

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES

Departamento Manejo de Bosques y Medio Ambiente

VARIACION TEMPORAL DE LA FORMA FUSTAL

DE *Pinus radiata* D. Don, EN UN RODAL

DE 42 AÑOS DE EDAD

MEMORIA PARA OPTAR
AL TITULO DE
INGENIERO FORESTAL

CONCEPCION - CHILE

1998

VARIACION TEMPORAL DE LA FORMA FUSTAL
DE *Pinus radiata* D. Don, EN UN RODAL
DE 42 AÑOS DE EDAD

Profesor Asesor

Jorge Cancino Cancino.

Profesor Asistente.
Ingeniero Forestal, Mg. Sc.

Profesor Asesor

Miguel Espinosa Bancalari.

Profesor Asociado.
Ingeniero Forestal, Ph. D.

Director Departamento
Manejo de Bosques y
Medio Ambiente

Pedro Real Hermosilla.

Profesor Asociado.
Ingeniero Forestal, Ph. D.

Decano Facultad
Ciencias Forestales

Jaime García Sandoval.

Profesor Asociado.
Ingeniero Forestal.

Calificación de la memoria de título:

Sr. Jorge Cancino Cancino : Ochenta y cinco puntos
Sr. Miguel Espinosa Bancalari : Ochenta y cinco puntos



**A MIS PADRES
FUENTE DE APOYO E INSPIRACION**

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer a todos quienes contribuyeron al desarrollo y buen término de esta memoria, con especial atención a mi profesor guía, señor Jorge Cancino C. por su interés y apoyo en la dirección de este trabajo, y a mi profesor asesor, señor Miguel Espinosa B. por su colaboración para que esta memoria llegara a su término.

Con especial cariño agradecer a mis padres, hermanas y familiares, por su constante apoyo, especialmente durante el periodo de estudio universitario y a los buenos amigos con los que se convive en esta importante etapa de la vida.

Además incluyo en mis agradecimientos a todas las personas que de alguna manera han contribuido con sus consejos y valiosos aportes para el cumplimiento de esta meta.

A todos, Gracias.

C.C.CH.

INDICE DE MATERIAS

CAPITULO	PAGINA
I INTRODUCCION.....	1
II METODOLOGIA.....	5
2.1 Area de estudio.....	5
2.2 Selección de árboles muestra.....	5
2.3 Medición en los árboles.....	6
2.4 Análisis fustal.....	7
2.5 Obtención de dap y alturas para cada edad del árbol.....	7
III RESULTADOS Y DISCUSION.....	13
3.1 Análisis fustal	13
3.2 Evolución del ahusamiento por clase de tamaño.....	13
3.2.1 Arboles dominantes.....	13
3.2.2 Arboles codominantes.....	15
3.2.3 Arboles intermedios.....	17
3.3 Comparación de la forma fustal entre clases de tamaño.....	19
3.4 Modelación del perfil fustal a través del tiempo.....	25
3.5 Factor de forma.....	27
IV CONCLUSIONES.....	35
V RESUMEN.....	36
VI SUMMARY.....	37
VII BIBLIOGRAFIA.....	38
VIII APENDICE.....	41

INDICE DE TABLAS

TABLA N°	PAGINA
<u>En el texto</u>	
1 Características de los individuos muestreados.....	7
2 Dap y altura total promedio por clase de edad y clase de tamaño.....	13
3 Coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento por clase de edad en árboles dominantes.....	15
4 Coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento por clase de edad en árboles codominantes.....	17
5 Coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento por clase de edad en árboles intermedios.....	19
6 Efecto del tamaño del árbol sobre los coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento.....	25
7 Resultados del ajuste del modelo $B_i = a_0 + a_1/E$	27

TABLA N°

PAGINA

8	Factor de forma cilíndrico en árboles dominantes por clase de edad y altura relativa (Hr).....	28
9	Factor de forma cilíndrico en árboles codominantes por clase de edad y altura relativa (Hr).....	29
10	Factor de forma cilíndrico en árboles intermedios por clase de edad y altura relativa (Hr).....	30
11	Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles dominantes, por clase de edad y altura relativa (Hr).....	31
12	Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles codominantes, por clase de edad y altura relativa (Hr).....	32
13	Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles intermedios, por clase de edad y altura relativa (Hr).....	33

INDICE DE FIGURAS

FIGURA N°	PAGINA
<u>En el texto</u>	
1 Representación gráfica de la estimación del dap a la edad i.....	9
2 Perfil fustal de los árboles dominantes según clase de edad.....	14
3 Perfil fustal de los árboles codominantes según clase de edad.....	16
4 Perfil fustal de los árboles intermedios según clase de edad.....	18
5 Perfil fustal en la clase de edad 1, según clase de tamaño.....	20
6 Perfil fustal en la clase de edad 2, según clase de tamaño.....	21
7 Perfil fustal en la clase de edad 3, según clase de tamaño.....	21
8 Perfil fustal en la clase de edad 4, según clase de tamaño.....	22

FIGURA N°**PAGINA**

9	Perfil fustal en la clase de edad 5, según clase de tamaño.....	22
10	Perfil fustal en la clase de edad 6, según clase de tamaño.....	23
11	Perfil fustal en la clase de edad 7, según clase de tamaño.....	23
12	Perfil fustal en la clase de edad 8, según clase de tamaño.....	24
13	Perfil fustal en la clase de edad 9, según clase de tamaño.....	24
14	Comportamiento de los coeficientes del modelo de ahusamiento, por clase de tamaño y edad.....	26
15	Comportamiento del factor de forma cilíndrico en árboles dominantes, según clase de edad y altura relativa.....	28
16	Comportamiento del factor de forma cilíndrico en árboles codominantes, según clase de edad y altura relativa.....	29

FIGURA N°**PAGINA**

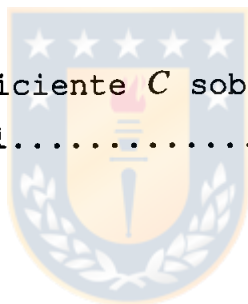
17	Comportamiento del factor de forma cilíndrico en árboles intermedios, según clase de edad y altura relativa.....	30
18	Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles dominantes, según clase de edad y altura relativa.....	32
19	Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles codominantes, según clase de edad y altura relativa.....	33
20	Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles intermedios, según clase de edad y altura relativa.....	34

FIGURA N°

PAGINA

En el apéndice

1A	Relación del coeficiente B_3 sobre el ahusamiento fustal.....	41
2A	Relación del coeficiente B_1 sobre el ahusamiento fustal.....	42
3A	Relación del coeficiente B_2 sobre el ahusamiento fustal.....	42
4A	Relación del coeficiente C sobre el ahusamiento fustal.....	43



I INTRODUCCION

El fuste es la parte más importante de un árbol en términos de madera utilizable, por lo que su forma juega un rol preponderante sobre la cantidad y calidad del producto que puede obtenerse del fuste.

El fuste tiene una forma compleja que depende de la especie y de las características de la copa (Larson, 1963). Osawa (1992) señala que el diámetro del fuste y el incremento anual de madera en un punto entre el suelo y el ápice son definidos por el número y tamaño de ramas sobre ese punto. En la base de la copa viva se observa el mayor espesor de los anillos, ya que aquí se concentra el mayor número de ramas con follaje fotosintético.

Las condiciones del rodal o los tratamientos silvícolas que modifiquen la copa influyen en la forma del fuste (Daniel et al., 1982). La poda y el raleo son dos tratamientos intermedios que afectan directamente la copa. Los raleos provocan que los árboles que quedan en pie tiendan a ser más ahusados, debido a que en éstos aumenta la proporción de copa viva; no obstante, la poda hace que los fustes sean menos ahusados, debido a que este tratamiento disminuye la proporción de copa viva, y altera el punto en donde se produce el máximo incremento diamétrico, que corresponde a la base de la copa viva. Al interior de la copa viva y hacia el ápice se produce una fuerte disminución del diámetro del fuste.

La forma y el ahusamiento del fuste de los árboles forestales han sido estudiados por más de cien años. Aunque

forma y ahusamiento han sido usados intercambiablemente en el pasado, hoy en día *forma* está referida a la geometría del fuste (Newnham, 1992), en tanto que *ahusamiento* es el término usado para describir la disminución que experimenta el diámetro del fuste entre la base y el ápice (Valdés et al., 1976; Clutter et al., 1983).

Assmann (1970) y Newnham (1992) señalan que en el fuste de coníferas se presentan distintas formas geométricas en un estudio realizado en *Picea excelsa*. El perfil fustal puede dividirse en tres secciones:

- 1.- La base del fuste, desde la base hasta el primer punto de inflexión de la curva del fuste. Esta sección es convexa al eje del fuste. El sólido geométrico correspondiente es el niloide.
- 2.- La sección media del fuste, desde el punto de inflexión hasta la base de la copa. Esta sección es cóncava con respecto al eje del fuste. La forma del sólido geométrico es un paraboloides cúbico, con transición a paraboloides cuadrático.
- 3.- La sección superior del fuste, desde la base de la copa hasta el ápice del árbol. Esta sección es ligeramente cóncava. El sólido geométrico es un paraboloides cuadrático con transición a un cono.

Newnham (1992) señala que la copa, particularmente su largo, juega un rol decisivo en determinar la forma del árbol, lo que es muy importante en la modelación del perfil fustal, ya que si se modifica la longitud de la copa también se modifica el perfil del fuste a través del tiempo.

El objetivo principal de los estudios de la forma y ahusamiento fustal es generar funciones que permitan estimar con precisión el volumen fustal. Esas funciones de ahusamiento deben describir íntegramente el perfil del fuste (Newnham, 1992).

Un modelo de ahusamiento o modelo fustal es una relación matemática que expresa el diámetro con o sin corteza a cualquier altura del fuste, en función de variables de estado de fácil medición (Tapia, 1988), permitiendo además estimar el volumen total del fuste, el volumen comercial para cualquier diámetro límite de utilización y el volumen de trozas individuales (Clutter et al., 1983).

Los primeros intentos analíticos de representar la forma de los árboles la realizó Höjjer (1903), citado por Figueiredo-Filho et al. (1996); desde entonces muchos modelos de perfil fustal han sido probados. Hasta mediados de los años 70 se intentó expresar el perfil completo del fuste utilizando una ecuación simple. Estos modelaban muy bien el perfil de la parte superior del fuste, pero no así la parte inferior, cercana a la base de éste (Figueiredo-Filho et al., 1996).

Max y Burkhart (1976) fueron los primeros en aplicar los modelos de regresión segmentados. Para ello dividen el fuste en tres secciones que son representadas por tres submodelos, los que unidos en dos puntos producen una función de ahusamiento polinomial segmentada.

Thomas y Parresol (1991) proponen un modelo trigonométrico, el que proporciona una expresión simple del ahusamiento

suficientemente flexible tanto para fuste de coníferas como latifoliadas.

El estudio de la evolución del perfil fustal a través del tiempo requiere información histórica la que puede obtenerse mediante análisis fustal. Esta técnica consiste en el conteo y medición de anillos de crecimiento en rodela obtenidas a diferentes alturas del fuste. A partir de estas mediciones se puede reconstruir el crecimiento pasado de un árbol (dap, altura, diámetros a diferentes alturas, volumen) y analizar la variación del perfil fustal.

El objetivo de esta memoria es analizar la evolución del ahusamiento fustal a través del tiempo en árboles adultos de *Pinus radiata* D. Don de diferentes clases de tamaño, provenientes de un rodal manejado con podas y raleos. A su vez se busca determinar el efecto de la edad y del tamaño del árbol sobre el ahusamiento fustal y factor de forma.

II METODOLOGIA

2.1 Area de estudio.

La información utilizada en este estudio se recopiló en el Fundo Monterrey, ubicado en la comuna de Nacimiento, Provincia del Bio-Bio, Octava región, de propiedad de la empresa Forestal Mininco S.A.

El clima de la zona es templado-cálido con estaciones secas y lluviosas de igual duración (Donoso, 1994); las temperaturas varían entre una máxima en enero de 28,6°C y una mínima en julio de 4,4°C, con un promedio anual de 15,4°C. La precipitación media anual de 1.093 mm, con un período seco de cinco meses (Santibáñez y Uribe, 1993). El suelo donde se ubicaba el rodal es de la serie arenales, con pendientes que oscilan entre 6,6 a 43,3%.

El rodal muestreado estaba constituido por la especie *Pinus radiata* D. Don, plantado en el año 1955. Fue cosechado en marzo de 1997, oportunidad en que se recopiló la muestra de árboles para este estudio. Su superficie era de 8,3 ha, con una densidad actual de 315 árb/ha y 59,24 m²/ha de área basal. Contaba con manejo silvícola (poda y raleo), poda a los 8 y 13 años de edad, con alturas de 2,5 m la primera y la segunda a una altura variable entre 9 y 12 m (Poblete et al., 1985).

2.2 Selección de árboles muestra.

La muestra se seleccionó a partir de la distribución diamétrica del rodal (información proporcionada por la empresa Forestal Mininco S.A.), dividiendo ésta en tres

intervalos de igual amplitud; cada uno de estos intervalos se asimilaron a una clase de tamaño, definidas como dominante, codominante e intermedio (Smith, 1986). Luego cada clase de tamaño se subdividió en cuatro subrangos diamétricos y se determinó la marca de clase para cada uno; obteniéndose así una muestra de 12 árboles, uno por cada subrango. En terreno se procedió a buscar los árboles que presentaran dap cercanos a cada marca de clase; posteriormente, debido a problemas técnicos, se eliminó un árbol, quedando once árboles para el análisis, 4 dominantes, 4 intermedios y 3 codominantes (Tabla 1). Los árboles seleccionados presentaban buen estado sanitario (sin signos de enfermedad o daño), fuste recto y se ubicaban al interior del rodal.

2.3 Medición en los árboles

En los árboles en pie se midió el diámetro y espesor de corteza a la altura de 1,3 m (dap). Una vez volteado el árbol se midió la altura de tocón y la longitud total del fuste; luego se obtuvieron rodelas para análisis fustal en los extremos de cada troza, según largos definidos por la empresa propietaria del predio (5,10; 4,15 y 2,44 m).

Las rodelas obtenidas de cada árbol fueron trasladadas al Laboratorio de Fisiología de Arboles de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad de Concepción, en donde fueron almacenadas durante el período de estudio.

TABLA 1. Características de los individuos muestreados.

Arbol (n°)	Edad (años)	Clase de tamaño	dap (cm)	Altura total (m)
1	41	Dominante	57,0	52,7
2	40	Dominante	60,4	51,5
3	41	Dominante	63,2	48,5
4	42	Dominante	65,6	46,5
5	42	Codominante	54,3	46,7
6	42	Codominante	50,3	45,0
7	42	Codominante	46,5	43,6
8	40	Intermedio	41,2	40,6
9	40	Intermedio	33,1	39,0
10	40	Intermedio	37,7	38,9
11	40	Intermedio	29,5	30,3

2.4 Análisis fustal.

A cada rodela se le midió el área superficial. A partir de ésta se calculó el radio, asumiendo un área circular, y se procedió a buscar y marcarlo en la superficie de la rodela. Sobre éste se realizó el conteo y medición de anillos desde la médula hasta el borde externo de cada uno; a partir de las mediciones se obtuvo el diámetro a distintas alturas del fuste para cada edad del árbol.

2.5 Obtención de dap y alturas para cada edad del árbol.

Ninguna rodela se obtuvo a la altura del dap, por lo que el dap sin corteza para cada edad del árbol se estimó mediante interpolación lineal entre las mediciones de la rodela del tocón y la rodela inmediatamente superior al dap. Ese valor se corrigió según el perfil actual del fuste entre esas dos rodela (Figura 1).

$$rdap_i = \frac{rdap_a}{r_{1a} - \left(\frac{r_{1a} - r_{2a}}{h_2 - h_1} (1,3 - h_1) \right)} \left(r_{1i} - \left(\frac{r_{1i} - r_{2i}}{h_2 - h_1} (1,3 - h_1) \right) \right)$$

donde:

$rdap_i$: radio sin corteza del árbol a la altura de 1,3 m, en el año i

$rdap_a$: radio sin corteza actual del árbol a la altura de 1,3 m

r_{1a} : radio sin corteza actual de la rodela 1 (tocón)

r_{2a} : radio sin corteza actual de la rodela 2

r_{1i} : radio sin corteza de la rodela 1 (tocón) a la edad del anillo i

r_{2i} : radio sin corteza de la rodela 2 a la edad del anillo i

h_1 : altura de la rodela 1 (tocón)

h_2 : altura de la rodela 2

1,3 : altura del dap

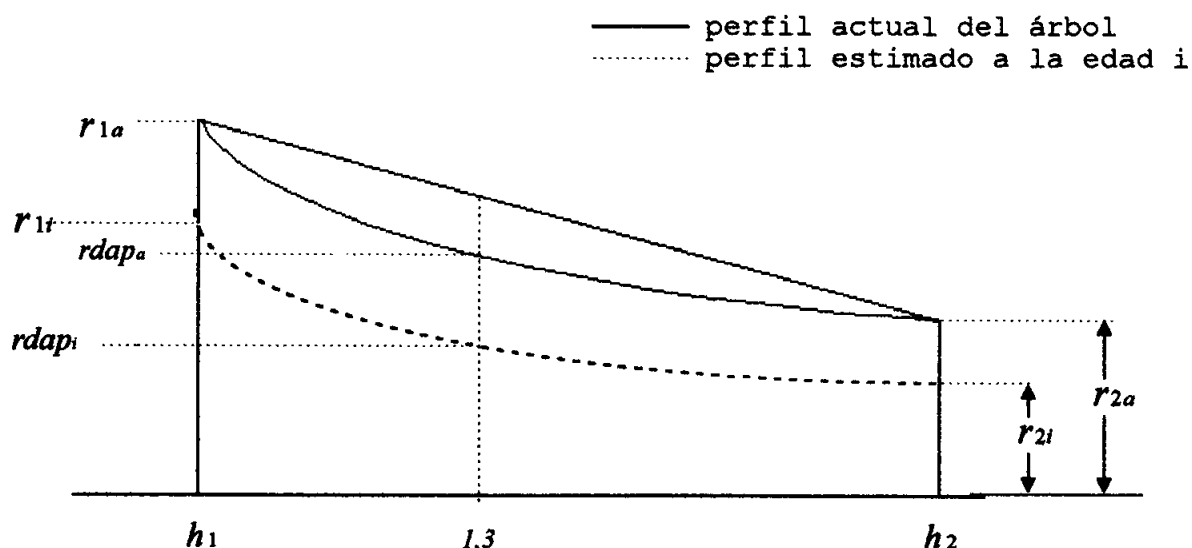


Figura 1. Representación gráfica de la estimación del dap a la edad i .

La estimación de la altura para cada edad del árbol se realizó mediante el método de Carmean (Dyer y Bailey, 1987).

Una vez recopilados todos los datos de altura, radios y dap, se procedió a ajustar el modelo de ahusamiento propuesto por Thomas y Parresol (1991), por clase de tamaño y clase de edad, con intervalos de cinco años. El ajuste se realizó con el procedimiento REG del software estadístico SAS (SAS, 1988).

$$Y = B_1(X - 1) + B_2 \sin(C\pi X) + B_3 \left[\frac{1}{\tan(\pi X / 2)} \right]$$

donde:

$$Y = d^2 / D^2$$

$$X = h / H$$

$$C = 2$$

B_1, B_2, B_3 : coeficientes de regresión

h : altura desde el suelo (m)

d : diámetro sin corteza a la altura h (cm)

H : altura total de árbol (m)

D : dap sin corteza (cm)

\sin, \tan : funciones trigonométricas con argumento en radianes

En una etapa preliminar se realizó el ajuste del modelo de ahusamiento con el coeficiente C como un parámetro más. De ese ajuste se obtuvo en general valores de C muy cercanos a 2; en algunos casos particulares los valores estaban fuera del rango de 1,5-2 mencionado por Thomas y Parresol (1991), como valores de $C=0,8$ y $C=4,8$, los cuales no permitían describir adecuadamente el perfil, obteniéndose valores de diámetro distintos de cero en el ápice del árbol. Por ello se asumió $C=2$ en los ajustes posteriores.

Una vez obtenidos los coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento (B_1, B_2, B_3), por clase de tamaño y clase de edad, se ajustaron modelos para describir el comportamiento de éstos a través del tiempo.

$$B_i = a_0 + a_1 / E$$

donde:

B_i : coeficientes de regresión del modelo de Thomas y Parresol (1991)

E : clase de edad (años)

a_0 y a_1 : coeficientes de la regresión

Se probaron dos opciones de ajuste, una con todos los datos juntos para cada coeficiente a modelar, y otra por clase de tamaño. La determinación de la mejor opción de ajuste se realizó mediante una prueba F (Weisberg, 1985).

$$F = \frac{SCEj - \sum SCEs}{\sum SCEs} \left(\frac{\sum gls}{glj - \sum gls} \right)$$

donde:

F : F muestral

$SCEs$: suma cuadrados del error con datos separados

$SCEj$: suma cuadrados del error con datos juntos

gls : grados de libertad para datos separados

glj : grados de libertad para datos juntos

Posteriormente se obtuvo el factor de forma cilíndrico para cada clase de edad y cada 10% de la altura total del árbol. El volumen real de cada árbol se obtuvo mediante la fórmula de Smalian, aplicándola a cada sección del fuste definida entre dos mediciones sucesivas. Luego se realizó un ajuste lineal sin intercepto entre el factor de forma, obtenido a diferentes alturas relativas del árbol, y el volumen real por clase de tamaño y clase de edad.

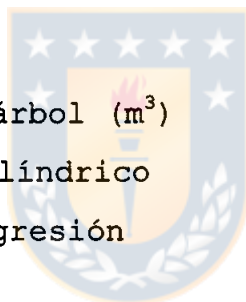
$$V_r = C_0(FF)$$

donde:

V_r : volumen real del árbol (m^3)

FF : factor de forma cilíndrico

C_0 : coeficiente de regresión



III RESULTADOS Y DISCUSION

3.1 Análisis fustal

El dap y la altura total promedio obtenida del análisis fustal por clase de edad y clase de tamaño se presenta en la Tabla 2.

TABLA 2. Dap y altura total promedio por clase de edad y clase de tamaño.

Clase de edad	Rango de edad (años)	Dominantes		Codominantes		Intermedios	
		dap promedio (cm)	H total promedio (m)	dap promedio (cm)	H total promedio (m)	dap promedio (cm)	H total promedio (m)
CE-1	1 - 5	6,7	7,3	6,3	6,5	8,0	7,0
CE-2	6 - 10	13,7	13,6	13,6	11,9	13,7	14,8
CE-3	11 - 15	21,4	22,3	20,6	21,1	19,3	25,2
CE-4	16 - 20	28,6	29,8	27,1	28,3	24,4	31,0
CE-5	21 - 25	37,1	37,1	32,9	34,0	27,9	33,1
CE-6	26 - 30	43,0	42,4	36,9	40,0	29,7	34,3
CE-7	31 - 35	47,3	45,8	39,5	42,3	30,6	35,5
CE-8	36 - 40	51,3	48,5	41,4	43,9	30,9	36,7
CE-9	41 - 45	54,9	49,5	42,5	45,0	31,1	37,4

3.2 Evolución del ahusamiento por clase de tamaño

3.2.1 Árboles dominantes. El ahusamiento fustal en los árboles dominantes disminuye a través de los años. El fuste se hace más recto a medida que transcurre el tiempo (Figura 2).

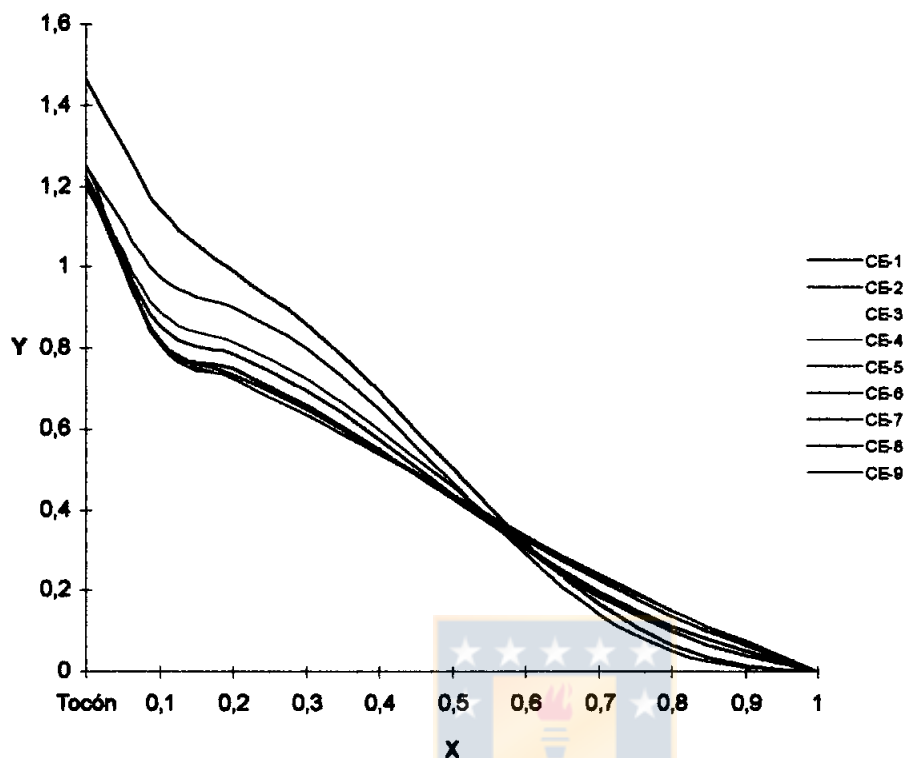


Figura 2. Perfil fustal de los árboles dominantes según clase de edad.

La disminución del ahusamiento se evidencia en el aumento del coeficiente B_1 y disminución del coeficiente B_2 a través del tiempo (Tabla 3). El coeficiente B_1 modela la parte media del fuste generando una parábola de menor pendiente absoluta a medida que transcurre el tiempo (Apéndice 1). El coeficiente B_2 modela la convexidad en la parte media inferior del fuste y la concavidad en la parte superior de éste; al adoptar valores pequeños, la forma del fuste es más recta (Apéndice 1).

A medida que transcurre el tiempo se produce un abultamiento en la base del fuste; la curva del perfil fustal, comprendida entre la altura del dap y el tocón del árbol, aumenta de pendiente. El coeficiente B_3 disminuye con la edad (Tabla 3), pero por su relación con B_1 y B_2 , coeficientes que modelan la sección media y superior del fuste, su disminución provoca un aumento del abultamiento basal.

TABLA 3. Coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento por clase de edad en árboles dominantes.

Clase de edad	Rango de edad (años)	B_1	B_2	B_3	R^2 Ajustado
CE-1	1 - 5	-0,944718	0,140953	0,032827	0,98
CE-2	6 - 10	-0,916147	0,143820	0,010411	0,97
CE-3	11 - 15	-0,918612	0,105712	0,005221	0,99
CE-4	16 - 20	-0,903843	0,085868	0,003915	0,99
CE-5	21 - 25	-0,872452	0,079313	0,003513	0,99
CE-6	26 - 30	-0,847726	0,061536	0,003429	0,99
CE-7	31 - 35	-0,864549	0,037757	0,003035	0,99
CE-8	36 - 40	-0,862827	0,024771	0,002905	0,99
CE-9	41 - 45	-0,865359	0,021797	0,003078	0,99

3.2.2 Árboles codominantes. El ahusamiento fustal disminuye en los árboles codominantes al aumentar la edad; el perfil se hace más recto y el abultamiento basal se mantiene desde la tercera clase de edad. La convexidad en la parte media inferior del fuste disminuye rápidamente; en la parte superior se produce una disminución de la concavidad (Figura 3). Estos cambios se reflejan en la disminución del coeficiente B_2 con el tiempo (Apéndice 1);

en tanto los valores de B_1 presentan pequeñas variaciones, lo que refleja un ahusamiento similar entre las últimas clases de edad (Tabla 4).

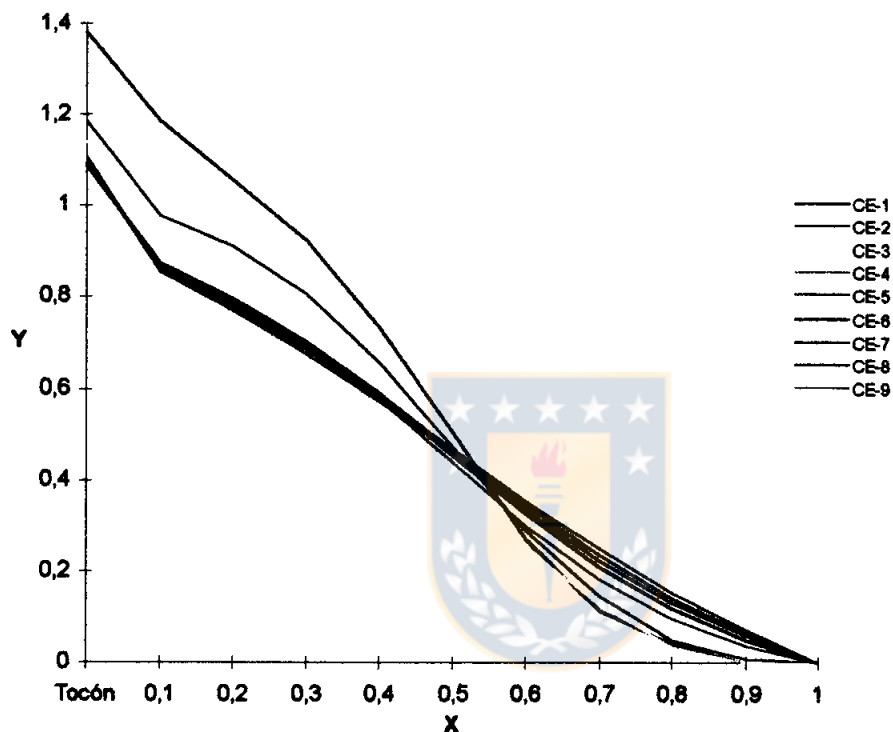


Figura 3. Perfil fustal de los árboles codominantes según clase de edad.

El perfil fustal, entre el tocón y la altura del dap se mantiene en el tiempo; esto debido a que el coeficiente B_3 toma valores similares (Tabla 4).

TABLA 4. Coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento por clase de edad en árboles codominantes.

Clase de edad	Rango de edad (años)	B_1	B_2	B_3	R^2 Ajustado
CE-1	1 - 5	-0,929093	0,212506	0,036114	0,98
CE-2	6 - 10	-0,928090	0,147156	0,008711	0,98
CE-3	11 - 15	-0,840367	0,140830	0,005467	0,98
CE-4	16 - 20	-0,870558	0,084634	0,003462	0,98
CE-5	21 - 25	-0,921320	0,055882	0,001956	0,98
CE-6	26 - 30	-0,905410	0,067253	0,001820	0,99
CE-7	31 - 35	-0,925340	0,043657	0,001556	0,99
CE-8	36 - 40	-0,928306	0,033812	0,001500	0,99
CE-9	41 - 45	-0,920567	0,030843	0,001583	0,99

3.2.3 Árboles intermedios. El ahusamiento del fuste en los árboles intermedios disminuye fuertemente en las primeras dos clases de edad; luego la disminución es menor, manteniendo una forma relativamente constante a través del tiempo; el perfil del fuste se vuelve recto a temprana edad. La base del árbol aumenta su abultamiento con la edad (Figura 4).

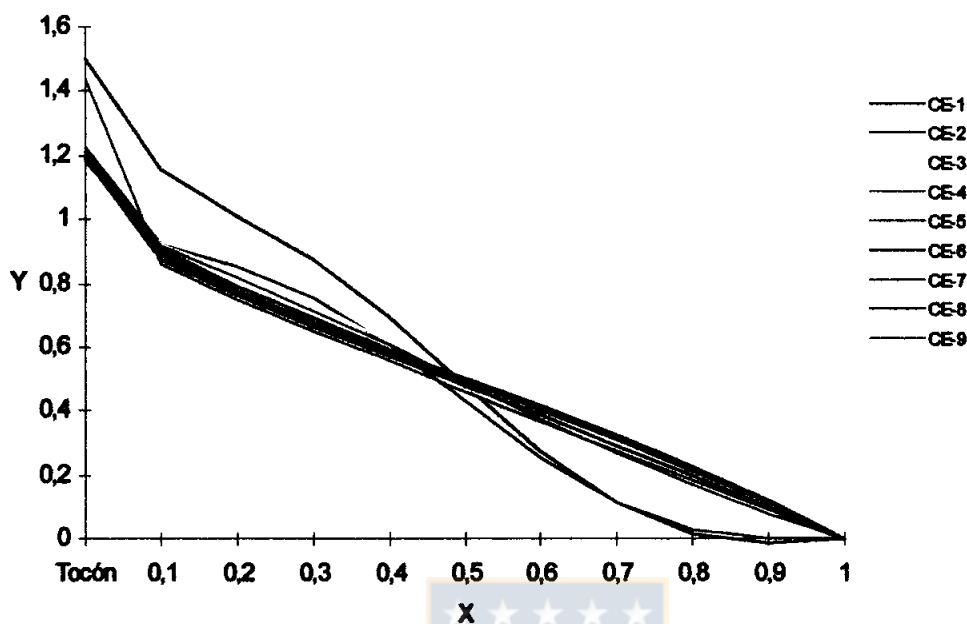


Figura 4. Perfil fustal de los árboles intermedios según clase de edad.

La disminución de los coeficientes B_1 indicaría que el ahusamiento fustal tendería a aumentar con la edad, pero por la relación de éste con el coeficiente B_2 el cual toma valores incluso negativos, influye sobre la modelación del perfil produciéndose una disminución del ahusamiento con el tiempo (Tabla 5).

La convexidad en la parte media inferior del fuste y la concavidad en la parte superior disminuyen a través del tiempo, reflejando una rectitud del perfil fustal a temprana edad. Esa evolución se evidencia en la disminución de B_2 (Tabla 5).

El coeficiente B_3 , que modela la base del fuste, disminuye a través del tiempo (Tabla 5), pero por la relación que tiene con los coeficientes B_1 y B_2 provoca el aumento del abultamiento en la base del árbol.

TABLA 5. Coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento por clase de edad en árboles intermedios.

Clase de edad	Rango de edad (años)	B_1	B_2	B_3	R^2 Ajustado
CE-1	1 - 5	-0,879963	0,183755	0,041044	0,99
CE-2	6 - 10	-0,839248	0,151305	0,012084	0,95
CE-3	11 - 15	-0,941223	0,072272	0,005008	0,97
CE-4	16 - 20	-0,970808	0,028637	0,003604	0,98
CE-5	21 - 25	-0,992379	-0,017303	0,003045	0,99
CE-6	26 - 30	-0,994860	-0,029207	0,002867	0,99
CE-7	31 - 35	-0,976060	-0,019209	0,002951	0,99
CE-8	36 - 40	-0,948806	-0,004622	0,003187	0,99
CE-9	41 - 45	-0,905766	0,001585	0,006776	0,99

El perfil fustal de las distintas clases de edad de los árboles dominantes y codominantes se intersectan a cierta altura relativa; en los dominantes eso se produce en la base de la copa viva actual.

3.3 Comparación de la forma fustal entre clases de tamaño

Los fustes de todas las clases de tamaño disminuyen su ahusamiento al aumentar la edad. Siempre los árboles codominantes presentan mayor ahusamiento, el cual se mantiene a través del tiempo.

Los árboles intermedios alcanzan una rectitud en la sección media del fuste mucho antes que las otras clases de tamaño; son los árboles que presentan menor ahusamiento.

Los perfiles fustales son similares en las primeras clases de tamaño; en las clases de edad intermedias varían, especialmente sobre 50% de la altura total. En las últimas clases la forma es similar desde 15% de la altura total; bajo ese punto son marcadamente diferentes (Figuras 5 a 13).

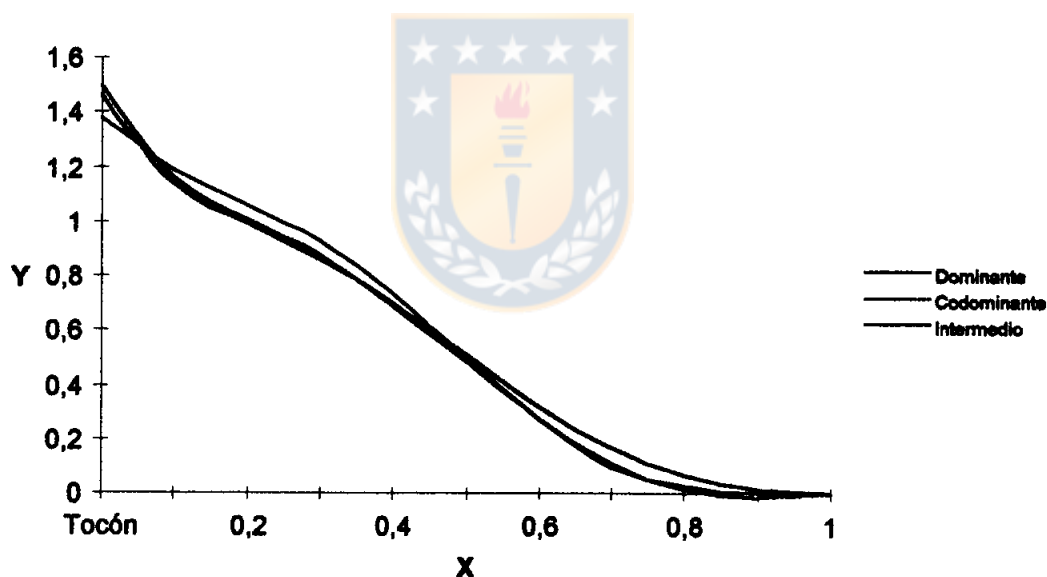


Figura 5. Perfil fustal en la clase de edad 1, según clase de tamaño.

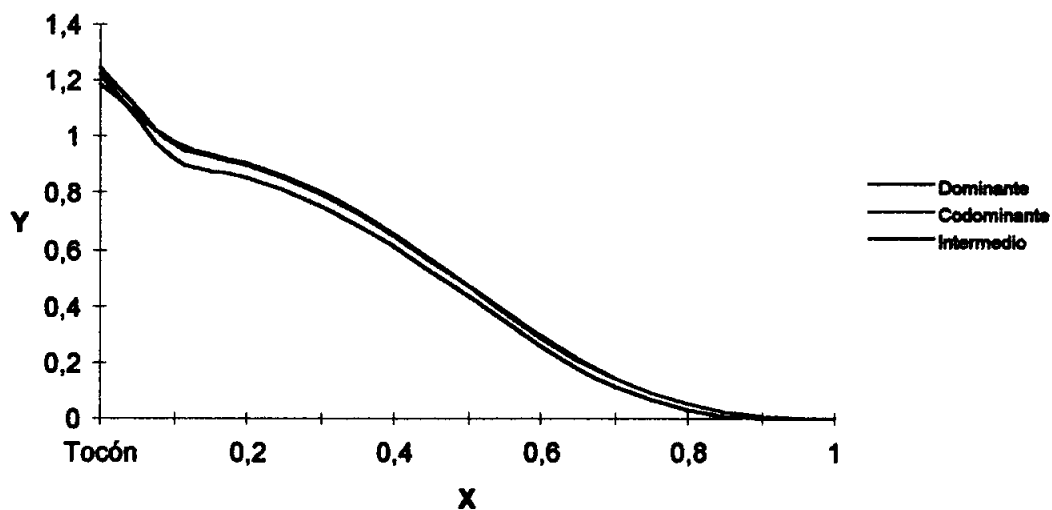


Figura 6. Perfil fustal en la clase de edad 2, según clase de tamaño.

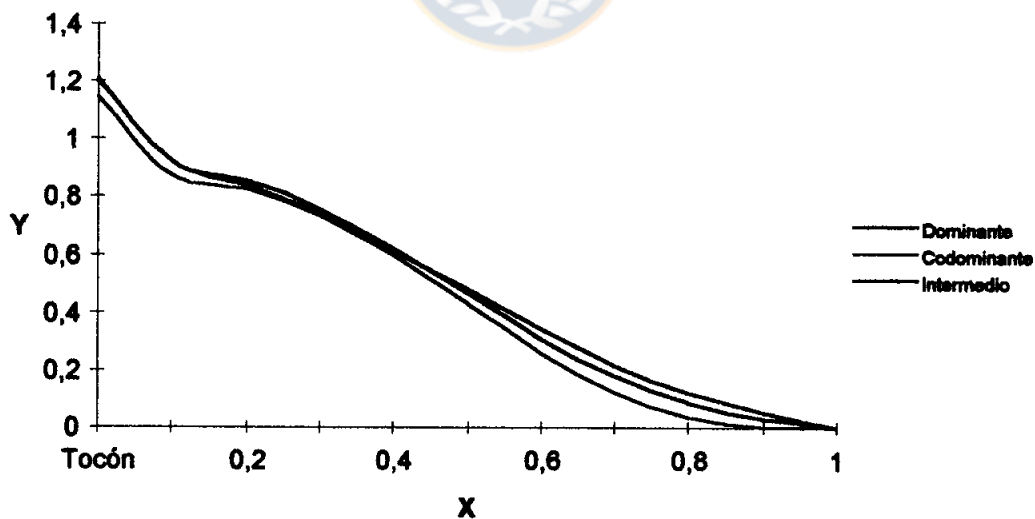


Figura 7. Perfil fustal en la clase de edad 3, según clase de tamaño.

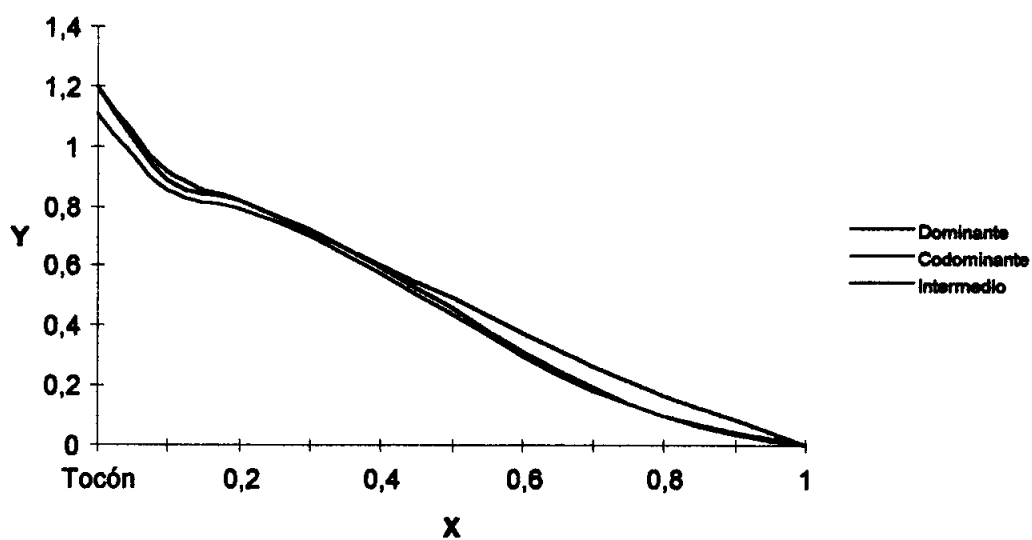


Figura 8. Perfil fustal en la clase de edad 4, según clase de tamaño.

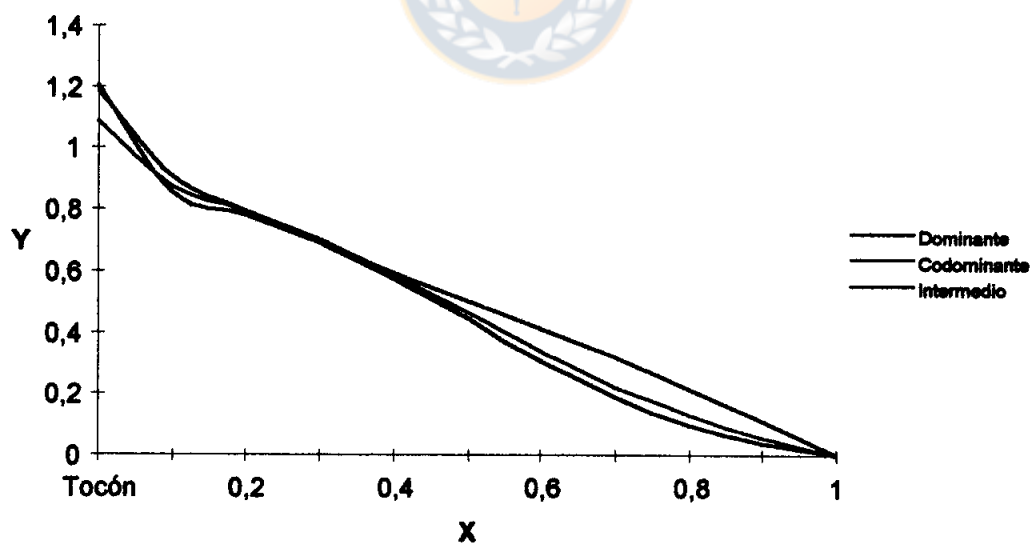


Figura 9. Perfil fustal en la clase de edad 5, según clase de tamaño.

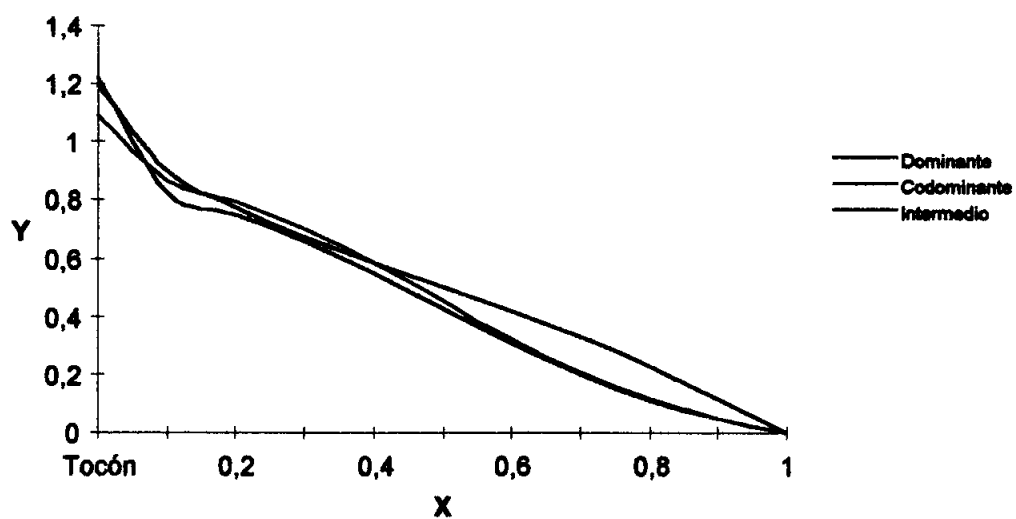


Figura 10. Perfil fustal en la clase de edad 6, según clase de tamaño.

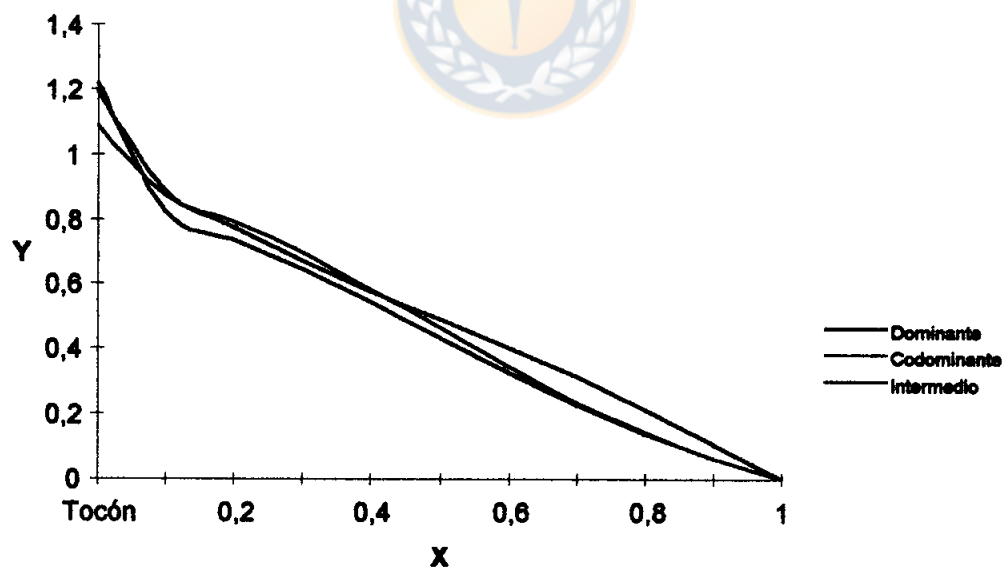


Figura 11. Perfil fustal en la clase de edad 7, según clase de tamaño.

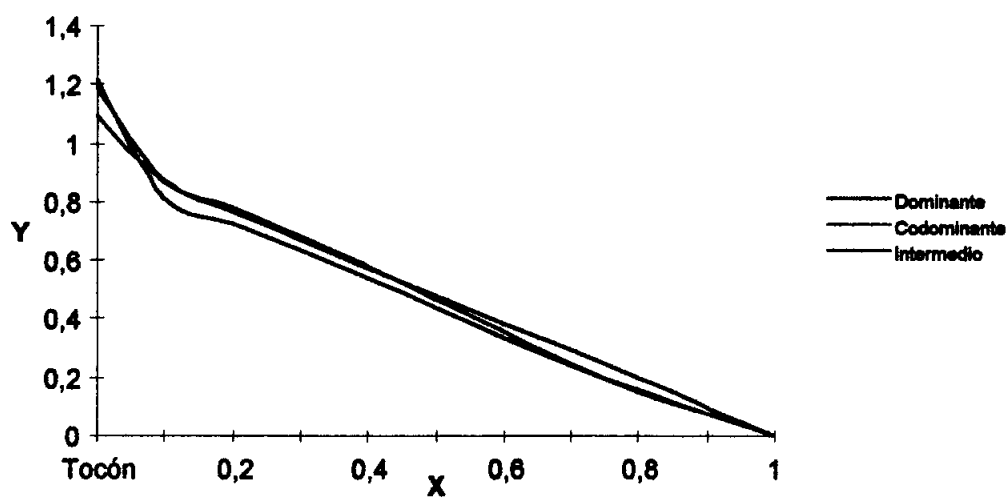


Figura 12. Perfil fustal en la clase de edad 8, según clase de tamaño.

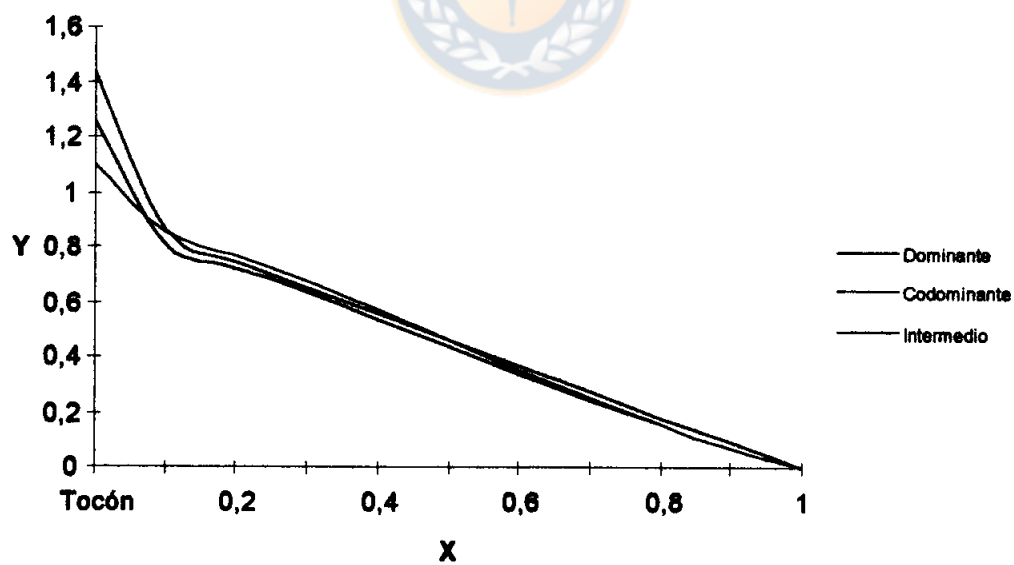


Figura 13. Perfil fustal en la clase de edad 9, según clase de tamaño.

3.4 Modelación del perfil fustal a través del tiempo

La estimación de los coeficientes B_1 y B_2 del modelo de ahusamiento es mejor cuando se realiza por clase de tamaño; el coeficiente B_3 en cambio puede estimarse en forma conjunta (Tabla 6; Figura 14). Los resultados de la prueba F se presentan en la tabla 6.

TABLA 6. Efecto del tamaño del árbol sobre los coeficientes de regresión del modelo de ahusamiento.

Coeficiente	Suma de cuadrados del error (grados de libertad)				F (glj - Σ gls ; Σ gls)	
	Juntos	Dominantes	Codominantes	Intermedios	Calculado	Tabla (95%)
B_1	0,05035 (23)	0,00230 (7)	0,00084 (5)	0,01393 (7)	9,26	2,9
B_2	0,03236 (23)	0,00562 (7)	0,00052 (5)	0,00804 (7)	6,09	2,9
B_3	0,0002 (23)	0,00004 (7)	0,00000 (5)	0,00011 (7)	1,58	2,9

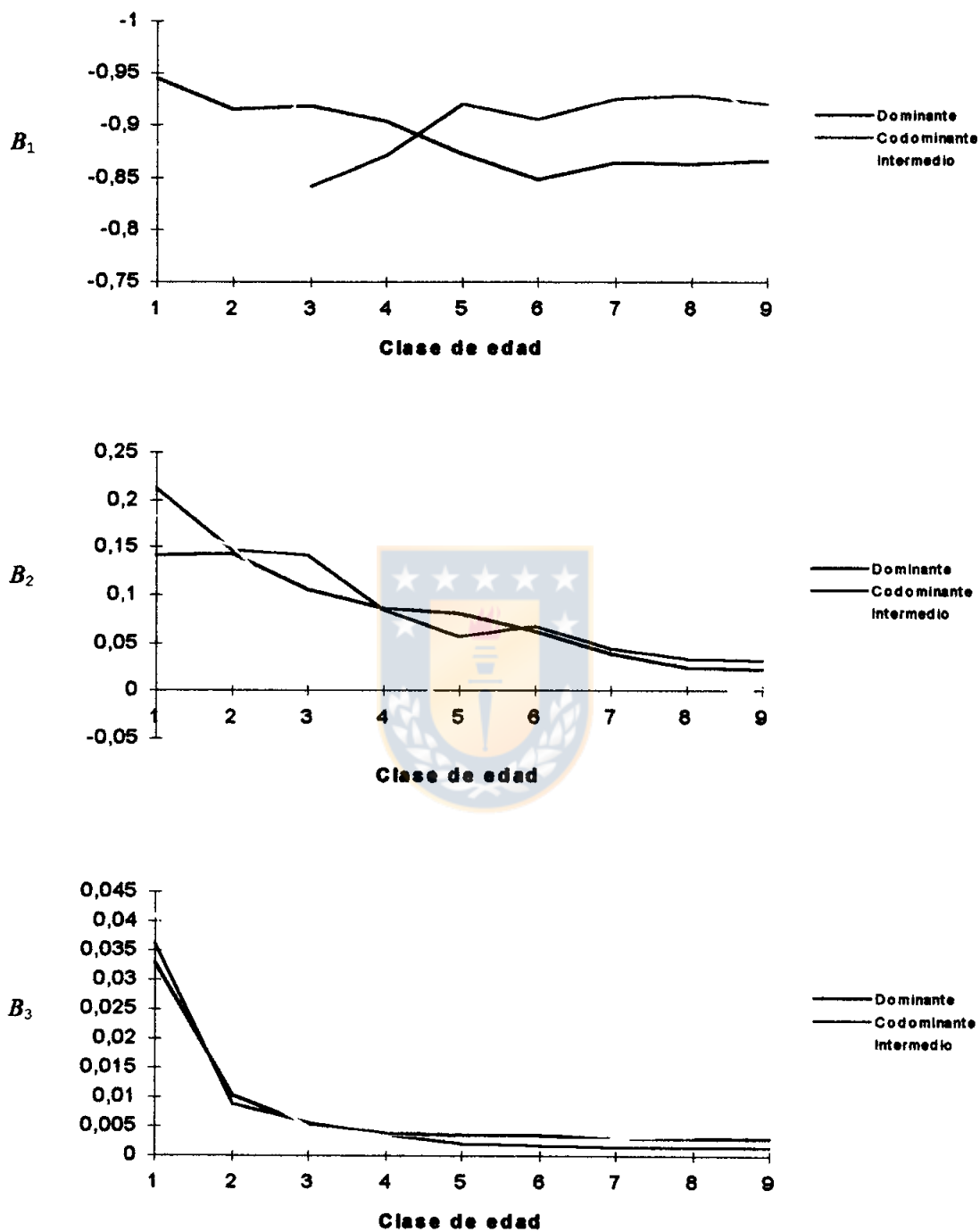


Figura 14. Comportamiento de los coeficientes del modelo de ahusamiento, por clase de tamaño y edad.

TABLA 7. Resultados del ajuste del modelo $B_i = a_0 + a_1/E$

Clase de tamaño	B_i	a_0	a_1	R^2 Ajustado
Dominante	B_1	-0,847164	-0,099596	0,69
	B_2	0,036351	0,132332	0,62
Codominante	B_1	-0,977121	0,397286	0,85
	B_2	-0,024087	0,470681	0,92
Intermedio	B_1	-0,947941	0,250155	0,47
	B_2	-0,044462	0,239447	0,93
Todas	B_3	-0,003804	0,037404	0,90

3.5 Factor de forma

El factor de forma obtenido a 10% de la altura total es aproximadamente igual a 0,5 en todas las clases de tamaño y clases de edad (Tablas 8, 9, 10). A juzgar por ese valor se puede asumir que el fuste tiene en general una forma parabólica.

El factor de forma aumenta a medida que aumenta la altura del diámetro para calcular el volumen del cilindro de referencia, y se mantiene sin variar entre clases de edad hasta aproximadamente un 30% de la altura total; a partir de ese punto la variabilidad aumenta (Figuras 15, 16 y 17).

En todas las clases de tamaño, el factor de forma obtenido sobre 30% de la altura total del árbol es mayor en las clases de edad inferiores que en las clases superiores. Esto debido a que la forma fustal es más ahusada en las clases de edad pequeñas.

TABLA 8. Factor de forma cilíndrico en árboles dominantes por clase de edad y altura relativa (Hr).

Hr	CE-1	CE-2	CE-3	CE-4	CE-5	CE-6	CE-7	CE-8	CE-9
0,1	0,455	0,48	0,492	0,489	0,482	0,486	0,505	0,511	0,519
0,2	0,599	0,571	0,552	0,562	0,583	0,611	0,631	0,635	0,633
0,3	0,777	0,691	0,661	0,707	0,714	0,699	0,694	0,701	0,72
0,4	1,049	0,897	0,86	0,838	0,786	0,804	0,835	0,839	0,832
0,5	1,503	1,307	1,138	0,997	1,037	1,065	1,058	1,052	1,071
0,6	2,458	2,183	1,602	1,443	1,501	1,472	1,349	1,303	1,331
0,7	5,048	4,165	2,803	2,648	2,527	2,297	2,038	1,909	1,856
0,8	37,76	10,03	6,966	6,876	6,248	4,904	3,466	3,190	3,046

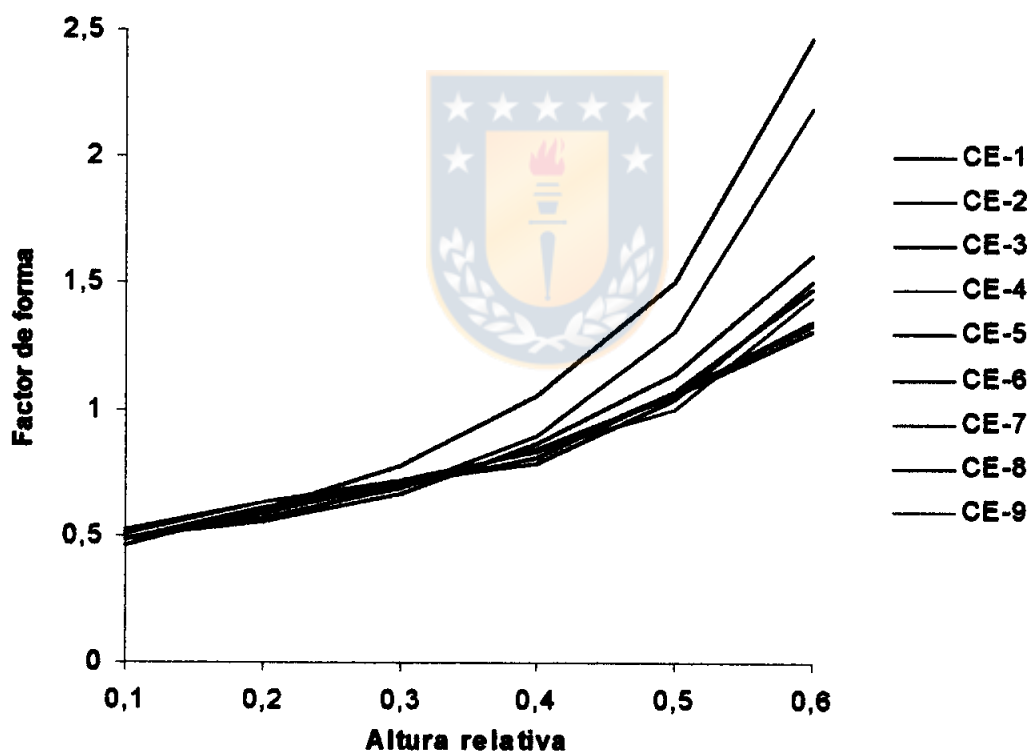


Figura 15. Comportamiento del factor de forma cilíndrico en árboles dominantes, según clase de edad y altura relativa.

TABLA 9. Factor de forma cilíndrico en árboles codominantes por clase de edad y altura relativa (Hr).

Hr	CE-1	CE-2	CE-3	CE-4	CE-5	CE-6	CE-7	CE-8	CE-9
0,1	0,421	0,462	0,449	0,468	0,489	0,492	0,516	0,524	0,526
0,2	0,556	0,557	0,525	0,549	0,566	0,572	0,59	0,607	0,611
0,3	0,757	0,683	0,643	0,668	0,707	0,713	0,717	0,714	0,708
0,4	1,088	0,885	0,845	0,919	0,937	0,847	0,831	0,822	0,821
0,5	1,704	1,266	1,292	1,238	1,045	1,003	1,015	1,013	1,018
0,6	3,061	2,071	2,299	1,582	1,369	1,416	1,334	1,312	1,274
0,7	6,548	4,262	4,615	2,631	2,202	2,026	1,811	1,91	1,96
0,8	9,523	11,38	13,47	6,902	4,656	5,619	4,268	3,519	3,383

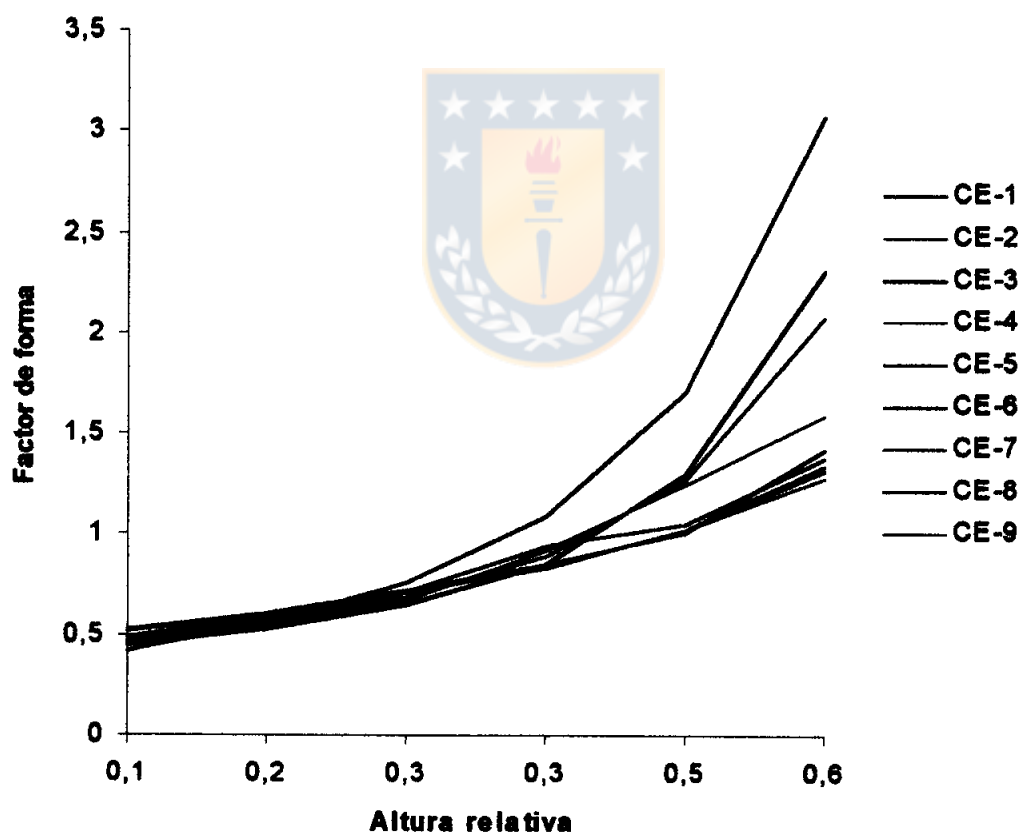


Figura 16. Comportamiento del factor de forma cilíndrico en árboles codominantes, según clase de edad y altura relativa.

TABLA 10. Factor de forma cilíndrico en árboles intermedios por clase de edad y altura relativa (Hr).

Hr	CE-1	CE-2	CE-3	CE-4	CE-5	CE-6	CE-7	CE-8	CE-9
0,1	0,459	0,446	0,518	0,546	0,563	0,564	0,549	0,535	0,510
0,2	0,568	0,557	0,624	0,660	0,681	0,672	0,658	0,645	0,626
0,3	0,761	0,737	0,729	0,732	0,754	0,753	0,741	0,727	0,742
0,4	1,074	1,048	0,840	0,778	0,804	0,830	0,836	0,836	0,836
0,5	1,649	1,700	0,997	0,948	0,983	1,008	1,017	1,019	0,989
0,6	2,967	2,884	1,364	1,391	1,244	1,235	1,250	1,273	1,295
0,7	7,908	5,622	2,599	2,030	1,679	1,581	1,600	1,642	1,679
0,8	9,313	17,769	6,761	4,062	2,540	2,261	2,457	2,634	2,519

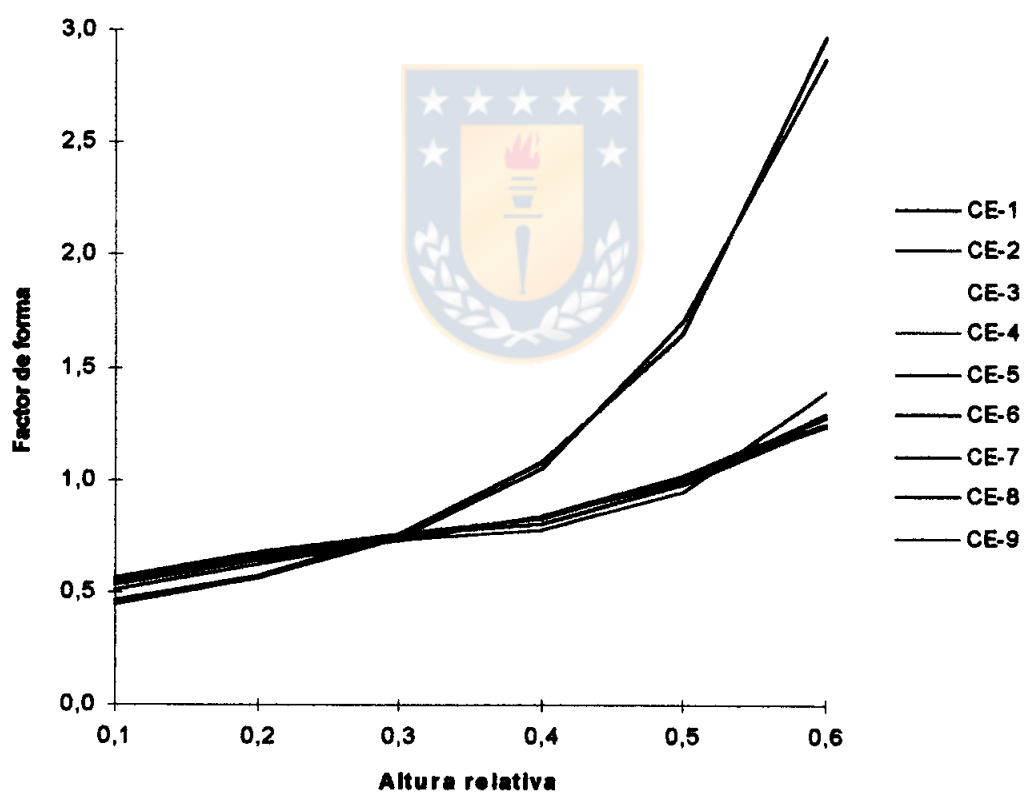


Figura 17. Comportamiento del factor de forma cilíndrico en árboles intermedios, según clase de edad y altura relativa.

La pendiente de la regresión entre el volumen real y el factor de forma refleja el comportamiento del volumen del cilindro de referencia obtenido en las distintas alturas relativas por clases de edad (Tablas 11, 12 y 13). La pendiente disminuye hacia el ápice del árbol, siendo más fuerte esta disminución en las clases de edad menores (Figuras 18, 19, 20).

TABLA 11. Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles dominantes, por clase de edad y altura relativa (Hr).

Hr	CE 1	CE 2	CE 3	CE 4	CE 5	CE 6	CE 7	CE 8	CE 9
0,1	0,0340	0,2286	0,7780	1,8869	3,6486	5,4277	6,9563	8,5327	9,7528
0,2	0,0257	0,1873	0,6863	1,6429	3,0379	4,3249	5,5420	6,8030	7,9457
0,3	0,0196	0,1485	0,5770	1,3172	2,4680	3,7684	5,0397	6,1996	7,0441
0,4	0,0143	0,1104	0,4464	1,0969	2,2420	3,2967	4,2225	5,1837	6,0705
0,5	0,0097	0,0735	0,3328	0,9211	1,7128	2,4948	3,3312	4,1365	4,7194
0,6	0,0050	0,040	0,2309	0,6406	1,1785	1,8025	2,6060	3,3383	3,7991
0,7	0,0019	0,0202	0,1315	0,3510	0,6951	1,1452	1,7234	2,2666	2,7105
0,8	0,0001	0,0077	0,0534	0,1332	0,2758	0,5189	0,9945	1,3369	1,6100

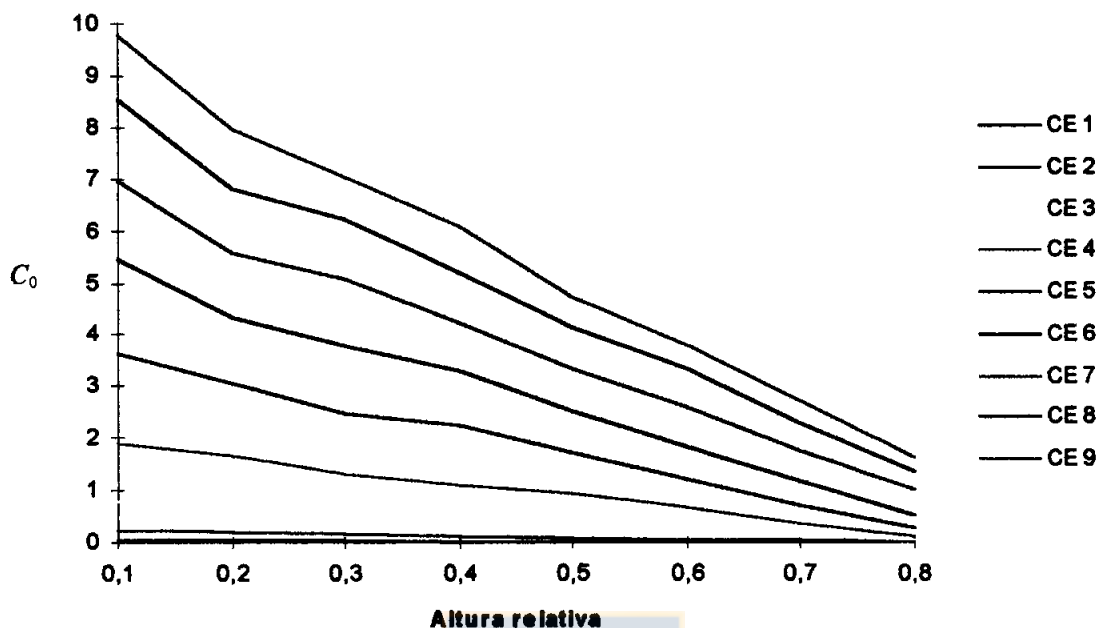


Figura 18. Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles dominantes, según clase de edad y altura relativa.

TABLA 12. Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en los árboles codominantes, por clase de edad y altura relativa (Hr).

Hr	CE 1	CE 2	CE 3	CE 4	CE 5	CE 6	CE 7	CE 8	CE 9
0,1	0,0285	0,1924	0,6824	1,5238	2,7151	3,8775	4,6052	5,1925	5,5171
0,2	0,0218	0,1576	0,5819	1,2897	2,3442	3,3427	4,0399	4,5135	4,7789
0,3	0,0161	0,1266	0,4759	1,0674	1,8867	2,6898	3,3344	3,8366	4,1272
0,4	0,0113	0,0973	0,3632	0,7841	1,4183	2,2569	2,855	3,3047	3,5292
0,5	0,0073	0,0682	0,2381	0,5657	1,2506	1,9112	2,3515	2,7035	2,8675
0,6	0,0033	0,0385	0,1246	0,4271	0,9710	1,3490	1,7771	2,0852	2,2979
0,7	0,0012	0,0142	0,0537	0,2601	0,6003	0,9375	1,3173	1,4322	1,4866
0,8	0,0005	0,0041	0,0139	0,0850	0,2240	0,3322	0,5523	0,7696	0,8591

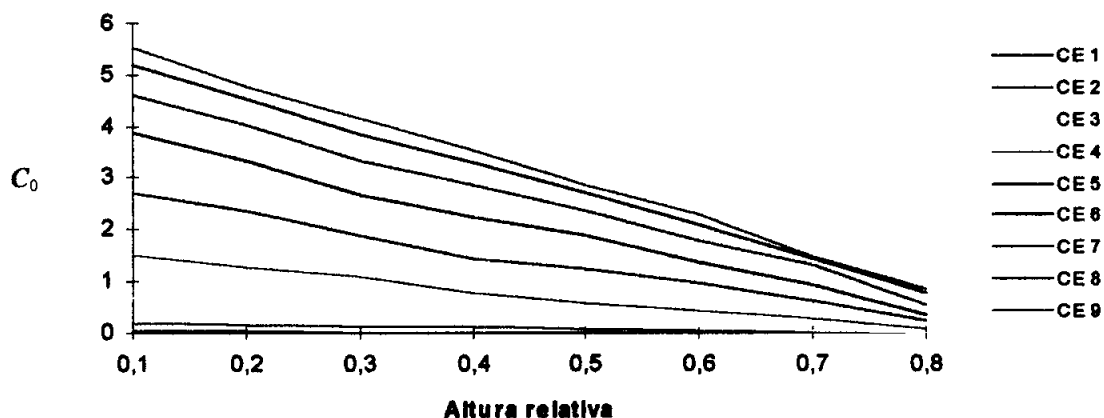


Figura 19. Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles codominantes, según clase de edad y altura relativa.

TABLA 13. Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en los árboles intermedios, por clase de edad y altura relativa (Hr).

Hr	CE 1	CE 2	CE 3	CE 4	CE 5	CE 6	CE 7	CE 8	CE 9
0,1	0,0188	0,1557	0,5310	1,1413	1,7420	2,1467	2,4039	2,5543	2,2449
0,2	0,0159	0,1219	0,4330	0,9272	1,4214	1,7879	1,9888	2,1020	1,8275
0,3	0,0120	0,0843	0,3744	0,8431	1,2866	1,5913	1,7637	1,8604	1,5417
0,4	0,0085	0,0502	0,3209	0,7840	1,1985	1,4342	1,5555	1,6150	1,3686
0,5	0,0055	0,0219	0,2585	0,6527	0,9799	1,1795	1,2753	1,3207	1,1572
0,6	0,0028	0,0132	0,1892	0,4145	0,7725	0,9592	1,0292	1,0454	0,8836
0,7	0,0005	0,0057	0,0960	0,2826	0,5711	0,7449	0,8007	0,8166	0,6812
0,8	0,0008	0,0009	0,0312	0,1243	0,3735	0,5347	0,5399	0,5226	0,4541

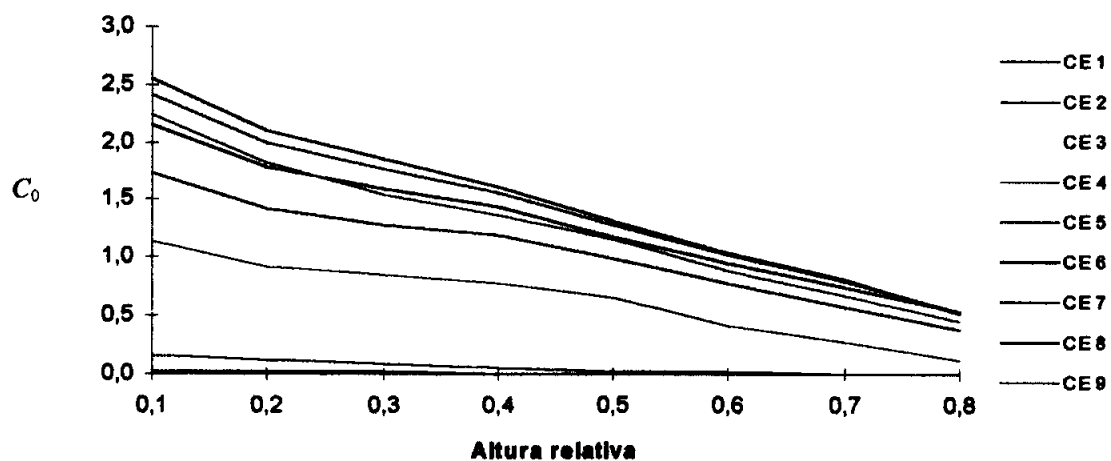


Figura 20. Pendiente (C_0) de la relación entre el volumen real y el factor de forma en árboles intermedios, según clase de edad y altura relativa.



IV CONCLUSIONES

- El ahusamiento fustal disminuye a través del tiempo en todas las clases de tamaño.
- Los árboles dominantes e intermedios presentan un menor ahusamiento fustal que los codominantes.
- El fuste de las diferentes clases de tamaño tiende a ser recto en la sección media del fuste entre los 31 y 35 años de edad.
- En los árboles dominantes el punto de intersección de los perfiles fustales de las distintas clases de edad, corresponde a la altura relativa de la base de la copa viva actual.
- Los coeficientes B_1 y B_2 de la función de ahusamiento de Thomas y Parresol varían entre clases de tamaño; el coeficiente B_3 se mantiene constante.
- El factor de forma medido a 10% de la altura total del árbol es similar entre clases de tamaño, teniendo como promedio un valor de 0,5. Este valor indica que, analizada a esa altura, la forma general del fuste es parabólica.

V RESUMEN

Se analizó la evolución del perfil fustal a través del tiempo en un rodal de *Pinus radiata* D. Don. de 42 años de edad, utilizando el modelo de ahusamiento propuesto por Thomas y Parresol (1991). Adicionalmente se analizó el comportamiento del factor de forma por clase de edad y porcentaje de altura.

La información utilizada en el estudio se obtuvo mediante análisis fustal de árboles seleccionados por clase de tamaño definido por el dap (dominantes, codominantes e intermedios). El modelo de ahusamiento se ajustó por clase de tamaño y clase de edad; el factor de forma se obtuvo por clase de edad y cada un décimo de la altura total del árbol.

Se detectó que los árboles intermedios alcanzan un perfil fustal recto en la sección media del fuste mucho antes que los árboles dominantes y codominantes. En las primeras clases de edad los perfiles fustales son similares; en las edades intermedias son variables, especialmente sobre 50% de la altura total; en edades avanzadas, la forma fustal es similar en todas las clases de tamaño desde un 15% de la altura total.

El factor de forma medido a un 10% de la altura total es cercano a 0,5 en todas las clases de tamaño. Así, evaluando en ese punto, puede asumirse que la forma general del fuste es parabólica.

VI SUMMARY

Stem profile evolution through time of 42-year-old *Pinus radiata* D. Don trees was analyzed using the taper function proposed by Thomas and Parresol (1991). Additionally, form factor behaviour by age class and percent of total height was analyzed.

Stem analysis data from trees selected by size classes defined by the diameter at breast height (dbh) (dominants, codominants, and intermediates trees) was used. The taper model was fitted by size class and age class; the form factor was calculated by age class and each 10 percent of the total height of the tree.

The intermediate trees reach a conical stem profile form in the mean sector of the stem earlier than the dominant and codominant trees. In the first age classes the stem profiles of all size class are similar; in the intermediate ages it vary, especially from 50 percent of the total height to apex; in older age the stem form is similar for all size classes from a 15 percent of total height to apex.

The form factor measured at 10 percent of the total height is close to 0,5 in all size classes. Thus, evaluating in that point, it can be asumed that stems have parabolic form.

VII BIBLIOGRAFIA

- Assmann, E. 1970. The principles of forest yield study. Pergamon Press. U.S.A..506 p.
- Cancino, J. 1993. Modelo optimizador de trozado de árboles basado en funciones de ahusamiento y programación dinámica. Tesis de Maestría para optar al grado de Magister Scientiae. Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza, Escuela de Postgrado. Turrialba, Costa Rica.
- Clutter, J.; Fortson, J.; Pienaar, L.; Brister, G.; Bailey, R. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley and Sons. New York.
- Daniel, T.; Helms, J.; Backer, F. 1982. Principios de Silvicultura. Mc Graw-Hill. México.
- Donoso, C. 1994. Ecología Forestal. Cuarta Edición. Editorial Universitaria. Santiago, Chile.
- Dyer, M.; Bailey, R. 1987. A test of six methods for estimating true heights from stem analysis data. For. Sci. 33 (1): 3-13.
- Figueiredo-Filho, A.; Borders, B.; Hitch, K. 1996. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in Southern Brazil. For. Ecol. and Manag. 83 : 39-46.
- Larson, P. 1963. Stem form development of forest trees. For. Sci. Monogr. 5.

- Max, T.; Burkhart, H. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equation. *For. Sci.* 22 (33): 283-289.
- Newnham, R. 1992. Variable-from taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22 : 210-223.
- Osawa, A. 1992. Fine resolution analysis of stem form and its implication to the mechanism of plant self-thinning. *Can. J. For. Res.* 22 : 403-412.
- Poblete, H.; Olivares, B.; Meneses, M.; Diaz-Vaz, J.; Juacida, R. 1985. Antecedentes básicos para el estudio de poda en *Pinus radiata*. Informe de Convenio N° 91. Forestal Rio Vergara S.A. Forestal Mininco S.A. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Serie Técnica. Valdivia, Chile.
- Santibáñez, F.; Uribe, J. 1993. Atlas Agroclimático de Chile, regiones sexta, séptima, octava y novena. Corfo. Ministerio de Agricultura. FIA. Santiago. Chile.
- SAS Institute Inc. 1988. SAS/STAT user's guide. Release 6.03. Sas Institute Inc., Cary, NC. USA.
- Smith, D. 1986. The practice of silviculture. John Wiley and Sons. New York.

- Tapia, E. 1988. Determinación de modelos de ahusamiento para renovales de canelo (*Drimys winteri* Forst). Memoria de Título, Ingeniero Forestal. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Depto. de Manejo de Recursos Forestales. Santiago, Chile.
- Thomas, C.; Parresol, B. 1991. Simple, flexible, trigonometric taper equations. *Can. J. For. Res.* 21: 1132-1137.
- Valdés, S.; Vargas, V.; Rivera, J. 1976. Dendrometría para Técnicos Forestales. Universidad de Concepción. Carrera de Técnicos Forestales. Los Angeles, Chile. 241 p.
- Weisberg, S. 1985. Applied linear regression. Second Edition. John Wiley and Sons, Inc.

VIII APENDICE

Apéndice 1. Análisis del Modelo de Thomas y Parresol

En el modelo de Thomas y Parresol (1991), el componente $B_3(1/(\tan(\pi X/2)))$ origina una hipérbola a partir de la cual se genera el tronco de niloide en la base del fuste (Figura 1A). El componente B_3 es el que modela la parte inferior del fuste, mientras mayor sea el valor de éste, mayor es el abultamiento en la base del árbol.

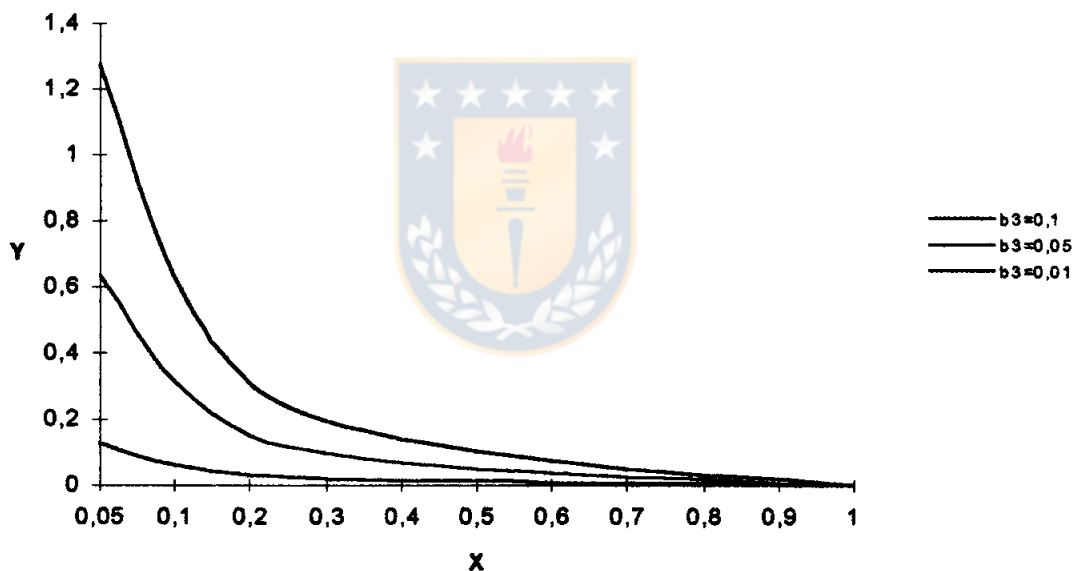


Figura 1A. Relación del coeficiente B_3 sobre el ahusamiento fustal.

El componente $B_1(X-1)$ origina una parábola cuya rotación en torno al eje del árbol genera un tronco de paraboloides en la sección fustal central. Al aumentar el valor de B_1 disminuye el ahusamiento fustal (Figura 2A).

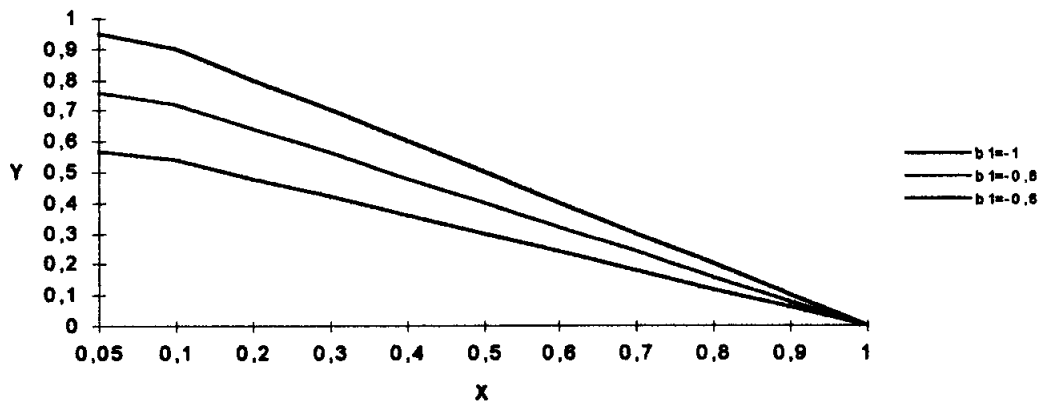


Figura 2A. Relación del coeficiente B_1 sobre el ahusamiento fustal.

El componente $B_2(\sin(C\pi X))$ acentúa el tronco de paraboloides en la parte baja del fuste, y en la parte media superior del fuste atenúa el efecto del componente $B_1(X-1)$, acercándolo a la forma de un niloide o cono. Este efecto es pequeño cuando B_2 toma valores bajos (Figura 3A), originando así un perfil fustal más recto (Cancino, 1993).

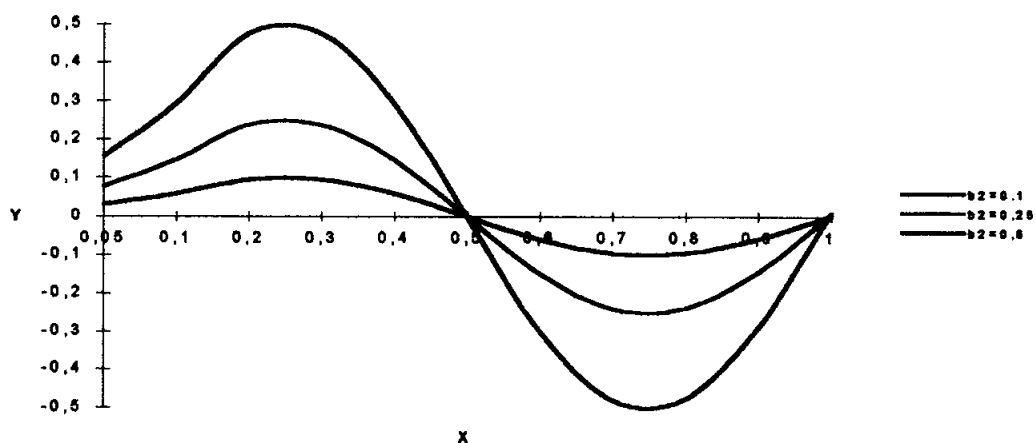


Figura 3A. Relación del coeficiente B_2 sobre el ahusamiento fustal.

El valor del coeficiente C indica el número de convexidades y concavidades que se presentan en el perfil fustal entre la base y el ápice del árbol (figura 4A).

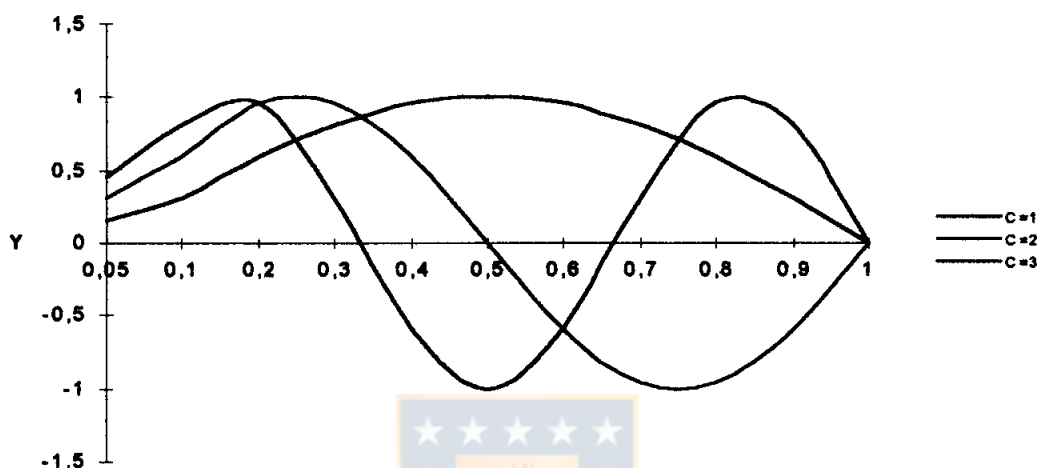


Figura 4A. Relación del coeficiente C sobre el ahusamiento fustal.

El modelo trigonométrico (Thomas y Parresol, 1991) presenta dos inconvenientes asociados a la variable $(1/(\tan(\pi X/2)))$. Cuando $X = 0$ su valor tiende a $+\infty$ generando, a la altura de la superficie del suelo ($X=0$), un diámetro excesivamente grande; este problema tiene poca importancia, puesto que cuando se corta un árbol siempre queda una pequeña altura que corresponde a la altura de tocón, por lo que es solucionado. En el otro extremo cuando $X=1$ (ápice del árbol) el valor de $\tan(\pi X/2)$ tiende a $+\infty$ y la variable $(1/(\tan(\pi X/2)))$ tiende a cero; el inconveniente se soluciona asignando un valor cero a la variable cuando $X=1$ (Cancino, 1993).

