

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



Profesor Guía:

Dr. Juan A. Tapia L.

Tesis para optar al grado de:

**Magíster en Ciencias de la
Ingeniería con Mención en
Ingeniería Eléctrica**

**Análisis de una Máquina de Inducción Trifásica de
Flujo Axial con Rotor Anisotrópico**

Concepción, agosto de 2018

Mario Alejandro Tapia Montero

Tesis de Grado

Programa

Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Eléctrica

Título

Análisis de una Máquina de Inducción Trifásica de Flujo Axial con Rotor Anisotrópico

Alumno

Mario Alejandro Tapia Montero

Profesor Guía

Juan Antonio Tapia Ladino

Comisión Evaluadora

Prof. Juan Tapia Ladino

Prof. Leonardo Palma Fanjul

Evaluador Externo

Prof. Werner Jara Montecinos

Resumen

En la presente Tesis se analiza un motor eléctrico para aplicaciones mineras, que requieran operar a baja velocidad y alto torque, en el marco del proyecto FONDEF IT16M10005.

El objetivo principal es realizar una descripción analítica del funcionamiento de un motor de inducción trifásico de flujo axial y rotor anisotrópico desarrollado en la Universidad de Concepción. Para esto, el estudio se centra en desarrollar las ecuaciones de diseño y análisis de la máquina en función de los parámetros geométricos y constructivos del motor.

En primer lugar, se realiza la descripción de las características generales del motor de flujo axial y de las propiedades anisotrópicas del rotor, como lo son la configuración axial de doble estator con rotor central y la anisotropía presente en este último.

Luego, se lleva a cabo la determinación del circuito magnético a través del cálculo del factor de Carter y la corriente de magnetización de la máquina utilizando expresiones analíticas. Esto con tal de encontrar un punto de operación para un determinado número de vueltas por fase que considere una baja corriente de magnetización y alta eficiencia.

Además, se realiza el modelamiento en coordenadas cartesianas utilizando las ecuaciones de Maxwell para un estudio más detallado de la operación de la máquina. En particular, se resuelve el sistema de ecuaciones asociado a un modelo por capas, en donde cada capa representa una región específica del motor. A cada una de estas regiones se le asocia la ecuación de Poisson o Laplace, según sea el caso, en términos del Vector Potencial Magnético y se establece un vínculo entre estas y el circuito equivalente de la máquina, con tal de simular la operación a voltaje constante.

Finalmente, se lleva a cabo la validación de los resultados mediante un modelo bidimensional en elementos finitos desarrollado con el software Flux v12 by Cedrat. El motor desarrolla un torque de 758 [Nm] a velocidad nominal con una eficiencia de 93%.

Agradecimientos

A mis padres Elcira y Mario, por darme la vida y amarme como solo los padres pueden hacerlo.

A mi hermanita Rocío, que me alegra con su sonrisa, alegría y compañía desde siempre.

A Alejandra, por tanto amor, cariño y felicidad, los cuales han sido esenciales en esta etapa de mi vida.

A Dream Theater, Guns N' Roses, Metallica, Megadeth, Audioslave, Alice in Chains, Jamiroquai, AC/DC, Eruca Sativa y tantas otras bandas que acompañaron días enteros trabajando en esta Tesis.

Al Proyecto FONDEF- IT16M100005, “Desarrollo, Evaluación y Validación Tecnológica a Escala Semi-Industrial de un Motor Eléctrico de Alto Rendimiento para Aumentar la Producción y Mejorar la Eficiencia Energética en Minería” por el apoyo en la realización de esta Tesis.

Finalmente, agradezco al profesor Juan Tapia por su excelente disposición para resolver las dudas que surgieron en este trabajo y por la oportunidad de explorar tan fascinante área de la Ingeniería Eléctrica.

Tabla de Contenidos

RESUMEN.....	III
LISTA DE TABLAS	VII
LISTA DE FIGURAS	VIII
NOMENCLATURA.....	XI
ABREVIACIONES	XIII
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
1.2. HIPÓTESIS	2
1.3. OBJETIVOS	2
1.3.1 <i>Objetivo General</i>	2
1.3.2 <i>Objetivos Específicos</i>	2
1.4. METODOLOGÍA	2
1.5. ALCANCES	3
1.6. RECURSOS.....	3
CAPÍTULO 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	4
2.1. MÁQUINAS DE FLUJO AXIAL.....	4
2.2. COMPARACIÓN ENTRE LA MFA Y MFR.....	5
2.3. MÁQUINA EN ESTUDIO	8
2.4. CONDUCTOR ANISOTRÓPICO	11
2.5. CONSTRUCCIÓN DEL ROTOR.....	12
2.6. RESOLUCIÓN MEDIANTE MÉTODO ANALÍTICO Y ELEMENTOS FINITOS	16
2.7. DISCUSIÓN	18
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DEL CIRCUITO MAGNÉTICO.....	20
3.1. FACTOR DE CARTER.....	20
3.2. CIRCUITO MAGNÉTICO	23
3.3. CIRCUITO MAGNÉTICO-ELÉCTRICO EQUIVALENTE	26
3.4. NÚMERO DE VUELTAS DEL BOBINADO Y CORRIENTE DE MAGNETIZACIÓN	29
3.5. CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS	30
3.6. DISCUSIÓN	33
CAPÍTULO 4. DISTRIBUCIÓN DE CORRIENTES EN ROTOR.....	34
4.1. MODELO MULTICAPA	34
4.2. MODELAMIENTO ANALÍTICO CON ECUACIONES DE MAXWELL	40
4.3. CONDICIONES DE BORDE	44
4.4. TORQUE	46
4.5. PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE	46
4.6. DISCUSIÓN	52
CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN, RESULTADOS Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.....	54
5.1. NÚMERO DE VUELTAS, CORRIENTE DE MAGNETIZACIÓN Y EFICIENCIA	54
5.2. VERIFICACIÓN Y RESULTADOS.....	57
5.3. DESAJUSTE DE LA POSICIÓN DEL ROTOR.....	69
5.4. INDISPONIBILIDAD DE UNO DE LOS ESTADORES	73

5.5. CAMBIO EN LAS DIMENSIONES DEL ROTOR.....	81
5.6. DISCUSIÓN	87
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES.....	89
6.1. SUMARIO.....	89
6.2. CONCLUSIONES	89
6.3. TRABAJO FUTURO.....	91
BIBLIOGRAFÍA.....	93
ANEXO CÓDIGO MATLAB	97



Lista de Tablas

Tabla 2.1 Identificación de las piezas de la Fig. 2.7.	10
Tabla 2.2 Características de un conductor anisotrópico [10].	12
Tabla 5.1 Características de los conductores utilizados en la evaluación [20].	55
Tabla 5.2 Datos del motor.	57
Tabla 5.3 Parámetros del circuito equivalente.	58
Tabla 5.4 Comparación de parámetros del circuito equivalente entre operación normal e indisponibilidad de estator.	74
Tabla 5.5 Comparación de parámetros del circuito equivalente entre operación normal y distintos anchos de rotor.	82

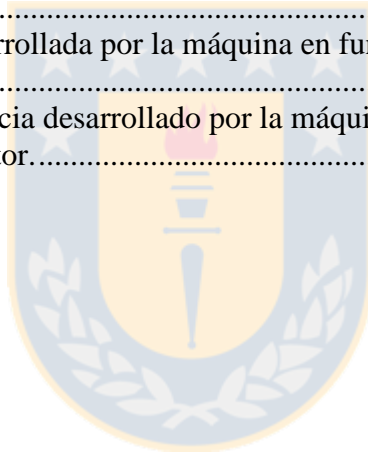


Lista de Figuras

Fig. 2.1 Configuraciones para máquinas de flujo axial y flujo radial [3]	4
Fig. 2.2 Máquina de flujo radial sincrónica con imanes permanentes [2].	6
Fig. 2.3 Máquina de flujo axial sincrónica con imanes permanentes [2].....	6
Fig. 2.4 Torque y densidad de torque electromagnético de una MFR en función de λ , para distinto número de polos [2].....	7
Fig. 2.5 Torque y densidad de torque electromagnético de una MFA en función de λ , para distinto número de polos [2].....	7
Fig. 2.6 Configuraciones básicas para una máquina de flujo axial [5].	9
Fig. 2.7 Despiece del motor en estudio.	9
Fig. 2.8 Rotor de la máquina.	10
Fig. 2.9 Comportamiento del flujo magnético para estructuras con ranuras profundas [7],	11
Fig. 2.10 Conductor anisotrópico [10].	13
Fig. 2.11 Empaque de las varillas hexagonales que contienen los alambres de acero [9].	14
Fig. 2.12 Proceso de construcción del rotor [9].	15
Fig. 2.13 Matriz anisotrópica del rotor.....	16
Fig. 2.14 Comparación de fuerza desarrollada por motor de inducción lineal en función del deslizamiento, obtenida a través de experimentación (*) y ecuaciones de campo (línea continua) [14].	18
Fig. 2.15 Comparación de torque desarrollado por motor de inducción de flujo axial en función del deslizamiento, obtenida a través de ecuaciones de campo, FEA y experimentación [23].	18
Fig. 3.1 Densidad de flujo magnético frente a la ranura [16].	20
Fig. 3.2 Comportamiento del flujo magnético en presencia de dientes [17].....	20
Fig. 3.3 Dientes de estator de la máquina prototipo (dimensiones en [mm]).	21
Fig. 3.4 Geometría de diente para cálculo del factor de Carter [17].	22
Fig. 3.5 Piezas magnéticamente activas.	23
Fig. 3.6 Camino del flujo magnético en la máquina.	24
Fig. 3.7 Circuito magnético de la máquina prototipo.....	26
Fig. 3.8 Circuito magnético-eléctrico equivalente de la máquina prototipo.	27
Fig. 3.9 Curva B-H para Fierro M400-50A 50 [Hz] [18].	28
Fig. 3.10 Geometría básica de una bobina de estator.....	32
Fig. 4.1 Representación gráfica de la máquina en la que se basa el modelo analítico para realizar los cálculos,	35
Fig. 4.2 Representación equivalente del conjunto diente-ranura como una región homogénea de características anisotrópicas.....	37
Fig. 4.3 Curva B-H y selección de permeabilidad relativa axial del rotor.....	39
Fig. 4.4 Selección de permeabilidad relativa axial del rotor.....	40
Fig. 4.5 Conexión Estrella en paralelo de cada estator con la red.	47
Fig. 4.6 Circuito equivalente de la máquina de inducción [28].	47

Fig. 5.1 Secuencia de pasos ejecutados por el código.....	54
Fig. 5.2 Eficiencia en función de la densidad de flujo máxima en el entrehierro, para distintos calibres de conductor.....	56
Fig. 5.3 Número de vueltas por fase por estator en función de la corriente de magnetización de la máquina.....	56
Fig. 5.4 Modelo de elementos finitos en 2D.....	60
Fig. 5.5 Distribución espacial de la densidad de corriente impuesta en región de estator para deslizamiento de 2%.....	61
Fig. 5.6 Distribución espacial del módulo del Vector Potencial Magnético para deslizamiento unitario.....	62
Fig. 5.7 Distribución espacial de densidad de corriente inducida en rotor para el centro ($y=h_{III}+0.5*(h_{IV}-h_{III})$) y un extremo ($y=h_{III}$).....	63
Fig. 5.8 Mapa de colores de la densidad de corriente inducida en rotor.....	64
Fig. 5.9 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento.....	65
Fig. 5.10 Corriente demandada por el motor en función del deslizamiento.....	66
Fig. 5.11 Eficiencia en función del deslizamiento.....	67
Fig. 5.12 Factor de potencia en función del deslizamiento.....	67
Fig. 5.13 Resistencia y reactancia de dispersión de rotor referidas a estator en función del deslizamiento.....	68
Fig. 5.14 Fuerza axial media ejercida sobre el rotor en función del deslizamiento.....	69
Fig. 5.15 Desajuste de la posición central del rotor,.....	70
Fig. 5.16 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.....	70
Fig. 5.17 Corriente demandada por el motor en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.....	71
Fig. 5.18 Eficiencia en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.....	71
Fig. 5.19 Factor de potencia en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.....	72
Fig. 5.20 Fuerza axial media ejercida sobre el rotor en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.....	72
Fig. 5.21 Circuito equivalente de la máquina para condición de indisponibilidad de un estator.....	74
Fig. 5.22 Circuito equivalente de la máquina, conformado por dos circuitos independientes.....	75
Fig. 5.23 Mapa de colores de la distribución espacial de corriente inducida en rotor para operación con un estator,.....	76
Fig. 5.24 Comparación de resistencia rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	77
Fig. 5.25 Comparación de reactancia de dispersión rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	77
Fig. 5.26 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	79
Fig. 5.27 Corriente demandada por la máquina (por estator) en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	79

Fig. 5.28 Eficiencia desarrollada por la máquina en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	80
Fig. 5.29 Factor de potencia desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	80
Fig. 5.30 Fuerza axial media ejercida sobre el rotor en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.....	81
Fig. 5.31 Desajuste de la posición central del rotor,	82
Fig. 5.32 Comparación de resistencia rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con distinto ancho de rotor.	83
Fig. 5.33 Comparación de reactancia de dispersión rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con distinto ancho de rotor.	84
Fig. 5.34 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.....	85
Fig. 5.35 Corriente demandada por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.....	86
Fig. 5.36 Eficiencia desarrollada por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.....	86
Fig. 5.37 Factor de potencia desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.....	87



Nomenclatura

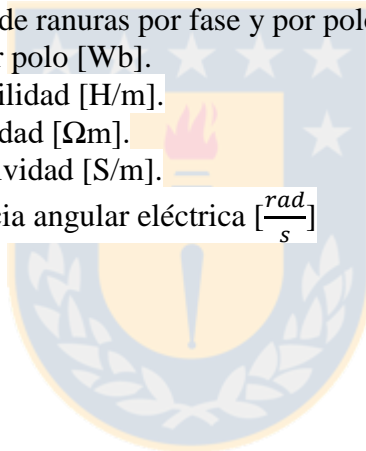
Vectores

A	: Vector potencial magnético [T/m].
B	: Densidad de flujo magnético [T].
E	: Intensidad de campo eléctrico [V/m].
H	: Intensidad de campo magnético [A/m].
J	: Densidad de corriente [A/m ²].
r	: Radio [mm]
T	: Torque [Nm]

Escalares

O	: Apertura del diente [m].
o'	: Apertura efectiva del diente [m].
γ_{Cu}	: Densidad del cobre [kg/m ³].
γ_{Fe}	: Densidad del hierro [kg/m ³].
W_{Cu}	: Masa de cobre [kg].
W_{Fe}	: Masa de hierro [kg].
D_i	: Diámetro interno [m].
D_o	: Diámetro externo [m].
F_{Total}	: Fuerza magnetomotriz de excitación [A-vuelta].
I_{fase}	: Corriente de fase [A_{rms}].
I_{mag}	: Corriente de magnetización [A_{rms}].
h_D	: Altura de diente [m].
L_D	: Largo de diente [m].
N_b	: Número de vueltas por bobina.
T_d	: Torque electromagnético medio [Nm].
a_R	: Ancho de rotor [m].
a_r	: Ancho de ranura [m].
a_y	: Ancho de yugo [m].
d_{Cu}	: Diámetro de un conductor de cobre [m].
k_C	: Factor de Carter.
k_{Cr}	: Factor de Carter de rotor.
k_{Cs}	: Factor de Carter de estator.
k_d	: Factor de distribución.
k_p	: Factor de acortamiento.
k_s	: Factor de oblicuamiento.
k_w	: Factor de devanado.
τ_u	: Paso de bobina.

τ_p	: Paso polar.
τ	: Largo de paso polar [m].
τ_s	: Largo de paso de ranura [m].
δ	: Largo de entrehierro [m].
δ_e	: Largo de entrehierro equivalente [m]
J	: Densidad de corriente volumétrica [A/m^2].
K	: Densidad de corriente superficial [A/m].
N	: Número de vueltas por fase.
P	: Número de pares de polos.
Z	: Número de ranuras de estator.
a	: Espesor de aislación [m].
f	: Frecuencia [Hz].
m	: Número de fases.
p	: Número de polos.
q	: Número de ranuras por fase y por polo.
Φ	: Flujo por polo [Wb].
μ	: Permeabilidad [H/m].
ρ	: Resistividad [Ωm].
σ	: Conductividad [S/m].
ω	: Frecuencia angular eléctrica [$\frac{rad}{s}$]



Abreviaciones

Mayúsculas

DC	: Corriente continua.
MIFA	: Máquina(s) de inducción de flujo axial.
MIJA	: Máquina(s) de inducción jaula de ardilla.
MFA	: Máquina(s) de flujo axial.
MFR	: Máquina(s) de flujo radial.
EF	: Elementos finitos.
FEA	: Finite Element Analysis (Análisis de elementos finitos).



Capítulo 1. Introducción

1.1. Introducción General

Los procesos industriales, y en particular los mineros, requieren operar motores eléctricos a baja velocidad para así poder accionar cargas de gran inercia (agitadores, espesadores, molinos, etc.). Sin embargo por cuestiones de eficiencia, capacidad de torque, y disponibilidad en el mercado, las velocidades de operación que ofrecen los motores tradicionales resultan extremadamente altas por lo que no pueden ser conectados directamente en el eje de la carga y deben utilizarse en conjunto con dispositivos mecánicos como cajas reductoras o correas. La eliminación de estos dispositivos reduce los costos de instalación y mantención e incrementa la confiabilidad y eficiencia del accionamiento [1] al prescindir del sistema de engranajes.

Se requiere por lo tanto que el motor utilizado posea un alto número de polos para accionar la carga de forma directa y así obtener velocidades menores. Las máquinas tradicionales (de flujo radial) pueden ser diseñadas con un alto número de polos, sin embargo, su desempeño resulta bajo [1], por lo que se prefiere la utilización de motores de mayor velocidad en conjunto con cajas reductoras.

En esta Tesis de Magíster se presenta un rotor con característica anisotrópica, lo que se traduce en una alta permeabilidad en dirección axial (facilitando la circulación del flujo mutuo) y una baja permeabilidad en direcciones tangencial y radial (disminuyendo así el flujo de dispersión). Esto permite que la capacidad de torque de la máquina aumente, operando con menor ruido y ripple comparado con los motores tradicionales [10]. Adicionalmente, la corriente inducida en este rotor, a diferencia del motor de inducción tradicional, circula tanto por el cobre como por el hierro, lo que implica un mejor aprovechamiento del material activo.

Combinando las ventajas de la configuración axial con las de un rotor de características anisotrópicas, se obtiene una máquina que resulta atractiva para la

industria, tomando en cuenta la mejora en eficiencia, confiabilidad y capacidad de torque que se obtienen al comparar con la topología convencional.

1.2. Hipótesis

A partir de la solución de las ecuaciones de Maxwell para baja frecuencia es posible determinar la distribución de campo magnético y la corriente inducida en un rotor anisotrópico de un motor de inducción trifásico de flujo axial, utilizando un modelo bidimensional.

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Analizar y evaluar el desempeño de un motor de inducción de flujo axial con rotor anisotrópico de baja velocidad y alto torque.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Establecer el estado del arte en la literatura especializada, de los accionamientos de baja velocidad y alto torque.
- Determinar las expresiones analíticas de la distribución de flujo magnético.
- Deducir la expresión de la densidad de corriente inducida en el rotor anisotrópico.
- Validación de los resultados mediante método de elementos finitos.
- Análisis del desempeño de la máquina de flujo axial en función de los parámetros de diseño del rotor.

1.4. Metodología

El trabajo se desarrolla mediante búsqueda de información y aplicación de ecuaciones clásicas del electromagnetismo a un modelo simplificado de la máquina en estudio. Se utiliza software matemáticos para obtener y analizar resultados.

1.5. Alcances

El estudio se refiere al análisis de un modelo simplificado de máquina eléctrica de flujo axial de 25HP y 240RPM desarrollado en el marco del proyecto FONDEF IT16M10005. La investigación no involucra análisis de calentamiento o esfuerzo mecánico sobre las piezas activas del motor.

1.6. Recursos

- Se dispone de lugar de trabajo con computador y conexión a internet en el Laboratorio de Ensayo de Máquinas Eléctricas.
- Se dispone de acceso a la plataforma IEEE Xplore para búsqueda de información.
- Características del computador:
 - Windows 7 Professional, 64-bit
 - Intel Core i7-3770 CPU 3.40GHz
 - 8 GB memoria RAM
 - Tarjeta de video Nvidia Quadro 600
 - Software licenciado de elementos finitos Flux 2D/3D v12, análisis matemático MATLAB R2013b y edición Office 2013.
- Beca de Tesista por parte del proyecto.

Capítulo 2. Revisión bibliográfica

2.1. Máquinas de flujo axial

Las máquinas de flujo axial (MFA) se diferencian principalmente de las máquinas de flujo radial (MFR) en que el flujo cruza el entrehierro en dirección axial mientras que la sección activa de los bobinados se dispone de forma radial y que tanto el rotor como el estator tienen forma de disco. La Fig. 2.1 muestra la topología de ambas máquinas. En este sentido, la cantidad de polos de una máquina de inducción jaula de ardilla (MIJA) varía normalmente de 2 a 8, mientras que en una máquina de inducción de flujo axial (MIFA) este valor corresponde a 12 o más [3]. Esto implica que la MIFA opera típicamente en un rango de velocidad inferior a 500 [rpm].

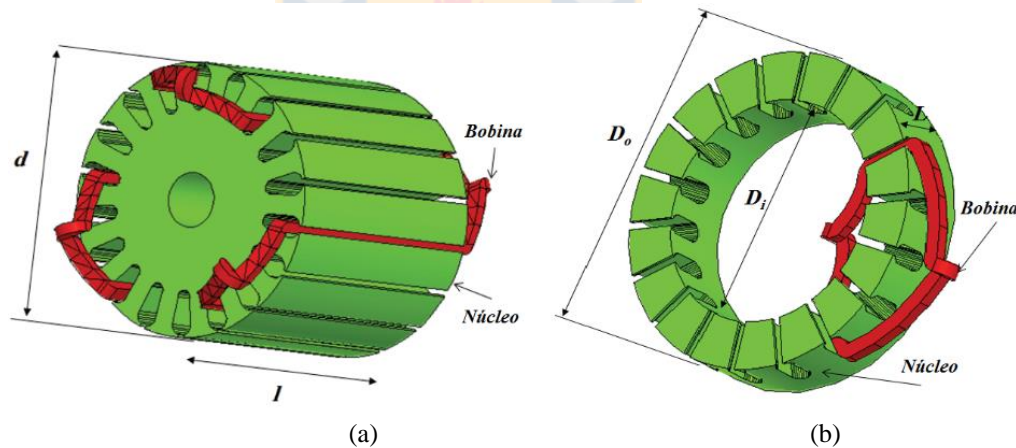


Fig. 2.1 Configuraciones para máquinas de flujo axial y flujo radial [3]

(a) Máquina de flujo radial, (b) Máquina de flujo axial.

Dentro de las características de la topología axial se encuentran [4]:

- El grado de saturación entre rotor y estator son similares. Esto no ocurre en las MFR, ya que el diente y yugo de rotor se encuentran más saturados que el diente y yugo de estator, dado su diámetro menor. Esto hace que las máquinas de topología axial presenten un mejor aprovechamiento del hierro activo.

- La disposición de los devanados de estator hace que la transferencia de calor hacia la carcasa sea a través de un pequeño entrehierro, es decir, el calor se disipa más rápidamente y con mayor facilidad hacia el medioambiente. Este factor es beneficioso tomando en cuenta la baja velocidad nominal de operación que requiere la aplicación, lo cual dificulta la evacuación del calor.
- Poseen una densidad de potencia mayor, lo que permite el aprovechamiento del material activo de la máquina [5].
- Su forma plana puede ser una ventaja en diversas aplicaciones donde el espacio para el motor sea limitado (automóviles, electrodomésticos, etc.) [5].

2.2. Comparación entre la MFA y MFR

Además de las diferencias tecnológicas y de manufactura, es interesante comparar las MFRs y MFAs para distinguir cuándo estas últimas presentan potenciales ventajas. Una comparación general entre MFRs y MFAs no puede realizarse, debido al gran número de soluciones técnicas posibles. Es por esto que en [2], se presenta un procedimiento para comparar un MFR con un estator externo y un rotor interno con un MFA con dos estatores y un rotor central (configuración *sándwich*), ambas sincrónicas de imanes permanentes montados en la superficie. Las máquinas son mostradas en Fig. 2.2 y Fig. 2.3. Con tal de comparar los motores bajo una misma base, se mantienen constantes el volumen total del motor, las pérdidas por unidad de superficie, la densidad de flujo en dientes, yugo y entrehierro y la velocidad de rotación. De esta manera los parámetros a variar corresponden a λ y λ_D , los cuales están definidos respectivamente por,

$$\lambda = \frac{L}{D_o} \quad (2.1)$$

$$\lambda_D = \frac{D_i}{D_o} \quad (2.2)$$

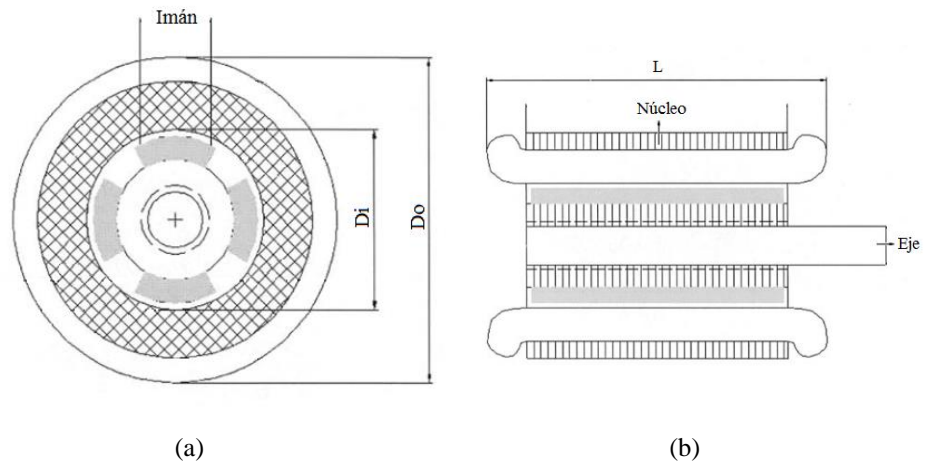


Fig. 2.2 Máquina de flujo radial sincrónica con imanes permanentes [2].

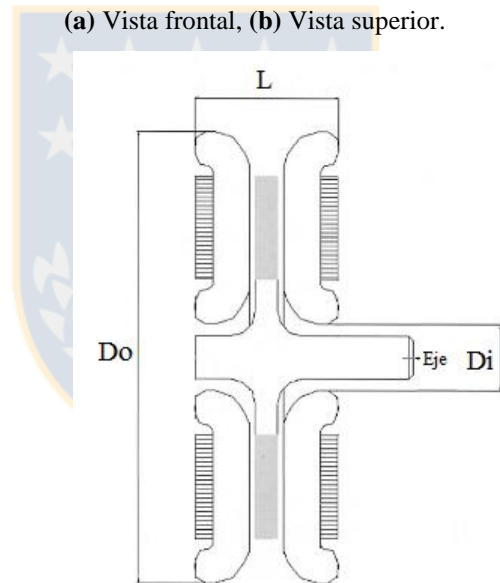


Fig. 2.3 Máquina de flujo axial sincrónica con imanes permanentes [2].

Así, mediante la variación de estos parámetros se busca llegar a la condición que maximiza el torque desarrollado por cada máquina para distinto número de polos. Para máquinas especificadas en el artículo, se obtuvieron los gráficos mostrados en Fig. 2.4 y Fig. 2.5, en donde las discontinuidades observadas corresponden a los casos en que no es posible construir una máquina con esas características. Algunos de estos casos

corresponden a, por ejemplo, la imposibilidad de insertar el eje, la tendencia del largo de estator a cero (MFR) o la condición de ranuras profundas con dientes estrechos (MFA).

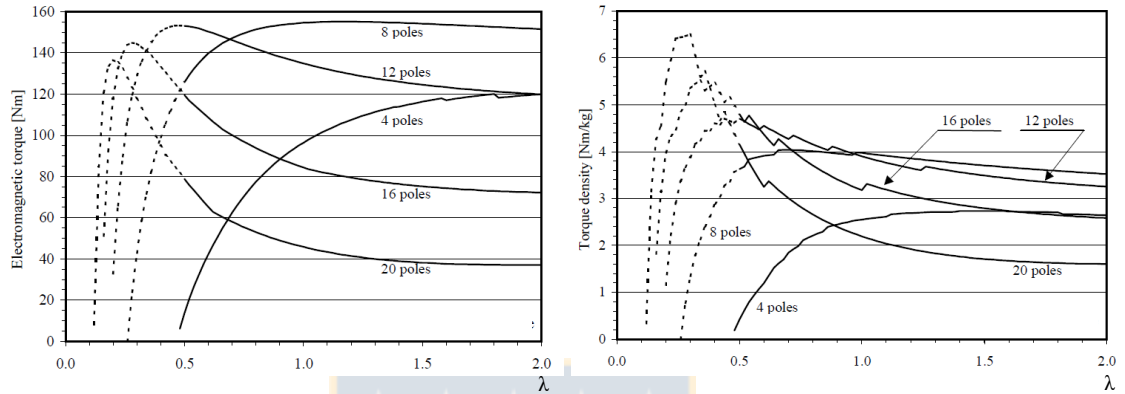


Fig. 2.4 Torque y densidad de torque electromagnético de una MFR en función de λ , para distinto número de polos [2].

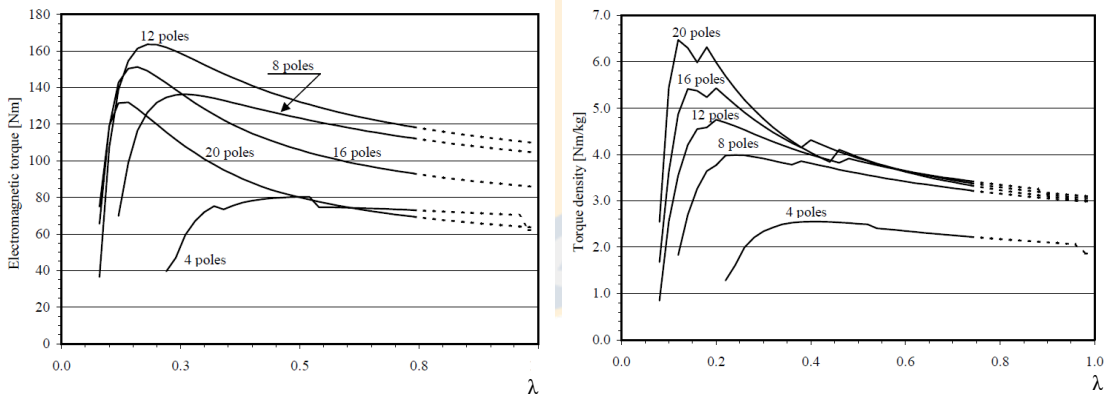


Fig. 2.5 Torque y densidad de torque electromagnético de una MFA en función de λ , para distinto número de polos [2].

De los gráficos anteriores, los autores concluyen lo siguiente:

- Es conveniente el uso de MFR cuando el motor posee un largo axial mayor al diámetro externo ($\lambda > 1$) y el número de polos es (≤ 12). Inicialmente, a medida que el número de polos aumenta, la capacidad de torque mejora. Esto se debe a que se necesita cada vez menos espacio para las cabezas de bobina y por lo tanto se tiene una reducción de los yugos de rotor y estator. Si el número de polos se incrementa aún más (> 12), el torque tiende a decrecer.

- Es conveniente el uso de MFA si el largo axial es pequeño ($\lambda < 0.3$) y el número de polos es alto (≥ 10). Para configuraciones con 8 polos o más, la densidad de torque es mayor que en el caso radial. Sin embargo, para la condición de 4 polos el motor presenta una característica de torque baja debido al largo de las cabezas de bobina.
- En una MFA, a medida que el número de polos aumenta, la densidad de torque sigue aumentando incluso con un alto número de polos. Esto significa que el peso activo de la máquina tiende a decrecer más que el torque electromagnético cuando el número de polos aumenta.
- La relación entre el diámetro interno y externo del núcleo de la máquina depende de la variable que se quiera optimizar, la estructura de la MFA, la carga eléctrica y magnética y el número de polos.

2.3. Máquina en estudio

La topología axial ofrece diversas configuraciones para rotor y estator, algunas de las cuales se muestran en la Fig. 2.6.

Uno de los principales problemas que presenta la configuración rotor – estator mostrada en la Fig. 2.6 (a) es la atracción magnética entre rotor y estator. Esta dificultad puede ser resuelta utilizando alguna de las configuraciones mostradas en la Fig. 2.6 (b) o (c), en donde la construcción de la máquina se enfoca en tener un estator entre dos rotores o un rotor entre dos estatores de tal manera de compensar esta atracción. En el caso de aplicaciones de baja potencia este problema no es grave y puede ser compensado simplemente con el uso de rodamientos de contacto angular adecuados [5].

En particular, la máquina en estudio presenta la configuración mostrada en (c). Esta configuración permite que todo el flujo que atraviesa el rotor participe de la generación de torque, a diferencia de las máquinas tradicionales en donde parte del rotor

(en este caso el yugo) no produce torque [4]. Basado en esta configuración, en la Fig. 2.7 se presenta el despiece del motor, cuyo detalle se muestra en la Tabla 2.1.

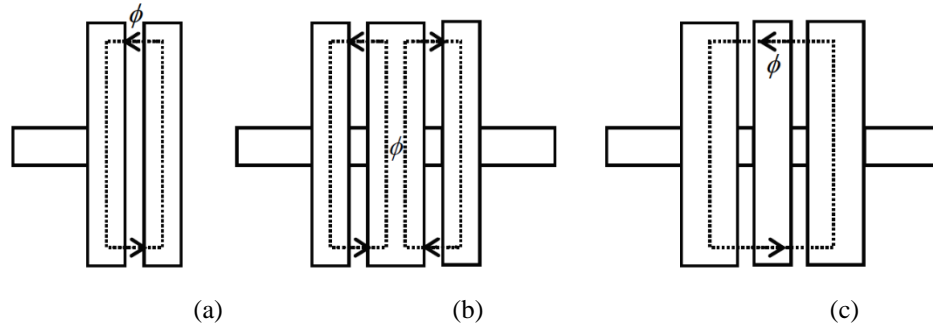


Fig. 2.6 Configuraciones básicas para una máquina de flujo axial [5].

(a) Configuración rotor – estator, (b) Configuración con estator central, (c) Configuración con rotor central.

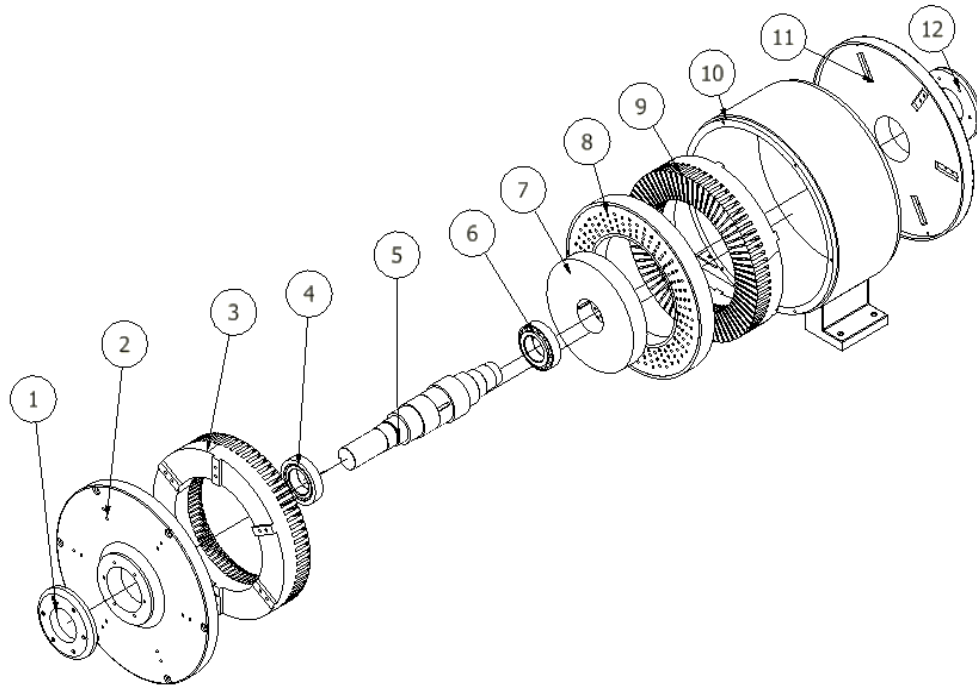


Fig. 2.7 Despiece del motor en estudio.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2.1 Identificación de las piezas de la Fig. 2.7.

Fuente: Elaboración propia.

Números	Pieza
1 y 12	Tapas de las cajas de los rodamientos
2 y 11	Tapas de la carcasa
3 y 9	Estatores
4 y 6	Rodamientos de rodillos cónicos
5	Eje
7	Bocina del rotor
8	Rotor

El rotor de la máquina se presenta en la Fig. 2.8. Su característica principal es que presenta anisotropía para el flujo magnético. Esto quiere decir que la permeabilidad en la dirección axial es mayor a la que existe en la dirección radial y tangencial, facilitando la circulación del flujo magnético entre estatores y limitando (casi eliminando) el flujo de dispersión del rotor.



Fig. 2.8 Rotor de la máquina.

Fuente: Elaboración propia.

Respecto del estator, la diferencia principal con el modelo anterior presentado en [4, 6] radica en la disminución del número de ranuras de 144 a 72 y la disminución de la profundidad de estas. Un número menor de ranuras permite un aumento en el área transversal de los dientes, haciendo que el material se sature con mayor dificultad. La profundidad de la ranura está directamente ligada a la inductancia de dispersión de la máquina [30]. De esta manera, al disminuir la profundidad, la inductancia de dispersión también lo hace (ver Fig. 2.9), permitiéndole a la máquina desarrollar un mayor torque. Por otro lado, la configuración del bobinado propuesta requiere un aumento del diámetro externo de la máquina debido a una mayor longitud de las cabezas de bobina.

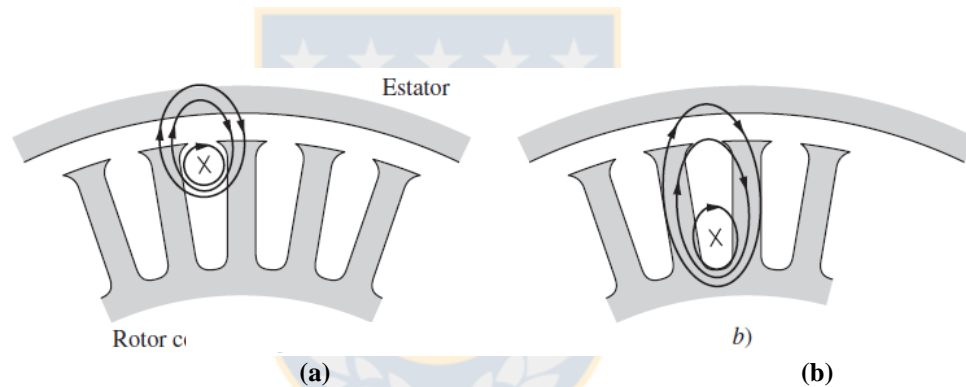


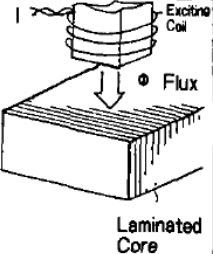
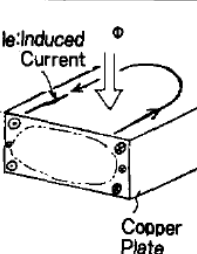
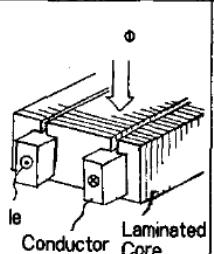
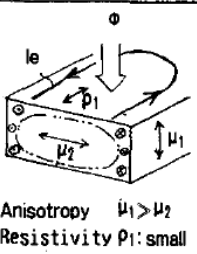
Fig. 2.9 Comportamiento del flujo magnético para estructuras con ranuras profundas [7],
 (a) Conductor situado en parte superior de ranura, (b) Conductor situado en parte inferior de ranura.

2.4. Conductor anisotrópico

El funcionamiento de un conductor anisotrópico se puede explicar con la Tabla 2.2. Si el núcleo solo estuviera conformado por material magnético, el flujo que circularía a través de este sería grande, mas la corriente inducida de bajo valor, debido a la alta resistividad del material y la presencia de laminaciones. En el segundo caso, se requiere de una corriente de magnetización de gran valor para establecer el flujo magnético. Dada la baja resistividad del material, la corriente inducida tiene gran valor. El tercer caso corresponde a la combinación del primer y segundo, que da lugar a la configuración jaula de ardilla. En esta, se dispone de material magnético laminado de alta permeabilidad que evita pérdidas por corrientes parásitas, en conjunto con barras conductoras de baja

resistividad que conducen de buena forma la corriente. Bajo esta configuración, la máquina desarrolla torque de manera adecuada, ya que este surge del producto entre flujo magnético y corriente inducida. Sin embargo, esta característica depende de la forma del conductor y su diseño resulta complejo [10] en comparación con el cuarto caso. En este último, además de un diseño más simple, tanto la corriente como el flujo fluyen de manera libre, y se utiliza el material magnético y el conductor para que circule la corriente.

Tabla 2.2 Características de un conductor anisotrópico [10].

	Laminated Core	Copper Plate	Squirrel Cage	Magnetically Anisotropic Conductor
Construction				 Anisotropy $\mu_1 > \mu_2$ Resistivity ρ_1 : small Skin Depth $= \sqrt{2\rho_1/\mu_2\omega}$
Magnetic flux	large	small (large exciting current)	large	large
Induced Current	small	large	large	large
Remarks	—	—	complicated	current and flux flow freely

El autor en [10] establece que en el cuarto caso, el efecto skin es tal que permite que la corriente circule libremente por el conductor (esto se interpreta como una baja presencia del efecto), hecho que contrasta con lo expuesto en el Capítulo 4. En este último se evidencia que, debido a las dimensiones del rotor, el efecto skin es notorio y afecta tanto el planteamiento de las ecuaciones como la operación en sí.

2.5. Construcción del rotor

El rotor anisotrópico presenta una alta permeabilidad en sentido axial, es decir, en un plano paralelo al eje del motor, mientras que en sentido radial (perpendicular al eje) su permeabilidad disminuye considerablemente. La anisotropía para este rotor se consigue básicamente fabricando una matriz de cobre con alambres de acero eléctrico localizados

uniformemente y distribuidos en la misma dirección de la conducción del flujo magnético. De esta manera, además de la alta permeabilidad en sentido axial se logra una buena conductividad eléctrica en dirección radial y tangencial, ya que el hierro también actúa como conductor [8]. En la Fig. 2.10 se aprecia la construcción del conductor de acero en el disco de cobre, en donde $\mu_r \gg \mu_\theta$. La resistividad ρ no es uniforme dada la presencia tanto de cobre como de acero. Además, se ve afectada por la difusión de átomos entre ambos metales y la soldadura de las uniones [8, 9].

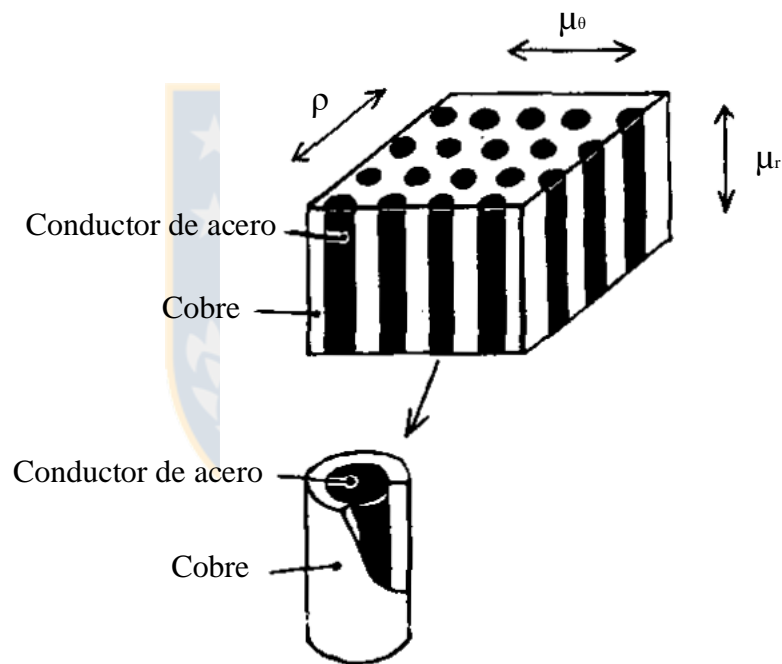


Fig. 2.10 Conductor anisotrópico [10].

La construcción del rotor se llevó a cabo por Outokumpu Copper Research & Development Metal Laboratory en Finlandia, a través de las siguientes etapas [8, 9]:

- Empaque del conjunto Fe-Cu

Se unieron varillas de cobre hexagonales rellenas con alambres de acero de bajo contenido de carbono en un cilindro de cobre. El conjunto de varillas forman el arreglo

hexagonal mostrado en la Fig. 2.11. Todo el cobre utilizado en la construcción del rotor es cobre libre de oxígeno (>99.99% Cu).

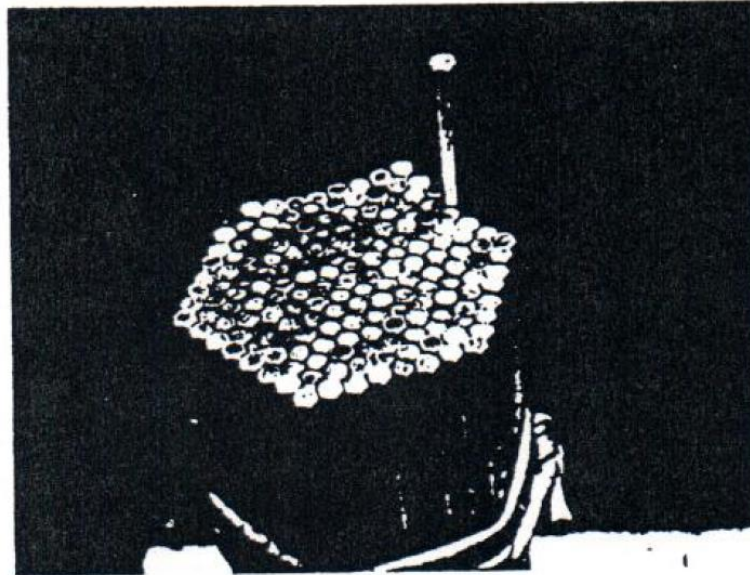


Fig. 2.11 Empaque de las varillas hexagonales que contienen los alambres de acero [9].

- Prensado isostático caliente

El prensado isostático del conjunto se consideró necesario antes de la extrusión para mejorar la cohesión entre los hexágonos de cobre. El proceso incluye el calentamiento a 400 [°C] y el prensado isostático a 150 [MPa] utilizando helio.

- Extrusión

El conjunto Fe-Cu se precalentó a 800 [°C] y se estiró por presión a una velocidad lenta y una razón de reducción de área de 3.3. El principal motivo para una razón de reducción de área muy baja es el gran tamaño del rotor.

- Maquinado y soldado

La barra extruida se sometió a un maquinado plano en dos lados y cortada en varias piezas. Estas se soldaron una al lado de otra con una soldadura de aleación de plata, obteniéndose el arreglo mostrado en la Fig. 2.12 que consta de 16 partes iguales.

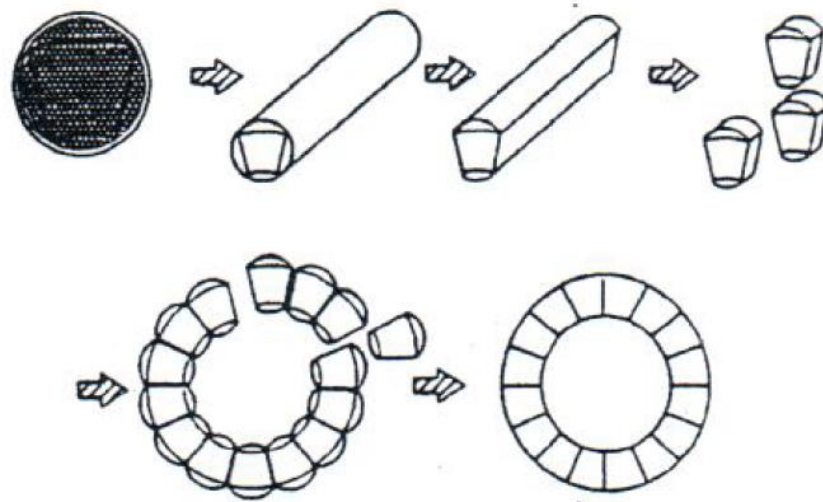


Fig. 2.12 Proceso de construcción del rotor [9].

Finalmente, la matriz anisotrópica que se obtiene a través de este proceso, y cuya relación de área fierro-entrehierro es de un 53.6%, se muestra en la Fig. 2.13.



Fig. 2.13 Matriz anisotrópica del rotor.

Fuente: Elaboración propia.

Se realizaron dos pruebas sobre el rotor, con tal de evaluar cómo afecta la interdifusión de átomos entre cobre y hierro y la soldadura de las uniones a la conductividad eléctrica de la matriz. Los resultados arrojaron que el área de interdifusión y el vacío en la soldadura eran bastante pequeños, con lo que se concluyó que estos no afectan de manera significativa la conductividad de la matriz.

La principal ventaja del uso de un rotor anisotrópico radica en que el hierro también se utiliza como conductor de las corrientes inducidas. Esto, sumado al hecho de que la matriz anisotrópica reduce su inductancia de dispersión prácticamente a cero, permite que el rotor desarrolle un torque mayor en comparación a otros rotores. Adicionalmente, la máquina puede resistir cargas pesadas y disminuir los niveles de ruido y rizado en el torque [6, 10].

2.6. Resolución mediante método analítico y elementos finitos

Actualmente, los métodos numéricos para cómputo de campos entregan resultados precisos, incluyendo saturación del material magnético y análisis de geometrías complejas. Sin embargo, estos demandan bastante tiempo y recursos computacionales,

especialmente para análisis en 3D [11]. Los resultados obtenidos mediante elementos finitos (EF) también son sensibles a la calidad de la malla, la cual influye especialmente al realizar análisis de torque cogging y fuerzas magnéticas desbalanceadas [12]. Por lo tanto, los modelos analíticos son útiles para realizar el diseño inicial y optimización de la máquina, mientras que los métodos numéricos pueden ser utilizados para la validación y obtención de resultados más precisos en un rango más acotado de estudio [12].

En [13] los autores calculan el torque en función de la posición de un motor de reluctancia, encontrando que el modelo analítico es 12 veces más rápido que el numérico. Pese a que la rapidez de un modelo numérico depende de varias variables, entre ellas la densidad de la malla, complejidad de la geometría, tipo de análisis y recursos computacionales, estos resultados confirman que en general su tiempo de cálculo es mayor que el de un método analítico.

Respecto de la precisión del método analítico, esta depende de su complejidad. Esta puede ser aumentada, por ejemplo, al incluir la saturación del material magnético, los armónicos en el voltaje de alimentación o el efecto de las ranuras. En particular, tanto en [14] como en [23] se siguen métodos analíticos similares a los utilizados en esta Tesis para conocer el desempeño de las máquinas, obteniéndose los resultados de las Fig. 2.14 y Fig. 2.15. En estas se evidencia que el error entre la solución analítica de ecuaciones de Maxwell y los resultados experimentales es de un 15% y 10% como máximo respectivamente, confirmando que este método puede ofrecer excelentes resultados desde el punto de vista de la precisión.

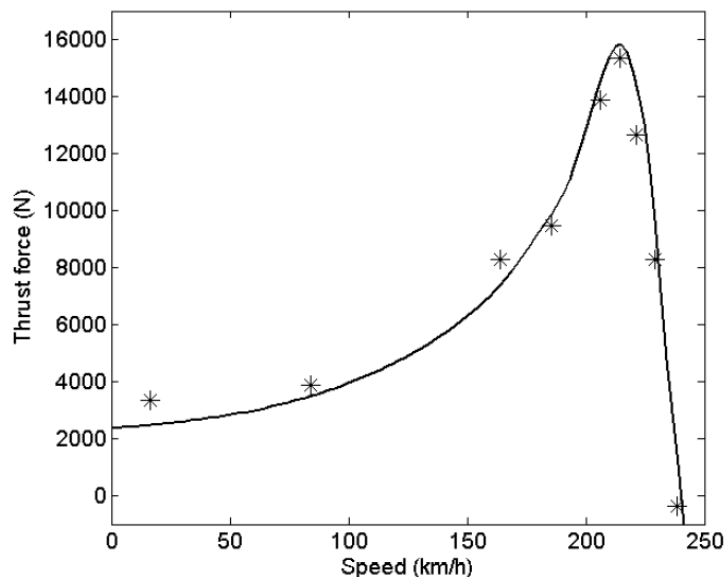


Fig. 2.14 Comparación de fuerza desarrollada por motor de inducción lineal en función del deslizamiento, obtenida a través de experimentación (*) y ecuaciones de campo (línea continua) [14].

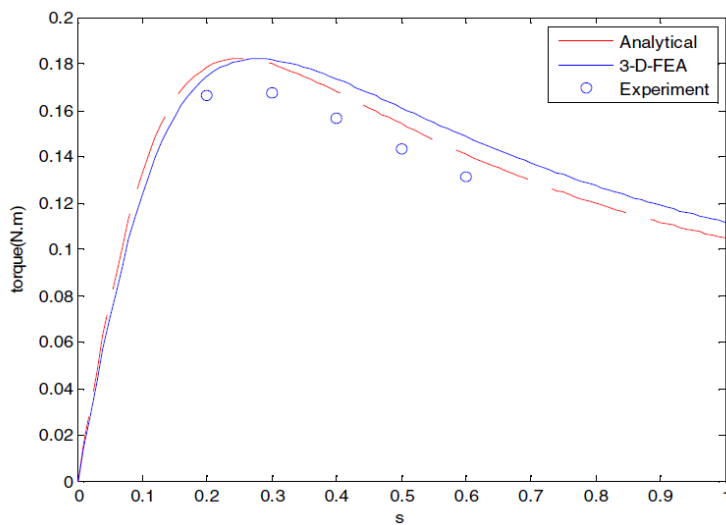


Fig. 2.15 Comparación de torque desarrollado por motor de inducción de flujo axial en función del deslizamiento, obtenida a través de ecuaciones de campo, FEA y experimentación [23].

2.7. Discusión

La utilización de un motor de inducción anisotrópico de flujo axial presenta variadas ventajas por sobre los motores expuestos. En primer lugar, permite la eliminación

de la caja reductora, aumentando así la eficiencia y confiabilidad del accionamiento. Además, dada su condición de motor de inducción, su costo de fabricación es menor al de un motor hidráulico o de imanes permanentes y requiere poca mantención. Sin embargo, la principal desventaja radicaría en la dificultad de construcción de rotor, haciendo que su costo fuera mayor en comparación a un motor de inducción tradicional, lo cual se puede ver compensado al considerar el conjunto motor inducción-caja reductora. Respecto del método analítico utilizado, este posee una notable ventaja frente al método de elementos finitos en cuanto al tiempo de cómputo, debido a que ofrece una precisión adecuada de los resultados.



Capítulo 3. Análisis del circuito magnético

3.1. Factor de Carter

El entrehierro de una máquina eléctrica influye significativamente en el requerimiento de fuerza magnetomotriz de su circuito magnético. La existencia de ranuras dificulta la definición de una densidad de flujo constante, pues esta decae frente a la ranura según se muestra en la Fig. 3.1. En esta zona, el flujo penetra el costado del diente (ver Fig. 3.2) siguiendo el camino de menor reluctancia, con tal de que la caída de fuerza magnetomotriz sea mínima [17].

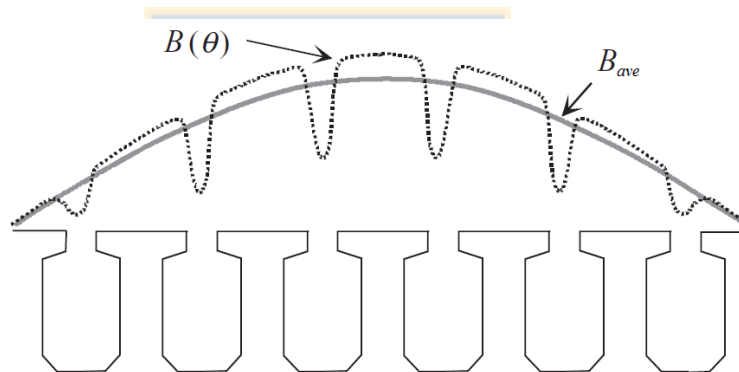


Fig. 3.1 Densidad de flujo magnético frente a la ranura [16].

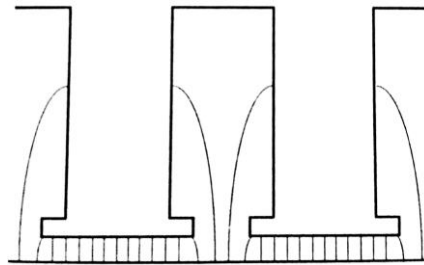


Fig. 3.2 Comportamiento del flujo magnético en presencia de dientes [17].

Mediante el principio de Carter, es posible definir un entrehierro equivalente de longitud mayor al real, que considera el efecto de las ranuras de estator y rotor sobre el

valor medio del flujo magnético por polo [16]. La relación entre ambos entrehierros está dada por,

$$\delta_e = k_C \cdot \delta \quad (3.1)$$

Donde δ_e es el largo de entrehierro equivalente, k_C el factor de Carter y δ el largo de entrehierro real.

En el caso de la máquina prototipo, los dientes de estator presentan la geometría mostrada en la Fig. 3.3. En [17] se presenta una expresión del factor de Carter para este tipo de diente (ver Fig. 3.4) dada por la ecuación,

$$k_{Cs} = \begin{cases} \frac{\tau_s}{\tau_s - \gamma\delta} & , \text{ si } o' < \tau_s \\ \frac{1}{1 - \beta} & , \text{ si } o' > \tau_s \end{cases} \quad (3.2)$$

Donde τ_s es el paso de ranura dado por la ecuación,

$$\tau_s = \frac{\pi D}{Z} \quad (3.3)$$

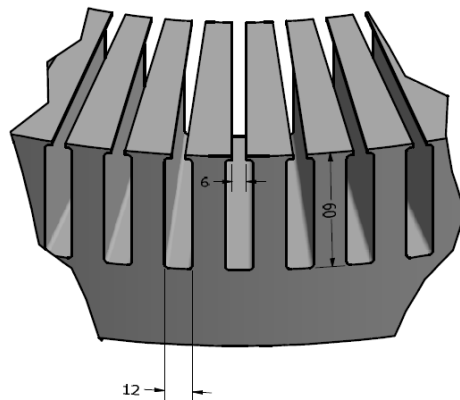


Fig. 3.3 Dientes de estator de la máquina prototipo (dimensiones en [mm]).
Fuente: Elaboración propia.

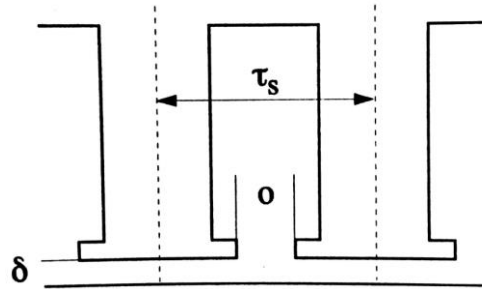


Fig. 3.4 Geometría de diente para cálculo del factor de Carter [17].

La apertura efectiva del diente o' que considera el comportamiento del flujo en esta zona, se define como,

$$o' = \frac{\gamma \delta}{\beta} \quad (3.4)$$

Donde,

$$u = \frac{o}{2\delta} + \sqrt{1 + \left(\frac{o}{2\delta}\right)^2} \quad (3.5)$$

$$\beta = \frac{(1-u)^2}{2(1+u^2)} \quad (3.6)$$

$$\gamma = \frac{4}{\pi} \left[\frac{o}{2\delta} \operatorname{atan} \frac{o}{2\delta} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{o}{2\delta}\right)^2} \right] \quad (3.7)$$

El cálculo del factor de Carter solo considera la geometría de estator en este caso. Para una aproximación más exacta, es necesario obtener una expresión que permita conocer este factor en el rotor, con tal de incluirlo en los cálculos. Una alternativa a esto es realizar una simulación numérica mediante elementos finitos, para así conocer la relación entre la densidad de flujo media y máxima en un paso de ranura. De esta manera, el factor de Carter total está dado por [17],

$$k_C = \frac{B_{m\acute{a}x}}{B_{ave}} \quad (3.8)$$

En donde $B_{m\acute{a}x}$ es la densidad de flujo máxima y B_{ave} la media.

3.2. Circuito magnético

La Fig. 3.5 muestra las piezas magnéticamente activas del motor, conformadas por el rotor y ambos estatores. La Fig. 3.6 muestra el circuito magnético de la máquina para esta configuración. El flujo magnético cruza de un estator a otro a través del rotor anisotrópico en dirección axial. Por lo tanto, el flujo por polo que cruza el entrehierro está dado por la ecuación,

$$\phi_{polo\ m\acute{a}x\ \delta} = \frac{2}{\pi} B_{m\acute{a}x\ \delta} \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} \frac{\pi}{2P} \quad (3.9)$$

Con lo que finalmente se llega a que,

$$\phi_{polo\ m\acute{a}x\ \delta} = B_{m\acute{a}x\ \delta} \frac{D_o^2 - D_i^2}{4P} \quad (3.10)$$

Donde $B_{m\acute{a}x\ \delta}$ es la densidad de flujo magnético máxima en el entrehierro.

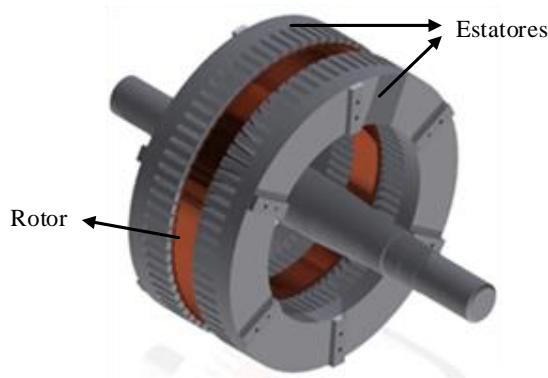


Fig. 3.5 Piezas magnéticamente activas.

Fuente: Elaboración propia.

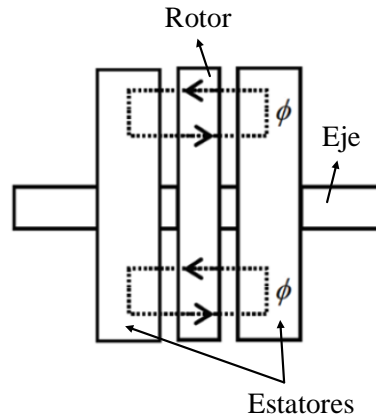


Fig. 3.6 Camino del flujo magnético en la máquina.
Fuente: Elaboración propia.

El flujo por polo que cruza los dientes de estator se puede expresar mediante la ecuación,

$$\phi_{\text{polo máx D}} = \frac{2}{\pi} B_{\text{máx D}} \left[\frac{D_o^2 - D_i^2}{4} \pi - \frac{D_o - D_i}{2} a_r Z \right] \frac{1}{2P} \quad (3.11)$$

Donde $B_{\text{máx D}}$ es la densidad de flujo magnético máxima en los dientes y a_r el ancho de la ranura.

El flujo por polo total en el yugo se obtiene mediante la ecuación,

$$\phi_{\text{polo máx y}} = 2B_{\text{máx y}} \frac{D_o - D_i}{2} a_y \quad (3.12)$$

Donde $B_{\text{máx y}}$ es la densidad de flujo magnético máxima en el yugo de estator y a_y es la profundidad del yugo.

El flujo magnético en el rotor viene dado por la expresión,

$$\phi_{\text{polo máx R}} = \frac{2}{\pi} B_{\text{máx R}} A_{Fe,R} \frac{1}{2P} \quad (3.13)$$

Donde $B_{m\acute{a}x R}$ es la densidad de flujo magnético máxima en el rotor y $A_{Fe,R}$ es el área transversal de rotor por donde circula el flujo magnético, correspondiente al hierro de este.

Todo el flujo en el entrehierro cruza los dientes, el yugo y el rotor completando así el circuito magnético mostrado en la Fig. 3.7. De aquí, se desprende que,

$$\phi_{polo\ m\acute{a}x\ \delta} = \phi_{polo\ m\acute{a}x\ D} = \phi_{polo\ m\acute{a}x\ y} = \phi_{polo\ m\acute{a}x\ R} \quad (3.14)$$

Por lo tanto, se pueden expresar las densidades de flujo magnético en cada zona del circuito en función, por ejemplo, de la densidad de flujo en los dientes. Así, se obtienen las siguientes ecuaciones,

$$B_{m\acute{a}x\ \delta} = B_{m\acute{a}x\ D} \frac{\left(\pi \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} - \frac{D_o - D_i}{2} a_r Z \right)}{\pi \frac{D_o^2 - D_i^2}{4}} \quad (3.15)$$

$$B_{m\acute{a}x\ y} = B_{m\acute{a}x\ D} \frac{\left(\pi \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} - \frac{D_o - D_i}{2} a_r Z \right)}{2P(D_o - D_i)a_y} \quad (3.16)$$

$$B_{m\acute{a}x\ R} = B_{m\acute{a}x\ \delta} \frac{1}{K_R} \quad (3.17)$$

Con K_R la razón entre el área transversal de hierro del rotor y el área del entrehierro.

Así, se utiliza la densidad de flujo magnético máxima en el diente como variable independiente para obtener las demás variables.

3.3. Circuito magnético-eléctrico equivalente

Basado en la configuración de la máquina mostrada en la Fig. 3.7, el circuito magnético-eléctrico equivalente se presenta en la Fig. 3.8. La caída de fuerza magnetomotriz en cada reluctancia del circuito (dientes, entrehierro, yugo y rotor) mostrado se calcula según la Ley de Ampère como,

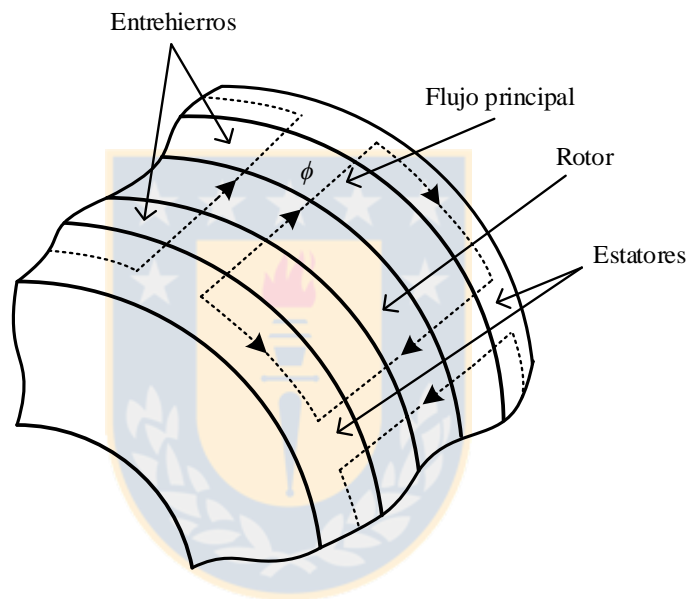


Fig. 3.7 Circuito magnético de la máquina prototipo.

Fuente: Elaboración propia.

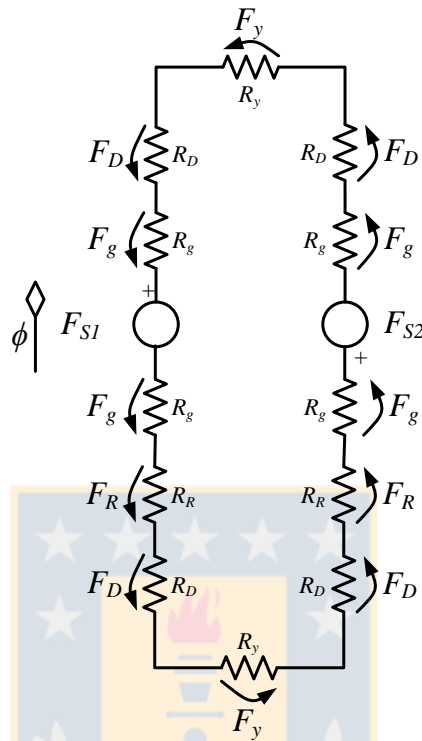


Fig. 3.8 Circuito magnético-eléctrico equivalente de la máquina prototipo.
Fuente: Elaboración propia.

$$F_D = 4L_D H_{\text{máx } D} \quad (3.18)$$

$$F_\delta = 4\delta_e H_{\text{máx } \delta} \quad (3.19)$$

$$F_y = 2L_y H_{\text{máx } y} \quad (3.20)$$

$$F_R = 2a_R H_{\text{máx } R} \quad (3.21)$$

En donde L_D es el largo del diente, a_R es el ancho de rotor y L_y es el largo medio del yugo, dado por la expresión,

$$L_y = \pi \frac{D_o + D_i}{2} \frac{1}{2P} \quad (3.22)$$

La intensidad de campo magnético se corresponden con los valores de densidad de flujo magnético calculados anteriormente, según la curva B-H del material ferromagnético del motor (ver Fig. 3.9). Esta corresponde a fierro M400-50A 50 [Hz].

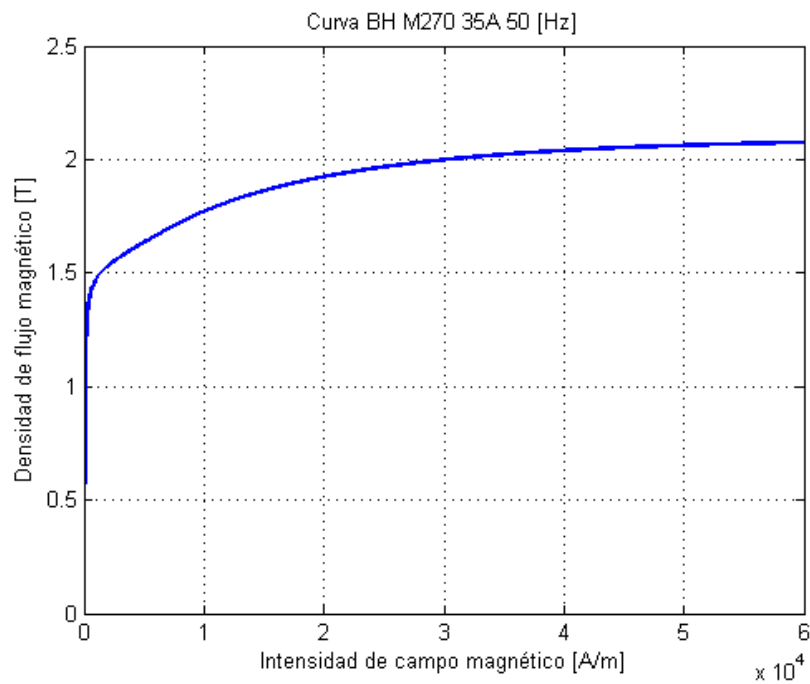


Fig. 3.9 Curva B-H para Fierro M400-50A 50 [Hz] [18].

Luego, la fuerza magnetomotriz necesaria para establecer el flujo magnético en el circuito está dada por,

$$F_{Total} = F_{S1} + F_{S2} = F_D + F_\delta + F_y + F_R \quad (3.23)$$

Donde F_{S1} y F_{S2} son las fuerzas magnetomotrices producidas por los bobinados de cada estator.

3.4. Número de vueltas del bobinado y corriente de magnetización

El número de vueltas del bobinado está ligado a la corriente de magnetización. Este depende de varios factores, entre los cuales se encuentran el voltaje de alimentación, el factor de bobinado y el flujo magnético por polo en el entrehierro. De esta manera, se puede calcular el número de vueltas por fase en serie a través de la ecuación [19],

$$N = \frac{\varepsilon V_f}{\pi \sqrt{2} f k_{w1} \phi_{\text{polo máx } \delta}} \quad (3.24)$$

Donde V_f es el voltaje por fase aplicado a la máquina, f es la frecuencia de la red, k_{w1} el factor de bobinado para la fundamental y ε la razón entre el voltaje inducido y el voltaje por fase, esto es,

$$\varepsilon = \frac{E_f}{V_f} \quad (3.25)$$

El cual se asume como 0.95 [15].

El factor de bobinado para fundamental está dado por,

$$k_{w1} = k_{s1} k_{d1} k_{p1} \quad (3.26)$$

En donde k_{s1} es el factor de oblicuamiento (unitario en este caso), k_{d1} es el factor de distribución y k_{p1} es el factor de acortamiento para la fundamental. Estos factores se calculan respectivamente como,

$$k_{d1} = \frac{\sin \frac{q\xi}{2}}{q \sin \frac{\xi}{2}} \quad (3.27)$$

$$k_{p1} = \sin \left(\frac{\tau_u \pi}{\tau_p 2} \right) \quad (3.28)$$

En donde,

$$q = \frac{Z}{m2P} \quad (3.29)$$

$$\xi = \frac{2P\pi}{Z} \quad (3.30)$$

$$\tau_p = \frac{Z}{2P} \quad (3.31)$$

Con τ_u el paso de ranura y τ_p el paso polar.

Luego, considerando la topología axial de la máquina y una conexión estrella, la Ecuación (3.24) se puede reescribir como,

$$N = \frac{0.95V_L 4P}{\pi\sqrt{6}fk_{w1}B_{m\acute{a}x} \delta (D_o^2 - D_i^2)} \quad (3.32)$$

En donde V_L es la tensión entre líneas aplicada a la máquina.

Finalmente, la corriente de magnetización necesaria para establecer el flujo magnético en la máquina, se calcula como [16],

$$I_{mag} = \frac{F_{Total}\pi P}{m2\sqrt{2}k_{w1}N} \quad (3.33)$$

En donde m es el número de fases.

3.5. Cálculo de las pérdidas

Las pérdidas principales de las máquinas eléctricas son las pérdidas en el hierro y las pérdidas en el cobre. Con tal de obtener la eficiencia de la máquina y poder relacionarla con las variables anteriores, estas deben ser estimadas.

En el hierro, las pérdidas por unidad de peso se pueden aproximar mediante la ecuación [4],

$$P_{Fe} = 2.5B_{m\acute{a}x}^2 \quad (3.34)$$

Por lo tanto, las pérdidas totales del hierro están dadas por la ecuación,

$$P_{FeT} = 2.5B_{m\acute{a}x D}^2 W_{Fe D} + 2.5B_{m\acute{a}x y}^2 W_{Fe y} + 2.5B_{m\acute{a}x R}^2 W_{Fe R} \quad (3.35)$$

En donde $W_{Fe D}$, $W_{Fe y}$ y $W_{Fe R}$ son la masa de hierro de dientes, yugo y rotor de la máquina respectivamente, las cuales están dadas por,

$$W_{Fe \text{ Estator}} = W_{Fe D} + W_{Fe y} = 2\gamma_{Fe} \left[\left(\pi \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} - \frac{D_o - D_i}{2} a_r Z \right) L_D + \pi \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} a_y \right] \quad (3.36)$$

$$W_{Fe R} = \gamma_{Fe} \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} \pi a_R K_R \quad (3.37)$$

En donde γ_{Fe} es la densidad del hierro ($7800 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$).

En el cobre, las pérdidas por unidad de peso se pueden aproximar mediante la ecuación [4],

$$P_{Cu} = \frac{\rho}{\gamma_{Cu}} J^2 W_{Cu} \quad (3.38)$$

Por lo tanto, las pérdidas totales del cobre están dadas por la ecuación,

$$P_{CuT} = \frac{\rho}{\gamma_{Cu}} J_s^2 W_{Cu s} + \frac{\rho}{\gamma_{Cu}} J_R^2 W_{Cu R} \quad (3.39)$$

En donde γ_{Cu} es la densidad del cobre ($8960 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$), J_s y J_R son la densidad de corriente volumétrica en los conductores de estator y rotor y $W_{Cu s}$ y $W_{Cu R}$ son la masa de cobre de estator y rotor respectivamente.

La masa de cobre de rotor se puede obtener a partir de la ecuación,

$$W_{CuR} = \gamma_{Cu} \frac{D_o^2 - D_i^2}{4} \pi a_R (1 - K_R) \quad (3.40)$$

La masa de cobre de estator depende del bobinado alojado en este, tanto de su forma física, como de su número de vueltas y paso de ranura. Considerando el bobinado mostrado en la Fig. 3.10, los largos de conductor en las distintas partes de cada bobina vienen dados por,

$$L_{Ext} = \frac{D_o + d_{Cu} + 2a}{Z} \pi \tau_u \quad (3.41)$$

$$L_{Int} = \frac{D_i - d_{Cu} - 2a}{Z} \pi \tau_u \quad (3.42)$$

$$L_{Ranura} = 2 \left(\frac{D_o - D_i}{2} + d_{Cu} + 2a \right) \quad (3.43)$$

En donde L_{Ext} , L_{Int} y L_{Ranura} son los largos del conductor que conforma la bobina en la parte exterior, interior y ranura del estator respectivamente. El grosor de la aislación del conductor corresponde a a y su diámetro a d_{Cu} .

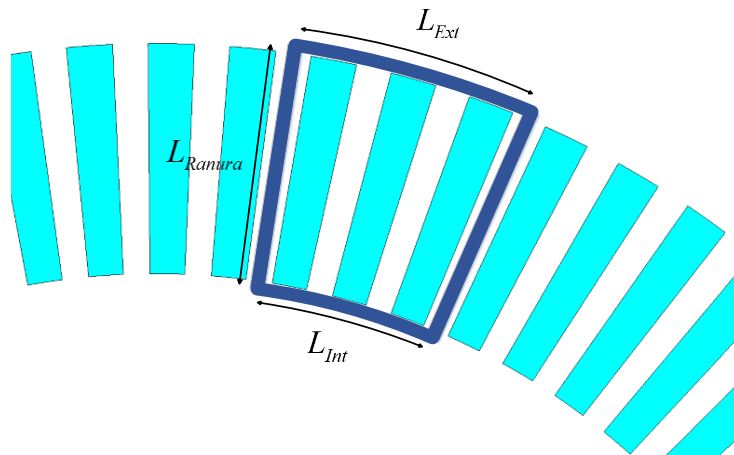


Fig. 3.10 Geometría básica de una bobina de estator.
Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, el largo total de conductor para una fase, considerando ambos estatores y un factor de seguridad de un 40% que considere la distribución real de las vueltas, queda dado por,

$$L_{CuT} = 1.4 \left[2N (L_{Ext} + L_{Int} + L_{Ranura}) \right] \quad (3.44)$$

Finalmente, la masa de cobre de estator queda dada por,

$$W_{Cu s} = m\pi \frac{d_{Cu}^2}{4} L_{CuT} \gamma_{Cu} \quad (3.45)$$

La densidad de corriente a través del conductor está dada por,

$$J_s = \frac{I_{fase}}{\pi \frac{d_{Cu}^2}{4}} \quad (3.46)$$

En donde I_{fase} es la corriente por fase.

La densidad de corriente en rotor se considera como [4, 8],

$$J_R \approx J_s \quad (3.47)$$

3.6. Discusión

Dentro de las consideraciones para la elección del número de vueltas, se encuentra el espacio que ocupan las bobinas dada la limitante física que presenta la estructura de estator. Además, el calibre del conductor debe ser tal que permita bobinar la máquina de forma adecuada y con una densidad de corriente que no afecte la eficiencia de la máquina (debido a las pérdidas que se producen en forma de calor en distintas partes de esta). Una solución a este problema es utilizar bobinas en paralelo cuya sección transversal sea menor a la del conductor dimensionado, y cuya suma se acerque lo más posible a este.

Capítulo 4. Distribución de corrientes en rotor

4.1. Modelo multicapa

De manera de evaluar el desempeño de la máquina a partir de un modelo analítico, se debe encontrar una expresión que permita determinar la distribución de la densidad de flujo en toda la máquina. Para la modelación, se tienen en cuenta las siguientes suposiciones:

- 1) La permeabilidad relativa del material magnético se considera en la zona de trabajo lineal (material no saturado).
- 2) El análisis se lleva a cabo para el radio medio de la máquina, el cual es representativo de la operación de este.
- 3) Solo se considera la variación de la densidad de flujo magnética en las direcciones tangencial y axial.
- 4) Se utiliza un sistema de coordenadas cartesiano de dos dimensiones.

Estas suposiciones apuntan a simplificar el modelo analítico, cuya menor precisión respecto de un modelo en base a la resolución numérica mediante elementos finitos corresponde a un menor tiempo de cómputo.

Para conocer la densidad de flujo y otras variables en cada zona de la máquina, se considera el modelo multicapa de superficies lisas [21-24] mostrado en la Fig. 4.1, en donde el eje “x” representa la dirección tangencial y el eje “y” la dirección axial. La línea segmentada de la Fig. 4.1 (b) representa la lámina utilizada para realizar los cálculos del modelo multicapa de la Fig. 4.1 (a).

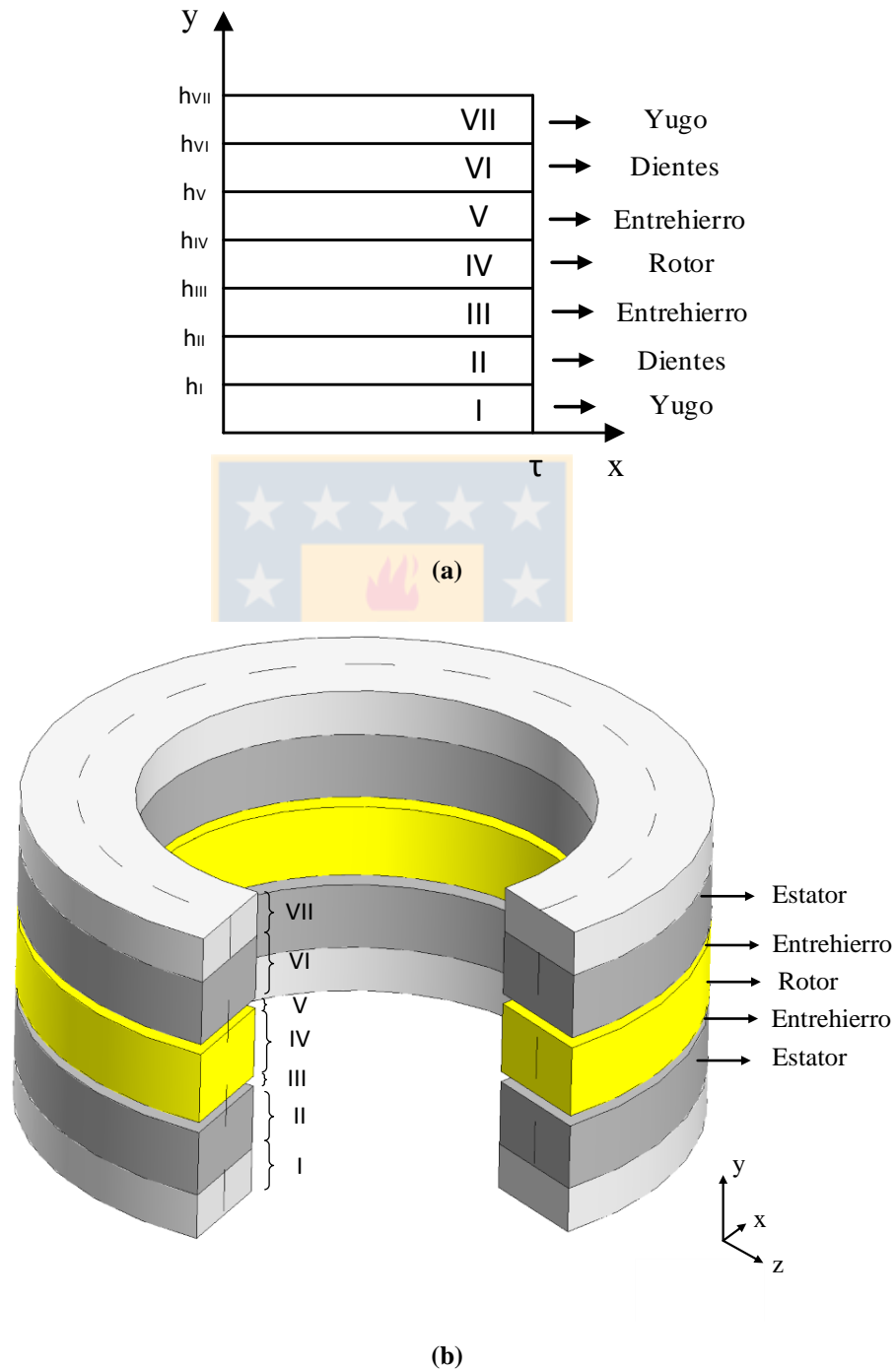


Fig. 4.1 Representación gráfica de la máquina en la que se basa el modelo analítico para realizar los cálculos,

(a) Modelo multicapa de radio medio y (b) Representación 3D.

Fuente: Elaboración propia.

Cada zona mostrada en la Fig. 4.1 representa una parte de la máquina descrita a continuación:

- Las zonas I y VII representan los yugos de cada estator. La conductividad eléctrica en estas zonas se asume nula mientras que la permeabilidad magnética posee una característica isotrópica.
- Las zonas II y VI representan el conjunto diente-ranura de estator como una superficie lisa (sin presencia de ranuras) y homogénea, en donde se impone una densidad de corriente que varía espacialmente de forma sinusoidal para un determinado tiempo (Ecuación (4.5)).

La homogeneidad del material implica que la permeabilidad relativa presenta una característica anisotrópica en las direcciones tangencial y axial (ver Fig. 4.2). Así, estas se calculan respectivamente como [22],

$$\mu_{xs} = \frac{\mu_{Fe} a_t}{\mu_{Fe} a_r + a_d} \quad (4.1)$$

$$\mu_{ys} = \frac{a_r}{a_t} + \mu_{Fe} \frac{a_d}{a_t} \quad (4.2)$$

En donde μ_{Fe} es la permeabilidad relativa del hierro, a_d el ancho de diente y a_t el ancho total, dado por,

$$a_t = a_d + a_r \quad (4.3)$$

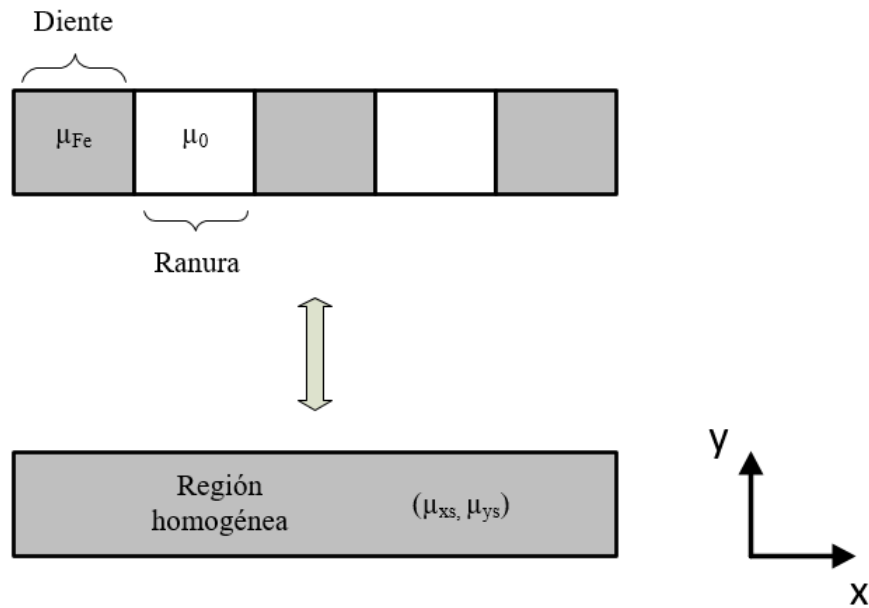


Fig. 4.2 Representación equivalente del conjunto diente-ranura como una región homogénea de características anisotrópicas.

Fuente: Elaboración propia.

La conductividad también se ve afectada al considerar una región homogénea. De esta manera, y tomando en cuenta un factor de relleno unitario en la ranura con conductor de cobre, se tiene que la conductividad equivalente está dada por,

$$\sigma_{estator} = \frac{\sigma_{Fe} a_d + \sigma_{Cu} a_r}{a_t} \quad (4.4)$$

En donde σ_{Fe} y σ_{Cu} corresponden a la conductividad del hierro y el cobre respectivamente.

El bobinado trifásico se puede considerar a través de una densidad de corriente (en A/m^2) equivalente impuesta en toda la región y que varía sinusoidalmente de forma espacial, esto es,

$$\mathbf{J}_s(x, t) = J_{s,máx} e^{j(\omega t - lx)} \hat{k} \quad (4.5)$$

En donde $J_{s,máx}$ y l están dados respectivamente por [22],

$$J_{s,m\acute{a}x} = \frac{\sqrt{2}N_b I_{fase}}{A_{slot,eq}} = \frac{\sqrt{2}N_b I_{fase}}{\frac{\tau}{3}h_D} \quad (4.6)$$

$$l = \frac{\pi}{\tau} \quad (4.7)$$

En donde $A_{slot,eq}$ es el área transversal equivalente de las ranuras, con tal de lograr que toda la región sea conductora. La altura del diente h_D corresponde a 62 [mm].

- Las zonas III y V representan los entrehierros de la máquina. La conductividad eléctrica se asume nula y la permeabilidad magnética isotrópica corresponde a la del aire. Además, el largo de cada entrehierro se ve modificado por el factor de Carter calculado en el Capítulo 3, debido a la consideración de superficies lisas.
- La zona IV representa el rotor de la máquina. En esta, la conductividad eléctrica también corresponde a una equivalente que considera el porcentaje de cobre y hierro presente en el rotor (dado que la corriente circula por ambos), y que está dada por la ecuación [9],

$$\sigma_{rotor} = \sigma_{Cu} \cdot 46.4\% + \sigma_{Fe} \cdot 53.6\% \quad (4.8)$$

La permeabilidad magnética se considera con característica anisotrópica. Esto se debe a la estructura propia del rotor, en donde el uso de conductores de hierro en una matriz de cobre permite una alta permeabilidad en dirección axial y una baja permeabilidad en dirección tangencial. Por lo tanto, se asume que,

$$\mu_{xR} = 1 \quad (4.9)$$

$$\mu_{yR} = 2000 \quad (4.10)$$

Estos valores, pertenecen a la zona lineal de la curva B-H del material magnético del rotor, según se constata en la Fig. 4.3. En la Fig. 4.4 se aprecia la permeabilidad relativa

del material en función de la intensidad de campo magnético, en donde el valor escogido está en una zona donde aún no existe saturación del material.

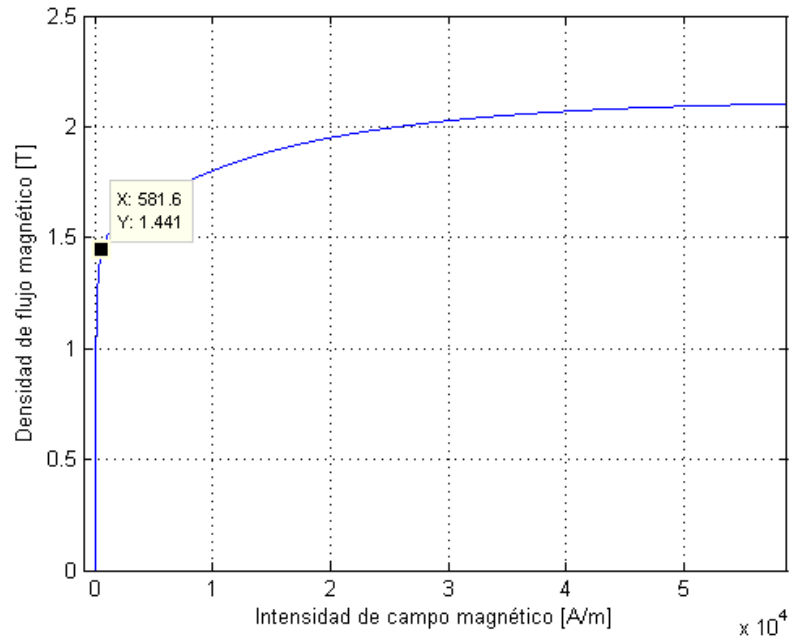


Fig. 4.3 Curva B-H y selección de permeabilidad relativa axial del rotor.
Fuente: Elaboración propia.

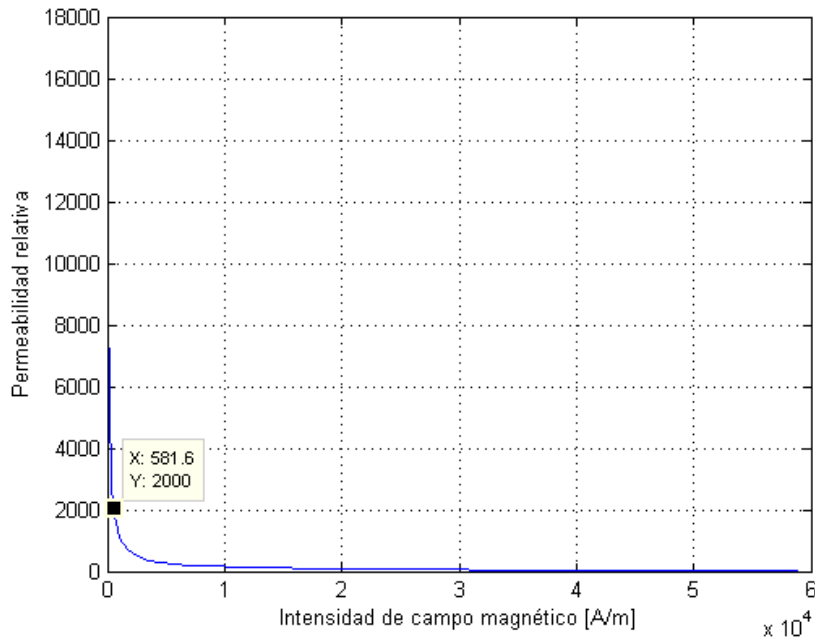


Fig. 4.4 Selección de permeabilidad relativa axial del rotor.
Fuente: Elaboración propia.

4.2. Modelamiento analítico con Ecuaciones de Maxwell

La resolución de las ecuaciones de Laplace y Poisson permiten conocer la densidad de flujo magnético en cada capa del modelo [19, 24]. Para simplificar el tratamiento de estas expresiones, se define el Vector Potencial Magnético \mathbf{A} como,

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4.11)$$

Debido a que el modelo solo considera la una densidad de flujo en la dirección de los ejes “x” e “y”, se tiene que el vector potencial magnético solo tiene una componente en la coordenada “z” (dirección radial). Por lo tanto, resolviendo la ecuación anterior, se tiene que,

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix} = \frac{\partial}{\partial y} A_z(x, y, t) \hat{i} - \frac{\partial}{\partial x} A_z(x, y, t) \hat{j} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} \quad (4.12)$$

Luego, cada zona queda definida por una ecuación diferencial que depende de las condiciones previamente mencionadas (conductividad y permeabilidad del material):

- **Zonas I, III, V y VII**

Estas zonas no poseen circulación de corrientes (no existen fuentes ni son inducidas), por lo que quedan definidas por la ecuación de Laplace,

$$\nabla \times \mathbf{A}(x, y, t) = 0 \quad (4.13)$$

Esto es,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z(x, y, t) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z(x, y, t) = 0 \quad (4.14)$$

Mediante el método de separación de variables, y considerando que la variación respecto del eje “x” para todas las regiones viene dada por el factor e^{-jlx} , la solución de la ecuación corresponde a [21],

$$A_z(x, y, t) = (C e^{ly} + D e^{-ly}) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.15)$$

En donde C y D son coeficientes a determinar en cada ecuación.

- **Zonas II y VI**

En las zonas que corresponden al estator, se impone una corriente mediante una densidad de corriente equivalente (Ecuación (4.5)). Esto da lugar a la ecuación de Poisson, que permite conocer el comportamiento del campo magnético en esa región y que considera la anisotropía previamente descrita,

$$\frac{1}{\mu_{ys}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z(x, y, t) + \frac{1}{\mu_{xs}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z(x, y, t) = -\mu_0 J_s(x, t) \quad (4.16)$$

La ecuación anterior se resuelve al sumar su solución general con la particular, la cual queda dada por,

$$A_z(x, y, t) = \left(C e^{\sqrt{\frac{\mu_{xs}}{\mu_{ys}}} ly} + D e^{-\sqrt{\frac{\mu_{xs}}{\mu_{ys}}} ly} + \frac{\mu_{ys} \mu_0 J_{s, \text{máx}}}{l^2} \right) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.17)$$

En donde C y D son coeficientes a determinar en cada ecuación.

- **Zona IV**

La zona IV correspondiente al rotor, posee una corriente que proviene de una tensión inducida. Esto da lugar a la siguiente ecuación de Poisson que permite conocer el comportamiento del campo magnético en esa región y que considera la anisotropía previamente descrita,

$$\frac{1}{\mu_{yR}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z(x, y, t) + \frac{1}{\mu_{xR}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z(x, y, t) = -\mu_0 J_R(x, y, t) \quad (4.18)$$

Una expresión para la densidad de corriente de rotor surge de la Ley de Faraday para un conductor en movimiento [22],

$$\nabla \times (\mathbf{E}_R - \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad (4.19)$$

En donde \mathbf{v} es la velocidad tangencial del rotor para radio medio. Reordenando la ecuación anterior, se tiene que,

$$\nabla \times \mathbf{E}_R = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4.20)$$

En la expresión anterior, el campo eléctrico equivale a,

$$\mathbf{E}_R = \frac{\mathbf{J}_R}{\sigma_{rotor}} \quad (4.21)$$

La variación temporal de la densidad de flujo magnético equivale a,

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = j\omega(\nabla \times \mathbf{A}) \quad (4.22)$$

La expresión que relaciona la velocidad tangencial y la densidad de flujo magnético corresponde a,

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & 0 \end{vmatrix} = v_x B_y \hat{k} = -\omega_R r_{medio} \frac{\partial}{\partial x} A_z(x, y, t) \hat{k} = \omega_R r_{medio} j l A_z(x, y, t) \hat{k} \quad (4.23)$$

En donde ω_R es la velocidad angular de rotor en [rad/s] y r_{medio} el radio medio.

Reemplazando las ecuaciones (4.21), (4.22) y (4.23) en (4.20), se tiene que,

$$\frac{1}{\sigma_{rotor}} \nabla \times \mathbf{J}_R = -j\omega(\nabla \times \mathbf{A}) + \nabla \times (\omega_R r_{medio} j l \mathbf{A}) \quad (4.24)$$

Simplificando la expresión, se tiene que la densidad de corriente inducida está dada por,

$$\mathbf{J}_R = -j\sigma_{rotor} (\omega - l r_{medio} \omega_R) \mathbf{A} = -j\sigma_{rotor} (\omega - P \omega_R) \mathbf{A} = -j\sigma_{rotor} \omega s \mathbf{A} \quad (4.25)$$

Luego, reemplazando la Ecuación (4.25) en (4.18), se tiene que,

$$\frac{1}{\mu_{yR}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z(x, y, t) + \frac{1}{\mu_{xR}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z(x, y, t) = j\mu_0 \sigma_{rotor} \omega s A_z(x, y, t) \quad (4.26)$$

La ecuación anterior se resuelve mediante el método de separación de variables, llegando finalmente a que,

$$A_z(x, y, t) = \left(C e^{\sqrt{\mu_{xR}} dy} + D e^{-\sqrt{\mu_{xR}} dy} \right) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.27)$$

En donde C y D son coeficientes a determinar en cada ecuación y d está dado por,

$$d = \sqrt{j\mu_0\sigma_{rotor}\omega s + \frac{l^2}{\mu_{yR}}} \quad (4.28)$$

Finalmente, basado en las ecuaciones anteriormente desarrolladas, se establece el siguiente sistema de ecuaciones a resolver,

$$A_z^I(x, y, t) = (C_1 e^{ly} + C_2 e^{-ly}) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.29)$$

$$A_z^{II}(x, y, t) = \left(C_3 e^{\sqrt{\frac{\mu_{xs}}{\mu_{ys}}} ly} + C_4 e^{-\sqrt{\frac{\mu_{xs}}{\mu_{ys}}} ly} + \frac{\mu_{ys}\mu_0 J_{s,m\acute{a}x}}{l^2} \right) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.30)$$

$$A_z^{III}(x, y, t) = (C_5 e^{ly} + C_6 e^{-ly}) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.31)$$

$$A_z^{IV}(x, y, t) = (C_7 e^{\sqrt{\mu_{xR}} dy} + C_8 e^{-\sqrt{\mu_{xR}} dy}) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.32)$$

$$A_z^V(x, y, t) = (C_9 e^{ly} + C_{10} e^{-ly}) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.33)$$

$$A_z^{VI}(x, y, t) = \left(C_{11} e^{\sqrt{\frac{\mu_{xs}}{\mu_{ys}}} ly} + C_{12} e^{-\sqrt{\frac{\mu_{xs}}{\mu_{ys}}} ly} + \frac{\mu_{ys}\mu_0 J_{s,m\acute{a}x}}{l^2} \right) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.34)$$

$$A_z^{VII}(x, y, t) = (C_{13} e^{ly} + C_{14} e^{-ly}) e^{j(\omega t - lx)} \quad (4.35)$$

En donde $C_{j=1...14}$ representan los coeficientes a determinar.

4.3. Condiciones de borde

Para determinar los coeficientes de las ecuaciones 4.29 a 4.35, es necesario establecer las condiciones de borde del sistema de ecuaciones. Entre capas, se deben cumplir las siguientes condiciones,

- 1) Las intensidades de campo magnético en dirección tangencial son iguales, esto es,

$$H^i(x, h_i) = H^{i+1}(x, h_{i+1}) \quad (4.36)$$

Lo que equivale a,

$$\frac{1}{\mu_i} \frac{\partial}{\partial y} A_z^i(x, y)_{y=h_i} = \frac{1}{\mu_{i+1}} \frac{\partial}{\partial y} A_z^{i+1}(x, y)_{y=h_{i+1}} \quad (4.37)$$

- 2) La densidad de flujo magnético es continua en dirección axial, esto es,

$$B^i(x, h_i) = B^{i+1}(x, h_{i+1}) \quad (4.38)$$

Lo que equivale a,

$$-\frac{\partial}{\partial x} A_z^i(x, y)_{y=h_i} = -\frac{\partial}{\partial x} A_z^{i+1}(x, y)_{y=h_{i+1}} \quad (4.39)$$

Para los extremos, se tiene que el campo magnético es nulo, por lo tanto,

$$B(x, 0) = -\frac{\partial}{\partial x} A_z^I(x, y)_{y=0} = 0 \quad (4.40)$$

$$B(x, h_{VII}) = -\frac{\partial}{\partial x} A_z^{VII}(x, y)_{y=h_{VII}} = 0 \quad (4.41)$$

En donde $i=I \dots VII$.

Con estas condiciones de borde, es posible determinar el vector de coeficientes desconocidos \mathbf{c} mediante,

$$\mathbf{Mc} = \mathbf{b} \quad (4.42)$$

En donde la matriz \mathbf{M} y el vector \mathbf{b} son conocidos. Los coeficientes permiten conocer el vector magnético potencial en todas las zonas del motor, y por lo tanto la densidad de flujo magnético.

4.4. Torque

Es posible calcular el torque medio utilizando la densidad de fuerza media por unidad de volumen, cuya expresión corresponde a [22],

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{J}_R \times \mathbf{B}^* \} \quad (4.43)$$

Desarrollando el producto cruz de la expresión anterior, se tiene que,

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ J_R B_x^* \hat{j} - J_R B_y^* \hat{i} \} \quad (4.44)$$

De esta fuerza, solo la componente tangencial es responsable por la producción de torque, por lo tanto,

$$\mathbf{F}_{Tan} = -\frac{1}{2} \text{Re} \{ J_R B_y^* \} \hat{i} \quad (4.45)$$

Finalmente, el torque se calcula integrando el volumen del rotor incluyendo la dirección en el eje “z” (radial) [22],

$$T = \int_V r F_{Tan} dV = \int_{D_i/2}^{D_o/2} \int_{h_{III}}^{h_{IV}} \int_0^{24\tau} r F_{Tan} dx dy dz \quad (4.46)$$

En donde r corresponde al radio medio (250 [mm]). Adicionalmente, es posible conocer la fuerza axial que se aplica sobre el rotor utilizando la otra componente de la densidad de fuerza total calculada con la Ecuación (4.44). Esta última corresponde a,

$$\mathbf{F}_{Ax} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ J_R B_x^* \} \hat{j} \quad (4.47)$$

4.5. Parámetros del circuito equivalente

Debido a que el modelo desarrollado en la sección 4.2 contempla operación a corriente constante, es decir, una distribución espacial de amplitud fija, esto no representa el comportamiento real de la máquina, dado que la alimentación de esta es a través de una

fuente de voltaje. Para obtener una solución que se aproxime a la operación real, se requiere conocer la corriente que demanda la máquina para cada velocidad de operación, y calcular todas las ecuaciones anteriores en función de esa corriente específica. Para esto, se utilizará el circuito equivalente de la máquina de inducción en estudio mostrado en la Fig. 4.6, el cual se basa en la conexión en paralelo de cada estator de la máquina con la red, mostrada en la Fig. 4.5.

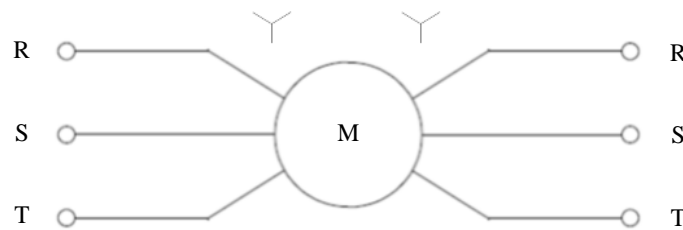


Fig. 4.5 Conexión Estrella en paralelo de cada estator con la red.

Fuente: Elaboración propia.

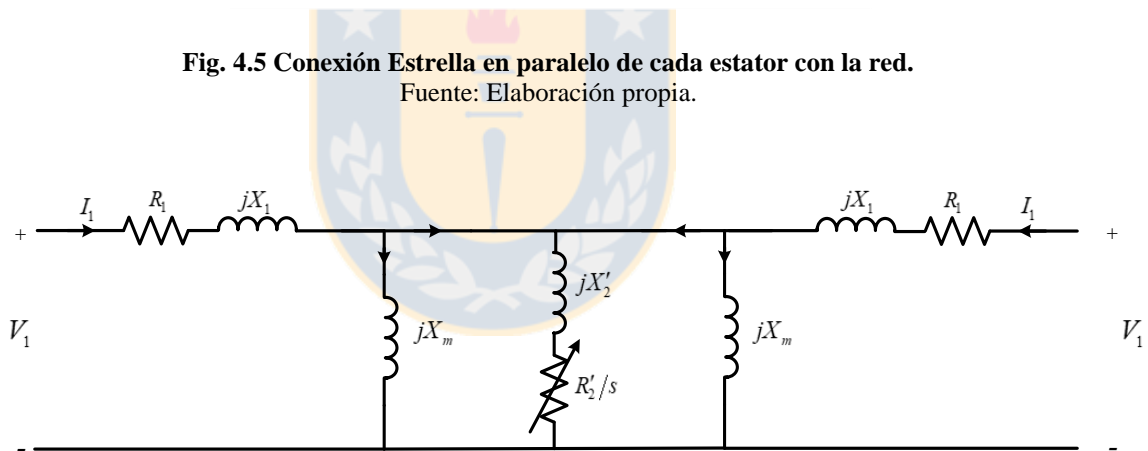


Fig. 4.6 Circuito equivalente de la máquina de inducción [28].

Para obtener los parámetros del circuito equivalente, se utilizan expresiones de pérdidas óhmicas en el caso de las resistencias, y de energía almacenada en los campos magnéticos en el caso de inductancias [22]. El detalle del cálculo de cada parámetro se presenta a continuación.

- Resistencia bobinado de estator R_1

La resistencia del bobinado de cada estator se calcula con la ecuación clásica para el cálculo de resistencia de un conductor, en donde se considera el factor de relleno, el área de ranura y el número de vueltas por fase. Esto se representa mediante,

$$R_1 = \frac{1}{\sigma_{estator}} \frac{l_{C,r}}{\left(\frac{k_f A_{slot}}{N_b} \right)} N_b 2n_b \quad (4.48)$$

En donde $l_{C,r}$ es el largo del conductor alojado en la ranura (que corresponde al largo de la ranura), k_f el factor de relleno considerado como 0.5 y n_b el número de bobinas de un estator (12 considerando que se asume la utilización de un bobinado de capa simple).

- Inductancia de dispersión de estator L_1

Para el cálculo de la inductancia de dispersión de cada estator, se considera la siguiente expresión, que considera el número de fases y la corriente impuesta al modelo,

$$L_1 = \int_{D_i/2}^{D_o/2} \int_{h_i}^{h_o} \int_0^{2\pi} \left(\frac{Q_{D,II}}{m \cdot 2\pi f \cdot I_{fase}^2} \right) dx dy dz \quad (4.49)$$

En donde $Q_{D,II}$ es la densidad de potencia reactiva volumétrica en la región de estator, dada por la ecuación [25],

$$Q_{D,II} = \frac{1}{2} \omega \left(\frac{B_y B_y^*}{\mu_0 \mu_{ys}} + \frac{B_x B_x^*}{\mu_0 \mu_{xs}} \right) \quad (4.50)$$

En donde B_y y B_x se obtienen a través del vector potencial magnético utilizando la Ecuación (4.12).

Debido a que ambos estatores son iguales, se puede utilizar tanto la región II como la región VI para el cálculo de la inductancia de dispersión de cada estator.

- Inductancia de magnetización L_m

Para el cálculo de este parámetro, se procede de manera análoga al cálculo de la inductancia de dispersión L_1 . De esta manera, la inductancia de magnetización que se calcula en la región III para deslizamiento cero, queda dada por,

$$L_m = \int_{D_i/2}^{D_o/2} \int_{h_{II}}^{h_{III}} \int_0^{2\pi} \left(\frac{Q_{D,III}}{m \cdot 2\pi f \cdot I_{fase}^2} \right) dx dy dz \quad (4.51)$$

En donde $Q_{D,III}$ es la densidad de potencia reactiva volumétrica en la región de entrehierro, dada por la ecuación [25],

$$Q_{D,III} = \frac{1}{2} \omega \left(\frac{B_y B_y^*}{\mu_0} + \frac{B_x B_x^*}{\mu_0} \right) \quad (4.52)$$

En donde B_y y B_x se obtienen a través del vector potencial magnético utilizando la Ecuación (4.12).

Debido a que ambos entrehierros son iguales, se puede utilizar tanto la región III como la región V para el cálculo de la inductancia de dispersión de cada estator.

También es posible calcular esta inductancia utilizando la siguiente expresión (al igual que en el caso anterior se considera la máquina rotando a velocidad sincrónica) [16, 26, 27],

$$L_m = \frac{\lambda}{\sqrt{2}I_{fase}} \quad (4.53)$$

En donde λ corresponde al enlace de flujo por fase de un estator dado por [16, 26],

$$\lambda = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot N_b n_b \phi_{polo,m\acute{a}x} \quad (4.54)$$

Así mismo, el flujo por polo se obtiene mediante la ecuación [16],

$$\phi_{polo,m\acute{a}x} = \int_S \mathbf{B}_y dS = \int_{D_r/2}^{D_o/2} \int_0^\tau B_y dx dz \quad (4.55)$$

En donde S es el área transversal por polo por donde cruza el flujo magnético B_y de forma perpendicular. Esta densidad de flujo es calculada utilizando la Ecuación (4.12) en la región III para un $y=h_{III}$.

Tomando en cuenta el modelo circuital de la máquina y el enlace de flujo calculado anteriormente, es posible conocer la corriente de rotor por fase para distintas velocidades de operación, mediante la ecuación [27],

$$I_{rotor} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt{2}I_{fase} - \frac{\lambda}{L_m} \right) \quad (4.56)$$

Resulta imprescindible conocer esta variable, pues permite realizar el cálculo de los parámetros de la rama rotórica del circuito equivalente de la máquina.

- Resistencia de rotor R_2 e inductancia de dispersión de rotor L_2

Debido a las dimensiones del rotor, el efecto skin se manifiesta de manera significativa a velocidades bajas, aumentando la resistencia y disminuyendo la inductancia de dispersión [16]. Si tan solo se calculan los parámetros simulando una prueba de rotor bloqueado y se asumen constantes en todo el rango de deslizamiento, se producen errores considerables entre las variables derivadas del circuito equivalente y el modelo de ecuaciones de Maxwell desarrollado. Es por esto que la corriente de rotor juega un papel principal para la obtención de estos parámetros en función del deslizamiento.

Para el cálculo de la resistencia, se utiliza la potencia disipada en el rotor en función del deslizamiento de la máquina, esto es,

$$R_2' = \int_{D_i/2}^{D_o/2} \int_{h_{III}}^{h_{IV}} \int_0^{2\pi} \left(\frac{P_{D,IV}}{m \cdot |I_{rotor}|^2} \right) dx dy dz \quad (4.57)$$

En donde $P_{D,IV}$ es la densidad de potencia activa volumétrica disipada en el rotor, dada por la ecuación [25],

$$P_{D,IV} = \frac{1}{2\sigma_{rotor}} J_R J_R^* \quad (4.58)$$

En donde J_R está dado por la Ecuación (4.25).

Para el cálculo de la reactancia de dispersión se utiliza el mismo concepto, por lo que este parámetro viene dado por,

$$X_2' = \int_{D_i/2}^{D_o/2} \int_{h_{III}}^{h_{IV}} \int_0^{2\pi} \left(\frac{Q_{D,IV}}{m \cdot |I_{rotor}|^2} \right) dx dy dz \quad (4.59)$$

En donde $Q_{D,IV}$ es la densidad de potencia reactiva volumétrica del rotor, dada por la ecuación [25],

$$Q_{D,IV} = \frac{1}{2} \omega \left(\frac{B_y B_y^*}{\mu_0 \mu_{yR}} + \frac{B_x B_x^*}{\mu_0 \mu_{xR}} \right) \quad (4.60)$$

En donde B_y y B_x se obtienen a través del vector potencial magnético utilizando la Ecuación (4.12).

Finalmente, la impedancia de rotor referida a estator en función del deslizamiento queda dada por,

$$Z_R'(s) = R_2'(s) + jX_2'(s) \quad (4.61)$$

Con los parámetros obtenidos, es posible calcular la corriente demandada por la máquina para distintas velocidades, la cual se volverá a ingresar a las ecuaciones de Maxwell con tal de simular alimentación a voltaje constante. También es posible encontrar otras variables tales como torque, potencia de salida, eficiencia, etc.

4.6. Discusión

Se estableció un set de ecuaciones que modela el comportamiento electromagnético de la máquina, y relaciona todas las variables involucradas en su funcionamiento. Particularmente, estas corresponden a las ecuaciones de Laplace o Poisson, dependiendo de si la región caracterizada se asume como conductora. Cada ecuación permite considerar la anisotropía mediante una permeabilidad magnética en dirección axial o tangencial. Debido a las dimensiones del rotor, es necesario establecer ecuaciones adicionales que consideren el efecto skin, que afecta la operación al cambiar la resistencia y reactancia de dispersión de este para distintas velocidades. Si solo se calculan estas variables simulando una prueba de rotor bloqueado (como se realiza en [22]), el error entre la referencia (circuito equivalente) y lo arrojado por las ecuaciones de Maxwell se incrementa con el aumento de la velocidad.

Pese a que el modelo está basado en una distribución 2D, el análisis es extensible a geometrías 3D que justifiquen su uso, logrando obtener resultados de mayor precisión a cambio de un sistema de ecuaciones de mayor complejidad. Además, el análisis mediante ecuaciones de Laplace y Poisson también es aplicable a motores de configuración radial, tanto de inducción como de imanes permanentes, haciendo que el método presente una gran versatilidad en lo que a aplicabilidad se refiere.



Capítulo 5. Validación, resultados y análisis de sensibilidad

5.1. Número de vueltas, corriente de magnetización y eficiencia

Se procede a crear un algoritmo en Matlab con las ecuaciones presentadas en el Capítulo 4 (ver Anexo I). En la Fig. 5.1 se muestra un diagrama de flujo con la secuencia de pasos ejecutados en el código. Las características del motor se presentan en la Tabla 5.2.

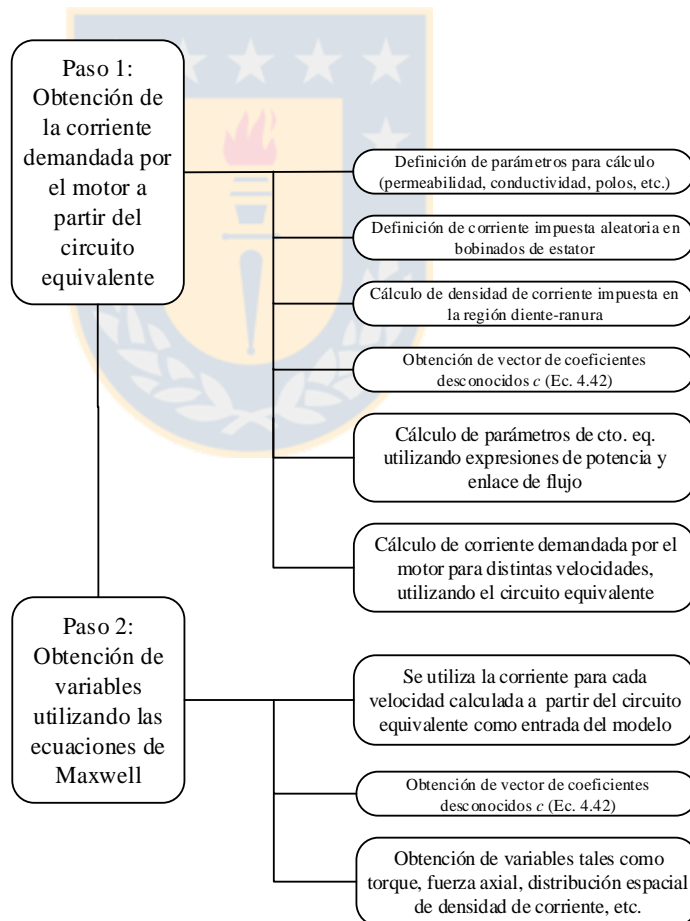


Fig. 5.1 Secuencia de pasos ejecutados por el código.

Fuente: Elaboración propia.

En este caso se consideró una temperatura de trabajo de 75 [°C] y un bobinado sin acortamiento. Para evaluar el desempeño de la máquina ante distintos valores de densidad de flujo magnético en el entrehierro, se evalúan tres calibres de conductores, cuyas características se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Características de los conductores utilizados en la evaluación [20].

Fuente: Elaboración propia.

Calibre AWG	Diámetro de conductor [mm]	Espesor aislamiento [mm]	Densidad de corriente [A/mm²]
6	4.6	0.76	1.0285
8	3.5	0.76	1.7766
10	2.9	0.51	2.5878

A continuación, se muestran los gráficos obtenidos en función de la densidad de flujo máxima en el entrehierro.

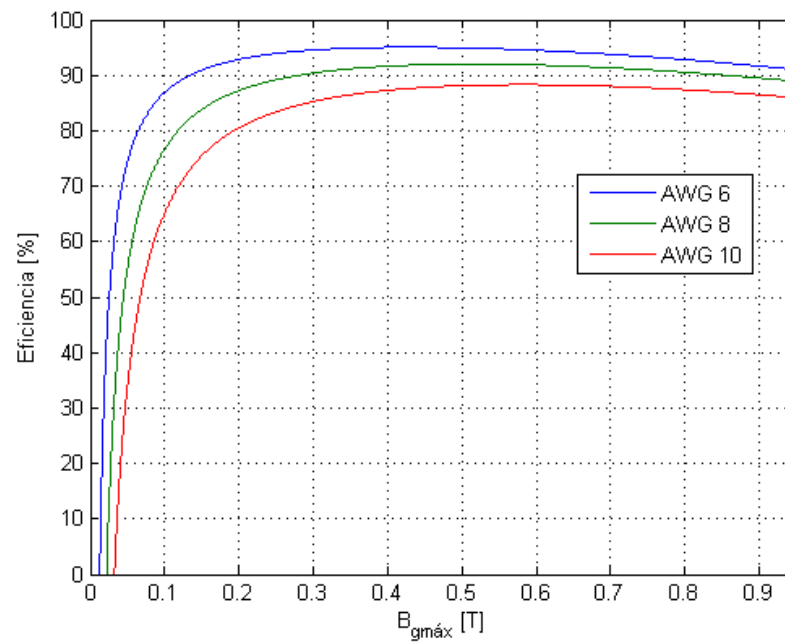


Fig. 5.2 Eficiencia en función de la densidad de flujo máxima en el entrehierro, para distintos calibres de conductor.

Fuente: Elaboración propia.

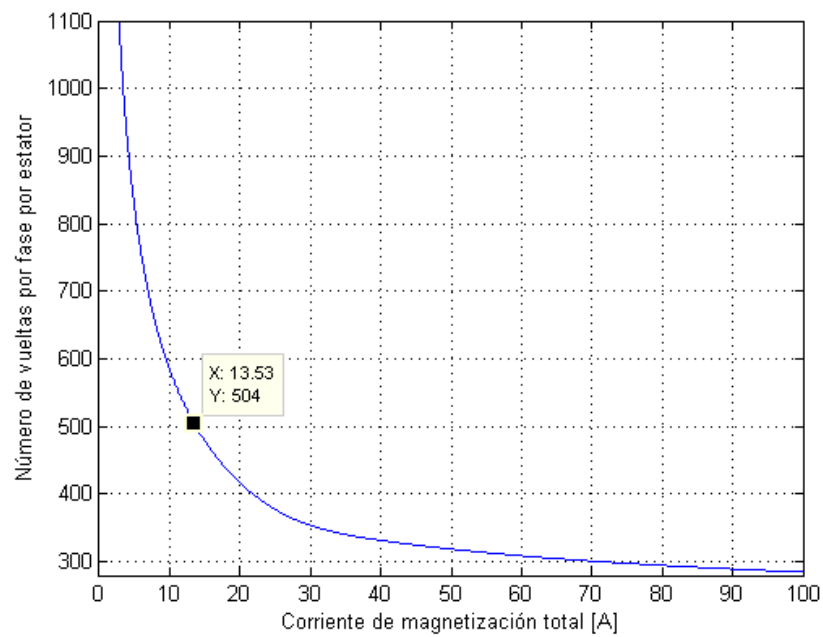


Fig. 5.3 Número de vueltas por fase por estator en función de la corriente de magnetización de la máquina.

Fuente: Elaboración propia.

En la Fig. 5.2 se muestra que la eficiencia que desarrolla la máquina es mayor conforme el diámetro del conductor aumenta, debido a la disminución de la resistencia y por lo tanto de las pérdidas. Para densidades de flujo de entre 0.4 y 0.7 [T] la eficiencia varía entre un 87 y un 95% para el peor y mejor caso respectivamente. Entre estos valores, el número de vueltas por fase mostrado en la Fig. 5.3 posee un variación significativa de entre 650 y 350 vueltas respectivamente.

La elección del número de vueltas responde principalmente a estas tres variables además de las limitaciones físicas, las cuales pueden ser resueltas utilizando bobinados en paralelo. Lo que se busca es un punto de operación en donde se obtenga una alta eficiencia, con un bajo número de vueltas (ahorro en material) y una baja corriente de magnetización. En este caso el valor escogido es 42 vueltas por bobina.

5.2. Verificación y Resultados

Las características del motor utilizadas para realizar los cálculos se muestran en la Tabla 5.2. A partir de estos, los parámetros del circuito equivalente son calculados y mostrados en la Tabla 5.3.

Tabla 5.2 Datos del motor.
Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Valor
Voltaje entre líneas	400 [V]
Frecuencia (f)	50 [Hz]
Número de fases (m)	3
Conexión	Y
Número de pares de polos (P)	12
Conductividad del cobre a 75 [°C] (σ_{Cu})	$4.815 \cdot 10^7$ [S/m]
Conductividad del hierro (σ_{Fe})	$1.923 \cdot 10^6$ [S/m]
Conductividad equivalente de rotor (σ_{rotor})	$2.337 \cdot 10^7$ [S/m]
Permeabilidad relativa del hierro (μ_{Fe})	2000

Permeabilidad tangencial relativa de diente-ranura de estator (μ_{xs})	1.817
Permeabilidad axial relative de diente-ranura de estator (μ_{ys})	900.471
Permeabilidad tangencial relativa de rotor (μ_{xr})	1
Permeabilidad axial relativa de rotor (μ_{yr})	2000
Diámetro interno (D_i)	400 [mm]
Diámetro externo (D_o)	600 [mm]
Largo de entrehierro (g)	1 [mm]
Factor de Carter (k_C)	1.1785
Número de ranuras de estator	72
Número de bobinas por fase por estator (n_b)	12
Número de vueltas por bobina (N_b)	42
Factor de bobinado	1
Paso polar (τ)	65.45 [mm]
Ancho de rotor (a_R)	67.5 [mm]
Ancho de yugo (a_y)	43 [mm]
Ancho de ranura de estator (a_r)	12 [mm]
Ancho de diente de estator (a_d)	9.817 [mm]
Altura de diente (h_D)	62 [mm]

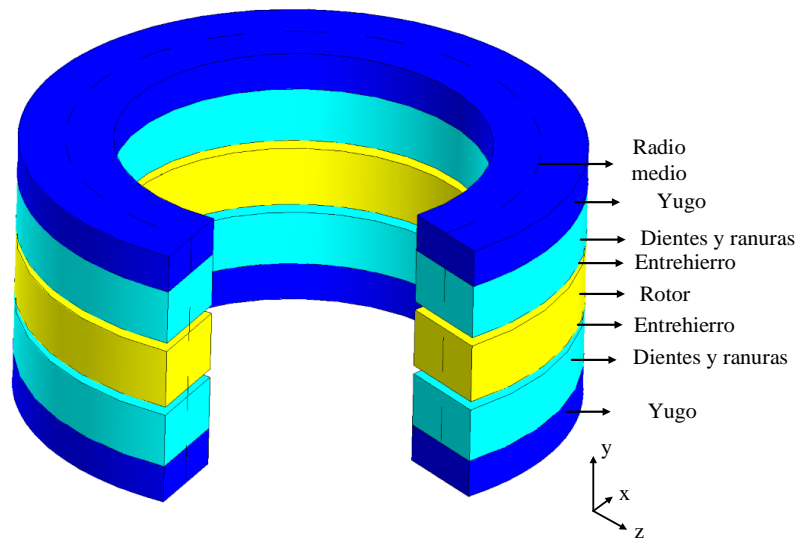
Tabla 5.3 Parámetros del circuito equivalente.

Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Valor	Valor en por unidad
Resistencia bobinado estator R_l (Ec. (4.48))	0.430	0.071
Reactancia de dispersión de estator X_l (Ec. (4.49))	2.846	0.471
Reactancia de magnetización X_m (Ec. (4.51))	23.817	3.946

Resistencia de rotor para rotor bloqueado R_2' (Ec. (4.57))	0.273	0.045
Reactancia de dispersión de rotor para rotor bloqueado X_2' (Ec. (4.59))	0.284	0.047

De manera de verificar el modelo analítico descrito anteriormente, se modela un polo de la máquina en 2D, vale decir, se toma una lámina correspondiente a su radio medio (ver línea segmentada en Fig. 5.4 (a)) y se extiende en el eje z (eje radial), conformando una máquina lineal equivalente. Esta representación se muestra en la Fig. 3.3 (b). Se aprecia que la zona de dientes y ranuras está segmentada en trece zonas, las cuales simulan una distribución de corriente única en la zona equivalente a un bobinado trifásico. La comparación entre la densidad de corriente impuesta obtenida mediante esta simplificación y la densidad de corriente sinusoidal utilizada para los cálculos en el modelo matemático se muestra en la Fig. 5.5.



(a)

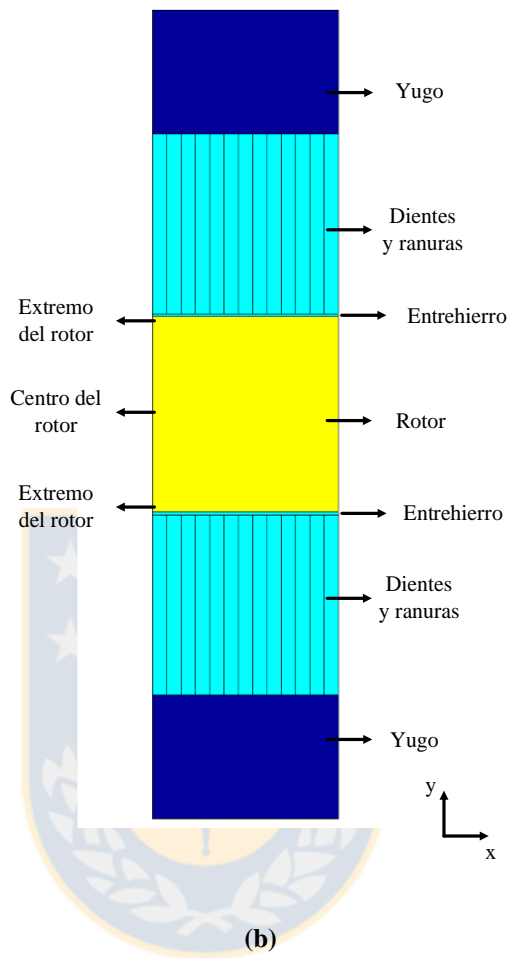


Fig. 5.4 Modelo de elementos finitos en 2D
 (a) Representación 3D y (b) Modelo utilizado.
 Fuente: Elaboración propia.

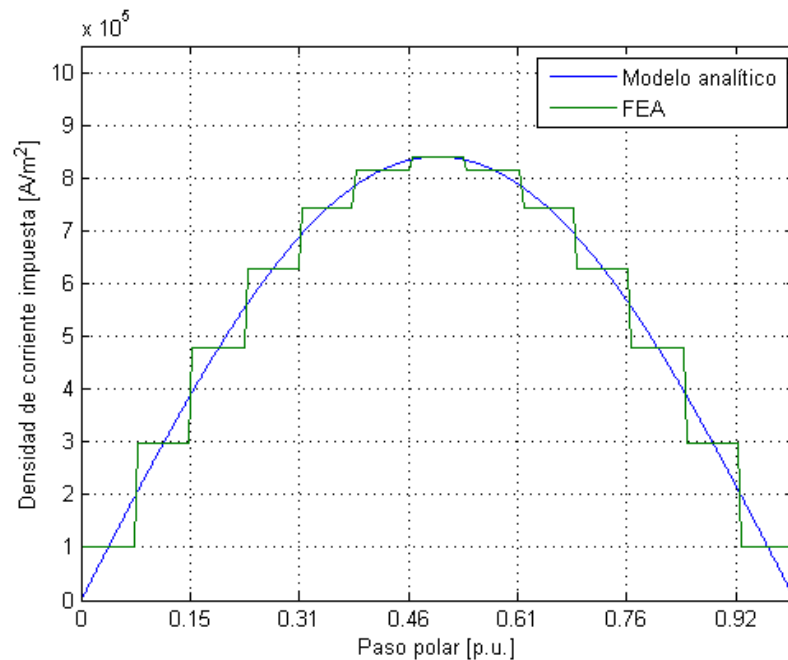


Fig. 5.5 Distribución espacial de la densidad de corriente impuesta en región de estator para deslizamiento de 2%.

Fuente: Elaboración propia.

Según el análisis matemático realizado en el Capítulo 4, el Vector Potencial Magnético es utilizado para determinar todas las variables que explican el funcionamiento y desempeño de la máquina. Es por esto que, para validar el modelo analítico, se procede a comparar esta variable calculada a partir del modelo con la de la simulación mediante elementos finitos, según se muestra en la Fig. 5.6. En la Fig. 5.7 se realiza la misma comparación pero utilizando la densidad de corriente de rotor, para un extremo y para la sección intermedia del mismo, esto con tal de verificar si el modelo representa efectivamente la presencia del efecto skin (ver Fig. 5.8 (b)) para el caso más severo (rotor bloqueado). Acorde con lo esperado, la densidad de corriente en el extremo del rotor es cuatro veces mayor que en el centro de este. Con estos resultados, y debido a la similitud entre las curvas, se puede afirmar que el modelo matemático es correcto y por tanto puede ser usado para realizar los cálculos con seguridad pues cumple con las condiciones de precisión necesarias.

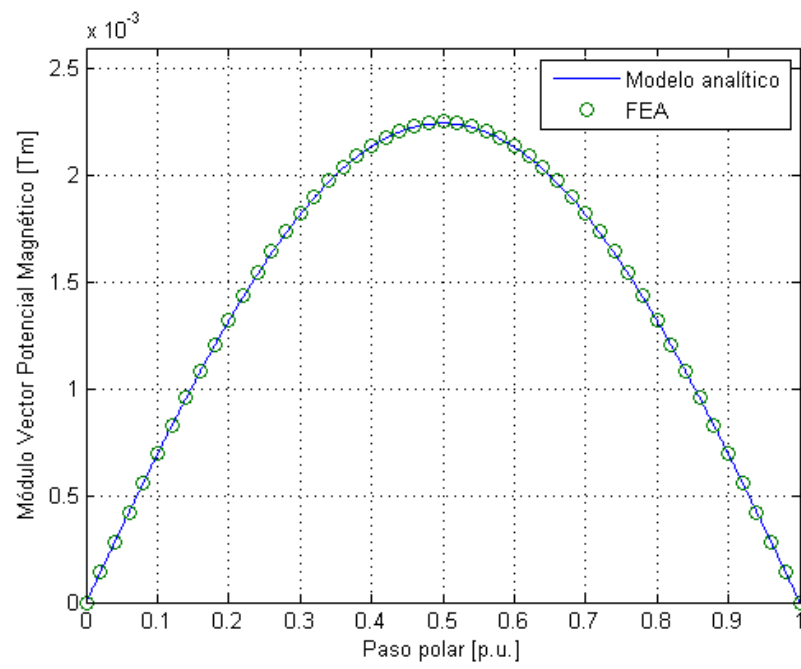


Fig. 5.6 Distribución espacial del módulo del Vector Potencial Magnético para deslizamiento unitario.

Fuente: Elaboración propia.

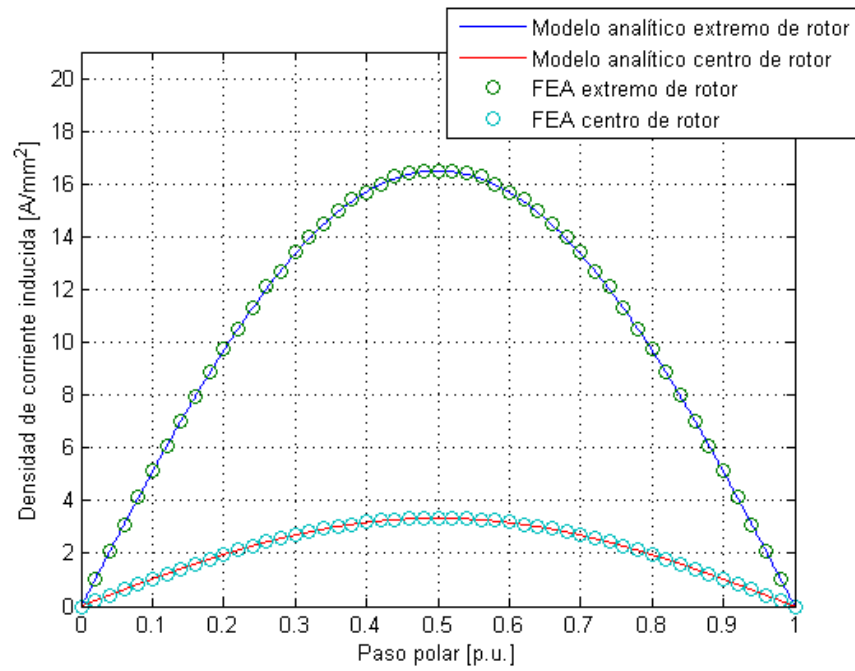
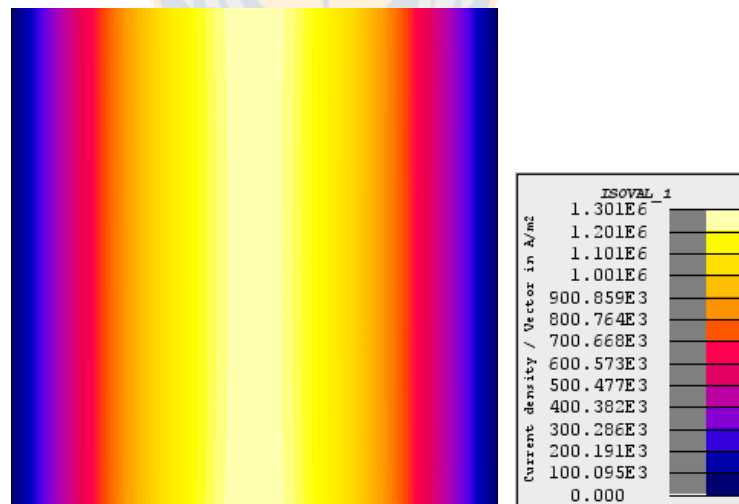


Fig. 5.7 Distribución espacial de densidad de corriente inducida en rotor para el centro ($y=h_{III}+0.5*(h_{IV}-h_{III})$) y un extremo ($y=h_{III}$).

Fuente: Elaboración propia.



(a)

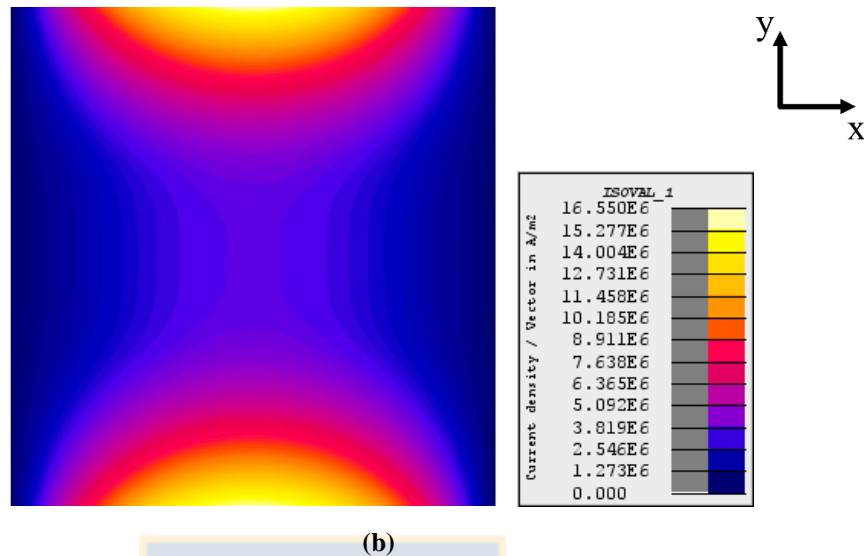


Fig. 5.8 Mapa de colores de la densidad de corriente inducida en rotor.

(a) Deslizamiento 2% y (b) Deslizamiento unitario.

Fuente: Elaboración propia.

En la Fig. 5.9 se muestra el torque desarrollado por la máquina. Este se obtiene utilizando el modelo de elementos finitos de la Fig. 5.4, el de ecuaciones de campo y el circuito equivalente de la Fig. 4.6 (ambos desarrollados en el Capítulo 4), confirmando que las ecuaciones utilizadas para relacionar estos dos últimos son las correctas. Además, el modelo se vuelve a validar debido a la similitud entre el resultado de elementos finitos con los otros dos métodos. El torque es de 758 [Nm] a una velocidad de 245 [r.p.m.], y la relación entre este y los torques de partida y máximo es de 0.66 y 1.71, respectivamente.

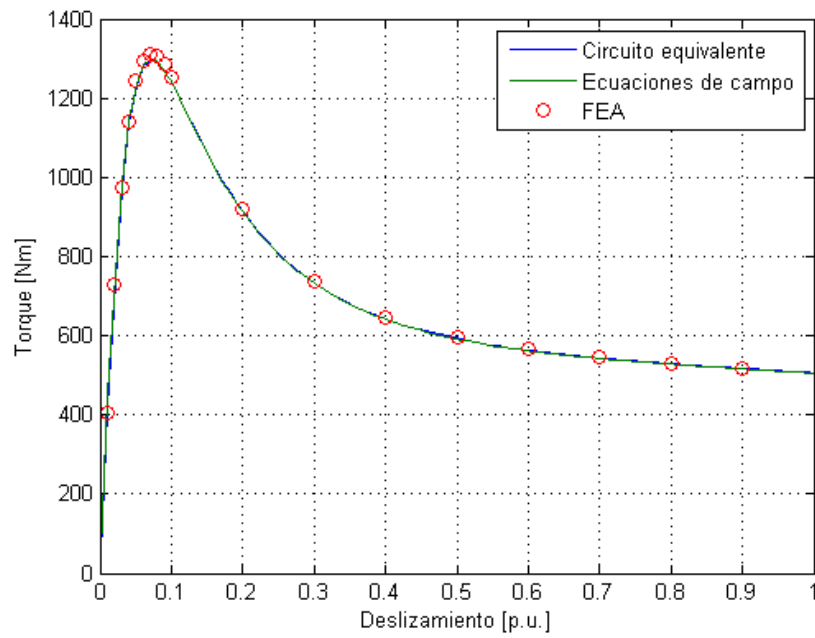


Fig. 5.9 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento.
Fuente: Elaboración propia.

La Fig. 5.10 muestra la corriente demandada por la máquina para un estator. En esta se aprecia que la corriente para condición nominal posee un valor de 19.13 [A], mientras que para la partida corresponde a 65.2 [A].

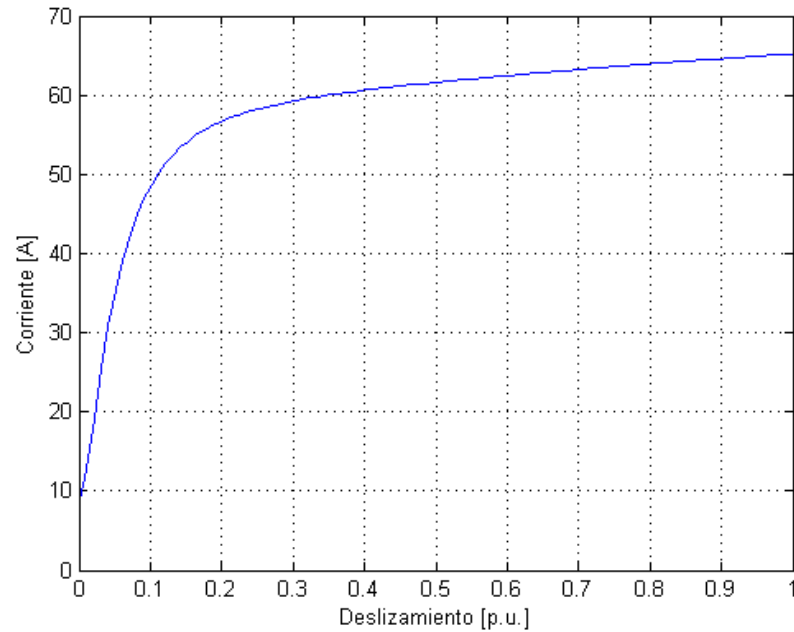


Fig. 5.10 Corriente demandada por el motor en función del deslizamiento.

Fuente: Elaboración propia.

La Fig. 5.11 muestra la eficiencia de la máquina en función del deslizamiento, en donde se aprecia que para velocidad nominal esta es de aproximadamente un 93%. Este cálculo no considera pérdidas por corrientes parásitas e histéresis ni por roce y ventilación.

La Fig. 5.12 muestra el factor de potencia en función del deslizamiento. En condición nominal, el factor de potencia corresponde aproximadamente a 0.76. El máximo ocurre para un deslizamiento de un 2.7% y corresponde a 0.773.

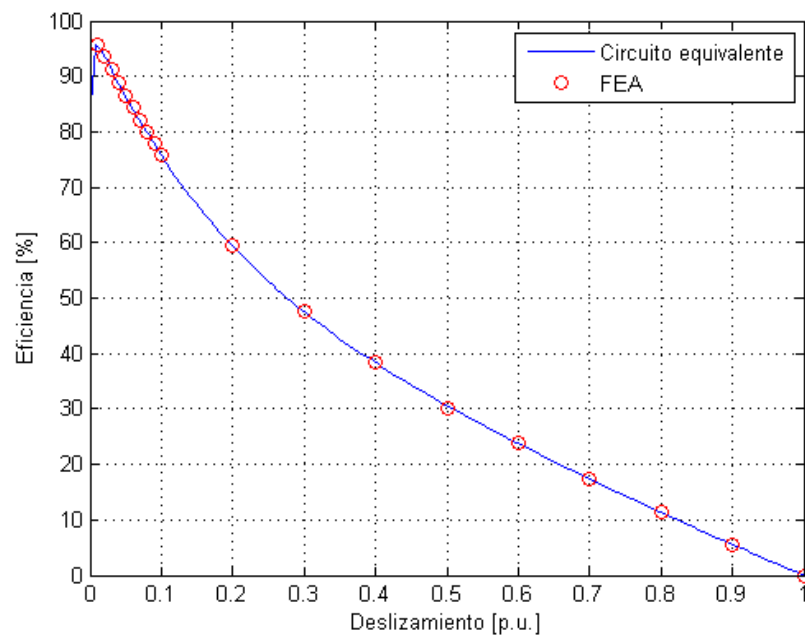


Fig. 5.11 Eficiencia en función del deslizamiento.
Fuente: Elaboración propia.

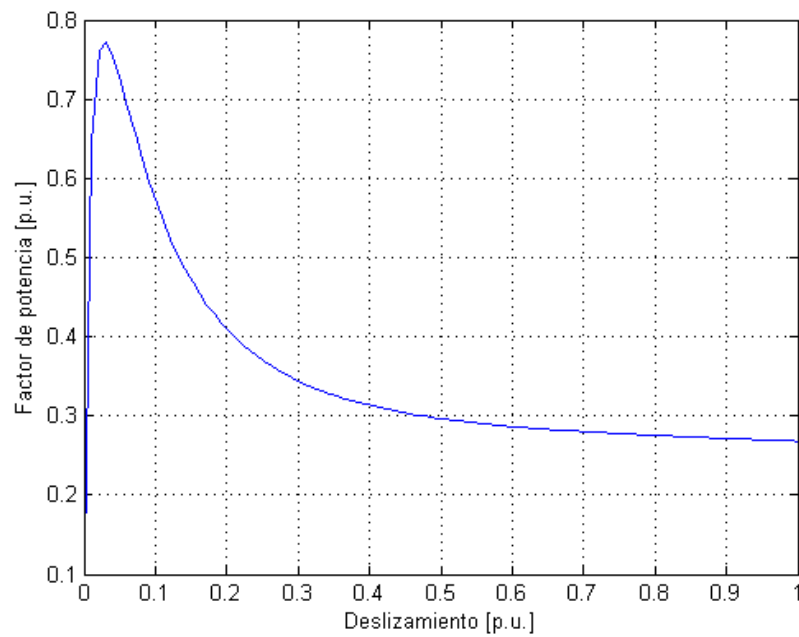


Fig. 5.12 Factor de potencia en función del deslizamiento.
Fuente: Elaboración propia.

Como se mencionó anteriormente, el efecto skin se presenta de manera significativa dada las dimensiones del rotor. Esto se manifiesta como una diferencia sustancial entre impedancia a deslizamientos altos (alta frecuencia de corrientes inducidas) respecto de deslizamientos bajos (baja frecuencia de corrientes inducidas). Lo anterior obliga a considerar este efecto para evitar errores significativos en los cálculos. En la Fig. 5.13 se confirma la magnitud del efecto, dado que con el aumento de la frecuencia la resistencia se incrementa más de dos veces su valor DC. Por otra parte, la reactancia de dispersión decrece aproximadamente 40% de su valor DC.

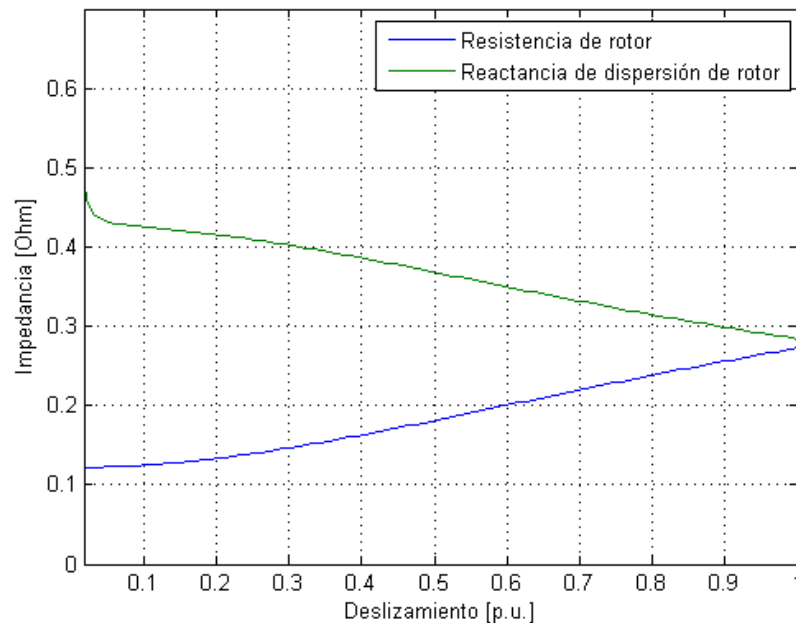


Fig. 5.13 Resistencia y reactancia de dispersión de rotor referidas a estator en función del deslizamiento.

Fuente: Elaboración propia.

Otra variable de interés corresponde a la fuerza axial ejercida por el rotor, la cual se muestra en función del deslizamiento en la Fig. 5.14. Dado que el rotor se encuentra en su posición central, la fuerza neta que actúa sobre este es nula, considerando que las fuerzas de atracción que ejercen los estatores sobre la pieza son de igual magnitud. Para el diseño de la carcasa es importante contar con todas las fuerzas y momentos de torsión presentes en el motor. Al determinar el valor de la fuerza axial se puede realizar un diseño

adecuado, permitiendo definir la geometría de las piezas de la carcasa, mediante un análisis estructural. Es por esto que en la sección 5.3 se analiza el efecto de un desbalance en la posición del rotor, ya que bajo esas condiciones la fuerza axial neta que actúa sobre el rotor es distinta de cero.

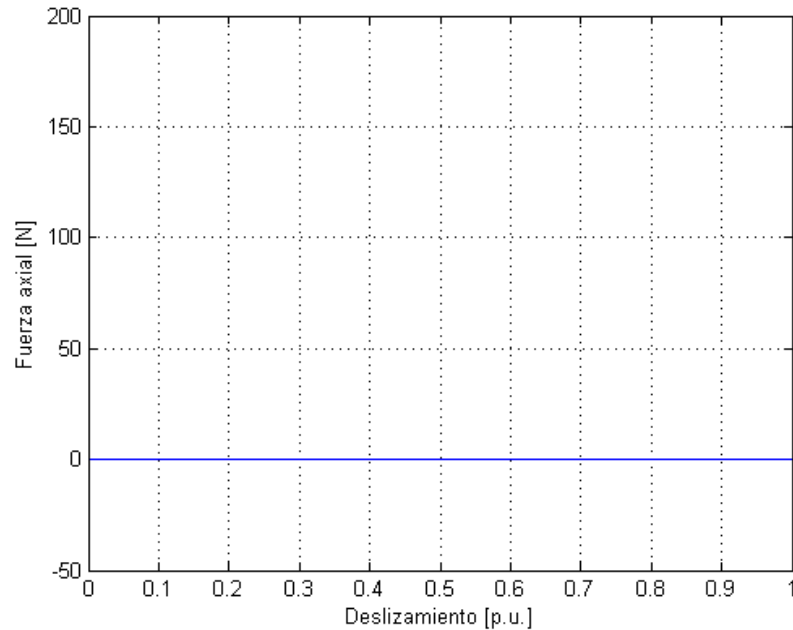


Fig. 5.14 Fuerza axial media ejercida sobre el rotor en función del deslizamiento.

Fuente: Elaboración propia.

5.3. Desajuste de la posición del rotor

Resulta interesante conocer el comportamiento del motor al sufrir un desajuste en los largos de entrehierros, los cuales de forma ideal poseen el mismo largo. Esto puede darse por un mal ajuste en la etapa de montaje o simplemente por las fuerzas a la que está sujeto el rotor durante la operación de la máquina.

Los casos a analizar corresponden a un desajuste de un 20% (0.2 [mm]) desde la posición central (ver Fig. 5.15 (b)), y a un caso de mayor severidad, en donde el rotor se desajusta en 50% (0.5 [mm]) desde su posición central (ver Fig. 5.15 (c)). De la Fig. 5.16 a la Fig. 5.20 se muestran las principales variables de interés de la máquina, esto es, torque,

corriente de entrada por estator, eficiencia, factor de potencia y fuerza axial, en función del deslizamiento para distintos desajustes del rotor.

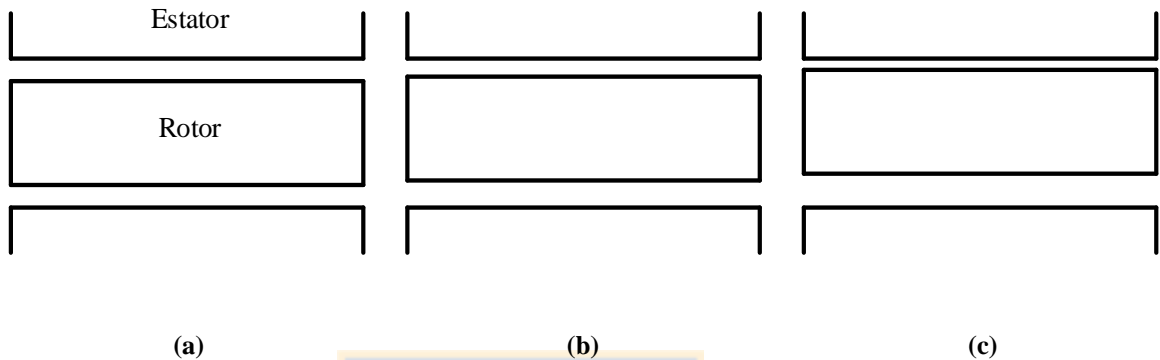


Fig. 5.15 Desajuste de la posición central del rotor, (a) 0%, (b) 20% y (c) 50%.
Fuente: Elaboración propia.

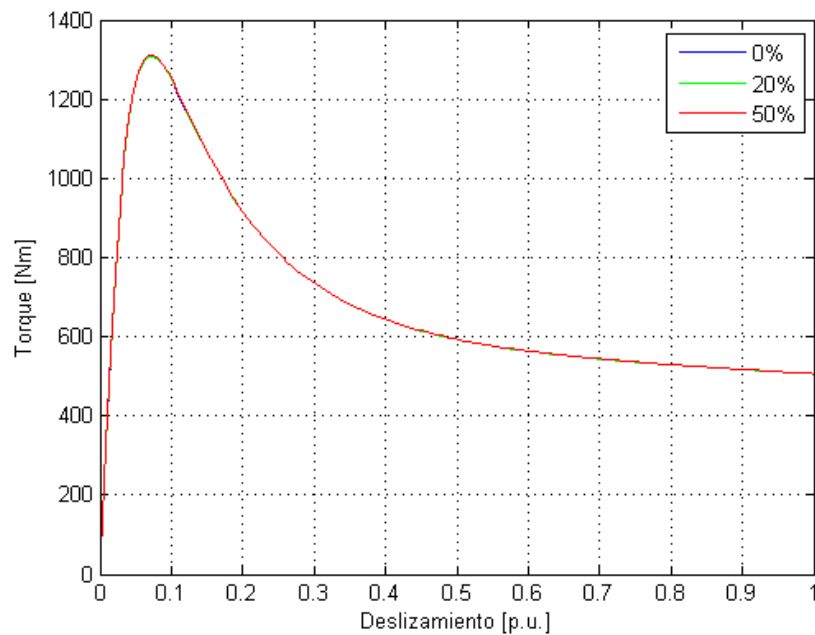


Fig. 5.16 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.
Fuente: Elaboración propia.

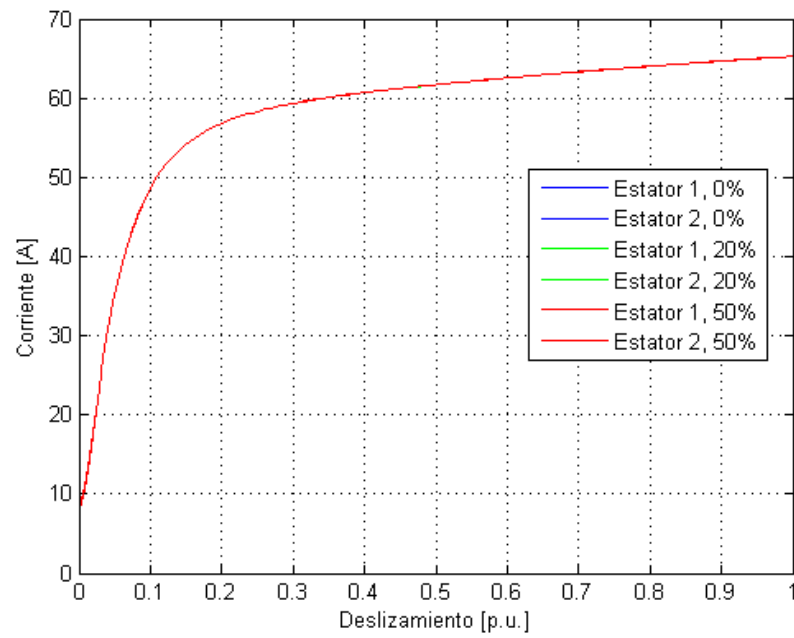


Fig. 5.17 Corriente demandada por el motor en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.

Fuente: Elaboración propia.

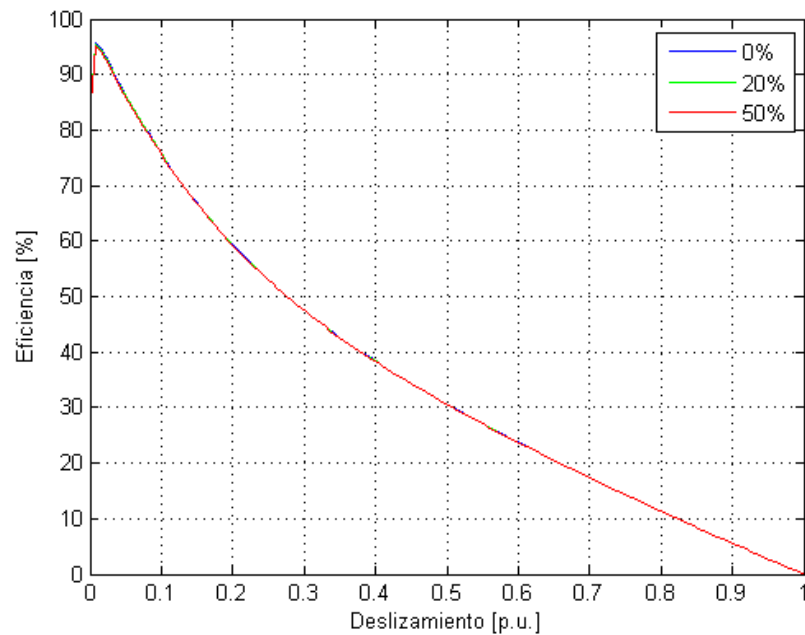


Fig. 5.18 Eficiencia en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.

Fuente: Elaboración propia.

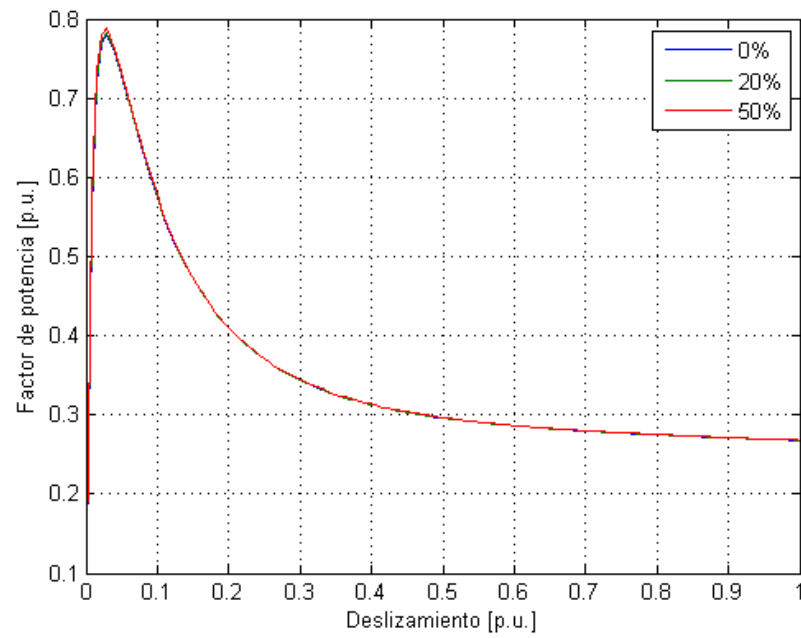


Fig. 5.19 Factor de potencia en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.
Fuente: Elaboración propia.

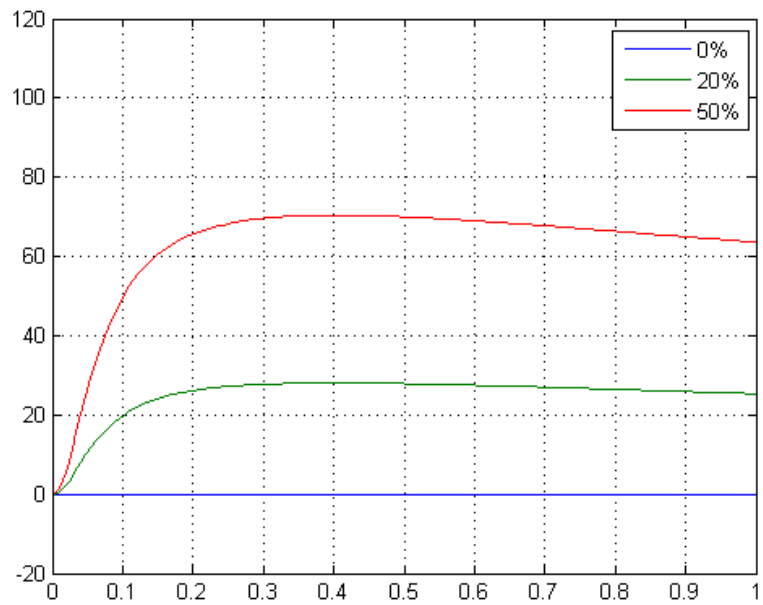


Fig. 5.20 Fuerza axial media ejercida sobre el rotor en función del deslizamiento, para distintos desajustes del rotor.
Fuente: Elaboración propia.

Como se aprecia en las figuras anteriores, la diferencia de desempeño de la máquina entre los distintos desbalances se puede atribuir a errores de cálculo, ya que la diferencia es prácticamente nula. Esto se puede explicar debido a que un aumento en el largo de uno de los entrehierros corresponde a una disminución proporcional del otro entrehierro, haciendo que el circuito magnético se mantenga constante, considerando que la suma de los largos de entrehierros es constante (se está cambiando la razón de los largos de entrehierro y no el entrehierro en sí). Por ende, la operación y desempeño de la máquina no se ven afectadas. Sin embargo, con la variación de la posición del rotor aparece una fuerza axial (ver Fig. 5.20) sobre este distinta de cero, debido a la presencia de fuerzas de atracción desbalanceadas ejercidas por los estatores. Pese a esto, la fuerza ejercida sobre el rotor no es de gran magnitud, considerando que uno de los estatores compensa parte de la fuerza ejercida por el otro. Las restricciones a la operación surgen desde el punto de vista mecánico, en donde el desajuste puede llegar a provocar el contacto entre estator y rotor, llevando así al desgaste por roce de las piezas y una posible falla del motor.

5.4. Indisponibilidad de uno de los estatores

Dado que la máquina opera con dos estatores, resulta interesante conocer su desempeño en caso de indisponibilidad de uno de estos. Considerando el modelo matemático previamente descrito, basta con imponer que la densidad de corriente en la región II o VI sea cero, lo que simula una condición de indisponibilidad. El circuito equivalente que representa a la máquina bajo esta condición corresponde al tradicional de la máquina de inducción, según se aprecia en la Fig. 5.21.

En la Tabla 5.4 se muestran los parámetros del circuito equivalente de la máquina en condición normal versus condición de indisponibilidad. Según se aprecia, la reactancia de magnetización es prácticamente igual (considerando que para condición de operación normal esta se encuentra en paralelo y la equivalente corresponde a la mitad), debido a que no existen cambios en el circuito magnético de la máquina, sin embargo, bajo esta condición se encuentra siendo alimentada solo por una fuente. Esto se puede entender, primeramente, desde el punto de vista circuital. El circuito de la Fig. 4.6 se puede

descomponer en dos circuitos independientes, mostrados en la Fig 5.21. De aquí se desprende que si la máquina se alimenta con un solo estator, tanto la resistencia como la reactancia de rotor se incrementan al doble para deslizamiento unitario.

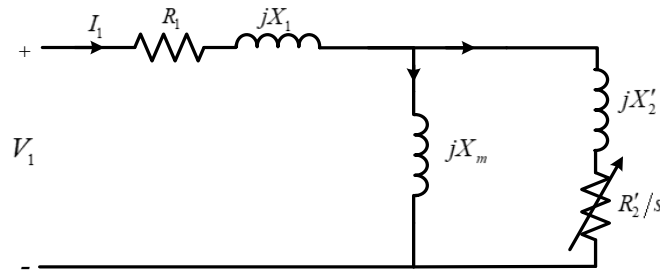


Fig. 5.21 Circuito equivalente de la máquina para condición de indisponibilidad de un estator.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.4 Comparación de parámetros del circuito equivalente entre operación normal e indisponibilidad de estator.

Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Valor con ambos estatores	Valor con un estator
Resistencia bobinado estator (R_1)	0.430	0.430
Reactancia de dispersión de estator (X_1)	2.846	2.846
Reactancia de magnetización (X_m)	24.726	13.538
Resistencia de rotor para deslizamiento unitario (R_2)	0.271	0.582
Reactancia de dispersión de rotor para deslizamiento unitario (X_2)	0.282	0.582

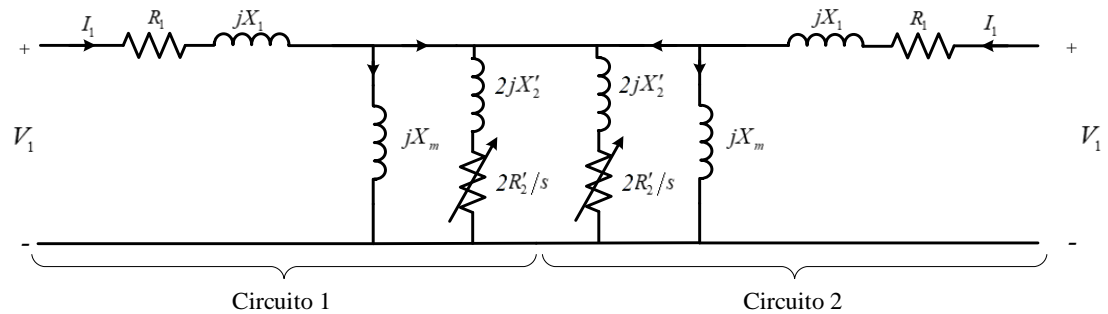


Fig. 5.22 Circuito equivalente de la máquina, conformado por dos circuitos independientes.

Fuente: Elaboración propia.

Desde el punto de vista físico, debido a que un solo estator actúa como fuente, la reactancia de dispersión de rotor aumenta (ver Fig. 5.24) dado que no todo el flujo cruza de un estator al otro. Esto causa la disminución del área de conducción y por ende el aumento en la resistencia (ver Fig. 5.25). Lo anterior queda evidenciado en la Fig. 5.23, en donde se tiene que tanto para alta como para baja velocidad la distribución espacial de corriente en el rotor no es uniforme (a diferencia de la operación normal, evidenciada en la Fig. 5.8 (b)). Se aprecia además que la diferencia entre la resistencia de rotor de vacío y velocidad cero es mayor en el caso de operación con un estator. Esto se asocia al hecho de que en vacío la distribución de corrientes en rotor es relativamente similar en ambos casos. Sin embargo, para operación a deslizamiento unitario, esta diferencia se hace notoria, obteniéndose lo mostrado en la Fig. 5.24 (b).

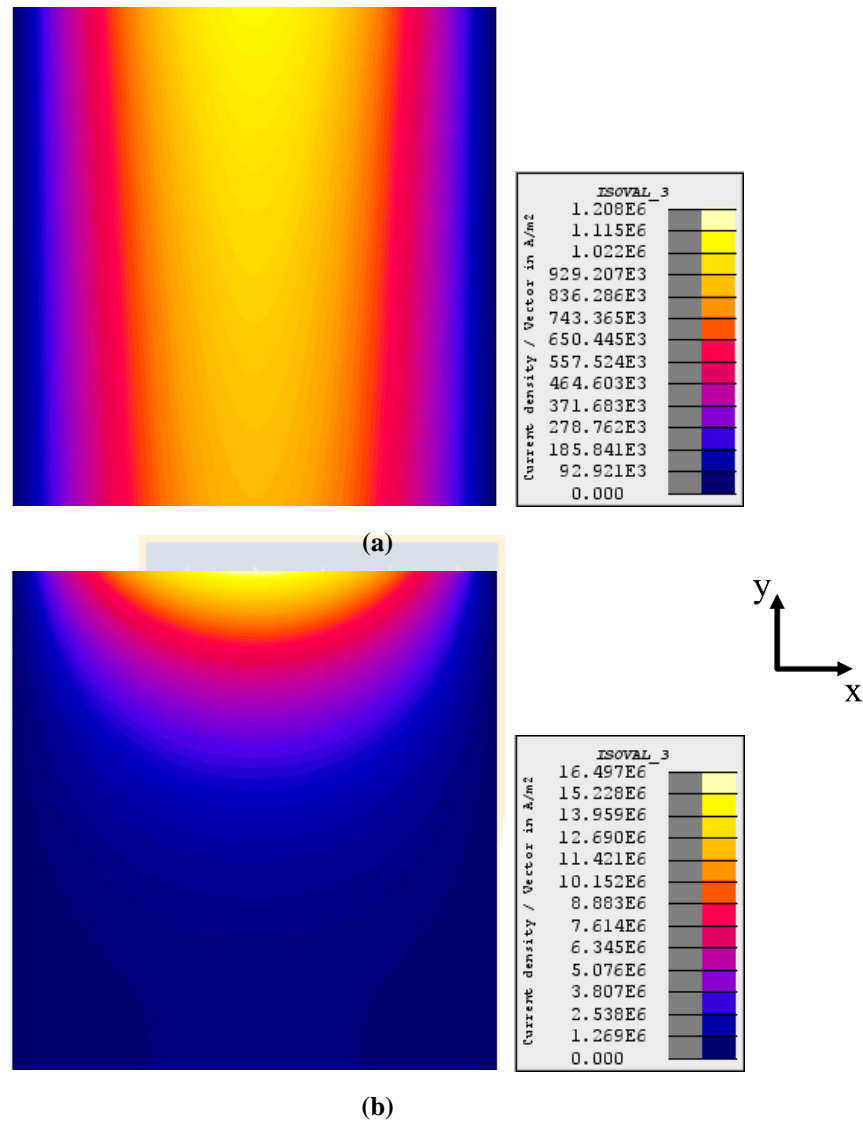


Fig. 5.23 Mapa de colores de la distribución espacial de corriente inducida en rotor para operación con un estator,

(a) Deslizamiento 2% y (b) Deslizamiento unitario.

Fuente: Elaboración propia.

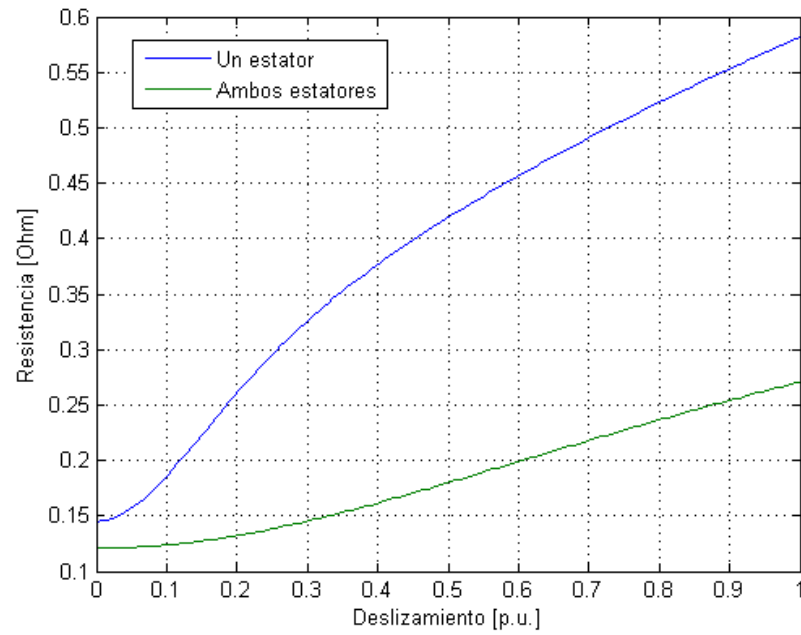


Fig. 5.24 Comparación de resistencia rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

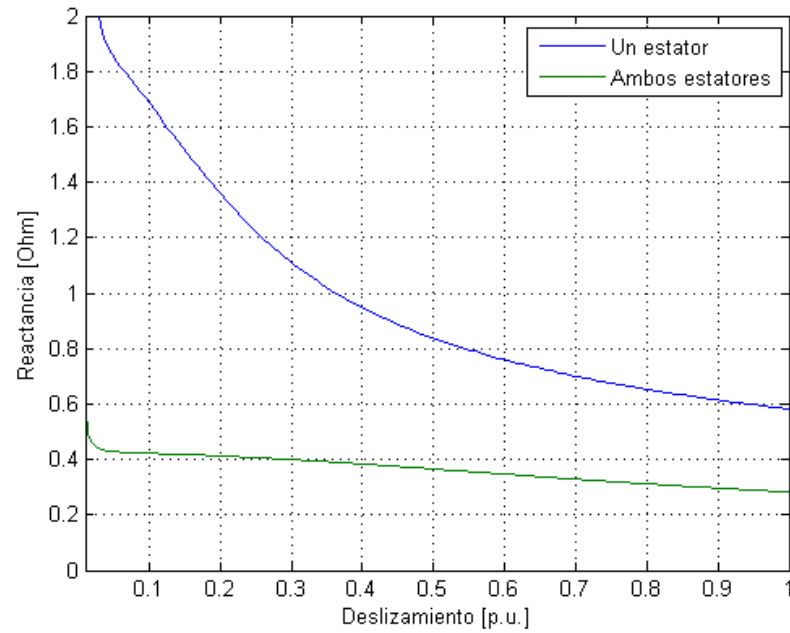


Fig. 5.25 Comparación de reactancia de dispersión rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

Todo lo anterior da como resultado que el torque disminuya según se aprecia en la Fig. 5.26. El torque de partida disminuye a de 500 a 250 [Nm] aproximadamente mientras que el torque máximo de 1300 a 470 [Nm]. Para velocidad nominal, el torque disminuye de 760 a 420 [Nm], provocando así que ante una eventual indisponibilidad de uno de los estatores la máquina no sea capaz de accionar la carga de forma adecuada. La fuerza axial, mostrada en la Fig. 5.30, presenta un aumento considerable respecto del caso de desbalance de la posición del rotor de la sección 5.3. Esto se debe a que no se dispone de uno de los estatores que actúa balanceando la fuerza de atracción que ejerce el otro estator sobre el rotor.

La corriente demandada por el motor es mostrada en la Fig. 5.27. Para condición de vacío ideal ($s=0$), se aprecia el respectivo aumento en la corriente demandada, ya que bajo esta condición, un solo estator debe proporcionar la totalidad de la corriente de magnetización de la máquina.

La eficiencia también se ve afectada, disminuyendo su valor para deslizamientos menores a 30%, según se aprecia en la Fig. 5.28. Lo anterior se debe a que a partir de ese valor de deslizamiento, y según se constata en la Fig. 5.24, la diferencia entre las resistencias referidas para uno y ambos estatores comienza a decrecer, causando que la potencia disipada en la resistencia de estator sea mayor en el caso de operación con un estator, en consecuencia disminuyendo la eficiencia. En este caso, se tiene que para condición nominal esta decrece de 93.37 a 89.08%.

Respecto del factor de potencia (ver Fig. 5.29), este disminuye considerablemente, al disminuir la resistencia y aumentar la reactancia de dispersión de rotor para deslizamientos menores a 30%.

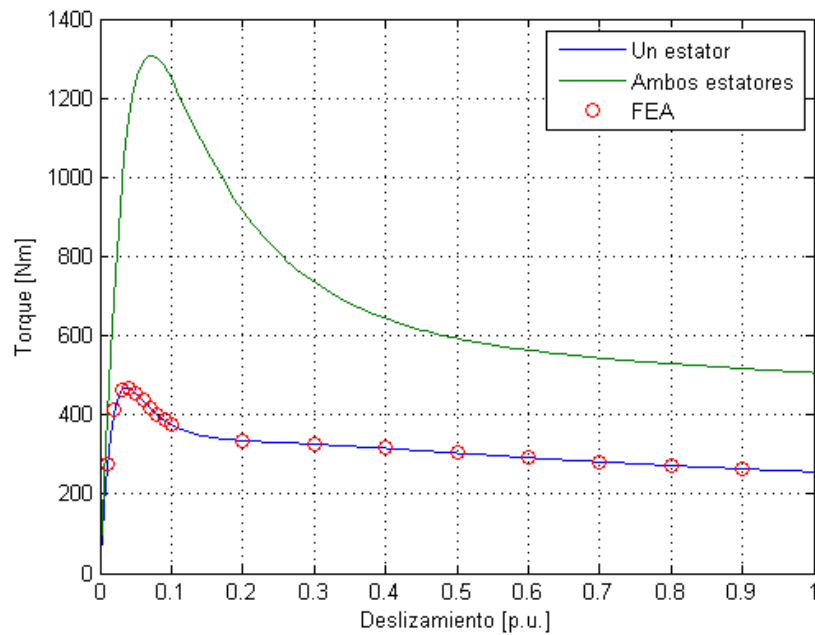


Fig. 5.26 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

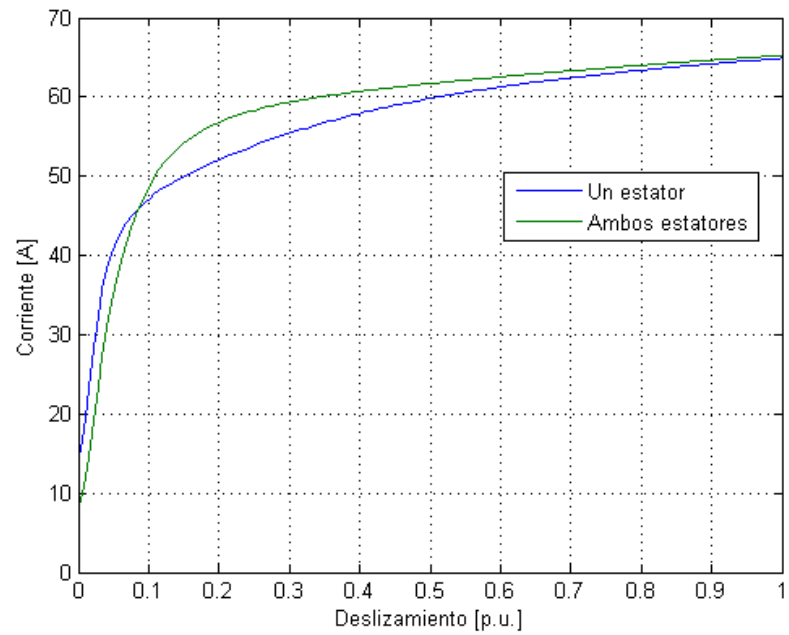


Fig. 5.27 Corriente demandada por la máquina (por estator) en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

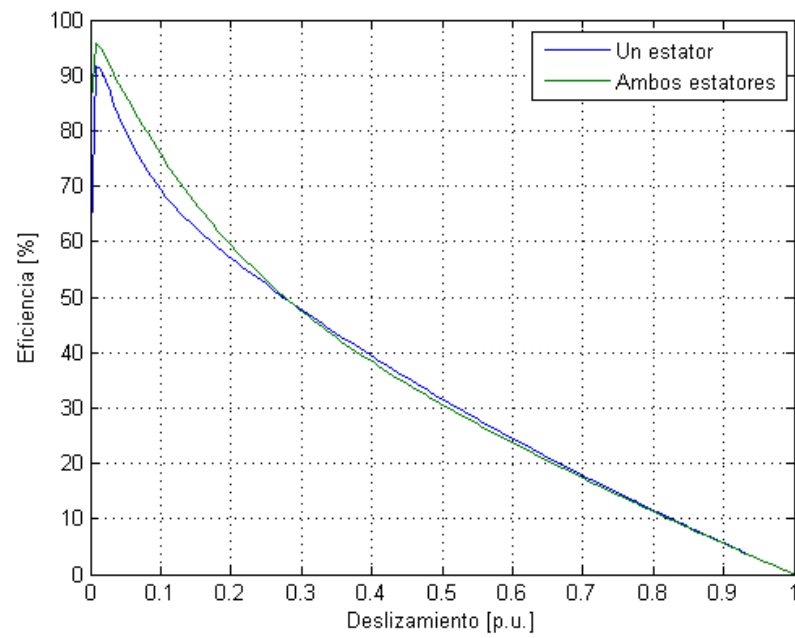


Fig. 5.28 Eficiencia desarrollada por la máquina en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

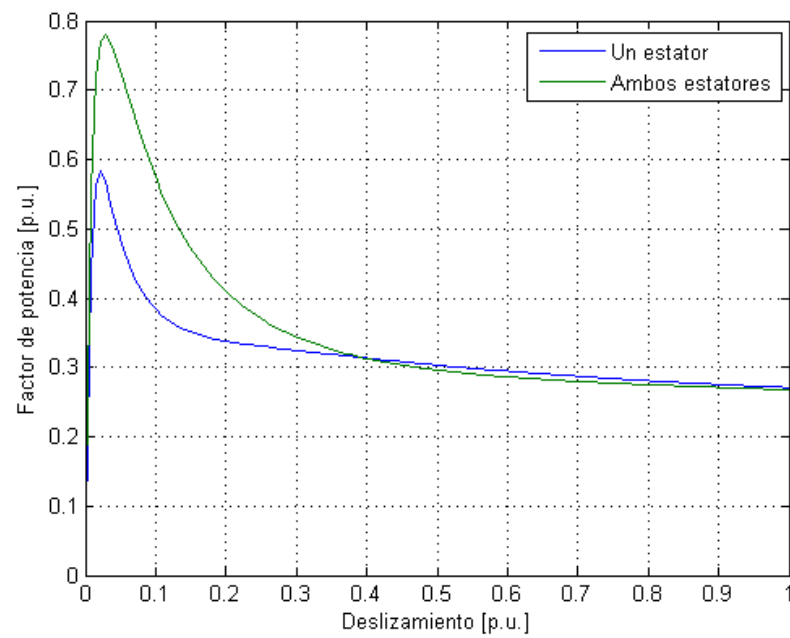


Fig. 5.29 Factor de potencia desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

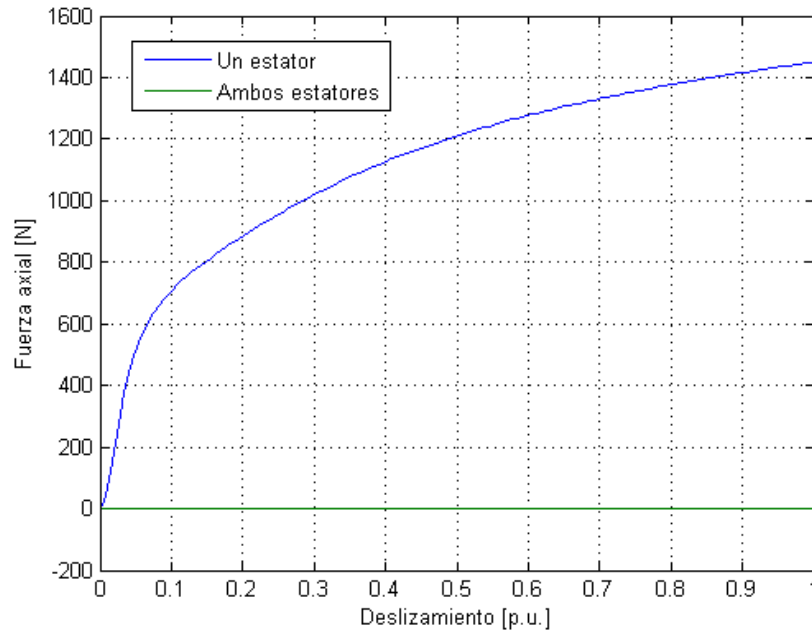


Fig. 5.30 Fuerza axial media ejercida sobre el rotor en función del deslizamiento, para operación con uno y dos estatores.

Fuente: Elaboración propia.

5.5. Cambio en las dimensiones del rotor

A continuación, se realiza un análisis de sensibilidad al variar en $\pm 44\%$ (30 [mm]) el ancho de rotor, acorde a lo mostrado en la Fig. 5.31. En la Tabla 5.5 se muestra una comparación de los parámetros del circuito equivalente de la máquina según el ancho de rotor. De aquí se desprende que, acorde a la teoría, la reactancia de magnetización disminuye al incrementar el ancho de rotor, dado que se requiere más corriente para establecer el flujo magnético en la máquina. Además, la resistencia rotórica referida a estator aumenta con el incremento del ancho de rotor, debido a que la razón de vueltas aumenta cuadráticamente en comparación a la resistencia real que disminuye linealmente. Esto se aprecia en la Fig. 5.32 para deslizamiento unitario. Destaca además el hecho de que la diferencia entre resistencia para vacío y deslizamiento unitario se incrementa con el aumento del ancho de rotor, lo que se atribuye al efecto skin. Esto significa que cuando el ancho de rotor es muy pequeño, el efecto skin no tiene mayor incidencia, por lo que la resistencia a 50 [Hz] es similar a la DC. Por el contrario, si esta dimensión se incrementa,

el efecto skin es más pronunciado, aumentando así la diferencia entre la resistencia a alta y baja frecuencia.

Respecto de la reactancia de dispersión de rotor referida a estator (ver Fig. 5.33), se tiene que esta aumenta con el incremento del ancho de rotor para deslizamientos bajos, debido al aumento del área de conducción y a la relación directamente proporcional con la inductancia de dispersión de rotor [16]. Se aprecia además que la reactancia es similar para los casos de 67.5 y 97.5 [mm] a deslizamiento unitario, dado que el efecto skin produce que el área de conducción en ambos casos sea también similar, no así en el caso de 37.5 [mm] en donde este efecto es menos notorio.

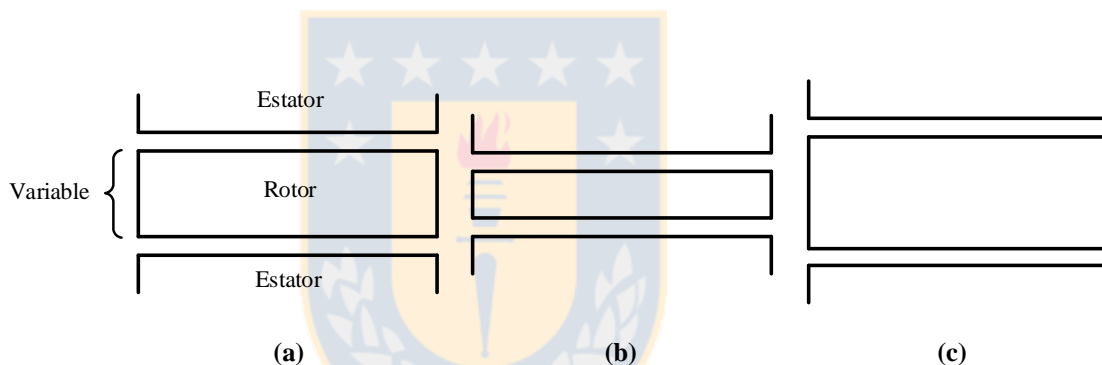


Fig. 5.31 Desajuste de la posición central del rotor,

(a) 0%, (b) -44% y (c) +44%.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.5 Comparación de parámetros del circuito equivalente entre operación normal y distintos anchos de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	Tamaño original 67.5 [mm]	Disminución de tamaño -44% (37.5 [mm])	Aumento de tamaño +44% (97.5 [mm])
Resistencia bobinado estator (R_l)	0.430	0.430	0.430
Reactancia de dispersión de estator (X_l)	2.846	2.846	2.846

Reactancia de magnetización (X_m)	24.726	24.873	24.582
Resistencia de rotor para deslizamiento unitario (R_2')	0.271	0.264	0.278
Reactancia de dispersión de rotor para deslizamiento unitario (X_2')	0.282	0.221	0.278

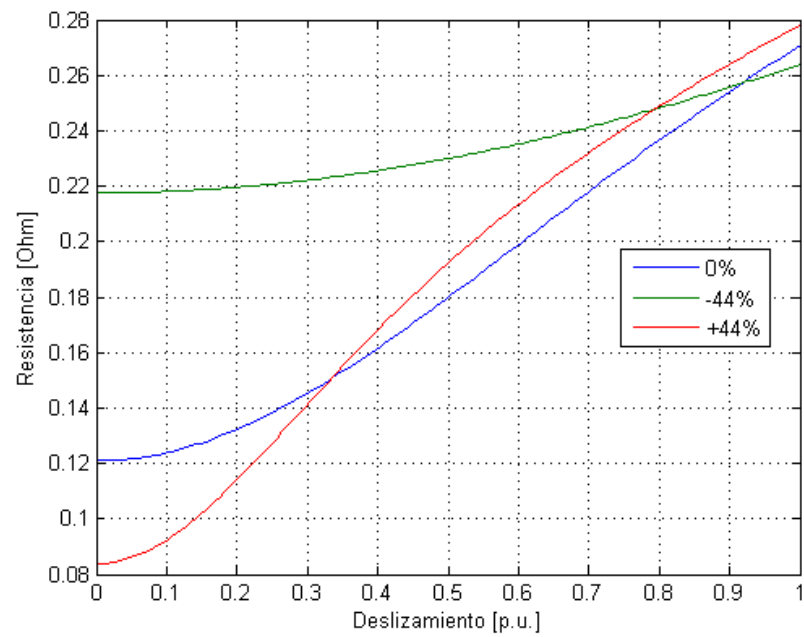


Fig. 5.32 Comparación de resistencia rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con distinto ancho de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

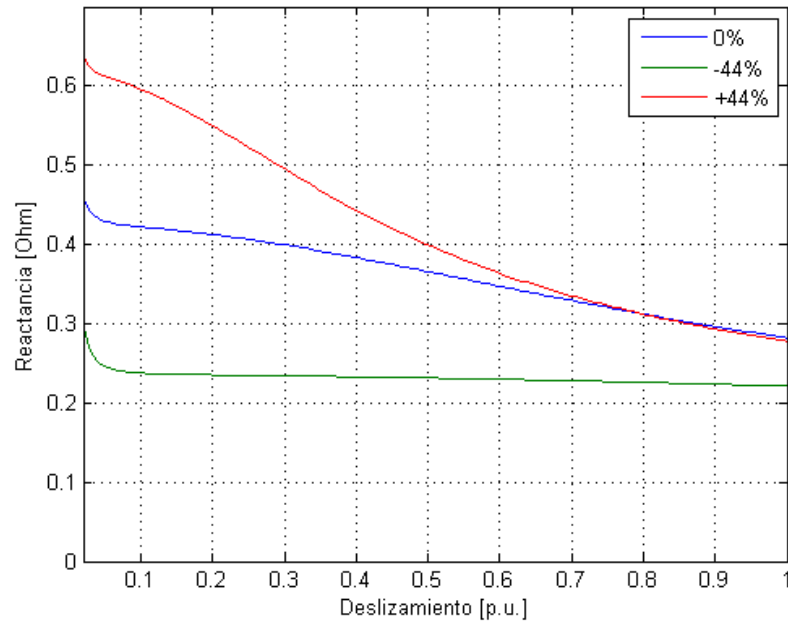


Fig. 5.33 Comparación de reactancia de dispersión rotórica referida a estator en función del deslizamiento, para operación con distinto ancho de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

La característica de resistencia mencionada hace que el torque generado con un rotor de 37.5 [mm] posea su máximo para un deslizamiento mayor comparado con los otros dos casos, según se aprecia en la Fig. 5.34. Esto se debe principalmente a que la resistencia en casi todo el rango de velocidades es mayor para un menor ancho de rotor. Respecto del máximo, según los resultados, este es mayor también para un rotor de menor ancho, debido a que este presenta una menor inductancia de dispersión en todo el rango de velocidades, favoreciendo su capacidad de torque.

La respectiva corriente demandada por el motor, que es función de estos parámetros, se muestra en la Fig. 5.35. En esta, la corriente de magnetización no sufre cambios significativos, lo que puede ser atribuible a la alta permeabilidad relativa impuesta en dirección axial para el rotor.

La eficiencia también se ve mejorada con la disminución del ancho de rotor en prácticamente todo el rango, debido a la combinación de impedancia de la rama rotórica, que favorece el aumento de la potencia de salida para un rotor con esta característica.

Finalmente, el factor de potencia mostrado en la Fig. 5.37 también presenta una mejora para un rotor más pequeño, debido a la mayor resistencia y menor reactancia de la rama rotórica para este caso. Cabe destacar que para el valor de deslizamiento considerado nominal en este caso (2%), el factor de potencia es menor en comparación con los rotores de mayor dimensión, llegando a 0.68.

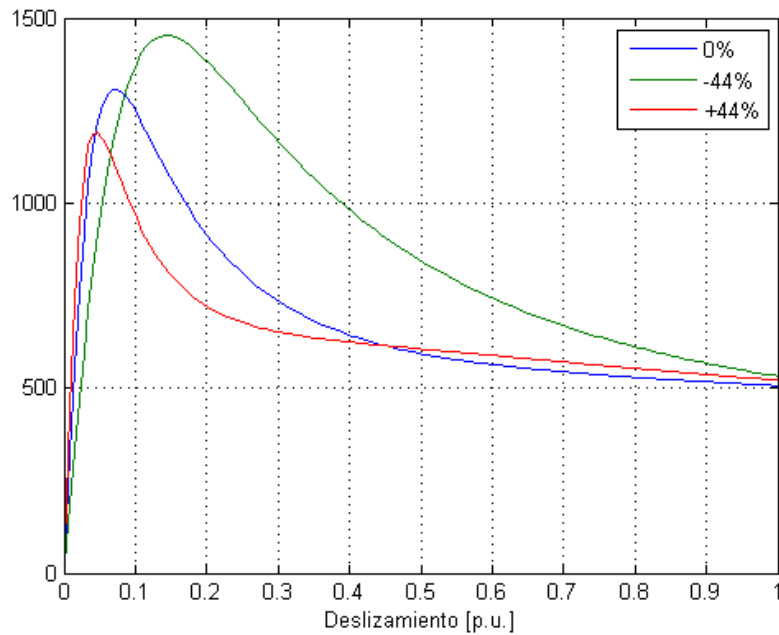


Fig. 5.34 Torque desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

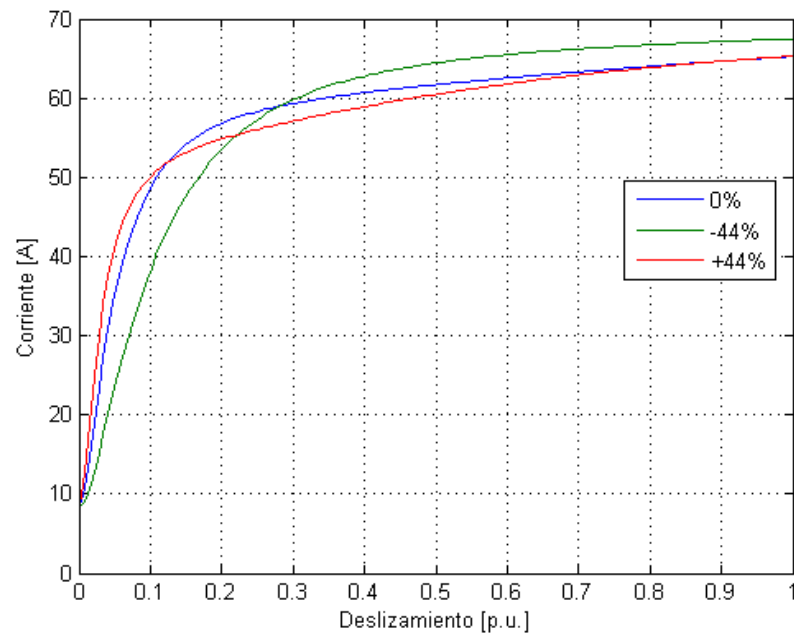


Fig. 5.35 Corriente demandada por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

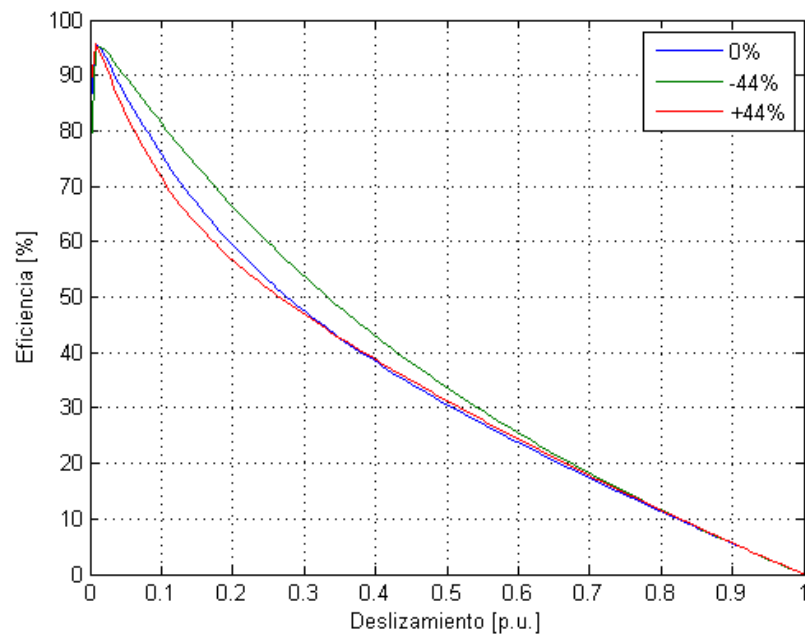


Fig. 5.36 Eficiencia desarrollada por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

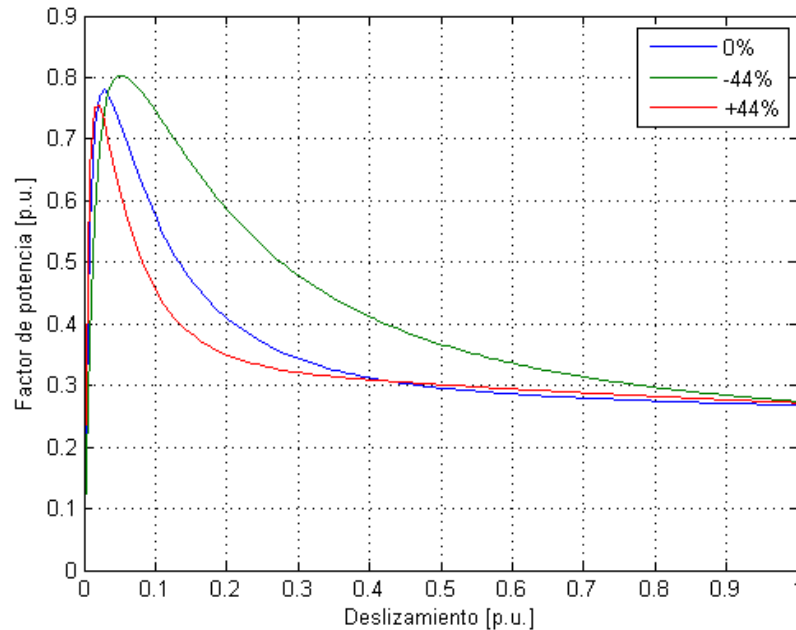


Fig. 5.37 Factor de potencia desarrollado por la máquina en función del deslizamiento, para distinto ancho de rotor.

Fuente: Elaboración propia.

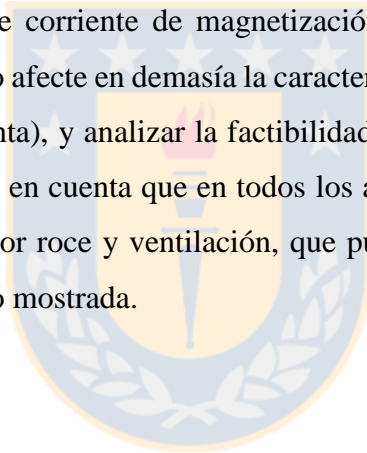
5.6. Discusión

Según los resultados obtenidos, el motor presenta una buena característica de torque para bajas velocidades (760 [Nm] a 245 [r.p.m.]), en conjunto con una alta eficiencia (mayor al 90%), haciéndolo atractivo pese a que el factor de potencia es cercano a 0.8.

Desde el punto de vista electromagnético y de desempeño de la máquina, al desajustarse el rotor desde su posición central la máquina no exhibe cambios significativos, a diferencia de lo que ocurriría con un motor de flujo axial de un estator un rotor (ver [29]). Lo anterior se atribuye al hecho de que la reducción de un entrehierro implica un aumento del otro entrehierro en la misma proporción, quedando el largo neto inalterado. En este sentido, la preocupación radica en el posible contacto físico entre estator y rotor y la aparición de una fuerza axial sobre este, debido al desbalance de las fuerzas de atracción ejercidas por los estatores.

La presencia de dos estatores en la máquina permite obtener una confiabilidad mayor comparado con las máquinas tradicionales. Si bien el desempeño de la máquina al indisponer de uno de los estatores resulta bajo y la fuerza neta sobre rotor distinta de cero, al ocurrir una eventual falla la máquina podría detenerse gradualmente o simplemente operar en esa condición hasta solucionar el imprevisto. De esta manera el proceso no se vería totalmente comprometido a diferencia de lo que ocurre en fallas de motores tradicionales.

Respecto del ancho de rotor, los resultados indican que es favorable disminuir su tamaño, ya que se consigue mejoras en la capacidad de torque, eficiencia, factor de potencia y eventualmente corriente de magnetización. El foco en este caso radica en escoger un tamaño que no afecte en demasía la característica de la curva de torque (ya que la resistencia se incrementa), y analizar la factibilidad de su construcción y propiedades mecánicas. Se debe tener en cuenta que en todos los análisis realizados, no se considera las pérdidas mecánicas por roce y ventilación, que pueden hacer variar la eficiencia en función del deslizamiento mostrada.



Capítulo 6. Conclusiones

6.1. Sumario

En la presente Tesis se efectuó el análisis de una Máquina de Inducción de Flujo Axial con rotor anisotrópico, diseñada en la Universidad de Concepción. Se realizó una revisión bibliográfica para determinar el estado del arte de la MIFA y las características y ventajas de la utilización de estructuras anisotrópicas. El análisis de la máquina prototipo se realizó, en primer lugar, desde el punto de vista de su circuito magnético, determinando así la relación entre corriente de magnetización y número de vueltas por fase, la cual a su vez permite escoger este último parámetro. Luego, se realiza una descripción de la máquina mediante ecuaciones de campo, en base a un modelo multicapa 2D en el cual cada capa representa una región de la máquina (yugo, dientes, entrehierro y rotor). Este modelo se caracteriza por tener como parámetro de entrada la corriente demandada por la máquina. Para simular esto (que corresponde a operación a voltaje constante), se realiza un link entre las ecuaciones de campo y el circuito equivalente clásico de la máquina de inducción para este prototipo, que considera ambos estatores conectados en paralelo. Finalmente, se realiza la respectiva validación mediante el software de elementos finitos Flux 3D, y se procede a realizar un análisis basado en un desajuste del rotor desde su posición central, la indisponibilidad de uno de los estatores y la variación del ancho de rotor, con tal de identificar el comportamiento de la máquina ante estos eventos.

6.2. Conclusiones

Las ventajas inherentes de las máquinas eléctricas con topología axial como lo son su mayor densidad de potencia, menor largo axial y posibilidad de apilamiento, hacen de estas una alternativa atractiva a las máquinas de flujo radial utilizadas actualmente. Considerando las ventajas en cuanto a capacidad de torque, eficiencia y confiabilidad al utilizar dos estatores en conjunto con un rotor de características anisotrópicas, generar conocimiento es imprescindible para explotar su potencial. Así, el estudio del motor de inducción de flujo axial presentado en esta Tesis resulta de suma importancia.

A través de la curva torque-velocidad obtenida, se pudo constatar que el prototipo en estudio corresponde a una máquina de inducción clase NEMA A. Esto implica una baja resistencia de rotor, debido a la cantidad de cobre presente en este. Se encontró además que la máquina genera niveles de torque que la hacen adecuada para aplicaciones industriales debido a su configuración axial y rotor anisotrópico, sin la necesidad de una caja reductora, favoreciendo los costos de mantenimiento, eficiencia (mayor al 90%), disponibilidad y confiabilidad del accionamiento.

Otro aspecto positivo de la máquina corresponde al hecho de ser relativamente invariable en cuanto a desempeño frente a un desajuste del rotor. Dada la presencia de ambos estatores, cualquier corrimiento del rotor de su posición central deja el circuito magnético invariable y, por lo tanto, la máquina sigue operando tal como lo hace normalmente. En este caso, la operación solo se vería limitada desde el punto de vista mecánico.

La disponibilidad y confiabilidad del motor son mayores en comparación al motor de inducción tradicional, debido a la presencia de dos estatores. Si bien el desempeño resulta pobre al indisponer de uno de los estatores, puede ser suficiente para no detener el proceso completamente y seguir operando hasta proceder a mantenimiento, lo que a fin de cuentas se traduce en menores pérdidas económicas para la industria.

Existe un aprovechamiento del material del rotor, ya que la corriente circula tanto por el cobre como por el hierro, logrando así que casi la totalidad de esta pieza participe de la generación de torque, a diferencia de los motores tradicionales. Debido a que el rotor es de carácter sólido, y en conjunto con sus dimensiones, el efecto skin es notorio y debe ser considerado. Según el análisis realizado, la máquina presenta mejor desempeño con un rotor de menor ancho, favoreciendo el torque, factor de potencia y eficiencia.

Como puntos negativos, el factor de potencia para operación a velocidad nominal resulta menor a 0.8, alejándose un tanto del desempeño de los motores tradicionales para esta variable. Además, la construcción tanto del rotor como del estator resulta compleja,

por lo que nuevas tecnologías y metodologías deben ser investigadas y utilizadas para disminuir tiempos y costos de fabricación.

Desde el punto de vista del modelo matemático, el nivel de precisión puede aumentarse si se considera una geometría 3D, saturación del material y voltaje de alimentación con presencia de armónicos (convertidor). Sin embargo, el objetivo de este modelo es ser una herramienta relativamente sencilla, con precisión tal que sea lo suficientemente confiable para considerarse como alternativa viable al uso de software de elementos finitos. Así, la principal ventaja de esta herramienta analítica, radica en que los tiempos de procesamiento son muchísimo menores, y realizar análisis de sensibilidad se simplifica aún más.

6.3. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro, es de interés evaluar experimentalmente el desempeño de la máquina y compararlo con los resultados expuestos, con tal de validarlos y analizar el impacto en la operación de la saturación del material y el cambio en las dimensiones en función del radio, que en este caso se asumieron iguales al radio medio (motor de inducción lineal).

La realización de un análisis transiente tanto experimental como simulado permitiría evaluar, por ejemplo, el *ripple* presente en la forma de onda del torque instantáneo y el comportamiento del motor ante impactos de carga.

Con tal de complementar y conseguir resultados de mayor precisión, se debe plantear una ecuación que describa el factor de Carter para un rotor con la configuración estudiada.

Se puede realizar un análisis de sensibilidad al variar, por ejemplo, el número de polos de la máquina o el número de vueltas por fase.

Se debe estudiar el comportamiento de la máquina al utilizarla de forma controlada.

Se debe realizar una investigación sobre cómo construir este rotor de forma simplificada utilizando tecnología actual.

Finalmente, resultaría interesante hacer un análisis de esfuerzos mecánicos para un rotor de menor ancho que, según los resultados obtenidos, presenta un mejor desempeño que el que actualmente se encuentra fabricado.



Bibliografía

- [1] S. Evon and R. Schiferl, "Direct drive induction motors," *Conference Record of 2004 Annual Pulp and Paper Industry Technical Conference (IEEE Cat. No.04CH37523)*, 2004, pp. 49-54.
- [2] A. Cavagnino, M. Lazzari, F. Profumo and A. Tenconi, "A comparison between the axial flux and the radial flux structures for PM synchronous motors", *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, Chicago, IL, USA, 2001, pp. 1611-1618 vol.3.
- [3] Z. Nasiri-Gheidari and H. Lesani, "A Survey on Axial Flux Induction Motors", in *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review)*, 2012.
- [4] G. Cea y F. Pérez, "Diseño y Construcción de un Motor de Inducción con Flujo Axial de 25 HP, 240 RPM", Informe de Memoria de Título para optar al Título de Ingeniero Civil Eléctrico, Universidad de Concepción, Concepción, Chile, 1990.
- [5] C. C. Chan, "Axial-Field Electrical Machines - Design and Applications," in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. EC-2, no. 2, pp. 294-300, June 1987.
- [6] R. Wallace, L. Moran, G. Cea and F. Perez, "Design and construction of medium power axial flux induction motors," *Electrical Machines and Drives, 1991. Fifth International Conference on (Conf. Publ. No. 341)*, London, 1991, pp. 260-265.
- [7] Stephen J. Chapman, *Máquinas Eléctricas*, Tercera Edición, Editorial McGraw Hill.
- [8] D. Contreras, "Diseño y Construcción de un Motor de Inducción con Flujo Axial y Estator Central", Informe de Memoria de Título para optar al Título de Ingeniero Civil Eléctrico, Universidad de Concepción, Concepción, Chile, 1994.
- [9] R. Wallace, L. Moran, D. Contreras, J. Valenzuela and L. Laakso, "Construction and evaluation of an anisotropic rotor for axial flux induction motor," *PEMC'94, 1994*. Warsaw, Poland, 20-22 September 1994, pp. 1341-1346.

- [10] M. Ito, K. Arai, N. Takahashi, H. Kiwaki and T. Seya, "Magnetically anisotropic solid rotor of an induction motor," in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 3, no. 2, pp. 427-432, Jun 1988.
- [11] X. Liu, H. Hu, J. Zhao, A. Belahcen, L. Tang and L. Yang, "Analytical Solution of the Magnetic Field and EMF Calculation in Ironless BLDC Motor," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 2, pp. 1-10, Feb. 2016.
- [12] Z. Q. Zhu, L. J. Wu and Z. P. Xia, "An Accurate Subdomain Model for Magnetic Field Computation in Slotted Surface-Mounted Permanent-Magnet Machines," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 4, pp. 1100-1115, April 2010.
- [13] Gael Malé, Thierry Lubin, Smail Mezani, Jean LéVêQue, "Analytical calculation of the flux density distribution in a superconducting reluctance machine with HTS bulks rotor", *Mathematics and Computers in Simulation*, 90, p.230-243, April, 2013.
- [14] S. E. Abdollahi, M. Mirzayee and M. Mirsalim, "Design and Analysis of a Double-Sided Linear Induction Motor for Transportation," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 7, pp. 1-7, July 2015.
- [15] J. Pyrhönen, T. Jokinen, and V. Hrabovcová, *Design of Rotating Electrical Machines*, John Wiley & Sons Ltd., Second Edition, 2014.
- [16] J. Pyrhönen, T. Jokinen, and V. Hrabovcová, *Design of Rotating Electrical Machines*, John Wiley & Sons Ltd., 2013.
- [17] V. Ostovic, *Computer-aided Analysis of Electric Machines*, Prentice Hall International., 1994.
- [18] Cedrat Flux v12, Material Manager Database.
- [19] J. F. Gieras, R-J. Wang, M. J. Camper, *Axial Flux Permanent Magnet Brushless*

Machines, Kluwer Academic Publishers, USA, 2004.

- [20] Manual de cables para la construcción de baja tensión con aislación THHN, Cocesa.
- [21] L. Alberti and N. Bianchi, "Theory and Design of Fractional-Slot Multilayer Windings," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 49, no. 2, pp. 841-849, March-April 2013.
- [22] L. Qaseer, S. Purushothaman and F. de León, "Closed-Form Analysis of Squirrel-Cage Induction Motors With Anisotropic Modeling of Stator and Rotor," in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, no. 3, pp. 553-560, Sept. 2012.
- [23] Q. Wei, F. Yu, Z. Xi and L. Shuo, "Analysis on electromagnetic field of an Axial-Flux Solid Aluminum Rotor Induction Motor," *2011 International Conference on Electrical Machines and Systems*, Beijing, 2011, pp. 1-4.
- [24] Z. Nasiri, H. Lesani, "Design Optimization of a Single-Phase Axial Flux Induction Motor with Low Torque Ripple", in *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY* 0033-2097. R. 88, No. 3, [parte] b (2012), pp. 168-172.
- [25] User guide Flux 2D/3D/Skewed.
- [26] T. A. Lipo, *Introduction to AC machine design*, USA, Wisconsin: University of Wisconsin, 2011.
- [27] L. Roubache, K. Boughrara, R. Ibtouen, "Analytical Electromagnetic Analysis of Multi-Phases Cage Rotor Induction Motors in Healthy, Broken Bars and Open Phases Conditions", in *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 70, 113–130, 2016.

- [28] J. F. Gieras, "Simplified theory of double-sided linear induction motor with squirrel-cage elastic secondary," in IEE Proceedings B - Electric Power Applications, vol. 130, no. 6, pp. 424-430, November 1983.
- [29] M. Tapia, "Simulación y Análisis de una Máquina Eléctrica de Inducción de Flujo Axial", Informe de Memoria de Título para optar al Título de Ingeniero Civil Eléctrico, Universidad de Concepción, Concepción, Chile, 2017.
- [30] W. Jara, "Development of Strategies for Optimal Design of Axial Flux Permanent Magnet Machines", Thesis for the degree of Doctor of Science (Technology), Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, Finland, 2016.



Anexo Código Matlab

A continuación se presenta el rutero Matlab utilizado para la obtención de los resultados expuestos en el Capítulo 4, correspondiente a la implementación del modelo analítico de Ecuaciones de Maxwell y Circuito Equivalente:

```

clc
clear all

addpath([matlabroot '\toolbox\symbolic\symbolic\']) ;

syms l_ uxy_ uxs_ uys_ uxr_ uyr_ hI_ hII_ hIII_ hIV_ hV_ hVI_ hVII_ u0_
d_ Ks_ x y z

A1=[1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    (l_/uxy_)*exp(l_*hI_) (-l_/uxy_)*exp(-l_*hI_) -
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hI_)
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(-sqrt(uxs_/uys_)*l_*hI_) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
    0;
    exp(l_*hI_) exp(-l_*hI_) -exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hI_) -exp(-
    sqrt(uxs_/uys_)*l_*hI_) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hII_) -
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(-sqrt(uxs_/uys_)*l_*hII_) -l_*exp(l_*hII_)
    l_*exp(-l_*hII_) 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hII_) exp(-sqrt(uxs_/uys_)*l_*hII_) -
    exp(l_*hII_) -exp(-l_*hII_) 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 l_*exp(l_*hIII_) -l_*exp(-l_*hIII_) -
    (d_/sqrt(uxr_*d_*hIII_))*exp(sqrt(uxr_)*d_*hIII_) (d_/sqrt(uxr_*d_*hIII_))*exp(-
    sqrt(uxr_)*d_*hIII_) 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 exp(l_*hIII_) exp(-l_*hIII_) -exp(sqrt(uxr_)*d_*hIII_) -
    exp(-sqrt(uxr_)*d_*hIII_) 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 -(d_/sqrt(uxr_*d_*hIV_))*exp(sqrt(uxr_)*d_*hIV_)
    (d_/sqrt(uxr_*d_*hIV_))*exp(-sqrt(uxr_)*d_*hIV_) l_*exp(l_*hIV_) -l_*exp(-
    l_*hIV_) 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 -exp(sqrt(uxr_)*d_*hIV_) -exp(-sqrt(uxr_)*d_*hIV_)
    exp(l_*hIV_) exp(-l_*hIV_) 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 -l_*exp(l_*hV_) l_*exp(-l_*hV_)
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hV_) -
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(-sqrt(uxs_/uys_)*l_*hV_) 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 -exp(l_*hV_) -exp(-l_*hV_)
    exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hV_) exp(-sqrt(uxs_/uys_)*l_*hV_) 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hVI_)
    (l_/sqrt(uxs_*uys_))*exp(-sqrt(uxs_/uys_)*l_*hVI_)
    (l_/uxy_)*exp(l_*hVI_) (-l_/uxy_)*exp(-l_*hVI_);
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -exp(sqrt(uxs_/uys_)*l_*hVI_) -exp(-
    sqrt(uxs_/uys_)*l_*hVI_) exp(l_*hVI_) exp(-l_*hVI_);
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 exp(l_*hVII_) exp(-l_*hVII_)];

```

```

B1=[0;0;(uys_*u0_*Ks_)/(l_^2);0;- (uys_*u0_*Ks_)/(l_^2);0;0;0;0;0;-
(uys_*u0_*Ks_)/(l_^2);0;(uys_*u0_*Ks_)/(l_^2);0];

% Cálculo factor de Carter
g=1e-3;
o=6e-3;

ye=(4/pi)*(o/(2*g)*atan(o/(2*g))-log(sqrt(1+(o/(2*g))^2)));
u=o/(2*g)+sqrt(1+(o/(2*g))^2);
beta=((1-u)^2)/(2*(1+u^2));
o_prima=ye*g/beta;
ts=pi*0.5/72;
kc=ts/(ts-ye*g); % Factor de Carter

g_p=kc*g; % Entrehierro equivalente

w=2*pi*50;
ws=(120*50/24)*pi/30; % Velocidad sincrónica

ad=((2*pi*0.5/2)-72*12e-3)/72;
ar=12e-3;
at=ad+ar;

sigma_rotor=0.464*(4.8151e+07)+0.536*(1.9231e+06); % Conductividad
X*cond_cobre+Y*cond_fe; %
sigma_estator=26.484971e6;

m=3; % Número de fases
N=12; % Número de bobinas
Nb=42; % Número de vueltas por bobina
kf=0.5; % Fill factor
kw=1; % Factor bobinado
I1=34; % Corriente impuesta
Do=0.6; % Diámetro externo
Di=0.4; % Diámetro interno
D=(Do+Di)/2; % Diámetro medio
r=D/2; % Radio medio
Ks=sqrt(2)*Nb*I1./((12+9.81)*62e-6) % Densidad de corriente impuesta
P=12; % Número de pares de polos
tau=pi.*D/(2*P); % Paso polar
l=pi/tau;
u0=4*pi*1e-7; % Permeabilidad del vacío
aR=67.5e-3; % Ancho de rotor
uxy=2000; % Permeabilidad relativa del yugo en dirección x
uxs=1.817; % Permeabilidad relativa zona estator-dientes en dirección x
uys=900.471; % Permeabilidad relativa zona estator-dientes en dirección
y
uxr=1; % Permeabilidad relativa del rotor en dirección x
uyr=2000; % Permeabilidad relativa del rotor en dirección y
hI=43e-3;
hII=hI+62e-3;
hIII=hII+g_p;

```

```

hIV=hIII+aR;
hV=hIV+g_p;
hVI=hV+62e-3;
hVII=hVI+43e-3;

A2=subs(A1,[l_ uxy_ uxs_ uys_ uxr_ uyr_ hI_ hII_ hIII_ hIV_ hV_ hVI_
hVII_ u0_],[l_ uxy_ uxs_ uys_ uxr_ uyr_ hI_ hII_ hIII_ hIV_ hV_ hVI_ hVII_ u0]);
B2=subs(B1,[l_ uxy_ uxs_ uys_ uxr_ uyr_ hI_ hII_ hIII_ hIV_ hV_ hVI_
hVII_ u0_],[l_ uxy_ uxs_ uys_ uxr_ uyr_ hI_ hII_ hIII_ hIV_ hV_ hVI_ hVII_ u0]);

% Primero ejecutar ciclo for para s=0, luego para el vector deseado
s=[0.01 0.02 0.04 0.06 0.08 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 1]

tic
for k=1:length(s)

    a_2(k)=li*u0*sigma_rotor.*s(k)*w;
    d(k)=sqrt((a_2(k)+(l^2)/uyr);
    A=subs(A2,[d_ Ks_],[d(k) Ks]);
    B=subs(B2,[d_ Ks_],[d(k) Ks]);
    [E,P,S,InverseA]=eMatrices(A);
    C=vpa(InverseA*B,150);

% Parámetros Cto. Eq.
    if s(k)==1
        R1=(1/sigma_estator)*0.1/(kf*12*62e-6/Nb)*Nb*2*N;

        B_ys=li*1*(C(3)*exp(sqrt(uxs/uys)*l*Y)+C(4)*exp(-
sqrt(uxs/uys)*l*Y)+(uys*u0*Ks/(l^2)));
        B_xs=sqrt(uxs/uys)*l*(C(3)*exp(sqrt(uxs/uys)*l*Y)-C(4)*exp(-
sqrt(uxs/uys)*l*Y));

QreactL1=(0.5*w)*(B_ys*conj(B_ys)/(u0*uys)+B_xs*conj(B_xs)/(u0*uxs));

L1=(int(int(int(QreactL1/(3*2*pi*50*I1^2),x,0,24*tau),y,hI,hII),z,Di/2,
Do/2)
    end

    Y=hIII;
    phi_stator(k)=li*1*int(int((C(3)*exp(sqrt(uxs/uys)*l*Y)+C(4)*exp(-
sqrt(uxs/uys)*l*Y)+(uys*u0*Ks/(l^2))).*exp(-li*l.*x),x,0,tau),z,-((Do-
Di)/2)/2,((Do-Di)/2)/2);
    lambda(k)=(3/2)*2/pi*Nb*12*phi_stator(k);

    if s(k)==0
        Lm_phi(k)=vpa(lambda(k)/(sqrt(2)*I1),20);
        Lm_phi_calc=Lm_phi(k);

        B_yLM=li*1*(C(5).*exp(l*Y)+C(6)*exp(-l*Y));
        B_xLM=l*(C(5).*exp(l*Y)-C(6)*exp(-l*Y));
        QreactLM=(0.5*w)*(B_yLM*conj(B_yLM)/(u0)+B_xLM*conj(B_xLM)/(u0));
        B_yLM2=li*1*(C(9).*exp(l*Y)+C(10)*exp(-l*Y));

```



```

B_xLM2=1*(C(9).*exp(1*y)-C(10)*exp(-1*y));

QreactLM2=(0.5*w)*(B_yLM2*conj(B_yLM2)/(u0)+B_xLM2*conj(B_xLM2)/(u0));

LM=(int(int(int(QreactLM/(3*2*pi*50*(I1)^2),x,0,24*tau),y,hII,hIII),z,Di/2,Do/2))
end

I2(k)=2*vpa((sqrt(2)*I1-lambda(k)/Lm_phi_calc)/sqrt(2),9); %
Corriente I2 total, aportada por ambas fuentes
Zr(k)=vpa(i*w*lambda(k)./I2(k),9);
Pact(k)=0.5/sigma_rotor*0.1*int(int(abs((1/u0)*((1^2)/uyr)-
d(k)^2)*(C(7)*exp(sqrt(uxr)*d(k)*y)+C(8)*exp(-
sqrt(uxr)*d(k)*y))^2,x,0,24*tau),y,hIII,hIV);
By_r(k)=(1i*1*(C(7)*exp(sqrt(uxr)*d(k)*y)+C(8)*exp(-
sqrt(uxr)*d(k)*y));
Bx_r(k)=(sqrt(uxr)*d(k)*(C(7)*exp(sqrt(uxr)*d(k)*y)-C(8)*exp(-
sqrt(uxr)*d(k)*y));

Qreact(k)=(0.5*w)*0.1*int(int((By_r(k)*conj(By_r(k))/(u0*uyr)+Bx_r(k)*c
onj(Bx_r(k))/(u0*uxr)),x,0,24*tau),y,hIII,hIV);

Zr1(k)=vpa((Pact(k)/3)/(abs(I2(k)))^2+1i*(Qreact(k)/3)/(abs(I2(k)))^2,9
);
end
toc

R1_=R1;
R2_=real(Zr1);
L1_=L1;
X1_=L1_*2*pi*50;
X2_=(imag(Zr1));
Lm_=LM;
Xm_=Lm_*2*pi*50;

s_=s;

% Resolución circuito equivalente

for j=1:length(s_)
VLL=400; % Voltaje entre líneas aplicado a la máquina
I_(j)=(VLL/sqrt(3))./(0.5*R1_+0.5*1i*X1_+1./((1/(0.5*1i*Xm_))+1./((R2_(
j)./s_(j))+1i*X2_(j)))); % Corriente de entrada
Vth=(VLL/sqrt(3))*0.5*1i*Xm_/ (0.5*R1_+0.5*1i*X1_+0.5*1i*Xm_); % Voltaje
Thévenin
Zth=(0.5*R1_+0.5*1i*X1_)*0.5*1i*Xm_/ (0.5*R1_+0.5*1i*X1_+0.5*1i*Xm_); %
Impedancia Thévenin
I2_(j)=abs(Vth./(Zth+(R2_(j)./s_(j))+1i*X2_(j))); % Corriente
secundario referida a primario
T_(j)=3*(R2_(j)./s_(j)).*((I2_(j)).^2)./(120*50*pi/(24*30)); % Torque
end

```

```

plot(s,100.*(T_.*ws.*(1-
s))./(sqrt(3)*VLL.*abs(I_).*cos(angle(I_))),'linewidth',2)

% Una vez obtenido I_, se utiliza como entrada para el modelo analítico
clear a_2 d A B C f T
Ks=sqrt(2)*Nb*0.5*I_./((12+9.81)*62e-6);
tic
for k=1:length(s_)

    a_2(k)=1i*u0*sigma_rotor.*s_(k)*w;
    d(k)=sqrt((a_2(k)+(l^2)/uyr);
    A=subs(A2,[d_ Ks_],[d(k) Ks(k)]);
    B=subs(B2,[d_ Ks_],[d(k) Ks(k)]);
    [E,P,S,InverseA]=eMatrices(A);
    C=vpa(InverseA*B,150);

f(k)=(1/(2*u0))*real(((l^2)/uyr)-
d(k)^2*1i*1*(abs((C(7)*exp(sqrt(uxr)*d(k)*y)+C(8)*exp(-
sqrt(uxr)*d(k)*y)).^2)); % Fuerza tangencial
JR(k)=-
i*sigma_rotor*w.*s_(k).*(C(7).*exp(sqrt(uxr).*d(k).*y)+C(8).*exp(-
sqrt(uxr).*d(k).*y)); % Densidad de corriente inducida
BX_conj2(k)=conj(sqrt(uxr).*d(k)).*(C(7).*exp(sqrt(uxr).*d(k).*y)-
C(8).*exp(-sqrt(uxr).*d(k).*y))); % Densidad de flujo eje X conjugada
f_2(k)=(24*tau*0.1)*0.5*int(real(JR(k).*BX_conj2(k)),y,hIII,hIV); %
Fuerza axial
T(k)=int(int(int(r*f(k),x,0,24*tau),y,hIII,hIV),z,-((Do-Di)/2)/2,((Do-
Di)/2)/2); % Torque
end
toc

```