

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



Profesor Patrocinante:  
**Dr. José R. Espinoza C.**

Informe de Memoria de Título  
para optar al título de:  
**Ingeniero Civil Electrónico**

**Control Lineal en Tiempo Real de un Convertidor Z**

Concepción, Abril de 2018

Alfredo Ignacio Jara Isla

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Eléctrica

Profesor Patrocinante:  
Dr. José R. Espinoza C.

# Control Lineal en Tiempo Real de un Convertidor Z

Alfredo Ignacio Jara Isla

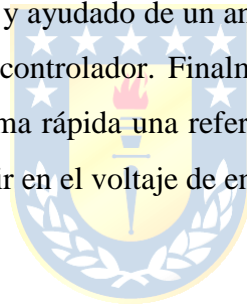
Informe de Memoria de Título  
para optar al Título de

Ingeniero Civil Electrónico

Abril 2018

## Resumen

En este trabajo se estudia el funcionamiento de un inversor Z trifásico, que presenta la ventaja de realizar una conversión dc-dc elevadora de tensión y ac-dc en una sola etapa, esto gracias a la red de impedancia que se encuentra entre la fuente de entrada y el inversor. La red de impedancia es fundamental para establecer criterios de operación, respuesta dinámica y análisis de estabilidad para su control en lazo cerrado, es por esto, que se construye un modelo matemático del ZSI que nos permite entender en profundidad su funcionamiento. La elevación del voltaje se logra introduciendo estados de cortocircuito en las piernas del inversor, y para lograrlo se estudian y comparan dos técnicas de modulación comúnmente usadas en esta topología, las que son: el método de simple boost y máximo boost. El voltaje en el condensador y, por consiguiente el voltaje en el enlace dc presentan un comportamiento de fase no mínima, ante cambios en la entrada de control, lo que complejiza su control en lazo cerrado. Para controlar el voltaje en el enlace dc, se presenta una estrategia de control lineal, utilizando un control en cascada, y ayudado de un análisis de ubicación de polos para realizar la sintonización de los parámetros del controlador. Finalmente se comprueba que la estrategia de control propuesta permite seguir de forma rápida una referencia en el voltaje de enlace, y también absorber cambios que se puedan producir en el voltaje de entrada o en la carga conectada al inversor.



## Agradecimientos

Agradezco a mi familia por ese amor incondicional y sincero que siempre me han hecho sentir, en especial a mi madre, por siempre apoyarme y ser tan buena persona con todos quienes te rodean, has sido fundamental en mi formación personal y la de mis hermanos. A mis hermanos y sobrinos por la alegría y el cariño que me entregan. A mis abuelos, quienes admiro mucho, por construir un hogar y una familia tan hermosa, sin duda alguna es fruto de su amor y esa paz que nos entregan cada día.

Agradecer a cada una de las personas que conocí y fueron parte de esta esta linda etapa, en especial a mis compañeros y amigos, por todos esos momentos de alegría, bromas y risas que sin duda fue lo que más abundó junto a ustedes, gracias por hacer este proceso mucho más ameno.

Agradecer a mi profesor guía José Espinoza, por siempre tener una buena disposición a ayudar en todas las dudas que se me presentaron. Al profesor Carlos Baier de la Universidad de Talca por sus aportes en la investigación de los inversores fuente de impedancia.

Este trabajo fue posible gracias a la ayuda del Gobierno Chileno bajo los proyectos: CONICYT/FONDECYT/1160969, CONICYT/FONDAP/15110019, y Newton Picarte Project EPSRC: EP/N004043/1: New Configurations of Power Converters for Grid Interconnection Systems/CONICYT DPI20140007.



# Tabla de contenidos

<b>LISTA DE TABLAS .....</b>	<b>VII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>VIII</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>X</b>
<b>ABREVIACIONES.....</b>	<b>XII</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1. INTRODUCCIÓN GENERAL .....	1
1.2. TRABAJOS PREVIOS.....	2
1.2.1 <i>Funcionamiento y Ventajas del Inversor Z</i> .....	2
1.2.2 <i>Modelación ZSI</i> .....	3
1.2.3 <i>Técnicas de Modulación</i> .....	5
1.2.4 <i>Variaciones de la topología (qZSI)</i> .....	6
1.2.5 <i>Control en lazo cerrado</i> .....	7
1.2.6 <i>Comparación y Eficiencia</i> .....	8
1.2.7 <i>Discusión</i> .....	8
1.3. HIPÓTESIS DE TRABAJO.....	9
1.4. OBJETIVOS .....	9
1.4.1 <i>Objetivo general</i> .....	9
1.4.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	9
1.5. ALCANCES Y LIMITACIONES .....	9
1.6. TEMARIO Y METODOLOGÍA.....	10
<b>CAPÍTULO 2. INVERSOR TIPO Z.....</b>	<b>11</b>
2.1. INTRODUCCIÓN .....	11
2.2. TEORÍA .....	11
2.3. PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE INVERSOR Z.....	12
2.4. MODELO ESTÁTICO.....	15
2.5. MODELO DINÁMICO.....	17
2.6. MODELO LINEALIZADO.....	22
2.7. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD .....	30
2.8. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	33
<b>CAPÍTULO 3. TÉCNICAS DE MODULACIÓN.....</b>	<b>34</b>
3.1. INTRODUCCIÓN .....	34
3.2. MÉTODO DE BOOST SIMPLE .....	34
3.3. MÉTODO DE BOOST MÁXIMO.....	37
3.4. SIMULACIÓN Y COMPARACIÓN .....	39
3.5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	45
<b>CAPÍTULO 4. IMPLEMENTACIÓN .....</b>	<b>46</b>
4.1. INTRODUCCIÓN .....	46
4.2. HARDWARE Y SOFTWARE .....	46
4.3. COMPONENTES.....	46
4.4. RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN.....	48
4.5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	53
<b>CAPÍTULO 5. REGIÓN DE OPERACIÓN.....</b>	<b>54</b>
5.1. INTRODUCCIÓN .....	54
5.2. LIMITACIONES DE CONTROL.....	54
5.3. REGIONES DE OPERACIÓN .....	55
5.4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	61

<b>CAPÍTULO 6. CONTROL EN LAZO CERRADO.....</b>	<b>62</b>
6.1. INTRODUCCIÓN .....	62
6.2. ESTRATEGIA DE CONTROL .....	63
6.3. SINTONIZACIÓN Y UBICACIÓN DE POLOS. ....	68
6.4. SIMULACIÓN. ....	73
6.5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	78
<b>CAPÍTULO 7. COMPARACIÓN TOPOLOGÍAS.....</b>	<b>79</b>
7.1. INTRODUCCIÓN .....	79
7.2. SDP .....	79
7.3. COMPONENTES PASIVOS.....	83
7.4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	85
<b>CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES.....</b>	<b>86</b>
8.1. SUMARIO.....	86
8.2. CONCLUSIONES .....	87
8.3. TRABAJO FUTURO .....	88
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>89</b>
<b>ANEXO A. OPERACIÓN INVERSOR TRIFÁSICO (VSI).....</b>	<b>92</b>
<b>ANEXO B. DISEÑO RED DE IMPEDANCIA Z .....</b>	<b>94</b>
<b>ANEXO C. ECUACIONES SDP CONVERTIDORES .....</b>	<b>97</b>
<b>ANEXO D. ECUACIONES SDP CONVERTIDORES .....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXO E. TRANSFORMACIÓN DE ABC A DQ0.....</b>	<b>107</b>



## Lista de Tablas

TABLA 2.1 Combinaciones posibles de NST.....	14
TABLA 2.2 Combinaciones posibles de ST.....	14
TABLA 2.3 Rangos de Potencias usadas de un ZSI.....	27
TABLA 3.1 Especificaciones de Operación.....	39
TABLA 3.2 Valores calculados usando control de Boost Simple y Máximo Boost.....	40
TABLA 3.3 Comparativa Modulación .....	41
TABLA 4.1 Valores Teóricos y Reales usando control de Boost Simple y Máximo Boost.....	49
TABLA 5.1 Restricción Índice de Modulación.....	55
TABLA 7.1 Ecuaciones SDP promedio y peak.....	81
TABLA 7.2 Especificaciones de Operación.....	81
TABLA 7.3 Valores SDP promedio y peak .....	82
TABLA 7.4 Ecuaciones Ripple de Voltaje y corriente.....	83
TABLA 7.5 Valores Componentes pasivos.....	84
TABLA B.1 Relaciones ZSI trifásico con modulación de boost simple .....	94



# Lista de Figuras

Fig. 2.1 Topología Fuente Z (ZSI) .....	12
Fig. 2.2 Circuito equivalente del ZSI .....	13
Fig. 2.3 Circuitos equivalentes ZSI por estados .....	15
Fig. 2.4 Esquema conexión de Inversor Z con carga trifásica .....	18
Fig. 2.5 Esquema conexión ZSI en estado activo (SA).....	19
Fig. 2.6 Esquema conexión ZSI en estado de cortocircuito (SB).....	20
Fig. 2.7 Esquema conexión ZSI en estado nulo (SC).....	21
Fig. 2.8 Respuesta ante cambios en la entrada ( $D$ ), perturbación $V_{in}$ , y carga $R_L$ .....	29
Fig. 2.9 Diagrama de Bode $G_{vd}$ .....	31
Fig. 2.10 LGR $G_{vd}$ .....	31
Fig. 2.11 Respuesta ante entrada escalón .....	32
Fig. 2.12 Diagrama de Bode $G_{vd}$ reducción de orden.....	32
Fig. 3.1 Modulación. Método de Boost Simple .....	35
Fig. 3.2 Señal portadora (triangular) y Señal constante (VP) .....	35
Fig. 3.3 Modulación. Método Boost Máximo .....	37
Fig. 3.4 Comparación, Ganancias Máximo Boost y Simple Boost.....	41
Fig. 3.5 Voltaje de fase, salida del inversor .....	42
Fig. 3.6 Voltaje de línea, salida del inversor .....	42
Fig. 3.7 Fundamentales de salida .....	43
Fig. 3.8 Voltaje en el enlace dc .....	43
Fig. 3.9 Voltaje en el condensador de la red de impedancia Z.....	44
Fig. 3.10 Corriente en el inductor de la red de impedancia Z.....	44
Fig. 3.11 Corrientes de fase en la carga RL .....	45
Fig. 4.1 Placa generación de pulsos ópticos.....	47
Fig. 4.2 Piernas del inversor.....	47
Fig. 4.3 Setup Inversor Z trifásico.....	48
Fig. 4.4 Señales de cortocircuito (ST).....	49
Fig. 4.5 Voltaje de fase, salida del inversor.....	50
Fig. 4.6 Voltaje de línea, salida del inversor .....	50
Fig. 4.7 Voltaje en el enlace dc .....	51
Fig. 4.8 Voltaje en el condensador de la red de impedancia Z.....	51
Fig. 4.9 Corriente en el inductor de la red de impedancia Z.....	52
Fig. 4.10 Corrientes de fase en la carga RL .....	52
Fig. 5.1 Limitaciones de variables.....	56
Fig. 5.2 Región de Operación $V_C$ .....	57
Fig. 5.3 Región de Operación $I_L$ .....	58
Fig. 5.4 Región de Operación $I_d$ .....	59
Fig. 5.5 Región de Operación $I_q$ .....	60
Fig. 6.1 Esquemas de control $\hat{v}_{PN}$ .....	63
Fig. 6.2 Diagramas de Bode Lazo Abierto .....	64
Fig. 6.3 Root Locus .....	65
Fig. 6.4 Control en cascada $\hat{v}_{PN}$ .....	67
Fig. 6.5 Lazo de Control Interno .....	69
Fig. 6.6 LGR lazo interno con control PI.....	69
Fig. 6.7 Lazo de Control Externo .....	71



Fig. 6.8 LGR lazo externo con control PI .....	71
Fig. 6.9 Ubicación de polos .....	72
Fig. 6.10 Respuesta $\hat{v}_{PN}$ y $V_C$ ante cambios en $V_{in}$ .....	73
Fig. 6.11 Voltaje en el enlace DC ( $v_{PN}$ ) .....	74
Fig. 6.12 Voltaje entre línea de salida. $v_{ab}$ .....	75
Fig. 6.13 Voltaje en el condensador y corriente en el inductor .....	75
Fig. 6.14 Variables de Control ( $M$ y $D$ ) .....	76
Fig. 6.15 Control de voltaje en el condensador .....	77
Fig. 6.16 $\hat{v}_{PN}$ aplicando un control de voltaje en el condensador .....	77
Fig. 7.1 Topologías a comparar .....	80



# Nomenclatura

## Matrices

<b>A</b>	: matriz de parámetros de $n \cdot n$ .
<b>B</b>	: matriz de parámetros de $n \cdot p$ .
<b>C</b>	: matriz de parámetros de $q \cdot n$ .
<b>D</b>	: matriz de parámetros de $q \cdot p$ .
<b>E</b>	: matriz de parámetros de $n \cdot m$ .
<b>F</b>	: matriz de parámetros de $q \cdot m$ .
<b>T<sub>ln</sub></b>	: matriz de parámetros de $n \cdot m$ . dimensión 3·3.
<b>T<sub>abc_dq0</sub></b>	: matriz de transformación de ejes $abc$ a $dq0$ , dimensión 3·3.
<b>T<sub>dq0_abc</sub></b>	: matriz de transformación de ejes $dq0$ a $abc$ , dimensión 3·3
<b>W</b>	: matriz producto $\mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0\_abc} \right)$

## Vectores

<b>s<sub>i</sub></b>	:vector de funciones de conmutación del inversor trifásico.
<b>m<sub>i</sub></b>	:vector de señales moduladoras de un inversor trifasico.
<b>v<sub>o<sub>n</sub></sub></b>	:vector de voltajes de fase de salida en la carga trifásica.
<b>i<sub>o</sub></b>	:vector de corrientes de salida en carga trifásica.
<b>x</b>	:vector de variables de estado.
<b>u</b>	:vector de variables de entrada.
<b>p</b>	:vector de variables de entrada.

## Escalares

<b>V<sub>s</sub></b>	: voltaje de estrés en el semiconductor.
<b>I<sub>s</sub></b>	: corriente media de estrés.
<b>D</b>	: ciclo de trabajo en estado de cortocircuito.
<b>M</b>	: índice de modulación.
<b>M<sub>d,q</sub></b>	: índice de modulación ejes dq.
<b>i<sub>o<sub>d,q</sub></sub></b>	: corriente de salida en ejes dq.
<b>B</b>	: factor de elevación (boost).
<b>G</b>	: Ganancia del inversor.
<b>L<sub>1,2</sub></b>	: inductancias de red de impedancia Z.
<b>L<sub>o</sub></b>	: inductancia de la carga.
<b>C<sub>1,2</sub></b>	: capacitancia de red de impedancia Z.
<b>I<sub>L1,2</sub>(t)</b>	: corriente en los inductores de impedancia Z.
<b>I<sub>Lo</sub>(t)</b>	: corriente en inductor de carga.
<b>V<sub>C1,2</sub>(t)</b>	: voltaje en condensadores de impedancia Z

$V_{L1,2}$	: voltaje en inductores de impedancia Z.
$V_{p,n}$	: señal de comparación para generar estados de cortocircuito.
$R_o$	: resistencia en la carga.
$V_{in}$	: voltaje de entrada DC.
$v_{PN}$	: voltaje en el enlace DC.
$\hat{v}_{PN}$	: voltaje peak en el enlace DC.
$i_{PN}$	: corriente en el enlace DC.
$T$	: periodo de conmutación.
$T_0$	: periodo en estado cortocircuito.
$T_1$	: periodo en estado distinto al cortocircuito.
$\hat{v}_{ab}$	: fundamental del voltaje máximo de línea salida del inversor.
$v_{ab}$	: voltaje peak de línea.
$\hat{v}_a$	: fundamental del voltaje máximo de fase salida del inversor.
$\Delta I_L$	: ripple de corriente en el inductor.
$\Delta V_C$	: ripple de voltaje en el condensador.
$\delta_L$	: factor de ripple inductor.
$\delta_C$	: factor de ripple condensador.
$f_{tri}$	: frecuencia de triangular.
$P_o$	: potencia de salida.
$S_A$	: estado de operación activa.
$S_B$	: estado de operación cortocircuito.
$S_C$	: estado de operación nula.
$V_{dd}$	: voltaje a la entrada de la red de impedancia.
$G_{vd}$	: función de transferencia voltaje de condensador y ciclo de trabajo.
$G_{vi}$	: función de transferencia voltaje de condensador y voltaje de entrada.
$G_{vpni}$	: función de transferencia voltaje peak enlace dc y voltaje de entrada.
$G_{id}$	: función de transferencia corriente de inductor y ciclo de trabajo.
$f_p$	: factor de potencia.
$I_{av}$	: corriente media a través del semiconductor.
$I_{peak}$	: corriente peak a través del semiconductor.
$V_{m\acute{a}x}$	: voltaje de estrés en inversor PWM tradicional.
$V_{DC}$	: voltaje en enlace DC convertidor boost.
$D_B$	: ciclo de trabajo del convertidor boost.
$SDP_{av}$	: switchin device power media.
$SDP_{peak}$	: switchin device power peak.
$V_f$	: voltaje fase rms inversor tradicional.
$I_f$	: corriente fase rms inversor tradicional.

# Abreviaciones

## Mayúsculas

DC	: <i>direct current</i> (corriente continua).
AC	: <i>alternating current</i> (corriente alterna).
ZSI	: <i>Z-source Inverter</i> (Inversor fuente Z).
VSI	: <i>Voltage Source Inverter</i> (Inversor Fuente de Voltaje).
CSI	: <i>Current Source Inverter</i> (Inversor Fuente de Corriente).
qZSI	: <i>quasi-Z Source Inverter</i> (cuasi- Inversor Fuente Z).
ST	: <i>Shoot Trough</i> (cortocircuito).
NST	: <i>Non Shoot Trough</i> (no cortocircuito).
SAE	: sistema de acondicionamiento de energía.
SPWM	: <i>Sinusoidal Pulse Width Modulation</i> (modulación por ancho de pulso).
SDP	: <i>switching device power</i> .
EMI	: interferencia electromagnética.
RL	: carga resistiva e inductiva.



# Capítulo 1. Introducción

---

## 1.1. Introducción General

La generación de energía es realizada de forma convencional mediante la utilización de combustibles fósiles o fuentes de energía no renovables, lo que ha generado un importante impacto ambiental en nuestro planeta. Debido a esto, en los últimos años se han desarrollado sistemas de generación de energía a partir de fuentes renovables, entre los que destacan los sistemas de generación fotovoltaica, los que han sido estudiados extensamente en las últimas décadas. Estos sistemas producen una tensión DC, la que se requiere convertir para que pueda ser utilizada en cargas que se alimentan de corriente alterna o para interconectarse a una red eléctrica. Los principales costos de un sistema de generación fotovoltaico recaen en los módulos solares y en el convertidor [4]. Por esta razón se estudian constantemente nuevas topologías, que puedan mejorar su funcionamiento, eficiencia y reduzcan los costos de fabricación de estos equipos. Una de estas nuevas topologías son los ZSI, que ofrecen una alternativa con ventajas comparativas a las entregadas por los tradicionales VSI. Una de estas ventajas se debe a que el convertidor de fuente Z elimina la necesidad de contar con la etapa del convertidor DC-DC, ya que los ZSI tienen la capacidad tanto de elevar como reducir el voltaje suministrado.

Para un funcionamiento óptimo de esta topología es necesario desarrollar modelos matemáticos, que nos permitan estudiar su funcionamiento, y con esto desarrollar criterios para la elección de componentes en la etapa de diseño, establecer la mejor técnica de modulación y un posterior análisis para el diseño del control en lazo cerrado.

## 1.2. Trabajos Previos

En esta sección se revisan diferentes trabajos relacionados con los aspectos más relevantes que fueron estudiados y desarrollados en esta tesis. Los principales temas estudiados fueron los relacionados a: el funcionamiento y características del ZSI; las ecuaciones que modelan el convertidor; el estudio y comparación de algunas de las técnicas de modulación más utilizadas; la revisión de diversas estrategias de control en lazo cerrado; y finalmente, trabajos relativos al estudio de eficiencia que permite contrastar el inversor Z, con las topologías tradicionalmente usadas.

### 1.2.1 Funcionamiento y Ventajas del Inversor Z

- ♣ Fang Zheng Peng, “Z-source inverter,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, no. 2, pp. 504–510, 2003.

En este trabajo se presenta el convertidor de impedancia Z, explicando su funcionamiento y algunas de las ventajas que posee con respecto a los tradicionales VSI y CSI, entre los que se destaca que este convertidor es capaz de incrementar o reducir el voltaje de salida con respecto al de la fuente de alimentación en una sola etapa. Se muestran algunas de las ecuaciones para el análisis de su funcionamiento y una técnica de modulación en la cual genera los estados de cortocircuito. El estado de cortocircuito permite almacenar energía en la red de impedancia y de esta forma permitir su operación como buck-boost. Además se demuestra de forma analítica, con simulaciones y de forma experimental que el inversor fuente Z es capaz de elevar o reducir el voltaje, minimizando los componentes necesarios, incrementando la eficiencia, y reduciendo los costos de construcción.

- ♣ M. Hanif, M. Basu, and K. Gaughan, “Understanding the operation of a Z-source inverter for photovoltaic application with a design example,” *IET Power Electron.*, vol. 4, no. 3, p. 278, 2011.

En este trabajo se realiza una comparación entre los inversores tradicionales y el ZSI. Se explica su funcionamiento mediante las ecuaciones del circuito, que varían según su estado de operación (ST y NST). Se muestra un ejemplo de diseño para el cálculo de los componentes de la red de impedancia (inductor y condensador), abordando el fenómeno de auto-boost presente en el ZSI. Para poder lograr la característica de boost es necesario poder generar los estados de cortocircuito, y

para lograrlo se presentan tres estrategias de modulación: Control de boost simple, control de boost máximo y control de boost máximo constante.

### 1.2.2 Modelación ZSI

- ♣ M. Shen, Q. Tang, and F. Z. Peng, “Modeling and controller design of the Z-source inverter with inductive load,” *PESC Rec. - IEEE Annu. Power Electron. Spec. Conf.*, pp. 1804–1809, 2007.

En este trabajo se presenta un modelo promedio para el inversor fuente Z, con una carga inductiva utilizando el método de espacio de estados promedio. Luego a partir de este modelo se realiza un análisis de sus variables de estado, utilizando los diagramas de bode y finalmente se presenta el diseño de un controlador con ganancia variable. El propósito del controlador presentado es mantener el voltaje de salida con respecto a una referencia, y sabiendo que el convertidor es un sistema no lineal, se utiliza este método para que la ganancia del controlador se adapte de acuerdo a la zona de operación en la cual se encuentre trabajando el convertidor.

- ♣ C. Freddy, V. M. Sanchez, U. D. Q. Roo, D. De Ciencias, A. Boulevard, and Q. Roo, “Convertidor Fuente Z para aplicaciones Fotovoltaicas” Conference Paper · January 2010,” no. January, 2010.

En este trabajo se presenta el convertidor de fuente Z como una alternativa en los sistemas de acondicionamiento de energía (SAE), para conectar un sistema fotovoltaico a la red eléctrica. Repasa algunas de las desventajas de los tradicionales sistemas de conversión y propone el ZSI como una solución a la reducción de costo del SAE. Se explica el principio de operación del ZSI desarrollando las ecuaciones en los distintos estados de operación del convertidor, deduciendo el factor de elevación del inversor fuente Z. Finalmente, son presentadas mediante un ejemplo de simulación, dos técnicas de modulación SPWM para generar los estados de cortocircuito, entre las cuales se estudian el método de boost simple y método de boost máximo.

- ♣ P. C. Loh, D. M. Vilathgamuwa, C. J. Gajanayake, Y. R. Lim, and C. W. Teo, “Transient modeling and analysis of pulse-width modulated Z-source inverter,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, no. 2, pp. 498–507, 2007.

En este trabajo se presenta un análisis y modelo dinámico del ZSI, lo que permite tener un conocimiento del sistema para futuros diseños de control avanzado de esta topología. Se discuten algunos fenómenos importantes que ocurren en el lado DC y AC del inversor, lo cual produce una característica de fase no mínima en la respuesta de estado transitorio. Los fenómenos del lado DC son asociados con la red de impedancia presente en el inversor Z, el cual es explicado mediante un análisis del modelo en pequeña señal y un método de análisis gráfico de flujo de señales, terminado con un estudio del cero presente en el semiplano derecho, mediante un análisis de Root Locus. Los fenómenos del lado AC se presentan mediante un análisis vectorial en relación a las combinaciones de estados de los switches en la modulación. Finalmente se realiza una simulación usando un modelo funcional de conmutación y se compara con lo obtenido de forma experimental para validar lo realizado de forma teórica.

- ♣ J. Liu, J. Hu, and L. Xu, “Dynamic Modeling and Analysis of Z Source Converter-Derivation of AC Small Signal Model and Design-Oriented Analysis,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, no. 5, pp. 1786–1796, 2007.

En este trabajo se presenta un modelo AC en pequeña señal para el análisis del inversor fuente Z en modo de conducción continua. Este modelo considera la dinámica que introduce la red de impedancia presente en el convertidor. Desarrolla el modelo en ecuaciones de estado y luego presenta algunos circuitos equivalentes a partir de lo obtenido. Mediante simulación realiza un análisis de las funciones de transferencias obtenidas gracias al modelo, y estas son validadas de forma experimental.



### 1.2.3 Técnicas de Modulación.

- ♣ X. Ma, Y. Zhang, and J. Liu, “Comprehensive Classifications and Comparisons of Different Modulation Schemes for Z-source Inverter.”

En este paper se clasifican los distintos esquemas de modulación existentes para el inversor fuente Z, donde se explica detalladamente como se generan los estados de cortocircuito con los que el ZSI aprovecha de realizar la elevación de voltaje y la conversión DC-AC en una sola etapa. Particularmente se abordan dos esquemas de modulación los cuales son comparados tanto de forma monofásica como trifásica. Estos esquemas son: Control de boost constante y Control de boost máximo. También se abordan los requerimientos de alimentación de los dispositivos, en el cual se analiza el estrés de voltaje  $V_s$ , el estrés de corriente media  $I_s$ , y el stress de potencia nominal (SDP) como el producto de  $V_s$  e  $I_s$ . En el caso de los requerimientos de los elementos pasivos se plantean las consideraciones para la selección de los componentes de la red de impedancia (inductor y capacitor).

- ♣ H. Rostami and D. a Khaburi, “Voltage Gain Comparison of Different Control Methods of the Z-Source Inverter,” pp. 268–272, 2009.

En este trabajo se realiza la comparación de la ganancia de voltaje que se genera en el inversor Z, utilizando 3 esquemas de modulación. Los esquemas presentados son: control simple de boost, control máximo de boost y control máximo constante. Estos métodos son verificados mediante simulaciones en Matlab. Los métodos de control y la relación entre la ganancia de voltaje y el factor de elevación son analizados en detalle y verificados en las simulaciones.

- ♣ F. Z. Peng, M. Shen, and Z. Qian, “Maximum boost control of the Z-source inverter,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 20, no. 4, pp. 833–838, 2005

En este trabajo se estudia de forma detallada el método de máximo boost para la modulación de un ZSI. Este método tiene por objetivo buscar la máxima ganancia de voltaje posible dado un índice de modulación. En el control de simple de boost, el ciclo de trabajo para los estados de cortocircuito ( $D$ ), tiene directa relación con el índice de modulación  $M$ , y por lo tanto este se encuentra limitado

por  $1 - M$ , de esta forma mientras más grande sea el índice de modulación usado, menor será el tiempo que el inversor opere en estado de cortocircuito, lo que se traduce en una baja ganancia de voltaje. De forma contraria a medida que el índice de modulación, sea menor esto significará un mayor estrés de voltaje en los dispositivos semiconductores. El método de control de boost máximo, maximiza el índice de modulación necesario para obtener una determinada ganancia de voltaje en la salida, lo que implica un menor factor de boost y por consiguiente un menor estrés de voltaje en los semiconductores. Gracias a este método es posible aumentar la zona de operación que relaciona el índice de modulación con la ganancia de voltaje. Luego de realizar un análisis matemático, se presentan simulaciones del método presentado y finalmente estos se validan de forma experimental.

#### 1.2.4 Variaciones de la topología (qZSI).

- ♣ Y. Li, S. Jiang, J. G. Cintron-Rivera, and F. Z. Peng, “Modeling and control of quasi-z-source inverter for distributed generation applications,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 4, pp. 1532–1541, 2013.

En este paper se presenta una variación del ZSI el cual es llamado quasi-Z-source (qZSI). El ZSI entrega una corriente discontinua en la entrada, a diferencia del qZSI, que entrega una corriente continua gracias a que el inductor  $L_1$  se pone en serie a la fuente DC. Esto es beneficioso debido a que se reduce el estrés de entrada y el tamaño de uno de los condensadores, dado que a diferencia del ZSI tradicional, en esta modificación el voltaje que pasa por los condensadores no es igual, reduciendo así, los costos de construcción. Se desarrolla un modelo dinámico usando el modelo en pequeña señal, en el que se demuestran algunas de las ventajas más significativas que posee esta modificación con respecto al ZSI tradicional.

### 1.2.5 Control en lazo cerrado.

- ♣ O. Ellabban, J. Van Mierlo, and P. Lataire, “A DSP-Based Dual-Loop Peak DC-link Voltage Control Strategy of the Z-Source Inverter,” vol. 27, no. 9, pp. 4088–4097, 2012.

En este trabajo se presenta una técnica de control realimentado para el voltaje en el enlace DC ( $v_{PN}$ ). Se propone controlar de forma directa el voltaje en el enlace, usando un lazo interno de corriente y un lazo externo de voltaje. El voltaje en el enlace DC es medido de forma indirecta, es decir, se utiliza el voltaje del condensador y el voltaje de entrada para poder estimar el voltaje peak en el enlace ( $\hat{v}_{PN}$ ). Para realizar un análisis dinámico, se modela el convertidor Z, pero realizando un equivalente de la carga trifásica, a una carga monofásica, por lo que se obtiene un sistema de tercer orden.

- ♣ Y. P. Siwakoti *et al.*, “Impedance-Source Networks for Electric Power Conversion Part II: Review of Control and Modulation Techniques,” vol. 30, no. 4, pp. 1887–1906, 2015.

En este paper se presentan variadas estrategias de control para el inversor Z, dentro de las cuales destacan dos métodos para poder controlar el voltaje en el enlace DC. Existen dos métodos para poder medir el voltaje en el enlace DC, estos son de forma directa e indirecta. Para la forma directa, es necesario un circuito especial, que solo mida el voltaje en los instantes que es máximo, en cambio la forma indirecta, consiste en estimar el voltaje en el enlace, midiendo el voltaje en el condensador y el voltaje de entrada. Además, se presentan esquemas de control predictivo y control en modo de corriente programada, los que finalmente son contrastados, mencionando las ventajas y desventajas de cada uno de ellos.

- ♣ M. Shen, Q. Tang, and F. Z. Peng, “Modeling and controller design of the Z-source inverter with inductive load,” *PESC Rec. - IEEE Annu. Power Electron. Spec. Conf.*, pp. 1804–1809, 2007.

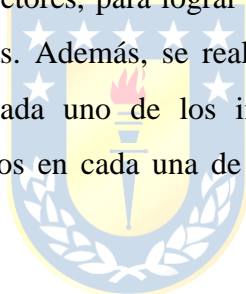
En este trabajo se presenta el control en lazo cerrado de un inversor Z con una carga inductiva trifásica. Como en muchos de otros trabajos se utiliza un modelo simplificado, al usar una relación de la carga trifásica con una carga monofásica. Basado en este modelo, y debido a que el convertidor es

no lineal, entonces se aplica un control con ganancia programada, lo que permite tener un mejor control dependiendo de la zona en la cual se encuentre operando. Añadido a esto, se presenta un control por realimentación de estados.

### 1.2.6 Comparación y Eficiencia.

- ♣ M. Shen, A. Joseph, J. Wang, F. Z. Peng, and D. J. Adams, “Comparison of Traditional Inverters and Z-Source Inverter for Fuel Cell Vehicles,” 1980.

En este paper se presenta una comparación entre un inversor PWM tradicional, un convertidor boost dc, y un inversor Z, para los que se calculan y deducen las ecuaciones del indicador SDP de cada uno de estos inversores. El SDP no entrega información acerca del estrés de corriente y voltaje al que deben ser sometidos los semiconductores, para lograr las mismas condiciones de operación en cada una de las topologías contrastadas. Además, se realiza una comparación de la cantidad de componentes pasivos necesarios en cada uno de los inversores, determinando los costos de construcción y los parámetros necesarios en cada una de las topologías, para lograr determinadas especificaciones de operación.



### 1.2.7 Discusión

De acuerdo al estudio que se posee actualmente acerca del ZSI, podemos rescatar que esta topología posee ventajas comparativas en relación a los tradicionales convertidores. Estas ventajas van desde la reducción de costos para la fabricación de estos dispositivos, mejoras en su funcionamiento, eficiencia energética, y confiabilidad. Actualmente existe mucha información acerca de los métodos de modulación utilizados para esta topología, lo cual corresponde a un control en lazo abierto. Debido a características intrínsecas del ZSI, existen muchos fenómenos en su comportamiento dinámico, entre los que destacan su comportamiento de fase no mínima en el voltaje del condensador.

En la literatura se utiliza un modelo simplificado del inversor Z, en el que la carga trifásica es reemplazada por una carga monofásica, lo que implica que no se pueda realizar un análisis detallado de todas las variables de estado presentes. En este trabajo se realizará un modelo completo, sin simplificación de la carga trifásica, trabajando en los ejes dq, el cual permitirá obtener todas las

posibles regiones de operación del convertidor, y además, entregar información relevante en las limitaciones que se deben tener presentes a la hora de realizar un control en lazo cerrado. Además, se propone una estrategia de control en lazo cerrado, la que permite absorber cambios provenientes de la fuente de la entrada, o impactos en la carga conectada.

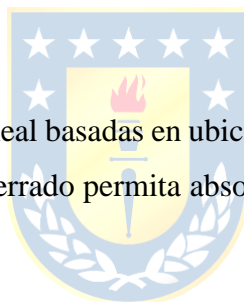
### 1.3. Hipótesis de Trabajo

Es posible controlar el voltaje del enlace de un inversor Z utilizando una estrategia de control lineal, y de esta forma entregar un gran desempeño al momento de absorber cambios que puedan existir en el voltaje de entrada o en la carga conectada.

### 1.4. Objetivos

#### 1.4.1 Objetivo general

Estudiar estrategias de control lineal basadas en ubicación de polos para el control del inversor Z, con el fin de que un control en lazo cerrado permita absorber cambios en las condiciones de carga y alimentación.



#### 1.4.2 Objetivos específicos

- Modelar un convertidor Z trifásico.
- Estudiar el comportamiento dinámico de convertidor Z de acuerdo a cambios en sus parámetros de diseño de la red de impedancia.
- Estudiar estrategias de modulación y analizar sus ventajas y desventajas mediante simulación y forma experimental.
- Diseñar una estrategia de control lineal con ayuda de la ubicación de polos.

### 1.5. Alcances y limitaciones

- Se utilizarán simplificaciones en los modelos.
- Se verificará su funcionamiento en lazo abierto utilizando un prototipo construido con los componentes disponibles en el L.C.D.A.
- El control en lazo cerrado, solo se llevará a cabo en simulaciones.
- Se realizarán simulaciones en PSIM y Matlab utilizando componentes ideales.

## 1.6. Temario y Metodología

El desarrollo de este trabajo se realiza mediante el estudio y análisis del funcionamiento del inversor Z, se realizan modelos matemáticos que permiten comprender su comportamiento dinámico y en estado estacionario.

Mediante lo obtenido en las ecuaciones de estado, se obtienen las señales de interés y se contrastarán mediante las obtenidas por simulación en PSIM y MATLAB, de esta forma se puede comparar y contrastar estas señales para poder validar las ecuaciones matemáticas, que se utilizaron para describir el funcionamiento del inversor. A partir del modelo matemático, se realiza un análisis dinámico y de estabilidad que servirá para el diseño de la estrategia de control.

Se estudiaron y analizaron dos técnicas de modulación comúnmente usadas para el control en lazo abierto de inversor Z trifásico, las cuales fueron contrastadas y se establecieron sus ventajas y desventajas respectivas.

Se realizó un apartado de diseño, el cual permite la correcta elección de los parámetros de la red de impedancia que se encuentra entre la fuente DC y la entrada al inversor.

A partir del modelo dinámico y linealizado fue posible determinar las regiones de operación del inversor Z, lo que nos permite establecer las restricciones que poseen las variables de control, para que el convertidor funcione de una manera correcta.

Finalmente se presenta una estrategia de control lineal, ayudado de un análisis de ubicación de polos, que permiten el control del voltaje en el enlace dc ante cambios en una referencia y/o perturbaciones como la variación del voltaje en la entrada o impactos en la carga conectada al inversor.

## Capítulo 2. Inversor Tipo Z

---

### 2.1. Introducción

En el siguiente capítulo se presentan el principio de operación del inversor tipo Z, sus ecuaciones estáticas y la construcción de un modelo dinámico. Este modelo nos permitirá analizar el comportamiento transiente de las variables de estado, y para ello se utilizará un modelo linealizado en torno a punto de operación. A partir del modelo linealizado se obtendrán las funciones de transferencia de interés, que serán utilizadas para describir el comportamiento frente a cambios en la variable de control o perturbaciones en el voltaje de entrada.

### 2.2. Teoría

Tradicionalmente convertidores de dos etapas son implementados ya sea como inversores fuente de voltaje (VSI) o fuente de corriente (CSI). El inversor fuente de voltaje es alimentado por un fuente DC y que usualmente lleva conectado un condensador en paralelo, que a su vez está conectado al circuito principal del convertidor. El circuito principal está compuesto por 6 switches, y en el caso trifásico, cada uno de estos se compone por un transistor de potencia y un diodo en antiparalelo para evitar la corriente bidireccional.

El VSI posee limitaciones que impiden soluciones eficientes para muchos tipos de aplicaciones. Estas barreras son:

- El voltaje de salida AC no puede exceder el voltaje DC del enlace. En otras palabras el VSI queda limitado a solo poder reducir el voltaje (Buck).
- Esta barrera del voltaje de salida incrementa el costo debido a que es necesario otra etapa de conversión DC-DC en el caso de requerir incrementar el voltaje.
- Los switches superiores e inferiores de cada pierna del inversor no pueden conducir de forma simultánea, ya que un cortocircuito en los terminales dañarían la fuente de entrada.
- El problema del cortocircuito puede ser generado por interferencia electromagnética (EMI), y para evitar esto se deja un tiempo muerto entre los cambios de estado en los switches, lo cual genera una distorsión en la forma de onda [1].

El convertidor fuente Z es presentado como una solución a los problemas descritos que presentan los inversores tradicionales, el que se compone por una red de impedancia entre el circuito principal del convertidor y la fuente de alimentación. La red de impedancia está formada a partir de dos inductores y dos capacitores conectados en forma diagonal como se muestra en la Fig. 2.1, y es utilizada para almacenar energía, y de esta forma poder aumentar o reducir el voltaje. Esto es posible gracias a un diodo que se conecta en serie a la fuente de alimentación, que cumple la función de desacoplar la red de impedancia con la fuente durante los estados de cortocircuito, y de esa forma, mantener la energía en la impedancia Z, manteniendo la fuente resguardada del cortocircuito.

La principal ventaja del convertidor Z es que realiza la elevación o reducción e inversión en una sola etapa [4], lo cual le permite tener una mayor eficiencia al momento de la conversión de energía.

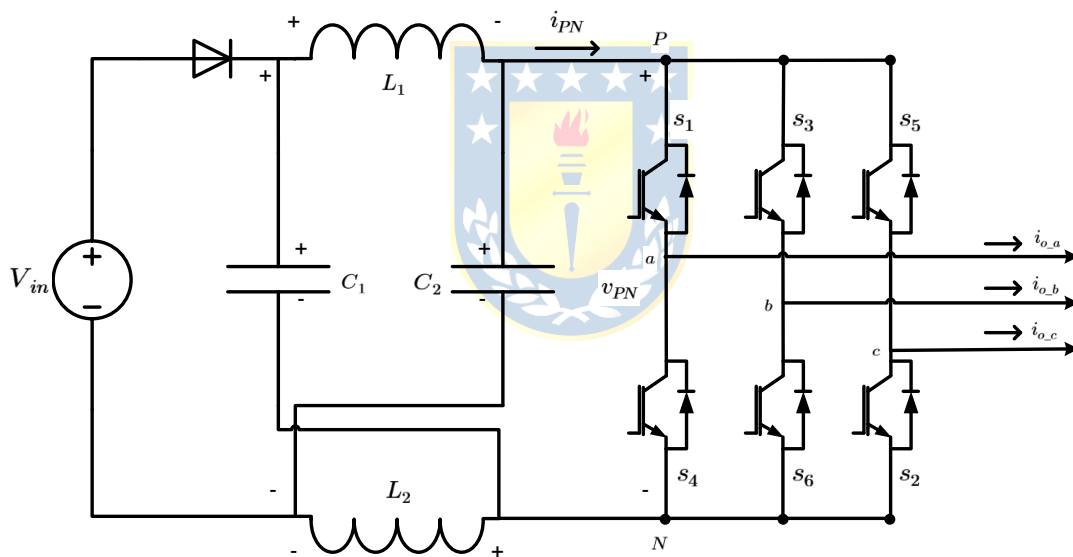


Fig. 2.1 Topología Fuente Z (ZSI).

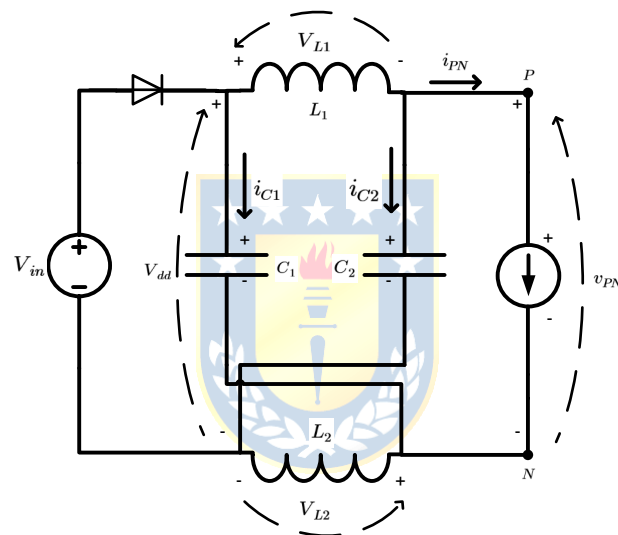
### 2.3. Principio de operación de inversor Z

Para poder analizar el principio de operación, primero comenzaremos analizando la etapa inversora de salida. Esta etapa consta de seis interruptores en 3 arreglos pares los cuales se denominan ramas del inversor. Un inversor fuente de voltaje trifásico tradicional (VSI) cuenta con ocho posibles estados, seis de ellos denominados estados de conmutación activos, ya que la carga es conectada a una diferencia de potencial que permite la circulación de corriente a través de ella. Los otros dos,



corresponden a los estados cero, es decir cuando los tres interruptores superiores o los tres inferiores son conectados al mismo potencial, por lo que el voltaje reflejado en la carga es cero. En cambio el inversor fuente Z trifásico añade un estado de conmutación cero. Este puede ser logrado por el cortocircuito de una, de dos o las tres ramas del inversor, provocando un voltaje cero en la carga. Este estado de cortocircuito es prohibitivo en un VSI tradicional debido a que causaría el cortocircuito de la fuente de entrada generando su destrucción, sin embargo, en el inversor fuente Z es permisible debido a que la red de impedancia, en particular el diodo, permite desacoplar la fuente en este estado de cortocircuito.

Para poder analizar los estados de ZSI, en la Fig. 2.2 se muestra un circuito equivalente de la red de impedancia visto desde la fuente de entrada.



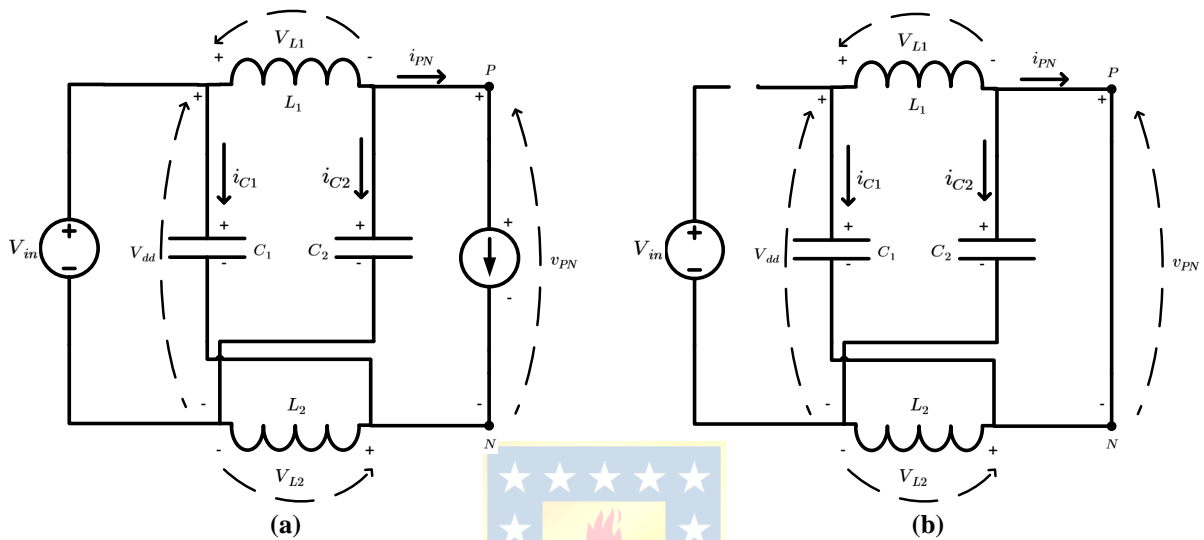
**Fig. 2.2 Circuito equivalente del ZSI.**

El circuito equivalente de la Fig. 2.2 cuenta con dos posibles estados de conmutación. Estos son el estado distinto al cortocircuito (NST) el cual es uno de los ocho posibles antes mencionados, y el segundo estado del inversor fuente Z corresponde al estado de conmutación cero, correspondiente al estado de cortocircuito del inversor (ST). El estado de cortocircuito se establece mediante el cortocircuito de cualquiera de las ramas del inversor. Todas las posibles combinaciones para generar los estados de NST y ST se presentan en la Tabla 2.1 y Tabla 2.2 respectivamente.



## 2.4. Modelo Estático

De los dos posibles estados (NST) y (ST) se obtienen los circuitos equivalentes mostrados en la Fig. 2.3.



**Fig. 2.3 Circuitos equivalentes ZSI por estados.**

(a) Estado NST; (b) Estado ST

Del circuito equivalente en el estado NST tenemos:

$$V_{L1} = V_{in} - V_{C2} \quad (2.1)$$

$$V_{L2} = V_{in} - V_{C1} \quad (2.2)$$

$$v_{PN} = V_{C1} + V_{C2} - V_{in} \quad (2.3)$$

Del circuito equivalente en el estado ST se tiene:

$$V_{L1} = V_{C1} \quad (2.4)$$

$$V_{L2} = V_{C2} \quad (2.5)$$

$$v_{PN} = 0 \quad (2.6)$$

En estado estacionario, el voltaje promedio de los inductores en un ciclo de trabajo es cero.

Considerando que  $T$  es un ciclo de trabajo, donde  $T = T_0 + T_1$ , con  $T_0$ = tiempo de cortocircuito (ST) y  $T_1$ = tiempo distinto al corto circuito (NST).

De esta forma se tiene que el voltaje en los inductores es:

$$V_{L1} = \frac{T_0 \cdot V_{C1} + T_1 \cdot (V_{in} - V_{C2})}{T} = 0 \quad (2.7)$$

$$V_{L2} = \frac{T_0 \cdot V_{C2} + T_1 \cdot (V_{in} - V_{C1})}{T} = 0 \quad (2.8)$$

Igualando (2.7) y (2.8) y considerando  $D = \frac{T_0}{T}$ ,  $(1 - D) = \frac{T_1}{T}$ .

$$D \cdot V_{C1} + (1 - D) \cdot (V_{in} - V_{C2}) = D \cdot V_{C2} + (D - 1) \cdot (V_{in} - V_{C1})$$

$$V_{C1} = V_{C2} = V_C \quad (2.9)$$

Reemplazando (2.9) en (2.7) y despejando  $V_C$

$$V_C = \frac{1 - D}{1 - 2 \cdot D} \cdot V_{in} \quad (2.10)$$

De la ecuación (2.3) sabemos que el voltaje máximo en el enlace es  $\hat{v}_{PN} = V_{C1} + V_{C2} - V_{in}$ , reemplazando (2.10) se tiene.

$$\hat{v}_{PN} = V_{C1} + V_{C2} - V_{in} = 2 \cdot V_C - V_{in}$$

$$\hat{v}_{PN} = \frac{2 - 2 \cdot D}{1 - 2 \cdot D} \cdot V_{in} - V_{in}$$

$$\hat{v}_{PN} = \frac{1}{1 - 2 \cdot D} \cdot V_{in} = B \cdot V_{in} \quad (2.11)$$

Donde  $B$ : factor de elevación del inversor.

## 2.5. Modelo Dinámico

El comportamiento del inversor Z se puede analizar en sus 3 estados de operación: Estos estados son el estado activo ( $S_A$ ), de cortocircuito ( $S_B$ ) y el estado nulo ( $S_C$ ).

El inversor Z puede ser visto como un inversor normal (VSI) desde la salida de la red de impedancia, en la cual ya no se posee un voltaje dc, sino que es el voltaje de enlace  $v_{PN}$ , y la corriente de entrada  $i_{dc}$  que ahora es la corriente en el enlace  $i_{PN}$ .

A partir del modelo desarrollado en el Anexo A, se obtienen las ecuaciones que describen la parte inversora de la topología, de esta forma se pueden obtener las ecuaciones de la ligazón entre el inversor y este nuevo lado dc del inversor Z.

$$i_{PN}(t) = \mathbf{s}_i(t)^T \cdot \mathbf{T}_{ln}^T \cdot \mathbf{i}_o(t) \quad (2.12)$$

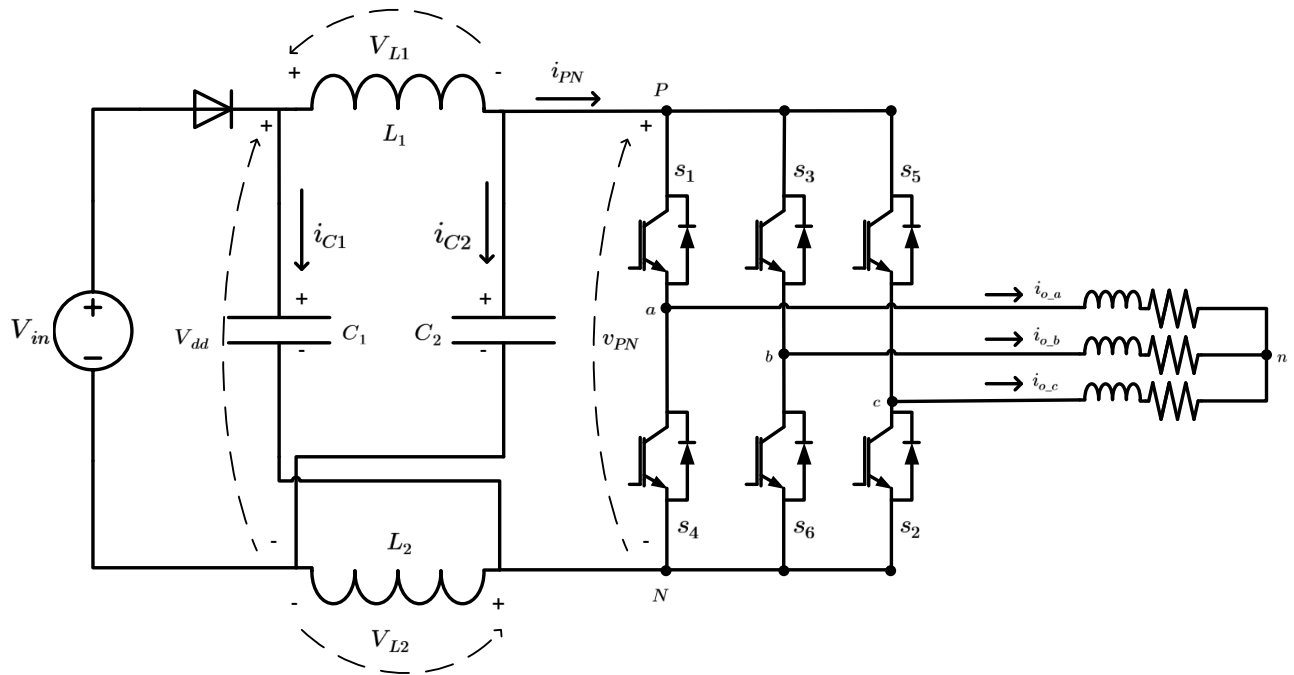
Donde,

$$\mathbf{s}_i = [s_1 \ s_3 \ s_5]^T$$

$$\mathbf{T}_{ln} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{i}_o = [i_{o_a} \ i_{o_b} \ i_{o_c}]^T$$





**Fig. 2.4 Esquema conexión de Inversor Z con carga trifásica.**

Haciendo uso de las ecuaciones de ligazón del inversor es posible determinar las ecuaciones de estado del inversor. Las ecuaciones de estados que describen la operación del ZSI son:

$$C_1 \frac{d}{dt} V_{C1}(t) = I_{L2}(t) - i_{PN}(t) \quad (2.13)$$

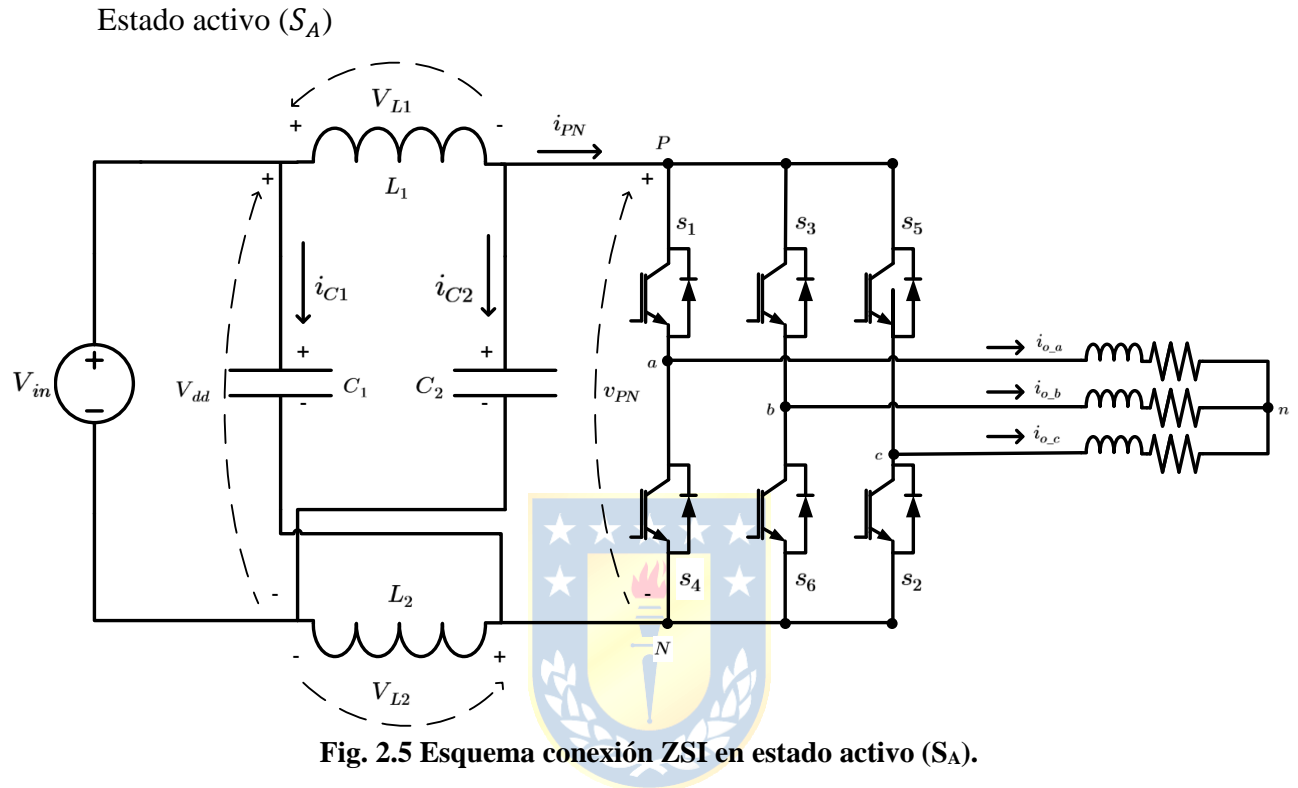
$$C_2 \frac{d}{dt} V_{C2}(t) = I_{L1}(t) - i_{PN}(t) \quad (2.14)$$

$$L_1 \frac{d}{dt} I_{L1}(t) = V_{dd}(t) - V_{C2}(t) \quad (2.15)$$

$$L_2 \frac{d}{dt} I_{L2}(t) = V_{dd}(t) - V_{C1}(t) \quad (2.16)$$

$$L_0 \frac{d}{dt} \mathbf{i}_o(t) = -R_o \cdot \mathbf{i}_o(t) + \mathbf{T}_{ln} \cdot \mathbf{s}_i(t) \cdot v_{PN}(t) \quad (2.17)$$

Dependiendo del estado en que se encuentre operando el inversor ( $S_A$ ,  $S_B$  o  $S_C$ ) las expresiones de  $V_{dd}(t)$ ,  $i_{PN}(t)$  y  $v_{PN}(t)$  se verán modificadas. Estas variables dependiendo de los 3 estados de operación posibles quedan expresadas de la siguiente forma:



$$V_{dd}(t) = V_{in}(t) \quad (2.18)$$

$$v_{PN}(t) = V_{C1}(t) + V_{C2}(t) - V_{in}(t) \quad (2.19)$$

$$i_{PN}(t) = \mathbf{s}_i(t)^T \cdot \mathbf{T}_{ln} \cdot \mathbf{i}_o(t) \quad (2.20)$$

Estado cortocircuito ( $S_B$ )

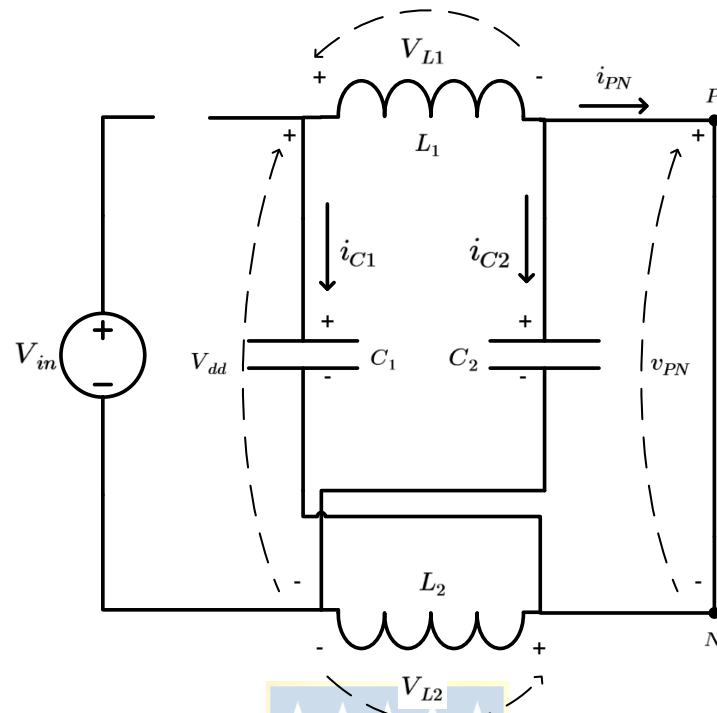


Fig. 2.6 Esquema conexión ZSI en estado de cortocircuito ( $S_B$ ).

$$V_{dd}(t) = V_{C1}(t) + V_{C2}(t) \quad (2.21)$$

$$v_{PN}(t) = 0 \quad (2.22)$$

$$i_{PN}(t) = I_{L1}(t) + I_{L2}(t) \quad (2.23)$$



Estado nulo ( $S_C$ )

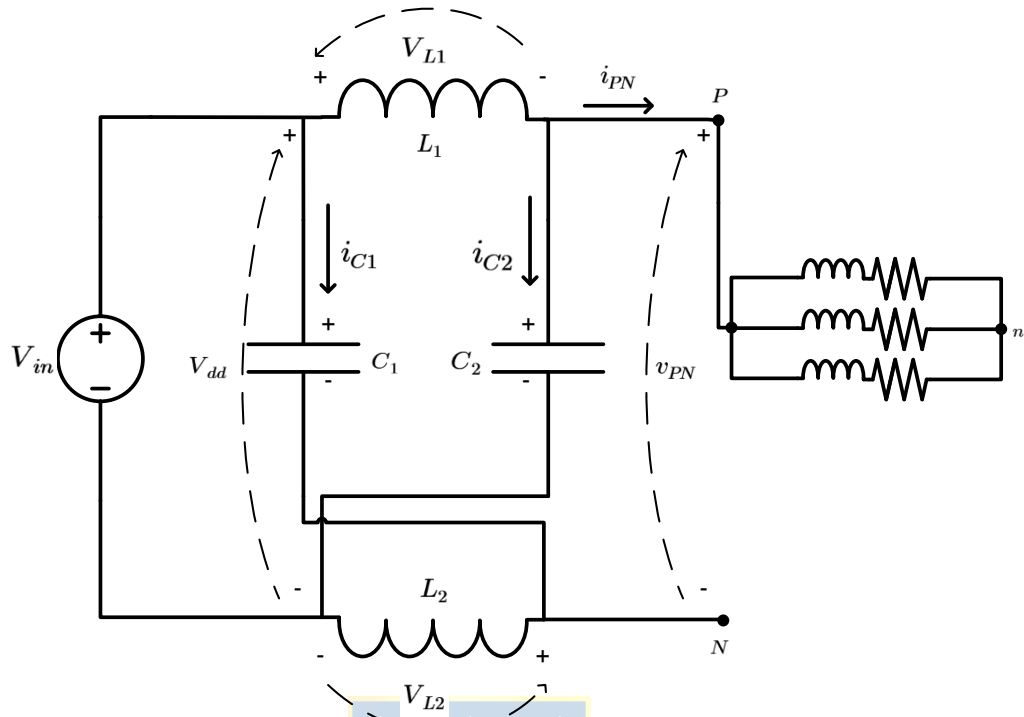


Fig. 2.7 Esquema conexión ZSI en estado nulo ( $S_C$ ).

$$V_{dd}(t) = V_{in}(t) \quad (2.24)$$

$$v_{PN}(t) = V_{C1}(t) + V_{C2}(t) - V_{in}(t) \quad (2.25)$$

$$i_{PN}(t) = 0 \quad (2.26)$$

Es posible ver que la única diferencia entre el estado  $S_A$  y  $S_C$  es el valor de  $i_{PN}$ . De esta forma es posible definir las ecuaciones de estado anteriormente descritas en función de los estados de operación  $S_B$  y  $(1 - S_B)$  donde la segunda corresponde al estado activo y cero.

Debido a que los voltajes de los condensadores son iguales y las corrientes de los inductores son iguales entre sí para los mismos valores de capacitancia e inductancia respectivamente, se tiene:

$$C_1 = C_2 = C \rightarrow V_{C1} = V_{C2} = V_C \quad (2.27)$$

$$L_1 = L_2 = L \rightarrow I_{L1} = I_{L2} = I_L \quad (2.28)$$

De esta forma de 7 ecuaciones, estas se reducen las siguientes 5:

$$C \frac{d}{dt} V_C(t) = I_L(t) \cdot (1 - 2 \cdot \mathbf{S}_B(t)) - \mathbf{s}_i(t)^T \cdot \mathbf{T}_{ln} \cdot \mathbf{i}_o(t) \quad (2.29)$$

$$L \frac{d}{dt} I_L(t) = (1 - \mathbf{S}_B(t)) \cdot V_{in}(t) - V_C(t) \cdot (1 - 2 \cdot \mathbf{S}_B(t)) \quad (2.30)$$

$$L_0 \frac{d}{dt} \mathbf{i}_o(t) = -R_0 \mathbf{i}_o(t) + \mathbf{T}_{ln} \cdot \mathbf{s}_i(t) \cdot (2 \cdot V_C(t) - V_{in}(t)) \cdot (1 - \mathbf{S}_B(t)) \quad (2.31)$$

## 2.6. Modelo Linealizado.

A partir del modelo dinámico mostrado en 2.5 es posible obtener un modelo promedio, reemplazando el vector de las señales de conmutación  $\mathbf{s}_i(t)$  por un vector compuesto por las señales moduladoras  $\mathbf{m}_i(t)$ .

$$\mathbf{m}_i(t) = \frac{1}{2} \cdot [m_a(t) \ m_b(t) \ m_c(t)]^T \quad (2.32)$$

Además se debe reemplazar la señal del estado de cortocircuito  $\mathbf{S}_B(t)$  por su valor medio  $D$ , que representa el ciclo de trabajo en el estado de cortocircuito. Este se puede calcular de acuerdo a la técnica de modulación usada (explicado en el Capítulo 3).

Debido a que el modelo es no lineal, es posible realizar una linealización en torno a un punto de operación. Para poder realizarlo es necesario que las variables de estado se hagan cero en estado estacionario, por lo que se pasa el modelo ya obtenido desde los ejes abc a los ejes dq0.

Sea vector  $\mathbf{x}$  de un sistema trifásico en ejes abc, se puede transformar a ejes dq0 de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}^{dq0} = \mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \mathbf{x}^{abc} \quad (2.33)$$

La derivada de un vector en sus ejes abc puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}^{abc} = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \left( \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}^{dq0} + \frac{d}{dt} \mathbf{x}^{dq0} \right) \quad (2.34)$$

Donde,

$\mathbf{x}^{abc}$  :Variable en ejes abc.

$\mathbf{x}^{dq0}$  :Variables en ejes dq0.

$\mathbf{T}_{abc\_dq0}$  :Matriz de transformación desde abc a dq0.

$\mathbf{T}_{dq0\_abc}$  :Matriz de transformación desde dq0 a ejes abc.

$\mathbf{W}$  :Matriz producto  $\mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0\_abc} \right)$

$$\mathbf{T}_{abc\_dq0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \sin(\omega t) & \sin(\omega t - 120^\circ) & \sin(\omega t - 240^\circ) \\ \cos(\omega t) & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t - 240^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_s & 0 \\ \omega_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$\left( \mathbf{T}_{abc\_dq0} \right)^{-1} = \left( \mathbf{T}_{abc\_dq0} \right)^T = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \quad (2.37)$$

La deducción de cada una de las matrices y ecuaciones de transformación mostradas desde la ecuación 2.33 a 2.37 se detallan en el Anexo E.

El modelo posee una ecuación matricial (2.31), donde  $\mathbf{i}_o(t)$  es el vector compuesto por las corrientes en la carga trifásica, en sus ejes abc. Además, al usar el modelo promedio las funciones de conmutación  $\mathbf{s}_i(t)$ , fueron convertidas en un vector compuesto por las señales moduladoras  $\mathbf{m}_i(t)$ , también en ejes abc.

De esta forma es posible aplicar la transformación a ejes dq0 de estos dos vectores, haciendo uso de la ecuación 2.33 y obteniendo.

$$\mathbf{i}^{dq0}(t) = \mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \mathbf{i}_o(t) = \begin{bmatrix} i_{od} & i_{oq} & i_{oo} \end{bmatrix}^T \quad (2.38)$$

$$\mathbf{m}^{dq0}(t) = \mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \mathbf{m}_i(t) = \begin{bmatrix} m_d & m_q & m_0 \end{bmatrix}^T \quad (2.39)$$

Haciendo uso de la ecuación 2.34 es posible escribir la ecuación de estado del vector  $\mathbf{i}_o(t)$  (ecuación 2.31) en sus ejes dq0 de la siguiente manera.

$$\mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot L_0 \left( \mathbf{W} \cdot \mathbf{i}^{dq0} + \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{dq0} \right) = -R_0 \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \mathbf{i}^{dq0} + \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \mathbf{m}^{dq0} \cdot (2 \cdot V_c(t) - V_{in}(t))$$

$$\mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot L_0 \left( \mathbf{W} \cdot \mathbf{i}^{dq0} + \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{dq0} \right) = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \left( -R_0 \cdot \mathbf{i}^{dq0} + \mathbf{m}^{dq0} \cdot (2 \cdot V_c(t) - V_{in}(t)) \right)$$

$$L_0 \left( \mathbf{W} \cdot \mathbf{i}^{dq0} + \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{dq0} \right) = -R_0 \cdot \mathbf{i}^{dq0} + \mathbf{m}^{dq0} \cdot (2 \cdot V_c(t) - V_{in}(t)) \quad (2.40)$$

Sin considerar la componente cero, es decir sin considerar la tercera fila y columna de las matrices de transformación se tiene:

$$L_0 \left( \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{dq} \right) = -L_0 \mathbf{W} \cdot \mathbf{i}^{dq} - R_0 \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{m}^{dq} \cdot (2 \cdot V_c(t) - V_{in}(t)) \quad (2.41)$$

$$L_0 \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} = -L_0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} - R_0 \cdot \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_d \\ m_q \end{pmatrix} \cdot (2 \cdot V_c(t) - V_{in}(t))$$

Finalmente el sistema de ecuaciones dinámicas del inversor Z, en sus ejes dq, queda expresado de la siguiente manera.

$$L \frac{d}{dt} I_L = (1 - D) \cdot V_{in} - V_C \cdot (1 - 2 \cdot D) \quad (2.31)$$

$$C \frac{d}{dt} V_C = I_L \cdot (1 - 2 \cdot D) - (m_q \cdot i_{oq} + m_d \cdot i_{od}) \quad (2.32)$$

$$L_0 \frac{d}{dt} i_{od} = L_0 \cdot \omega_s \cdot i_{oq} - R_0 i_{od} + m_d \cdot (2 \cdot V_C - V_{in}) \quad (2.33)$$

$$L_0 \frac{d}{dt} i_{oq} = -L_0 \cdot \omega_s \cdot i_{od} - R_0 i_{oq} + m_q \cdot (2 \cdot V_C - V_{in}) \quad (2.34)$$

Es necesario poder escribir el modelo en su forma matricial  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Ep}$

Donde:

$\mathbf{x} = (I_L \quad V_C \quad i_{od} \quad i_{oq})^T$  : Vector de las variables de estado.

$\mathbf{u} = D$  : Variable de entrada.

$\mathbf{p} = V_{in}$  : Perturbación.

Al intentar escribir el sistema de ecuaciones en su forma matricial, podemos notar que el sistema es no lineal, ya que en este caso no existe una superposición entre las variables de estado y la entrada. Se puede ver que la matriz  $\mathbf{A}$  no es de coeficientes constantes, ya que se encuentra ( $D$ ) que corresponde a la entrada al sistema.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1-2D}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1-2D}{C} & 0 & -\frac{m_d}{C} & -\frac{m_q}{C} \\ 0 & \frac{2m_d}{L_o} & -\frac{R_o}{L_o} & \omega_s \\ 0 & \frac{2m_d}{L_o} & -\omega_s & -\frac{R_o}{L_o} \end{pmatrix}$$

El sistema es no lineal, es decir del tipo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$$

Una representación lineal en torno a un punto de operación dado por:  $\mathbf{u}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{p}_0, \mathbf{y}_0$  es:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{E} \Delta \mathbf{p}, \quad \Delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F} \Delta \mathbf{p}$$

Donde,

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_0}}, \quad \mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_0}}, \quad \mathbf{C} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_0}}, \quad \mathbf{D} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_0}}$$

$$\mathbf{E} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_0}}, \quad \mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_0}}$$

Donde  $\Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{u}, \Delta \mathbf{p}$  y  $\Delta \mathbf{y}$  son variaciones de  $\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}$  e  $\mathbf{y}$ , respectivamente, en torno a un punto de operación. Al aplicar las derivadas parciales se obtienen las siguientes matrices de coeficientes constantes, donde:  $d, v_c, v_{in}, i_l, M_d$  y  $M_q$  son valores del punto de operación.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1-2d}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1-2d}{C} & 0 & -\frac{M_d}{C} & -\frac{M_q}{C} \\ 0 & \frac{2M_d}{L_o} & -\frac{R_o}{L_o} & \omega_s \\ 0 & \frac{2M_d}{L_o} & -\omega_s & -\frac{R_o}{L_o} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{2v_c - v_{in}}{L} \\ -\frac{2i_l}{C} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \frac{1-d}{L} \\ 0 \\ -\frac{M_d}{L_o} \\ -\frac{M_q}{L_o} \end{pmatrix}$$

A partir de este modelo linealizado es posible obtener las funciones de transferencia  $G_{vd}(s)$  y  $G_{id}(s)$  que relacionan el voltaje del condensador ( $V_C$ ) y la corriente en el inductor ( $I_L$ ) con la entrada  $D$  respectivamente.

$$G_{vd}(s) = \mathbf{C}_1 \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad (2.35)$$

$$G_{id}(s) = \mathbf{C}_2 \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad (2.36)$$

Donde  $\mathbf{C}_1 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)$ ,  $\mathbf{C}_2 = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$

En la literatura se puede encontrar aplicaciones para el ZSI tanto en su operación monofásica como trifásica, dentro de las cuales destaca el uso de este convertidor en sistemas fotovoltaicos [2] o en FCV's (Fuel Cell Vehicules)[14]. Los rangos de potencias usados para sistemas fotovoltaicos de baja o media escala varían de acuerdo a la potencia que es capaz de entregar los arreglos de paneles. Para el caso de vehículos eléctricos las potencias varían de acuerdo a las necesidades del motor y el voltaje entregado por la celda de combustible. En la tabla 2.3 se observan los rangos de potencias en los cuales comúnmente opera el ZSI, de acuerdo al voltaje entregado por lo arreglos de paneles ( $V_{PV}$ ) para el caso sistemas fotovoltaicos, y el rango de potencias en que trabaja para el caso de autos eléctricos.

**TABLA 2.3 Rangos de Potencias usadas de un ZSI.**

Aplicación	$V_{in}$	$P$
Sistemas Fotovoltaicos (baja escala)	335-800[V]	3.3-8[kW]
Sistemas Fotovoltaicos (media escala)	350-850[V]	10-20[[kW]
Autos Eléctricos	250-340[V]	10-40[kW]

En este trabajo se realizarán simulaciones una baja potencia solo con fines de validar resultados experimentales y de esta forma poder analizar y estudiar el comportamiento del ZSI y contrastar dos métodos de modulación.

Se eligió una condición de operación del inversor para entregar una potencia de salida  $P_o = 20[W]$  a una carga trifásica con un factor de potencia  $fp = 0.8$ . El voltaje de entrada al convertidor es  $V_{in} = 20[V]$ , y para obtener una fundamental de voltaje peak de línea de  $\hat{v}_{ab} = 25[V]$ .

La fundamental de voltaje de línea de un convertidor Z tiene la siguiente expresión:

$$\hat{v}_{ab} = M \cdot \frac{1}{1 - 2 \cdot D} \cdot \frac{V_{in}}{2} \cdot \sqrt{3} \quad (2.37)$$

Al usar la modulación de boost simple, se utilizó una señal  $V_p = M$ , para generar los estados de cortocircuito. Como se explica en el capítulo 4, entonces  $D = 1 - M$ .

Al despejar  $M$  en la ecuación 2.37, y lograr la condición de operación se obtiene un índice de modulación  $M = 0.765$  y por consiguiente un ciclo de trabajo  $D = 0.235$ .

A partir de las ecuaciones del modelo estático (ver ecuación 2.7) sabemos que el voltaje del condensador se expresa como:

$$V_c = \frac{1 - D}{1 - 2 \cdot D} \cdot V_{in} = 28.867[V] \quad (2.38)$$

En la carga trifásica se utiliza una resistencia  $R_o = 10[\Omega]$  y un inductor  $L_o = 23.8[mH]$ , para tener un  $fp = \cos(\phi) = 0.8$ . (Ver deducción en capítulo 4 desde la ecuación 4.13).

Al utilizar esta carga se obtiene una corriente de fase peak:

$$I_a = \frac{\hat{v}_a}{\sqrt{R_o^2 + \omega^2 \cdot L_o^2}} = 1.1547 [A] \quad (2.39)$$

A partir de las relaciones la corriente de salida en ejes dq tenemos que:

$$I_a = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i_{o_d}^2 + i_{o_q}^2} \quad (2.40)$$

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{i_{o_q}}{i_{o_d}}\right) \quad (2.41)$$

Resolviendo este sistema se puede obtener que el punto de operación de las corrientes en sus ejes dq son:

$$i_d = 1.132 \quad e \quad i_q = -0.8$$

De forma análoga para el índice de modulación usado se tiene

$$M = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{M_d^2 + M_q^2} \quad (2.42)$$

Como no existe un desfase en la moduladora entonces se tiene  $M_q = 0$  y  $M_d = 0.468$

Tanto las especificaciones de operación, como los puntos obtenidos se detallan y deducen en el capítulo 4. Además los valores se encuentran en la Tabla 4.1 y Tabla 4.2 respectivamente.



$$\mathbf{u}_o = d = 0.235$$

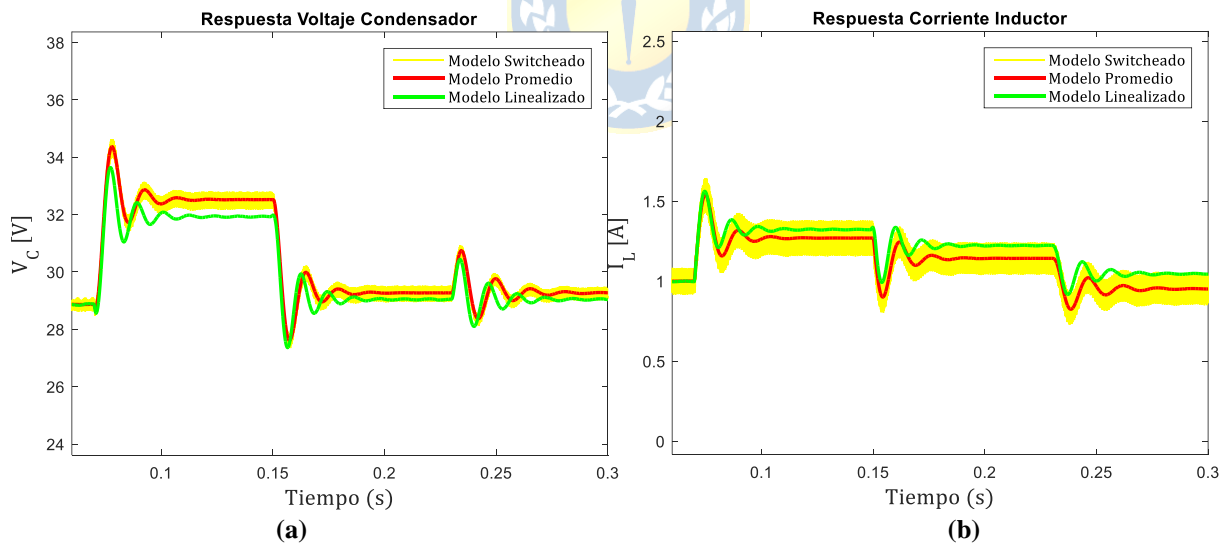
$$\mathbf{x}_o = \begin{pmatrix} i_l = 1 \\ v_c = 28.867 \\ i_d = 1.132 \\ i_q = -0.8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_o = v_{in} = 20$$

Reemplazando los parámetros y los puntos de operación en las matrices se obtuvieron las siguientes funciones de transferencia  $G_{vd}(s)$  y  $G_{id}(s)$ .

$$G_{vd}(s) = \frac{-14286(s - 1770)(s^2 + 837.9s + 2.742 \cdot 10^5)}{(s^2 + 711.4s + 2.128 \cdot 10^5)(s^2 + 126.5s + 4.576 \cdot 10^5)} \quad (2.43)$$

$$G_{vd}(s) = \frac{6678.8(s + 320.1)(s^2 + 718.4s + 3.434 \cdot 10^5)}{(s^2 + 711.4s + 2.128 \cdot 10^5)(s^2 + 126.5s + 4.576 \cdot 10^5)} \quad (2.44)$$



**Fig. 2.8** Respuesta ante cambios en la entrada ( $D$ ), perturbación  $V_{in}$ , y carga  $R_L$ .

(a) Voltaje del Condensador; (b) Corriente del Inductor.

En la Fig 2.8 se grafican las respuestas del voltaje del condensador y corriente en el inductor para comprobar el modelo switchheado, promedio y el linealizado en torno al punto de operación.

En  $t = 0.07[s]$ , se aplica un cambio escalón en la entrada desde  $D = 0.235$  hasta  $D = 0.278$  de esta forma el voltaje en el condensador pasa desde  $V_C = 28.86[V]$  a  $32.52[V]$ . Por su parte la corriente cambia de  $I_L = 1[A]$  a  $1.269[A]$ .

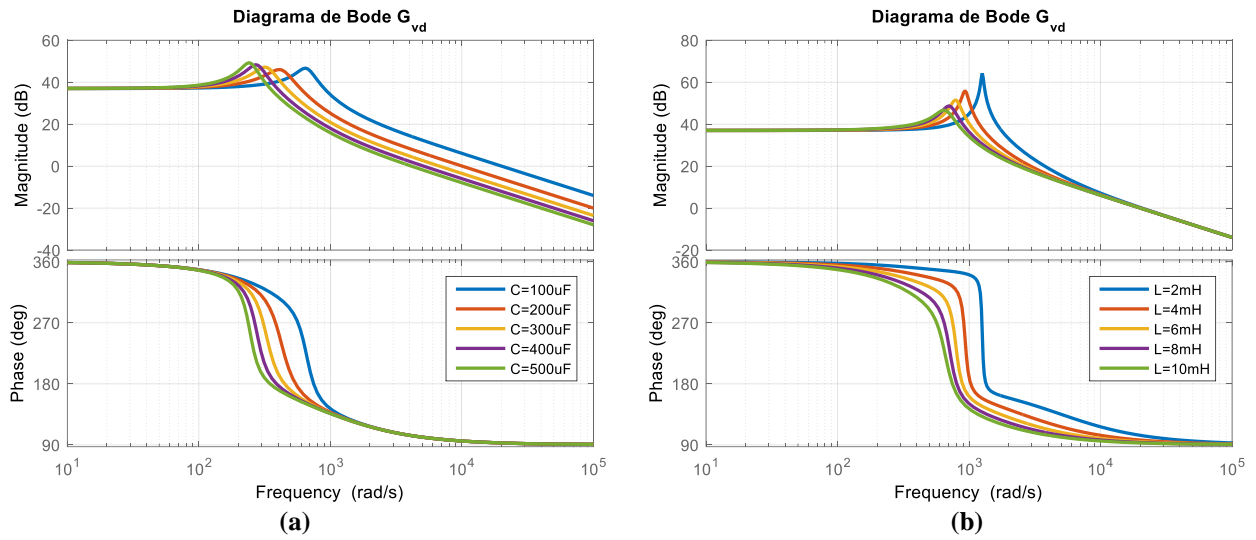
En  $t = 0.15[s]$ , se aplica una caída de  $2[V]$  en el voltaje de entrada  $V_{in}$ , de esta forma  $V_C$  cae a  $29.27[V]$  y la corriente  $I_L = 1.14[A]$ .

Finalmente se hace un impacto de carga, desde  $R_o = 10[\Omega]$  a  $15[\Omega]$ , y la corriente cae a  $I_L = 0.952[A]$ . Estos valores concuerdan con lo que se esperaba de acuerdo a las ecuaciones en estado estacionario del ZSI.

## 2.7. Análisis de Estabilidad.

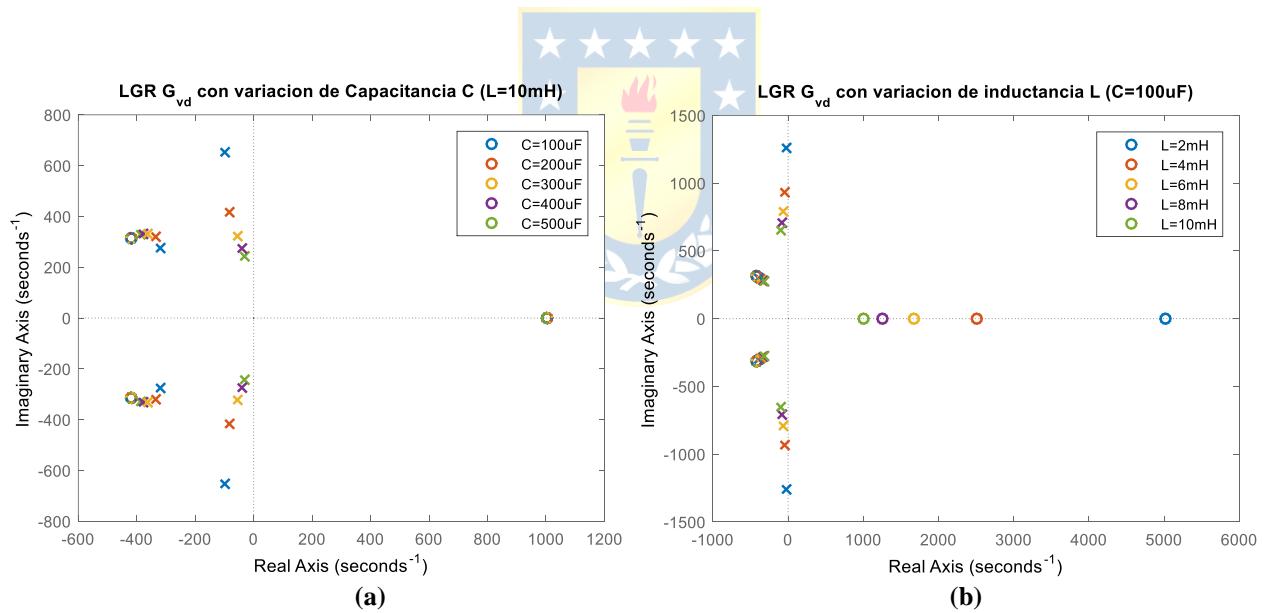
Uno de los métodos para optimizar el diseño de los parámetros de la red de impedancia del inversor  $Z$ , es realizar un análisis en el dominio de la frecuencia. Para el diseño de un control en lazo cerrado del inversor  $Z$ , es muy importante analizar el comportamiento de la función de transferencia  $G_{vd}$ , que relaciona el voltaje del condensador con la entrada  $D$  (ciclo de trabajo en estado de cortocircuito). Los parámetros del inductor y condensador determinan la ubicación de los polos y ceros de la función de transferencia, es por esto, que es necesario analizar cómo se ven modificados a distintos valores. Este análisis nos entrega información con respecto a la estabilidad del sistema y su respuesta dinámica.

Utilizando el modelo linealizado obtenido en 2.6, es posible realizar un análisis de estabilidad, verificando como se modifica la ubicación de polos y ceros a medida que se realizan variaciones en los parámetros de la red de impedancia  $Z$ . Los polos y ceros de la función de transferencia  $G_{vd}$  se verán modificados al usar distintos valores de capacitancias e inductancias en el inversor  $Z$ . Primero se aplicó una variación a la capacitancia usada (entre  $100 - 500 [\mu F]$ ), utilizando un inductancia fija de  $10 [mH]$ . Se grafican los diagramas de bode, y el mapeo de polos y ceros en las Fig.2.9(a) y Fig.2.10(a) respectivamente. Para analizar el efecto de la variación del inductor se usan valores entre  $2 - 10[mH]$ , usando un condensador  $C = 100[\mu F]$ . Este efecto se muestra en las figuras 2.9 (b) y 2.10 (b). Además es posible analizar que influencia tiene la variación de estos parámetros en la respuesta de las variables de estado.



**Fig. 2.9 Diagrama de Bode  $G_{vd}$ .**

(a) Variación condensador; (b) Variación Inductor.

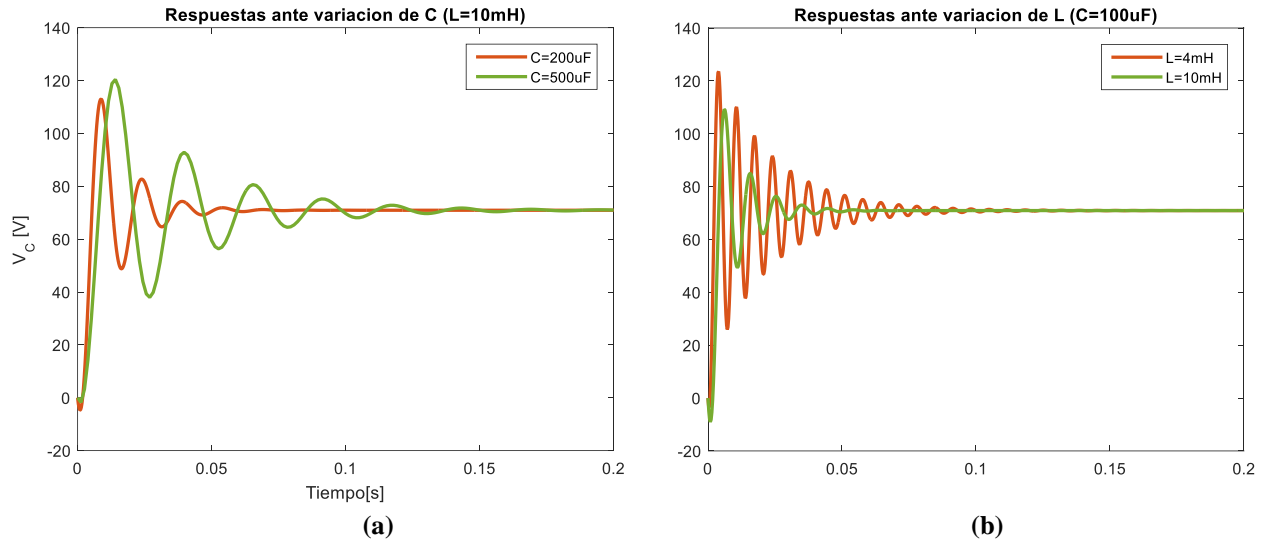


**Fig. 2.10 LGR  $G_{vd}$ .**

(a) Variación condensador; (b) Variación Inductor.

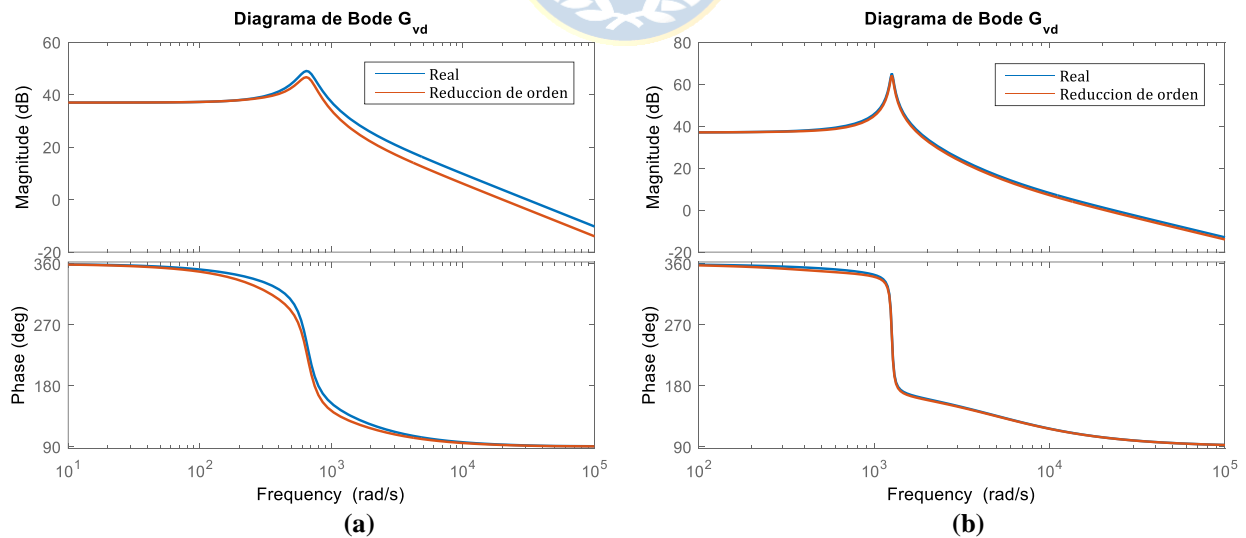
Este análisis es útil no solo para ver la estabilidad del sistema al momento de aplicar un control en lazo cerrado, sino, es útil para ver el comportamiento transiente de las respuestas ante un cambio en la entrada (amortiguamiento, tiempo de asentamiento, sobrepaso).

En la Fig. 2.11 se compara la respuesta ante entrada escalón con variación del capacitor (a), y en (b) al variar el inductor.



**Fig. 2.11 Respuesta ante entrada escalón.**

(a) Variación condensador; (b) Variación Inductor.



**Fig. 2.12 Diagrama de Bode  $G_{vd}$  reducción de orden.**

(a)  $C = 100[\mu\text{F}]$ ,  $L = 10[\text{mH}]$ ; (b)  $C = 100[\mu\text{F}]$ ,  $L = 2[\text{mH}]$

## 2.8. Discusión y Conclusiones

El contar con un modelo que represente fielmente la operación del convertidor  $Z$ , puede resultar muy útil para su posterior análisis. En el caso del modelo linealizado, se puede observar que es representativo en valores cercanos al punto de operación, ya que como se muestra en el Fig. 2.8 al aplicar cambios en la entrada  $D$  se observan pequeñas diferencias entre los valores mostrados del modelo linealizado con respecto al modelo promedio. Esto se debe a que al ser un sistema no lineal existen distintas ganancias al variar el ciclo de trabajo  $D$ . En los capítulos siguientes se utilizarán estos modelos para realizar un análisis dinámico, que servirá para la elección de los componentes de la red de impedancia y el diseño de la estrategia de control. Además el modelo en los ejes  $dq$  nos permitirá poder obtener las regiones de operación en las cuales puede funcionar el convertidor, y establecer criterios y limitaciones en las variables de control.

A partir de los diagramas de bode de la Fig.2.9 se puede observar que el convertidor posee un comportamiento de segundo orden, lo cual nos permite realizar una reducción de orden. En la figura Fig.2.10 se puede ver que hay dos polos conjugados muy cercanos al cero conjugado. Por lo que ellos pueden ser cancelados, y la dinámica puede ser descrita por los otros dos polos dominantes (dinámica más lenta). En la Fig.2.12 se muestra la comparación al realizar la reducción de orden cancelando los polos y ceros más cercano entre sí.

Al analizar lo obtenido en la Fig. 2.11(a) se puede observar que al aumentar el valor del condensador se obtiene una respuesta más lenta, con un mayor sobrepaso y tiempo de asentamiento. Los polos complejos conjugados dominantes se desplazan verticalmente hacia el eje real a medida que se incrementa el capacitor (Fig. 2.10(a)). También se puede observar un desplazamiento menor hacia el eje imaginario, lo que explica una respuesta más lenta. Por su parte el cero en el semiplano derecho no sufre cambios.

A medida que se varía el inductor es posible apreciar un desplazamiento vertical de los polos hacia el eje real, lo que se traduce en menos oscilaciones en la respuesta del condensador. En este caso, la variación del inductor si afecta en la ubicación del cero en el semiplano derecho, y se puede ver que este se desplaza hacia el origen a medida que aumenta el inductor.

Resulta muy útil tener este análisis en consideración, al momento de diseñar la red de impedancia, ya que dependiendo de las condiciones o limitaciones de operación de la carga conectada, se puede tener una mejor respuesta para las condiciones requeridas.

## Capítulo 3. Técnicas de Modulación

---

### 3.1. Introducción

Algunos de los requisitos que se plantean para un convertidor de potencias medias son que tengan un bajo costo, alta eficiencia y una amplia capacidad de regulación de voltaje. Este último punto es fundamental cuando se tiene como fuente continua en la entrada celdas fotovoltaicas que entregan bajos voltajes o caídas de tensión durante amplios rangos de funcionamiento.

La elevación del voltaje en un ZSI, depende del tiempo de operación en el estado de cortocircuito. Dependiendo de la estrategia de control en lazo abierto usada, se pueden obtener diferentes factores de elevación. Cada una de estas técnicas presenta ventajas y desventajas, ya sea por su capacidad de elevación de voltaje, estrés de voltaje en los semiconductores, dificultad de implementación para un posterior control en lazo cerrado, etc.

A continuación se explican y comparan dos técnicas de modulación usadas en el inversor Z, las cuales son el Método de Boost Simple y de Máximo Boost.

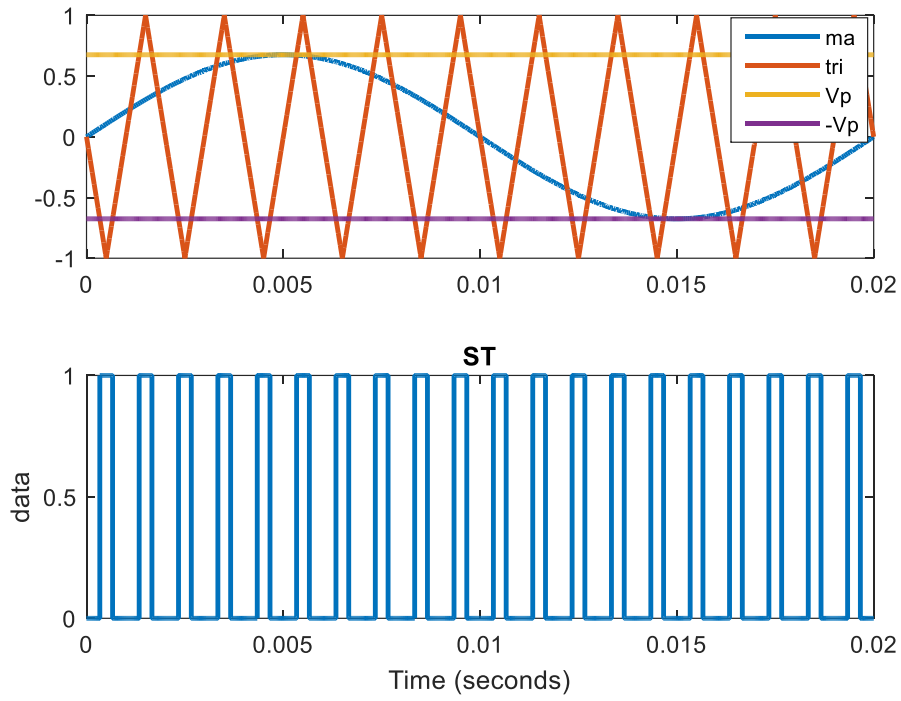
### 3.2. Método de Boost Simple



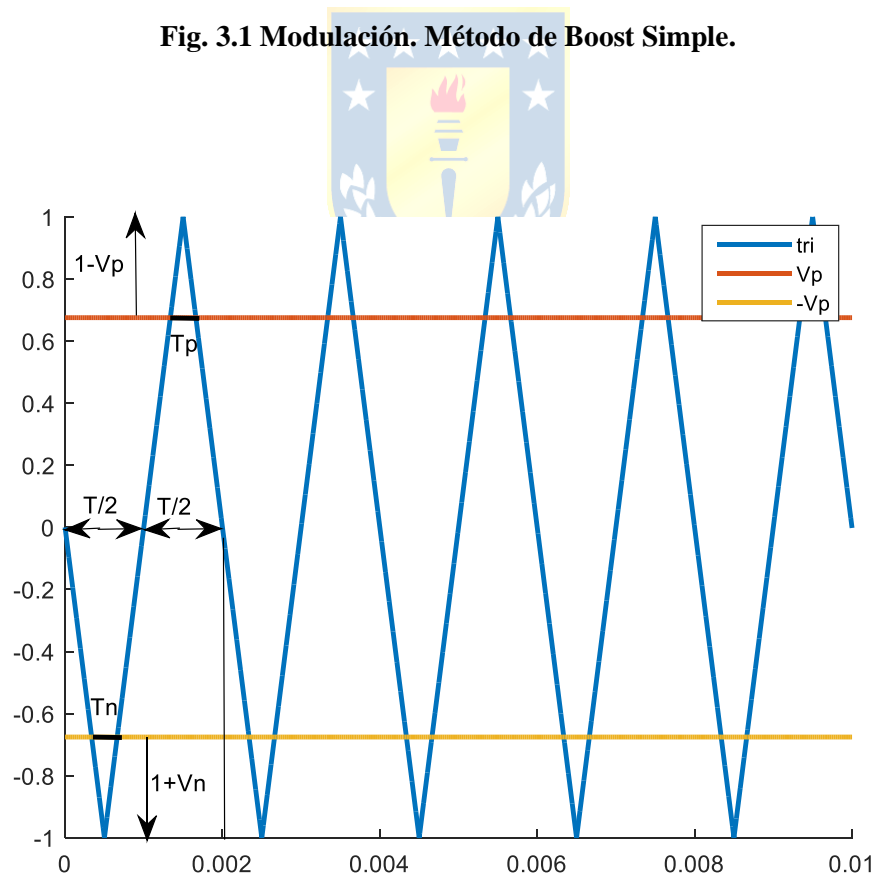
Para poder generar los estados de cortocircuito en el inversor tipo Z, una de las técnicas utilizadas es la llamada método de boost simple. Este método consiste en comparar la señal portadora con una señal constante  $V_p$  y  $-V_p$ , la cual puede tener un valor menor a 1 y mayor que el índice de modulación  $M$ . Es decir se cumple que:

$$1 \geq V_p \geq M \quad (3.1)$$

De esta forma los switches conducirán cada vez que la señal portadora (triangular) sea mayor que  $V_p$  o menor que  $-V_p$ . En la Fig. 3.1 se muestra un ejemplo en el cual se utiliza la señal  $V_p = M$ .



**Fig. 3.1 Modulación. Método de Boost Simple.**



**Fig. 3.2 Señal portadora (triangular) y Señal constante (Vp).**

A partir de la Fig. 3.2 es posible establecer relaciones geométricas para determinar el ciclo de trabajo  $D$ , cuando el inversor  $Z$  se encuentra en estado de cortocircuito.

De la relación entre las bases y alturas de los triángulos formados por la intersección de la señal portadora y  $V_p$  se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{T/2} = \frac{1 - V_p}{T_p} = \frac{1 + V_n}{T_n} \quad (3.2)$$

Como podemos ver en un ciclo de la señal portadora se generan dos comparaciones. El ciclo de trabajo en estado de cortocircuito  $D$  se puede dividir en dos, es decir  $D = D_p + D_n$ , donde  $D_p$  representa la comparación de la portadora con la señal positiva  $V_p$ , y  $D_n$  la comparación con la señal negativa  $V_n = -V_p$ . Ordenando la ecuación (4.2) se tiene:

$$D = D_p + D_n = \frac{T_p}{T} + \frac{T_n}{T} = \frac{1 - V_p}{2} + \frac{1 + V_n}{2} \quad (3.3)$$

De esta forma se tiene que el ciclo de trabajo en estado de cortocircuito para el método de boost simple es:

$$D = \frac{2 - 2V_p}{2} = 1 - V_p \quad (3.4)$$

Entonces de la ecuación (3.1) se tiene que:

$$0 \leq D \leq 1 - M \quad (3.5)$$

A partir de la ecuación (2.11) sabemos que el factor de boost tiene la siguiente expresión:

$$B = \frac{1}{1 - 2 \cdot D} \quad (3.6)$$



De esta forma la fundamental de voltaje peak de línea es:

$$\hat{v}_{ab} = G \cdot \frac{V_{in}}{2} \cdot \sqrt{3}$$

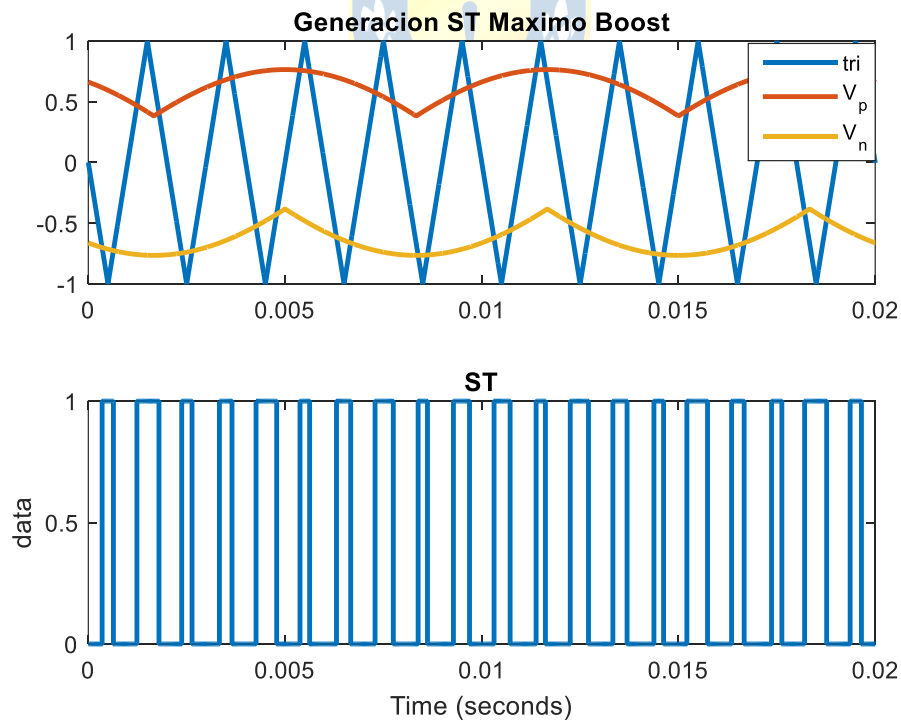
$$\hat{v}_{ab} = M \cdot \frac{1}{1 - 2 \cdot D} \cdot \frac{V_{in}}{2} \cdot \sqrt{3} \quad (3.7)$$

Donde  $G$ : ganancia del inversor.

### 3.3. Método de Boost Máximo.

Para este método se pretende aumentar el factor de elevación para un índice de modulación  $M$  dado. Esto se logra utilizando una nueva señal comparadora  $V_p$  la cual es el máximo valor de las señales moduladoras (o mínimo en caso de la señal  $V_n$ ).

La nueva señal de comparación se muestra en la Fig. 4.3



**Fig. 3.3 Modulación. Método Boost Máximo.**

Que la señal tenga la forma de la envolvente de las moduladoras, permite que todos los estados ceros, se conviertan en estados de cortocircuito, por lo que se pretende obtener una misma ganancia, maximizando el índice de modulación usado. Esto nos permite que el factor de boost disminuya y se obtenga un menor estrés de voltaje en los semiconductores.

Al igual que el método de boost simple, el ciclo de trabajado en estado de cortocircuito se expresa como:

$$D = D_p + D_n = \frac{T_p}{T} + \frac{T_n}{T} = \frac{1 - V_p}{2} + \frac{1 + V_n}{2} \quad (3.8)$$

Solo que ahora la señal  $V_p$  y  $V_n$  no es constante, sino que es una función:

$$V_p = M \cdot \sin(\theta)$$

$$V_n = -M \cdot \sin\left(\theta - 2 \cdot \frac{\pi}{3}\right) \quad (3.9)$$

De esta forma reemplazando la ecuación (3.9) en (3.8) se obtiene:

$$D = \frac{2 - M \cdot \sin(\theta) - M \cdot \sin\left(\theta - 2 \cdot \frac{\pi}{3}\right)}{2} \quad (3.10)$$

El estado de cortocircuito se repite periódicamente cada  $(\pi/3)$  [8]. Asumiendo que la frecuencia de conmutación es mucho mayor a la de las moduladoras, entonces el ciclo de trabajo promedio en el intervalo  $(\pi/6, \pi/2)$  puede ser expresado como:

$$\bar{D} = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 - (M \cdot \sin(\theta) - M \cdot \sin\left(\theta - 2 \cdot \frac{\pi}{3}\right))}{2} d\theta \quad (3.11)$$

$$\bar{D} = \frac{2 \cdot \pi - 3 \cdot \sqrt{3} \cdot M}{2 \cdot \pi} \quad (3.12)$$

Reemplazando este valor en la ecuación (3.6), el factor de elevación  $B$  queda expresado:

$$B = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot M - \pi} \quad (3.13)$$

### 3.4. Simulación y Comparación.

Se verificó el funcionamiento del inversor Z mediante la simulación del circuito. Los cálculos de diseño de la red de impedancia se detallan en el Anexo B de acuerdo a las siguientes especificaciones de operación. Los valores se muestran en por unidad con respecto a un voltaje en la entrada  $V_{in} = 20[V]$ , una potencia de salida  $P_o = 20[W]$ , y una corriente de entrada  $I_L = \frac{P_o}{V_{in}}$  y con respecto a una frecuencia fundamental  $f_s = 50[Hz]$ .

**TABLA 3.1 Especificaciones de Operación.**

Parámetros	Valor
Voltaje Continuo de entrada	$V_{in} = 1[pu]$
Potencia de salida	$P_o = 1[pu]$
Fundamental Voltaje peak línea salida	$\hat{v}_{ab} = 1.25[pu]$
Factor de potencia	$fp = 0.8[pu]$
Ripple de voltaje condensador	$\delta_c = 0.03$
Ripple de corriente inductor	$\delta_L = 0.6$
Frecuencia de conmutación	$f_{tri} = 40[pu]$

Para poder comparar las técnicas de modulación, se simuló ocupando ambas técnicas de modulación para obtener las mismas especificaciones de operación mostradas en la Tabla 3.1. Usando las ecuaciones del inversor y las relaciones obtenidas en cada uno de los métodos, se calculan los valores teóricos esperados y se muestran en la Tabla 3.2.

**TABLA 3.2 Valores calculados usando control de Boost Simple y Máximo Boost.**

Nombre	Boost Simple	Máximo Boost
Índice de modulación	$M = 0.765$	$M = 1.04$
Ciclo de trabajo	$D = 0.235$	$D = 0.139$
Factor de Boost	$B = 1.88$	$B = 1.387$
Ganancia inversor	$G = 1.44$	$G = 1.44$
Voltaje peak de enlace DC	$\hat{v}_{PN} = 1.886[pu]$	$\hat{v}_{PN} = 1.387[pu]$
Voltaje en condensador	$V_C = 1.443[pu]$	$V_C = 1.1935[pu]$
Inductor inversor	$L = 5.65[mH]$	$L = 5.65[mH]$
Capacitor inversor	$C = 140[\mu F]$	$C = 140[\mu F]$

Para poder cumplir con las especificaciones de operación, y así tener un factor de potencia  $fp = 0.8$  y una potencia  $P_o = 20[W]$  se calcula la carga RL de la siguiente manera.

Se quiere obtener un voltaje de línea  $\hat{v}_{ab} = 25[V]$  por lo que el voltaje peak de fase (fundamental) será:  $\hat{v}_a = \frac{\hat{v}_{ab}}{\sqrt{3}} = 14.43[V]$

$$\tan(\phi) = \frac{\omega \cdot L_o}{R_o} \Rightarrow L_o = 0.00238 \cdot R_o \quad (3.13)$$

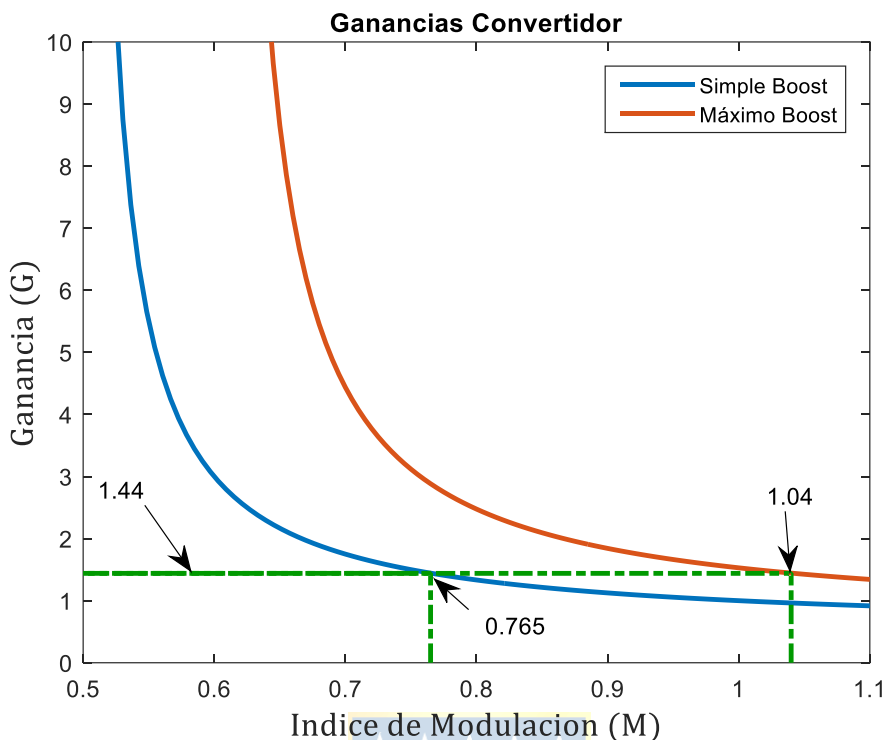
$$P_o = \frac{3 \cdot \left(\frac{\hat{v}_a}{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{R_o^2 + \omega^2 \cdot L_o^2}} \Rightarrow R_o = 10[\Omega] \quad (3.14)$$

Reemplazando (4.7) en (4.6)

$$L_o = 23.8[mH]$$

Así la corriente peak de fase a la salida es:

$$I_a = \frac{\hat{v}_a}{\sqrt{R_o^2 + \omega^2 \cdot L_o^2}} = 1.1547 [A] \quad (3.15)$$



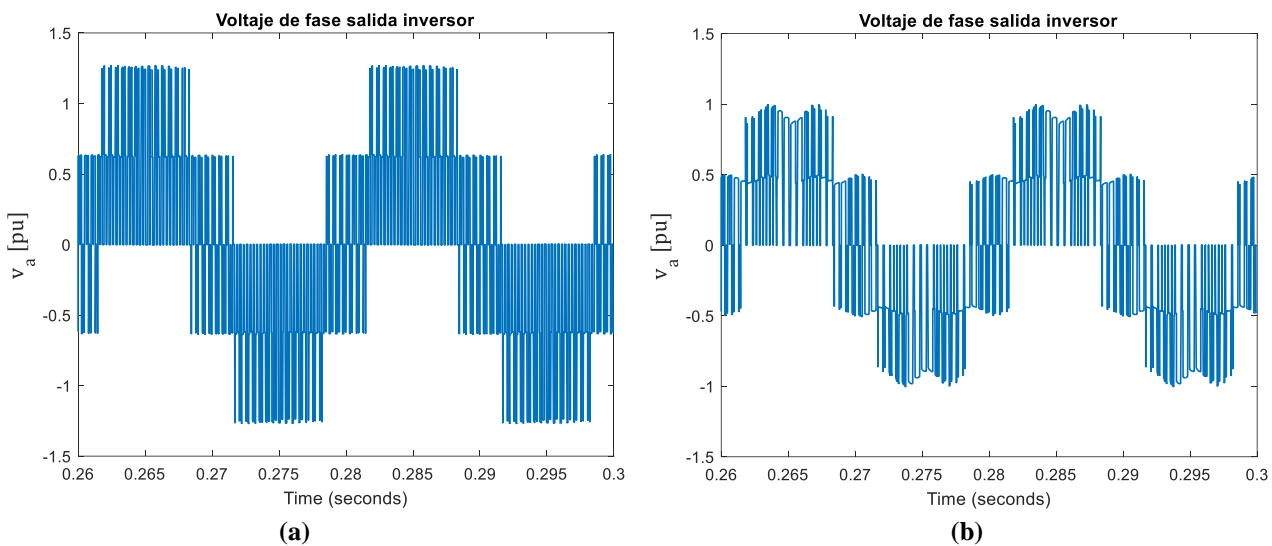
**Fig. 3.4 Comparación, Ganancias Máximo Boost y Simple Boost.**

De forma comparativa se puede observar en la Fig. 3.4 que para obtener una misma ganancia del inversor  $G = M \cdot B$ , en el método de máximo boost se necesita un índice de modulación mayor, por lo que el factor de boost  $B$  disminuye, lo cual genera un menor estrés de voltaje en los semiconductores.

En la tabla 3.3 se muestra la comparación marcada en la Fig. 3.4. Donde se puede apreciar el que para obtener una misma ganancia, es necesaria un menor factor de elevación  $B$  al usar el método de máximo boost.

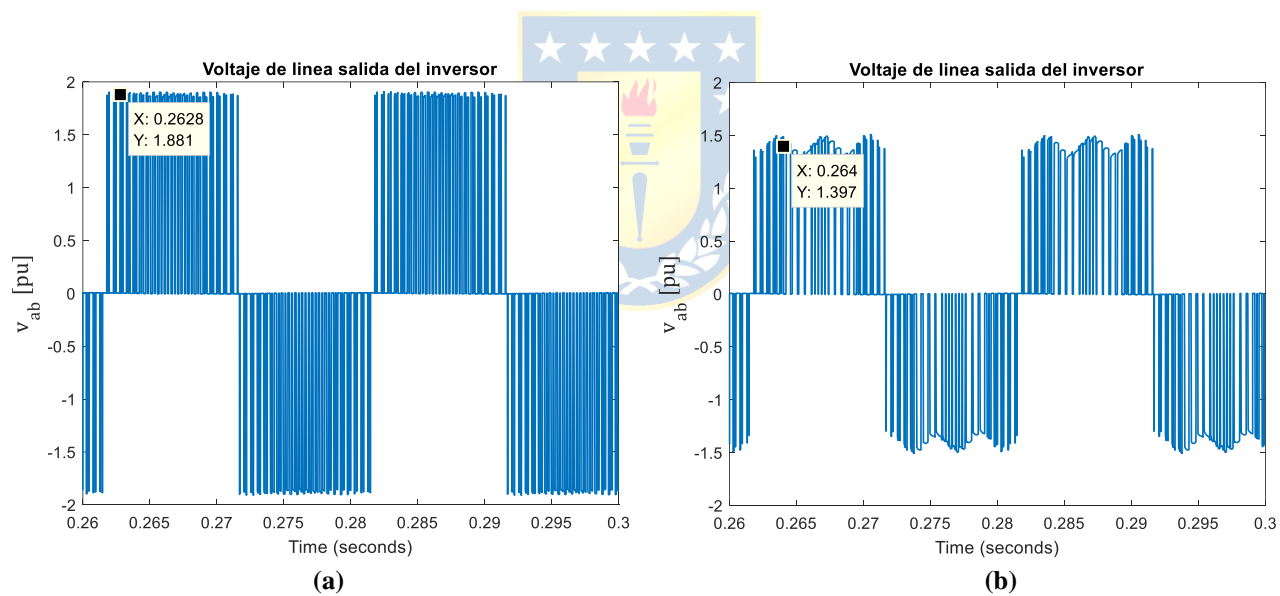
**TABLA 3.3 Comparativa Modulación.**

<b>Modulación</b>	<b>G</b>	<b>M</b>	<b>B</b>
Simple Boost	$G = 1.44$	$M = 0.765$	$B = 1.88$
Máximo Boost	$G = 1.44$	$M = 1.04$	$B = 1.38$



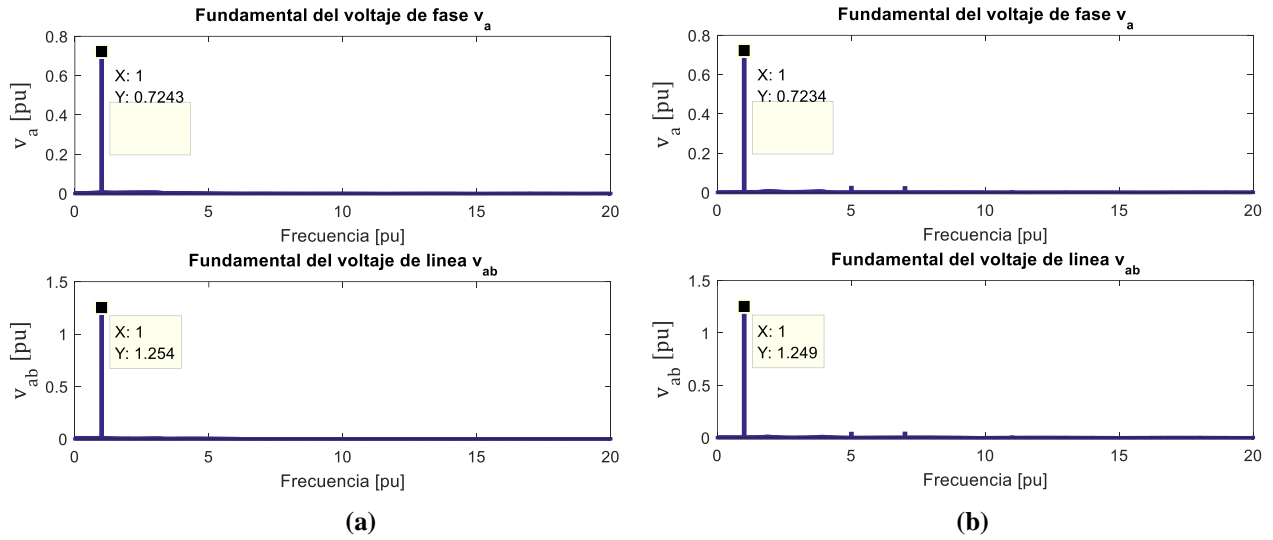
**Fig. 3.5 Voltaje de fase, salida del invector.**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.

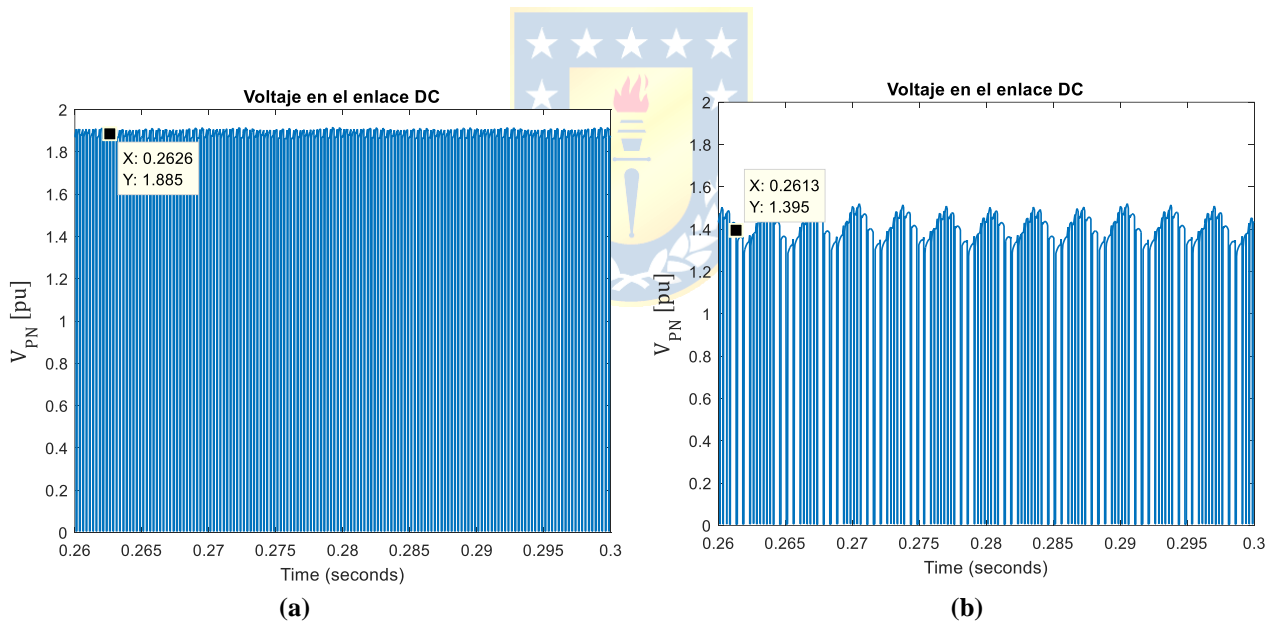


**Fig. 3.6 Voltaje de línea, salida del invector.**

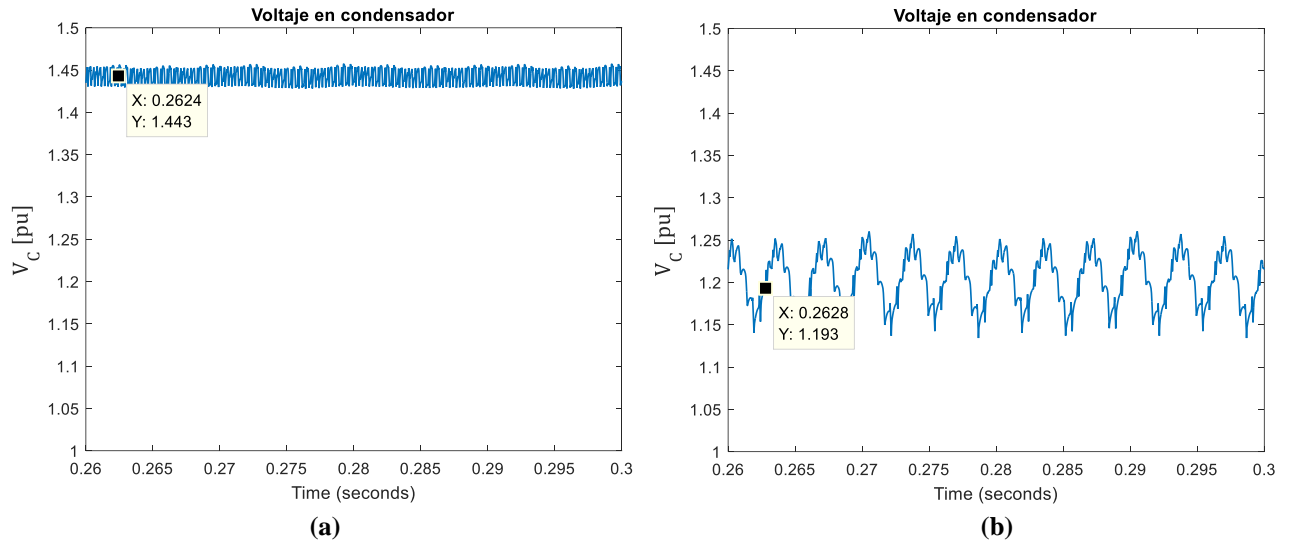
(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.



**Fig. 3.7 Fundamentales de salida.**  
**(a)** Fundamental de fase  $\hat{v}_a$  **(b)** Fundamental de línea  $\hat{v}_{ab}$

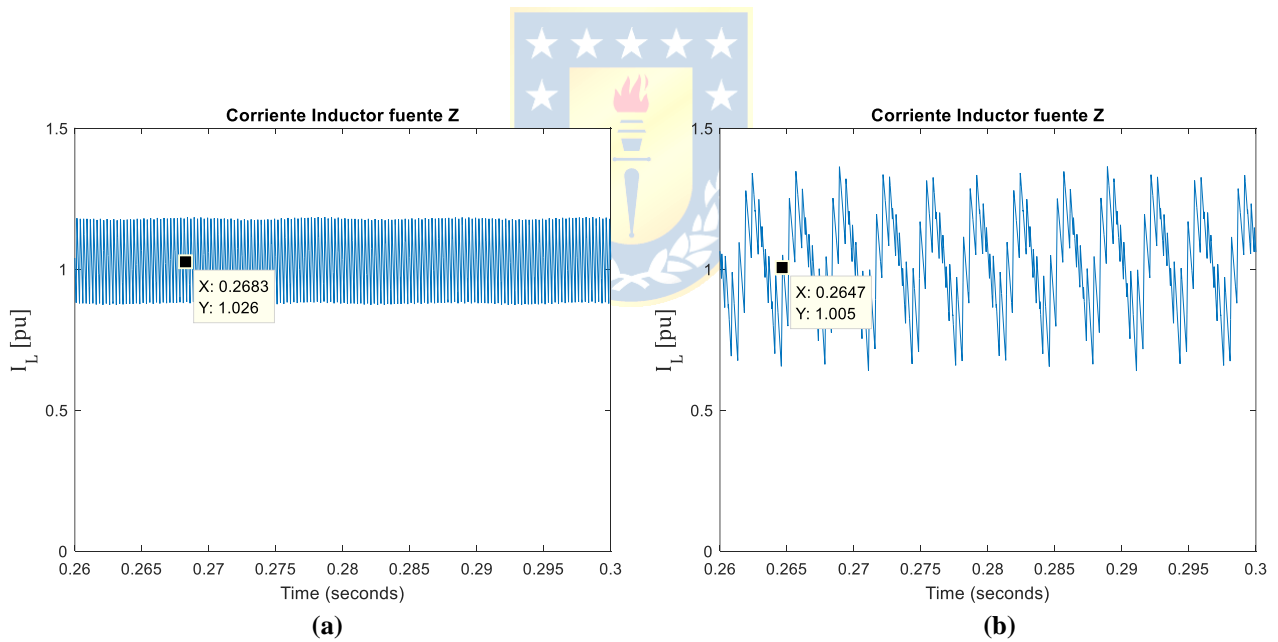


**Fig. 3.8 Voltaje en el enlace dc.**  
**(a)** Simple Boost; **(b)** Máximo Boost.



**Fig. 3.9 Voltaje en el condensador de la red de impedancia Z.**

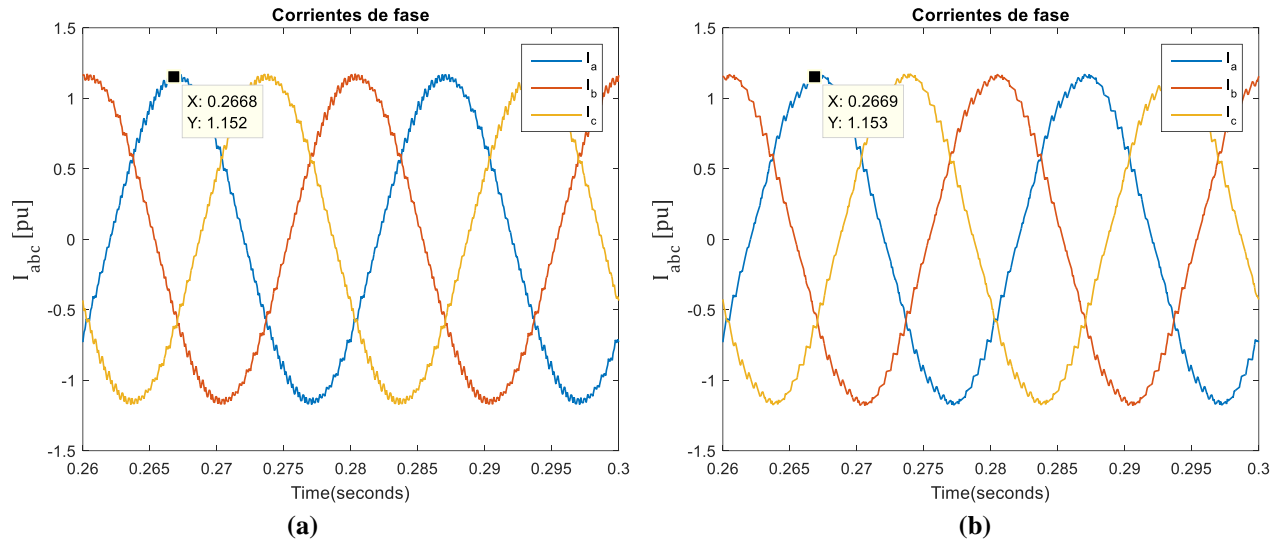
(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.



**Fig. 3.10 Corriente en el inductor de la red de impedancia Z.**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.





**Fig. 3.11 Corrientes de fase en la carga RL.**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.

### 3.5. Discusión y Conclusiones

Luego de poder contrastar mediante simulación las dos técnicas de modulación presentadas, se puede observar que ambos presentan ciertas ventajas y desventajas. Por una parte el método de simple boost entrega una mejor forma de onda, con menor distorsión lo cual tiene directa relación con el ripple de voltaje en el condensador (Fig. 3.6). El método de máximo boost al utilizar todo el tiempo de estado cero en estado de cortocircuito, logra maximizar el índice de modulación y de esta forma reducir la ciclo de trabajo requerido para obtener la misma ganancia. Esto resulta interesante ya que el factor de boost ( $B$ ) será menor y por consiguiente se tendrá un menor estrés de voltaje en los semiconductores.

## Capítulo 4. Implementación

---

### 4.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos desde el setup construido en el laboratorio, aplicando los métodos de modulación usados, y de esta forma poder verificar de forma experimental los resultados obtenidos mediante los modelos matemáticos y las simulaciones mostradas en los capítulos anteriores.

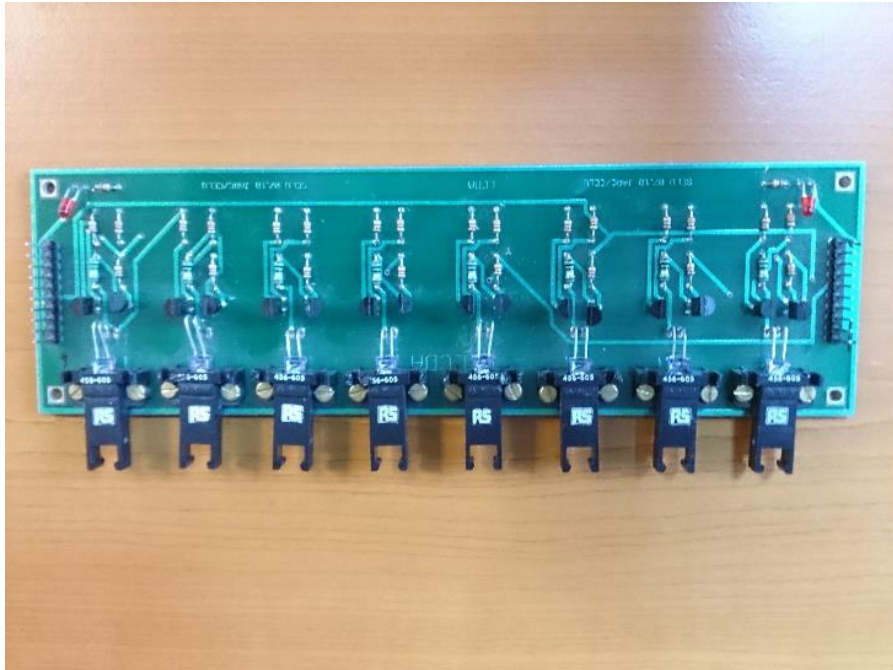
### 4.2. Hardware y Software.

Para generar los pulsos de disparo se utilizó la DSP modelo TMS320F8335. Esta DSP posee un software llamado Code Composer Studio, el cual soporta los microcontroladores de Texas Instruments y su cartera de procesadores integrados. Este programa posee un conjunto de herramientas utilizadas para desarrollar y depurar aplicaciones embebidas. Incluye una optimización del lenguaje C/ C++ en el que se lleva a cabo la programación del código de modulación.

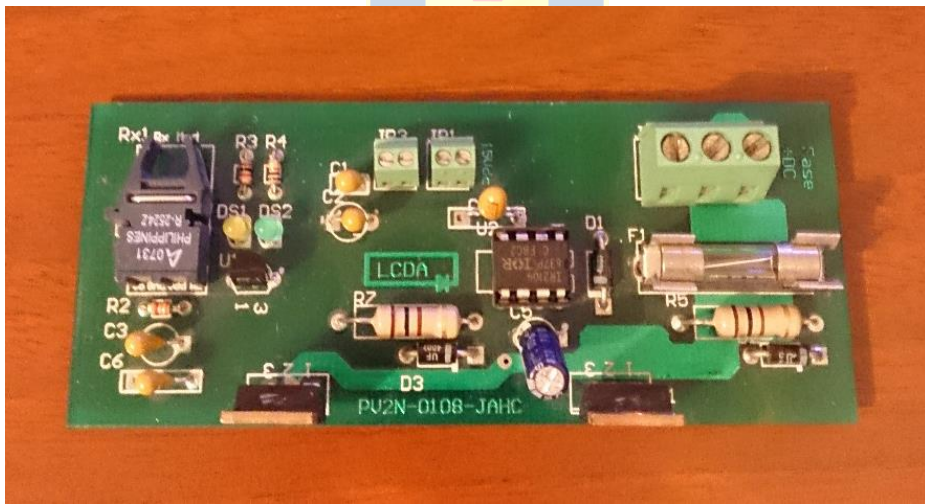
Para poder llevar a cabo la implementación de la modulación del inversor Z, se utilizó la herramienta de SIMCODER PSIM en la cual se creó el esquemático de la modulación generando el código en C y los archivos necesarios para ejecutar el control en lazo abierto en el software Code Composer Studio.

### 4.3. Componentes.

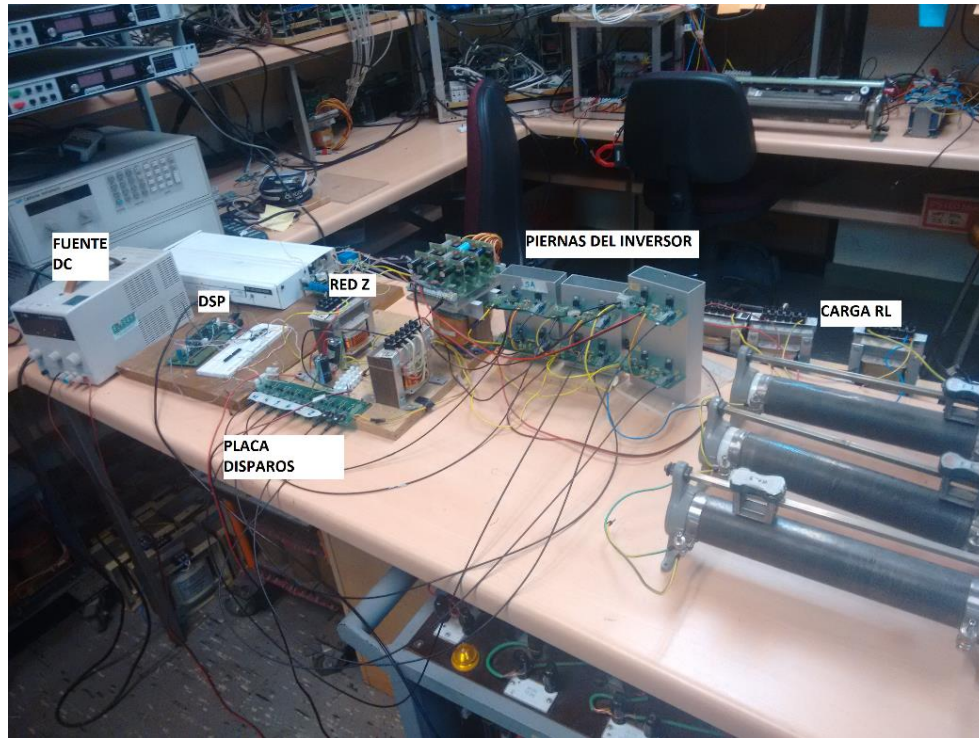
Para la construcción de la red de impedancia Z se utilizaron dos inductores de 5[mH], dos condensadores de 470[ $\mu$ F]. Se utilizó un diodo modelo RHRG5060 hyperfast que permite un gran desempeño en los estados de cortocircuito necesarios en la topología Z. Las señales eléctricas provenientes de la DSP son convertidas a señales ópticas mediante unas placas construidas en el LCDA. Estas placas poseen un emisor de señales ópticas HFBR-0500Z Series. Se utilizaron las piernas del inversor disponibles en el LCDA, las cuales están construidas principalmente por dos transistores IGBT modelo IRG4BC20UD y las señales son recibidas mediante fibra óptica en el receptor HFBR-0500Z Series.



**Fig. 4.1** Placa generación de pulsos ópticos.



**Fig. 4.2** Piernas del inversor.



**Fig. 4.3 Setup Inversor Z trifásico.**

#### **4.4. Resultados Implementación.**

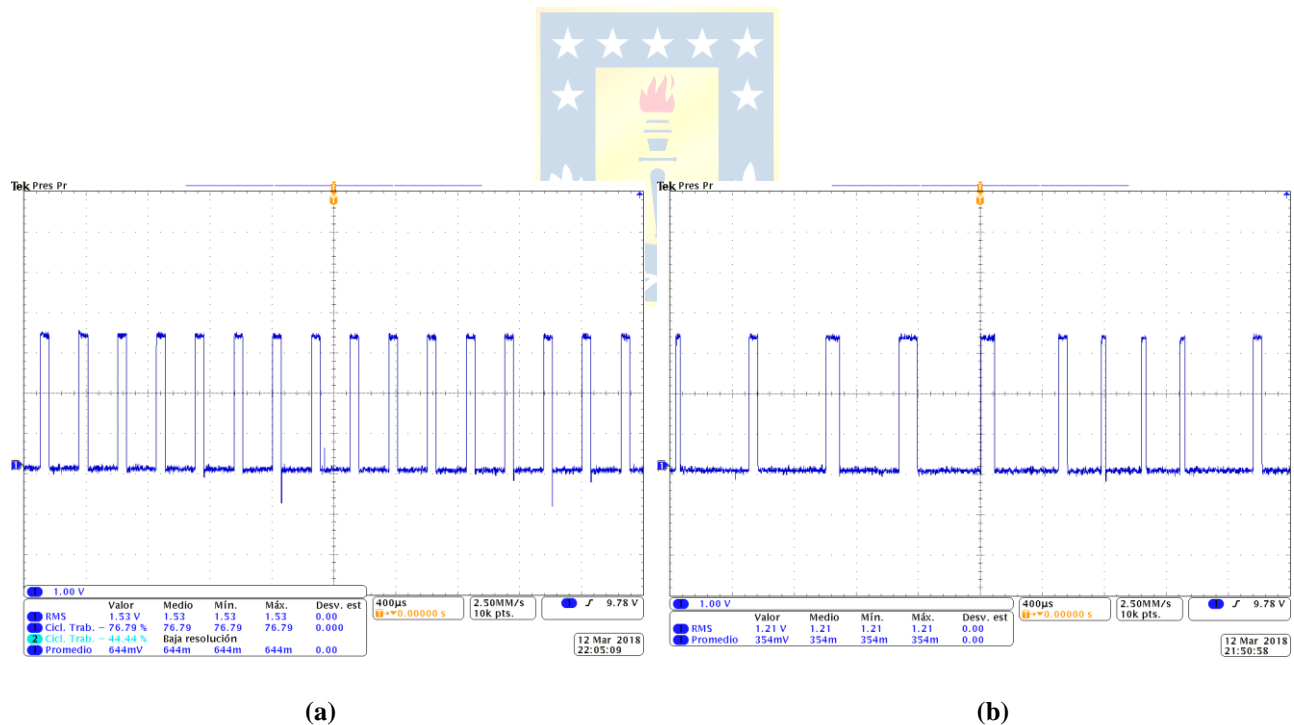
Se realizaron pruebas del control en lazo abierto con las técnicas de boost simple y máximo boost. Estas pruebas se llevaron a cabo usando las mismas condiciones de operación simuladas en el capítulo 3. En la Tabla 4.1 se contrastan las mediciones obtenidas en la implementación con lo obtenido de forma teórica (ecuaciones y simulaciones).

En la Fig 4.4 se pueden observar las señales de disparo a los IGBT's que añaden los estados de cortocircuito en el ZSI, utilizando los métodos de simple boost y máximo boost, en las que se observa una señal con anchos de pulso constantes para el primer método y anchos de pulso variables en el método de máximo boost, tal como se demostró en el estudio de estos métodos de modulación en el capítulo 4.

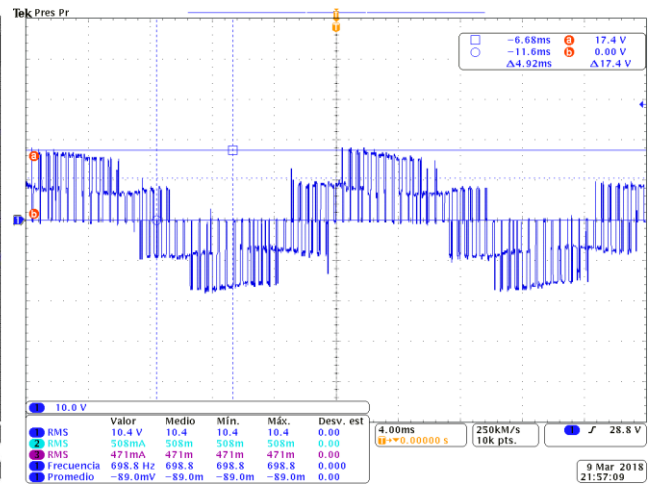
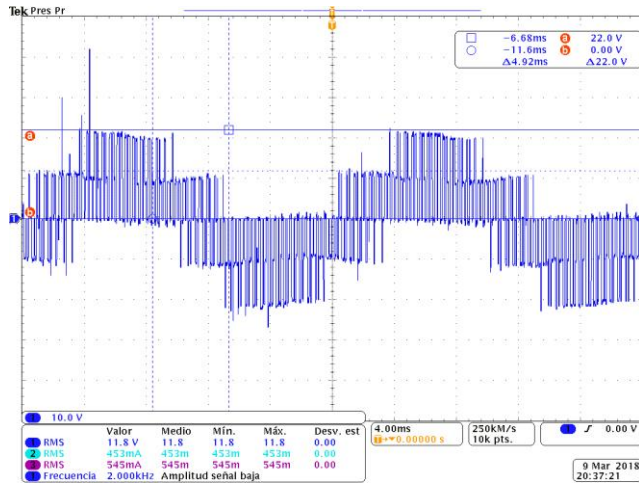
Desde la Figura 4.5 hasta la 4.10 se muestran formas de onda de cada una de las señales de interés que se simularon en el capítulo 3.

**TABLA 4.1 Valores Teóricos y Reales usando control de Boost Simple y Máximo Boost.**

Variable	Boost Simple		Máximo Boost	
	Teórico	Real	Teórico	Real
$M$	0.765	0.765	1.04	1.04
$D$	0.234	0.234	0.139	0.139
$B$	1.88	1.64	1.387	1.240
$G$	1.44	1.25	1.44	1.29
$\hat{v}_{PN}$	37.735[V]	32.8[V]	27.74[V]	25.8[V]
$V_C$	28.86[V]	25.8[V]	23.87[V]	22.6[V]
$I_L$	1[A]	632[mA]	1[A]	624[mA]
$I_f$	1.15[A]	700[mA]	1.15[A]	700[mA]


**Fig. 4.4 Señales de cortocircuito (ST).**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.

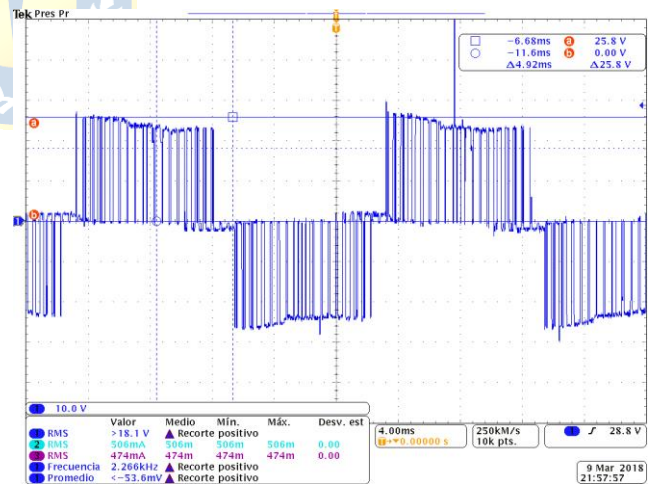
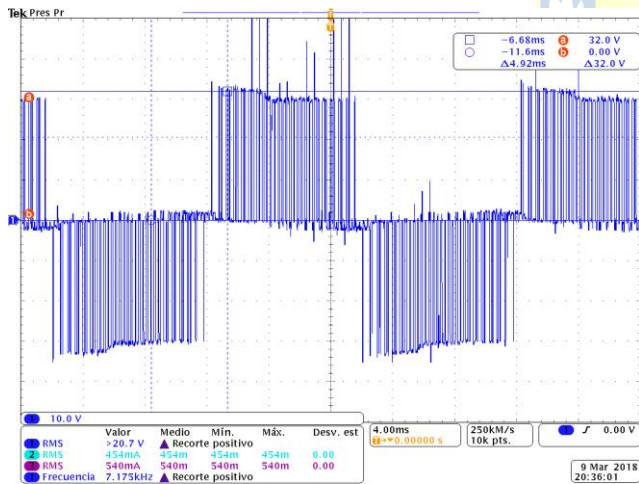


(a)

(b)

**Fig. 4.5 Voltaje de fase, salida del inversor.**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.

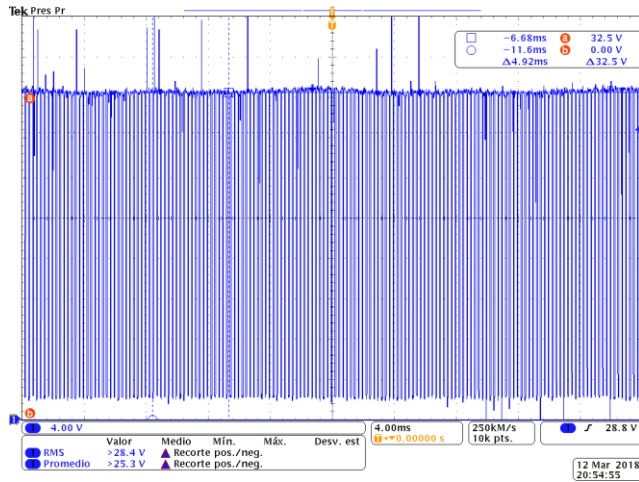


(a)

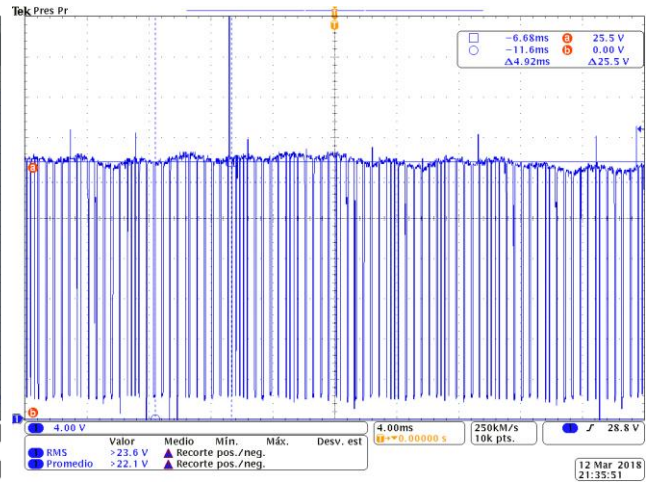
(b)

**Fig. 4.6 Voltaje de línea, salida del inversor.**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.

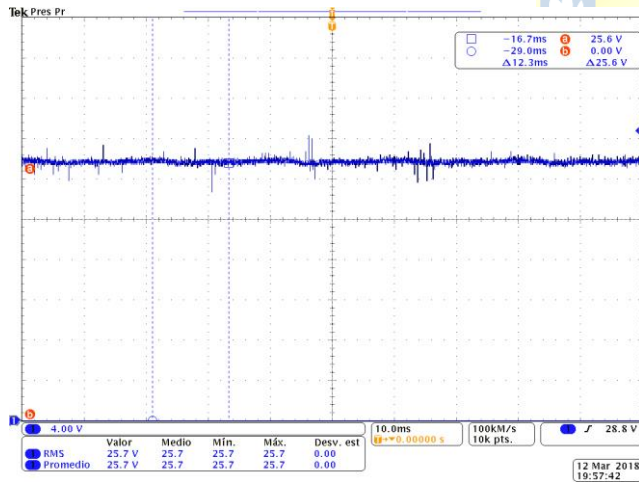


(a)

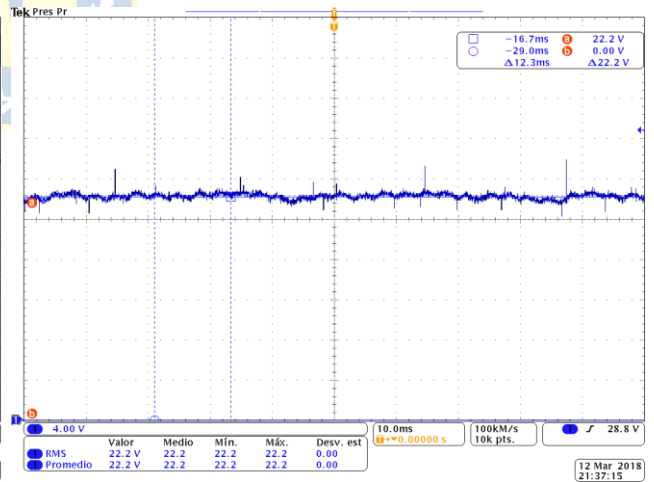


(b)

**Fig. 4.7 Voltaje en el enlace dc.**  
 (a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.

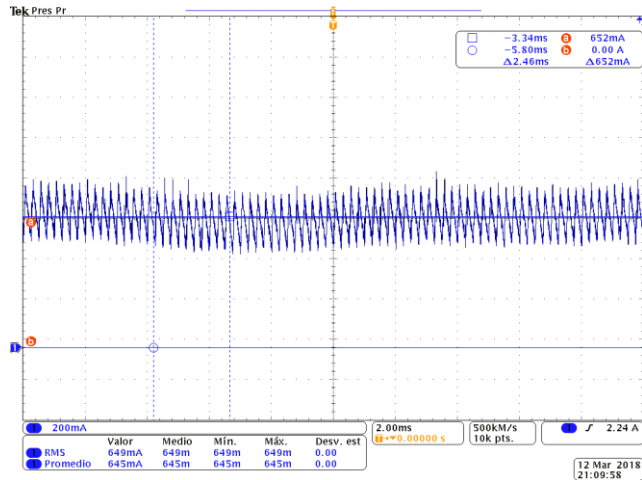


(a)

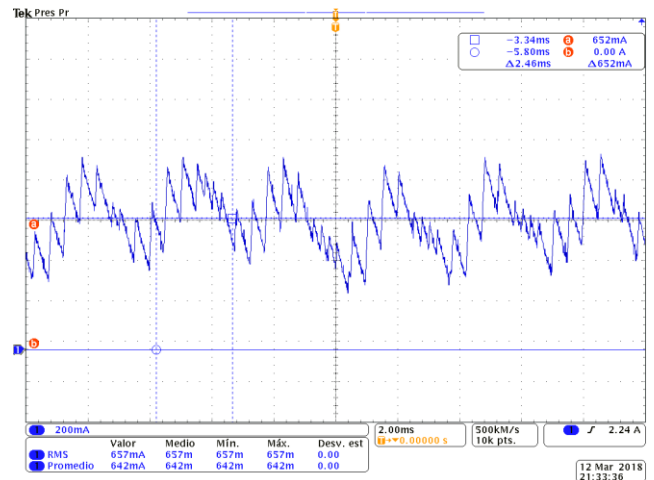


(b)

**Fig. 4.8 Voltaje en el condensador de la red de impedancia Z.**  
 (a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.



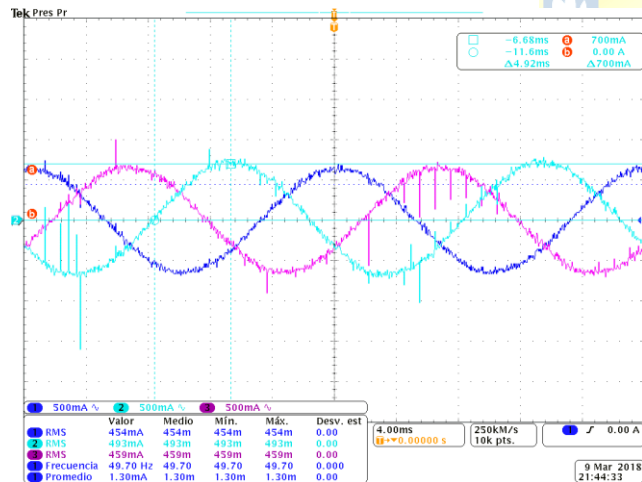
(a)



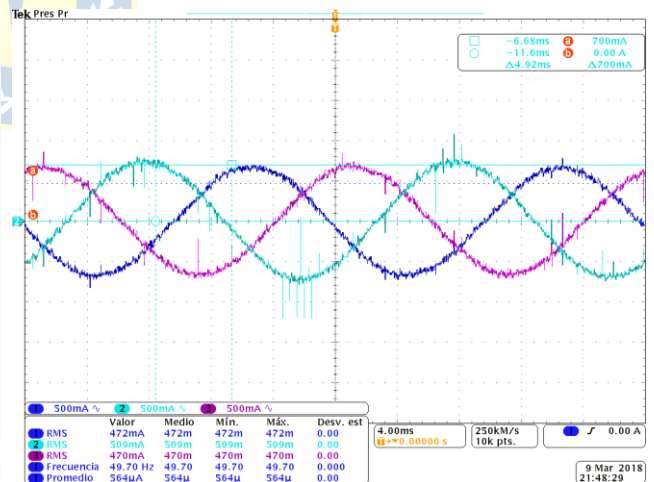
(b)

**Fig. 4.9 Corriente en el inductor de la red de impedancia Z.**

(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.



(a)



(b)

**Fig. 4.10 Corrientes de fase en la carga RL.**

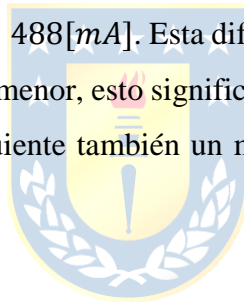
(a) Simple Boost; (b) Máximo Boost.



## 4.5. Discusión y Conclusiones.

A partir de los mostrados en la Tabla 4.1 se puede observar que existen diferencias en los voltajes obtenidos del condensador y por ende del enlace DC/DC. En el caso del método de simple boost hay una diferencia de 3[V] entre el voltaje del condensador teórico y real. Para el método de máximo boost esta diferencia es menor (1.2 [V]) esto debido a que hay un menor estrés en los IGBT's de las piernas del inversor. Además de las pérdidas los switches, existe el voltaje que cae en el diodo que se encuentra en serie a la fuente y la red de impedancia. Esto se traduce en un menor voltaje de entrada al convertidor y por ende la potencia de salida también será menor, por lo que al conectarlo a la misma carga se verá una corriente menor a la esperada como se muestra en la Fig. 4.10.

Se puede observar que al usar el método de máximo boost se obtiene un buen desempeño, incluso utilizando los componentes calculados para las especificaciones del método de simple boost. La mayor diferencia se puede notar en la corriente del inductor de la red de impedancia, donde se aprecia un mayor ripple de corriente, alcanzando un valor de  $\Delta I_L = 616[mA]$ , mientras que en el método de simple boost solo es de  $\Delta I_L = 488[mA]$ . Esta diferencia se debe a que, como el método de máximo boost posee un ciclo de trabajo menor, esto significa que existe un menor tiempo de carga en el estado de cortocircuito y por consiguiente también un mayor tiempo de descarga en los estados activos.



## Capítulo 5. Región de Operación.

---

### 5.1. Introducción

Al estudiar convertidores, es muy importante conocer cuáles son las zonas en las que este puede operar, y a su vez resulta útil saber si existen zonas de operación prohibitivas, y en el caso de que sea así, establecer las limitaciones necesarias en las variables de control para que el convertidor no funcione en dichas regiones. Como se vio en el capítulo anterior, el ZSI se ve sometido bajo el control de dos variables presentes en las estrategias de modulación. Estas son el índice de modulación ( $M$ ) y el ciclo de trabajo en estado de cortocircuito ( $D$ ). Estas variables están ligadas entre sí, y dependiendo de la estrategia de modulación usada, el cambio de una puede fijar a la otra, o quedar limitada a un rango de modificación. En este capítulo se explicarán todas las limitaciones que se deben tener en cuenta al operar un inversor Z, y se detallarán los rangos permisibles que pueden tener las variables de control para que no opere en zonas prohibitivas.



### 5.2. Limitaciones de control.

A partir de las ecuaciones obtenidas en el capítulo 2 se obtuvo que el voltaje peak en el enlace DC ( $\hat{v}_{PN}$ ) se relaciona con el voltaje de entrada  $V_{in}$  de la siguiente manera:

$$\hat{v}_{PN} = \frac{1}{1 - 2 \cdot D} \cdot V_{in} \quad (5.1)$$

Si  $D > 0.5$ , entonces se obtiene una ganancia negativa como se muestra en la Fig. 5.1(a). Para el método de simple boost y máximo boost, se utilizaba una señal  $V_p$  que al compararse con la portadora, generaba los estados de cortocircuito. Esta señal quedaba limitada al índice de modulación, y en el caso de querer obtener la máxima elevación, la señal  $V_p$  era igual a  $M$ , al usar el método de simple boost, e igual a las envolventes de la moduladora en el caso del máximo boost. En estos casos  $M$  queda limitado como se muestra en la Tabla 5.1.

**TABLA 5.1 Restricción Índice de Modulación.**

Modulación	B(M)	M
Simple Boost	$\frac{1}{1 - 2 \cdot (1 - M)}$	$0.5 < M < 1$
Máximo Boost	$\frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot M - \pi}$	$0.605 < M < 1.2$

### 5.3. Regiones de operación.

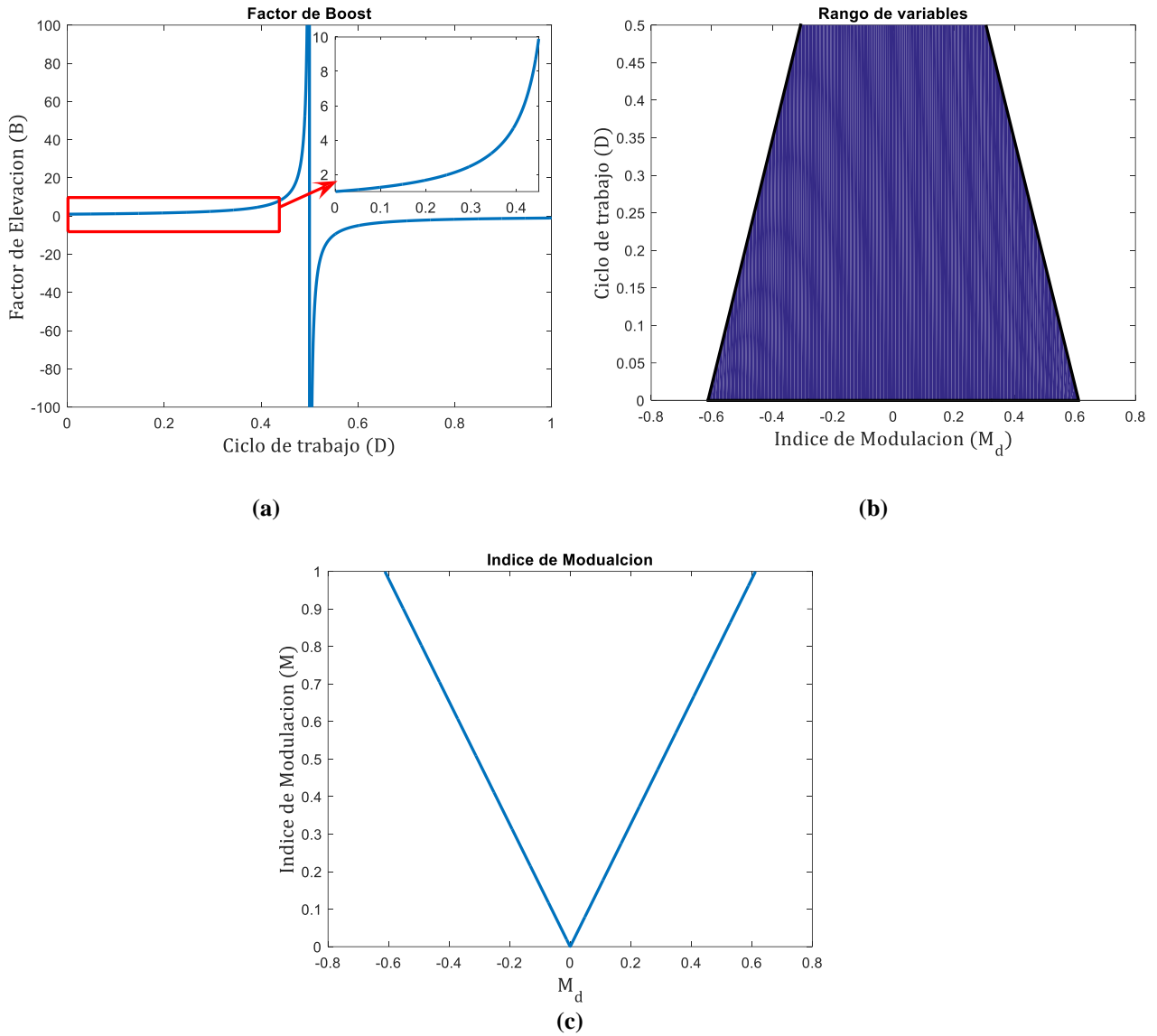
A partir de las ecuaciones del modelo dinámico, y utilizando las ecuaciones en los ejes dq, se obtienen las regiones de operación del convertidor, usando las dos variables de control mencionadas ( $M$  y  $D$ ).

Las gráficas se obtuvieron al resolver las ecuaciones en estado estacionario variando el índice de modulación y el ciclo de trabajo, y usando el método de simple boost. Al trabajar en ejes dq el índice de modulación se descompone en  $M_d$  y  $M_q$ .

En los ejes dq el índice de modulación  $M$  queda expresado:

$$M = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{M_d^2 + M_q^2} \quad (5.2)$$

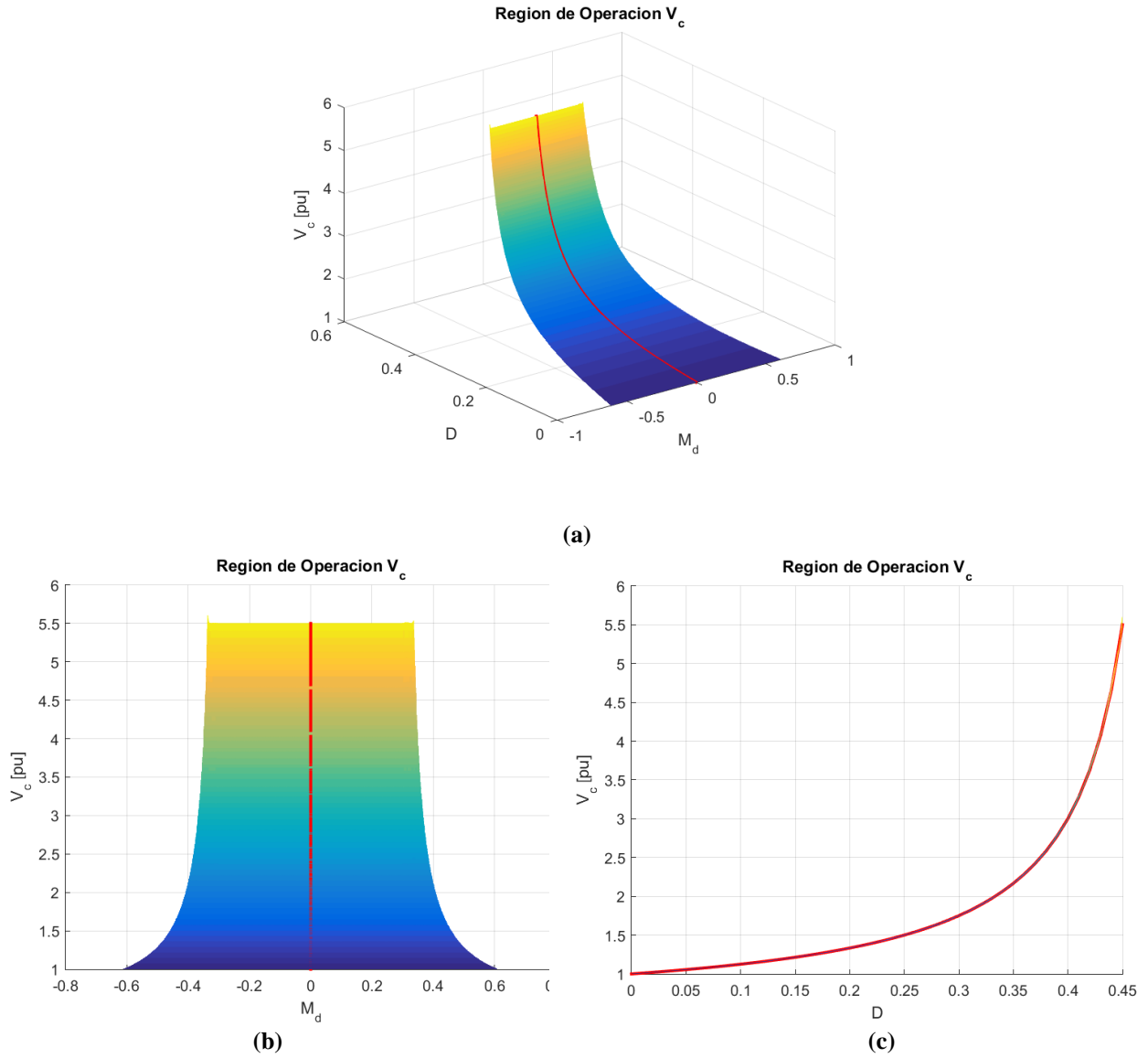
Para poder graficar las zonas de operación se fijó  $M_q = 0$ , lo que indica que la moduladora no tiene desfase. De esta forma  $M_d$  se evaluará entre  $-0.612 \leq M_d \leq 0.612$  (Fig 5.1(c)). Para el método de simple boost el ciclo de trabajo está limitado a  $D \leq 1 - M$ , y a esto se agrega que no sea superior a 0.5 para que el factor de elevación no sea negativo.



**Fig. 5.1 Limitaciones de variables.**

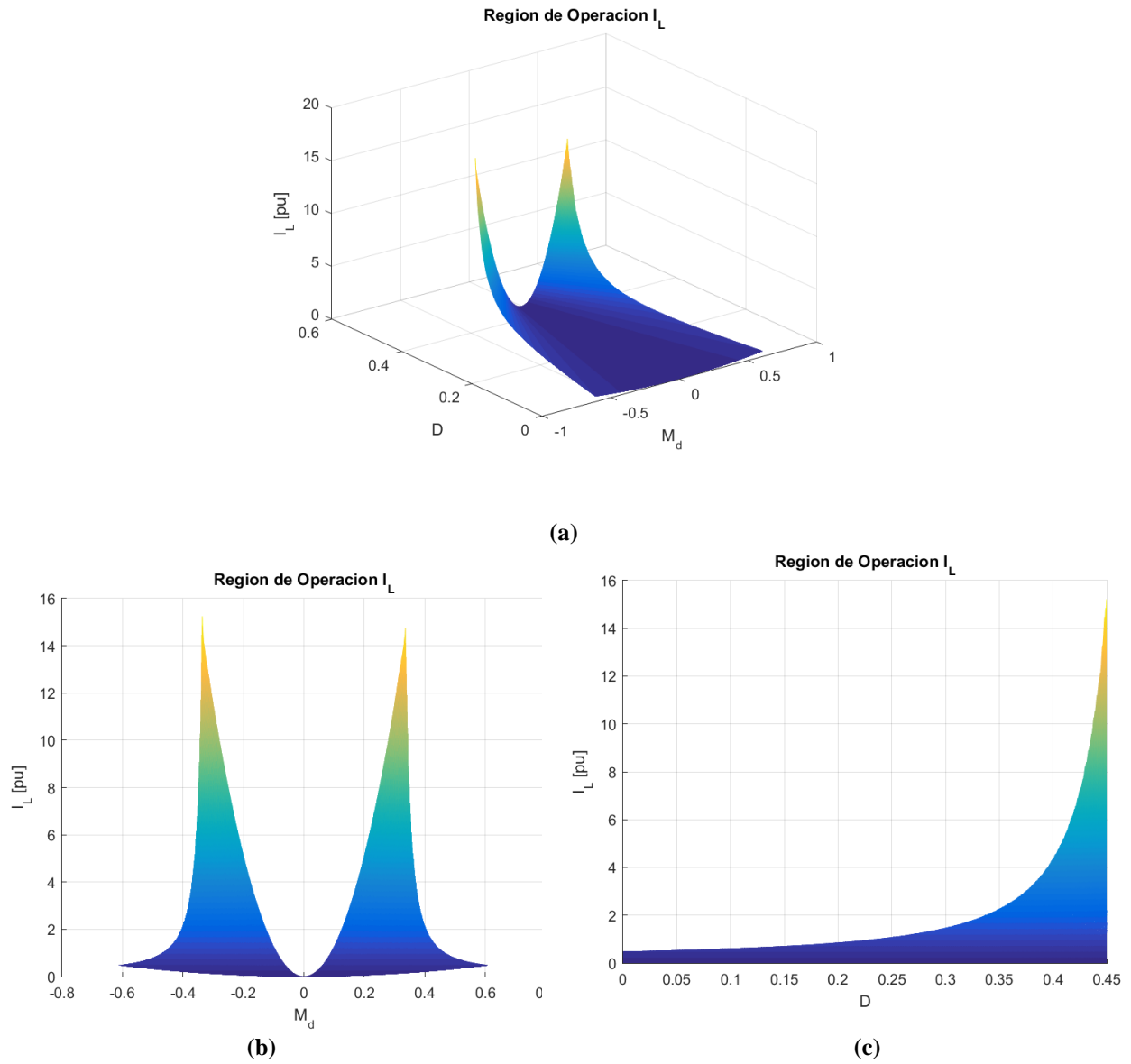
(a) Factor de Boost; (b) Rango de variables; (c) Índice de Modulación.

Desde la Fig. 5.2 hasta la Fig. 5.5 se obtienen las regiones de operación del inversor Z trifásico calculadas para todo el rango de operación mostrada en la Fig. 6.1 (b). Los valores graficados se encuentran en por unidad.



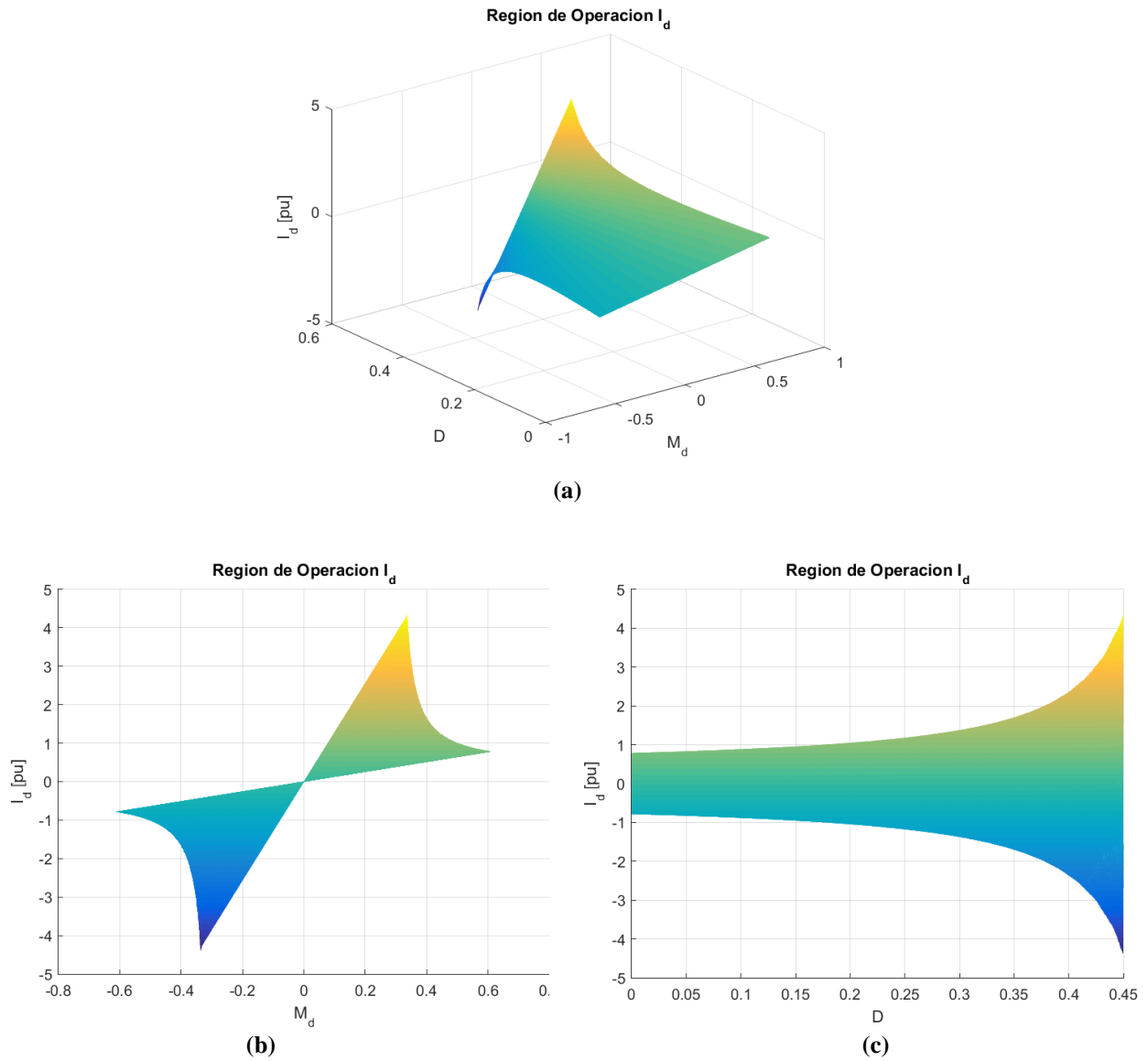
**Fig. 5.2 Región de Operación  $V_c$ .**

**(a)** Vista panorámica; **(b)** Vista eje  $M_d$ . **(c)** Vista eje  $D$ .



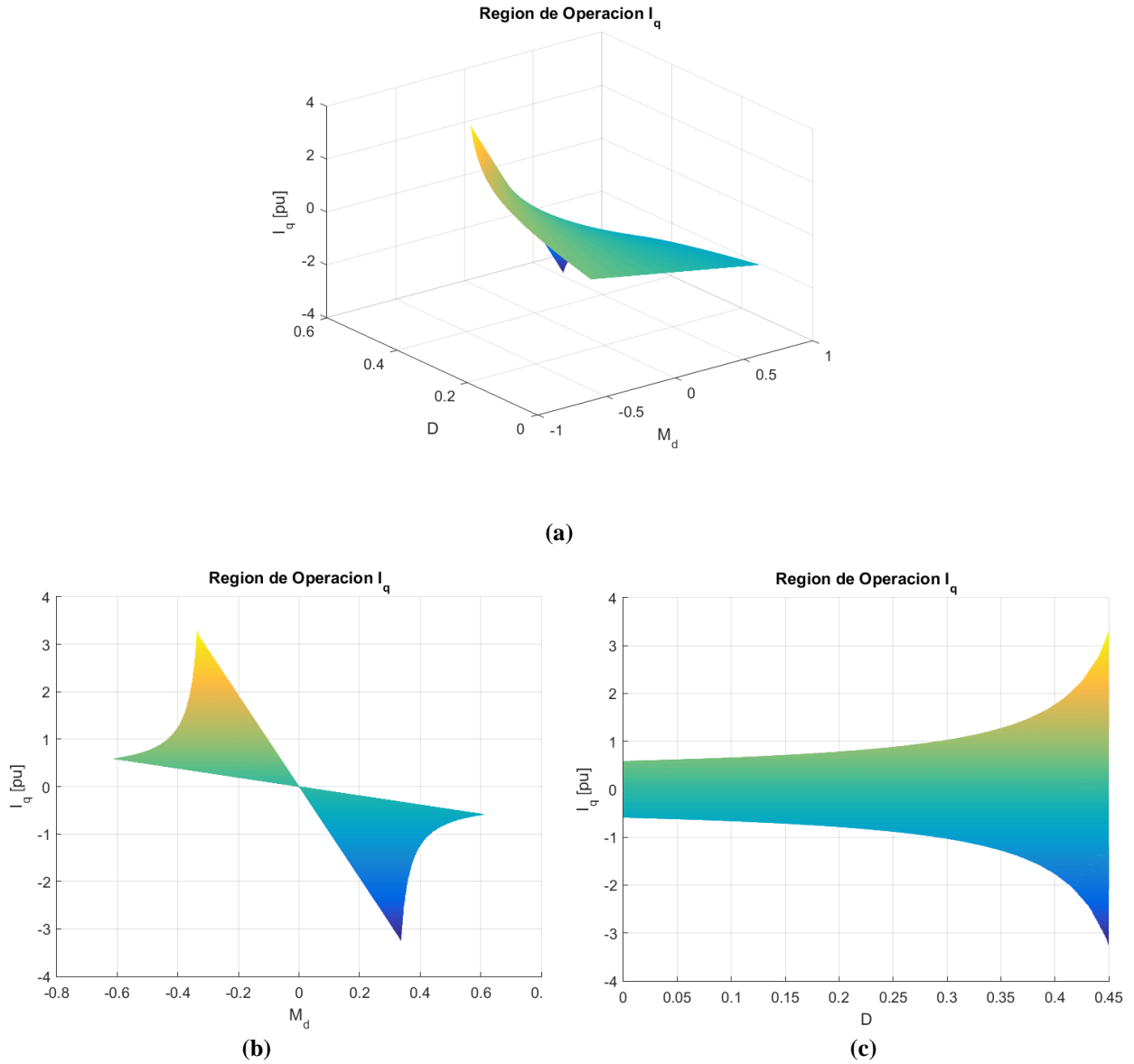
**Fig. 5.3 Región de Operación  $I_L$ .**

**(a)** Vista panorámica; **(b)** Vista eje  $M_d$ . **(c)** Vista eje  $D$ .



**Fig. 5.4 Región de Operación  $I_d$ .**

**(a)** Vista panorámica; **(b)** Vista eje  $M_d$ . **(c)** Vista eje  $D$ .



**Fig. 5.5 Región de Operación  $I_q$ .**

**(a)** Vista panorámica; **(b)** Vista eje  $M_d$ . **(c)** Vista eje  $D$ .



## 5.4. Discusión y Conclusiones

Luego de graficar las variables de estado del convertidor para todo el rango de operación de las variables de control (Fig. 5.1), se puede observar que el voltaje en el condensador, no depende del índice de modulación, sino que solo del ciclo de trabajo. Como se mostró en las ecuaciones estáticas del capítulo 2, el voltaje del condensador está expresado de la siguiente forma:

$$V_C = \frac{1 - D}{1 - 2 \cdot D} \cdot V_{in} \quad (5.3)$$

Esta ecuación es graficada junto a la región de operación (línea roja) y al verla desde el eje  $D$  (Fig.5.2) se puede apreciar que es independiente del índice de modulación usado.

En el caso de la corriente en el inductor, esta si depende del índice de modulación usado. Como se fijó  $M_q = 0$ , el índice de modulación  $M$  toma los valores mostrados en la Fig.5.1(c). Este reflejo se puede visualizar de igual forma en la corriente del inductor al mirarlo desde el eje  $M_d$  (Fig.5.3). Como era de esperar también se obtiene un incremento a medida que aumenta el ciclo de trabajo ( $D$ ).

Las corrientes  $I_d$  e  $I_q$  también son reflejadas de forma inversa con respecto al eje  $M_d$ , es más al superponer las Fig. 5.4 (b) y 5.5 (b) se puede ver que el ángulo que forman para  $M_d$  positivo y negativo se mantiene constante. Debido a que el factor de potencia se mantuvo en todo momento.

## Capítulo 6. Control en Lazo Cerrado

---

### 6.1. Introducción

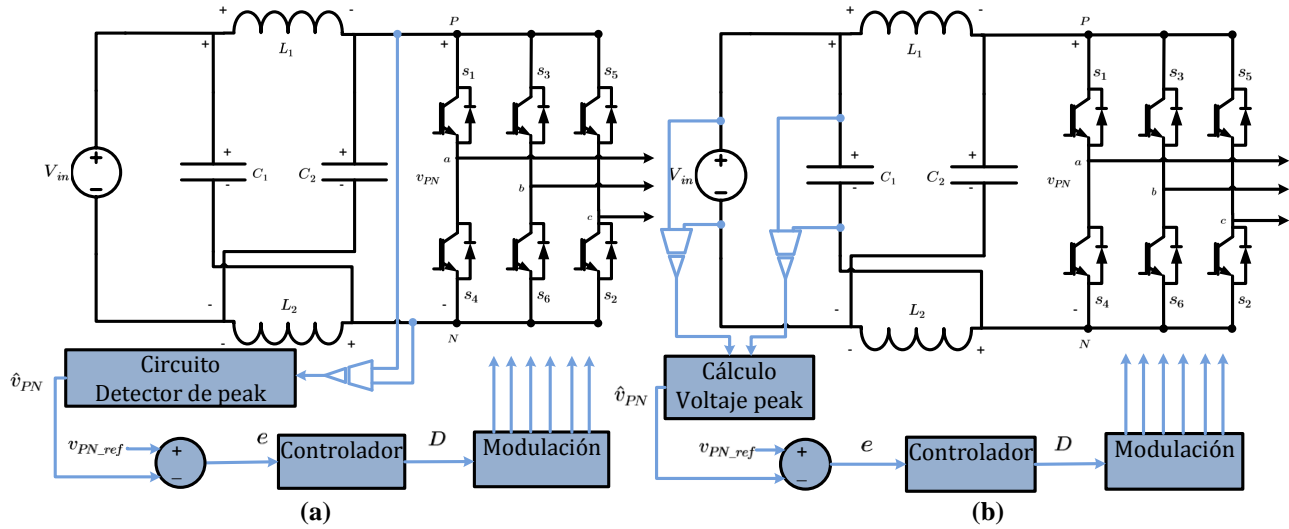
Existen muchos métodos de control en lazo cerrado para el convertidor tipo Z presentes en la literatura, ya sea para controlar la tensión en el enlace DC o la tensión de salida AC. Para todos estos métodos existen dos grados de libertad para la variable de control, que consisten en modificar el ciclo de trabajo en estado de cortocircuito ( $D$ ) y/o variar el índice de modulación ( $M$ ). Aplicar un control con dos grados de libertad posee la limitación de que ambos parámetros de control ( $D$  y  $M$ ) están ligados entre sí, por lo tanto el fijar el valor de uno de ellos limita el rango de modificación del otro.

Como se ha mostrado, el voltaje en el enlace DC es un voltaje que varía entre un valor peak (estados NST) y cero (estado ST), es por esto que para realizar un control sobre este voltaje, se debe considerar el método de sensado, y así poder controlar el voltaje peak en el enlace DC ( $\hat{v}_{PN}$ ). La medición de  $\hat{v}_{PN}$ , se puede realizar de dos maneras, estas son a partir de una medición directa o indirecta. Para la medición directa (Fig 6.1a), es necesario un circuito especial que permita detectar y medir el voltaje justo en los instantes máximos (estado NST). Otra forma, consiste en obtener el valor peak de forma indirecta (Fig 6.1b), utilizando la relación entre  $\hat{v}_{PN}$ ,  $V_C$  y  $V_{in}$  que se obtuvo de las ecuaciones estáticas del capítulo 2 sabemos que:

$$\hat{v}_{PN} = 2 \cdot V_C - V_{in} \quad (6.1)$$

De esta forma es posible calcular el valor midiendo el voltaje en el condensador y el voltaje de entrada.

En este capítulo se diseñará el control del voltaje en el enlace DC usando una medición indirecta, se utilizan las funciones de transferencias a partir del modelo linealizado en el punto de operación trabajado en el capítulo 3.



**Fig. 6.1** Esquemas de control  $\hat{v}_{PN}$ .

(a) Medición directa; (b) Medición indirecta.

## 6.2. Estrategia de Control

A partir del modelo dinámico y su posterior linealización mostrado en el capítulo 2, fue posible obtener las funciones de transferencias  $G_{vd}(s)$  y  $G_{id}(s)$  que relacionan el voltaje en el condensador y la corriente en el inductor con el ciclo de trabajo ( $D$ ), en estado de cortocircuito respectivamente.

De acuerdo a la ecuación (2.11) sabemos que el voltaje peak en el enlace DC está expresado

$$\hat{v}_{PN} = 2 \cdot V_C - V_{in} \quad (6.2)$$

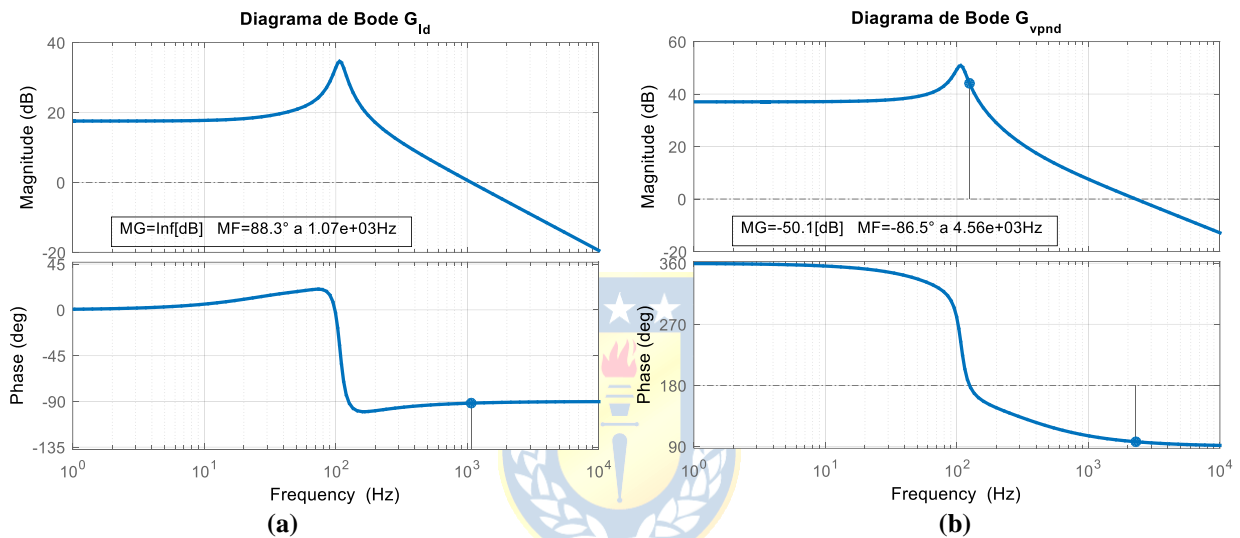
A partir de esta ecuación podemos deducir que la función de transferencia entre  $\hat{v}_{PN}$  y la entrada  $D$  se puede expresar como:

$$G_{vpnd}(s) = 2 \cdot G_{vd}(s) \quad (6.3)$$

En la Fig.6.2 se observan los diagramas de bode de las funciones de transferencia  $G_{id}(s)$  y  $G_{vpnd}(s)$ , respectivamente. Se puede observar que  $G_{vpnd}(s)$  tiene un margen de ganancia negativo, esto nos dice que al aplicar un control realimentado, nos limita a usar una baja ganancia (menor a 1)

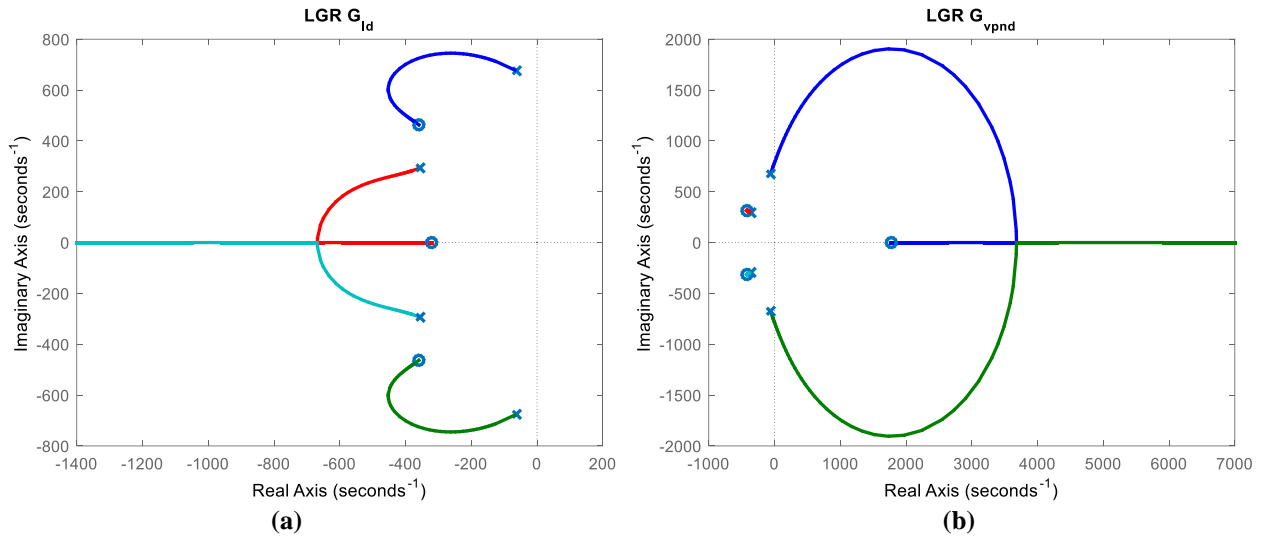
para que el sistema no se vuelva inestable en lazo cerrado. Esto se debe principalmente al cero en el semiplano derecho como se observa en el LGR de la Figura 6.3 (b).

En el caso de la corriente,  $G_{id}(s)$  se obtiene un margen de ganancia infinito, por lo que se puede aplicar un control realimentado, sin temor a que este se haga inestable. El LGR mostrado en la Fig. 6.3(a) nos permite observar que al aplicar una realimentación los polos se desplazan hacia la izquierda a medida que se aumenta la ganancia, por lo que no hay problema de que el sistema se haga inestable en lazo cerrado.



**Fig. 6.2 Diagramas de Bode Lazo Abierto.**

(a)  $G_{id}(s)$ ; (b)  $G_{vpnd}(s)$ .



**Fig. 6.3 Root Locus.**

(a)  $G_{id}$ ; (b).  $G_{vpnd}$

Se estudiará el comportamiento del inversor Z al aplicar un control en cascada, con un lazo interno de corriente y un lazo externo de voltaje tal como se muestra en el esquema de la Fig. 6.4.

A partir del diagrama de control de la Fig. 6.4 (b) se deduce que las funciones de transferencia de lazo directo para el control interno de corriente y externo de voltaje quedan definidas como se muestran en las ecuaciones 6.4 y 6.5 respectivamente.

$$l_i(s) = C_i(s) \cdot G_{id}(s) \quad (6.4)$$

$$l_v(s) = \frac{C_v(s) \cdot C_i(s) \cdot G_{vpnd}(s)}{1 + l_i(s)} \quad (6.5)$$

La función de transferencia en lazo cerrado del control interno queda definida como:

$$LC_i(s) = \frac{C_i(s)}{1 + l_i(s)} \quad (6.6)$$

Podemos observar que el denominador de  $LC_i(s)$  es el mismo que  $l_v(s)$ , lo que significa que los polos en lazo cerrado del control de corriente serán los polos de lazo directo del lazo externo de voltaje.

Se utilizaran controladores PI para tener una respuesta sin error en estado estacionario. Al agregar controladores PI se añade un polo y un cero al sistema. Escribiendo las funciones de transferencia de los controladores tendrían la siguiente forma:

$$C_i(s) = \frac{(s + a)}{s} \quad (6.7)$$

$$C_v(s) = \frac{(s + b)}{s} \quad (6.8)$$

Donde estos controladores agregan un polo en el origen y un cero en  $-a$  y  $-b$  respectivamente. Las funciones de transferencia de  $G_{vpnd}(s)$  y  $G_{id}(s)$  pueden ser escritas en función de sus ceros y polos.

$$G_{vpnd}(s) = \frac{Z_v(s)}{P(s)} \quad (6.9)$$

$$G_{id}(s) = \frac{Z_i(s)}{P(s)} \quad (6.10)$$

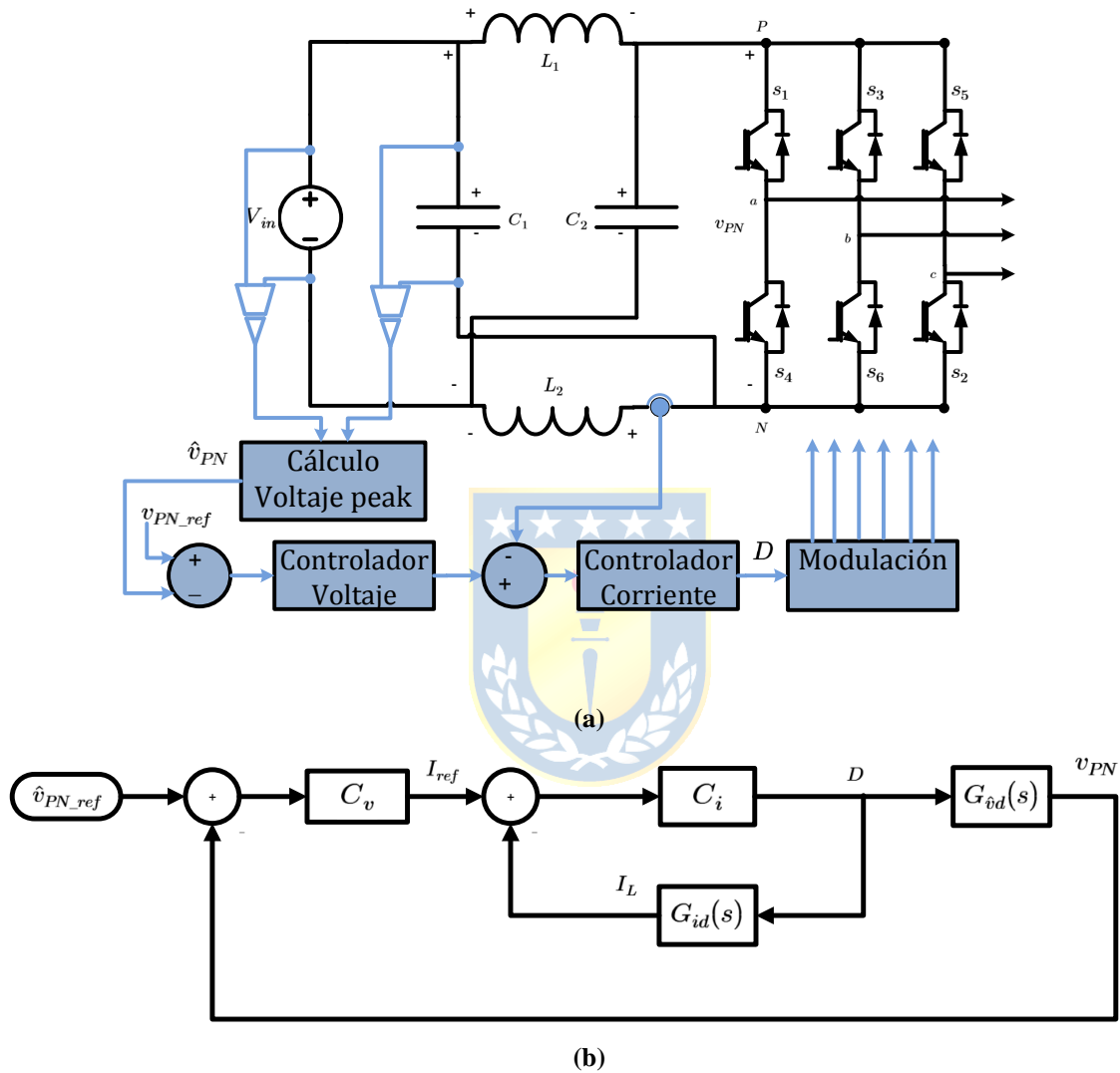
Reemplazando estas funciones de transferencia en las ecuaciones 6.4 y 6.5 se obtiene:

$$l_i(s) = \frac{(s + a)}{s} \cdot \frac{Z_i(s)}{P(s)} \quad (6.11)$$

$$l_v(s) = \frac{s + b}{s^2} \frac{(s + a) \cdot s \cdot \cancel{P(s)}}{(s \cdot P(s) + (s + a) \cdot Z_i(s))} \cdot \frac{Z_v(s)}{\cancel{P(s)}} \quad (6.12)$$

Para el lazo externo  $l_v(s)$ , se observa que existe una cancelación de  $P(s)$  y como se mostró en la ecuación 6.6 que los polos en lazo cerrado del control de corriente  $LC_i(s)$  serán los polos de lazo directo del lazo externo de voltaje, se puede esperar que mientras más alejados del eje imaginario se

ubiquen los polos del lazo interno, se puede obtener un mayor margen de ganancia para el lazo externo y por consiguiente una rápida respuesta en lazo cerrado.



**Fig. 6.4** Control en cascada  $\hat{v}_{PN}$ .

(a) Esquema de control en topología; (b) Diagrama de control.

### 6.3. Sintonización y Ubicación de Polos.

Al añadir un controlador PI se añade un polo en el origen y un cero al sistema que depende de la ganancia y tiempo integrativo. Utilizando la herramienta SISOTOOL de Matlab es posible verificar la ubicación de los polos en lazo cerrado del sistema, y sintonizar el controlador de acuerdo a una respuesta deseada.

Primero se sintoniza el lazo de corriente, asegurando que este lazo posee un amplio ancho de banda y de esta forma poder desacoplarlo del lazo externo.

Los parámetros del controlador PI tienen la forma:

$$C_i = \left( K_{pi} + \frac{K_{ii}}{s} \right) \quad (6.13)$$

Estos parámetros se varían hasta obtener una respuesta rápida y con bajas oscilaciones en lazo cerrado. En la Fig 6.5(a) se puede ver la comparación para distintas ganancias del controlador.

Finalmente los parámetros con los que se obtienen una mejor respuesta son:

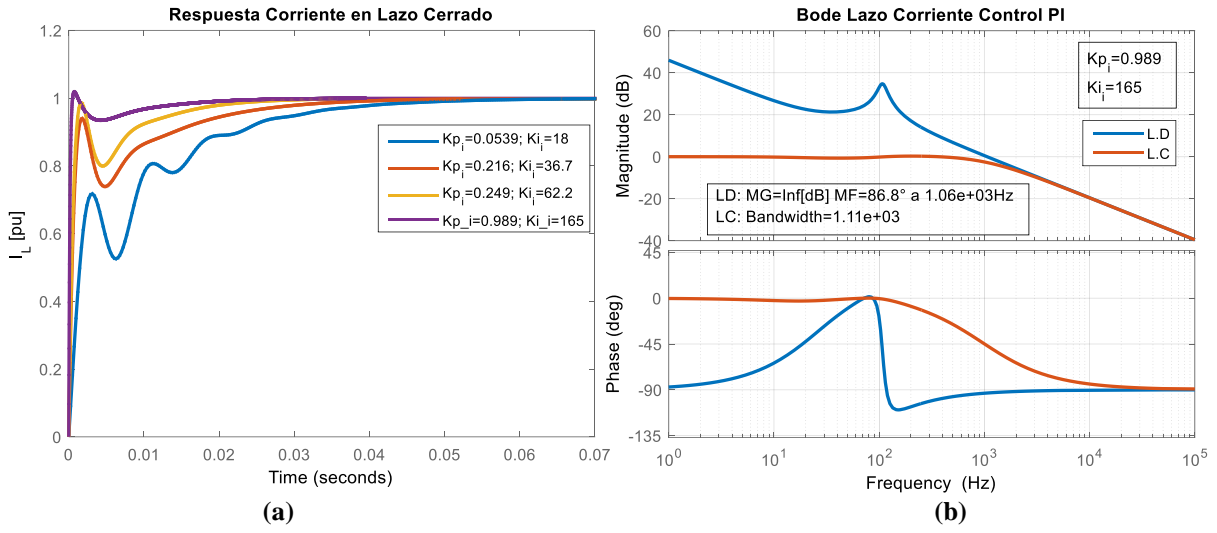
$$K_{pi} = 0.989$$

$$K_{ii} = 165$$

En la Fig.6.4 (b) se puede observar el diagrama de bode en lazo directo y lazo cerrado al añadir el controlador con los parámetros seleccionados. El margen de ganancia es infinito, se obtiene un margen de fase de  $86.8^\circ$  a una frecuencia de 1.06 [kHz]. Esto nos entrega una rápida respuesta del lazo interno y un ancho de banda de 1.11 [kHz] en lazo cerrado.

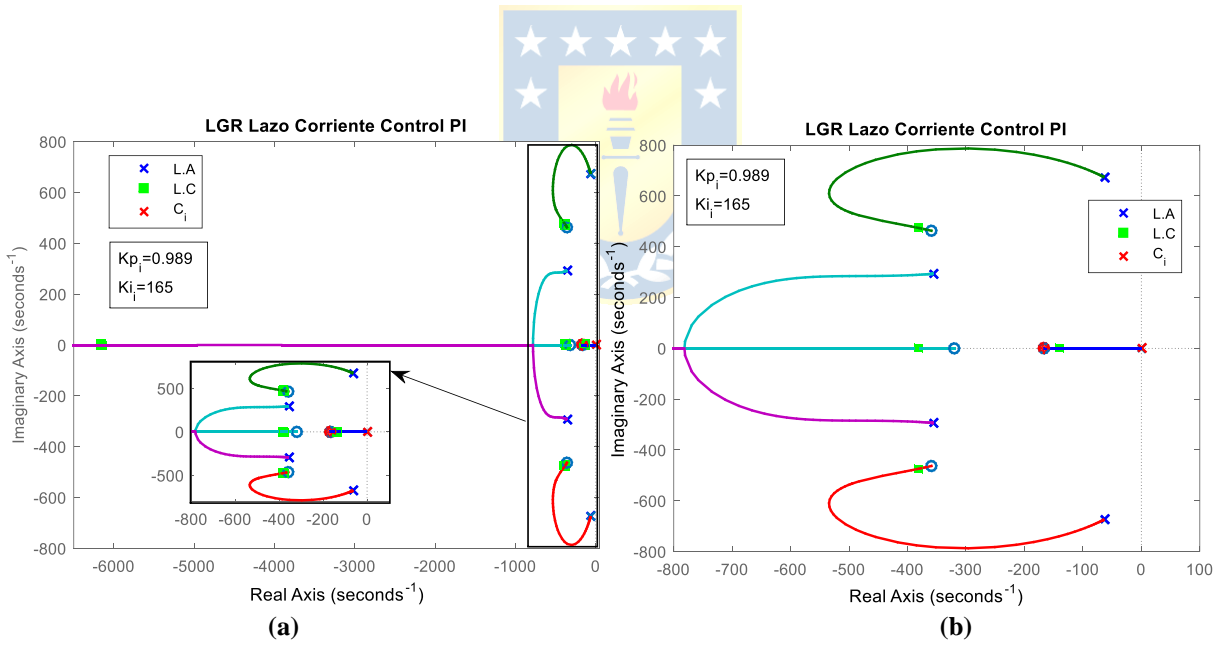
En la Fig.6.6 se muestra la ubicación de los polos y ceros en lazo abierto, los añadidos al aplicar un controlador PI y su ubicación final en lazo cerrado al usar las ganancias de control seleccionadas. Es posible ver que al aumentar la ganancia los polos se desplazan hacia la izquierda, lo que permite un seguimiento más rápido de la referencia. También se observa que estos se acercan al eje real, incrementando la amortiguación y de esta forma reduciendo las oscilaciones, como se ve reflejado en la Fig.6.5 (a).





**Fig. 6.5 Lazo de Control Interno.**

(a) Respuesta ante entrada escalón LC; (b) Diagrama de Bode L.D y L.C.



**Fig. 6.6 LGR lazo interno con control PI**

(a) Vista Total; (b) Zoom

Con el lazo interno de corriente sintonizado, se procede a sintonizar el lazo de voltaje. Al igual que en el lazo interno se varían los parámetros del controlador para tener una respuesta rápida y sin sobrepaso. En la Fig. 6.7(a) se puede ver la comparación para distintas ganancias del controlador. Finalmente los parámetros para los que se obtiene un mejor seguimiento de la referencia son:

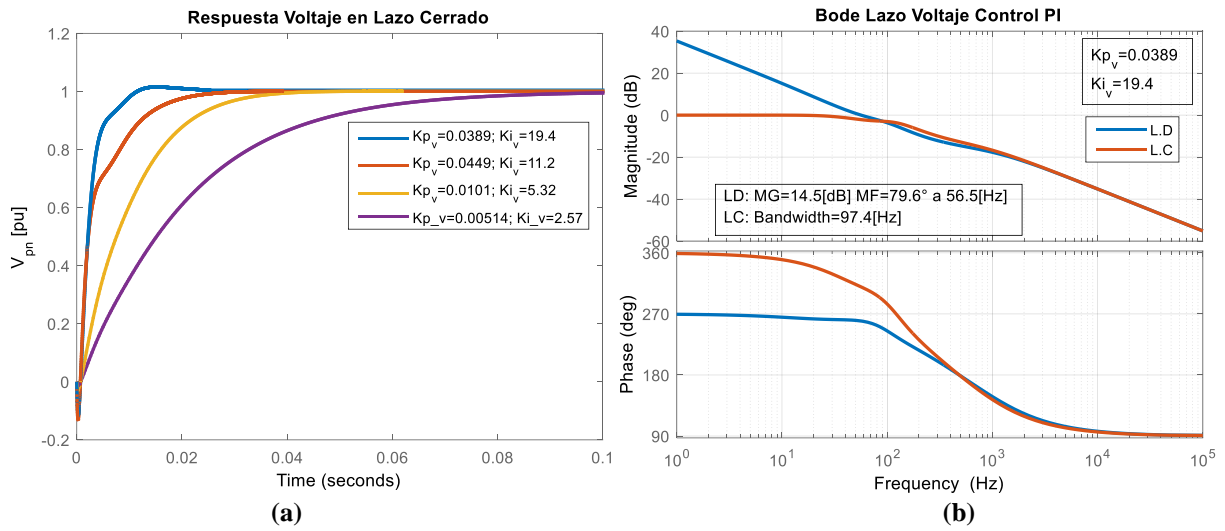
$$K_{pv} = 0.0389$$

$$K_{iv} = 19.4$$

En la Fig.6.7 (b) se puede observar el diagrama de bode en lazo directo y lazo cerrado al añadir el controlador con los parámetros señalados. Al añadir este control en cascada se obtiene un margen de ganancia de 14.5 [dB] y un margen de fase de 79.6° a una frecuencia de 56.5 [Hz]. Este lazo es mucho más lento, lo que permite que se encuentre desacoplado al de corriente, el ancho de banda es de 97.4 [Hz] prácticamente 10 veces menor que el del lazo interno.

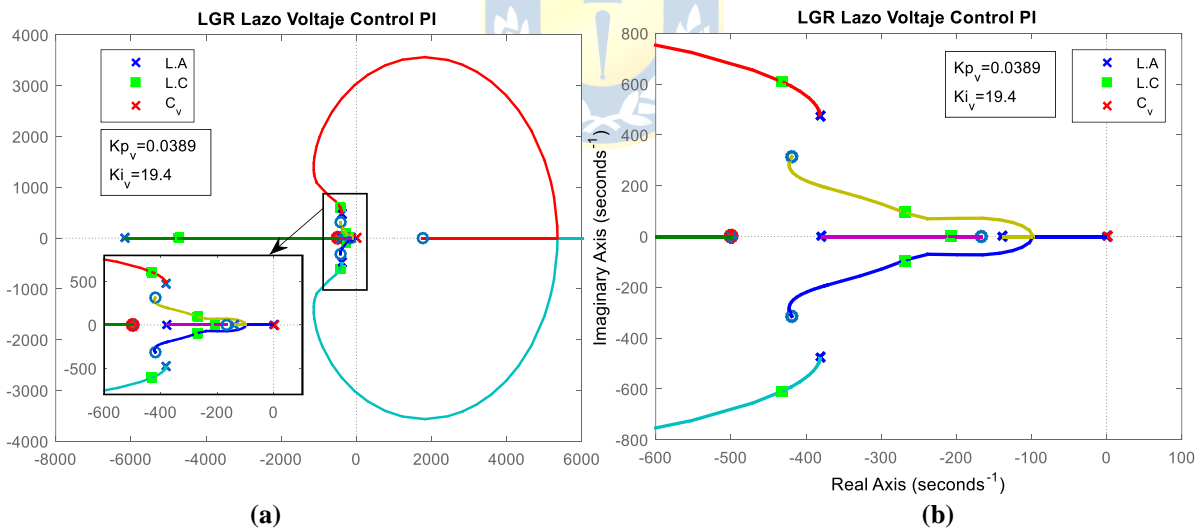
En la Fig.6.8 se muestra la ubicación de los polos y ceros en lazo directo, los agregados al añadir el controlador PI y su posición final en lazo cerrado, al usar las ganancias de control seleccionadas. Es posible ver que al aumentar la ganancia los polos se desplazan hacia la izquierda, lo que permite un seguimiento más rápido de la referencia, además, se observa que estos se acercan al eje real, incrementando la amortiguación y de esta forma reduciendo las oscilaciones en su respuesta dinámica (ver Fig. 6.7 (a)).

En la Fig. 6.9 se muestra la ubicación de los polos de ambos lazos, verificando que los polos en lazo cerrado del controlador de corriente corresponden a los polos en lazo directo del control de voltaje. Se puede observar que al usar un control en cascada existe la cancelación de los polos iniciales del sistema, y que los parámetros usados en los controladores, desplazó estos polos hacia la izquierda del eje imaginario lo que provoca una respuesta más rápida del lazo de control, y además un desplazamiento vertical hacia el eje real, lo que permite una respuesta amortiguada.



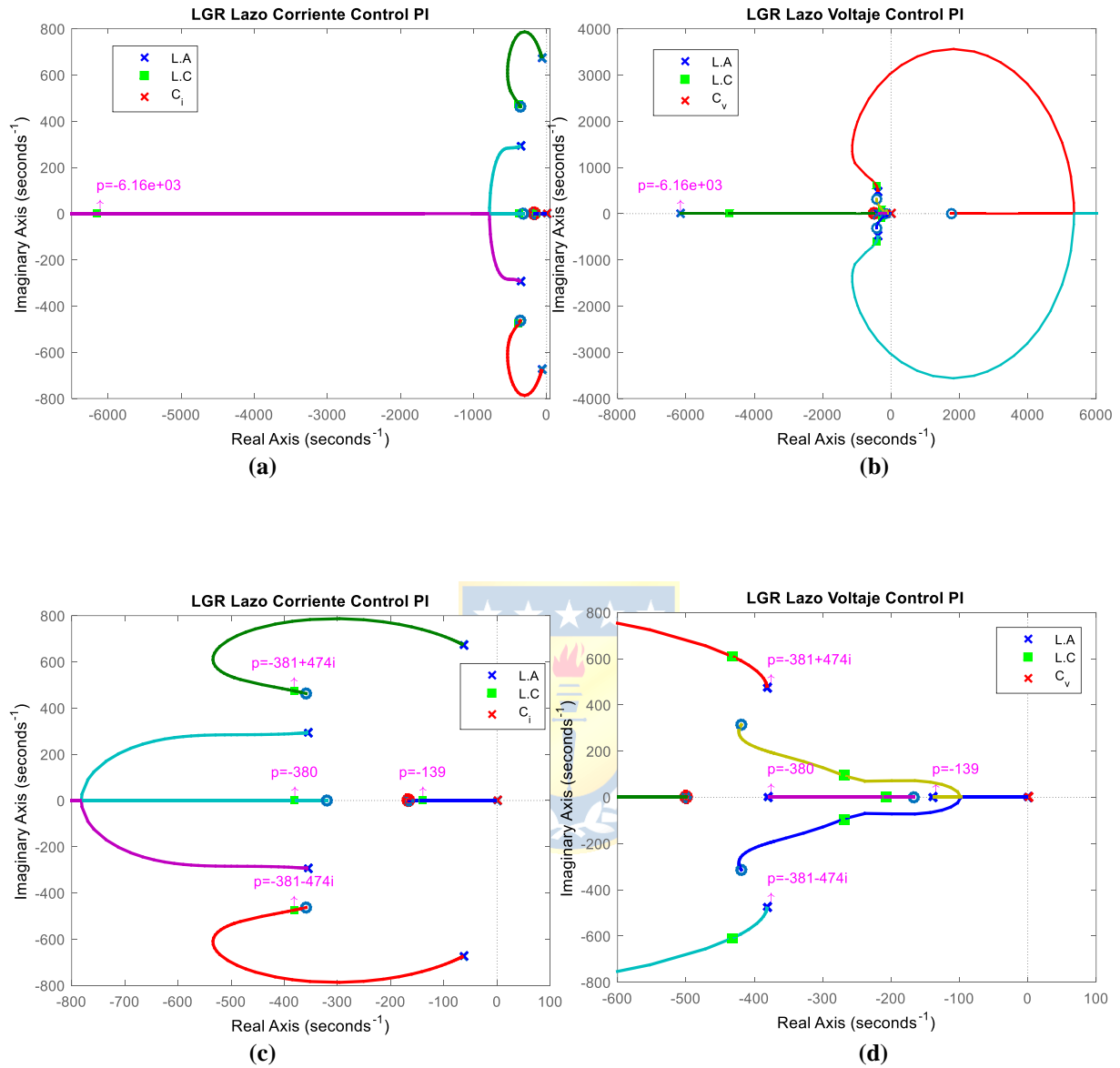
**Fig. 6.7 Lazo de Control Externo.**

(a) Respuesta ante entrada escalón LC; (b) Diagrama de Bode L.D y L.C.



**Fig. 6.8 LGR lazo externo con control PI**

(a) Vista Total; (b) Zoom



**Fig. 6.9 Ubicación de polos.**

(a) Lazo interno (vista total); (b) Lazo externo (vista total)

(c) Lazo interno (zoom); (d) Lazo externo (zoom).

## 6.4. Simulación.

Uno de los objetivos de la estrategia de control es que pueda absorber cambios en la entrada, e impactos de carga, es por esto que resulta útil saber el comportamiento del voltaje en el enlace ante cambios en el voltaje de entrada. A partir del modelo dinámico es posible obtener la relación entre el voltaje del condensador y el voltaje de entrada. ( $G_{vi}(s)$ ).

$$G_{vi}(s) = \mathbf{C}_1 \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{E} \quad (6.14)$$

Como el voltaje en el enlace DC es  $\hat{v}_{PN} = 2 \cdot V_C - V_{in}$ . La función de transferencia entre  $\hat{v}_{PN}$  y  $V_{in}$  puede quedar expresada como.

$$G_{vpni}(s) = 2 \cdot G_{vi}(s) - 1 \quad (6.15)$$

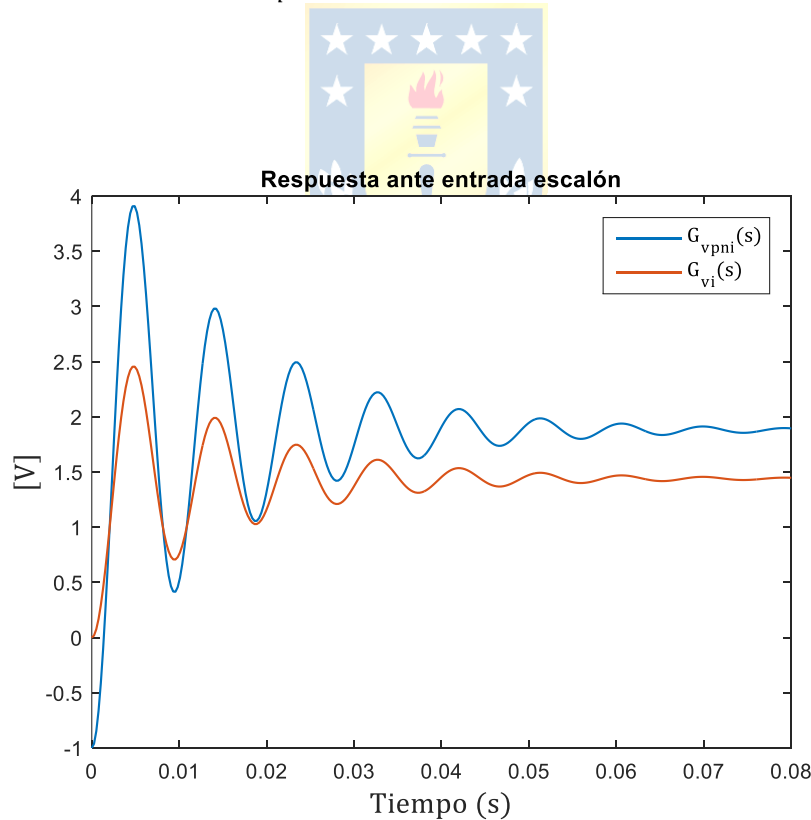


Fig. 6.10 Respuesta  $\hat{v}_{PN}$  y  $V_C$  ante cambios en  $V_{in}$ .

Se presenta la simulación del sistema aplicando el esquema de control propuesto y utilizando los parámetros de la sintonización obtenida. Para poder verificar su funcionamiento se realizaron pruebas aplicando cambios en la referencia, voltaje de entrada y carga.

En la Fig.6.11 se puede ver el voltaje en el enlace DC. Inicialmente tiene una referencia de voltaje  $\hat{v}_{PNref} = 37.73[V]$ , que corresponde a la condición de operación usada en las simulaciones anteriores (y el punto de operación usado en la linealización). En  $t = 0.07[s]$ , se aplica un cambio escalón en la referencia de  $\hat{v}_{PNref} = 45[V]$ . Luego se aplica un aumento en la carga desde  $R_L = 10[\Omega]$  a  $R_L = 15[\Omega]$  en  $t = 0.12[s]$ . Finalmente se ve su comportamiento al aplicar una caída de  $2[V]$  en  $V_{in}$  en  $t = 0.15[s]$ .

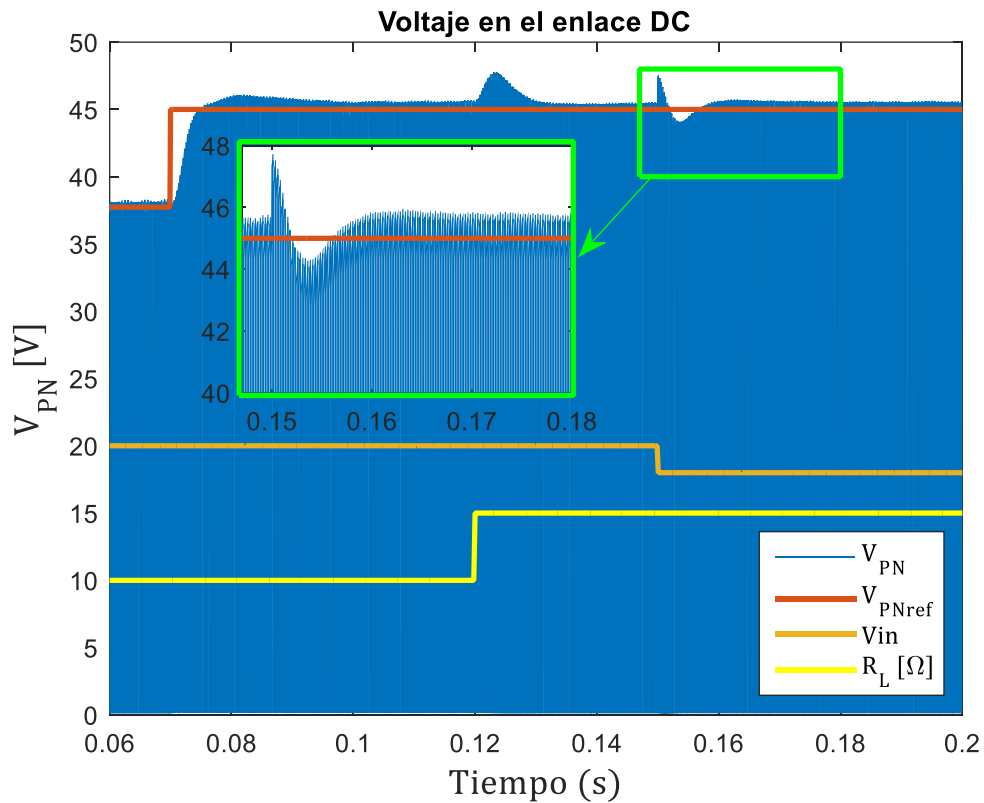
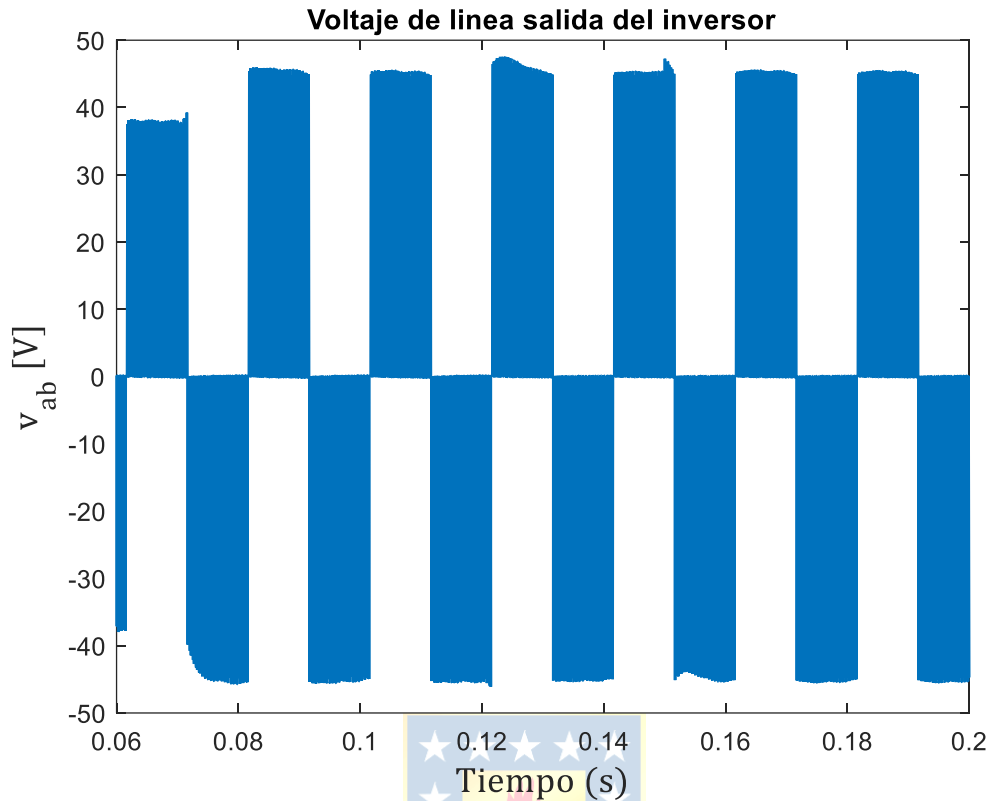
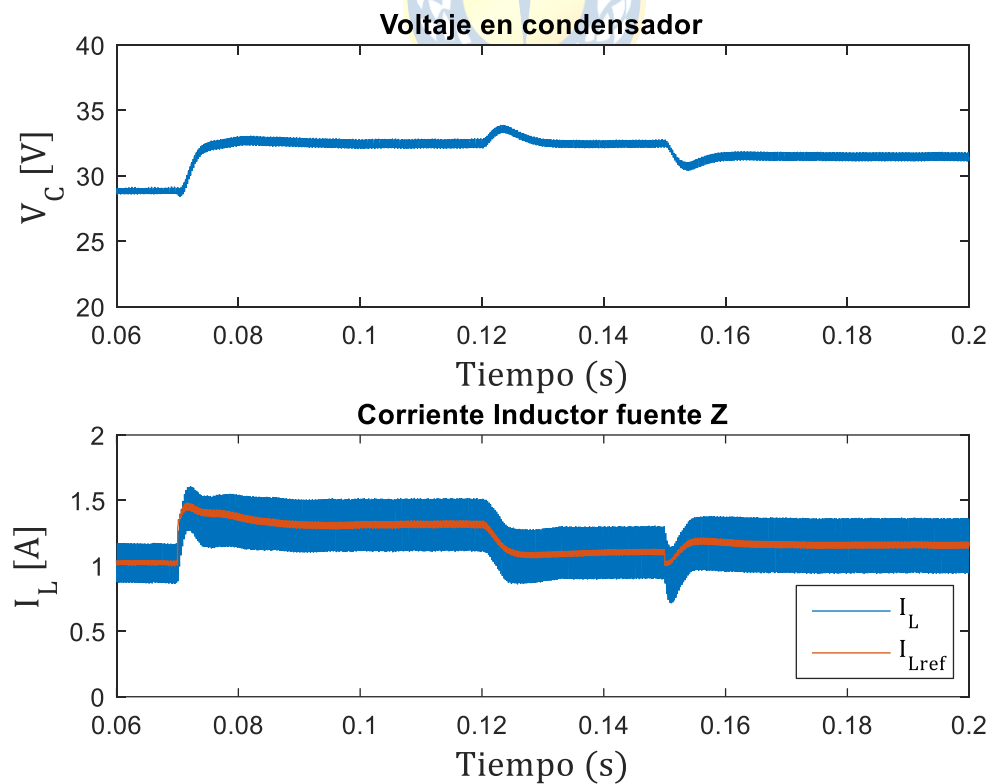


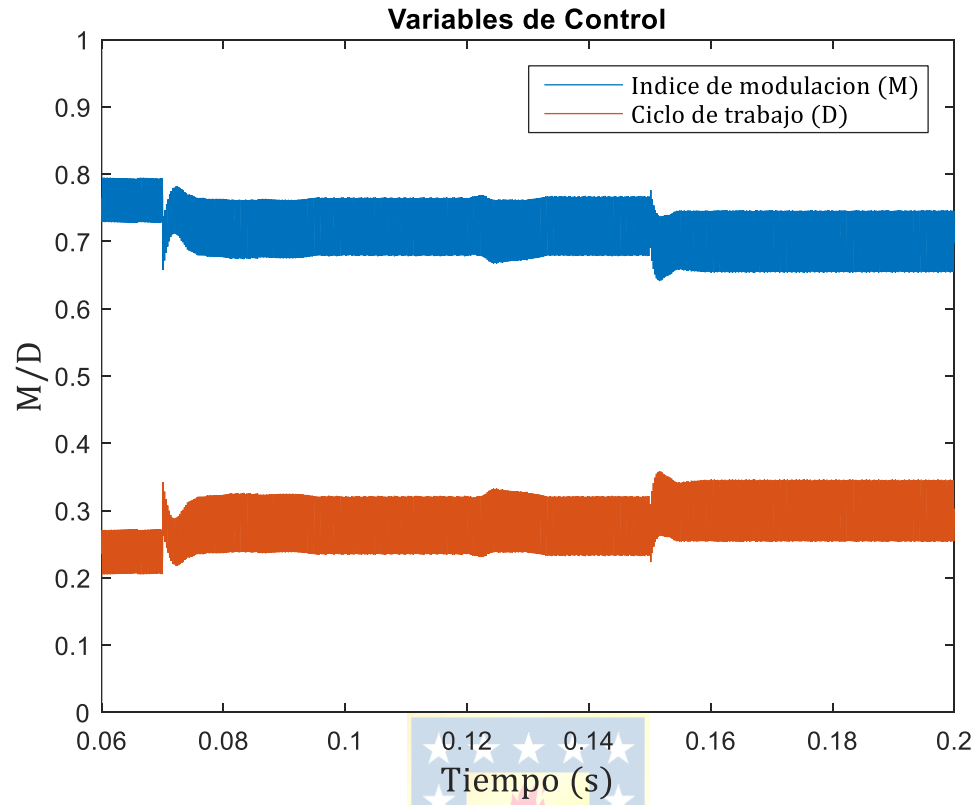
Fig. 6.11 Voltaje en el enlace DC ( $v_{PN}$ ).



**Fig. 6.12 Voltaje entre línea de salida.  $v_{ab}$ .**



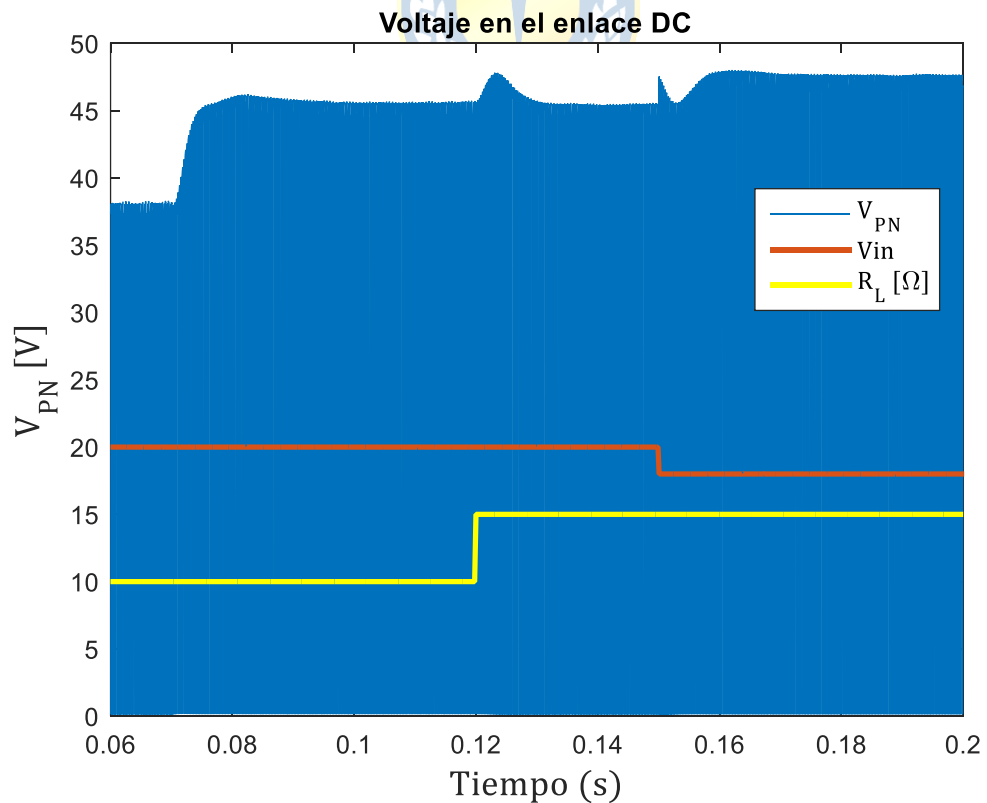
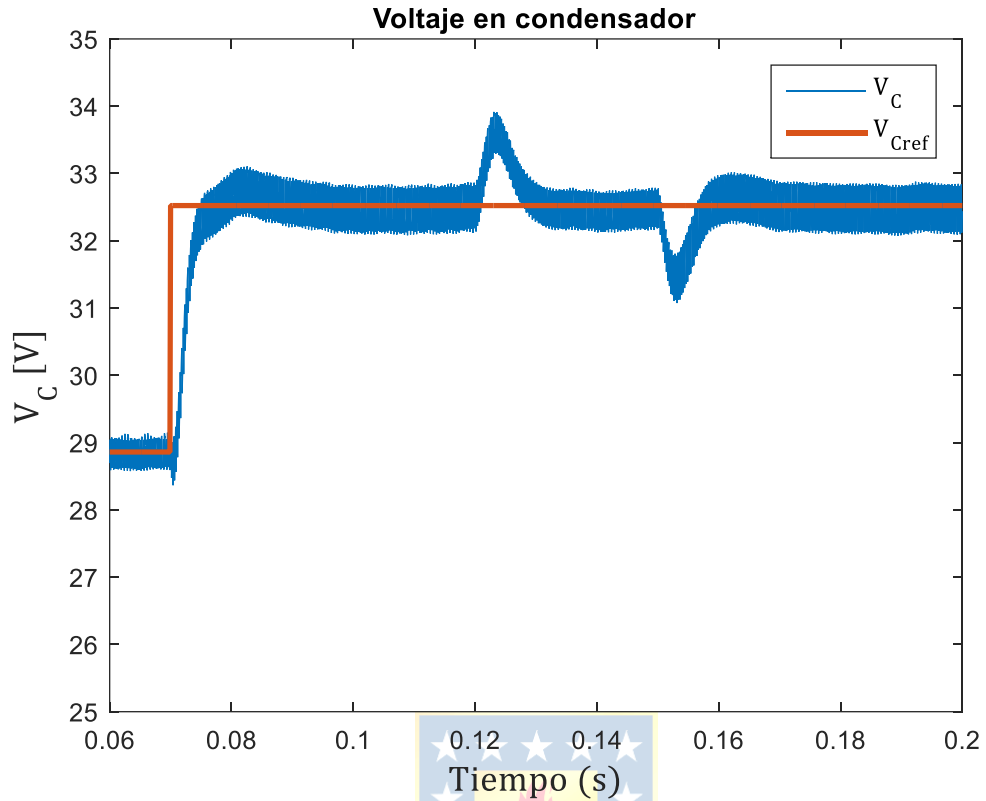
**Fig. 6.13 Voltaje en el condensador y corriente en el inductor.**



**Fig. 6.14 Variables de Control ( $M$  y  $D$ ).**







## 6.5. Discusión y Conclusiones

Al aplicar el control propuesto al voltaje en el enlace, se puede observar que este puede funcionar con un buen desempeño al momento de seguir cambios en la referencia, incluso siendo sintonizado con las funciones de transferencias en un punto de operación específico.

De acuerdo a lo mostrado en la Fig. 6.10 al realizar un cambio tipo escalón en el voltaje de entrada, se puede observar un comportamiento de fase no mínima en  $v_{PN}$ . Esto queda de manifiesto en la simulación mientras funciona el control propuesto. En  $t = 0.15[s]$  se produce una caída en la tensión de entrada de  $2[V]$ , el voltaje en el enlace sube instantáneamente y luego baja como se muestra en la Fig. 6.11. Dependiendo cuanto varíe el voltaje de entrada, el voltaje en el enlace variará lo mismo pero de forma negativa. En el caso particular de la simulación, el voltaje en el enlace se encontraba en la referencia  $\hat{v}_{PNref} = 45[V]$  y al caer  $2[V]$  el voltaje de entrada,  $\hat{v}_{PN}$  subió a  $47[V]$ .

Al caer el voltaje de entrada, por consiguiente caerá el voltaje en el condensador, por lo tanto el control intenta elevarlo para mantener la referencia. Es por esto que se ve un incremento en el ciclo de trabajo  $D$  en la Fig. 6.14.

En las figuras 6.15 y 6.16 se evidencia el problema de querer utilizar un control sobre el voltaje del condensador, y de esta forma controlar de forma indirecta el voltaje en el enlace DC. Se puede observar que tanto para cambios en la referencia o impactos de carga, se comporta de manera similar a la estrategia de control presentada, sin embargo, cuando se presentan perturbaciones en la entrada, este control deja de funcionar debido a que solo mantiene la referencia de  $V_C$ , y hace que  $\hat{v}_{PN}$  no se mantenga constante. En particular en el ejemplo de simulación al reducir el voltaje de entrada el voltaje en el enlace aumenta (Fig.6.16), debido a que está definido como se presentó en la ecuación (6.1).

## Capítulo 7. Comparación Topologías

---

### 7.1. Introducción

En un inversor, cada semiconductor debe ser seleccionado de acuerdo al máximo voltaje al que se ve sometido y a la corriente peak y media que circula por él. Para cuantificar el estrés de voltaje y corriente (o requerimientos) del inversor, se utiliza el SDP (*switching device power*). El SDP de un switch se determina como el producto del estrés voltaje por el estrés de corriente. El SDP total de un inversor queda definido sumando todos los SDP de los interruptores presentes en el circuito. Este parámetro es una medición de los requerimientos del dispositivo semiconductor, y resulta ser un indicador de costo importante en la construcción de un inversor [14].

### 7.2. SDP



El SDP total promedio y peak se definen en las ecuaciones 7.1 y 7.2 respectivamente:

$$SDP_{av} = \sum_{i=1}^N V_{s_i} \cdot I_{av_i} \quad (7.1)$$

$$SDP_{peak} = \sum_{i=1}^N V_{s_i} \cdot I_{peak_i} \quad (7.2)$$

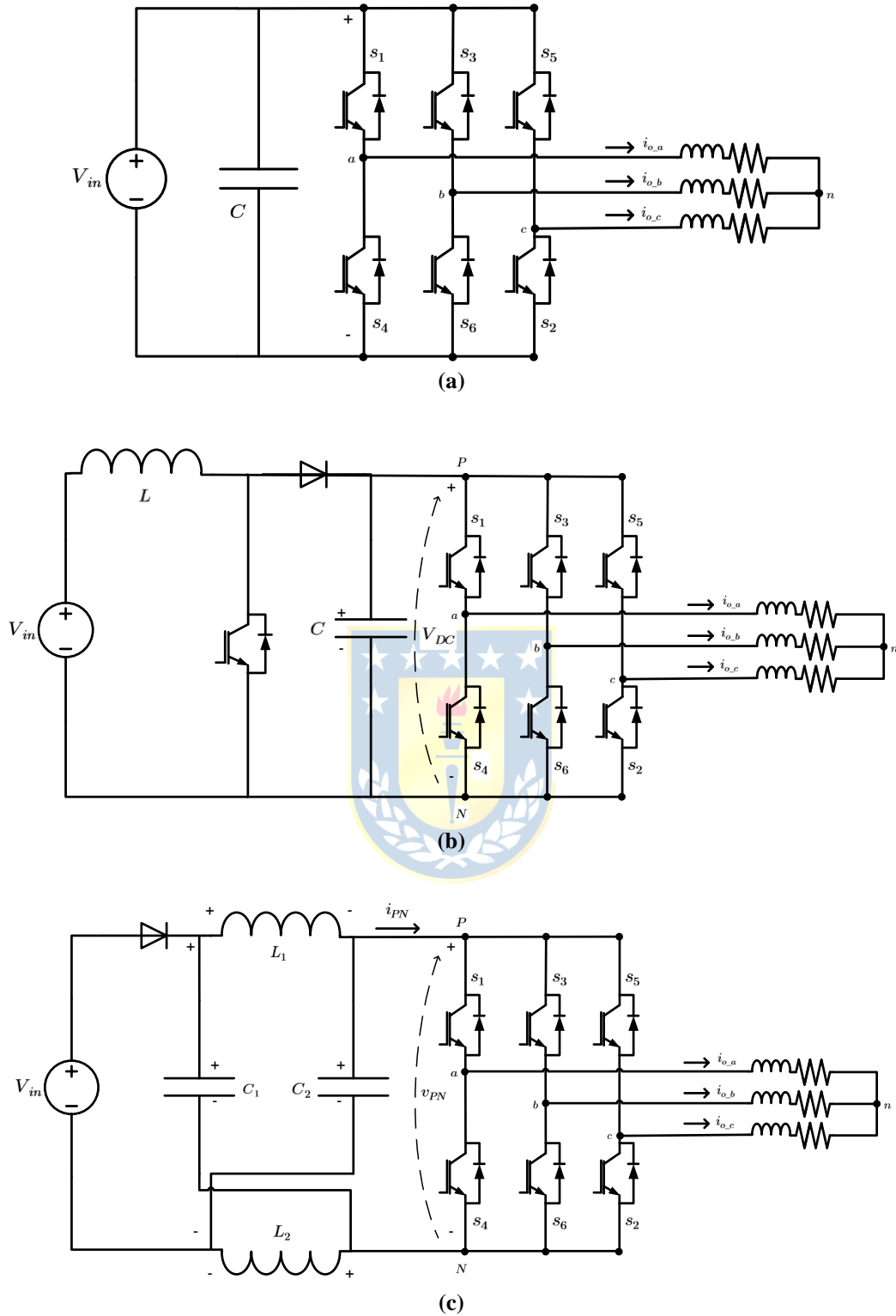
Donde,

$V_s$  : Estrés de voltaje al que se ve sometido el semiconductor.

$I_{av}$  : Corriente media a través del semiconductor.

$I_{peak}$  : Corriente peak a través del semiconductor.

$N$  : Número de semiconductores usados.



**Fig. 7.1 Topologías a comparar.**

(a) Inversor Tradicional; (b) Inversor+Boost dc/dc; (c) ZSI.

Se compararán los SDP medios y peak al usar un inversor PWM tradicional, un inversor PWM más un convertidor DC/DC y el inversor Z usando los dos métodos de modulación presentados en el capítulo 3.

Las ecuaciones para cada uno de los convertidores se presentan en la Tabla 7.1 y la deducción de cada una se detallan en el Anexo C.

**TABLA 7.1 Ecuaciones SDP promedio y peak.**

<b>Tipo Convertidor</b>	<b><math>SDP_{av}</math></b>	<b><math>SDP_{peak}</math></b>
PWM Tradicional	$\frac{8V_{m\acute{a}x}P_o}{\cos(\phi)V_{in}\pi M}$	$\frac{8V_{m\acute{a}x}P_o}{\cos(\phi)V_{in}M}$
PWM+Boost dc/dc	$\frac{8P_o}{\cos(\phi)\pi M} + \frac{P_o}{V_{in}}V_{DC}$	$\frac{8P_o}{\cos(\phi)M} + \frac{P_o}{V_{in}}V_{DC}$
Inversor Z(SB)	$\frac{4P_o(1-M)}{2M-1} + \frac{8P_o}{\cos(\phi)\pi}$	$\frac{4P_o}{2M-1} + \frac{4P_o}{\cos(\phi)M}$
Inversor Z(MB)	$\frac{4\pi P_o \left(1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi}\right)}{3\sqrt{3}M - \pi} + \frac{4\sqrt{3}P_o}{\cos(\phi)\pi^2}$	$\frac{4\pi P_o}{3\sqrt{3}M - \pi} + \frac{4P_o}{\cos(\phi)M}$

Con las expresiones mostradas se calculan los SDP para cada uno de los casos al cumplir las especificaciones de operación mostrada en la Tabla 7.2.

**TABLA 7.2 Especificaciones de Operación.**

<b>Parámetros</b>	<b>Valor</b>
Voltaje Continuo de entrada	$V_{in} = 20[V]$
Potencia de salida	$P_o = 20[W]$
Fundamental Voltaje peak línea salida	$\hat{v}_{ab} = 25[V]$
Factor de potencia	$\cos(\phi) = 0.8$

Para lograr las especificaciones, se obtiene que el voltaje en el enlace dc del convertidor boost como el del inversor Z debe ser  $V_{DC} = \hat{v}_{PN} = 37.735[V]$ . Como el inversor PWM tradicional no tiene elevación de voltaje, se considera que el máximo voltaje que debería circular por los semiconductores es  $V_{m\acute{a}x} = V_{DC}$ .

Para el inversor tradicional se utiliza un índice de modulación  $M = 1$ . La elevación del convertidor boost tiene la siguiente expresión:

$$V_{DC} = \frac{1}{1 - D_B} V_{in} \quad (7.3)$$

Donde,

$D_B$  : Ciclo de trabajo del convertidor boost.

De esta forma para obtener una fundamental  $\hat{v}_{ab} = 25[V]$ , se necesita un índice de modulación  $M = 0.765$ .

En el caso del inversor Z, para cumplir que  $v_{PN} = 37.735[V]$  se obtiene  $M = 0.765$ , usando el método de Simple Boost (SB), y un índice de modulación  $M = 1.04$  al usar el método de máximo boost (MB).

**TABLA 7.3 Valores SDP promedio y peak.**

<b>Tipo Convertidor</b>	<b><math>SDP_{av}</math>(VA)</b>	<b><math>SDP_{peak}</math>(VA)</b>
PWM Tradicional	120.1	377.4
PWM+Boost dc/dc	120.953	299.17
Inversor Z(SB)	99.134	281.6
Inversor Z(MB)	68.192	207.24

### 7.3. Componentes pasivos

El costo de un inversor considera principalmente los semiconductores, componentes pasivos, y circuitos de control. Una DSP universal y un driver de compuerta para 6 switches son suficientes para el control de un inversor Z, por lo tanto el costo de control debería ser el mismo que el de un inversor PWM tradicional y menor que uno con convertidor DC/DC porque el ZSI tiene una menor cantidad de componentes, debido a que requiere menos drivers, fuentes de poder, y conectores de comunicación [14]. Los componentes pasivos son diseñados de acuerdo a la frecuencia de conmutación y los requerimientos de rizado de voltaje y corriente. Las ecuaciones para el riple de voltaje del condensador y corriente del inductor de cada uno de los inversores se muestran en la Tabla 7.4. Cada una de las deducciones de estas ecuaciones se detalla en el Anexo D.

**TABLA 7.4 Ecuaciones Ripple de Voltaje y corriente.**

Tipo Convertidor	$\Delta V_C$	$\Delta I_L$
PWM Tradicional	$\frac{P_o \cdot T}{V_{in} \cdot C} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}M\right)$	N/A
PWM+Boost dc/dc	$\frac{P_o T}{V_{in} C} (1 - D_B) - \cos(\phi) \frac{4P_o T}{3V_{DC} M C} \left(\frac{3}{4}M - D_B\right)$	$\frac{V_{in}}{L} D_B T$
Inversor Z(SB)	$\frac{P_o (1 - M) T}{V_{in} C}$	$\frac{M V_{in}}{L(2M - 1)} (1 - M) T$
Inversor Z(MB)	$\frac{P_o \left(1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi}\right) T}{V_{in} C}$	$\frac{3\sqrt{3}M V_{in}}{2L(3\sqrt{3}M - \pi)} \left(1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi}\right) T$

Para poder comparar los valores de los componentes necesarios para cada uno de los inversores, se calculan el tamaño del inductor y condensador de acuerdo a las mismas especificaciones de operaciones mostradas en la Tabla 7.2 y con los siguientes factores de riple de voltaje y corriente.

$$\delta_C = 3\%$$

$$\delta_L = 30\%$$

Para cumplir las especificaciones de operación el voltaje en el condensador al que se verá sometido el inversor tradicional y el inversor Z será  $V_C = 28.86[V]$ , en cambio para el inversor con convertidor boost, el voltaje en el condensador debe ser igual al del enlace, por lo que se calcula el tamaño de acuerdo a  $V_C = V_{DC} = 37.735[V]$ .

El voltaje de salida que entrega el convertidor boost esta expresado por:

$$V_{DC} = \frac{1}{1 - D_B} V_{in}$$

Donde,

$D_B$  : Ciclo de trabajo del convertidor boost.

De esta forma para lograr las condiciones de operación, se necesita un  $D_B = 0.47$ .

Debido a que son las mismas condiciones de operación anteriores se utilizan los índices de modulación que se mostraron para el cálculo del SDP.

**TABLA 7.5 Valores Componentes pasivos.**

<b>Tipo Convertidor</b>	<b>C(<math>\mu</math>F)</b>	<b>L(mH)</b>
PWM Tradicional	144.3	N/A
PWM+Boost dc/dc	195.99	15.67
Inversor Z(SB)	135.84	11.307
Inversor Z(MB)	97.68	5.571



## 7.4. Discusión y Conclusiones

De acuerdo a lo obtenido en los SDP de la tabla 7.2 podemos observar que el inversor PWM tradicional es quien tiene el máximo valor en SDP medio y máximo, obteniendo un incremento del SDP medio en un 0.7% y en un 26.1% el SDP peak con respecto al VSI+dc/dc. Por otro lado el VSI tradicional posee la desventaja de no elevar la tensión de entrada, por lo que es necesario disponer de un voltaje mayor en la entrada comparado con un VSI+dc/dc o un ZSI. Al comparar el ZSI con respecto al VSI+dc/dc, podemos observar que el SDP medio se reduce en un 18% al usar el método de simple boost y en un 43.6% al usar el método de máximo boost, lo que es una de las ventajas de la topología Z. De acuerdo a lo mostrado en el capítulo 3, tiene sentido que al usar el método de máximo boost se obtenga un menor SDP, ya que al maximizar el índice de modulación y tener un ciclo de trabajo menor, implicaba un menor estrés de voltaje en los semiconductores.

En relación a los componentes pasivos necesarios, nuevamente el inversor Z necesita parámetros más pequeños. Esto debido a que en el caso del inversor Z, el condensador se ve sometido a un menor voltaje que el del convertidor boost en el cual el condensador debe soportar el voltaje del enlace DC. La desventaja sería que el inversor Z necesita 2 capacitores a diferencia del convertidor boost que solo necesita uno.

Al usar el método de máximo boost nuevamente se obtiene un parámetro menor, debido a que el voltaje del condensador es menor, aunque hay que tener presente que al ocupar un mismo factor de rizado al usar este método, la fluctuación entre el valor máximo y mínimo será mayor, como se analizó en la comparación de los métodos de modulación del capítulo 3.

## Capítulo 8. Conclusiones

---

### 8.1. Sumario

Se ha estudiado el funcionamiento del inversor Z, deduciendo sus estados de operación y obteniendo las ecuaciones que describen su comportamiento estático.

Se construyó un modelo dinámico el cual permitió analizar el comportamiento transiente del convertidor.

Además se han presentado dos métodos de modulación para esta topología, los cuales permiten añadir los estados de cortocircuito necesario para generar la elevación de voltaje. Cada uno de estos métodos se contrastaron mediante simulación y se vieron las ventajas y desventajas de cada uno.

Se analizaron las zonas de operación del convertidor, y se estudiaron las restricciones que se deben considerar en sus variables de control, para su correcto funcionamiento.

Se planteó una estrategia de control que permitiera, seguir una referencia en el voltaje en el enlace y que además fuera capaz de absorber cambios en la entrada y la carga.

Finalmente se realizó una comparación con las topologías tradicionalmente usadas, verificando que el inversor Z posee ventajas comparativas en cuanto a los requerimientos de construcción.

## 8.2. Conclusiones

Luego de estudiar en profundidad el inversor Z, podemos concluir que presenta ventajas con respecto a los tradicionales convertidores VSI+dc/dc, ya que los requerimientos de potencia y el estrés de voltaje y corriente al que se ven sometidos los semiconductores es mucho menor al usar el ZSI, obteniendo un SDP promedio 18% menos al usar el método de simple boost y un 43,6% menos al usar el método de máximo boost con respecto a los convertidores VSI+dc/dc convencionales.

La elección de los componentes pasivos del ZSI es fundamental, ya que como se analizó, los parámetros usados en los capacitores e inductores, son influyentes en la dinámica del sistema y son relevantes a la hora del diseño de una estrategia de control. En particular el tamaño del inductor influye en la respuesta de fase no mínima que poseen estas topologías que presentan capacitores en paralelo en el enlace dc.

Se puede concluir que el control del voltaje en el enlace dc, se puede llevar a cabo utilizando técnicas de control lineal, particularmente utilizando un control en cascada, con un lazo interno de corriente y el externo de voltaje. Realizar un análisis de ubicación de polos, permite sintonizar el lazo interno y externo y de esta forma obtener un desempeño frente a cambios en la referencia satisfactorio, incluso operando el convertidor en una zona distinta al punto de operación, y sensando la realimentación del voltaje de forma indirecta. Además de presentar una rápida repuesta ante cambios en la referencia, se pudo comprobar que la estrategia de control presentada en este trabajo es capaz de absorber impactos en la carga conectada, y cambios provenientes del voltaje dc de entrada.

### 8.3. Trabajo futuro

Dentro de los trabajos futuros, existe la necesidad de contar con estrategias de control no lineales que permitan tener un mejor desempeño sin importar en la zona de operación que se quiera hacer funcionar el convertidor.

Además para poder establecer un correcto sensado del voltaje discontinuo en el enlace, es necesario estudiar y poder diseñar algún circuito que permita medir en los instantes en que este es máximo. Mejorar el controlador con un método no lineal y permitir medir de forma directa el voltaje en el enlace, nos entregaría un control mucho más robusto.



## Bibliografía

---

- [1] Fang Zheng Peng, “Z-source inverter,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, no. 2, pp. 504–510, 2003.
- [2] M. Hanif, M. Basu, and K. Gaughan, “Understanding the operation of a Z-source inverter for photovoltaic application with a design example,” *IET Power Electron.*, vol. 4, no. 3, p. 278, 2011.
- [3] M. Shen, Q. Tang, and F. Z. Peng, “Modeling and controller design of the Z-source inverter with inductive load,” *PESC Rec. - IEEE Annu. Power Electron. Spec. Conf.*, pp. 1804–1809, 2007.
- [4] C. Freddy, V. M. Sanchez, U. D. Q. Roo, D. De Ciencias, A. Boulevard, and Q. Roo, “Convertidor Fuente Z para Aplicaciones Fotovoltaicas” Conference Paper · January 2010,” no. January, 2010.
- [5] P. C. Loh, D. M. Vilathgamuwa, C. J. Gajanayake, Y. R. Lim, and C. W. Teo, “Transient modeling and analysis of pulse-width modulated Z-source inverter,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, no. 2, pp. 498–507, 2007.
- [6] J. Liu, J. Hu, and L. Xu, “Dynamic Modeling and Analysis of Z Source Converter-Derivation of AC Small Signal Model and Design-Oriented Analysis,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, no. 5, pp. 1786–1796, 2007.
- [7] X. Ma, Y. Zhang, and J. Liu, “Comprehensive Classifications and Comparisons of Different Modulation Schemes for Z-source Inverter.”
- [8] H. Rostami and D. a Khaburi, “Voltage Gain Comparison of Different Control Methods of the Z-Source Inverter,” pp. 268–272, 2009.

- [9] F. Z. Peng, M. Shen, and Z. Qian, "Maximum boost control of the Z-source inverter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 20, no. 4, pp. 833–838, 2005
- [10] Y. Li, S. Jiang, J. G. Cintron-Rivera, and F. Z. Peng, "Modeling and control of quasi-z-source inverter for distributed generation applications," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 4, pp. 1532–1541, 2013.
- [11] O. Ellabban, J. Van Mierlo, and P. Lataire, "A DSP-Based Dual-Loop Peak DC-link Voltage Control Strategy of the Z-Source Inverter," vol. 27, no. 9, pp. 4088–4097, 2012.
- [12] Y. P. Siwakoti *et al.*, "Impedance-Source Networks for Electric Power Conversion Part II: Review of Control and Modulation Techniques," vol. 30, no. 4, pp. 1887–1906, 2015.
- [13] M. Shen, Q. Tang, and F. Z. Peng, "Modeling and controller design of the Z-source inverter with inductive load," *PESC Rec. - IEEE Annu. Power Electron. Spec. Conf.*, pp. 1804–1809, 2007.
- [14] M. Shen, A. Joseph, J. Wang, F. Z. Peng, and D. J. Adams, "Comparison of Traditional Inverters and Z-Source Inverter for Fuel Cell Vehicles," 1980.
- [15] C. R. Baier *et al.*, "Reducing losses in the shoot-through state of a single-phase quasi-z-source inverter," *2017 IEEE International Telecommunications Energy Conference (INTELEC)*, Broadbeach, QLD, 2017, pp. 444-449.
- [16] C. R. Baier, M. Torres, J. A. Muñoz, J. M. Mauricio, J. Rohten and M. Rivera, "Nonlinear control strategy for current source cascaded H-bridge inverters — An approach considering single-phase DQ components," *2015 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, Seville, 2015, pp. 3079-3084.
- [17] C. R. Baier, J. R. Espinoza, P. E. Melin, E. Espinoza and J. Muñoz, "A novel multi-level CSI based topology with inter-cell magnetic couplings for minimum DC storage

- components," *2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Bari, 2010, pp. 3193-3198.
- [18] C. R. Baier, P. E. Melín, J. R. Espinoza, J. Muñoz and J. I. Guzmán, "A novel multi-level topology based on current source power cells for high performance applications," *2010 IEEE International Conference on Industrial Technology*, Vina del Mar, 2010, pp. 1333-1338.
- [19] C. R. Baier *et al.*, "Current-source cascaded multilevel converters based on single-phase power cells," *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Vienna, 2013, pp. 6207-6212.



## Anexo A. Operación Inversor Trifásico (VSI).

Las ecuaciones del modelo matemático para un inversor fuente de voltaje trifásico se muestran a continuación.

La suma de las corrientes de carga es cero y debido a que la carga es balanceada, entonces:

$$v_{oan}(t) + v_{obn}(t) + v_{ocn}(t) = 0 \quad (\text{A.1})$$

Además sabiendo que:

$$\begin{aligned} v_{1ab}(t) &= s_{ab}(t) \cdot v_{dc}(t) = (s_1(t) - s_3(t)) \cdot v_{dc}(t) \\ v_{1bc}(t) &= s_{bc}(t) \cdot v_{dc}(t) = (s_3(t) - s_5(t)) \cdot v_{dc}(t) \\ v_{1ca}(t) &= s_{ca}(t) \cdot v_{dc}(t) = (s_5(t) - s_1(t)) \cdot v_{dc}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{pmatrix} v_{1ab}(t) \\ v_{1bc}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{oan}(t) \\ v_{obn}(t) \\ v_{ocn}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{pmatrix} v_{oan}(t) \\ v_{obn}(t) \\ v_{ocn}(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{1ab}(t) \\ v_{1bc}(t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{pmatrix} v_{oan}(t) \\ v_{obn}(t) \\ v_{ocn}(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1(t) \\ s_3(t) \\ s_5(t) \end{pmatrix} \cdot v_{dc}(t) \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{pmatrix} v_{oan}(t) \\ v_{obn}(t) \\ v_{ocn}(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_1(t) \\ s_3(t) \\ s_5(t) \end{pmatrix} \cdot v_{dc}(t) \quad (\text{A.5})$$

Por simplificación se utilizará la ecuación

$$\mathbf{v}_{o_n}(t) = \mathbf{T}_{ln} \cdot \mathbf{s}_i(t) \cdot v_{dc}(t) \quad (\text{A.6})$$



Donde,

$$\mathbf{v}_{on}(t) = \begin{pmatrix} v_{oan}(t) \\ v_{obn}(t) \\ v_{ocn}(t) \end{pmatrix} \quad \mathbf{T}_{ln} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{s}_i(t) = \begin{pmatrix} s_1(t) \\ s_3(t) \\ s_5(t) \end{pmatrix}$$

A partir de que la potencia instantánea es igual:

$$v_{dc}(t) \cdot i_{dc}(t) = \mathbf{v}_{on}(t)^T \cdot \mathbf{i}_o(t) \quad (\text{A.7})$$

Reemplazando  $\mathbf{v}_{on}(t)$  de la ecuación (A.6) se obtiene:

$$v_{dc}(t) \cdot i_{dc}(t) = (\mathbf{T}_{ln} \cdot \mathbf{s}_i(t) \cdot v_{dc}(t))^T \cdot \mathbf{i}_o(t) \quad (\text{A.8})$$

$$i_{dc}(t) = \mathbf{s}_i(t)^T \cdot \mathbf{T}_{ln}^T \cdot \mathbf{i}_o(t) \quad (\text{A.9})$$



## Anexo B. Diseño Red de Impedancia Z

Aquí se muestran las ecuaciones necesarias para realizar el cálculo de los componentes de la red de impedancia Z, de acuerdo a un criterio de operación del inversor. A partir de esto es posible lograr los ripples de corriente y voltaje en el inductor y condensador respectivamente, de acuerdo a las especificaciones de diseño.

A partir del análisis del modelo estático del ZSI y las ecuaciones obtenidas se resume la Tabla B.1.

**TABLA B.1 Relaciones ZSI trifásico con modulación de boost simple**

Nombre	Ecuación
Factor de Boost	$B = \frac{1}{1-2 \cdot D}$
Voltaje en enlace DC	$\hat{v}_{PN} = B \cdot V_{in}$
Ganancia del convertidor	$G = M \cdot B$
Voltaje máx. línea (componente fundamental)	$\hat{v}_{ab} = \sqrt{3} \cdot M \cdot B \cdot \frac{V_{in}}{2}$

Conociendo el voltaje DC de la fuente de entrada  $V_{in}$  e imponiendo el voltaje máximo de línea que se quiere obtener a la salida  $v_{ab}$ , se puede despejar el índice de modulación necesario de la siguiente forma:

$$M = \left| -\frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \hat{v}_{ab}}{3 \cdot V_{in} - 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \hat{v}_{ab}} \right| \quad (\text{B.1})$$

Cálculo de componentes de la red de impedancia Z.

La corriente del inductor de la red de impedancia es determinada por:

$$I_L = \frac{P}{V_{in}} \quad (\text{B.2})$$

$$\Delta I_L = \delta_L \cdot I_L \quad (\text{B.3})$$

Donde,

$I_L$  : Corriente del inductor de la red Z

$\Delta I_L$  : ripple de corriente del inductor

$\delta_L$  : Factor de ripple inductor

Además como el voltaje del inductor y el capacitor es el mismo durante el estado de cortocircuito se tiene que:

$$V_L = V_C = \frac{V_{in} + V_{PN}}{2} \quad (\text{B.4})$$

$$\Delta V_C = \delta_c \cdot V_C \quad (\text{B.5})$$

Donde,

$\Delta V_C$  : ripple de voltaje del capacitor

$\delta_c$  : Factor de ripple capacitor

El tiempo en estado de cortocircuito es:

$$T_0 = D \cdot T \quad (\text{B.6})$$

$$T = \frac{1}{f_{tri}} \quad (\text{B.7})$$

Donde:

$T$  : Periodo de la portadora

$f_{tri}$  : Frecuencia de la portadora

De esta forma se calculan los valores de la inductancia y capacitancia necesarias para un determinado factor de ripple de corriente y voltaje ( $\Delta I_L$  y  $\Delta V_C$ ):

$$L = \frac{T_0 \cdot V_C}{\Delta I_L} \quad (\text{B.8})$$

$$C = \frac{T_0 \cdot I_L}{\Delta V_C} \quad (\text{B.9})$$



## Anexo C. Ecuaciones SDP Convertidores

---

### *PWM Tradicional:*

Para el inversor PWM tradicional, el voltaje de fase RMS a potencia máxima es:

$$V_f = \frac{V_{in}}{2\sqrt{2}} M \quad (C.1)$$

Con una carga con factor de potencia  $\cos(\phi)$ , la corriente de fase RMS es:

$$I_f = \frac{P_o}{3 \cos(\phi) V_f} \quad (C.2)$$

Debido a que la corriente de línea es compartida entre dos switches en un ciclo, la corriente promedio a través de cada switch es:

$$I_{av} = \frac{P_o}{3 \cos(\phi) \frac{V_{in}}{2\sqrt{2}} M} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{2}{3 \cos(\phi) V_{in} \pi M} = \frac{4P_o}{3 \cos(\phi) V_{in} \pi M} \quad (C.3)$$

El estrés de voltaje máximo en los semiconductores ocurre cuando la potencia de salida es cero,  $V_s = V_{m\acute{a}x}$

De esta forma el  $SDP_{av}$  queda:

$$SDP_{av} = 6 \cdot V_{m\acute{a}x} \cdot I_{av} = \frac{8 \cdot V_{m\acute{a}x} \cdot P_o}{\cos(\phi) \cdot V_{in} \cdot \pi \cdot M} \quad (C.4)$$

La corriente peak a través de los switches es la corriente de línea peak.

$$I_{peak} = \sqrt{2} I_f = \frac{4 \cdot P_o}{3 \cos(\phi) V_{in} M} \quad (C.5)$$

Así el  $SDP_{peak}$  queda:

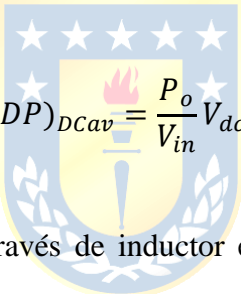
$$SDP_{peak} = 6 \cdot V_s \cdot I_{peak} = \frac{8 \cdot V_{m\acute{a}x} \cdot P_o}{\cos(\phi) \cdot V_{in} \cdot M} \quad (C.6)$$

### **Inversor PWM +dc/dc:**

Para el switch en el convertidor boost, se trata el switch y el diodo como una celda, el máximo voltaje que sostiene es  $V_{dc}$ , y la corriente promedio que circula durante la potencia máxima es:

$$I_{avs} = \frac{P_o}{V_{in}} \quad (C.7)$$

El  $SDP_{av}$  en un convertidor dc/dc:



$$(SDP)_{DCav} = \frac{P_o}{V_{in}} V_{dc} \quad (C.8)$$

Suponiendo que la corriente a través de inductor en el convertidor boost es constante, el  $SDP_{peak}$  es:

$$(SDP)_{DCpeak} = \frac{P_o}{V_{in}} V_{dc} \quad (C.9)$$

El estrés de voltaje en los interruptores del inversor es  $V_{dc}$ . El voltaje de fase RMS al usar índice de modulación  $M$  es:

$$V_f = \frac{V_{dc}}{2\sqrt{2}} M \quad (C.10)$$

La corriente de línea RMS es:

$$I_f = \frac{P_o}{3V_f \cos(\phi)} \quad (\text{C.11})$$

La corriente media a través de los switches durante la máxima potencia es:

$$I_{av\_inv} = \frac{I_f \sqrt{2}}{\pi} = \frac{4P_o}{3\cos(\phi)V_{dc}\pi M} \quad (\text{C.12})$$

El  $SDP_{av}$  en el sistema es:

$$SDP_{av} = 6 \cdot V_{dc} \cdot I_{av\_inv} + (SDP)_{DCav} \quad (\text{C.13})$$

$$SDP_{av} = \frac{8 \cdot P_o}{\cos(\phi) \cdot \pi \cdot M} + \frac{P_o}{V_{in}} \cdot V_{DC} \quad (\text{C.14})$$

La corriente peak en el inversor es:

$$I_{peak\_inv} = I_f \sqrt{2} = \frac{4P_o}{3\cos(\phi)V_{dc}M} \quad (\text{C.15})$$

El  $SDP_{peak}$  en el sistema es:

$$SDP_{peak} = 6 \cdot V_{dc} \cdot I_{peak\_inv} + (SDP)_{DCpeak} \quad (\text{C.16})$$

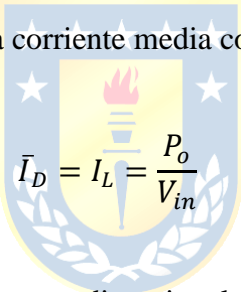
$$SDP_{peak} = \frac{8 \cdot P_o}{\cos(\phi) \cdot M} + \frac{P_o}{V_{in}} \cdot V_{DC} \quad (\text{C.17})$$

### Inversor Z:

Para el inversor Z, la corriente en los switches se define para la corriente en la carga y durante los estados de cortocircuito. Debido a que el inversor tiene una estructura simétrica, la corriente durante el cortocircuito se distribuye en las tres ramas del inversor. Y esta es dos veces la corriente del inductor. Es por esto que la corriente promedio en el estado de cortocircuito a través de cada switch es:

$$I_{avs} = \frac{2}{3} I_L \quad (C.18)$$

Donde  $I_L$  es la corriente en el inductor. En el lado de entrada del inversor, la corriente media a través del diodo es igual a la suma de la corriente media del inductor y condensador. En estado estacionario la corriente a través del condensador es cero, de esta forma la corriente media a través del diodo es igual a la corriente media a través del inductor. La potencia de salida de la celda bajo la máxima potencia es  $P_o$ , es por esto que la corriente media como la del inductor es:



$$\bar{I}_D = I_L = \frac{P_o}{V_{in}} \quad (C.19)$$

Durante el estado activo, la corriente media es igual que el inversor convencional, por lo tanto la corriente promedio a través de los switches del inversor es:

$$I_{av} = \frac{2}{3} I_L \cdot \frac{T_o}{T} + \frac{\sqrt{2} P_o}{3 V_o \cos(\phi) \pi} \left( 1 - \frac{T_o}{T} \right) \quad (C.20)$$

Donde,

$V_o$  : Es la fundamental de voltaje de salida rms:

$$V_o = MB \frac{V_{in}}{2\sqrt{2}} \quad (C.21)$$

El factor de boost  $B$  dependerá del método de modulación usado. Para el caso del método de simple boost, se tiene:



$$V_o = \frac{\sqrt{2}MV_{in}}{4(2M - 1)} \quad (C.22)$$

$$I_{av} = \frac{2 P_o}{3 V_{in}} \cdot (1 - M) + \frac{4P_o(2M - 1)}{3\pi V_{in} \cos(\phi)} \quad (C.23)$$

El estrés de voltaje en un inversor Z es  $V_s = B \cdot V_{in}$ , de esta forma, el SDP medio usando el método de simple boost es:

$$SDP_{av} = 6V_s I_{av} \quad (C.24)$$

$$SDP_{av} = \frac{4P_o(1 - M)}{(2M - 1)} + \frac{8P_o}{\pi \cos(\phi)} \quad (C.25)$$

La corriente peak que pasa por cada semiconductor es:

$$I_{peak} = \frac{2}{3}I_L + \frac{1}{2}I_a \quad (C.26)$$

Donde,

$I_a$  : Es la corriente de fase.

$$I_a = \frac{\sqrt{2}P_o}{3V_o \cos(\phi)} = \frac{4P_o}{3BMV_{in} \cos(\phi)} \quad (C.27)$$

$$I_{peak} = \frac{2 P_o}{3 V_{in}} + \frac{1}{2} \left( \frac{4P_o}{3BMV_{in} \cos(\phi)} \right) \quad (C.28)$$

El SDP peak queda definido:

$$SDP_{peak} = 6V_s I_{peak} \quad (C.29)$$

$$SDP_{peak} = \frac{4P_o}{(2M - 1)} + \frac{4P_o}{M \cos(\phi)} \quad (C.30)$$

Para el caso del método de máximo boost se aplican las mismas ecuaciones que el de simple boost, teniendo en cuenta que:

$$V_o = \frac{\pi\sqrt{2}MV_{in}}{4(3\sqrt{3}M - \pi)} \quad (C.31)$$

De esta forma se obtiene el SDP medio y peak:

$$SDP_{av} = \frac{4\pi P_o \left(1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi}\right)}{3\sqrt{3}M - \pi} + \frac{12\sqrt{3}P_o}{\pi^2 \cos(\phi)} \quad (C.32)$$

$$SDP_{peak} = \frac{4\pi P_o}{3\sqrt{3}M - \pi} + \frac{4P_o}{M \cos(\phi)} \quad (C.33)$$

## Anexo D. Ecuaciones SDP Convertidores

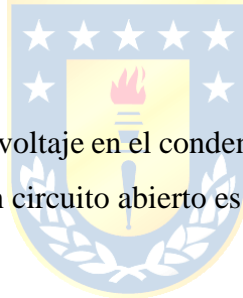
---

Acá se compararán los inductores y condensadores requeridos para cada uno de los 3 sistemas. Los inductores son diseñados en base a un ripple de corriente máximo, y los condensadores en base a un ripple de voltaje.

### PWM Tradicional:

El rizado de voltaje máximo en el condensador de un inversor PWM tradicional ocurre a la máxima potencia, cuando el factor de potencia de la carga es muy alto y no hay corriente realimentada al condensador proveniente del inversor.

El voltaje a través del condensador aumenta cuando el inversor está operando en un estado cero, es decir cuando la corriente en el condensador es la misma proveniente de la fuente DC de la entrada.



En un ciclo, el máximo ripple de voltaje en el condensador sucede en el estado cero más largo. El máximo intervalo que se encuentra en circuito abierto es:

$$T_{zero} = T \cdot \max \left( 1 - M \cdot \sin(\alpha) - M \cdot \sin \left( \alpha - \frac{2}{3}\pi \right) \right) \Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$T_{zero} = \left( 1 - \frac{3}{4}M \right) T \quad (D.1)$$

Durante este intervalo, la corriente a través del condensador es la corriente proveniente de la fuente de entrada.

$$I_{in} = \frac{P_o}{V_{in}} \quad (D.2)$$

Así, el máximo ripple de voltaje a través del condensador es:

$$\Delta V_C = \frac{T_z I_{in}}{C} = \frac{P_o T}{V_{in} C} \left(1 - \frac{3}{4} M\right) \quad (D.3)$$

### Inversor PWM +dc/dc:

De forma similar al inversor PWM tradicional, el máximo ripple de voltaje ocurre a la máxima potencia y en el estado cero más largo. Suponiendo que el convertidor dc/dc y el inversor comparten la misma portadora. En el periodo cuando el switch del convertidor dc/dc está apagado, la corriente que circula por el capacitor es la misma que la del inductor, la cual se expresa:

$$I_C = \frac{P_o}{V_{in}} \quad (D.4)$$

Cuando el inversor se encuentra en estado activo para el instante descrito anteriormente, el voltaje de salida de una fase, se encuentra en su máximo valor. La corriente a través del inversor es:

$$I_C = \cos(\phi) I_{peak} = \cos(\phi) \frac{4P_o}{3V_{DC}M} \quad (D.5)$$

Durante el periodo que el switch del convertidor dc/dc está en off, no fluye corriente desde el condensador al capacitor durante  $(1 - \frac{3}{4}M)T$  y en el tiempo restante fluye hacia el inversor. De esta forma, el ripple de voltaje a través del condensador es:

$$\Delta V_C = \left( I_C(1 - D) - I_C \left( \frac{3}{4}M - D \right) \right) \frac{T}{C} \quad (D.6)$$

$$\Delta V_C = \frac{P_o T}{V_{in} C} (1 - D) - \cos(\phi) \frac{4P_o}{3V_{DC}MC} \left( \frac{3}{4}M - D \right) \quad (D.7)$$

Esta ecuación funciona correctamente solo cuando  $\frac{3}{4}M \geq D$

Para el inductor en el convertidor boost, el ripple de corriente puede ser calculado

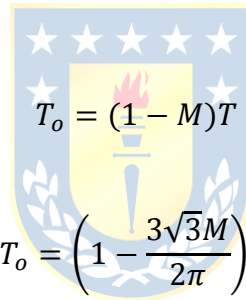
$$\Delta I_L = \frac{V_i}{L} D T_s \quad (\text{D.8})$$

### Inversor Z:

Para el inversor Z, durante el estado de cortocircuito, el capacitor carga el inductor entregando corriente. De esta forma el ripple de voltaje del condensador puede ser estimado como:

$$\Delta V_C = \frac{I_L T_o}{C} \quad (\text{D.9})$$

Donde  $T_o$  es el periodo en estado de cortocircuito y dependiendo del método de modulación usado se expresa en las ecuaciones. El método de simple boost y máximo boost en las ecuaciones D.10 y D.11 respectivamente.



$$T_o = (1 - M)T \quad (\text{D.10})$$

$$T_o = \left(1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi}\right)T \quad (\text{D.11})$$

Como la corriente en el inductor es:

$$I_L = \frac{P_o}{V_{in}} \quad (\text{D.12})$$

De esta forma se obtiene para ambos métodos:

$$\Delta V_C = \frac{P_o}{V_i} \frac{(1 - M)T}{C} \quad (\text{D.13})$$

$$\Delta V_C = \frac{P_o}{V_i} \frac{\left(1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi}\right)T}{C} \quad (\text{D.14})$$

Cuando el inversor se encuentra en estado de cortocircuito, el voltaje en el inductor es igual al voltaje en el condensador. De esta forma el ripple de corriente en el inductor puede ser calculado de la siguiente forma:

$$\Delta I_L = \frac{V_c}{L} T_o \quad (\text{D.15})$$

Y como el voltaje en el condensador está determinado por:

$$V_c = \frac{(1 - D)}{1 - 2D} V_{in} \quad (\text{D.16})$$

Recordando que  $D = \frac{T_o}{T}$

Para el método de simple boost



$$D = (1 - M) \quad (\text{D.17})$$

$$V_c = \frac{M}{2M - 1} V_{in} \quad (\text{D.18})$$

$$\Delta I_L = \frac{M V_{in}}{L(2M - 1)} (1 - M) T \quad (\text{D.19})$$

Y el método de máximo boost

$$D = \left( 1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi} \right) \quad (\text{D.20})$$

$$V_c = \frac{3\sqrt{3}M}{2(3\sqrt{3}M - \pi)} V_{in} \quad (\text{D.21})$$

$$\Delta I_L = \frac{3\sqrt{3}M V_{in}}{2(3\sqrt{3}M - \pi)} \left( 1 - \frac{3\sqrt{3}M}{2\pi} \right) T \quad (\text{D.22})$$

## Anexo E. Transformación de abc a dq0

---

Para realizar la transformación de ejes sinusoidales  $abc$  a ejes sincrónicos  $dq0$ , se procede a utilizar matrices de transformación que permiten obtener variables continuas a partir de variables sinusoidales. Con esto se busca simplificar el análisis matemático de los sistemas que se estudian. En un primer término se utiliza la Transformada de Clarke para representar vectores cuyas componentes se encuentran en ejes trifásicos  $abc$  a ejes estáticos  $\alpha\beta0$ .

$$\mathbf{T}_{abc\_ \alpha\beta0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.1})$$

Se utiliza la Transformada de Park para poder transformar los componentes a ejes sincrónicos  $dq0$  a partir de los ejes estáticos  $\alpha\beta0$ .

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta0\_dq0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \sin(\omega t) & -\cos(\omega t) & 0 \\ \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.2})$$

Al realizar la multiplicación de las matrices de transformación definidas en las expresiones anteriores, se obtiene la matriz de transformación desde ejes sinusoidales  $abc$  a ejes sincrónicos  $dq0$ :

$$\mathbf{T}_{abc\_dq0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \sin(\omega t) & \sin(\omega t - 120^\circ) & \sin(\omega t - 240^\circ) \\ \cos(\omega t) & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t - 240^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.3})$$

De esta forma, la expresión de la transformación directa para un vector en ejes  $abc$  a ejes  $dq0$  es:

$$\mathbf{x}^{dq0} = \mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \mathbf{x}^{abc} \quad (\text{E.4})$$

### Diferenciación en ejes $dq0$ .

De la ecuación E.4 se puede deducir que:

$$\mathbf{x}^{abc} = (\mathbf{T}_{abc\_dq0})^{-1} \cdot \mathbf{x}^{dq0} = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \mathbf{x}^{dq0} \quad (\text{E.5})$$

Además, se cumple:

$$\mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot (\mathbf{T}_{abc\_dq0})^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.6})$$

Por lo tanto:

$$(\mathbf{T}_{abc\_dq0})^{-1} = (\mathbf{T}_{abc\_dq0})^T = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \quad (\text{E.7})$$

$$\mathbf{T}_{dq0\_abc} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin(\omega t - 240^\circ) & \cos(\omega t - 240^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.8})$$



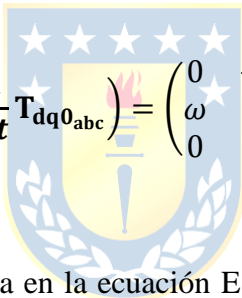
Al aplicar la derivada de las variables de estado en los ejes abc, se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}^{abc} = \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \mathbf{x}^{dq0}) \quad (\text{E.9})$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}^{abc} = \left( \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0\_abc} \right) \cdot \mathbf{x}^{dq0} + \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{x}^{dq0} \right) \quad (\text{E.10})$$

Desarrollando se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0\_abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \omega \cdot \cos(\omega t) & -\omega \cdot \sin(\omega t) & 0 \\ \omega \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) & -\omega \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) & 0 \\ \omega \cdot \cos(\omega t - 240^\circ) & -\omega \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.11})$$



$$\mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0\_abc} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{W} \quad (\text{E.12})$$

A partir de la propiedad mostrada en la ecuación E.6, es posible reescribir la ecuación E.10 convenientemente de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}^{abc} = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \mathbf{T}_{abc\_dq0} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0\_abc} \right) \cdot \mathbf{x}^{dq0} + \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{x}^{dq0} \right) \quad (\text{E.13})$$

Reemplazando por lo obtenido en E.12.

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}^{abc} = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}^{dq0} + \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \left( \frac{d}{dt} \mathbf{x}^{dq0} \right) \quad (\text{E.14})$$

Finalmente esta puede quedar escrita de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}^{abc} = \mathbf{T}_{dq0\_abc} \cdot \left( \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}^{dq0} + \frac{d}{dt} \mathbf{x}^{dq0} \right) \quad (\text{E.15})$$

