

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Metalúrgica

Profesor Patrocinante:

Sr. René Gómez Puigpinos

**MODELAMIENTO DE ESFUERZOS VERTICALES
A TRAVÉS DE AUTÓMATAS CELULARES
EN MINERÍA DE BLOCK/PANEL CAVING**



IGNACIO ALBERTO PUENTES URIBE

Informe de Memoria de Título

para optar al Título de

Ingeniero Civil de Minas

ENERO 2021



“Todo lo puedo en Cristo que me fortalece.”

Filipenses 4:13 RVR1960

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer en primer lugar a Dios, en que por medio de Cristo soy salvo, y me ha guiado a lo largo de toda mi vida, a Él sea toda la gloria.

Gracias a mis padres por su apoyo incondicional, por amarme y guiarme en este largo camino de vida. Padre gracias por corregirme en esos momentos cruciales. Madre gracias por tus detalles que siempre estás preocupada de hacer, tú sabes cuales son. Los amo con todo mi corazón.

Gracias a mis hermanos, definitivamente a pesar de todo, la familia nunca te abandona. Rei, en muchos ámbitos somos distintos, pero aun así nos sabemos llevar, un gusto compartir tantos momentos contigo. Nico, cada vez más grande, tu edad de niño pasado y actual adolescente llena de vida el hogar.

A mis abuelos, profundamente agradecido de cada uno, a pesar de que no soy su hijo siempre me trataron como si lo fuera. Abuela Inés, nos tenemos un profundo cariño a nuestra manera, gracias por toda tu preocupación y apoyo en mi época universitaria. Abuelo Jaime, siempre preocupado de traerme algo, en especial gracias por tu preocupación durante mi época de práctica profesional. Abuela Rosi, por sus dulces y preocupación, definitivamente es un motor para subir el ánimo.

Quisiera apartar en una dedicatoria especial a mi Tata Reinaldo, Q.E.P.D. Tú eras la persona que más quería estar presente cuando defendiera mi tesis, ver los logros de uno de tus nietos, esto va dedicado a ti a tu memoria. Gracias por confiar en mi para darme una beca universitaria y por ser una de las personas que me inculcaste que hay que ponerle ñeque en la vida. Siempre estarás en mi corazón.

A mi polola Consu, a pesar de lo imperfecto que somos Dios nos ha conducido, gracias por aguantarme en todo momento y seguir amándome como la persona que soy. Te amo.

Gracias a mi tío Juan Carlos y tía Lili, a pesar de que no hablemos mucho siempre me tienen ese cariño y preocupación por mí, gracias por apoyarme en muchos momentos de mi vida, son lo máximo.

Gracias Diego y Nati, por acogerme en su casa en toda mi época universitaria sin que yo se los pidiese, no olvidare el viaje pendiente que muchas veces me hablaban. Los quiero mucho.

Tío Mauri, tía Mabel y señora María Luisa, me prestaron ayuda cuando más lo necesitaba, siempre estaré agradecido de ello.

A la familia de Brenda, que son el tío Milton, tía Cristina, Vania, Felipe, Vale y Luciana, gracias por recibirme en mi estadía en el norte, fueron un gran apoyo en esa nueva etapa en mi vida.

Gracias a mi profesor guía en mi tesis, René Gómez, por su gran apoyo y no perder la confianza en mí, me ayudo a entregar lo máximo como estudiante, eternamente agradecido por ello.

Gracias a mis hermanos de la Primera Iglesia Presbiteriana de Chillán, la comunión con ustedes es importante para mí.

Gracias a mis compañeros(as) de carrera: Jason y Héctor (los centralazos), Aldo (primer amigo en la u), Fran y Andrés (grupo cabritos), Gersson, Eric, José, Omar, Marcelo, Carlitos (grupo harbard), Nico Pino (gracias por la figura), Musiet, Lavanchy y Gavilán (grupo polacos), Óscar, Victor y Matías (partners en la tesis), Fabi (partner en inglés IV), Emilio, Karla, Canales y Chichan. No alcanzo a incluir a todos, disculpen si omito a alguno, pero todos aportaron a mi vida de estudiante, los extrañare.

A todos mis familiares, amigos y profesores que por tema de espacio no puedo mencionarlos, pero agradecido de ustedes de compartir conmigo momentos de sus vidas en mi etapa universitaria.

RESUMEN

Block y Panel Caving son métodos de explotación en minería subterránea por hundimiento en que el cuerpo mineralizado se derrumba naturalmente, por efecto de la gravedad y los esfuerzos inducidos, luego de haber sido socavado en su base. La propagación del hundimiento es un efecto de la inestabilidad interna del macizo rocoso, producto de la constante extracción del mineral desde el punto de extracción.

En la actualidad, cada vez los yacimientos minerales se encuentran a mayores profundidades y la roca es sometida a mayores niveles de esfuerzos, tanto en el macizo rocoso alrededor de la cavidad del hundimiento como inducidos dentro del mismo material quebrado por la altura de las columnas. Esto implica que las minas tengan una mayor probabilidad de sufrir problemas de estabilidad que pongan en riesgo la vida de personas y la continuidad del negocio minero. La mayor parte de la investigación llevada a cabo hasta la fecha ha sido enfocada en el esfuerzo inducido por la socavación en el frente de avance mientras se propaga el hundimiento, conocido como *abutment stress*. Sin embargo, la experiencia en la operación de minas explotadas por Block/Panel Caving ha demostrado que la estabilidad del nivel de producción también depende de la extracción y de las condiciones de esfuerzos inducidos asociados al flujo de mineral.

Por este motivo, el objetivo de esta investigación es cuantificar los esfuerzos dentro del material quebrado asociados al flujo gravitacional para diferentes estrategias de tiraje, utilizando la metodología de autómatas celulares en un modelo numérico. Primero se construyó en el modelo numérico una lógica de esfuerzos en material quebrado basado en la teoría existente. Posteriormente el modelo fue calibrado con ensayos físicos existentes de medición de esfuerzos realizados para minería de hundimiento.

Se revisaron 3 casos experimentales para representar configuraciones de Block Caving (BC) y Panel Caving (PC). En el caso 1, se realizó un análisis de esfuerzos verticales para una estrategia de tiraje aislado en un modelo de pequeñas dimensiones (escala 1:50; modelo físico de Orellana). En el caso 2 y 3, se calibra un modelo de grandes dimensiones para tiraje aislado y múltiple, respectivamente (escala 1:200; modelo físico de Canales).

Los resultados para los casos de estudio de tiraje aislado en Block Caving, se obtiene un rango de error aceptable para los valores de esfuerzos verticales de IMZ entre el modelo numérico y físico, la diferencia entre los resultados está bajo 9 %, y en los esfuerzos verticales de SZ, está bajo 2 %, sin embargo, en los esfuerzos verticales iniciales, asciende a un 28 %. Diferente es el caso de estudio para tiraje múltiple en Panel Caving, se obtiene un rango de error lejano en los valores de esfuerzos verticales de MZ, la diferencia entre los resultados está bajo 22 %, en los esfuerzos verticales de SZ, está bajo 43 %, y en los esfuerzos verticales iniciales, está bajo 38 %. Esta investigación se centra en el análisis para el caso de tiraje aislado y deja validado el caso de tiraje múltiple.

Bajo los resultados obtenidos, se concluye que se lograron simular los esfuerzos verticales a escala mina, lo que en la actualidad no existe en modelos de tipo autómatas celulares, permitiendo añadir esto a la planificación mina realizada en estos modelos.

ABSTRACT

Block and Panel Caving are underground mining methods in which the ore body caved naturally due to gravity and stresses generated after undercutting its base. The propagation of the caving occurs by the internal instability of the rock mass, during ore draw.

At present, mineral deposits are deeper and the rock is subjected to higher stresses. This implies that mines could suffer the geomechanical events that endanger the lives of people and the mine operation. Most of the research carried out to date has focused on the stress induced by undercut while caving propagates, known as abutment stress. However, experience in the operation of Block/Panel Caving mines has shown that the stability of the production level also depends on the extraction and the flow conditions.

For this reason, the objective of this research is to quantify the stresses within the broken material associated with gravitational flow for different draw strategies, using the cellular automata methodology in a numerical model. First, a stress logic in broken material was built on the numerical model based on the existing theory. Subsequently, the model was calibrated with existing physical stress measurement tests carried out for caving mining.

Three experimental cases were reviewed to represent Block Caving (BC) and Panel Caving (PC) configurations. In case 1, a vertical stress analysis was carried out for an isolated draw strategy in a small-sized model (1:50 scale; Orellana physical model). In cases 2 and 3, a large model is calibrated for isolated and multiple draw, respectively (scale 1: 200; Canales physical model).

The results for the case study of isolated draw in Block Caving, an acceptable error range is obtained for the values of vertical stresses of IMZ between the numerical and physical model, the difference between the results is under 9%, and in the vertical stresses of SZ, is under 2%, however, in the initial vertical stresses, it ascend to 28%. Different is the case study for multiple draw in Panel Caving, a far error range is obtained in the values of vertical stresses of MZ, the difference between the results is under 22%, in the vertical stresses of SZ, it is under 43%, and in the initial vertical stresses, it is under 38%. This research focuses on the analysis for the case of isolated draw and validates the case of multiple draw.

Based on the results, it is concluded that it was possible to simulate the vertical stresses at the mine scale, which currently does not exist in cellular automata type models, allowing this to be added to the mine planning carried out in these models.

TABLA DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Objetivos.....	2
1.1.1. Objetivo general.....	2
Objetivos específicos.....	2
1.1.2. Alcances.....	2
Contenidos de la memoria.....	3
2. ANTECEDENTES.....	4
2.1. Introducción.....	4
2.2. Flujo gravitacional.....	5
2.2.1. Elipsoides de movimiento y de extracción.....	5
Modelos de flujo.....	8
2.2.2.1. Flujo en masa (mass flow).....	8
2.2.2.2. Flujo granular (granular flow).....	8
2.2.2.3. Difusión de vacíos (void diffusion).....	8
2.2.3. Mecanismos de flujo en múltiples puntos de extracción.....	10
2.2.4. Modelos Físicos.....	12
2.2.4.1. Modelo de Kvapil.....	13
2.2.4.2. Modelo de Laubscher.....	13
2.2.4.3. Modelo de Power.....	13
2.2.4.4. Modelo de Susaeta.....	13
2.2.4.5. Modelo de Castro.....	14
2.3. Esfuerzos verticales de flujo gravitacional.....	14
2.3.1. Esfuerzos iniciales.....	14
2.3.1.1. Método de Janssen.....	15
2.3.1.2. Método de Walker.....	15
2.3.2. Esfuerzos en MZ.....	15
2.3.3. Relación entre esfuerzos,	16
2.3.3.1. Enfoque de Jaky.....	16
2.3.3.2. Enfoque de Walker.....	16
2.3.3.3. Enfoque de Nedderman.....	17
2.3.4. Esfuerzos en SZ.....	17
2.4. Modelación numérica de flujo gravitacional.....	17
2.4.1. Modelos dinámicos.....	18
2.4.1.1. PFC (Particle Flow Code).....	18
2.4.1.2. ESyS-Particle.....	19
2.4.1.3. LIGGGHTS®-PUBLIC.....	19
2.4.2. Modelos cinemáticos.....	19
2.4.2.1. Modelos empíricos-analíticos	19
2.4.2.1.1. PCBC (Panel caving/Block caving).....	20

2.4.2.1.2.	Rebop REBOP (Rapid Emulator Based On PFC).....	20
2.4.2.2.	Modelos estocásticos y autómatas celulares.....	21
2.4.2.2.1.	FlowSim.....	21
2.4.2.2.1.1.	Implementación FlowSim.....	22
2.4.2.2.1.2.	Lógica y funcionamiento.....	22
2.5.	Conclusiones de antecedentes.....	25
3.	DESARROLLO EXPERIMENTAL.....	26
3.1.	Introducción.....	26
3.2.	Modelamiento numérico.....	26
3.3.	Calibración experimental.....	30
3.3.1.	Calibración de geometría IMZ.....	30
3.3.2.	Lógica de estimación de esfuerzos verticales.....	32
3.4.	Casos de estudio.....	33
3.4.1.	Modelo físico de Orellana.....	34
3.4.2.	Modelo físico de Canales.....	36
4.	RESULTADOS.....	40
4.1.	Introducción.....	40
4.2.	Caso 1: Tiraje Aislado de Orellana.....	40
4.2.1.	Resultados Caso 1.....	41
4.2.1.1.	Zona de movimiento aislada (IMZ).....	41
4.2.1.2.	Esfuerzos verticales.....	44
4.3.	Caso 2: Tiraje Aislado de Canales.....	48
4.3.1.	Resultados Caso 2.....	49
4.3.1.1.	Zona de movimiento aislada (IMZ).....	49
4.3.1.2.	Esfuerzos verticales.....	52
4.4.	Caso 3: Tiraje Múltiple – Panel Caving de Canales.....	57
4.4.1.	Resultados Caso 3.....	58
4.4.1.1.	Zona de movimiento (MZ).....	58
4.4.1.2.	Esfuerzos verticales.....	61
4.5.	Conclusiones de resultados.....	67
5.	DISCUSIONES.....	69
5.1.	Introducción.....	69
5.2.	Caso 1 y 2.....	69
5.3.	Caso 2.....	71
5.4.	Caso 3.....	73
6.	CONCLUSIONES.....	75
7.	RECOMENDACIONES.....	77
8.	BIBLIOGRAFÍA.....	80
9.	ANEXOS.....	84
9.1.	Anexo A: Códigos.....	84
9.1.1.	Simulador3D.py.....	84

9.1.2. BCCM.py.....	89
9.1.3. VLOAD.py.....	91
9.1.4. flowmarkIII.py.....	92
9.1.5. schvoid.py.....	98
9.1.6. MovementZone.py.....	99
9.1.7. color.py.....	99
9.1.8. VerticalStress.py.....	100
9.2. Anexo B: Número de simulaciones.....	103
9.3. Anexo C: Resultados de calibración de geometría IMZ.....	104
9.4. Anexo D: Densidad aparente de MZ y radio hidráulico de MZ.....	106
9.4.1. Variación densidad aparente, ρ^{MZ}	106
9.4.2. Variación radio hidráulico, R^{MZ}	107
9.4.2.1. Caso tiraje aislado.....	107
9.4.2.2. Caso tiraje múltiple.....	108
9.5. Anexo E: Tiempos de ejecución.....	109



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Ejemplo método en minería de <i>block caving</i> [2].....	1
Figura 2: Aproximación propuesta para el entendimiento de los esfuerzos verticales por flujo gravitacional en minería de <i>block/panel caving</i>	4
Figura 3: Desarrollo de una zona de movimiento aislada (IMZ) de ancho, W, y de altura, H, en un modelo físico de dos dimensiones [11].....	5
Figura 4: Esquema de la Zona de Movimiento Aislada (IMZ) y Zona de Extracción Aislada (IEZ) [13].....	6
Figura 5: Relaciones geométricas elipsoides de extracción y movimiento [14].....	7
Figura 6: Mecanismo de flujo granular, tiraje aislado (izquierda), tiraje interactivo, zona interactiva y flujo en masa (derecha) [19].....	9
Figura 7: Mecanismo de difusión de vacíos, tiraje aislado (izquierda), tiraje interactivo, zona de mezcla intermedia y de flujo en masa (derecha) [19].....	9
Figura 8: Esquema del flujo en masa, caso $\rho < \rho_c$ [8].....	10
Figura 9: Interacción de esfuerzos en caso $\rho < \rho_c$ [8].....	11
Figura 10: “Flexión” de los ejes de IMZ observado por Kvapil en un modelo físico 2D cuando una extracción sucesiva es aplicada (desde izquierda a derecha) [15].....	11
Figura 11: Extracción simultánea y uniforme en puntos de extracción adyacentes, modelo físico 2D [11].....	12
Figura 12: Representación del comportamiento del flujo de flujo másico de caving [22].....	13
Figura 13: Fundamentos del modelo numérico de REBOP [47].....	20
Figura 14: Representación de espacio y estado [42].....	23
Figura 15: Diagrama explicativo del proceso de selección del bloque del nivel superior que se transformara en vacío [59].....	24
Figura 16: Esquema del funcionamiento del modelo numérico a través de autómatas celulares.....	27
Figura 17: Diagrama de flujo flowmarkIII.py [60].....	27
Figura 18: Esquema de funcionamiento del código VerticalStress.py.....	28
Figura 19: Clasificación de los estados de las celdas regulares (cubos) del modelo numérico.....	28

Figura 20: Ascenso de vacíos si cumple la condición mínima de vacíos, $>$, en función de la probabilidad de descender un bloque, . Colores no corresponden a los estados de los bloques.....	29
Figura 21: Plan teórico para evaluación de esfuerzos verticales.....	32
Figura 22: Experimentos realizados en modelo numérico.....	33
Figura 23: Modelo físico a escala 1:50 utilizado por Orellana [6].....	34
Figura 24: Disposición celdas de carga en Modelo 3D por Orellana; a) Celda M02, M03 y M04 (miden esfuerzos verticales); b) Celda M00 y M01 (miden esfuerzos horizontales); c) Base del modelo; [6].....	34
Figura 25: Esfuerzos durante la extracción en Experimento 2 de Orellana, escala 1:50 [6].....	35
Figura 26: (a) Sector estudiado en experimentos y estructuras principales, vista en planta; (b) Modelo físico utilizado por Canales [7] a escala 1:200; [36].....	36
Figura 27: Celdas de carga 1, 2 y 3 sobre pilar corona y vista en perfil A-A' (arriba). Ubicación de las celdas de carga (abajo). Vista en planta – Experimento 0, escala 1:200 [7].....	36
Figura 28: Ubicación de celdas de carga en el modelo físico 1:200, medidas en mm (arriba). Puntos de extracción y celdas de carga de la base del modelo físico (abajo). Vista en planta – Experimento 1–A [7].....	37
Figura 29: Evolución de la geometría de la zona de movimiento aislada [7].....	38
Figura 30: Esfuerzos verticales normalizados por el esfuerzo inicial en función de la masa extraída acumulada, escala 1:200 – Experimento 0 [7].....	39
Figura 31: Esfuerzos verticales normalizados por el esfuerzo inicial en función de la masa extraída acumulada, escala 1:200. Celdas 1, 2, 3 (arriba) y Celdas 4, 5, 6 (abajo) – Experimento 1 – A [7].....	39
Figura 32: Esquema de estrategia de tiraje aislado en modelo físico de Orellana [6] (vista frontal) – Caso 1.....	40
Figura 33: Ubicación punto de extracción, vista en planta, plano XZ (Y=0m) – Caso 1.....	41
Figura 34: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento del modelo numérico con > 3 con los diferentes y del modelo físico de Orellana [6] respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12] – Caso 1.....	42
Figura 35: Evolución de la zona de movimiento aislada a medida que progresa la extracción considerando $= 7$ y > 3 , vista frontal, plano XY (Z=10m) – Caso 1.....	43
Figura 36: Radio y altura de IMZ en función de la masa extraída considerando $= 7$ y > 3 – Caso 1.....	43

Figura 37: Densidad aparente de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 7$ y $\beta > 3$	
– Caso 1	44
Figura 38: Radio hidráulico de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 7$ y $\beta > 3$ – Caso 1.....	45
Figura 39: Esfuerzos verticales en IMZ en función del radio de IMZ entre resultados de $\gamma = 7 > 3$ y Experimento 2 de Orellana [6] – Caso 1	46
Figura 40: Esfuerzos verticales en zona de movimiento aislada y en zona estancada en función de la masa extraída considerando $\gamma = 7, \beta > 3$ y de Jaky [38] – Caso 1.....	47
Figura 41: Evolución de los esfuerzos en IMZ a medida que progresa la extracción considerando $\gamma = 7$ y $\beta > 3$, vista frontal plano XY (Z=10m) (arriba) y vista planta plano XZ (Y=24m) (abajo)	
– Caso 1	48
Figura 42: Esquema de estrategia de tiraje aislado en modelo físico de Canales [7] (vista frontal) – Caso 2 [36]	48
Figura 43: Ubicación punto de extracción, vista en planta, plano XZ (Y=0m) – Caso 2	49
Figura 44: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento del modelo numérico con $\beta > 3$ con los diferentes y del modelo físico de Canales [7] respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12] – Caso 2.....	50
Figura 45: Evolución de la zona de movimiento aislada a medida que progresa la extracción, vista frontal, plano XY (Z=12m). Modelo numérico considerando $\gamma = 3,5 / \beta > 3$ (arriba) y modelo físico de Canales [7] (abajo) – Caso 2.....	51
Figura 46: Radio y altura de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5$ y $\beta > 3$ – Caso 2.....	51
Figura 47: Densidad aparente de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5$ y $\beta > 3$ – Caso 2	53
Figura 48: Radio hidráulico de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5$ y $\beta > 3$	
– Caso 2	53
Figura 49: Esfuerzos verticales en IMZ en función del radio de IMZ entre resultados de $\gamma = 3,5, \beta > 3$ y Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2	54
Figura 50: Esfuerzos verticales en SZ en función del radio de IMZ entre resultados de $\gamma = 3,5, \beta > 3$ y Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2	55
Figura 51: Esfuerzos verticales en zona de movimiento aislada y en zona estancada en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5, \beta > 3$ y de Nedderman caso activo [41] – Caso 2.....	56

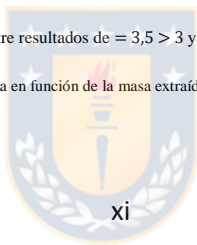


Figura 52: Evolución de los esfuerzos en IMZ a medida que progresa la extracción considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$, vista frontal plano XY (Z=12m) (arriba) y vista planta plano XZ (Y=240m) (abajo) – Caso 2.....57

Figura 53: Esquema de estrategia de extracción *panel caving* en modelo físico de Canales [7] (vista frontal) – Caso 3 [36].....57

Figura 54: Puntos de extracción de la base del modelo numérico, vista en planta, plano XZ (Y=0m) – Caso 3.....58

Figura 55: Evolución de la zona de movimiento a medida que progresa la extracción considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$, vista frontal, plano XY (Z=32m) – Caso 3.....60

Figura 56: Ancho de MZ y Ancho de zona inactiva en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$ – Caso 3.....60

Figura 57: Densidad aparente de MZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$ – Caso 3.....61

Figura 58: Radio hidráulico de MZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$ – Caso 3.....62

Figura 59: Esfuerzos verticales en MZ en función del ancho de MZ entre resultados de $\gamma = 3,5 > 3$ y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.....63

Figura 60: Esfuerzos verticales en SZ en función del ancho de MZ entre resultados de $\gamma = 3,5 > 3$ y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.....64

Figura 61: Esfuerzos verticales en zona de movimiento y en zona estancada en función de la masa extraída considerando $\gamma = 3,5, > 3$ y de Nedderman caso activo [41] – Caso 3.....65

Figura 62: Evolución de los esfuerzos en MZ a medida que progresa la extracción considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$, vista frontal, plano XY (Z=32m) – Caso 3.....66

Figura 63: Evolución de los esfuerzos en MZ a medida que progresa la extracción considerando $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$, vista planta, plano XZ (Y=20m) – Caso 3.....66

Figura 64: Resumen de los resultados de *block caving* con estrategia de tiraje aislado. Celeste: Condición; Amarillo: Error de esfuerzo vertical mediante ; Verde: Caso experimental; : Error relativo medio.....67

Figura 65: Resumen de los resultados de *panel caving* con estrategia de tiraje múltiple. Celeste: Condición; Amarillo: Error de esfuerzo vertical mediante ; Verde: Caso experimental; : Error relativo medio.....68

Figura 66: Ubicación de las celdas de carga para tiraje aislado en modelos físicos de Orellana [6] (celdas M02, M03, M04) y Canales [7] (celdas 1, 2, 3), vista en planta.....70

Figura 67: Esfuerzos verticales en IMZ en función del radio de IMZ entre resultados del modelo numérico y modelos físicos de Orellana [6] y Canales [7] – Caso 1 y 2.....71

Figura 68: Esfuerzos verticales en SZ en función del radio de IMZ entre resultados de $\alpha = 3,5, > 3$ y celda 1 de Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2.....72

Figura 69: Esfuerzos verticales en SZ (desde $\alpha = 3,44$ [] reportado en Canales) en función del ancho de MZ entre resultados de $\alpha = 3,5$ y > 3 y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.....73

Figura 70: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento > 1 con los diferentes respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12].....105

Figura 71: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento > 2 con los diferentes respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12].....105

Figura 72: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento > 3 con los diferentes respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12].....106

Figura 73: Tiempos de ejecución en función del número de extracciones – Caso 1: Tiraje Aislado de Orellana [6].....109

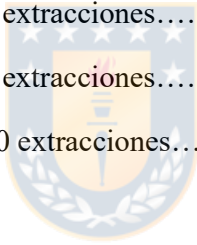
Figura 74: Tiempos de ejecución en función del número de extracciones – Caso 2: Tiraje Aislado de Canales [7].....110

Figura 75: Tiempos de ejecución en función del número de extracciones – Caso 3: Tiraje Múltiple Panel Caving de Canales [7].....110



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Principales parámetros de control que definen la geometría de la IMZ.....	7
Tabla 2: Datos de entrada en calibración de geometría IMZ, escala mina.....	30
Tabla 3: Valores de N, M y MV considerados en la calibración de geometría IMZ.....	31
Tabla 4: Datos de entrada utilizados para el modelo de Orellana [6], escala mina.....	35
Tabla 5: Datos de entrada utilizados para el modelo de Canales [7], escala mina.....	38
Tabla 6: Esfuerzos verticales iniciales entre resultados de $= 7 > 3$ y Experimento 2 de Orellana [6] – Caso 1.....	44
Tabla 7: Esfuerzos verticales iniciales entre resultados de $= 3,5 > 3$ y Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2.....	52
Tabla 8: Cantidad de Extracciones, ancho de MZ y ancho de zona inactiva en cada punto de extracción por periodo en el modelo numérico – Caso 3.....	59
Tabla 9: Esfuerzos verticales iniciales entre resultados de $= 3,5 > 3$ y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.....	61
Tabla 10: Esfuerzos verticales iniciales entre los resultados del modelo numérico y modelo físico de Orellana [6] y Canales [7] – Caso 1 y 2.....	69
Tabla 11: Número de simulaciones con 10 extracciones.....	103
Tabla 12: Número de simulaciones con 50 extracciones.....	103
Tabla 13: Número de simulaciones con 100 extracciones.....	104



NOMENCLATURA

: Ancho de zona de movimiento.

: Ancho de zona de movimiento aislada.

: Ancho de zona inactiva o de no movimiento ().

: Ángulo de fricción con las paredes del modelo ($^{\circ}$).

: Ángulo de fricción interna del material ($^{\circ}$).

: Altura de columna ().

: Altura de interacción.

h: Altura de zona de movimiento.

h : Altura de zona de movimiento aislada.

: Área de la zona de movimiento en una vista en planta (2).

: Área de la zona estancada en una vista en planta (2).

: Área total donde está el material hundido en una vista en planta (2).

: Block caving.

: Bloque en análisis.

: Cantidad de datos.

: Cellular Automata Flow Simulator.

: Clasificación geomecánica de Bieniawski (Rock Mass Rating).

: Coeficiente del inverso a la distancia.

: Coeficiente inverso de la calidad geomecánica o del diámetro medio de la partícula.

: Condición mínima de vacíos.

: Condición mínima de vacíos.

: Constante gravitacional ($/ ^2$).

: Densidad aparente del material ($/ ^3$).

: Densidad aparente del material en la zona de movimiento ($/ ^3$).

: Desviación estándar de la variable respuesta a analizar.

d₅₀: Diámetro medio de la partícula del bloque.



: Distancia del bloque granular al vacío en análisis ().

: Distancia entre puntos de extracción.

2 : Dos dimensiones.

n: Esfuerzo horizontal ().

: Esfuerzo vertical en la zona de movimiento ().

: Esfuerzo vertical en la zona estancada ().

: Esfuerzo vertical inicial promedio ().

: Esfuerzo vertical ().

: Error cuadrático medio.

: Espaciamiento entre puntos de extracción ().

/2: Estadístico normal estándar.

: Fricción entre partículas y paredes del modelo.

: Fuerza vertical en la zona de movimiento ().

: Fuerza vertical en la zona estancada ().

: Fuerza vertical inicial ().

: Masa en zona de movimiento ().

: Masa extraída de material ().



: Método de elementos discretos (Discrete Element Method).

i : Número de vacíos presentes en la vecindad.

: Número de vacíos presentes en la vecindad.

: Panel caving.

: Panel caving/Block caving.

: Particle Flow Code.

3 : Particle Flow Code in 3 dimensions.

: Perímetro en zona de movimiento ().

: Probabilidad de descender un bloque.

: Profundidad de la roca hundida ().

: Profundidad de la roca hundida en la zona de movimiento ().

: Punto de entrada de la dilución en un punto de extracción.

: Punto de extracción.

: Radio de zona de movimiento.

n: Radio hidráulico ().

n : Radio hidráulico en la zona de movimiento ().

: Rapid Emulator Based On PFC.

: Razón entre los esfuerzos horizontales y verticales.

: Relación entre el ángulo de fricción en las paredes del modelo y ángulo de fricción interna del material.

: Sobrecarga vertical inicial ().

n: Tamaño de la muestra o número de simulaciones.

3 : Tridimensional.

: Valor observado.

: Valor simulado.

: Volumen en zona de movimiento (³).

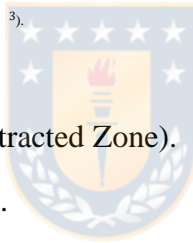
: Zona de extracción (Extracted Zone).

: Zona de extracción aislada (Isolated Extracted Zone).

: Zona de movimiento (Movement Zone).

: Zona de movimiento aislada (Isolated Movement Zone).

: Zona estancada (Stagnant Zone).



Capítulo 1: Introducción

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos de explotación de Block y Panel Caving son métodos por hundimiento en que el cuerpo mineralizado se derrumba naturalmente por efecto de la gravedad y de los esfuerzos locales generados luego de haber sido socavado en su base (ver Figura 1). La propagación del hundimiento es un efecto de la inestabilidad interna del macizo rocoso, producto de la constante extracción del mineral desde el punto de extracción hacia los puntos de vaciado [1].

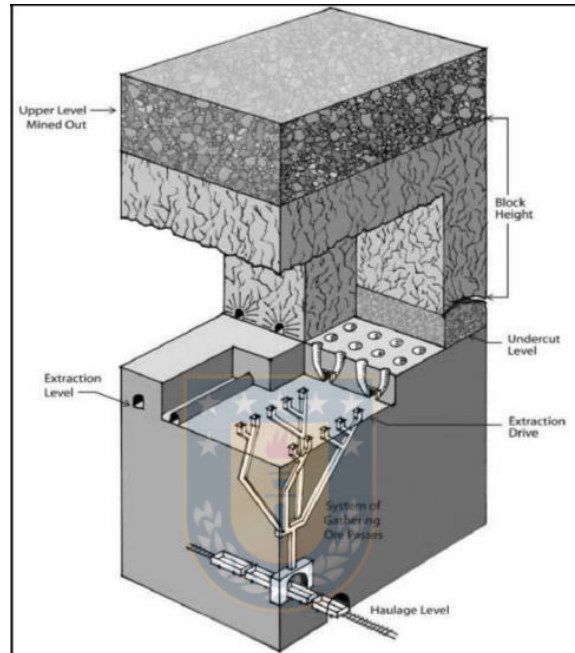


Figura 1: Ejemplo método en minería de *block caving* [2].

Cuando se aplica el método de *block caving*, el área basal del cuerpo mineralizado se subdivide en bloques, y el área socavada se incrementa de manera discreta en función de las necesidades de incorporar nuevos bloques a la producción. En cambio, si se utiliza *panel caving*, la socavación del cuerpo mineral sigue un patrón relativamente continuo, típicamente dado por una tasa de área socavada por período, lo que hace que la estrategia de incorporación de área productiva sea mucho más flexible en este método que en *block caving* [3]. Como resultado de lo anterior, en *panel caving* se tendrá un frente de hundimiento que se moverá atravesando el cuerpo mineralizado guiada por la dirección del avance de la socavación [4].

En la actualidad, muchas de las minas que utilizan estos métodos de explotación se encuentran en períodos de profundización o expansión. Esto, inevitablemente, somete a la roca a altos esfuerzos, tanto in-situ como inducidos. Esto implica que surjan desafíos asociados a una mayor complejidad en el manejo de materiales y a enfrentar ambientes geotécnicos cada vez más hostiles. Por estos motivos, resulta fundamental comprender el comportamiento de los esfuerzos en áreas tan vitales como en el nivel de producción. La evidencia muestra que colapsos en el nivel de producción pueden producirse incluso después que el *cave back* ha alcanzado la superficie [5].

El presente trabajo se enfoca en el estudio de los esfuerzos dentro del material quebrado asociados al flujo gravitacional para diferentes estrategias de tiraje, a través del modelamiento numérico. Esto, con el propósito de mejorar el entendimiento en la relación entre flujo gravitacional y esfuerzos. De esta manera, se pueden entregar recomendaciones acerca de cómo cuantificar los esfuerzos para beneficiar la estabilidad del nivel de producción mediante un modelo numérico.

1.1. Objetivos

Los objetivos de esta investigación, generales y específicos, son los que se describen a continuación.

1.1.1. Objetivo general

El objetivo general es cuantificar los esfuerzos dentro del material quebrado asociados al flujo gravitacional para diferentes estrategias de tiraje, utilizando la metodología de autómatas celulares en un modelo numérico.

1.1.2. Objetivos específicos

De manera de cumplir con los objetivos generales, los objetivos específicos son:

- ✓ Entender y comprender la distribución de los esfuerzos verticales en el material granular en minería de *block/panel caving*.
- ✓ Modelar esfuerzos verticales en un modelo probabilístico en 3D.
- ✓ Calibrar modelo probabilístico para diferentes modelos físicos.
- ✓ Llevar a cabo extracción que considera tiraje aislado de un punto de extracción para determinar parámetros de esfuerzos verticales de la zona de movimiento aislada y zona estancada.
- ✓ Realizar estudio de extracción que considera tiraje interactivo de múltiples puntos de extracción para cuantificar los esfuerzos verticales en una estrategia de *panel caving*.
- ✓ Comparar de modelo numérico de simulación de flujo gravitacional con los datos provenientes de modelos físicos utilizando la información disponible.
- ✓ Verificar los principales parámetros de esfuerzos verticales desde un punto de vista teórico utilizando el modelamiento numérico de simulación de flujo gravitacional.
- ✓ Entregar recomendaciones preliminares para trabajos futuros en cuantificar esfuerzos verticales desde un punto de vista teórico y numérico.

1.2. Alcances

El presente trabajo intenta replicar ciertos modelos físicos, en particular Orellana [6] y Canales [7] mediante un modelo numérico a escala mina. Dicho modelo numérico se limitará al uso exclusivo de software basados en autómatas celulares para toda simulación requerida.

Para el desarrollo de esta investigación, se utilizó un modelo numérico utilizando lenguaje de programación Python a través de autómatas celulares construido en base al diseño de una mina explotada por Block/Panel Caving.

Las limitaciones del modelo numérico y del estudio, se mencionan a continuación:

- Análisis de esfuerzos verticales desde un punto de vista teórico.



- Se considera un análisis 3D.
- Se considera material fragmentado y sin cohesión.
- No se considera fragmentación secundaria del mineral al ser extraído.
- No se considera el efecto de la humedad ni de material fino.
- La masa extraída desde un punto de extracción del modelo numérico no está calibrada respecto a la reportada en los modelos físicos analizados, sino que dicho modelo está calibrado en base a su geometría.
- No se considera las dimensiones de la batea para el análisis en el modelo numérico.

1.3. Contenidos de la memoria

Los capítulos que componen la memoria, con sus respectivos contenidos se presentan a continuación:

Capítulo 1: Introducción. Introducción, objetivos y alcances.

Capítulo 2: Antecedentes. Revisión de los conceptos fundamentales del flujo gravitacional, modelamiento numérico y esfuerzos verticales in-situ e inducidos por flujo de material granular.

Capítulo 3: Desarrollo Experimental. Se define la metodología de la investigación, se explica en detalle el set experimental usado. Se muestra el uso del modelamiento numérico como herramienta de estudio en el caso de esta investigación.

Capítulo 4: Resultados. Se muestran los experimentos realizados. Se detalla la extracción realizada, los resultados.

Capítulo 5: Discusiones. Se muestra el análisis de los experimentos realizados.

Capítulo 6: Conclusiones. Conclusiones de la investigación.

Capítulo 7: Recomendaciones. Recomendaciones para futuros estudios.

Capítulo 2: Antecedentes

2. ANTECEDENTES

2.1 Introducción

En este capítulo, se muestran los antecedentes que son relevantes para esta investigación. El autor ha estructurado una revisión de los mismos según se muestra en la Figura 2. En ésta se presentan las principales áreas a abordar para el entendimiento de los fenómenos en cuestión.

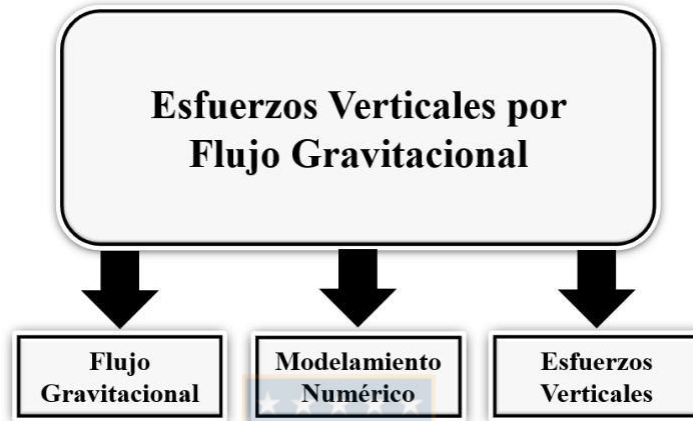


Figura 2: Aproximación propuesta para el entendimiento de los esfuerzos verticales por flujo gravitacional en minería de *block/panel caving*.

La importancia de conocer estos aspectos se describe a continuación:

- Flujo Gravitacional: Se debe conocer y comprender el comportamiento del flujo gravitacional, principales variables y parámetros involucrados, forma y tamaño de la envolvente del flujo, dado que repercuten en los esfuerzos inducidos por el material granular.
- Modelamiento Numérico: Gracias al modelamiento numérico se pueden replicar diversas variables y parámetros en un amplio rango, las cuales serían más difíciles de observar en un modelo físico o en una mina. Para un modelo a través de autómatas celulares su principal ventaja es la simpleza para implementar junto con la rapidez de las simulaciones, su principal desventaja radica en que el problema se resuelve solo desde el punto de vista cinemático, dejando de lado la dinámica asociada.
- Esfuerzos Verticales: Es importante comprender el comportamiento y distribución de los esfuerzos verticales con respecto al flujo gravitacional. Para el caso de esfuerzos verticales inducidos no deben ser confundidos con los ocasionados por socavación.

2.2 Flujo gravitacional

El flujo por gravedad, o gravitacional, de los materiales granulares es el proceso por el cual el material se desplaza desde su posición inicial por la acción de la gravedad [8]. En este fenómeno se basan los métodos de extracción por hundimiento como *block/panel caving*, donde la roca fragmentada se mueve de su ubicación in situ hacia los puntos de extracción del nivel de producción. La forma en que se mueven los fragmentos dentro de la zona de extracción de una mina tiene impacto en la recuperación de mineral y en la dilución, por lo tanto, su estudio ha sido de gran interés.

Para el estudio del flujo gravitacional, se han utilizado modelos físicos utilizando arena, grava y roca fragmentada en pruebas de laboratorio, pruebas a escala mina utilizando marcadores naturales (materiales como maderas y aceros provenientes de niveles superiores) y modelos matemáticos basados en predicción estocástica y en el análisis de ecuaciones de balance de masa y esfuerzos [9].

2.2.1 Elipsoides de movimiento y de extracción

Por años los investigadores han notado que cuando se extrae material granular a través de un orificio, un volumen elipsoidal de material se mueve hacia abajo por encima de la extracción. Este volumen de material en movimiento se denomina la zona de movimiento aislada (Isolated Movement Zone, IMZ) o elipsoide de movimiento. Cuando el material es extraído a partir de dos o más puntos de extracción, se denomina, simplemente, zona de movimiento (MZ). El material estacionario que rodea a la zona de movimiento se conoce como zona estancada, zona inactiva o zona sin movimiento (Stagnant Zone, SZ) [10].

La forma de IMZ puede ser caracterizada por sus dimensiones, es decir, por su altura (h) y su ancho (w) o su radio (r). La forma de la zona de movimiento es importante en minas explotadas por métodos de hundimiento, ya que el ancho incide en el espaciamiento de los puntos de extracción para lograr el traslape de zonas de movimiento y así maximizar la recuperación de mineral.

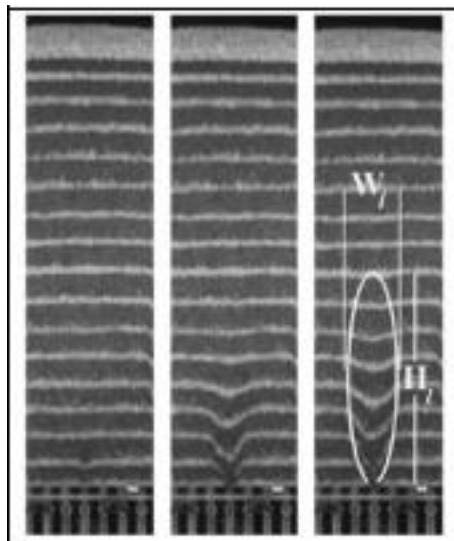


Figura 3: Desarrollo de una zona de movimiento aislada (IMZ) de ancho, W , y de altura, H , en un modelo físico de dos dimensiones [11].

Determinar la forma de la zona de movimiento aislada radica en el ejercicio de poder medir la altura y el ancho de IMZ, y como se muestra en la Figura 3, el límite entre la zona de movimiento y la zona estancada puede ser difuso. Por lo tanto, se trata de un ejercicio con errores asociados y depende de quien realiza el análisis [12].

Por otro lado, la zona de extracción aislada (Isolated Extracted Zone, IEZ) o elipsoide de extracción se define como el volumen que determina la posición original del material que ha sido extraído desde un punto de extracción, para una cantidad de masa dada. Si el material se extrae desde dos o más puntos de extracción, dicho volumen se denomina zona de extracción (EZ). En la Figura 4, se muestra la zona de movimiento (MZ) y la zona de extracción (EZ) para un punto de extracción aislado.

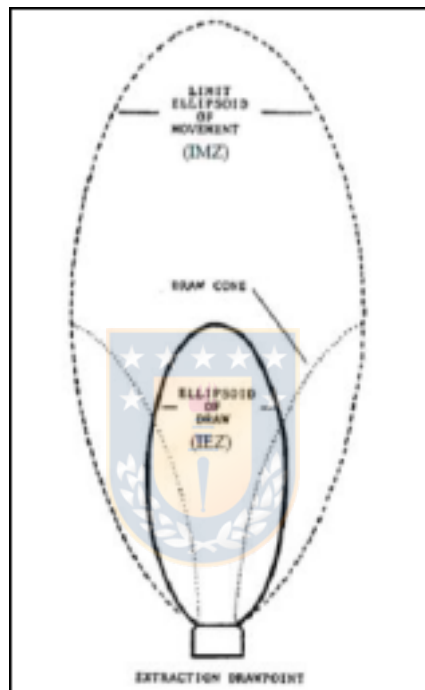


Figura 4: Esquema de la Zona de Movimiento Aislada (IMZ) y Zona de Extracción Aislada (IEZ) [13].

Más tarde Kvapil [14], establece relaciones geométricas entre ambas zonas, determinando que la relación de alturas entre el elipsoide de extracción y movimiento es de 1:2,5 y la relación entre los volúmenes es 1:15. Además, señaló que la excentricidad del elipsoide está influenciada por un número de variables, incluyendo el tamaño de partícula y la cantidad de material extraída por un punto de extracción aislado. Sin embargo, debe notarse que para sus experimentos se utilizó arena.

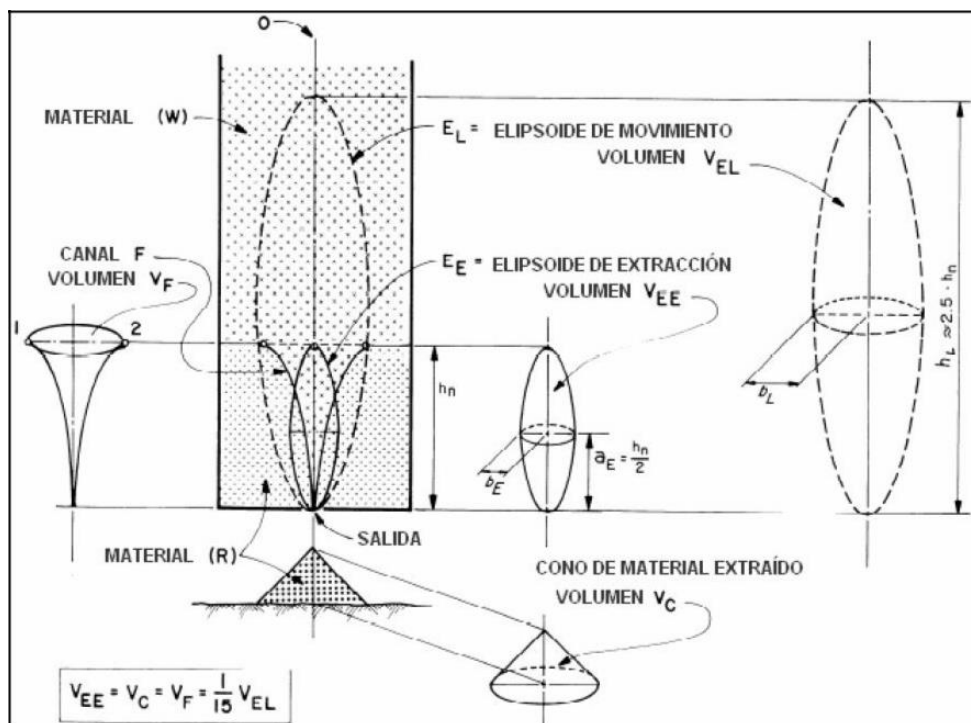


Figura 5: Relaciones geométricas elipsoides de extracción y movimiento [14].

Al analizar los postulados e investigaciones de modelos físicos para flujo gravitacional, el autor de esta investigación identifica los principales parámetros de control que definen la geometría de la IMZ, propuestos por Kvapil [14,15], Peters [16], Laubscher [17], Power [18], Castro [8] y Pierce [10], los diferentes postulados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 1: Principales parámetros de control que definen la geometría de la IMZ

Autor	Año	Tiraje	Parámetro
Kvapil	1965	Tiraje aislado	Masa extraída y porosidad inicial
			Densidad aparente
Peters	1984		Dimensiones del punto de extracción*
Kvapil	1992		Altura de extracción
			Altura de la columna
Laubscher	1994		Múltiples Tirajes Interactivos
Power	2004	Tiraje aislado	Condiciones de contorno (límite)
			Tamaño de partícula y su distribución*
Castro	2006		Múltiples Tirajes Interactivos
		Características de resistencia al corte de la roca (ángulo de fricción y cohesión)	
Pierce	2009	Relación entre el esfuerzo y la resistencia en la zona estancada	

*Pueden mostrar no tener un papel estadístico importante.

2.2.2 Modelos de flujo

Actualmente se postula que existen 3 mecanismos de extracción en el flujo gravitacional del material fragmentado en las minas de *block/panel caving*, estos son denominados flujo en masa (mass flow), flujo granular (granular flow) y difusión de vacíos (void diffusion).

2.2.2.1 Flujo en masa (mass flow)

El concepto de flujo en masa se ilustra en la Figura 6 y 7. El mecanismo de flujo en masa ocurre en la parte superior de un hundimiento ya establecido donde la subsidencia es uniforme. Las partículas que componen el flujo tienen trayectorias verticales, no existe mezcla vertical ni horizontal, y la tasa de flujo es la misma tanto para el material grueso como para el fino [19].

2.2.2.2 Flujo granular (granular flow)

Si se extrae al mismo tiempo de un gran número de puntos de extracción, se producirá una zona de flujo en masa en la parte superior de las columnas de extracción, mientras que en la parte inferior existe una zona de interacción de esfuerzos que induce movimiento lateral del material desde zonas menos activas hacia aquellas zonas con mayor actividad de las partículas que componen el flujo como se ilustra en la Figura 6. Este movimiento ayuda a equiparar la tasa de subsidencia en la zona de flujo en masa superior. Este mecanismo también recibe el nombre de flujo interactivo [19].

2.2.2.3 Difusión de vacíos (void diffusion)

Si, por lo menos en las primeras etapas de la propagación del caving, el material quebrado se compone de fragmentos grandes y angulosos, como suele ocurrir en las operaciones de *block y panel caving*, no se desarrollará un elipsoide de movimiento clásico. En su lugar, existirá un patrón de flujo irregular en forma de “dedos” como se ilustra en la Figura 7. Este mecanismo de difusión de vacíos fue postulado por Jolley [20] para Sublevel Caving y consiste en la generación de vacíos debido al tamaño y angulosidad de los fragmentos quebrados que pueden ser llenados con material más fino proveniente de un área superior o de los costados. Los experimentos de marcadores de Gustafsson [21] en operaciones de sublevel caving en Suecia confirman la difusión de vacíos.

Laubscher [19] postula que este mecanismo opera de manera similar en *block y panel caving*, e identifica un comportamiento para tiraje aislado y otro para tiraje interactivo.

- Tiraje aislado (Figura 7a):

La interacción de vacíos formará una chimenea que permitirá la migración del material fino superior (que podría ser material diluyente) hacia el seno del mineral, adelantando la entrada de dilución en el punto de extracción.

- Tiraje interactivo (Figura 7b):

La coexistencia de muchos vacíos desestabilizará la propagación de un pasadizo único, lo cual limitará el flujo de material más fino proveniente de un área superior y generará flujo en masa, retrasando así la entrada del material diluyente.

En general, si el material quebrado se compone de fragmentos redondeados y con una distribución granulométrica homogénea, el comportamiento de su flujo gravitacional será más parecido al modelo de flujo granular. Por otro lado, si el material quebrado posee un rango amplio de tamaños y una alta proporción de fragmentos de gran tamaño y angulosos, su comportamiento será el que dicta el mecanismo de difusión de vacíos [19].

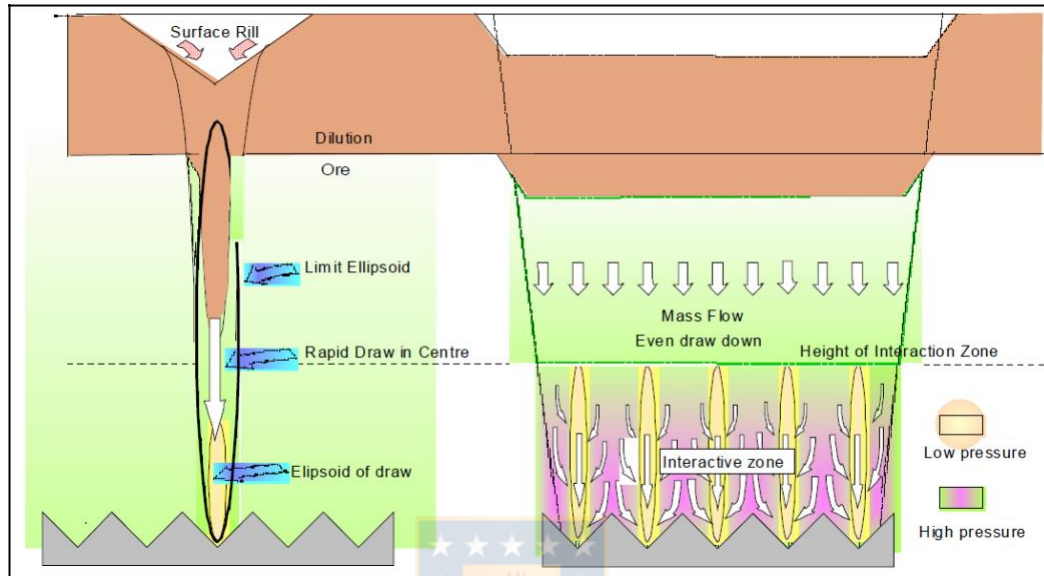


Figura 6: Mecanismo de flujo granular, tiraje aislado (izquierda), tiraje interactivo, zona interactiva y flujo en masa (derecha) [19].

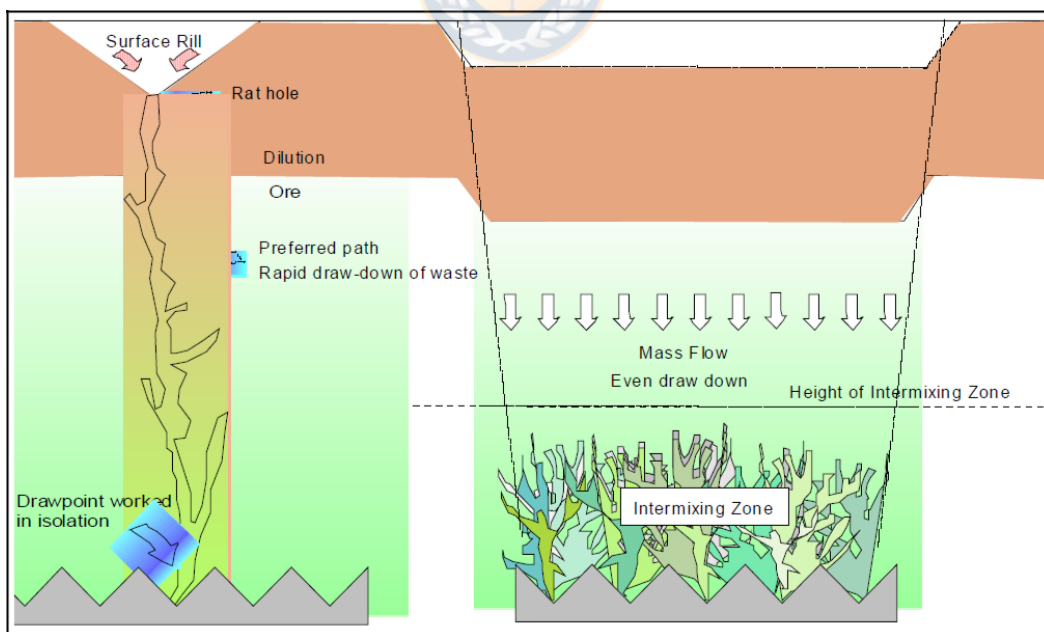


Figura 7: Mecanismo de difusión de vacíos, tiraje aislado (izquierda), tiraje interactivo, zona de mezcla intermedia y de flujo en masa (derecha) [19].

Para esta investigación, se observan comportamientos como el descrito en el flujo granular.

2.2.3 Mecanismos de flujo en múltiples puntos de extracción

Castro [8] plantea que los mecanismos de flujo involucrados, cuando existe tiraje de múltiples puntos de extracción, dependen de la distancia entre puntos (d) y de las dimensiones de las zonas de flujo (ancho y alto). Dichos mecanismos pueden ser clasificados como sigue, donde representa el ancho de la zona de movimiento aislada:

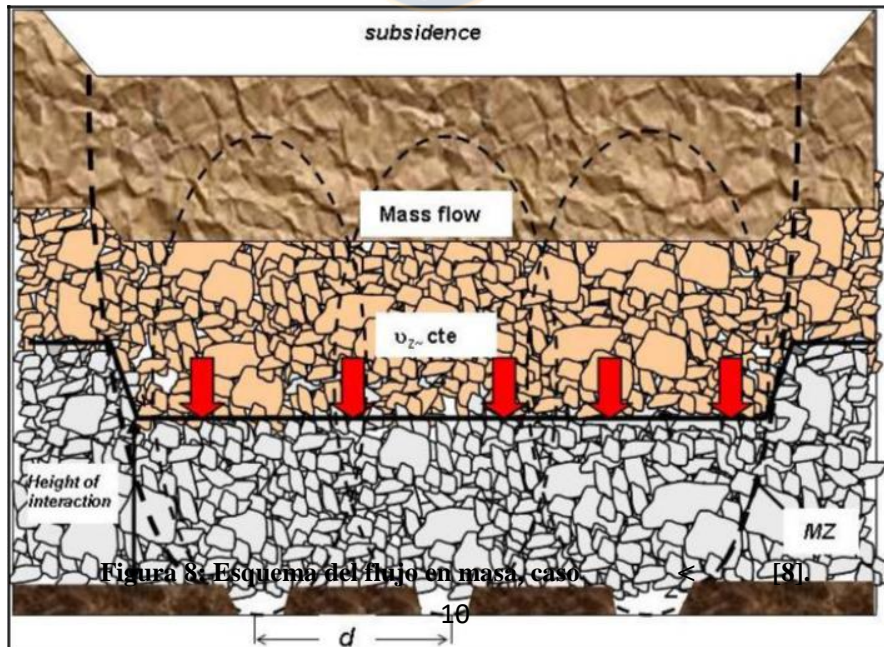
- Caso 1: <

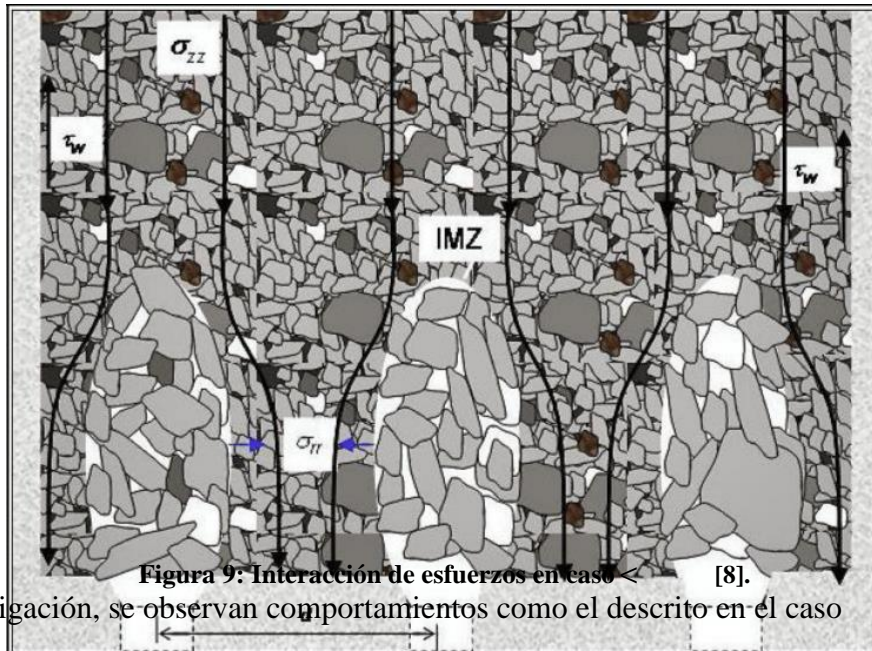
En este escenario, el material que se encuentra entre puntos de extracción se mueve hacia los mismos “en masa”. La columna entre puntos de extracción desciende verticalmente a una velocidad constante por sobre la altura de interacción (HIZ) entre IMZs. Cabe hacer mención que, el concepto de flujo en masa fue establecido por Laubscher [19] y se define como: mecanismo de flujo que ocurre en la parte superior del hundimiento, donde la subsidencia es uniforme. Las partículas describen trayectorias verticales y no existe mezcla vertical ni horizontal.

- Caso 2: <

Cuando los puntos de extracción están lo suficientemente alejados, zonas de no movimiento quedan entre ellos (es decir, el espaciamiento es mayor que el ancho de IMZ para un valor de altura). Esto resulta en un incremento en los esfuerzos verticales en el volumen sin movimiento. Se postula que este aumento es producto de la redistribución de cargas verticales dentro del flujo granular. El IMZ se considera una zona de alta porosidad y no es capaz de transmitir todos los esfuerzos desde arriba y parte de ellos se redistribuye a los volúmenes adyacentes más densos.

En la Figura 8 y Figura 9, se pueden observar esquemas que ilustran los dos mecanismos descritos recientemente.





Para esta investigación, se observan comportamientos como el descrito en el caso

Los resultados de los experimentos bidimensionales realizados por Kvapil [15] sugieren que cuando puntos de extracción son explotados sucesivamente (en lugar de forma simultánea), el IMZ crecerá preferentemente en la dirección de superposición, en donde el aumento de porosidad es más bajo. Esto resulta en una “flexión” de los ejes de los IMZ, tal como se muestra en la figura siguiente:

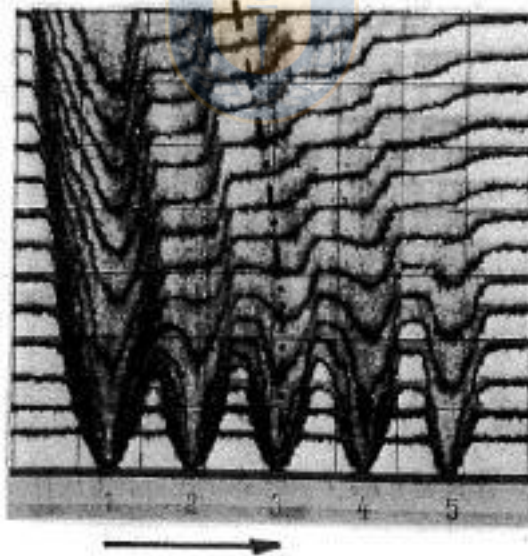


Figura 10: “Flexión” de los ejes de IMZ observado por Kvapil en un modelo físico 2D cuando una extracción sucesiva es aplicada (desde izquierda a derecha) [15].

El fenómeno mostrado en la Figura 10 es atribuido al menor aumento de la porosidad al lado izquierdo de cada IMZ en comparación al lado derecho. En cambio, cuando se extrae de forma simultánea en puntos de extracción, el aumento de porosidad es igual en ambos lados, tal como se muestra en la siguiente figura:

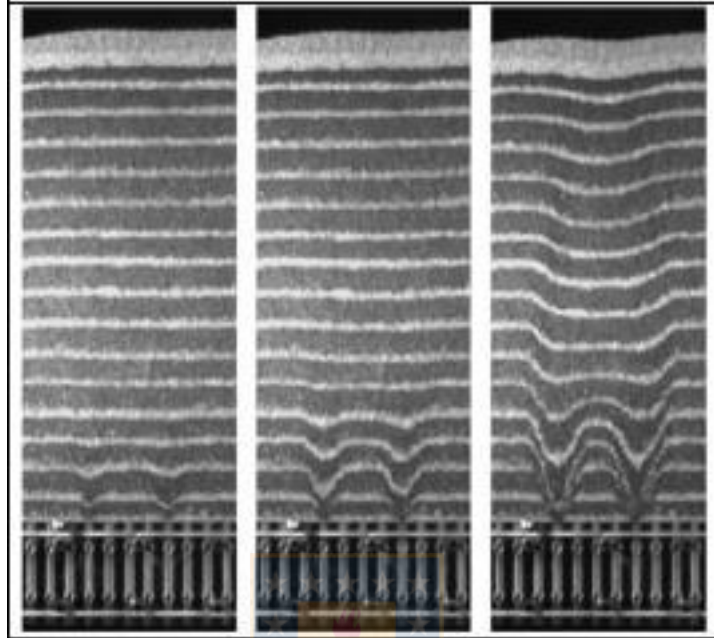


Figura 11: Extracción simultánea y uniforme en puntos de extracción adyacentes, modelo físico 2D [11].

2.2.4 Modelos Físicos

En diversos estudios, se ha intentado reproducir las características del flujo en minería por hundimiento. Los investigadores han estudiado el tema, utilizando principalmente:

- Experimentos en modelos físicos.
- Analogías con el flujo gravitacional de otros materiales en silos.
- Modelamientos numéricos.
- Pruebas en terreno a gran escala.

Para representar un problema real a través de una prueba en laboratorio con modelos a escala, es necesario cuestionar la representatividad del ejercicio. El objetivo buscado es que los efectos que ocurren u ocurrirían en un sistema a escala real se manifiesten de igual manera en el modelo a escala laboratorio a fin de que la experimentación arroje resultados comparables, no sólo a niveles cualitativos, sino que también cuantitativos [6]. Por esta razón, la calibración de diversos modelos numéricos es posible ser realizada utilizando resultados experimentales de un modelo a escala.

Además de servir como medio de calibración para simuladores, los resultados que se obtienen a través de modelos físicos ayudan a fortalecer el estudio del flujo gravitacional y formular nuevas teorías. Algunos importantes resultados son descritos a continuación.

2.2.4.1 Modelo de Kvapil

Kvapil [15] utilizó arena como material granular en un modelo 2D en donde se definió por primera vez los elipsoides de movimiento y extracción (IMZ e IEZ, respectivamente). A pesar de ser un modelo 2D, fue de gran importancia ya que establecieron las primeras reglas y bases para el diseño de flujos.

2.2.4.2 Modelo de Laubscher

Laubscher [17] desarrolló un modelo físico en 3D con el objetivo de observar y estudiar la interacción entre puntos de extracción adyacentes. Con los resultados obtenidos, Laubscher formuló la Teoría de Tiraje Interactivo en donde la extracción de múltiples puntos provoca movimientos laterales y verticales, colapsando los vacíos existentes e impidiendo la percolación de finos desde los niveles superiores.

2.2.4.3 Modelo de Power

Varios estudios se orientaron a la revisión de las escalas de los modelos físicos. La principal conclusión de Power [18] fue que la escala mínima para lograr resultados aceptables es 1:30 en modelos físicos.

2.2.4.4 Modelo de Susaeta

Susaeta [22] utilizó un modelo de arena para medir las velocidades del flujo gravitacional para tiraje aislado y para tiraje interactivo. Los resultados experimentales ayudaron a concluir que mientras más uniforme es el tiraje, la entrada de dilución es más tardía (Índice de Uniformidad).

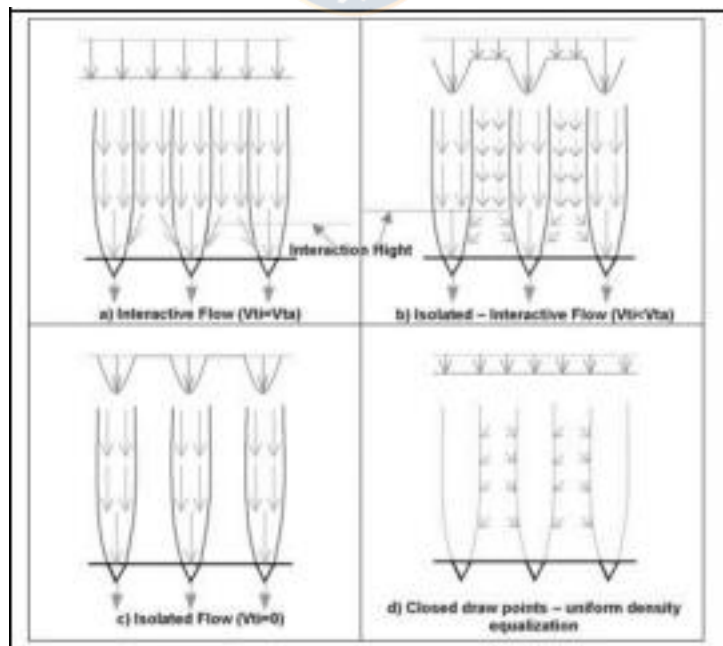


Figura 12: Representación del comportamiento del flujo de flujo másico de caving [22].

2.2.4.5 Modelo de Castro

Castro [8] en un modelo físico de 3 dimensiones utilizó grava en vez de arena. La evidencia experimental reveló que las zonas de movimiento aislado crecen indefinidamente a medida que se extrae desde el punto. Por otro lado, Los puntos de extracción deben estar espaciados a menos del ancho de IMZ para que exista interacción entre zonas de flujo. Además, se concluyó que el ancho de la zona de extracción y movimiento es función de la masa extraída y su altura.

2.3 Esfuerzos verticales de flujo gravitacional

Los desafíos actuales en el entorno minero incluyen factores como depósitos más profundos, rocas más duras, mayores esfuerzos in situ, una mayor demanda de producción y mayores costos [2,23]. Un problema que puede tener consecuencias a mayores profundidades es que el macizo rocoso ya sometido a altos esfuerzos sufre esfuerzos inducidos aún mayores durante las actividades mineras. En particular, el esfuerzo inducido ocurre durante la etapa de propagación del caving en el frente de hundimiento que avanza [1,17,24], donde se ha observado e informado el daño en varias minas de caving, principalmente relacionado con la convergencia de galerías y falla de los pilares [25-30].

Los esfuerzos verticales en material granular bajo extracción se pueden dividir en esfuerzos iniciales correspondientes a los previos a la extracción, por otro lado, existen los esfuerzos inducidos correspondientes durante la extracción (material dinámico y estático). El material previo a la extracción y durante la extracción en estado estático es el cual actúan fuerzas cuyas resultantes son nulas, de forma que permanece en reposo o en movimiento no acelerado, por otro lado, el material durante la extracción en estado dinámico es la relación existente entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y los efectos que se producirán sobre el movimiento de ese cuerpo.

Cuando el material granular está bajo flujo, se pueden identificar al menos dos zonas principales, la zona de movimiento (MZ) la cual corresponde al material dinámico, y la zona estancada (SZ) la cual corresponde al material estático. La zona de movimiento aislada (IMZ) posee aproximadamente forma elipsoidal [10].

2.3.1 Esfuerzos iniciales

Estos esfuerzos se relacionan a cuerpos en condición estática, los cuales corresponden sobre los que actúan fuerzas cuyas resultantes son nulas, de forma que permanecen en reposo o en movimiento no acelerado.

Los factores para tener en consideración en los esfuerzos iniciales, Lorig [31] demostró que estos esfuerzos, previos a la extracción, en el nivel de producción son significativamente menores que el peso total del material que está sobre dicho nivel. Por otro lado, se ha informado de que los materiales granulares pueden desarrollar un arco de esfuerzo significativo cuando se almacenan en un *bin* [32,33]. Como consecuencia de arcos de esfuerzos, los esfuerzos verticales en la parte inferior del *bin*

son solo una fracción del peso total del material debido a que parte del peso del material no se transmite totalmente en la dirección z.

2.3.1.1 Método de Janssen

La cantidad de efecto arco depende de variables como las propiedades del material y la geometría del sistema, tal como se sugiere en la teoría de Janssen [32]. La ecuación de Janssen para esfuerzo vertical inicial promedio, (σ_z) a una profundidad, z , bajo la superficie está dada por:

$$\sigma_z = \frac{\rho_a g h}{1 - \mu \tan \phi} \left(1 - e^{-\frac{1 - \mu \tan \phi}{\sigma} z} \right) \quad (1)$$

Donde ρ_a es la densidad aparente del material (kg/m^3), h es el radio hidráulico (área dividida por el perímetro en vista planta; m), g es la constante gravitacional (m/s^2), σ es la razón entre los esfuerzos horizontales y verticales, h/σ , es la profundidad de la roca hundida (m) y μ es la fricción entre partículas y paredes del modelo expresado usualmente por $(\tan \phi)$, donde ϕ es el ángulo de fricción con las paredes del modelo ($^\circ$). Esta ecuación da un resultado razonable en condiciones estáticas. Con respecto al parámetro σ , se han utilizado diferentes enfoques para definirlo los cuales son descritos en un siguiente capítulo.

2.3.1.2 Método de Walker

Con respecto a lo que plantea Janssen con respecto al esfuerzo vertical inicial promedio, (σ_z) , Walker [34] postulo una ecuación que considera sobrecarga vertical inicial (σ_{z0}) , sobre el material granular de profundidad z :

$$\sigma_z = \frac{\rho_a g h}{1 - \mu \tan \phi} \left(1 - e^{-\frac{1 - \mu \tan \phi}{\sigma} z} \right) + \left(\sigma_{z0} - \frac{\rho_a g h}{1 - \mu \tan \phi} \right) e^{-\frac{1 - \mu \tan \phi}{\sigma} z} \quad (2)$$

Castro [8], mediante la instalación y uso de celdas de carga, mostró evidencia de que existió efecto arco durante la carga de su modelo físico, resultando en que el esfuerzo vertical inicial fue sólo un 70% del peso total sobre la base del modelo. Pierce [10], utilizó los datos del modelo físico de Castro y los introdujo en la ecuación de Janssen, sus resultados predijeron que los esfuerzos verticales serían aproximadamente 67-79% del peso del material sobre la base del modelo.

Para esta investigación, se considera lo postulado por Janssen debido a que entrega un punto de partida razonable para la estimación del esfuerzo vertical inicial promedio en la base del hundimiento [8,10,35,36]. Si se ignora el efecto arco, se obtendrían esfuerzos verticales más altos que no son realistas.

2.3.2 Esfuerzos en MZ

Esta zona de movimiento es una zona activa donde se producen desplazamientos verticales y radiales hasta el elipsoide límite. Los esfuerzos en las zonas de movimiento tienden a ser menores en comparación al material estancado que las rodea. Esto es atribuido a la transferencia de esfuerzos a

través de fuerzas de corte que se desarrollan en los bordes entre el material que fluye y el estancado. El factor para tener en consideración en los esfuerzos en MZ, Lorig y Cundall [37] descubrieron que la magnitud media de las fuerzas al interior de MZ es independiente de la profundidad.

En relación con lo postulado por Janssen [32], el esfuerzo vertical en zona de movimiento, (σ_v) , respecto a la Ecuación 1 a una profundidad que se encuentra la MZ, (z) , está dado por:

$$\sigma_v = \frac{\rho_a \cdot h}{1 - \sin(\phi)} \quad (3)$$

Donde ρ_a es la densidad aparente del material en la MZ (kg/m^3), h es el radio hidráulico en la MZ (área dividida por el perímetro en vista planta; m), es la profundidad de la roca hundida en la MZ (m). Con respecto al parámetro ϕ , se han utilizado diferentes enfoques para definirlo los cuales son descritos en el siguiente capítulo.

2.3.3 Relación entre esfuerzos,

En relación al esfuerzo vertical, uno de los problemas comunes es determinar el parámetro debido a la alta variabilidad de esfuerzo en el material granular. Se han utilizado diferentes enfoques para definir los cuales son descritos en este capítulo.

2.3.3.1 Enfoque de Jaky

A menudo, la ecuación de Jaky [38] es utilizada para estimar σ_h :

$$\sigma_h = 1 - \sin(\phi) \quad (4)$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción interna del material ($^\circ$), se ha reportado la relación $\sigma_h = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)}$ [38-40].

2.3.3.2 Enfoque de Walker

Otros enfoques son los de Walker [34] quien introduce postulados para usando el círculo de Mohr-Coulomb considerando que las esfuerzos horizontales y verticales no son necesariamente los esfuerzos principales. Estima considerando una variedad de casos. Ecuación 5 se define como un caso activo:

$$\sigma_h = \frac{1 - \sin(\phi) \cos(\alpha)}{1 + \sin(\phi) \cos(\alpha)} \quad (5)$$

Ecuación 6 se define como un caso pasivo:

$$\sigma_h = \frac{1 + \sin(\phi) \cos(\alpha)}{1 - \sin(\phi) \cos(\alpha)} \quad (6)$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción interna del material ($^\circ$), α es el ángulo de fricción en las paredes del modelo ($^\circ$), β es el parámetro que relaciona el ángulo de fricción en las paredes del modelo con el ángulo de fricción interna del material. El parámetro está dado por:

$$\sin(\alpha) = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\phi)} \quad (7)$$

Ecuación 8 se define como un caso general:

$$= \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} \quad (8)$$

2.3.3.3 Enfoque de Nedderman

Otros enfoques para definir se presentan por Nedderman [41], en donde la Ecuación 9 se define como un caso activo, cuando $h < :$

$$= \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} \quad (9)$$

Ecuación 10 se define como un caso pasivo, cuando $h > :$

$$= \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} \quad (10)$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción interna del material ($^\circ$).

2.3.4 Esfuerzos en SZ

La zona estancada es una zona donde no hay movimiento. Pierce [10] postula que la teoría de área tributaria puede ser aplicada para un mejor entendimiento de la redistribución de los esfuerzos verticales alrededor de la MZ y en la zona estancada. Esta teoría sugiere que los esfuerzos verticales en la zona estancada, (σ_z) , es igual a los esfuerzos verticales iniciales (antes de la extracción) más un esfuerzo inducido, tal como se ve en la siguiente ecuación:

$$\sigma_z = \sigma_{z0} + \frac{2 \sigma_{z0} \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} \quad (11)$$

Donde σ_{z0} es el esfuerzo vertical inicial (N/m^2), A_z es el área de la zona estancada (m^2), σ_z es el esfuerzo vertical de la zona de movimiento y es el área de la zona de movimiento (m^2). Las áreas y perímetros son el lugar donde está el material hundido en una vista en planta. Para esta investigación,

se obtiene que en zonas estancadas los esfuerzos verticales aumentan y que, en zonas de movimiento, disminuyen.

2.4 Modelación numérica de flujo gravitacional

Un modelo numérico es más bien un modelo matemático que busca predecir a través de reglas, ecuaciones, teorías o leyes, el comportamiento de algún fenómeno cuyo resultado se desea conocer. Actualmente, la creación de herramientas de tipo numéricas y la innovación tecnológica de los equipos que permiten solucionar problemas de alto grado de complejidad en poco tiempo han permitido avanzar en torno a metodologías de resolución basadas en software proveyendo resultados de manera eficiente. Sin embargo, estos resultados solo tienen sentido en la medida que contengan una base

teórica y descriptiva sólida, debiendo permitir además la modelación de condiciones particulares y casos complejos [6].

En la actualidad se conocen diversos modelos matemáticos para representar el comportamiento del mineral al ser extraído mediante minería de *block/panel caving*. Mientras algunos han sido creados para la industria minera, otros se han desarrollado fundamentalmente para la investigación. La necesidad del entendimiento más detallado del flujo gravitacional, en conjunto con la mayor capacidad de procesamiento de datos, son las condiciones que propiciaron la creación de los simuladores de flujo gravitacional basados en modelos matemáticos.

Dentro de este marco se presenta FlowSim, un simulador de flujo gravitacional granular para *block/panel caving* el cual está basado en autómatas celulares [42]. A lo largo de los años, FlowSim se le ha implementado una variedad de herramientas lo cual da una mejoría en el modelo numérico a la incorporación de mecanismos de interés en el entendimiento del flujo gravitacional. En esta investigación, se utiliza un modelo numérico a través de autómatas celulares basado en la lógica de FlowSim, esto mediante un lenguaje de programación Python, para estudiar el comportamiento de esfuerzos asociados al flujo gravitacional.

La clasificación actual respecto a los modelos de flujo gravitacional se divide en dinámicos y cinemáticos, dependiendo de la base teórica utilizada y el propósito por el cual se desarrollaron. A continuación, se hace una breve descripción para la comparación de FlowSim con otros simuladores de flujo gravitacional de un modelamiento numérico.

2.4.1 Modelos dinámicos

Los modelos dinámicos simulan el flujo gravitacional de acuerdo a las leyes físicas de la mecánica, es decir el movimiento y flujo se describe de acuerdo al desarrollo de ecuaciones de balance de fuerzas entre partículas. La importancia de este tipo de simulaciones es fundamental para obtener aproximaciones del flujo gravitacional, pero para validaciones a escala mina no son prácticas, debido al limitado número de partículas que se pueden simular con las capacidades físicas de los computadores actuales. Este tipo de modelos son de utilidad limitada por los largos tiempos de simulación requeridos [1]. Los softwares PFC3D, ESyS-Particle, LIGGGHTS®-PUBLIC y Rocky DEM son de los más relevantes de este tipo de modelos.

2.4.1.1 PFC (Particle Flow Code)

El software PFC es un tipo de modelo dinámico, estudia la falla del material en el cave y luego su comportamiento mientras se está extrayendo. No es adecuado para calcular leyes o tonelajes recuperables, para el programa financiero o para la programación de la producción, pero puede ser usado para rastrear trayectorias de flujo de partículas que pueden usarse en otros procesos de modelo y análisis [19].

PFC modela el movimiento de partículas esféricas mediante un método de elementos discretos o DEM, que utiliza un método explícito de cálculo de paso temporal que permite modelar sistemas que son inestables sin dificultad numérica [43]. El programa puede funcionar en dos o tres dimensiones, con un gran número de partículas. Las velocidades computacionales pueden ser largas cuando es

necesario modelar grandes cantidades de partículas, o cuando las partículas tienen que moverse a grandes distancias o lentamente. PFC tiene la capacidad de representar con precisión la mecánica del flujo gravitacional, pero como en otros procesos de modelos, padece de escaso conocimiento de la resistencia de la roca hundida.

La principal ventaja radica en la utilización de la mecánica clásica para la predicción de movimiento. La principal desventaja es su limitación de número de partículas evaluadas.

2.4.1.2 ESyS-Particle

ESyS-Particle es un software de modelo dinámico, de código abierto basado en el método de elementos discretos o DEM (Discrete Element Method), método creado por Cundall y Strack [44]. En la actualidad, es utilizado para el modelamiento de flujo granular en silos, fragmentación de rocas y propagación de fallas entre otros, con un gran desempeño en el caso específico de fracturamiento de agregados de partículas.

Las principales ventajas radican en su acceso libre y gratuito para cualquier usuario y/o desarrollador, altamente especializado y con excelentes resultados en el modelamiento de ruptura de materiales. Las principales desventajas son como es un software DEM requiere una gran cantidad de cómputo para simulaciones de gran tamaño y/o número de partículas, por su estructura no es capaz de modelar interacción con fluidos, es decir, no es posible incorporar un porcentaje de humedad y por último carece de una función que permita establecer directamente fricción con paredes y/o mallas.

2.4.1.3 LIGGGHTS®-PUBLIC

LIGGGHTS®-PUBLIC es un software de modelo dinámico, basado en el método de elementos discretos o DEM (Discrete Element Method), este software es desarrollado principalmente por Christoph Kloss [45].

A diferencia de ESyS-Particle el cual está fuertemente mejorado para modelar sismos y fracturas en rocas, LIGGGHTS®-PUBLIC esta optimizado para flujo granular y en partículas para el análisis de la transferencia de calor dentro de este tipo de interacción.

2.4.2 Modelos cinemáticos

Los modelos cinemáticos buscan reproducir el movimiento del material granular, sin entrar en detalle sobre el carácter dinámico subyacente del movimiento. Los simuladores de este tipo se pueden dividir en estocásticos y aquellos de carácter empírico-analítico.

2.4.2.1 Modelos empíricos-analíticos

Estos modelos de flujo gravitacional se diferencian de los anteriores en su formulación. Las reglas que modelan el flujo son ecuaciones matemáticas que interpretan las interacciones que tienen lugar en su desarrollo. Los modelos que tienen mayor preponderancia en la actualidad son aquellos utilizados por los softwares PC/BC, REBOP y Mass Flow.

2.4.2.1.1 PCBC (Panel caving/Block caving)

PC/BC es un modelo cinemático de carácter empírico-analítico, el cual es utilizado ampliamente para simular escenarios de producción en planificación minera. Tiene un amplio rango aplicación en las etapas de ingeniería, desde proyectos de factibilidad hasta control diario en mina.

La implementación del programa incorpora la metodología de Laubscher [17] en el diseño de mallas. En cuanto al flujo y el algoritmo de mezcla de leyes se basa en una aplicación netamente empírica [46].

Las aproximaciones consideradas en el modelo suponen un tiraje aislado con una forma específica, de secciones circulares o rectangulares. Los radios estas secciones anteriores se ajustan en el nivel de hundimiento para que se traslapen. Este criterio se basa en considerar que el diseño propuesto será tal que se obtendrá un tiraje interactivo entre todos los puntos.

Las principales ventajas radican en los datos de calibración fácil de obtener y la rapidez de las evaluaciones. Las principales desventajas ciertos parámetros como punto de entrada de la dilución en un punto de extracción (PED), altura de interacción (HIZ) y velocidad son definidos por el usuario, y posee una limitada robustez de código.

2.4.2.1.2 REBOP (Rapid Emulator Based On PFC)

Desarrollado por Itasca, REBOP es un modelo cinemático de carácter empírico-analítico, modela numéricamente el flujo gravitacional basado en la propagación y crecimiento del IMZ en función del material extraído en cada punto de extracción. Planteado por Cundall et al. [47] se basa en observaciones de simulaciones en PFC3D sobre el comportamiento del flujo de material producto de su extracción. La metodología del modelo se resume en la Figura 13.

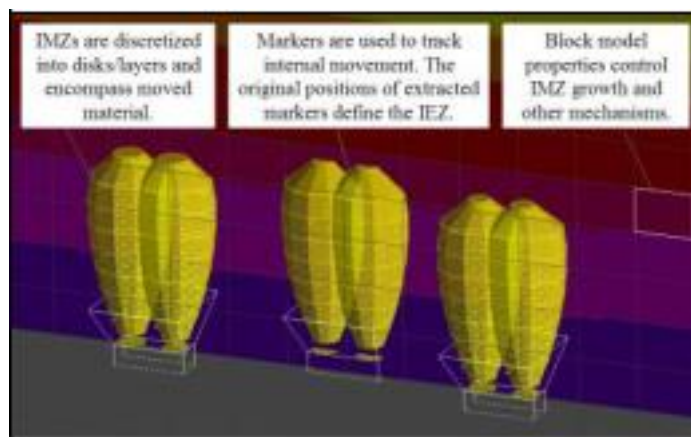


Figura 13: Fundamentos del modelo numérico de REBOP [48].

El flujo de material es simulado mediante la extracción de pequeñas cantidades de masa desde la primera capa inferior hacia las superiores, creciendo cada capa cuando sea necesario y según sus mecanismos, logrando un balance de masas y continuidad [48].

Las principales ventajas radican en que considera parámetros como ángulo de fricción, cave back y granulometría, y destaca su rapidez de las evaluaciones. La principal desventaja es que solo se han validado las leyes y geometrías obtenidas.

2.4.2.2 Modelos estocásticos y autómatas celulares

Este tipo de modelos tiene una componente estocástica, se conocen también como autómatas celulares. Los modelos estocásticos simulan el flujo usando elementos discretos que migran hacia abajo por efecto de la gravedad a medida que se extrae el material. Las primeras propuestas se **originaron por parte de Litwiniszyn [49] y Mullins [50]**.

Las simulaciones realizadas a través de autómatas celulares se basan en reglas locales más un set de probabilidades, determinando el movimiento de las partículas. Estudios en torno a los autómatas aplicados en minería se plantean en Sharrock et al. [51], Alfaro y Saavedra [52], Castro y Whiten [42], Castro et al. [53] y Sharrock et al. [54].

Un autómata celular corresponde a un modelo matemático que simula un sistema de elementos, el cual evoluciona a pasos discretos. Es adecuado para modelar sistemas naturales que puedan ser descritos como una colección de objetos simples que interactúen localmente unos con otros. Básicamente un autómata celular consiste en un arreglo regular de celdas, que tienen un conjunto finito y discreto de estados posibles. Estos estados se actualizan de manera discreta en el tiempo, de acuerdo con las reglas que dependen exclusivamente del estado de la vecindad de las celdas [8]. Las características que definen un autómata celular son:

- **Espacio:** Un autómata celular puede estar definido para n dimensiones, conformando una rejilla o cuadrículado finitamente extendido. Cada celda de la cuadrícula se conoce como célula.
- **Estado:** Cada célula puede tomar un valor a partir de un conjunto finito de estados.
- **Vecindad:** Conjunto de células con las cuales una determinada célula interactúa.
- **Función de transición:** se aplica a todas las células de la cuadrícula una función de transición que toma como argumentos los valores de la célula en cuestión y los valores de sus vecinos, y regresa el nuevo valor que la célula tendrá en la siguiente etapa de tiempo. Esta función se aplica, como ya se dijo, de forma homogénea a todas las células, por cada paso discreto de tiempo. Este concepto también es llamado regla de evolución del autómata.

La simpleza para implementar el modelo es una de sus principales ventajas, junto con la rapidez de las simulaciones dado que el sistema es discreto y no es necesario recurrir a la resolución de ecuaciones diferenciales como ocurre en los modelos dinámicos. La principal desventaja radica en que el problema se resuelve solo desde el punto de vista cinemático, dejando de lado la dinámica asociada [55].

2.4.2.2.1 FlowSim

FlowSim es un simulador de flujo gravitacional granular para *block/panel caving* el cual está basado en autómatas celulares [42]. A lo largo de los años, FlowSim se le ha implementado una variedad de

herramientas lo cual da una mejoría en el modelo numérico a la incorporación de mecanismos de interés en el entendimiento del flujo gravitacional.

Las principales ventajas radican en que considera la geometría de la elipse de movimiento, considera diferencias de movilidad entre distintos materiales y destaca su rapidez en las simulaciones. Las principales desventajas se asocian en que el problema se resuelve solo desde el punto de vista cinemático, dejando de lado la dinámica asociada, y que solo se han validado las leyes y geometrías obtenidas.

2.4.2.2.1.1 Implementación FlowSim

FlowSim como aplicación para la minería de *block/panel caving* es presentado en su primera versión por Castro y Whiten [42]. FlowSim es calibrado y validado en primera instancia mediante los datos del modelo físico de Castro [8]. El simulador busca reproducir los efectos del flujo gravitacional en términos macroscópicos y no a nivel de partícula, haciendo de FlowSim, una herramienta de diseño y planificación minera de largo plazo.

A lo largo de los años, FlowSim se le ha implementado una variedad de herramientas lo cual da una mejoría en el modelo numérico a la incorporación de mecanismos de interés en el entendimiento del flujo gravitacional, algunos de ellos llevados a cabo por Castro et al. [53], Miranda [56], Valencia [57], González [58], Fuentes [59], Castro et al. [60]. Actualmente, diversas investigaciones utilizan FlowSim añadiendo diferentes herramientas.

2.4.2.2.1.2 Lógica y funcionamiento

Flowsim es una aplicación de autómatas celulares, por lo cual, se basa en la división del dominio en celdas regulares de igual tamaño en las tres direcciones, donde el flujo gravitacional está definido por [60]:

- Espacio o Tamaño: Este valor es introducido por el usuario, ya que el tamaño incide directamente sobre el tiempo de simulación, de este modo su definición debe basarse en una mezcla criteriosa de eficiencia y tiempo.
- Estado: Cada célula puede situarse en 3 estados posibles (granular, vacío, sólido), los cuales serán descritos durante este capítulo.
- Vecindad: La vecindad es el criterio del número de bloques adyacentes que se tienen en cuenta para el análisis de un bloque en transición.
- Función de Transición: la función de transición es la directriz lógica que permite la selección del bloque granular que descenderá debido al análisis de un vacío en ascenso. En FlowSim existen dos tipos de función de transición según sea la naturaleza de esfuerzos del bloque en análisis, con confinamiento o sin confinamiento.

El simulador considera al macizo rocoso como una discretización regular de bloques. La discretización está relacionada con las dimensiones de los puntos de extracción, donde la dimensión de los bloques debe ser igual o menor al ancho del punto. Cada bloque discretizado se le llama celda

o célula y representa un “espacio” único. Cada célula puede poseer tres posibles “estados” (ver Figura 14):

- Granular: Celdas que representan el material fragmentado (mineral, dilución, etc.) y poseen la capacidad de movilidad (cambiar de posición) a lo largo de la simulación.
- Vacío: Cada vez que se extrae un bloque granular en el punto de extracción, se reemplaza por un vacío. El principal algoritmo de movimiento en FlowSim es generado por el ascenso de vacíos.
- Sólido: Celdas que representan las paredes, pilares, etc., es decir son aquellos bloques que no poseen la capacidad de movilidad (cambiar de posición). Permanecen durante toda la simulación en su posición original.

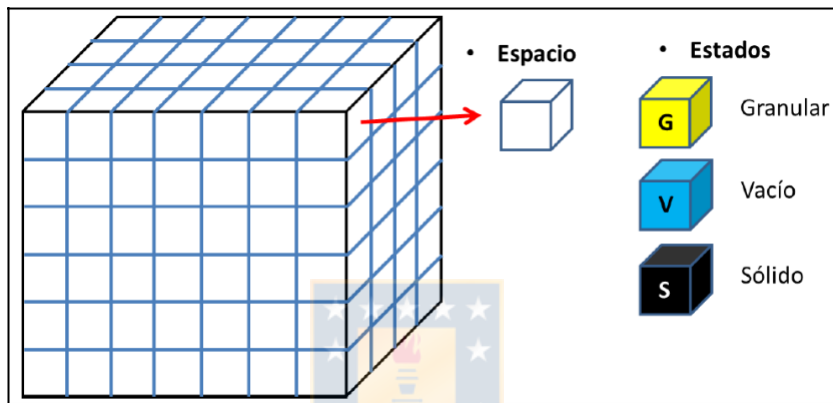


Figura 14: Representación de espacio y estado [42].

La base del movimiento de flujo en FlowSim es el movimiento ascendente de vacíos. Cada vez que se realiza una extracción en el punto de extracción se genera un vacío, y desde este punto el vacío comienza a ascender intercambiando posición con alguna celda granular en el nivel superior. Por lo tanto, el descenso de las celdas granulares se debe exclusivamente al ascenso de vacíos.

El parámetro que controla el ascenso de un vacío es f , dicho parámetro fija la condición mínima de vacíos que deben rodear al vacío de referencia para permitir que este ascienda. Por otro lado, es importante destacar que el parámetro es una medida directa de la porosidad esperada del flujo de material [8]:

$$f \geq \dots \quad (12)$$

Donde f es la condición mínima de vacíos.

Sea el bloque en análisis i , el estado de un bloque se define a través de un código binario, 1 si el bloque es vacío, 0 si el bloque es granular. De esta forma, el recuento del número de vacíos alrededor del bloque en análisis se puede modelar de la siguiente forma:

$$\sum_{j \in \text{vecinos}} \dots \geq \dots \quad (13)$$

Obtenida una cantidad de vacíos mayor a a , el proceso sigue con la selección del bloque granular del nivel superior (Nivel K+1) que intercambiará estado con el vacío en análisis (Nivel K). Con el propósito de lograr lo anterior, FlowSim evalúa cada uno de los nueve bloques sobre el vacío en análisis, ver Figura 15, para estimar de esta manera el bloque que descenderá.

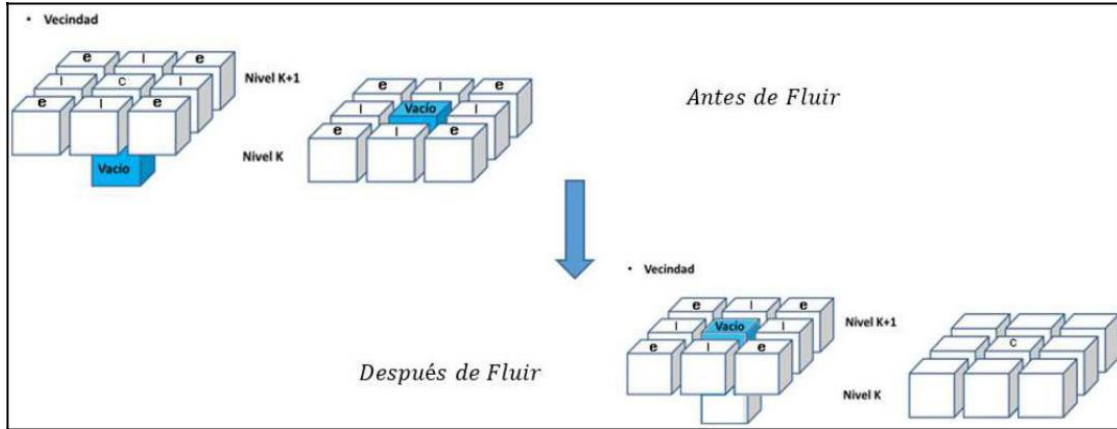


Figura 15: Diagrama explicativo del proceso de selección del bloque del nivel superior que se transformará en vacío [60].

La formulación toma en cuenta la calidad geomecánica (RMR) y la distancia de cada bloque al vacío en análisis. Con respecto a la distancia, el bloque más cercano tendrá mayor probabilidad de fluir, del mismo modo, el bloque con menor RMR tendrá mayor probabilidad de fluir hacia el nivel inferior y ocupar el vacío en análisis. Para decidir el orden con que se evaluarán los vacíos de un nivel, FlowSim realiza la técnica de Montecarlo [60]. La Ecuación 14 muestra la formulación matemática de la función de transición, para la probabilidad de descender un bloque i , está dado por:

$$P_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{d_{ij}^{\alpha}}{RMR_j^{\beta}} \right)} \quad (14)$$

Donde d_{ij} es la distancia del bloque granular al vacío en análisis, RMR_j es la calidad geomecánica del bloque j , α es el coeficiente del inverso a la distancia y β es el coeficiente inverso de la calidad geomecánica.

Los parámetros α y β son factores de ajuste que deben ser calibrados con datos de zonas de extracción de la faena o modelo físico en particular de análisis, estos parámetros varían de acuerdo a las propiedades de cada material.

En esta investigación, se cuantifican los esfuerzos verticales por el flujo gravitacional mediante un modelo numérico utilizando lenguaje de programación Python a través de autómatas celulares a escala mina, los cuales son calibrados con datos de modelos físicos para su análisis.

2.5 Conclusiones de antecedentes

De acuerdo a la revisión realizada de antecedentes pertinentes para el desarrollo de esta investigación, las principales conclusiones son:

- El flujo gravitacional ha sido estudiado a través de diversos modelamientos, ya sea físicos, numéricos o empíricos. Las investigaciones en el ámbito del modelamiento físico han utilizado como medio arena y grava, siendo esta última considerada como el material más apropiado para el estudio del flujo de material granular en minería de *block/panel caving* ya que la forma angulosa de las partículas permite representar la geometría de los elipsoides de movimiento, y de extracción, con mayor realismo.
- Para esta investigación, se observan comportamientos como el modelo de flujo granular con un mecanismo de flujo en múltiples puntos de extracción de caso < postulado por Laubscher.
- Los modelos físicos permiten simular diferentes estrategias de extracción y operación sin incurrir en grandes costos respecto de la realización de pruebas a escala de mina. Esta técnica junto con el uso de instrumentación ha sido validada en distintas áreas de la ingeniería y permite aumentar el conocimiento de fenómenos que ha escalas mayores serían difíciles de observar.
- Los resultados obtenidos por Castro y Pierce sugieren que la ecuación de Janssen entrega un punto de partida razonable para la estimación los esfuerzos iniciales (promedio) en la base del hundimiento. Si se ignora el efecto arco, se obtendrían esfuerzos verticales más altos que no son realistas.
- En esta investigación, los esfuerzos en zonas de movimiento se consideran para su estimación la ecuación de Janssen debido a que entrega un punto de partida razonable para los esfuerzos iniciales (promedio). Para la estimación de esfuerzos en zonas estancadas existe la teoría de área tributaria postulado por Pierce.
- Existen diferentes enfoques para definir para la estimación de esfuerzos iniciales y en zonas de movimiento, puesto que es uno de los problemas comunes es determinar dicho parámetro debido a la alta variabilidad de esfuerzo en el material granular.
- Los esfuerzos en las zonas de movimiento tienden a ser menores en comparación al material estancado que las rodea. Esto es atribuido a la transferencia de esfuerzos a través de fuerzas de corte que se desarrollan en los bordes entre el material que fluye y el estancado.
- En esta investigación, se cuantifican los esfuerzos por el flujo gravitacional mediante un modelo numérico utilizando lenguaje de programación Python a través de autómatas celulares a escala mina, los cuales son calibrados con datos de modelos físicos para su análisis.

Capítulo 3: Desarrollo Experimental

3. DESARROLLO EXPERIMENTAL

3.1.Introducción

Tal como se expuso en el Capítulo 2, el modelamiento numérico ha sido una herramienta útil para el estudio de fenómenos que a escala laboratorio o real serían difíciles de estudiar. En este capítulo se muestra cómo esta herramienta se utiliza en esta investigación.

3.2. Modelamiento numérico

El modelo numérico a través de autómatas celulares basado en la lógica de FlowSim, esto mediante un lenguaje de programación Python, el cual está formado por distintos códigos, donde cada uno desempeña distintas funciones. A continuación, se describen los distintos códigos con sus principales componentes:

- Simulador3D.py: Es el código principal con análisis en 3D, el resto son códigos de apoyo. Define algunos datos de entrada, por ejemplo, modelo de bloques, tamaño de cada bloque, densidad, fragmentación primaria, ubicación de punto de extracción, número de extracciones, etc. Lee funciones complementarias para funcionamiento del código.
- VLOAD.py: Calcula esfuerzos iniciales en material granular mediante la ecuación de Janssen.
- BCCM.py: Aplica un modelo de fragmentación secundaria en *block caving*. Requiere como parámetros de entrada la fragmentación primaria y esfuerzo inicial. Reporta fragmentación final y variación del 50.
- flowmarkIII.py: Inicia extracción de material desde uno o varios puntos de extracción. Requiere como parámetros de entrada el modelo de bloques, tamaño de bloques, número de extracciones, factores “N”, “M”, “MV” y ubicación de punto(s) de extracción con su respectiva(s) dimensión(es). Asigna probabilidades, lee función para buscar vacíos, intercambia bloques (vacíos por los que pueden moverse). Reporta modelo de bloques final y calcula distancia recorrida de bloques.
- searchvoids.py: Busca si un bloque vacío tiene vacíos alrededor. Reporta número de bloques vacíos vecinos con su respectiva ubicación.
- MovementZone.py: Mide y reporta el ancho, alto y radio hidráulico de la zona de movimiento generada por los bloques granulares en movimiento.
- color.py: Asigna un color al estado de cada bloque. Reporta columna de colores de bloques.
- VerticalStress.py: Considera material granular con lo que reporta el cálculo y parámetros para la visualización de esfuerzos verticales con análisis en 3D, tanto iniciales, en zonas de movimiento mediante la ecuación de Janssen y en zonas estancadas mediante el postulado de Pierce.

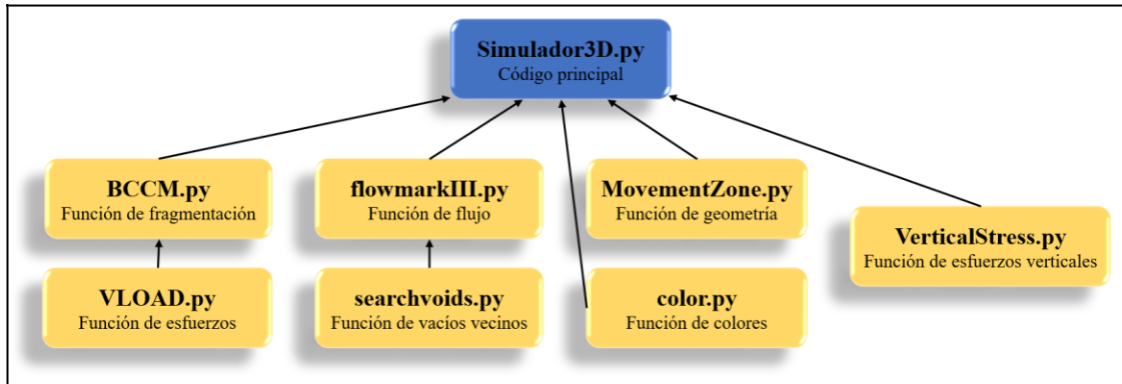


Figura 16: Esquema del funcionamiento del modelo numérico a través de autómatas celulares.

En la sección ANEXO A, se detallan los códigos utilizados en el modelo numérico a través de autómatas celulares en lenguaje de programación Python.

El núcleo de este algoritmo de autómatas celulares es el código flowmarkIII.py, desarrollado por Pereira [61], el cual se basa en la lógica empleada por FlowSim.

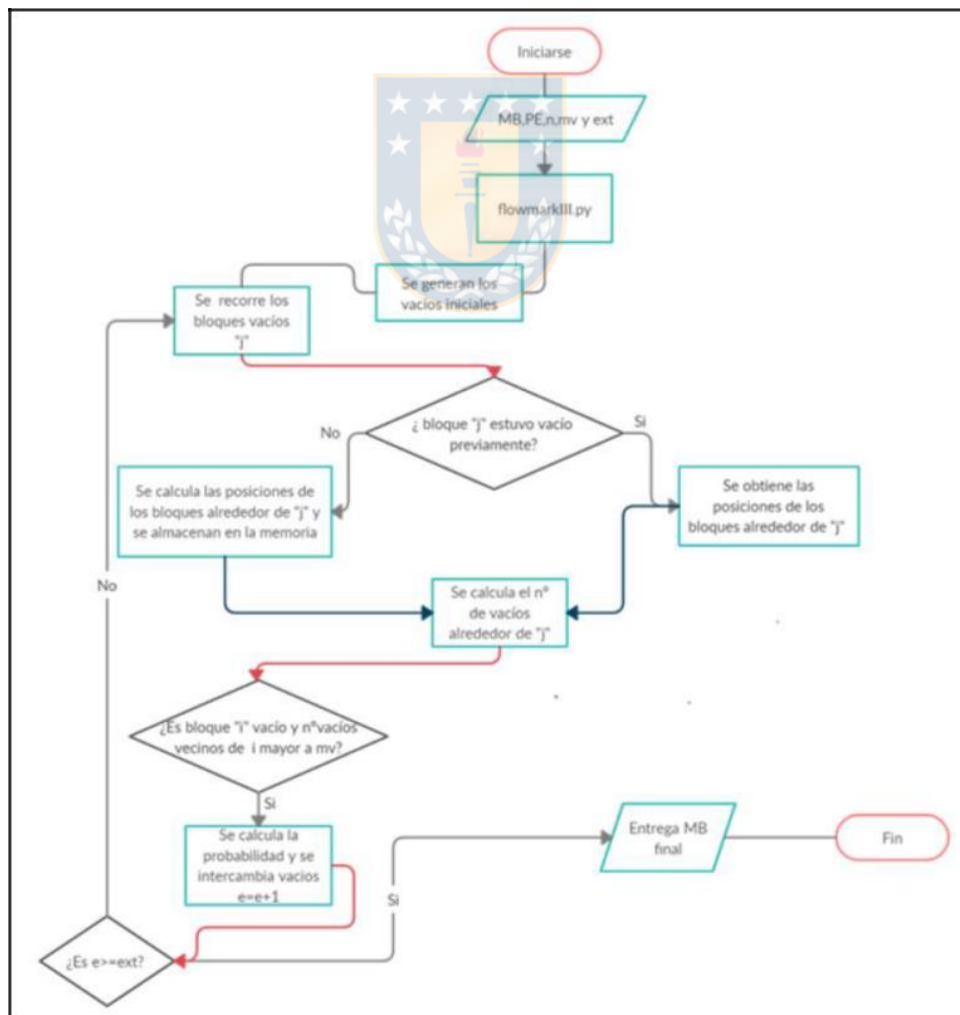


Figura 17: Diagrama de flujo flowmarkIII.py [61].

El código VerticalStress.py, desarrollado en esta investigación, considera la estimación de esfuerzos verticales y los parámetros para su posterior visualización. En la Figura 18, se muestra el esquema del funcionamiento de este algoritmo.

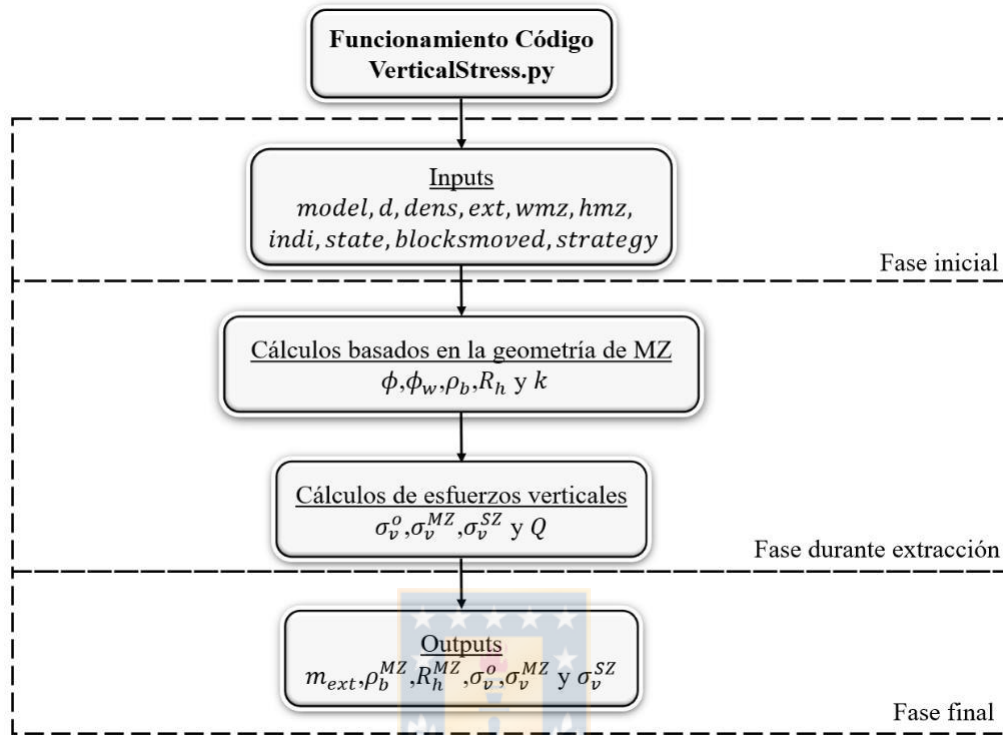


Figura 18: Esquema de funcionamiento del código VerticalStress.py.

El algoritmo trabaja con un modelo de bloques dividido en celdas regulares (cubos; $2 \times 2 \times 2 \text{ m}^3$), donde el flujo gravitacional está definido por tamaño de celda, estado del bloque, vecindad asociada a cada bloque y función de transición. Los estados de los bloques pueden ser vistos en la Figura 19.

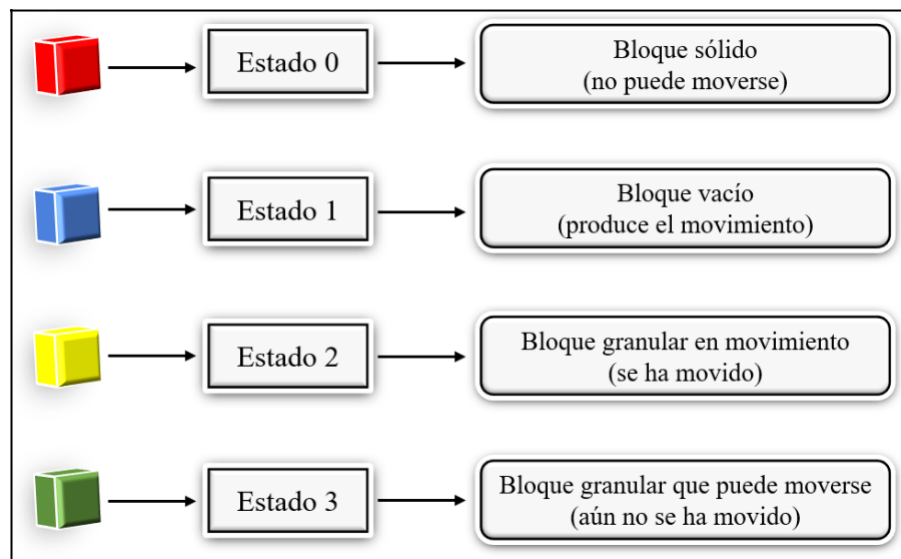


Figura 19: Clasificación de los estados de las celdas regulares (cubos) del modelo numérico.

La base del movimiento de flujo es el movimiento ascendente de celdas en estados vacíos (ver Figura 20), producto del intercambio con celdas en estados granulares sobre este vacío. El parámetro que controla el ascenso de un vacío es α , dicho parámetro fija la condición mínima de vacíos que deben rodear al vacío de referencia para permitir que este ascienda:

$$\alpha > \frac{N_v}{N_g} \quad (15)$$

Donde N_v es el número de vacíos presentes en la vecindad y N_g es la condición mínima de vacíos.

La Ecuación 16 muestra la formulación matemática de la función de transición, para la probabilidad de descender un bloque β , está dado por:

$$P_{\beta} = \frac{e^{-\beta \frac{d}{50}}}{1 + e^{-\beta \frac{d}{50}}} \quad (16)$$

Donde d es la distancia del bloque granular al vacío en análisis, 50 es el diámetro medio de la partícula del bloque, β es el coeficiente del inverso a la distancia y es el coeficiente inverso del diámetro medio de la partícula.

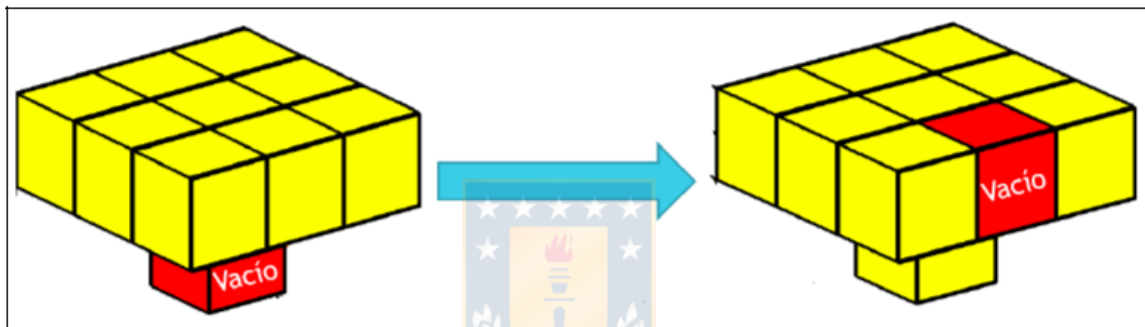


Figura 20: Ascenso de vacíos si cumple la condición mínima de vacíos, $\alpha > \frac{N_v}{N_g}$, en función de la probabilidad de descender un bloque, β . Colores no corresponden a los estados de los bloques.

Respecto a la probabilidad de descender un bloque, β , el parámetro 50 no se considera para el análisis en este capítulo debido a los alcances de esta investigación, lo cual se asume $= 0$. Por tanto, la distancia del bloque granular al vacío, d , se considera para análisis, por lo cual, será el factor de ajuste calibrado con datos de modelos físicos para los resultados de este capítulo, este parámetro variará de acuerdo a las propiedades de cada material del modelo físico respectivo.

3.3. Calibración experimental

El objetivo de este procedimiento es evaluar el funcionamiento del código, calibrar la herramienta en escala mina para describir el comportamiento de la geometría de la zona de movimiento y esfuerzos verticales. Lo anterior para posteriormente reproducir el comportamiento observado en modelos físicos en los respectivos ámbitos mencionados.

Se divide esta clasificación respecto a calibrar la geometría de IMZ (ancho y alto) según relación del modelo cinemático de Nedderman [12] y la descripción de la lógica de estimación de esfuerzos verticales implementada, según lo postulado para esfuerzos iniciales y en zonas de movimiento por Janssen [32], para esfuerzos en zonas estancadas por Pierce [10].

3.3.1. Calibración de geometría IMZ

Uno de los modelos predictivos de flujo en materiales granulares es el modelo cinemático de Nedderman [12], en el cual se relacionan el ancho (w) y la altura (h), ambos normalizados por el 50 del material empleado, de IMZ con la siguiente ecuación [10]:

$$w = 3.42/h \quad (17)$$

Uno de los propósitos de los experimentos de estimación es hacer inferencias estadísticas acerca de las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias y sus parámetros que no se conocen. Para esto, se define el tamaño de la muestra o número de simulaciones, n , con la siguiente ecuación [62]:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\epsilon} \right)^2 \quad (18)$$

Donde σ es la desviación estándar de la variable respuesta a analizar, $z_{\alpha/2}$ es el estadístico normal estándar y Error es el error de estimación de la variable respuesta a analizar. El número de simulaciones para esta investigación es $n = 5$. En la sección ANEXO B, se detalla el procedimiento efectuado para determinar el número de simulaciones necesarias. Para calibrar la geometría de IMZ del modelo numérico, las simulaciones se realizaron con datos de entrada dados por el autor de esta investigación, según la siguiente tabla:

Tabla 2: Datos de entrada en calibración de geometría IMZ, escala mina.

Factor	Valor	Unidad
Dimensión del modelo	200x70x70	m
Dimensión de celdas	2x2x2	m
Factor de fricción	1,15	
Dimensión	4x4	m
Ubicación,	(34;0;36)	

Los parámetros , y considerados se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 3: Valores de N, M y MV considerados en la calibración de geometría IMZ.

Parámetro	Valor
N	0,5
	1
	2
	3
	4
	5
M	0
MV	1
	2
	3

Para el cálculo de la precisión con la cual la variable simulada estima la variable observada (dato operacional), se introduce el error cuadrático medio, RMSE [63]. El RMSE posee la misma unidad de medida que la variable estudiada y se calcula como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{n}} \quad (19)$$

Donde es el valor observado del dato , es el valor simulado del dato y es la cantidad de datos.

El RMSE posee la misma unidad de medida que la variable estudiada, por lo que se hace necesario contar con un índice construido en términos relativos, de manera de observar el comportamiento relativo de la variable simulada con respecto a la variable observada. De esta forma se define el error relativo medio, (%):

$$[\%] = \frac{\text{RMSE}}{\text{Valor observado}} * 100 \quad (20)$$

Mediante el uso de la Ecuación 19 y Ecuación 20, se compararon gráficamente los resultados experimentales a los teóricos predichos por el modelo cinemático, utilizando los índices de comparación error cuadrático medio y error relativo medio. Se observan que los resultados para los diferentes y llevan a buenas aproximaciones según la ecuación cinemática de Nedderman. En la sección ANEXO C, se detalla el procedimiento efectuado con los resultados para diferentes y .

3.3.2. Lógica de estimación de esfuerzos verticales

Desde el punto de vista teórico, la Ecuación 1 propuesta por Janssen [32], entrega un punto de partida razonable para la estimación los esfuerzos iniciales (promedio) en la base del hundimiento, por ello, en esta investigación, se usa la ecuación de Janssen para la estimación de esfuerzos en zonas de movimiento, descrita en Ecuación 3. Para la estimación de esfuerzos en zonas estancadas se considera Ecuación 11, esta es sobre la teoría de área tributaria propuesta por Pierce [10].

Existen diferentes enfoques para definir para la estimación de esfuerzos iniciales y en zonas de movimiento, como son Jaky [38], Walker [34] y Nedderman [41].

En la Figura 21 se resume el plan teórico para evaluación de esfuerzos verticales descrito en el Capítulo 2.

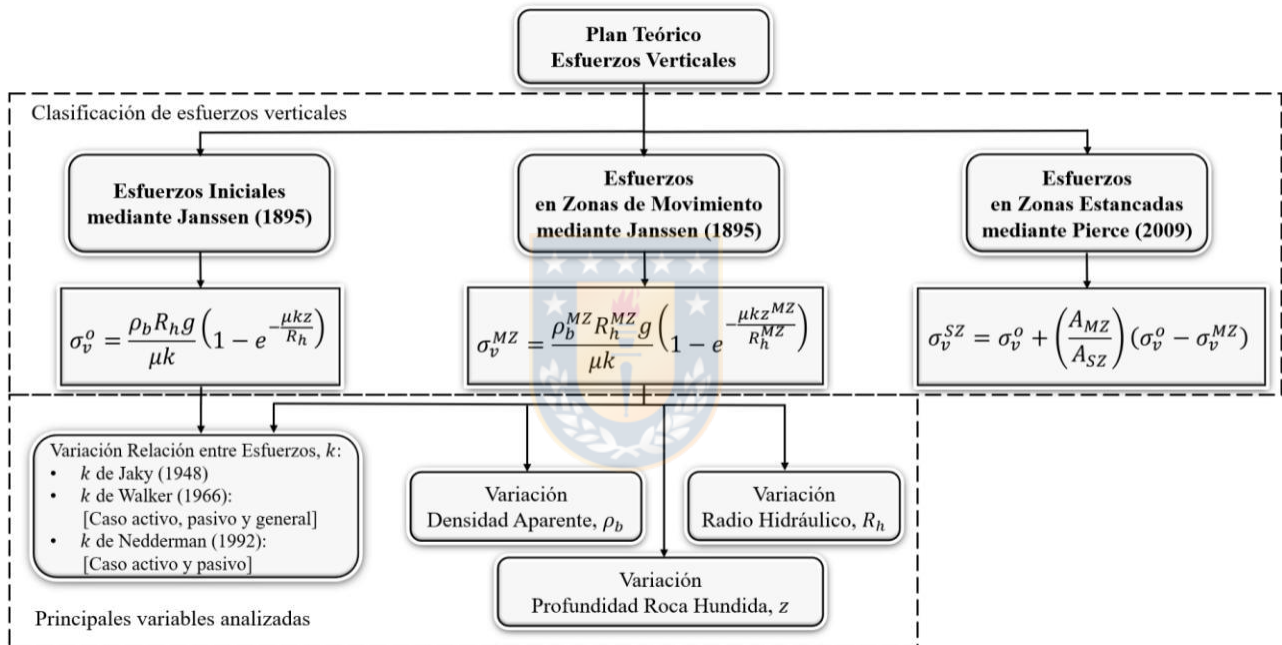


Figura 21: Plan teórico para evaluación de esfuerzos verticales.

Las principales variables de análisis para variación de los esfuerzos verticales son la densidad aparente del material, ρ_b , el radio hidráulico, R_h y la profundidad de roca hundida, z , en función de la masa extraída, M , considerando los diferentes postulados de Jaky, Walker y Nedderman. El procedimiento efectuado en el modelo numérico para la variación de las variables ρ_b y R_h se detallan en la sección ANEXO D, para los casos de tiraje aislado y múltiple. Se calcula la variación de densidad aparente del material en la MZ, ρ_b^{MZ} , por pérdida de masa producto de la extracción, dado por:

$$\rho_b^{MZ} = \rho_b \left(\frac{M}{M - \Delta M} \right)^3 \quad (21)$$

Donde es la masa en MZ () y es el volumen en MZ (³). Por otro lado, se calcula la variación de radio hidráulico en la MZ, $h ()$, dado por:

$$= \text{---} \quad (22)$$

Donde es el área en MZ (²) y es el perímetro en MZ (). Las áreas y perímetros son el lugar donde está el material hundido en una vista en planta.

Para el cálculo de la profundidad de la roca hundida en MZ, (), está dada por la profundidad que alcanza la elipse de movimiento para la cota considerada. Para cuantificar la relación de esfuerzos, , se consideran diferentes postulados descritos en el Capítulo 2.

3.4. Casos de estudio

Con el fin de estudiar el desempeño del algoritmo de autómatas celulares en lenguaje Python para la predicción de los esfuerzos verticales por flujo gravitacional y su utilidad para simular situaciones presentes en una mina, se llevó a cabo la calibración de la geometría de la zona de flujo entregada por el modelo numérico utilizando 2 modelos físicos.

Para lógica de estimación de esfuerzos verticales, primeramente, se realiza una comparación del ancho y alto de la IMZ, de los diferentes y considerados en el modelo numérico con el del modelo físico correspondiente, lo que permite realizar los diferentes cálculos de esfuerzos para su posterior comparación entre los modelos.

En la Figura 22 se resume el plan experimental del modelo numérico para evaluación de esfuerzos verticales, considerando los modelos físicos de Orellana [6] y Canales [7].

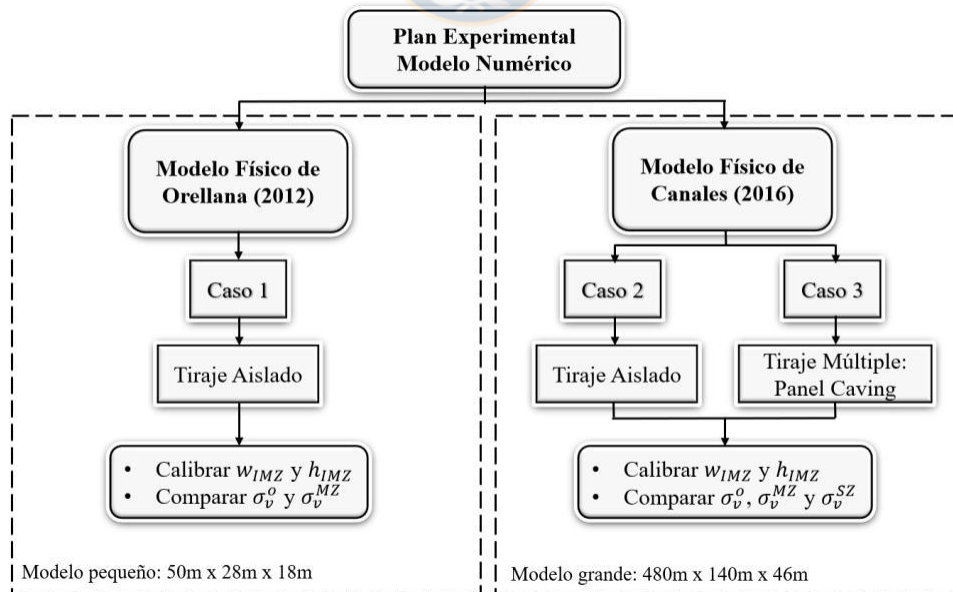


Figura 22: Experimentos realizados en modelo numérico.

En la sección ANEXO E, se detallan los tiempos de ejecución del modelo numérico para los diferentes casos de estudio. Los cuales fluctúan entre 5 s para el caso 1, 45 min para el caso 2 y 20 min para el caso 3.

3.4.1. Modelo físico de Orellana

El modelo físico de Orellana [6] se puede observar en la Figura 23, destinado a establecer la influencia de diversas variables de diseño en el comportamiento y capacidad de extracción del sistema de minería continua mediante la construcción de un modelo físico 3D a escala reducida (1:50).

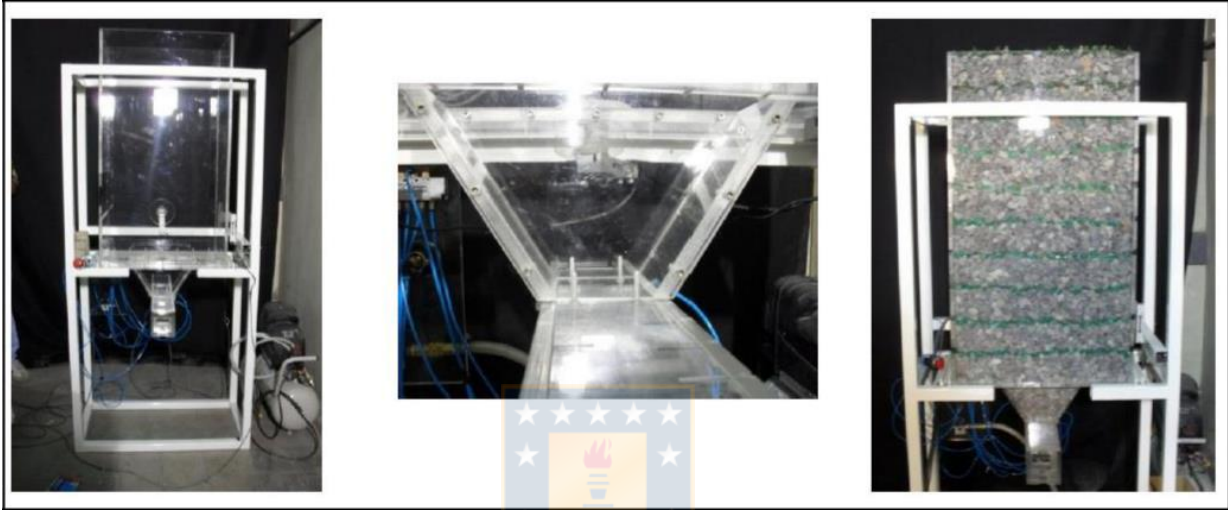


Figura 23: Modelo físico a escala 1:50 utilizado por Orellana [6].

Orellana dispuso de 5 celdas de carga en ubicaciones determinadas (ver Figura 24): 3 ubicadas en la base del sistema identificadas por M02, M03 Y M04 (miden esfuerzos verticales); y 2 en las paredes del modelo identificadas como M00 y M01 (miden esfuerzos horizontales). El objetivo de estas es medir los esfuerzos verticales y horizontales durante el llenado y extracción del material.

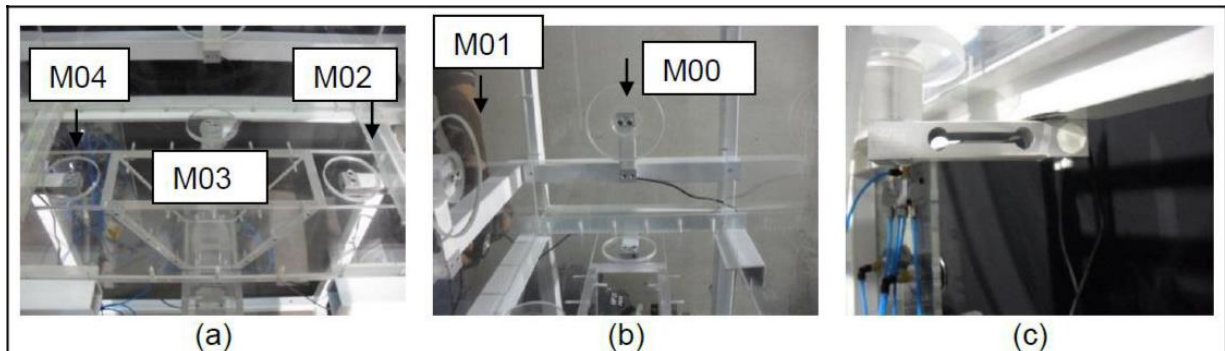


Figura 24: Disposición celdas de carga en Modelo 3D por Orellana; a) Celda M02, M03 y M04 (miden esfuerzos verticales); b) Celda M00 y M01 (miden esfuerzos horizontales); c) Base del modelo; [6].

El experimento considerado en Orellana [6] es el Experimento 2, el objetivo de este es medir el efecto del cambio de granulometría en la productividad y características del flujo.

El material empleado en esta experiencia fue grava chancada con un tamaño 50 de 0,83 m. Las dimensiones a escala mina del modelo utilizado fueron de 50 m de altura, 28 m de longitud y 18 m de ancho. El diseño del modelo utilizado esta representado por un punto de extracción con una malla de 13 m x 17 m con su galería de zanja y conexión hacia la calle de producción. En la Tabla 4 se puede apreciar los datos de entrada utilizados del experimento considerado y en la Figura 25 los resultados de las mediciones de esfuerzos obtenidos en el modelo de Orellana.

Tabla 4: Datos de entrada utilizados para el modelo de Orellana [6], escala mina.

Factor	Valor	Unidad
Dimensión del modelo	50x28x18	m
Escala	1:50	-
Dimensión de celdas	2x2x2	m
tamaño de partículas	0,83	m
número de celdas	1	-
Dimensión	4x4	m
Ubicación,	(12;0;8)	m
Densidad aparente del material	1,61	t/m ³
Ángulo de fricción interna del material	28,9	°
Ángulo de fricción con las paredes del modelo	19,7	°

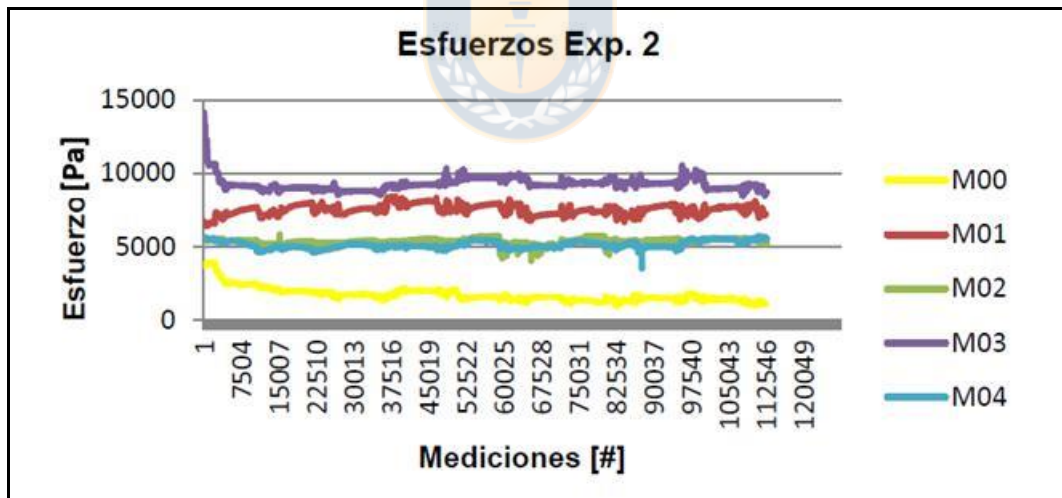


Figura 25: Esfuerzos durante la extracción en Experimento 2 de Orellana, escala 1:50 [6].

3.4.2. Modelo físico de Canales

El modelo físico de Canales [7] se puede observar en la Figura 26, destinado a cuantificar los esfuerzos inducidos por el flujo gravitacional producto de diferentes estrategias de tiraje, en un pilar corona del nivel de producción de una mina operada por *block/panel caving*, a través de experimentos en un modelo físico a escala.

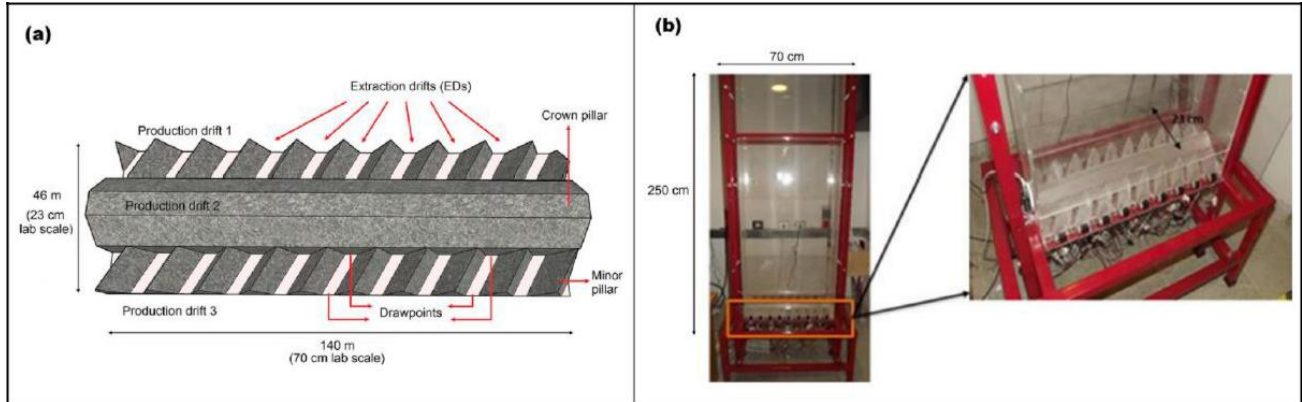


Figura 26: (a) Sector estudiado en experimentos y estructuras principales, vista en planta; (b) Modelo físico utilizado por Canales [7] a escala 1:200; [36].

El experimento de tiraje aislado, Experimento 0, se implementan celdas de carga utilizadas para la medición de esfuerzos verticales sobre el pilar corona, se pueden ver en la Figura 27.

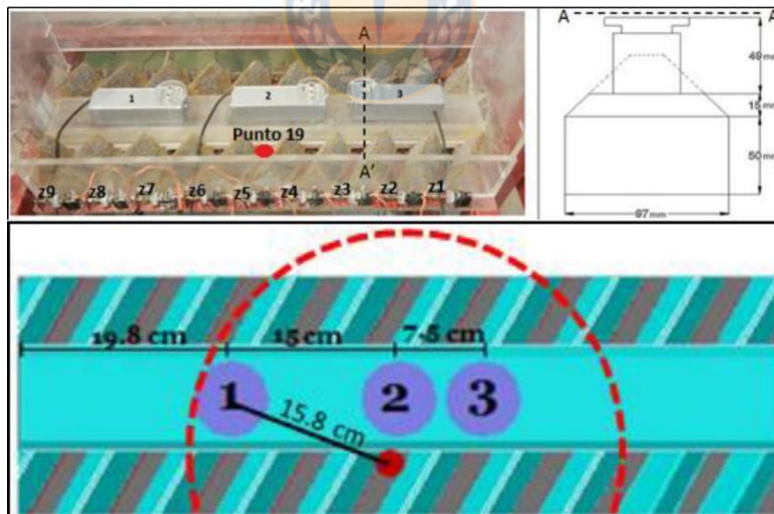


Figura 27: Celdas de carga 1, 2 y 3 sobre pilar corona y vista en perfil A-A' (arriba). Ubicación de las celdas de carga (abajo). Vista en planta – Experimento 0, escala 1:200 [7].

El experimento de tiraje múltiple para el caso de *panel caving*, Experimento 1-A, en la Figura 28, se pueden ver los 36 puntos de extracción existentes en el modelo. Los rectángulos blancos indican la posición de las celdas de carga destinadas a medir los esfuerzos verticales, las cuales son enumeradas desde el 1 al 6. La extracción fue realizada añadiendo puntos de extracción, comenzando desde el punto 1 y en el orden que el número de cada punto indica.

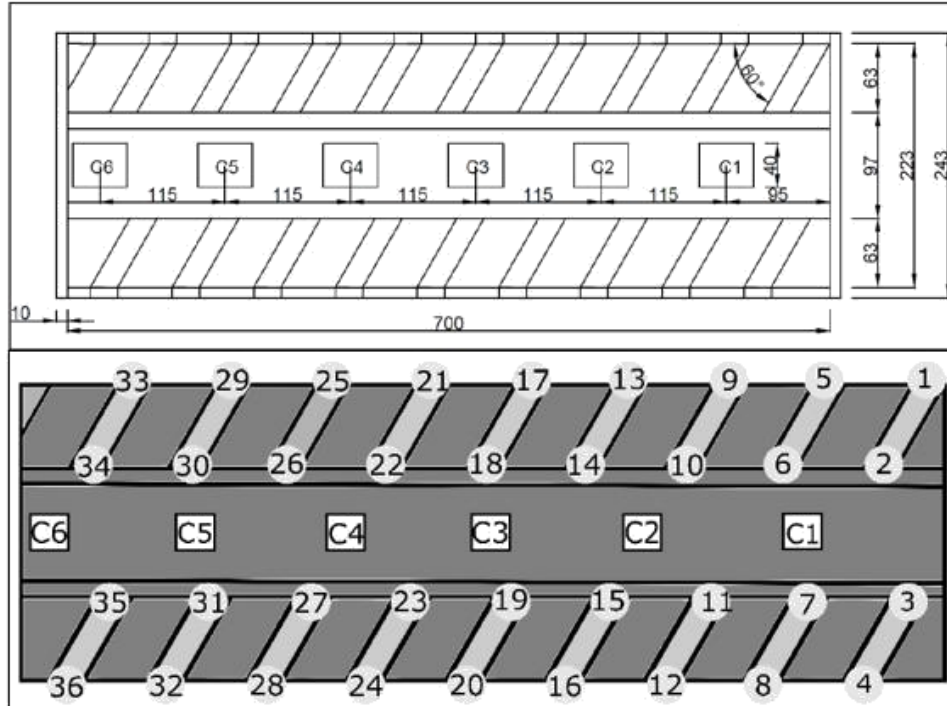


Figura 28: Ubicación de celdas de carga en el modelo físico 1:200, medidas en mm (arriba). Puntos de extracción y celdas de carga de la base del modelo físico (abajo). Vista en planta – Experimento 1 – A [7].

Los experimentos considerados en Canales [7] son el Experimento 0 y Experimento 1-A, el objetivo del primer experimento es medir la zona de movimiento aislada generada por un punto de extracción; el objetivo del segundo experimento es realizar una secuencia que intenta replicar una estrategia de extracción de *panel caving*, con el propósito de comprender cómo se distribuyen los esfuerzos inducidos bajo esta configuración.

El material empleado en esta experiencia fue sulfuro de cobre chancado con un tamaño 50 de 0,80 m. Las dimensiones a escala mina del modelo utilizado fueron de 480 m de altura, 140 m de longitud y 46 m de ancho. La malla de extracción es tipo El Teniente de 30 m x 16 m, es decir, se tienen 30 m de distancia entre calles de producción y 16 m entre zanjas. El sector representado en el modelo tiene tres calles de producción, nueve zanjas y treinta y seis puntos de extracción. El ángulo de fricción interna del material es 39° y ángulo de fricción con las paredes del modelo es 25° , asumidos por Castro et al. [36]. En la Tabla 5 se puede apreciar los datos de entrada utilizados para el modelo de Canales de los experimentos considerados.

Tabla 5: Datos de entrada utilizados para el modelo de Canales [7], escala mina.

Factor	Valor	Unidad
Dimensión del modelo	480x140x46	3
Escala	1:200	-
Dimensión de celdas	2x2x2	3
"	0,80	
Distancia entre calles de producción	30	
Espaciamiento entre calles zanjás	16	
totales	36	-
Dimensión	4x4	3
Ubicación, en Tiraje Aislado	(68;0;10)	
Densidad aparente del material	1,42	/ ³
Ángulo de fricción interna del material	39	°
Ángulo de fricción con las paredes del modelo	25	°

En la Figura 29 se muestra la comparación gráfica entre los datos experimentales de Canales [7] y los teóricos predichos por la ecuación cinemática de Nedderman [12]. En la Figura 30 se muestran los resultados de las mediciones de esfuerzos obtenidos en el experimento de tiraje aislado del modelo de Canales y en la Figura 31 los resultados del experimento de Panel Caving.

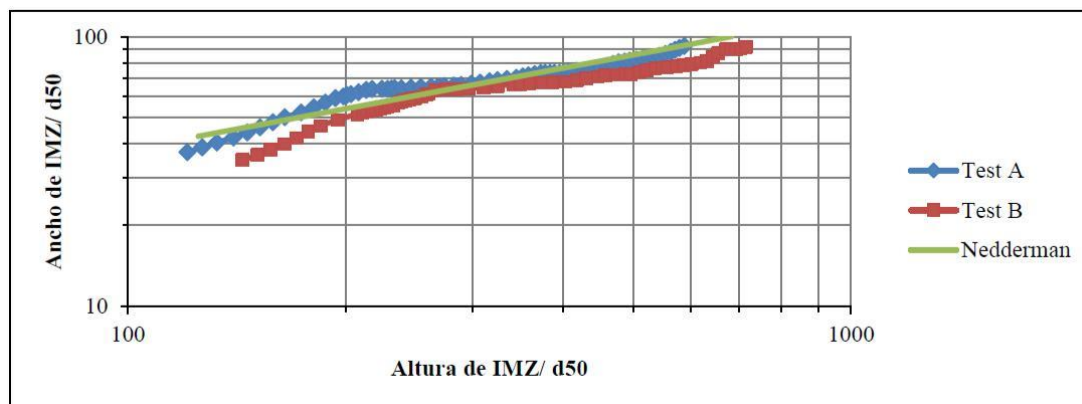


Figura 29: Evolución de la geometría de la zona de movimiento aislada [7].

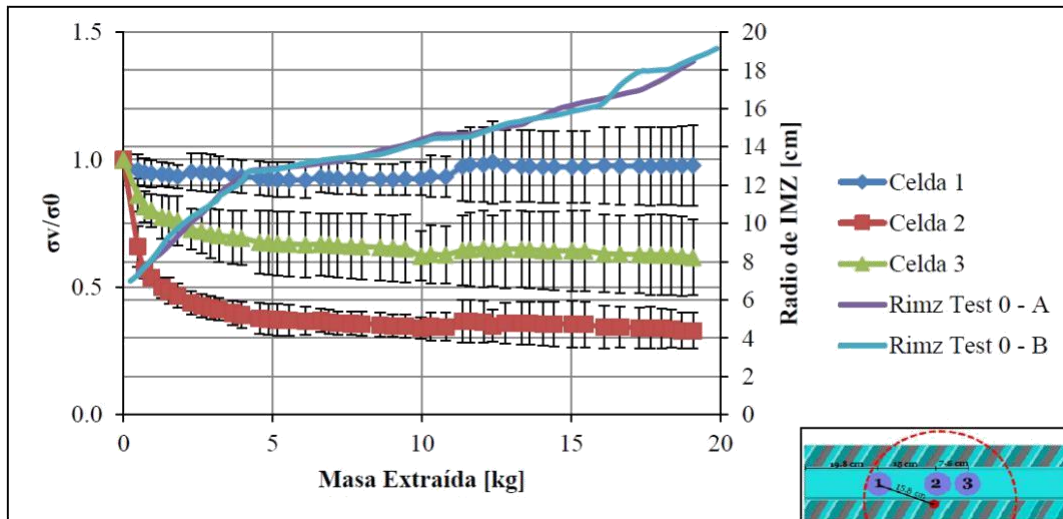


Figura 30: Esfuerzos verticales normalizados por el esfuerzo inicial en función de la masa extraída acumulada, escala 1:200 – Experimento 0 [7].

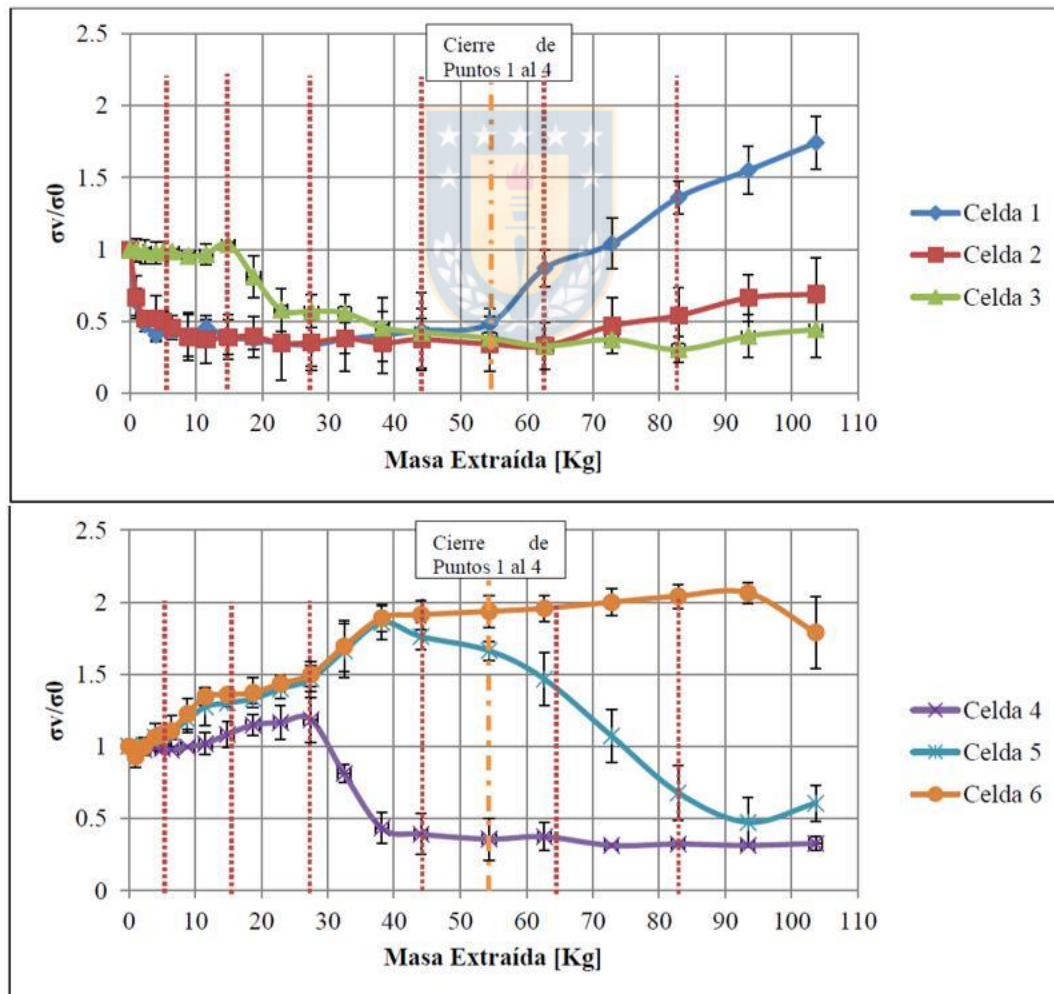


Figura 31: Esfuerzos verticales normalizados por el esfuerzo inicial en función de la masa extraída acumulada, escala 1:200. Celdas 1, 2, 3 (arriba) y Celdas 4, 5, 6 (abajo) – Experimento 1 – A [7].

Capítulo 4: Resultados

4. RESULTADOS

4.1.Introducción

En este capítulo, se muestran los casos de los experimentos descritos en el capítulo anterior modelados numéricamente, se señalan sus particularidades y resultados. Los análisis de cada uno se realizaron en forma separada y al final sus conclusiones generales.

4.2. Caso 1: Tiraje Aislado de Orellana

El objetivo de este caso de experimento es considerar el modelo de pequeñas dimensiones del experimento 2 de Orellana [6] y calibrar la zona de movimiento aislada generada por un punto de extracción y, a partir de esto, comparar los esfuerzos verticales iniciales y en IMZ, entre el modelo numérico y físico. Con tal propósito, la extracción fue llevada cabo en el único punto de extracción, con su galería de zanja y conexión hacia la calle de producción (ver Figura 33). La Figura 32 muestra un esquema de este experimento y sus principales parámetros.

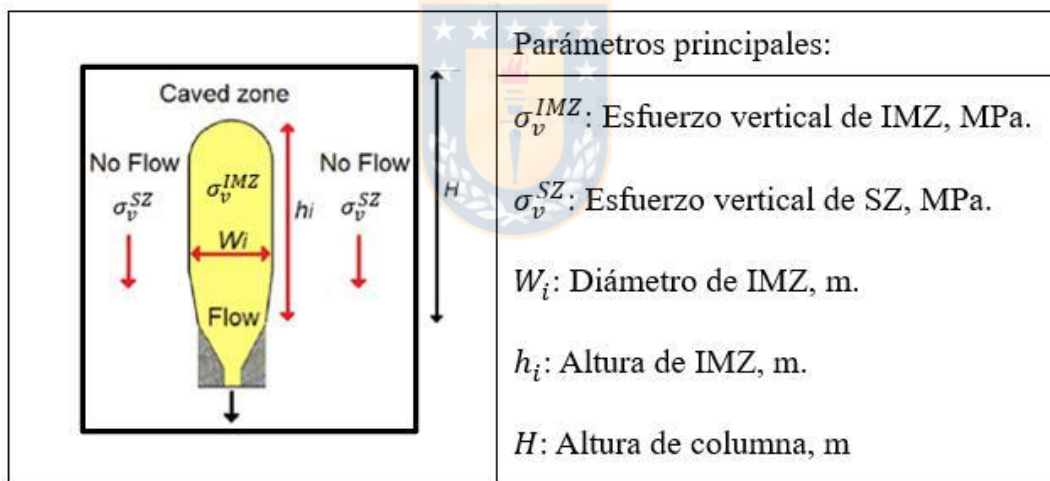


Figura 32: Esquema de estrategia de tiraje aislado en modelo físico de Orellana [6] (vista frontal) – Caso 1.

El punto de extracción en el que fue llevada la extracción para el posterior análisis de esfuerzos verticales se puede ver en la Figura 33. Los bloques sólidos (no pueden moverse) son de color rojo y los bloques vacíos (producen el movimiento) son de color azul e indican la posición del punto de extracción con sus respectivas dimensiones.

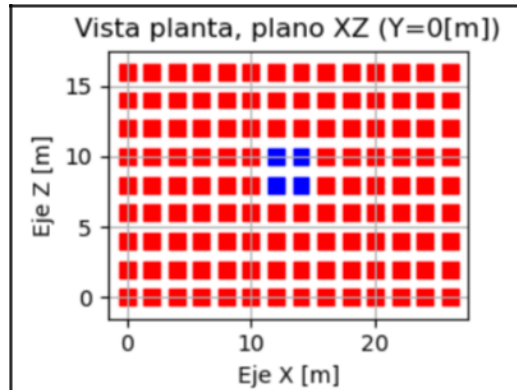


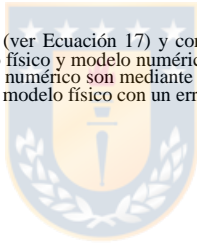
Figura 33: Ubicación punto de extracción, vista en planta, plano XZ (Y=0m) – Caso 1.

Para determinar la zona de movimiento aislada (IMZ), será por la lógica movimiento de flujo del algoritmo de autómatas celulares, el cual es el movimiento ascendente de bloques en estados vacíos (estado 1), producto del intercambio con bloques en estados granulares que pueden moverse (estado 3) sobre este vacío, generando bloques en estados granulares en movimiento (estado 2).

4.2.1. Resultados Caso 1

4.2.1.1. Zona de movimiento aislada (IMZ)

Mediante el uso de la ecuación cinemática de Nedderman [12] (ver Ecuación 17) y considerando un tamaño 50 de 0,83 m, se compararon gráficamente los resultados experimentales del ancho (δ) y la altura (h) del modelo físico y modelo numérico a los teóricos predichos por el modelo cinemático. La cuantificación de los errores entregados entre los resultados del modelo físico y numérico son mediante la Ecuación 19 y 20. Los resultados del modelo numérico para el caso $\delta = 7$ y > 3 vistos en la Figura 34, son unos de los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 0,24 m correspondiente a un 1 %.



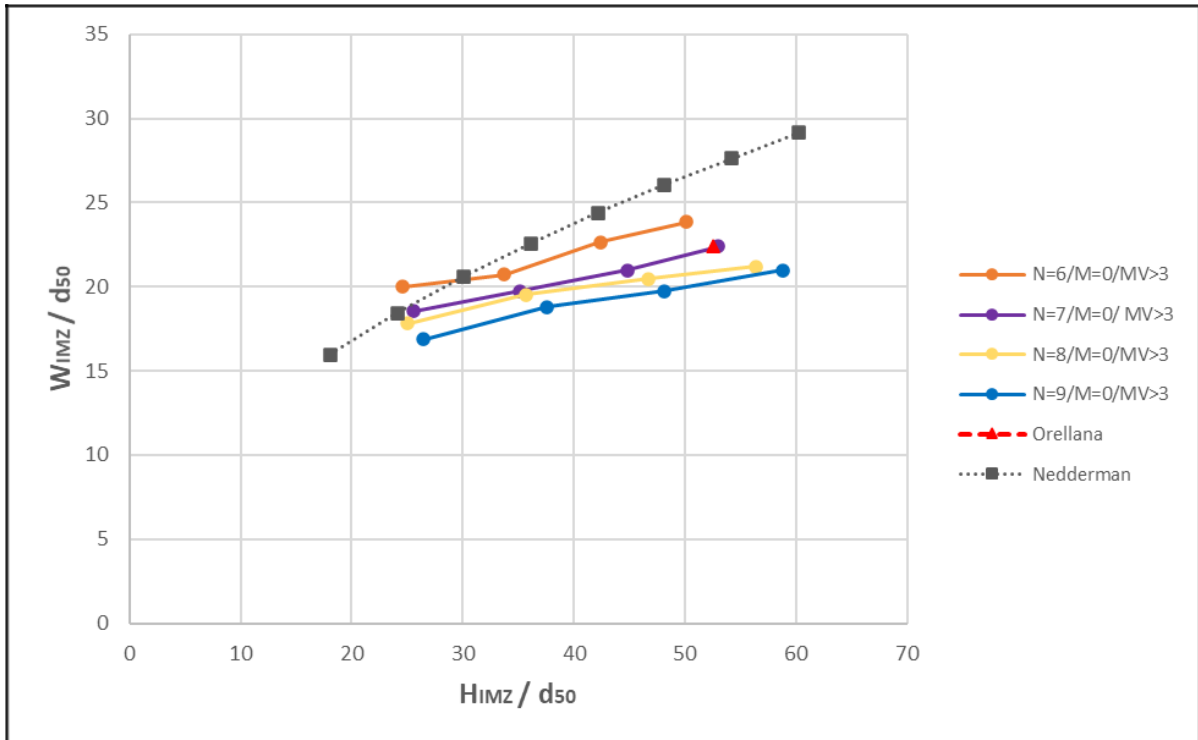


Figura 34: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento del modelo numérico con $N=6, 7, 8, 9$ y del modelo físico de Orellana [6] respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12] - Caso 1.

Orellana reporta la zona de extracción aislada (IEZ) en función de la masa extraída, el autor de esta investigación usa las relaciones geométricas entre elipsoides de extracción y movimiento de Kvapil [14], para llevar los datos de la IEZ a IMZ. Se obtuvo 1 dato de IMZ del modelo físico de Orellana debido a las pequeñas dimensiones que implementó lo que llevaba a que la zona de movimiento llegara prontamente a las paredes del modelo. Esto inevitablemente conlleva un error asociado debido a que puede ser un dato no representativo. A pesar de esta limitación, los datos experimentales no están alejados en demasía a lo que reporta Orellana.

A partir del análisis de los diferentes N y de la figura anterior, se considera $N=7$ y $MV>3$ para la extracción de mineral que fue llevada a cabo hasta completar 70 extracciones alcanzando un radio de IMZ, aproximadamente, 14 m en el punto de extracción, en este experimento, lo cual equivale a un ancho de IMZ de 28 m alcanzando el tamaño máximo del modelo. En la Figura 35, se puede observar la evolución de la zona de movimiento conforme progresa la extracción, donde el radio de IMZ de 14 m equivale al 100 % para 70 extracciones de este experimento. Los bloques vacíos (producen el movimiento) son de color azul, los bloques granulares en movimiento (se han movido) son de color amarillo y los bloques granulares que pueden moverse (aún no se han movido) son de color verde, los bloques vacíos y granulares en movimiento forman la IMZ en el modelo numérico en donde se puede observar que se respeta una geometría elipsoidal.

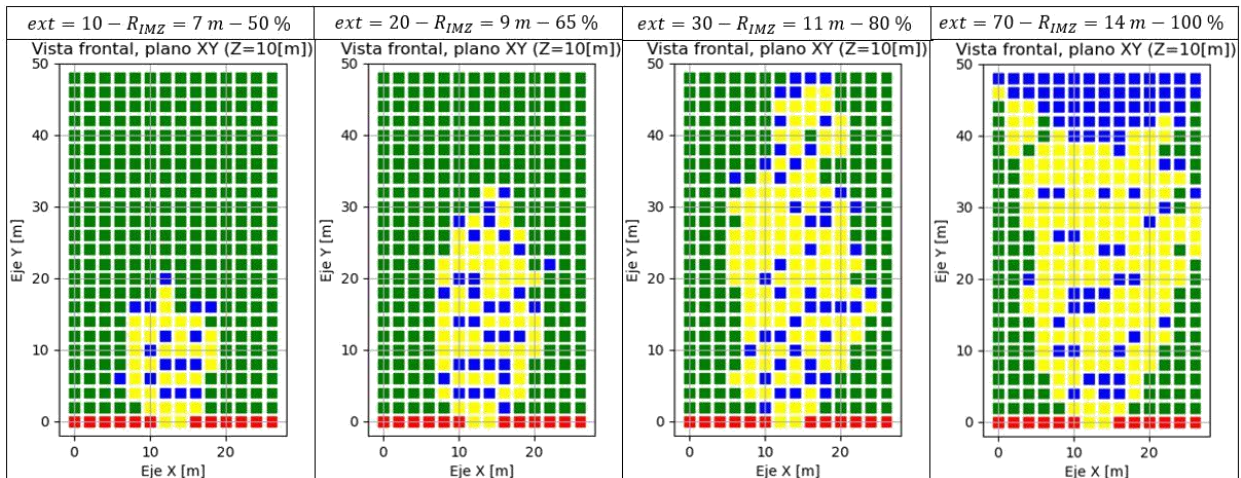


Figura 35: Evolución de la zona de movimiento aislada a medida que progresa la extracción considerando $\gamma = 3$, vista frontal, plano XY (Z=10[m]) – Caso 1.

A partir del análisis anterior, se considera $\gamma = 7$ y $\beta > 3$, donde es posible calcular el radio y la altura del IMZ en función de la masa extraída acumulada. Los resultados se muestran en la Figura 36.

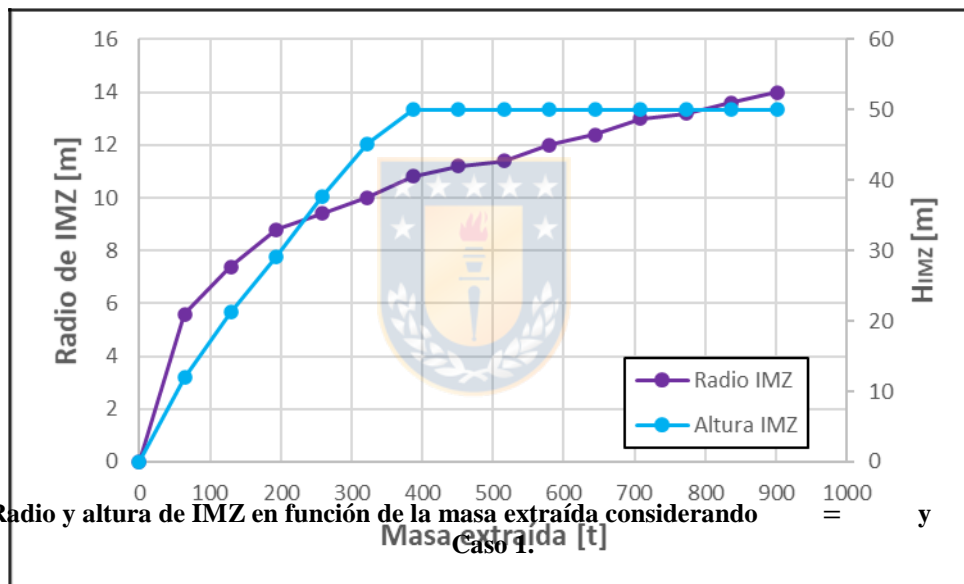


Figura 36: Radio y altura de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 7$ y $\beta > 3$ – Caso 1.

La Figura 36 muestra que la tasa de crecimiento del radio de IMZ es mayor para las primeras 200 t de masa extraída y que, a partir de este valor, decrece; y alcanza el ancho máximo del modelo en las 900 t; por otro lado, el crecimiento de la altura de IMZ es lineal para las primeras 400 t de masa extraída y que, a partir de este valor, es constante debido a que alcanza la altura máxima del modelo hasta llegar a las 900 t.

4.2.1.2. Esfuerzos verticales

Los esfuerzos verticales iniciales (previos a iniciar la extracción) medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los diferentes postulados de k , y los medidos en el modelo físico de Orellana con las celdas de carga, se pueden ver en la Tabla 6.

Tabla 6: Esfuerzos verticales iniciales entre resultados de $\sigma_{v,0}$ y Experimento 2 de Orellana [6] – Caso 1.

Modelo	Factor	$\sigma_{v,0}$ [MPa]
Modelo físico	Medición	0,42
	M02, M03, M04 (Orellana)	
Modelo numérico	k (Nedderman) [activo]	0,47
	k (Walker) [activo]	0,45
	k (Jaky)	0,38
	k (Walker)	0,34

Los valores de esfuerzos verticales iniciales más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Orellana son mediante el (Nedderman activo), (Walker activo) y (Jaky). Los resultados del modelo numérico para estos k , tienen un error asociado de 0,05 MPa correspondiente a un 11 % para (Nedderman activo); 0,03 MPa correspondiente a un 6 % para (Walker activo) y 0,04 MPa correspondiente a un 10 % para (Jaky). Mientras que los resultados para el caso de (Walker), son los más lejanos al modelo físico con un error asociado de 0,08 MPa correspondiente a un 20 %.

Considerando $\gamma = 7$ y $\beta > 3$ durante el flujo de material, es posible calcular la densidad aparente de IMZ y el radio hidráulico de IMZ en función de la masa extraída acumulada. El procedimiento efectuado en el modelo numérico para el cálculo de la variación de estos parámetros se detalla en la sección ANEXO D. Los resultados se muestran en la Figura 37 y Figura 38.

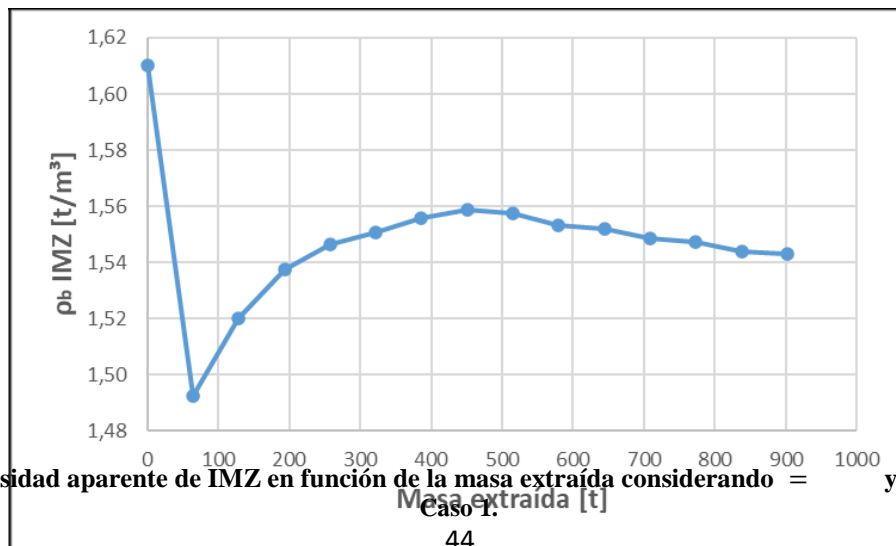


Figura 37: Densidad aparente de IMZ en función de la masa extraída considerando $\gamma = 7$ y $\beta > 3$.

La Figura 37 muestra que se inicia con la densidad aparente inicial cuando aún no se extrae material, luego desciende producto que comienza la extracción con 60 t, la densidad aparente de IMZ crece para las primeras 450 t de masa extraída puesto que en ese instante alcanza la altura máxima de IMZ y que, a partir de este valor, decrece.

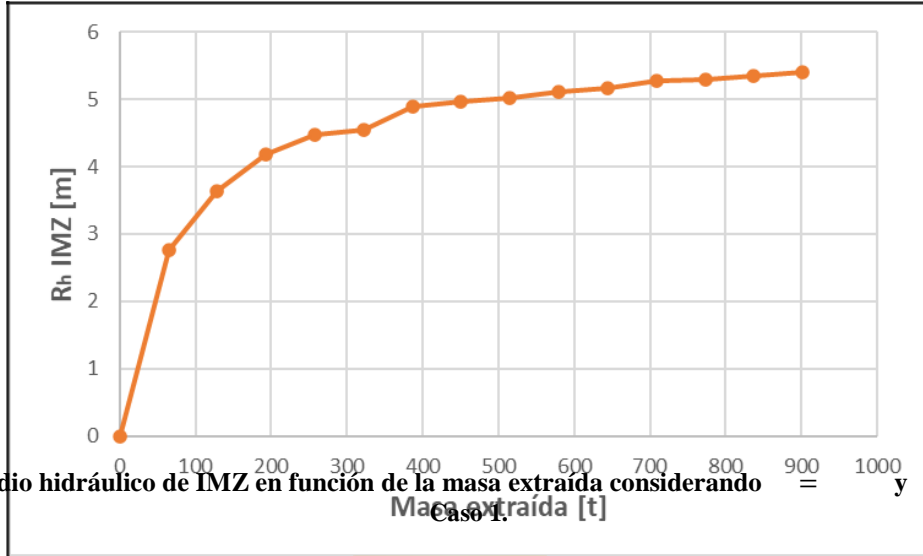


Figura 38: Radio hidráulico de IMZ en función de la masa extraída considerando

La Figura 38 muestra que la tasa de crecimiento del radio hidráulico de IMZ es mayor para las primeras 200 t de masa extraída y que, a partir de este valor, decrece.

Durante el flujo de material en el modelo de Orellana, el autor reporta que existe un efecto arco que es posible establecer a partir de lo observado, deriva en la transmisión del peso, por fricción, a las paredes del modelo sobre el perfil transversal (vista perfil). Luego esto induce que los esfuerzos verticales medidos en la celda M03 sean mayores con respecto de aquellos establecidos en las celdas M02 y M04 que se ubican en el perfil longitudinal (vista frontal) donde no está presente este efecto. Considerando lo anterior, se calcula el promedio de esfuerzos verticales en IMZ en Orellana como el promedio de todas sus celdas de carga que miden esfuerzos verticales, M02, M03 Y M04.

Los esfuerzos verticales en zonas de movimiento medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los diferentes postulados de μ , y los medidos en el modelo físico de Orellana con las celdas de carga, en función del radio de IMZ, se pueden ver en la Figura 39.

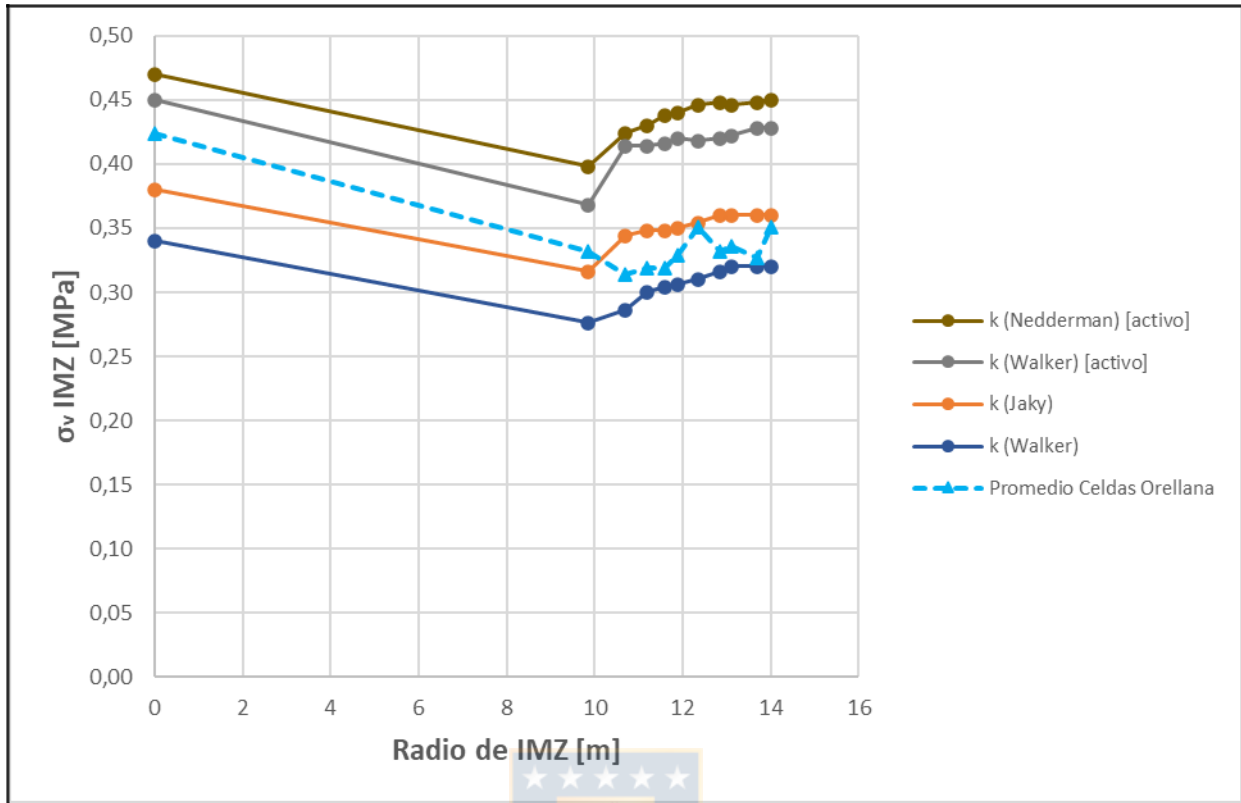


Figura 39: Esfuerzos verticales en IMZ en función del radio de IMZ entre resultados de = > y Experimento 2 de Orellana [6] – Caso 1.

Considerando a partir de cuándo los esfuerzos verticales en IMZ medidos en las celdas de carga del modelo físico se estabilizan, las comparaciones se llevaron a cabo desde un radio de IMZ de 10 m hasta alcanzar 14 m. En general, los valores de esfuerzos verticales en IMZ más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Orellana son mediante el (Jaky) y (Walker). Los resultados del modelo numérico para el caso de (Jaky) y (Walker) son los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 0,02 MPa correspondiente a un 7 % y 0,03 MPa correspondiente a un 9 %, respectivamente. Mientras que los resultados para el caso de (Nedderman activo) y (Walker activo), son los más lejanos al modelo físico con un error asociado de 0,11 MPa correspondiente a un 32 % y 0,09 MPa correspondiente a un 26 %, respectivamente.

Con respecto al análisis de esfuerzos de la figura anterior, estos se compararon desde cuando se estabilizan los esfuerzos medidos en las celdas de carga del modelo físico. En la Figura 40 se muestran los resultados completos de esfuerzos del modelo numérico en función de la masa extraída acumulada, considerando el (Jaky).

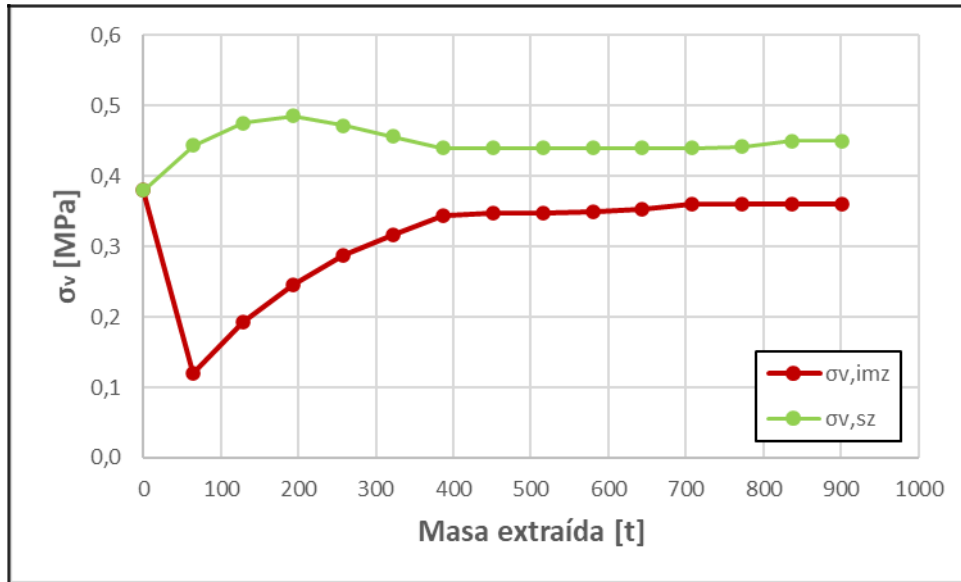


Figura 40: Esfuerzos verticales en zona de movimiento aislada y en zona estancada en función de la masa extraída considerando $\sigma_v = \sigma_v^0 + \sigma_v^1 + \sigma_v^2$ de Jaky [38] – Caso 1.

La Figura 40 muestra que el esfuerzo vertical de la IMZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, luego desciende producto que comienza la extracción con 60 t, la tasa de crecimiento es mayor para las primeras 400 t de masa extraída puesto que en ese instante se alcanza la altura máxima de IMZ y que, a partir de este valor, decrece; por otro lado, se muestra que el esfuerzo vertical de la SZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, luego crece para las primeras 200 t de masa extraída puesto que en ese instante la tasa de crecimiento de la IMZ es mayor y que, a partir de este valor, decrece hasta alcanzar 400 t puesto que en ese instante alcanza la altura máxima de IMZ, para luego seguir de una forma prácticamente constante.

A partir de los resultados de esfuerzos de la figura anterior, se considera (Jaky) (ver Ecuación 4) para la extracción de mineral que fue llevada a cabo hasta completar 70 extracciones alcanzando un radio de IMZ, aproximadamente, 14 m en el punto de extracción, en este experimento, lo cual equivale a un ancho de IMZ de 28 m alcanzando el tamaño máximo del modelo. En la Figura 41, se puede observar en diferentes vistas la evolución de los esfuerzos verticales conforme progresa la extracción, donde el radio de IMZ de 14 m equivale al 100 % para 70 extracciones de este experimento. Bajo la altura de IMZ, el esfuerzo vertical de IMZ se calcula por ecuación de Janssen (ver Ecuación 3; considerando la profundidad desde el punto de extracción hasta la altura de IMZ, no se considera sobrecarga), mientras que el esfuerzo vertical de SZ se calcula mediante la teoría de Pierce (ver Ecuación 11); sobre la altura de IMZ se calculan los esfuerzos verticales iniciales mediante ecuación de Janssen (ver Ecuación 1).

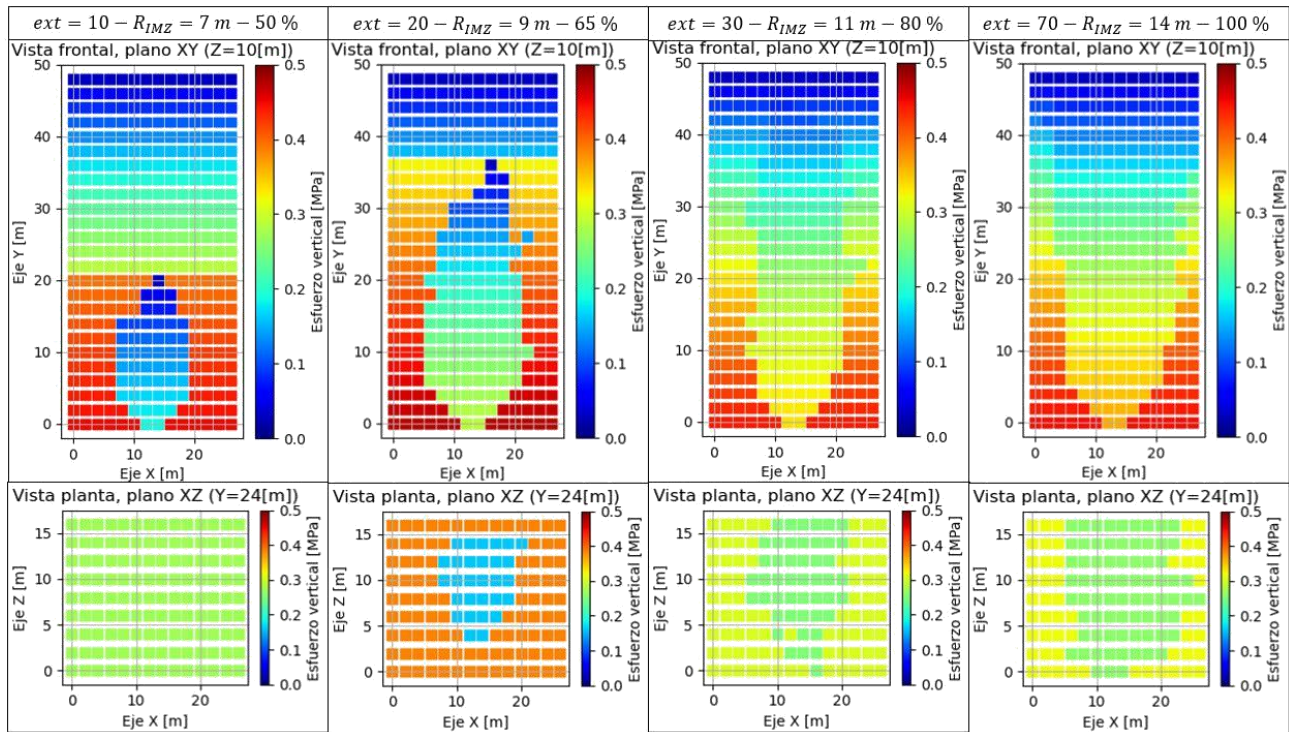


Figura 41: Evolución de los esfuerzos en IMZ a medida que progresa la extracción considerando $\sigma_v > \sigma_v^{IMZ}$, vista frontal plano XY (Z=10m) (arriba) y vista planta plano XZ (Y=24m) (abajo) – Caso 1.

4.3. Caso 2: Tiraje Aislado de Canales

El objetivo de este caso de experimento es considerar el modelo de grandes dimensiones del experimento 0 de Canales [7] y calibrar la zona de movimiento aislada generada por un punto de extracción y, a partir de esto, comparar los esfuerzos verticales iniciales y en IMZ, entre el modelo numérico y físico. Con tal propósito, la extracción fue llevada cabo en el punto de extracción 19, ubicado en la zanja 5 (ver Figura 43). La Figura 42 muestra un esquema de este experimento y sus principales parámetros.

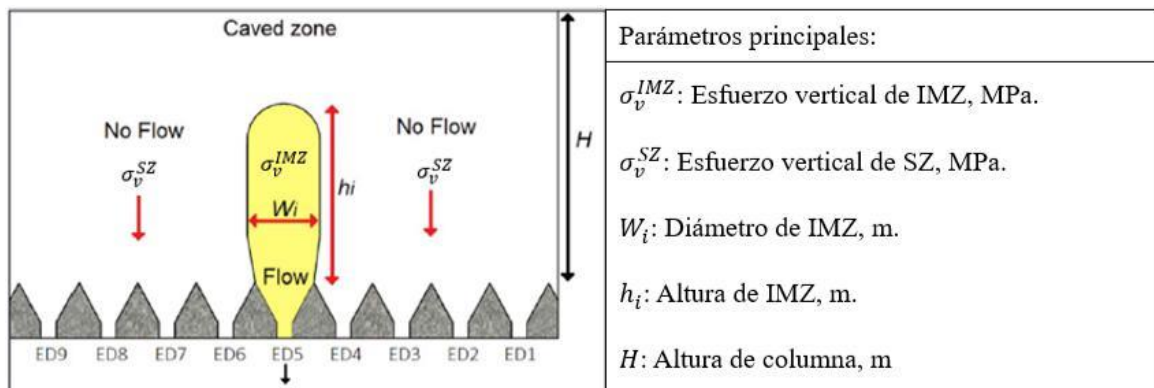


Figura 42: Esquema de estrategia de tiraje aislado en modelo físico de Canales [7] (vista frontal) – Caso 2 [36].

El punto de extracción en el que fue llevada la extracción para el posterior análisis de esfuerzos verticales se puede ver en la Figura 43. Los bloques sólidos (no pueden moverse) son de color rojo y los bloques vacíos (producen el movimiento) son de color azul e indican la posición del punto de extracción con sus respectivas dimensiones.

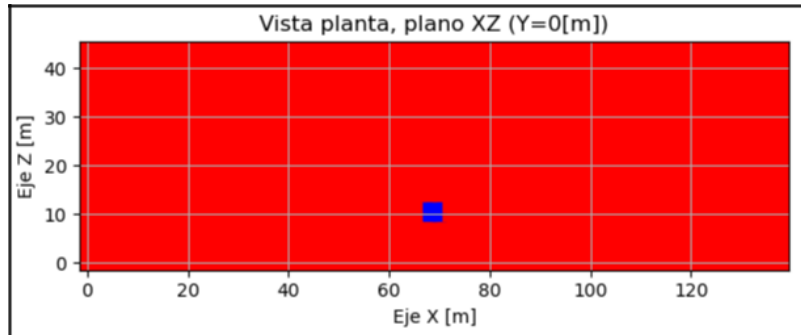


Figura 43: Ubicación punto de extracción, vista en planta, plano XZ (Y=0m) – Caso 2.

Para determinar la zona de movimiento aislada (IMZ), será por la lógica movimiento de flujo del algoritmo de autómatas celulares, el cual es el movimiento ascendente de bloques en estados vacíos (estado 1), producto del intercambio con bloques en estados granulares que pueden moverse (estado 3) sobre este vacío, generando bloques en estados granulares en movimiento (estado 2).

4.3.1. Resultados Caso 2

4.3.1.1. Zona de movimiento aislada (IMZ)

Mediante el uso de la ecuación cinemática de Nedderman [12] (ver Ecuación 17) y considerando un tamaño 50 de 0,80 m, se compararon gráficamente los resultados experimentales del ancho (λ) y la altura (h) del modelo físico y modelo numérico a los teóricos predichos por el modelo cinemático. La cuantificación de los errores entregados entre los resultados del modelo físico y numérico son mediante la Ecuación 19 y 20. Los resultados del modelo numérico para el caso $\lambda = 3,5$ y > 3 vistos en la Figura 44, son unos de los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 2,4 m correspondiente a un 3 %.

El resultado del valor en Canales el cual es $\lambda = 3,5$, respecto al obtenido en Orellana el cual es $\lambda = 7$, tiene una gran diferencia, las posibles razones se deben al tamaño de las dimensiones de cada modelo físico, puesto que en Orellana la IMZ alcanza inmediatamente las paredes del modelo que es de pequeñas dimensiones lo cual hace que se obtenga pocos datos para comparar el crecimiento de IMZ entre el modelo numérico y físico, en cambio en Canales no ocurre lo anterior porque es un modelo de grandes dimensiones, por otro lado, está lo que reporta cada autor respecto a la IMZ, puesto que Orellana no reporta el crecimiento de IMZ sino que IEZ en función de la masa extraída por lo que se utilizó las relaciones geométricas entre elipsoides de extracción y movimiento de Kvapil [14] para llevar los datos de IEZ a IMZ, en cambio en Canales se reporta directamente el crecimiento de la IMZ.

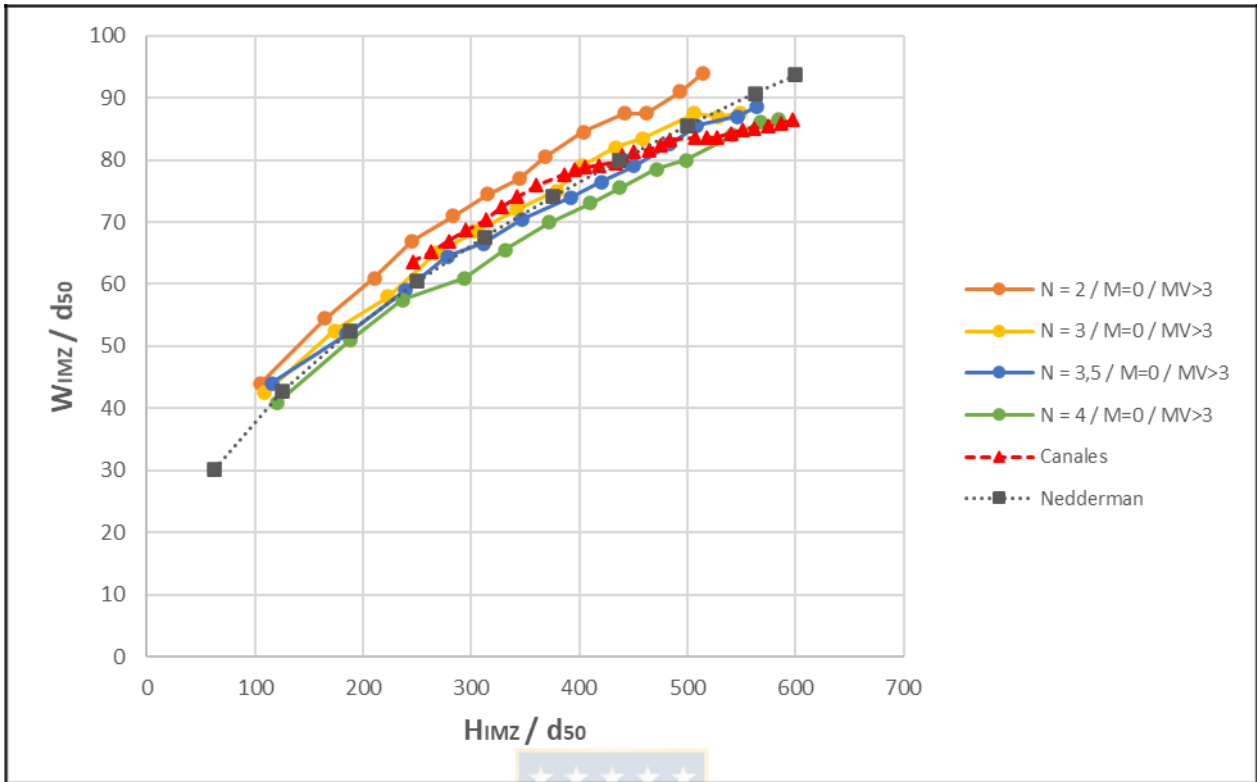


Figura 44: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento del modelo numérico con $\gamma >$ con los diferentes γ y del modelo físico de Canales [7] respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12] - Caso 2.

A partir del análisis de los diferentes γ y de la figura anterior, se considera $\gamma = 3,5$ y $\gamma > 3$ para la extracción de mineral que fue llevada a cabo hasta completar 1.500 extracciones alcanzando un radio de IMZ, aproximadamente, 37 m en el punto de extracción, en este experimento, lo cual equivale a un ancho de IMZ de 74 m. En la Figura 45, se puede observar la evolución de la zona de movimiento en el modelo físico de Canales y el modelo numérico conforme progresa la extracción, donde el radio de IMZ de 37 m equivale al 100 % para 1.500 extracciones de este experimento. Los bloques vacíos (producen el movimiento) son de color azul, los bloques granulares en movimiento (se han movido) son de color amarillo y los bloques granulares que pueden moverse (aún no se han movido) son de color verde, los bloques vacíos y granulares en movimiento forman la IMZ en el modelo numérico en donde se puede observar que se respeta una geometría elipsoidal.

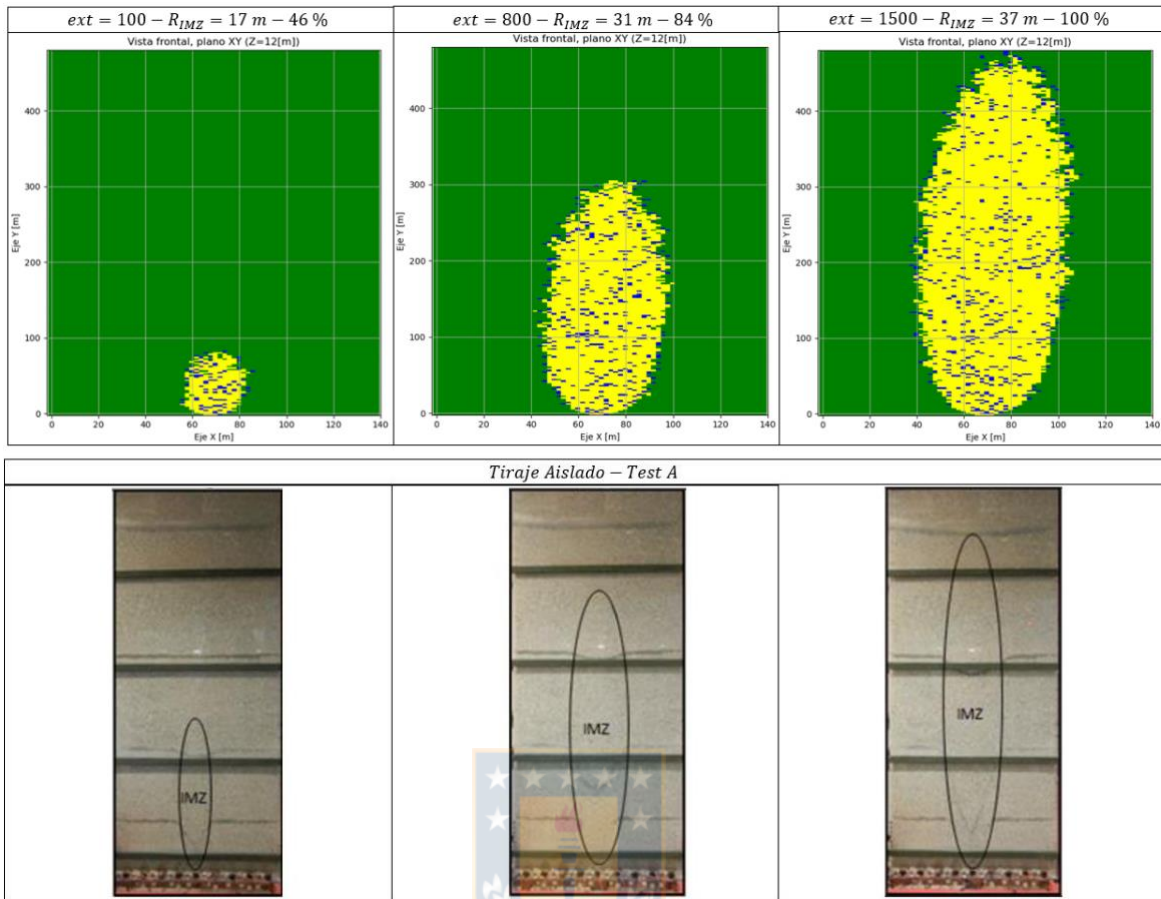


Figura 45: Evolución de la zona de movimiento aislada a medida que progresa la extracción, vista frontal, plano XY (Z=12m). Modelo numérico considerando $\beta = 3,5$ y $\gamma > 3$ (arriba) y modelo físico de Canales [7] (abajo) – Caso 2.

A partir del análisis anterior, se considera $\beta = 3,5$ y $\gamma > 3$, donde es posible calcular el radio y la altura del IMZ en función de la masa extraída acumulada. Los resultados se muestran en la Figura 46.

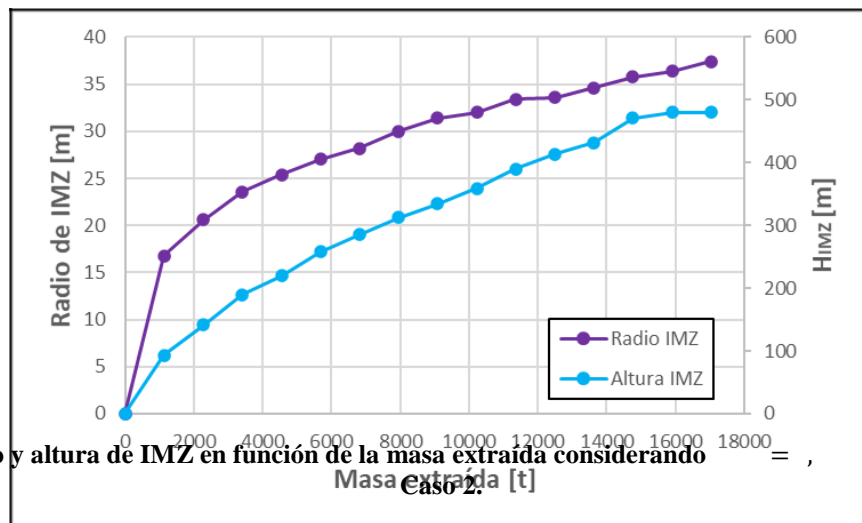


Figura 46: Radio y altura de IMZ en función de la masa extraída considerando $\beta = 3,5$ y $\gamma > 3$ – Caso 2.

La Figura 46 muestra que la tasa de crecimiento del radio de IMZ es mayor para las primeras 6.000 t de masa extraída y que, a partir de este valor, decrece; por otro lado, se muestra que el crecimiento de la altura de IMZ es lineal hasta las 16.000 t de masa extraída y que, a partir de este valor, es constante debido a que alcanza la altura máxima del modelo hasta llegar a las 17.000 t.

4.3.1.2. Esfuerzos verticales

Los esfuerzos verticales iniciales (previos a iniciar la extracción) medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los diferentes postulados de k , y los medidos en el modelo físico de Canales con las celdas de carga, se pueden ver en la Tabla 7.

Tabla 7: Esfuerzos verticales iniciales entre resultados de $\sigma_{v,0}$ y Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2.

Modelo	Factor	$\sigma_{v,0}$ [MPa]
Modelo físico	Medición Celdas (Canales)	2,97
Modelo numérico	k (Nedderman) [activo]	2,15
	k (Walker) [activo]	1,99
	k (Jaky)	1,38
	k (Walker)	1,19

Los valores de esfuerzos verticales iniciales más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo). Los resultados del modelo numérico para estos k , tienen un error asociado de 0,82 MPa correspondiente a un 28 % y 0,98 MPa correspondiente a un 33 %, respectivamente. Mientras que los resultados para el caso de (Jaky) y (Walker), son los más lejanos al modelo físico con un error asociado de 1,59 MPa correspondiente a un 53 % y 1,78 MPa correspondiente a un 60 %, respectivamente.

Respecto a los valores de esfuerzos verticales iniciales medidos en el modelo físico y numérico, las posibles razones de la gran diferencia en Canales, comparada con la menor diferencia que se logra en Orellana, se deben al valor del ángulo de fricción interna del material, δ , considerado en cada modelo, puesto que en Orellana se asume que este ángulo es igual al ángulo de reposo debido a que trabaja con material no cohesivo, en cambio en Canales es una medición directa, este ángulo es un parámetro de entrada en las ecuaciones consideradas para el cálculo de esfuerzos, por otro lado, está la influencia de la fricción entre partículas y paredes del modelo, μ , puesto que en esta investigación se asume como se expresa usualmente por $\mu = \tan(\delta)$, pero sólo es una función simple que es utilizada y no se ha ajustado completamente.

Considerando $\delta = 3,5$ y $\mu > 3$ durante el flujo de material, es posible calcular la densidad aparente de IMZ y el radio hidráulico de IMZ en función de la masa extraída acumulada. El procedimiento efectuado en el modelo numérico para el cálculo de la variación de estos parámetros se detalla en la sección ANEXO D. Los resultados se muestran en la Figura 47 y Figura 48.

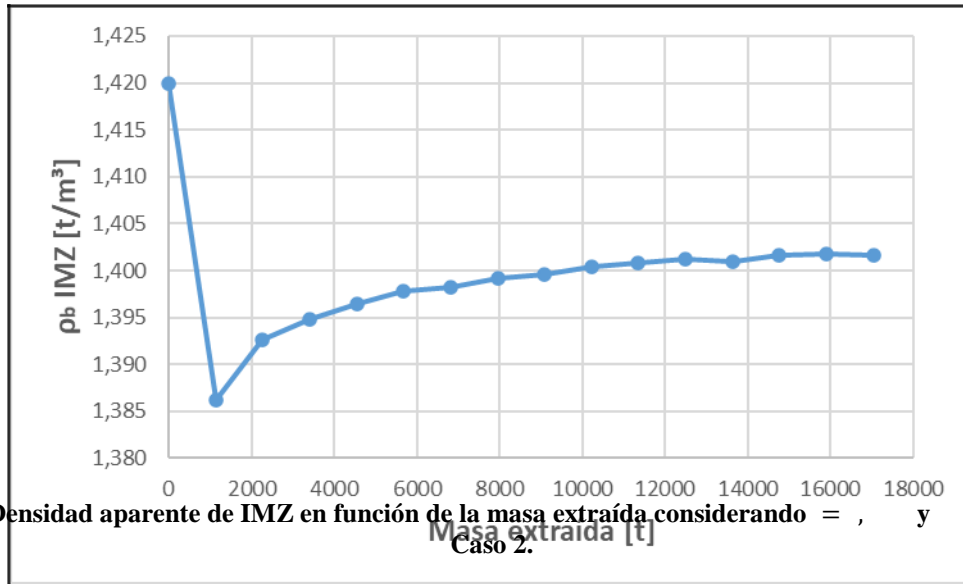


Figura 47: Densidad aparente de IMZ en función de la masa extraída considerando = , y Caso 2.

La Figura 47 muestra que se inicia con la densidad aparente inicial cuando aún no se extrae material, luego desciende producto que comienza la extracción con 1.000 t, después la tasa de crecimiento de la densidad aparente de IMZ es mayor para las hasta llegar a las 6.000 t de masa extraída puesto que en ese instante la tasa de crecimiento de la IMZ es mayor y que, a partir de este valor, decrece.

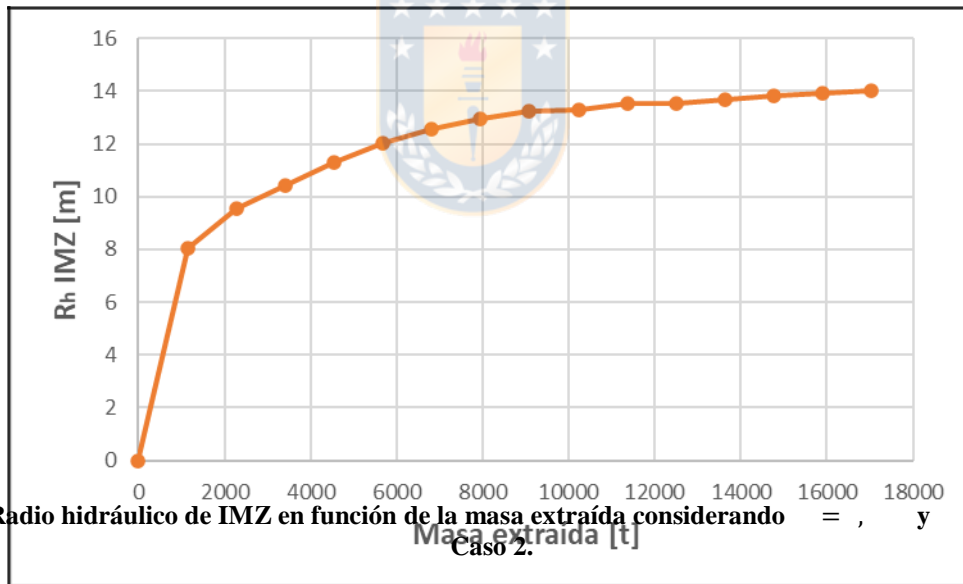


Figura 48: Radio hidráulico de IMZ en función de la masa extraída considerando = , y Caso 2.

La Figura 48 muestra que la tasa de crecimiento del radio hidráulico de IMZ es mayor para las primeras 6.000 t de masa extraída y que, a partir de este valor, decrece.

Se calcula el promedio de esfuerzos verticales en IMZ en Canales como el promedio ponderado incorporando la Celda 2 y Celda 3 a medida que la IMZ llega a la celda de carga, la Celda 1 (la más

alejada del punto de extracción) no se considera para este análisis el cual se discutirá en el Capítulo 5. Por otro lado, se calcula el promedio de esfuerzos verticales en SZ en Canales considerando solo la Celda 1 para este análisis el cual se discutirá en un capítulo siguiente.

Los esfuerzos verticales en zonas de movimiento medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los diferentes postulados de k , y los medidos en el modelo físico de Canales con las celdas de carga consideradas, en función del radio de IMZ, se pueden ver en la Figura 49.

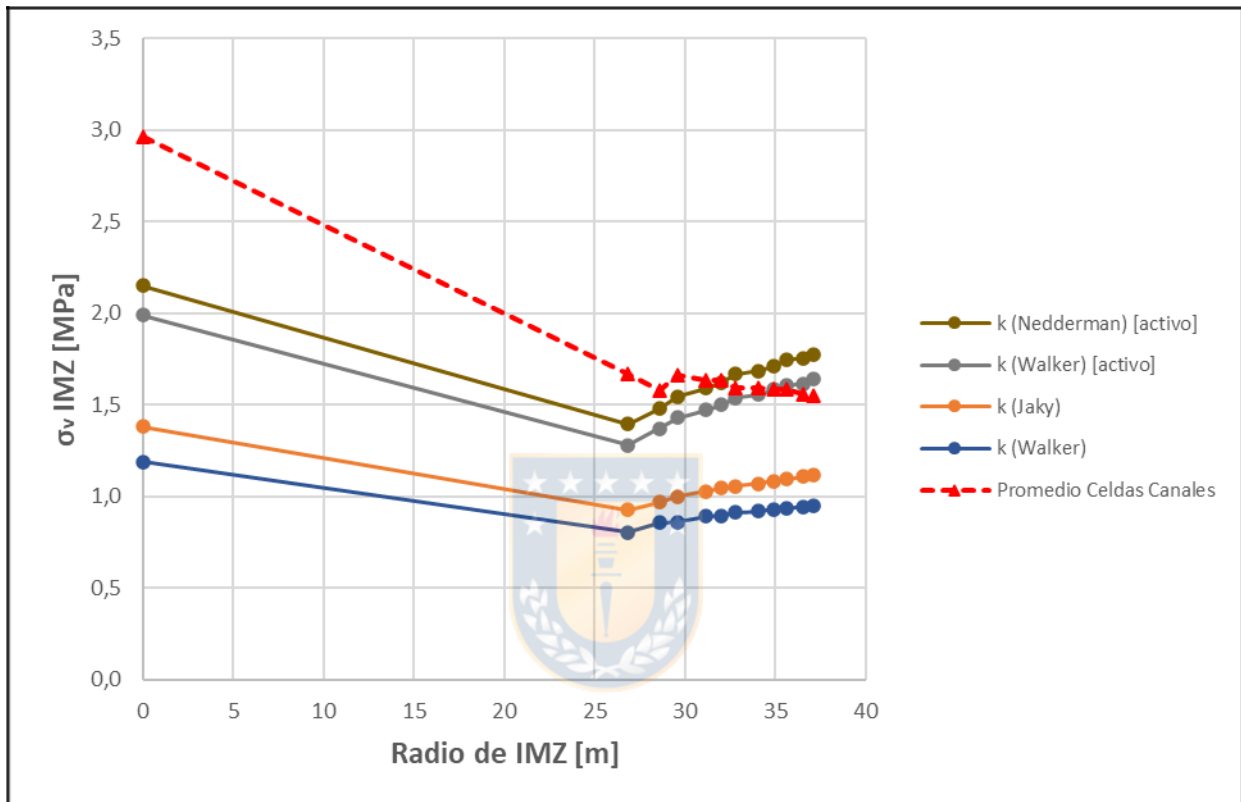


Figura 49: Esfuerzos verticales en IMZ en función del radio de IMZ entre resultados de $k = \dots$, $>$ y Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2.

Considerando a partir de cuándo los esfuerzos verticales en IMZ medidos en las celdas de carga del modelo físico se estabilizan, las comparaciones se llevaron a cabo desde un radio de IMZ de 27 m hasta alcanzar 37 m. En general, los valores de esfuerzos verticales en IMZ más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo). Los resultados del modelo numérico para el caso de (Nedderman activo) y (Walker activo) son los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 0,15 MPa correspondiente a un 9 % y 0,17 MPa correspondiente a un 11 %, respectivamente. Mientras que los resultados para el caso de (Jaky) y (Walker), son los más lejanos al modelo físico con un error asociado de 0,57 MPa correspondiente a un 35 % y 0,71 MPa correspondiente a un 44 %, respectivamente.

Los esfuerzos verticales en zonas estancadas medidos en el modelo numérico con la teoría del área tributaria de Pierce [10], variando los diferentes postulados de k , y los medidos en el modelo físico

de Canales con las celdas de carga consideradas, en función del radio de IMZ, se pueden ver en la Figura 50.

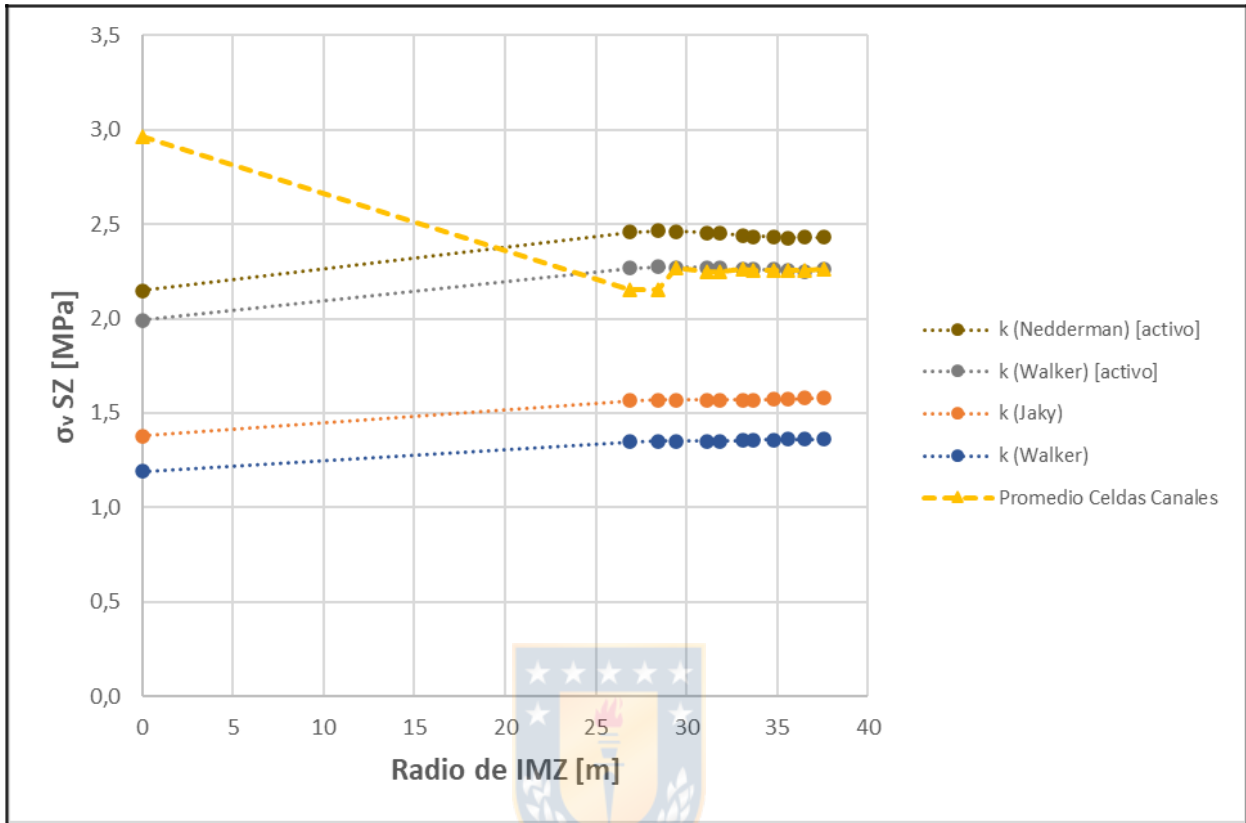


Figura 50: Esfuerzos verticales en SZ en función del radio de IMZ entre resultados de σ_v , σ_h y Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2.

Considerando a partir de cuándo los esfuerzos verticales en IMZ medidos en las celdas de carga del modelo físico se estabilizan, las comparaciones se llevaron a cabo desde un radio de IMZ de 27 m hasta alcanzar 37 m. En general, los valores de esfuerzos verticales en SZ más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo). Los resultados del modelo numérico para el caso de (Nedderman activo) y (Walker activo) son los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 0,21 MPa correspondiente a un 9 % y 0,05 MPa correspondiente a un 2 %, respectivamente. Mientras que los resultados para el caso de (Jaky) y (Walker), son los más lejanos al modelo físico con un error asociado de 0,67 MPa correspondiente a un 30 % y 0,88 MPa correspondiente a un 40 %, respectivamente.

Con respecto al análisis de esfuerzos de la Figura 49 y Figura 50, estos se compararon desde cuando se estabilizan los esfuerzos medidos en las celdas de carga del modelo físico. En la Figura 51 se muestran los resultados completos de esfuerzos del modelo numérico en función de la masa extraída acumulada, considerando el (Nedderman activo).

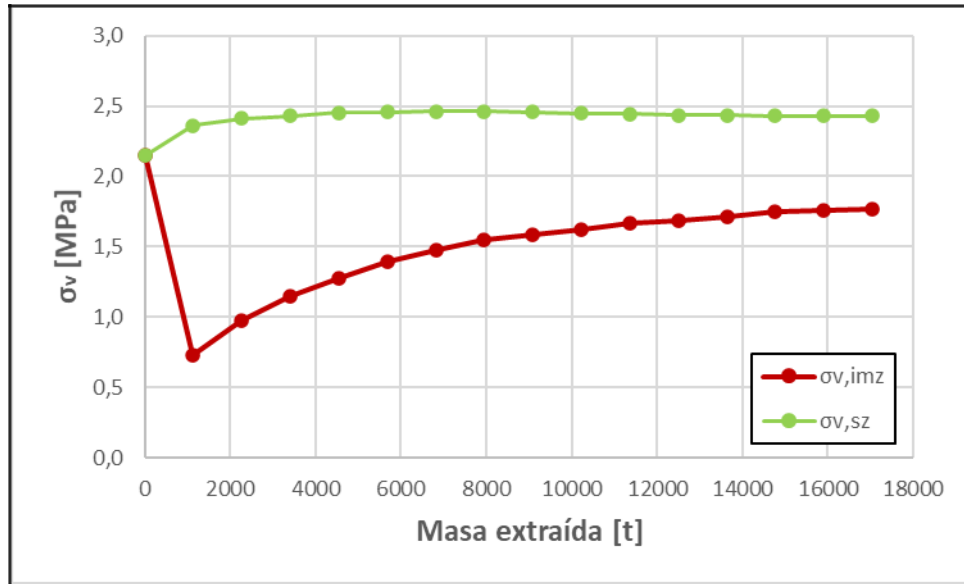


Figura 51: Esfuerzos verticales en zona de movimiento aislada y en zona estancada en función de la masa extraída considerando σ_v de Nedderman caso activo [41] – Caso 2.

La Figura 51 muestra que el esfuerzo vertical de la IMZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, luego desciende producto que comienza la extracción con 1.000 t, la tasa de crecimiento es mayor para las primeras 6.000 t de masa extraída puesto que en ese instante la tasa de crecimiento de la de IMZ es mayor y que, a partir de este valor, decrece; por otro lado, se muestra que el esfuerzo vertical de la SZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, luego crece para las primeras 6.000 t de masa extraída puesto que en ese instante la tasa de crecimiento de la IMZ es mayor y que, a partir de este valor, decrece.

A partir de los resultados de esfuerzos de la figura anterior, se considera (Nedderman activo) (ver Ecuación 9) para la extracción de mineral que fue llevada a cabo hasta completar 1.500 extracciones alcanzando un radio de IMZ, aproximadamente, 37 m en el punto de extracción, en este experimento, lo cual equivale a un ancho de IMZ de 74 m. En la Figura 52, se puede observar en diferentes vistas la evolución de los esfuerzos verticales conforme progresa la extracción, donde el radio de IMZ de 37 m equivale al 100 % para 1.500 extracciones de este experimento. Bajo la altura de IMZ, el esfuerzo vertical de IMZ se calcula por ecuación de Janssen (ver Ecuación 3; considerando la profundidad desde el punto de extracción hasta la altura de IMZ, no se considera sobrecarga), mientras que el esfuerzo vertical de SZ se calcula mediante la teoría de Pierce (ver Ecuación 11); sobre la altura de IMZ se calculan los esfuerzos verticales iniciales mediante ecuación de Janssen (ver Ecuación 1).

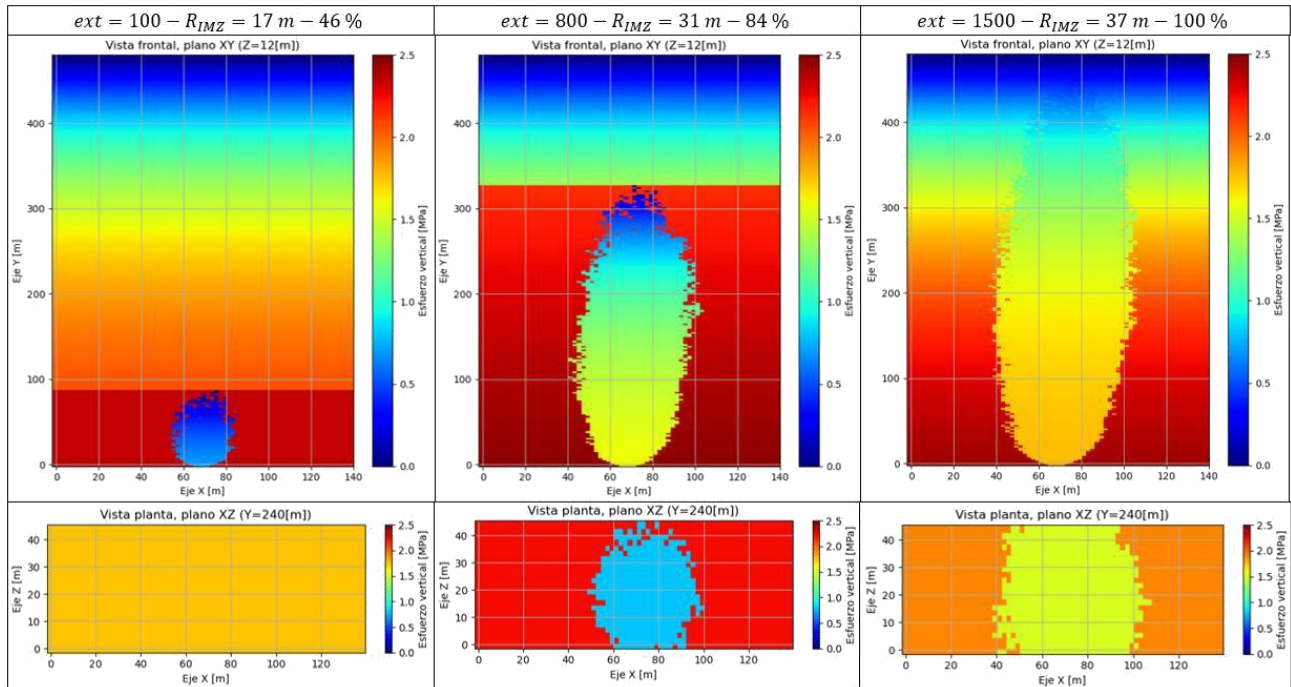


Figura 52: Evolución de los esfuerzos en IMZ a medida que progresa la extracción considerando σ_v^{MZ} , σ_v^{SZ} , vista frontal plano XY (Z=12m) (arriba) y vista planta plano XZ (Y=240m) (abajo) – Caso 2.

4.4. Caso 3: Tiraje Múltiple – Panel Caving de Canales

Este caso considera el experimento 1-A de Canales [7], la extracción fue realizada incorporando puntos de extracción a la producción paulatina y secuencialmente a medida que el experimento progresa (ver Figura 54). Esta secuencia intenta replicar una estrategia de extracción de *panel caving*, con el propósito de comparar la distribución de los esfuerzos verticales iniciales, en MZ y SZ bajo esta configuración, entre el modelo numérico y físico. La Figura 53 muestra un esquema de esta estrategia de extracción y sus principales parámetros.

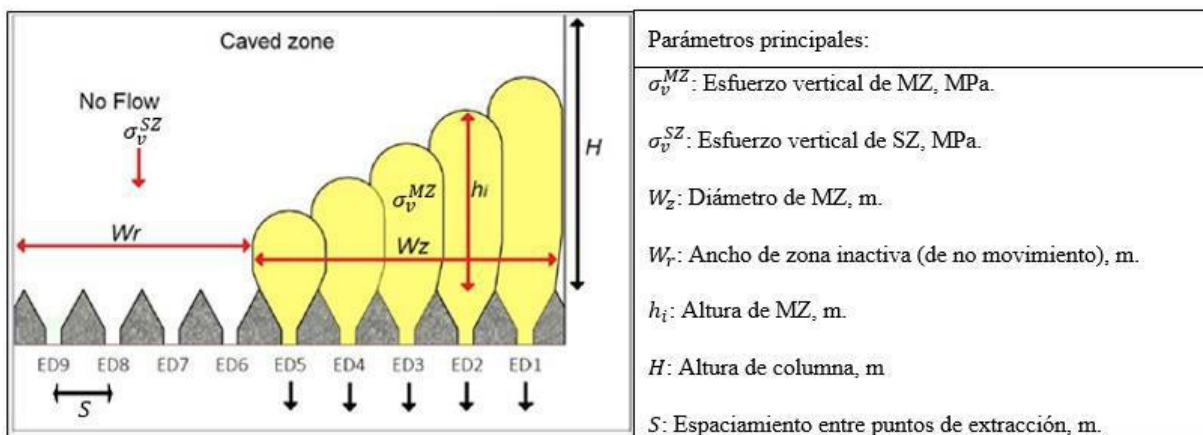


Figura 53: Esquema de estrategia de extracción *panel caving* en modelo físico de Canales [7] (vista frontal) – Caso 3 [36].

En la Figura 54 se pueden ver los 36 puntos de extracción existentes en el modelo con un espaciamiento de 16 m entre estos, para el posterior análisis de esfuerzos verticales. La extracción fue realizada añadiendo puntos de extracción, comenzando desde el punto 1 en orden ascendente (de arriba a abajo con una secuencia de derecha a izquierda). Los bloques sólidos (no pueden moverse) son de color rojo y los bloques vacíos (producen el movimiento) son de color azul e indican la posición de los puntos de extracción con sus respectivas dimensiones.

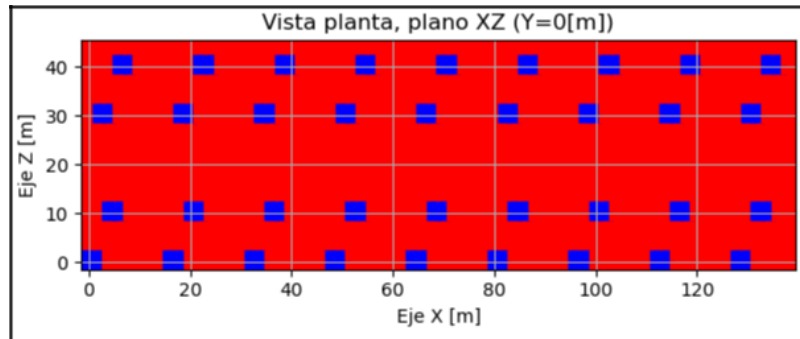


Figura 54: Puntos de extracción de la base del modelo numérico, vista en planta, plano XZ (Y=0m) – Caso 3.

Para determinar la zona de movimiento (MZ), será por la lógica movimiento de flujo del algoritmo de autómatas celulares, el cual es el movimiento ascendente de bloques en estados vacíos (estado 1), producto del intercambio con bloques en estados granulares que pueden moverse (estado 3) sobre este vacío, generando bloques en estados granulares en movimiento (estado 2).

4.4.1. Resultados Caso 3

4.4.1.1. Zona de movimiento (MZ)

En la Tabla 8, es posible observar cómo fue realizada la extracción de mineral desde cada punto. Cada período es completado una vez que cada punto de extracción abierto alcanza la zona de movimiento definida para el experimento. Se destaca que, en períodos finales, existen puntos de extracción cerrados.

Tabla 8: Cantidad de Extracciones, ancho de MZ y ancho de zona inactiva en cada punto de extracción por periodo en el modelo numérico – Caso 3.

Período	Cantidad de Extracciones	W_{MZ} [m]	W_r [m]	PE abiertos
0	0	0	140	0
1	50	24	116	1 al 4
2	100	26	114	1 al 4
3	150	32	108	1 al 4
4	200	40	100	1 al 8
5	250	46	94	1 al 8
6	300	56	84	1 al 12
7	350	63	77	1 al 12
8	400	66	74	1 al 12
9	450	68	72	1 al 16
10	500	70	70	1 al 16
11	550	78	62	1 al 16
12	600	83	57	1 al 20
13	650	88	52	5 al 20
14	700	105	36	5 al 24
15	750	117	23	9 al 28

A partir del análisis de los resultados de los diferentes y del capítulo anterior en el Caso 2, se considera $\leq 3,5$ y > 3 para la extracción de mineral que fue llevada a cabo hasta completar 750 extracciones alcanzando un ancho de MZ, aproximadamente, 117 m considerando el abrir o cerrar de 28 puntos de extracción, en este experimento. En la Figura 55, se esquematiza el progreso del experimento y como se crearon zonas de movimiento e inactivas a medida que se incorporaron y cerraron puntos de extracción, respectivamente, donde el ancho de MZ de 117 m equivale al 100% para 750 extracciones. En otras palabras, se ilustra la información entregada en la Tabla 8. Los bloques vacíos (producen el movimiento) son de color azul, los bloques granulares en movimiento (se han movido) son de color amarillo y los bloques granulares que pueden moverse (aún no se han movido) son de color verde, los bloques vacíos y granulares en movimiento forman la MZ en el modelo numérico en donde se puede observar que no existe una geometría definida.

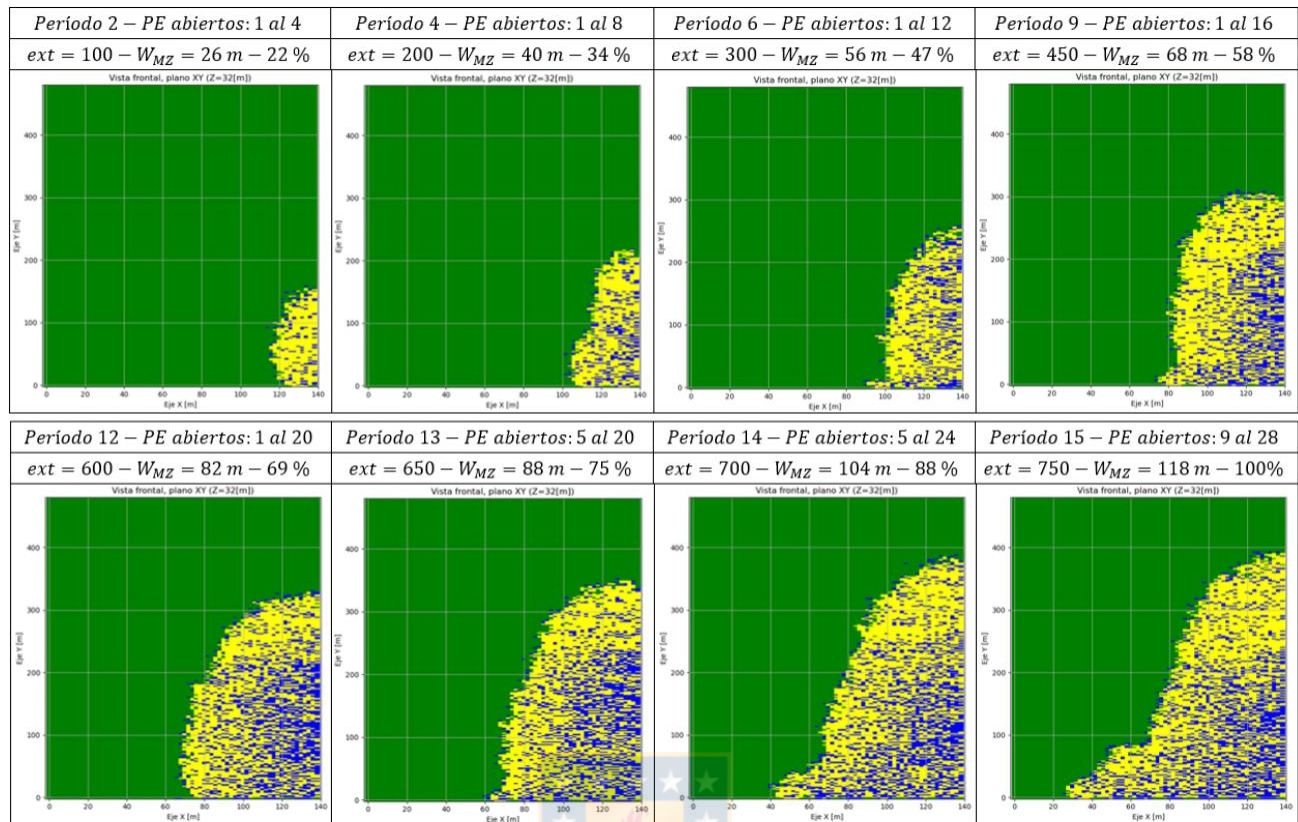


Figura 55: Evolución de la zona de movimiento a medida que progresa la extracción considerando $\alpha = 3,5$ y $\beta > 3$, vista frontal, plano XY (Z=32m) – Caso 3.

A partir del análisis anterior, se considera $\alpha = 3,5$ y $\beta > 3$, donde es posible calcular el ancho de MZ y el ancho de zona inactiva en función de la masa extraída acumulada. Los resultados se muestran en la Figura 56.

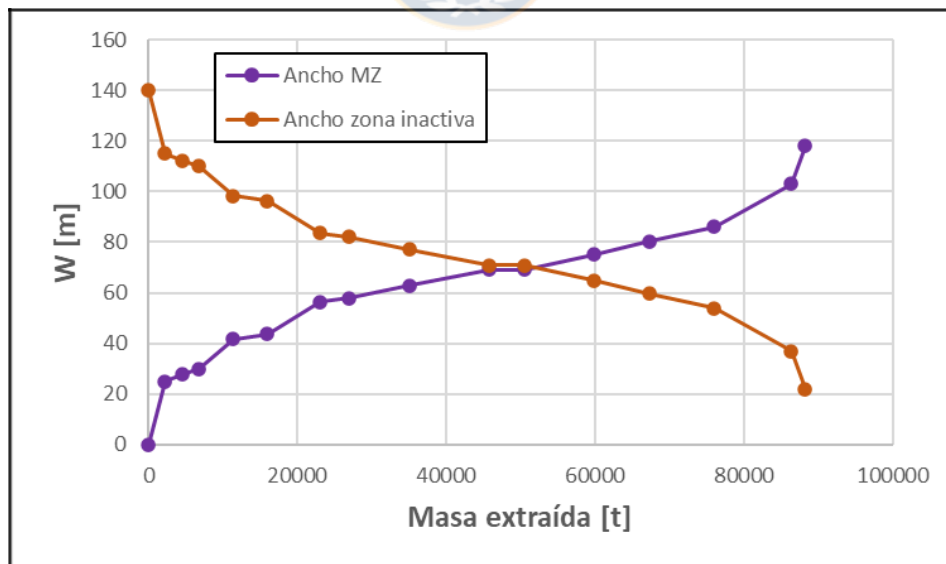


Figura 56: Ancho de MZ y Ancho de zona inactiva en función de la masa extraída considerando $\alpha = 3,5$ y $\beta > 3$ – Caso 3.

La Figura 56 muestra que la tasa de crecimiento del ancho de MZ y ancho de zona inactiva es mayor o menor debido a los instantes en que los puntos de extracción están abiertos o cerrados.

4.4.1.2. Esfuerzos verticales

Los esfuerzos verticales iniciales (previos a iniciar la extracción) medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los que mejor se aproximaron en el capítulo del Caso 2, y los medidos en el modelo físico de Canales con las celdas de carga, se pueden ver en la Tabla 9.

Tabla 9: Esfuerzos verticales iniciales entre resultados de = , > y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.

Modelo	Factor	$\sigma_{v,0}$ [MPa]
Modelo físico	Medición Celdas (Canales)	3,44
Modelo numérico	k (Nedderman) [activo]	2,15
	k (Walker) [activo]	1,99

Los valores de esfuerzos verticales iniciales más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo). Los resultados del modelo numérico para estos , tienen un error asociado de 1,29 MPa correspondiente a un 38 % y 1,45 MPa correspondiente a un 42 %, respectivamente.

Considerando = 3,5 y > 3 durante el flujo de material, es posible calcular la densidad aparente de MZ y el radio hidráulico de MZ en función de la masa extraída acumulada. El procedimiento efectuado en el modelo numérico para el cálculo de la variación de estos parámetros se detalla en la sección ANEXO D. Los resultados se muestran en la Figura 57 y Figura 58.

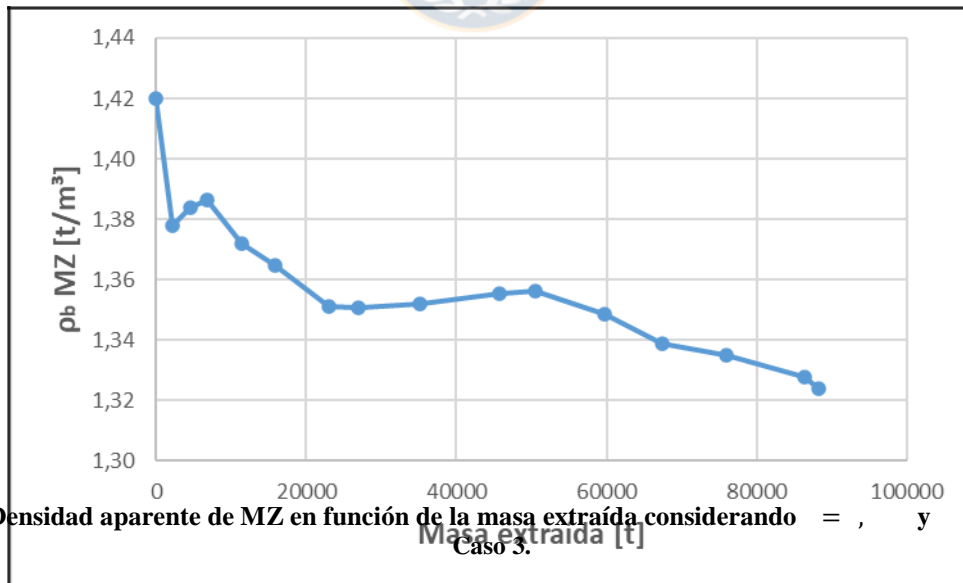


Figura 57: Densidad aparente de MZ en función de la masa extraída considerando = , y > -

La Figura 57 muestra que se inicia con la densidad aparente inicial cuando aún no se extrae material, luego desciende producto que comienza la extracción con 2.000 t, después la crece la densidad aparente de MZ hasta llegar a las 7.000 t de masa extraída puesto que en ese instante existen pocos puntos de extracción abiertos para extraer material y que, a partir de este valor, decrece debido a que extraen mineral una mayor cantidad de puntos de extracción.

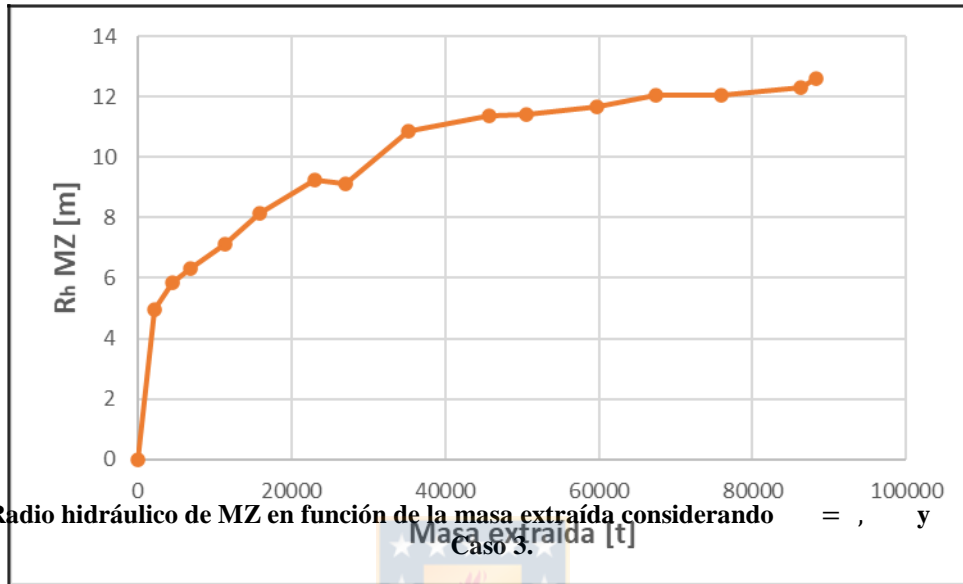


Figura 58: Radio hidráulico de MZ en función de la masa extraída considerando $\rho = \dots$ y \dots -

La Figura 58 muestra que la tasa de crecimiento del radio hidráulico de MZ es mayor para las primeras 40.000 t de masa extraída y que, a partir de este valor, decrece.

Se calcula el promedio de esfuerzos verticales en MZ en Canales como el promedio ponderado incorporando la Celda 1 a 5 a medida que la zona de movimiento llega a la celda de carga, la Celda 6 no se considera para este análisis puesto que la zona de movimiento no llega a su posición. Por otro lado, se calcula el promedio de esfuerzos verticales en SZ en Canales como el promedio ponderado desincorporando la Celda 1 a 6 a medida que la zona de movimiento llega a la celda de carga.

Los esfuerzos verticales en zonas de movimiento medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los \dots , y los medidos en el modelo físico de Canales con las celdas de carga consideradas, en función del ancho de MZ, se pueden ver en la Figura 59.

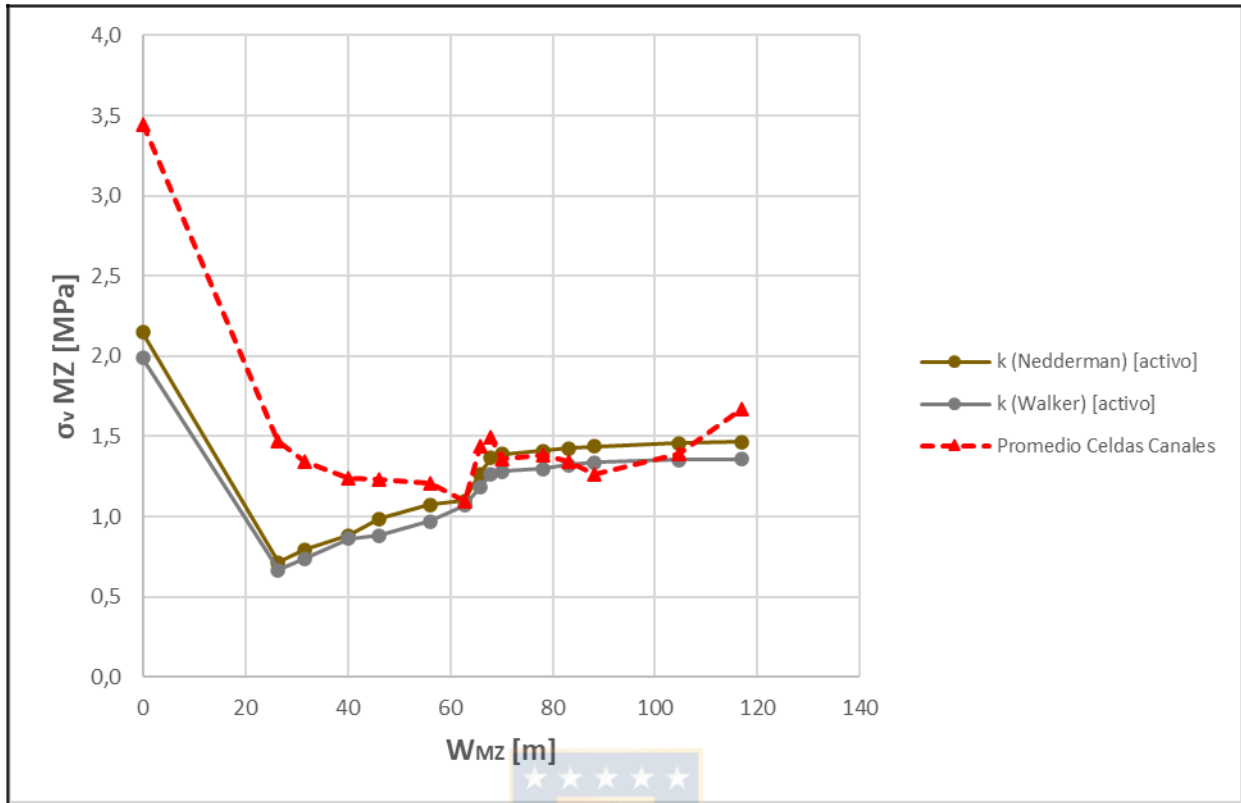


Figura 59: Esfuerzos verticales en MZ en función del ancho de MZ entre resultados de σ_v , σ_h y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.

Considerando a partir de cuándo los esfuerzos verticales en MZ medidos en las celdas de carga del modelo físico se estabilizan, las comparaciones se llevaron a cabo desde un ancho de MZ de 26 m hasta alcanzar 117 m. Los valores de esfuerzos verticales en MZ más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo). Los resultados del modelo numérico para estos son los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 0,29 MPa correspondiente a un 22 % y 0,34 MPa correspondiente a un 25 %, respectivamente.

Los esfuerzos verticales en zonas estancadas medidos en el modelo numérico con la teoría del área tributaria de Pierce [10], variando los σ_v y los medidos en el modelo físico de Canales con las celdas de carga consideradas, en función del ancho de MZ, se pueden ver en la Figura 60.

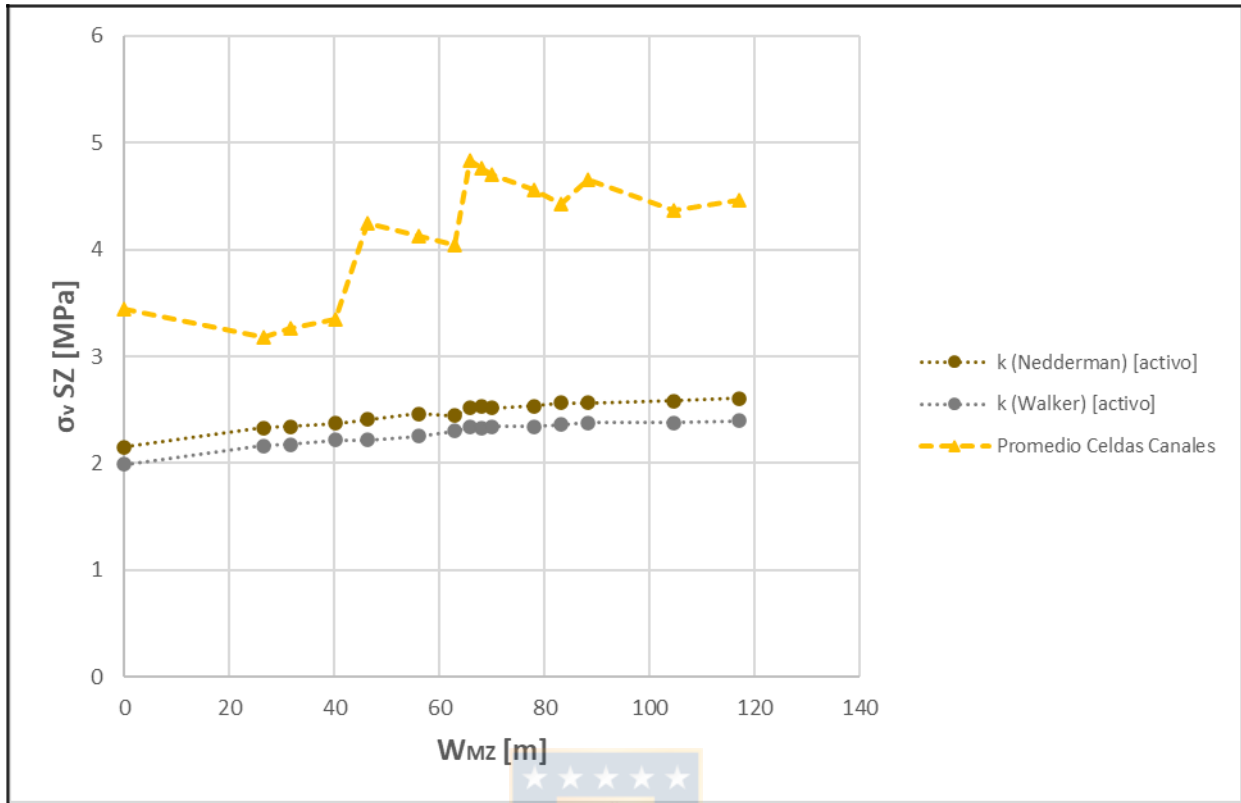


Figura 60: Esfuerzos verticales en SZ en función del ancho de MZ entre resultados de = , > y Experimento 1-A de Canales [7] – Caso 3.

Considerando a partir de cuándo los esfuerzos verticales en MZ medidos en las celdas de carga del modelo físico se estabilizan, las comparaciones se llevaron a cabo desde un ancho de MZ de 26 m hasta alcanzar 117 m. Los valores de esfuerzos verticales en SZ más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo). Los resultados del modelo numérico para estos son los más cercanos al modelo físico con un error asociado de 1,82 MPa correspondiente a un 43 % y 2,01 MPa correspondiente a un 48 %, respectivamente.

Con respecto al análisis de esfuerzos de la Figura 59 y Figura 60, estos se compararon desde cuando se estabilizan los esfuerzos medidos en las celdas de carga del modelo físico. En la Figura 61 se muestran los resultados completos de esfuerzos del modelo numérico en función de la masa extraída acumulada, considerando el (Nedderman activo).

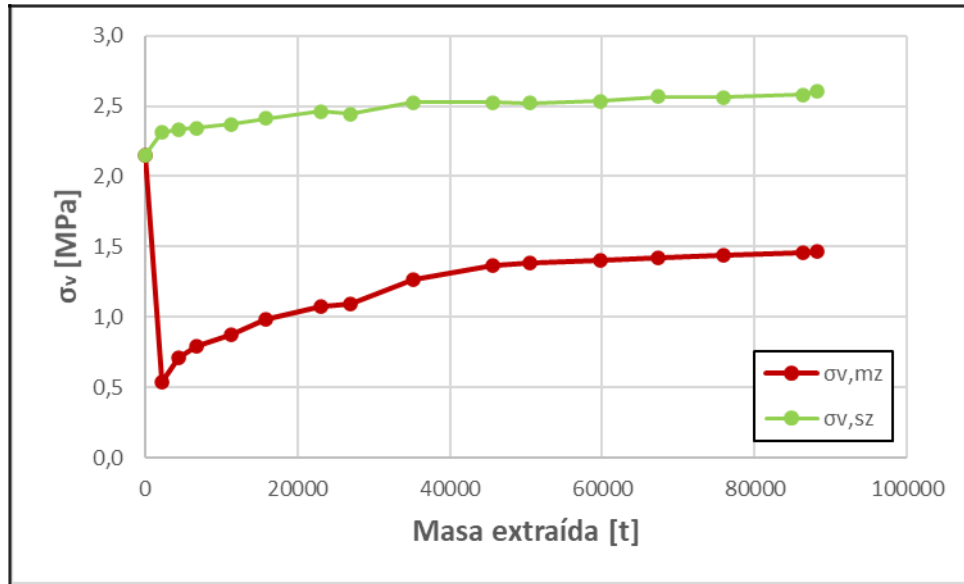


Figura 61: Esfuerzos verticales en zona de movimiento y en zona estancada en función de la masa extraída considerando σ_v , σ_h y σ_x de Nedderman caso activo [41] – Caso 3.

La Figura 61 muestra que el esfuerzo vertical de la MZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, luego desciende producto que comienza la extracción con 2.000 t, la tasa de crecimiento es mayor para las primeras 40.000 t de masa extraída puesto que en ese instante la tasa de crecimiento del radio hidráulico de MZ es mayor y que, a partir de este valor, decrece; por otro lado, se muestra que el esfuerzo vertical de la SZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, luego la tasa de crecimiento es mayor para las primeras 40.000 t de masa extraída puesto que en ese instante la tasa de crecimiento del radio hidráulico de MZ es mayor lo que lleva a una mayor tasa de crecimiento del área de MZ y que, a partir de este valor, decrece.

A partir de los resultados de esfuerzos de la figura anterior, se considera (Nedderman activo) (ver Ecuación 9) para la extracción de mineral que fue llevada a cabo hasta completar 750 extracciones alcanzando un ancho de MZ, aproximadamente, 117 m considerando el abrir o cerrar de 28 puntos de extracción, en este experimento, en este experimento. En la Figura 62 y Figura 63, se esquematiza en diferentes vistas el progreso del experimento y como se crearon los esfuerzos verticales a medida que se incorporaron y cerraron puntos de extracción, respectivamente, donde el ancho de MZ de 117 m equivale al 100% para 750 extracciones. Bajo la altura de MZ, el esfuerzo vertical de MZ se calcula por ecuación de Janssen (ver Ecuación 3; considerando la profundidad desde el punto de extracción hasta la altura de IMZ, no se considera sobrecarga), mientras que el esfuerzo vertical de SZ se calcula mediante la teoría de Pierce (ver Ecuación 11); sobre la altura de MZ se calculan los esfuerzos verticales iniciales mediante ecuación de Janssen (ver Ecuación 1).

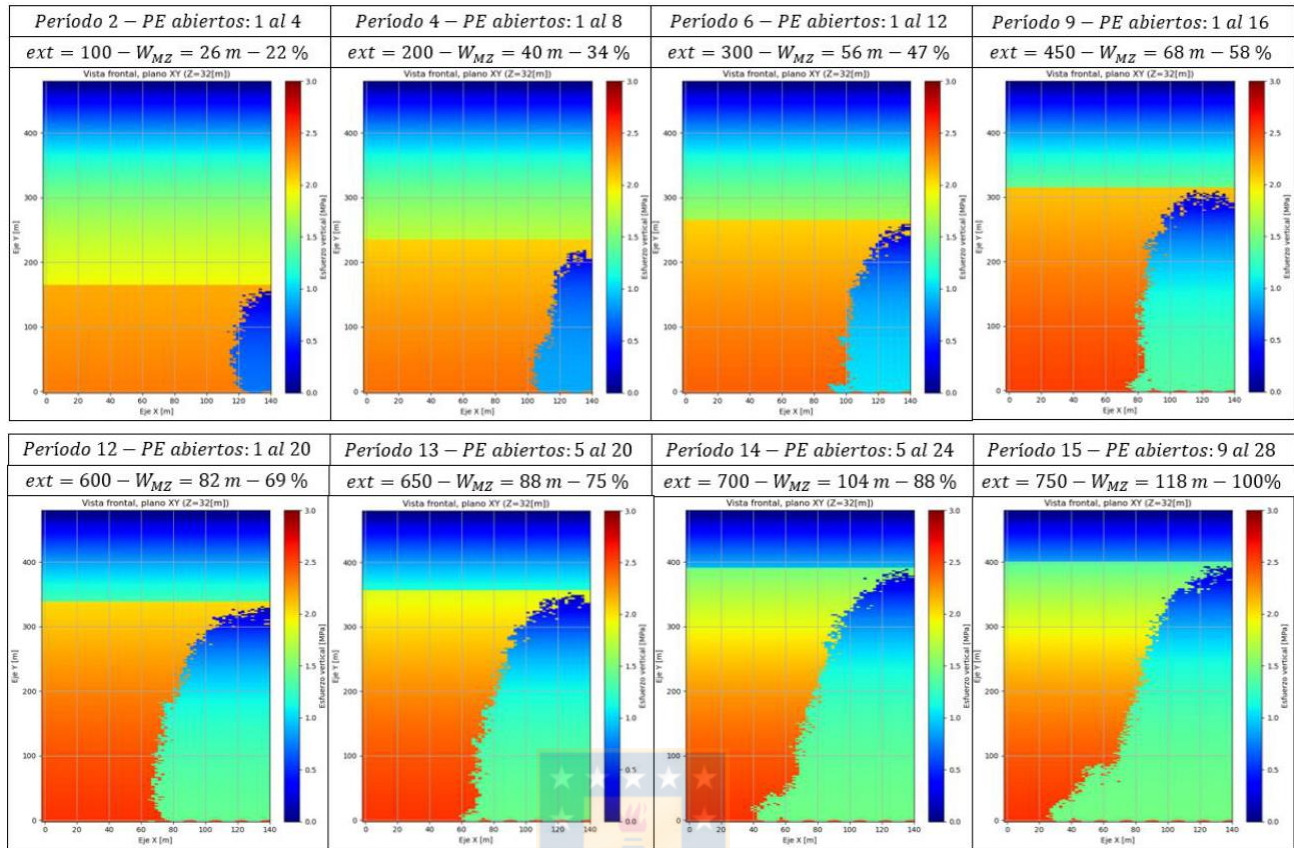


Figura 62: Evolución de los esfuerzos en MZ a medida que progresa la extracción considerando $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, vista frontal, plano XY (Z=32m) – Caso 3.

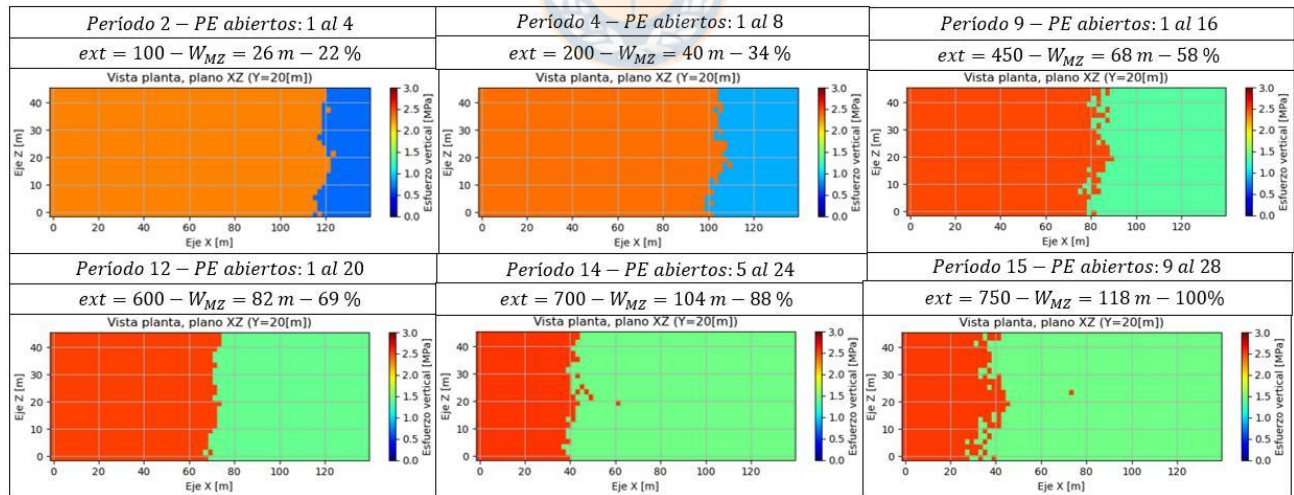


Figura 63: Evolución de los esfuerzos en MZ a medida que progresa la extracción considerando $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, vista planta, plano XZ (Y=20m) – Caso 3.

4.5. Conclusiones de resultados

De acuerdo a la revisión realizada de los resultados de esta investigación, en la Figura 64 y Figura 65 se muestran el resumen y conclusiones de los resultados obtenidos en los experimentos realizados, en una estrategia de extracción de *block/panel caving*.

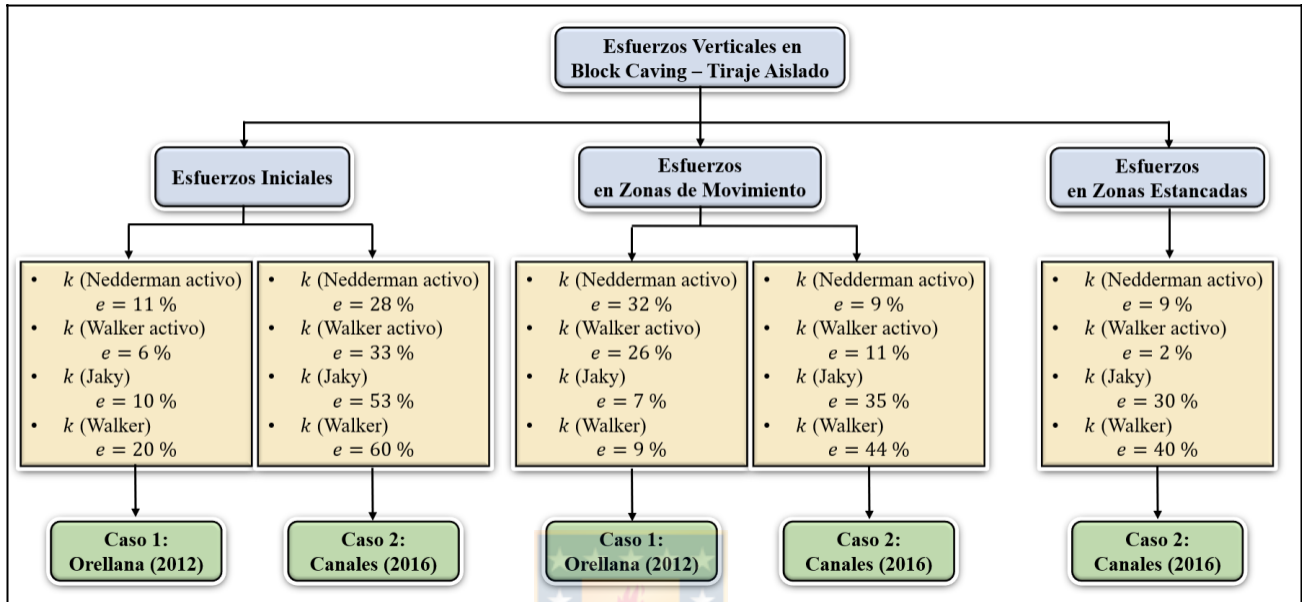


Figura 64: Resumen de los resultados de *block caving* con estrategia de tiraje aislado. Celeste: Condición; Amarillo: Error de esfuerzo vertical mediante ; Verde: Caso experimental; : Error relativo medio.

En la Figura 64, se muestra el método de *block caving* para estrategia de tiraje aislado, la variación del parámetro lleva a resultados variables con errores asociados. El esfuerzo vertical inicial, los que mejor se ajustan a los modelos son el (Nedderman activo) alcanzando un error de 28 % y (Walker activo) alcanzando un error de 33 %, sin embargo, con respecto a los valores de esfuerzos verticales iniciales medidos en el modelo físico y modelo numérico, las posibles razones de la gran diferencia en Canales, comparada con la menor diferencia que se logra en Orellana, se deben al valor del ángulo de fricción interna del material, considerado en cada modelo, puesto que en Orellana se asume que este ángulo es igual al ángulo de reposo debido a que trabaja con material no cohesivo, en cambio en Canales es una medición directa, este ángulo es un parámetro de entrada en las ecuaciones consideradas para el cálculo de esfuerzos, por otro lado, está la influencia de la fricción entre partículas y paredes del modelo, puesto que en esta investigación se asume como se expresa usualmente por $(\frac{1}{2} \sin \phi)$, pero sólo es una función simple que es utilizada y no se ha ajustado completamente. El esfuerzo vertical en zona de movimiento aislada, no hay un que mejor se ajuste ya que es variable, sin embargo, existe una influencia de la cercanía de la celda de carga del modelo físico respecto al punto de extracción considerado para extraer material, si la celda de carga esta cercana al punto de extracción entonces el los que mejor se ajustan a los modelos son el (Jaky) alcanzando un error de 7 % y (Walker) alcanzando un error de 9 %, si la celda de carga esta lejana al punto de extracción entonces el los que mejor se ajustan a los modelos son el (Nedderman activo) alcanzando un error de 9 % y (Walker activo) alcanzando un error de 11 %. El esfuerzo vertical en

zona estancada, los que mejor se ajustan al modelo son el (Nedderman activo) alcanzando un error de 9 % y (Walker activo) alcanzando un error de 2 %.

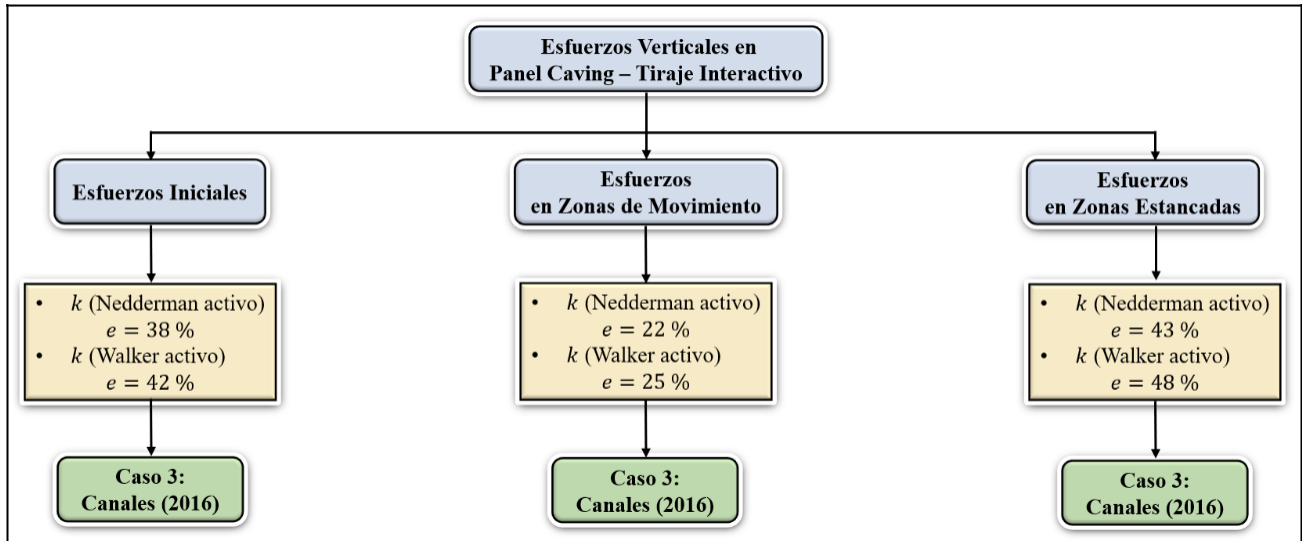


Figura 65: Resumen de los resultados de *panel caving* con estrategia de tiraje múltiple. Celeste: Condición; Amarillo: Error de esfuerzo vertical mediante ; Verde: Caso experimental; : Error relativo medio.

En la Figura 65, se muestra el método *panel caving* para estrategia de tiraje múltiple, la variación del parámetro lleva a resultados variables con errores asociados. El esfuerzo vertical inicial, los que mejor se ajustan al modelo son el (Nedderman activo) alcanzando un error de 38 % y (Walker activo) alcanzando un error de 42 %. El esfuerzo vertical en zona de movimiento, los que mejor se ajustan al modelo son el (Nedderman activo) alcanzando un error de 22 % y (Walker activo) alcanzando un error de 25 %. El esfuerzo vertical en zona estancada, los que mejor se ajustan al modelo son el (Nedderman activo) alcanzando un error de 43 % y (Walker activo) alcanzando un error de 48 %.

La estrategia para disminuir los errores de los esfuerzos verticales entre el modelo numérico y físico se enfocaría en dos variables. En primer lugar, realizar un mayor análisis en la ecuación de Janssen respecto a la variable de fricción entre partículas y paredes del modelo, , debido a que esta se expresa usualmente por (), pero sólo es una función simple que es utilizada y no se ha ajustado completamente, por lo que requiere de un estudio de su comportamiento, con ello concluir si considerar esta función u otra para tener un mejor ajuste en los datos experimentales. Por último, realizar un mayor análisis en la ecuación de Janssen respecto a la variable , de lo anterior proponer un estático y dinámico, el primero relacionado a los esfuerzos verticales iniciales y el segundo a los esfuerzos verticales en zonas de movimiento. Los postulados actuales de son funciones que en ocasiones no se ajustan bien, por lo que requiere de un estudio de su comportamiento, con ello concluir si considerar otra función para tener un mejor ajuste en los datos experimentales.

Capítulo 5: Discusiones

5. DISCUSIONES

5.1.Introducción

Tomando en cuenta los resultados presentados en los casos de estudio en el Capítulo 4, se realiza un análisis respecto a la calidad de respuesta del modelo numérico a través de autómatas celulares mediante el lenguaje de programación Python en comparación a los modelos físicos considerados.

5.2. Caso 1 y 2

Los casos de estudios 1 y 2 de esta investigación, contemplan una estrategia de extracción en tiraje aislado, el primero para el modelo físico de Orellana [6] y el segundo de Canales [7], con la gran diferencia entre las dimensiones del modelo considerado en cada uno y que utilizan distintas propiedades de material. Respecto a lo anterior, se hace un análisis de esfuerzos verticales y en IMZ para la estrategia de tiraje aislado.

Los esfuerzos verticales iniciales (previos a iniciar la extracción) medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen variando los diferentes postulados de k , y los medidos en el modelo físico para IMZ de Orellana y Canales con las celdas de carga, respectivamente, se pueden ver en la Tabla 10.

Tabla 10: Esfuerzos verticales iniciales entre los resultados del modelo numérico y modelo físico de Orellana [6] y Canales [7] – Caso 1 y 2.

Modelo	Factor	$\sigma_{v,0}$ Orellana [MPa]	$\sigma_{v,0}$ Canales [MPa]
Modelo físico	Medición Celdas	0,42	2,97
Modelo numérico	k (Nedderman) [activo]	0,47	2,15
	k (Walker) [activo]	0,45	1,99
	k (Jaky)	0,38	1,38
	k (Walker)	0,34	1,19

En primer lugar, hay que notar que el promedio de celdas del modelo físico de Orellana está entre los valores de esfuerzos verticales iniciales de los diferentes k , mientras que en Canales es mayor a los resultados de los diferentes k . En segundo lugar, con respecto a los valores de esfuerzos verticales iniciales medidos en el modelo físico y modelo numérico, las posibles razones de la gran diferencia en Canales, comparada con la menor diferencia que se logra en Orellana, se deben al valor del ángulo de fricción interna del material, ϕ , considerado en cada modelo, puesto que en Orellana se asume que este ángulo es igual al ángulo de reposo debido a que trabaja con material no cohesivo, en cambio en Canales es una medición directa, este ángulo es un parámetro de entrada en las ecuaciones consideradas para el cálculo de esfuerzos, por otro lado, está la influencia de la fricción entre partículas y paredes del modelo, μ , puesto que en esta investigación se asume como se expresa usualmente por

(), pero sólo es una función simple que es utilizada y no se ha ajustado completamente. Por último, los valores de esfuerzos verticales iniciales más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Orellana son mediante el (Nedderman activo), (Walker activo) y (Jaky), mientras que en el modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo), por lo anterior, se recomienda el (Nedderman activo) y (Walker activo) para el cálculo de esfuerzos verticales iniciales.

En la Figura 66, se muestra la ubicación de las celdas de carga en los experimentos de tiraje aislado de Orellana y Canales. El punto de color rojo indica la posición del punto de extracción. Hay dos circunferencias que describe lo que abarca la celda más lejana de cada experimento, una de radio mayor 31,6 m, la cual corresponde a la distancia desde la celda de carga 1 hasta el punto de extracción, y otra de radio menor 10,5 m, la cual corresponde a la distancia desde la celda de carga M04 hasta el punto de extracción.

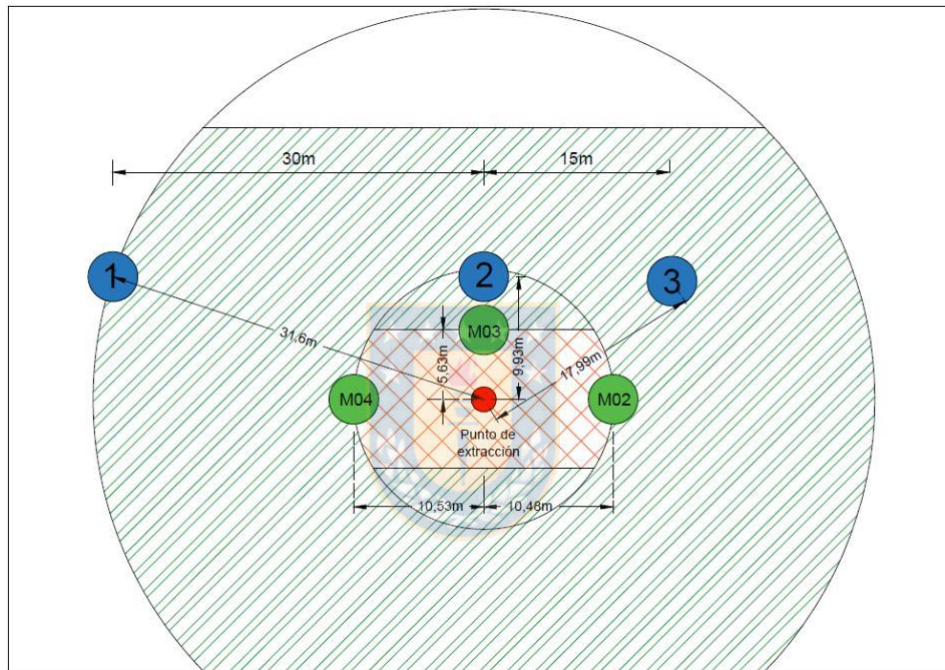


Figura 66: Ubicación de las celdas de carga para tiraje aislado en modelos físicos de Orellana [6] (celdas M02, M03, M04) y Canales [7] (celdas 1, 2, 3), vista en planta.

Los esfuerzos verticales en zona de movimiento aislada medidos en el modelo numérico con la ecuación de Janssen [32] variando los que mejor se aproximan en el modelo físico de Orellana y Canales con las celdas de carga consideradas, en función del radio de IMZ, se pueden ver en la Figura 67.

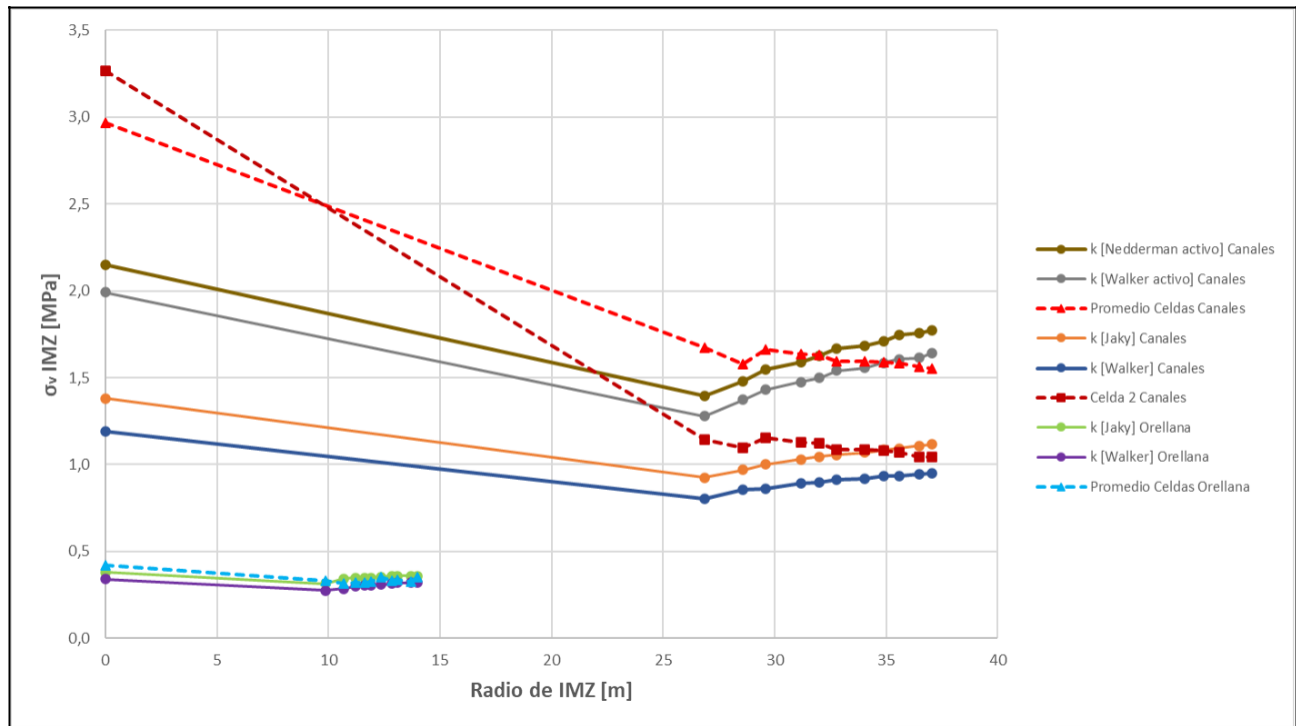


Figura 67: Esfuerzos verticales en IMZ en función del radio de IMZ entre resultados del modelo numérico y modelos físicos de Orellana [6] y Canales [7] – Caso 1 y 2.

Considerando desde cuando los esfuerzos verticales en IMZ se estabilizan, las comparaciones se llevaron a cabo. Los valores de esfuerzos verticales en IMZ más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Orellana son mediante el (Jaky) y (Walker), mientras que en el promedio de celdas del modelo físico de Canales son mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo).

Respecto al análisis de la Figura 66 y Figura 67, existe en la medición de los esfuerzos verticales en IMZ una influencia de la cercanía de la celda de carga del modelo físico respecto al punto de extracción. Lo anterior, se puede notar en que las celdas M02, M03 y M04 en Orellana y la celda 2 en Canales están cercanas al punto de extracción, así los valores de esfuerzos verticales en IMZ más cercanos al promedio de celdas en Orellana y a la celda 2 en Canales son mediante el (Jaky) y (Walker), agregar que los resultados de estos tienen un comportamiento similar respecto a las mediciones de las celdas consideradas.

Por el análisis anterior, se recomienda el (Jaky) y (Walker) para el cálculo de esfuerzos verticales en IMZ para cuando se requiera analizar celdas de carga más cercanas al punto de extracción, mientras que el (Nedderman activo) y (Walker activo) cuando se requiera analizar celdas de carga más lejanas al punto de extracción.

5.3. Caso 2

La celda 1 en el experimento 0 de Canales es la celda más lejana al punto de extracción, por lo que la IMZ llega a su posición cuando alcanza un radio e IMZ de 32 m, en este experimento se reporta la medición de esfuerzos verticales hasta los 37 m, por lo cual la celda 1 debería estar midiendo esfuerzos

verticales de IMZ en la etapa final de lo reportado. Respecto a lo anterior, se hace un análisis para la celda 1 para este caso.

Los esfuerzos verticales en zonas estancadas medidos en el modelo numérico con la teoría del área tributaria de Pierce [10], variando los que mejor se aproximan en el modelo físico de Canales con el promedio de celdas de carga consideradas, se comparan con los valores medidos en la celda 1, en función del radio de IMZ, se puede ver en la Figura 68.

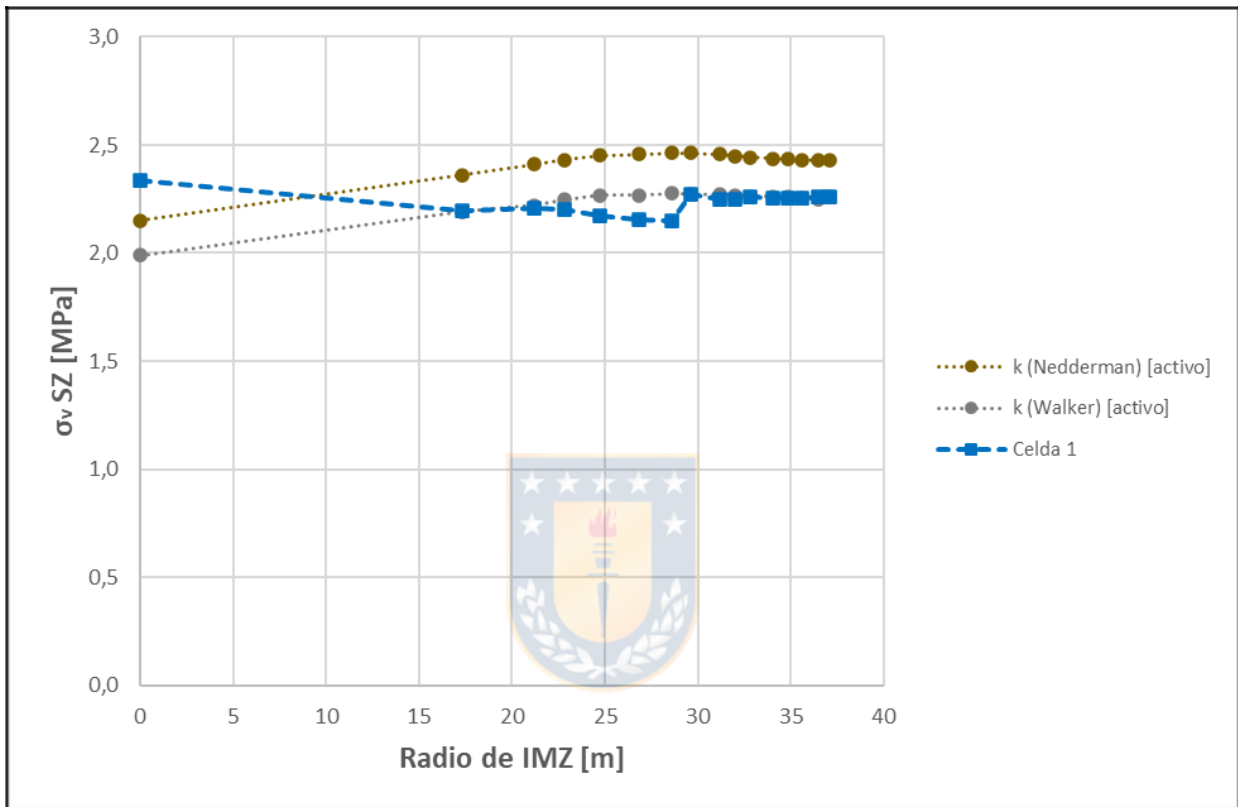


Figura 68: Esfuerzos verticales en SZ en función del radio de IMZ entre resultados de = , , > y celda 1 de Experimento 0 de Canales [7] – Caso 2.

Las comparaciones se llevaron a cabo desde la primera extracción simulada con un radio de IMZ de 17 m hasta alcanzar 37 m. Los valores de esfuerzos verticales en SZ mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo) son cercanos a la celda 1 del modelo físico de Canales, con un error asociado de 0,22 MPa correspondiente a un 10 % y 0,05 MPa correspondiente a un 2 %, respectivamente.

Respecto a al análisis de estos resultados, cuando la ubicación de la celda 1 sea alcanzada por la zona de movimiento aislada, puede ocurrir que este midiendo el material que no esté en movimiento entonces estaría midiendo la zona estancada debido a que la celda de carga se encuentra dentro del radio de IMZ pero no a la altura de IMZ, por otro lado también puede ocurrir, que este recibiendo una pequeña sobrecarga que equivaldría a una zona intermedia entre la IMZ y SZ debido al material estancado que está debajo de una zona de movimiento aislada, y por último puede manifestarse, que se genera una efecto de apaciguamiento de los esfuerzos.

Para efectos de esta investigación, se consideró que la celda 1 mide esfuerzos verticales en zonas estancadas durante todo el experimento del Caso 2, considerando los alcances mencionados anteriormente.

5.4. Caso 3

Los resultados de esfuerzos verticales en SZ del modelo numérico para los considerados, son lejanos a lo reportado al promedio de celdas de carga del modelo físico de Canales. Respecto a lo anterior, se hace un análisis de los esfuerzos verticales en SZ para este caso.

Se considera el esfuerzo vertical inicial promedio reportado en Canales [7]. Los esfuerzos verticales en zonas estancadas medidos en el modelo numérico con la teoría del área tributaria de Pierce [10], variando los que mejor se aproximan a los medidos en el modelo físico de Canales con las celdas de carga consideradas, en función del ancho de MZ, se pueden ver en la Figura 69.

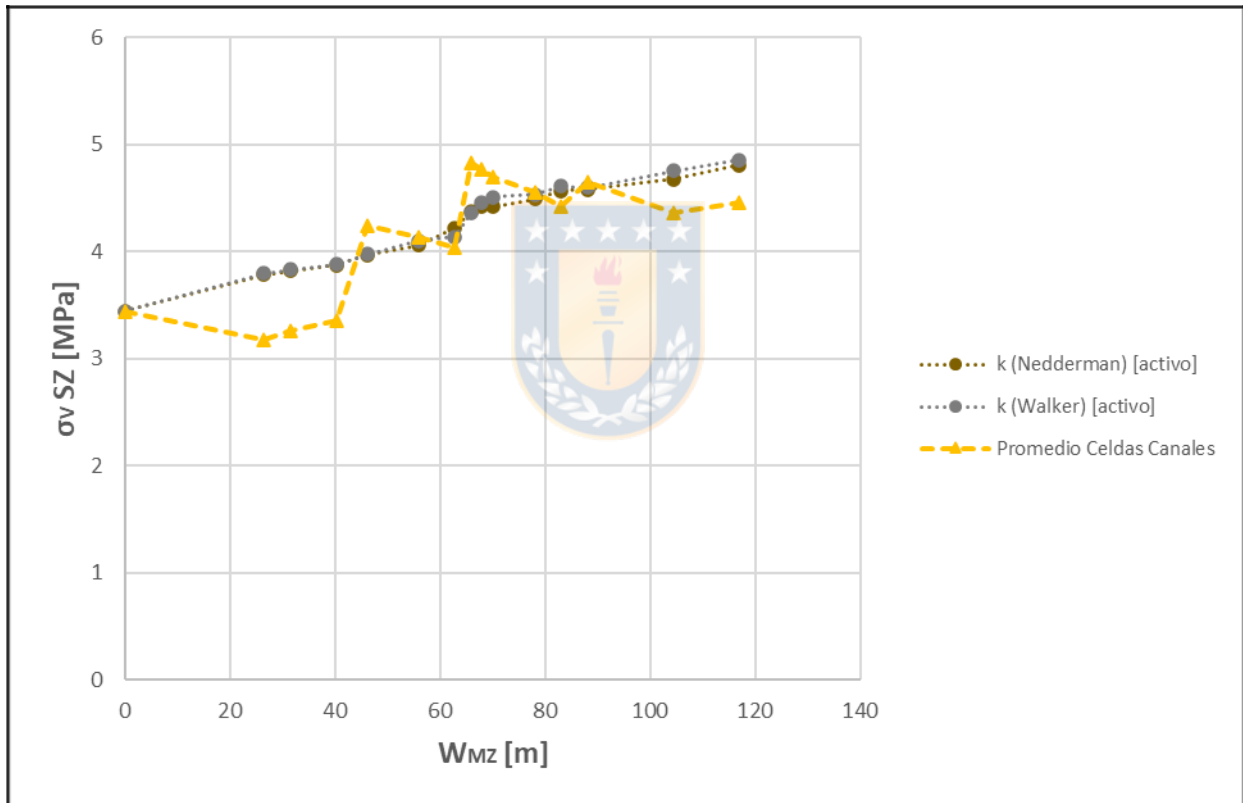


Figura 69: Esfuerzos verticales en SZ (desde = , [] reportado en Canales) en función del ancho de MZ entre resultados de = , y > y Experimento 1-A de Canales [7] - Caso 3.

La Figura 69 muestra que el esfuerzo vertical en SZ se inicia con el esfuerzo vertical inicial cuando aún no se extrae material, este esfuerzo inicial es el valor promedio reportado por las seis celdas de carga en Canales [7], de aproximadamente 3,44 MPa. Con lo anterior, los valores de esfuerzos verticales en SZ mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo) son más cercanos al promedio de celdas del modelo físico de Canales. Los resultados del modelo numérico para estos son más

cercanos al modelo físico con un error asociado de 0,35 MPa correspondiente a un 8 % para ambas situaciones.

Por el análisis anterior, la lejanía de los esfuerzos verticales en SZ mediante el (Nedderman activo) y (Walker activo) a la medición del promedio de celdas de carga del modelo físico de Canales, se debe producto a los esfuerzos verticales iniciales calculados que corresponden a antes de la extracción de mineral.



Capítulo 6: Conclusiones

6. CONCLUSIONES

Se inserta un modelo numérico, el cual es un simulador de flujo gravitacional a través de autómatas celulares basado en la lógica de FlowSim, esto mediante un lenguaje de programación Python, con la capacidad de procesar distintas variables producidas por el nivel de producción de *block/panel caving* para diferentes horizontes de tiempo con un análisis en 3D. En esta investigación, el objetivo principal es estimar variables como la geometría de la zona de movimiento y distribución de esfuerzos verticales a medida que se extrae mineral. Este simulador presenta diversas ventajas frente a herramientas con objetivos similares, entre las cuales destaca su gran capacidad de almacenamiento de datos, simpleza para implementar y rapidez de las simulaciones.

Una vez validada la calibración experimental de la geometría de movimiento y la implementación de la lógica de estimación de esfuerzos verticales a medida que se extrae mineral, se da paso a la calibración con modelos físicos con métodos de *block/panel caving*, como Orellana [6] y Canales [7] para estrategias de tiraje aislado y múltiple. La implementación de este modelo numérico permite replicar con un error estimado los resultados obtenidos en modelos físicos, posibilitando el potencial uso de la herramienta numérica debido a su simpleza y rapidez.

El resultado del valor en Canales el cual es $= 3,5$, respecto al obtenido en Orellana el cual es $= 7$, tiene una gran diferencia, las posibles razones se deben al tamaño de las dimensiones de cada modelo físico, puesto que en Orellana la IMZ alcanza inmediatamente las paredes del modelo que es de pequeñas dimensiones lo cual hace que se obtenga pocos datos para comparar el crecimiento de IMZ entre el modelo numérico y físico, en cambio en Canales no ocurre lo anterior porque es un modelo de grandes dimensiones, por otro lado, está lo que reporta cada autor respecto a la IMZ, puesto que Orellana no reporta el crecimiento de IMZ sino que IEZ en función de la masa extraída por lo que se utilizó las relaciones geométricas entre elipsoides de extracción y movimiento de Kvapil [14] para llevar los datos de IEZ a IMZ, en cambio en Canales se reporta directamente el crecimiento de la IMZ.

En los resultados de los casos de estudio para tiraje aislado, si bien se obtiene un rango de error aceptable para los esfuerzos verticales, como lo son los valores de los esfuerzos verticales en IMZ, en que la diferencia entre los resultados está bajo 9 %, y en los valores de los esfuerzos verticales en SZ, la diferencia entre los resultados está bajo 2 %, sin embargo, en los valores de esfuerzos verticales iniciales, la diferencia entre los resultados asciende a un 28 %. En primero lugar, con respecto a los valores de esfuerzos verticales iniciales medidos en el modelo físico y modelo numérico, las posibles razones de la gran diferencia en Canales, comparada con la menor diferencia que se logra en Orellana, se deben al valor del ángulo de fricción interna del material, ϕ , considerado en cada modelo, puesto que en Orellana se asume que este ángulo es igual al ángulo de reposo debido a que trabaja con material no cohesivo, en cambio en Canales es una medición directa, este ángulo es un parámetro de entrada en las ecuaciones consideradas para el cálculo de esfuerzos, por otro lado, está la influencia de la fricción entre partículas y paredes del modelo, μ , puesto que en esta investigación se asume como se expresa usualmente por $\mu = \tan(\phi)$, pero sólo es una función simple que es utilizada y no se

ha ajustado completamente. Por otro lado, se identificó, para la comparación de resultados de esfuerzos verticales en IMZ entre el modelo numérico y físico, existe una influencia de la cercanía de la celda de carga del modelo físico respecto al punto de extracción considerado para extraer material.

Diferente es el caso de estudio para tiraje múltiple en *panel caving* para la estimación de esfuerzos verticales, se obtiene un rango de error lejano en los valores de esfuerzos verticales iniciales, la diferencia entre los resultados está bajo 38 %, en los esfuerzos verticales en MZ, la diferencia entre los resultados está bajo 22 %, y en los esfuerzos verticales en SZ, la diferencia entre los resultados está bajo 43 %. Esta investigación se centra en el análisis para el caso de tiraje aislado y deja validado el caso de tiraje múltiple.

La estrategia para disminuir los errores de los esfuerzos verticales entre el modelo numérico y físico se enfocaría en dos variables. En primer lugar, realizar un mayor análisis en la ecuación de Janssen respecto a la variable de fricción entre partículas y paredes del modelo, μ , debido a que esta se expresa usualmente por $\mu = \tan(\phi)$, pero sólo es una función simple que es utilizada y no se ha ajustado completamente, por lo que requiere de un estudio de su comportamiento, con ello concluir si considerar esta función u otra para tener un mejor ajuste en los datos experimentales. Por último, realizar un mayor análisis en la ecuación de Janssen respecto a la variable K , de lo anterior proponer un estático y dinámico, el primero relacionado a los esfuerzos verticales iniciales y el segundo a los esfuerzos verticales en zonas de movimiento. Los postulados actuales de K son funciones que en ocasiones no se ajustan bien, por lo que requiere de un estudio de su comportamiento, con ello concluir si considerar otra función para tener un mejor ajuste en los datos experimentales.

Bajo estos resultados, se concluye que el modelo numérico a través de autómatas celulares utilizando lenguaje de programación Python presenta algunas dificultades para representar los esfuerzos verticales. Sin embargo, a lo largo de este trabajo el modelo se presenta como una herramienta en permanente desarrollo. Tomando en cuenta que se trata de código abierto y no de un software de carácter comercial, la simpleza y rapidez del modelo numérico da pie a incorporar la evaluación de más variables para el análisis de esfuerzos verticales, permitiendo generar una herramienta flexible de acuerdo con los requerimientos de cada usuario.

Capítulo 7: Recomendaciones

7. RECOMENDACIONES

Los resultados y conclusiones expuestos en el capítulo anterior fueron utilizados para definir recomendaciones preliminares para disminuir el error asociado de los esfuerzos verticales por el flujo gravitacional de material, entre el modelo numérico y un modelo físico considerado.

Final y consecuentemente a lo expuesto, se dan las siguientes recomendaciones para trabajos futuros relacionados con esta investigación, donde las más relevantes son:

- Mejorar el código para caso de tiraje múltiple en *panel caving*, para resultados de altura de MZ. Este es el más relevante, puesto que para el caso de tiraje múltiple en *block caving* no hay problemas en los resultados de altura de MZ en el código *flowmarkIII.py*, pero si en el método de *panel caving*, debido a que cuando se empieza a incorporar y cerrar más puntos de extracción, la altura de MZ debería aumentar cuando sigue la extracción de mineral, pero en algunas ocasiones disminuye en valores de aproximadamente de 10 m a 100 m. Para esto se propone mejorar *flowmarkIII.py*, añadiendo líneas de código dentro de este para lograr que esta altura de MZ siga aumentando. Actualmente para el funcionamiento de este código en *panel caving* se implementa con ciclos numéricos fuera de este código que lo recorren nuevamente cada vez que se incorporan o cierran nuevos puntos de extracción.
- Llevar a cabo la calibración de masa extraída de mineral. Esto es de los más relevantes ya que en el presente estudio no se consideró, si se logra calibrar, se podría comparar los resultados de esfuerzos verticales en función de la masa extraída, lo cual es un parámetro de entrada en la densidad aparente de MZ en el modelo numérico. Actualmente en el código, se puede calibrar el ancho y alto de MZ, pero no así la masa extraída de mineral.
- Realizar un mayor análisis en la ecuación de Janssen respecto a la variable de fricción entre partículas y paredes del modelo, μ . Esta se expresa usualmente por $\mu \cdot \sigma$, pero sólo es una función simple que es utilizada y no se ha ajustado completamente, por lo que requiere de un estudio de su comportamiento, con ello concluir si considerar esta función u otra para tener un mejor ajuste en los datos experimentales.
- Implementar una visualización en 3D de esfuerzos verticales en el modelo numérico. Actualmente en el código, se considera un análisis en 3D, pero no así su visualización, con ello se obtiene un mejor análisis en el modelo numérico.
- Realizar un mayor análisis en la ecuación de Janssen respecto a la variable μ . Proponer un estático y dinámico, el primero relacionado a los esfuerzos verticales iniciales y el segundo a los esfuerzos verticales en zonas de movimiento. Los postulados actuales de son funciones que en ocasiones no se ajustan bien, por lo que requiere de un estudio de su comportamiento, con ello concluir si considerar otra función para tener un mejor ajuste en los datos experimentales.

Las recomendaciones con menor grado de relevancia en esta investigación son:

- Mejorar el código para caso de tiraje múltiple en *panel caving*, para puntos de extracción considerados en cada extracción. Esto conduce a consecuencias en el número de simulaciones requeridas en algunas extracciones, por ejemplo, en el caso 3, en la extracción 450 incluye puntos de extracción abiertos de 1-12, pero en otras ocasiones de 1-16, lo cual, si se requiere considerar solo uno de ellos, se tendrá que realizar una mayor cantidad de simulaciones.
- Incluir bloques de estado 2 que forman parte de la zona de movimiento, pero no se consideran en el cálculo del volumen en dicha zona. Lo anterior no está incluido en este modelo, porque dicho cálculo es complejo de obtener debido a que de igual manera hay bloques de estado 2 pero que no están dentro de la MZ, si se logra implementar con un tiempo de simulación tolerable, ayudaría a una mejor aproximación al volumen real de la zona de movimiento. El volumen de MZ es un parámetro de entrada en la densidad aparente de MZ en el modelo numérico. A pesar de lo anterior, el cálculo actual del volumen en MZ es una buena aproximación al volumen real en MZ.
- Hacer un mayor análisis en el cálculo de esfuerzos verticales en MZ, considerando el parámetro de sobrecarga propuesto por Walker [34].
- Realizar experimentos con otros modelos físicos en tiraje aislado. Para que tenga mayor relevancia la conclusión sobre la influencia de la cercanía de la celda de carga del modelo físico respecto al punto de extracción considerado para extraer material, en los resultados de esfuerzos verticales en MZ entre el modelo numérico y físico. Por ejemplo, se podría hacer un análisis en el modelo físico de Castro [8].
- Realizar experimentos con otras estrategias en tiraje múltiple. Lo anterior para realizar casos ficticios, para resolver incógnitas como, ¿Qué pasaría si se realiza este tipo de extracción? ¿Cómo se comportan los esfuerzos verticales? ¿Dónde se genera mayor o menor sobrecarga? Por ejemplo, se podría hacer un análisis en otros experimentos que realizó el modelo físico de Canales [7].
- Implementar cambio uniforme de magnitud en la visualización de esfuerzos verticales, entre la cota que se encuentra la altura máxima de MZ y la que se encuentra siguiente a esta. Esto puede ocurrir debido a que se está calculando el radio hidráulico en MZ para todas las cotas en que se encuentra la MZ, como el radio hidráulico máximo alcanzado en MZ, si se calcula el radio hidráulico correspondiente a esa cota, sería un radio pequeño, así debiese ocurrir que no hay mucha redistribución de carga hacia la SZ, así se observaría un cambio más suave en el traspaso que hay en el cálculo de esfuerzos verticales en SZ considerado hasta la altura que alcanza la zona de movimiento, a los esfuerzos verticales iniciales arriba de dicha altura.
- Implementar variación de densidad aparente y radio hidráulico en MZ, por cada cota (cada 2 m) en la visualización de esfuerzos verticales. Actualmente se considera para la visualización, solo la variación de la profundidad de la roca hundida en que se encuentra cada cota del modelo.

- Realizar un mayor análisis a la zona estancada debido a que puede que haya una distribución de carga que sea mayor en algún punto que sea más cercano donde se está generando el flujo, por ejemplo, en un pilar.
- Calcular radio hidráulico en IMZ de forma más precisa. En el código actual, se calcula por medio de la razón entre el área y perímetro de IMZ considerando esta zona como una elipse, lo anterior es una buena aproximación, pero no exacta al radio hidráulico en IMZ real, ya que cuando la zona de movimiento choca con las paredes del modelo, pierde esta forma elíptica.
- Considerar el efecto arco de esfuerzos.
- Considerar el efecto de la migración de finos en los esfuerzos verticales.
- Recabar datos de mediciones de esfuerzos inducidos por flujo a escala de mina para validar los resultados obtenidos en esta investigación.



8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Brown E.T. 2003. *Block Caving Geomechanics, second edition*. JKMRC, The University of Queensland; pp. 229–287.
- [2] Flores G. 2014. *Future Challenges and Why Cave Mining Must Change*. Caving 2014, 3rd International Symposium on Block and Sublevel Caving, Santiago, Chile, pp. 23-52.
- [3] Flores G. 2005. *Rock mass response to the transition from open pit to underground cave mining*. PhD Thesis, JKMRC School of Engineering the University of Queensland, pp 1-15.
- [4] Brown E.T. 2007. *Block Caving Geomechanics, second edition*. The International Caving Study 1997-2004, JKRMC University of Queensland. Chapters 1, 5-7.
- [5] Sahupala H., Brannon C., Annavarapu S. and Osborne K. 2008. *Recovery of extraction level pillars in the Deep Ore Zone (DOZ) block cave, PT Freeport Indonesia*. In: Massmin2008, 5th International Conference & Exhibition on Mass Mining Luleå. Sweden, 9-11 June.
- [6] Orellana L. 2012. *Evaluación de variables de diseño del sistema de minería continua a partir de experimentación en laboratorio*. Tesis para optar al grado de magíster en minería. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- [7] Canales J. 2016. *Análisis experimental de esfuerzos inducidos por flujo gravitacional en minería de block/panel caving*. Memoria para optar al título de ingeniera civil de minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.
- [8] Castro, R. 2006. *Study of mechanism of gravity flow for block caving*. The University of Queensland. Australia.
- [9] Paredes, P. 2012. *Mecanismos de entrada de dilución en minas de block/panel caving*. Tesis para optar al grado de magíster en minería. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- [10] Pierce M. 2009. *A model for gravity flow of fragmented rock in block caving mines*. The University of Queensland.
- [11] Melo, F., Vivanco, F., Fuentes, C. and Apablaza, V. 2008. *Kinematic model for quasi static granular displacements in block caving: Dilatancy effects on drawbody shapes*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol. 45, no. 2, pp. 248-259 (February).
- [12] Nedderman, RM. 1995. *The use of the kinematic model to predict the development of the stagnant zone boundary in the batch discharge of a bunker*. Chemical Engineering Science, vol. 50, pp. 959-965.
- [13] Kvapil, R. 1965. *Gravity flow of granular materials in hoppers and bins in mines - ii. coarse material*. In International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences; Geomechanics Abstracts, Volume 2, pp. 277-292. Pergamon.
- [14] Kvapil, R. 1992. *Sublevel Caving*. SME Mining Engineering Handbook, 2nd Edition.
- [15] Kvapil, R. 1965. *Gravity flow of granular materials in hoppers and bins*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, vol. 2, pp. 35-41.
- [16] Peters, D.C. 1984. *Physical Modelling of the Draw Behavior of Broken rock in Caving*. Quarterly of the Colorado School of Mines, pp. 1-48.

- [17] Laubscher, D. 1994. *Cave Mining – the state of the art*. Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy. 1994;94(10): 279–293.
- [18] Power, G. 2004. *Modelling granular flow in caving mines: large scale physical modeling and full scale experiments*. Tesis doctoral, The University of Queensland, Australia.
- [19] Laubscher, D. 2000. *A practical manual on Block Caving*. Prepared for International Block Caving Study (ICS). Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre and Itasca Consulting Group, Inc. The University of Queensland, Australia.
- [20] Jolley, D. 1968. *Computer simulation of the movement of ore and waste in an underground mine*. CIM.
- [21] Gustafsson, P. 1998. *Waste rock content variations during gravity flow in sublevel caving*. Doctoral Thesis, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden.
- [22] Susaeta, A. 2004. *Theory of gravity flow (part 1)*. Proceedings of MassMin 2004, Santiago, Chile.
- [23] Fairhurst C. 2017. *Some challenges of deep mining*. *Engineering*. 2017;3(4):527–537.
- [24] Trueman, R., Pierce, M. and Wattimena, R. 2002. *Quantifying Stresses and Support Requirements in the Undercut and Production Level Drifts of Block and Panel Caving Mines*. Minneapolis, USA: JKMRRC, The University of Queensland, Australia. Itasca Consulting Group.
- [25] Bartlett, P.J. and Croll, A. 2000. *Cave mining at premier mine*. In: Massmin 2000 Proceedings. Brisbane, Australia; 29 October – 2. November 2000:227–234.
- [26] Callahan M.F., Keskimaki K.W., Fronapfel L.C. 2008. *Constructing and operating Henderson's new 7210 production level*. In: Massmin 2008, 5th International Conference & Exhibition on Mass Mining. Lulea, Sweden; 9-11. June 2008:15–24.
- [27] Araneda O. and Sougarret A. 2008. *Lessons learned in cave mining at the El Teniente mine over the period 1997-2007*. In: Massmin 2008, 5th International Conference & Exhibition on Mass Mining. Lulea, Sweden; 9-11. June 2008:43–52.
- [28] Fernandez F., Evans P. and Gelson R. 2010. *Design and implementation of a damage assessment system at Argyle Diamond's block cave project*. In: Caving 2010, Proceeding of the Second International Symposium on Block and Sublevel Caving. Perth, Australia; 20-22. April 2010:65– 81.
- [29] Lett JL, Brunton I, Capes GW, 2016. *Undercutting to surface breakthrough – Cadia East panel cave (stage 1)*. In: Seventh International Conference & Exhibition on Mass Mining, Proceeding. Sydney, Australia; 9-11. May 2016:65–82.
- [30] Snyman L., Webster S., Samosir J. 2016. *E48 cave extension at Northparkes*. In: Seventh International Conference & Exhibition on Mass Mining, Proceeding. Sydney, Australia; 9- 11. May 2016, 111-117.
- [31] Lorig, LJ. 2000. *Relation between caved column height and vertical stress at the cave base*. Final Report, International Caving Study, ed. ET Brown, JKMRRC and Itasca Consulting Group, Inc.
- [32] Janssen, HA. 1895. *Experiments regarding grain pressure in silos*. *Zeitschrift Des Vereines Deutscher Ingenieure*. Vol. 39, no. 35, pp. 1045-1049. Translated from German by W Hustrulid and N Krauland in Proud to be miners (Proceedings, MassMin 2004, Santiago, August 2004, pp. 293-300), eds A Karzulovic and MA Alfaro, Minería Chilena, Santiago, pp. 201-214.

- [33] Reimbert, M. and Reimbert A., 1976. *SILOS Theory and Practice*. Trans Tech Publications, Vol. 1, No 3.
- [34] Walker D. 1966. *An approximate theory for pressures and arching in hoppers*. Chemical Engineering Science, pp. 975-997.
- [35] Pierce M. 2019. *Forecasting vulnerability of deep extraction level excavations to draw-induced cave loads*. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2019;11 (3):527–534.
- [36] Castro, R., Gómez, R., Pierce, M. and Canales, J. 2020. *Experimental quantification of vertical stresses during gravity flow in block caving*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 127.
- [37] Lorig, L.J. and Cundall, P. 2000. *Numerical simulation of particle flow using REBOP*. Final Report, International Caving Study, ed. ET Brown, JKMRMC and Itasca Consulting Group, Inc.
- [38] Jaky J. 1948. *Earth pressure – Pressure in silos*. In: Proceeding of the second international conference on soil mechanics and foundation engineering. Rotterdam; pp. 103-107.
- [39] Jenike A.W., Johanson J.R. and Carson J.W. 1973. *Bin loads—Part 3: mass-flow bins*. Journal of Engineering for Industry, pp. 6-12.
- [40] Pieper, K. 1969. *Investigation of silo loads in measuring models*. Journal of Engineering for Industry. pp. 365-372.
- [41] Nedderman R.M. 1992. *The method of differential slices*. In: Statics and Kinematics of Granular Materials. Cambridge: University Press, pp. 84-86.
- [42] Castro, R. and Whiten, W. 2007. *A new cellular automaton to model gravity flow in block caving based on physical modelling observations*. In APCOM 2007, pp. 233-241. Gecamin Ltda.
- [43] Lorig L., Gibson W., Avial J. and Cuevas J. 1995. *Gravity Flow Simulations with Particle Flow Code (PFC)*. Internat. Soc. for Rock Mech. News Journal, V3 N1 Summer 1995, pp. 18-27.
- [44] Cundall, P.A. and Strack, O.D. 1979. *A discrete numerical model for granular assemblies*. Geotechnique, Vol. 21, pp. 47–65.
- [45] Kloss C., Goniva C., Hager A., Amberger S. and Pirker S. 2012. *Models, Algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM*. Progress in Computational Fluid Dynamics, Vol. 12, pp. 140-152.
- [46] Diering, T. 2000. *PC-BC: A block cave design and draw control system*. In MassMin 2000, Brisbane, Australia, pp. 469-484. AusIMM.
- [47] Cundall P., Mukundakrishnan B. and Lorig, L. 2000. *REBOP (Rapid Emulator based on PFC3D) Formulation and User's Guide*. Brisbane: JKMRMC & ITASCA Consulting Group, Inc.
- [48] Pierce, M. 2008. *REBOP Version 3.1 For Block Caving User Guide*. Itasca Consulting Group, Inc.
- [49] Litwiniszyn, J. 1956. *Application of the equation of stochastic processes to mechanics of loose bodies*. Archivuum Mechaniki Stosowanej 8(4), 393-411.
- [50] Mullins, W. 1956. *Two-dimensional motion of idealized grain boundaries*. Journal of Applied Physics, pp. 900-904.
- [51] Sharrock, G., Beck D., Booth G. and Sandy M. 2004. *Simulating gravity flow in sub-level caving with cellular automata*. Proceedings of MassMin 2004, Santiago, Chile; pp. 189-194.
- [52] Alfaro M. and Saavedra J. 2004. *Predictive models for gravitational flow*. Proceedings of MassMin 2004, Santiago, Chile; pp. 179-184.

- [53] Castro R., González F. and Arancibia E. 2009. *Development of a gravity flow numerical model for the evaluation of drawpoint spacing for block/panel caving*. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy 109, 393–400.
- [54] Sharrock G., Beck D., Capes G. and Brunton I. 2012. *Applying coupled Newtonian Cellular Automata - Discontinuum Finite Element models to simulate propagation of Ridgeway Deeps Block Cave*. Proceedings of Massmin 2012, Sudbury, Canada.
- [55] Kozicki, J. and Tejchman, J. 2005. *Application of a cellular automaton to simulations of granular flow in silos*. Granular Matter, 45-54.
- [56] Miranda, O. 2012. *FlowSim: Simulador de flujo granular*. Informe Técnico. Alges, Universidad de Chile.
- [57] Valencia, M. 2014. *Desarrollo e implementación de FlowSim para su aplicación en Minería de block/panel caving*. Memoria para optar al título de ingeniera civil de minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.
- [58] González, R. 2014. *Desarrollo de FlowSim 3.0: Simulador de Flujo Gravitacional para minería de block/panel caving*. Memoria para optar al título de ingeniero civil de minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.
- [59] Fuentes, M. 2015. *Calibración y desarrollo de Flowsim mediante la utilización de trazadores inteligentes*. Memoria para optar al título de ingeniera civil de minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.
- [60] Castro R., Arancibia L., Guzman D. and Henriquez J. 2018. *Experiments and simulation of gravity flow in block caving through FlowSim*. pp. 313–322.
- [61] Pereira, M. 2020. *Simulación de alturas de interacción entre puntos de extracción a través de autómatas celulares*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Concepción, Departamento de Ingeniería Metalúrgica.
- [62] García F., Sierra J. y Guzmán V. 2007. *Simulación de sistemas para administración e ingeniería*. México: CECSA, pp. 109-114.
- [63] Pielke, RA. 1984. *Mesoscale Meteorological Modeling*. 1st edition, Academic Press, New York.

9. ANEXOS

9.1. Anexo A: Códigos

En este capítulo, se muestran los códigos utilizados para los resultados de esfuerzos verticales.

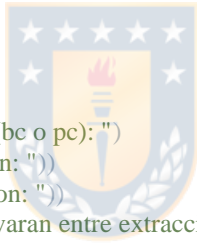
9.1.1. Simulador3D.py

#Código principal

```
import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from random import random
from math import sqrt
import csv
from BCCM import fragmentation
from MovementZone import geometry
from searchvoids import search
from schvoid import search2
from flowmarkIII import draw1
import pandas as pd
from time import time
import datetime
from color import col
from VLOAD import vstress
from VerticalStress import VerticalStress

method = input("Ingrese método de explotación (bc o pc): ")
min_ext = int(input("Ingrese la mínima extracción: "))
max_ext = int(input("Ingrese la máxima extracción: "))
dif_ext = int(input("Ingrese los tramos que se llevarán entre extracciones: "))
N = float(input("Ingrese N inicial: "))
N_final = float(input("Ingrese N final: "))
MVC = float(input("Ingrese MV inicial: "))
MVC_final = float(input("Ingrese MV final: "))
num_sim = int(input("Ingrese número de simulaciones: "))

for i in range(num_sim):
    mvc = MVC
    while mvc <= MVC_final:
        n = N
        while n <= N_final:
            ext = min_ext
            while ext <= max_ext:
                t0 = time()
#area:tamaño bloques en visualización 2D
                area = 50
#dcell:tamaño bloques en cada eje (m)
                dcell = [2,2,2]
                d1 = dcell[0] #mismo dcell para todos los ejes
                #densidad = 2000 #densidad aparente calibración
                #densidad = 1610 #densidad aparente Orellana (2012)
                densidad = 1420 #densidad aparente Canales (2016)
                print("\n")
                print('n° simulacion=',i+1)
                print('n=',n)
```



```

print('mv>',mvc)
print('ext=',ext)
#creacion de modelo de bloques inicial
#estados; 0: fijo, 1: vacio, 2: en movimiento, 3: pueden moverse
blockmodel = np.loadtxt('model.csv',dtype=float,skiprows=1)
x = blockmodel[:,0]
y = blockmodel[:,1]
z = blockmodel[:,2]
h = max(y)
l = max(x)
w = max(z) minx =
= min(x) miny =
min(y) minz =
min(z) centro = l
// 2 + d1
#cut_y = 50 #corte eje y calibración
#cut_y = 24 #corte eje y Orellana (2012)
cut_y = 240 #corte eje y tiraje aislado Canales (2016)
#cut_y = 20 #corte eje y Panel Caving Canales (2016)
# Ubicación punto de
extracción #block caving
if method == "bc":
    #PE = [[34,0,36]] #punto extracción calibración #PE
    = [[12,0,8]] #punto extracción Orellana (2012)
    PE = [[68,0,10]] #punto extracción tiraje aislado Canales
    (2016) PEx = PE[0][0]
    PEy = PE[0][1]
    PEz = PE[0][2]
#panel caving
elif method == "pc":
    PE = [[134,0,40],[130,0,30],[132,0,10],[128,0,0]] #PE 1 al 4
    PE02 = [[134,0,40],[130,0,30],[132,0,10],[128,0,0],[118,0,40],[114,0,30],[116,0,10],[112,0,0]] #PE 1 al 8
    PE03 =
[[134,0,40],[130,0,30],[132,0,10],[128,0,0],[118,0,40],[114,0,30],[116,0,10],[112,0,0],[102,0,40],[98,0,30],[100,0,10],[9
6,0,0]] #PE 1 al 12
    PE04 =
[[134,0,40],[130,0,30],[132,0,10],[128,0,0],[118,0,40],[114,0,30],[116,0,10],[112,0,0],[102,0,40],[98,0,30],[100,0,10],[9
6,0,0],[86,0,40],[82,0,30],[84,0,10],[80,0,0]] #PE 1 al 16
    PE05 =
[[134,0,40],[130,0,30],[132,0,10],[128,0,0],[118,0,40],[114,0,30],[116,0,10],[112,0,0],[102,0,40],[98,0,30],[100,0,10],[9
6,0,0],[86,0,40],[82,0,30],[84,0,10],[80,0,0],[70,0,40],[66,0,30],[68,0,10],[64,0,0]] #PE 1 al 20
    PE06 = [[118,0,40],[114,0,30],[116,0,10],[112,0,0],[102,0,40],[98,0,30],[100,0,10],[96,0,0],[86,0,40],[82,0,30],[84,0,10],[80,0,0
],[70,0,40],[66,0,30],[68,0,10],[64,0,0]] #PE 5 al 20
    PE07 = [[118,0,40],[114,0,30],[116,0,10],[112,0,0],[102,0,40],[98,0,30],[100,0,10],[96,0,0],[86,0,40],[82,0,30],[84,0,10],[80,0,0
],[70,0,40],[66,0,30],[68,0,10],[64,0,0],[54,0,40],[50,0,30],[52,0,10],[48,0,0]] #PE 5 al 24
    PE08 =
[[102,0,40],[98,0,30],[100,0,10],[96,0,0],[86,0,40],[82,0,30],[84,0,10],[80,0,0],[70,0,40],[66,0,30],[68,0,10],[64,0,0],[54,
0,40],[50,0,30],[52,0,10],[48,0,0],[38,0,40],[34,0,30],[36,0,10],[32,0,0]] #PE 9 al 28
    PE_final = [PE,PE02,PE03,PE04,PE05,PE06,PE07,PE08]
    PEx = PE[1][0]
    PEz = PE[1][2]
    PEy = PE[1][1]
#calculo de esfuerzos y aplicacion de fragmentacion primaria
vload = vstress(blockmodel, d1, densidad) / 1000000.0
size = [2.85, 1.59, 1.27, 0.65, 0.3]

```

```

FU = [1.0, 0.91, 0.78, 0.22, 0.05]
sizem = fragmentation(size, FU, vload)
frag50 = (sizem[3] * 10) / (h - miny)
print ('Mean size', frag50, 'm')
#busqueda de vacios y cambio de estado, generacion del flujo
#block caving
    if method == "bc":
        wr = -99
        num_extraction_total = ext * len(PE)
        blockmodel2 = draw1(blockmodel,PE,dcell,4,4,n,0,mvc,ext,frag50,-99,wr)
        blockmodel2a = blockmodel2[0]
#panel caving
#wr: zona inactiva (de no movimiento)
    elif method == "pc":
        WR = [108, 94, 74, 62, 57, 52, 35, 23]
        blockmodel2a = blockmodel
        extraction = ext
        num_extraction_total = 0
        for q in range(len(WR)):
            wr = WR[q]
            PEs = PE_final[q]
            blockmodel2 = draw1(blockmodel2a,PEs,dcell,4,4,n,0,mvc,extraction,frag50,-99,wr)
            blockmodel2a = blockmodel2[0]
            extraction = extraction - blockmodel2[3]
            num_extraction_total = num_extraction_total + blockmodel2[3] * len(PEs)
            if min(blockmodel2a[blockmodel2[4],0]) > wr:
                print("!!!!NO pasa a Wr= " + str(wr))
                break
        if q == 0:
            print("PE abiertos= 1-4")
        elif q == 1:
            print("PE abiertos= 1-8")
        elif q == 2:
            print("PE abiertos= 1-12")
        elif q == 3:
            print("PE abiertos= 1-16")
        elif q == 4:
            print("PE abiertos= 1-20")
        elif q == 5:
            print("PE abiertos= 5-20")
        elif q == 6:
            print("PE abiertos= 5-24")
        elif q == 7:
            print("PE abiertos= 9-28")
#MODELO DE BLOQUES FINAL
        bmodel=blockmodel2a
        statex = blockmodel2a[:,3]
        statez = blockmodel2a[:,3]
        statey = blockmodel2a[:,3]
        np.savetxt('finalmodel1a.txt',blockmodel2a,fmt='% .2f')
#posición (indi) y estado (state) de bloques con corte en x,y,z
        indx = [n1 for n1 in range(0,len(blockmodel)) if
            z[n1]==PEz+dcell[2]]
        indiz=[n2 for n2 in range(0,len(blockmodel)) if
            x[n2]==PEx+dcell[0]]
        indiy=[n3 for n3 in range(0,len(blockmodel)) if
            y[n3]==cut_y]
        statex = bmodel[indix,3]
        statez = bmodel[indiz,3]
        statey = bmodel[indiy,3]

```




```

#kk: vector posición de bloques vacíos (estado 1) y en movimiento (estado 2)
    kk=[ii for ii in range(0,len(bmodel)) if bmodel[ii,3]==2 or bmodel[ii,3]==1]
#Wmz y Hmz
    Mzone = geometry(bmodel,kk,dcell,PEx,PEz)
    WMzonex = Mzone[1]
    WMzonez = Mzone[2]
    HMzone = Mzone[0]
    print('Wx,imz =', WMzonex, 'm', 'Wz,imz =', WMzonez, 'm', 'H,imz =', HMzone, 'm')
#esfuerzo vertical inicial ( $\sigma_v$  o), en zona de movimiento ( $\sigma_v$  mz) y zona estancada ( $\sigma_v$  sz)
#se aplica Janssen (1895), se supone un elipsoide NO simétrico ( $a \neq b$ ), SIN sobrecarga para  $\sigma_v$  o y  $\sigma_v$ 
mz #se aplica Pierce (2009) para  $\sigma_v$  sz
    strategy = "interactive"
    if len(PE) == 1:
        strategy = "isolated"
    verticalstress = VerticalStress(blockmodel2a, d1, densidad, num_extraction_total, WMzonex, WMzonez,
HMzone, indx, indiz, indiy, statex, statez, statey, kk, PE, strategy)
#pinta estado de celdas
    colorx = list(statex)
    ci = 0
    while ci<len(indix):
        colorx[ci]=col(bmodel[indix[ci],3])
        ci=ci+1
    colorz = list(statez)
    ci = 0
    while ci<len(indiz):
        colorz[ci]=col(bmodel[indiz[ci],3])
        ci=ci+1
    color_y = list(statey)
    ci = 0
    while ci<len(indiy):
        color_y[ci]=col(bmodel[indiy[ci],3])
        ci=ci+1
#mostrar resultados análisis 3D en gráficos 2D de visualización flujo (para 1 extracción)
#para no mostrar gráficos, omitir línea de código plt.show()
#corte eje z
    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.title('Vista frontal, plano XY (Z=' + str(PEz+dcell[2]) + '[m])')
    plt.ylabel('Eje Y [m]')
    plt.xlabel('Eje X [m]')
    plt.axis([-2, 1 + 2, -2, h + 2])
    plt.grid()
    plt.scatter(x[indix], y[indix], s=area, c=colorx,marker='s', alpha=1)
    plt.show()
#corte eje x
    #plt.subplot(1, 2, 1) #para Orellana (2012)
    plt.subplot(1, 5, 2) #para Canales (2016)
    plt.title('Vista perfil, plano ZY (X=' + str(PEx+dcell[0]) + '[m])')
    plt.ylabel('Eje Y [m]')
    plt.xlabel('Eje Z [m]')
    plt.axis([-2, w + 2, -2, h + 2])
    plt.grid()
    plt.scatter(z[indiz], y[indiz], s=area, c=colorz, marker='s', alpha=1)
    plt.show()
#corte eje y
    #plt.subplot(2, 2, 1) #para Orellana (2012)
    plt.subplot(3, 2, 1) #para Canales (2016)
    plt.title('Vista planta, plano XZ (Y=' + str(cut_y) + '[m])')

```



```

plt.ylabel('Eje Z [m]')
plt.xlabel('Eje X [m]')
plt.axis([-2, 1 + 2, -2, w + 2])
plt.grid()
plt.scatter(x[indiy], z[indiy], s=area, c=colory, marker='s', alpha=1)
plt.show()
# Visualización  $\sigma_v$  (para 1 extracción)
#resultados análisis 3D en gráficos 2D de v
#para no mostrar gráficos, omitir línea de código plt.show()

#corte eje z
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.title('Vista frontal, plano XY (Z=' + str(PEz+dcell[2]) + '[m])')
plt.ylabel('Eje Y [m]')
plt.xlabel('Eje X [m]')
plt.axis([-2, 1 + 2, -2, h + 2])
plt.grid()
#graph_vload = plt.scatter(x[indix], y[indix], s=area, c=verticalstress[3], vmin=0, vmax=0.5,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #Orellana (2012)
graph_vload = plt.scatter(x[indix], y[indix], s=area, c=verticalstress[3], vmin=0, vmax=2.5,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #tiraje aislado Canales (2016)
#graph_vload = plt.scatter(x[indix], y[indix], s=area, c=verticalstress[3], vmin=0, vmax=3,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #panel caving Canales (2016)
plt.colorbar(graph_vload, label='Esfuerzo vertical [MPa]')
plt.show()
#corte eje x
#plt.subplot(1, 2, 1) #Orellana (2012)
plt.subplot(1, 5, 2) #Canales (2016)
plt.title('Vista perfil, plano ZY (X=' + str(PEx+dcell[0]) + '[m])')
plt.ylabel('Eje Y [m]')
plt.xlabel('Eje Z [m]')
plt.axis([-2, w + 2, -2, h + 2])
plt.grid()
#graph_vload = plt.scatter(z[indiz], y[indiz], s=area, c=verticalstress[4], vmin=0, vmax=0.5,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #Orellana (2012)
graph_vload = plt.scatter(z[indiz], y[indiz], s=area, c=verticalstress[4], vmin=0, vmax=2.5,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #tiraje aislado Canales (2016)
#graph_vload = plt.scatter(z[indiz], y[indiz], s=area, c=verticalstress[4], vmin=0, vmax=3,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #panel caving Canales (2016)
plt.colorbar(graph_vload, label='Esfuerzo vertical [MPa]')
plt.show()
#corte eje y
#plt.subplot(2, 2, 1) #Orellana (2012)
plt.subplot(3, 2, 1) #Canales (2016)
plt.title('Vista planta, plano XZ (Y=' + str(cut_y) + '[m])')
plt.ylabel('Eje Z [m]')
plt.xlabel('Eje X [m]')
plt.axis([-2, 1 + 2, -2, w + 2])
plt.grid()
#graph_vload = plt.scatter(x[indiy], z[indiy], s=area, c=verticalstress[5], vmin=0, vmax=0.5,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #Orellana (2012)
graph_vload = plt.scatter(x[indiy], z[indiy], s=area, c=verticalstress[5], vmin=0, vmax=2.5, marker='s',
cmap='jet', alpha=1) #tiraje aislado Canales (2016)
#graph_vload = plt.scatter(x[indiy], z[indiy], s=area, c=verticalstress[5], vmin=0, vmax=3,
marker='s', cmap='jet', alpha=1) #panel caving Canales (2016)
plt.colorbar(graph_vload, label='Esfuerzo vertical [MPa]')
plt.show()

```



```

t = time() - t0
print("tiempo Simulador3D = " + str(round(t, 2)) + " s")
ext += dif_ext
n += 1
mvc += 1
i += 1

```

9.1.2. BCCM.py

Fragmentación primaria

```

import numpy as np
import math as mt

```

```

def fragmentation(size, primary, sV):

```

```

    #parametros bccm

```

```

    S1E = 0.55

```

```

    a1 = 0.54

```

```

    a2 = 1.46

```

```

    a3 = 4.3

```

```

    tau = 0.2

```

```

    z1 = -2.67

```

```

    z2 = -3.01

```

```

    L = len(size) - 1

```

```

    #calcular 50 inicial

```

```

    d50i = ((0.5-primary[2])*(size[1]-size[2])/(primary[1]-

```

```

    primary[2]))+size[2] d50f = d50i

```

```

    deltad50 = 0

```

```

#vector de tamanos medios geometricos

```

```

    di = list(size)

```

```

    di[L] = size[L] / 2.0

```

```

    d = 0

```

```

    while d < L:

```

```

        di[d] = mt.sqrt(size[d]*size[d + 1])

```

```

        d = d + 1

```

```

#vector de funcion seleccion considerado carga vertical

```

```

    sii = 0

```

```

    si = list(size)

```

```

    while sii < L + 1:

```

```

        si[sii] = S1E * sV * mt.exp((z1 * mt.log(di[sii] / di[0])) + (z2 * ((mt.log(di[sii] / di[0])) ** 2)))

```

```

        sii = sii + 1

```

```

#vector de funcion Bi1 (ok)

```

```

    bii = 1

```

```

    Bi1 = list(size)

```

```

    Bi1[0] = 1.0

```

```

    while bii < L + 1:

```

```

        Bi1[bii] = (a1 * ((size[bii] / size[1]) ** a2)) + ((1 - a1) * ((size[bii] / size[1]) ** a3))

```

```

        bii = bii + 1

```

```

#matriz bij (ok)

```

```

    i = 0

```

```

    j = 1

```

```

    suma = 0.0

```

```

    bij = np.zeros([L + 1,L])

```

```

    while i < L:

```

```

        bij[i,0] = Bi1[i] - Bi1[i + 1]

```

```

        suma = bij[i,0] + suma

```



```

    i = i + 1
    bij[L,0] = 1.0 - suma
    suma2 = 0.0
    i = 1
    while j < L:
        while i < L:
            bij[i,j] = bij[i - 1, j - 1]
            suma2 = suma2 + bij[i,j]
            i = i + 1
        bij[L,j] = 1.0 - suma2
        i = 1
        suma2 = 0.0
        j = j + 1
#vector de frecuencia de tamanos fi (ok)
fi = list(primary)
u = 0
while u < L:
    fi[u] = primary[u] - primary[u + 1]
    u = u + 1
fi[L] = primary[L]
#matriz Aij
ii = 1
jj = 0
Aij = np.zeros([L + 1, L + 1])
Aij[0,0] = fi[0]
while jj < L + 1:
    while ii < L + 1:
        if ii < jj:
            Aij[ii,jj] = 0.0
        if ii > jj:
            k = jj
            sumak = 0
            while k < ii:
                sumak = bij[ii,k] * si[k] * Aij[k,jj] + sumak
                k = k + 1
            Aij[ii,jj] = sumak / (si[ii] - si[jj])
        if ii == jj:
            kk = 0
            sumakk = 0
            while kk < ii:
                sumakk = Aij[ii,kk] +
                sumakk
                kk = kk + 1

        ii = ii + 1
    ii = jj
    jj = jj + 1
#porcentajes masicos resultantes
mi = np.zeros(L + 1)
ni = 0
while ni < L + 1:
    nj = 0
    sumam = 0
    while nj < ni + 1:
        sumam = Aij[ni,nj] * mt.exp(-si[nj] * tau) + sumam
        nj = nj + 1
    mi[ni] = sumam
    ni = ni + 1

```



```

#FU resultante
fy = L - 1
CM = list(primary)
CM[L] = mi[L]
CM[0] = 1.0
while fy > 0:
    CM[fy] = mi[fy] + CM[fy + 1]
    fy = fy - 1
#d50 final y variacion
d50f = ((0.5 - CM[2])*(size[1] - size[2])/(CM[1] - CM[2])) +
size[2]
deltad50 = d50i - d50f
#print Bi1
#print mi
# print d50i
# print d50f
# print deltad50

return (si,Bi1,CM,deltad50)

```

9.1.3. VLOAD.py

```

import numpy as np
import math as mt
from MovementZone import geometry

```

```

#logica para calcular esf en la base del material particulado
def vstress(model, d, dens):
    #anglefric = 35 #ángulo fricción calibración
    #fricwall = 25 #ángulo fricción con paredes calibración
    #anglefric = 28.9 #Orellana (2012)
    #fricwall = 19.7 #Orellana (2012)
    anglefric = 39 #Canales (2016)
    fricwall = 25 #Canales (2016)
    af = anglefric * mt.pi / 180
    afw = fricwall * mt.pi / 180
    #radio hidraulico inicial (Rh o)
    l = max(model[:,0]) - min(model[:,0]) + d #+d porque x en csv termina 2m antes
    h = max(model[:,1]) - min(model[:,1]) + d #+d porque y en csv termina 2m antes
    w = max(model[:,2]) - min(model[:,2]) + d #+d porque z en csv termina 2m
    antes rh0 = (w * l) / (2 * (w + l))
    #k
    k = (1 - mt.sin(af)) / (1 + mt.sin(af)) #Nedderman (1992) caso activo ( $\sigma_h < \sigma_v$ )
    #k = (1 - mt.sin(af) * mt.cos(mt.asin(mt.sin(afw) / mt.sin(af)) - afw)) / (1 + mt.sin(af) * mt.cos(mt.asin(mt.sin(afw) /
    mt.sin(af)) - afw)) #Walker 1966 caso activo ( $\sigma_h < \sigma_v$ )
    #k = 1 - mt.sin(af) #Jaky (1948)
    #k = (1 - mt.sin(af)**2) / (1 + mt.sin(af)**2) #Walker (1966)
    #esfuerzo vertical inicial ( $\sigma_o$ )
    sv0 = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h * k * (mt.tan(afw)))) / rh0))
    #sv0 = 3440507.07 # $\sigma_o$  experimento 1-A Canales (2016)
    #esfuerzo horizontal inicial
    sh0 = sv0 / k
    #esfuerzo tangencial inicial
    st0 = sh0 * mt.tan(afw)

    #print("maxX - minX = " + str(l) + " m")
    #print("maxY - minY = " + str(h) + " m")
    #print("maxZ - minZ = " + str(w) + " m")

```



```

#print("A o = " + str(round(1*w)) + " m2")
#print("P o = " + str(round(2*(1+w))) + " m")
#print("Rh o = " + str(round((1*w)/(2*(1+w)), 2)) + " m")
#print("k = " + str(round(k, 2)))
#print("σ initial = " + str(round(sv0/1000000, 2)) + " MPa")

```

```
return sv0
```

9.1.4. flowmarkIII.py

Flujo del material
#este codigo ya NO realiza busqueda de bloques sino que calcula las coordenadas de cada bloque #funciona con modelo de bloques en formato txt y csv

```

from searchvoids import search
from schvoid import search2
from random import random
from BCCM import fragmentation
import numpy as np
import math as mt
from time import time
from itertools import repeat
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.colors

```

#genera el flujo de celdas vacias
#estados 0:fijo 1:vacio 2:en movimeinto 3:pueden moverse (4:finos pueden moverse) def
draw1(bmodel,PE,dcell,ancho,largo,n,m,mvc,extractions,conminution,simula,wr): #dcell:
diámetro de bloque con sus dimensiones (este caso 2 [m])

```

t1= time()
d1x=dcell[0]
d1y=dcell[1]
d1z=dcell[2]
size = [2.85, 1.59, 1.27, 0.65, 0.3]
FU =[1.0, 0.91, 0.78, 0.22, 0.05]
size2=size*len(bmodel)
FU2=[FU]*len(bmodel)
FU3=FU2

```

#distancias celdas superiores

```

d2xz = mt.sqrt((d1x*d1x)+(d1z*d1z))
d2xy = mt.sqrt((d1x*d1x)+(d1y*d1y))
d2yz = mt.sqrt((d1y*d1y)+(d1z*d1z))
d3 = mt.sqrt((d1x*d1x)+(d1y*d1y)+(d1z*d1z))

```

#/d1: para normalizar y que vaya de 1 en 1 y no dcell en dcell (asi funciona código)

```

x = list(set(bmodel[:,0]/d1x))
y = list(set(bmodel[:,1]/d1y))
z = list(set(bmodel[:,2]/d1z))
a1 = 1
b1 = len(x)
c1 = len(z)*b1
cc2=0

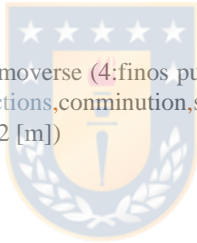
```

#n=f(d) m =f(d50), se definen antes como parámetros de entrada #n = 2

```

#m = 10
#n de vacios min mvc+1
h=max(bmodel[:,1])
ul=0

```



```

void8=np.zeros((len(bmodel),1))
#probabilidad
p1 = 0.2/2.5
p2 = 0.3/2.5
p3 = p1
p4 = p2
p5 = 0.5/2.5
p6 = p2
p7 = p1
p8 = p2
p9 = p1
p01 = p1
p02 = p2
p03 = p3
p04 = p4
p05 = p5
p06 = p6
p07 = p7
p08 = p8
p09 = p9
r = 0
k=0
eee2=0
eee3=0
d12=[d3,d2xy,d3,d2yz,d1y,d2yz,d3,d2xy,d3]
#masafino = 0
ext = extractions
void = 0
mpp=list(range(0,len(bmodel)))
mposic = np.zeros((len(bmodel),8),dtype=int)#bloques = cota
mpossc = np.zeros((len(bmodel),9),dtype=int)#bloques > cota
#PE: punto de extracción con sus respectivas dimensiones
PEx=int(PE[0][0]/d1x)
PEy=int(PE[0][1]/d1y)
PEz=int(PE[0][2]/d1z)
#ancho,largo: dimensiones del PE
tp1=int(largo/d1z)
tp2=int(ancho/d1x)
c=1
d=4
#perten: es pertenencia, guarda hacia que PE esta asociado cada bloque (ayuda medir interacción entre PE)
#kk0: rango de posiciones de bloques coordenadas
#define rango distancia x,y,z en que estara un bloque que se va a
extraer #iezi: guarda bloques que se extraen para definir IEZ #-99: para
iniciar el valor
perten=-99*np.ones((len(bmodel),1))
kk0x=list(range(PEx,PEx+tp2))
kk0y=list(range(PEy,PEy+2))
kk0z=list(range(PEz,PEz+tp1))
kk0=[[0,0,0]*len(kk0x)*len(kk0y)*len(kk0z)
kk02=[0]*len(kk0)
contador=0
mpmx=[max(kk0x),min(kk0x)]
mpmz=[max(kk0z),min(kk0z)]
iezi=[-99]*len(bmodel)
for kk in range(len(kk0y)):
    for ll in range(len(kk0x)):

```



```

    for zzz in range(len(kk0z)):
        kk0[contador]=[kk0x[ll],kk0y[kk],kk0z[zzz]]
        kk02[contador]=a1*kk0x[ll]+c1*kk0y[kk]+b1*kk0z[zzz]
        iezi[kk02[contador]]=1
        contador=contador+1
#extraido: guarda extracciones de tonelaje
void2= np.array(sorted(kk02))
void2m=kk0
extraido=[-99]*(len(void2)*ext+0)
extraido3=np.array(np.zeros((1,9)))
leyy=[-99]*(len(void2)*ext+0)
void9=void8
perten[void2]=1*np.ones((len(void2),1))
abccd=0
abcd1=0
th=0
tiez=0
#for hace trabajo principal del código (razonamiento for en Anexos Matías Pereira (2020)
for ij in range(1,len(PE)):
    PEx=int(PE[ij][0]/d1x)
    PEy=int(PE[ij][1]/d1y)
    PEz=int(PE[ij][2]/d1z)
    kk0x=list(range(PEx,PEx+tp2))
    kk0y=list(range(PEy,PEy+2))
    kk0z=list(range(PEz,PEz+tp1))
    kk0=[[0,0,0]]*len(kk0x)*len(kk0y)*len(kk0z)
    kk02=[0]*len(kk0)
    contador=0
    pmpx=[max(kk0x),min(kk0x)]
    pmpz=[max(kk0z),min(kk0z)]
    for kk in range(len(kk0y)):
        for ll in range(len(kk0x)):
            for zzz in range(len(kk0z)):
                kk0[contador]=[kk0x[ll],kk0y[kk],kk0z[zzz]]
                kk02[contador]=a1*kk0x[ll]+c1*kk0y[kk]+b1*kk0z[zzz]
                contador=contador+1
    b=np.array(kk02)
    bb=np.array(kk0)
    perten[kk02]=(ij+1)*np.ones((len(kk02),1))
    void2=np.concatenate((void2, b), axis=0)
    void2m=np.concatenate((void2m, bb), axis=0)
#dilo: guarda intercambio de bloques (ayuda a que bloque se intercambio con cual)
dilo=list(range(len(bmodel)))
dilo2=dilo
leyex=bmodel[:,8]
leyex2=bmodel[:,8]
frag=bmodel[:,4]
frag2=bmodel[:,4]
extraido[0:len(void2)]=void2
leyy[0:len(void2)]=bmodel[void2,8]
eee=0
void5=void2
void3=void2
void4=np.array(void2)
bmodel[void2,3]=np.ones((1,len(void2)))
#bmodel[:,9]=perten[:,0] #se omitio por código
VerticalStress.py iii=1

```




```

possc=[0]*9
posic=[0]*8
void6=[-1]*2
audio=0
audio2=0
void55=np.array(void5)
#bmodel[:,9]=perten[:,0] #se omitio por código VerticalStress.py
abcd3=0
abcd2=0
#d1d1: analiza la distancia (ayuda registrar que se esta moviendo alrededor del bloque)
#-1 se esta moviendo en coord anterior al bloq, 0 misma coord del bloq, 1 coord siguiente al bloq
for v in range(len(void2)):
    d1d1=[-1,0,1]
    conta=0
    conta2=0
    for ab in d1d1:
        for abc in d1d1:
            possc[conta]=(void2m[v][0]+ab)*1+c1*(void2m[v][1]+1)+b1*(void2m[v][2]+abc)
            if (void2m[v][0]+ab)>max(x) or\
                (void2m[v][0]+ab)<min(x) or\
                (void2m[v][1]+1)>max(y) or\
                (void2m[v][1]+1)<min(y) or\
                (void2m[v][2]+abc)>max(z) or\
                (void2m[v][2]+abc)<min(z):
                possc[conta]=-1
            conta=conta+1
            if ab==0 and abc ==0:
                conta2=conta2-1
            else:
                posic[conta2]=(void2m[v][0]+ab)*1+c1*(void2m[v][1]+1)+b1*(void2m[v][2]+abc)
                if (void2m[v][0]+ab)>max(x) or\
                    (void2m[v][0]+ab)<min(x) or\
                    (void2m[v][2]+abc)>max(z) or\
                    (void2m[v][2]+abc)<min(z):
                    posic[conta2]=-1
                conta2=conta2+1
            mpossc[void2[v],:]=possc
            mposic[void2[v],:]=posic
m22=[1000]
#ext-1: porque se habia hecho 1 ext antes
#m22: guarda cantidad de vacíos alrededor del vacío
num_extraction = 0
for i in repeat(None,ext-1):
    p=0
    v=0
    a = np.array(void5)
    b = np.array(void3)
    void4=np.concatenate((void4,b),axis=0)
    void4=sorted(list(set(void4)))
    void2=np.concatenate((a, b), axis=0)
    void2=sorted(list(set(void2)))
    m22=[None]*len(void2)
    void3=void2
    bmodel[void2,3]=np.ones((1,len(void2)))
    v1=0
    eee2=eee
    while v1<len(void2):

```



```

d1d1=[-1,0,1]
conta=0
conta2=0
#mm: guarda vacío usado en dicha iteración
#v22m: define un vector con las coord de cada bloq
for ab in d1d1:
    for abc in d1d1:
        mm=void2[v1]
        aic2=mm
        v22m=[int(mm-c1*int(mm/c1)-\
b1*(int((mm-c1*int(mm/c1))/b1))),\
int(mm/c1),int((mm-c1*int(mm/c1))/b1)]
        possc[conta]=(v22m[0]+ab)*1+c1*(v22m[1]+1)+b1*(v22m[2]+abc)
        if possc[conta]>len(bmodel) or (v22m[0]+ab)>max(x) or\
(v22m[0]+ab)<min(x) or\
(v22m[1]+1)>max(y) or (v22m[1]+1)<min(y) or\
(v22m[2]+abc)>max(z) or\
(v22m[2]+abc)<min(z):
            possc[conta]=-1
        conta=conta+1
        if ab==0 and abc ==0:
            conta2=conta2-1
        else:
            posic[conta2]=(v22m[0]+ab)*1+\
c1*(v22m[1]+1)+b1*(v22m[2]+abc)
            if posic[conta2]>len(bmodel) or\
(v22m[0]+ab)>max(x) or\
(v22m[0]+ab)<min(x) or\
(v22m[2]+abc)>max(z) or (v22m[2]+abc)<min(z):
                posic[conta2]=-1
            conta2=conta2+1
    r=0
    aux = search2(bmodel,possc,posic)
    mv=aux[0]
    m22[v1]=mv[0]
    pos=aux[1]
    if bmodel[void2[v1],3] == 1 and mv[0] > mvc:
        audio2=audio2+1
#ve si todos los bloques superiores son vacios
if mv[1] + mv[2] + mv[3] + mv[4] + mv[5] + mv[6] + mv[7] + \
mv[8] + mv[9] == 9:
    #print('hola')
    r=99
    pass
#ve si al menos un bloque superior puede bajar?
if mv[1] * mv[2] * mv[3] * mv[4] * mv[5] * mv[6] * \
mv[7] * mv[8] * mv[9] == 0 :
    denominador = (d12[0]**-n)+(d12[1]**-n)+(d12[2]**-n)+\
(d12[3]**-n)+(d12[4]**-n)+\
(d12[5]**-n)+(d12[6]**-n)+(d12[7]**-n)+(d12[8]**-n)
    p1 = (d12[0]**-n) / denominador
    p2 = (d12[1]**-n) / denominador
    p3 = (d12[2]**-n) / denominador
    p4 = (d12[3]**-n) / denominador
    p5 = (d12[4]**-n) / denominador
    p6 = (d12[5]**-n) / denominador
    p7 = (d12[6]**-n) / denominador

```



```

p8 = (d12[7]**-n)/denominador
p9 = (d12[8]**-n)/ denominador
p01=p1
p02=p2
p03=p3
p04=p4
p05=p5
p06=p6
p07=p7
p08=p8
p09=p9
#se evita intercambio vacio-vacio
#zero[im-1]==0: no se deberia estar ocupandose en esta
condición zero=np.ones((9,1))
for im in range(1,10):
    if pos[im-1]==-1 or mv[im]==1 or zero[im-1]==0:
        if im==1:
            p1=0
        if im==2:
            p2=0
        if im==3:
            p3=0
        if im==4:
            p4=0
        if im==5:
            p5=0
        if im==6:
            p6=0
        if im==7:
            p7=0
        if im==8:
            p8=0
        if im==9:
            p9=0
p12=[0,p1,p1+p2,p1+p2+p3,p1+p2+p3+p4,p1+p2+p3+p4+p5,\
p1+p2+p3+p4+p5+p6,\
p1+p2+p3+p4+p5+p6+p7,p1+p2+p3+p4+p5+p6+p7+p8,\
p1+p2+p3+p4+p5+p6+p7+p8+p9]
p12=list(np.array(p12)/p12[9])
#print(p12)
p=random()
for ii in range(9):
    if r < 1.0:
        if p12[9]==0:
            print('hola',p12[9],p12,mv)
        if p < p12[ii+1] and p >= p12[ii]:
            dilo[void2[v1]]=dilo2[pos[ii]]
            perten[pos[ii]]=perten[void2[v1]]
            dilo2[pos[ii]]=void2[v1]
            leyex[void2[v1]]=leyex2[pos[ii]]
            leyex2[pos[ii]]=-99
        for alau in void5:
            if void2[v1]==alau:
                lp=np.array([dilo[void2[v1]]])
                iezi[int(lp)]=1
                void55=np.concatenate((void55,lp),axis=0)
                void55=list(set(void55))

```



```

        bmodel[void2[v1],3] = 2
        bmodel[pos[ii],3] = 1
        void3[v1]=pos[ii]
        frag[void2[v1]]=frag2[pos[ii]]
        frag2[pos[ii]]=-99

    p1=p01
    p2=p02
    p3=p03
    p4=p04
    p5=p05
    p6=p06
    p7=p07
    p8=p08
    p9=p09
    v1=v1+1
    eee4=eee2+1
    b = np.array(void3)
    boid4=np.concatenate((void4,b),axis=0)
    boid4=sorted(list(set(boid4)))
    void8[boid4]=1+void8[boid4]
    iiii=iiii+1
#condición if, solo para extracción Panel Caving
#wr: zona inactiva (de no movimiento)
#num_extraction: guarda cantidad de extracciones por periodo definido por wr #si
min(bmodel[void3, 0]) <= wr entonces termina la iteración en flowmarkIII.py
    num_extraction += 1
    if (min(bmodel[void3, 0]) <= wr) and (wr != -99):
        #print("minX void3= " + str(min(bmodel[void3,0])))
        #print("maxY void3= " + str(max(bmodel[void3, 1])))
        print("Pasa a Wr= " + str(wr) + "!!!!")
        break
    flowmodel=bmodel
    blocksmoved = len(void4)
    flowmodel[:,8]=leyex
    flowmodel[:,4]=frag
    iii=0
    t2= time()-t1
    #print("tiempo flowmarkIII = " + str(round(t2, 2)) + " s")
    return flowmodel,void4,blocksmoved,num_extraction,void3

```



9.1.5. schvoid.py

```

# Cuenta vacíos

import numpy as np

def search2(model,position,positionic):
    var2=0
    nv=[1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5]
#>=0 para caso menos de 9 bloq (si bloq choca con pared del modelo entonces se asigna -1)
    positionic = [n for n in positionic if n >= 0]
    s1=[1 for n in range(0,len(positionic)) if model[round(positionic[n]),3] == 1]
    nv[0]=nv[0]+len(s1)
    s2=[n for n in range(0,len(position)) if model[round(position[n]),3] == 1]
    nv[0]=nv[0]+len(s2)
    nv[slice(10,20)]=model[position,4]
    for var2 in s2:

```

```

#>=0 para caso menos de 9 bloq (si bloq choca con pared del modelo entonces se asigna -1)
    if position[var2] >= 0:
        nv[var2+1]=1
        nv[var2+10]=model[position[var2],4]
    #else:
        #print('holo')
    return [nv,position]

```

9.1.6. MovementZone.py

```
# Geometria de zona de movimiento
```

```
import numpy as np
```

```
def geometry(model, kk, d, px, pz):
```

```
#Hmz
```

```
    q = 0
```

```
    x = px
```

```
    z = pz
```

```
    x1 = px
```

```
    x2 = x + d[0]
```

```
    z1 = z
```

```
    z2 = z + d[2]
```

```
    h = d[1]
```

```
    height = h
```

```
    #kk=[ii for ii in range(0,len(model)) if model[ii,3]==2 or
    model[ii,3]==1] hmz=max(model[kk,1])-min(model[kk,1])+d[1]
```

```
    #hmz2=hmz+min(model[kk,1])
```

```
#Wimz NO considerando una geometría 100% eliptica
```

```
    widthx = max(model[kk,0])-min(model[kk,0])+d[0]
```

```
    widthz = max(model[kk,2])-min(model[kk,2])+d[2]
```

```
#Wimz considerando una geometría 100% eliptica
```

```
#se mueve cerca de la mitad de hmz (para una elipse matematicamente el wmz,max debería estar en la mitad de la altura)
```

```
    #ii = [iii for iii in kk if model[iii,1] <= hmz * 0.5 + d[1] and model[iii, 1] >= hmz * 0.5 -
```

```
    d[1]] #widthx = max(model[ii, 0]) - min(model[ii, 0]) + d[0] #widthz = max(model[ii, 2]) -
```

```
    min(model[ii, 2]) + d[2]
```

```
    return [hmz, widthx, widthz]
```

9.1.7. color.py

```
# Pinta de color los estados de cada bloque del modelo final
```

```
import numpy as np
```

```
import math as mt
```

```
#0: fijo 1: vacio 2: en movimiento 3: pueden moverse
```

```
#0 rojo, 1 azul, 2 amarillo, 3, green
```

```
def col(c):
```

```
    if c == 0.0:
```

```
        r = 'red'
```

```
    if c == 1.0:
```

```
        r = 'blue'
```

```
    if c == 2.0:
```

```
        r = 'yellow'
```

```
    if c == 3.0:
```

```

r = 'green'
if c != 0 and c != 1 and c != 2 and c != 3:
    r = 'valor fuera de rango'
print(r)
return r

```

9.1.8. VerticalStress.py

```

#  $\sigma_v o$ ,  $\sigma_v m_z$ ,  $\sigma_v s_z$ 
# se aplica Janssen (1895), se supone un elipsoide NO simétrico ( $a \neq b$ ), SIN sobrecarga para  $\sigma_v o$  y  $\sigma_v m_z$ 
# se aplica Pierce (2009) para  $\sigma_v s_z$ 

import numpy as np
import math as mt
from time import time

def VerticalStress(model, d, dens, extract, wimzx, wimzz, himz, indx, indz, indiy, statex, statez, statey, block12, PE,
strategy):
    if extract != 0:
        t3 = time()
    # Ángulos de fricción
    #anglefric = 35 #ángulo fricción calibración
    #fricwall = 25 #ángulo fricción con paredes calibración
    #anglefric = 28.9 #Orellana (2012)
    #fricwall = 19.7 #Orellana (2012)
    anglefric = 39 #Canales (2016)
    fricwall = 25 #Canales (2016)
    af = anglefric * mt.pi / 180
    afw = fricwall * mt.pi / 180
    # Densidad aparente MZ ( $\rho_{mz}$ )
    # CALCULO DE VOLUMEN MEDIANTE CANTIDAD DE BLOQUES vacíos (1) + en movimiento
    (2)  $V_{imz} = \text{len}(\text{block12}) * d^{**3}$ 
    mo_imz = dens *  $V_{imz}$ 
    mextracted_imz = (extract *  $d^{**3}$ ) *
    dens if mo_imz >= mextracted_imz:
        m_imz = mo_imz -
    mextracted_imz else:
        m_imz = mo_imz
    dens_bulk_imz = m_imz /  $V_{imz}$ 
    # Radio hidráulico MZ ( $R_h m_z$ )
    # tiraje aislado
    if strategy == "isolated":
        rimzx = wimzx / 2
        rimzz = wimzz / 2
         $H = ((\text{rimzx} - \text{rimzz}) / (\text{rimzx} + \text{rimzz}))^{**2}$ 
         $A_{imz} = \text{mt.pi} * \text{rimzx} * \text{rimzz}$ 
        #perímetro elipse con fórmula Ramanujan II, con corrección Ramanujan II - Cantrell (error máximo de
        0,00145%)  $P_{imz} = \text{mt.pi} * (\text{rimzx} + \text{rimzz}) * (1 + ((3 * H) / (10 + \text{mt.sqrt}(4 - 3 * H)))) + ((4 / \text{mt.pi}) - (14 / 11)) *$ 
         $H^{**12}$  rh_imz =  $A_{imz} / P_{imz}$ 
    # tiraje interactivo
    elif strategy == "interactive":
        #promedio Amz de todas las cota en y (más representativo)
        y = model[block12, 1]
        block12_level = []
        block12_level_total = 0
        for j1 in range(0, int(himz), 2):
            levely = [n for n in range(0, len(y)) if y[n] == j1]

```



```

    block12_level_total += len(levely)
    A_imz = (block12_level_total / (himz / d)) * d**2
    #Pmz imponiendo figura rectangular de lado l1 y w
    w = max(model[:, 2]) - min(model[:, 2]) + d #+d porque z en csv termina 2m antes
    l1 = A_imz / w
    P_imz = 2 * (l1 + w)
    rh_imz = A_imz / P_imz
# k (k)
    k = (1 - mt.sin(af)) / (1 + mt.sin(af)) #Nedderman (1992) caso activo ( $\sigma_h < \sigma_v$ )
    #k = (1 - mt.sin(af) * mt.cos(mt.asin(mt.sin(afw) / mt.sin(af)) - afw)) / (1 + mt.sin(af) * mt.cos(mt.asin(mt.sin(afw)
/ mt.sin(af)) - afw)) #Walker 1966 caso activo ( $\sigma_h < \sigma_v$ )
    #k = 1 - mt.sin(af) #Jaky (1948)
    #k = (1 - mt.sin(af)**2) / (1 + mt.sin(af)**2) #Walker (1966)
# Radio hidraulico inicial (Rh o)
    l = max(model[:, 0]) - min(model[:, 0]) + d #+d porque x en csv termina 2m antes
    h = max(model[:, 1]) - min(model[:, 1]) + d #+d porque y en csv termina 2m antes
    w = max(model[:, 2]) - min(model[:, 2]) + d #+d porque z en csv termina 2m antes
    A_total = l * w
    P_total = 2 * (w + l)
    rh0 = A_total / P_total
# Area de zona estancada (A sz)

# CALCULOS { $\sigma_v$  o,  $\sigma_v$  mz,  $\sigma_v$  sz} EN LA BASE DEL MODELO
    SVimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-himz * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
    SVo = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h * k * (mt.tan(afw))) / rh0))
    SVsz = SVo + (A_imz / A_sz) * (SVo - SVimz)
# Sobrecarga (Q)
    dens_bulk_sz = dens
    h2 = h - himz
    rh_sz = rh0
    Qo = ((dens_bulk_sz * 9.81 * rh_sz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h2 * k * (mt.tan(afw))) / rh_sz))
# CALCULOS { $\sigma_v$  o,  $\sigma_v$  mz,  $\sigma_v$  sz} POR CADA COTA (dcelda=2[m])
#corte eje z
    color_vloadx = np.zeros((len(indix)), dtype=float)
    color_vloadx = list(color_vloadx)
    colorx = list(statex)
    for i1 in range(len(statex)):
        if colorx[i1] == 1 or colorx[i1] == 2:
            h3 = himz - model[indix[i1], 1]
            svimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h3 * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
            color_vloadx[i1] = svimz / 1000000
        elif (colorx[i1] == 0 or colorx[i1] == 3) and model[indix[i1], 1] <
            himz: h3 = himz - model[indix[i1], 1]
            svimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h3 * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
            h4 = h - model[indix[i1], 1]
            sv0 = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h4 * k * (mt.tan(afw))) /
            rh0)) svsz = sv0 + (A_imz / A_sz) * (sv0 - svimz)
            color_vloadx[i1] = svsz / 1000000
        elif colorx[i1] == 3 and himz <= model[indix[i1], 1]:
            h4 = h - model[indix[i1], 1]
            Q = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h4 * k * (mt.tan(afw))) /
            rh0)) color_vloadx[i1] = Q / 1000000
#corte eje x
    color_vloadz = np.zeros((len(indiz)), dtype=float)
    color_vloadz = list(color_vloadz)
    colorz = list(statez)
    for i1 in range(len(statez)):

```

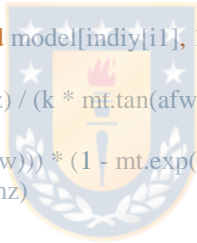
```

if colorz[i1] == 1 or colorz[i1] == 2:
    h3 = himz - model[indiz[i1], 1]
    svimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h3 * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
    color_vloadz[i1] = svimz / 1000000
elif (colorz[i1] == 0 or colorz[i1] == 3) and model[indiz[i1], 1] < himz:
    h3 = himz - model[indiz[i1], 1]
    svimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h3 * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
    h4 = h - model[indiz[i1], 1]
    sv0 = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h4 * k * (mt.tan(afw))) / rh0))
    svsz = sv0 + (A_imz / A_sz) * (sv0 - svimz)
    color_vloadz[i1] = svsz / 1000000
elif colorz[i1] == 3 and himz <= model[indiz[i1], 1]:
    h4 = h - model[indiz[i1], 1]
    Q = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h4 * k * (mt.tan(afw))) / rh0))
    color_vloadz[i1] = Q / 1000000
#corte eje y
color_vloady = np.zeros((len(indiy)), dtype=float)
color_vloady = list(color_vloady)
colory = list(statey)
for i1 in range(len(statey)):
    if colory[i1] == 1 or colory[i1] == 2:
        h3 = himz - model[indiy[i1], 1]
        svimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h3 * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
        Q = 0
        color_vloady[i1] = svimz / 1000000
    elif (colory[i1] == 0 or colory[i1] == 3) and model[indiy[i1], 1] < himz:
        h3 = himz - model[indiy[i1], 1]
        svimz = ((dens_bulk_imz * 9.81 * rh_imz) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h3 * k * (mt.tan(afw))) / rh_imz))
        h4 = h - model[indiy[i1], 1]
        sv0 = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h4 * k * (mt.tan(afw))) / rh0))
        svsz = sv0 + (A_imz / A_sz) * (sv0 - svimz)
        Q = 0
        color_vloady[i1] = svsz / 1000000
    elif colory[i1] == 3 and himz <= model[indiy[i1], 1]:
        svimz = 0
        svsz = 0
        h4 = h - model[indiy[i1], 1]
        Q = ((dens * 9.81 * rh0) / (k * mt.tan(afw))) * (1 - mt.exp((-h4 * k * (mt.tan(afw))) / rh0))
        color_vloady[i1] = Q / 1000000
# Tiempo simulación código
t4 = time() - t3
print("tiempo VerticalStress = " + str(round(t4, 2)) + " s")

#print("maxX - minX = " + str(l) + " m")
#print("maxY - minY = " + str(h) + " m")
#print("maxZ - minZ = " + str(w) + " m")
#print("Rh o = " + str(round((l*w)/(2*(l+w)), 2)) + " m")
#print("k = " + str(round(k, 2)))
print("σv o = " + str(round(SVo / 1000000, 2)) + " MPa")
print("m ext = " + str(round(mextracted_imz/1000, 2)) + " t")
print("pb mz = " + str(round(dens_bulk_imz/1000, 3)) + " t/m3")
print("Rh mz = " + str(round(rh_imz, 2)) + " m")
print("σv mz = " + str(round(SVimz/1000000, 2)) + " MPa")
print("σv sz = " + str(round(SVsz/1000000, 2)) + " MPa")
#print("Q = " + str(round(Qo / 1000000, 2)) + " MPa")

return (SVimz, SVsz, Qo, color_vloadx, color_vloadz, color_vloady)

```



9.2. Anexo B: Número de simulaciones

Para obtener el número de simulaciones se utiliza lo explicado por García et al. [62], se emplea la Ecuación 18. Se considera como variable de respuesta a analizar, un intervalo de confianza del 95 %, un error de estimación del 10 % de la variable y una repetición del test de 10 veces. En las siguientes tablas, se muestra el procedimiento empleado para diferentes extracciones:

Tabla 11: Número de simulaciones con 10 extracciones.

N=4/M=0/MV>3					
Test	[m]	σ [m]	Z	Error [m]	n°
1	18	1,28	1,96	1,80	1,94
2	18	1,28	1,96	1,80	1,94
3	16	1,28	1,96	1,60	2,46
4	18	1,28	1,96	1,80	1,94
5	16	1,28	1,96	1,60	2,46
6	16	1,28	1,96	1,60	2,46
7	16	1,28	1,96	1,60	2,46
8	14	1,28	1,96	1,40	3,21
9	18	1,28	1,96	1,80	1,94
10	16	1,28	1,96	1,60	2,46
Promedio	16,6	1,28	1,96	1,66	2,33

Tabla 12: Número de simulaciones con 50 extracciones.

N=4 / M=0 / MV>3					
Test	[m]	σ [m]	Z	Error [m]	n°
1	26	1,66	1,96	2,60	1,57
2	28	1,66	1,96	2,80	1,35
3	26	1,66	1,96	2,60	1,57
4	30	1,66	1,96	3,00	1,18
5	28	1,66	1,96	2,80	1,35
6	28	1,66	1,96	2,80	1,35
7	26	1,66	1,96	2,60	1,57
8	30	1,66	1,96	3,00	1,18
9	26	1,66	1,96	2,60	1,57
10	30	1,66	1,96	3,00	1,18
Promedio	27,8	1,66	1,96	5,56	1,39

Tabla 13: Número de simulaciones con 100 extracciones.

Extracción = 100 - N=4 / M=0 / MV>3					
Test	[m]	σ [m]	Z	Error [m]	n°
1	32	1,08	1,96	3,20	0,44
2	34	1,08	1,96	3,40	0,39
3	32	1,08	1,96	3,20	0,44
4	34	1,08	1,96	3,40	0,39
5	34	1,08	1,96	3,40	0,39
6	34	1,08	1,96	3,40	0,39
7	36	1,08	1,96	3,60	0,34
8	34	1,08	1,96	3,40	0,39
9	34	1,08	1,96	3,40	0,39
10	34	1,08	1,96	3,40	0,39
Promedio	33,8	1,08	1,96	6,76	0,39

El resultado del mínimo número de simulaciones es 3 el cual está dado en 10 extracciones. El autor ha considerado un número de simulaciones, $n = 5$ para esta investigación por cualquier error asociado que se pueda presentar.

9.3. Anexo C: Resultados de calibración de geometría IMZ

Mediante el uso de la Ecuación 17 y considerando un tamaño 50 de 1,15 m, se compararon gráficamente los datos experimentales para los diferentes y a los teóricos predichos por la ecuación cinemática de Nedderman [12]. En las siguientes figuras, se muestran los resultados para los diferentes y :

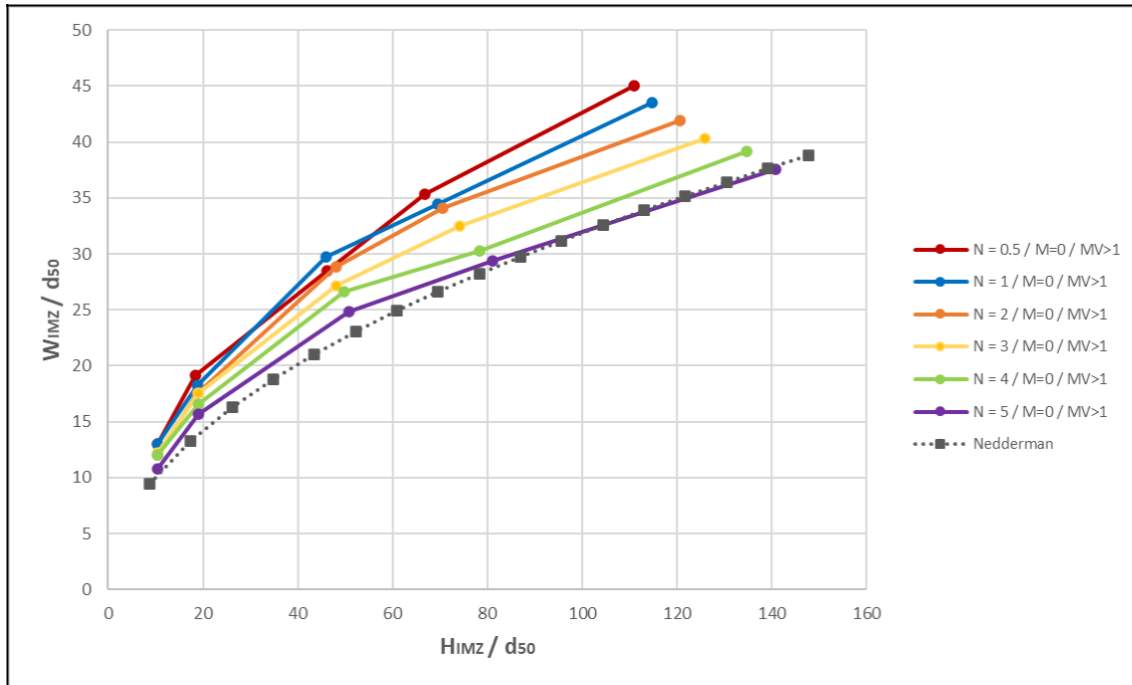


Figura 70: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento > con los diferentes respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12].

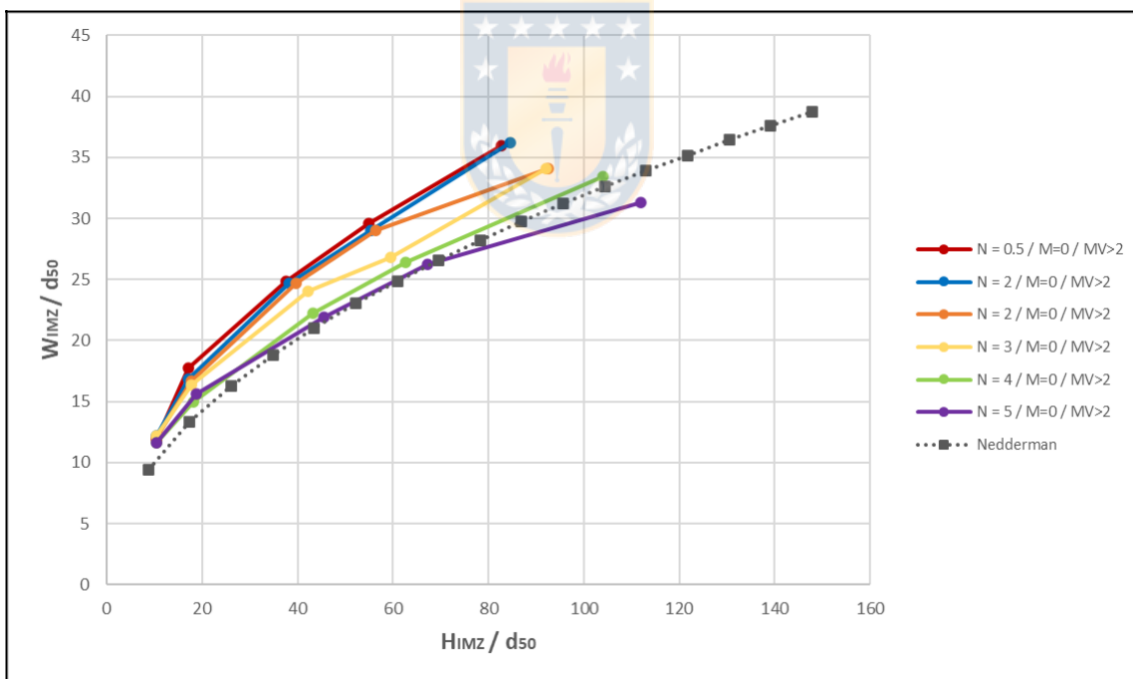


Figura 71: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento > con los diferentes respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12].

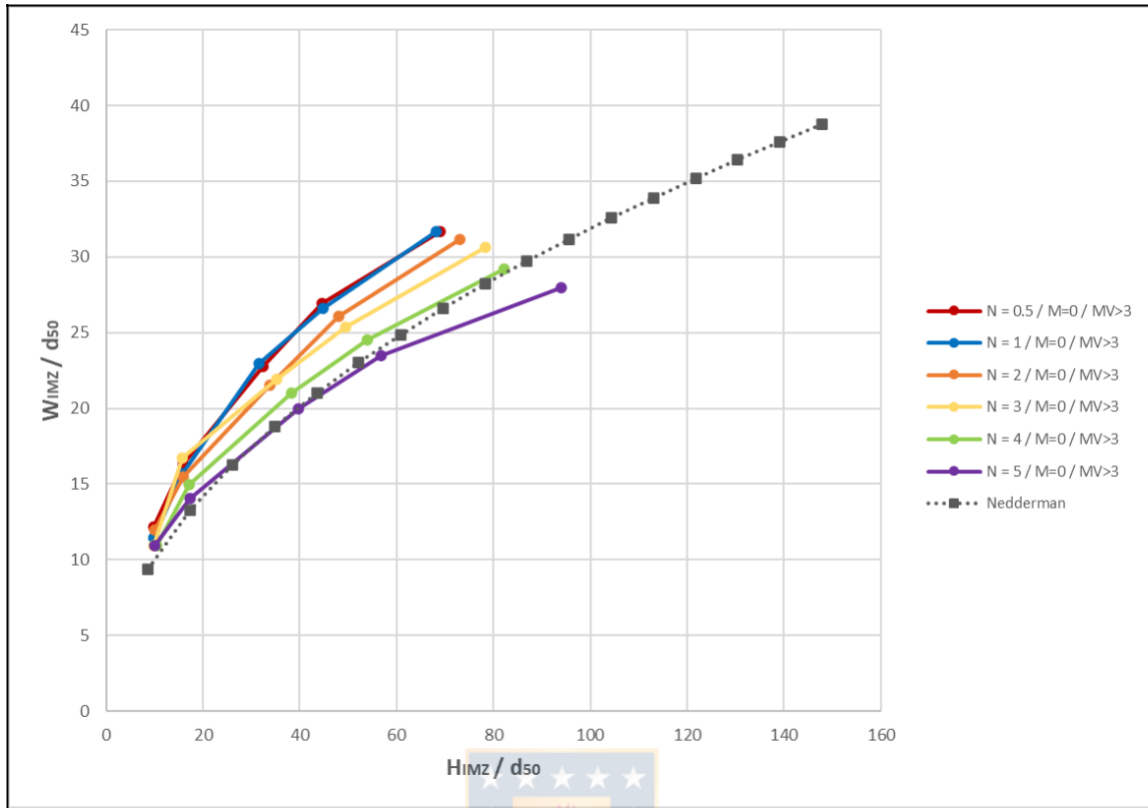


Figura 72: Comparación de las mediciones de la forma de IMZ (ancho vs alto) del experimento con los diferentes respecto a la forma de IMZ predicha por la teoría cinemática de Nedderman [12].

Se observan que los resultados para los diferentes y llevan a buenas aproximaciones según la ecuación cinemática de Nedderman. Los resultados para el caso = 4 y > 3 vistos en la Figura 72, son los más cercanos con un error asociado de 1,16 m correspondiente a un 6 %.

9.4. Anexo D: Densidad aparente de MZ y radio hidráulico de MZ

En este capítulo, se muestra el procedimiento empleado para cálculo de densidad aparente en MZ y radio hidráulico en MZ, estas son las variables principales para los resultados de esfuerzos verticales.

9.4.1. Variación densidad aparente,

A continuación, se explica el procedimiento realizado para calcular la variación de las variables ,

y .

Para obtener la variación de densidad aparente del material por pérdida de masa en la MZ, , está dado por:

$$= \text{_____} \quad (23)$$

Donde m es la masa en MZ (kg), dada por:

$$m = m_0 - m_e \quad (24)$$

La variable m_0 es la masa inicial en MZ en ese instante (kg), dada por:

$$m_0 = \rho_0 V_0 \quad (25)$$

La variable m_e es la masa extraída en ese instante (kg), dada por:

$$m_e = n V_c \rho \quad (26)$$

La variable n es la cantidad de extracciones en ese instante, V_c es el tamaño de celda y ρ es la densidad aparente inicial del material (caso estático). Por otro lado, V_0 es el volumen en MZ (m³), dado por:

$$V_0 = n_c V_c \quad (27)$$

Donde n_c es la cantidad de celdas dentro de MZ en el modelo numérico, dada por:

$$n_c = n_{vac} + n_{mov} \quad (28)$$

La variable n_{vac} es la cantidad de celdas en estado vacío en el modelo numérico y n_{mov} es la cantidad de celdas en estado en movimiento (movidas) en el modelo numérico.

El autor de esta investigación identifica que existen celdas en estado que aún pueden moverse (aún no han sido movidas), pero esta cantidad es poco representativa respecto a la cantidad total de celdas contenidas dentro de la MZ, lo que lleva al método implementado para la obtener es una buena aproximación.

Lo anterior se implementa tanto para el caso de tiraje aislado como múltiples con la única diferencia que para el primer caso se considera la cantidad de solo para un punto de extracción, y para el segundo para varios puntos de extracción.

9.4.2. Variación radio hidráulico,

Para obtener la variación de radio hidráulico en MZ, h , donde las áreas y perímetros son el lugar donde está el material hundido en una vista en planta, dada por:

$$h = \frac{A}{P} \quad (29)$$

9.4.2.1. Caso tiraje aislado

Para tiraje aislado se considera una forma de elipse producto de la geometría elipsoidal de la zona de movimiento aislada, lo cual el área en IMZ, (A_{IMZ}), está dado por:

$$A_{IMZ} = \pi a b \quad (30)$$

Donde a es el semieje mayor en la IMZ () y b es el semieje menor en la IMZ ().

Se utiliza Ramanujan II, con corrección Ramanujan II-Cantrell (error máximo de 0,00145%) para el cálculo del perímetro en IMZ, (), dado por:

$$P = (a + b) \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{a+b} + \frac{4}{15} \left(\frac{h}{a+b} \right)^2 - \frac{14}{15} \left(\frac{h}{a+b} \right)^3 \right] \quad (31)$$

Donde H es el parámetro equivalente a:

$$h = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

9.4.2.2. Caso tiraje múltiple (32)

Puesto que en tiraje múltiple no hay una forma definida producto de la interacción de las diferentes zonas de movimiento generadas por cada punto de extracción, por lo que el autor de esta investigación asume una forma rectangular debido a que los tipos de modelos para flujo gravitacional son de dicha geometría, obteniendo el y asumiendo diferentes situaciones particulares.

El se calculó utilizando la herramienta numérica, obteniendo el promedio de las diferentes áreas de movimiento en las cotas, puesto que es más representativo, con ello se lleva a un área de forma rectangular formada por el área de zona de movimiento calculada anteriormente. Como se asume una forma rectangular, el área en MZ, A_{MZ} , está dada por:

$$A_{MZ} = L \cdot W \quad (33)$$

Donde L es el largo del rectángulo formado por el área de la zona de movimiento () y W es el ancho del rectángulo formado por el área de la zona de movimiento (). Puesto que, en la mayoría de los modelos de flujo gravitacional, el ancho es de menor dimensión, lo cual hace que la MZ llegue prontamente a las paredes del modelo, por lo cual se asume que:

$$W = h \quad (34)$$

Lo anterior, lleva a obtener el parámetro h . Así, el perímetro en MZ, P_{MZ} , estará dado por:

$$P_{MZ} = 2L + 2h$$

El autor de esta investigación identifica que el método implementado para la obtención h de tiraje aislado y múltiple dan como resultado una buena aproximación.

(35)

en el caso

9.5. Anexo E: Tiempos de ejecución

Se realizó un análisis del desempeño en tiempo de ejecución, de los códigos Simulador3D.py y VerticalStress.py, considerando el modelo de bloques de Orellana [6] y Canales [7], para el número de extracciones en el modelo numérico realizadas en cada caso. En las siguientes figuras, se muestra el tiempo de ejecución para diferentes extracciones en cada caso de estudio:

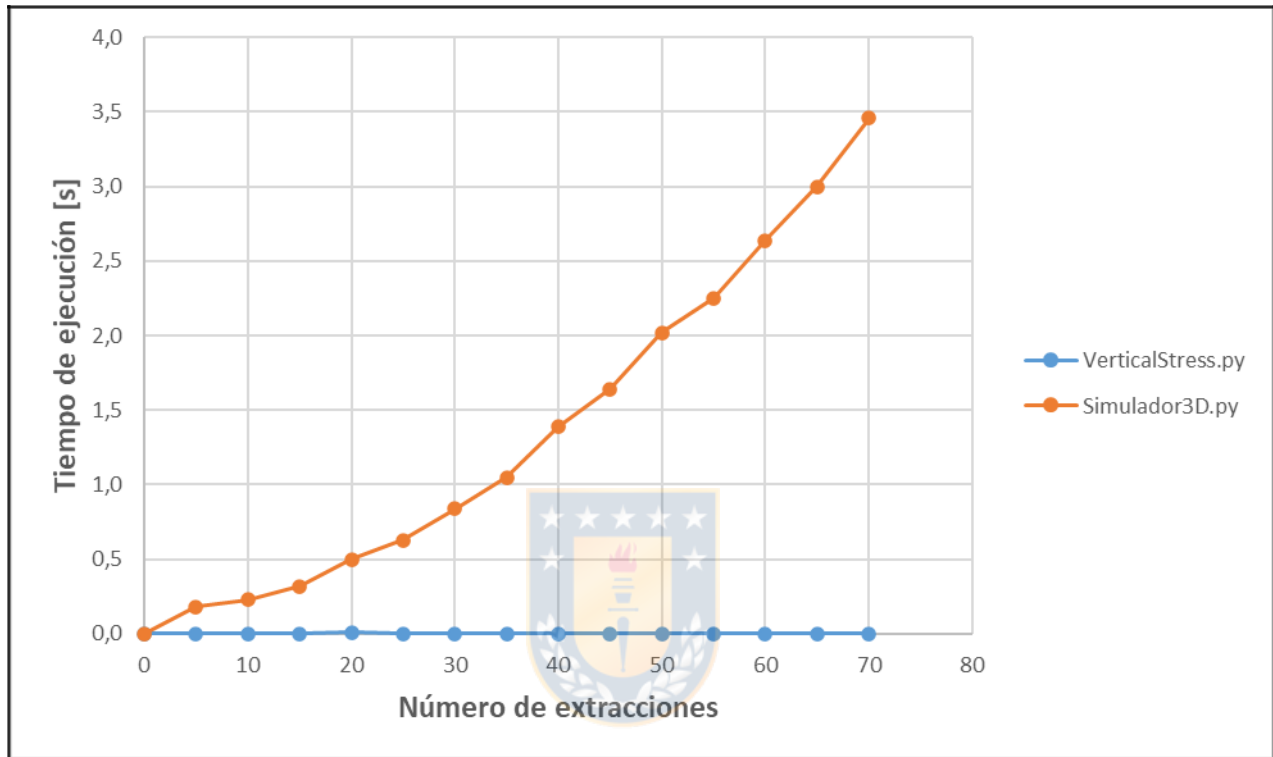


Figura 73: Tiempos de ejecución en función del número de extracciones – Caso 1: Tiraje Aislado de Orellana [6].

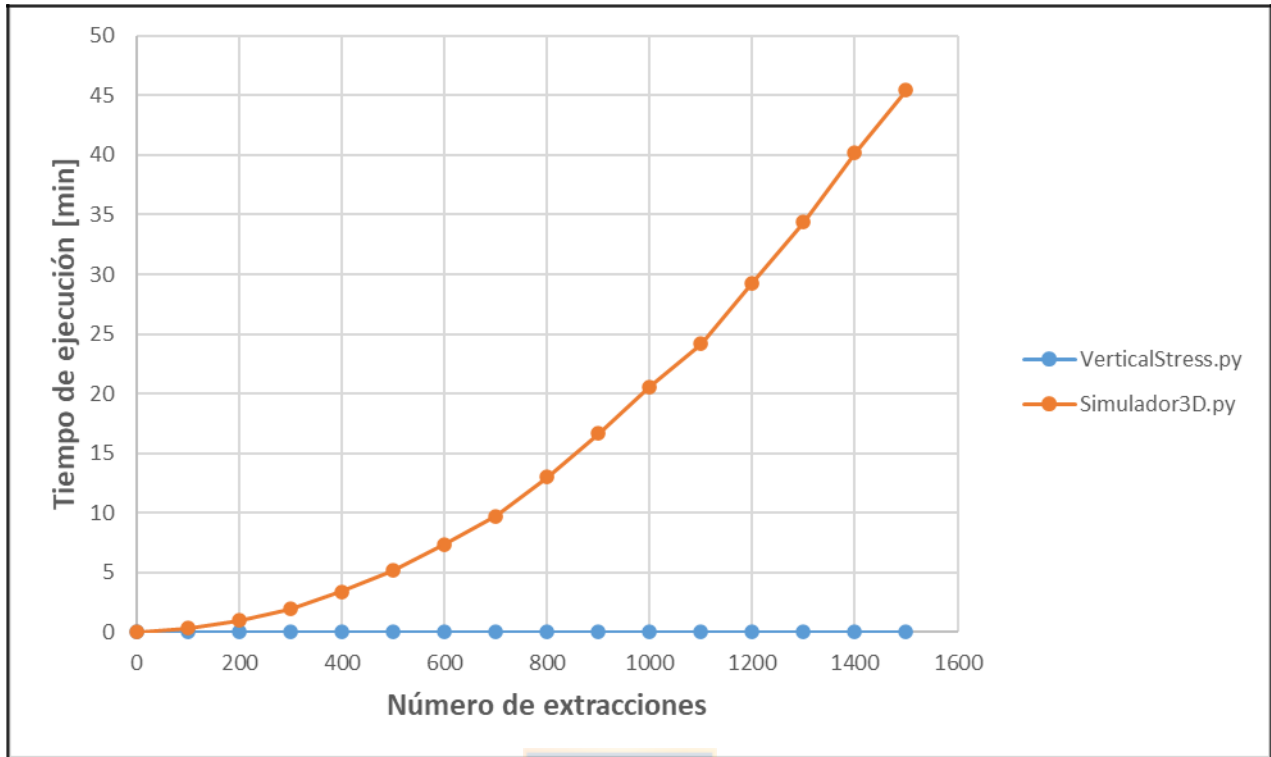


Figura 74: Tiempos de ejecución en función del número de extracciones – Caso 2: Tiraje Aislado de Canales [7].

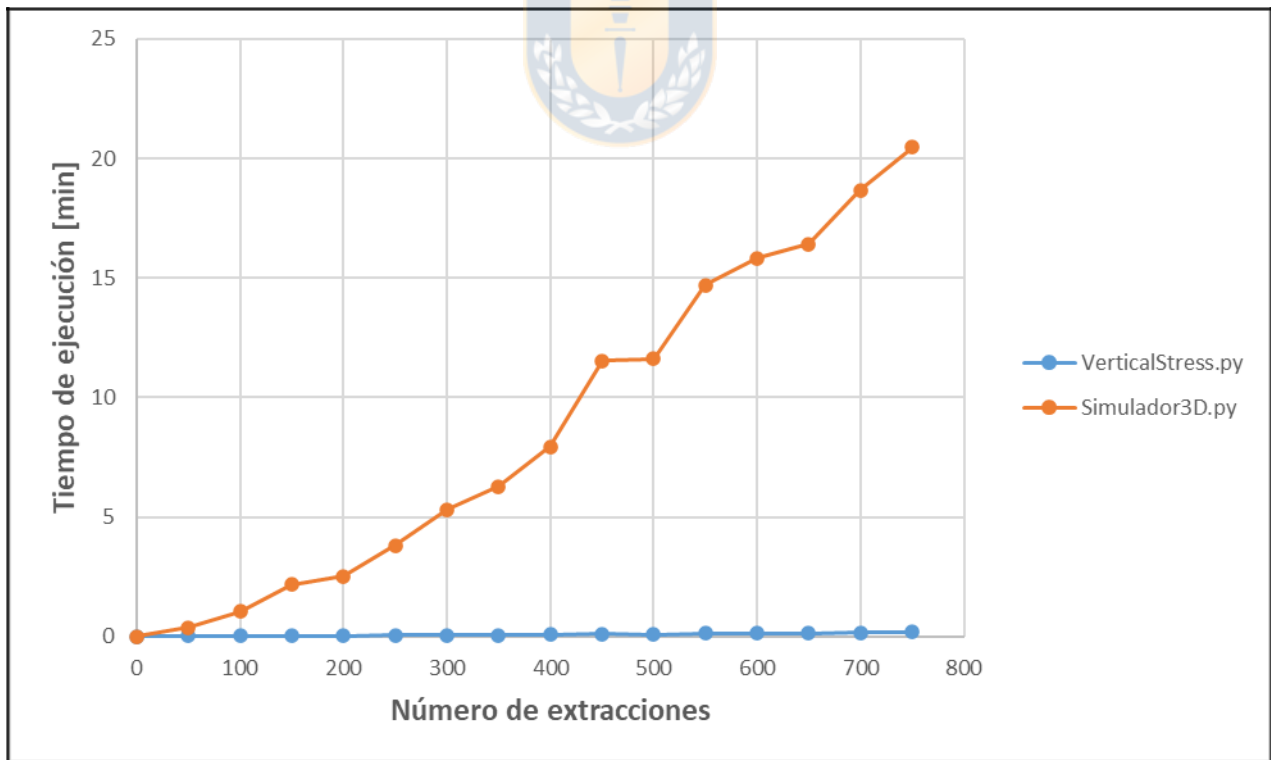





Figura 75: Tiempos de ejecución en función del número de extracciones – Caso 3: Tiraje Múltiple Panel Caving de Canales [7].

En el código VerticalStress.py, se observa que los resultados de sus tiempos de ejecución son significativamente bajos (tendiendo a 0 [min]), por lo que es una ventaja para seguir incorporando nuevos parámetros para el análisis de esfuerzos verticales, por otro lado, no es un código que influya considerablemente en los tiempos de ejecución del código principal Simulador3D.py, así es posible incorporar VerticalStress.py a pesar de que no se quiera estar evaluando para un análisis global.

Para el código principal Simulador3D.py, se observa que los resultados de tiempos de ejecución son significativamente bajos, lo cual hace que una de las ventajas de este modelo numérico sea la rapidez de las simulaciones.



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN - FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
 Hoja Resumen Memoria de Título

Título: "Modelamiento de esfuerzos verticales a través de autómatas celulares en minería de Block/Panel Caving".		
Nombre Memorista: Ignacio Alberto Puentes Uribe.		
Modalidad	Investigación	Profesor (es) Patrocinante (s)
Concepto	Muy Bueno	 Prof. René Gómez P.
Calificación	6.4	
Fecha	27-01-2021	
 Prof. FERNANDO PARADA		Ingeniero Supervisor:
		Institución:
Comisión		
 Prof^a. Asieh Hekmat		Ing. Lenin Arancibia G.
Resumen		
<p>Block y Panel Caving son métodos de explotación en minería subterránea por hundimiento en que el cuerpo mineralizado se derrumba naturalmente, por efecto de la gravedad y los esfuerzos inducidos, luego de haber sido socavado en su base. La propagación del hundimiento es un efecto de la inestabilidad interna del macizo rocoso, producto de la constante extracción del mineral desde el punto de extracción.</p> <p>En la actualidad, cada vez los yacimientos minerales se encuentran a mayores profundidades y la roca es sometida a mayores niveles de esfuerzos, tanto en el macizo rocoso alrededor de la cavidad del hundimiento como inducidos dentro del mismo material quebrado por la altura de las columnas. Esto implica que las minas tengan una mayor probabilidad de sufrir problemas de estabilidad que pongan en riesgo la vida de personas y la continuidad del negocio minero. La mayor parte de la investigación llevada a cabo hasta la fecha ha sido enfocada en el esfuerzo inducido por la socavación en el frente de avance mientras se propaga el hundimiento, conocido como <i>abutment stress</i>. Sin embargo, la experiencia en la operación de minas explotadas por Block/Panel Caving ha demostrado que la estabilidad del nivel de producción también depende de la extracción y de las condiciones de esfuerzos inducidos asociados al flujo de mineral.</p> <p>Por este motivo, el objetivo de esta investigación es cuantificar los esfuerzos dentro del material quebrado asociados al flujo gravitacional para diferentes estrategias de tiraje, utilizando la metodología de autómatas celulares en un modelo numérico. Primero se construyó en el modelo numérico una lógica de esfuerzos en material quebrado basado en la teoría existente. Posteriormente el modelo fue calibrado con ensayos físicos existentes de medición de esfuerzos realizados para minería de hundimiento.</p>		

Se revisaron 3 casos experimentales para representar configuraciones de Block Caving (BC) y Panel Caving (PC). En el caso 1, se realizó un análisis de esfuerzos verticales para una estrategia de tiraje aislado en un modelo de pequeñas dimensiones (escala 1:50; modelo físico de Orellana). En el caso 2 y 3, se calibra un modelo de grandes dimensiones para tiraje aislado y múltiple, respectivamente (escala 1:200; modelo físico de Canales).

Los resultados para los casos de estudio de tiraje aislado en Block Caving, se obtiene un rango de error aceptable para los valores de esfuerzos verticales de IMZ entre el modelo numérico y físico, la diferencia entre los resultados está bajo 9 %, y en los esfuerzos verticales de SZ, está bajo 2 %, sin embargo, en los esfuerzos verticales iniciales, asciende a un 28 %. Diferente es el caso de estudio para tiraje múltiple en Panel Caving, se obtiene un rango de error lejano en los valores de esfuerzos verticales de MZ, la diferencia entre los resultados está bajo 22 %, en los esfuerzos verticales de SZ, está bajo 43 %, y en los esfuerzos verticales iniciales, está bajo 38 %. Esta investigación se centra en el análisis para el caso de tiraje aislado y deja validado el caso de tiraje múltiple.

Bajo los resultados obtenidos, se concluye que se lograron simular los esfuerzos verticales a escala mina, lo que en la actualidad no existe en modelos de tipo autómatas celulares, permitiendo añadir esto a la planificación mina realizada en estos modelos.

