

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN

*Facultad de Ingeniería
Depto. de Ing. Eléctrica*



Estrategias de control para estabilización de navíos

Felipe Humberto Mendoza Lira

*Informe de Memoria de Título
para optar al Título de
Ingeniero Civil Electrónico*

*Profesor Patrocinante
Sr. Juan Pablo Segovia Vera*

Concepción, Marzo de 2009

*UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
Facultad de Ingeniería
Depto. de Ing. Eléctrica*

*Profesor Patrocinante
Sr. Juan Pablo Segovia Vera*

Estrategias de control para estabilización de navíos



Felipe Humberto Mendoza Lira

*Informe de Memoria de Título
para optar al Título de
Ingeniero Civil Electrónico*

Marzo de 2009

A mis padres, hermanos y familia...



TABLA DE CONTENIDO

Índice de figuras.....	iv
Índice de tablas.....	v
I. Resumen.....	1
II. Introducción.....	2
2.1. Aletas fijas cortas o largas.....	2
2.2. Tanques anti-balanceo pasivos o activos.....	3
2.3. Amortiguación del balanceo mediante el timón (RRD).....	4
2.4. Amortiguación del balanceo mediante el timón y aletas móviles (FRRD).....	4
III. Trabajos anteriores.....	6
IV. Modelo matemático para el control de barcos.....	7
4.1. Notación para describir el movimiento de un barco.....	7
4.2. Ecuaciones dinámicas.....	9
4.3. Fuerzas y momentos hidrostáticos.....	10
4.4. Fuerzas y momentos hidrodinámicos.....	10
4.5. Geometría de superficies de control.....	12
4.6. Fuerzas producidas por superficies de control.....	13
4.7. Fuerzas causa del timón.....	14
4.8. Fuerzas de propulsión.....	15
4.9. Efectos de propulsión sobre el timón.....	16
4.10. Fuerzas de aletas estabilizadoras.....	17
4.11. Maquinaria hidráulica.....	18
4.12. Fuerzas por tanques anti-balanceo.....	18
V. Estimación de movimiento.....	26
5.1. Estimador de fuerza lateral (LFE).....	26
5.2. Estimador de fuerza vertical (VFE);.....	27
5.3. Índice de interrupciones (MII).....	27

5.4.	Índice de mareo (MSI).....	28
VI.	Control de timón y/o aletas	30
6.1.	Autopiloto.....	30
6.2.	Arquitectura del sistema de control.....	31
6.3.	Modelo para diseño del control	31
6.3.1.	Modelo de movimiento inducido por el control	31
6.3.2.	Modelo de movimiento inducido por olas.....	33
6.4.	Diseño del observador: Estimación del estado y filtrado de olas	34
6.4.1.	Estimación de parámetros.....	34
6.5.	Observador de estados	36
6.6.	Un diseño de control integrado MPC para timón y aletas	38
6.6.1.	Problema de control.....	38
6.6.2.	Solución al problema de control.....	39
VII.	Simulador	42
7.1.	Archivos.....	42
7.2.	Modelo del barco de prueba	43
7.3.	Modelo de control MPC	44
7.4.	Modelo principal.....	44
7.5.	Modo de uso	45
VIII.	Simulaciones	46
8.1.	Respuesta a mar tipo SS5 barco con aletas fijas y autopiloto	47
8.2.	Respuesta a mar tipo SS5 barco con tanque anti-balanceo, aletas fijas y autopiloto	47
8.3.	Respuesta a mar tipo SS5 para amortiguamiento mediante timón y autopiloto	50
8.4.	Respuesta a mar tipo SS5 para amortiguamiento mediante timón y aletas, y autopiloto	51
8.5.	Comparativa respuestas estado SS5	52
8.6.	Comparativa respuestas estado SS6	53
IX.	Conclusiones y discusiones	54

X. Trabajos futuros.....	55
Bibliografía	56
Anexo A. Modelo de realidad virtual.....	58
Anexo B. Barco modelo (Parámetros)	59
Anexo C. Códigos de configuración	60
Archivo “main.m”	60
Archivo “modelo_data.m”	61
Anexo D: Librería de simulink	64



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.1 Sistema de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.	7
Figura 4.2 Geometría de las superficies de control.....	13
Figura 4.3 Definición de los ángulos del timón vista superior	14
Figura 4.4 Definición de ángulos de aletas estabilizadoras considerando aleta de babor.....	17
Figura 4.5 Diagrama de bloques de la maquinaria del timón	18
Figura 4.6 Tanque anti-balanceo de forma U.....	19
Figura 5.1 MSI en 4 horas de exposición.....	29
Figura 6.1 Esquema de control.....	31
Figura 6.2 Modelo lineal en rojo v/s modelo no-lineal en azul.....	33
Figura 6.3 Parámetros estimados para v , ϕ y ψ	35
Figura 6.4 Señales filtradas o observadas	37
Figura 7.1 Modelo del barco en simulink	43
Figura 7.2 Modelo del controlador y observador en simulink	44
Figura 7.3 Modelo principal de Simulink	44
Figura 8.1 Respuesta a mar tipo SS5 barco con aletas fijas y autopiloto.....	47
Figura 8.2 Respuesta a mar tipo SS5 barco con tanque anti-balanceo bloqueado, aletas fijas y autopiloto.....	48
Figura 8.3 Respuesta a mar tipo SS5 barco con tanque anti-balanceo, aletas fijas y autopiloto	49
Figura 8.4 Angulo de balanceo y ángulo en tanque anti-balanceo.....	49
Figura 8.5 Respuesta a mar tipo SS5 barco con amortiguamiento del balanceo mediante timón y autopiloto.....	50
Figura 8.6 Acción de control del timón para amortiguamiento del balanceo mediante timón y autopiloto.....	51
Figura 8.7 Respuesta a mar tipo SS5 barco con amortiguamiento del balanceo mediante timón y aletas y autopiloto	51
Figura 8.8 Acción de control del timón y aletas para amortiguamiento del balanceo mediante timón y aletas y autopiloto	52
Figura A.1 Imágenes del modelo de realidad virtual diseñado para usar junto al modelo de simulink	58

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1 Nomenclatura utilizada para describir el movimiento del barco.	8
Tabla 8.1 Valores máximos y RMS obtenidos de las simulaciones para SS5	52
Tabla 8.2 Índices de performance en las simulaciones para SS5.....	52
Tabla 8.3 Valores máximos y RMS obtenidos de las simulaciones para SS6	53
Tabla 8.4 Índices de performance en las simulaciones para SS6.....	53
Tabla B.1 Características principales del barco de prueba.....	59
Tabla B.2 Características de las superficies de control del barco	59
Tabla B.3 Coeficientes hidrodinámicos del barco	59



I. RESUMEN

Este trabajo resume la modelación del movimiento del barco, los principales dispositivos y esquemas de control utilizados en la estabilización de navíos. Entre los dispositivos se incluye las superficies de control como timón (rudder), aletas (fins) y tanques anti-roll tipo U (anti-roll U-tank).

Se presenta la forma de evaluar los efectos del movimiento producido por el oleaje a través del índice de mareo MSI que relaciona las aceleraciones y frecuencias del movimiento vertical con el porcentaje de personas que vomita tras un determinado tiempo de exposición, también se presenta el índice de interrupciones MII que relaciona la fuerza lateral con el número de veces que esta causa deslizarse, pérdida de equilibrio o distracción.

Se implementa un algoritmo MPC (Model Predictive Control) específicamente un control basado en optimización cuadrática con restricciones que permite ser utilizado tanto para la amortiguación del balanceo mediante el timón y/o aletas.

Se muestran los resultados comparativos entre las distintas configuraciones evaluando sus desempeños en modelos desarrollados en Simulink de Matlab®. Entre estas configuraciones están: el uso sólo de timón, el uso de aletas, el uso de tanques anti-balanceo tipo U pasivos y el uso de timón junto a aletas móviles.

Se desarrolla un modelo de realidad virtual para visualizar tanto las acciones de control como sus efectos en una animación en 3D.

Los principales resultados de este trabajo son el simulador como una herramienta para evaluar los principales dispositivos utilizados para la amortiguación del balanceo, una comparación entre éstos permite conocer las capacidades o eficiencia de cada uno. En la implementación del control MPC de la manera presentada permite ser utilizado en distintas configuraciones (estabilización por el timón, por aletas o timón y aletas) sin modificaciones en el algoritmo. Por último el uso de un observador con la inclusión de un bias en el ángulo de guiñada (desvío de la proa del buque hacia un lado u otro del rumbo en que se navega), permitió una observación de los estados con buenos resultados filtrando el ruido presente debido al oleaje.

II. INTRODUCCIÓN

La principal razón para usar sistemas de estabilización del balanceo en barcos mercantes es prevenir a la carga de daños e incrementar la eficiencia de la tripulación. Desde el punto de vista de la seguridad es conocido que grandes movimientos de balanceo causa más errores en la operación, además de mareos y cansancio. Para barcos militares ciertas operaciones como abordaje del helicóptero, como la efectividad de la tripulación durante el combate son de mayor importancia.

El movimiento con un cierto grado de libertad es una indeseada característica de un barco en un oleaje embravecido, por esto es natural considerar maneras de reducir éste. Los métodos de reducir el movimiento son frecuentemente conocidos con el nombre de ‘Estabilización’. En el diseño de barcos para ser estable, se espera que este retorne a un punto de equilibrio después de una pequeña perturbación, esto se lo logra aumentando su rigidez. Comúnmente en la práctica la estabilización del movimiento deriva en incrementar el amortiguamiento de este, de esta manera debería ser llamado amortiguamiento del movimiento o “damping motion”, sin embargo, el termino estabilización es aceptado.

Un barco monocasco normal tiene como característica un inherente bajo amortiguamiento respecto al balanceo comparado con otros movimientos como cabeceo o guiñada, por lo tanto, en zonas de resonancias donde grandes ángulos de balanceo son esperados es importante considerar la seguridad del barco, tripulación y pasajeros.

En la actualidad son utilizados distintos tipos de dispositivos [1] en esta ocasión comentaremos los siguientes:

- Aletas fijas cortas o largas (“Twins keels, bilge keels”)
- Tanques anti-balanceo pasivos o activos (“Passive or active anti-roll tank”)
- Amortiguación del balanceo mediante el timón (“Rudder roll damping”)
- Amortiguación del balanceo mediante el timón y aletas móviles (“Fins and rudder roll damping”)

2.1. Aletas fijas cortas o largas

Las aletas fijas [1] son utilizadas como una forma de aumentar el amortiguamiento o damping del barco dado la resistencia presentada frente al movimiento de balanceo, su principal característica es su bajo mantenimiento debido a que no poseen partes móviles, sin embargo, estas aumentan la resistencia de avance del barco, aun cuando este puede ser minimizado al alinearse con las líneas de flujo sobre el casco.

No siempre es recomendado el uso de estos dispositivos para todo tipo de naves, como para barcos pesqueros, dado el uso de redes de pescar, aun así son de bajo costo de mantenimiento presentan una reducción del orden del 40-65% tanto en la amplitud y la aceleración en el movimiento de balanceo.

Al utilizar aletas largas o quillas de balance largas y estrechas, se evita en parte el peligro de enganchar redes o encallar al ser más ceñidas al casco; como también en el caso de aletas retractiles, pero estos últimos requieren de un mayor coste de mantenimiento causa de la necesidad de un dique seco para ello.

2.2. Tanques anti-balanceo pasivos o activos

El uso de tanques pasivos o activos [1] también permiten aumentar el damping del barco ellos se basan en contra restar el balanceo, luego de inclinarse el liquido desplazado provoca una resistencia opuesta al giro, de esta manera el objetivo es que el ángulo del nivel de los tanques presente el mismo periodo de oscilación que el barco pero con un desfase de un cuarto de onda maximizando el torque cuando el barco comienza inclinarse hacia el otro lado. La coincidencia del ángulo del tanque con el ángulo de inclinación del barco lleva a una realimentación positiva aumentando aun más la inclinación, de manera que actuadores pasivos como dâmperes o activos como bombas permiten variar la frecuencia natural del tanque o frenar el movimiento del liquido de manera de evitar picos de inclinación a bajas frecuencias. En circunstancias esta amplificación puede llegar a ser un serio problema y de ser necesario se puede llegar a inmovilizar el líquido del tanque, ser vaciado o llenado al tope

Los tanques tienen un costo bajo respecto a otros dispositivos, y presentan un fácil manejo además que una vez instalado no requiere de mantención, sin embargo presenta un alto costo en diseño requiriendo ser diseñados para cada embarcación dadas sus características.

El tamaño normal de los tanques anti balanceo es entre el 1% y 5% del volumen desplazado y depende de la ubicación mientras más alto y separado de la línea de simetría se puede disminuir el tamaño.

El uso de tanques junto a aletas es una de las configuraciones que presenta buenos resultados y bajo costo, es la adecuada para embarcaciones de gran tamaño debido a su bajo mantenimiento. Se han documentado reducciones en la aceleración y amplitud del movimiento de balanceo de hasta el 90% en algunas condiciones de la mar.

2.3. Amortiguación del balanceo mediante el timón (RRD)

El balanceo de un barco puede ser causa de perturbaciones externas como olas, vientos, y corrientes estos contribuyen al balanceo ejerciendo fuerzas y momentos al casco, pero el balanceo también es causa del movimiento del timón. Una alteración del curso hace inclinar al barco cuando este es corregido, y este retorna a su posición de equilibrio en una oscilación amortiguada.

La acción del timón presenta un acoplamiento tanto con el cabeceo como el balanceo, sin embargo, este acoplamiento puede ser tratado como un acoplamiento en las altas frecuencias para el movimiento de balanceo y un acoplamiento en bajas frecuencias para la guiñada.

“Amortiguamiento del balanceo mediante el timón” [1] es la estrategia más básica de estabilización dado que todos los barcos poseen timón y este tiene un efecto tanto en el ángulo de guiñada ψ como el ángulo de balanceo ϕ . El amortiguamiento mediante el timón es bastante menos costosa comparada con la amortiguación mediante aletas, tienen aproximadamente igual efectividad, y no incrementa el arrastre si el sistema es desconectado. Sin embargo RRD requiere un timón relativamente rápido para ser efectivo, típicamente $\dot{\delta}_{max} = 5 - 20 (deg/seg)$, ejemplos de aplicación de este enfoque con timones lentos pueden encontrarse en [2]. Otra desventaja es que RRD no es tan efectivo a baja velocidad dada que la fuerza ejercida por el timón es proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo que lo rodea.

El avance en técnicas de control para RRD es lento y la investigación se concentra en barcos militares, la principal razón de esto son el gran poder y velocidad de cambio de los servos del timón, y de esta manera los requerimientos son fácilmente satisfechos dada la gran maniobrabilidad, contrariamente en el uso en barcos comerciales, requiriendo actualizar los servos. Una segunda razón es que el efecto de RRD es altamente sensible a incertidumbres en el modelo, no solo cambios en la estructura del barco sino también cambios de velocidad y condiciones de carga, esto reduce la acción del timón y produce que RRD falle, requiriendo el diseño de controladores con una apropiada robustez.

2.4. Amortiguación del balanceo mediante el timón y aletas móviles (FRRD)

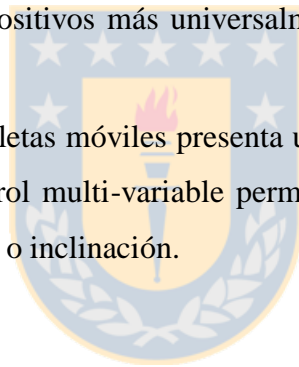
Las aletas móviles [1] son uno de los más atractivos dispositivos para el amortiguamiento del balanceo. Estos son montados próximos a la mitad del barco. El ángulo de incidencia es ajustado continuamente por un sistema de control que es sensible al movimiento de balanceo.

El uso de aletas tiene ventajas dado que por lo general están ubicadas cerca del centro de gravedad de manera de tener un bajo acoplamiento con el cabeceo, además dado que se encuentran a un radio mayor del eje de balanceo es necesaria una menor fuerza para producir un momento en el barco y representa el uso de servos más pequeños y económicos que en su contraparte el timón.

Las aletas a velocidades sobre los 10 o 15 nudos son probablemente el más efectivo método de amortiguamiento de un barco. Reducciones de al menos el 50% son usualmente posibles con un buen sistema de control, sin embargo, las aletas tienen una menor efectividad a bajas velocidades y no son usualmente especificadas para barcos que operan a baja velocidad, también es entendible que las aletas tienen una cierta capacidad límite y la capacidad de reducir el balanceo decrece en altos estados de la mar.

Las aletas móviles son altamente sofisticadas y caras piezas del equipamiento y requieren un considerable mantenimiento. No obstante su capacidad para trabajar en un amplio rango de condiciones lo hace uno de los dispositivos más universalmente aceptado y adecuado para muchos barcos.

Aunque el control de balanceo con aletas móviles presenta un buen rendimiento este junto al control del timón en una estructura de control multi-variable permite utilizar al máximo las superficies de control para contra-restar el balanceo o inclinación.



III. TRABAJOS ANTERIORES

En el área de estabilización existen muchos trabajos que van desde el modelado de la dinámica del movimiento del barco como trabajos en el área de control y medición de sus efectos; podemos hacer referencia como principales trabajos los realizados por [3], [4] y [5]. En donde es posible hallar modelos tanto del barco y los distintos dispositivos presentes en ellos ya sea timones, hélices, aletas y tanques anti-balanceo.

Los trabajos previos dentro de la facultad en el ámbito de la ingeniería naval se encuentra “Estrategias de control optimo para sistemas de propulsión” [6] en donde se explica y desarrolla el modelo de un sistema de propulsión naval así como también las acciones de control necesarias para mantenerlo dentro de rangos de operación preestablecidos, otro trabajo es “Simulador interactivo 3D de un canal de pruebas para barcos” [7], en donde se presenta el modelado de la dinámica de un barco pero orientado al uso de CDF (Computational fluid dynamics) o fluidos dinámicos computacionales que son base para la obtención de modelos de control.

Los trabajos en el área de control de movimiento los trabajos de [8], [1], [3] y [9] son los trabajos más recientes, donde se presentan estrategias para la disminución de las aceleraciones.

Otros trabajos importantes son los realizados por Thor Fossen [10] y [11] que son base para muchos trabajos, además es uno de los realizadores junto a Tristan Perez de “MSS GNC Toolbox” y “MSS HYDRO” un toolbox libre para Matlab/Simulink con modelos de barcos y demostraciones.

IV. MODELO MATEMÁTICO PARA EL CONTROL DE BARCOS

El uso de la simulación en el diseño de sistemas de control de gobierno de un buque, ha hecho necesario el desarrollo de modelos dinámicos que conservando las principales características de comportamiento, permitan una implementación lo más sencilla posible.

La dinámica de un barco consta de un sólido rígido, con 6 grados de libertad, uno de traslación y otro de rotación en cada uno de los 3 ejes cartesianos x, y, z .

Para representar el movimiento de un barco en el plano horizontal se suelen utilizar modelos con tres grados de libertad en los que únicamente se consideran los movimientos de avance, guiñada, desplazamiento lateral. En el caso de los barcos porta contenedores o de los que desarrollan altas velocidades, es necesario considerar el movimiento de balance, dado que el resto de movimientos, cabeceo y arfada, se consideran despreciables, lo que genera modelos de cuatro grados de libertad.

4.1. Notación para describir el movimiento de un barco

El movimiento de un buque en el mar se puede describir respecto a un eje de referencia inercial. Se puede considerar que un sistema de referencia situado en tierra, O_E es un sistema inercial.

Para representar el movimiento de un barco [12], [8] se necesitan seis coordenadas independientes, tres para describir la traslación sobre los ejes x_B, y_B y z_B , (avance, desplazamiento lateral y arfada respectivamente), referidos a un sistema de coordenadas móvil situado en el buque O_B . Las tres restantes son de rotación (balanceo, cabeceo y guiñada respectivamente) del sistema de coordenadas móvil del buque respecto al sistema de coordenadas inercial de referencia situado en tierra O_E .

En la Figura 4.1 se representa los sistemas de coordenadas y la definición de los movimientos de traslación y rotación del buque.

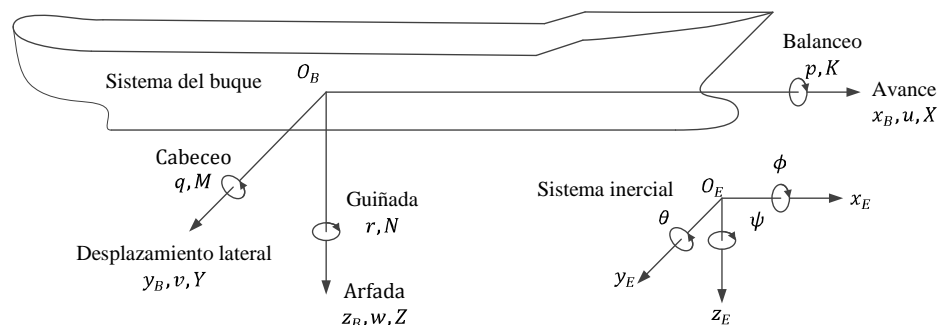


Figura 4.1 Sistema de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.

La Tabla 4.1 resume la nomenclatura que describe el movimiento de un buque, las fuerzas y momentos. Esta es la notación estándar recomendada para su utilización en las aplicaciones de maniobra y control de barcos.

Tabla 4.1 Nomenclatura utilizada para describir el movimiento del barco.

Traslación	Fuerza	Velocidad lineal	Posición
Avance	X	u	x
Desplazamiento lateral	Y	v	y
Arfada	Z	w	z
Rotación	Momento	Velocidad angular	Angulo
Balanceo	K	p	ϕ
Cabeceo	M	q	θ
Guiñada	N	r	ψ

Así, el vector velocidad respecto al sistema de coordenadas buque queda definido por:

$$v \triangleq [u, v, w, p, q, r]^T \quad (4.1)$$

Y el vector posición y orientación respecto al sistema inercial de referencia por:

$$\eta \triangleq [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \quad (4.2)$$

La derivada del vector de posición y orientación η permite describir la trayectoria seguida por el barco. Este vector está relacionado geoméricamente con el vector velocidad v por la transformación:

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \quad (4.3)$$

Donde $J(\eta)$ es una matriz de transformación que depende de los ángulos de Euler (ϕ, θ, ψ) .

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} J_1(\phi, \theta, \psi) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\phi, \theta, \psi) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Donde $J_1(\phi, \theta, \psi)$ es la matriz de rotación que representa la transformación de coordenadas desde el sistema móvil al fijo:

$$J_1(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & -s(\psi)c(\phi) + c(\psi)s(\theta)s(\phi) & s(\psi)s(\phi) + c(\psi)c(\phi)s(\theta) \\ s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) + s(\psi)s(\theta)s(\phi) & -c(\psi)s(\phi) + s(\psi)c(\phi)s(\theta) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Y $J_2(\phi, \theta, \psi)$ la matriz de transformación para la velocidad de cambio de los ángulos de Euler desde el sistema móvil al fijo:

$$J_2(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & s(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & s(\phi)/c(\theta) & c(\phi)/c(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Donde $s(\cdot) = \sin(\cdot)$, $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ y $t(\cdot) = \tan(\cdot)$.

4.2. Ecuaciones dinámicas

Las ecuaciones del movimiento del barco con relación al sistema coordenado de O_B a partir de las ecuaciones de Newton se pueden expresar en forma vectorial como [3], [11], [8]:

$$\begin{aligned} M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v &= \tau \\ \dot{\eta} &= J(\eta)v \end{aligned} \tag{4.7}$$

Donde M_{RB} es la matriz de masas e inercia y el término $C_{RB}(v)$ es resultante de las fuerzas centrípetas y de Coriolis, ambas debidas a la dinámica del sólido rígido, la matriz $J(\eta)$ que fue descrita anteriormente en la ecuación (4.3) y τ es un vector generalizado de las fuerzas y momentos externos que está compuesto por las fuerzas y momentos hidrodinámicos producidos por el movimiento del casco en el agua, las debidas a las superficies de control (timones, aletas, etc.), las generadas por los sistemas de propulsión, fuerzas de restauración debidas a la gravedad y flotabilidad, y las debidas a perturbaciones ambientales (olas, viento y corrientes), que queda definido como:

$$\tau \triangleq [X, Y, Z, K, N, M]^T \tag{4.8}$$

Para representar el movimiento de un barco en el plano horizontal se suelen utilizar modelos con cuatro grados de libertad en los que únicamente se consideran los movimientos de avance, guiñada, desplazamiento lateral y balanceo, dado que el resto de movimientos, cabeceo (θ) y arfada (p) se consideran despreciables con respecto a los anteriores; de lo anterior y de la ecuación (4.6) se pueden realizar las siguientes aproximaciones:

$$\dot{\phi} = p, \quad \dot{\psi} = r \cos(\phi) \tag{4.9}$$

De esta manera considerando solo el movimiento con cuatro grados de libertad (4-DOF) la ecuación de movimiento ecuación (4.7) queda:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & -mz_G & mx_G \\ 0 & -mz_G & I_{xx} & 0 \\ 0 & mx_G & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ K \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m(vr + x_G r^2 - z_G pr) \\ -mur \\ mz_G ur \\ -mx_G ur \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

Siendo m la masa del buque, I_{xx} y I_{zz} son las inercias sobre los ejes x_B y z_B ; x_G y z_G son las coordenadas del centro de gravedad (CG) con respecto al sistema de coordenadas del buque, es decir:

$$\overline{CG} \triangleq [x_G, 0, z_G] \quad (4.11)$$

4.3. Fuerzas y momentos hidrostáticos

Estas son las fuerzas de restauración y momentos que dependen de los ángulos de Euler y actúan sobre el centro de gravedad CG y centro de flotabilidad CB .

Dado el modelo considera solo 4 dimensiones, las fuerzas gravitacionales y de flotabilidad solo se ven reflejadas en un momento de restauración del ángulo de inclinación sobre la vertical, que se relaciona con este último de la forma:

$$K_{hs}(\phi) = -\rho g \nabla G_z(\phi) \quad (4.12)$$

Donde ∇ denota el desplazamiento de agua producido por el buque, g la constante de gravedad, ρ la densidad del agua y $G_z(\phi)$ es la función de flotación para la inclinación sobre la vertical que puede ser aproximada por:

$$G_z(\phi) = \left(GMt + \frac{1}{2} BM \tan^2(\phi) \right) \sin(\phi) \quad (4.13)$$

Donde GMt el alto del metacentro transversal y BM la distancia desde el centro de flotabilidad al metacentro.

4.4. Fuerzas y momentos hidrodinámicos

Las fuerzas hidrodinámicas son modeladas como una función no-lineal de la aceleración \dot{v} velocidades v , y los ángulos de Euler en η :

$$\tau_{hyd} = f(\dot{v}, v, \eta)$$

Y pueden ser expresados como una serie de Taylor para las fuerzas X , Y , K , N . Los términos superiores al tercer orden no se consideran porque la experiencia ha demostrado que su inclusión no aumenta significativamente la exactitud. También se indica que se pueden despreciar varios términos debido a la simetría lateral de los buques, a que sólo se tienen en consideración los términos con aceleración de primer orden, además se considera que el acoplamiento entre los términos de velocidad y aceleración es despreciable. Por ejemplo para la fuerza Y_{hyd} .

$$Y_{hyd}(\dot{v}, v, \eta) \approx Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{vv}v^2 + Y_{r|v|r}|v| + \dots$$

Donde los coeficientes contantes son:

$$Y_{\dot{v}} = \frac{\partial f_Y}{\partial \dot{v}} \quad Y_{vv} = \frac{\partial^2 f_Y}{\partial v^2} \quad Y_{r|v|} = \frac{\partial^2 f_Y}{\partial r \partial |v|}$$

Que son llamadas derivadas hidrodinámicas o coeficientes hidrodinámicos [12], [8]. Para su determinación existen tanto métodos teóricos como métodos experimentales basados en la identificación de parámetros. En este último un modelo es forzado a moverse en un aparato llamado Planar Motion Mechanism (PMM) en donde el modelo es obtenido usando tres grados de libertad o Roll Planar Motion Mechanism (RPMM) en donde el modelo es obtenido usando los cuatro grados de libertad, que es considerado para aplicaciones de maniobra.

Las fuerzas y momentos pueden ser estudiadas considerando dos problemas, en el primero el movimiento del casco cuando no hay incidencias de olas; mientras en el segundo, el casco está restringido en movimiento y hay incidencias de olas. El segundo problema envuelve fuerzas ambientales como olas, viento y corrientes que no son consideradas aquí.

Las fuerzas y momentos provenientes del primer problema pueden ser estudiados por el análisis de los diferentes orígenes de los efectos:

- **Movimiento en un fluido ideal sin circulación:** En este análisis, solo el desplazamiento es considerado, y este permite esclarecer los efectos de masa añadida, fuerzas y momentos de inercias y momento de Munk.

La masa añadida e inercia refleja la presencia de la energía cinética del fluido como del casco moviéndose a través de él. El movimiento del fluido asociado con la aceleración produce que la nave se mueva con una equivalente masa añadida e inercia, sin embargo el fluido no se mueve hacia delante con el fluido. En el modelo estos efectos están descritos con términos proporcionales a las aceleraciones.

Cualquier forma que no sea una esfera genera un momento cuando esta ésta inclinada en un fluido no viscoso. La paradoja de D'Alembert predice que la fuerza neta es cero, pero no necesariamente un momento cero. El momento de Munk surge por una simple razón, la ubicación asimétrica de puntos de estancamiento, donde la presión es más alta en la parte delantera del cuerpo (desacelerando el flujo) y el más bajo en la parte de atrás (acelerando el flujo). El momento de Munk siempre es desestabilizador, en el sentido de que este actúa girando la forma

perpendicularmente al flujo. En el modelo, el momento de Munk es descrito por términos proporcionales al producto de las velocidades uv .

- Movimiento en un fluido ideal con circulación: en este análisis la forma del casco es relevante. Para un cuerpo con un perfil, como un ala de avión, este muestra la existencia de fuerzas de elevación actuando en el centro de presión del casco. Ya que el centro de presión en un movimiento de avance se encuentra delante del CG existe un momento que sumar al momento de Munk y tiende a incrementar el ángulo de ataque. Las fuerzas y momentos son proporcionales a los productos uv y ur .
- Movimiento en un fluido viscoso: en este análisis se revela la presencia de resistencia hidrodinámica. Esta resistencia es causada por un número de diferentes componentes causados por una variedad de fenómenos interactuando. En el modelo estos efectos son reflejados por no-linealidades del tipo $|u|u$, $|v|v$, $|r|r$, $|v|r$ y $|r|r$.

Las ecuaciones de las fuerzas hidrodinámicas para el modelo RPMM modelo de maniobra, en relación a la aceleración \dot{v} velocidades v , y los ángulos de Euler en η son:

$$\begin{aligned}
 X_{hya}(\dot{v}, v, \eta) &= X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{u|u}|u| + X_{vr}vr \\
 Y_{hya}(\dot{v}, v, \eta) &= Y_{|u|v}|u|v + Y_{ur}ur + Y_{v|v}|v| + Y_{r|r}|r|r + Y_{v|r}|v|r + Y_{r|v}|r|v + Y_{\phi|uv}|\phi|uv| \\
 &\quad + Y_{\phi|ur}|\phi|ur| + Y_{\phi uu}\phi u^2 + Y_{|u|p}|u|p + Y_{p|p}|p|p + Y_{pp}p + Y_{\phi\phi\phi}\phi^3 \\
 K_{hya}(\dot{v}, v, \eta) &= K_{|u|v}|u|v + K_{ur}ur + K_{v|v}|v| + K_{r|r}|r|r + K_{v|r}|v|r + K_{r|v}|r|v + K_{\phi|uv}|\phi|uv| \\
 &\quad + K_{\phi|ur}|\phi|ur| + K_{\phi uu}\phi u^2 + K_{|u|p}|u|p + K_{p|p}|p|p + K_{pp}p + Y_{\phi\phi\phi}\phi^3 \\
 N_{hya}(\dot{v}, v, \eta) &= N_{|u|v}|u|v + N_{|u|r}ur + N_{v|v}|v| + N_{r|r}|r|r + N_{v|r}|v|r + N_{r|v}|r|v + N_{\phi|uv}|\phi|uv| \\
 &\quad + N_{\phi|ur}|\phi|ur| + N_{\phi uu}\phi uu + N_{|u|p}|u|p + N_{p|p}|p|p + N_{pp}p + N_{\phi\phi\phi}\phi^3
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

4.5. Geometría de superficies de control

Las superficies de control [12], [8] como aletas estabilizadoras y timones generalmente presentan una geometría trapezoidal similar a la mostrada en la Figura 4.2 donde se muestra sus principales medidas. Otros parámetros que son usados para definir las características de la superficie de control son:

$$c = \frac{c_r + c_t}{2}, \quad A = spc, \quad a = 2\frac{sp}{c}$$

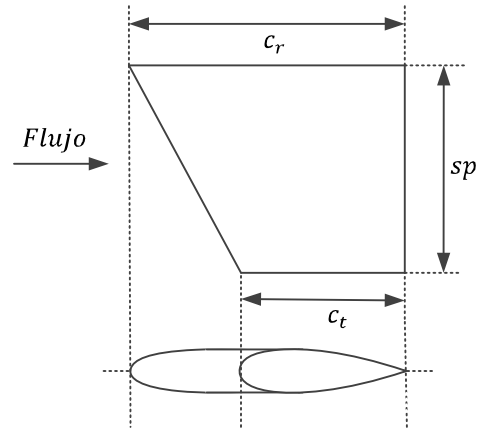


Figura 4.2 Geometría de las superficies de control

4.6. Fuerzas producidas por superficies de control

Para expresar la fuerza producida por la superficie [12] se usan las siguientes expresiones que representan las fuerzas normales y tangenciales al flujo en donde se encuentra presente

$$L = \frac{1}{2} \rho A U_{av}^2 C_L, \quad D = \frac{1}{2} \rho A U_{av}^2 C_D \quad (4.15)$$

Donde:

$$C_L = \left. \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} \right|_{\delta_e=0} \delta_e - \frac{C_{Dc}}{a} \frac{|\delta_e| \delta_e}{57.3}$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{0.9\pi a}$$

Donde C_D es el coeficiente de arrastre, C_L es el coeficiente de elevación, a es la relación de aspecto del timón, U_{av} la velocidad promedio del flujo pasando por el timón. El ángulo de ataque δ_e es el ángulo relativo entre la superficie y el flujo. En ocasiones se suele despreciar el segundo término de C_L que representa el costo en la elevación causa del arrastre, además el ángulo de ataque con respecto al flujo en donde se pierde efectividad es conocido como δ_{stall} , es en donde se produce el máximo de fuerza de elevación y aumenta drásticamente el arrastre, pudiendo C_L y C_D ser expresados como.

$$C_L = \begin{cases} \left. \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} \right|_{\delta_e=0} \delta_e & \delta_e \leq \delta_{stall} \\ \left. \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} \right|_{\delta_e=0} \delta_{stall} & \delta_e > \delta_{stall} \end{cases} \quad (4.16)$$

(4.17)

$$C_D = C_{D0} + \frac{1}{0.9\pi\alpha} C_L^2$$

Así el ángulo efectivo de ataque δ_e y las fuerzas normales L' y tangenciales D' a los ejes de coordenadas puede ser calculado a partir de la dirección del flujo como (ver Figura 4.3).

(4.18)

$$\delta_e = \delta - \delta_{flow}$$

(4.19)

$$\begin{aligned} D' &= D \cos(\delta_{flow}) + L \sin(\delta_{flow}) \\ L' &= -D \sin(\delta_{flow}) + L \cos(\delta_{flow}) \end{aligned}$$

4.7. Fuerzas causa del timón

La fuerza total hidrodinámica resultante del timón en un flujo real actúa sobre un punto sobre el timón llamado centro de presión (CP), Considerando un timón con un brazo de momento, r_r en el plano $y_b z_b$, a una distancia $-LCG$ en el eje x_b del centro de gravedad.

En aplicaciones de maniobra como es el modelo de maniobra (ecuación (4.14)) δ_{flow} es calculado usando el ángulo del timón, la velocidad de avance u , la velocidad de desplazamiento lateral v y la velocidad de desplazamiento lateral producida en la popa por el giro de la nave $LCGr$ y $r_r p$:

(4.20)

$$\delta_{flow} = \text{atan} \left(\frac{v - LCGr - r_r p}{u} \right)$$

Donde las magnitudes son de acuerdo a las convenciones adoptadas, mostradas a continuación:

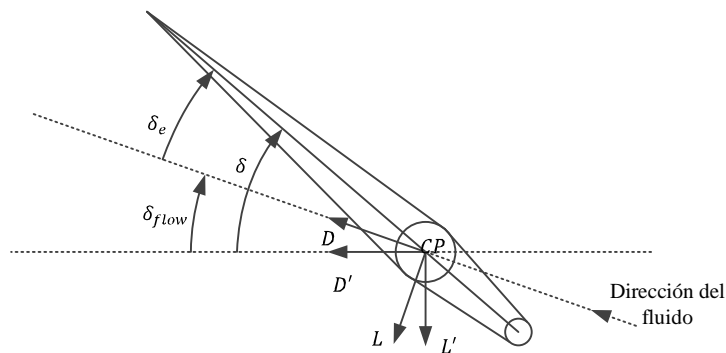


Figura 4.3 Definición de los ángulos del timón vista superior

Así las fuerzas, y momentos causa del timón pueden ser calculados de la siguiente forma [12]

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ K \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D' \\ L' \\ -L' r_f \\ -L' LCG \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Es común encontrar barcos con dos timones dado que estos disminuyen la fuerza de arrastre y aumentan la fuerza de elevación al aumentar la razón de aspecto de este (ver ecuación (4.15)), en este caso las fuerzas y momentos pueden ser calculados de igual forma despreciando efectos causa de la separación con respecto al eje de simetría, considerándolos como dos timones con en el mismo CP en el eje de simetría y mismo ángulo de ataque.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ K \\ N \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -D' \\ L' \\ -L' r_f \\ -L' LCG \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

4.8. Fuerzas de propulsión

En esta sección revisaremos los elementos básicos para la modelación de los efectos de propulsión y resistencia, considerando la propulsión debida a una hélice [8]. La tarea de la hélice es la generación del empuje útil T . Este empuje es necesario para compensar la fuerza de resistencia ejercida sobre el casco. Así, en condiciones estáticas, con la nave navegando y teniendo una velocidad de avance, la resistencia y el empuje podría ser escrito como:

$$T = (1 - t)^{-1}(-X_{u|u})U|U| \quad (4.23)$$

Donde t es llamado factor de reducción de empuje, que toma valores entre 0.05 y 0.2.

Un efecto importante producido cuando la nave se mueve en un fluido real, es que, el agua alrededor de la proa adquiere un movimiento hacia adelante en dirección del movimiento del casco. Este movimiento hacia adelante es llamado estela, y uno de los efectos producidos es una diferencia entre la velocidad de la nave U y la velocidad promedio de avance del fluido sobre la hélice U_a , llamada la velocidad de avance, que es expresada como una fracción de la velocidad U .

$$U_a = (1 - \omega)U \quad (4.24)$$

La fracción ω es determinada por la combinación de pruebas de propulsión para derivar el empuje y las características de la hélice en mar abierto. La fracción es por lo general siempre positiva en la mayoría de los casos, a excepción de naves de alta velocidad como destructores donde la fracción ω podría estar cercana a cero o negativa, típicamente este valor va desde los 0.1 a los 0.4.

4.9. Efectos de propulsión sobre el timón

Los timones son ubicados normalmente detrás de las hélices, entre otras razones, porque la forma del timón incrementa la eficiencia de propulsión utilizando parte de la energía rotacional contenida en ella, para el rumbo la fuerza es típicamente más del doble que un timón ubicado fuera de la línea de propulsión, además para un estacionario o lento movimiento del barco, la fuerza puede ser incrementada amentando las rpm de la hélice, lo anterior debido a la relación de la fuerza del timón proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo [4] .

Dada la ubicación del timón detrás de la hélice, el flujo pasando por el timón (U_r) es influenciado por la hélice, así para expresar el flujo promedio sobre éste podemos partir calculando el flujo promedio sobre la hélice a partir de la siguiente expresión.

$$U_p^2 = U_a^2 + C_T T, \quad C_T = \frac{2}{\rho A_p} \quad (4.25)$$

En el que A_p es el área de la hélice. Usando la condición estática entre el empuje y resistencia ecuación (4.23), junto con la ecuación (4.25) y la ecuación (4.24), U_p puede ser expresado considerando $U > 0$ como:

$$U_p = U \sqrt{(1 - \omega)^2 + C_T (1 - t)^{-1} (-X_{u|u|})} \quad (4.26)$$

Conocida la velocidad del flujo promedio atravesando la hélice, puede ser relacionada al flujo promedio a través del timón mediante la siguiente expresión.

$$U_r = U_p \left(\frac{r_p}{r(x)} \right)^2 \quad (4.27)$$

Donde r_p es el radio de la hélice y $r(x)$ corresponde al radio de la estela producida x metros detrás de la hélice, donde x a su vez es la distancia entre el timón y la hélice.

(4.28)

$$r(x) = r_p \frac{0.14 \left(\frac{U_p}{2U_p - U_a} \right) + \left(\frac{x}{r_p} \right)^{1.5}}{0.14 \left(\frac{U_p}{2U_p - U_a} \right)^{1.5} + \left(\frac{x}{r_p} \right)^{1.5}} \sqrt{\frac{U_p}{2U_p - U_a}}$$

Como comentario, estos modelos consideran estar navegando a una velocidad constante o un estado estacionario tanto para u , u_a , u_p y u_r de ahí su notación como U , U_a , U_p y U_r .

4.10. Fuerzas de aletas estabilizadoras

Para la descripción de las fuerzas y momentos causados por el uso de aletas se sigue un procedimiento similar al timón. Considerando una aleta ubicada en babor con un brazo r_f en el plano $y_b z_b$ y a una distancia $-FCG$ en el eje x_b del centro de gravedad [12].

Donde las magnitudes son relativas a la aleta de babor y considerando la regla de la mano derecha.

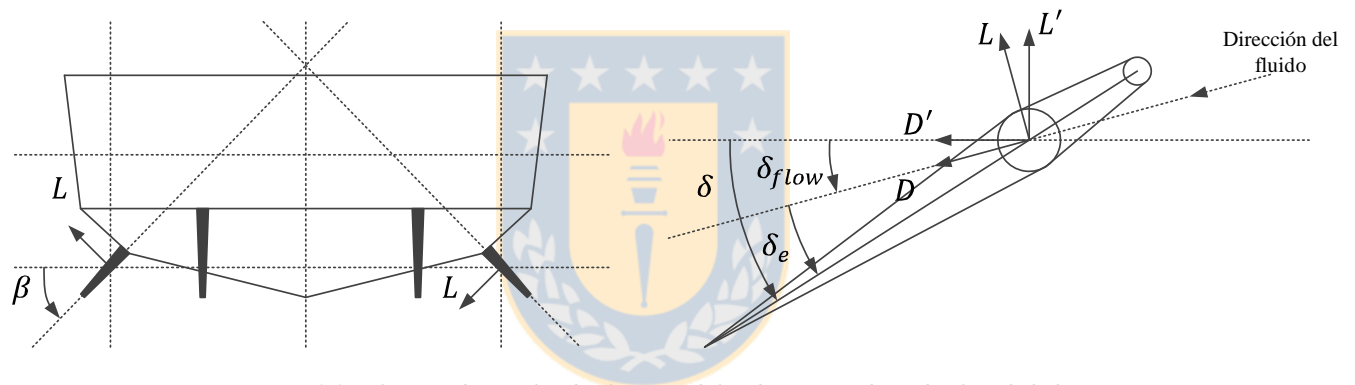


Figura 4.4 Definición de ángulos de aletas estabilizadoras considerando aleta de babor

Así las fuerzas y momentos causa de una aleta en babor pueden ser calculados como

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ K \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D' \\ -L' \sin(\beta) \\ L' r_f \\ L' \sin(\beta) FCG - D' r_f \end{bmatrix}$$

Donde β es el ángulo de inclinación o ángulo de till respecto al eje y_b , si ambas aletas funcionan con el mismo ángulo de ataque las fuerzas y momentos producidos son.

(4.29)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ K \\ N \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -D' \\ -L' \sin(\beta) \\ L' r_f \\ L' \sin(\beta) FCG \end{bmatrix}$$

En este caso el ángulo efectivo considerando $\beta \approx 0$ podemos calcularlo de la forma.

$$\delta_{flow} = \text{atan}\left(\frac{r_{fp}}{u}\right) \quad (4.30)$$

4.11. Maquinaria hidráulica

El modelo matemático para la maquinaria de las superficies de control más comúnmente utilizado en simulaciones de computadoras y diseño de autopilotos es el modelo presentado por van Amerongen [13]. Este modelo captura los principales efectos producidos por la maquinaria.

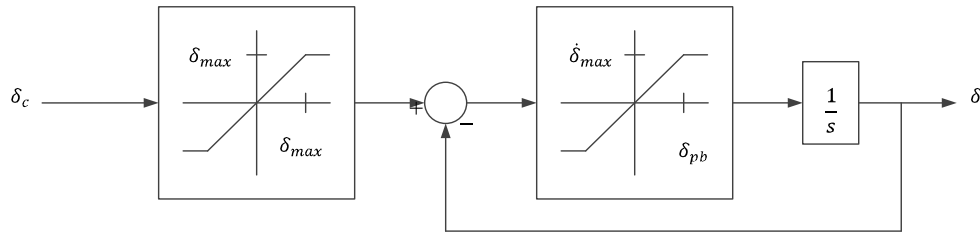


Figura 4.5 Diagrama de bloques de la maquinaria del timón

- Saturación de magnitud: el movimiento de las superficies de control está restringido a moverse con ciertos ángulos máximos, es decir, $-\delta_{max} \leq \delta \leq \delta_{max}(\text{rad})$.
- Saturación de cambio: la velocidad de giro del timón está limitada por un máximo valor $\dot{\delta}_{max}(\text{rad}/\text{seg})$.
- Retardo: el servo es el responsable de producir el mayor de los retardos entre el comando de las superficies de control δ_c y el actual ángulo de posición de las superficies de control δ . Este retardo es representado como una función de primer orden con una constante de tiempo, $\tau_\delta = \delta_{pb}/\dot{\delta}_{max}$ donde δ_{pb} es la banda proporcional.

El modelo puede ser escrito como:

$$\frac{\delta_{pb}}{\dot{\delta}_{max}} \dot{\delta} = \text{sign}(\text{sign}(\delta_c) \min(|\delta_c|, \delta_{max}) - \delta) \min(|\text{sign}(\delta_c) \min(|\delta_c|, \delta_{max}) - \delta|, \delta_{pb}) \quad (4.31)$$

4.12. Fuerzas por tanques anti-balanceo

Entre los distintos tanques anti-balanceos, el de forma U, ubicado de lado a lado a lo ancho del barco ver Figura 4.6, presenta características que permiten un modelado a través de las leyes de Newton y/o hidrostática, este análisis es presentado a continuación, de manera de obtener ecuaciones que describen el comportamiento del líquido dentro del tanque como las fuerzas y momentos producidos

por este. Dada la forma del tanque disminuye efectos causa de la superficie libre del líquido presente de manera de no ser considerados o despreciados.

Existen trabajos como [14], [15] y [16] donde se modela el tanque con una dinámica de segundo orden considerando el movimiento de balanceo, en esta ocasión nos basaremos en trabajos de modelado presentados en [5] y [17] que permite incluir los 6 grados de libertad del movimiento del barco.

En la Figura 4.6 podemos observar las secciones en que es dividido el tanque, esto permite el cálculo de las aceleraciones absolutas a las que son sometidas cada sección, a partir de la ecuación que relaciona la aceleración relativa con esta.

(4.32)

$$\mathbf{a}_{b|E} = \dot{\mathbf{v}}_B + \Omega_B \times \mathbf{v}_B + \dot{\Omega}_B \times \mathbf{r}_{b|B} + \Omega_B \times (\Omega_B \times \mathbf{r}_{b|B}) + 2\Omega_B \times \mathbf{v}_{b|B} + \dot{\mathbf{v}}_{b|B}$$

Siendo $\mathbf{r}_{b|B}$ el vector de posición y $\mathbf{v}_{b|B}$ es el vector de velocidad de la sección en la referencia móvil, además \mathbf{v}_B la velocidad de la referencia móvil y Ω_B el vector de velocidad angular del sistema móvil.

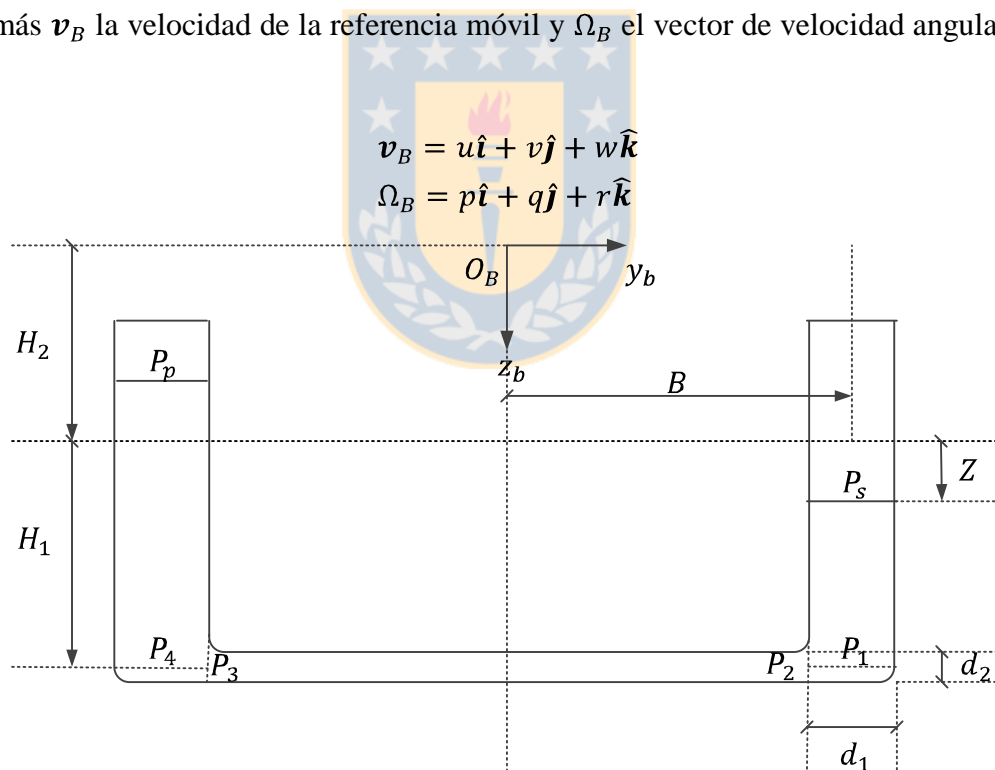


Figura 4.6 Tanque anti-balanceo de forma U

Algunas otras definiciones son:

$$R = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2, \quad H_3 = H_2 + H_1$$

Así las aceleraciones pueden ser calculadas considerando un volumen elemental y aplicando la ecuación (4.32).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{v}}_{B|E} &= u\hat{\mathbf{i}} + v\hat{\mathbf{j}} + 0\hat{\mathbf{k}}, & \Omega_{B|E} &= p\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}} + r\hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{r}_s &= X\hat{\mathbf{i}} + B\hat{\mathbf{j}} + (H_2 + h)\hat{\mathbf{k}}, & \mathbf{r}_p &= X\hat{\mathbf{i}} - B\hat{\mathbf{j}} + (H_2 + h)\hat{\mathbf{k}}, & \mathbf{r}_b &= X\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}} + H_3\hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{v}_s &= 0\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}} + \dot{Z}\hat{\mathbf{k}}, & \mathbf{v}_p &= 0\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}} - \dot{Z}\hat{\mathbf{k}}, & \mathbf{v}_b &= 0\hat{\mathbf{i}} - R\dot{Z}\hat{\mathbf{j}} + 0\hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Obteniendo las siguientes aceleraciones absolutas para un volumen elemental en cada sección.

$$\begin{aligned}a_s &= (\dot{u} - rv - r^2X + pr(H_2 + h) - \dot{r}B)\hat{\mathbf{i}} \\ &+ (\dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}(H_2 + h) - (p^2 + r^2)B - 2p\dot{Z})\hat{\mathbf{j}} \\ &+ (pv + prX - p^2(H_2 + h) + \dot{p}B + \ddot{Z})\hat{\mathbf{k}} \\ a_p &= (\dot{u} - rv - r^2X + pr(H_2 + h) + \dot{r}B)\hat{\mathbf{i}} \\ &+ (\dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}(H_2 + h) + (p^2 + r^2)B + 2p\dot{Z})\hat{\mathbf{j}} \\ &+ (pv + prX - p^2(H_2 + h) - \dot{p}B - \ddot{Z})\hat{\mathbf{k}} \\ a_b &= (\dot{u} - rv - r^2X + prH_3 + 2rR\dot{Z} - \dot{r}b)\hat{\mathbf{i}} \\ &+ (\dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}H_3 - R\dot{Z} - (p^2 + r^2)b)\hat{\mathbf{j}} \\ &+ (pv + prX - p^2H_3 - 2pR\dot{Z} + \dot{p}b)\hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Para modelar el movimiento del líquido en el tanque consideraremos como punto de partida el diagrama de cuerpo libre de la sección de estribor, un momento en el flujo nulo y que la distribución de presión es hidrostática; entonces existe la siguiente relación entre la presión, gravedad y fuerzas de estreñimiento o fricción.

(4.33)

$$d(ma_s) = dF_{\text{peso}} + dF_{\text{presion}} + dF_{\text{friccion}}$$

Para calcular la fuerza causa de la fricción utilizamos el radio o diámetro hidráulico equivalente de la sección y puede ser calculada como

(4.34)

$$dF_{\text{friccion}} = N_x\hat{\mathbf{i}} + N_y\hat{\mathbf{j}} - \rho A_1 dh \lambda \hat{\mathbf{k}}$$

Donde N_x y N_y son las fuerzas normales a la pared del tanque en la dirección x e y respectivamente, además el tercer término puede ser expresado como

$$\rho A_1 d_1 h \lambda = \rho A_1 dh \left(\frac{4}{\rho d_1} \tau_0 \right) = \tau_0 (\pi d_1) dh$$

Con τ_0 es el shear stress que puede ser expresado como

$$\tau_0 = f \frac{\gamma V |V|}{8g}$$

De esta manera λ es calculado a partir del diámetro hidráulico equivalente de la sección, la velocidad del fluido, y dependiendo del número de Reynolds determinar f el coeficiente de fricción.

$$\lambda(v, d) = \begin{cases} 32 \frac{V\mu}{\rho d^2} & \text{si } Re = \frac{\rho |V| d}{\mu} \leq 2000 \\ \frac{V |V|}{\rho d} \min \left(\left(\frac{1}{\sqrt{f}} + 2 \log \left(\frac{e/d}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \right)^2 \right) & \text{si } Re = \frac{\rho |V| d}{\mu} > 2000 \end{cases} \quad (4.35)$$

Dónde e es la rugosidad de las tuberías [18].

La fuerza causa del peso como la fuerza causa de la presión pueden ser expresada como

$$dF_{peso} = 0\hat{i} + \rho A_1 g \sin(\phi) dh \hat{j} + \rho A_1 g \cos(\phi) dh \hat{k} \quad (4.36)$$

$$dF_{presion} = 0\hat{i} + 0\hat{j} - A_1 dp \hat{k}$$

Al integrar la ecuación (4.33) entre $h = Z$ y $h = H_1$ y considerar la diferencia de presión entre estos puntos como la diferencia entre la presión P_1 y la presión P_s se obtiene el siguiente resultado:

$$N_{xs} = \rho A_1 \left[(\dot{u} - rv - r^2 X - \dot{r}B)(H_1 - Z) + \frac{1}{2} pr (H_3^2 - (H_2 + Z)^2) \right]$$

$$N_{ys} = \rho A_1 \left[(-g \sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - (p^2 + r^2)B - 2p\dot{Z})(H_1 - Z) - \frac{1}{2} \dot{p} (H_3^2 - (H_2 + Z)^2) \right]$$

$$P_s - P_1 = \rho \left[(\lambda(\dot{Z}, d_1) - g \cos(\phi) + pv + prX + \dot{p}B + \ddot{Z})(H_1 - Z) - \frac{1}{2} p^2 (H_3^2 - (H_2 + Z)^2) \right] \quad (4.37)$$

En la columna de babor aplicando un procedimiento similar anteriormente descrito para la sección de estribor

$$dF_{friccion} = N_x \hat{i} + N_y \hat{j} + \rho A_1 dh \lambda \hat{k} \quad (4.38)$$

$$dF_{peso} = 0\hat{i} + \rho A_1 g \sin(\phi) dh \hat{j} + \rho A_1 g \cos(\phi) dh \hat{k}$$

$$dF_{presion} = 0\hat{i} + 0\hat{j} - A_1 dp \hat{k}$$

Integrando entre $h = -Z$ y $h = H_1$, además de una diferencia de presión entre estos puntos como la diferencia entre P_4 y P_p obtenemos

(4.39)

$$\begin{aligned}
N_{xp} &= \rho A_1 \left[(\dot{u} - rv - r^2 X + \dot{r}B)(H_1 + Z) + \frac{1}{2} pr(H_3^2 - (H_2 - Z)^2) \right] \\
N_{yp} &= \rho A_1 \left[(-g \sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X + (p^2 + r^2)B + 2p\dot{Z})(H_1 + Z) - \frac{1}{2} \dot{p}(H_3^2 - (H_2 - Z)^2) \right] \\
P_p - P_4 &= \rho \left[(-\lambda(\dot{Z}, d_1) - g \cos(\phi) + pv + prX - \dot{p}B - \ddot{Z})(H_1 + Z) - \frac{1}{2} p^2(H_3^2 - (H_2 - Z)^2) \right]
\end{aligned}$$

Y en la conexión esta vez considerando

(4.40)

$$\begin{aligned}
dF_{friccion} &= N_x \hat{\mathbf{i}} + \rho A_2 db \lambda \hat{\mathbf{j}} + N_z \hat{\mathbf{k}} \\
dF_{peso} &= 0 \hat{\mathbf{i}} + \rho A_2 g \sin(\phi) db \hat{\mathbf{j}} + \rho A_2 g \cos(\phi) db \hat{\mathbf{k}} \\
dF_{presion} &= 0 \hat{\mathbf{i}} + A_2 dp \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}
\end{aligned}$$

Integramos entre $b = -B$ y $b = B$ y consideramos una diferencia de presión igual a la diferencia entre P_3 y P_2 .

(4.41)

$$\begin{aligned}
N_{xb} &= \rho 2 \frac{A_1}{R} \left[(\dot{u} - rv - r^2 X + prH_3 + 2rR\dot{Z})B \right] \\
P_3 - P_2 &= \rho 2 \left[(-\lambda(R\dot{Z}, d_2) - g \sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}H_3 - R\ddot{Z})B \right] \\
N_{zb} &= \rho 2 \frac{A_1}{R} \left[(-g \cos(\phi) + pv + prX - p^2 H_3 - 2pR\dot{Z})B \right]
\end{aligned}$$

Para las conexiones entre las secciones

$$\begin{aligned}
P_1 - P_2 &= \rho K |\dot{Z}| \dot{Z} \\
P_3 - P_4 &= \rho K |\dot{Z}| \dot{Z}
\end{aligned}$$

Donde K expresa la pérdida de carga causa de la expansión, contracción y desviación del fluido que puede ser calculado experimentalmente, además K puede incluir efectos de válvulas para controlar el grado de amortiguamiento en el tanque, permitiendo modelar un control pasivo debido por ejemplo a una persiana entre los tanques. En [19], [20] y [5] pueden ser revisados para extender el modelo a un control activo incluyendo el modelo de una bomba a las ecuaciones del tanque antes presentadas.

Al remplazar las presiones de las ecuaciones anteriores y reordenando obtenemos la ecuación que describe el nivel en el tanque

$$(H_1 + BR)\ddot{Z} + (g\cos(\phi) - pv - prX + p^2H_2)Z + H_1\lambda(\dot{Z}, d_1) + B\lambda(R\dot{Z}, d_2) + K|\dot{Z}|\dot{Z} = \frac{P_s - P_p}{2\rho} - B(g\sin(\phi) - \dot{v} - ru - \dot{r}X + \dot{p}(H_3 + H_1)) \quad (4.42)$$

El ángulo ϕ_t puede ser determinado a partir de

$$\phi_t = -atan\left(\frac{Z}{B}\right) \quad (4.43)$$

Las fuerzas y momentos ejercidos pueden ser obtenidas considerando las secciones y que la fuerza sobre el barco es contraria a la aceleración del liquido en cada una de ellas [5].

Sección de estribor

$$\begin{aligned} X_s &= \rho A_1 \left[(\dot{u} - rv - r^2X - \dot{r}B)(H_1 - Z) + \frac{1}{2}pr(H_3^2 - (H_2 + Z)^2) \right] \\ Y_s &= \rho A_1 \left[(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - (p^2 + r^2)B - 2p\dot{Z})(H_1 - Z) - \frac{1}{2}\dot{p}(H_3^2 - (H_2 + Z)^2) \right] \\ K_s &= \rho A_1 \left[(-g\cos(\phi) + pv + prX + \dot{p}B + \ddot{Z})(H_1 - Z)B - \frac{1}{2}p^2(H_3^2 - (H_2 + Z)^2)B \right] \\ &\quad - \rho A_1 \left[(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - (p^2 + r^2)B - 2p\dot{Z})(H_3^2 - (H_2 + Z)^2) - \frac{1}{3}\dot{p}(H_3^3 - (H_2 + Z)^3) \right] \\ N_s &= \rho A_1 \left[(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - (p^2 + r^2)B - 2p\dot{Z})(H_1 - Z)X - \frac{1}{2}\dot{p}(H_3^2 - (H_2 + Z)^2)X \right] \\ &\quad - \rho A_1 \left[(\dot{u} - rv - r^2X - \dot{r}B)(H_1 - Z)B + \frac{1}{2}pr(H_3^2 - (H_2 + Z)^2)B \right] \end{aligned}$$

Sección de babor

$$\begin{aligned} X_p &= \rho A_1 \left[(\dot{u} - rv - r^2X + \dot{r}B)(H_1 + Z) + \frac{1}{2}pr(H_3^2 - (H_2 - Z)^2) \right] \\ Y_p &= \rho A_1 \left[(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X + (p^2 + r^2)B + 2p\dot{Z})(H_1 + Z) - \frac{1}{2}\dot{p}(H_3^2 - (H_2 - Z)^2) \right] \\ K_p &= \rho A_1 \left[(-g\cos(\phi) + pv + prX - \dot{p}B - \ddot{Z})(H_1 + Z)(-B) - \frac{1}{2}p^2(H_3^2 - (H_2 - Z)^2)(-B) \right] \\ &\quad - \rho A_1 \left[(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X + (p^2 + r^2)B + 2p\dot{Z})(H_3^2 - (H_2 - Z)^2) - \frac{1}{3}\dot{p}(H_3^3 - (H_2 - Z)^3) \right] \\ N_p &= \rho A_1 \left[(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X + (p^2 + r^2)B + 2p\dot{Z})(H_1 + Z)X - \frac{1}{2}\dot{p}(H_3^2 - (H_2 - Z)^2)X \right] \\ &\quad - \rho A_1 \left[(\dot{u} - rv - r^2X + \dot{r}B)(H_1 + Z)(-B) + \frac{1}{2}pr(H_3^2 - (H_2 - Z)^2)(-B) \right] \end{aligned}$$

Sección de conexión

$$\begin{aligned}
X_b &= \rho 2 \frac{A_1}{R} [(\dot{u} - rv - r^2 X + prH_3 + 2rR\dot{Z})B] \\
Y_b &= \rho 2 \frac{A_1}{R} [(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}H_3 - R\ddot{Z})B] \\
K_b &= \rho \frac{A_1}{R} [(-g\cos(\phi) + pv + prX - p^2H_3 - 2pR\dot{Z})B^2] \\
&\quad - \rho 2 \frac{A_1}{R} [(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}H_3 - R\ddot{Z})BH_3] \\
N_b &= \rho 2 \frac{A_1}{R} [(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X - \dot{p}H_3 - R\ddot{Z})BX] \\
&\quad - \rho \frac{A_1}{R} [(\dot{u} - rv - r^2 X + prH_3 + 2rR\dot{Z})B^2]
\end{aligned}$$

Sumando y reordenando obtenemos las ecuaciones para las fuerzas y momentos producidos por el tanque anti-roll que pueden ser resueltas junto a la ecuación (4.10) de movimiento del barco.

(4.44)

$$\begin{aligned}
X_t &= -\rho A_1 [K_1(\dot{u} - rv - r^2 X) + K_2 pr + 2Z\dot{r}B + 4Br\dot{Z}] \\
Y_t &= -\rho A_1 [K_1(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X) - K_2\dot{p} + 2Z((p^2 + r^2)B + 2p\dot{Z}) - 2B\ddot{Z}] \\
K_t &= -\rho A_1 [-2BZ(-g\cos(\phi) + pv + prX + H_2r^2) - 4H_2Zp\dot{Z} \\
&\quad - (2H_3\hat{B} + H_3^2 - H_2^2 - Z^2)(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru + \dot{r}X) \\
&\quad + 2/3(\hat{B}B^2 + 3H_3^2\hat{B} + H_3^3 - H_2^3 - 3H_2Z^2 + 3H_1B^2)\dot{p} + 2B(H_3 + H_1)\ddot{Z}] \\
N_t &= -\rho A_1 [2X(H_1 + \hat{B})(-g\sin(\phi) + \dot{v} + ru) + 4XZp\dot{Z} \\
&\quad + 2ZB(\dot{u} - rv + p^2X + H_2pr) + 2/3(\hat{B}B^2 + 3B^2H_1 + 6X^2(H_1 + \hat{B}))\dot{r} - 2BX\ddot{Z} \\
&\quad - (2H_3\hat{B} + H_3^2 - H_2^2 - Z^2)X\dot{p}]
\end{aligned}$$

Donde:

$$K_1 = 2\left(H_1 + \frac{B}{R}\right), \quad K_2 = 2\frac{H_3B}{R} + H_3^2 - H_2^2 - Z^2, \quad \hat{B} = \frac{B}{R}$$

La frecuencia natural y el periodo de oscilación pueden ser obtenidas a partir de los términos que acompañan a Z y \ddot{Z} en la ecuación (4.42) de manera de ser utilizadas para la sintonización de este.

$$\omega_t = \sqrt{\frac{g}{H_1 + BR}}, \quad T_{osc} = 2\pi \sqrt{\frac{(H_1 + BR)}{g}} \quad (4.45)$$

De la ecuación anterior podemos deducir que modificando la altura o cantidad de líquido presente H_1 es posible modificar la frecuencia, modificando el radio equivalente de la unión de manera de modificar el término $R = (d_1/d_2)^2$.



V. ESTIMACIÓN DE MOVIMIENTO

En un típico análisis de las mociones se suele evaluar una serie de lugares del casco en función del tipo de funciones que el buque va a realizar. Por ejemplo, en el caso de un transbordador de pasajeros es razonable calcular para todos los lugares de uso habitual o de mayor tiempo de estadía, otra posibilidad son las zonas de operaciones militares en un buque como el puente o plataforma para helicópteros que serán utilizados en alguna proporción de tiempo. Entre el tipo de mociones que pueden ser evaluadas están:

- Índice de mareo - Motion sickness incidence (MSI);
- Índice de interrupciones - Motion induced interruptions (MII);
- Probabilidad de que el casco se golpee;
- Probabilidad de agua en cubierta;
- Probabilidad de exposición de componentes como hélice, aletas y/o quilla;
- Movimientos en los 6 DOF (surge, sway, heave, roll, pitch y yaw) en desplazamiento, velocidad y aceleración.
- Fuerzas en el sistema de coordenadas del barco que incluye
 - Estimador de fuerza Lateral (LFE);
 - Estimador de fuerza Vertical (VFE);
 - Estimador de fuerza Longitudinal (LON).

5.1. Estimador de fuerza lateral (LFE)

Una de las principales formas de cuantificar el efecto del movimiento sobre los pasajeros y tripulación es la fuerza lateral esta es causa de pérdida de equilibrio y/o resbalar siendo causa de incomodidades y distracción [21]. Para evaluarla por lo general se recurre a estimarla en relación al peor pasajero, esto en la posición del barco más factible o en mayor forma expuestas siendo los extremos proa, popa, babor, estribor o en lo alto del puente. Su cálculo resulta de calcular la aceleración relativa al barco en aquella zona o punto $[x_0, y_0, z_0]$.

$$\begin{aligned}
 LFE &= \dot{v} - z_0\dot{p} + x_0\dot{r} - \sin(\phi)g \\
 &\approx \dot{v} - z_0\dot{p} + x_0\dot{r} - \phi g
 \end{aligned}$$

(5.1)

5.2. Estimador de fuerza vertical (VFE);

Otra fuerza causa de incomodidades es la originada por la aceleraciones verticales del barco esta es la principal causa de mareo en el barco, su estimación se basa en calcular la aceleración vertical [21] para el peor pasajero o determinadas zonas, siendo babor y estribor las peores zonas si consideramos el balanceo y proa y popa para el cabeceo del barco. Dado que, el cabeceo del barco puede ser despreciado al considerar sólo el movimiento con cuatro grados de libertad para el barco; el estimador de fuerza vertical puede ser calculado como:

$$\begin{aligned} WA &= -y_0\dot{p} + \cos(\phi)g \\ &\approx -y_0\dot{p} + g \end{aligned} \quad (5.2)$$

5.3. Índice de interrupciones (MII)

MII [21] permite estimar el número de veces que una persona se distraerá para mantenerse en posición o no caer para su cálculo consideramos las condiciones para que una persona resbale y las condiciones para que una persona pierda el equilibrio.

Para que una persona no resbale la fuerza lateral no debe sobrepasar la fuerza de fricción dada por la constante de fricción y la fuerza normal a la superficie dada por WA.

$$|LFE| < \mu WA \quad (5.3)$$

Valores típicos de μ van desde 0.2 para una cubierta mojada hasta 0.7 para una cubierta seca.

Para que una persona no pierda el equilibrio se debe cumplir que el momento generado por la fuerza lateral sea menor al momento generado por el peso de la persona.

$$|hLFE| < lWA \quad (5.4)$$

Donde h es la altura del centro de gravedad de la persona típicamente 0.9m y l la mitad del ancho de la persona típicamente 0.23m. Se establece esta condición para que la persona pierda el equilibrio, sin embargo, no lleva a una caída debido a que como reacción la persona tiende a agacharse de manera de disminuir su centro de gravedad y separar las piernas para aumentar su ancho evitando caer, sin embargo, el índice establece cuando la persona se distraerá para evitar caer.

El índice puede ser obtenido al calcular el número de veces que x supera el nivel L en un tiempo T_T de la siguiente forma

$$M = \frac{T_T}{T_z(x)} \exp\left(-\frac{L^2}{2\text{var}(x)}\right)$$

Donde $T_z(x)$ es el periodo promedio para los de cruces por el nivel cero

$$T_z(x) = \pi \sqrt{\frac{\text{var}(x)}{\text{var}(\dot{x})}}$$

Aplicando las ecuaciones anteriores a las condiciones ecuación (5.3) y ecuación (5.4) obtenemos el índice de interrupciones en un minuto.

$$\begin{aligned} MII = & \frac{60}{T_z(lp)} \exp\left(\frac{-(\mu g)^2}{2\text{var}(lp)}\right) + \frac{60}{T_z(ls)} \exp\left(\frac{-(\mu g)^2}{2\text{var}(ls)}\right) + \frac{60}{T_z(tp)} \exp\left(\frac{-(lg/h)^2}{2\text{var}(tp)}\right) \\ & + \frac{60}{T_z(ts)} \exp\left(\frac{-(lg/h)^2}{2\text{var}(ts)}\right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Con

$$\begin{aligned} lp &= \dot{v} - z_0\dot{p} + x_0\dot{r} - \phi g - \mu(-y_0\dot{p}) \\ ls &= -(\dot{v} - z_0\dot{p} + x_0\dot{r} - \phi g) - \mu(-y_0\dot{p}) \\ tp &= \dot{v} - z_0\dot{p} + x_0\dot{r} - \phi g - l/h(-y_0\dot{p}) \\ ts &= -(\dot{v} - z_0\dot{p} + x_0\dot{r} - \phi g) - l/h(-y_0\dot{p}) \end{aligned}$$

5.4. Índice de mareo (MSI)

El mareo se cree que se debe a una combinación entre la variación de la amplitud, la frecuencia de la aceleración y el tiempo de exposición. El índice de mareo considera el número de personas que estará vomitando tras la exposición [22].

$$MSI = 100\text{erf}(z_a)\text{erf}(z_t) \quad (5.6)$$

$$\text{erf}(z) = \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{1}{2}v^2\right)dv$$

$$z_a = 2.128 \log_{10}(a_v) - 9.277 \log_{10}(f) - 5.809 \log(f)^2 - 1.851$$

$$z_t = 1.134z_a + 1.989 \log_{10}(T) - 2.904$$

Donde a_v es el valor RMS para la variación de la aceleración vertical uni-modal expresada en g unidades, f frecuencia en Hz y T tiempo de exposición en minutos.

Como estándar se recomienda un límite de 20% después de 4 horas de navegación. Dado que la fórmula anterior es válida para un movimiento sinusoidal puro se recomienda utilizarlo en forma práctica considerando el valor RMS promedio de las variaciones de aceleraciones verticales y la frecuencia promedio del desplazamiento vertical.

$$a_v = \sqrt{\text{var}\left(\frac{WA - g}{g}\right)}, \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\text{var}(p)}{\text{var}(\phi)}}$$

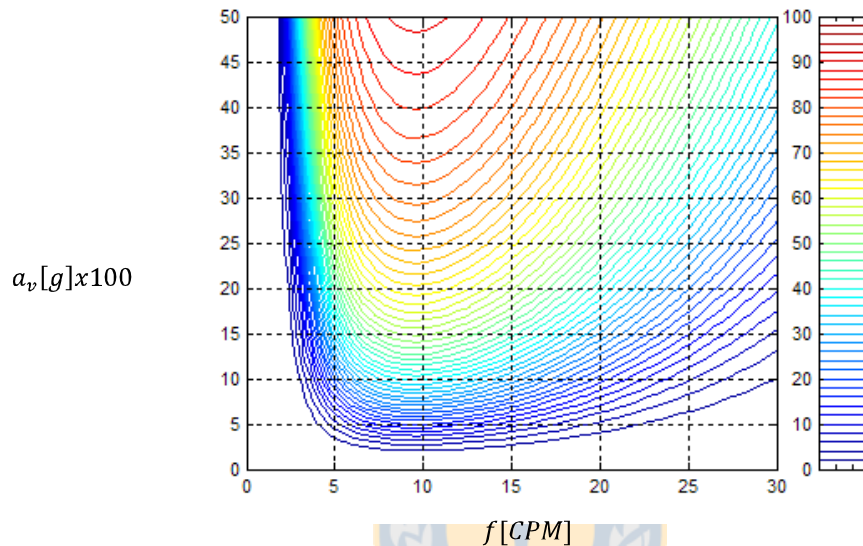


Figura 5.1 MSI en 4 horas de exposición

La Figura 5.1 muestra la relación tanto de la aceleración vertical como de la frecuencia de exposición con el porcentaje de personas que vomitará. Son visibles en la gráfica tanto el nulo efecto de las bajas frecuencias de exposición y contrariamente una zona crítica cercana a los 10 ciclos por minuto, donde bajas aceleraciones producen un alto valor en el índice de mareo.

VI. CONTROL DE TIMÓN Y/O ALETAS

6.1. Autopiloto

En los sistemas de control de rumbo se dan por lo general dos casos uno en donde se tiene como referencia el ángulo de ataque ψ^d o el caso en que junto a este se da como referencia la velocidad de cambio r^d este último caso es el que consideraremos para el desarrollo del controlador.

En el diseño normal de un autopiloto, las mediciones del ángulo de guiñada y velocidad de guiñada son filtradas, removiendo las componentes de frecuencias producidas por el oleaje y solo el contenido de baja frecuencia es realimentado, esto permite disminuir la resistencia y desgaste del actuador al no corregir el rumbo en cada ola [12].

Cuando las acciones de control difieren del comando de control, causa de saturaciones o limitaciones en velocidad dado que el control no considera las limitaciones propias del actuador, en general producen una degradación en el rendimiento del lazo cerrado reduciendo el rango de acción del actuador y posibles problemas de estabilidad. Así por ejemplo dada una limitación en la velocidad de cambio del ángulo del timón, el pico del ángulo del timón puede estar retrasado respecto a la acción de comando y puede causar que este más en fase con el movimiento de balanceo incrementándolo o produciendo problemas de estabilidad, sin embargo, la mayoría de los sistemas requiere operar al límite de sus capacidades para maximizar el rendimiento, esto se refleja en ciertos límites en los estados, entradas y/o salidas a ser considerados en el comando de control.

En esta ocasión presentamos un control basado en optimización cuadrática con restricciones que puede ser utilizado tanto para un control del balanceo mediante el uso de timones y/o aletas.

Del índice de mareo MSI o MII podemos plantear el objetivo de disminuir las aceleraciones verticales en este caso causas de las aceleraciones angulares de balanceo.

6.2. Arquitectura del sistema de control

El esquema de control para el autopiloto estará configurado de la siguiente forma

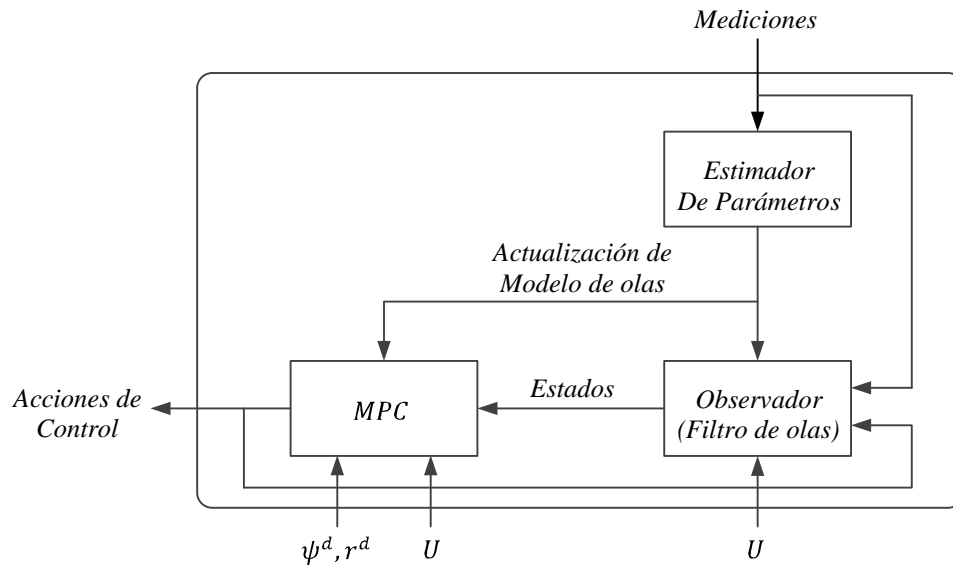


Figura 6.1 Esquema de control

De esta manera el sistema es actualizado continuamente cada un determinado tiempo para establecer las nuevas condiciones de navegación ya sea cambios de velocidad o cambios en el oleaje presente.

6.3. Modelo para diseño del control

6.3.1. Modelo de movimiento inducido por el control

De lo desarrollado en el capítulo IV “Modelo matemático para el control de barcos” podemos obtener un modelo linealizado para el movimiento del barco causa de la acción de control de la forma:

$$x^c = [v^c \quad p^c \quad r^c \quad \phi^c \quad \psi^c]^T$$

$$u = [\delta^{ru} \quad \delta^{fi}]^T$$

$$M\dot{x}^c = (F(U) + E(U))x^c + H(U)u$$

$$M = \begin{bmatrix} (m - Y_{\dot{v}}) & -(mz_G + Y_{\dot{p}}) & (mx_G - Y_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ -(mz_G + K_{\dot{v}}) & (I_{xx} - K_{\dot{p}}) & -K_{\dot{r}} & 0 & 0 \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) & -N_{\dot{p}} & (I_{zz} - N_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F(U) = \begin{bmatrix} Y_{|u|v}|U| & Y_p + Y_{|u|p}|U| & Y_{ur}U - mU & Y_{\phi uu}U^2 & 0 \\ K_{|u|v}|U| & K_p + K_{|u|p}|U| & K_{ur}U + mz_GU & K_{\phi uu}U^2 - \rho g \nabla GMt & 0 \\ N_{|u|v}|U| & N_p + N_{|u|p}|U| & N_{|u|r}|U| - mx_GU & N_{\phi|u|u}|U|U & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E(U) = \begin{bmatrix} -K_{\alpha r} & r_r K_{\alpha r} + r_f \sin(\beta) K_{\alpha f} & r_r LCG K_{\alpha r} & 0 & 0 \\ r_r K_{\alpha r} & -r_r^2 K_{\alpha r} - r_f^2 K_{\alpha f} & -r_r LCG K_{\alpha r} & 0 & 0 \\ LCG K_{\alpha r} & -r_r LCG K_{\alpha r} - r_f FCG \sin(\beta) K_{\alpha f} & -r_r LCG^2 K_{\alpha r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H(U) = \begin{bmatrix} K_{\alpha r} U_r & -K_{\alpha f} \sin(\beta) U \\ -r_r K_{\alpha r} U_r & r_f K_{\alpha f} U \\ -LCG K_{\alpha r} U_r & FCG \sin(\beta) K_{\alpha f} U \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{\alpha r} = \rho U_r A_r \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha_{fp}} \right) \Big|_{\alpha_{fp}=0} \quad K_{\alpha f} = \rho U A_f \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha_f} \right) \Big|_{\alpha_f=0}$$

$$U_a = (1 - \omega)U, \quad U_p = U \sqrt{(1 - \omega)^2 + C_T(1 - t)^{-1} X_{u|u|}}, \quad U_r = U_p \left(\frac{r_p}{r(x)} \right)^2$$

$$r(x) = r_p \frac{0.14 \left(\frac{U_p}{2U_p - U_a} \right) + \left(\frac{x}{r_p} \right)^{1.5}}{0.14 \left(\frac{U_p}{2U_p - U_a} \right)^{1.5} + \left(\frac{x}{r_p} \right)^{1.5}} \sqrt{\frac{U_p}{2U_p - U_a}}$$

Para obtener un modelo discreto podemos utilizar el método del retentor de orden cero y obtener un modelo discreto como:

(6.1)

$$\dot{x}_{k+1}^c = \Phi_c x_k^c + \Gamma_c u_k$$

Donde:

$$\Phi_c = \exp([M^{-1}(F(U) + E(U))]T_s) \approx I + [M^{-1}(F(U) + E(U))]T_s$$

$$\Gamma_c = \int_0^{T_s} [M^{-1}H(U)] \exp([M^{-1}H(U)]\tau) d\tau \approx [M^{-1}H(U)]T_s$$

De simulaciones para el barco de prueba el modelo no se ve afectado de forma significativa por la variación de la velocidad por lo cual se puede actualizar por ejemplo si la velocidad es menor o

mayor a 5 m/s o definiendo modelos para intervalos de velocidad. Una comparación entre este modelo y el continuo es mostrada en la Figura 6.2.

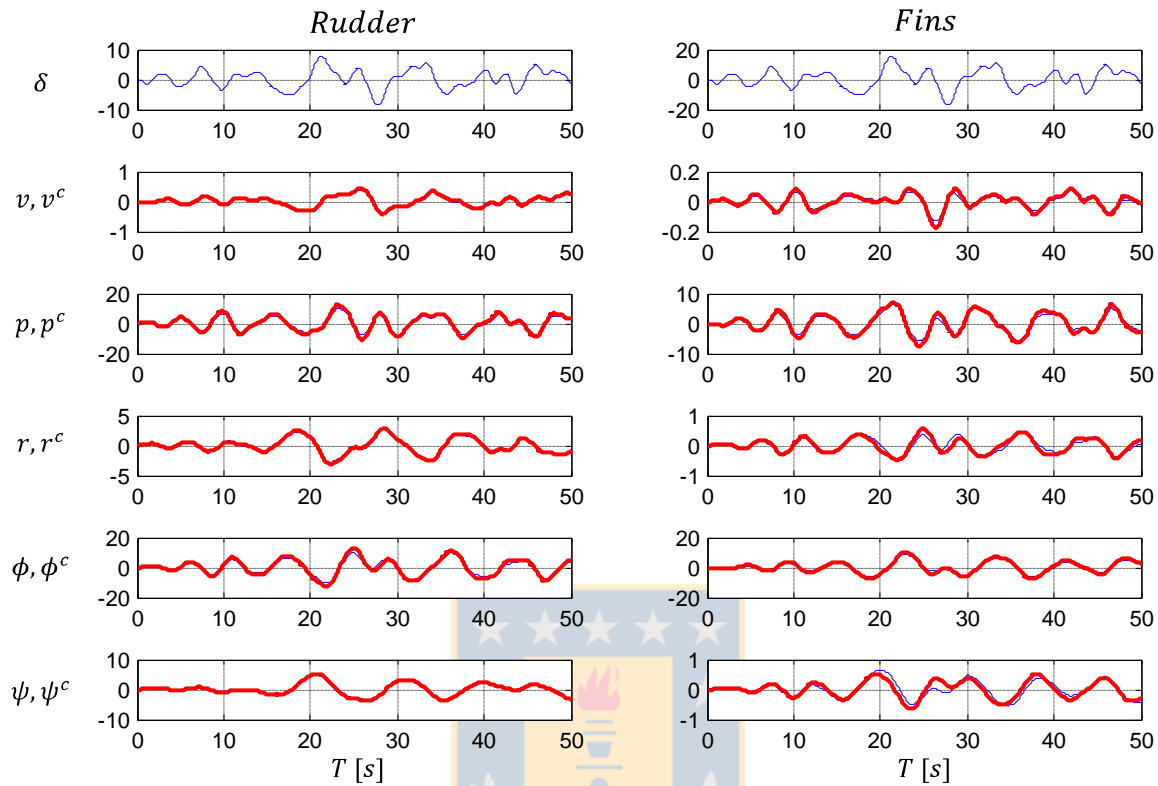


Figura 6.2 Modelo lineal en rojo v/s modelo no-lineal en azul

6.3.2. Modelo de movimiento inducido por olas

El movimiento causado por las olas puede ser modelado por lo general como una función de segundo orden, o como una ecuación de estado de la forma

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{p}^w \\ \dot{\phi}^w \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2\zeta_\phi \omega_\phi & -\omega_\phi^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^w \\ \phi^w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1\phi} \\ v_{2\phi} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \dot{v}^w \\ \dot{\psi}^w \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2\zeta_v \omega_v & -\omega_v^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^w \\ \psi^w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1v} \\ v_{2v} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \dot{r}^w \\ \dot{\psi}^w \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2\zeta_\psi \omega_\psi & -\omega_\psi^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r^w \\ \psi^w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1\psi} \\ v_{2\psi} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(6.2)

Donde v_{ij} es ruido blanco, ξ_j el amortiguamiento y ω_j la frecuencia del movimiento de oleaje. Este puede ser discretizado utilizando el método del retentor de orden cero, obteniéndose un modelo discreto como el siguiente

(6.3)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{p}_{k+1}^w \\ \dot{\phi}_{k+1}^w \end{bmatrix} &= \Phi_\phi \begin{bmatrix} p^w \\ \phi^w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1\phi} \\ v_{2\phi} \end{bmatrix}, & \Phi_\phi &= \begin{bmatrix} 1 - 2\zeta_\phi \omega_\phi T_s & -\omega_\phi^2 T_s \\ T_s & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \ddot{v}_{k+1}^w \\ \dot{v}_{k+1}^w \end{bmatrix} &= \Phi_v \begin{bmatrix} v^w \\ v^w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1v} \\ v_{2v} \end{bmatrix}, & \Phi_v &= \begin{bmatrix} 1 - 2\zeta_v \omega_v T_s & -\omega_v^2 T_s \\ T_s & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} r_{k+1}^w \\ \psi_{k+1}^w \end{bmatrix} &= \Phi_\psi \begin{bmatrix} r^w \\ \psi^w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1\psi} \\ v_{2\psi} \end{bmatrix}, & \Phi_\psi &= \begin{bmatrix} 1 - 2\zeta_\psi \omega_\psi T_s & -\omega_\psi^2 T_s \\ T_s & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Por lo general se tiene una frecuencia ω_j y amortiguamiento es ξ_j dada las condiciones de navegación, de ahí una identificación en línea de estos parámetros es requerida, como alternativa si se desea una sintonización manual dada una frecuencia se podrá utilizar un valor típico de amortiguamiento de $\zeta = 0.1$ para calcular los modelos de las olas.

6.4. Diseño del observador: Estimación del estado y filtrado de olas

6.4.1. Estimación de parámetros

Considerando la ecuación (6.3) suponemos el siguiente modelo para la identificación

$$\begin{bmatrix} x_{1,k+1} \\ x_{2,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{\phi 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

El cual puede ser reescrito como

$$\begin{bmatrix} x_{1,k+1} \\ x_{2,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,k} & x_{2,k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{1,k} & x_{2,k} \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Y suponer que los parámetros varían lentamente

$$\theta_{k+1} = \theta_k + w$$

Utilizando un filtro de Kalman se puede conocer los parámetros considerando [8]:

(6.4)

$$C_k = \begin{bmatrix} x_{1,k-1} & x_{2,k-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{1,k-1} & x_{2,k-1} \end{bmatrix}, \quad y_k = \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \end{bmatrix}$$

Y el siguiente algoritmo para el estimador

(6.5)

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{k|k-1} &= \hat{\theta}_{k-1|k-1} \\ \Sigma_{k|k-1} &= \Sigma_{k-1|k-1} + R_w \\ L_k &= \Sigma_{k|k-1} C_k^T (C_k \Sigma_{k|k-1} C_k^T + R_v)^{-1} \\ \hat{\theta}_{k|k} &= \hat{\theta}_{k|k-1} + L_k (y_k - C_k \hat{\theta}_{k|k-1}) \\ \Sigma_{k|k} &= (I - L C_k) \Sigma_{k|k-1} \end{aligned}$$

Un ejemplo de ello es el siguiente resultado obtenido para un oleaje de periodo 7 segundos, 4 metros de altura y 90 grados respecto a proa.

$$R_w = 10^{-6} \text{eye}(4,4)$$

$$R_v = 10^{-4} \text{eye}(2,2),$$

$$\Sigma_{0|0} = \text{eye}(4,4)$$

$$\hat{\theta}_{0|0} = [1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

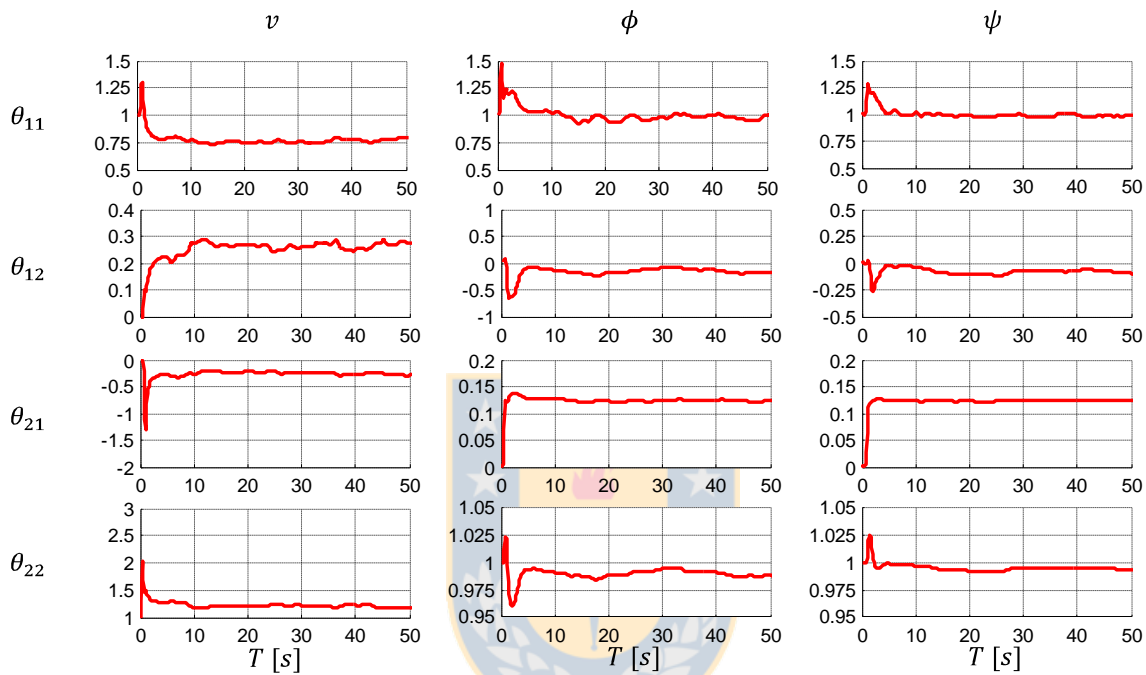


Figura 6.3 Parámetros estimados para v , ϕ y ψ

Para la obtención de un modelo para v dada la no medición de \dot{v} se optado por una identificación en línea para un modelo discreto como $[v_{k-4} \ v_k]$ de esta manera asegurar un modelo representativo de la dinámica de v .

6.5. Observador de estados

Considerando el siguiente vector de estado donde se ha agregado r^b , para corregir el bias producido por las corrientes y el viento, y utilizamos ψ como variable de estado a cambio de ψ^c y ψ^b tenemos el siguiente vector de estados:

$$\hat{x}_k = [\hat{v}_k^c \quad \hat{p}_k^c \quad \hat{r}_k^c \quad \hat{\phi}_k^c \quad \hat{\psi}_k \quad \delta \hat{v}_k^w \quad \hat{v}_k^w \quad \hat{p}_k^w \quad \hat{\phi}_k^w \quad \hat{r}_k^w \quad \hat{\psi}_k^w \quad \hat{r}_k^b]^T \quad (6.6)$$

Y entradas

$$u_k = [\delta^{ru} \quad \delta^{fi}]^T \quad (6.7)$$

El modelo

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= \Phi_z \hat{x}_k + \Gamma_z u_k + w_k \\ \hat{y}_k &= C_z \hat{x}_k + n_k \\ \Phi_z &= \begin{bmatrix} \Phi_c & 0 & 0 & 0 & \Phi_b \\ 0 & \Phi_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_z = \begin{bmatrix} \Gamma_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Donde C_z depende de las mediciones. Utilizando la técnica de un filtro de Kalman podemos calcular la ganancia L de nuestro observador y estimar los estados con el siguiente algoritmo [8]:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= \Phi_z \hat{x}_{k-1|k-1} + \Gamma_z u_{k-1} \\ \Sigma_{k|k-1} &= \Phi_z \Sigma_{k-1|k-1} \Phi_z^T + R_w \\ L_k &= \Sigma_{k|k-1} C_z^T (C_z \Sigma_{k|k-1} C_z^T + R_n)^{-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + L(y_k - C_z \hat{x}_{k|k-1}) \\ \Sigma_{k|k} &= (I - LC_z) \Sigma_{k|k-1} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Los resultados obtenido con este observador son los mostrados en la Figura 6.4 con los siguientes parámetros:

$$R_w = \text{diag}([10^{-6} \ 10^{-6} \ 10^{-6} \ 10^{-6} \ 10^{-6} \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 10^{-4}])$$

$$R_n = 10^2 \text{eye}(4,4)$$

$$\Sigma_{(0|0)} = \text{eye}(12,12)$$

$$\hat{x} = \text{zeros}(12,1)$$

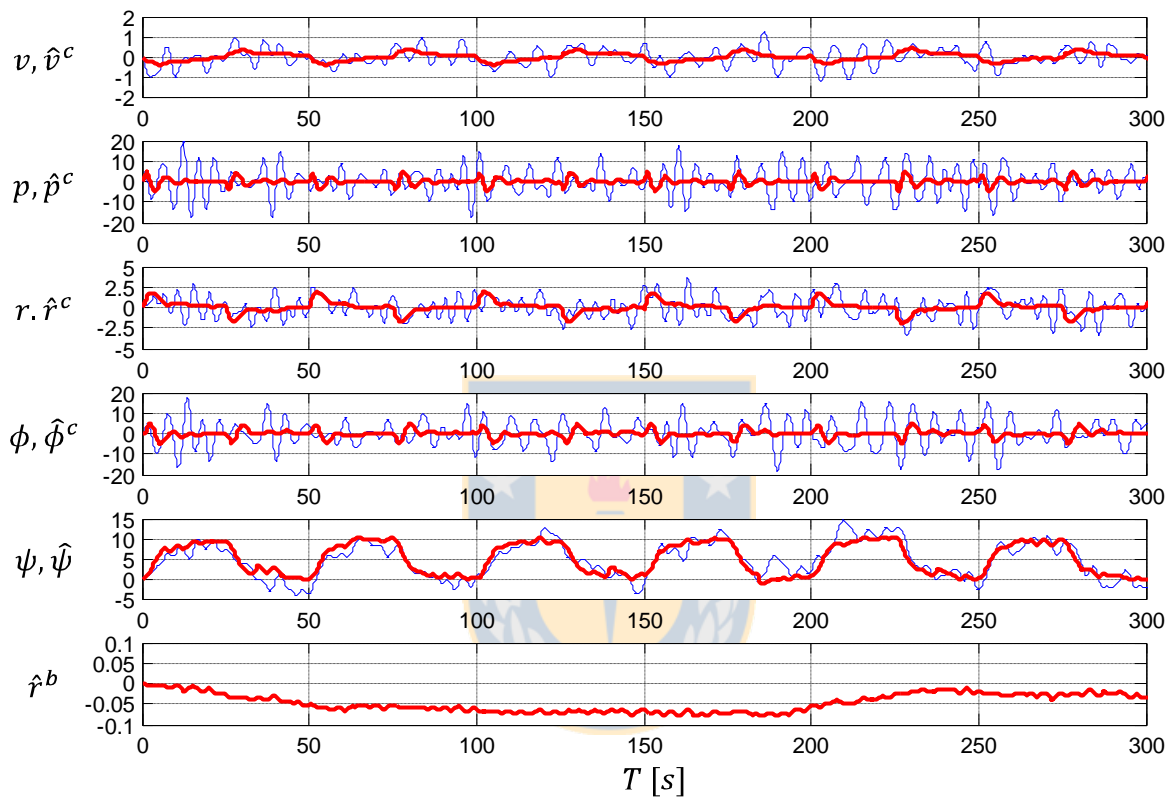


Figura 6.4 Señales filtradas o observadas

6.6. Un diseño de control integrado MPC para timón y aletas

6.6.1. Problema de control

Como problema de control nos fijamos encontrar $u_k = \mathcal{K}(y_k)$ que minimiza la siguiente función de costo

$$V = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N (y_k - y_k^d)^T Q (y_k - y_k^d) + (y_{k+1} - y_k)^T P (y_{k+1} - y_k) + u_k^T R u_k \quad (6.10)$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (6.11)$$

Restringido a

$$|u_k| \leq u_{max}, \quad |u_k - u_{k-1}| \leq \Delta u_{max}, \quad |u_k - D y_k| \leq u_{stall} \quad (6.12)$$

Donde el vector de estados, entradas, mediciones y referencia son:

$$\begin{aligned} x_k &= [v_k^c \quad p_k^c \quad r_k^c \quad \phi_k^c \quad \psi_k \quad \phi_k^w \quad p_k^w \quad r_k^b]^T \\ u_k &= [\delta_k^{ru} \quad \delta_k^{fs}]^T \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} y_k &\triangleq [v_k \quad p_k \quad r_k \quad \phi_k \quad \psi_k]^T = [v_k^c \quad (p_k^c + p_k^w) \quad (r_k^c + r_k^b) \quad (\phi_k^c + \phi_k^w) \quad \psi_k]^T \\ y_k^d &= [0 \quad 0 \quad r_k^d \quad 0 \quad \psi_k^d]^T \end{aligned}$$

Dada las matrices y vectores

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} \Phi_c & 0 & \Phi_b \\ 0 & \Phi_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} \frac{1}{U_r} & -\frac{r_r}{U_r} & -\frac{LCG}{U_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r_f}{U} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad u_{max} = \begin{bmatrix} \delta_{max}^{ru} \\ \delta_{max}^{fi} \end{bmatrix}, \quad \Delta u_{max} = \begin{bmatrix} \Delta \delta_{max}^{ru} \\ \Delta \delta_{max}^{fi} \end{bmatrix}, \quad u_{stall} = \begin{bmatrix} \delta_{stall}^{ru} \\ \delta_{stall}^{fi} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Y matrices de costo

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}([0 \quad q_p \quad q_r \quad q_\phi \quad q_\psi]) \\ P &= \text{diag}([0 \quad q_{\dot{p}} \quad 0 \quad 0 \quad 0]) \\ R &= \text{diag}([q_{ru} \quad q_{fi}]) \end{aligned} \tag{6.14}$$

La función de costo (ecuación (6.10)) se puede escribir de la siguiente forma y permitir identificar de una forma más clara la relación con las variables de estado.

$$V = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N q_\phi \phi_k^2 + q_p p_k^2 + q_{\dot{p}} (p_{k+1} - p_k)^2 + q_r (r_k - r_k^d)^2 + q_\psi (\bar{\psi}_k - \psi_k^d)^2 + q_{ru} (\delta_k^{ru})^2 + q_{fp} (\delta_k^{fi})^2 \tag{6.15}$$

6.6.2. Solución al problema de control

Si consideramos una realimentación de las mediciones

$$\check{y}_k = y_k - y_k^d, \quad y_{k+1}^d = y_k^d$$

Y la relación entre los estados y mediciones

$$\check{y}_k = C(x_k - x_k^d) = C\check{x}_k, \quad \check{x}_{k+1} = \Phi\check{x}_k + \Gamma u_k$$

La ecuación (6.10) puede ser reescrita obteniendo la siguiente función de costos

$$V = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \check{x}_k^T \check{Q} \check{x}_k + u_k^T \check{R} u_k + 2\check{x}_k^T \check{T} u_k$$

Con

$$\begin{aligned} \check{Q} &= (\Phi - I)^T C^T P C (\Phi - I) + C^T Q C \\ \check{R} &= \Gamma^T C^T P C \Gamma + R \\ \check{T} &= (\Phi - I)^T C^T P C \Gamma \end{aligned} \tag{6.16}$$

Definimos el problema de control óptimo considerando un horizonte finito de largo N y una secuencia optima \tilde{U}

$$\tilde{U} = [\tilde{u}_0 \quad \cdots \quad \tilde{u}_{N-1}] \quad (6.17)$$

$$V_N(x_o, \tilde{U}) = \tilde{x}_N^T \check{S} \tilde{x}_N + \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}_k^T \check{Q} \tilde{x}_k + \tilde{u}_k^T \check{R} \tilde{u}_k + 2\tilde{x}_k^T \check{T} \tilde{u}_k$$

Con \check{S} solución de la siguiente ecuación de Riccati

$$\Phi^T \check{S} \Phi - \check{S} - (\Phi^T \check{S} \Gamma + \check{T})(\Gamma^T \check{S} \Gamma + \check{R})^{-1} (\Gamma^T \check{S} \Phi + \check{T}^T) + \check{Q} = 0$$

Considerando un estado inicial \check{x}_0 los estados futuros del sistema pueden ser escritos como

$$X = \mathcal{A} \check{x}_0 + \mathcal{B} \tilde{U}, \quad \bar{X} = \bar{\mathcal{A}} \check{x}_0 + \bar{\mathcal{B}} \tilde{U} \quad (6.18)$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi^2 \\ \vdots \\ \Phi^N \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} \Gamma & 0 & \cdots & 0 \\ \Phi \Gamma & \Gamma & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi^{N-1} \Gamma & \Phi^{N-2} \Gamma & \cdots & \Gamma \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} I \\ \Phi \\ \vdots \\ \Phi^{N-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Gamma & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi^{N-2} \Gamma & \Phi^{N-3} \Gamma & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando la ecuación (6.18) a la ecuación (6.17) obtenemos

$$V_N(\check{x}_o, \tilde{U}_N) = \check{x}_0^T \check{Q} \check{x}_0 + X^T Q X + \tilde{U}^T \mathcal{R} \tilde{U} + 2\bar{X}^T \mathcal{T} \tilde{U}$$

$$Q = \text{diag}([\check{Q} \quad \cdots \quad \check{Q} \quad \check{S}])$$

$$\mathcal{R} = \text{diag}([\check{R} \quad \cdots \quad \check{R}])$$

$$\mathcal{T} = \text{diag}([\check{T} \quad \cdots \quad \check{T}])$$

$$V_N(\check{x}_o, \tilde{U}_N) = \check{x}_0^T \check{Q} \check{x}_0 + (\mathcal{A} \check{x}_0 + \mathcal{B} \tilde{U})^T Q (\mathcal{A} \check{x}_0 + \mathcal{B} \tilde{U}) + \tilde{U}^T \mathcal{R} \tilde{U} + 2(\bar{\mathcal{A}} \check{x}_0 + \bar{\mathcal{B}} \tilde{U})^T \mathcal{T} \tilde{U} \quad (6.19)$$

$$V_N(\check{x}_o, \tilde{U}) = \check{x}_0^T Y \check{x}_0 + \frac{1}{2} \tilde{U}^T H \tilde{U} + \check{x}_0^T F \tilde{U}$$

$$Y = \check{Q} + \mathcal{A}^T Q \mathcal{A}$$

$$H = 2(\mathcal{B}^T Q \mathcal{B} + \mathcal{R} + 2\bar{\mathcal{B}}^T \mathcal{T})$$

$$F = 2(\mathcal{A}^T Q \mathcal{B} + \bar{\mathcal{A}}^T \mathcal{T})$$

Esta función de costo ecuación (6.19) tiene como solución

(6.20)

$$\bar{U}^{opt} = \min_{\bar{U}} \frac{1}{2} \bar{U}^T H \bar{U} + \check{x}_0^T F \bar{U}, \quad \text{sujeto a,} \quad L \bar{U} \leq M$$

$$L = \begin{bmatrix} I \\ -I \\ W \\ -W \\ D \\ -D \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} U_{max} \\ U_{max} \\ \bar{V} + \Delta U_{max} \\ -\bar{V} + \Delta U_{max} \\ \bar{Y} + U_{stall} \\ -\bar{Y} + U_{stall} \end{bmatrix}$$

Donde I , N y W son matrices de $N \times N$ de la siguiente forma

$$I = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I_{m \times m} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & I_{m \times m} & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_{m \times m} \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -I_{m \times m} & I_{m \times m} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -I_{m \times m} & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & I_{m \times m} & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -I_{m \times m} & I_{m \times m} \end{bmatrix}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -DC\Gamma & I_{m \times m} & \cdots & 0 & 0 \\ -DC\Phi\Gamma & -DC\Gamma & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & I_{m \times m} & \vdots \\ -DC\Phi^{N-2}\Gamma & -DC\Phi^{N-3}\Gamma & \cdots & -DC\Gamma & I_{m \times m} \end{bmatrix}$$

Y las matrices U_{max} , ΔU_{max} , U_{stall} , \bar{V} y \bar{Y} son:

$$U_{max} = \begin{bmatrix} u_{max} \\ \vdots \\ u_{max} \end{bmatrix}, \quad \Delta U_{max} = \begin{bmatrix} \Delta u_{max} T_s \\ \vdots \\ \Delta u_{max} T_s \end{bmatrix}, \quad U_{stall} = \begin{bmatrix} u_{stall} \\ \vdots \\ u_{stall} \end{bmatrix}, \quad \bar{V} = \begin{bmatrix} u_{-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{bmatrix} DC\check{x}_0 \\ DC\Phi\check{x}_0 \\ \vdots \\ DC\Phi^{N-1}\check{x}_0 \end{bmatrix}$$

VII. SIMULADOR

Este capítulo describe el simulador implementado en simulink a partir de las ecuaciones y modelos presentados en los capítulos “Modelo matemático para el control de barcos”, “Estimación de movimiento” y “Control de timón y/o aletas”, (ver el Anexo D).

7.1. Archivos

El simulador está organizado en los siguientes archivos, de la siguiente forma

Archivos principales:

main.m	Función principal carga parámetros iniciales y modelo.
modelo.mdl	Modelo principal que incluye modelo del barco, control y modelo de realidad virtual.

Archivos secundarios:

library.mdl	Librería en que se basa modelo.mdl en donde se encuentran los modelos y sub-modelos necesarios.
slblocks.m	Archivo que carga la librería en el Library Browser con el nombre de “Librería Memoria”.
modelo_ship.wrl	Archivo de modelo de realidad virtual utilizado.
modelo_data.m	Datos de parámetros del barco simulado entre ellos coeficiente hidrodinámicos, aletas, tanques, etc.
modelo_ForcesRAO.m	Datos de parámetros para el barco simulado correspondientes a Forces-RAO (Oleaje)
modelo_barco.m	Modelo no-lineal del barco incluye modelo de los tanques anti-roll tipo U
modelo_control.m	Genera matrices del modelo lineal y de control
modelo_obser.m	Genera las matrices del observador
modelo_mpc.m	Control MPC, basado en optimización cuadrática con restricciones
f_msi	Calcula el índice de mareo

Requerimientos:

MSS	Marine Guidance, Navigation and Control Toolbox Version 3.1.3 (MSS)
-----	---

7.2. Modelo del barco de prueba

De la Figura 7.1 el modelo del barco es subdividido en: el modelo hidrostático e hidrodinámico implementación conjunta de las ecuaciones (4.12), (4.13) y (4.14) junto a las ecuaciones del modelo para el tanque anti-balanceo tipo U ecuaciones (4.42), (4.43) y (4.44); modelo de propulsión que corresponde a la implementación de la ecuación (4.23); modelo de las fuerzas causadas de la acción del timón implementación de las ecuaciones (4.15) hasta la ecuación (4.22) y ecuaciones (4.24) hasta la ecuación (4.28) y ecuación (4.31); y el modelo de las fuerzas causadas de la acción de aletas fijas o móviles implementación de las ecuaciones (4.15) hasta la ecuación (4.19), ecuación (4.29), (4.30) y (4.31).

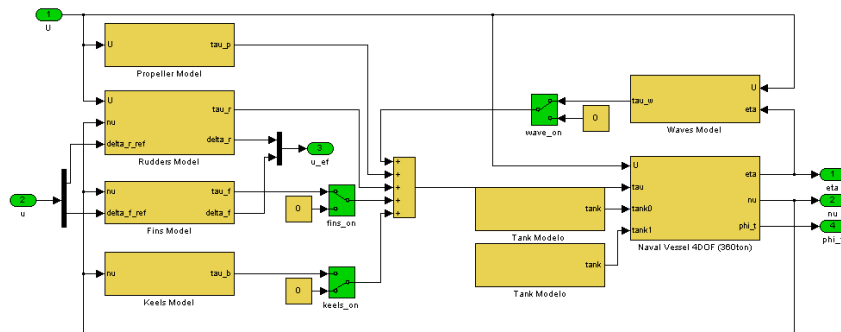


Figura 7.1 Modelo del barco en simulink

Los modelos se encuentran parametrizados de manera que pueden ser configurados directamente en simulink a través de sus respectivos diálogos, sin embargo, los parámetros hidrodinámicos deben ser configurados en el archivo “modelo_data.m”.

El modelo permite desactivar las aletas como los tanques dependiendo de la configuración deseada. También es posible activar y configurar el estado de la mar u oleaje a través del respectivo dialogo.

Para el desarrollo del simulador se ha considerado el trabajo presente en el toolbox de Matlab “MSS GNC toolbox” para la obtención de un espectro característico para las distintas condiciones de navegación para mayor información referirse a [3] para ver una descripción detallada de las olas y su descripción a través de Forces Response Amplitud Operator (Forces RAO) o Motions RAO.

7.3. Modelo de control MPC

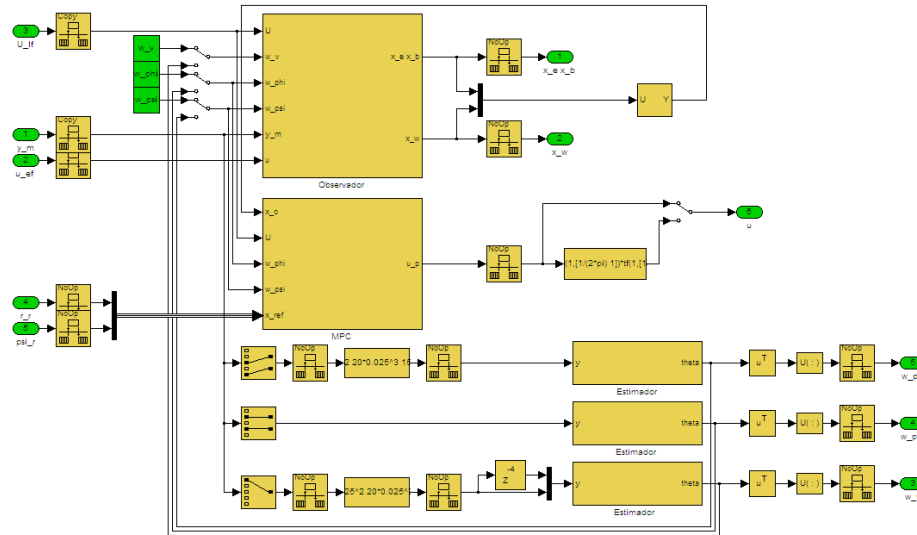


Figura 7.2 Modelo del controlador y observador en simulink

Este bloque (Figura 7.2) implementa el estimador descrito por las ecuaciones (6.4) y (6.5); el observador de estados descrito por las ecuaciones, (6.6) hasta la ecuación (6.9); por ultimo implementa a la ecuación (6.20) que corresponde al control MPC.

Todos los bloques estimador, observador y control MPC pueden ser configurados con sus respectivos diálogos, sin embargo, dependen del archivo “modelo_data.m” para obtener las matrices del modelo lineal respectivas al barco de prueba.

7.4. Modelo principal

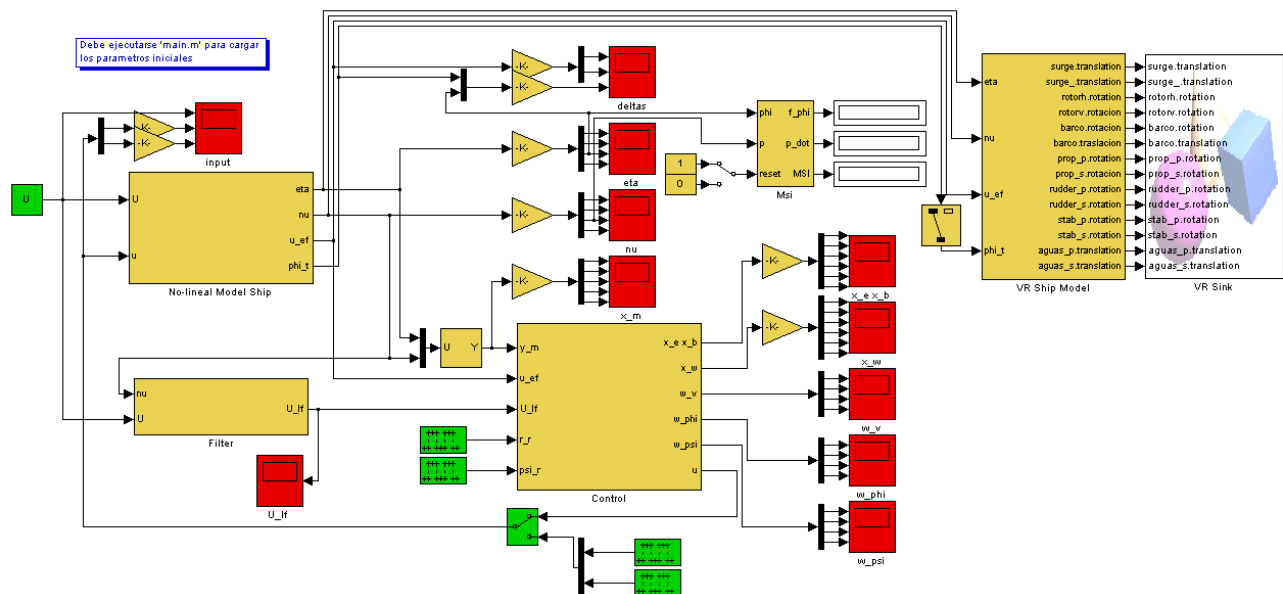


Figura 7.3 Modelo principal de Simulink

El modelo principal (Figura 7.3) incluye el modelo del barco y el control, anteriormente descritos, además de ellos incluye el modelo de realidad virtual y un estimador de movimiento (MSI) que es implementación de la ecuación (5.6).

7.5. *Modo de uso*

Como una guía para la utilización del simulador se puede tener presente que:

- Para cargar el simulador se recomienda ejecutar el archivo “main.m” (ver Anexo C).
- Los parámetros del barco (ver Anexo B) pueden ser configurados en el archivo “modelo_data.m” (ver Anexo C).
- Para configurar el controlador (MPC) este puede ser configurado a través del dialogo respectivo del bloque “modelo/Control MPC/MPC”.
- Los tiempos de muestreos de la simulación (T_s), control (T_c) y actualización de las matrices del modelo para el observador (T_o), pueden ser configurados en el archivo “main.m” (ver Anexo C).
- Los modelos iniciales estimados para el oleaje ($\hat{\theta}_{0|0}$) pueden ser configurados en el archivo “main.m” (ver Anexo C).
- El estado de la mar puede ser fijado en el bloque “modelo/No-lineal Model Ship/Waves Model/Waves”
- Las tablas correspondiente a el modelo de fuerzas RAO correspondientes al barco pueden ser actualizadas en el archivo “modelo_forcesRAO.m”

Como resultado de la simulación obtendremos

- Variables en el “workspace” con el resultado de la simulación nombradas “sim_%x”
- Archivo con la animación del modelo de realidad virtual nombrado con el nombre “modelo_ship_anim_%n”
- El bloque “modelo/MSI” nos da a conocer en tiempo de simulación frecuencia media, aceleración RMS e índice de mareo (MSI) del modelo en las maniobras además del estado de la mar simulados.

VIII. SIMULACIONES

Para realizar una comparación de los distintos dispositivos y control consideraremos una velocidad de avance de 15 nudos y un ángulo relativo a proa 90° ; como primer caso estar en una mar del tipo SS5 que corresponde a olas de 4 metros y de periodo 7 segundos, y en una mar de del tipo SS6 olas de 6 metros y periodo 9 segundos.

Las pruebas de simulación consideran un tiempo de simulación de 30 minutos, $T_s = 0.125$, $T_c = 0.125$ y $T_o = 1$ y los siguientes esquemas:

- Autopiloto.
- Autopiloto + Aletas fijas.
- Autopiloto + Aletas fijas+ U-tanque bloqueado.
- Autopiloto + Aletas fijas+ U-tanque a frecuencia de oleaje.
- Autopiloto + Amortiguamiento mediante timón (RRD).
- Autopiloto + Amortiguamiento mediante timón y aletas (FRRD).

Las características de las superficies de control timón y aletas pueden encontrarse en el Anexo B.

Para el U- tanque se consideran las siguientes características principales (ver Figura 4.6)

- U-tanque bloqueado, tamaño 5% de ∇ , $\omega_t = 0$, $H_1 = 2m$, $H_2 = -7m$, $B = 4.3m$, $X = 10$, $K = 20$.
- U-tanque frecuencia, tamaño 5% de ∇ , $\omega_t = 2\pi/7$, $H_1 = 2m$, $H_2 = -7m$, $B = 4.3m$, $X = 10$, $K = 20$.

Los parámetros para el controlador MPC serán

- Autopiloto serán: $q_\psi = 1$, $q_{ru} = 2$, $q_{fi} = 10^6$, $N = 12$.
- Autopiloto + RRD serán: $q_\psi = 0.1$, $q_{ru} = 0.01$, $q_{fi} = 10^6$, $q_\phi = 1$, $q_p = 10$, $q_{\dot{p}} = 10$, $N = 12$.
- Autopiloto + FRRD serán: $q_\psi = 0.1$, $q_{ru} = 0.1$, $q_{fi} = 0.01$, $q_\phi = 1$, $q_p = 10$, $q_{\dot{p}} = 10$, $N = 12$.

Para determinación de los índices MSI y MII

- MSI medido en la posición [0,4.3,0] que coincide con el borde del barco simulado
- MII medido en la posición [0,0,-7] que coincide con el puente del barco simulado

8.1. Respuesta a mar tipo SS5 barco con aletas fijas y autopiloto

La primera simulación corresponde a aletas fijas también conocidas como keels o bilge keels dependiendo el tamaño y forma de estas. La Figura 8.1 muestra una comparación entre el barco con y sin este dispositivo, donde las señales azules corresponde sólo al barco con autopiloto y la señal roja a el barco con las aletas fijas y el autopiloto.

Obtenida las simulaciones los índices de movimientos estimados arrojan una disminución promedio cercana al 30% de los índices de mareo e interrupciones (ver Tabla 8.1)

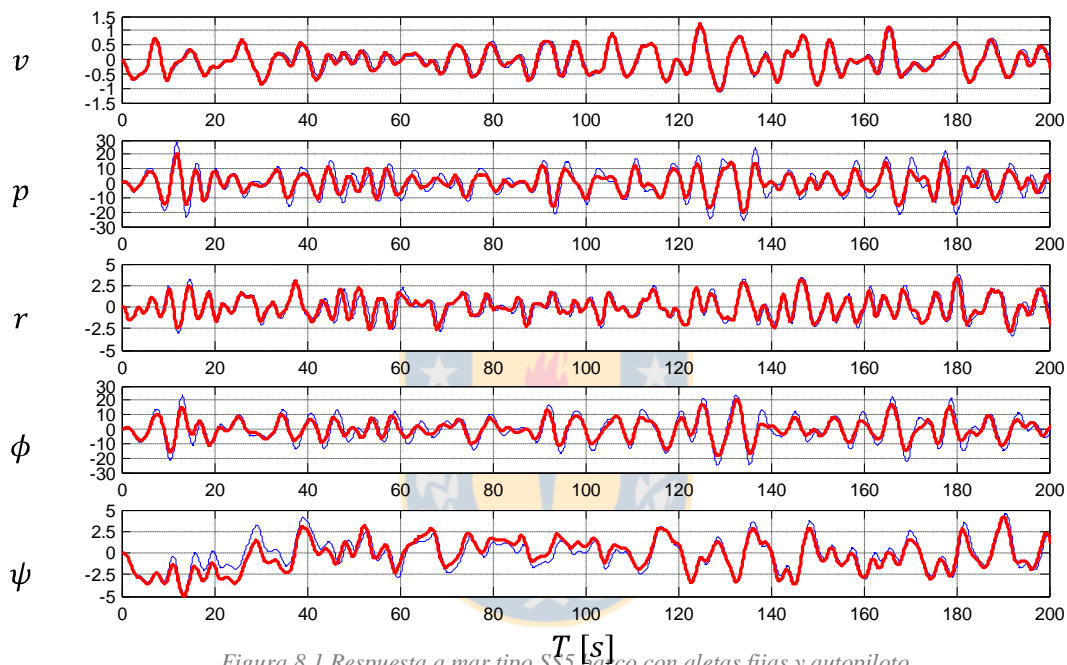


Figura 8.1 Respuesta a mar tipo SS5 barco con aletas fijas y autopiloto

8.2. Respuesta a mar tipo SS5 barco con tanque anti-balanceo, aletas fijas y autopiloto

La segunda comparación realizada corresponde al barco de prueba con aletas fijas, un tanque anti-balanceo tipo U y autopiloto descrito al inicio de este capítulo. La Figura 8.2 muestra la simulación considerando el tanque bloqueado de manera de poder identificar el efecto de la masa añadida por el tanque.

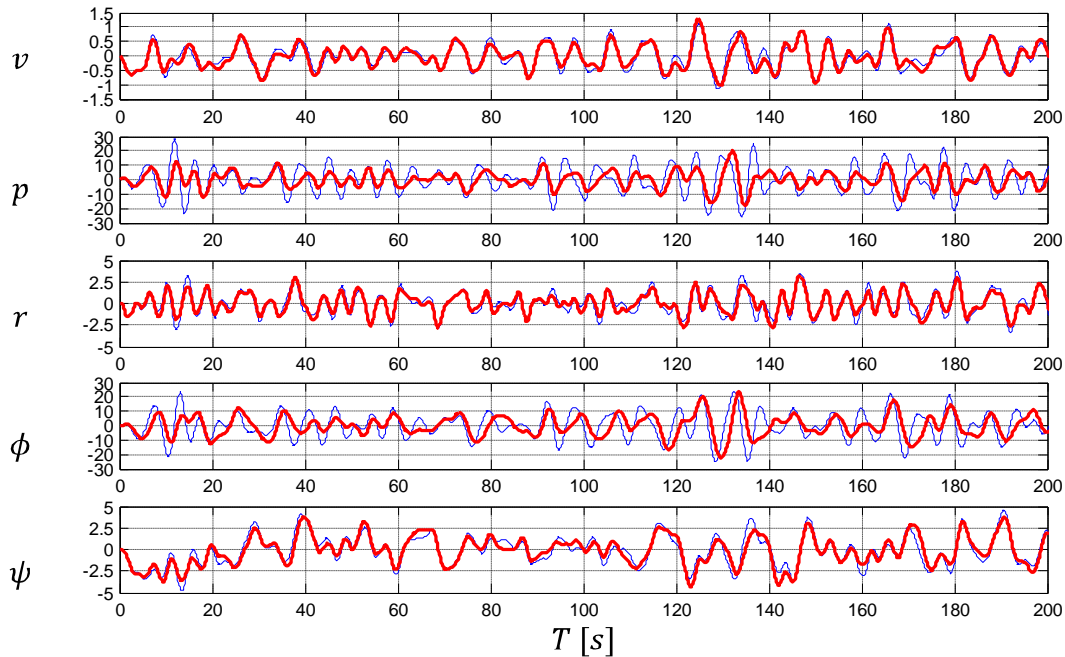


Figura 8.2 Respuesta a mar tipo SS5 barco con tanque anti-balanceo bloqueado, aletas fijas y autopiloto

Obtenida las simulaciones los índices de movimientos estimados arrojan una disminución promedio cercana al 60% de los índices de mareo y 40% en el índice de interrupciones (ver Tabla 8.1)

La siguiente simulación corresponde al tanque sin el bloqueo y sintonizado a la frecuencia de encuentro con las olas. En esta simulación los índices de movimientos estimados arrojan una disminución promedio cercana al 80% de los índices de mareo y 75% en el índice de interrupciones (ver Tabla 8.1). La Figura 8.3 muestra el resultado de la simulación en donde es observable a simple vista la disminución en los máximos tanto en el ángulo y velocidad en el movimiento de balanceo y una baja interferencia en otros movimientos.

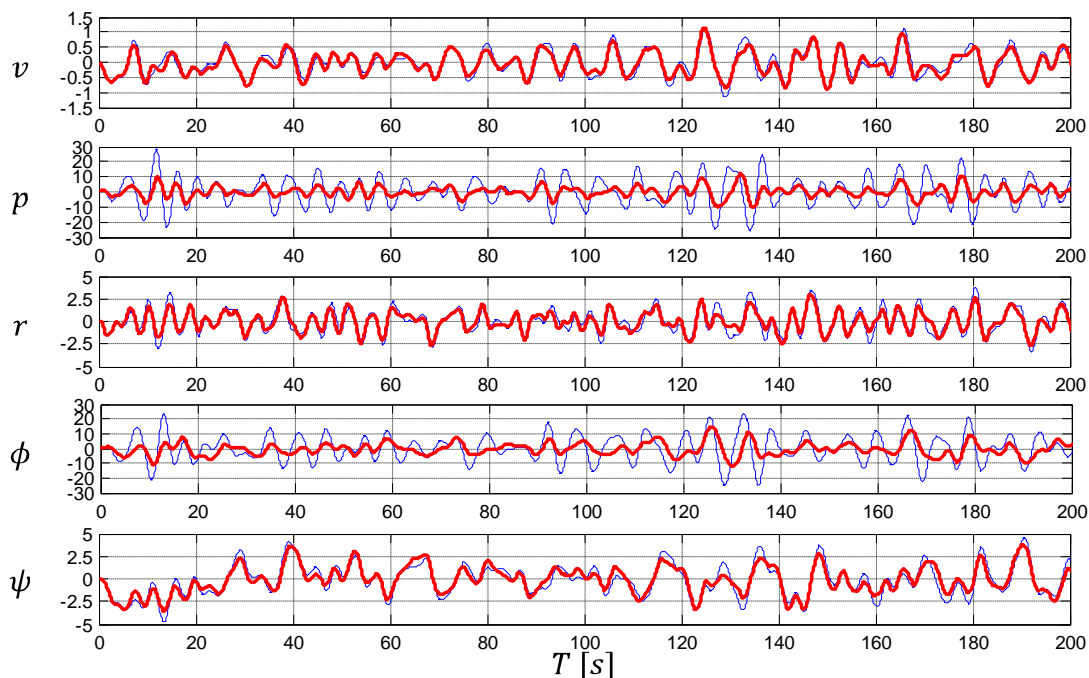


Figura 8.3 Respuesta a mar tipo SS5 barco con tanque anti-balanceo, aletas fijas y autopiloto

En la Figura 8.4 se presenta el comportamiento del tanque anti balanceo en color azul se muestra el ángulo de balanceo del barco y en rojo el ángulo correspondiente al liquido dentro del tanque. En la imagen es posible advertir el desfase entre los ángulos que es el principio en que se basa el diseño de estos tanques que fue descrito en la sección 2.2.

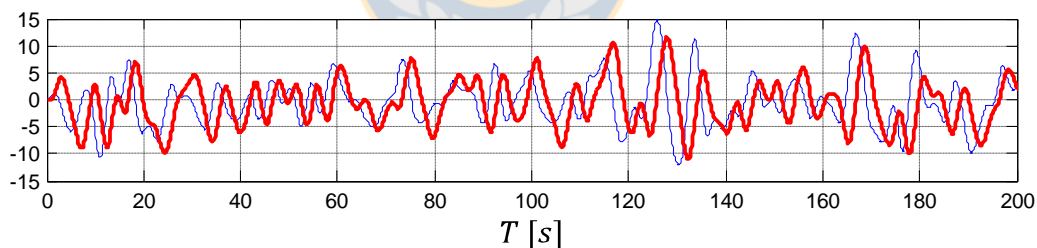


Figura 8.4 Angulo de balanceo y ángulo en tanque anti-balanceo

8.3. Respuesta a mar tipo SS5 para amortiguamiento mediante timón y autopiloto

La siguiente simulación corresponde al controlador diseñado en el capítulo VI, para ser utilizado en la configuración “amortiguamiento del balanceo mediante timón y autopiloto” se ha fijado un costo de 10^6 para el ángulo de las aletas, otra alternativa es fijar el valor máximo para las aletas en cero de manera de evitar su uso.

Los costos para el problema de optimización son $q_\psi = 0.1$, $q_{ru} = 0.01$, $q_{fi} = 10^6$, $q_\phi = 1$, $q_p = 10$, $q_{\dot{p}} = 10$ y un horizonte de predicción de $N = 12$.

El resultado del uso del timón permite obtener una disminución promedio cercana al 90% del índice de mareo y un 100% en el índice de interrupciones (ver Tabla 8.1). La Figura 8.5 muestra el resultado obtenido considerando una velocidad en el cambio para el timón de $\Delta\delta_{max}^{ru} = 20 \text{ deg/seg}$, de simulaciones realizadas al utilizar $\Delta\delta_{max}^{ru} = 10 \text{ deg/seg}$ se obtiene un resultado similar, dado que, en la simulación la mayor tasa de cambio obtenida es $\Delta\delta_{max}^{ru} = 9.6 \text{ deg/seg}$, por consiguiente al limitar más la velocidad de cambio, el control reduce su acción, en la Figura 8.6 se presenta el recorrido del timón, donde es posible observar la constante acción para evitar el balanceo, y mantener el rumbo.

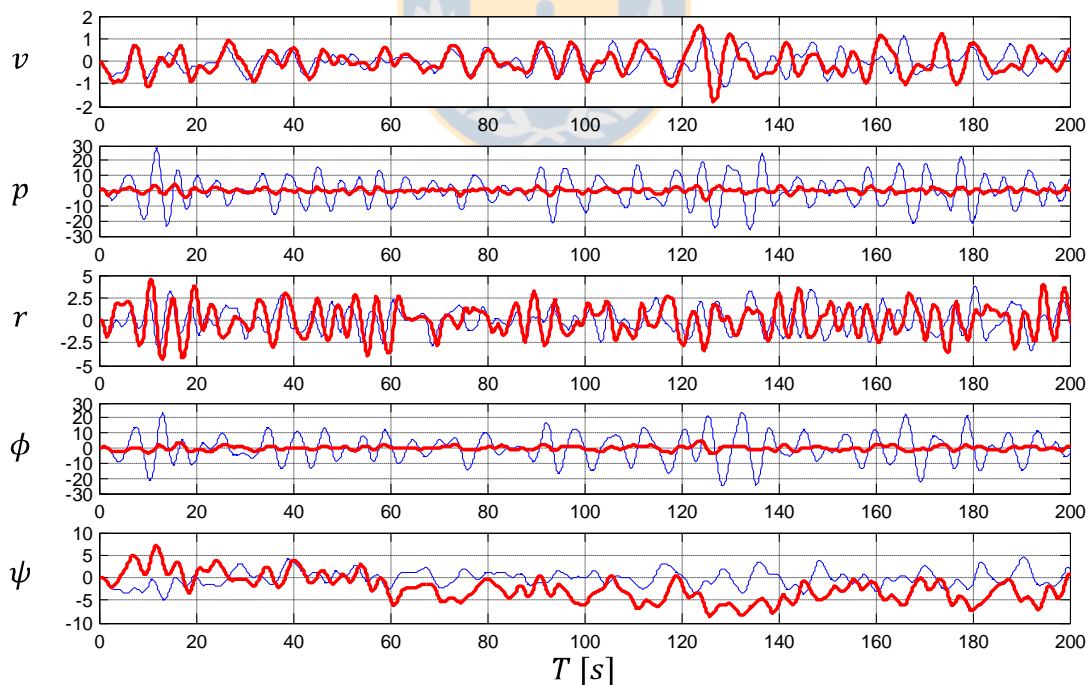


Figura 8.5 Respuesta a mar tipo SS5 barco con amortiguamiento del balanceo mediante timón y autopiloto

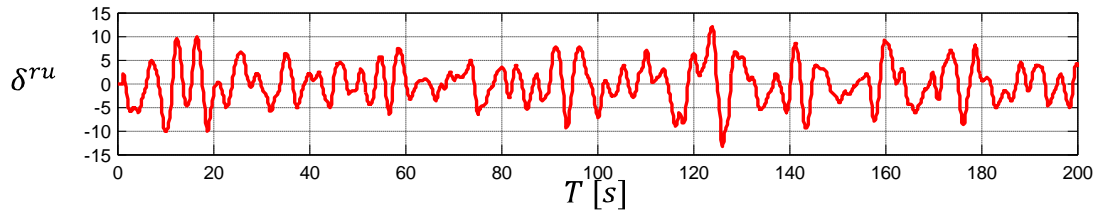


Figura 8.6 Acción de control del timón para amortiguamiento del balanceo mediante timón y autopiloto

8.4. Respuesta a mar tipo SS5 para amortiguamiento mediante timón y aletas, y autopiloto

La última simulación corresponde a el controlador desarrollado en el capítulo VI con parámetros $q_\psi = 0.1$, $q_{ru} = 0.1$, $q_{fi} = 0.01$, $q_\phi = 1$, $q_p = 10$, $q_{\dot{p}} = 10$, $N = 12$, comportándose como un sistema de control del amortiguamiento mediante el timón y aletas y autopiloto.

El resultado del uso del timón y aletas permite obtener una disminución promedio cercana al 90% del índice de mareo y un 100% en el índice de interrupciones (ver Tabla 8.1). La Figura 8.7 muestra el resultado obtenido de la simulación donde es posible observar la disminución en el ángulo y velocidad de cambio similar a la configuración RRS + autopiloto, sin embargo, en esta ocasión la acción de control no afecta el rumbo significativamente (ver Tabla 8.1), en la Figura 8.8 se puede observar la acción de control respectiva.

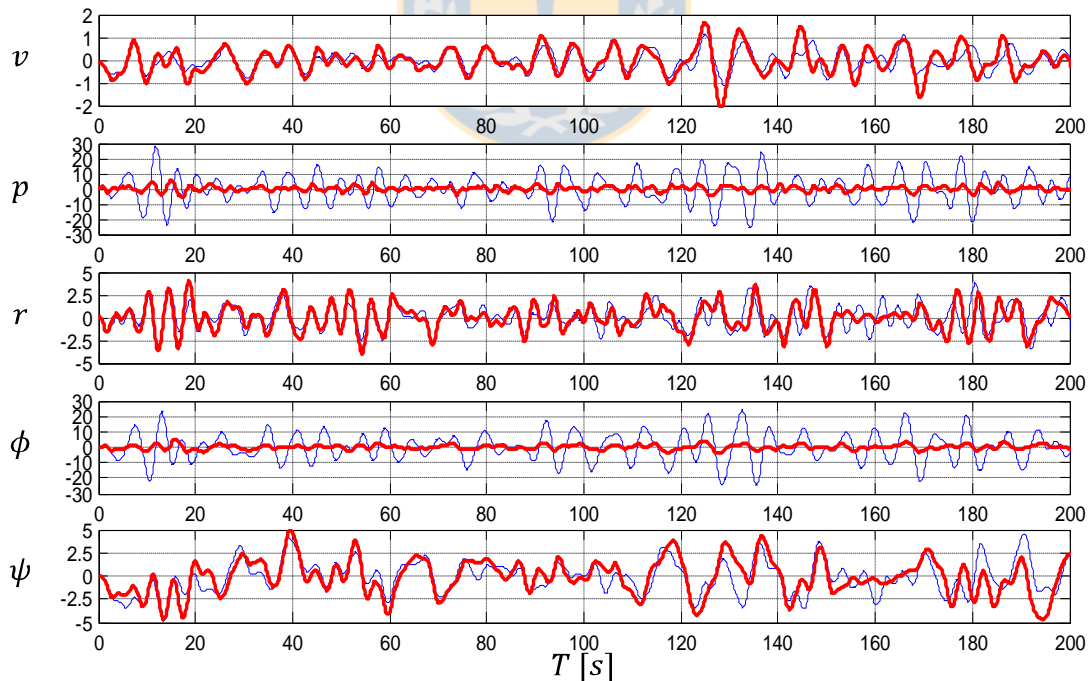


Figura 8.7 Respuesta a mar tipo SS5 barco con amortiguamiento del balanceo mediante timón y aletas y autopiloto

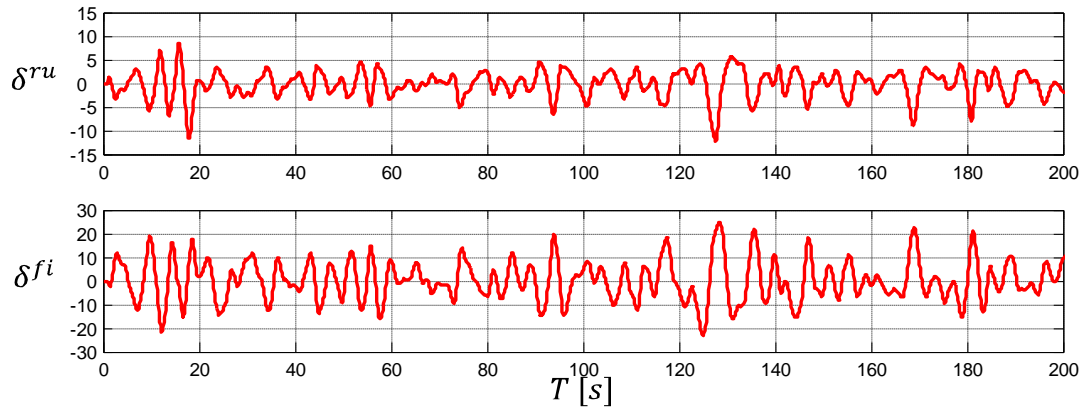


Figura 8.8 Acción de control del timón y aletas para amortiguamiento del balanceo mediante timón y aletas y autopiloto

8.5. Comparativa respuestas estado SS5

La Tabla 8.1 y Tabla 8.2, resumen y presentan información numérica de las simulaciones realizadas para la mar en estado SS5.

Tabla 8.1 Valores máximos y RMS obtenidos de las simulaciones para SS5

SIM	ϕ Max	p Max	\dot{p} Max	ϕ RMS	p RMS	\dot{p} RMS	ψ RMS	r RMS	δ^{ru} RMS	δ^{fi} RMS
-	deg	deg	deg	deg	deg/s	deg/s ²	deg	deg/s	deg	deg
I	33.54	29.68	39.07	9.52	9.57	11.04	1.88	1.49	0.22	0
II	27.25	26.02	29.28	7.27	7.00	8.10	1.82	1.36	0.16	0
III	23.75	21.97	26.47	7.99	6.31	6.24	1.63	1.24	0.23	0
IV	14.80	15.61	16.16	4.61	3.73	4.27	1.57	1.21	0.20	0
V	7.75	10.72	15.36	1.47	1.49	2.44	4.99	1.69	4.50	0
VI	6.86	8.14	11.87	1.55	1.68	2.75	1.89	1.46	2.94	9.48

Tabla 8.2 Índices de performance en las simulaciones para SS5

SIM	f_ϕ	MSI	MII	RED MSI	RED MII	RED ϕ	RED p	RED \dot{p}	RED prom.
-	rad/s	%	int/min	%	%	%	%	%	%
I	1.00	30.26	51.87	0	0	0	0	0	0
II	0.96	19.87	37.76	34.32	27.20	18.75	12.32	25.05	25.90
III	0.79	11.50	29.80	61.97	42.55	29.18	25.98	32.26	36.95
IV	0.80	5.31	12.85	82.43	75.23	55.88	47.39	58.62	55.40
V	1.01	1.33	0.17	95.58	99.66	76.89	63.87	60.68	66.14
VI	1.08	1.87	0.40	93.79	99.21	79.54	72.56	69.61	69.18

8.6. Comparativa respuestas estado SS6

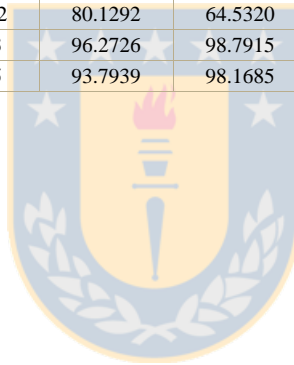
La Tabla 8.3 y Tabla 8.4, resumen y presentan información numérica de las simulaciones realizadas para la mar en estado SS6. Se asumen las mismas condiciones presentadas para la mar en estado SS5.

Tabla 8.3 Valores máximos y RMS obtenidos de las simulaciones para SS6

SIM	ϕ Max	p Max	\dot{p} Max	ϕ RMS	p RMS	\dot{p} RMS	ψ RMS	r RMS	δ^{ru} RMS	δ^{fi} RMS
-	deg	deg	deg	deg	deg/s	deg/s ²	deg	deg/s	deg	deg
VII	37.0558	33.2516	49.7793	11.3243	10.9449	12.4050	2.3316	1.6977	0.3349	0
VIII	29.1505	25.9661	34.7903	8.9500	7.9635	8.8112	2.2148	1.5734	0.3303	0
IX	31.3111	23.9410	31.3585	10.9025	7.9522	7.2888	2.1571	1.5330	0.3341	0
X	18.6162	17.5378	20.7980	6.1359	4.5794	5.0208	2.1042	1.4976	0.3233	0
XI	8.0046	6.5906	22.6793	1.8500	1.6710	2.4426	5.3301	2.1628	6.0729	0
XII	10.1796	13.1158	21.0789	1.9603	1.8989	2.8605	2.7991	1.8001	3.8014	12.2011

Tabla 8.4 Índices de performance en las simulaciones para SS6

SIM	f_ϕ	MSI	MII	RED MSI	RED MII	RED ϕ	RED p	RED \dot{p}	RED prom.
-	rad/s	%	int/min	%	%	%	%	%	%
VII	0.9665	34.5133	58.9410	0	0	0	0	0	0
VIII	0.8898	22.0104	42.5838	36.2264	27.7518	21.3335	21.9104	30.1109	29.9861
IX	0.7294	13.8573	37.0734	59.8496	37.1008	15.5028	28.0007	37.0050	35.7554
X	0.7463	6.8581	20.9052	80.1292	64.5320	49.7617	47.2574	58.2196	53.4675
XI	0.9033	1.2865	0.7123	96.2726	98.7915	78.3986	80.1795	54.4402	68.1325
XII	0.9687	2.1419	1.0795	93.7939	98.1685	72.5289	60.5559	57.6552	63.9637



IX. CONCLUSIONES Y DISCUSIONES

Tanques anti-balanceo son los más utilizados comúnmente para estabilizar movimientos de balanceo en barcos dado que estos pueden operar a bajas velocidades cuando el uso de aletas móviles no es práctico. Junto al uso de tanques anti balanceo, el uso de aletas, ya sea aletas cortas o largas, como elementos pasivos, representan una alternativa de bajo costo y con reducciones cercanas al 80% para el índice de mareo MSI y 70% en el índice de interrupciones MII.

La implementación de un sistema RRD presenta similares resultados a FRRD en cuanto a la reducción del balanceo dado que todo barco cuenta con un timón para ello, representa una alternativa de bajo costo si el servo del timón cuenta con una potencia y velocidad de cambio adecuada, agregando solo un mantenimiento extra dado su mayor uso, la reducción en el índice de mareo MSI obtenida es cercana al 90% y en el índice de interrupciones MII cercana al 100%.

El uso de aletas móviles se hacen requeridos en barcos militares o de lujo como una forma de mantener el control en toda situación de navegación, hay que considerar que además de controlar el balanceo las aletas son capaces de controlar las aceleraciones verticales producto de desplazamientos verticales, movimiento de arfada o cabeceo del barco, que en este caso no son considerados al trabajar en un modelo de 4DOF, esto ha sido desarrollado en [9] en un control del movimiento longitudinal como también en [23] con un control PD sobre el movimiento de arfada y el ángulo de cabeceo.

De las simulaciones obtenidas podemos apreciar el efecto de amortiguación en el balanceo de todos los dispositivos como de las estrategias de control y no puede ser ninguna descartada, su elección siempre estará relacionada al uso, tipo de barco a implementar y costos a asumir.

Un control MPC, en este caso un control cuadrático con restricciones, presenta grandes ventajas ya que se adecua completamente al modelo incluyendo todas sus limitaciones y características. Presenta un enfoque bastante intuitivo para ser implementado, su mayor debilidad está en que los modelos no sean suficientemente fiables produciendo poca robustez sin embargo bajo un adecuado diseño esto puede ser evitado. En la disminución de los índices de mareo MSI e índices de interrupciones MII, con el control MPC, tanto RRD como FRRD, es mayor al 90% llevando al barco a una situación completamente navegable con interrupciones cercanas a 1 por minuto e índices de mareo cercanas al 2% en estados SS5 y SS6.

La dinámica del barco pudo ser completamente representada en un simulador de realidad virtual permitiendo una visualización de esta en tiempo real (ver anexo B) con una gran semejanza a un modelo real.

X. TRABAJOS FUTUROS

Los resultados obtenidos como las herramientas elaboradas permitirían realizar un simulador completo que incluyese la dinámica vertical como el movimiento de arfada del barco e incluir un control para mitigar sus efectos.

Se plantea el desarrollo de un control para maniobras a baja velocidad que incluye el uso conjunto propulsión de manera de aumentar el efecto de las superficies de control.

El modelo de tanque tipo-U puede extenderse a un control activo y permitir evaluar sus resultados.

Se puede complementar el simulador con la dinámica de un helicóptero permitiendo el desarrollo de sistemas de control coordinado para vehículos autónomos, hablamos de desarrollar sistemas que permitan la aproximación y abordaje en cualquier situación evitando posibles colisiones.

Este trabajo representa solo un trabajo teórico, y un paso hacia sistemas de control o amortiguamiento reales es el desarrollo de un canal de pruebas hidrodinámicas, de manera de validar, comprobar o implementar los futuros trabajos en nuestra casa de estudios.



BIBLIOGRAFÍA

- [1]. **Yang, Cheng'en.** *Robust Rudder Roll Damping Control*. Aalborg : Department of Control Engineering. Aalborg University, 1998.
- [2]. **Oda, H., Ohtsu, K. y Hotta, T.** *Statistical analysis and design of a rudder roll stabilization system*. s.l. : Control Eng. Practice, Vol. 4, No. 3, pp. 351-358, 1996.
- [3]. **Perez, Tristan.** *Ship Motion Control, Course Keeping and Roll Stabilisation Using Rudder and Fins*. Trondheim : Springer, 2005. ISBN-10: 1852339594.
- [4]. **Bertram, Volker.** *Practical Ship Hydrodynamics*. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2000. ISBN 0 7506 4851 1.
- [5]. **Youssef, Khaled S., y otros.** *Roll Stabilization by Passive Anti-Roll Tanks Using an Improved Model of the Tank-Liquid Motion*. Blacksburg : Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [6]. **Escobar, Cristian.** *Estrategias de Control Optimo para Sistema de Propulsión Naval*. Concepción : Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Concepción, 2006.
- [7]. **González, José Patricio.** *Simulador Interactivo 3D de un Canal de Pruebas para Barcos*. Concepción : Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Concepción, 2000.
- [8]. **Triantafyllou, Michael S. y Hover, Franz S.** *Maneuvering and Control of Marine Vehicles*. Cambridge : Department of Ocean Engineering Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [9]. **San Román, Segundo E.** *Modelado y Control del Movimiento Longitudinal de un Ferry de Alta Velocidad*. Madrid : Departamento de Arquitectura de Computadores y Automática. Universidad Complutense de Madrid, 2002.
- [10]. **Fossen, Thor.** *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Trondheim : Marine Cybernetics, 2000.
- [11]. —. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York : John Wiley and Sons Ltd., 1994.
- [12]. **Yoon, Hyeon Kyu y Rhee, Key Pyo.** *Identification of hydrodynamic coefficients in ship maneuvering equations of motion by Estimation-Before-Modeling technique*. Shilim-dong : Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, 2003.
- [13]. **Pérez, Tristan y Blanke, Mogens.** *Mathematical Ship Modeling for Control Applications*. s.l. : Dept. of Electrical and Computer Engineering, The University of Newcastle, 2002.

- [14]. **Youssef, Khaled S., y otros.** *Design of passive anti-roll tanks for roll stabilization in the nonlinear range*. Blacksburg : Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.
- [15]. **Moaleji, Reza y Greig, Alistair R.** *On the development of ship anti-roll tanks*. London : Department of Mechanical Engineering, University College London, 2005.
- [16]. **Zhang, Hong, y otros.** *Modeling and Simulation of Passively Controlled Anti-Rolling Tank*. Hangzhou, P.R. China : Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 15-19, 2004.
- [17]. **Treakle III, Thomas W.** *A Time-Domain Numerical Study of Passive and Active Anti-Roll Tanks to Reduce Ship Motions*. Blacksburg : Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- [18]. **Nakayama, Yasuki.** *Introduction to Fluid Mechanics*. Oxford : Butterworth-Heinemann, 1999. ISBN 0340676493.
- [19]. **Phairoh, Thongchai y Huang, Jen-Kuang.** *Adaptive ship roll mitigation by using a U-tube tank*. Norfolk : Department of Mechanical Engineering, Old Dominion University, 2006.
- [20]. —. *Modeling and Analysis of Ship Roll Tank Simulator Systems*. Norfolk : Department of Mechanical Engineering, Old Dominion University, 2004.
- [21]. **Wilson, P.A. y Tang, A.** *An investigation into lateral force estimator (LFE) stabilisation using the rudder*. Southampton : Department of Ship Science, Faculty of Engineering and Applied Science, University of Southampton, 1992. ISSN 0140 3818.
- [22]. **O'Hanlon, James y McCauley, Michael.** *Motion sickness incidence as a function of the frequency and acceleration of vertical sinusoidal motion*. California : Human Factors Research, Incorporated, 1972.
- [23]. **Aranda, J., Díaz, J.M. y Ruipérez, P.** *Disminución del índice de mareo mediante un control PD sobre el movimiento de arfada y el ángulo de cabeceo en un buque de alta velocidad*. Madrid : Dept. de Informática y Automática. UNED, 2000.

ANEXO A. MODELO DE REALIDAD VIRTUAL

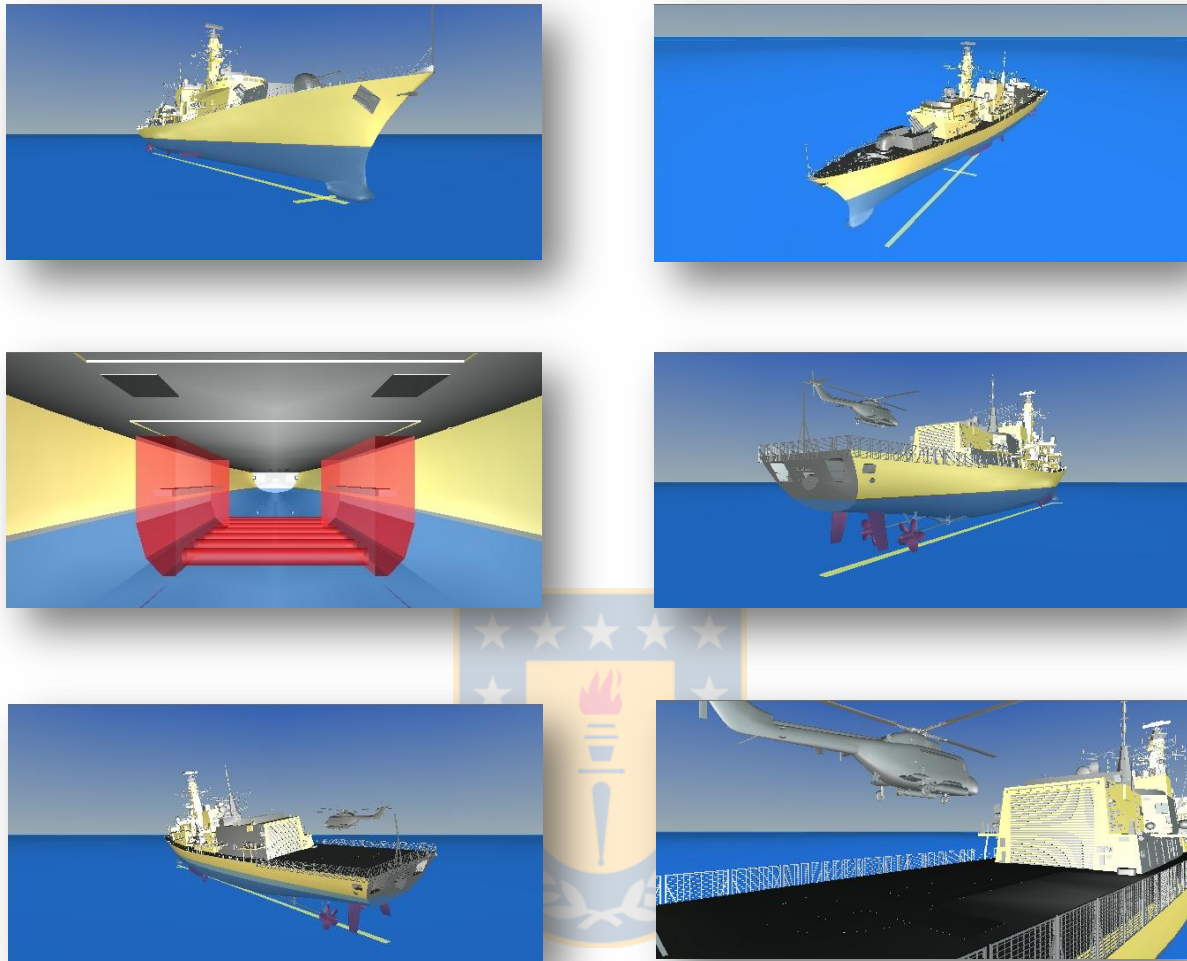


Figura A.1 Imágenes del modelo de realidad virtual diseñado para usar junto al modelo de simulink

ANEXO B. BARCO MODELO (PARÁMETROS)

Tabla B.1 Características principales del barco de prueba

Parámetros casco y condiciones de carga			Parámetros propulsión		
Símbolo	Medida	Unidad	Símbolo	Medida	Unidad
L_{pp}	48	m	A_p	2	m^2
B	8,6	m	ω	0.2	-
D	2,2	m	t	0.1	-
∇	350	m^3			
$m = \nabla \rho$	356000	kg			
U_{nom}	8	m/s			
x_G	-3,38	m			
y_G	-1,75	m			
I_{xx}	$3,4 \cdot 10^6$	$Kg \cdot m^2$			
I_{zz}	$60 \cdot 10^6$	$Kg \cdot m^2$			
GM	0,776	m			
KM	4,72	m			
KB	1,80	m			
BM	0,97	m			

Tabla B.2 Características de las superficies de control del barco

Parámetros timón			Parámetros aletas		
Símbolo	Medida	Unidad	Símbolo	Medida	Unidad
a^r	2	-	a^f	3	-
A_r	$2 \cdot 1,3$	m^2	A^f	$2 \cdot 1,7$	m^2
δ_{max}^r	45	deg	δ_{max}^f	35	deg
$\dot{\delta}_{max}^r$	20	deg	$\dot{\delta}_{max}^f$	25	deg
δ_{stall}^r	25	deg	δ_{stall}^f	28.8	deg
δ_{pb}^r	4	deg	δ_{pb}^f	4	deg
LCG	20,6	m	FCG	-23,5	m
y_{cpp}^r	-3,2	m	y_{cpp}^f	-3,2	m
y_{eps}^r	3,2	m	y_{eps}^f	3,2	m
r_r	1,5	m	r_f	1,5	m
C_L^r	1,15	-	C_L^f	1,15	-

Tabla B.3 Coeficientes hidrodinámicos del barco

X-Coeficientes	Y-Coeficientes	K-Coeficientes	N-Coeficientes
$X_{\dot{u}} = -17400$	$Y_{\dot{v}} = -393000$	$K_{\dot{v}} = 296000$	$N_{\dot{v}} = 538000$
$X_{ u } = -1960$	$Y_{\dot{r}} = -1400000$	$K_{\dot{r}} = 0$	$N_{\dot{r}} = -38700000$
$X_{vr} = 0,33 \cdot m$	$Y_{\dot{p}} = -296000$	$K_{\dot{p}} = -774000$	$N_{\dot{p}} = 0$
	$Y_{ u v} = -11800$	$K_{ u v} = 9260$	$N_{ u v} = -92000$
	$Y_{ur} = 131000$	$K_{ur} = -102000$	$N_{ u r} = -4710000$
	$Y_{v v } = -3700$	$K_{v v } = 29300$	$N_{v v } = 0$
	$Y_{r r } = 0$	$K_{r r } = 0$	$N_{r r } = -202000000$
	$Y_{v r } = -794000$	$K_{v r } = 621000$	$N_{v r } = 0$
	$Y_{r v } = -182000$	$K_{r v } = 142000$	$N_{r v } = 15600000$
	$Y_{\phi uv } = 10800$	$K_{\phi uv } = -8400$	$N_{\phi uv } = -214000$
	$Y_{\phi ur } = 251000$	$K_{\phi ur } = -196000$	$N_{\phi ur } = 4980000$
	$Y_{\phi uu} = -74$	$K_{\phi uu} = -1180$	$N_{\phi u } = -8000$
	$Y_{ u p} = 0$	$K_{ u p} = -15500$	$N_{ u p} = 0$
	$Y_{r p } = 0$	$K_{r p } = -416000$	$N_{r p } = 0$
	$Y_p = 0$	$K_p = -500000$	$N_p = 0$
	$Y_{\phi\phi\phi} = 0$	$K_{\phi\phi\phi} = -0,325 \cdot m \cdot g$	$N_{\phi\phi\phi} = 0$

ANEXO C. CÓDIGOS DE CONFIGURACIÓN

Archivo “main.m”

```
clc;
clear all;
close all

%% Variables
modelo_forcesRAO
Tc=0.125;
Ts=0.125;
To=1;
U=7;

%% Modelo
warning('off', 'all')
addpath(genpath(pwd))

open_system('modelo')
W=vrworld('modelo_ship.wrl');
set(W, 'Record3D', 'on', 'RecordMode', 'scheduled', 'RecordInterval', [0 200])

clear W
%% Modelo de olas iniciales
f_v=1;
f_phi=1;
f_psi=1;

e=0.1;
w_v=[1-2*e*f_v*Tc -f_v^2*Tc; Tc 1];
w_phi=[1-2*e*f_phi*Tc -f_phi^2*Tc; Tc 1];
w_psi=[1-2*e*f_psi*Tc -f_psi^2*Tc; Tc 1];

clear e f_v f_phi f_psi
```



Archivo “modelo_data.m”

```

%% Constantes que describen al barco, helice, superficies de control y
%% tanques

c.rho_water    = 1014.0;           % Densidad del agua [kg/m^3]
c.g            = 9.81;            % Constante de gravedad [m/s^2]
c.deg2rad     = pi/180;          % Grados a radianes
c.rad2deg     = 180/pi;          % Radianes a grados

%% Caracteristicas principales
h.Lpp         = 51.5;            % Largo entre perpendiculares [m]
h.B           = 8.6;            % Manga [m]
h.D           = 2.3;            % Calado [m]

%% Condiciones de carga
h.disp        = 357.0;           % Desplazamiento [m^3]
h.m           = h.disp*c.rho_water; % Masa [Kg]
h.U_nom       = 8.0;            % Vel. nominal [m/sec] (15 nudos)
h.LCG         = 20.41 ;          % [m] Longitudinal CG
h.VCG         = 3.36 ;          % [m] Vertical CG
h.xG          = -3.38 ;          % Coordenadas del CG desde el body
fixed frame adoptadas para el PMM test
h.zG          = -(h.VCG-h.D);    %-1.06 % Coordenadas del CG desde el body
fixed frame adoptadas para el PMM test
h.Izz         = 47.934*10^6;      % Yaw Inercia
h.Ixx         = 2.3763*10^6;      % Roll Inercia
h.GMt         = 1.1;            % [m] Metacentro Transversal
h.KM          = 4.47;           % [m] Metacentro Transversal desde
la quilla
h.KB          = 1.53;           % [m] Centro de flotación
transversal
h.BM          = h.KM - h.KB;      % [m] Distancia del centro de
flotación al metacentro

%% Helice
pr.t          = 0.1;            %
pr.w          = 0.2;            %
pr.rp         = 0.8;            %
pr.x          = 2;              %

%% Timón
ru.Ar         = 2*1.5;          %
ru.a          = 3;              %
ru.max        = 40;            %
ru.dotmax     = 20;            %
ru.pb         = 4;              %
ru.stall      = 23;            %
ru.dCl        = 0.054;          %
ru.Cd0        = 0.0065;         %
ru.lyp        = -2;            %
ru.lys        = 2;              %
ru.rr         = 2.61;          %
ru.LCG        = 20.4;          %

```

`%% Aletas`

```

fi.Af      = 2*1.7;           %
fi.sp      = 1.3;
fi.a       = 2;
fi.max     = 35;             %
fi.dotmax  = 25;            %
fi.pb      = 10;            %
fi.stall   = 28.8;          %
fi.dCl     = 0.046;
fi.Cd0     = 0.0065;
fi.lz      = 2.36;
fi.B       = 34;            %
fi.rf      = 4.22;
fi.FCG     = 4;             %

```

`%% Hidrodinámica`

```
% Coeficientes hidrodinámicos en la ecuación de avance
```

```

h.Xudot = -17400.0;
h.Xuau  = -1960;
h.Xvr   = 0.33*h.m;

```

```
% Coeficientes hidrodinámicos en la ecuación de desplazamiento lateral
```

```

h.Yvdot = -393000;
h.Yrdot = -1400000;
h.Ypdot = -296000;
h.Yauv  = -11800;
h.Yur   = 131000;
h.Yvav  = -3700;
h.Yrar  = 0;
h.Yvar  = -794000;
h.Yrav  = -182000;
h.Ybauv = 10800;
h.Ybaur = 251000;
h.Ybuu  = -74;
h.Yaup  = 0;
h.Ypap  = 0;
h.Yp    = 0;
h.Ybbb  = 0;

```



```
% Coeficientes hidrodinámicos en la ecuación de balanceo
```

```

h.Kvdot = 296000;
h.Krdot = 0;
h.Kpdot = -774000;
h.Kauv  = 9260;
h.Kur   = -102000;
h.Kvav  = 29300;
h.Krar  = 0;
h.Kvar  = 621000;
h.Krav  = 142000;
h.Kbauv = -8400;
h.Kbaur = -196000;
h.Kbuu  = -1180;
h.Kaup  = -15500;
h.Kpap  = -416000;
h.Kp    = -500000;
h.Kbbb  = -0.325*h.m*c.g ;

```




% Coeficientes hidrodinámicos en la ecuación de guiñada

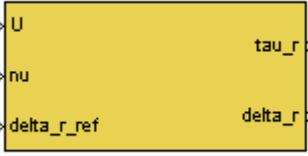






```
h.Nvdot = 538000;  
h.Nrdot = -38700000;  
h.Npdot = 0;  
h.Nauv = -92000;  
h.Naur = -4710000;  
h.Nvav = 0;  
h.Nrar = -202000000;  
h.Nvar = 0;  
h.Nrav = -15600000;  
h.Nbauv = -214000;  
h.Nbuar = -4980000;  
h.Nbuau = -8000;  
h.Naup = 0;  
h.Npap = 0;  
h.Np = 0;  
h.Nbbb = 0;
```

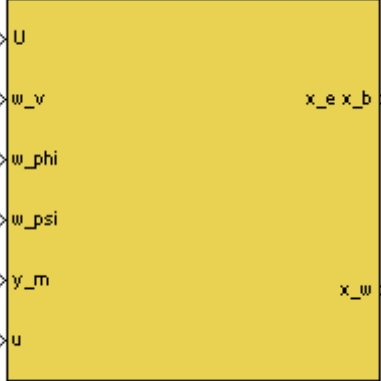

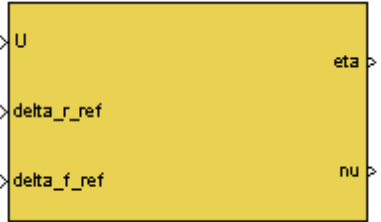



ANEXO D: LIBRERÍA DE SIMULINK

Este anexo describe los bloques existentes en la librería “library.mdl” y que son los utilizados para el desarrollo de este trabajo.

<p><i>Maquinaria hidráulica</i> Implementación de la ecuación (4.31).</p>	 <p>Fin/Rudder Machinery</p>
<p><i>Angulo efectivo timón</i> Implementación de la ecuación (4.20).</p>	 <p>Angle flow rudders</p>
<p><i>Angulo efectivo aletas</i> Implementación de la ecuación (4.30).</p>	 <p>Angle flow fins</p>
<p><i>Fuerzas producidas por superficie de control</i> Implementación de la ecuación (4.18), (4.19).</p>	 <p>Forces Hydrofoil</p>
<p><i>Velocidad flujo en timón</i> Implementación de la ecuación (4.27).</p>	 <p>Sway average rudders</p>
<p><i>Fuerzas producidas por aletas</i> Implementación de la ecuación (4.29).</p>	 <p>Fins forces 4-DOF</p>
<p><i>Fuerzas producidas por timón</i> Implementación de la ecuación (4.22).</p>	 <p>Rudders forces 4-DOF</p>
<p><i>Fuerzas producidas por hélice</i> Implementación de la ecuación (4.23).</p>	 <p>Propeller Model</p>

<p>Modelo para el timón Conjunto de ecuaciones (4.15) hasta la ecuación (4.22) y ecuaciones (4.22) hasta la ecuación (4.28) y ecuación (4.31).</p>	 <p>Rudders Model</p>
<p>Modelo para aletas móviles Conjunto de ecuaciones (4.15) hasta la ecuación (4.19), ecuación (4.29), (4.30) y ecuación (4.31).</p>	 <p>Fins Model</p>
<p>Modelo para aletas fijas Conjunto de ecuaciones (4.15) hasta la ecuación (4.19), y ecuación (4.29).</p>	 <p>Keels Model</p>
<p>Modelo del tanque anti-balanceo Ingreso de parámetros para un tanque anti-balanceo.</p>	 <p>Tank Modelo</p>
<p>Modelo del barco de prueba Conjunto de ecuaciones (4.12), (4.13), (4.14) y las ecuaciones del modelo para el tanque anti-balanceo tipo U ecuaciones (4.42), (4.43) y (4.44).</p>	 <p>Naval Vessel 4DOF (360ton)</p>
<p>Modelo de fuerzas RAO Modelo para fuerzas producidas por el oleaje implementado a partir de "Marine Guidance, Navigation and Control Toolbox Version 3.1.3 (MSS)"</p>	 <p>Waves Model</p>
<p>Modelo no lineal de barco de prueba Modelo del barco implementado a partir de los modelos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelo para el timón • Modelo para aletas móviles • Modelo para aletas fijas • Modelo del tanque anti-balanceo • Modelo del barco de prueba • Modelo de fuerzas RAO 	 <p>No-linear Model Ship</p>

<p>Observador de estados Implementación de las ecuaciones, (6.6) hasta la ecuación (6.9).</p>	 <p style="text-align: center;">Observador</p>
<p>Estimación de parámetros Implementación de la ecuación (6.4) y (6.5).</p>	 <p style="text-align: center;">Estimador</p>
<p>Modelo lineal de barco de prueba Implementación del modelo descrito por la ecuación (6.1).</p>	 <p style="text-align: center;">Lineal Model Ship</p>
<p>MPC Implementación de la ecuación (6.20).</p>	 <p style="text-align: center;">MPC</p>

Modelo de Realidad Virtual

Permite visualizar los resultados en un modelo virtual incluyendo acciones de control, nivel de tanques anti-balanceo, posición y orientación del barco.

> eta	surge.translation >	> surge.translation
	surge_.translation >	> surge_.translation
	rotorh.rotacion >	> rotorh.rotacion
	rotorv.rotacion >	> rotorv.rotacion
> nu	barco.rotacion >	> barco.rotacion
	barco.traslacion >	> barco.traslacion
	prop_p.rotacion >	> prop_p.rotacion
	prop_s.rotacion >	> prop_s.rotacion
> u_ef	rudder_p.rotacion >	> rudder_p.rotacion
	rudder_s.rotacion >	> rudder_s.rotacion
	stab_p.rotacion >	> stab_p.rotacion
	stab_s.rotacion >	> stab_s.rotacion
> phi_t	aguas_p.translation >	> aguas_p.translation
	aguas_s.translation >	> aguas_s.translation

VR Ship Model

VR Sink

