



**Universidad de Concepción**

Campus Los Ángeles

Escuela de Educación

Departamento de Ciencias Básicas



**UNIVERSIDAD ACREDITADA**

**6 AÑOS | HASTA NOVIEMBRE 2016**

DOCENCIA PREGRADO - DOCENCIA POSTGRADO

INVESTIGACIÓN - VINCULACIÓN CON EL MEDIO

GESTIÓN INSTITUCIONAL

INDAGANDO SOBRE EL NIVEL DE CONOCIMIENTOS Y ERRORES EN ALUMNOS DE FORMACION PEDAGOGICA EN MATEMATICAS EN CONTENIDOS DE POTENCIAS Y RAICES

---

Seminario de Título para optar al Grado Académico de Licenciado en Educación y al Título Profesional de Profesor de Matemática y Educación Tecnológica

---

Seminarista : Cristobal Nicolás Riquelme Mellado

Profesor Guía : Mg Sr. Jorge Edgardo Cid Anguita

Los Ángeles, Mayo del 2019



**Universidad de Concepción**

Campus Los Ángeles

Escuela de Educación

Departamento de Ciencias Básicas



INDAGANDO SOBRE EL NIVEL DE CONOCIMIENTOS Y ERRORES EN ALUMNOS DE FORMACION PEDAGOGICA EN MATEMATICAS EN CONTENIDOS DE POTENCIAS Y RAICES

---

Seminario de Título para optar al Grado Académico de Licenciado en Educación y al Título Profesional de Profesor de Matemática y Educación Tecnológica

---

Seminarista : Cristobal Nicolás Riquelme Mellado

Profesor Guía : Mg Jorge Edgardo Cid Anguita

**Comisión evaluadora:**

- **Mg en Enseñanza de las ciencias, mención Matemáticas, Sr Jorge Cid Anguita**
- **Mg. En estadística, Sr Sixto Martínez Hernández**
- **Dr en ciencias aplicadas, Sr Cristian Gamaliel Pérez Toledo**

Los Ángeles, Mayo del 2019

# Resumen

En esta investigación se pretende mostrar cual es el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes de la carrera Pedagogía en Matemáticas y los errores que cometen de una universidad perteneciente al consejo de rectores en el contenido de potencias y raíces analizando resultados con base a distintas variables que son de importancia como son el sexo, puntaje PSU, dependencia administrativa de sus establecimientos de origen, modalidad de enseñanza y año de ingreso de los estudiantes.

El presente estudio se realiza bajo un enfoque cuantitativo y de tipo exploratorio. Se recopila información de una sola fuente relacionada desde distintas variables, las cuales se estudian con un análisis específico de algunos aspectos, con pruebas de hipótesis, luego se procesó la información recopilada mediante análisis estadísticos no paramétricos, con los que se pudo procesar la información para así, obtener los resultados de la investigación.

Como resultado de este estudio se demuestra que a lo largo de la duración de la carrera, los estudiantes mejoran en el nivel de conocimientos en potencia y raíces, dicho en otras palabras, los alumnos de último año tienen conocimientos más sólidos en comparación a los alumnos que recién ingresan a la carrera. También se observa que no hay diferencias significativas entre los resultados evaluados en el sexo de los estudiantes, la dependencia administrativa de sus establecimientos de origen y/o la modalidad de enseñanza respecto al nivel de conocimiento de los alumnos.

**Palabras clave:** errores – Nivel de conocimiento – potencias – raíces

# Abstract

This research seeks to show the level of knowledge that has the career pedagogy students in mathematics from a University belonging to the Council of Rectors in the content of powers and roots which is analyzing results based to different variables that are of importance such as sex, PSU, administrative unit of their establishments of origin, form of education and year of admission of students.

This study was done under a quantitative approach and exploratory. It collects information from a single source linked from various variables, which are studied with a specific aspects, with hypothesis testing, analysis then processed the information collected through statistical analysis not parametric, with those unable to process information for as well, the results of the research.


As result of this study shows that throughout the duration of the race, students know more about the content of power and roots, in other words, last year students have more solid knowledge in comparison to students who newly entering the race. He is also observed that there are no significant differences between outcomes assessed in the sex of the students, the administrative unit of their establishments of origin and/or the form of education with respect to the level of knowledge of students.

**Key words : error - level of knowledge - powers - roots**

# INDICE

Resumen .....	3
Abstract .....	4
Tablas e ilustraciones .....	7
1. Introducción .....	8
2. Propuesta de la investigación .....	9
1.1 Planteamiento del Problema .....	9
1.2 Justificación .....	11
1.3 Preguntas de investigación .....	12
1.4 Objeto de estudio: .....	13
1.5 Objetivo general: .....	13
1.6 Objetivos específicos: .....	13
1.7 Hipótesis: .....	14
2 Marco teórico .....	15
2.1 Nivel de conocimientos en matemática .....	15
2.2 Nivel de conocimiento en potencia y raíces .....	17
2.2.1 Definiciones .....	17
2.2.2 Propiedades .....	19
2.3 Errores .....	20
2.3.1 Categoría de errores en las matemáticas .....	20
2.3.2 Aprendiendo de los errores .....	22
2.3.3 Relación entre dificultad, obstáculo y error .....	23
2.3.4 Causas y características de los errores en matemática .....	24
2.3.5 Los errores en el aprendizaje de potencias y raíces .....	26
2.3.6 Situaciones generadoras de errores .....	28
2.4 Modalidad de enseñanza .....	30
2.4.1 Enseñanza Técnico profesional .....	31
2.4.2 Enseñanza Científico Humanista .....	34
2.4.3 Educación enseñanza artística .....	36

2.4.4	Resultados conocidos por modalidad de enseñanza.....	36
2.5	Dependencia administrativa .....	39
2.5.1	Municipales .....	39
2.5.2	Particulares Subvencionados.....	39
2.5.3	Particulares Pagados.....	39
2.5.4	Administración delegada.....	40
2.5.5	Promedio según dependencia.....	42
2.6	Análisis de la enseñanza según sexo .....	43
2.6.1	Educación escolar.....	43
2.6.2	Educación superior.....	44
2.7	Prueba de selección universitaria (PSU) .....	48
3	Diseño metodológico .....	50
3.1	Tipo de investigación .....	50
3.2	Diseño de investigación.....	50
3.3	Población y muestra .....	51
3.4	Variables de investigación.....	52
3.5	Definición de las variables .....	53
3.6	Instrumentos de recolección de datos.....	54
3.6.1	Test de potencias y raíces.....	54
3.7	Técnicas de análisis de información.....	55
3.7.1	Análisis cuantitativo.....	55
3.8	Resultados, Análisis y Discusiones .....	56
3.8.1	Pruebas de Hipótesis .....	56
3.8.2	Análisis de errores.....	70
3.8.3	Análisis de los datos tabulados .....	74
3.8.4	Análisis de los resultados de las hipótesis.....	77
3.9	Discusión de resultados .....	82
4	Conclusiones, limitaciones y sugerencias.....	84
4.1	Conclusiones .....	84
4.2	Limitaciones .....	86

4.3	Sugerencias.....	86
5	Referencias Bibliográficas.....	87
6	Anexos .....	89
6.1	Anexo I.....	89
6.2	Anexo II:.....	93
6.3	Anexo III .....	97
6.4	Anexo IV:.....	101
6.5	Anexo V: .....	106
6.6	Anexo VI.....	114
6.7	Anexo VII.....	121
6.8	Anexo VIII.....	127
		
	Ilustración 1 Porcentaje de participación por modalidad de enseñanza.....	38
	Ilustración 2 Puntajes PSU según Dependencia Educacional Admisión 2016.....	42
	Ilustración 4 Puntajes Regionales PSU según Género .....	47
	Tabla 1 Compendido estadístico T-P.....	36
	Tabla 2 Compendido estadístico H-C.....	37
	Tabla 3 Datos puntaje PSU Matemáticas.....	41
	Tabla 4 Datos Promedio PSU.....	42
	Tabla 6 Puntaje Matemática según sexo.....	45
	Tabla 7 Tabla de Distribución Puntaje según sexo.....	46
	Tabla 8 Promedio según sexo.....	47
	Tabla 13 Muestra.....	51
	Tabla 14 Variables de investigación.....	52
	Tabla 15 Definición de variables.....	53

# 1. Introducción

La matemática se enseña durante todo el proceso escolar chileno, y es necesario aprenderla de manera correcta, para poder ir superando las dificultades que se presentan durante su aprendizaje.

En la actualidad, las deficiencias que presentan los estudiantes en matemática se pueden ver reflejadas en todos los niveles de escolaridad, las que se manifiestan en la prueba SIMCE y PISA, que no son siempre los esperados. Esta investigación se centra en analizar y visualizar el nivel de conocimiento en el contenido de potencias y raíces que poseen los alumnos de la carrera de Pedagogía en Matemáticas en una universidad del consejo de rectores. Además de visualizar los errores más comunes o críticos que se podrían tener

La investigación está organizada en cinco capítulos. En el primero se presenta la propuesta de investigación, donde se define, se plantea, se justifica y se estudia la factibilidad del problema de manera específica además de los objetivos de esta y sus hipótesis. El segundo capítulo desarrolla el marco teórico, donde se concentran los antecedentes previos, modalidad de enseñanza, dependencia académica, diferencia de resultados con base al sexo, entre otras. En el capítulo cuatro, se describe el marco metodológico en el que se inserta la investigación y el instrumento utilizado para la recolección de los datos. En el siguiente capítulo se analizan los datos, se verifican las hipótesis y se presentan los resultados, discusiones y conclusiones que se obtienen de la investigación además de las sugerencias para posteriores estudios. Vale nombrar que al final de esta investigación están destacados las referencias bibliográficas y los anexos.



## 2. Propuesta de la investigación

### 1.1 Planteamiento del Problema

Hoy en día, de la cantidad de docentes de matemática que existen en Chile se esperaría que todos y cada uno de estos tenga, por lo menos, un conocimiento y manejo en todos los ejes que se enseñan en la asignatura de matemática. De la misma forma se esperaría que los postulantes a ser profesores tengan conocimientos sólidos de las materias que recibieron en su enseñanza media escolar

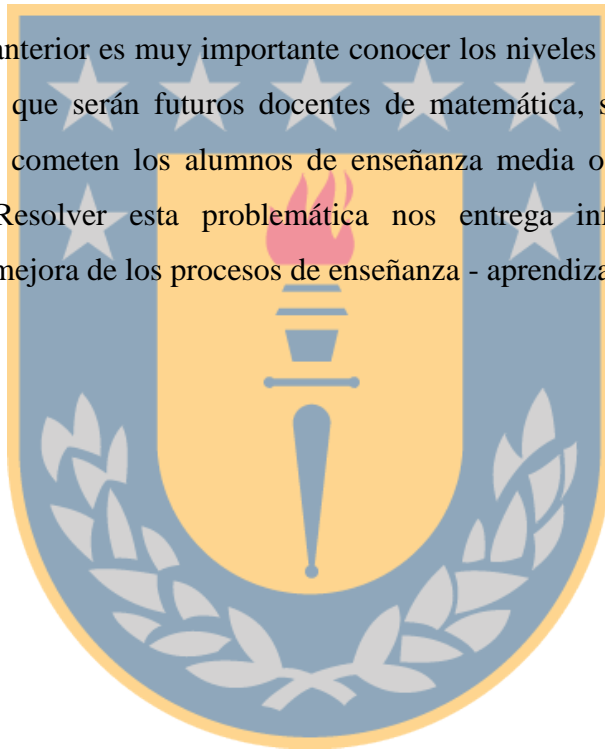
Este es un estudio y análisis del nivel de conocimiento que poseen los estudiantes de las carreras de pedagogía en matemática en una universidad del consejo de rectores, respecto al manejo que deberían tener en el área de potencias y raíces para enseñanza media. El fin de este estudio es dejar en claro los conocimientos que tienen los estudiantes de pedagogía en matemáticas.

La importancia de esta investigación es dejar en claro el nivel de conocimientos que poseen los estudiantes respecto a un tema y su dominio (potencias y raíces), el cual tiene relación con la mayoría de los tópicos que se ven en matemática.

El fin específico de esta investigación es analizar cuál es el nivel de conocimientos que tienen los estudiantes que pertenecen a la carrera de pedagogía en matemática

Además es necesario, como docente, aprender la disciplina de manera íntegra para ser capaces de enseñarla de la misma forma. El poder adquirir información de interés para un alumno es algo de importancia en su desarrollo intelectual y también, se destaca el cómo entregar dichos conocimientos es vital, hablando desde el punto de vista de un docente. Es por esto que es necesario saber en qué nivel están los saberes de los docentes de todas las áreas, y en este caso particular, como está el nivel de los futuros docentes en matemáticas en la unidad de números, y más específico, en la unidad de números, el sector de potencias y raíces.

En relación a lo anterior es muy importante conocer los niveles de conocimiento que poseen los alumnos que serán futuros docentes de matemática, saber si cometen los mismos errores que cometen los alumnos de enseñanza media o ya tienen todos los conceptos claros. Resolver esta problemática nos entrega información de suma importancia para la mejora de los procesos de enseñanza - aprendizaje.



## 1.2 Justificación

Generalmente a los estudiantes que ingresan y/o ya han permanecido tiempo en la carrera de pedagogía en matemática se les atribuye automáticamente que dominan, por lo menos, todos los contenidos que debieron aprender en la enseñanza media respecto a matemática. Es por esto que debido a la problemática de saber acerca del nivel de manejo que poseen los estudiantes universitarios respecto a potencia y raíces, su ejecución nos permitirá conocer con profundidad los saberes de los estudiantes y observar si existe alguna diferencia, por ejemplo, en base al tipo de establecimiento educacional del que provienen o si existe alguna diferencia de conocimiento entre hombres y mujeres.

Es sabido que la calidad de la enseñanza es crucial para el aprendizaje de los alumnos (Santelices et al 2015) y es por esto que los saberes y herramientas que deben poseer los futuros docentes deben ser concretados durante su formación académica. Se nombra esto porque en la prueba INICIA (2013), que mide los conocimientos de los egresados de Pedagogía en el país, casi el 50% obtuvo nota insuficiente (Hochschild 2013) lo cual indica que docentes con aproximadamente 5 años de formación no son totalmente competentes para ejercer como docente hablando en todas las asignaturas, incluyendo matemáticas. Dicho esto, los resultados indican, en términos generales, que un gran número de los futuros profesores no maneja los contenidos que debe enseñar ni cuenta con las herramientas didácticas requeridas.

Es por esto que se requiere indagar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes y futuros formadores de matemáticas en el eje de los números y particularmente en las potencias y raíces. Además el análisis de esta problemática está siendo observado previamente con un seguimiento a los conocimientos que ya poseen o deberían poseer los profesores titulados y ejerciendo en distintos tipos de establecimiento. Por ende este aporte contribuirá a la mejora de los procesos de enseñanza – aprendizaje

## 1.3 Preguntas de investigación

El propósito de esta investigación es analizar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes de pedagogía en matemáticas en todas sus generaciones en estadía en la universidad. Con base de esto se plantean las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Será superior el nivel de conocimiento de los estudiantes que provienen de establecimientos de modalidad HC que el de los estudiantes de establecimientos TP?
2. ¿Tendrán más errores los estudiantes de un establecimiento TP que los que provienen de un establecimiento HC?
3. ¿Será superior el nivel de conocimiento de los estudiantes que provienen de establecimientos particulares que el de los estudiantes de establecimientos particulares subvencionados y además de los establecimientos municipales?
4. ¿Tendrán más errores los estudiantes que vienen de un establecimiento Municipal que los que provienen de un establecimiento particular subvencionado y a su vez de los de un establecimiento particular?
5. ¿Los hombres tendrán mejores resultados que las mujeres?
6. ¿Los hombres presentaran más errores que las mujeres?
7. ¿Los estudiantes que obtuvieron mayor puntaje PSU tendrán mejores resultados?
8. ¿Los estudiantes que obtuvieron un menor puntaje PSU presentan más errores?
9. ¿Los estudiantes de cursos superiores en la carrera tendrán mejores resultados en comparación a los que recién ingresan?
10. ¿Los estudiantes de menor tiempo en la universidad presentaran más cantidad de errores que los de cursos superiores?

## 1.4 Objeto de estudio:

Para esta investigación el objeto de estudio es el conocimiento en el área de matemática, y más específicamente en potencias y raíces de los estudiantes de pedagogía en matemática en una universidad estatal en los ángeles considerando las características desde la diferencia de sexo, año de ingreso, puntaje PSU y procedencia académica.

## 1.5 Objetivo general:

Analizar el nivel de conocimiento que poseen los alumnos de la carrera de pedagogía en matemática en la unidad de potencia y raíces.

## 1.6 Objetivos específicos:

1. Detectar el nivel de conocimiento respecto a los temas de potencia y raíces.
2. Comparar el nivel de conocimientos en potencias y raíces según la modalidad de enseñanza.
3. Comparar el nivel de conocimientos en potencias y raíces según dependencias administrativas.
4. Comparar conocimientos de potencias y raíces según el sexo de los estudiantes.
5. Relacionar las variables puntaje PSU y puntaje del Test respecto al conocimiento de potencias y raíces.
6. Comparar los conocimientos según el nivel de estudio (años de estudio).

## 1.7 Hipótesis:

1. Los estudiantes que provienen de establecimientos científicos humanistas tienen menos errores que los que vienen de colegios técnico profesionales.
2. Los estudiantes provenientes de establecimientos científicos humanistas tienen mejores resultados que los que vienen de colegios técnico profesionales.
3. Los estudiantes que provienen de colegios particulares tienen mejores resultados que los que provienen de colegios municipales.
4. Los estudiantes que provienen de colegios particulares tienen mejores resultados que los que provienen de colegios particulares subvencionados.
5. Los estudiantes que provienen de colegios particulares subvencionados tienen mejores resultados que los que provienen de colegios municipales.
6. Los estudiantes que provienen de colegios particulares tienen menos errores que los que provienen de colegios municipales.
7. Los estudiantes que provienen de colegios particulares tienen menos errores que los que provienen de colegios particulares subvencionados.
8. Los estudiantes que provienen de colegios particulares subvencionados tienen menos errores que los que provienen de colegios municipales.
9. No hay diferencia de errores entre hombres y mujeres
10. No hay diferencia de resultados en base al sexo de cada estudiante.
11. Los estudiantes con mejor puntaje PSU tienen mejores resultados
12. Los estudiantes con mejor puntaje PSU tienen menos errores cometidos
13. Los estudiantes con más años de estudio en la carrera tienen mejores resultados
14. Los estudiantes con más años de estudio en la carrera tienen menos errores cometidos

## 2 Marco teórico

En el transcurso de esta investigación se tienen contemplados distintos ejes que son decisivos en la entrega de la información requerida. Dichos ejes van desde la modalidad de enseñanza, sexo, dependencia administrativa, resultados PSU, años de estudio, errores y rendimiento académico.

De estos ejes se verán en el marco teórico solo las variables independientes pues son las que entregan información sólida.

### 2.1 Nivel de conocimientos en matemática

Para esta investigación es primordial saber cómo son y cómo se manejan los conocimientos en el área de la matemática y en particular, en las potencias y raíces.

Para mejorar la educación, se han renovado los planes y programas de estudio con diferentes enfoques y fines, se han generado nuevos textos escolares y se han introducido nuevas técnicas de trabajo en las aulas, lo necesario para que un profesor de matemática se pueda desenvolver eficientemente en el aula. Se muestra que lo primero es un conocimiento sólido en matemática y técnicas pedagógicas, además de que se deben relacionar cuatro actividades centrales:

- Desglosar ideas y procedimientos matemáticos
- Escoger representaciones para mostrar ideas matemáticas
- Analizar métodos y soluciones diferentes de las convencionales
- Deducir lo que entienden los alumnos

Un profesor debe dar razones y explicaciones de lo que explica para que sus estudiantes comprendan las ideas entregadas. Para esto se requiere entender y analizar dichas ideas matemáticas. (Mochon & Morales Flores, 2010)

Desde hace años la comunidad de la educación matemática ha centrado su atención en los diferentes conocimientos interconectados que un profesor necesita para su práctica docente, a lo que definen como “conocimiento pedagógico del contenido” el que se refiere a una mezcla de conocimientos y capacidades del profesor relacionado con los contenidos que este enseña, su manera de presentarlo a sus alumnos, sus conexiones con los conceptos y la dificultad con sus estudiantes. Algunos de estos elementos están conectados más a los propios contenidos matemáticos que a lo pedagógico, es por ello que se le asocia el termino especial “conocimiento matemático para la enseñanza”.

El profesor utiliza el conocimiento para la planeación de secuencias didácticas de estudios. Otra tarea importante es escuchar los razonamientos de los estudiantes interactuando con los mismos docentes. (Amaya de armas, Pino, & Medin , 2016)

En matemática como en todo tipo de aprendizaje hay niveles de conocimientos y en este caso particular hay conocimientos respecto a potencias y raíces que son de importancia para interpretación de esta investigación.



## 2.2 Nivel de conocimiento en potencia y raíces

Según las definiciones y propiedades que se nos entrega textualmente Zill (2001), los conocimientos que deben tener los estudiantes en potencias y raíces son los siguientes:

### 2.2.1 Definiciones

#### 2.2.1.1 Potencias

##### Exponente entero

Para el inicio de este contenido, se considera el siguiente saber erudito, de acuerdo al programa propuesto por el ministerio de educación:

Condición:

Para cualquier número natural  $a$  y cualquier número cardinal  $n$ .

Definición 1: Para  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a$ ,  $n$  veces

Definición 2: Para  $n = 0$ ,  $a^0 = 1$ , si  $a \neq 0$  **NOTA:**  $0^0$  no está definido en  $\mathbb{N}$

A partir del nivel Octavo básico a Segundo medio, se considera el siguiente saber erudito de acuerdo a lo propuesto por el programa de estudio del MINEDUC.

Condición: Para cualquier número real  $a$  y cualquier número entero  $n$ .

Definición 1: Para  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a$ ,  $n$  veces

Definición 2: Para  $n = 0, a^0 = 1$ , si  $a \neq 0$     *NOTA:*  $0^0$  no está definido en  $\mathbb{Z}$

Definición 3: Para  $n \in \mathbb{N}, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , si  $a \neq 0$

### 2.2.1.2 Raíz

Definición 1: Sea  $\sqrt[n]{a} = r$ , si y solo si  $r^n = a$

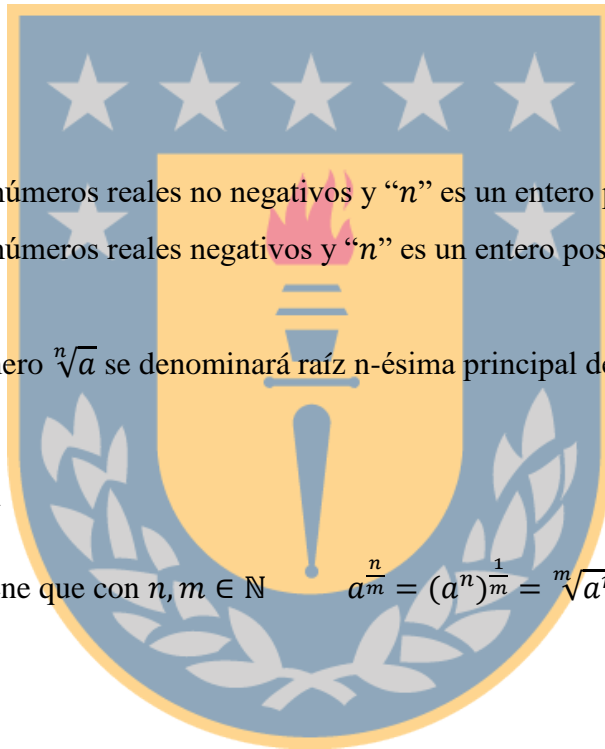
Donde se verifique:

- a) “ $a$ ” y “ $r$ ” son números reales no negativos y “ $n$ ” es un entero positivo.
- b) “ $a$ ” y “ $r$ ” son números reales negativos y “ $n$ ” es un entero positivo impar.

Entonces el número  $\sqrt[n]{a}$  se denominará raíz  $n$ -ésima principal de “ $a$ ”.

#### Exponente racional

Definición: Se tiene que con  $n, m \in \mathbb{N}$      $a^{\frac{n}{m}} = (a^n)^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$



## 2.2.2 Propiedades

Sean  $n, m \in \mathbb{Z}$  y  $a, b \in \mathbb{R}$  se verifican las siguientes propiedades, siempre y cuando no contradiga las definiciones.

### 2.2.2.1 Propiedades de las potencias

- I.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- II.  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- III.  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
- IV.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- V.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ , con  $a \neq 0$

### 2.2.2.2 Propiedades de las raíces

- I.  $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- II.  $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & \text{si } n \text{ es impar} \\ |a|, & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$
- III.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- IV.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- V.  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

**Comentario:** en la nota posterior a la explicación de exponente entero, inicialmente solo está refiriéndose en el conjunto de los números naturales.

## 2.3 Errores

Unas de las variables a saber es el nivel de conocimiento en matemáticas y en particular en las potencias y raíces, y tener en claro las diferencias entre propiedades y definiciones. Pero además de esto hay que tener en cuenta algunos temas respecto a los errores que se cometen en las matemáticas y también en las potencias y raíces. A continuación veremos un apartado respecto a eso

### 2.3.1 Categoría de errores en las matemáticas

Es importante recordar que los errores, al igual que el fenómeno educativo, son la manifestación exterior de un proceso complejo en el que interactúan muchas variables; por ejemplo, profesor, alumno, currículo, contexto sociocultural. De allí la dificultad comprensible de aislar y delimitar las causas de un error con miras a su tratamiento.

No obstante, la investigación en torno a los errores en el proceso de aprendizaje ha sido una de las preocupaciones de la Educación Matemática de todos los tiempos, y los trabajos producidos se han centrado básicamente en cuatro líneas de investigación, las que son resumidas por Rico (1995) de la siguiente forma:

- Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores.
- Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores
- Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- Investigaciones psicométricas que incluyen técnicas estadísticas como contrastaciones de hipótesis, para el análisis de los errores.

Se reseña, a continuación, una categorización general de los errores extraída de Abrate (2006), con un ejemplo ilustrativo tomado desde nuestra experiencia:

Tipos de errores según causa	Descripción
Dificultades del lenguaje	Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a una falta de comprensión semántica del lenguaje matemático.
Dificultades para obtener información Espacial	Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas.
Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos	Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos y procedimientos para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.
Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento	Son errores que en general son causados por la incapacidad del pensamiento para ser flexible, es decir, para adaptarse a situaciones nuevas.
Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.	Errores producidos cuando se aplican reglas o estrategias similares en contenidos diferentes. El razonamiento por analogía sabemos que no siempre funciona en Matemática.

### 2.3.2 Aprendiendo de los errores

Según estudios de la Agencia de la Calidad de la Educación (2017) los errores de los estudiantes al contestar las pruebas Simce, y la evidencia revisada muestra que los estudiantes de segundo medio comúnmente presentan errores al responder preguntas que requieren comprensión del conjunto de, entre otros, las potencias y las raíces. Esto repercute, además, en la presencia de errores en la realización de operaciones dentro de cada uno de estos ámbitos.

En potencias se espera que manejen y/o entiendan el significado de estas junto con su interpretación de un exponente negativo, presentando errores como:

- Al calcular la potencia de un número no estaría multiplicando la base tantas veces como lo indica el exponente y operaría multiplicando base por exponente.
- Interpreta que el signo del exponente debe aplicarse al resultado de elevar la base al módulo del exponente.

En raíces se espera que comprendan la definición de una raíz, y presentan errores como:

- no considera que calcular una raíz consiste en encontrar el factor que multiplicado por la cantidad de veces que indica el índice, da como resultado la cantidad sub radical; operaría dividiendo la cantidad sub radical por el índice.

Los errores de conceptos y procedimientos detectados en los estudiantes de segundo medio a partir de las pruebas Simce de Matemática aplicadas los años 2013 a 2016, muestran que una alta proporción de estudiantes de este nivel no ha consolidado aprendizajes de cursos anteriores que son prerequisites o fundamento para construir los nuevos aprendizajes que corresponden a cursos posteriores. (Agencia calidad de educación 2017)

Al hacer un análisis del conjunto de errores detectados, se puede concluir que la mayoría de estos se relaciona con utilizar procedimientos sin una comprensión de los conceptos o lógicas subyacentes. Por ejemplo al no comprender el significado de las potencias se cometen errores tanto al trabajar con potencias numéricas como al resolver ejercicios algebraicos en los que se deben aplicar propiedades de las mismas. Es importante, en tal sentido, que los estudiantes conozcan y comprendan los fundamentos de cada uno de los procedimientos que deban utilizar, y que adviertan que ellos no son arbitrarios, tienen un campo de aplicación bien determinado. (Agencia calidad de educación 2017)

### **2.3.3 Relación entre dificultad, obstáculo y error**

Para comprender de mejor manera los conceptos de dificultad, obstáculo y error es importante mencionar la estrecha relación entre ellos propuesta por Socas (1997), en donde él postula que “Las dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores”. Lo anterior da una idea de jerarquía entre dichos conceptos para no seguir utilizándolos como sinónimos en los diferentes contextos y así poder diferenciarlos, caracterizarlos y comprenderlos de una manera más clara. Por esto, de aquí en adelante, se hace referencia a estos conceptos.

Para poder hablar sobre las dificultades que están presentes en el aprendizaje de las matemáticas, primero es necesario saber que se habla de dificultades de aprendizaje cuando nos referimos a los problemas que cualquier persona puede tener al aprender algo. Las dificultades son normales y esperables en todos los ámbitos educativos, ya sea de tipo formal o no formal, y surgen cuando la persona encuentra problemas o complicaciones a la hora de comprender aquello que se le enseña, así como también para asimilarlo como un conocimiento nuevo y permanente.

Se entiende como obstáculo a las dificultades propias de cada persona, que causan estancamiento y retroceso en el proceso de enseñanza – aprendizaje. También es entendido como un conocimiento que por diversos motivos se convierte en trabas y se refleja en forma de error (Herrera, 2010).

### **2.3.4 Causas y características de los errores en matemática**

En la educación matemática, los errores surgen durante el proceso de enseñanza – aprendizaje, es decir, cuando el alumno no puede superar sus dificultades, éstas se convierten en obstáculos porque le impiden avanzar en la construcción de nuevos conocimientos y lo lleva a cometer errores.

Los obstáculos que presentan los estudiantes no se pueden ignorar, como tampoco los errores que cometen. En este sentido Rico (1998), señalan cuatro vías mediante las cuales el error puede presentarse:

1. Los errores son a menudo el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas.
2. Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que se puede identificar con facilidad por el profesor.
3. También los errores pueden presentarse cuando el alumno utiliza procedimientos imperfectos y posee concepciones inadecuadas que no son reconocidas por el profesor.



4. Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas.

Tomando en cuenta lo anterior es que toma importancia estudiar y analizar los errores que cometen los estudiantes en matemática, ya que constantemente se ven enfrentados a estas situaciones durante todo su proceso de aprendizaje.

Por otra parte Rico (1998), considera como características de los errores cometidos por los alumnos las siguientes:

- Los errores son sorprendentes. Con frecuencia los errores cometidos por los alumnos surgen de manera sorprendente, ya que por lo general se han mantenido ocultos para el profesor durante algún tiempo.
- Los errores son a menudo extremadamente persistentes, debido a que pueden reflejar el conocimiento de los alumnos sobre un concepto o un uso particular de reglas nemotécnicas. Son resistentes a cambiar por sí mismos ya que la corrección de errores puede necesitar de una reorganización fundamental del conocimiento de los alumnos.
- Los errores pueden ser o bien sistemáticos o por azar. Los primeros son muchos más frecuentes y, por lo general, más efectivos para revelar los procesos mentales subyacentes; estos errores se toman como síntomas que señalan hacia un método o comprensión equivocada subyacente, que el estudiante considera y utiliza como correcto. Los errores por azar reflejan falta de cuidado y lapsus ocasionales, y tienen relativamente poca importancia.
- Los errores ignoran el significado; de este modo, respuestas que son obviamente incorrectas, no se ponen en cuestión. Los alumnos que cometen un error no consideran el significado de los símbolos y conceptos con los que trabajan. Estas características de los errores aluden a las definiciones del concepto de obstáculo y error que se han mencionado anteriormente, de esta manera se verifica la

relación que existe entre un obstáculo que presenta un estudiante y la consecuencia de no poder superarlo, llevándolo a cometer un error.

A continuación se muestran más específico los errores en potencias y raíces que se cometen a nivel de educación escolar.

### **2.3.5 Los errores en el aprendizaje de potencias y raíces**

Pochulu (2005) describe los errores que los profesores aluden a los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, donde aquí tomamos en cuenta solo los que se atribuyen al aprendizaje del contenido de potencias y raíces. También se incorporan los errores detectados por los autores de esta investigación en la muestra considerada en el estudio. Primero se presentan los errores correspondientes al contenido de potencias y luego los correspondientes al contenido de raíces.

#### ***2.3.5.1 Errores en el contenido de potencias***

Los errores en potencias tienen ciertas características con base al mal uso o mal comprensión de sus propiedades y definiciones. A continuación se darán a conocer los errores en el contenido de potencias según Pochulu (2005).

1. Asumen que toda potencia de exponente nulo da por resultado cero, o es igual a la base de la misma.
2. Asocian que, si el exponente de una potencia es un entero negativo y la base es una suma algebraica, se debe tomar en primera instancia los inversos multiplicativos de los sumandos.
3. Asocian que el exponente de la potencia de un producto, afecta sólo a algunos de los factores.
4. Distribuyen la potencia con respecto a la suma o resta algebraica.

5. Suman los exponentes de las potencias de otras potencias en un producto algebraico.
6. Multiplican los exponentes en el producto de potencias de igual base.
7. Asocian que el exponente de la potencia de un cociente afecta sólo al numerador.
8. Aplican la propiedad del producto o cociente de potencias de igual base a la suma o resta algebraica.
9. Estiman que una potencia con exponente negativo corresponde a una potencia con exponente fraccionario.
10. Asocian que el exponente de una potencia se multiplica con la base.
11. Consideran que tienen un número negativo cuando el exponente es un número negativo.

### ***2.3.5.2 Errores en el contenido de raíces***

En las raíces los errores se manifiestan con ciertas características por el indebido uso y poca comprensión de sus propiedades y definiciones. Dichos contenidos son:

Al igual que en las potencias Pochulu (2005) describe los errores más notorios en las raíces:

12. Aplican distributivas de la radicación con respecto a la suma o resta.
13. Multiplican las raíces de igual índice y radicando cuando se trata de suma o resta.
14. Estiman que la raíz con radicando negativo e índice impar no posee solución en el campo de los reales.
15. Consideran que un número y una raíz son simplificables en el producto cuando el número es igual al radicando de la raíz.
16. Olvidan quitar el símbolo de raíz o el exponente al simplificar una expresión radical.
17. No factorizan adecuadamente el radicando para simplificar una raíz.
18. En la potencia de una raíz, multiplican el índice de la raíz con el exponente.

19. Asocian que la raíz de un cociente afecta solo al numerador.
20. En expresiones con raíces y potencias distribuyen la potencia con respecto a la suma o resta algebraica.

### **2.3.6 Situaciones generadoras de errores**

Puchulu (2005) ha indicado que una parte importante de los errores que cometen los estudiantes se deben a obstáculos epistemológicos, es decir, que son los responsables de generar errores. Por este motivo, a continuación, se describen las situaciones generadoras de errores mencionadas en la investigación “Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad” (Pochulu, 2005), que aluden al contenido de potencias y raíces, y también se incorporan las situaciones generadoras de errores identificadas por los autores de la presente investigación. El orden en que se presentan es por contenido, primero las correspondientes a potencias y luego las correspondientes a raíces.

#### ***2.3.6.1 Situaciones generadoras de errores en potencias***

A continuación se describen las situaciones que son responsables de generar los errores en potencias observadas por el autor.

- A. Resolver productos de potencias de igual o distinta base.
- B. Trabajar con ejercicios combinados que involucren potencias de sumas o restas con exponentes negativos.
- C. Aplicar la propiedad distributiva de la potencia con respecto al producto entre números y literales.
- D. Resolver potencias con exponentes enteros negativos o positivos.
- E. Resolver potencias con exponente nulo.

F. Resolver el cociente de potencias donde el numerador y denominador contienen una suma o resta algebraica con distinto o igual literal.

G. Calcular la potencia negativa de una suma o algebraica.

H. Resolver una potencia negativa, donde la base está compuesta por una suma o resta de fracciones literales.

### ***2.3.6.2 Situaciones generadoras de errores en raíces***

A continuación se describen las situaciones que son responsables de generar los errores en raíces observadas por el autor.

I. Determinar el valor de raíces de índice impar y radicando negativo.

J. Calcular sumas o restas de raíces.

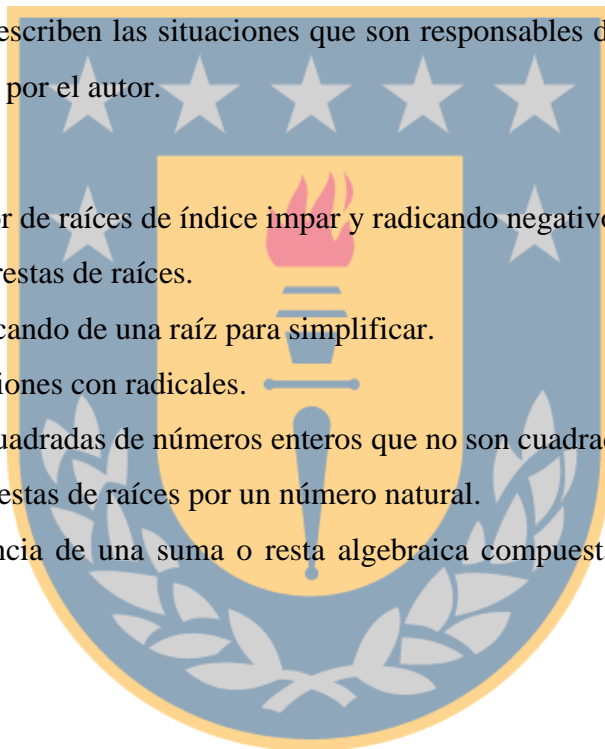
K. Factorizar el radicando de una raíz para simplificar.

L. Manipular expresiones con radicales.

M. Calcular raíces cuadradas de números enteros que no son cuadrados perfectos.

N. Dividir sumas o restas de raíces por un número natural.

O. Calcular la potencia de una suma o resta algebraica compuesta por una raíz como segundo término.



## 2.4 Modalidad de enseñanza

En este apartado se conocerán los aspectos más destacados referidos a la modalidad de enseñanza. Se revelaran los aspectos de la enseñanza tipo Técnico Profesional (TP), Científico Humanista (HC) y Artística.

Como preámbulo a informar de la enseñanza técnico profesional el Curriculum de educación (2005) la describe como:

*“La Formación Técnico-Profesional forma un ámbito de preparación inicial para una vida laboral y, más allá, aporta con normas para una formación integral para la vida adulta. Esta preparación se construye articulando las habilidades propias de una especialidad con el aprendizaje de los objetivos de la Formación General de la Educación Media. Es la totalidad de la experiencia de Educación Media, es decir, la formación general que permite alcanzar las competencias que permiten desempeñarse y desarrollarse en el medio. A la vez, es el conjunto de tal experiencia el que proporciona las habilidades para continuar realizando estudios, ya sea que éstos se efectúen en el ámbito laboral o en la educación superior técnica o académica.”*



## 2.4.1 Enseñanza Técnico profesional

### 2.4.1.1 *Formación de objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Formación General en la Educación Media.*

La matemática ofrece un conjunto amplio de procedimientos a realizar y aprender. Su aprendizaje permite comprender de mejor manera lo que pasa al rededor, y entrega herramientas para poder elegir estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo.

Además, el Curriculum de educación (2005) nos dice que los beneficios de aprender matemática son que los estudiantes valoren y desarrollen su capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas, incorporando formas habituales de la actividad matemática.

El marco curricular enfatiza los aspectos formativos y funcionales de la matemática que son indisociables y complementarios.

Los contenidos seleccionados se organizan en torno a tres ejes temáticos:

- Álgebra y Funciones
- Geometría
- Estadísticas y Probabilidad.

El aprendizaje de la matemática sirve para el desarrollo de capacidades no sólo cognitivas, sino también para el desarrollo de actitudes, tales como la confianza de las alumnas y alumnos en sus propios procedimientos y conclusiones.

Asimismo, el aprendizaje de la matemática apoyan las habilidades de comunicación, que hacen más precisa y rigurosa la expresión de ideas y razonamientos, incorporando en el lenguaje y argumentaciones habituales las diversas formas de expresión matemática y

comprendiendo los elementos matemáticos cuantitativos y cualitativos presentes en las noticias, opiniones, publicidad y analizándolos autónomamente.

El aprendizaje de la matemática está asociado específicamente, al desarrollo de un conjunto de habilidades referidas a:

- Procedimientos estandarizables
- Resolución de problemas
- Estructuración y generalización de los conceptos matemáticos

La enseñanza de la matemática según el Currículum de educación (2005) debe enfatizar el desarrollo del pensamiento creativo, analógico y crítico para la formulación de conjeturas, exploración de caminos alternativos y discusión de la validez de las conclusiones.

Esto supone dar espacio a la experimentación y la investigación; incentivar la observación, descripción y clasificación de situaciones concretas y la abstracción de propiedades comunes a un conjunto de objetos reales o simbólicos. Cobra relevancia, entonces, el trabajo en equipo, la comunicación y la confrontación de ideas, la fundamentación de opiniones y argumentos, el examen de sus conexiones lógicas y el apoyo en elementos tecnológicos. Se fomenta, así, en los estudiantes una apreciación equilibrada del valor, función y ámbito de acción de la matemática.

Es necesario que el proceso de aprendizaje se cimiente en contextos significativos y accesibles para los jóvenes, favoreciendo la comprensión por sobre el aprendizaje de reglas y mecanismos sin sentido; se desarrolle en climas de trabajo propicios para la participación, permitiendo que los alumnos y alumnas expresen sus ideas, aborden desafíos y perseveren en la búsqueda de soluciones, dispuestos a tolerar cierto nivel de incerteza en el trabajo que realizan; se evalúe teniendo en consideración tanto el proceso de aprendizaje como el resultado del mismo. Currículum de la educación (2005)



En base al curriculum de la educación media (2005) referido al aprendizaje de potencias y raíces, este currículo apunta que:

En primero medio uno de los objetivos fundamentales es que los alumnos sean capaces de utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión. Ya apuntando a los conocimientos mínimos que deben aprender, en primero medio se aprende lo referido a potencias de base positiva y exponente entero, además de multiplicación de potencias.

En segundo medios los contenidos no varían demasiado, apuntando a Potencias con exponente entero. Multiplicación y división de potencias. En tercero medio se aprenden las raíces cuadradas y cúbicas. Raíz de un producto y de un cociente. Estimación y comparación de fracciones que tengan raíces en el denominador.



## 2.4.2 Enseñanza Científico Humanista

Con respecto a la modalidad científico humanista, es un aspecto que ofrece oportunidades de manejo de conocimientos y contenidos de formación general.

Apunta también a la continuación de estudios universitarios o técnicos, pero con una mejor base humanista, matemática y en ciencias, estando así con mejores herramientas para enfrentar los niveles superiores académicos que se avecinan.

### 2.4.2.1 *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos para la Formación Diferenciada Humanístico-Científica en la Educación Media*

Para la formación en educación media científico humanista el Curriculum de educación (2005) dice que se ofrecerá a los alumnos y alumnas oportunidades de profundizar o ampliar los objetivos y contenidos de la Formación General, en un número reducido de sectores y subsectores. El establecimiento decidirá los canales específicos de diversificación que ofrecerá durante los dos últimos años de la Educación Media.

Para ello se tomarán en cuenta aspectos como la respuesta a los intereses y aptitudes de sus estudiantes, especificaciones curriculares del propio proyecto educativo y definiciones de canales de salida que conduzcan a la continuidad de estudios universitarios o bien hacia la inserción laboral sin especialización técnica que suponga un título de nivel medio.

Los establecimientos educacionales tendrán la libertad de ofrecer el número de planes diferenciados que consideren más adecuado para responder a las necesidades de formación de sus alumnos y alumnas, considerando sus actitudes e intereses, así como sus expectativas futuras.

Para los alumnos y alumnas, proseguir la Formación Diferenciada en cualquier sector o subsector supone la Formación General correspondiente; la Formación Diferenciada se establece en forma adicional a la Formación General del sector o subsector de que se trate.

Los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos para la Formación Diferenciada en Matemáticas se orientan hacia una complementación de la Formación General, con el propósito de enriquecer y fortalecer conceptos, habilidades y actitudes en los estudiantes.

Se organiza en dos módulos: Álgebra y Modelos Analíticos, para 3° Medio; Funciones y Procesos Infinitos, para 4° Medio. El primero de ellos busca enfatizar el lenguaje algebraico, las expresiones analíticas y los gráficos, como modelos relacionables y utilizables para la representación de diversas situaciones tanto teóricas como aplicadas.

El segundo módulo muestra la potencia del proceso de modelación matemática, su capacidad de unificar la diversidad y su aplicabilidad a la resolución de problemas.

En el sector diferencial científico humanista se infiere que en el ciclo de primero y segundo medio se entrega la misma información respecto a potencias que en la formación general en educación media, luego en tercero medio con raíces lo ven aplicados y analizados a Expresiones racionales según información entregada de los objetivos fundamentales y curriculum (2005) .

Actualizando los contenidos pero no variando en demasía los objetivos la actualización del Curriculum de la educación media (2009) apunta a conceder los contenidos de potencias y raíces en primero y segundo medio, referido a su conocimiento y manejo de propiedades. Lo mismo indican las bases curriculares del ministerio de educación (2015).

### 2.4.3 Educación enseñanza artística.

La Escuela Artística según lo señalan los Objetivos fundamentales de la formación diferenciada artística (2007) es un establecimiento escolar, reconocido oficialmente como tal, que atiende al estudiantado de Enseñanza Básica y Media con intereses, aptitudes y talentos artísticos, desde el inicio de la Enseñanza Básica hasta el segundo año de Enseñanza Media y ofreciendo un espacio de especialización en la Formación Diferenciada Artística en 3° y 4° de Enseñanza Media.

### 2.4.4 Resultados conocidos por modalidad de enseñanza

A continuación se muestra un compendio estadístico respecto al rendimiento de una prueba estandarizada PSU y su comparación a nivel de modalidad de enseñanza según su distribución geográfica y año de egreso respectivo al año 2015 según distribución geográfica, año de egreso y modalidad. Para efectos de esta investigación se tomaron solo los datos de la octava región del Bio – Bio, sección matemática.

Tabla 1 Compendio estadístico T-P

Región	Técnico – Profesional		
	Promoción del año		
	N	$\mu$	$\sigma$
VIII	6.270	441,00	82,50

En la tabla 1 se muestra principalmente el puntaje promedio ( $\mu$ ) que obtuvieron los estudiantes pertenecientes a establecimientos técnico profesional.

Tabla 2 Compendio estadístico H-C

Región	Humanista – Científico		
	Promoción del año		
	N	$\mu$	$\sigma$
VIII	15.906	521,50	108,70

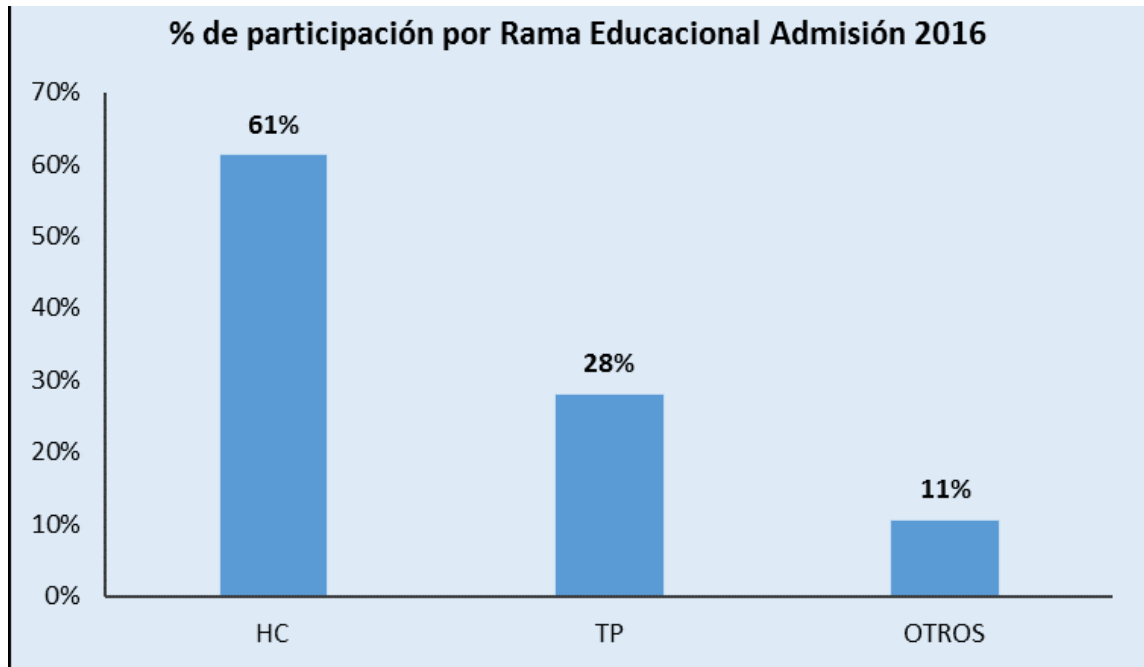
En la tabla 2 se muestra el puntaje promedio ( $\mu$ ) que obtuvieron los estudiantes pertenecientes a establecimientos científicos humanistas.

Tomado de: (COMPENDIO ESTADÍSTICO PROCESO DE ADMISION AÑO ACADEMICO 2015, 2015)

En las tablas 1 y 2 se puede apreciar que en el 2015 rindieron la PSU muchos más estudiantes en la modalidad científico humanista que en la técnico profesional, donde se aprecia que siempre hubieron resultados en matemáticas más constantes en los establecimientos técnico profesionales en comparación a los establecimientos científico humanista, los cuales tenían en promedio un mejor rendimiento.

En el gráfico de a continuación se muestra el porcentaje de participación por modalidad de educación en la región del Bio - Bio en el año 2016.

Ilustración 1 Porcentaje de participación por modalidad de enseñanza



*Fuente: tomado de (Mac-Cardé, 2016)*

De la ilustración 1 se aprecia que la mayor participación corresponde a establecimientos Científicos Humanistas con un 61% de participación, seguido por Técnicos Profesionales con 28% y posteriormente otros tipos de establecimientos, como establecimientos artísticos, con un 11%.

Lo que nos muestra que la participación es más notoria en establecimiento que preparan a sus estudiantes para una futura carrera universitaria.

## 2.5 Dependencia administrativa

Un aspecto a observar es el método en que se administran los establecimientos y ver si esto afecta en el aprendizaje que adquieren los estudiantes

El sistema educativo nacional y OEI (2005), indica que en todos los niveles del sistema, los establecimientos educacionales reconocidos oficialmente por el Estado pueden ser clasificados, según la naturaleza de su dependencia administrativa y financiera, en:

### 2.5.1 Municipales

Son establecimientos públicos de propiedad y financiamiento principalmente estatal, administrados por las municipalidades del país. Cubren los niveles Preescolar, Básico y de Enseñanza Media Humanístico-Científica y Técnico-Profesional. Constituyen el mayor porcentaje de establecimientos y de alumnos allí matriculados del país.

### 2.5.2 Particulares Subvencionados

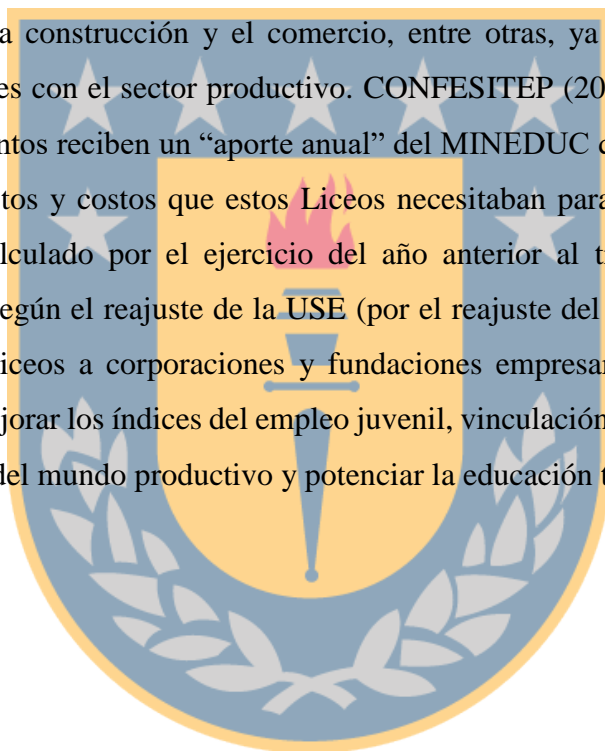
Son establecimientos de propiedad y administración privada, pero que, en el caso de los niveles Preescolar (2º nivel de Transición), Básico y Medio, reciben financiamiento estatal mediante subvención por alumno matriculado y efectivamente asistiendo a clases.

### 2.5.3 Particulares Pagados

Son los establecimientos privados propiamente tales, cuya propiedad, administración y financiamiento corresponde a particulares y a las familias de los alumnos. Existen en todos los niveles del sistema educacional.

## 2.5.4 Administración delegada

Este manejo se centra en la entrega de la administración y dependencia de 70 liceos técnicos profesionales mejores equipados, a 21 Corporaciones y/o Fundaciones educacionales “sin fines de lucro”, especialmente creadas para ello, por las principales asociaciones gremiales empresariales de la industria, la agricultura, la construcción y el comercio, entre otras, ya que no todas tenían vínculos reales con el sector productivo. CONFESITEP (2006) indica que estos Establecimientos reciben un “aporte anual” del MINEDUC que fue calculado por todos los gastos y costos que estos Liceos necesitaban para funcionar en forma adecuada, calculado por el ejercicio del año anterior al traspaso y reajustado anualmente según el reajuste de la USE (por el reajuste del sector público). Este traspaso de liceos a corporaciones y fundaciones empresariales se hizo con la excusa de mejorar los índices del empleo juvenil, vinculación más estrecha con las necesidades del mundo productivo y potenciar la educación técnica.





Análogamente como en la modalidad de enseñanza, se entregaran resultados PSU según dependencia administrativa en matemáticas. Según distribución geográfica y dependencia administrativa.

Para efecto de esta investigación se tomaran solo los datos de la octava región del Bio Bio

*Tabla 3 Datos puntaje PSU Matemáticas*

Región	Municipal			Particular subvencionado			Particular pagado		
	N	$\mu$	$\sigma$	N	$\mu$	$\sigma$	N	$\mu$	$\sigma$
VIII	14.889	463,0	93,8	14.145	518,3	102,1	2.015	596,0	103,7

N: cantidad de alumnos;  $\mu$ : promedio;  $\sigma$ : desviación estándar

*Fuente: tomado de (COMPENDIO ESTADÍSTICO PROCESO DE ADMISION AÑO ACADEMICO 2015, 2015)*

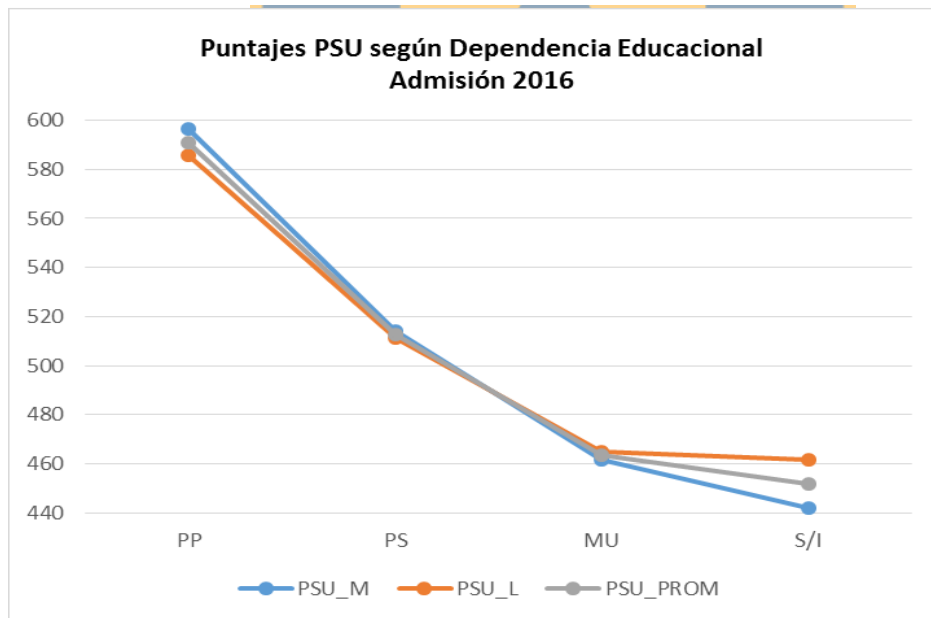
En la tabla se aprecia que hay una diferencia entre cantidad de alumnos y resultados obtenidos, existe una gran cantidad de postulantes de establecimientos municipales pero tienen en promedio menores puntajes, contrario a esto los establecimientos particulares pagados tienen un menor índice de alumnos participantes en la prueba PSU pero con mayor efectividad en relación a puntajes obtenidos.

## 2.5.5 Promedio según dependencia

Tabla 4 Datos Promedio PSU

Dependencia educacional	PSU MATEMATICAS	PSU LENGUAJE	PSU PROMEDIO
PP	596,45	585,65	591,05
PS	513,94	511,37	512,65
MU	461,44	465,07	463,25
S/I	441,82	461,75	451,79
Promedio general	493,97	494,00	493,99

Ilustración 2 Puntajes PSU según Dependencia Educativa Admisión 2016



Fuente: (Mac-Cardé, 2016)

Se observan en la figura 2 y tabla 4 que los mayores puntajes regionales en el proceso de Admisión 2016 según Dependencia Educacional corresponden a los colegios Particulares Pagados y Colegios Particulares Subvencionados, siendo mayor el puntaje de la PSU Matemáticas en estos tipos de establecimientos. Para los establecimientos Municipales y S/I es mayor el puntaje en la PSU de Lenguaje y Comunicación.

## **2.6 Análisis de la enseñanza según sexo**

### **2.6.1 Educación escolar**

Eventualmente se ha querido hacer notar si existe o no una diferencia de conocimientos entre hombres y mujeres en todos los ámbitos existentes. Es por esto que este eje es de gran peso para la ejecución de esta investigación.

Ya aterrizando en el ámbito escolar el Ministerio de Educación (2018) dice que la cobertura de educación básica alcanzó el 98% y en educación media el 95% en 2015 para la población chilena entre 6 y 17 años, con una variación no significativa por sexo.

La Educación Media Técnico Profesional es la que presenta una menor participación de mujeres, quienes conforman el 44,9% de la matrícula total del sector. En ella, es evidente la segregación por género según especialización: las mujeres predominan en las áreas técnica (80%), Comercial (64%) y Artística (53%), mientras que los varones predominan en las áreas Industrial (83%), Agrícola (66%) y Marítima (65%).

Las diferencias en las tasas de deserción son más significativas al comparar el nivel de educación básica y media, que, al comparar por sexo, los motivos que explican la

deserción son bastante diferenciados. Además del factor económico, en el caso de las mujeres se suma el embarazo o maternidad, mientras que los varones lo hacen principalmente para ingresar al mundo laboral.

En relación al rendimiento escolar, las mujeres obtienen un mayor porcentaje de aprobación que los hombres en todos los niveles de educación básica y media, aunque las diferencias son leves; entre 1 y 3 puntos porcentuales a favor de las mujeres.

Las mediciones Simce 2015 indican la persistencia de la brecha de lectura a favor de las mujeres, alcanzando 18 puntos de diferencia en segundo medio, la más alta desde 2003. En matemática, por su parte, la brecha de puntajes se anuló en cuarto básico y disminuyó a 2 puntos en segundo medio, marcando una tendencia que se espera mantener en el tiempo.

## **2.6.2 Educación superior.**

Históricamente, según el Ministerio de Educación (2018) las mujeres han tenido un rendimiento y tasa de aprobación mayor que los varones a nivel escolar, evidenciado en la brecha de más de 20 puntos en el resultado de notas de educación media (NEM) en la Prueba de Selección Universitaria (PSU), que se ha mantenido relativamente estable desde el año 2006.

No obstante, los varones superan en los resultados de la PSU a las mujeres -en los test de Matemáticas, Ciencias e Historia- por entre 20 y 30 puntos. La ventaja que tienen las niñas en lenguaje a nivel escolar se neutraliza luego en la PSU, siendo los promedios de puntaje de varones y mujeres equivalentes en 2015 (500 puntos).

El desempeño promedio en la PSU, en consecuencia, es favorable a los varones. Esto, porque la mayoría de los puntajes bajo 550 puntos son obtenidos por mujeres, mientras

que los puntajes sobre 550 son obtenidos mayoritariamente por hombres. En tanto el 70% de los mayores puntajes (sobre 750) puntos son obtenidos por hombres.

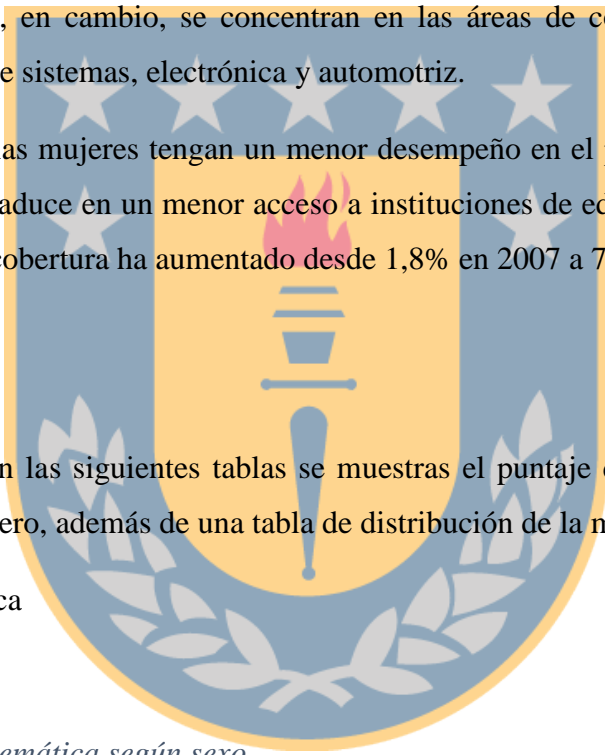
Las carreras universitarias con mayor selección de mujeres en el proceso 2016 están vinculadas a la salud, el diseño y las ciencias sociales, mientras que las más masculinizadas corresponden al área de las ciencias y matemáticas.

En la Educación Técnico Profesional, las mujeres conforman más del 80% de las especializaciones de áreas de secretariado, educación de párvulos, enfermería y servicio social. Los hombres, en cambio, se concentran en las áreas de construcción y obras, topografía, análisis de sistemas, electrónica y automotriz.

El hecho de que las mujeres tengan un menor desempeño en el proceso de selección universitaria no se traduce en un menor acceso a instituciones de educación superior, en efecto, la brecha de cobertura ha aumentado desde 1,8% en 2007 a 7,1% en 2015, a favor de las mujeres.

A continuación en las siguientes tablas se muestran el puntaje de matemática y sus resultados según género, además de una tabla de distribución de la misma característica.

Puntaje de matemática



*Tabla 5 Puntaje Matemática según sexo*

Genero	N	$\mu$	$\sigma$
Femenino	131.042	487,50	105,90
Masculino	116.636	514,50	112,70
Total	247.678	500,20	110,00

N: Población

$\mu$ : Promedio

$\sigma$ : Desviación estándar

Tabla 6 Tabla de Distribución Puntaje según sexo

Puntaje estándar	Masculino		Femenino	
	F	%	F	%
150- 199,5	214	0,18	251	0,19
200-249,5	268	0,59	1.206	0,92
250- 299,5	1.704	1,46	2.900	2,21
300-349,5	6.940	5,95	10.723	8,18
350-399,5	8.115	6,96	11.338	8,65
400-449,5	14.322	12,28	19.204	14,65
450-499,5	20.150	17,28	24.691	18,84
500-549,5	20.928	17,94	23.734	18,11
550-599,5	17.620	14,80	17.996	13,73
600-649,5	13.030	11,17	11.166	8,52
650-699,5	7.491	6,42	5.177	3,95
700-749,5	3.264	2,80	1.790	1,37
750-799,5	1.604	1,38	629	0,48
800-850	928	0,80	273	0,18

Fuente: (COMPENDIO ESTADÍSTICO PROCESO DE ADMISION AÑO ACADEMICO 2015, 2015)

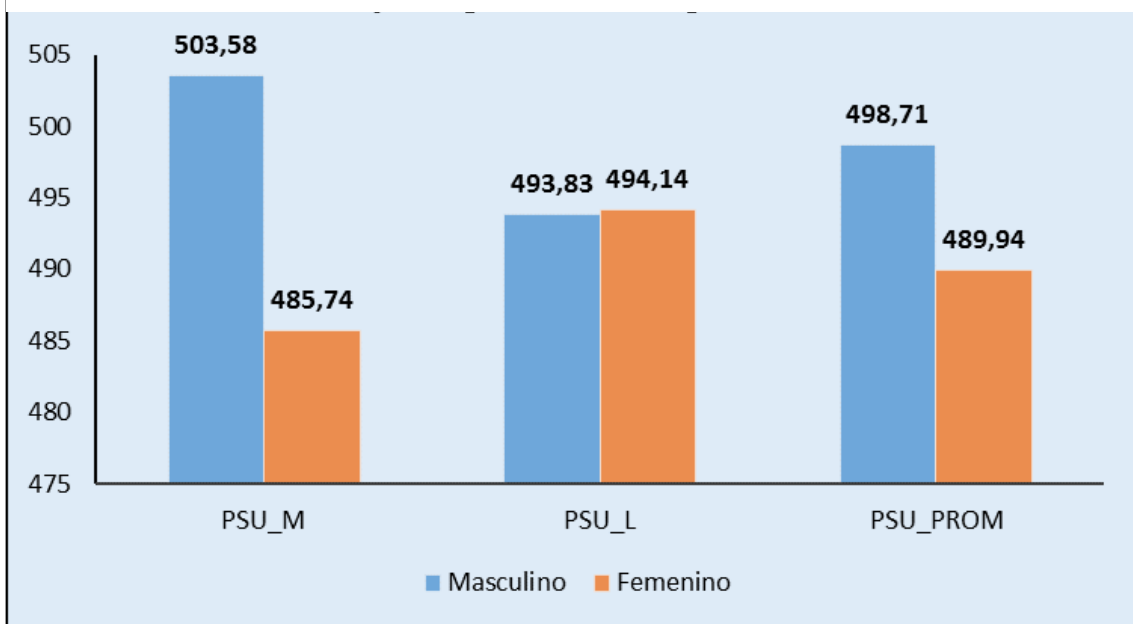
### 2.6.2.1 Informe PSU Región Bio Bio

Tabla 7 Promedio según sexo

Genero	PSU_M	PSU_L	PSU_PROM
Masculino	503,58	493,83	498,71
Femenino	485,74	494,14	489,94



Ilustración 3 Puntajes Regionales PSU según Género



Fuente: (Mac-Cardé, 2016)

El puntaje PSU promedio para la Admisión 2016 fue de un 498,71 para los hombres y 489,94 para las mujeres generando una diferencia de 8,77 puntos. Ocurre algo similar en la PSU de Matemáticas (PSU\_M) donde el puntaje es mayor para los hombres que para

las mujeres con una diferencia aproximada de 18 puntos, En la PSU de Lenguaje (PSU\_L) se equiparan los resultados siendo levemente mejor el de las mujeres.

## 2.7 Prueba de selección universitaria (PSU)

Se necesita saber los resultados de la prueba de selección universitaria rendida por los estudiantes la cual DEMRE la define como una batería de pruebas estandarizadas, cuyo propósito es la selección de postulantes para la continuación de estudios universitarios. El DEMRE (DEMRE, s.f.) nos indica cómo se compone la PSU

La batería de pruebas PSU:

Está compuesta de exámenes estandarizados

- De selección múltiple.
- Respuesta cerrada.
- De carácter objetivo.

Incluye dos pruebas obligatorias y dos electivas

- Matemática y Lenguaje y Comunicación son obligatorias.
- Ciencias (Biología, Física, Química y Técnico Profesional) e Historia, Geografía y Ciencias Sociales son electivas.
- Es importante rendir al menos una de las pruebas electivas y basar esta elección en los requisitos establecidos por cada universidad para el ingreso a sus carreras.

Se elabora sobre la base del currículo de Enseñanza Media



- Con el objetivo de profundizar la vinculación con el currículo secundario, a contar del año 2014, considera los Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) declarados en la Actualización Curricular 2009.
- Tiene un énfasis, a un mismo nivel, tanto en contenidos como en habilidades cognitivas.
- Existen, de todas formas, CMO que no se consideran en la PSU por la complejidad que implica su medición en una prueba estandarizada. Algunos de ellos son la elaboración de proyectos grupales, el uso de la computación o realización de experimentos, entre otros.



# 3 Diseño metodológico

## 3.1 Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo cuantitativa-exploratoria, debido a que se obtienen resultados cuantificables de las variables de estudio y porque pretende mostrar la ocurrencia de una problemática de la cual no se tiene registro haber sido investigada; además es no experimental, porque no se manipulan las variables, por su finalidad se denomina intrínseco, ya que su propósito no es el de construir una teoría, sino el de describir un tema de interés, debido a la temporalidad. (Hernandez, Fernandez, & Baptista, 2010)

## 3.2 Diseño de investigación

El método con el que se lleva a cabo esta investigación es el transversal, ya que se efectúa sobre una situación y población concreta en un momento determinado y se recogen datos una sola vez de cada sujeto de estudio, donde se pretende analizar cómo se comportan las variables de estudio en esa situación. También tiene la finalidad de describir e identificar los factores que inciden sobre la realidad estudiada, medir el conocimiento que poseen los estudiantes de la carrera de pedagogía en matemáticas en relación a potencias y raíces. Además, se cuenta con hipótesis que serán verificadas y que sirven para sugerir acciones de mejora.

### 3.3 Población y muestra

La población corresponde a todos los alumnos de la carrera pedagogía en matemáticas. La muestra para este estudio está compuesta por 65 estudiantes que cursan la carrera nombrada

*Tabla 8 Muestra*

Carrera	Curso	Cantidad de alumnos
Pedagogía en matemáticas	1°	24
	2°	11
	3°	10
	4°	11
	5°+	9
Total	5	65

### 3.4 Variables de investigación

Para efectos de la presente investigación se consideraron las siguientes variables clasificadas de acuerdo a su naturaleza y a su tipo.

Tabla 9 Variables de investigación

<i>Variable</i>	<i>Naturaleza</i>	<i>Tipo</i>
<i>Modalidad de enseñanza</i>	Cualitativa	Independiente
<i>Dependencias administrativas</i>	Cualitativa	Independiente
<i>Sexo</i>	Cualitativa	Independiente
<i>Resultados PSU</i>	Cuantitativa	Independiente
<i>Antigüedad académica</i>	Cuantitativa	Independiente
<i>Nivel de Conocimiento</i>	Cuantitativa	Dependiente
<i>Error</i>	Cuantitativa	Dependiente



### 3.5 Definición de las variables

Tabla 10 Definición de variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional
<b>Sexo</b>	Es el conjunto de características físicas, biológicas, anatómicas y fisiológicas de los seres humanos, que los definen como hombre o mujer.	Condición de ser hombre o mujer
<b>Modalidad de enseñanza</b>	Opciones organizativas y/o curriculares de la educación común, dentro de uno o más niveles educativos, que procuran dar respuesta a requerimientos específicos	Enseñanza tipo: CH – TP – A
<b>Dependencia administrativa</b>	Organismos vinculados directamente al ejecutivo estatal por una relación de subordinación jerárquica que los faculta a actuar en su nombre, para atender en la esfera administrativa los asuntos que la Ley Orgánica de la Administración Pública les confiere	Enseñanza tipo: PP – PS – M – C

<b>Resultados PSU</b>	Calificación según prueba estandarizada PSU	Puntaje PSU
<b>Antigüedad académica</b>	Periodo transcurrido desde año de ingreso a la universidad	Años transcurridos en la universidad
<b>Nivel de Conocimiento</b>	Rendimiento demostrado en un área o materia de acuerdo con la norma de edad y nivel académico.	Promedio de las calificaciones en matemática obtenido por los alumnos de cada curso el primer semestre de 2016.
<b>Error</b>	Concepto equivocado o juicio falso.	Respuestas equivocadas

### 3.6 Instrumentos de recolección de datos

En esta investigación se utiliza un instrumento para recolectar la información pertinente a la investigación ya validado por expertos.

#### 3.6.1 Test de potencias y raíces

Este instrumento tiene como finalidad determinar el conocimiento que poseen los estudiantes de la carrera pedagogía en matemáticas en relación a potencias y raíces. El test fue construido y validado por la colaboración del profesor guía de esta investigación.

Está compuesto por 20 ítems, agrupados en dos ejes, potencias y raíces. Esta tiene una escala de codificación de 0 a 7, en el cual el 0 representa a la ausencia del criterio en la totalidad de las clases observadas y 7 la presencia total, así se tiene un puntaje máximo de 140. Cabe mencionar que cuando alguien omite una respuesta, se le evaluara con el puntaje de una respuesta “falsa” y poco segura, ya que se está evaluando también el grado de seguridad de las proposiciones. Además al comienzo están incluidas las preguntas referidas a los datos más necesarios en relación a los objetivos de la investigación, como son el sexo, procedencia del establecimientos, matriculas entre otros. (Anexo I)

### **3.7 Técnicas de análisis de información**

A continuación se especifican las técnicas con las que se analizan los datos, diferenciando en análisis cuantitativo.

#### **3.7.1 Análisis cuantitativo**

La información a continuación se analiza por medio de las siguientes pruebas de hipótesis estadísticas para muestras independientes:

Pruebas de hipótesis no paramétricas:

- Kruskal-Wallis, para comparar puntajes de más de dos grupos en forma simultánea
- Steel-Dwass-Critchlow-Flinger, para comparar puntajes de más de dos grupos pero dos a dos
- Mann-Whitney cuando los puntajes pertenecían a dos grupos
- Coeficiente de Correlación de Pearson
- Gráficos de frecuencia.

## 3.8 Resultados, Análisis y Discusiones

A continuación se realizan las pruebas de hipótesis correspondientes a cada una de las hipótesis planteadas además de sus análisis respectivos.

### 3.8.1 Pruebas de Hipótesis

**Comparación con base a los resultados que obtienen los alumnos dependiendo la dependencia académica de su establecimiento**

**La primera hipótesis a considerar es:**

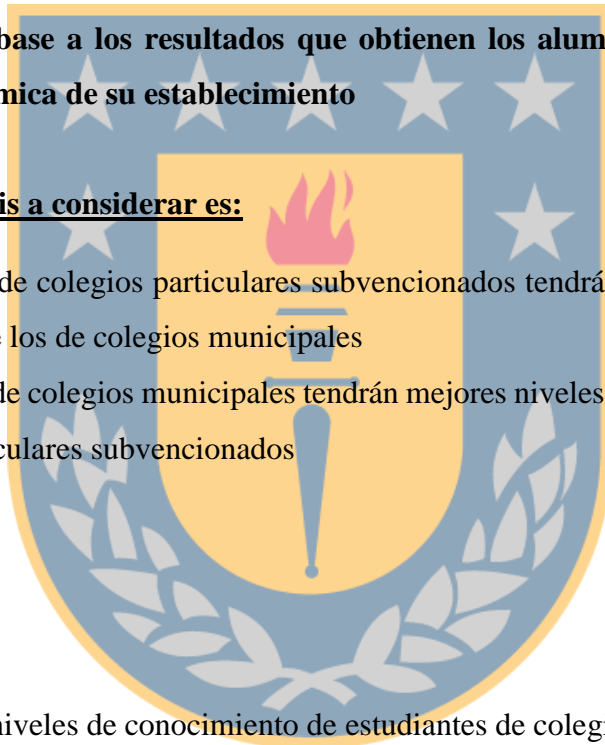
$H_0$ : Los estudiantes de colegios particulares subvencionados tendrán los mismos niveles de conocimiento que los de colegios municipales

$H_1$ : Los estudiantes de colegios municipales tendrán mejores niveles de conocimiento que los de colegios particulares subvencionados

Así entonces:

$F_1$ : Distribución de niveles de conocimiento de estudiantes de colegios municipales

$F_2$ : Distribución de niveles de conocimientos de estudiantes de colegios particulares subvencionados.





Así, las hipótesis a contrastar para las distribuciones con un nivel de significación  $\alpha=0.05$  son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 > F_2$$

Aplicando una prueba Mann-whitney con la ayuda del software estadístico, se obtienen los siguientes valores:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica	mediana
Municipal	32	42,000	120,000	86,875	16,894	87
particular subencionado	30	51,000	111,000	79,400	13,895	79,5

**Prueba de Mann-Whitney / Prueba unilateral a la izquierda:**

<b>U</b>	620,500
<b>U (estandarizado)</b>	1,973
<b>Valore esperado</b>	480,000
<b>Varianza (U)</b>	5035,050
<b>valor-p (unilateral)</b>	0,024
<b>Alfa</b>	0,05

**Conclusión:** Dado que el p-valor es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$  entonces se debe rechazar la hipótesis nula, por lo tanto la diferencia entre la distribución de estudiantes que provienen de colegios particulares subvencionados versus colegios municipales es significativa.

Dado esto y en base a las distribuciones arrojadas por los resultados los alumnos que provienen de colegios particulares subvencionados tendrán mejores niveles de conocimiento.

**La segunda hipótesis a evaluar es:**

$H_0$ : Los estudiantes de colegios particulares tendrán iguales resultados que los de colegios municipales

$H_1$ : Los estudiantes de colegios particulares tendrán mejores resultados que los de colegios municipales

Así entonces:

$F_1$ : Distribución de conocimientos estudiantes de colegios municipales

$F_2$ : Distribución de conocimientos de estudiantes de colegios particulares

Así, las hipótesis a contrastar para distribuciones con un nivel de significación  $\alpha=0.05$  son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 > F_2$$

Aplicando una prueba Mann-whitney con la ayuda del software estadístico, se obtienen los siguientes valores:

<i>Variable</i>	<i>Observaciones</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	<i>Media</i>	<i>Desv. típica</i>	<i>mediana</i>
<i>municipal</i>	32	42,000	120,000	86,875	16,894	87
<i>particular</i>	3	62,000	89,000	71,667	15,044	64

<b>Prueba de Mann-Whitney / Prueba unilateral a la izquierda:</b>	
<b>U</b>	73
<b>U (estandarizado)</b>	0,000
<b>Valore esperado</b>	48,000
<b>Varianza (U)</b>	287,677
<b>valor-p (unilateral)</b>	0,086
<b>Alfa</b>	0,05

**Conclusión:** Dado que el p-valor es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$  entonces no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto la diferencia entre la distribución de estudiantes que provienen de colegios particulares versus colegios municipales no es significativa.

Dado esto y en base a las distribuciones arrojadas por los resultados los alumnos que provienen de colegios particulares si pueden tener mejores niveles de conocimiento.

**La tercera hipótesis a evaluar es:**

$H_0$ : Los estudiantes de colegios particulares subvencionados tendrán los mismos resultados que los de colegios particulares

$H_1$ : Los estudiantes de colegios particulares subvencionados tendrán peores resultados que los de colegios particulares

Así entonces:

$F_1$ : Distribución de niveles de conocimientos estudiantes de colegios particulares subvencionados

$F_2$ : Distribución de niveles de conocimientos de estudiantes de colegios particulares

Así, las hipótesis a contrastar para distribuciones con un nivel de significación  $\alpha=0.05$  son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$

Aplicando una prueba Mann-whitney con la ayuda del software estadístico, se obtienen los siguientes valores:

<i>Variable</i>	<i>Observaciones</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	<i>Media</i>	<i>Desv. Típica</i>	<i>Mediana</i>
	<i>s</i>					<i>a</i>

<i>particular</i>	30	51,000	111,000	79,400	13,895	79,5
<i>subencionado</i>						
<i>Particular</i>	3	62,000	89,000	71,667	15,044	64

---

**Prueba de Mann-Whitney / Prueba unilateral a la izquierda:**

---

<b>U</b>	59,500
<b>U (estandarizado)</b>	0,000
<b>Valore esperado</b>	45,000
<b>Varianza (U)</b>	254,659
<b>valor-p (unilateral)</b>	0,823
<b>Alfa</b>	0,05

**Conclusión:** Dado que el p-valor es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$  entonces no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto la diferencia entre la distribución de estudiantes que provienen de colegios particulares subvencionados versus colegios particulares no es significativa.

Dado esto y en base a las distribuciones arrojadas por los resultados los alumnos que provienen de colegios particulares no necesariamente tendrán mejores niveles de conocimientos versus los de particulares subvencionados.

**Comparación de los resultados con base al sexo de los estudiantes**

**La cuarta hipótesis a analizar es:**

$H_0$ : Los hombres y mujeres tendrán los mismos niveles de conocimientos

$H_1$ : Los hombres y mujeres tendrán niveles de conocimientos diferentes

Así entonces:

$F_1$ : Distribución de resultados hombres

$F_2$ : Distribución de resultados mujeres

Así, las hipótesis a contrastar para las distribuciones con un nivel de significación  $\alpha=0.05$  son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2$$

$$H_1: F_1 \neq F_2$$



Aplicando una prueba Mann-whitney con la ayuda del software estadístico, se obtienen los siguientes valores:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica	Mediana
Hombres	31	42,000	120,000	85,194	17,766	83
Mujeres	34	51,000	112,000	80,265	13,634	82,5

**Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:**

U	605
U (estandarizado)	1,018
Valore esperado	527,000
Varianza (U)	5791,046
valor-p (bilateral)	0,308
Alfa	0,05

**Conclusión:** Dado que el p-valor es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$  entonces no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo tanto la diferencia entre la distribución de resultados entre hombres y mujeres no es significativa.

Como resultado de la prueba de hipótesis se determina que no hay diferencia entre las distribuciones de resultados entre hombres y mujeres y con esto se puede decir que los niveles de conocimientos no son dependientes de si el estudiante es hombre o mujer.

**Comparación entre estudiantes provenientes de establecimientos de distintas modalidades de enseñanza.**

**La quinta hipótesis a analizar es:**

$H_0$ : Los estudiantes de colegios HC tendrán los mismos resultados que los de colegios TP

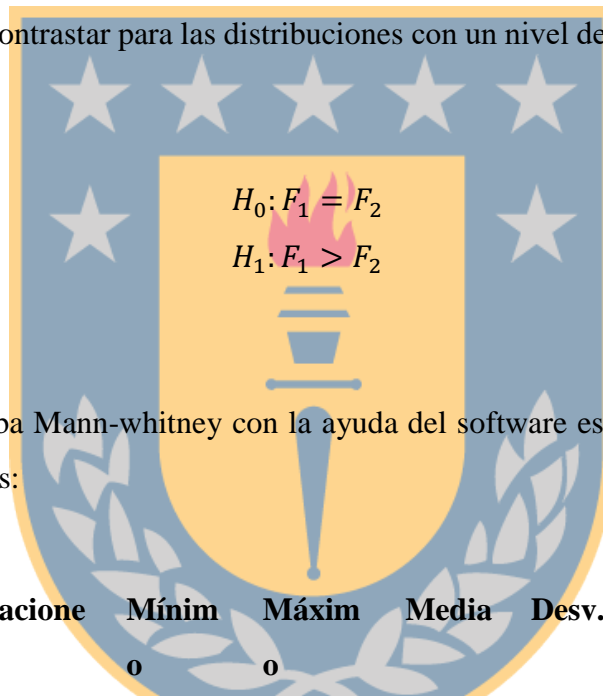
$H_1$ : Los estudiantes de colegios HC tendrán mejores resultados que los de colegios TP

Así entonces:

$F_1$ : Distribución de conocimientos estudiantes de colegios HC

$F_2$ : Distribución de conocimientos de estudiantes de colegios TP

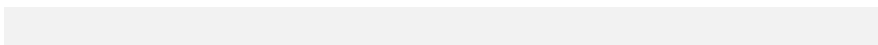
Así, las hipótesis a contrastar para las distribuciones con un nivel de significación  $\alpha=0.05$  son las siguientes:



Aplicando una prueba Mann-whitney con la ayuda del software estadístico, se obtienen los siguientes valores:

Variabl e	Observacione s	Mínim o	Máxim o	Media	Desv. típica	median a
<b>HC</b>	55	51,000	120,000	83,218	15,116	85
<b>TP</b>	10	42,000	111,000	80,000	20,336	79

**Prueba de Mann-Whitney / Prueba unilateral a la derecha:**

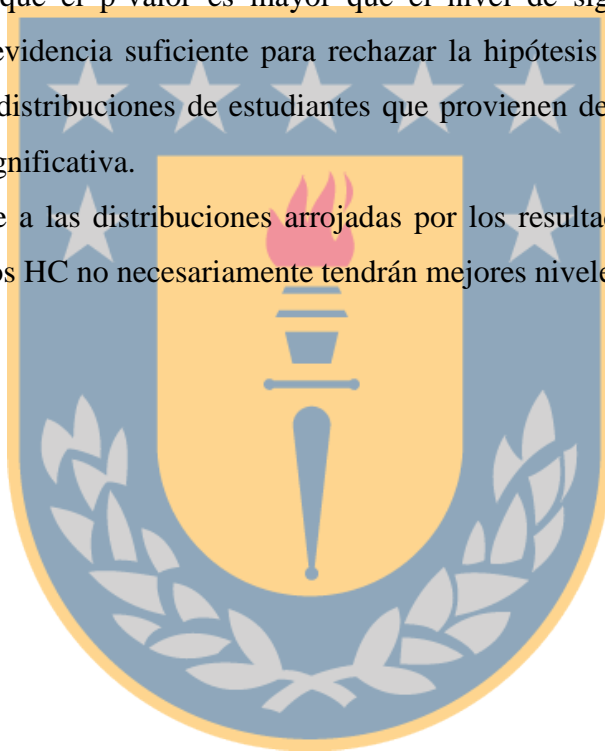




<b>U</b>	319
<b>U (estandarizado)</b>	0,791
<b>Valore esperado</b>	275,000
<b>Varianza (U)</b>	3021,959
<b>valor-p (unilateral)</b>	0,214
<b>Alfa</b>	0,05

**Conclusión:** Dado que el p-valor es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$  entonces no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto la diferencia entre las distribuciones de estudiantes que provienen de colegios HC versus colegios TP no es significativa.

Dado esto y en base a las distribuciones arrojadas por los resultados los alumnos que provienen de colegios HC no necesariamente tendrán mejores niveles de conocimientos.



**Comparación con base al puntaje PSU que obtuvieron los estudiantes**

**La sexta hipótesis es:**

$H_0$ : Existe una relación entre la variable PSU y el resultado obtenido

$H_1$ : No existe una relación entre la variable PSU y el resultado obtenido

Para relacionar los puntajes PSU con los resultados del test, también se utiliza la herramienta “XLSTAT 2015”. Como anteriormente se ha hecho la prueba de normalidad utilizando Kolmogorov-Smirnov se procede a utilizar el estadístico Pearson. ( ver anexo X)

Para ser más precisos se considera la siguiente hipótesis, nula ( $H_0$ ) y alternativa ( $H_1$ ):

$H_0$ :  $\rho = 0$ , No hay correlación.

$H_1$ :  $\rho \neq 0$ , Si hay correlación.

Región de rechazo:  $R = \{\text{valor } p \leq \alpha=0,05\}$

*Matriz de correlaciones (Pearson):*

Variables	Nivel de PSU conocimiento
Nivel de conocimiento PSU	0,337
	1

*valores-p (Pearson):*

Variables	Nivel de PSU conocimiento

<i>Nivel de conocimiento</i>	<b>0</b>	<b>0,006</b>
<i>PSU</i>	<b>0,006</b>	<b>0</b>

Los estudiantes presentan una correlación positiva entre los resultados del contenido de potencias y de raíces y puntaje PSU, lo que es estadísticamente significativo considerando el valor  $p = 0,006$ .



**Comparación con base a la antigüedad que poseen los estudiantes en la carrera**

**La séptima hipótesis a comprobar es:**

$H_0$ : Los estudiantes en la universidad tendrán el mismo nivel de conocimiento independiente los años de permanencia en la universidad

$H_1$ : Los estudiantes en la universidad tendrán diferentes niveles de conocimientos según los años de permanencia en la universidad

Así entonces:

$F_1$ : Distribución de nivel de conocimiento de estudiantes de primer año

$F_2$ : Distribución de nivel de conocimiento de estudiantes de segundo año

$F_3$ : Distribución de nivel de conocimiento estudiantes de tercer año

$F_4$ : Distribución de nivel de conocimiento de estudiantes de cuarto año

$F_5$ : Distribución de nivel de conocimiento de estudiantes de quinto año

Así, las hipótesis a contrastar para las medias poblacionales con un nivel de significación  $\alpha=0.05$  son las siguientes:

$$H_0: F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5$$

$$H_1: F_1 \neq F_2 \neq F_3 \neq F_4 \neq F_5$$

Se aplica la prueba no paramétrica Mann-whitney para muestras dos a dos. Los resultados son los siguientes:

Variabl e	Observacione s	Mínim o	Máxim o	Media	Desv. Típica	median a
Primero	24	42,000	95,000	73,250	13,712	72,5
Segund o	11	51,000	108,000	80,273	18,238	79
Tercero	10	73,000	94,000	84,400	6,467	84,5
Cuarto	11	76,000	112,000	90,091	10,931	89
Quinto	9	87,000	120,000	100,11	13,043	96

#### Valores-p bilateral

	Primero	Segundo	tercero	cuarto	Quinto
Primero	1	0,315	0,019	0,001	<0,0001
Segundo	0,315	1	0,478	0,199	0,015
Tercero	0,019	0,478	1	0,217	0,008
Cuarto	0,001	0,199	0,217	1	0,125
Quinto	<0,0001	0,015	0,008	0,125	1

Los resultados de esta hipótesis en niveles dos a dos se pueden encontrar en el Anexo VIII

**Conclusión:** El valor-p computado en algunos casos puntuales es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$  y en otros es menor, debido a la mayor cantidad de caso en que si es mayor, existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , por lo tanto, existen

diferencias entre los alumnos con más antigüedad versus los con menos antigüedad en la universidad con ciertas especificaciones.

### 3.8.2 Análisis de errores

El test de potencias y raíces se realizó a una muestra de 65 alumnos de la carrera de pedagogía en matemáticas, donde los errores que se analizan son los de las proposiciones que aparecen en el test.

Para recordar, las proposiciones eran las siguientes:

1. Todo número real elevado a cero, es igual a uno
2. Si  $a, n, m \in \mathbb{N}$  entonces  $((a)^n)^m = a^{nm}$ , es una propiedad.
3. En los reales, 16 tiene dos raíces cuadradas.
4. Si  $a, b \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , entonces  $(a+b)^n = a^n + b^n$
5.  $\sqrt{9} = \pm 3$ , porque 3 elevado a 2 es igual a 9 y -3 elevado a 2 también es 9.
6. Si  $a \in \mathbb{R}$  y  $a \neq 0$ , entonces  $a^0 = 1$ . Es una propiedad.
7. Si  $a \in \mathbb{R}$ , entonces  $\sqrt{a^2} = a$ .
8.  $-2^4 = 16$
9. Si  $a \in \mathbb{R}$  y  $m, n \in \mathbb{N}$  y las raíces están bien definidas en los reales, entonces  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ . Es una propiedad.
10. En el conjunto de los complejos, 1 tiene seis raíces sextas
11. Siempre es verdad que  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
12. Si  $a \in \mathbb{R}$  y  $n, m \in \mathbb{N}$ , entonces  $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$
13.  $\sqrt{(-4)^2} = (\sqrt{-4})^2$
14. Si  $a, n \in \mathbb{Z}$ , entonces  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots$  ( $n$  veces)

15.  $(-3)^3 = -27$

16. Si  $a \neq 0$  y  $n \in \mathbb{N}$ , entonces  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ . Es una propiedad.

17. Si  $a, b \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , entonces  $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

18.  $-i$ , es una raíz cuarta de 1.

19. El resultado de toda potencia, de base real y exponente par, es siempre un número positivo.

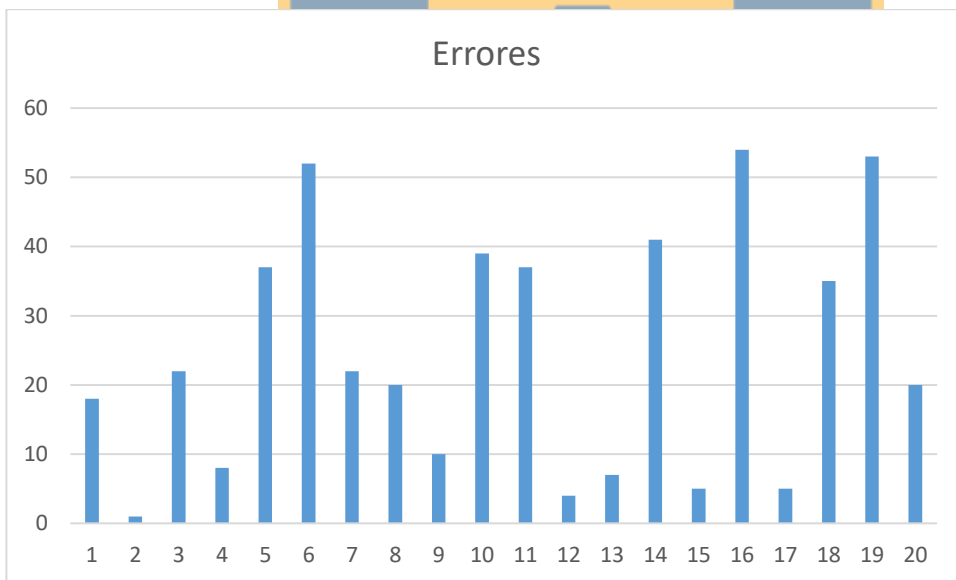
20. Si  $a \in \mathbb{R}$  y  $m, n \in \mathbb{N}$  entonces  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ , es una definición y no una propiedad.



Donde se agruparan en los siguientes items para analizar

Tipo	Proposiciones
Definición/Propiedad	2-6-9-16-20
Raíces n-esimas	10-18
Potencias	1-4-8-12-14-15-19
Raices	3-5-7-11-13-17

Tabulando los resultados, la gráfica siguiente muestra respuestas erróneas y sus frecuencias por preguntas:



*Ilustración 4 Frecuencia de errores*

En la ilustración 4 se aprecia que dado que son 65 alumnos, las respuestas que se analizarán son las que su frecuencia supera a la mitad de cantidad de alumnos ( $32,5 \approx 33$ )

Estas preguntas son:



Pregunta	Frecuencia
16	54
6	52
19	52
14	41
10	39
5	37
11	37
18	35

Al ver los datos en la tabla se muestra que los tres Items más erróneos son los 6, 16 y 19, en los cuales se ven que las dos primeras se presentan la confusión entre propiedad y definición de una potencia o raíz y en la otra se ve que el error es referido a concepto de potencia y sus restricciones.

En las otras cinco proposiciones con más errores aparecen las mismas problemáticas, mal uso de concepto de potencia o raíz y/o mal concepto de propiedad y definición, pero en las proposiciones 10 y 18 el error va en el concepto de la raíz  $n$ -ésima en  $\mathbb{C}$ .

### 3.8.3 Análisis de los datos tabulados

Antes de cualquier análisis, debemos recordar que el test se realiza en la carrera de pedagogía en matemáticas y educación tecnológica en una universidad del consejo de rectores, a un grupo de 65 alumnos de la carrera que se distribuyen en todos los niveles de esta misma.

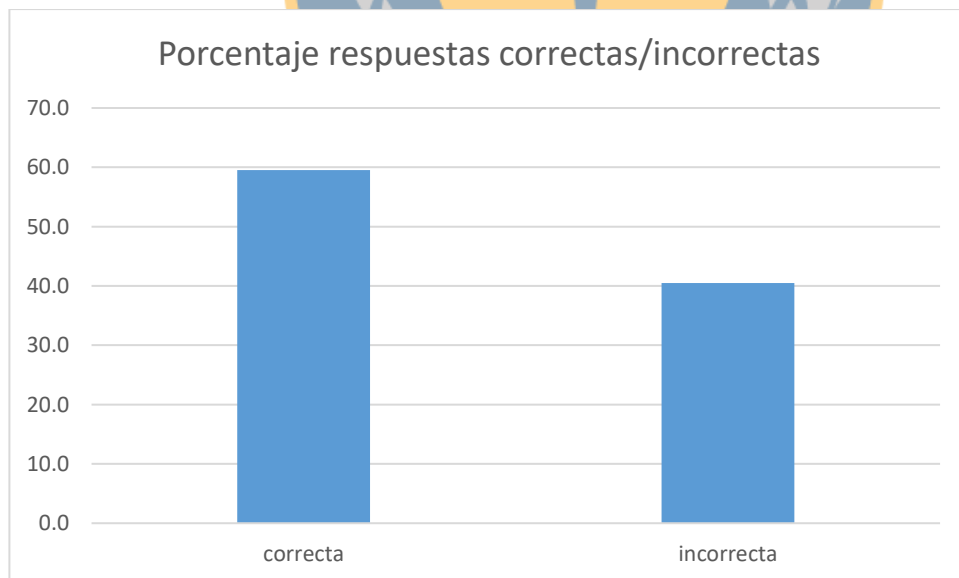
#### 3.8.3.1 Test de Contenidos

Se realiza un test de Contenidos, el cual ya fue descrito en este informe. Ahora lo que nos compete es analizar sus resultados y ser capaz de extraer conclusiones con respecto a este.

#### 3.8.3.2 Análisis del test

Los resultados en cuanto al porcentaje de respuestas correctas e incorrectas que obtuvieron los estudiantes en general se aprecian en la siguiente gráfica. Todos los resultados por variables se encuentran en los anexos.

En el siguiente gráfico y tabla se muestran los porcentajes de errores que se aprecian en forma general en todas las variables



	Correctas	Incorrectas
Porcentaje	59,5%	40,5%

Los porcentajes de errores en cuanto a cada variable se muestran a continuación:

Variables		correcta	Incorrecta
Sexo	Hombre	61,3%	38,7%
	Mujer	57,2%	42,8%
PSU	500-550	48,6%	51,4%
	550-600	60,6%	39,4%
	600-650	55,8%	44,2%
	650-700	65,6%	39,4%
Matricula	2018	53,5%	46,5%
	2017	59,5%	40,5%
	2016	59%	41%
	2015	64,5%	35,5%
	2014	73,5%	26,5%
Modalidad de enseñanza	TP	64%	36%
	HC	60,2%	39,8%
Dependencia académica	Municipal	61,9%	38,1%
	Particular Sub	58,2%	41,8%
	Particular	50%	50%

En la tabla se puede apreciar que los porcentajes más alto están en las respuestas correctas.

Para ver con detalle los porcentajes de cada variable ver Anexo III al VII

A continuación se ve un gráfico que muestra los porcentajes de nivel de seguridad de las respuestas contestadas por los estudiantes que va desde estar completamente seguro (erróneamente) hasta completamente seguro (correctamente)

Los resultados en cuanto al porcentaje del grado de seguridad de las respuestas que obtuvieron se muestra en el siguiente gráfico:

Gráfico resumen de porcentaje de nivel de seguridad

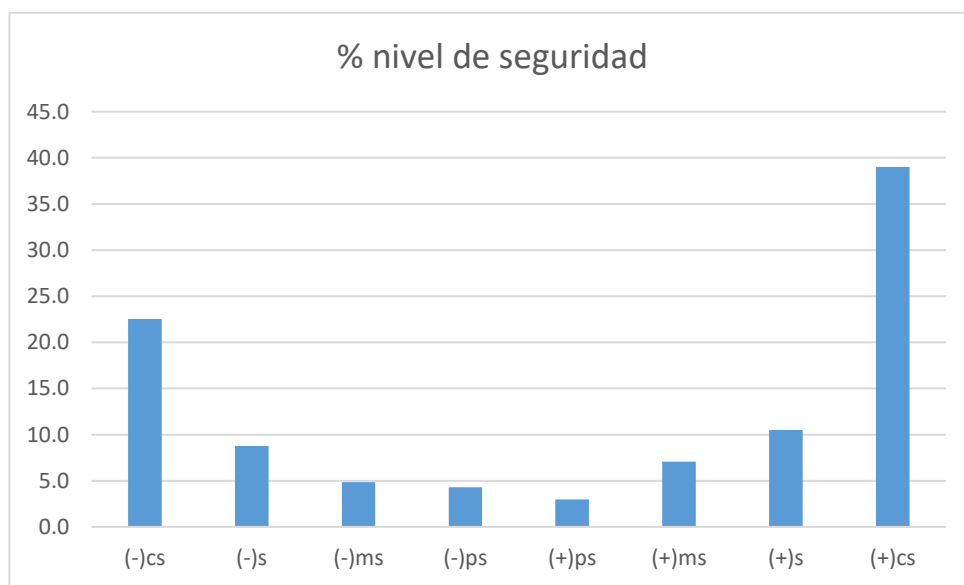


Tabla resumen de porcentaje nivel de seguridad

	-Cs	-S	-Ms	-Ps	+Ps	+Ms	+S	+Cs
%	22,6	8,8	4,9	4,3	3,0	7,1	10,5	39,0

Cs: completamente seguro

S: seguro

Ms: medianamente seguro

Ps: poco seguro

Se aprecia en el gráfico y la tabla adjunta que el porcentaje del nivel de respuestas se inclina al lado de lo seguro y de lo que sí se sabe.

Los porcentajes de seguridad de las respuestas en cuanto a cada variable se muestran en los anexos VI

En este gráfico resumen se muestran los datos agrupados desde las respuestas completamente seguras hasta los poco seguras. En este caso se valoran de izquierda a derecha, con valores negativos a positivos respectivamente como ya se había explicado anteriormente

Se puede ver en los resultados, se tiende a formar una “U” en el gráfico, esto dice que hay estudiantes que responden con total conocimiento y otros que no o con falta de este.

### **3.8.4 Análisis de los resultados de las hipótesis**

A continuación se analizarán los resultados de las hipótesis relacionadas a nivel de conocimiento en potencias y raíces.

**Comparación de los resultados con base a la dependencia administrativa del establecimiento del cual procede el estudiante:**

$H_3$ : Los estudiantes de establecimientos particulares tendrán mejores resultados que los estudiantes de establecimientos municipales

$H_5$ : Los estudiantes de establecimientos particulares subvencionados tendrán mejores resultados que los estudiantes de establecimientos municipales

$H_4$ : Los estudiantes de establecimientos particulares tendrán mejores resultados que los estudiantes de establecimientos particulares subvencionados

Según los datos entregados por un compendio estadístico del proceso de admisión universitaria (2015) en la región del Bio-Bio y en Chile el promedio PSU en matemáticas siempre es liderado por los establecimientos particulares y en la parte baja se encuentran los establecimientos municipales. Dado eso era muy fácil pensar que los resultados del test de potencias y raíces iba a tener el mismo orden de resultados. Analizando y viendo los resultados de las tres primeras hipótesis podemos observar que no existe gran diferencia entre los resultados entre los establecimientos `particulares versus municipales o particulares subvencionados pero si lo hay entre municipales y particulares subvencionados a favor de los municipales.

### **Comparación de los resultados con base al sexo de los estudiantes.**

$H_{10}$ : No habrá diferencia de resultados con base al sexo de cada estudiante

Según la literatura analizada para este estudio, el Ministerio de Educación (2018) nos señala que las mujeres obtienen mejores resultados en todos los niveles de básica y educación media en comparación que los hombres. No así los hombres superan a las mujeres en resultados PSU, específicamente en matemática.

En la pagina 34 la tabla 6 muestra que el promedio en el puntaje de matemáticas en la PSU es mejor en las mujeres que en hombres. Luego la tabla 8 muestra los promedios en la región del Bio-Bio donde igualmente los resultados y promedios son mejores en los hombres que en las mujeres.

Dado los análisis estadísticos que se realizaron no se presentan diferencias significativas referentes al sexo de los estudiantes de forma general dado este test de potencias y raíces contrastando los estudios ya mencionados donde en una época u otra resalta un género sobre el otro.

### **Comparación entre los resultados de los estudiantes provenientes de establecimientos de diferentes modalidades de enseñanza.**

$H_2$ : Los resultados de estudiantes provenientes de establecimientos HC serán mejores que de los estudiantes provenientes de establecimientos TP

Según la información que respalda la idea de que los establecimientos HC tenían mejores resultados que los TP en la región del Bio Bio seguía ese mismo sentido. Con base del compendio estadístico para el proceso de admisión 2015 los resultados en matemáticas son mejores en establecimientos HC que en los TP, luego al aplicar el test de potencias y raíces, los resultados entregados por los análisis de hipótesis no se advierte una diferencia significativa en los resultados por ende no hay una superioridad entre los establecimientos HC por sobre los TP en este caso.

### **Comparación con base al puntaje PSU que obtuvieron los estudiantes**

$H_{11}$ : Los estudiantes que obtuvieron mayor puntaje PSU tendrán mejores resultados.

Los resultados nos muestran un valor-p de correlación positiva moderada, lo cual en relación a la cantidad de estudiantes que participaron se puede deducir que si hay una relación entre la variable PSU y los resultados del test, al contrario de como lo indica Díaz et al (2011) que nos dice que obtener un puntaje alto en PSU no significa necesariamente que se obtengan buenos resultados en la universidad.

### **Comparación con base a los años que tienen los estudiantes en la carrera**

$H_{13}$ : Los alumnos con más años en la universidad tendrán un mayor nivel de conocimiento.

Los resultados que se dieron fueron que el nivel de conocimiento que poseen los alumnos de cursos superiores si son diferentes a los de cursos inferiores, no obstante no hay diferencia entre cursos seguidos

Ahora se verán los análisis de las hipótesis relacionadas al porcentaje de errores cometidos.

### **Comparación de los resultados con base a la dependencia administrativa del establecimiento del cual procede el estudiante:**

$H_6$  Los estudiantes que provienen de colegios particulares tienen menos errores que los que provienen de colegios municipales.

En base a los resultados obtenidos por la tabulación de datos, el porcentaje de errores cometidos no es mayor en los estudiantes de establecimientos municipales por sobre los estudiantes provenientes de los colegios particulares, vale decir los municipales obtuvieron más respuestas correctas que los particulares.

$H_7$  Los estudiantes que provienen de colegios particulares tienen menos errores que los que provienen de colegios particulares subvencionados.

El porcentaje de errores cometidos por los establecimientos particulares subvencionados en comparación a los particulares no afirma que los establecimientos pagados cometan menores errores que los subvencionados

$H_8$  Los estudiantes que provienen de colegios particulares subvencionados tienen menos errores que los que provienen de colegios municipales.



Los datos tabulados muestran que los porcentajes de errores cometidos entre particulares subvencionados y municipales están a un nivel parecido, adelantando por poco los establecimientos municipales.

### **Comparación de los resultados con base al sexo de los estudiantes.**

$H_9$  No hay diferencia de errores entre mujeres y hombres

Los datos tabulados ofrecen un porcentaje de respuesta correctas de un 61% para los hombres y de un 57 % para las mujeres. Dado esto y analizando la hipótesis a verificar si habría una diferencia entre errores cometidos a favor de los hombres pero con una variación muy leve de 4 puntos porcentuales.

### **Comparación entre los resultados de los estudiantes provenientes de establecimientos de diferentes modalidades de enseñanza.**

$H_1$ : Los estudiantes que provienen de establecimientos científicos humanistas cometen menos errores que los que provienen de colegios técnicos profesionales

Los resultados en base al porcentaje de errores cometidos por los estudiantes de establecimientos HC es de un 39% versus un 36% que obtuvieron los de TP indican que si bien los estudiantes científico humanistas cometen mas errores, la diferencia no es significativa.

### **Comparación con base al puntaje PSU que obtuvieron los estudiantes**

$H_{12}$  Los estudiantes con mejor puntaje PSU tienen menos errores cometidos

En base a los datos tabulados, a más puntaje PSU obtenido, efectivamente menos errores cometidos se obtienen

### **Comparación con base a los años que tienen los estudiantes en la carrera**

$H_{14}$  Los estudiantes con más años de estudio en la carrera tienen menos errores cometidos

En base a los datos tabulados, los porcentajes de errores cometidos efectivamente cumplen con la hipótesis que corresponde. Los estudiantes de cursos superiores tienen menos errores cometidos en comparación con los de cursos iniciales.

### **3.9 Discusión de resultados**

Al analizar los rendimientos en el contenido de potencias y raíces, se verifica que las vías mediante las cuales se muestran los productos dichos por resultados estadísticos (2015) o por el ministerio de educación (2018) no aplican necesariamente en la realización de este test en la carrera de pedagogía en matemática.

Así las conjeturas que se pensaron triviales en ciertos casos no se cumplieron como en los siguientes aspectos:

- Según el estudio de Mac-Cardé (2016) los establecimientos HC tenían mejores resultados en matemáticas en comparación con los TP y con base a eso se tenía una hipótesis de que los alumnos provenientes de establecimientos HC tendrían mejores resultados, no obstante, los estudiantes de establecimientos HC no tendrían mejores resultados que los de establecimientos TP
- Análogamente al punto anterior, Mac-Cardé (2016) dice que los alumnos de establecimientos particulares tienen mejores resultados que alumnos de establecimientos particulares subvencionados y municipales, no obstante, esta afirmación no se cumpliría en este contexto dado que los resultados no mostraban diferencias significativas entre las tres facetas.

- Los estudiantes varones no tendrían mejores resultados que las damas o viceversa lo que contradice al Ministerio de Educación (2018) que afirma que en diferentes épocas estudiantiles los hombres o las mujeres se superan entre sí.
- Los estudiantes con mayor estadía en la universidad tendrían mejores resultados.
- Los estudiantes con mejores puntajes PSU no tendrían mejores resultados en el test necesariamente tal como lo indica Diaz et al (2011)



# 4 Conclusiones, limitaciones y sugerencias

## 4.1 Conclusiones

Como producto de esta investigación se ha querido saber si los estudiantes de la carrera tenían o no un conocimiento adecuado respecto a los temas de potencias y raíces. El fin de este objetivo entrego información respecto a los niveles de conocimiento que poseen los estudiantes y el porcentaje de errores cometidos en el test obteniendo los siguientes resultados:

En las variables de sexo y modalidad de enseñanza no hubo diferencias significativas respecto a los participantes. En relación a la variable de dependencia administrativa solo hubo una diferencia notable entre los establecimientos municipales y particulares subvencionados a favor de los establecimientos municipales. Por el lado de la comparación PSU y resultados del test estos si tenían relación por lo que se puede afirmar que a más puntaje PSU mejor resultados obtienen los estudiantes.

Luego con la variable de antigüedad en la universidad, se obtuvo que los estudiantes de más años en la carrera tendrán mejores resultados en el test de potencia y raíces.

Analizando cada resultado se puede decir que:

El primer resultado en base a las conclusiones es que los estudiantes provenientes de establecimientos científico humanista tienen un nivel de conocimiento similar a los de un establecimiento técnico profesional.

Comprobando otros aspectos, se concluyó que en el ámbito de la dependencia académica de los establecimientos no hay una diferencia de niveles de conocimiento entre los colegios o liceos municipales, particulares o particulares subvencionados como se creía en un comienzo.

Cabe mencionar que los resultados cuando se analizaban los establecimientos particulares, no son confiables puesto que la muestra era débil.

En diversos resultados hay estudios que indican que las mujeres tienen menor nivel de conocimiento que los hombres pero del mismo modo hay estudios que indican lo contrario. En este caso en particular se concluyó que independiente de lo leído en otras investigaciones no hay diferencias entre los conocimientos en potencias y raíces entre hombres y mujeres.

Con respecto un análisis de si los estudiantes para ver si hay una relación entre variables se reveló que los estudiantes que tienen mejores puntaje en PSU, tienen un mejor nivel de conocimiento en la unidad de potencias y raíces.

Por último en toda la muestra de estudiantes que rindieron el test se esperaban ciertos resultados en base a los cursos que lo rindiesen se puede decir que en una primera observación los cursos que están seguidos no hay superioridad de nivel de conocimiento en el tema, ósea los de primero y segundo no difieren mucho en conocimientos de potencias y raíces, así mismo segundo – tercero y así sucesivamente hasta cuarto y quinto. No obstante si se ve un distinto nivel de conocimientos entre cursos más alejados y particularmente y relacionándolo con los promedios obtenidos se puede decir que a cursos superiores mayor es su nivel de conocimiento, esto puede deberse al tiempo y con ello los aprendizajes que adquieren los estudiantes en su estadía en la universidad.

Con respecto a los errores cometidos por los estudiantes se puede decir que por lo menos la mayoría de las respuestas, independiente de las variables analizadas, son correctas por sobre las incorrectas y estos errores se relacionan con las conclusiones de niveles de conocimiento como era de esperarse.

Ya en cuestiones de analizar los errores en las preguntas del test, los estudiantes confunden las definiciones con las propiedades pensando que son los mismos conceptos y no notando diferencias entre ellos. Además en las proposiciones del test no toman en consideración algunas restricciones de estas y generalizan los dominios de alguna de estas.

## 4.2 Limitaciones

- Una de las limitaciones que se pudieron apreciar es el tiempo que se tuvo para aplicar el test, porque debido al tiempo que se tuvo solo se pudo aplicar el test a un mínimo de estudiantes.
- En relación a lo anterior otra limitación es la cantidad de estudiantes que participaron en esta investigación, debido a que fueron muy pocos y con ello podría estimarse no muy concreta la investigación
- Por parte de una variable (Dependencia académica) había muy poca cantidad de estudiantes de establecimientos particulares, lo que hacía débiles las conclusiones y resultados respecto a estos.

## 4.3 Sugerencias

Al finalizar esta investigación se pueden proponer las siguientes sugerencias:

- Enlazar esta investigación con otros estudios del mismo tipo, existen más investigaciones que apuntan al contenido de potencias y raíces, por eso sería de importancia enlazar todos esos estudios y entregar un nuevo resultado.
- Comparar los promedios de resultados con universidades privadas
- Aplicar este test como prueba de diagnóstico en el año de ingreso a la carrera
- Hacer este test a estudiantes particularmente egresados de la carrera de pedagogía en matemática en la sede Los ángeles
- Aplicar el test a todos los niveles de la carrera para analizar un avance en el tiempo

## 5 Referencias Bibliográficas

(s.f.). Obtenido de [https://es.wikipedia.org/wiki/Tabla\\_\(base\\_de\\_datos\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Tabla_(base_de_datos))

Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en matemáticas. 36-40.

(2017). *Aprendiendo de los errores. Un análisis a los errores frecuentes de los estudiantes de II medio en la prueba SIMCE y sus Implicancias Pedagógicas*. Los Angeles.

Ministerio de educación (2015). *Bases Curriculares 7º y 8º Básico 1º y 2º medio*. Santiago.

Cadenas, R. (2007). Carencias, Dificultades y Errores en los conocimientos matemáticos en alumnos de primer semestre de la escuela de Educación de la Universidad de los Andes. *ORBIS*.

Candia Cisterna, R. (2017). *Análisis PSU 2017 - Región Araucanía*.

Carrasco, A., Treviño, E., Hilliger, I., Villalobos, C., Morel, M., Bernasconi, A., . . . Ayala, C. (Diciembre de 2017). *Centro UC*. Obtenido de Estudios de Política y Prácticas en Educación - CEPPE recuperado de: <http://ceppe.uc.cl/index.php/ceppe-en-la-prensa/701-la-educacion-tecnico-profesional-y-el-sistema-de-administracion-delegada>

CNED. (2018). Obtenido de Consejo Nacional de Educación, recuperado de: <https://www.cned.cl/planes-y-programas-de-estudio>

DEMRE (2015). *COMPENDIO ESTADÍSTICO PROCESO DE ADMISIÓN AÑO ACADÉMICO 2015*. Santiago.

Ministerio de educación (2009). *Curriculum - Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media*. Santiago.

Ministerio de educación (2005). *Curriculum de la Educación Media - Objetivos Fundamentales y contenidos Mínimos Obligatorios*. Santiago.

DEMRE. (s.f.). Obtenido de <http://www.psu.demre.cl/la-prueba/que-es-la-psu/caracteristicas-psu>

Díaz Andrade, A., Hernández Arias, E., Prado Aravena, P., & Quinteros Rivas, L. (2011). "¿Es la PSU el instrumento más adecuado para la selección universitaria?" Chillán.

Ministerio de educación (2018). *Educación para la igualdad de Género*. Santiago.

Estructura del Sistema educacional. (2005). *OEI*, 3.

Figuroa, J., & Suescun Diaz, D. (2011). *Dificultades y errores que presentan los estudiantes de los grados decimo y undecimo de los colegios de cali al resolver un problema de olimpiadas*. Cali: Scientia Et Technica.

Hernandez, S., Fernandez, C., & Baptista, L. (2010). *Metodologia de la investigacio*. Ciudad de Mexico: Mc Graw Hill.

Mac-Cardé, G. V. (2016). *INFORME EJECUTIVO analisis PSU para la VIII region del Bio Bio*.

Mochon, S., & Morales Flores, M. (2010). En que consiste el conocimiento matematico en la enseñanza de un profesor y como fomentar su desarrollo: Un estudio en la escuela primaria. *Educacion Matematica*, 87.

Ministerio de educacion (2007). *Objetivos Fundamentales y Terminales de la Formacion Diferenciada Artistica Tercer y Cuarto año Medio*. Santiago.

Puchulu, M. (2005 ). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan en la universidad. *Revista Iberoamericana de la Educacion*.

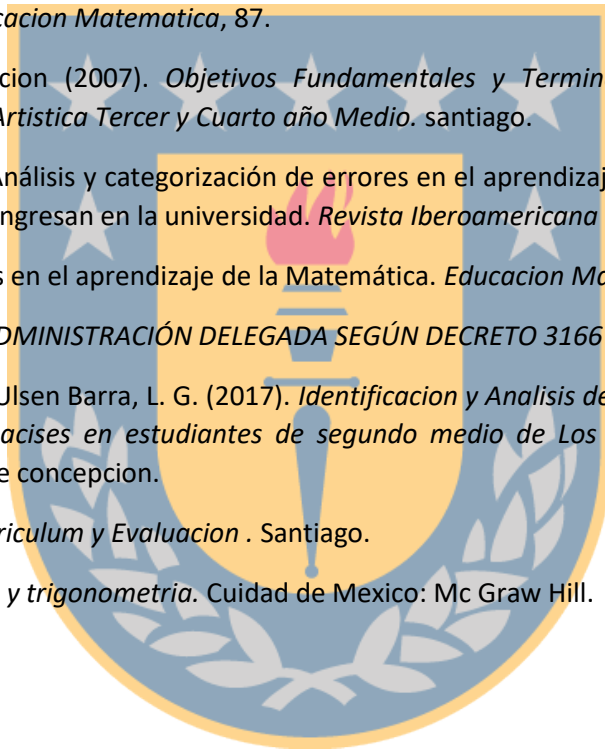
Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. *Educacion Matematica*, 69-108.

(2006). *SISTEMA DE ADMINISTRACIÓN DELEGADA SEGÚN DECRETO 3166 DE 1980*. Santiago.

Tapia Gatica, C. A., & Ulsen Barra, L. G. (2017). *Identificacion y Analisis de errores Frecuentes en Potencias y Racises en estudiantes de segundo medio de Los Angeles*. Los Angeles: Universidad de concepcion.

(2018). *Unidad de Curriculum y Evaluacion* . Santiago.

Zill, D. (2001). *Algebra y trigonometria*. Ciudad de Mexico: Mc Graw Hill.





# 6 Anexos

## 6.1 Anexo I

### Test de potencias y raíces

**I.** Responder los siguientes datos generales, marcando con una **X** en el cuadrado que corresponda.

1) Matricula: \_\_\_\_\_

2) Dependencia del colegio en el que estudio:

- Municipal
- Particular subvencionado
- Particular
- Corporación educativa (Administración Delegada)

3) Modalidad de enseñanza del colegio donde estudio:

- Científico Humanista (HC)
- Técnico profesional (TP)
- Ambas modalidades (HC y TP)
- Artístico (A)

4) Su sexo es:

- Femenino
- Masculino



### Objetivos del test:

Demostrar dominio de los conceptos y de las propiedades correspondientes a la unidad temática de potencias y raíces.

Distinguir entre definiciones y propiedades correspondientes a la unidad temática de potencias y raíces.

**II.** En la tabla siguiente se presentan 20 proposiciones relacionadas con potencias y raíces. En la columna que está a la izquierda de las proposiciones, escriba una **V** si la proposición, que se encuentra en la fila correspondiente, es **Verdadera** y una **F** si es **falsa**. Luego, a la derecha de cada proposición, marque con una **X**, en la columna que corresponda, el nivel de seguridad con que usted determinó la verdad o falsedad para cada una de ellas.

Nº	V o F	Proposición	Completamente seguro	Seguro	Medianamente seguro	Poco seguro
1		Todo número real elevado a cero, es igual a uno.				
2		Si $a, n, m \in \mathbb{N}$ entonces $((a)^n)^m = a^{nm}$ , es una propiedad.				
3		En los reales, 16 tiene dos raíces cuadradas.				
4		Si $a, b \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$ , entonces $(a + b)^n = a^n + b^n$				
5		$\sqrt{9} = \pm 3$ , porque 3 elevado a 2 es igual a 9 y -3 elevado a 2 también es 9.				

6		Si $a \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$ , entonces $a^0 = 1$ . Es una propiedad.				
7		Si $a \in \mathbb{R}$ , entonces $\sqrt{a^2} =  a $ .				
8		$-2^4 = 16$				
9		Si $a \in \mathbb{R}$ y $m, n \in \mathbb{N}$ y las raíces están bien definidas en los reales, entonces $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$ . Es una propiedad.				
10		En el conjunto de los complejos, 1 tiene seis raíces sextas,				
11		Siempre es verdad que $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$				
12		Si $a \in \mathbb{R}$ y $n, m \in \mathbb{N}$ , entonces $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$				
Nº	V o F	Proposición	Completamente seguro	Seguro	Medianamente seguro	Poco seguro
13		$\sqrt{(-4)^2} = (\sqrt{-4})^2$				
14		Si $a, n \in \mathbb{Z}$ , entonces $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots$ ( $n$ veces)				
15		$(-3)^3 = -27$				

16	Si $a \neq 0$ y $n \in \mathbb{IN}$ , entonces $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ . Es una propiedad.				
17	Si $a, b \in \mathbb{IR}$ y $n \in \mathbb{IN}$ , entonces $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$				
18	$-i$ , es una raíz cuarta de 1.				
19	El resultado de toda potencia, de base real y exponente par, es siempre un número positivo.				
20	Si $a \in \mathbb{IR}$ y $m, n \in \mathbb{IN}$ entonces $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ , es una definición y no una propiedad.				



## 6.2 Anexo II:

Datos de todas las variables dependientes

N°	Matricula	año	Dependencia Academica
1	2018455954	a.primerο	Particular Subvencionado
2	2012410149	e.quinto	Municipal
3	2012411856	e.quinto	Particular Subvencionado
4	2013411590	e.quinto	Municipal
5	2013438765	e.quinto	Municipal
6	2013900984	e.quinto	Particular Subvencionado
7	2014407189	e.quinto	Municipal
8	2014424431	e.quinto	Particular Subvencionado
9	2014450718	e.quinto	Municipal
10	2015425181	d.cuarto	Particular Subvencionado
11	2015425466	d.cuarto	Particular Subvencionado
12	2015426675	d.cuarto	Municipal
13	2015456680	d.cuarto	Particular Subvencionado
14	2015457414	d.cuarto	Particular Subvencionado
15	2015458691	d.cuarto	Particular Subvencionado
16	2015900710	d.cuarto	Municipal
17	2016401270	c.tercero	Particular Subvencionado
18	2016405801	c.tercero	Particular Subvencionado
19	2016416579	c.tercero	Municipal
20	2016431241	c.tercero	Municipal
21	2016431721	c.tercero	Particular Subvencionado
22	2016435239	c.tercero	Municipal
23	2016439692	c.tercero	Particular Subvencionado
24	2016439820	c.tercero	Municipal
25	2016458069	c.tercero	Municipal
26	2016916706	c.tercero	Municipal
27	2017408090	b.segundo	Particular Subvencionado
28	2017408375	b.segundo	Particular Subvencionado
29	2017408944	b.segundo	Particular Subvencionado
30	2017409533	b.segundo	Particular Subvencionado
31	2017418222	b.segundo	Particular Subvencionado
32	2017418761	b.segundo	Municipal

33	2017433817	b.segundo	Particular
34	2018400076	a.primerο	Municipal
35	2018405493	a.primerο	Particular Subvencionado
36	2018410594	a.primerο	Municipal
37	2018410616	a.primerο	Particular
38	2018410764	a.primerο	Municipal
39	2018414743	a.primerο	Particular Subvencionado
40	2018415120	a.primerο	Particular Subvencionado
41	2018417700	a.primerο	Particular Subvencionado
42	2018428515	a.primerο	Particular Subvencionado
43	2018428639	a.primerο	Municipal
44	2018429210	a.primerο	Particular Subvencionado
45	2018437654	a.primerο	Municipal
46	2018439100	a.primerο	Particular
47	2018451631	a.primerο	Municipal
48	2018452254	a.primerο	Municipal
49	2018452955	a.primerο	Particular Subvencionado
50	2018456454	a.primerο	Particular Subvencionado
51	2018773182	a.primerο	Municipal
52	2018403016	a.primerο	Municipal
53	2015422670	d.cuarto	Municipal
54	2015456728	d.cuarto	Municipal
55	2017452765	b.segundo	Municipal
56	2014411518	e.quinto	Municipal
57	2014456261	e.quinto	Particular Subvencionado
58	2015404370	d.cuarto	Particular Subvencionado
59	2015436590	d.cuarto	Municipal
60	2017405601	b.segundo	Municipal
61	2017409568	b.segundo	Municipal
62	2018403989	a.primerο	Particular Subvencionado
63	2018452246	a.primerο	Particular Subvencionado
64	2018452505	a.primerο	Municipal
65	2018452769	a.primerο	Municipal

N°	Modlidad de Enseñanza	Sexo	Puntaje/140	PSU
1	HC	Masculino	68	591
2	HC	Femenino	87	564
3	HC	Masculino	90	568
4	HC	Masculino	120	535
5	HC	Masculino	87	576
6	HC	Femenino	57	560
7	HC	Femenino	96	564
8	HC	Femenino	88	560
9	HC	Masculino	111	634
10	HC	Femenino	77	622
11	HC	Femenino	85	635
12	HC	Femenino	112	673
13	HC	Femenino	89	635
14	HC	Masculino	90	630
15	HC	Femenino	92	557
16	HC	Masculino	95	650
17	HC	Masculino	81	525
18	HC	Femenino	91	607
19	HC	Masculino	89	624
20	HC	Masculino	82	552
21	HC	Femenino	77	573
22	HC	Femenino	88	579
23	HC	Femenino	73	532
24	HC	Femenino	94	633
25	HC	Femenino	83	569
26	HC	Masculino	86	677
27	HC	Femenino	78	620
28	HC	Masculino	102	634
29	HC	Femenino	51	603
30	HC	Femenino	76	587
31	HC	Femenino	65	494
32	HC	Masculino	108	642
33	HC	Femenino	89	616
34	HC	Femenino	73	676

35	HC	Femenino	82	660
36	HC	Masculino	81	596
37	HC	Masculino	62	564
38	HC	Masculino	80	644
39	HC	Femenino	71	636
40	HC	Femenino	58	587
41	HC	Masculino	62	640
42	HC	Femenino	77	636
43	HC	Masculino	92	696
44	HC	Femenino	87	676
45	HC	Masculino	69	581
46	HC	Masculino	64	536
47	HC	Femenino	91	656
48	HC	Femenino	94	648
49	HC	Femenino	95	596
50	HC	Femenino	83	648
51	HC	Femenino	51	518
52	HC	Masculino	76	586
53	HC	Femenino	76	527
54	HC	Masculino	102	570
55	HC	Masculino	99	696
56	TP	Masculino	111	552
57	TP	Masculino	111	568
58	TP	Masculino	83	601
59	TP	Masculino	83	590
60	TP	Femenino	79	578
61	TP	Masculino	79	514
62	TP	Masculino	72	551
63	TP	Femenino	64	518
64	TP	Masculino	42	544
65	TP	Masculino	64	536



## 6.3 Anexo III

Datos tabulados y graficados: modalidad de enseñanza

Cantidad de respuestas correctas e incorrectas según modalidad de enseñanza y luego su porcentaje de respuestas correctas e incorrectas

HC		TP	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
662	438	128	72

HC		TP	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
60,2	39,8	64	36

Cantidad de respuestas agrupadas según la seguridad con las que respondieron, desde completamente inseguro (incorrectas) hasta completamente seguro (correctas). Luego el porcentaje de las respuestas según su nivel de seguridad

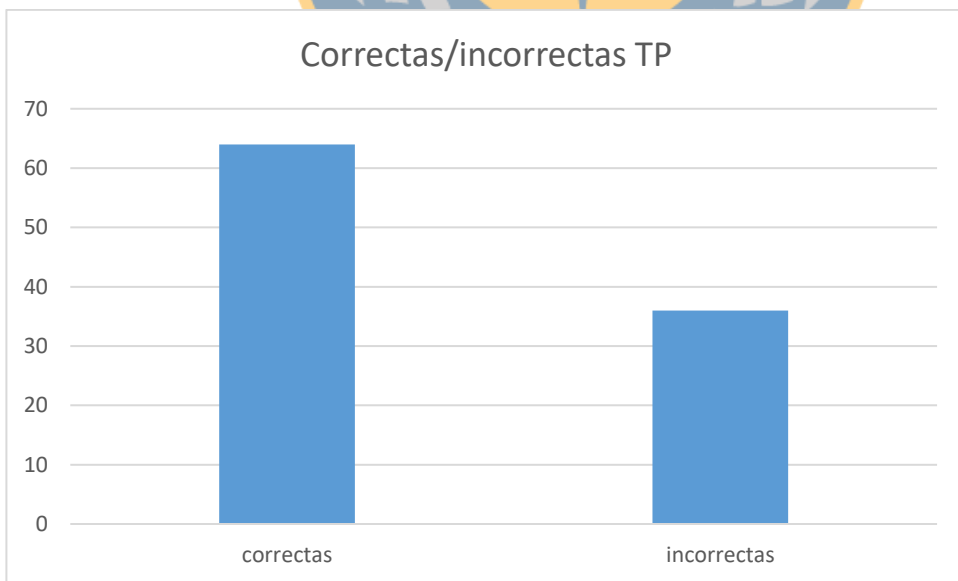
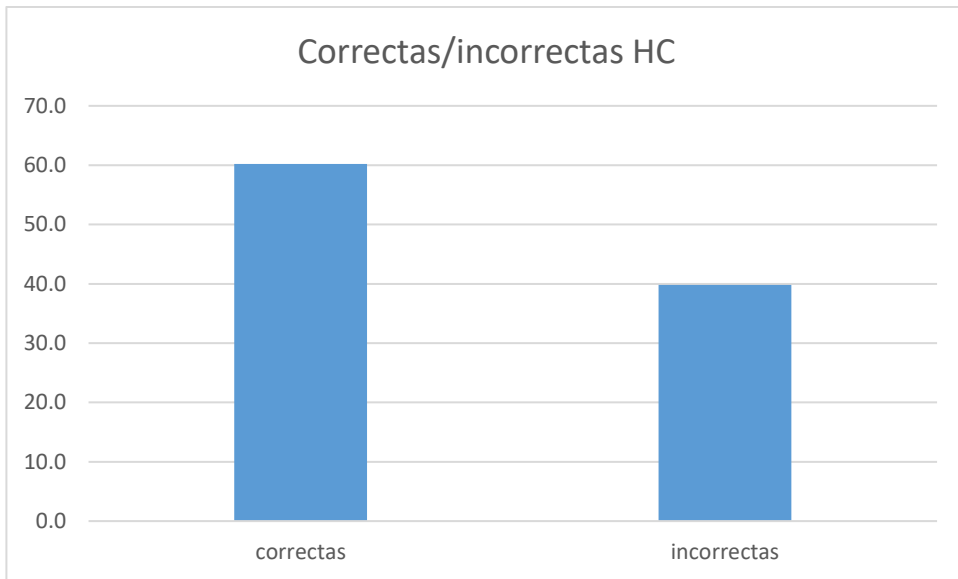
HC							
-cs	-s	-ms	-ps	+ps	+ms	+s	+cs
259	86	47	46	42	63	108	449

HC							
-cs	-s	-ms	-Ps	+ps	+ms	+s	+cs
23,5	7,8	4,3	4,2	3,8	5,7	9,8	40,8

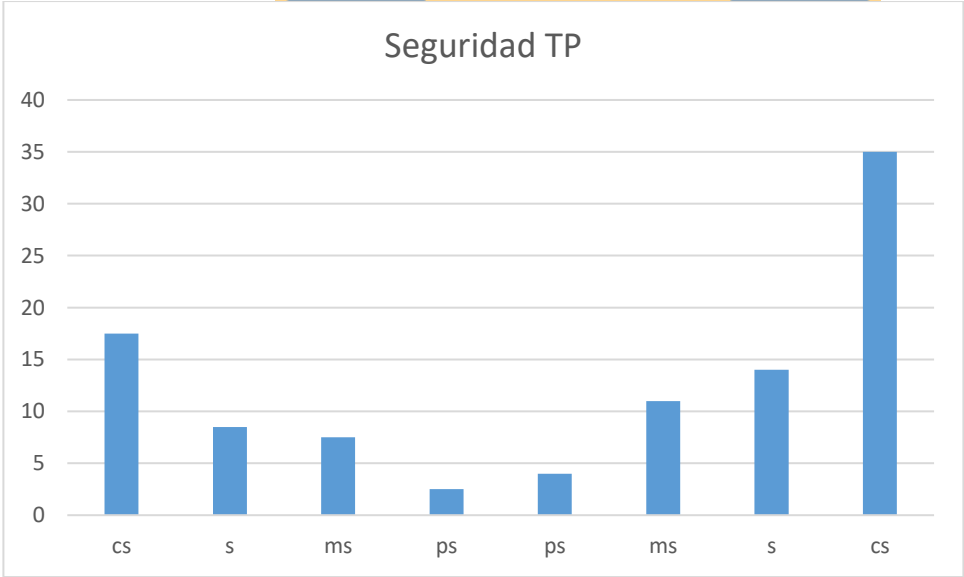
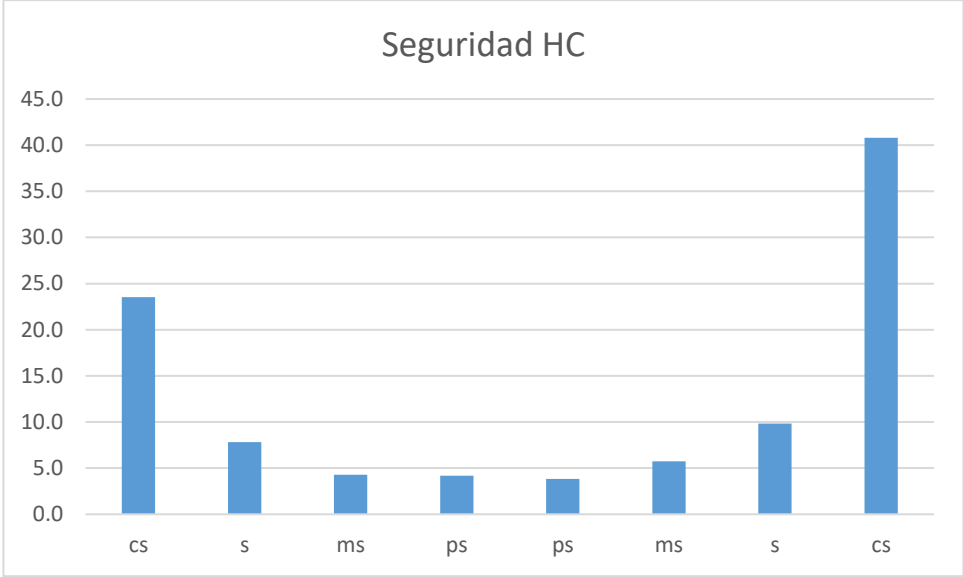
TP							
-cs	-s	-ms	-ps	+ps	+ms	+s	+cs
35	17	15	5	8	22	28	70

TP							
-cs	-s	-ms	-ps	+ps	+ms	+s	+cs
17,5	8,5	7,5	2,5	4	11	14	35

Gráfico del porcentaje de respuestas correctas e incorrectas según modalidad de enseñanza.



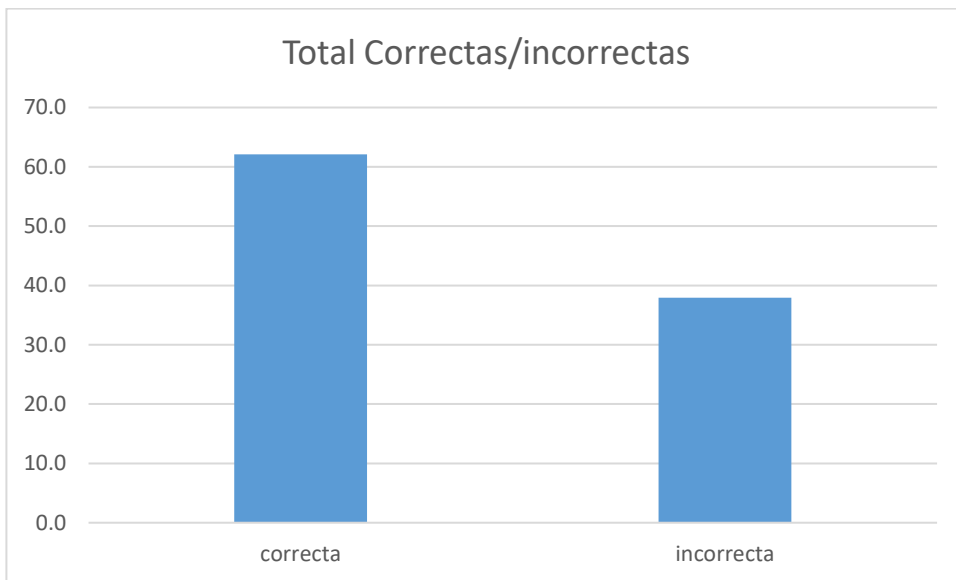
Cantidad de respuestas correctas analizadas según el grado de seguridad en la que respondieron.

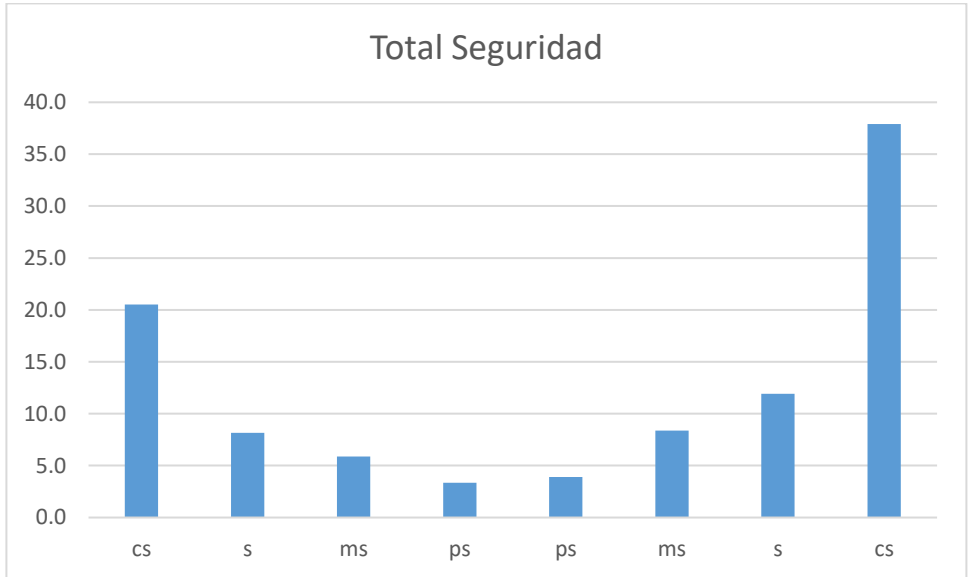


Tablas y gráficos totales de respuestas correctas y grado de seguridad en resultados de modalidad de enseñanza.

correcta	Incorrecta
62,1	37,9

cs	S	ms	ps	ps	ms	S	cs
20,5	8,2	5,9	3,3	3,9	8,4	11,9	37,9





## 6.4 Anexo IV:

Datos tabulados y graficados: sexo

hombres		mujeres	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
380	240	389	291

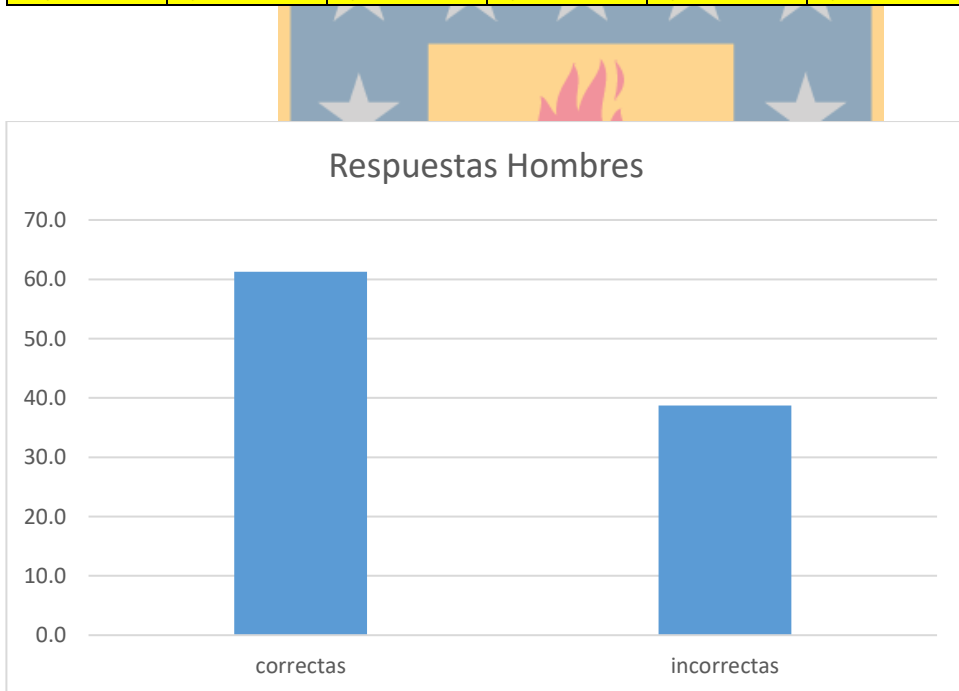
hombres		mujeres	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
61,3	38,7	57,2	42,8

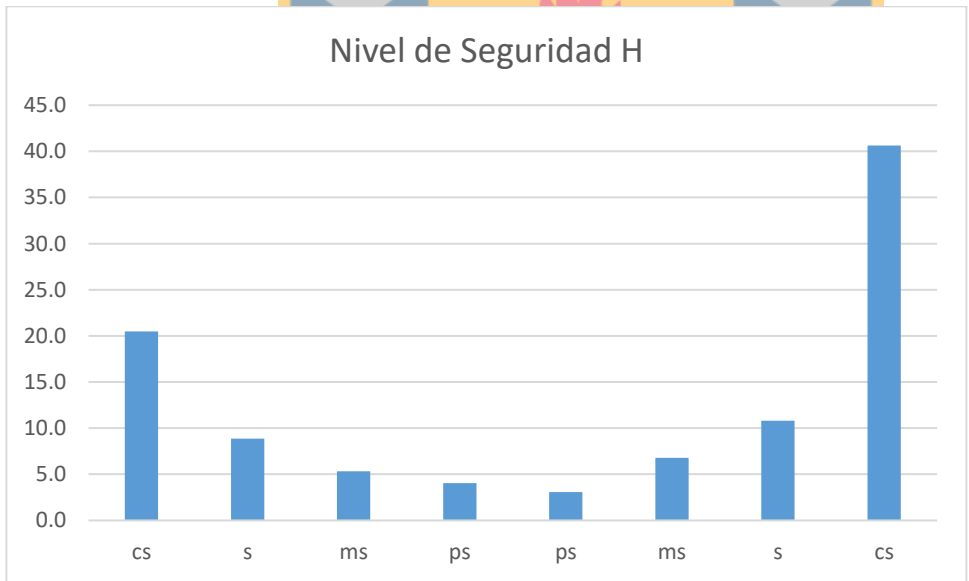
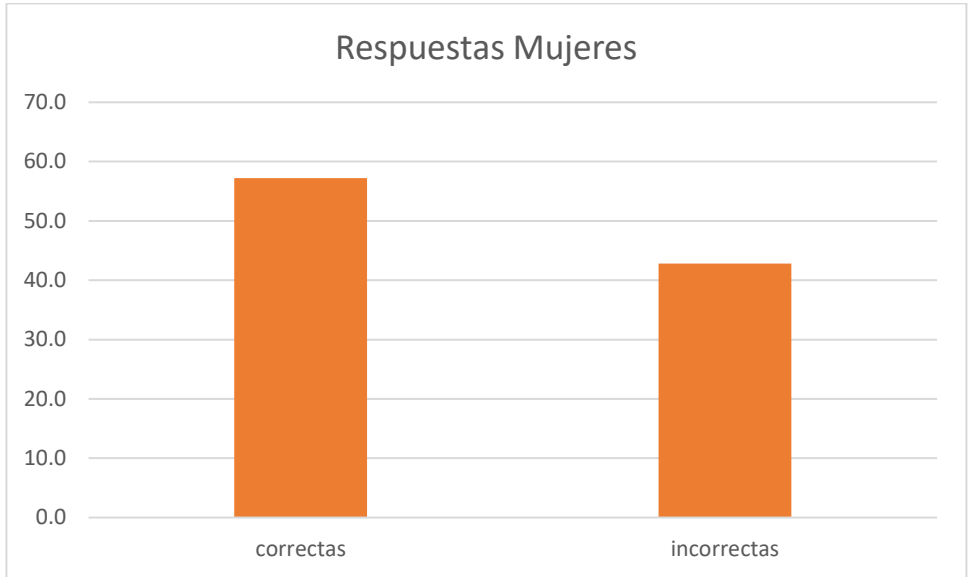
hombres							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
127	55	33	25	19	42	67	252

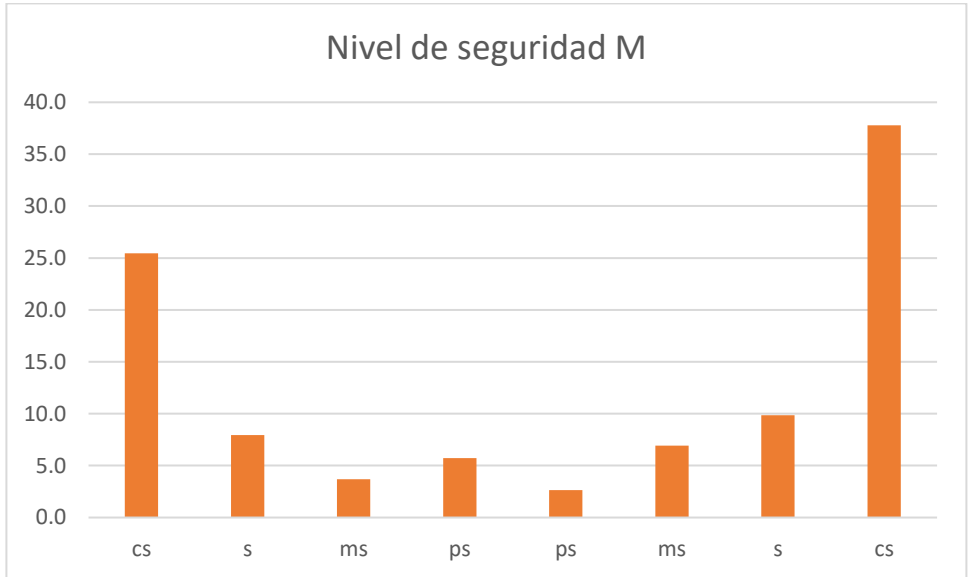
hombres							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
20,5	8,9	5,3	4,0	3,1	6,8	10,8	40,6

mujeres							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
173	54	25	39	18	47	67	257

mujeres							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
25,4	7,9	3,7	5,7	2,6	6,9	9,9	37,8



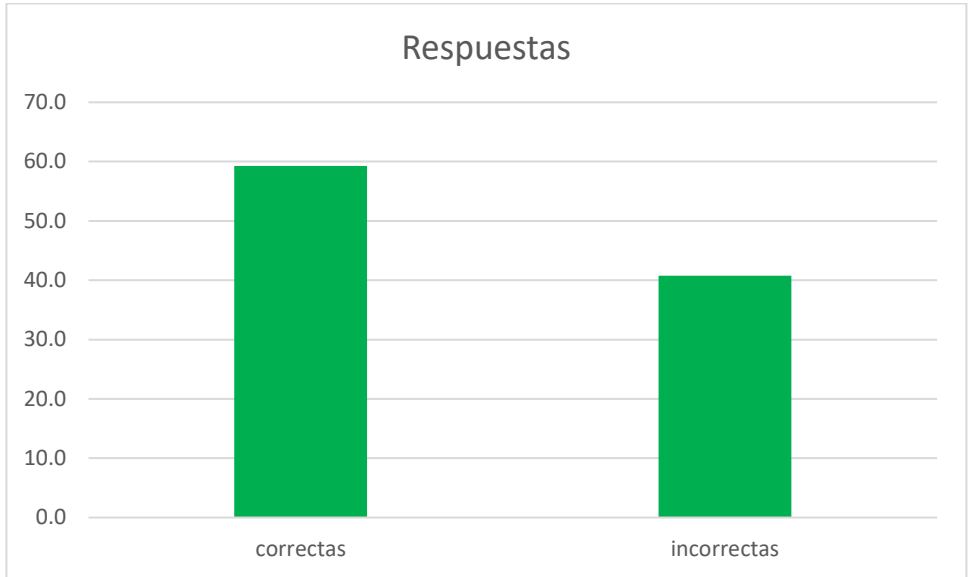




total	
correctas	incorrectas
59,2	40,8

total							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
23,0	8,4	4,5	4,9	2,9	6,8	10,3	39,2





## 6.5 Anexo V:

Datos tabulados y graficados: antigüedad

2012-2014		2012-2014	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
147	53	73,5	26,5

2015		2015	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
142	78	64,5	35,5

2016		2016	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
118	82	59	41

2017		2017	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
119	81	59,5	40,5

2018		2018	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
257	223	53,5	46,5

2012-2014							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
30	10	4	9	11	9	19	108

2015							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
46	12	10	10	7	14	22	99

2016							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
46	15	8	13	14	14	12	92

2017							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
58	9	4	10	5	5	14	95

2018							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
102	64	34	23	16	49	58	134

2012-2014							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
15	5	2	4,5	5,5	4,5	9,5	54

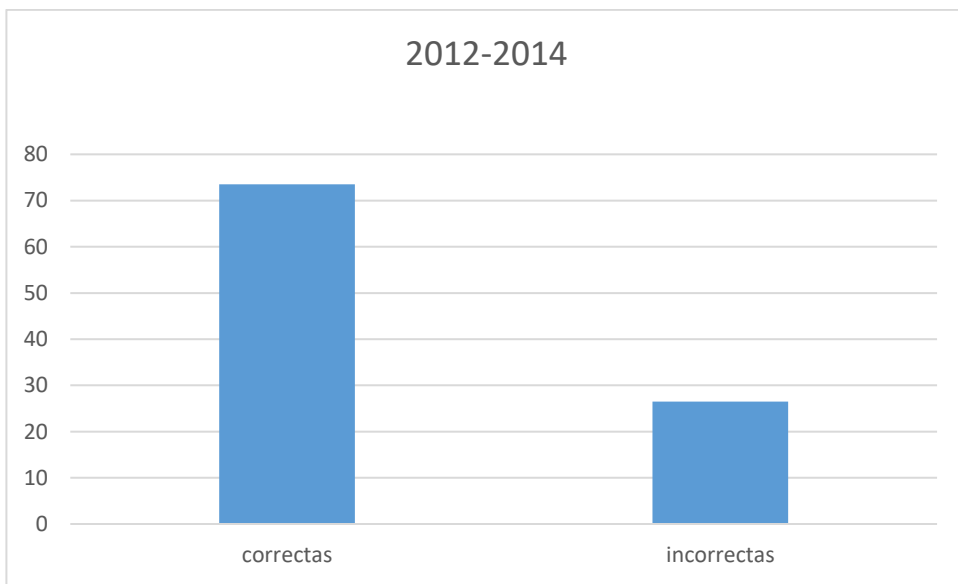
2015							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
20,9	5,5	4,5	4,5	3,2	6,4	10,0	45,0

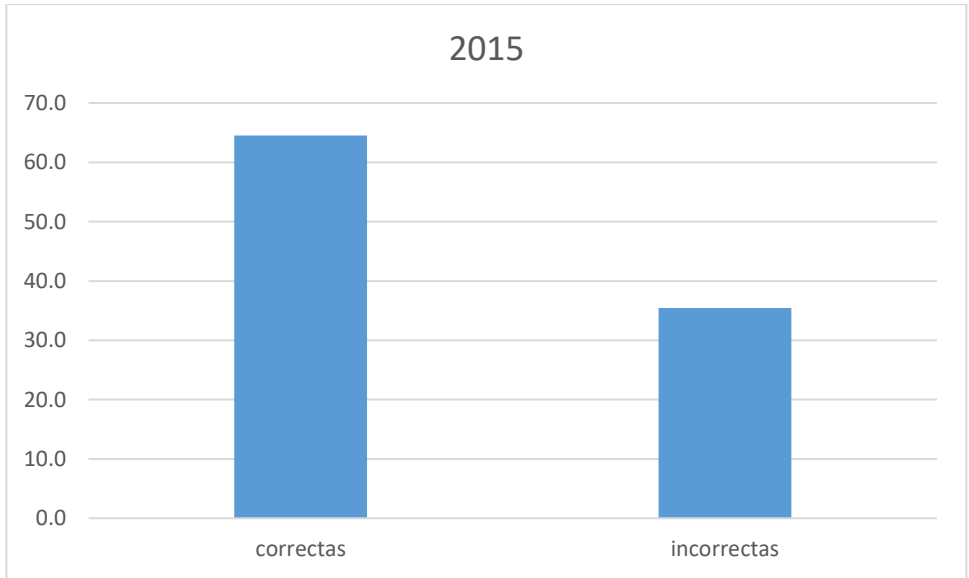
2016							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
23	7,5	4	6,5	0	7	6	46

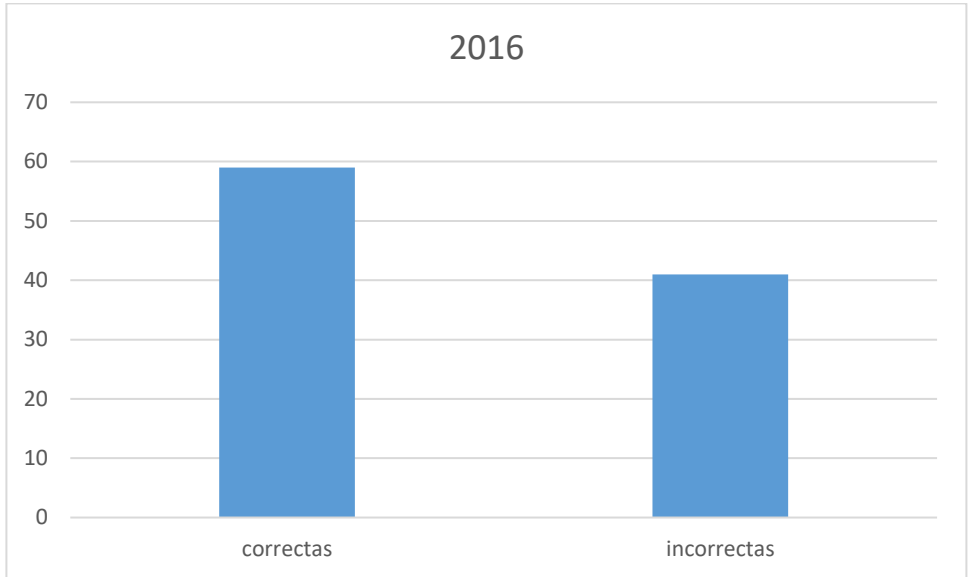
2017							
------	--	--	--	--	--	--	--

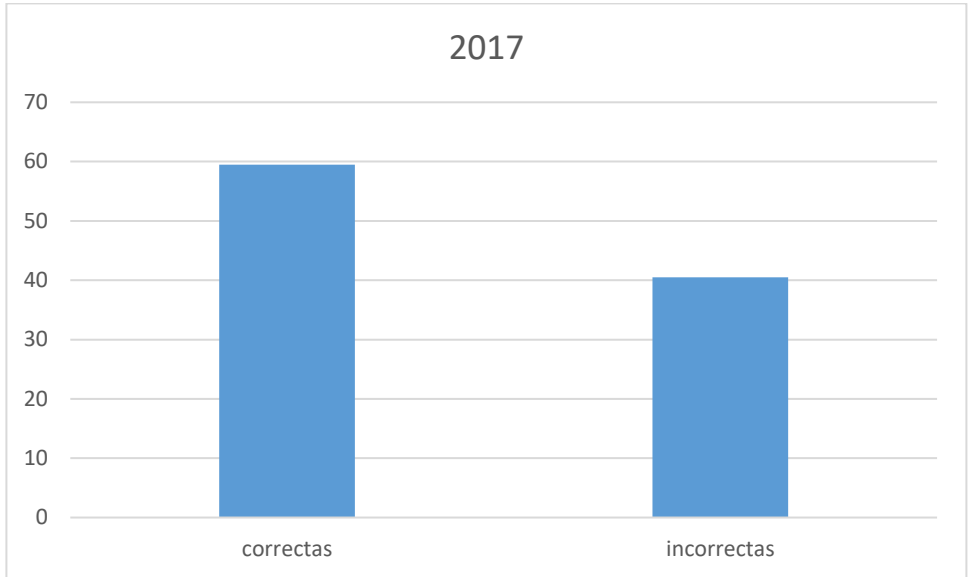
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
29	4,5	2	5	2,5	2,5	7	47,5

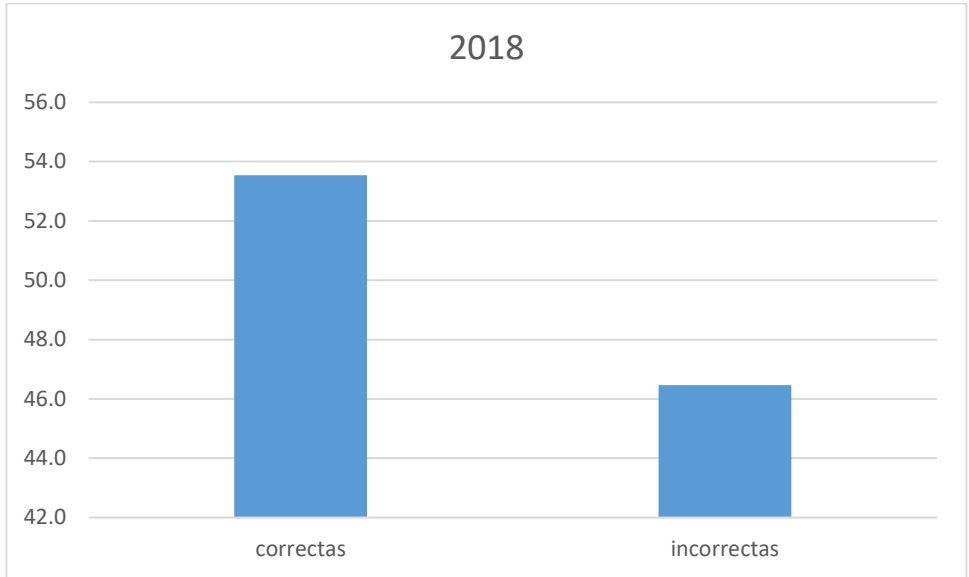
2018							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
21,3	13,3	7,1	4,8	3,3	10,2	12,1	27,9











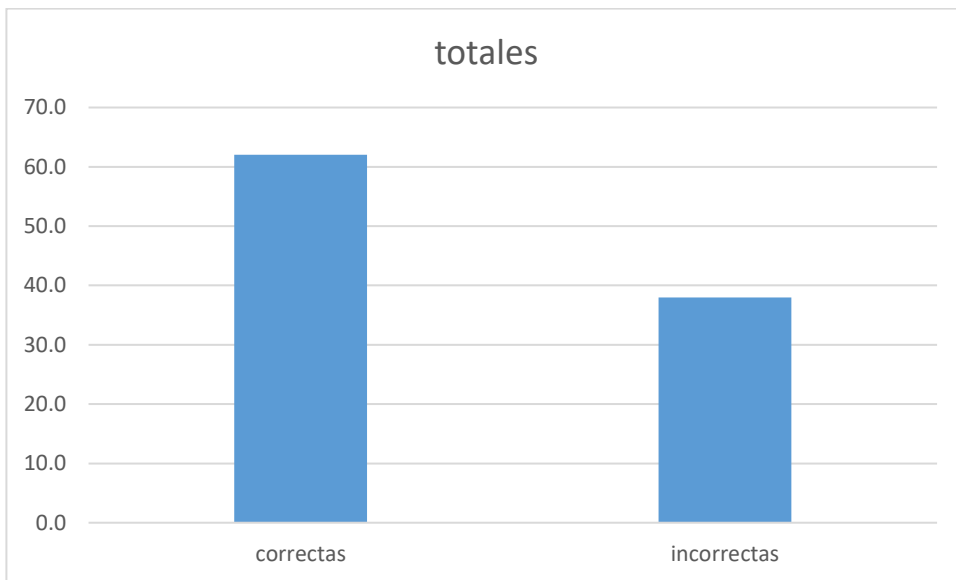


total

correctas	incorrectas
62,0	38,0

total

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
21,8	7,2	3,9	5,1	2,9	6,1	8,9	44,1



## 6.6 Anexo VI

Datos tabulados y graficados: PSU

correctas	incorrectas
107	113

correctas	incorrectas
48,6	51,4

correctas	incorrectas
303	197

correctas	incorrectas
60,6	39,4

correctas	incorrectas
223	177

correctas	incorrectas
55,8	44,3

correctas	incorrectas
118	62

correctas	incorrectas
65,6	34,4

500 - 550

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
52	31	14	16	7	18	20	62

550 - 600

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
104	41	27	25	18	44	61	180

600 - 650

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
100	33	25	19	3	30	40	150

650 - 700

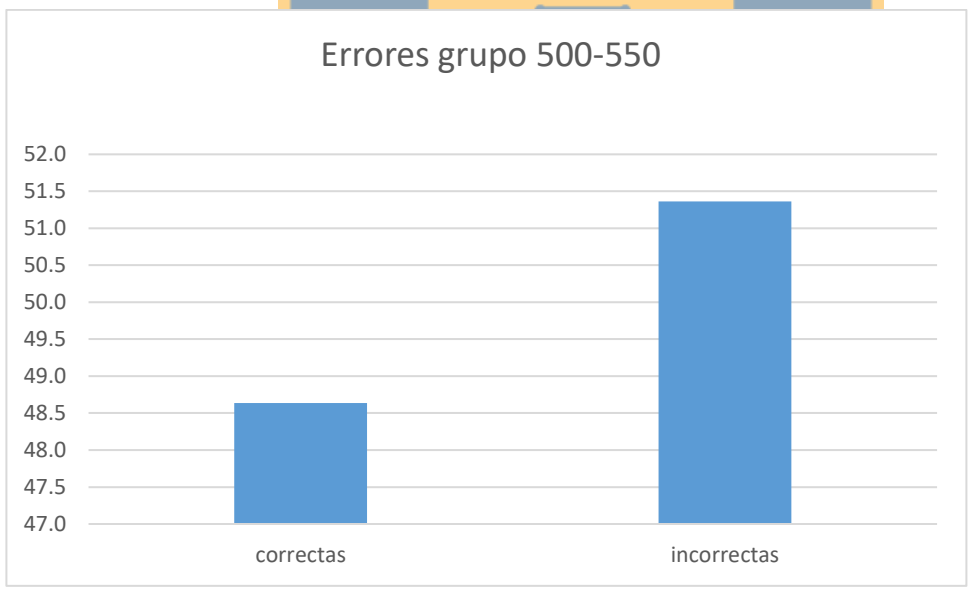
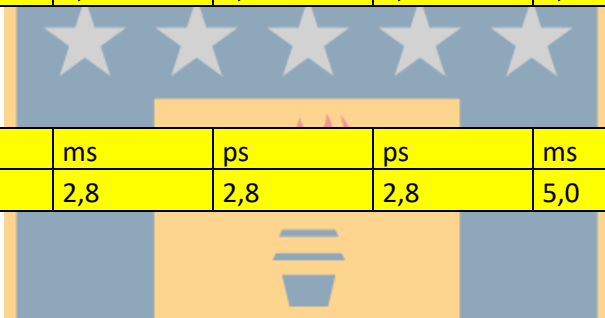
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
42	10	5	5	5	9	12	92

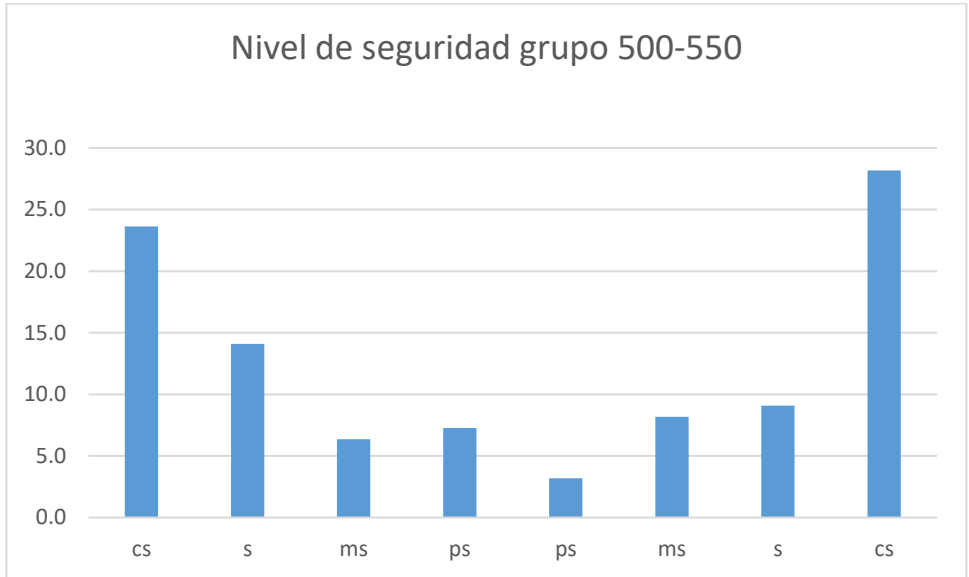
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
23,6	14,1	6,4	7,3	3,2	8,2	9,1	28,2

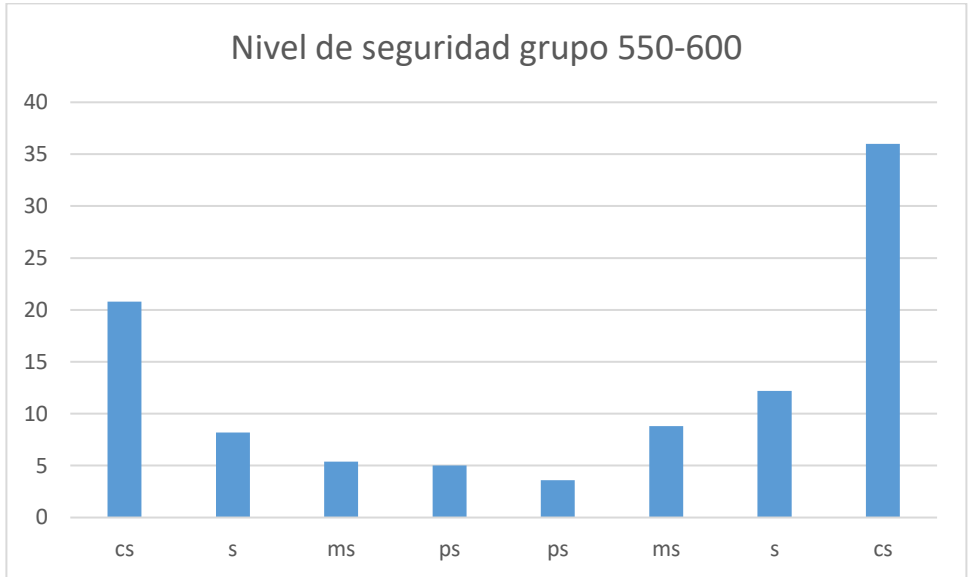
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
20,8	8,2	5,4	5	3,6	8,8	12,2	36

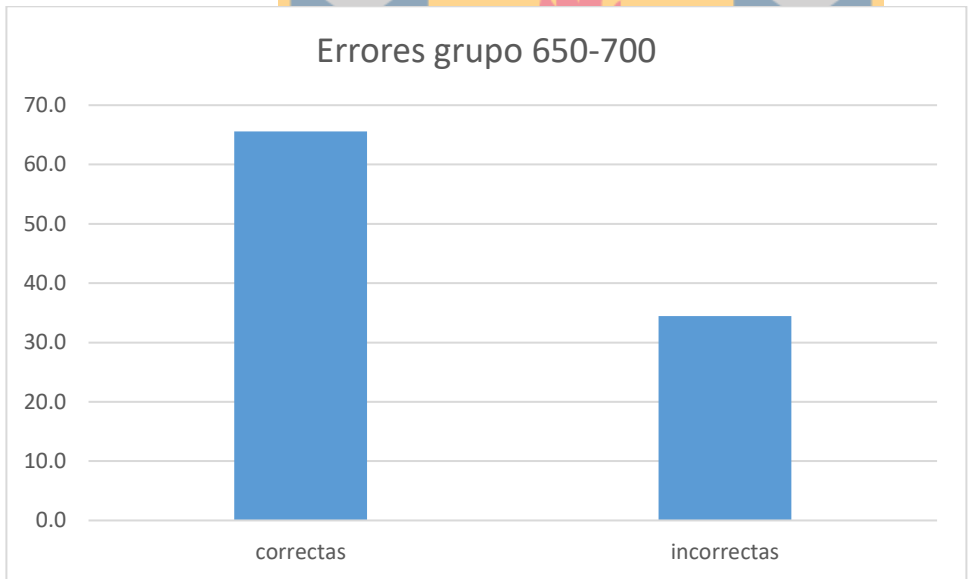
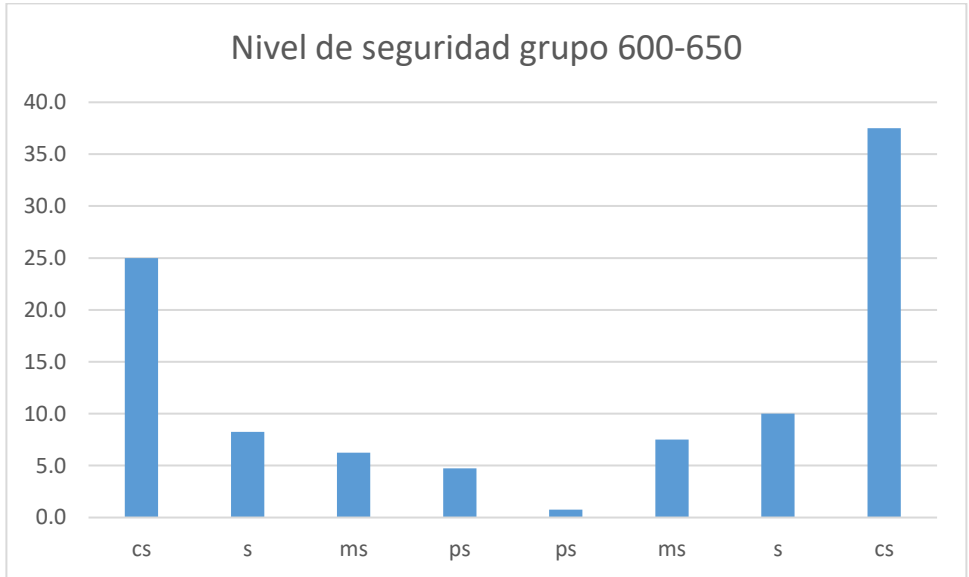
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
25,0	8,3	6,3	4,8	0,8	7,5	10,0	37,5

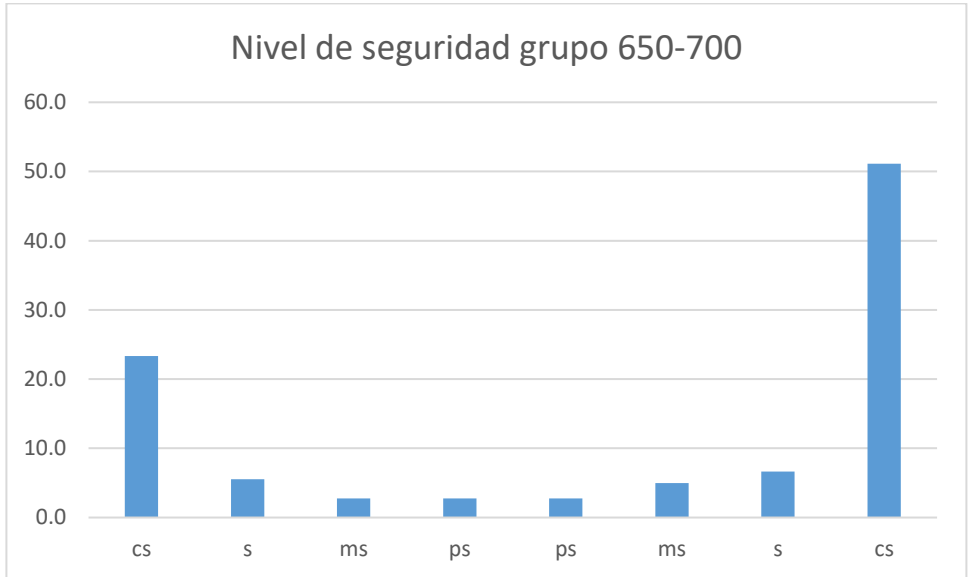
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
23,3	5,6	2,8	2,8	2,8	5,0	6,7	51,1









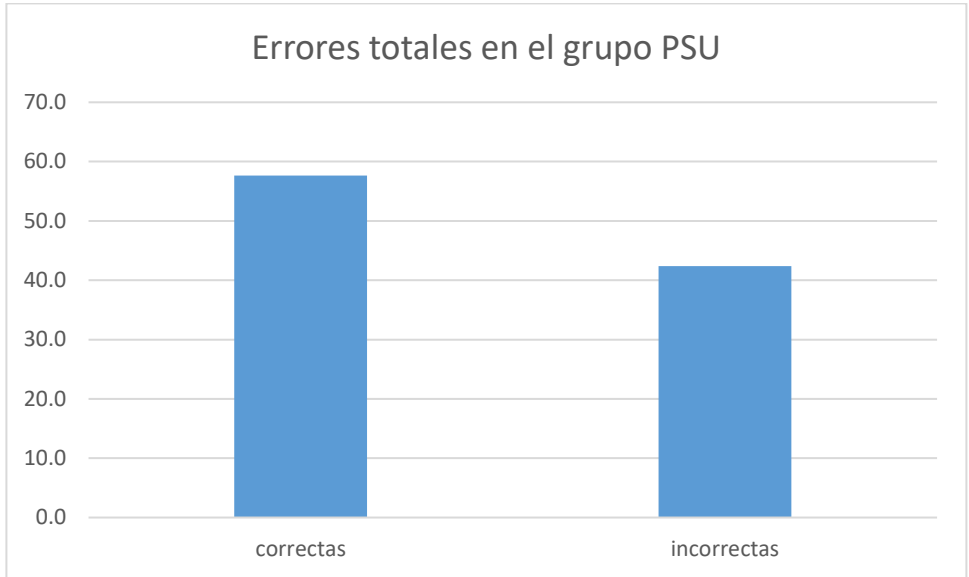


total

correctas	incorrectas
57,6	42,4

total

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
23,2	9,0	5,2	5,0	2,6	7,4	9,5	38,2





## 6.7 Anexo VII

municipal		municipal	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
396	244	61,9	38,1

part		part	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
349	251	58,2	41,8

particular		particular	
correctas	incorrectas	correctas	incorrectas
30	30	50,0	50,0

municipal							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
135	40	42	27	22	41	56	277

municipal							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	sc
21,1	6,3	6,6	4,2	3,4	6,4	8,8	43,3

part							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
150	42	26	33	16	42	70	221

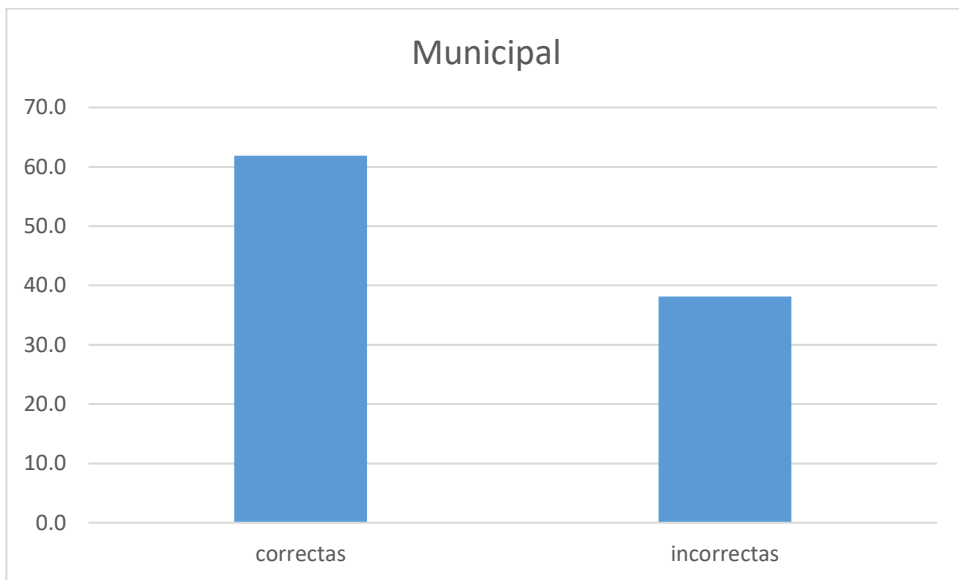
part							
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
25,0	7,0	4,3	5,5	2,7	7,0	11,7	36,8

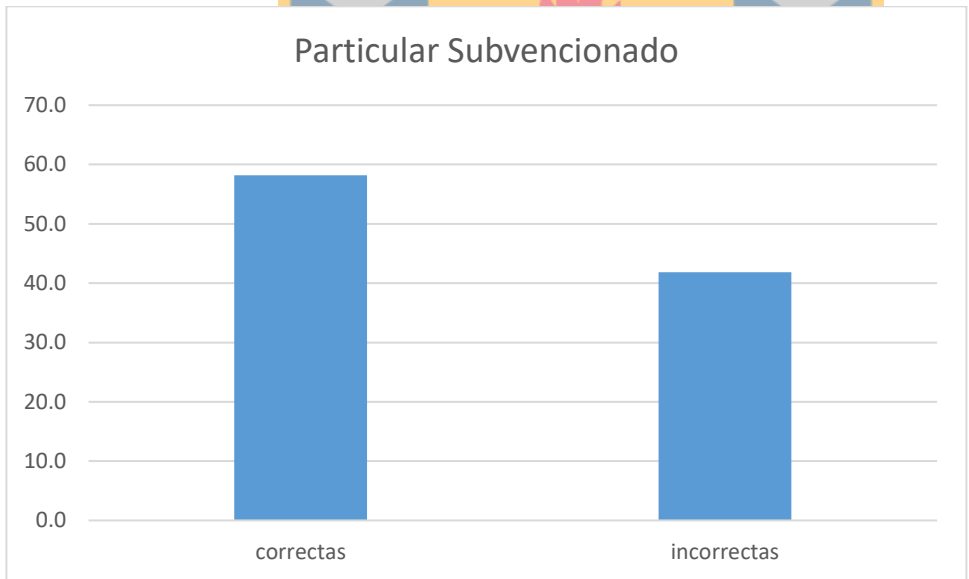
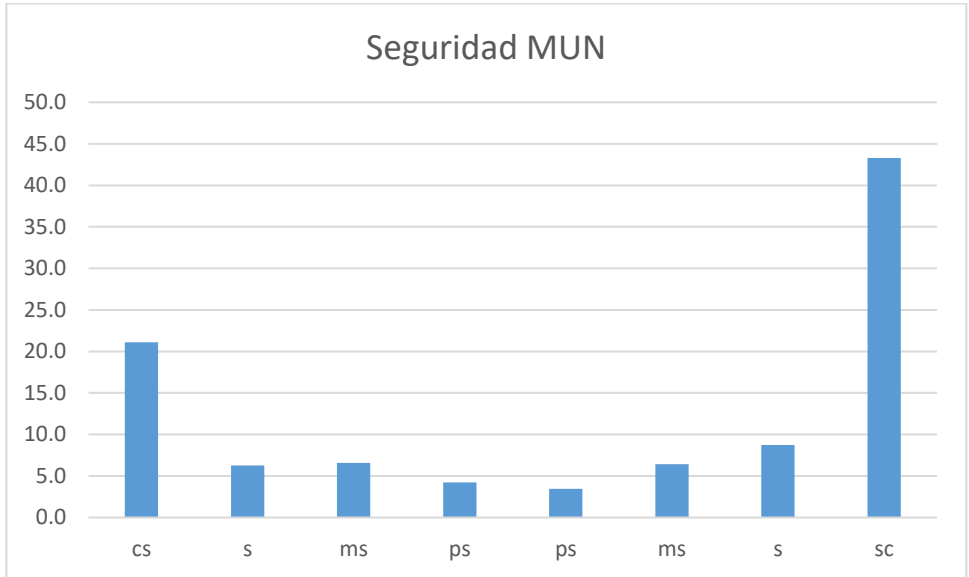
particular

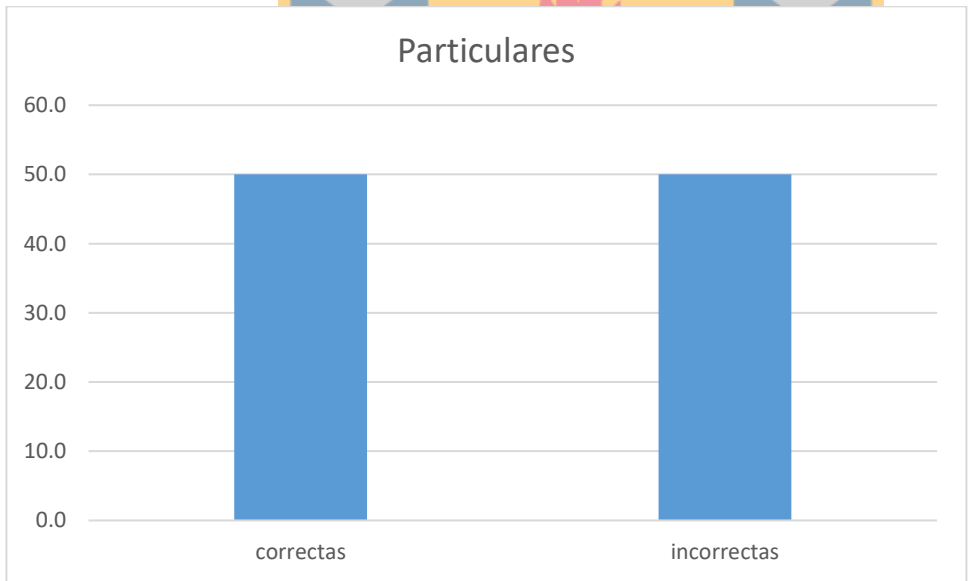
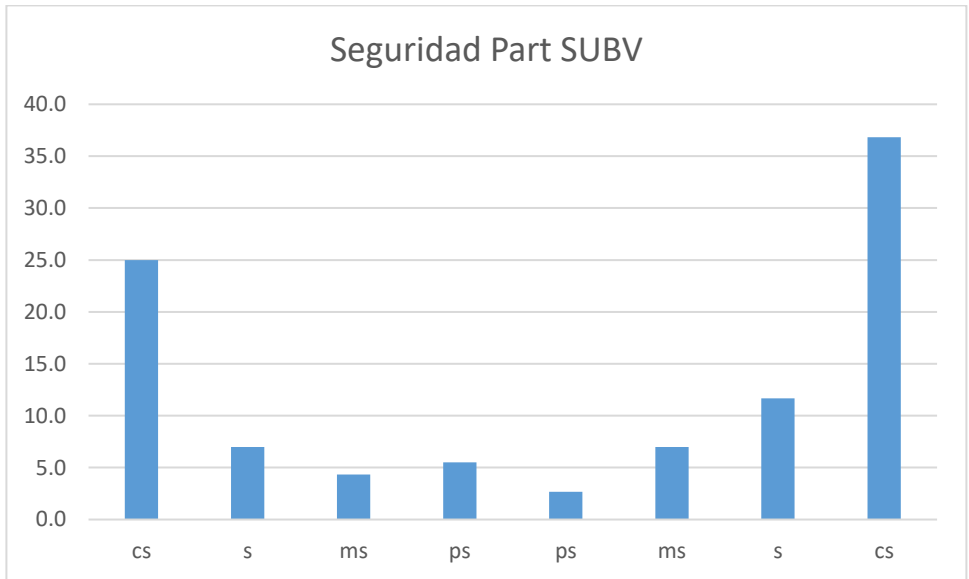
cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
16	12	2		1	4	9	16

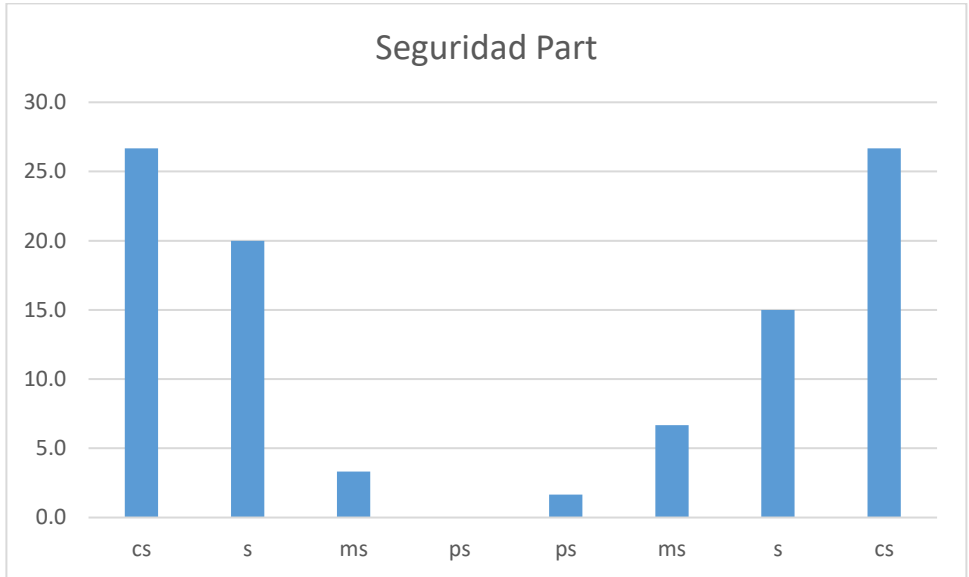
particular

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	cs
26,7	20,0	3,3	0,0	1,7	6,7	15,0	26,7







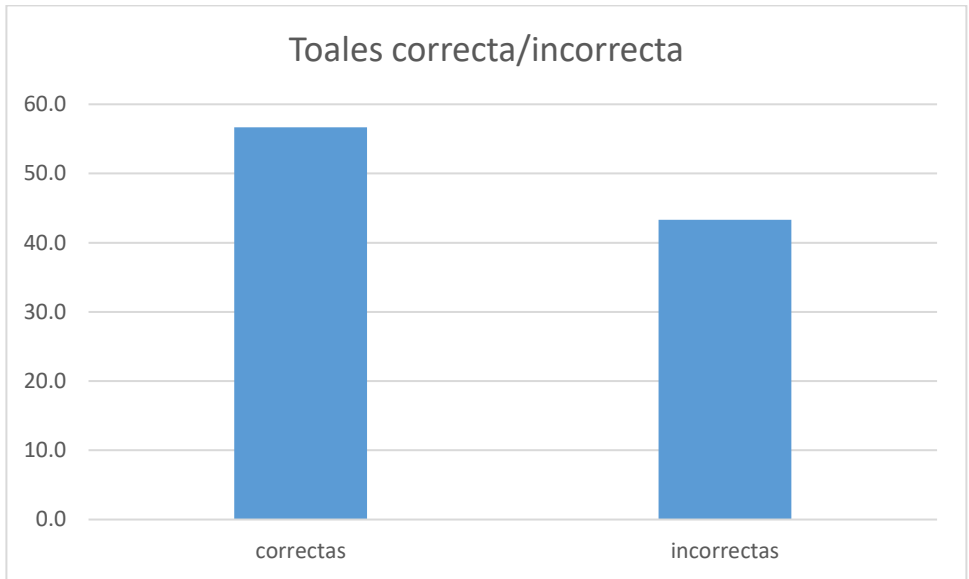


total

correctas	incorrectas
56,7	43,3

total

cs	s	ms	ps	ps	ms	s	sc
24,3	11,1	4,7	3,2	2,6	6,7	11,8	35,6



## 6.8 Anexo VIII

Se aplica la prueba no paramétrica mann-whitney para dos muestras. Los resultados son los siguientes:

Estadísticos generales

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica	mediana
Primero	24	42,000	95,000	73,250	13,712	72,5
Segundo	11	51,000	108,000	80,273	18,238	79
Tercero	10	73,000	94,000	84,400	6,467	84,5
Cuarto	11	76,000	112,000	90,091	10,931	89
Quinto	9	87,000	120,000	100,111	13,043	96

### Cuarto y Quinto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	29
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	49,500
Varianza (U)	172,468
valor-p (bilateral)	0,125
Alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

H0: La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

Ha: La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ ,

no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

### Tercero y Quinto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	13,500
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	45,000
Varianza (U)	149,211
valor-p (bilateral)	0,008
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

$H_0$ : La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

$H_a$ : La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

### Tercero y Cuarto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	37
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	55,000
Varianza (U)	200,881
valor-p (bilateral)	0,217
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

$H_0$ : La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

$H_a$ : La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .



## Segundo y Quinto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	18
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	49,500
Varianza (U)	172,468
valor-p (bilateral)	0,015
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

H0: La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

Ha: La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula H0, y aceptar la hipótesis alternativa Ha.

## Segundo y Cuarto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	40,500
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	60,500
Varianza (U)	231,262
valor-p (bilateral)	0,199
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

H0: La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

Ha: La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ ,

no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

### Segundo y Tercero

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	44,500
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	55,000
Varianza (U)	201,405
valor-p (bilateral)	0,478
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

$H_0$ : La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

$H_a$ : La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

### Primero y Quinto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	
U (estandarizado)	
Valore esperado	
Varianza (U)	
valor-p (bilateral)	
alfa	

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

$H_0$ : La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

$H_a$ : La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

### Primero y Cuarto

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	43
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	132,000
Varianza (U)	790,558
valor-p (bilateral)	0,001
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

$H_0$ : La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

$H_a$ : La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

### Primero y Tercero

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	58,500
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	120,000
Varianza (U)	698,717
valor-p (bilateral)	0,019
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 0s.

Interpretación de la prueba:

H0: La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

Ha: La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula H0, y aceptar la hipótesis alternativa Ha.

### Primero y Segundo

Prueba de Mann-Whitney / Prueba bilateral:

U	102
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	132,000
Varianza (U)	791,113
valor-p (bilateral)	0,315
alfa	0,05

El valor-p se calcula utilizando un método exacto. Tiempo transcurrido: 1s.

Interpretación de la prueba:

H0: La diferencia de posición entre las muestras es igual a 0.

Ha: La diferencia de posición entre las muestras es diferente de 0.

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula H0.