### UNIVERSIDAD DE CONCEPCION

**Profesor Patrocinante** 

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Metalúrgica

PhD. Fernando Betancourt C.

# Estudio de escurrimiento en bandeja de suspensiones con esferas de vidrio



Informe de Memoria de Título

Para optar al Título de

Ingeniero Civil Metalúrgico

Diciembre,2017

### **RESUMEN**

En minería, durante la extracción de metales se producen pulpas que contienen materiales estériles llamados relaves. Estos relaves contienen agua, metales, sales solubles y ácidos. Por lo tanto, es necesario ubicarlos en depósitos estables, y a la vez poder recuperar la mayor cantidad de agua posible. Debido a esta necesidad, se ha desarrollado el presente trabajo con el fin de simular el escurrimiento de relaves, usando esferas de vidrio en la formación de la pulpa, y estudiar el contenido de agua en los materiales partículas ensayadas.

En este trabajo se han tomado en cuenta variables que afectan la recuperación de agua tales como el porcentaje de sólidos de la pulpa, el ángulo de inclinación, el tamaño y la distribución de partículas (PSD). El escurrimiento de la pulpa se realizó a escala de laboratorio sobre una bandeja, estudiando la forma y velocidad mediante herramientas computacionales, midiendo la cantidad de agua recuperada y tomando muestras sobre la capa formada, para medir la cantidad de agua a lo largo de esta.

Como resultado de este trabajo, se han obtenido ecuaciones que predicen la recuperación de agua y forma de la capa. Para pulpas con distribuciones de tamaño amplias, y con un 10% de partículas menores a 70 µm, tendrán una máxima recuperación de agua para un ángulo 5°. Además, si se disminuye un 5% el porcentaje de sólidos de la pulpa, se puede ganar hasta un 40% más de recuperación de agua.

Se obtuvo el siguiente modelo para la recuperación de agua, con un coeficiente de determinación igual a 0,91, el cual no puede ser utilizado en ángulos mayores a 5 para pulpas con un M (Módulo de distribución de Rosin-Rammler) menor a 1,5.

Porcentaje recuperación de agua =

188,63 + 1,336  $\cdot$  (Ángulo) - 2,421  $\cdot$  (porcentaje de sólidos) + 0,0419  $\cdot$  ( $X_{80}$ ) - 1,746  $\cdot$  M

### **ABSTRACT**

In mining, during the metals extraction there are produce some residues called tailings, which may potentially contain water, metals, soluble salts, and acids. For this reason is that they need to be located in stable deposits, recovering as much water as possible from them. Because of this significant need, the present work was developed with the end of simulate the runoff tailings using glass spheres in the formation of the slurry and study their effect on water recovery.

In this work, they have been consider different variables that affect water recovery, like the percentage of solid in the slurry, the inclination angle, the size, and the particle distribution (PSD). The runoff of the slurry simulated took place in a laboratory scale over a tray studying the size and velocity with computational tools, measuring the water recovery taking samples over the slurry shaped, to measure the quantity of water across it.

Because of this work, equations to predict water recovery and the shape of the slurry over the tray were obtained. Slurries with a wide range of particle distribution and with a 10% of the particles below 70 µm will have a maximum water recovery for a 5° degree angle. Moreover, if the solid percentage of the slurry is decreased in 5%, the water recovery can increases up to a 40%.

The following equation was obtained to model water recovery, with a determination coefficient of 0.91 which cannot be used with angles bigger than 5 degrees for slurries with an M (Distribution module of Rosin-Rammler) smaller than 1,5.

Water recovery percentage =

 $188,63+1,336x(angle)-2,421\cdot(solid\ percentage)+0,0419\cdot(X80)-1,746\cdot M$ 

| RE | SUM    | EN     |   | İ     |
|----|--------|--------|---|-------|
| ΑB | STRA   | ACT.   |   | ii    |
| A. | IND    | ICE I  | DE FIGURAS  | V     |
| В. | IND    | ICE I  | DE TABLAS   | . vii |
| C. | ١N     | NDIC   | E DE ANEXOS   | viii  |
| D. | Ν      | OME    | NCLATURA  | ix    |
| 1. | Intro  | oduc   | ción  | 12    |
| •  | 1.1    | Pres   | sentación   | 12    |
| 2. | Obj    | etivos | S   | 13    |
| 2  | 2.1 Ob | ojetiv | o general:  | 13    |
| 2  | 2.2 Ob | ojetiv | os específicos:   | 13    |
| 3. | Trar   | •      | s de relave   |       |
| (  | 3.1    | Prod   | cesos mineros y gene <mark>r</mark> ación de relaves                | 14    |
| ;  | 3.2    | Méto   | odos de construcción (levan <mark>tamiento de m</mark> uros)        |       |
|    | 3.2.   | 1      | Método de construcción aguas arriba                                 |       |
|    | 3.2.   | 2      | Método de construcc <mark>ión aguas abajo</mark>                    |       |
|    | 3.2.   |        | Método de construcc <mark>i</mark> ón de <mark>línea central</mark> |       |
| 4. | Ante   |        | entes   |       |
| 4  | 4.1    | Clas   | sificación de los fluidos   |       |
|    | 4.1.   | 1      | Fluido Newtoniano   |       |
|    | 4.1.   |        | Fluido No-Newtoniano  |       |
| 4  | 4.2    | Mod    | lelo de distribución de tamaño                                      |       |
|    | 4.2.   |        | Modelo de distribución Rosin-Rammler                                |       |
| 4  | 4.3    |        | acterísticas de relave  |       |
|    | 4.3.   |        | Porosidad y densidad de empaquetamiento                             |       |
|    | 4.3.   |        | Permeabilidad   |       |
|    | 4.3.   |        | Consolidación   | _     |
|    | 4.3.   |        | Sedimentación   |       |
|    | 4.3.   |        | Segregación   |       |
| 5. |        |        | lo experimental   |       |
| į  | 5.1    | -      | lementos y materiales   |       |
|    | 5.1.   |        | Esferas Ballotini y mezclas   |       |
|    | 5.1.   | 2      | Bandeja   | 29    |

|    | 5.1   | .3     | Alimentador cónico y agitador   | 29 |
|----|-------|--------|---|----|
| ;  | 5.2   | Set    | de pruebas realizadas   | 30 |
|    | 5.2   | .1     | Diseño experimental   | 30 |
|    | 5.2   | .2     | Caracterización Granulométrica de bolitas en la alimentación                        | 31 |
|    | 5.2   | .3     | Preparación Pulpa   | 33 |
|    | 5.2   | .4     | Toma de muestras y Recuperación de agua   | 33 |
| ;  | 5.3   | Aná    | lisis Videos  | 35 |
|    | 5.3   | .1     | Posición y velocidad  | 35 |
|    | 5.3   | .2     | Obtención de Ky y Kx  | 37 |
|    | 5.3   | .3     | Obtención de $\tau y \ y \ \tau x$  | 37 |
|    | 5.3   | .4     | Razón A/L (ancho /largo)  | 38 |
| ;  | 5.4   | Par    | ámetros- Rosin-Rammler  | 38 |
| ;  | 5.5   |        | ra  |    |
| 6. | Res   | sultad | dos   | 39 |
| (  | 6.1   | Aná    | ilisis granulométrico d <mark>e mezclas de esferas</mark> utiliza <mark>d</mark> as | 39 |
| (  | 6.2   | Velo   | ocidad de sedimentac <mark>i</mark> ón <mark></mark>                                | 41 |
| (  | 6.3   |        | ra  |    |
| (  | 6.4   |        | cuperación de agua <mark></mark>  |    |
| (  | 6.4.1 | Á      | ngulo   | 43 |
|    | 6.4   | .2     | Porcentaje de sólidos (% w/w) en la alimentación                                    | 45 |
|    | 6.4   | .3     | Efecto de la granulometría  | 46 |
|    | 6.4   | .4     | Modelo: Recuperación de agua  | 48 |
| (  | 6.5   | Raz    | ón: A/L   | 49 |
|    | 6.5   | .1     | Ángulo  | 49 |
|    | 6.5   | .2     | Porcentaje de Sólidos (% w/w) en la alimentación                                    | 51 |
|    | 6.5   | .3     | Efecto de la granulometría  | 52 |
|    | 6.5   | .4     | Modelo: Razón A/L   | 54 |
| (  | 6.6   | Car    | itidad de agua en las muestras  | 55 |
| (  | 6.7   | Velo   | ocidad de la suspension sobre la bandeja  | 56 |
|    | 6.7   | .1     | Mezclas monodispersas   | 56 |
| 7. | Cor   | nclus  | iones y Recomendaciones   | 59 |
| 8. | Bib   | liogra | ıfía  | 61 |
| 9. | C. /  | ANE    | (OS   | 63 |

# A. INDICE DE FIGURAS

| Figura | 3.1 Tranque de relave  | 14         |
|--------|--|------------|
| Figura | 3.2 Circuito de molienda y clasificación   | 15         |
| Figura | 3.3 Planta de flotación  | 15         |
| Figura | 3.4 Espesador convencional   | 16         |
| Figura | 3.5 Canaleta de relaves (el teniente)  | 16         |
| Figura | 3.6 Construcción muro  | 17         |
| Figura | 3.7 Método de construcción agua arriba   | 18         |
| Figura | 3.8 Método de construcción agua abajo  | 18         |
|        | 3.9 Método de construcción línea central   | 19         |
|        | 4.1 Cinco tipos de distribución de tamaños presentados como frecuencias y curvas   |            |
|        | lativas2   |            |
| •      | 5.1 Bandeja /dimensiones (mm)  |            |
| _      | 5.2 . Alimentador cónico /dimensiones (mm)   |            |
|        | 5.3 Distribuciones de tamaño utilizadas  |            |
|        | 5.4 Frecuencia de tamaño para mezclas monodispersas  |            |
| _      | 5.5 Frecuencias de tamañ <mark>o</mark> para <mark>mezclas polidi</mark> spersa <mark>s</mark>                           | 33         |
| •      | 5.6 Muestreos realizados <mark>e</mark> n posi <mark>ciones seleccio</mark> nada <mark>s</mark> para el experimento: 50% |            |
|        | 3  | 34         |
|        | 5.7 Medición de $Y(t)$ , $X(t)$ y $-X(t)$ para prueba: 100% AF150, ángulo 5° y 65% w/w . 3                               |            |
| _      | 5.8 Distancia X (mm) e Y (mm) versus tiempo para prueba: 100% AF150, ángulo 5º   |            |
| 65% w  |  | 37         |
| •      | 6.1 Distribuciones de tamaño para mezclas: a) monodispersas, b)polidispersas   |            |
| •      | 6.2 Velocidad de sedimentación para una suspensión de esferas  | 41         |
| _      | 6.3 Altura de la suspensión sobre la bandeja (capa) versus ángulo : a) 65% w/w y,  |            |
| b)70%  |  | 42         |
| _      | 6.4 Porcentaje de recuperación de agua versus ángulo a 70% w/w: a) mezclas   |            |
|        | -1, 1  | 43         |
| _      | 6.5 Porcentaje de recuperación de agua versus ángulo a 65% w/w: a) mezclas   |            |
|        | -1, 1  | 44         |
| _      | 6.6 Porcentaje de recuperación de agua versus porcentaje de sólidos: a) ángulo 3, b)                                     | -          |
| _      | 5 y c) ángulo 7  |            |
|        | 6.7 Porcentaje de recuperación de agua versus tamaño de partícula: a) 70%w/w y b)  |            |
|        |  | 46         |
| -      | 6.8 Porcentaje de recuperación de agua versus Factor M: a) 70%w/w y b) 65% w/w 4   |            |
| •      | 6.9 Recuperación de agua para todas las experiencias comparadas con el modelo .4   | 48         |
| •      | 6.10 Razón A/L versus ángulo a 70% w/w: a) Mezclas monodispersas, b) mezclas   | 40         |
|        | Dersas   | 49         |
| •      | 6.11 Razón A/L versus ángulo a 65% w/w: a) Mezclas monodispersas, b) mezclas   | <b>-</b> ^ |
|        | Dersas   |            |
| _      | 6.12 Razón A/L versus porcentaje de sólidos: a) ángulo 3, b) ángulo 5 y c) ángulo 7 s                                    |            |
| rigura | 6.13 Razón A/L versus tamaño (µm): a) 70% w/w y b) 65%w/w  | 2          |

| Figura 6.14 Razón A/L versus Factor M: a) 70% w/w y b) 65%w/w   | 53    |
|---|-------|
| Figura 6.15 Razón A/L para todas las experiencias comparadas con el modelo                                  | 54    |
| Figura 6.16 Desviación estándar para pruebas y máximo y mínimo porcentaje volumétri                         | co de |
| sólidos para cada experiencia realizada: a) 70% w/w y b) 65% w/w  | 55    |
| Figura 6.17 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 3 y mezclas                            |       |
| monodispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 57    |
| Figura 6.18 Velocidad ("eje X") en función del tiempo para un ángulo 3 y mezclas                            |       |
| monodispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 57    |
| Figura 9.1 Diagrama reológico para distintos fluidos independientes del tiempo                              | 64    |
| Figura 9.2 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 5 y mezclas                             |       |
| monodispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 68    |
| Figura 9.3 Velocidad ("eje X") en función del tiempo para un ángulo 5 y mezclas                             |       |
| monodispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 69    |
| Figura 9.4 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 7 y mezclas                             |       |
| monodispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 70    |
| Figura 9.5 Velocidad ("eje X") en función del tiempo para un ángulo 7 y mezclas                             |       |
| monodispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 70    |
| Figura 9.6 Velocidad ("eje Y") en <mark>función del tiempo para un á</mark> ngulo 3 y mezclas               |       |
| polidispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 71    |
| Figura 9.7 Velocidad ("eje X") en <mark>función del tiempo pa</mark> ra un ángulo 3 y mezclas               |       |
| polidispersas: a) ,b) para 70%w/w <mark>y 65%<mark>w/w respectiva</mark>ment<mark>e</mark></mark>           | 72    |
| Figura 9.8 Velocidad ("eje Y") en <mark>función del tiempo pa</mark> ra un <mark>á</mark> ngulo 5 y mezclas |       |
| polidispersas: a), b) para 70%w/w y 65% <mark>w/w respectiva</mark> ment <mark>e</mark>                     | 72    |
| Figura 9.9 Velocidad ("eje X") en <mark>función del tiempo pa</mark> ra un ángulo 5 y mezclas               |       |
| polidispersas: a) ,b) para 70%w/w <mark>y 65%<mark>w/w respectiv</mark>ament<mark>e</mark></mark>           | 73    |
| Figura 9.10 Velocidad ("eje Y") en <mark>función del tiemp</mark> o para un ángulo 7 y mezclas              |       |
| polidispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 73    |
| Figura 9.11 Velocidad ("eje X") en func <mark>ión del tiempo par</mark> a un ángulo 7 y mezclas             |       |
| polidispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente  | 74    |

# **B. INDICE DE TABLAS**

| Tabla 4.1. Random Close Packing Limit para partículas mono-tamaño                  | 24 |
|--|----|
| Tabla 5.1. Propiedades de los materiales   |    |
| Tabla 5.2. Mezclas de esferas Ballotini utilizadas (% en peso)                     |    |
| Tabla 5.3 Set de pruebas   | 30 |
| Tabla 5.4. Experiencias realizadas   | 31 |
| Tabla 6.1. Factor M (ecuación de Rosin-Rammler) y X80 (µm) para mezclas de esferas |    |
| Ballotini utilizadas.  | 39 |
| Tabla 9.1. Altura, Razón A/L y porcentaje de recuperación de agua para las pruebas |    |
| realizadas   | 75 |



# **C. INDICE DE ANEXOS**

| ANEXO C. 1 Modelos reológicos para fluidos   | 63 |
|--|----|
| ANEXO C. 2 Características de relave   |    |
| ANEXO C. 3 Velocidad mezclas monodispersas   | 68 |
| ANEXO C. 4 Velocidad mezclas polidispersas   | 71 |
| ANEXO C. 5 Altura, Razón A/L y porcentaje de recuperación de agua para las pruebas |    |
| realizadas   | 75 |



### D. NOMENCLATURA

 $\tau$  = Esfuerzo de corte [Pa].

 $\mu$  = Viscosidad dinámica [Pa·s].

 $\dot{\gamma}$  = Velocidad o tasa de deformación [s-1].

 $\frac{dv}{dv}$ : Gradiente de velocidades

 $au_0$  : Esfuerzo cortante inicial

 $\mu_{\infty}$ : Viscosidad dinámica [kg/ms]

 $\dot{\gamma}$ : Gradiente de velocidades

 $C_w$  = Concentración en peso [%].

 $C_v$  = Concentración en volumen [%].

 $\rho_p$  = Densidad de la mezcla (pulpa)[kg/m3].

 $\rho_L$  = Densidad de la fase líquida [kg/m3].

 $\rho_s$  = Densidad de la fase sólida [kg/m3].

 $X_{10}$ = tamaño de partícula para el 10% pasante

 $X_{30}$ = tamaño de partícula para el 30% pasante

 $X_{50}$ = tamaño de partícula para el 50% pasante

 $X_{60}$ = tamaño de partícula para el 60% pasante

 $X_{80}$ = tamaño de partícula para el 80% pasante

 $g = aceleración de gravedad (m/s^2)$ 

 $V_t$ = Volumen total

V<sub>V</sub>= Volumen de vacíos

 $V_w$ = Volumen de agua en los vacíos

 $V_a$ = Volumen de aire en los vacíos

 $W_s$ = Peso de sólido de suelo

W<sub>w</sub> Peso de agua en los vacíos

γ= Peso Específico

 $\gamma_d$ = peso específico seco

 $\rho_d$ = Densidad seca

 $\rho_b$ = Densidad aparente

M<sub>s</sub>= Masa de Sólidos

 $M_w$ = Masa de líquido

 $\varphi =$  Fracción volumétrica de sólidos

 $\rho_s$ = Densidad de sólido

e= Relación de huecos

S= Grado de saturación

 $\eta$ = Porosidad

 $\Phi$ = Densidad de empaquetamiento

N= Número de radios de esferas de diferente tamaño

 $\phi_{max}^{(1)}$ = fracción de empaquetamiento de las partículas más grandes

V= Velocidad de flujo (m/s)

i= Gradiente hidráulico

k= coeficiente de conductividad hidráulica

R: % retenido acumulado para un tamaño x

k'= módulo de tamaño (Rosin –Rammler)

M= módulo de distribución (Rosin -Rammler)

F= % Pasante acumulado para un tamaño x

y(t)= Posición vertical de la suspensión sobre la bandeja (en función del tiempo)

x(t) = Posición horizontal de la suspensión sobre la bandeja (en función del tiempo)

K<sub>v</sub>= Valor máximo vertical en estado estacionario para suspensión sobre la bandeja (mm)

 $K_x$ = Valor máximo horizontal en estado estacionario para la suspensión sobre la bandeja(mm)

t= tiempo (s)

 $\tau_{\nu}$ = tiempo cuando se alcanza el 63.2% de  $K_{\nu}$  (s)

 $\tau_{x}\text{=}$  tiempo cuando se alcanza el 63.2% de  $\textit{K}_{x}$  (s)

 $V_{y}(t)$ = Velocidad vertical de la suspensión sobre la bandeja (mm/s)

 $V_x(t)$ = Velocidad horizontal de la suspensión sobre la bandeja (mm/s)

 $\frac{A}{L}$  = Razón ancho/largo

A' =Área

d = diámetro partícula

 $u_{\infty}$  = Velocidad terminal de Stokes

P= Parámetro característico del sistema sólido-fluido

Q= Parámetro característico del sistema sólido-fluido

u = Velocidad de sedimentación

 $u^*$ = Velocidad adimensional



### 1. Introducción

#### 1.1 Presentación

En los procesos metalúrgicos de extracción minera se producen pulpas que transportan materiales estériles en las etapas de concentración. Estos son llamados relaves, los cuales contienen una gran cantidad de metales, sales solubles y ácidos. Por lo que se hace necesario depositarlos en embalses estables conocidos como tranques de relaves.

Con el fin de construir presas de relaves seguras y económicas, es necesario determinar el tamaño de las partículas, propiedades mecánicas y su comportamiento para asegurar estabilidad de las presas. Las propiedades mecánicas de los relaves y sus tamaños de partícula son de especial interés, si los relaves se destinan a ser utilizados como material de construcción.

En las operaciones mineras se realiza el depósito de relaves y, en consecuencia, se desarrollan métodos de deposición de relaves. Un método regular es la deposición hidráulica, lo que implica el transporte de relaves mezclados con agua llamada pulpa, desde las plantas de extracción hasta un punto o puntos de descarga en un depósito de relaves. Las ubicaciones de los puntos de descarga varían dependiendo del método utilizado para la deposición, aunque normalmente se encuentran en las paredes de una presa. El flujo de la suspensión debido a la gravedad desde la descarga apunta al área con la menor altura. La posición con menor altura se sitúa a menudo en el centro o los bordes en una presa de relaves. Durante el flujo de la suspensión se producirá sedimentación de las partículas y se formarán superficies inclinadas en las presas de relaves denominadas playas.

Las presas de relaves contienen material de valor insignificante. Sin embargo, se están realizando revaluaciones de presas de relaves, considerándose valiosas en algunos casos. Este es el caso, especialmente para las presas de relaves antiguas donde la deposición de residuos de la minería ha tenido lugar durante varias décadas. La ley de los minerales de cabeza ha bajado con el tiempo, por lo tanto, en los depósitos de relaves viejos, podría resultar económicamente viable, un reprocesamiento.

# 2. Objetivos

### 2.1 Objetivo general:

• Estudiar experimentalmente fenómenos de transporte asociados al escurrimiento de suspensiones con esferas de vidrio

### 2.2 Objetivos específicos:

- Observar y cuantificar el efecto del ángulo de inclinación, durante el escurrimiento de suspensiones con esferas de vidrio.
- Observar y cuantificar la formación de capas de sedimento de relaves formadas sobre la bandeja
- Estudiar la relación entre tamaño de partículas y concentración de sólidos en diferentes posiciones a lo largo de la capa.
- Estudiar la relación entre PSD, Fracción de sólidos y ángulo de playa. Con la cantidad de agua recuperada
- Generar un modelo matemático de recuperación de agua en función del PSD, fracción de sólidos y ángulo de playa.

### 3. Tranques de relave

Cerca del 90% del mineral de cabeza tratado en una planta concentradora es todo el material que tiene una baja cantidad de mineral valioso, ganga. Este material es llamado relave, o colas de una planta de concentración y se deben depositar en un tranque.

Los tranques de relave son una obra que se construye para contener en forma segura los relaves provenientes de una planta de beneficio de minerales, principalmente por flotación. Los relaves están compuestos por material molido y agua con reactivos. Un tranque de relaves está formado por un muro de contención, construido normalmente con la fracción gruesa del relave, y una cubeta. En la cubeta los sólidos finos sedimentan y en la superficie se forma una laguna de aguas claras [25], Figura 3.1.



Figura 3.1 Tranque de relave

### 3.1 Procesos mineros y generación de relaves

El primer paso en la separación y recuperación de las especies valiosas de la rocas mineralizadas que las contienen es la pulverización de tales rocas a tamaños suficientemente pequeños (típicamente menores a 0.2 mm ) de manera que las especies valiosas resulten liberadas y por lo tanto, superficialmente expuestas para poder selectivamente concentradas en etapas posteriores de procesamiento, tales como flotación. El proceso de liberación se logra en etapas sucesivas de fracturamiento por compresión de las partículas (chancado). Seguidas por circuitos de molienda y clasificación [7], Figura 3.2 .



Figura 3.2 Circuito de molienda y clasificación

La flotación es un proceso fisicoquímico, cuyo objetivo es la separación de especies minerales, a través del uso de la adhesión selectiva de burbujas de aire a partículas minerales. Esto es posible gracias a reactivos químicos como colectores, activadores, depresores, etc. Para lograr la concentración deseada es necesario circuitos de flotación (Figura 3.3) de recuperación y limpieza [8].



Figura 3.3 Planta de flotación

En el proceso de extracción de metales es esencial disponer de agua. Se requiere gran cantidad de agua para molinos, celdas de flotación y para transportar pulpas entre equipos de una planta concentradora (y entre la planta y depósito de relaves). Por este motivo es necesario recuperar agua desde concentrados y relaves de flotación desde 30% a 55% aproximadamente. El espesamiento permite la separación de las partículas sólidas por asentamiento debido a la fuerza de gravedad (sedimentación y consolidación) para esto se ocupan esperadores convencionales (Figura 3.4) y de alta densidad [4].

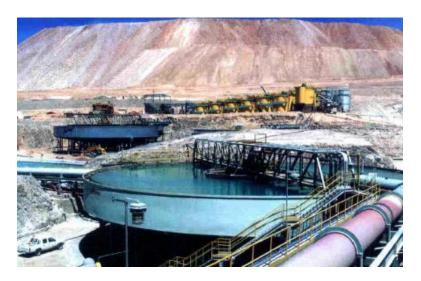


Figura 3.4 Espesador convencional

El transporte de pulpas entre equipos de una planta concentradora se realiza en tuberías y entre la planta y el depósito de relaves puede ser en tuberías o en canaletas (Figura 3.5).

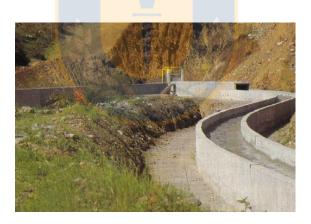


Figura 3.5 Canaleta de relaves (el teniente)

### 3.2 Métodos de construcción (levantamiento de muros)

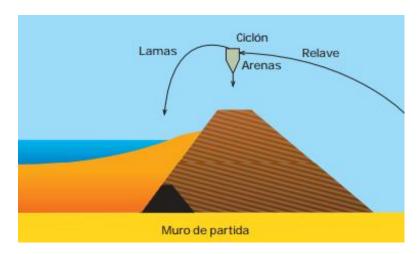


Figura 3.6 Construcción muro

La manera habitual de levantamiento del muro se hace depositando la fracción gruesa del relave sobre el muro inicial. Los enfoques de la construcción de presas de relaves se han desarrollado en tres métodos típicos, Que se describirá más a fondo. La mejor forma de lograr esto, es utilizando hidrociclones, lo que permite operar el tranque de manera más eficiente y segura. La fracción gruesa se deposita en el muro, mientras que la fracción fina o lamas se deposita en la cubeta del tranque [24].

#### 3.2.1 Método de construcción aguas arriba

Consiste en un muro inicial (starter dam) construido con material de empréstito compactado sobre el cual se inicia la depositación de los relaves, utilizando Hidrociclones. la fracción más gruesa o arena, se descarga por el flujo inferior del hidrociclón (Underflow) y se deposita junto al muro inicial, mientras la fracción más fina o lamas, que sale por el flujo superior del hidrociclón (Overflow) se deposita hacia el centro del tranque en un punto más alejado del muro, de modo tal que se va formando una especie de playa al sedimentar las partículas más pesadas de lamas y gran parte del agua escurre, formando el pozo de sedimentación o laguna de sedimentación, la que una vez libre de partículas en suspensión es evacuada mediante un sistema de estructura de descarga, que pueden ser las denominadas torres de evacuación, o bien, se utilizan bombas montadas sobre 9 una balsa flotante. Una vez que el depósito se encuentra próximo a llenarse, se procede al levante del muro, desplazando los hidrociclones a una mayor elevación en la dirección hacia aguas arriba y comenzando una nueva etapa de descarga de arenas, y peralte del muro; se continúa sucesivamente la construcción en la forma indicada.

Con este método, en la práctica, se pueden alcanzar alturas de hasta 25 metros (Figura 3.7). Si bien este método es el que requiere un menor volumen de material arenoso, por lo que ha sido utilizado en la pequeña minería para construir numerosos tranques, es el que produce el tipo de muro menos resistente frente a oscilaciones sísmicas [3].

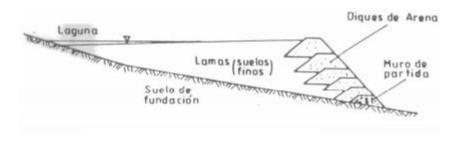


Figura 3.7 Método de construcción agua arriba

### 3.2.2 Método de construcción aguas abajo

La construcción se inicia también con un muro de partida de material de empréstito compactado desde el cual se vacía la arena cicloneada hacia el lado del talud aguas abajo de este muro y las lamas se depositan hacia el talud aguas arriba. Cuando el muro se ha peraltado lo suficiente (usualmente 2 a 4 m), se efectúa el levante del muro, desplazando los hidrociclones a una mayor elevación en la dirección hacia aguas abajo y comenzando una nueva etapa de descarga de arenas y peralte del muro. A veces se dispone también de un segundo muro pre-existente aguas abajo (Figura 3.8). Las arenas se pueden disponer en capas inclinadas, según el manteo del talud del muro de partida.

Este método de aguas abajo requiere disponer de un gran volumen de arenas y permite lograr muros resistentes más estables del punto de vista de la resistencia sísmica [3].

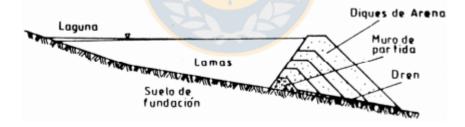


Figura 3.8 Método de construcción agua abajo

#### 3.2.3 Método de construcción de línea central

El Método de línea central o Mixto (Figura 3.9) se inicia al igual que los métodos anteriores con un muro de partida de material de empréstito compactado, sobre el cual se depositan las arenas cicloneadas hacia el lado de aguas abajo y las lamas hacia el lado de aguas arriba. Una vez completado el vaciado de arenas y lamas correspondiente al muro inicial, se eleva la línea de alimentación de arenas y lamas, siguiendo el mismo plano vertical inicial de la berma de coronamiento del muro de partida. Lo que permite lograr un muro de arenas cuyo eje se mantiene en el mismo plano vertical, cuyo talud de aguas arriba es más o menos vertical, y cuyo talud de aguas abajo puede tener la inclinación que el diseño considera adecuada. Este método requiere disponer de un volumen de arenas intermedio entre los 2 métodos anteriores, y permite lograr muros suficientemente estables.

La inseguridad que muchas veces despiertan los tranques de arenas de relave no deben atribuirse al material con que se construyen, sino al sistema de construcción por relleno hidráulico que puede inducir elevadas presiones de poros e incluso la licuefacción total en caso de un sismo. Sin embargo, las técnicas modernas de diseño, construcción y control permiten obtener estructuras seguras a base de buenos sistemas de drenaje, de un eficiente sistema de ciclonaje y disposición de las arenas, y también de una buena compactación de la arena que permita alcanzar una elevada densidad, utilizando un equipo adecuado para ello. Lo anterior, complementado con un control piezométrico en el cuerpo del prisma resistente, deja al tranque de arenas de relave en condiciones de estabilidad semejante al de otras obras de Ingeniería de Importancia [3].

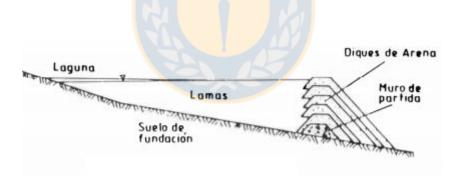


Figura 3.9 Método de construcción línea central

#### 4. Antecedentes

#### 4.1 Clasificación de los fluidos

Un fluido es una substancia que se deforma continuamente cuando se ve sometido a un esfuerzo de corte (tangencial), independiente de que tan pequeño sea el esfuerzo [1]. De acuerdo a la relación proporcional entre taza de deformación y viscosidad, Los fluidos se pueden clasificar en dos grupos: Newtoniano y No-Newtoniano.

#### 4.1.1 Fluido Newtoniano

La Ley de la viscosidad de Newton establece que en movimientos fluidos laminares existe una relación proporcional entre las tensiones tangenciales y los gradientes de velocidad, siendo la constante de proporcionalidad una propiedad física del fluido llamada viscosidad dinámica o

absoluta µ:

 $au = \mu \dot{\gamma}$  (4.1)

Dónde:

 $\tau$  = Esfuerzo de corte [Pa].

 $\mu$  = Viscosidad dinámica [Pa·s].

 $\dot{\gamma}$  = Velocidad o tasa de deformación [ $s^{-1}$ ].

Aquellos fluidos que verifican la relación antes mencionada, se denominan fluidos newtonianos, muchos fluidos comunes tanto líquidos como gaseosos se comportan siguiendo esta relación.

#### 4.1.2 Fluido No-Newtoniano

Por definición, todos aquellos fluidos que no siguen la ecuación (4.1) son "no newtonianos". Estos se pueden clasificar en tres categorías [2]:

- Fluidos no-newtonianos independientes del tiempo para los cuales se verifica:  $\tau = (\dot{\gamma})$
- Fluidos no-newtonianos dependientes del tiempo en los que la relación anterior es más compleja

• Fluidos visco-elásticos, fluidos en los que a diferencia de los viscosos, donde la energía de Deformación es disipada totalmente, esa energía puede recuperarse, como sucede en los sólidos elásticos.

#### 4.2 Modelo de distribución de tamaño

#### 4.2.1 Modelo de distribución Rosin-Rammler

La función de Rosin-Rammler es muy usada en minería para representar la distribución en peso (o masa) de la distribución de tamaños de partículas. Consiste en representar log(log100/R) versus log(tamaño). En este caso R es el porcentaje retenido acumulado.

La distribución de Rosin-Rammler (o Weibull) se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$R = 100 * e^{-\left(\frac{x}{k}\right)^{m}}$$
 (4.2)

Dónde:

R: % retenido acumulado para un tamaño x

k': módulo de tamaño

M: módulo de distribución

Tomando logaritmo a ambos lados de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\log R = \log 100 - \left(\frac{x}{k'}\right)^M * \log e$$

$$\log\left(\frac{100}{R}\right) = \left(\frac{x}{k}\right)^{M} * \log e \tag{4.3}$$

Volviendo a tomar logaritmos:

$$\log\log\left(\frac{100}{R}\right) = M * \log\left(\frac{x}{k}\right) + cte$$
 (4.4)

Los parámetros de distribución de Rosin-Rammler (M y k') se obtienen de la pendiente de la línea recta y de la intersección de la recta con la línea horizontal correspondiente a R= 36.79%, respectivamente. Ambos completan la descripción de la distribución de tamaños.

### 4.3 Características de relave

### 4.3.1 Porosidad y densidad de empaquetamiento

Uno de los aspectos fundamentales que involucran a un desarrollo en el transporte y deposición de relaves es la porosidad. Al controlar este parámetro se puede mejorar y obtener niveles óptimos de recuperación de agua. La porosidad de una roca es la fracción de volumen de espacio entre las partículas sólidas en comparación al volumen total de la roca, estos espacios incluyen todos los poros, canales y ramificaciones inter e intra-cristalinas. La porosidad se expresa ya sea como una fracción que varía entre 0 y 1 o un porcentaje que varía entre 0% y 100%.

La porosidad es el volumen de vacíos dividido por el volumen total [3]:

$$\eta = \frac{V_V}{V} = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_S} = \frac{e}{1 - e}$$
(4.5)

La densidad de empaquetamiento: 
$$\phi = \frac{V_s}{V_t} = 1 - \eta$$
 (4.6)

La Porosidad y empaquetamiento sin duda están asociados a la distribución de tamaño de las partículas. Una de las ecuaciones teóricas más utilizadas para ajustar la distribución es la ecuación de Rosin-Rammler (ecuación (4.2)). Se considera que la distribución de tamaño de partículas (PSD) y la forma de estas tienen la mayor influencia en la porosidad. Cinco tipos diferentes de PSD se pueden observar en la Figura 4.1 [11].

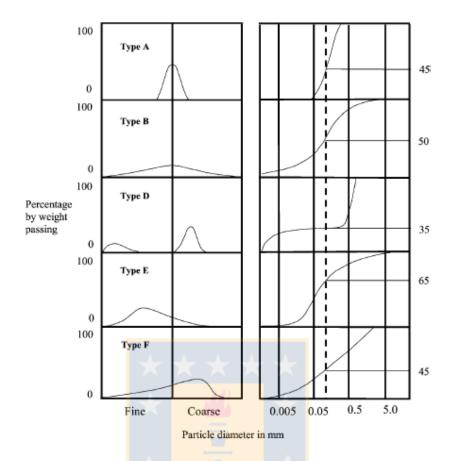


Figura 4.1 Cinco tipos de distribución de tamaños presentados como frecuencias y curvas acumulativas.

- Tipo A: rango muy estrecho (acotado) de partículas. Una distribución de Rosin Rammler con M de aproximadamente 5.
- Tipo B: amplia de partículas igualmente distribuidas alrededor de la media. Una distribución de Rosin-Rammler con M de aproximadamente 0,75.
- Tipo D: distribución bimodal con predominio de la fracción gruesa o fina.
- Tipo E : distribución sesgada al lado fino.
- Tipo F: está sesgada al lado grueso. Una distribución de la ley de potencia.

Los materiales de un solo tamaño (tipo A) tienen una mayor porosidad, mientras que los materiales sesgados al lado grueso (tipo F) tienen una menor porosidad. Los materiales con el mayor rango de tamaños tienen la porosidad más baja [11].

El empaquetamiento de esferas rígidas ha sido estudiado ampliamente ya que a pesar de la simplicidad que exhiben variadas propiedades de empaquetamiento. En este caso se encontró que el límite de empaquetamiento aleatorio (Random Close Packing limit) para esferas rígidas monotamaño es de  $\phi \approx 0.64$  [18], mientras que el límite máximo para un arreglo centrado cúbico es igual a  $\phi = \frac{\pi}{18} \approx 0.74$  [10]. Si partículas finas son añadidas entre la estructura random de partículas

más grandes y se tiene una distribución polidispersa se tiene que los límites de empaquetamiento están dados por la relación (4.7).

$$\phi_{max}^{(1)} \le \phi_{max}^{(N)} \le 1 - \left(1 - \phi_{max}^{(1)}\right)^N \tag{4.7}$$

Donde N es el número de radios de esferas de diferente tamaño  $1 \le N < \infty$ ,  $\phi_{max}^{(N)}$  fracción de empaquetamiento polidispersa y  $\phi_{max}^{(1)}$  es la fracción de empaquetamiento de las partículas más grandes de la mezcla polidispersa (Torquato, 2002)[19]. Para otros sistemas de partículas monotamaño se han definido los valores de Random Close Packing Limit como se indica en la Tabla 4.1.

| Forma de la partícula |  | Random Close<br>Packing Limit |
|-----------------------|--|-------------------------------|
| Esferas               |  | 0.642                         |
| Elipsoides            | (Donev, 2004) [12]                           | 0.642-0.720                   |
| Superbolas            | (Y. Jiao, Stillinger, & Torquato, 2010) [15] | 0.642-0.724                   |
| Superelipsoides       | (Delaney & Cleary, 2010) [13]                | 0.642-0.758                   |
| Octaedros             | (Yang Jiao & Torquato, 2011) [16]            | 0.697                         |
| Icosaedros            |  | 0.707                         |
| Dodecaedro            |  | 0.716                         |
| Tetraedro             |  | 0.763                         |
| Tetraedro truncado    | (Betke & Henk, 2000) [20]                    | 0.680921                      |

Tabla 4.1. Random Close Packing Limit para partículas mono-tamaño

En cuanto al empaquetamiento de partículas húmedas se han desarrollado modelos basados en partículas gruesas secas. En los sistemas húmedos de partículas gruesas el empaquetamiento está principalmente controlado por la fuerza gravedad; sin embargo, los sistemas de empaquetamiento húmedos también están influenciadas por las fuerzas de Van der Waals y las fuerzas capilares. Los sistemas húmedos están fuertemente afectados por las características de las partículas sólidas, como las propiedades del líquido en especial la tensión superficial en especial cuando se tiene partículas menores a 100 μm [21],[22]. Feng y Yu, [17] concluyeron que la adición de líquidos afectan significativamente el empaquetamiento de partículas. En particular, la porosidad en base seca aumenta hasta un máximo y luego permanece constante con el aumento del contenido de líquido. Esto da dos regiones en la relación de porosidad-contenido líquido: humectación y llenado.

### 4.3.2 Permeabilidad

La permeabilidad se define como la capacidad de un material de permitir que un fluido pase a través de él, sin alterar su estructura interna. En el caso de los suelos, el agua fluye a través de los espacios vacíos en el esqueleto del suelo, que deben estar interconectados entre sí. Esto ha sido verificado incluso en los suelos menos permeables, como las arcillas, donde se ha observado que

la gran mayoría de los poros están interconectados. Al movimiento del agua a través del material se le denomina "infiltración" y a su medida "permeabilidad" [3]

Darcy determinó a través de ensayos experimentales que la relación entre la velocidad de flujo v y el gradiente hidráulico i, para casos donde el suelo se encuentra saturado, viene dada por.

$$V = k \cdot i \tag{4.8}$$

Donde V corresponde a la velocidad del flujo, k, el coeficiente de conductividad hidráulica o permeabilidad e i, el gradiente hidráulico.

Determinando el coeficiente de permeabilidad se puede determinar el volumen de las filtraciones, el que depende del tamaño y granulometría de las partículas gruesas, de la cantidad de finos y de la densidad de la muestra. El coeficiente de permeabilidad varía en un amplio margen para los distintos suelos naturales, desde  $10^2 \, cm \, /s$ . (Permeable) hasta  $10^{-9} cm \, /s$  (impermeable). [3]

En los tranques de relaves, la permeabilidad normalmente disminuye hacia el centro del estanque, dependiendo de los tamaños de partícula a lo largo de la playa y del volumen de poros [6]. Sin embargo, cuando las capas de partículas con finos, potencialmente aparecen, la permeabilidad puede variar mucho tanto en dirección vertical como horizontal.

#### 4.3.3 Consolidación

La consolidación es un componente vital en la gestión de los relaves. Terzaghi (1936) fue la primera persona en describir y evaluar los efectos de la consolidación. La consolidación aparece como un proceso de gravitación y presión de la tierra junto con la permeabilidad. La presión, las fuerzas de las partículas más cercanas entre sí, lo que resulta en la disminución del volumen de poros [4]. Dependiendo de la permeabilidad de los suelos, la consolidación toma más o menos tiempo. Típicamente, para suelos arcillosos, la permeabilidad es baja, lo que aumenta el tiempo de consolidación del suelo.

A menudo se desea, depositar tanto relave como sea posible, lo que puede implicar una velocidad rápida aumento de la pared. La consolidación se correlaciona con la subida de la pared y es un factor entre otros que determina la rapidez con que se pueden elevar las paredes. Típicamente, las cifras ascendentes de la pared varían grandemente y se calculan a menudo en metros por año con herramientas computacionales [6].

#### 4.3.4 Sedimentación

Es el asentamiento de una partícula o suspensión de ellas, en un fluido por efecto de una fuerza externa como la gravedad [4]. Cuando la pulpa se deposita en un embalse, un flujo de agua mezclado con partículas y adhesivos potenciales fluye hacia el centro del embalse hasta el estanque, donde la velocidad del flujo disminuye, debido a los efectos de fricción. Después de la deposición de la suspensión desde los puntos de descarga, la velocidad vertical de las partículas obliga a las partículas a sedimentar. Esto ocurre primero en las partículas más densas, mientras

que las partículas finas pueden mantenerse en suspensión durante un tiempo considerable y se asientan primero después de alcanzar la parte estable del estanque en un embalse [6].

La ecuación de sedimentación para una esfera fue propuesta por Stokes en 1851, además se demuestra que la velocidad terminal  $u_{\infty}$ , para una esfera cayendo en un fluido, resulta la siguiente ecuación, además esta expresión se conoce como ecuación de Stokes y válida para movimientos muy lentos

$$u_{\infty} = \frac{\Delta \rho d^2 g}{18\mu} \tag{4.9}$$

Concha y Almendra definieron los parámetros característicos del sistema sólido-fluido P y Q [4]:

$$P = \left(\frac{3\mu_f^2}{4\Delta\rho\rho_f g}\right)^{1/3} \tag{4.10}$$

$$Q = \left(\frac{4\Delta\rho\mu_f g}{3\rho_f^2}\right)^{1/3} \tag{4.11}$$

Para una suspensión de partículas esféricas la velocidad efectiva de sedimentación disminuirá al aumentar la concentración volumétrica, ya que un aumento del espacio ocupado, obstaculizara el movimiento de las partículas. Concha y almendra postularon que para una suspensión de partículas esféricas, todas de la misma densidad y diámetro, se puede obtener la velocidad de sedimentación mediante la siguiente ecuación [4]:

$$u = u^* \cdot 0 \tag{4.12}$$

$$u^* = \frac{20.52}{d^*} f_q(\varphi) f_p(\varphi) ((1 + 0.0921 f_p^{-\frac{3}{2}} d^{*\frac{3}{2}} - 1)^2$$
(4.13)

Esta expresión es conocida como ecuación de Concha y Almendra para suspensiones de esferas, permite calcular la velocidad de sedimentación de partículas esféricas de cualquier tamaño a cualquier concentración.

$$f_p(\varphi) = \left(\frac{(1-\varphi)(1+0.75\varphi^{\frac{1}{3}})}{(1-\varphi+1.2\varphi^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}(1-1.45\varphi)^{1.83}}\right)^{2/3}$$
(4.14)

$$f_q(\varphi) = \left(\frac{(1-\varphi)^4 (1+0.75\varphi^{\frac{1}{3}})}{(1-\varphi+1.2\varphi^{\frac{2}{3}})^3 (1-1.45\varphi)^{1.83}}\right)^{1/3}$$
(4.15)

### 4.3.5 Segregación

Generalmente, las suspensiones se describen como segregantes o no segregantes. Las pulpas segregantes comienzan a segregarse directamente después de la descarga a través de tuberías abiertas. La segregación afecta el contenido de agua en el suelo a lo largo de la playa, por lo tanto, partículas con densidades y volumen más altos se asientan cerca de los puntos de descarga y las partículas con menor densidad y tamaño se asientan más lejos de los puntos de descarga. Además, las pulpas segregantes típicamente crean playas planas con pendientes de aproximadamente 1% o menos [6].

Las pulpas no segregantes se crean espesándolas a través de la eliminación del agua, para aumentar el contenido del suelo. Sin embargo, se observa una segregación menor directamente después de la descarga de lodos no segregantes. Estas pulpas tienen una segregación no uniforme a lo largo de la playa.

Se ha referido por los investigadores que aparece un umbral para cuando la suspensión entra desde la segregación a las suspensiones no segregantes. Sin embargo, para la capacidad de crear una suspensión no segregante, se concluye que es necesario eliminar el agua [9].

## 5. Desarrollo experimental

El experimento consiste en escurrir una pulpa (previamente preparada) por una bandeja (Figura 5.1), tomando muestras de pulpa a diferentes coordenadas, midiendo cantidad de agua bajo bandeja (que no queda retenida en la suspensión) y registrando el video de cada prueba realizada, para un posterior análisis de imagen.

### 5.1 Implementos y materiales

### 5.1.1 Esferas Ballotini y mezclas

La pulpa es una mezcla de un líquido de transporte y partículas de un mineral sólido. Para este estudio se utiliza agua como fluido de transporte y esferas Ballotini como partículas. Las principales propiedades de ambos se muestran a continuación (Tabla 5.1).

Tabla 5.1. Propiedades de los materiales

| Característica              | Valor | Unidad       |
|-----------------------------|-------|--------------|
| Densidad del agua           | 1000  | $kg/m^3$     |
| Viscosidad del agua         | 0.001 | $Pa \cdot s$ |
| Densidad esferas            | 2.45  | $kg/m^3$     |
| Densidad pulpa (70% w/w)    | 1.707 | $kg/m^3$     |
| Densidad de pulpa (65% w/w) | 1.625 | $kg/m^3$     |

Se usaron esferas Ballotini "AD100", "AF150", "AG200" y mezclas entre ellas. Cada una por sí sola, disponen de una acotada distribución granulométrica. Por lo tanto también podemos conocer la distribución granulométrica de las mezclas usadas. Se formaron mezclas monodispersas (un solo tipo de esferas Ballotini) y mezclas polidispersas los tres tipos de esferas a diferentes proporciones como lo mostrado en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Mezclas de esferas Ballotini utilizadas (% en peso)

| Mezclas usadas                    |  |  |  |  |
|-----------------------------------|--|--|--|--|
| 100% AD100                        |  |  |  |  |
| 100% AF150                        |  |  |  |  |
| 100% AG200                        |  |  |  |  |
| 50% AD100 – 25% AF150 – 25% AG200 |  |  |  |  |
| 50% AF150 – 25% AD100 – 25% AG200 |  |  |  |  |
| 50%AG200 - 25%AD100 - 25%AF150    |  |  |  |  |
| 33.3%( AD100 + AF150 + AG200 )    |  |  |  |  |

## 5.1.2 Bandeja

Está hecha de un material de acrílico (Figura 5.1) y se encuentra conectada a un equipo el cual hace variar el ángulo de inclinación de la bandeja, a su vez por los costados de esta se encuentran unos sujetadores para ayudar a que la bandeja no se encuentre desnivelada.

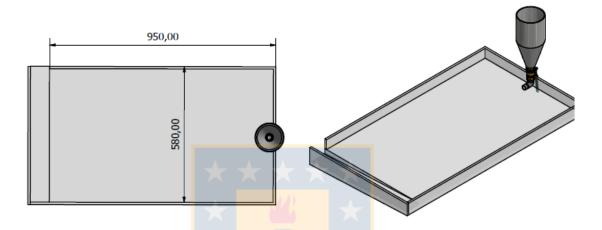


Figura 5.1 Bandeja /dimensiones (mm)

### 5.1.3 Alimentador cónico y agitador

En la parte más alta de la bandeja (en inclinación) está conectada un alimentador cónico. Este alimentador se encuentra conectado a un codo y una válvula de bola. Dentro del alimentador se encuentra un agitador que mantiene homogénea la mezcla.

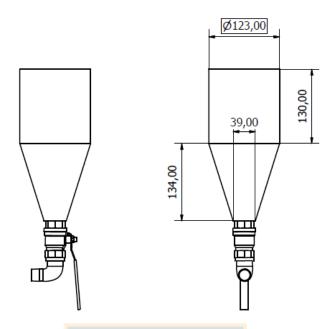


Figura 5.2 . Alimentador cónico /dimensiones (mm)

# 5.2 Set de pruebas realizadas

### 5.2.1 Diseño experimental

El estudio de formación de capas c<mark>onsideró diferente</mark>s condiciones: mezclas *de esferas, porcentaje* de sólido, y ángulo de bandeja. Como se indica en la Tabla 5.4.

Se realizaron dos set de pruebas, 70% y 65% w/w. En cada set prueba se mantiene constante la energía, encontrando la altura de la pulpa dentro del alimentador cónico (H), de manera que se cumpla la siguiente relación:

$$\rho_p * g * H = cte$$

Tabla 5.3 Set de pruebas

|                       | Set 1  | Set 2   | Unidades          |
|-----------------------|--------|---------|-------------------|
| Masa sólido           | 700    | 683.88  | g                 |
| Masa líquido          | 300    | 368.24  | g                 |
| Masa pulpa            | 1000   | 1052.12 | g                 |
| Volumen pulpa         | 585.71 | 647.37  | $cm^3$            |
| Densidad pulpa        | 1.71   | 1.63    | g/cm <sup>3</sup> |
| % Sólidos volumétrico | 48.78  | 43.12   |                   |
| % sólidos peso        | 70     | 65.00   |                   |
| Altura (H)            | 11.78  | 12.37   | cm                |

Tabla 5.4. Experiencias realizadas

|             |              | PSD          |                     |    |              |
|-------------|--------------|--------------|---------------------|----|--------------|
| experiencia | AD100<br>[%] | AF150<br>[%] | AG200<br>[%]        | α  | %<br>sólidos |
| 1-2         | 100          | 0            | 0                   | 3° | 65-70        |
| 3-4         | 0            | 100          | 0                   | 3° | 65-70        |
| 5-6         | 0            | 0            | 100                 | 3° | 65-70        |
| 7-8         | 100          | 0            | 0                   | 5° | 65-70        |
| 9-10        | 0            | 100          | 0                   | 5° | 65-70        |
| 11-12       | 0            | 0            | 100                 | 5° | 65-70        |
| 13-14       | 100          | 0            | 0                   | 7° | 65-70        |
| 15-16       | 0            | 100          | 0                   | 7° | 65-70        |
| 17-18       | 0            | 0            | 100                 | 7° | 65-70        |
| 19-20       | 50           | 25           | 25                  | 3° | 65-70        |
| 21-22       | 25           | 50           | 25                  | 3° | 65-70        |
| 23-24       | 25           | 25           | 50                  | 3° | 65-70        |
| 25-26       | 33.3         | 33.3         | 33 <mark>.</mark> 3 | 3° | 65-70        |
| 27-28       | 50           | 25           | 25                  | 5° | 65-70        |
| 29-30       | 25           | 50           | 25                  | 5° | 65-70        |
| 31-32       | 25           | 25           | 50                  | 5° | 65-70        |
| 33-34       | 33.3         | 33.3         | 33. <mark>3</mark>  | 5° | 65-70        |
| 35-36       | 50           | 25           | 25                  | 7° | 65-70        |
| 37-38       | 25           | 50           | 25                  | 7° | 65-70        |
| 39-40       | 25           | 25           | 50                  | 7° | 65-70        |
| 41-42       | 33.3         | 33.3         | 3 <mark>3</mark> .3 | 7° | 65-70        |

### 5.2.2 Caracterización Granulométrica de bolitas en la alimentación

Para obtener las distribuciones de tamaño se utiliza el equipo SYMPATEC HELOS VECTRA. Este equipo posee un sensor de difracción laser para obtener el tamaño de partícula. De esta manera la distribución de cada mezcla utilizada queda reflejada en la Figura 5.3 ,Figura 5.4 y Figura 5.5.

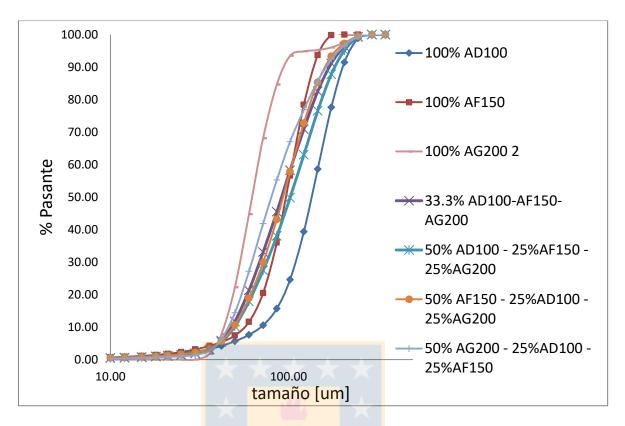


Figura 5.3 Distribuciones de tamaño utilizadas

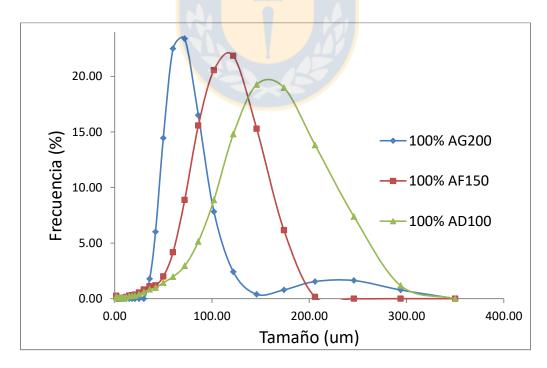


Figura 5.4 Frecuencia de tamaño para mezclas monodispersas

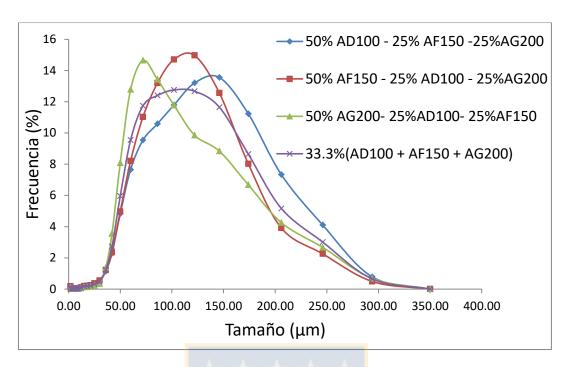


Figura 5.5 Frecuencias de tamaño para mezclas polidispersas

### 5.2.3 Preparación Pulpa

Para la homogenización de la pulpa se utilizó un agitador dentro un tanque cónico (Figura 5.2). Conectadas a una válvula de bola, la cual después de 3 minutos (tiempo de agitación) se abre para descargar el material. Cabe destacar que todo el experimento se graba con el fin de caracterizar el escurrimiento de la pulpa a través de la bandeja.

### 5.2.4 Toma de muestras y Recuperación de agua

Luego de 10 minutos de formada la capa se procede a medir la cantidad de agua recuperada bajo la mesa (agua que no quedo retenida en la suspensión). Y se toman muestras, no más de 10 gr con una espátula, a diferentes coordenadas de una sola mitad de la capa formada, ya que se comporta de manera simétrica.

Las posiciones para cada muestra fueron registradas y analizadas como lo observado en la Figura 5.6. Para determinar la cantidad de agua de cada muestra se dejan secar durante 3 horas a 70°C, pesando las muestras antes y después del secado, con el objetivo de cuantificar la concentración de sólidos en diferentes posiciones.

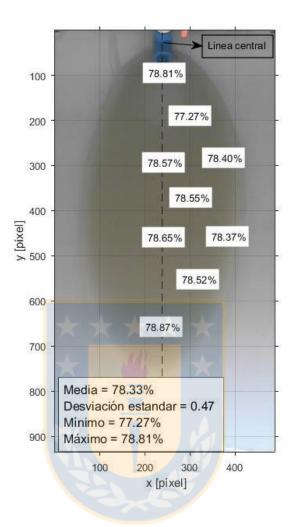


Figura 5.6 Muestreos realizados en posiciones seleccionadas para el experimento: 50% AF150-25%AD100-25%AG200, ángulo 5° y 65%

### 5.3 Análisis Videos

### 5.3.1 Posición y velocidad

Se toman puntos (distancias en x [mm] e y [mm]) a diferentes tiempos durante la formación de capa como se ve en la Figura 5.7. Se ajusta de mejor manera la posición en x (horizontal) e y (vertical) al siguiente modelo. De esta manera para cada prueba se buscan los parámetros K y  $\tau$ .

$$y(t) = K_y * \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_y}}\right)$$
 (5.1)

$$x(t) = K_x * \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_x}}\right)$$
 (5.2)

La suspensión sobre la bandeja (capa) se comporta de manera simétrica, aun así en la toma de puntos horizontales se midió tanto el lado izquierdo (-X) como derecho (X) para posteriormente obtener la media de ambos.

Para encontrar la velocidad solo es necesario derivar cada ecuación.

$$V_{y}(t) = \frac{K_{y}}{\tau_{y}} * e^{\left(\frac{-t}{\tau_{y}}\right)}$$
 (5.3)

$$V_{x}(t) = \frac{K_{x}}{\tau_{x}} * e^{\left(\frac{-t}{\tau_{x}}\right)}$$
 (5.4)

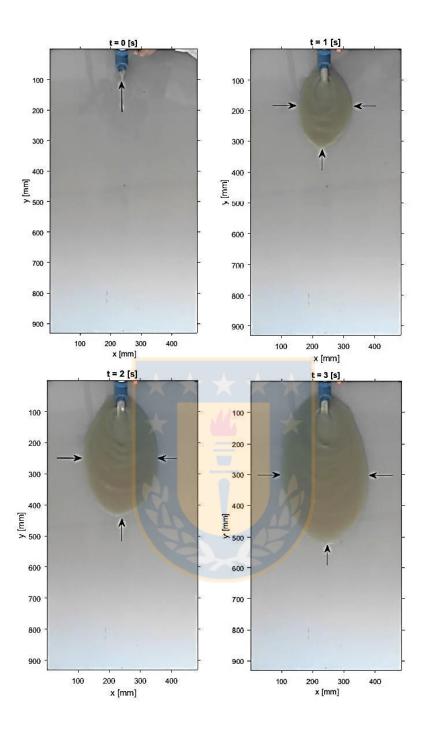


Figura 5.7 Medición de Y(t) ,X(t) y -X(t) para prueba: 100% AF150 , ángulo 5º y 65% w/w

# 5.3.2 Obtención de $K_y y K_x$

Ambos parámetros  $K_y$  y  $K_x$ , representan el valor de largo y ancho respectivamente que alcanzan en estado estacionario como se observa en la Figura 5.8. De esta manera solo es necesario tomar el valor máximo en "y" e "x" cuando la suspensión sobre la bandeja ya no crece más.

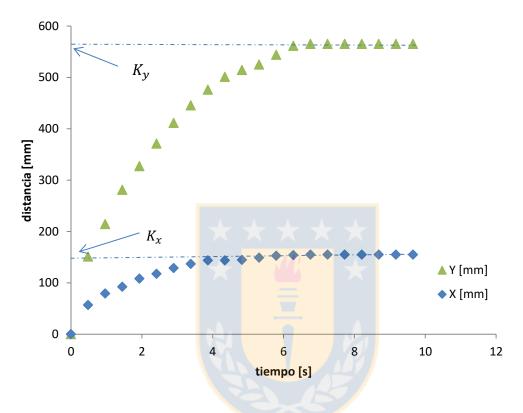


Figura 5.8 Distancia X (mm) e Y (mm) versus tiempo para prueba: 100% AF150, ángulo 5º y 65% w/w

# 5.3.3 Obtención de $\tau_y$ y $\tau_x$

Par conocer ambos parámetros se hizo un análisis en las ecuaciones (5.1) y (5.2) haciendo  $t = \tau$ . De esta manera tenemos:

$$y(\tau) = K_y * (1 - e^{-1}) = 0.632 * K_y$$

$$x(\tau) = K_x * (1 - e^{-1}) = 0.632 * K_x$$

Por lo tanto el valor de  $\tau$ , queda representado para el tiempo cuando se alcanza el 63.2% de  $K_x y K_y$ .

## 5.3.4 Razón A/L (ancho /largo)

Durante el escurrimiento de la pulpa en el trabajo experimental, se midió el máximo largo de capa de relave (eje mayor) y el máximo ancho (eje menor). Generando así una razón Ancho/Largo para cada prueba, asemejándose a la forma de una elipse.

Se define la razón ancho/largo como: 
$$\frac{A}{L}=\frac{K_x}{K_y}$$
 (5.5) 
$$A=semi\ eje\ menor$$
 
$$L=eje\ mayor$$

Por lo tanto, el valor de la razón A/L será un indicador de la estructura superficial plasmada:

$$\frac{A}{L} = \begin{cases} < 0.5 \text{ ; Elipse , con eje mayor sobre eje vertical} \\ = 0.5 \text{ ; Circunferencia} \\ > 0.5 \text{ ; Elipse, con eje menor sobre eje vertical} \end{cases}$$

#### 5.4 Parámetros-Rosin-Rammler

El módulo de tamaño (k') y módulo de distribución (M), se obtienen de la gráfica de loglog(100/R) versus log(x/k'). Donde la pendiente de la línea recta corresponde a M y la intersección de la recta con la línea horizontal a k'.

Para facilitar los cálculos, se pueden tomar logaritmos neperianos en vez de naturales y trabajar con fracciones de pasante acumulado. Por lo tanto la ecuación (4.4) queda de la siguiente manera:

$$\ln(-\ln(1-F)) = M * \ln x + cte \tag{5.6}$$

## 5.5 Altura

Se obtiene la altura de cada capa, despejando h en la siguiente ecuación, para un área (A) y densidad ( $\rho$ ) conocida.

$$Masa = \rho * A * h$$

# 6. Resultados

# 6.1 Análisis granulométrico de mezclas de esferas utilizadas

En la Tabla 6.1 se presentan las diferencias en la distribución (Factor M) y tamaño observadas en la Figura 6.1, para las mezclas utilizadas.

Tabla 6.1. Factor M (ecuación de Rosin-Rammler) y X80 (μm) para mezclas de esferas Ballotini utilizadas.

| Mezclas   | Factor M | X80(µm) | X50(µm) | X10(µm) |
|---|----------|---------|---------|---------|
| 100% AD100                                      | 1.41     | 179.49  | 135.23  | 69.68   |
| 100% AF150                                      | 1.53     | 124.48  | 96.87   | 56.2    |
| 100% AG200                                      | 3.50     | 82.08   | 62.71   | 43.22   |
| 50% AD100 – 25% AF150 – 2 <mark>5% AG200</mark> | 1.64     | 154.57  | 102.29  | 49.60   |
| 50% AF150 – 25%AD100 – 2 <mark>5</mark> % AG200 | 1.66     | 135.82  | 93.51   | 48.9    |
| 50% AG200 – 25% AD100 – <mark>2</mark> 5% AF150 | 1.86     | 130.48  | 80.53   | 45.65   |
| 33.3% (AD100 + AF150 + AG200)                   | 1.82     | 140.78  | 91.70   | 47.62   |

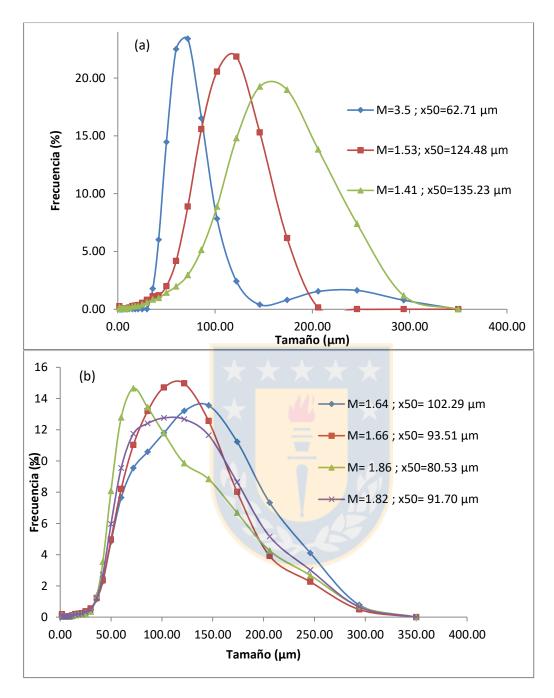


Figura 6.1 Distribuciones de tamaño para mezclas: a) monodispersas, b)polidispersas

De la Tabla 6.1, para mezclas monodispersas se observa una clara diferencia de tamaño entre las más finas (AG200, M=3.5) y gruesas (AD100, M=1.41). Las AD100 y AF150 (M=1.53) tienen una distribución más uniforme (menor M) en contraste a las AG200 las cuales tienen una distribución más acotada (Mayor M), por lo tanto, capas (suspensión sobre la bandeja) formadas solo por AG200 tienen una menor densidad de empaquetamiento y por ende mayor porosidad.

Para mezclas polidispersas, no existen grandes diferencias en la distribución granulométrica y en el tamaño de partículas, por lo tanto, no habrán amplias diferencias en porosidad y empaquetamiento de estas

## 6.2 Velocidad de sedimentación

En la Figura 6.2, se presenta la velocidad de sedimentación, para una suspensión de esferas, de la expresión de Concha y almendra, ecuación (4.13).

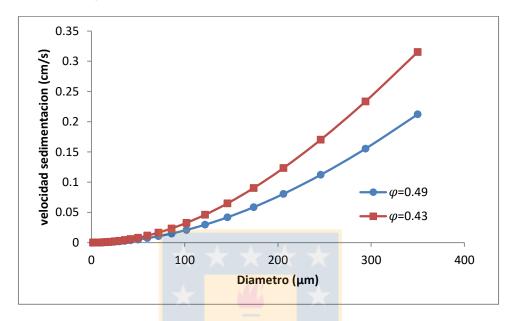


Figura 6.2 Velocidad de sedimentación para una suspensión de esferas

Se observa en la Figura 6.2, que para un mismo tamaño de esferas, hay un aumento de la velocidad a una menor concentración de sólidos, ya que mientras menos partículas existan en la suspensión existe una menor oportunidad para que se obstaculicen entre ellas.

Si consideramos las mezclas monotamaño por su x50, se puede observar un aumento aproximado de un 70% para la velocidad de las gruesas, AD100 y AF150, en contraste con las AG200. Debido a esto, mezclas con partículas más gruesas tendrán una menor área y detendrán primero su movimiento sobre la bandeja.

#### 6.3 Altura

En la Figura 6.3, se observa la altura o profundidad de cada capa (suspensión sobre la bandeja) en función del ángulo, variando el porcentaje de sólidos: a) 65% w/w y b) 70%

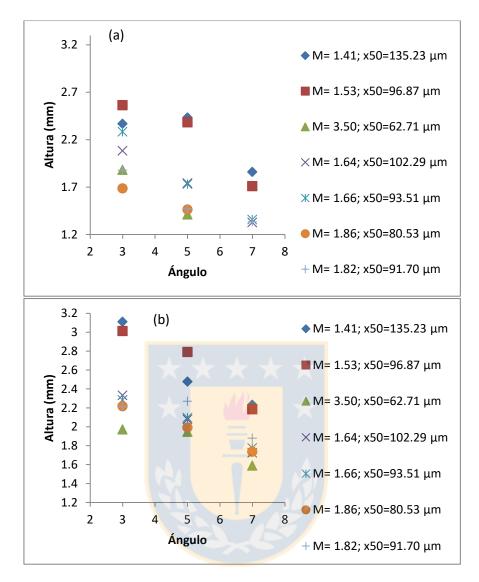


Figura 6.3 Altura de la suspensión sobre la bandeja (capa) versus ángulo : a) 65% w/w y, b)70% w/w

Se observa en la Figura 6.3, una disminución de la altura a medida que aumenta el ángulo de la bandeja, ya que este favorece el transporte para la pulpa, donde partículas más finas y livianas se moverán con mayor facilidad. Por esta razón mezclas con un x50 más pequeño serán hasta unos 30% menos profundas y por consiguiente tendrán una mayor área superficial.

Partículas de mayor tamaño, x50 mayor a 100  $\mu$ m, serán las primeras en sedimentar como lo observado en la Figura 6.2, por consiguiente serán las que presenten mayor altura y menor área. Debido a la similitud en tamaño y distribución las AD100 y af150, obtienen alturas similares bajo las mismas condiciones

Para un mismo ángulo se observa una menor altura a medida que aumenta el factor M , ya que este tipo de suspensiones tienen la menor densidad de empaquetamiento favoreciendo el transporte de las esferas de vidrio a lo largo de la bandeja, aumentando el área sobre esta.

## 6.4 Recuperación de agua

# 6.4.1 Ángulo

A continuación en la Figura 6.4 y Figura 6.5 se presenta la recuperación de agua en función del ángulo de bandeja, a diferentes porcentajes de sólidos: 70% y 65% respectivamente. Además para visualizar mejor en cada figura se distinguen dos partes. La primera para las mezclas monodispersas (a) y la segunda para las mezclas polidispersas (b) .

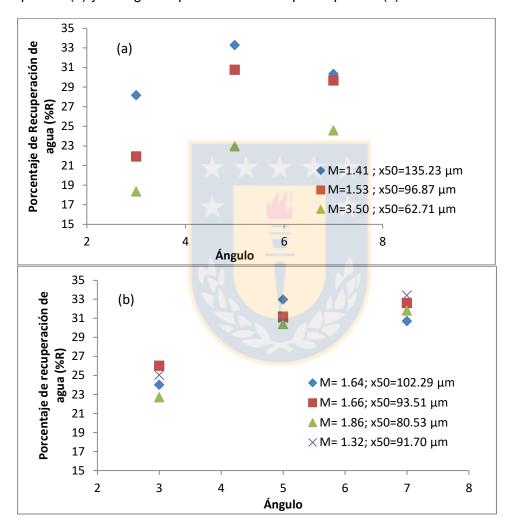


Figura 6.4 Porcentaje de recuperación de agua versus ángulo a 70% w/w: a) mezclas monodispersas b) mezclas polidispersas

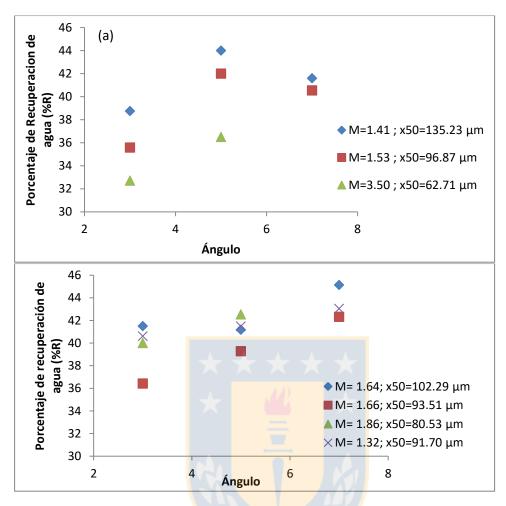


Figura 6.5 Porcentaje de recuperación de agua versus ángulo a 65% w/w: a) mezclas monodispersas b) mezclas polidispersas

Por efectos de gravedad, la pulpa tiene un mayor desplazamiento al incremento del ángulo. En consecuencia, se obtienen capas (suspensión sobre la bandeja) con una mayor área superficial pero con menor altura (profundidad). Análogamente, mientras menor sea el ángulo se obtienen capas superficialmente más pequeñas pero más altas o profundas, habiendo un mayor volumen de filtraciones, por lo tanto, una mayor cantidad de agua quedará atrapada. Sin embargo, para ambos porcentajes de sólidos (Figura 6.4 y Figura 6.5), se observa que la recuperación de agua aumenta solo hasta el ángulo 5, luego se estabiliza o simplemente disminuye a mayores ángulos, haciéndose mucho más notoria para las esferas AD100 (M=1.41) y AF150 (M=1.53). Estas disponen de una distribución granulométrica más amplia, con un 7-10% de esferas menores a 50 µm. Para ángulos mayores a 5, estas esferas de menor tamaño que estaban ordenadas y posicionadas junto a esferas más grandes (100 µm), se desplazan disminuyendo el empaquetamiento de la capa (aumentando los espacios), atrapando más agua y por consecuencia, reduciendo la recuperación. No obstante, las AG200 (M=3.5) que poseen una acotada distribución, no tienen esferas menores a 40 µm que se puedan desplazar y por consiguiente aumentar los espacios, por lo tanto, llegará un momento en que se hará constante la recuperación de agua para este tipo de esferas.

Se obtienen mayores recuperaciones de agua, independiente del ángulo, para menores porcentajes de sólido, ya que el fluido permitirá que las esferas se muevan con mayor facilidad, obteniendo capas superficialmente más amplias y menos profundas, por lo tanto, hay un menor volumen de filtraciones donde el agua pueda quedar atrapada.

## 6.4.2 Porcentaje de sólidos (% w/w) en la alimentación

A continuación en la Figura 6.6 se presenta la recuperación de agua en función del porcentaje de sólidos de alimentación. Variando el ángulo de bandeja a) 3°, b) 5° y c) 7° respectivamente.

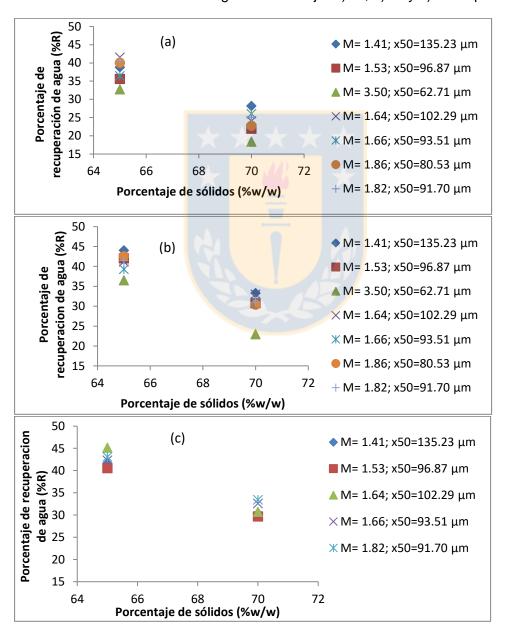


Figura 6.6 Porcentaje de recuperación de agua versus porcentaje de sólidos: a) ángulo 3, b) ángulo 5 y c) ángulo 7

En la Figura 6.6, se observa que a medida que se reduce el porcentaje de sólidos sube la recuperación del agua del sistema, ya que al aumentar la cantidad de agua en la pulpa, el transporte se ve favorecido extendiendo el área de las capas (suspensión sobre la bandeja) y disminuyendo su altura (profundidad), por lo tanto, hay un menor volumen de filtraciones donde el agua pueda quedar atrapada.

Mezclas de esferas como las AD100 (M=1.41) y AF150 (M=1.53), que poseen una rica distribución granulométrica hasta el ángulo 5 de inclinación, poseen las mayores recuperaciones de agua debido a que tienen mejor empaquetamiento que el resto de mezclas. Pero al aumentar el ángulo sobre 5, las partículas finas (<50 µm) se desplazan desde su posición inicial hacia un punto más alejado, disminuyendo el empaquetamiento, aumentado los espacios dentro de la capa, atrapando más agua y por ende bajando la recuperación de agua para ángulo 7.

# 6.4.3 Efecto de la granulometría

A continuación en la Figura 6.7 y Figura 6.8, se presenta la recuperación de agua en función del  $X_{80}$  y Factor M respectivamente. Variando el porcentaje de sólidos a) 70% y b) 65%

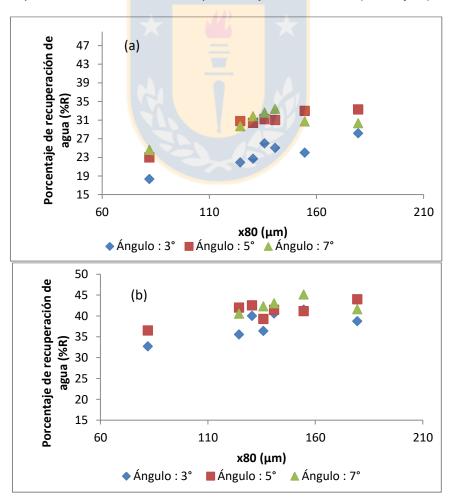


Figura 6.7 Porcentaje de recuperación de agua versus tamaño de partícula: a) 70%w/w y b) 65% w/w

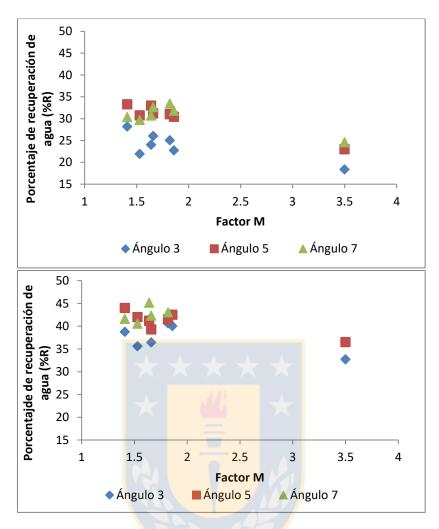


Figura 6.8 Porcentaje de recuperación de agua versus Factor M: a) 70%w/w y b) 65% w/w

En la Figura 6.7, se observa que a medida que aumenta el tamaño de partícula en las mezclas, aumenta la recuperación de agua (para un mismo ángulo y porcentaje de sólidos), esto es debido al aumento del tamaño de intersticios del lecho formado por las esferas de vidrio.

En la Figura 6.8, se observa que para mezclas con amplia distribución granulométrica, al aumentar sobre 5° la inclinación de la bandeja, partículas finas se ven desplazadas disminuyendo el empaquetamiento y por consecuencia, estrechando la recuperación de agua. Debido a esto, no hay grandes diferencias entre el ángulo 5° y 7°.

# 6.4.4 Modelo: Recuperación de agua

A través del ajuste de datos se realiza una regresión lineal múltiple llegando al siguiente modelo:

## Porcentaje recuperacion de agua =

$$188.63 + 1.336 \cdot \left( \'{Angulo} \right) - 2.421 \cdot \left( porcentaje \ de \ s\'{o}lidos \right) + 0.0419 \cdot \left( X_{80} \right) - 1.746 \cdot M$$

Coeficiente de determinación  $R^2 = 0.91$ 

En la siguiente figura se presenta la recuperación de agua para las experiencias realizadas comparadas con el modelo

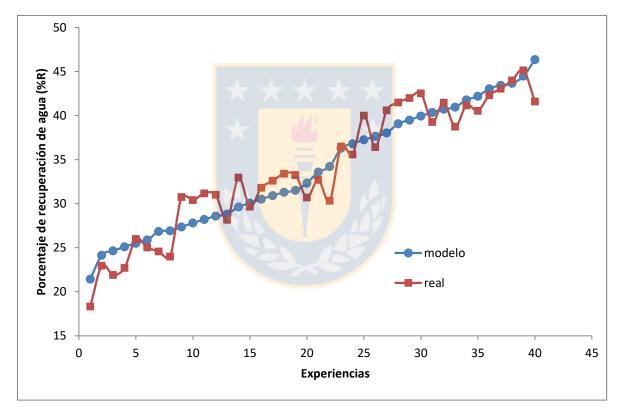


Figura 6.9 Recuperación de agua para todas las experiencias comparadas con el modelo

Al ser un modelo lineal, la recuperación de agua aumentara sin discriminación. Y como sabemos dependiendo de la distribución esto no ocurre. Por lo tanto este modelo no podrá ser usado para ángulos mayores a 5 con un M<1.5

## 6.5 Razón: A/L

# 6.5.1 Ángulo

A continuación en la Figura 6.10 y Figura 6.11, se presenta la razón ancho/largo en función del ángulo de bandeja, a diferentes porcentajes de sólidos 70% y 65% respectivamente. Además, para visualizar mejor en cada figura se distinguen dos partes: La primera para las mezclas monodispersas (a) y la segunda para las mezclas polidispersas (b).

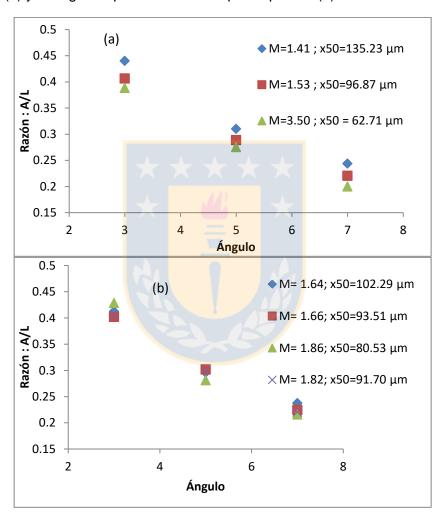


Figura 6.10 Razón A/L versus ángulo a 70% w/w: a) Mezclas monodispersas, b) mezclas polidispersas

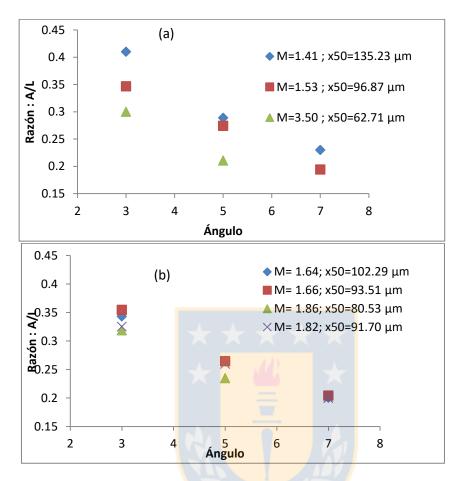


Figura 6.11 Razón A/L versus ángulo a 65% w/w: a) Mezclas monodispersas, b) mezclas polidispersas

En la Figura 6.10 y Figura 6.11, se observa un descenso de la razón A/L a medida que asciende el ángulo de bandeja para todas las mezclas de esferas, ya que el incremento del ángulo facilita el transporte de la mezcla sobre la bandeja haciendo capas más largas y menos anchas.

Para mezclas de esferas monodispersas, las más finas ("AG200 , M=3.5)") generan una menor razón A/L para todos los ángulos, ya que hidrodinámicamente es más fácil mantener en movimiento partículas finas que gruesas. El transporte se vuelve expedito, formando capas más largas para un mismo ángulo y porcentaje de sólidos. Además este tipo de esferas posee la menor distribución de tamaños (mayor M), generando una menor densidad de empaquetamiento, por ende, tendremos capas superficialmente más amplias, atrapando más agua en sus espacios y por consiguiente, generando menor recuperación de esta.

Para las mezclas polidispersas la distribución granulométrica es similar, debido a esto la razón A/L se mantiene muy similar en iguales condiciones de ángulo y porcentaje de sólidos. Sin embargo, se observa un leve aumento en la razón A/L para las más gruesas, ya que a pesar de tener un similar empaquetamiento es más difícil hidrodinámicamente mantener en movimiento a partículas gruesas.

Para 65% w/w en mezclas polidispersas, se observa que para similar x50, pero distribución de tamaño más acotada (menor M), se obtienen menores razones A/L, ya que hay menos esferas de menor tamaño que puedan seguir avanzando a través de la sólido .

# 6.5.2 Porcentaje de Sólidos (% w/w) en la alimentación

A continuación en la Figura 6.12 se presenta la razón A/L en función del porcentaje de sólidos de alimentación. Variando el ángulo de bandeja a) 3, b) 5 y c) 7 respectivamente.

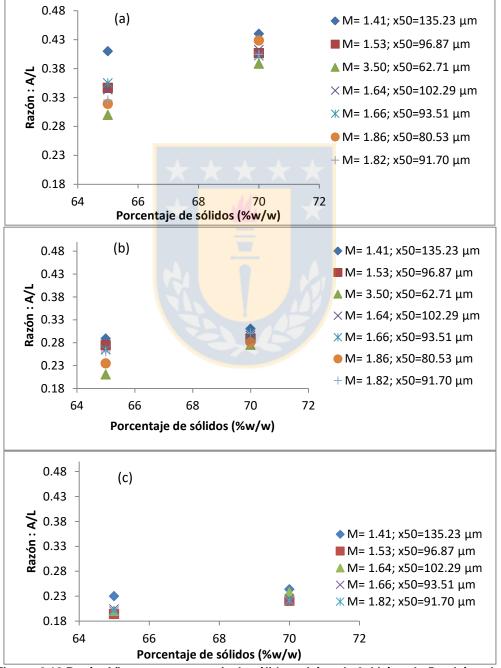


Figura 6.12 Razón A/L versus porcentaje de sólidos: a) ángulo 3, b) ángulo 5 y c) ángulo 7

Se observa en la Figura 6.12, que a medida que aumenta el porcentaje de sólidos aumenta la razón A/L, ya que el aumento de la cantidad de agua, además de facilitar el transporte para las esferas, disminuye el empaquetamiento de estas. Además para una distribución de tamaño acotada (alto M), se tiene una insignificante diferencia de tamaño entre las esferas, generando un menor empaquetamiento, por lo tanto, una mayor cantidad de líquido se atrapa en los vacíos formados entre estas, obteniendo una menor recuperación de agua.

Para mezclas polidispersas, no hay mucho contraste en la distribución de tamaño, por lo tanto, se tienen similares empaquetamientos. Sin embargo, se observa que para mezclas con menor x50 se obtienen menores razones A/L, ya que para estas la permeabilidad disminuye.

## 6.5.3 Efecto de la granulometría

A continuación en la Figura 6.13 y Figura 6.14, se presenta la razón A/L en función del  $X_{80}$  y Factor M respectivamente, variando el porcentaje de sólidos a) 70% y b) 65%.

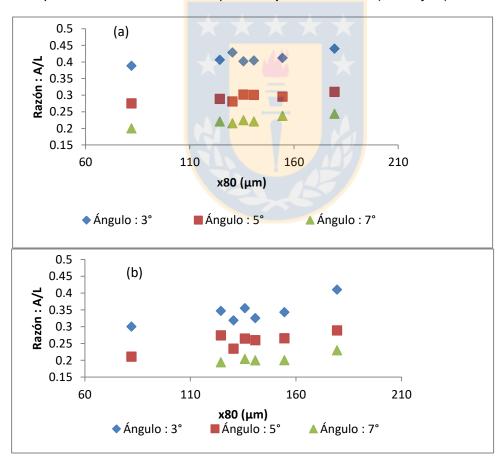


Figura 6.13 Razón A/L versus tamaño (µm): a) 70% w/w y b) 65%w/w

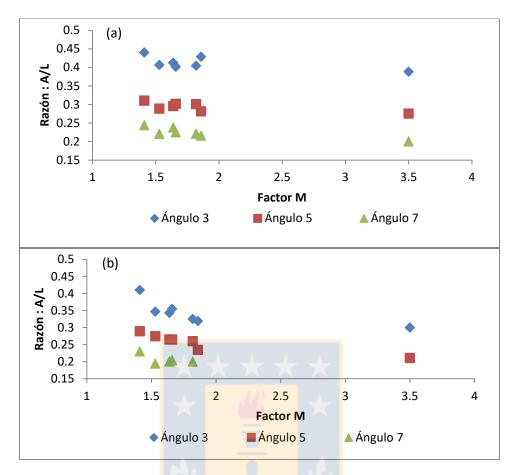


Figura 6.14 Razón A/L versus Factor M: a) 70% w/w y b) 65%w/w

Se observa en la Figura 6.13, que a medida que aumenta el tamaño de partícula de las esferas en las mezclas, aumenta la razón A/L. Ya que por efectos hidrodinámicos es más difícil mantener en movimiento a partículas más gruesas. A diferencia de partículas más livianas y finas, las cuales debido a su menor velocidad de sedimentación tendrán un mayor alcance a través de la bandeja, aumentando el eje mayor de la elipse formada por la pulpa.

Mientras la distribución granulométrica sea más acotada, mayor M, hay menos probabilidad que partículas de menor tamaño ocupen espacios vacíos formados por partículas más grandes. Por lo tanto van a continuar bajando a través de la bandeja, y por consiguiente el largo del eje mayor de la elipse formada por la pulpa tendrá un mayor valor, generando una menor razón A/L.

Para un mismo PSD y ángulo, disminuye la razón A/L al bajar el porcentaje de sólidos. Ya que al contener más agua, a la pulpa se le hace más fácil el transporte de la misma a través de la bandeja.

#### 6.5.4 Modelo: Razón A/L

A través del ajuste de datos se realiza una regresión lineal múltiple llegando al siguiente modelo:

$$Raz$$
ón  $\frac{A}{L} = 0.009076 \cdot (Porcentaje \ de \ s\'olidos) + 0.0005523 \cdot (X_{80}) - 0.0423 \cdot (\'Angulo) - 0.004493$   
 $\cdot M - 0.1804$ 

Coeficiente de determinacion  $R^2 = 0.94$ 

En la siguiente figura se presenta la razón A/L para las experiencias realizadas comparadas con el modelo

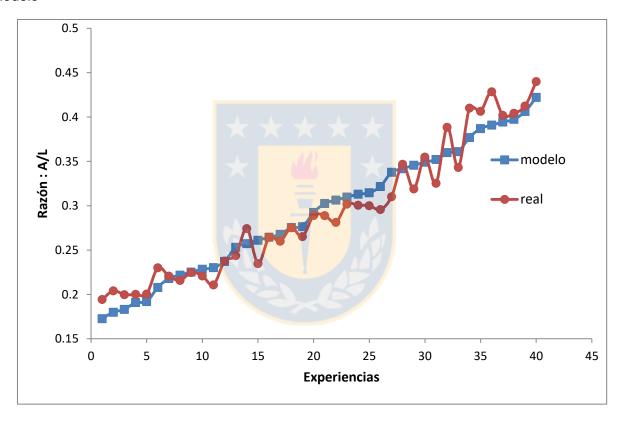


Figura 6.15 Razón A/L para todas las experiencias comparadas con el modelo

A mayor porcentaje de sólidos, menores ángulos, mayor tamaño de esferas y distribuciones de tamaño amplias, se obtienen los mayores valores para la razón A/L. Así mismo, los menores valores se obtienen a menores porcentajes de sólidos, mayores ángulos, tamaños más finos de esferas y distribuciones acotadas. De esta manera los valores de razón A/L para cualquier mezcla tendrá que mantenerse entre estos dos extremos.

Por efectos hidrodinámicos esferas de menor tamaño ante el incremento del ángulo seguirán en movimiento por más tiempo. Paralelamente, la adición de agua a la pulpa y una disminución de la distribución del tamaño de esferas, reducirán el empaquetamiento de la mezcla, favoreciendo al transporte y por ende disminuyendo la razón A/L.

## 6.6 Cantidad de agua en las muestras

Para cada experiencia realizada, se midió la cantidad de agua retenida en las sólido s a diferentes posiciones, tomando muestras como lo observado en la Figura 5.6. A continuación en la Figura 6.16, se presenta la desviación estándar y máximo/mínimo porcentaje volumétrico de sólidos para cada experiencia realizada. Variando el porcentaje de sólidos en la alimentación: a) 70% w/w, b) 65% w/w

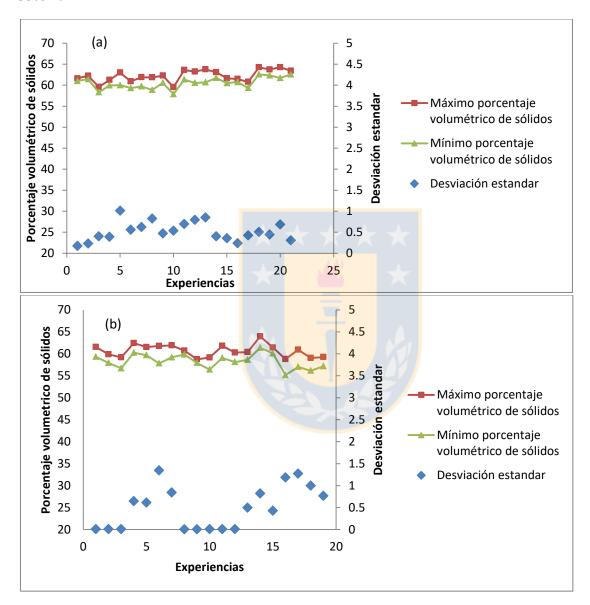


Figura 6.16 Desviación estándar para pruebas y máximo y mínimo porcentaje volumétrico de sólidos para cada experiencia realizada: a) 70% w/w y b) 65% w/w

En la Figura 6.16, se observa que para cada prueba la desviación estándar fue menor a uno, incluso en alguno casos muy cercana a cero. Es claramente evidente que la cantidad de agua a lo largo y ancho de la capa se mantiene prácticamente constante, ya que la distribución de las

mezclas es acotada, es por esto que la diferencia entre el máximo y mínimo porcentaje volumétrico de sólidos encontrado es diminuta.

Esferas menores a 50 µm para AD100 y AF150 se desplazan hacia los puntos más alejados de la capa, para ángulo 7º, disminuyendo el empaquetamiento. No hay grandes diferencias respecto a la cantidad de agua en las muestras para estas mezclas, ya que fue imposible tomar muestras en los límites de la capa donde se observan los finos porque la profundidad de la capa era minúscula.

## 6.7 Velocidad de la suspension sobre la bandeja

Es importante señalar que para graficar la velocidad de las capas, previamente se obtuvieron parámetros del modelo planteado en la ecuación (5.3) y (5.4). De esta manera se presenta la velocidad de todas las experiencias tanto para el eje vertical como horizontal. A continuación se presenta la velocidad, a un ángulo 3°, para mezclas monodispersas. Para ángulo 5° y 7° se muestra en ANEXO C. 3 y para mezclas polidispersas en ANEXO C. 4.

## 6.7.1 Mezclas monodispersas

Para mezclas monodispersas, a un ángulo 3°, se presenta la velocidad vertical ("eje Y") y horizontal ("eje X") en función del tiempo, a distintos porcentajes de sólidos de alimentación. Se muestran en la Figura 6.17 y Figura 6.18.

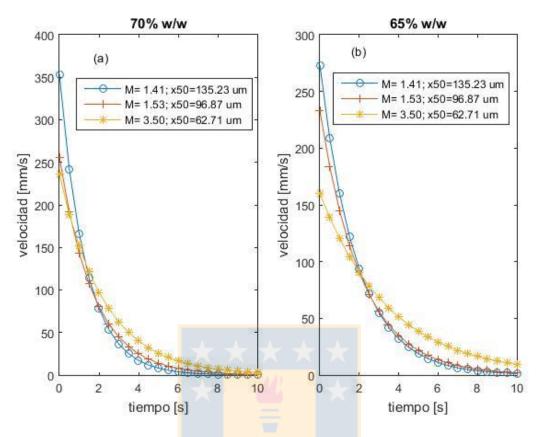


Figura 6.17 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 3 y mezclas monodispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

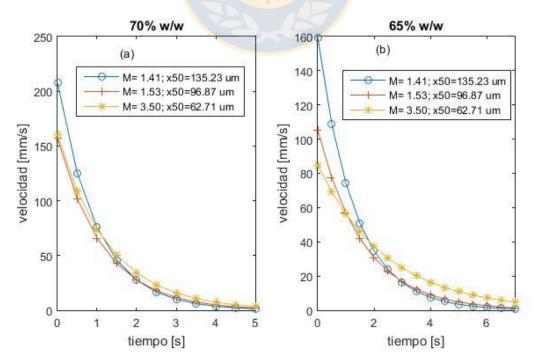


Figura 6.18 Velocidad ("eje X") en función del tiempo para un ángulo 3 y mezclas monodispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

Los valores de  $\tau$  son mayores para esferas finas, como las AG200, ya que por efectos hidrodinámicos esferas más pequeñas se demoran en llegar a su estado estacionario. Al disminuir el porcentaje de sólidos y aumentar el ángulo los valores de  $\tau$  aumentan, ya que ahora el transporte en estas condiciones es mucho más fácil, por lo que tenemos capas superficialmente más grandes y por consecuencia, estrictamente más largas (menor razón A/L).

En la Figura 6.17 y Figura 6.18, se puede observar que partículas más gruesas, AD100 (M=1.41) y AF150 (M=1.53), se comportan de manera muy similar posterior a los 2 segundos iniciales, eso es debido a la poca diferencia en sus distribuciones de tamaño, en contraste, las AG200 (M=3.5) se demoran más que las anteriores en detenerse, ya que poseen una menor distribución de tamaño, un 57% menor que las anteriores aproximadamente. Respecto a los segundos iniciales, se observa que mientras más gruesa sea la mezcla, mayor será la velocidad inicial, ya que esferas de mayor tamaño, debido a su rápida sedimentación serán las primeras en salir del cono al abrir la válvula, por este motivo las AD100 serán las de mayor velocidad inicial

A medida que se incrementa el ángulo y disminuye el porcentaje de sólidos, la velocidad horizontal comienza a disminuir, ya que al aumentar la cantidad de líquido en la pulpa, aumenta la cantidad de espacios, y por consiguiente partículas más livianas y finas se moverán más en la dirección vertical, disminuyendo la velocidad horizontal.

# 7. Conclusiones y Recomendaciones

Se ha podido realizar una caracterización del transporte asociado al escurrimiento de suspensiones con esferas de vidrio. Esto se realizó en laboratorio a través de un análisis computacional.

Para pulpas con distribuciones de tamaño amplias, un M menor a1,5, y con un 10% de partículas menores a 70 µm tendrán una máxima recuperación de agua para un ángulo 5°. Para una inclinación de 7° se observó un cambio en el comportamiento de la recuperación de agua, obteniéndose mayor para la granulometría más fina.

Para una inclinación de 7° con granulometría más gruesas se produce una separación de las partículas más finas que se concentran en el borde de la capa de esferas, lo que es la causa de la mayor retención de agua bajo estas condiciones.

Para una misma granulometría, independiente del porcentaje de sólido inicial se obtiene aproximadamente el mismo porcentaje de sólido final en la capa de esferas. Del mismo modo, para una misma granulometría la recuperación de agua depende solo del porcentaje de sólido inicial.

Se obtuvo el siguiente modelo para la recuperación de agua, con un coeficiente de determinación igual a 0.91, el cual no puede ser utilizado en ángulos mayores a 5° para pulpas con un M menor a 1.5.

## Porcentaje recuperacion de agua =

$$188,63+1,336 \cdot (\text{\'Angulo}) - 2,421 \cdot (\text{\it porcentaje de s\'olidos}) + 0,0419 \cdot (X_{80}) - 1,746 \cdot M_{80} + M_$$

Todas las capas fueron simétricas respecto a un eje central, presentaron una forma elíptica y mostraron una densidad constante a lo largo de esta.

Mientras más gruesas sean las partículas, x80 mayor a 100 μm, y la distribución sea más amplia, M menor a 1,5, la razón A/L presentara un crecimiento no mayor al 10 % ante un aumento del ángulo aproximado del 50%.

Si la pulpa presenta un x80 menor a  $80~\mu m$ , y un M mayor a 3, la razón A/L presentara un crecimiento mayor al 20%, ante el mismo crecimiento del ángulo, obteniendo capas un 30% menos profundas, por lo tanto con un área superficial un 40% mayor a las anteriores.

Se obtuvo el siguiente modelo para la razón A/L, con un coeficiente de determinación igual a 0.94.

$$Raz$$
ón  $\frac{A}{L} = 0,009076 \cdot (Porcentaje\ de\ s\'olidos) + 0,0005523 \cdot (X_{80}) - 0,0423 \cdot (\'Angulo) - 0,004493 \cdot M - 0,1804$ 

Suspensiones más gruesas tendrán una mayor velocidad de sedimentación, por lo tanto tendrán una mayor velocidad inicial y menor velocidad final

#### Recomendaciones:

- Los resultados de velocidad y forma de la suspensión sobre la bandeja, son muy sensibles a la abertura de la válvula en la descarga. Por lo tanto, es recomendable cambiar la válvula por una compuerta, de manera que se tenga la misma energía en cada prueba.
- Para trabajar con partículas finas, x80 menor a 80 μm, y porcentajes de sólido s menores a 65%, es imprescindible tener una mesa más larga, 2 metros de largos por lo bajo.
- Para las Mezclas, sería ideal una mayor variedad en la distribución de tamaño. Desde un Migual a 0,5 hasta 4.
- Trabajar con relave, flocular y cizallar antes de escurrir.

# 8. Bibliografía

- 1. Pritchard, Philip J. Introduction to Fluid Mechanics. s.l.: John Wiley & Sons, 2003.
- 2. **Ibarrola, Esteban Luis.** Introduccion a los Fluidos Newtonianos. s.l. : Cátedra de la Mecánica de Fluidos UNCor, 2009.
- 3. **Servicio Nacional De Geología y Minería.** Guía Técnica de Operación y Control de Depósitos de Relaves. [ed.] Nelson Ramírez . 2007.
- 4. **Concha A**, **Fernando**. *Solid Liquid Separation in the Mining Industry*. Concepción : Springer. Vol. 105. ISBN 978-3-319-02484-4.
- 5. Abulnaga, Baha E. Slurry Systems Handbook. s.l.: McGRAW-HILL, 2002.
- 6. Blight. Geotechnical engineering for mine waste storage facilities . 2010. ISBN: 203-85940-7.
- 7. Concha, Fernando y Austin , Leonard . Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación . Concepción : s.n., 1994 .
- 8. Castro, Sergio y García, Juan Antonio . Flotación Fundamientos y Aplicaciones . 2003.
- 9. Fitton, Tim. Tailings beach slope prediction. 2006.
- T.C, Hales. The status of the kepler conjecture. s.l.: RMIT University, 2007.
- 11. **John-Paul Latham, Ante Munjiza y Yang Lu**. One the prediction of void porosity and packing of rock particulates. s.l.: Elsevier, 2002. Vol. 125, págs. 10-27.
- 12. **Donev**, **Aleksandar**. Improving the Density of Jammed Disordered Packings Using Ellipsoids. s.l.: Sciencie, 2004. Vol. 303(5660), págs. 990-993.
- 13. **Delaney, Gary W y Cleary , Paul W.** The packing properties of superellipsoids. s.l. : EPL (Europhysics Letters), 2010.
- 14. Blight. The master beach profile for hydraulic fill tailings beaches. 1994. págs. 27-40.
- 15. Yang, Jiao, Stillinger, Frank H y Torquato, Salvatore. Distinctive features arising in maximally random jammed packings of superballs. s.l.: Physical Review E Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2010. http://doi.org/10.1103/PhysRevE.81.041304.
- 16. Yang, Jiao y Torquato, Salvatore. Maximally random jammed packings of Platonic solids: Hyperuniform long-range correlations and isostacity. Physical Review E- Statiscal, Nolinear, and soft Matter Physics. 2011.
- 17. **Feng, CL y Yu, AD.** Effect of liquid addition on the packing of mono-sized coarse spheres. s.l.: Powder Technology. http://doi.org/10.1016/S0032-5910(98)00086-2.

- 18. **Bernal, Mason.** Packing of Spheres: Co-ordination of Randomly Packed Spheres. s.l.: Nature, 1960. Vol. 188, págs. 910-911.
- 19. **Torquato**, **Salvatore**. Random Heterogeneus Materials: Microstructure and Macroscopic Propperties. New York: Springer-Verlag, 2002.
- 20. **Betke, U y Henk, Martin**. Densest lattice packings of 3-polytopes. s.l.: Computational Geometry. Vol. 16(3), págs. 157–186. http://doi.org/10.1016/S0925-7721(00)00007-9.
- 21. **Zou, Ruiping, y otros, y otros.** Packing of multi-sized mixtures of wet coarse spheres. s.l.: Powder Technology, 2003. Vols. 130(1–3), págs. 77–83. http://doi.org/10.1016/S0032-5910(02)00229-2.
- 22. **Zou**, **Ruiping**, **Gan**, **M** L y Yu, **Aibing**. Prediction of the porosity of multi-component mixtures of cohesive and non-cohesive particles. s.l.: Chemical Engineering Science. Vol. 66(20), págs. 4711–4721. http://doi.org/10.1016/j.ces.2011.06.037.
- 23. **Icold.** A Guide to Tailings Dams and Impound-ments. Desing, Construction, Use and Rehabilitation. Paris: Commission Internationale des Grand Barrages, 1996. ISBN 92-807-1590-7.
- 24. Sernageomin (Servicio Nacional de Geología y Minería), Sonami (Sociedad Nacional de Minería). Construccion y Operación de Tranques de Relaves. 2003.
- 25. **Ministerio de Minería.** Reglamento para la Aprovación de Proyectos de Diseño, Construción, Operación y Cierre de los Depósitos de Relaves. Santiago : s.n., 2007.

# 9. C. ANEXOS

#### ANEXO C. 1 Modelos reológicos para fluidos

Es una descripción de la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de cizallamiento. La ley de viscosidad de newton es el modelo reológicos que describe el comportamiento de un flujo de los modelos newtonianos, cabe decir que para fluidos no-newtonianos se ha desarrollado numerosos modelos con el fin de describir el comportamiento de dichos fluidos a continuación se conoces algunos de estos modelos.

Ley de potencia: esta ley sirve para modelar el comportamiento de fluidos pseudoplasticos y dilatantes donde la tasa de deformación  $\dot{\gamma}$  aumenta a medida que aumenta el esfuerzo de corte  $\tau$ .

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{dv}{dy}\right)^n \tag{9.1}$$

Dónde:

 $\tau$ : Esfuerzo cortante

μ: Viscosidad dinámica [kg/ms]

 $\frac{dv}{dv}$ : Gradiente de velocidades

Se debe considerar que para n=1 el modelo es para un fluido newtoniano, para un 0<n<1 el modelo es par un fluido pseudoplastico y para n>1 el modelo es para un fluido dilatante.

Modelo Bingham: Es un modelo donde se exhibe un comportamiento lineal de esfuerzo cortante y velocidad de corte después de alcanzar un umbral inicial de esfuerzo cortante, los fluidos que obedecen a este modelo se denominan fluidos plásticos de bingham. El reómetro rotacional de indicación directa fue diseñado específicamente para aplicar el modelo de fluidos plásticos de bingham.

$$\tau = \tau_0 + \mu_\infty \dot{\gamma} \tag{9.2}$$

 $\tau$  : Esfuerzo cortante

 $\tau_0$  : Esfuerzo cortante inicial

 $\mu_{\infty}$  : Viscosidad dinámica [kg/ms]

 $\dot{\gamma}$  : Gradiente de velocidades

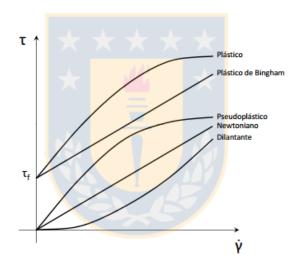


Figura 9.1 Diagrama reológico para distintos fluidos independientes del tiempo

#### ANEXO C. 2 Características de relave

## Concentración de sólidos

En la ecuación (9.3) se muestra como calcular la concentración en volumen de sólidos del relave [24]:

$$C_{v} = \frac{C_{w}\rho_{p}}{\rho_{s}} = \frac{100\frac{C_{w}}{\rho_{s}}}{\frac{C_{w}}{\rho_{s}} + \frac{(100 - C_{w})}{\rho_{L}}}$$
(9.3)

## Dónde:

 $C_w$  = Concentración en peso [%].

 $C_v$  = Concentración en volumen [%].

 $\rho_p$  = Densidad de la mezcla (pulpa)[kg/m<sub>3</sub>].

 $\rho_L$  = Densidad de la fase líquida [kg/m<sub>3</sub>].

 $\rho_s$  = Densidad de la fase sólida [kg/m<sub>3</sub>].

Además, la concentración en peso de sólidos en el relave se expresa como:

$$C_w = \frac{C_v \rho_s}{\rho_p} = \frac{C_v \rho_s}{C_v \rho_s + (100 - C_v)}$$
 (9.4)

## **Densidad**

La densidad del relave se puede calcular a través de la ecuación (9.5), que relaciona la densidad del flujo que transporta las partículas sólidas, la densidad de las partículas sólidas y la concentración en peso de la fase sólida [24].

$$\rho_p = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_S} + \frac{(100 - C_w)}{\rho_L}} \tag{9.5}$$

## Relaciones de fase

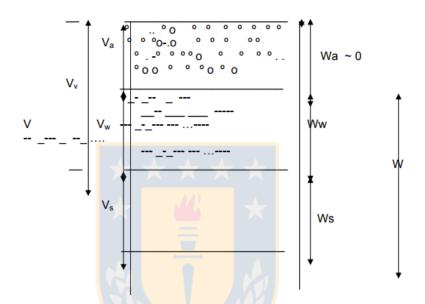


Figura 1. Relaciones de dase en una muestra de suelo

Normalmente, en todos los suelos existen partículas y vacíos. Los huecos están comúnmente más o menos llenos de agua y también pueden contener gas, normalmente aire. Las ecuaciones (9.6-9.16) describen algunas relaciones de fase generales en el suelo y también pueden usarse para la determinación de las relaciones de fase de los relaves.

El volumen total de una muestra de suelo viene dado por [3]:

$$V_t = V_S + V_v = V_S + V_w + V_a$$
 (9.6)

## Donde $V_s$ = Volumen de sólido de suelo

 $V_V$ = Volumen de vacíos

 $V_w$ = Volumen de agua en los vacíos

 $V_a$ = Volumen de aire en los vacíos

W<sub>s</sub>= Peso de sólido de suelo

W<sub>w</sub> Peso de agua en los vacíos

Suponiendo que el peso del aire es despreciable, podemos dar el peso de la muestra como

$$W = W_S + W_W \tag{9.7}$$

Las Relaciones Gravimétricas comunes son "el contenido de humedad y el peso específico" El contenido de humedad (w) se llama también contenido de agua.- se define como la relación del peso de agua entre el peso de sólidos en un volumen dado de suelo. Generalmente se expresa también en porcentaje.

$$W = \frac{W_w}{W_s} \tag{9.8}$$

El Peso Específico  $(\gamma)$ , peso de suelo por volumen unitario:

$$\gamma = \frac{W}{V} \tag{9.9}$$

El peso específico se expresa también en términos del peso del sólido del suelo, contenido de agua y volumen total:

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{W_s(1 + W_w/W_s)}{V} = \frac{W_s(1 + W)}{V}$$
(9.10)

El peso específico seco  $(\gamma_d)$ , es el peso de suelo del suelo excluida el agua por volumen unitario:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} \tag{9.11}$$

La densidad seca es la relación entre la masa sólida y el volumen total:

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} \tag{9.12}$$

La densidad aparente es la suma de masa de sólidos y aqua sobre el volumen total

$$\rho_b = \frac{M_S + M_W}{V} \tag{9.13}$$

La densidad de partículas es la relación de la masa de sólidos y el volumen de los sólidos y también igual a la densidad relativa veces la densidad de agua

$$\rho_S = \frac{M_S}{V_S} \tag{9.14}$$

Una propiedad de especial importancia para los relaves es la relación de huecos, que está relacionada con la porosidad. En asociaciones con relaves, la relación de huecos es más usada que la porosidad. La razón de vacío describe la relación entre poros y suelos que es de interés, debido a relaciones con parámetros tales como ángulo de fricción, conductividad hidráulica y atributos de deformación

La relación de huecos es la relación entre el volumen de huecos y sólidos, en un volumen total dado :

$$e = \frac{V_V}{V_S} = \frac{V_a + V_w}{V_S} = \frac{\eta}{1 + \eta}$$
 (9.15)

El grado de saturación se define como la razón del volumen de agua al volumen de vacíos

$$S = \frac{V_w}{V_v} \tag{9.16}$$

Además, el uso de relaves como material de construcción requiere disminución de la relación de huecos y mayor densidad en seco, lo que implica la necesidad de compactación de relaves, para preservar la estabilidad en las paredes de las presas de relaves.

ANEXO C. 3 Velocidad mezclas monodispersas

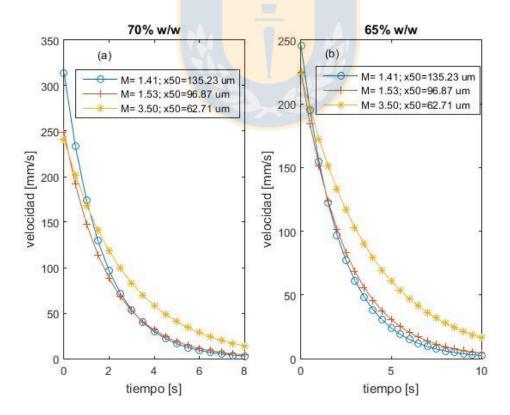


Figura 9.2 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 5 y mezclas monodispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

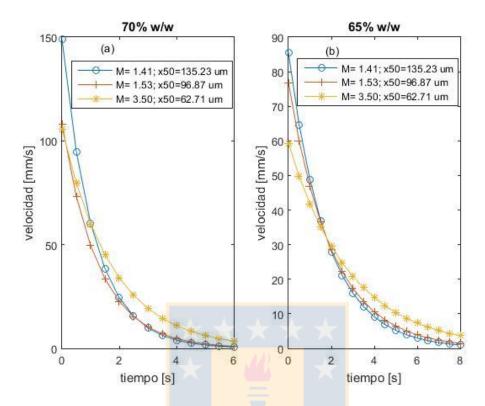


Figura 9.3 Velocidad ("eje X") en fu<mark>nción del tiempo para un</mark> ángul<mark>o</mark> 5 y mezclas monodispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

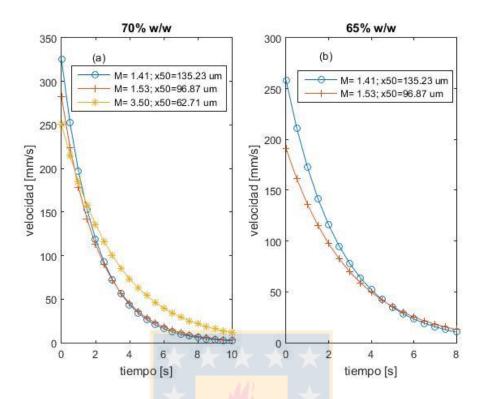


Figura 9.4 Velocidad ("eje Y") en fu<mark>nción de<mark>l tiempo para un</mark> ángul<mark>o</mark> 7 y mezclas monodispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.</mark>

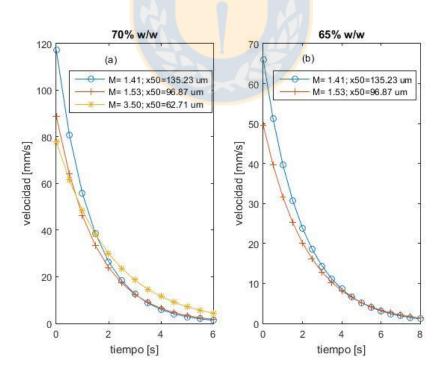


Figura 9.5 Velocidad ("eje X") en función del tiempo para un ángulo 7 y mezclas monodispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

#### ANEXO C. 4 Velocidad mezclas polidispersas

Para mezclas polidispersas se presenta el logaritmo de la velocidad (log(V)) y distancia recorrida verticalmente ("eje Y") en función del tiempo, a distintos porcentajes de sólidos de alimentación. Se exhiben en las siguientes figuras (¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. - ¡Error! se encuentra el origen de la referencia.).

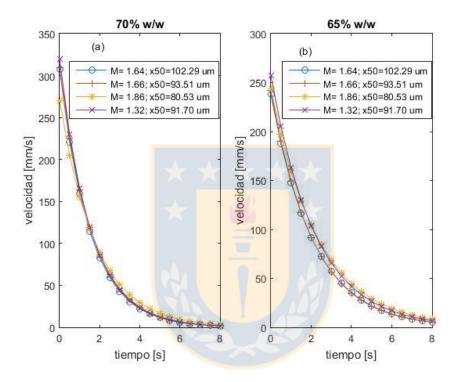


Figura 9.6 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 3 y mezclas polidispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

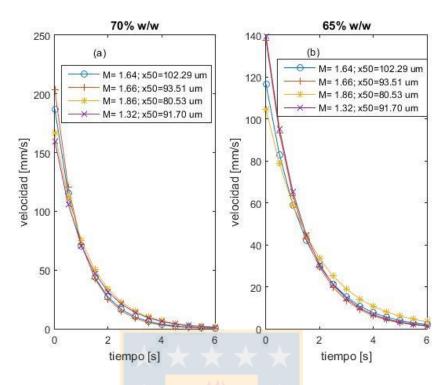


Figura 9.7 Velocidad ("eje X") en f<mark>u</mark>nción d<mark>el tiempo para u</mark>n ángulo 3 y mezclas polidispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

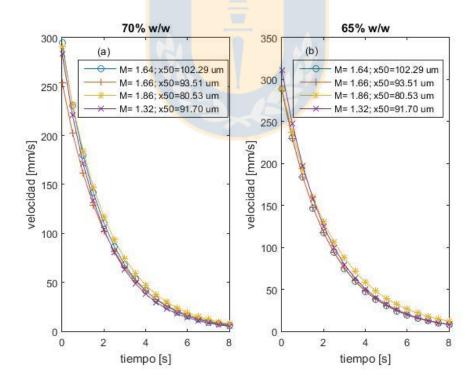


Figura 9.8 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 5 y mezclas polidispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

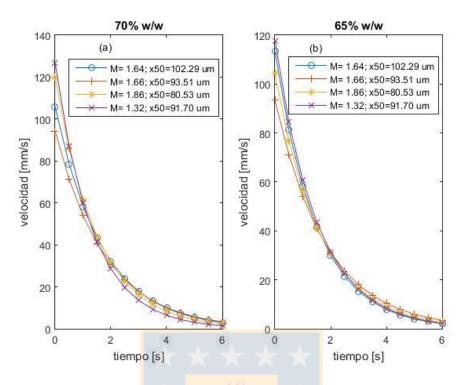


Figura 9.9 Velocidad ("eje X") en f<mark>u</mark>nción d<mark>el tiempo para u</mark>n ángulo 5 y mezclas polidispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

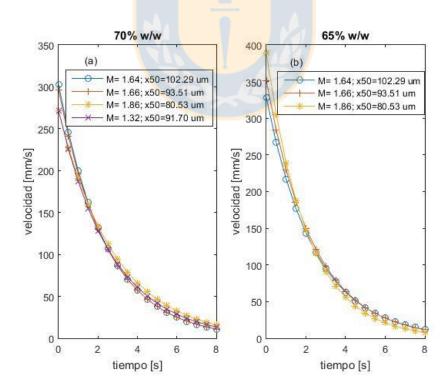


Figura 9.10 Velocidad ("eje Y") en función del tiempo para un ángulo 7 y mezclas polidispersas: a), b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

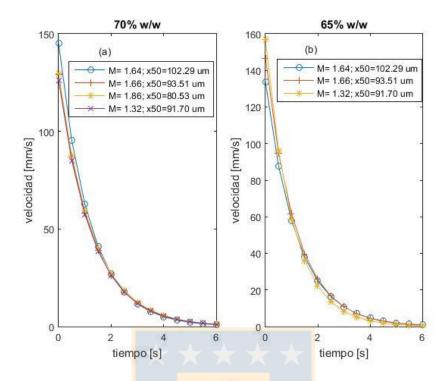


Figura 9.11 Velocidad ("eje X") en función del tiempo para un ángulo 7 y mezclas polidispersas: a) ,b) para 70%w/w y 65%w/w respectivamente.

No se puede observar grandes diferencias de velocidad entre las mezclas polidispersas debido que no existen diferencias de tamaño y distribución. Al disminuir el porcentaje de sólidos en la alimentación, las capas tienen mayores  $Ky\tau$ , pero nuevamente se comportan las cuatro distribuciones de manera similar.

ANEXO C. 5 Altura, Razón A/L y porcentaje de recuperación de agua para las pruebas realizadas

Se les asignan las siguientes letras a las mezclas utilizadas:

| Mezclas                           |   |
|-----------------------------------|---|
| 100% AD100                        | Α |
| 100% AF150                        | В |
| 100% AG200                        | С |
| 50% AD100 – 25% AF150 – 25% AG200 | D |
| 50% AF150 – 25%AD100 – 25% AG200  | E |
| 50% AG200 – 25% AD100 – 25% AF150 | F |
| 33.3% (AD100 + AF150 + AG200)     | G |

Tabla 9.1. Altura, Razón A/L y porcentaje de recuperación de agua para las pruebas realizadas

|    |        |        |                   | A A                       |            |            |
|----|--------|--------|-------------------|---------------------------|------------|------------|
| N° | Mezcla | ángulo | % sólido s<br>w/w | Altura (mm)               | A/L        | %R- AGUA   |
| 1  | А      | 3      | 70                | 3.11111111                | 0.44       | 28.1666667 |
| 2  | В      | 3      | 70                | 3.0130026 <mark>4</mark>  | 0.40651182 | 21.9       |
| 3  | С      | 3      | 70                | 1.97232335                | 0.38847606 | 18.3333333 |
| 4  | D      | 3      | 70                | 2.3330676 <mark>1</mark>  | 0.41235819 | 24         |
| 5  | Е      | 3      | 70                | 2.282777 <mark>5</mark> 3 | 0.40194954 | 26         |
| 6  | F      | 3      | 70                | 2.2180349                 | 0.42847755 | 22.7       |
| 7  | G      | 3      | 70                | 2.21062756                | 0.4042913  | 25.0333333 |
| 8  | Α      | 5      | 70                | 2.47783138                | 0.31011322 | 33.2666667 |
| 9  | В      | 5      | 70                | 2.79023577                | 0.28885487 | 30.7533333 |
| 10 | С      | 5      | 70                | 1.94686701                | 0.2751732  | 22.95      |
| 11 | D      | 5      | 70                | 2.07777318                | 0.29571103 | 32.9666667 |
| 12 | E      | 5      | 70                | 2.09560098                | 0.30177045 | 31.1666667 |
| 13 | F      | 5      | 70                | 1.99266438                | 0.28127145 | 30.4       |
| 14 | G      | 5      | 70                | 2.27047358                | 0.30061568 | 31         |
| 15 | Α      | 7      | 70                | 2.23266592                | 0.24377356 | 30.3333333 |
| 16 | В      | 7      | 70                | 2.18465511                | 0.22061265 | 29.6666667 |
| 17 | С      | 7      | 70                | 1.58916275                | 0.2        | 24.5666667 |
| 18 | D      | 7      | 70                | 1.72447374                | 0.23761743 | 30.7       |
| 19 | E      | 7      | 70                | 1.77658807                | 0.2246897  | 32.6       |
| 20 | F      | 7      | 70                | 1.73741535                | 0.21571318 | 31.8       |
| 21 | G      | 7      | 70                | 1.87833038                | 0.22087647 | 33.4       |
| 22 | Α      | 3      | 65                | 2.36657464                | 0.41       | 38.7519009 |
| 23 | В      | 3      | 65                | 2.5636561                 | 0.34669252 | 35.5746252 |
| 24 | С      | 3      | 65                | 1.88124689                | 0.3        | 32.6996198 |

| 25 | D | 3 | 65 | 2.08295516 | 0.34319395 | 41.4946774 |
|----|---|---|----|------------|------------|------------|
| 26 | E | 3 | 65 | 2.28267905 | 0.35480571 | 36.4164675 |
| 27 | F | 3 | 65 | 1.68540224 | 0.31888615 | 40         |
| 28 | G | 3 | 65 | 1.87740214 | 0.32533672 | 40.5985227 |
| 29 | Α | 5 | 65 | 2.43282195 | 0.28896391 | 44         |
| 30 | В | 5 | 65 | 2.38281225 | 0.2742864  | 42         |
| 31 | С | 5 | 65 | 1.41033065 | 0.21075818 | 36.4979361 |
| 32 | D | 5 | 65 | 1.74137127 | 0.26525752 | 41.168803  |
| 33 | E | 5 | 65 | 1.73053036 | 0.2645258  | 39.2678688 |
| 34 | F | 5 | 65 | 1.46255746 | 0.23473311 | 42.5266131 |
| 35 | G | 5 | 65 | 1.46901923 | 0.25991433 | 41.4766558 |
| 36 | Α | 7 | 65 | 1.85911124 | 0.23       | 41.6       |
| 37 | В | 7 | 65 | 1.71007822 | 0.19424998 | 40.5442103 |
| 38 | D | 7 | 65 | 1.32559188 | 0.20050622 | 45.1336085 |
| 39 | E | 7 | 65 | 1.35709411 | 0.20410597 | 42.3093635 |
| 40 | G | 7 | 65 | 1.33295249 | 0.19973571 | 43.0425809 |

