ef}$ $\sqrt{P^2 + Q^2}$	Volt-ampere (VA)
Potencia Promedio (Activa)	P	$V_{ef}I_{ef} \cos(\phi = \theta - \gamma)$ $Re(S)$	Vatio (W)
Potencia Reactiva	Q	$V_{ef}I_{ef} \sin(\phi = \theta - \gamma)$ $Im(S)$	Volt-ampere reactivo (VAR)

IMPORTANTE: El ángulo denominado ϕ (fi), es ángulo formado entre el voltaje y la corriente en el elemento de interés ya sea resistencia, capacitancia, inductancia o combinación de éstas. También éste se puede considerar como el ángulo de la impedancia de la carga.

Tarea

Instrucciones: Retomando la actividad N°1, se pide determinar la potencia compleja del circuito 3, para lo cual se sugiere que se determine el ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente (ϕ). Una vez, determinada la potencia compleja, calcular la potencia aparente, activa y reactiva.

Circuito 3



Datos del circuito de corriente alterna	
Voltaje de la fuente(E_1)	20 v (rms)
Resistencia(R_1)	1K Ω
Capacitancia(C_1)	3,3 μ F
Frecuencia alimentación	50 Hz
Voltaje en resistencia(R_1)	14,4 v
Voltaje en resistencia(C_1)	13,9 v
Corriente del circuito	0,0144 A

Respuesta ideal: La forma más directa de calcular dichas potencias, es determinar la impedancia y con ello el ángulo de desfase entre voltaje y la corriente. Para continuar calculando la potencia compleja con valores efectivos de la corriente y el voltaje.

$$Z_T = R - jX_c = 1000 - jX_c$$

El valor de X_c los podemos obtener de la actividad N°3, donde inicialmente la denominamos $R_c = 965$, pero teniendo en cuenta que dicho número es número imaginario negativo. También existe la alternativa de calcular la reactancia capacitiva con la fórmula obtenida en la actividad N°3.

$$X_c = \frac{1}{j\omega c} = -j \frac{1}{\omega c} = -j \frac{1}{2\pi f c} = -j \frac{1}{2\pi(50) \cdot 3,3\mu F} \approx -j965 \Omega$$

Luego nuestra impedancia es:

$$Z_T = R - jX_c = 1000 - j965 \Omega$$

Transformando a notación polar la impedancia ya que necesitamos ángulo.

$$Z_T = R - jX_c = 1000 - j965 \approx 1390 \angle -44^\circ \Omega$$

Luego el ángulo de desfase entre voltaje y la corriente es de $\phi = -44^\circ$. Luego procedemos a calcular la potencia compleja.

$$S = V_{ef} \angle \theta \overline{I_{ef} \angle \gamma} = V_{ef} I_{ef} \angle \phi \quad (\text{Forma Polar})$$

Los valores de eficaces del voltaje y la corriente podemos tomarlos del circuito N°3 de actividad N°1.

$$S = V_{ef} I_{ef} \angle \phi = (20 \cdot 0,0144) \angle -44^\circ = 0,288 \angle -44^\circ$$

Es de notar que el módulo de la potencia compleja es la potencia aparente del circuito. Para determinar la potencia efectiva y reactiva sólo falta pasar a notación binomial la potencia compleja.

$$S = 0,288\angle -44 = 0,2072 - j0,2 = P + jQ$$

Donde la parte real de potencia compleja es la potencia promedio (activa o real) es $P = 0,2072 \text{ W}$ y la potencia reactiva es la parte imaginaria de la potencia compleja. Esto es $Q = 0,2 \text{ VAR}$, finalmente la potencia aparente es el módulo de la compleja $|S| = 0,288 \text{ VA}$.

Factor de Potencia

La razón entre la Potencia Real o Promedio (Activa) y la Potencia Aparente recibe el nombre de Factor de Potencia y se simboliza como FP. Tal definición es aplicable para cualquier tipo de circuito:

$$FP = \frac{\text{Potencia Promedio}}{\text{Potencia Aparente}} = \frac{P}{V_{ef}I_{ef}}$$

Como en los circuitos alternos la Potencia Promedio (Activa) está dada por $V_{ef}I_{ef} \cos(\phi)$, al reemplazarlo en la fórmula anterior se tiene que:

$$FP = \frac{\text{Potencia Promedio}}{\text{Potencia Aparente}} = \frac{P}{V_{ef}I_{ef}} = \frac{V_{ef}I_{ef} \cos(\phi)}{V_{ef}I_{ef}} = \cos(\phi)$$

Pero, ¿Para qué se determina el factor de potencia? En el ámbito de la transmisión de energía eléctrica, existe un área de interés actual la cual se preocupa de la eficiencia del consumo eléctrico. En gran parte del mundo, se promueve la eficiencia energética mediante diversas medidas, una de ellas es que los consumidores procuren mantener el FP dentro de rangos aceptables. En teoría dicho valor puede fluctuar entre 0 y 1.

Preguntas

4. ¿Qué rangos de FP son aceptados en Chile por normativa eléctrica?

Respuesta ideal: El rango aceptado es $[0,93 \leq FP \leq 1]$

5. ¿Qué tipo de sanciones o multas reciben los infractores a la normativa?

Respuesta ideal: La facturación por consumos efectuados en instalaciones, cuyo factor de potencia medio mensual sea inferior a 0,93, se cargará en un 1% por cada 0,01 en que dicho factor baje de 0,93.

6. ¿Qué porcentaje de sobrecargo se le cobraría al circuito RLC del trabajo Impedancia y Corriente (actividad N°3)?

Respuesta ideal: Como el ángulo de la impedancia en el circuito RLC es $\phi = -43,93^\circ$ (para detalles de su cálculo revise pauta actividad N°3) luego el factor de potencia es $F.P. = \cos(\phi) = \cos(-43,93^\circ) = 0,7202$.

Luego la diferencia entre $[0,93 - 0,7202] = 0,2098 \approx 0,21$, como debemos pagar un 1% por cada 0,01 bajo 0,93 por lo cual nuestro sobrecargo sería del 21% sobre nuestro consumo de energía.

7. Si el consumo de dicho circuito se mantiene constante durante un mes y el valor de 1 KWh es de \$120 ¿Cuánto recargo en \$ se nos cobraría?

Respuesta ideal: Sabemos que la potencia compleja se calcula como sigue:

$$\hat{S} = V_{ef} \angle \theta \overline{I_{ef} \angle \gamma} = P + jQ$$

Luego, reemplazando la información entregada en la expresión anterior tenemos:

$$\hat{S} = \left[\frac{20}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \right] \cdot \left[\frac{7,202 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \angle -43,93^\circ \right] = 0,07202 \angle -43,93^\circ = 0,05187 - j0,04997$$

Por lo tanto, la potencia activa es $P = 0,05187 [W]$. Ahora bien, para obtener la energía en Wh debemos multiplicar por la cantidad de horas que se consume esta potencia.

$$W = P \cdot t = 0,05187 \cdot 30(\text{dias}) \cdot 24(\text{horas}) = 37,3464 Wh$$

Luego el consumo de energía mensual es de 37,35 Wh, aproximadamente. Como el valor del KWh es de \$ 120, nuestro gasto de energía mensual es de \$ 4,482, pero como tenemos 21% por recargo por bajo factor de potencia, debemos calcular este porcentaje de \$ 4,482, el cual es \$ 0,94122. Finalmente, nuestra boleta tendrá como costo final \$5,42322 más los cargos fijos.

Actividad N°5: “Mejorando el consumo de energía eléctrica mediante la corrección del factor de potencia”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Comprender la información que contiene un recibo de consumo eléctrico y el recargo asociado por mal factor de potencia según normativa vigente.
- Determinar medidas para mejorar el bajo factor de potencia.

Contenidos Previos:

Matemática

- Conjugado de un número complejo
- Funciones trigonométricas (seno y coseno) y razones trigonométricas.
- Representación de números complejos en forma polar y binomial.
- Operaciones con números complejos.

Esp. Electricidad

- Conceptos de impedancia, voltaje y corriente en corriente alterna
- Ley de Ohm y Kirchhoff en circuitos alternos
- Energía eléctrica, potencia eléctrica (aparente, activa, reactiva, compleja) y factor de potencia (FP)

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (idealmente) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Descripción de la actividad

En primera instancia, se pide mostrar al alumno que las actividades anteriores permiten la comprensión de una boleta de consumo eléctrico. Para tal propósito, tienen que calcular la potencia activa y reactiva con los datos de consumo eléctrico, además del factor de potencia asociado y comprobar si el recargo por mal factor de potencia que registra la boleta es coherente con los datos entregados en ella. Para continuar, se les pide responder por qué y cómo se obtiene el cobro por consumo adicional de energía en invierno mediante investigación por internet.

El segundo objetivo de la actividad es enfrentar al alumno a una situación hipotética, en la que la persona dueña de la boleta presentada requiera asesoramiento técnico para determinar todas las medidas que permitan eliminar el cobro por bajo factor de potencia respetando ciertos requerimientos.

PARTE I Comprendiendo el recibo de consumo eléctrico

Objetivo: Comprender la información que contiene un recibo de consumo eléctrico y el recargo asociado por mal factor de potencia según normativa vigente.

Instrucciones: Mediante el análisis de la siguiente boleta de consumo eléctrico, calcula y verifica las variables eléctricas solicitadas a continuación. Finalmente, responde la pregunta planteada

e) Energía Activa y Reactiva.

Respuesta ideal: Energía activa es 4238 KWh; Energía Reactiva es 3102 Kvarh

f) Potencia Activa y Reactiva

Respuesta ideal: La energía se obtiene multiplicando la potencia por el tiempo transcurrido aplicando dicha potencia, esto es:

$$w = P \cdot t$$

La información entregada por el recibo incluye la energía activa y la reactiva, entonces sólo basta dividir el consumo de energía por el tiempo en que se hace consumo de energía. Como la boleta cobra el consumo mensual debemos dividir por la cantidad de horas en un mes (30 días por 24 horas aprox.).

$$P = \frac{4238}{30 \cdot 24} = 5,8861 \text{ Kvar}$$

$$Q = \frac{3102}{30 \cdot 24} = 4,3083 \text{ Kw}$$

g) Factor de Potencia

Respuesta ideal: En este caso podemos calcular el factor de potencia en base a las energías activas y reactivas, así:

$$FP = \frac{KWh}{\sqrt{(Kwh)^2 + (Kvarh)^2}} = \frac{4238}{\sqrt{4238^2 + 3012^2}} = 0,8069 \dots$$

O bien, mediante la ya conocida fórmula utilizando las potencias activas y reactivas,

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{5,8861}{\sqrt{5,8861^2 + 4,3083^2}} = 0,8069 \dots$$

h) Recargo por mal factor de potencia

Repuesta ideal: El recargo asociado al mal factor de potencia, se obtiene calculando la diferencia entre $0,93 - 0,8069 = 0,1231$ que representa 12,31% de recargo sobre el costo de energía, esto es $0,1231 \cdot 358466 = \$ 44127$, de recargo por bajo factor de potencia.

Detalle recibo de consumo eléctrico:

GIRO : ESTABLECIMIENTO DE ENSEÑANZA					
N°MED	LEC.ACT	LEC.ANT	CTE.	CONSUMO	POT.CONT
10563653	203171	198933	1	4238 Kwh	7,5
546524	90699	87597	1	3102 Kvar	
REC. POR DISTANCIA	L.INV	FAC. POT	TARIFA	PROP.MEDIDOR	
% -Km	2426	0,81	BT1-5a	CLIENTE	
1. CARGOS DE ENERGIA			AFECTOS		
CANTIDAD	DESCRIPCIÓN		UNITARIO	TOTAL	
	C. Fijo mensual			1.060	
	Cargo único			3.136	
2.426	C. Energía		147,76	358.466	
1.812	E. Adic. Inv.		232,36	421.036	
	F. Potencia			44.127	
	Recargo por mora			7458	
	Cuota 03 de 06 Reliquidación Art.171 DFL 4/2006			4.367	
	Sub Total Afecto			839.650	

Pregunta

¿Por qué razón se nos cobra energía adicional en invierno? y ¿cómo se obtiene el valor de energía adicional consumida en invierno?

Respuesta ideal: Con el fin de regular el consumo eléctrico a los usuarios del tipo BT1 es que se determina un límite de consumo de energía mensual el cual, de ser sobrepasado, se debe aplicar un recargo por cada Kwh por sobre el límite.

Ahora bien, el valor por energía adicional se obtiene restando el límite de invierno al consumo real y multiplicarlo por el valor unitario de recargo. Como es posible evidenciar en el recibo de consumo eléctrico:

$$(4238 - 2426) \cdot 232,36 = 1812 \cdot 232,36 = \$ 421036$$

PARTE II**Corrigiendo el factor de potencia**

Objetivo: Determinar medidas para mejorar el factor de potencia.

Instrucciones: Analice la siguiente situación y responda la pregunta planteada.

Situación: Suponga que la persona dueña de la boleta anterior quiere recibir asesoría técnica para eliminar el cobro por mal factor de potencia. Si la persona desea que el factor de potencia esté una centésima por sobre lo estipulado por la norma ¿De qué manera puedes corregir esta situación obedeciendo a los requerimientos del afectado?

Preguntas Orientadoras (profesor)

¿De qué manera podemos lograr que la potencia reactiva del circuito disminuya al valor deseado?

¿Por qué razón el FP ($\cos \phi$) comúnmente es en atraso?

¿Cuáles son las especificaciones técnicas que debe tener un banco de condensadores para compensar una potencia reactiva inductiva?

Respuesta ideal:

Calculado el factor de potencia actual, el cual en nuestro caso es:

$$F.P_a = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} = \frac{5,8861}{\sqrt{5,8861^2+4,3083^2}} = 0,8069 \dots$$

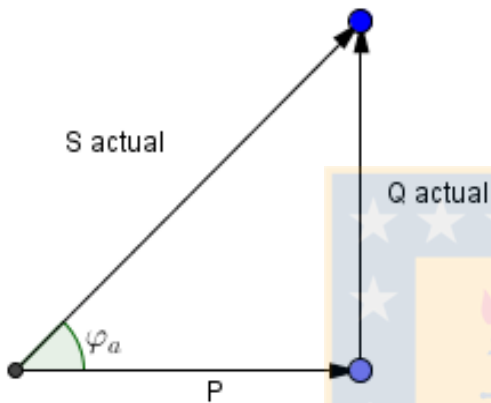
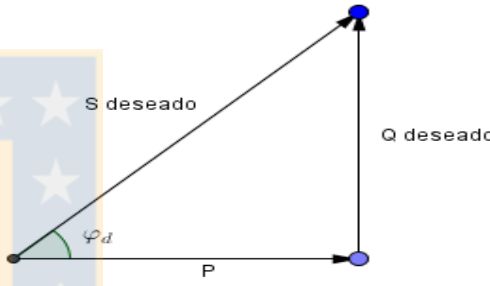
Y nuestro factor de potencia deseado o futuro es

$$F.P_d = \frac{P}{S} = \cos \phi = 0,94$$

Teniendo en cuenta además que el consumo de potencia activa se mantiene constante o igual en ambas situaciones, que en nuestro caso es

$$P = \frac{Kwh}{t} = \frac{4238}{720} = 5,8861 Kw$$

Con la información anterior procedemos a realizar la representación de las potencias complejas en ambas situaciones.

Situación actual	Situación deseada
<p>Potencia compleja actual en forma rectangular es</p> $\widehat{S}_{actual} = P + jQ_{actual}$ <p>En forma polar</p> $ \widehat{S}_{actual} \angle \phi_a$  <p> $P = 5,89 \text{ Kw}$ $Q_{actual} = 4,31 \text{ KVAR}$ $S_{actual} = \widehat{S}_{actual} = 7,3 \text{ KVA}$ $F.P_a = 0,8069$ $\cos(\phi_a) = 0,8069$ $\phi_a = \cos^{-1}(0,8069)$ $\phi_a = 36,21^\circ$ </p>	<p>Potencia compleja deseada en forma rectangular es</p> $\widehat{S}_{deseado} = P + jQ_{deseado}$ <p>En forma polar</p> $ \widehat{S}_{deseada} \angle \phi_d$  <p> $P = 5,89 \text{ Kw}$ $Q_{deseado} = ?$ $F.P_d = 0,94$ $\cos(\phi_d) = 0,94$ $\phi_d = \cos^{-1}(0,94)$ $\phi_d = 20^\circ$ $\tan(20^\circ) = \frac{Q_{deseado}}{P}$ $\therefore Q_{deseado} = \tan(20^\circ) P$ $Q_{deseado} = 2,144 \text{ KVAR}$ </p>

Lo anterior nos indica que debemos reducir la potencia reactiva actual de 4,31 KVAR al valor deseado de 2,144 KVAR, por lo cual la potencia reactiva aportada por el capacitor es.

$$Q_{\text{Capacitor}} = Q_{\text{actual}} - Q_{\text{deseado}} = 2,166 \text{ KVAR}$$

Por lo tanto, la potencia reactiva que debe aportar el capacitor debe ser aproximadamente de 2,166 KVAR para obtener un factor de potencia de 0,95 en atraso.

Queda por determinar la capacidad del banco de capacitores la cual se calcula mediante la siguiente formula.

$$C = \frac{P(\tan \phi_a - \tan \phi_d)}{\omega V_{\text{rms}}^2}$$

Entonces,

$$C = \frac{5,89 \text{ Kw}(\tan 36,21^\circ - \tan 20^\circ)}{100\pi(220)^2}$$

$$c = 142,62 \mu\text{F}$$

Por lo tanto, las especificaciones del banco de condensadores son: potencia reactiva de 2,166 KVAR, capacitancia de 142,62 μF , voltaje de alimentación efectivo (o rms) de 220 V y frecuencia de alimentación de 50 HZ. Para su compra.

Actividad Final: “Consolidando lo aprendido”

Nivel: 3° EM Técnica Profesional Esp. Electricidad

Objetivo o Propósito

- Comprender como afecta el factor de potencia a circuitos eléctricos de corriente alterna
- Determinar medidas para mejorar el bajo factor de potencia.

Conocimientos Previos:

Matemática

- Módulo y conjugado de un número complejo
- Funciones trigonométricas (seno y coseno) y razones trigonométricas.
- Representación de números complejos tanto en polar como en binomial.
- Operaciones con números complejos

Esp. Electricidad

- Conceptos de capacitancia, inductancia, impedancia, voltaje y corriente
- Ley de Ohm
- Ley de voltajes de Kirchhoff
- Energía eléctrica, potencia eléctrica (aparente, activa, reactiva, compleja) y factor de potencia (FP)
- Procedimiento para corrección de factor de potencia de circuitos alternos

Recursos y Materiales

- Laboratorio de computación (idealmente) o sala de clases
- Calculadora científica
- Cuaderno, lápiz grafito o portaminas y goma de borrar o corrector

Descripción de la actividad

El propósito de esta última actividad es verificar la asimilación de los aprendizajes esperados de todas las actividades anteriores, en particular, se busca que comprendan como el factor de potencia los circuitos alternos senoidales, además de cómo modificar el factor de potencia para mejorar el consumo eléctrico. Para cumplir con lo anterior, se plantea un circuito RLC (resistencia-inductancia-capacitor) en serie a una fuente de tensión alterna con sus respectivas especificaciones. En base a este circuito se realizan preguntas que pueden ser resueltas con la ayuda del software SOLVELECT25.

Consolidando lo aprendido

Objetivo:

- Comprender como afecta el factor de potencia a circuitos eléctricos de corriente alterna (circuito serie RLC)
- Determinar medidas para mejorar el bajo factor de potencia.

Instrucciones: Construye un circuito RLC en serie en corriente alterna con ayuda del software SOLVELECT25 teniendo en cuenta las especificaciones solicitadas. Luego, considera este circuito eléctrico en instalado en una casa, empresa o local comercial y responde las siguientes preguntas:

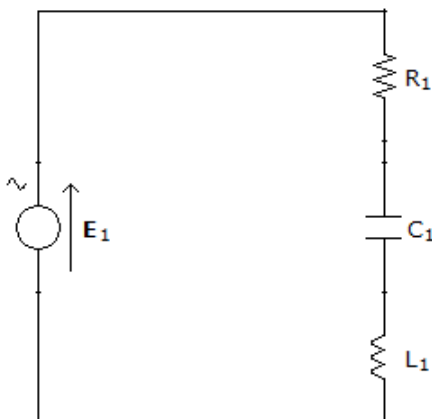
Especificaciones Circuito RLC	
Voltaje de Fuente (E_1)	$220\angle 0^\circ$
Resistencia (R_1)	220Ω
Capacitor (C_1)	$3,3\mu F$
Inductancia (L_1)	$4 H$

Preguntas

1. ¿Cumple con la normativa establecida respecto al valor del factor de potencia? Justifique
2. ¿Tendríamos que pagar cargo adicional por mal factor de potencia?, en caso de ser así ¿Cuánto porcentaje de sobreconsumo se nos cobraría en la boleta de energía eléctrica?
3. Finalmente, frente a dicha situación ¿Qué medidas se deberían tomar para corregir y lograr que el factor de potencia fuera de 0,95 en atraso?

Observación: En esta actividad se usa el software SOLVELECT25 para que el alumno compruebe y analice en mayor profundidad el problema con su ayuda.

Respuesta ideal:



Observación: Tomando en cuenta los datos que se tienen respecto el circuito en cuestión y lo que se tiene de conocimiento respecto a números complejos, para poder dar respuesta a la primera pregunta el alumno debe ser capaz de determinar si se cumple con las normativas a partir del cálculo del factor de potencia asociado y su posterior contraste con los valores permitidos. Para ello, existen dos formas para hacer dicho cálculo a partir de los datos que se tienen:

I) $F.P. = \frac{P}{S}$ con P: potencia activa y S: potencia aparente

II) $F.P. = \cos(\phi)$ ϕ : argumento de la forma polar de la impedancia del circuito

Caso I: si se escoge la Primera opción para determinar el factor de potencia se utilizaría la siguiente fórmula:

$$F.P. = \frac{P}{S}$$

Pero, no tenemos los valores de la potencia aparente (S) ni de la potencia activa (P). Para determinarlos podemos utilizar la siguiente identidad:

$$\hat{S} = P + jQ$$

Observación: de aquí se tiene que la potencia aparente S es el módulo de la potencia compleja \hat{S} , P es la potencia activa y Q es la potencia reactiva.

Por otro lado, es necesario recordar el hecho de que:

$$\hat{S} = V_{ef} \angle \theta \overline{I_{ef} \angle \gamma} \text{ (Conjugado de la corriente)}$$

En este caso, tenemos claro que el voltaje efectivo corresponde al voltaje de la fuente que es de $220 \angle 0^\circ \Omega$. Así:

$$\hat{S} = 220 \angle 0^\circ \Omega \cdot \overline{I_{ef}}$$

Resta por determinar el conjugado de la corriente efectiva I_{ef} . Para determinarla utilizaremos la fórmula:

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z_e}$$

$$I_{ef} = \frac{220 \angle 0^\circ}{Z_e}$$

En este punto también hay que determinar la impedancia equivalente del circuito. Este valor viene dado por la fórmula:

$$Z_e = R - jx_C + jx_L$$

$$Z_e = 220\Omega - jx_C + jx_L \quad \text{pues } R_1 = 220\Omega$$

Sin embargo, para completar dicha fórmula también es necesario determinar tanto la reactancia capacitiva (x_C) y la reactancia inductiva (x_L). Cada una de ellas tiene una fórmula, las cuales son respectivamente:

$$x_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2\pi f C} = -j \frac{1}{(2\pi \cdot 50)(3,3 \cdot 10^{-6})} = -j964,56 \Omega$$

$$x_L = j\omega L = j(2\pi f)L = j(2\pi \cdot 50)(4) = j1256,64\Omega$$

Observación: $f = 50\text{Hz}$, pues es la frecuencia de alimentación utilizada en Chile y $j = i = \sqrt{-1}$.

Luego de hechos estos cálculos, se reemplazan en la fórmula de la impedancia dada al principio. Esto es:

$$Z_e = 220\Omega - jx_C + jx_L$$

$$Z_e = 220\Omega - j964,56 \Omega + j1256,64\Omega$$

$$Z_e = (220 + j292,08)\Omega$$

Como lo exige la primera opción $F.P. = \cos(\phi)$ y como ϕ es el argumento de la impedancia en forma polar, entonces se requiere transformar el resultado anterior de forma rectangular (binomial) a forma polar.

$$|Z_e| = \sqrt{(220)^2 + (292,08)^2} = 365,66 \Omega$$

$$\phi = \text{Arctan}\left(\frac{292,08}{220}\right) = 53,01^\circ$$

De esta manera se tiene que:

$$Z_e = 365,66 \angle 53,01^\circ \Omega$$

Reemplazamos este valor en la fórmula de la corriente y obtenemos que:

$$I_{ef} = \frac{220\angle 0^\circ}{365,66\angle 53,01^\circ} (A)$$

$$I_{ef} = 0,602\angle -53,01^\circ A$$

Así la potencia compleja estaría dada por:

$$\hat{S} = 220\angle 0^\circ \Omega \cdot \overline{I_{ef}} (VA)$$

$$\hat{S} = 220\angle 0^\circ \Omega \cdot 0,602\angle 53,01^\circ (VA)$$

$$\hat{S} = 132,44\angle 53,01^\circ (VA)$$

Luego, para utilizar la identidad entregada en un principio se debe transformar el valor anterior de forma polar a forma rectangular (binomial) haciendo uso de la calculadora. Así:

$$\hat{S} = 132,44\angle 53,01^\circ = 79,69 + j105,785 (VA)$$

Finalmente, reemplazamos estos últimos resultados en la fórmula del factor de potencia dada al principio:

$$F.P. = \frac{P}{S}$$

$$F.P. = \frac{79,69}{132,44}$$

$$F.P. = 0,6016$$

Caso II: Si se considera la segunda opción es sólo necesario determinar la impedancia equivalente del circuito. Este valor viene dado por la fórmula:

$$Z_e = R - jx_c + jx_L$$

$$Z_e = 220\Omega - jx_c + jx_L \quad \text{pues } R_1 = 220\Omega$$

Sin embargo, para completar dicha fórmula también es necesario determinar tanto la reactancia capacitiva (x_c) y la reactancia inductiva (x_L). Cada una de ellas tiene una fórmula, las cuales son respectivamente:

$$x_c = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2\pi f C} = -j \frac{1}{(2\pi \cdot 50)(3,3 \cdot 10^{-6})} = -j964,56 \Omega$$

$$x_L = j\omega L = j(2\pi f)L = j(2\pi \cdot 50)(4) = j1256,64\Omega$$

Observación: $f = 50Hz$, pues es la frecuencia de alimentación utilizada en Chile y $j = i = \sqrt{-1}$.

Luego de hechos estos cálculos, se reemplazan en la fórmula de la impedancia dada al principio. Esto es:

$$Z_e = 220\Omega - jx_C + jx_L$$

$$Z_e = 220\Omega - j964,56\Omega + j1256,64\Omega$$

$$Z_e = (220 + j292,08)\Omega$$

Como lo exige la segunda opción $F.P. = \cos(\phi)$ y como ϕ es el argumento de la impedancia en forma polar, entonces se requiere transformar el resultado anterior de forma binomial a forma polar.

$$|Z_e| = \sqrt{(220)^2 + (292,08)^2} = 365,66$$

$$\phi = \text{Arctan}\left(\frac{292,08}{220}\right) = 53,01^\circ$$

De esta manera se tiene que:

$$Z_e = 365,66 \angle 53,01^\circ \Omega$$

Finalmente:

$$F.P. = \cos(\phi) = \cos(53,01^\circ) = 0,6016$$

Una vez determinado el factor de potencia es posible realizar el contraste con el valor dado por la normativa.

Observación: Es claro que la **caso I** es más largo y contiene al **caso II**, sin embargo, consideramos pertinente colocar ambas opciones ya algunos alumnos podrían razonar de esta manera.

Respuesta 1: Se puede apreciar que el factor de potencia es de 0,6016 lo cual esté muy por debajo del 0,93 mínimo exigido por la normativa. Por tanto, el circuito no cumple con la normativa.

Observación: Ahora bien, el factor de potencia es una razón la cual se puede interpretar como el porcentaje de rendimiento. En base esto, es como el porcentaje de sobreconsumo se entiende como la diferencia entre lo establecido por la normativa y el valor real. Entonces, ya podemos dar respuesta a la segunda pregunta.

Respuesta 2: “Como el factor de potencia es mucho menor a lo establecido en la normativa, se tendría que pagar un recargo, el cual está dado por:

$$\text{Porcentaje Recargo} = 0,93 - 0,6016 = 0,3284$$

En otras palabras, habría que pagar 32,84% de recargo de acuerdo a la valoración del Kwh.”

Respuesta 3: Finalmente, frente a dicha situación ¿Qué medidas se deberían tomar para corregir y lograr que el factor de potencia fuera de 0,95 en atraso?

Calculado el factor de potencia actual, el cual en nuestro caso es:

$$F.P_a = \cos(\phi_a) = \cos(53,01^\circ) = 0,6017$$

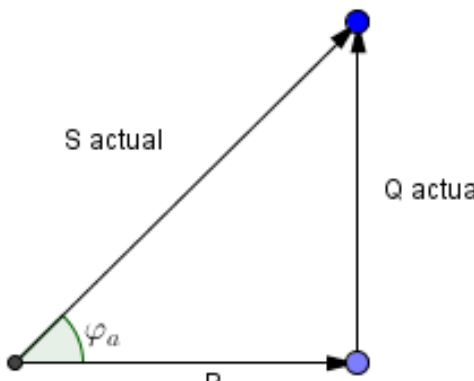
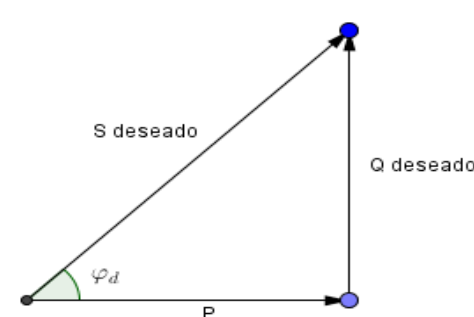
Y nuestro factor de potencia deseado o futuro es

$$F.P_d = \cos(\phi_d) = 0,950$$

Teniendo en cuenta además que el consumo de potencia activa se mantiene constante o igual en ambas situaciones, que en nuestro caso es

$$P = 79,69 \text{ w}$$

Con la información anterior procedemos a realizar la representación de las potencias complejas en ambas situaciones.

Situación actual	Situación deseada
<p>Potencia compleja actual en forma rectangular es</p> $\widehat{S}_{actual} = P + jQ_{actual}$ <p>En forma polar</p> $ \widehat{S}_{actual} \angle \phi_a$  <p style="text-align: center;">$P = 79,69 \text{ w}$</p>	<p>Potencia compleja deseada en forma rectangular es</p> $\widehat{S}_{deseado} = P + jQ_{deseado}$ <p>En forma polar</p> $ \widehat{S}_{deseada} \angle \phi_d$  <p style="text-align: center;">$P = 79,69 \text{ w}$</p>

$Q_{actual} = 105,785 \text{ VAR}$ $S_{actual} = \widehat{S_{actual}} = 132,44 \text{ VA}$ $F.P_a = 0,6017$ $\cos(\phi_a) = 0,6017$ $\phi_a = \cos^{-1}(0,6017)$ $\phi_a = 53,01^\circ$	$Q_{deseado} = ?$ $F.P_d = 0,9500$ $\cos(\phi_d) = 0,9500$ $\phi_d = \cos^{-1}(0,9500)$ $\phi_d = 18,2^\circ$ $\tan(18,2^\circ) = \frac{Q_{deseado}}{P}$ $\therefore Q_{deseado} = \tan(18,2^\circ) P$ $Q_{deseado} = 26,2 \text{ VAR}$
---	---

Lo anterior nos indica que debemos reducir la potencia reactiva actual de 105,785 VAR al valor deseado de 26,2 VAR, por lo cual la potencia reactiva aportada por el capacitor es.

$$Q_{capacitor} = Q_{actual} - Q_{deseado} = 79,585 \text{ VAR}$$

Por lo tanto, la potencia reactiva que debe aportar el capacitor debe ser aproximadamente de 80 VAR para obtener un factor de potencia de 0,95 en atraso. Queda por determinar la capacidad del banco de capacitores la cual se calcula mediante la siguiente formula.

$$C = \frac{P(\tan \phi_a - \tan \phi_d)}{\omega V_{rms}^2}$$

Entonces,

$$C = \frac{79,69(\tan 53,01^\circ - \tan 18,2^\circ)}{100\pi(220)^2}$$

$$c = 5,24 \mu F$$

Por lo tanto, las especificaciones técnicas del banco de capacitores para la corrección de factor de potencia son; una potencia de 80 KVAR, capacitancia de 5,24 μF , frecuencia de alimentación 50 Hz y voltaje de alimentación de 220 volt efectivos(rms)

CAPÍTULO V: Consideraciones

Finales



Concluido el presente trabajo de seminario que involucró la revisión bibliográfica de aspectos teóricos relacionados con la perspectiva de la teoría de la Socioepistemología de la Matemática Educativa y la Enseñanza Situada, hemos podido evidenciar que es posible el diseño de actividades que sirvan de complemento en la enseñanza de los números complejos para tercero medio técnico profesional en el contexto de la formación eléctrica y electrónica, pues las actividades fueron creadas de manera de que los estudiante enfrenten las situaciones problemáticas situando su trabajo en una realidad que les es familiar y que les permita otorgarle mayor significado al conocimiento de los números complejos, ya que cumplen una función importante en las prácticas del análisis de circuitos eléctricos alternos. De esta forma dichas actividades pueden contribuir al desarrollo de habilidades relacionadas con la comunicación, argumentación, modelación y la resolución de problemas que forman parte de los propósitos del currículum chileno.

Por otro lado, fue posible el diseño de actividades que involucren el trabajo conjunto entre matemática y electricidad en cada actividad, pues conceptos propios del análisis de circuitos eléctricos alternos como: Voltaje, Corriente, Ley de voltajes de Kirchhoff, Ley de Ohm, Impedancia, Potencia Compleja, etc. requieren del manejo de las formas de representación de los números complejos y sus operaciones, debido a que los números reales no son suficientes para describir y modelar dichos principios y variables eléctricas alternas. Además de promover el trabajo colaborativo y coordinado entre los docentes de ambas especialidades respondiendo además a los principios de significación y utilidad del conocimiento matemático planteado en los diferentes fundamentos teóricos estudiados en este seminario.

En lo que respecta a la retroalimentación de expertos, se percibe que los profesores del liceo Mauricio Hochschild del CEAT asumen una postura favorable del desarrollo de más actividades de carácter contextual y que promuevan el trabajo interdisciplinar de las especialidades, esto es, en nuestro caso que las actividades escapen del aula matemática, se fomente la experimentación y la formulación de

conjeturas, y que a partir de ellas tome lugar el conocimiento matemático necesario para enfrentar situaciones problemáticas dentro del contexto eléctrico. Acciones que consideran necesarias para reforzar los aprendizajes, sobretodo en la asignatura de matemática en donde los contenidos gran parte del tiempo son tratados de forma abstracta. Por lo cual, la mayoría de sus correcciones se enfocaron en mejorar la presentación de las actividades y la estructura que poseen a fin de favorecer y mantener la coherencia entre ellas.

Por otro lado, si bien es cierto que la secuencia didáctica no ha sido puesta a prueba mediante su implementación, los profesores del área matemática y eléctrica del liceo Mauricio Hochschild del CEAT muestran buena disposición para llevar a cabo dicha propuesta. Esta oportunidad puede dar pie al desarrollo de un nuevo trabajo de investigación el cual se enfoque en los aspectos de su implementación y las formas de evaluación más indicadas para cada actividad.



BIBLIOGRAFÍA



Referencias bibliográficas

- Alexander, C., & Sadiku, M. (2013). *Fundamentos de circuitos eléctricos 5ta edición*. McGRAW-HILL.
- Arends, R. (2004). *Learning to Teach* (6a. edición ed.). Nueva York: McGraw-Hill.
- Ausubel, D. (1976). *Psicología educativa*. Mexico: Trillas.
- Bagni, G. T. (2001). La introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de los números complejos. Una investigación experimental desempeñada en la educación media superior. *Relime*, 45-61.
- Baquero, R. (2002). Del experimento escolar a la experiencia educativa. La transmisión educativa desde una perspectiva. *Perfiles Educativos*, 57-75.
- Brubacher, J. S. (2000). John Dewey . En: J. Château (dir.). Los grandes pedagogos. México: Fondo de Cultura Económica.
- Calahan, D., Macnee, A., & McMahon, E. (1977). *Análisis Moderno de Circuitos*. Interamericana.
- Camacho Ríos , A. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Educación Matemática*, 130 -160.
- Cantoral, R. (2002). La sensibilidad a la contradicción: Un estudio sobre la noción de logaritmos de números negativos y el origen de la Variable Compleja. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 35-42.
- Cantoral, R. (2003). La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa. *CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EDUCACIÓN MATEMÁTICA & DESAFÍOS Y PERSPECTIVAS*, (págs. 1-15). Universidad Regional de Blumenau.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gidesa.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2006). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21. *Socioepistemología y Matemáticas*, (págs. 740-753).
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., & Martínez , G. (2006b). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 83-102.
- Cantoral, R., & Reyes-Gasperini, D. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 91-116.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 221-266.
- Chrestia, M. S. (2011). Actas del 1 CIECyM 2 ENEM. *La resolución de problemas y las competencias matemáticas*, (págs. 276-282).

- Cordero, F. O. (2006). La modelación y la graficación en la matemática escolar. *Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN*.
- Cordero, F., & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Relime Vol. 10*, 7-38.
- Díaz Barriga Arceo, F. (2006). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. McGRAW-HILL.
- Díaz, B. A. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*.
- Díaz, B. A., & Hernandez, G. R. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (2a. edición ed.). México: McGraw-Hill.
- Espinoza, L. (2009). *Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX. Un estudio socioepistemológico*. México: (tesis de maestría) Cinvestav.
- Greeno, J. G. (1998). The situativity of knowing, learning and research. *American Psychologist*, 5-26.
- Hayt, W., Kemmerly, J., & Durbin, S. (2012). *Análisis de circuitos en ingeniería 8va edición*. McGRAW-HILL.
- Kilpatrick, W. (1921). Dangers and Difficulties of the Project Method and How to Overcome Them: Introductory Statement: Definition of Terms. *Teachers College Record*, 283-288.
- Martínez Sierra, G., & Antonio Antonio, R. (2009). Una construcción del significado del número complejo. *REIEC*.
- MINEDUC. (2009). Fundamentos del Ajuste Curricular en el sector de Matemática.
- MINEDUC. (2015). *Matemática - Programa de Estudio Tercer año medio*. Santiago.
- MINEDUC. (2016). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. Santiago.
- Morales, A. S. (2009). *Resignificación de la Serie de Taylor en una situación de modelación del movimiento*. México: Tesis de doctorado (CICATA- IPN).
- Nahin, P. (2008). *Esto no es real: La historia de i*.
- OCDE. (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003*. Madrid.
- Posner, G. J. (2004). *Analyzing the Curriculum*. Nueva York: McGraw-Hil.
- Randolph, V. V. (2014). Comprensión del sistema de los números complejos desde la teoría los modos de pensamiento. PUCV.
- Reyes-Gasperini, D., & Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. 360-382.

- Rico, L. (2006). La Competencia Matemática En PISA.
- Rosas , L. (2013). *Una visión Socioepistemológica del rol de la argumentación gráfica en la resignificación del conocimiento matemático en torno a la noción de polígono*. PUCV.
- Saiz Maregatti , O., & Blumenthal Gottlieb, V. (2015). *Guía Didáctica del Docente Matemática Tercero medio*. Ediciones Cal y Canto.
- Saiz Maregatti, O., & Blumenthal Gottlieb, V. (2015). *Texto del Estudiante Matemática Tercero medio*. Ediciones Cal y Canto.
- Torp, L., & Sage, S. (1998). *El aprendizaje basado en problemas*. Buenos Aires: Amorrortu.
- Wassermann, S. (1994). *Introduction to Case Method Teaching*. Nueva York : Teachers College Press.



ANEXOS



Anexo 2

Evaluación de construcción secuencia de actividades

Introducción: El siguiente documento considera varios aspectos a evaluar de la secuencia de actividades en general. Para ello, se plantean una serie de ítems que se refieren a dichos aspectos, y que no está obligado a responder. En caso de que usted pueda identificar cualquier otro aspecto a evaluar, refiérase a éste al final del documento. Contamos con que usted pueda contribuir con la mayor cantidad de información y retroalimentación posible para poder mejorar este trabajo en construcción.

Ítems:

1. Mencione las debilidades y fortalezas de la secuencia de actividades respecto al planteamiento de sus actividades.

Debilidades:

Fortalezas:

2. Escala de apreciación

Por favor, marque con una **X** la casilla que indique el grado de logro de los criterios.

Criterios	No logrado	Medianamente logrado	Logrado	Observaciones
El cuerpo de la secuencia es coherente y creciente respecto a los objetivos que pretende alcanzar.				
Las instrucciones de las actividades son claras y directas respecto a lo que se pide.				
Cada actividad posee una extensión adecuada y prudente respecto a la duración de la				

