



Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Fuente de qudits entrelazados utilizando fibra óptica

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias con mención en Física

por

Italo Ignacio Machuca Flores

Marzo, 2019

Director de Tesis: **Dr. Gustavo Moreira Lima**

*Educación es lo que queda después de olvidar
lo que se ha aprendido en la escuela.*



-Albert Einstein

Agradecimientos

Lo que verán a continuación es una casa, que puede estar bien o mal construida, pero una casa al fin y al cabo. En este proyecto han participado muchas personas y debo agradecer a cada una de ellas por que han contribuido de alguna manera. En primer lugar como no agradecer a mi familia en general, A mis padres, hermano, primos, abuelos, tíos, los de allá y los de acá. Fueron los que construyeron las bases de esta casa, sin ellos todo el proyecto simplemente se viene abajo. Luego viene todas aquellas persona que aportaron desde un ladrillo hasta una pared completa, siempre guardaran un lugar especial por que decidieron colocar una ventana para darme un espacio donde mirar hacia adelante, el futuro. Además, están los que guían: Profesor Lima, Esteban, Gustavo, Miguel, Jaime, Pablo, Santiago y personas del laboratorio en general. Gracias por ayudar tanto en lo académico como en lo personal. Fue un camino difícil, pero el proyecto finalizo con la marca de cada persona que ayudo en el.

Tabla de contenidos

Agradecimientos	III
Índice de cuadros	VI
Índice de Figuras	VII
Resumen	IX
1. Introducción	1
2. Marco teórico	3
2.1. Mecánica cuántica	3
2.1.1. Estados cuánticos	4
2.1.2. Estados puros y mixtos	4
2.1.3. Sistemas compuestos: Entrelazamiento	5
2.1.4. Mediciones cuánticas	8
2.2. Teoría de la información cuántica	10
2.2.1. Qubits y qudits	10
2.2.2. Fidelidad entre estados cuánticos	12
2.3. Desigualdades de Bell	12
2.4. Generación de un estado entrelazado	14
2.4.1. Conversión óptica descendente, paramétrica y espontánea (SPDC)	15
2.4.2. Tipo de generación del proceso SPDC	17
2.5. Propagación y generación de qudits	20
2.5.1. Fibra óptica	20



3. Generación de fotones entrelazados	23
3.1. Esquema experimental	24
3.1.1. Estados PES y cristal PPKTP-II	25
3.1.2. Visibilidad de la fuente de fotones entrelazados	26
3.1.3. Efectos de Signaling	27
3.2. Escenario Device-Independent	27
3.3. Certificación de aleatoriedad	28
3.4. Self-testing y desigualdad de Bell	29
3.5. Resultados	30
3.5.1. Resultados de certificación de aleatoriedad	32
3.5.2. Resultados de Self-testing	34
3.6. Resumen	36
4. Generación de qudits entrelazados	38
4.1. Esquema experimental	39
4.2. Resultados	41
4.2.1. Proceso SHG en la fuente	41
4.2.2. Proceso SPDC en la fuente	43
5. Proyecciones de la fuente	47
6. Conclusiones	50
A. Desigualdad CHSH	52
B. Estado del proceso SPDC	56
C. Caracterización de los sistemas para generar qudits	60
C.0.1. Caracterización cristal no lineal PPLN tipo-0	60
C.0.2. Caracterización sistema de iluminación con BSs	63
C.0.3. Caracterización de sistema de iluminación del cristal PPLN	65
Bibliografía	67

Índice de cuadros

3.1. Resumen de los resultados experimentales	36
4.1. Tabla de acople del proceso SHG en la fuente con todas las combinaciones posibles	42
4.2. Tabla de porcentajes de todas las combinaciones posibles de los núcleos. Porcentaje calculados con el total de cuentas de un núcleo con sus 4 combinaciones.	42
4.3. Tabla de cuentas simples y potencia de núcleos en coincidencia cuando el cristal PPLN es bombardeado con polarización horizontal	44
4.4. Tabla de cuentas simples y potencia de núcleos en coincidencia cuando el cristal PPLN es bombardeado con polarización horizontal	44
4.5. Tabla de la generación de pares de fotones de todas las posibles combinaciones en el proceso SPDC	45
4.6. Tabla de porcentajes de todas las combinaciones posibles de los núcleos de la fuente en el proceso SPDC.	45
A.1. Tabla de las medidas elegidas para violar la desigualdad CHSH	54
C.1. Caracterización de demultiplexador de 1550 <i>nm</i> con láser continuo de 773 <i>nm</i>	64
C.2. Caracterización con láser 773 <i>nm</i> del sistema de BSs unido al demultiplexador de 4 salidas	65
C.3. Tabla resumen de la potencia de acople del sistema de iluminación del cristal PPLN con láser 773 <i>nm</i>	65
C.4. Tabla de transmisión de cada núcleo con el sistema completo conectado	66

Índice de figuras

2.1. Representación gráfica de la esfera de Bloch. Fuente: Hecha por el autor.	11
2.2. Escenario de Bell bipartito. Fuente: Hecha por el autor.	13
2.3. Generación de estado entrelazado en polarización utilizando dos cristales no lineales de tipo-0 o tipo-I. Haz rojo representa el pump y las flechas su polarización. Fuente: Hecha por el autor.	18
2.4. Generación de estado entrelazado en polarización utilizando un cristal no-lineal tipo-II. Fuente: Hecha por el autor.	19
2.5. Representación de fibras ópticas con uno y varios núcleos. Fuente: Hecha por el autor	21
3.1. Setup experimental usado para los protocolos de certificación de aleatoriedad y Self-testing. Fuente: [1]	24
3.2. Gráfico de la pureza y la fidelidad de los estados PES que fueron tomografiados. Fuente: [1]	31
3.3. Gráfico que muestra la violación de la desigualdad de Bell de los 5 estados con respecto al parámetro α . Fuente: [1]	32
3.4. Gráfico de bit aleatorio versus concurrencia de estado PES. Fuente: [1]	33
3.5. Gráfico de los limites de la fidelidad con respecto al estado al estado PES objetivo. Fuente: [1]	35
4.1. Esquema experimental utilizado para generar qudit entrelazados utilizando un cristal PPLN. Fuente: Hecha por el autor.	39

4.2. Cuentas simples normalizadas de todas las combinaciones posibles de los núcleos con el porcentaje de luz que de cuentas simples del proceso SHG. Fuente: Hecha por el autor.	42
4.3. Cuentas simples normalizadas de todas combinaciones posibles de los núcleos con el porcentaje de luz que de cuentas simples del proceso SPDC. Fuente: Hecha por el autor.	45
4.4. Dependencia de generación de los núcleos en coincidencia con respecto a la temperatura en el proceso SPDC. Fuente: Hecha por el autor.	46
5.1. Dispositivo de los espejos deformables capaces de agregar una fase relativa individualmente a cada núcleo. Fuente: [2].	48
5.2. Esquema experimental para realizar mediciones proyectivas locales de varias salidas. Fuente: [2].	49
C.1. Condiciones de generaciones del cristal de longitud de onda y temperatura por cada canal. Fuente: Aquí	61
C.2. Generación del proceso SHG del cristal no lineal PPLN según la temperatura. Fuente: Hecha por el autor.	62
C.3. Generación del proceso SHG en la sección transversal del canal seleccionado en el cristal no lineal PPLN. Fuente: Hecha por el autor.	63
C.4. Sistema de 3 BSs caracterizado con láser de 773 nm. Fuente: Hecha por el autor.	64

Resumen

A lo largo de esta tesis se estudia dos esquemas experimentales fotonicos que generan estados entrelazados. El primer esquema genera un estado entrelazado en polarización de dos qubits con el cual se violó una desigualdad de Bell y permitió realizar dos protocolos de información cuántica. Los protocolos realizados fueron Self-testing y certificación de bit aleatorios que se analizaron con cinco estados parcialmente entrelazados (PES) y comprobar la intuición de que a mas grado de entrelazamiento del estado el comportamiento del protocolo es mejor. Ambos protocolos realizados bajo un escenario Device-independent (DI).

El segundo esquema es una fuente de fotones entrelazados en camino en la banda de telecomunicaciones. Este esquema genera a través de un cristal no lineal PPLN pares de fotones entrelazados en camino utilizando fibras ópticas multicore de cuatro núcleos, generando así un estado cuántico en altas dimensiones que promete ser una piedra angular para proyectar protocolos de información cuántica de dimensiones mayores, pero como mayor ventaja mostrar una buena conectividad con sistemas ya implementados en la banda de telecomunicaciones.

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años se a visto el amplio crecimiento de las tecnologías en telecomunicaciones, en donde uno de los desafíos latentes es aumentar la taza de datos que se puedan codificar, enviar y procesar. Para este propósito se han desarrollado nuevas tecnologías basadas en multiplexación de información, lo cual permitió que aumentara la capacidad del canal en diez veces cada cuatro años [3]. En esta carrera por desarrollar e implementar nuevas tecnologías que mejoren la taza de información aparece la mecánica cuántica, que a través de los fotones ofrece un portador de información de fácil acceso y robustes a transmisiones de larga distancia [4], marcando una ventaja al poder codificar información en sistemas cuánticos de altas dimensiones. Los sistemas en altas dimensiones han demostrado que si aumenta la dimension del sistema, tambien lo hace los bits codificados [5]. Además, la codificación en altas dimensiones de los fotones ofrece mejorar el procesamiento de información en mecánica cuántica en varias maneras, como incrementar la taza de datos [6], bajar el error para comunicación cuántica [7] o simplificar circuitos lógicos [8]. Entonces es de real importancia implementar esquemas que generen estados cuánticos en altas dimensiones, llamados qudits.

Los qudits pueden ser generados por modos espaciales [9], modos temporales [10] o camino [11], que pueden presentar entrelazamiento o no. El entrelazamiento es una característica sin análogo clásico que es relevante tanto del punto de vista fundamental de la teoria como en protocolos de información. En el aspecto fundamental el entrelazamiento permite exhibir la característica no local de la mecanica cuántica

utilizando las desigualdades de Bell [12] y desde el punto de vista práctico permite explotar estas correlaciones en varios protocolos de información cuántica como distribución de clave cuántica (QKD) [2, 6], Self-testing [13] y certificación de números aleatorios [14, 15]. Estos protocolos presentan problemas experimentales, como la propagación de los estados cuánticos a largas distancias, por eso se plantea el desafío de utilizar fibra óptica. La fibra óptica ofrece dos grandes beneficios tangibles, la baja pérdida en largas distancias y que la banda de telecomunicaciones (la utilizada en esta tesis) está implementada en gran parte del mundo.

Por estas razones es que en la presente tesis son materia de estudio los estados cuánticos en altas dimensiones utilizando fibra óptica. Implementado esquemas experimentales de generación de estados en altas dimensiones entrelazados en dos grados de libertad. El primer esquema se generó un estado entrelazado en polarización que se utilizó para desarrollar protocolos de información cuántica, certificación de aleatoriedad y Self-testing, donde este último es una gran herramienta para alcanzar una máxima violación una desigualdad de Bell evitando el gran número de mediciones que conlleva implementar una tomografía de estados en altas dimensiones [16]. El segundo caso es un esquema de una fuente de fotones entrelazados en camino donde se revela los beneficios de las fibras ópticas multicore. Esquema que genera un estado de altas dimensiones, ofreciendo compatibilidad con sistemas de fibras ópticas en la banda de telecomunicaciones.

Capítulo 2

Marco teórico

En esta sección abordaremos nociones básicas y descripción matemática a conceptos que serán esenciales a lo largo de esta tesis. Se divide en 5 secciones. Primero se definen conceptos importantes de la mecánica cuántica como los estados cuánticos de un sistema, sus condiciones y los tipos que existen. Luego en la parte dos abordamos nociones básicas de la teoría cuántica de la información, en donde se le da descripción matemática a la unidad mínima de información en sistemas cuánticos. La tercera parte presenta las desigualdades de Bell, utilizadas para mostrar la característica no local de la mecánica cuántica. La cuarta parte se muestra como generar un estado cuántico de un par de fotones entrelazados. Por ultimo la quinta parte da cuenta de la generación y propagación de un estado cuántico en altas dimensiones utilizando fibras ópticas multicore.

2.1. Mecánica cuántica

En la mecánica clásica se puede conocer el estado de un sistema físico a través de sus coordenadas generalizadas. Estas son las llamadas variables dinámicas fundamentales ($q_i(t)$ y $p_i(t)$), y toda cantidad física asociada al sistema se puede representar en términos de ellas [17]. En cambio en la mecánica cuántica a cada variable dinámica del sistema se le puede asignar un operador lineal. Operador que otorga resultados, llamados autovalores. Estos autovalores no son deterministas por lo que se calculan las frecuencias o probabilidades de ocurrencia [18, 19]. El proceso

de obtener las probabilidades consiste en largas secuencias de la misma preparación y medición sobre el estado de la partícula. La repetición de este proceso permite estimar la distribución de probabilidad y comparar con valores teóricos. Si las probabilidades están definidas para todo observador entonces llama se procedimiento de preparación de estado ρ [20].

2.1.1. Estados cuánticos

El estado cuántico es la representación mas completa de un sistema cuántico [21, 22]. Estado que le corresponde un único operador de estado ρ , asociado a un espacio de *Hilbert*¹ complejo \mathcal{H} . Para que los estados del espacio del Hilbert sean físicamente aceptados deben cumplir con las siguientes condiciones

$$\text{Tr}(\rho) = 1, \quad (2.1)$$

$$\rho = \rho^\dagger, \quad (2.2)$$

$$\langle u | \rho | u \rangle \geq 0, \quad \text{Para todo } |u\rangle, \quad (2.3)$$

donde 2.1 se impone para normalizar las probabilidades obtenidas de las mediciones que serán expuestas en los capítulos 3 y 4, 2.3 para que las probabilidades sean positivas y 2.2 es impuesta para que los autovalores del operador sean valores reales, que además permite encontrar una descomposición espectral para el operador ρ .

$$\rho = \sum_{n=1}^d p_n |\phi_n\rangle \langle \phi_n|, \quad (2.4)$$

donde p_n son los autovalores que deben estar normalizados ($\sum p_n = 1$) y cumplir que $0 \leq p_n \leq 1$.

2.1.2. Estados puros y mixtos

La descripción del estado cuántico del sistema se puede realizar mediante un operador densidad. Si se considera el vector unitario $|\Psi\rangle$ de dimension D en un

¹Espacio vectorial que recibe el ese nombre por el matemático alemán David Hilbert

espacio complejo \mathcal{H} , el operador densidad se calcula mediante el siguiente proyector

$$\rho = |\Psi\rangle \langle\Psi|, \quad (2.5)$$

a esto se le llama estado puro. El cual entrega la información completa del estado, ya que su autovalor representa una probabilidad, y es 1. Existe un caso adicional al estado puro y es cuando no se tiene certeza si el sistema esta preparado en algún estado específico. Entonces podemos suponer que tenemos un sistema físico que puede ser preparado por un conjunto de vectores unitarios D-dimensionales $\{|\Psi_n\rangle\}$ y donde cada $\{|\Psi_n\rangle\}$ tiene una probabilidad asociada p_n de que haya sido preparado, por lo que resulta la superposición de los estados $p_n |\Psi_n\rangle$. El resultado es una mezcla estadística de estados cuánticos. Para describir el sistema definimos el operador densidad del sistema como

$$\rho = \sum_n p_n |\Psi_n\rangle \langle\Psi_n|, \quad (2.6)$$

entonces cuando ρ no puede escribirse como un solo proyector entonces es un *Estado Mixto* y en el caso contrario cuando solo tiene un autovalor es un *Estado Puro*.

Una forma de cuantificar que tan puro o que tan mixto es el estado, es calculando la pureza de la siguiente manera

$$\gamma = Tr (\rho^2). \quad (2.7)$$

La pureza $\gamma \in [1/d, 1]$, donde d es la dimension del espacio de Hilbert donde esta definido el estado. El valor 1 representa un estado puro y $1/d$ un estado completamente mixto.

2.1.3. Sistemas compuestos: Entrelazamiento

Schrödinger [23] y luego Einstein, Podolsky y Rosen (EPR) [23] fueron los pioneros en investigar y cuestionar las correlaciones exhibidas por un sistema de dos partículas, que no tiene análogo en la mecánica clásica. A posterior las correlaciones o simplemente entrelazamiento a tomado gran interés en la mecánica cuántica, por lo que a sido un foco importante de investigación en varias áreas [24–28]. El entrelazamiento es un fenómeno que implica la existencia de un estado global para un sistema

compuesto, el cual no puede ser escrito como un producto de sus subsistemas. Esto matemáticamente se representa considerando un sistema físico con dos partículas A y B , donde cada una pertenece a un espacio de Hilbert diferente, $A \in \mathcal{H}_A$ y $B \in \mathcal{H}_B$. Se puede representar el espacio de Hilbert en el cual está contenido el sistema bipartito

$$\mathcal{H}_{AB} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B, \quad (2.8)$$

donde \mathcal{H}_{AB} representa el espacio total de Hilbert, que es donde se encuentra el sistema bipartito y \otimes es el producto tensorial. Si \mathcal{H}_{AB} es el espacio total de Hilbert se puede ver si un estado $|\psi\rangle_A \in \mathcal{H}_A$ y $|\phi\rangle_B \in \mathcal{H}_B$ entonces $|\Psi\rangle_A \otimes |\phi\rangle_B \in \mathcal{H}_{AB}$. Sin embargo existen estados $|\psi\rangle_A \otimes |\phi\rangle_B \in \mathcal{H}_{AB}$ para los cuales

$$|\Psi\rangle_{AB} \neq |\psi\rangle_A |\phi\rangle_B, \quad (2.9)$$

cuando el estado $|\Psi\rangle_{AB}$ no cumple con la condición (2.9) se dice que el estado es producto, en caso contrario, el estado es entrelazado. En otras palabras significa que matemáticamente no se puede separar los dos subsistemas. La dimensión del estado bipartito $|\Psi\rangle_{AB}$ es $D_{AB} = D_A \times D_B$. El entrelazamiento se puede describir para estados puros y mixtos [29,30], a continuación mostraremos como se representa.

Estados Puros: Si la base $\{|u\rangle\}$ pertenece al espacio \mathcal{H}_A , y $\{|v\rangle\}$ a \mathcal{H}_B , tenemos que un estado puro arbitrario $|\Psi\rangle_{AB}$ del sistema compuesto que puede ser escrito como

$$|\Psi\rangle_{AB} = \sum_{i=1}^{D_A} \sum_{j=1}^{D_B} a_{ij} |u_i\rangle \otimes |v_j\rangle, \quad (2.10)$$

si se expresa en términos de estado puro como se expresa en 2.5

$$\rho_{AB} = \sum_{i,m=1}^{D_A} \sum_{j,n=1}^{D_B} a_{ij} a_{mn}^* |u_i\rangle \langle u_m| \otimes |v_j\rangle \langle v_n|, \quad (2.11)$$

este estado se divide en dos casos y es cuando hay interacción, es decir, entrelazamiento o cuando las partículas no presentan interacción. El caso de no interacción se puede escribir

$$|\Psi\rangle_{AB}^{prod} = \sum_{i=1}^{D_A} a_i |u_i\rangle \otimes \sum_{j=1}^{D_B} b_j |v_j\rangle = |\Psi\rangle_A \otimes |\Psi\rangle_B, \quad (2.12)$$

que si se representa en términos del operador densidad ρ , toma la siguiente forma

$$\rho_{AB}^{prod} = \sum_{i,j=1}^{D_A} a_i a_j^* |u_i\rangle \langle u_j| \otimes \sum_{m,n=1}^{D_B} b_m b_n^* |v_i\rangle \langle v_j|, \quad (2.13)$$

$$\rho_{AB}^{prod} = \rho_A \otimes \rho_B, \quad (2.14)$$

El estado no presenta entrelazamiento entre las partes A y B , por lo que se pueden separar por medio del producto tensorial. El otro caso es cuando las partículas si presentan interacción entre ellas, entonces las partes A y B no se pueden separar matemáticamente. Tal caso se puede describir suponiendo que queremos realizar una medida M en la partícula A . El operador de medida tiene autovalores $\{m_i\}$ que tienen multiplicidad 1, entonces la probabilidad de obtener el autovalor m_i asociado a la medida M es

$$P(m_i|\rho_{AB}) = Tr(\rho_{AB} |m_i\rangle \langle m_i| \otimes \mathbb{1}) = \langle \Psi_{AB} | (|m_i\rangle \langle m_i| \otimes \mathbb{1}) | \Psi_{AB} \rangle, \quad (2.15)$$

en el caso de que el estado es producto tenemos que

$$P(m_i|\rho_{AB}) = \langle \Psi_A | m_i \rangle \langle m_i | \Psi_A \rangle \langle \Psi_B | \mathbb{1} | \Psi_B \rangle = |\langle \Psi_A | m_i \rangle|^2, \quad (2.16)$$

la ecuación anterior muestra que la medida realizada en A es independiente de la medida en B .

Sin embargo, si el estado no es factorizable la probabilidad cambia

$$P(m_i|\rho_{AB}) = \sum_{l=1}^{D_B} \sum_{m=1}^{D_A} \sum_{n=1}^{D_B} a_{nl} a_{mn}^* \langle u_m | m_i \rangle \langle m_i | u_n \rangle, \quad (2.17)$$

en este resultado podemos ver dos cosas, primero que los términos $\langle u_m | m_i \rangle$ dependen solo de un subsistema y que los coeficientes a dependen tanto de A como de B , por lo que el estado da cuenta de la presencia de entrelazamiento entre las partículas.

Estados Mixtos: El caso de los sistemas compuestos es mas complejo que el expuesto anteriormente. Sin embargo, se puede dar respuesta matemática al caso en que las partículas estén en una mezcla de estado. Nuevamente consideraremos dos partes A y B , que al igual que el caso anterior tenemos dos casos en donde

presentan correlaciones o no [31]. Cuando el estado no presenta interacción y el operador densidad es una mezcla de estados es

$$\rho = \sum_i \omega_i \rho_A^i \otimes \rho_B^i, \quad (2.18)$$

en cambio para el caso en que si hay presencia de entrelazamiento los estados no se pueden escribir como una combinación de productos como en la ecuación 2.18, es decir, el estado presenta entrelazamiento.

2.1.4. Mediciones cuánticas

Se a descrito el estado cuántico, los cuales evolucionan de acuerdo a una transformación unitaria en un sistema cerrado [22]. El paso siguiente es obtener información del estado cuántico en dicho sistema. Para este propósito, la mecánica cuántica postula sobre las mediciones cuánticas. Este postulado marca una gran diferencia con la mecánica clásica, por que en la física clásica los dispositivos de medición tienen nula influencia en el sistema, es decir, no perturban el sistema a diferencia de la mecánica cuántica que al realizar una medida implica perturbar el sistema.

Postulado: Las mediciones cuánticas son descritas por una colección de operadores de medición $\{M_m\}$. Estos operadores actúan sobre el espacio del sistema que sera medido. El indice m indica el posible resultado que puede ocurrir en el experimento. Si el estado del sistema es $|\Psi\rangle$ inmediatamente antes de la medición la probabilidad que ocurra el resultado m esta dado por

$$p(m) = \langle \Psi | M_m^\dagger M_m | \Psi \rangle. \quad (2.19)$$

El estado del sistema después de la medición es

$$|\Psi_m\rangle = \frac{M_m |\Psi\rangle}{\sqrt{\langle \Psi | M_m^\dagger M_m | \Psi \rangle}}, \quad (2.20)$$

donde $|\Psi\rangle$ debe cumplir la ecuación de completitud

$$1 = \sum_m p(m) = \sum_m \langle \Psi | M_m^\dagger M_m | \Psi \rangle, \quad (2.21)$$

la ecuación 2.21 se cumple para cualquier estado $|\Psi\rangle$ y su importancia se puede reflejar con un simple ejemplo. Supongamos una partícula en un estado representado en la base computacional $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, por lo que los operadores de medición son $M_0 = |0\rangle\langle 0|$ y $M_1 = |1\rangle\langle 1|$. Notar que los operadores M_m son Hermíticos y que cumplen con 2.21. El estado a medir es $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. entonces la probabilidad de obtener el resultado 0 o 1 es

$$p(0) = \langle\Psi|M_0^\dagger M_0|\Psi\rangle = \langle\Psi|M_0|\Psi\rangle = |\alpha|^2, \quad (2.22)$$

$$p(1) = \langle\Psi|M_1^\dagger M_1|\Psi\rangle = \langle\Psi|M_1|\Psi\rangle = |\beta|^2. \quad (2.23)$$

Por otro lado el estado del sistema inmediatamente después de realizar la medida serán

$$|\Psi_0\rangle = \frac{M_0|\Psi\rangle}{|\alpha|} = \frac{\alpha}{|\alpha|}|0\rangle, \quad (2.24)$$

$$|\Psi_1\rangle = \frac{M_1|\Psi\rangle}{|\beta|} = \frac{\beta}{|\beta|}|1\rangle, \quad (2.25)$$

todo este análisis es para cuando el estado a medir es puro. Para el caso en que el estado del sistema sea mixto como el descrito en 2.1.2 tiene la forma

$$\rho_m = \frac{M_m\rho M_m}{Tr(M_m\rho)}, \quad (2.26)$$

y la probabilidad de obtener el resultado m es

$$p(m) = Tr(M_m\rho). \quad (2.27)$$

Con este postulado podemos notar que en la mecánica cuántica, cuando se aplica una medición a un sistema, esta lo alterara y que los resultado ocurrirán con cierta probabilidad aunque estos se hayan preparado de igual manera (a diferencia de la mecánica clásica). Por lo que en mecánica cuántica no basta con realizar una sola repetición, se necesita un esemble de partículas ya que el resultado es una probabilidad y no es determinista.

2.2. Teoría de la información cuántica

En teoría clásica de la información se puede utilizar el bit clásico, que es la unidad mínima de información para codificar, decodificar o transmitir información. Cuando los sistemas son cuánticos se da el paso a lo que se conoce como teoría de la información cuántica, donde se construye un análogo denominado quantum bit o qubit. En esta sección explicaremos mas en detalle los conceptos de qubits y qudits que serán ampliamente ocupados a lo largo de esta tesis.

2.2.1. Qubits y qudits

El qubit es un sistema físico bidimensional en un espacio de Hilbert ampliamente utilizado en información cuántica para describir todo tipo de experimentos en criptografía cuántica [32], teleportación [33], fotones gemelos entrelazados [34]. El qubit ¿En que se diferencia del bit clásico? Como se sabe el bit clásico tiene las salidas 0 y 1, el qubit también pero agrega la combinación lineal de ambos, aunque un qubit solo puede decodificar un bit clásico y se escribe² qubit matemáticamente

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad (2.28)$$

donde α y β son números complejos. La condición de que $|\Psi\rangle$ sea unitario implica que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, condición de normalización. El qubit es un vector de dimension dos en un espacio vectorial complejo, donde $|0\rangle$ y $|1\rangle$ es la base computacional y forman una base ortonormal. Para completar la descripción del qubit mostraremos su representación geométrica. Por la condición de normalización podemos reescribir $|\psi\rangle$ en términos de los ángulos θ y φ .

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \right], \quad (2.29)$$

donde θ , φ y γ son números reales. El termino $e^{i\gamma}$ se puede eliminar, por que es un efecto físicamente no observable. Al tener dos ángulos se puede definir un punto en una esfera tridimensional, esta esfera es denominada la *Esfera de Bloch* y es donde

²Se adopta la notación de Dirac, notación estándar utilizada en Mecánica Cuántica

se puede representar gráficamente un qubit.

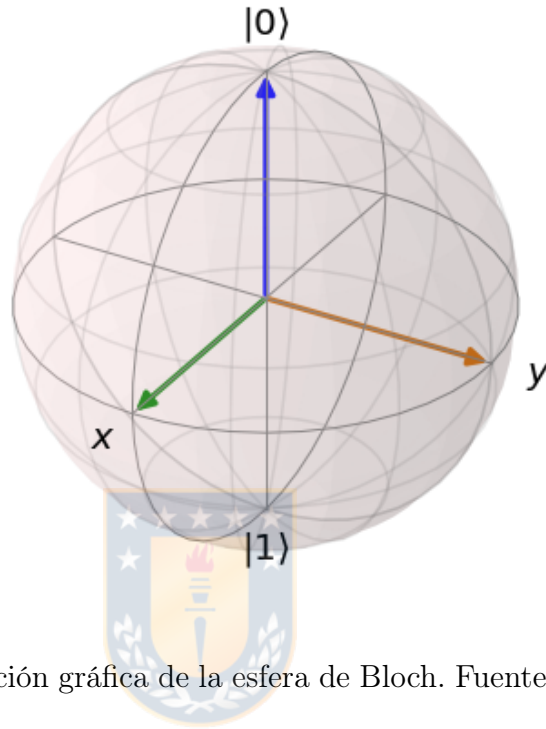


Figura 2.1: Representación gráfica de la esfera de Bloch. Fuente: Hecha por el autor.

Donde la esfera es de radio 1, los puntos representan los estados puros y los puntos en el interior representan los estados mixtos. Para el caso que el sistema es de más de 2 niveles, es decir, de dimensiones mayores, se les llama qudits ya que son vectores D-dimensionales. A diferencia del qubit los qudits no tienen representación gráfica pero se pueden representar matemáticamente como

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^d c_i |i\rangle, \quad (2.30)$$

donde $|i\rangle$ denota el estado de la partícula y c_i son constantes complejas que deben estar normalizadas.

2.2.2. Fidelidad entre estados cuánticos

Se ha mostrado los estados cuánticos y que ocurre con ellos cuando se realiza una medida pero hace falta mostrar como se pueden comparar los estados. Este problema se exhibe típicamente en los experimentos al comparar el estado objetivo (o teórico) versus el estado creado experimentalmente. Entonces, la pregunta usual es ¿El estado experimental es igual al teórico? y la respuesta es bien intuitiva por no decir obvia, y es no. Siempre hay un ruido asociado al experimento que uno debe estar acostumbrado. Entonces, aparece el concepto de fidelidad que viene desde la información clásica y supone que uno desea enviar información de un punto a otro a través de un canal de comunicación, información que puede ser imperfecta (Por compresión de datos o ruido). Entonces la fidelidad en un esquema de comunicación es una medida cuantitativa de la precisión de la transmisión. En mecánica cuántica el concepto de fidelidad es para mostrar la similitud de dos estados cuánticos [22, 35]. Si se tienen dos estados cuánticos ρ y ϱ la fidelidad está definida por

$$F(\rho, \varrho) = \left(\text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho} \varrho \sqrt{\rho}} \right)^2, \quad (2.31)$$

en el caso en que ρ y ϱ sean estados puros asociados a $|\Psi\rangle$ y $|\Psi'\rangle$ respectivamente, la ecuación 2.31 se reduce a

$$F(|\Psi\rangle, |\Psi'\rangle) = |\langle \Psi | \Psi' \rangle|^2, \quad (2.32)$$

si solamente ρ es estado puro, la ecuación 2.31 queda de la siguiente manera

$$F(|\Psi\rangle, \varrho) = \langle \Psi | \varrho | \Psi \rangle, \quad (2.33)$$

de este modo tenemos una herramienta para comparar estados, lo que permite entregar una probabilidad de que un estado pueda pasar pruebas haciéndose pasar por el otro. La fidelidad es un valor que se encuentra entre 0 y 1.

2.3. Desigualdades de Bell

Para explicar las desigualdades de Bell³ comenzaremos por la paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen, que en 1935 mencionan que la mecánica cuántica no es comple-

³Desigualdades que reciben este nombre por el físico experimental irlandés John Bell

ta [36], idea que en 1964 John Bell [12] mostrara lo contrario probando que la predicciones de teoría cuántica son incompatible con cualquier teoría que satisfaga una noción de localidad. La idea de Bell se puede mostrar a traves de experimentos (llamado escenario de Bell) considerando dos sistemas que interactuaron previamente, por ejemplo en una fuente en común. Cada sistema es separado y enviado a partes espacialmente distintas llamadas Alice y Bob (A y B) donde cada una parte puede realizar medidas locales. las medidas se pueden etiquetar x para Alice e y para Bob. Una vez realizadas las medidas se obtienen los resultados que puede ser a y b , notación que es meramente convencional para distinguir las diferentes posibilidades (Ver fig. 2.2).

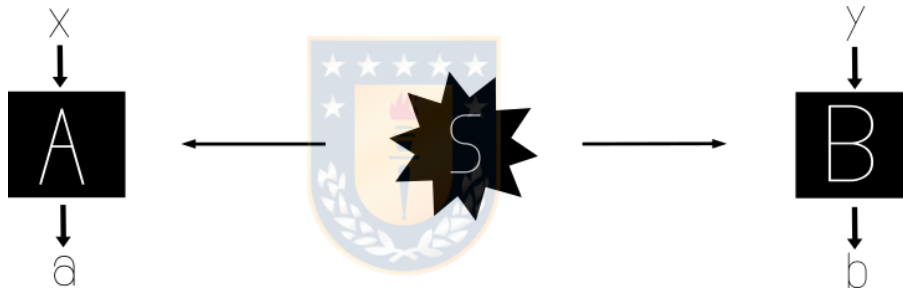


Figura 2.2: Escenario de Bell bipartito. Una fuente S envía dos sistemas físicos a dos observadores distantes, Alice y Bob. Fuente: Hecha por el autor.

Los resultados luego de realizar el experimento tipo Bell son representados por una distribución de probabilidad $p(ab|xy)$, que por lo general resultan ser de la forma $p(ab|xy) \neq p(a|x)p(b|y)$ que implica que ambos lados no son estadísticamente independientes una de la otra. Esto no necesariamente revela algún tipo de influencia de un sistema sobre el otro. Estas correlaciones pueden dar luces de algún tipo de relación cuando interactuaron en el pasado. Algo como esto es lo que esperaríamos en una teoría local. Para ser más precisos, se formaliza la idea con la suposición de localidad, que implica que se puede ser capaz de identificar un conjunto de factores del pasado o variables ocultas representados por λ , variable que otorga una explicación causal a ambos resultados. Luego de esta variable las probabilidades se pueden factorizar de la siguiente forma $p(ab|xy) = p(a|x, \lambda)p(b|y, \lambda)$, lo que implica que podemos encontrar

una explicación para los resultados a y b dependientes ahora de la variable λ ⁴ y de la medida local x e y respectivamente. Si consideramos que los diferentes valores que puede tomar λ a través de los round⁵ se caracterizan por una distribución de probabilidad $q(\lambda)$. Combinando la condición de factorización con la distribución $q(\lambda)$ podemos escribir las probabilidades de la siguiente manera

$$p(ab|xy) = \int_{\Lambda} d\lambda(\lambda) = p(a|x, \lambda)p(b|y, \lambda), \quad (2.34)$$

donde Λ es el espacio de los estados donde se puede definir la distribución de probabilidad. Esta descomposición presenta una condición de localidad en el contexto de un experimento de Bell [37]. En el ámbito de la teoría cuántica los sistemas que presenten partículas entrelazadas no admite una descomposición como en 2.34. Para establecer este resultado, consideraremos un experimento donde Alice y Bob tengan dos posibles mediciones para elegir $x, y \in \{0, 1\}$ y de esas mediciones obtener dos posibles resultados $a, b \in \{-1, +1\}$. La definición del valor de expectación del producto ab cuando se realiza una medida x o y es $\langle a_x b_y \rangle = \sum_{a,b} abp(ab|xy)$ y si se considera la expresión

$$S = \langle a_0 b_0 \rangle + \langle a_0 b_1 \rangle + \langle a_1 b_0 \rangle - \langle a_1 b_1 \rangle \leq 2, \quad (2.35)$$

La desigualdad 2.35 es conocida como la desigualdad Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) [38] y establece que cualquier teoría local cumplirá con dicha desigualdad pero que en caso contrario estamos en presencia de una teoría de carácter no local, como se puede ver con los estados cuánticos (Revisar apéndice A).

2.4. Generación de un estado entrelazado

Se han mostrado nociones básicas de la mecánica e información cuántica que rigen los experimentos que abordaremos en detalles en los capítulos posteriores 3 y 4. En este capítulo mostraremos como estas nociones son utilizadas para crear un estado entrelazado $|\Psi\rangle$ experimentalmente.

⁴La variable λ no tiene por que ser constante en el experimento, λ puede envolver variables físicas que no son controlables.

⁵Es llamado round a la ronda de recolección de datos

2.4.1. Conversión óptica descendente, paramétrica y espontánea (SPDC)

Uno de los objetivos de esta tesis es lograr experimentalmente estados entrelazados de la forma que se vio en la sección 2.1.3. El método elegido para generar dichos estados es el proceso llamado conversión óptica descendente, paramétrica y espontánea o también conocido como SPDC por sus siglas en ingles (Spontaneous parametric down conversion). El proceso SPDC se enmarca dentro de la óptica no lineal, en donde los campos producidos presentan correlaciones espaciales y temporales, que fueron observadas por primera vez en 1970 [39]. Las correlaciones temporales [40, 41] son muy importantes ya que esta correlación permitió que surgiera el nombre de *fotones gemelos*, que no es mas que el par de fotones generados que provienen del mismo fotón del haz incidente. El proceso comienza por bombear con el haz de un láser (pump) un cristal no lineal birrefringente, para producir dos haces llamados idler y signal, el haz del pump debe ser intenso ya que idler y signal producen campos débiles. En este proceso se conserva la energía y momentum, a estas condiciones se le llaman condiciones de 'Phase-Matching (PM)'.

$$E_p = E_s + E_i \rightarrow \hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \rightarrow \omega_p = \omega_s + \omega_i \rightarrow \Delta\omega = 0, \quad (2.36)$$

$$P_p = P_s + P_i \rightarrow \hbar k_p = \hbar k_s + \hbar k_i \rightarrow k_p = k_s + k_i \rightarrow \Delta k = 0, \quad (2.37)$$

los subindices p , i y s representan al pump, idler y signal respectivamente. Puede ocurrir en este proceso una 'falta de coincidencia' del vector Δk que irradia con fases dependientes de la posición, de modo que la magnitud de la onda generada se reduce significativamente. Dado que estas condiciones no son fáciles de lograr, la forma de mejorar la conversión es permitir esa falta de coincidencia pero utilizar un medio que su no-linealidad varíe periódicamente. Esta periodicidad introduce una fase opuesta, que hace que los elementos de radiación que se pudieron desalinearse vuelvan a tener su curso en el medio y no divergan. Esta técnica es llamada Quasi Phase Matching (QPM) [42]. Asumiendo que la función que gobierna la no linealidad es armónica la condición de momentum es

$$k_s + k_i + G = k_p \rightarrow \Delta k = G, \quad (2.38)$$

que en la practica es el material periódico no lineal que introduce un nuevo parámetro con un vector de onda G .

Estado del proceso SPDC

El estado cuántico que describe los fotones idler y signal puede derivar de una descripción clásica. Es una iteración no lineal, entre las componentes de la polarización eléctrica de un medio óptico no lineal centrosimétrico⁶ y un campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ se propaga a través del medio [43]. Para llegar al estado se debe cuantizar el campo, el primer paso sera ocupar el Hamiltoniano del sistema

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I, \quad (2.39)$$

donde \mathcal{H}_0 contiene la interacción del campo eléctrico y la componente de primer orden de la polarización eléctrica, \mathcal{H}_I contiene la interacción no lineal. Para evitar dificultades innecesarias se hacen algunas consideraciones para llegar al estado del proceso SPDC. La primera es que no hay límites electromagnéticos entre el medio y el aire, la segunda es suponer que después del medio no lineal hay filtros de interferencia que limitan el espectro de frecuencias. El siguiente paso es expandir el campo eléctrico óptico de forma clásica en términos de ondas planas

$$E(r, t) = E^+(r, t) + E^-(r, t), \quad (2.40)$$

de aquí en adelante se adopta el método usual de cuantización, en el cual las amplitudes pasan a ser operadores, por lo que ahora tendremos un operador Hamiltoniano $\hat{\mathcal{H}}(t)$. Ocuparemos $\hat{\mathcal{H}}(t)$ para encontrar el estado $|\psi(t_0)\rangle$ asumiendo que la interacción ocurre en t_0 . El estado a un tiempo t es dado por la evolución del mismo desde un estado inicial en $t_0 = 0$ y se escribe de la siguiente manera

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t) |\psi(0)\rangle, \quad (2.41)$$

donde $\hat{U}(t)$ es el operador evolución

$$\hat{U}(t) = \exp\left(\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{\mathcal{H}}(t')\right). \quad (2.42)$$

⁶En cristalografía estos materiales reciben tal nombre por que contienen un centro de inversión como uno de sus elementos de simetría

Si el campo del pump es lo suficientemente débil, tal que la interacción es corta en comparación con el tiempo promedio entre procesos SPDC, entonces el operador evolución se puede expandir en serie y solo mantener el termino de 2 fotones

$$\hat{U}(t) = 1 + \exp\left(\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{\mathcal{H}}(t')\right) + \dots, \quad (2.43)$$

dicho esto se presenta el estado basándose en la ecuación 2.41 que se escribe

$$|\psi\rangle = |vac\rangle + \sum_{\sigma_s \sigma_i} \int d\omega_s \int d\omega_i \int dq_s \int dq_i \Phi_{\sigma_s \sigma_i}(q_s, q_i, \omega_s, \omega_i) |q_s, \omega_s, \sigma_s\rangle |q_i, \omega_i, \sigma_i\rangle, \quad (2.44)$$

donde $|q_j, \omega_j, \sigma_j\rangle$ es el estado de un fotón ya sea idler o signal en un modo definido por la componente q_j del vector de onda, la frecuencia ω_j y polarización σ_j . Φ es la función que describe la distribución de los fotones generados y constantes de acople que dependen del tensor de susceptibilidad y la función espectral por los filtros de interferencia que se consideraron en la proceso (Mas detalles en el apéndice B).

2.4.2. Tipo de generación del proceso SPDC

El estado del proceso SPDC tiene varias ventajas ya que muestra entrelazamiento en momentum transversal, polarización y frecuencia, así mismo el proceso da una amplia variedad para realizar experimentos con estos grados de libertad que se pueden entrelazar [44–47]. En esta sección abordaremos la polarización como grado de libertad en pares de fotones generados por el proceso SPDC. Los tipos de generación se categorizan por la polarización entrada y salida de los fotones al pasar por un medio no lineal. Polarizaciones que llamaremos extraordinaria (*e*) y ordinaria (*o*) [48,49].

Tipo-0: En esta generación de pares de fotones si la polarización es ordinaria (o extraordinaria) los fotones de salida tienen el mismo modo, es decir, ordinaria (o extraordinaria)

$$o_p \longrightarrow o_i + o_s.$$

Tipo-I: En este tipo de generación el pump contiene una polarización extraordinaria, y luego del proceso SPDC genera ambos fotones en polarización ordinaria,

es decir

$$e_p \longrightarrow o_i + o_s.$$

Tipo-II: Esta generación el pump contiene una polarización ordinaria, y luego del proceso SPDC genera un fotón en polarización ordinaria y el otro fotón con polarización extraordinaria.

$$e_p \longrightarrow e_i + o_s,$$

Notar que la nomenclatura de idler y signal es meramente etiqueta por lo que los índices en la ecuaciones anterior pueden intercambiarse.

Estos tres tipos de generación de pares de fotones son muy útiles para crear estados entrelazados en polarización. Bajo estos mismos tipos se pueden distinguir los cristales no lineales que los producen. Para el caso cuando el cristal es Tipo-0 o Tipo-I se puede generar un estado entrelazado en polarización, ubicando dos cristales del mismo tipo y que uno este rotado en 90° con respecto al otro para generar el estado. La polarización del campo incidente debe estar en diagonal ($|D\rangle$ o $|A\rangle$). Por ejemplo, si el primer cristal genera con polarización horizontal $|H\rangle$ y el segundo cristal genera en polarización vertical $|V\rangle$, aparece una indistinguibilidad por no saber si el par entrelazado en polarización generado proviene del primer o segundo cristal (Ver figura 2.3).

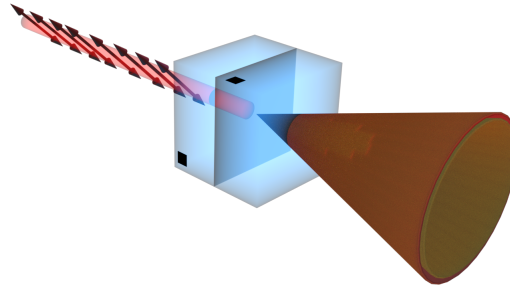


Figura 2.3: Generación de estado entrelazado en polarización utilizando dos cristales no lineales de tipo-0 o tipo-I. Haz rojo representa el pump y las flechas su polarización. Fuente: Hecha por el autor.

Luego de los cristales se generan estos haces en forma de conos por conservación de momentum que pertenecen a idler y signal. El estados del par de fotones entrelazado es

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_s |H\rangle_i + |V\rangle_s |V\rangle_i),$$

donde los subíndices s y i corresponde a los fotones generados de idler y signal.

El otro caso es generar estados con cristales tipo-II pero a diferencia del caso anterior acá solo se necesita un solo cristal no lineal. La polarización incidente puede ser en $|H\rangle$ o $|V\rangle$. Luego del cristal se generan dos haces en forma de conos, donde un cono solo esta formado por fotones con polarización $|H\rangle$ y el otro solo son fotones en la polarización $|V\rangle$ pero en la intersección de ambos conos aparece una indistinguibilidad de que si el fotón pertenece al cono superior o pertenece al fotón inferior. En la siguiente imagen se ve el proceso.

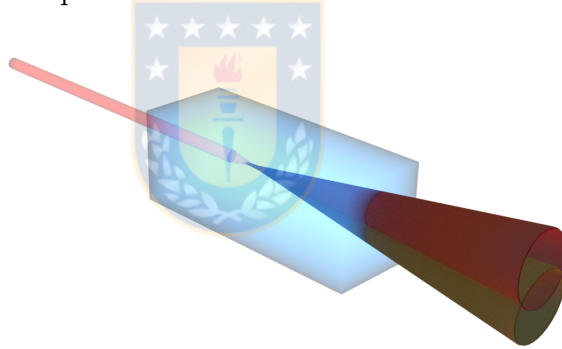


Figura 2.4: Generación de estado entrelazado en polarización utilizando un cristal no-lineal tipo-II. Fuente: Hecha por el autor.

al mostrar esta indistinguibilidad el estado generado presenta entrelazamiento en el grado de polarización

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_s |V\rangle_i + |V\rangle_s |H\rangle_i).$$

Por lo visto el proceso SPDC y sus tipos de generación de estados proporcionan una gran herramienta para generar estados entrelazados. Esto deja la puerta abierta a utilizar este proceso para generar estados en altas dimensiones.

2.5. Propagación y generación de qudits

Al momento de pensar en los sistemas ópticos que son utilizados para crear los estados entrelazados en espacio libre, es decir, que el haz del láser viaja por el aire, surge el desafío de poder propagar estos estados de un lugar a otro. Mas específicamente, es confinar la luz para que pueda viajar y tener las menores perdidas posibles. La primera idea que surge es una guía de onda creadas para transmisión de largas distancias sin necesidad de ocupar lentes. Esta idea físicamente comienza considerando dos medios con distintos índices de refracción n_1 y n_2 en donde $n_2 \leq n_1$ para generar una "trampa"⁷, para que la luz, que es una onda monocromática a una longitud de onda λ , pueda viajar por el medio de menor índice de refracción y se refleje en la parte inferior con un ángulo θ con respecto a la superficie del material y viaje hasta el otro extremo reflejándose nuevamente pero con un ángulo $-\theta$. Reflexiones que están acompañadas de un desplazamiento de fase de π . Además, se impone la condición de autoconsistencia al condicionar que las ondas se reflejan dos veces, se reproduzca así misma, de modo que sean solo ondas planas. Los campos que satisfacen estas condiciones son llamadas modos de la guía de onda, los modos son campos que mantienen la misma distribución transversal y polarización en todas las ubicaciones, considerando que todas las ondas están polarizadas solamente en el eje x [42].

2.5.1. Fibra óptica

Siguiendo las ideas planteadas en la sección anterior se puede construir una fibra óptica. La fibra óptica es una guía de onda dieléctrica⁸ de forma cilíndrica diseñado para tener pocas pérdidas de luz. En su centro contiene un núcleo (core) por donde la luz viaja y luego está el revestimiento (cladding) que es el segundo medio con un índice de refracción menor para poder confinar la luz.

⁷La "trampa" de la luz puede tener varias formas Slab, Strip, Cilíndrica. En esta tesis siempre hablaremos de forma cilíndrica

⁸Dieléctrico es un material aislante que puede ser polarizado aplicando un campo eléctrico

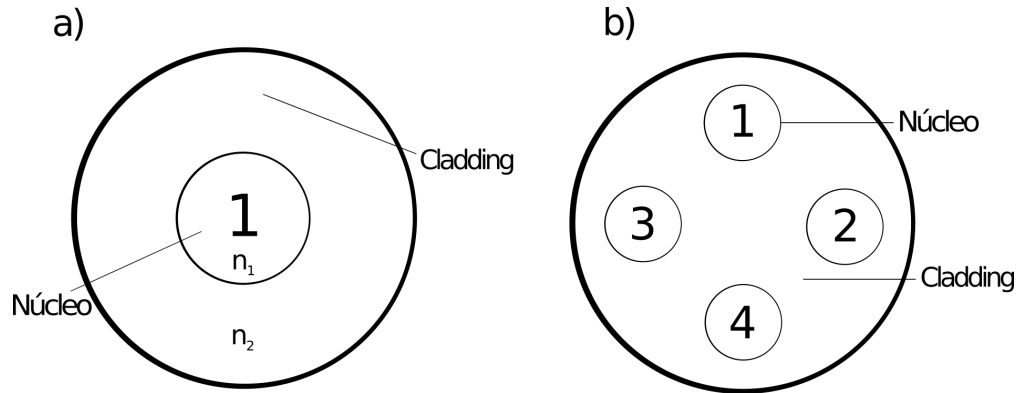


Figura 2.5: Representación de fibras ópticas con uno y varios núcleos. Fuente: Hecha por el autor

En la figura 2.5 en a) se aprecia el diseño de una fibra óptica cilíndrica de un solo núcleo (Single core), en b) siguiendo la misma idea se muestra una fibra pero con varios núcleos (o MCF) para guiar la luz. Una arista importante de estudiar en las fibras y guías de ondas en general son los modos que se propagan a través de ellas. Si se mantienen las condiciones antes mencionadas (Condición de ángulo θ , autoconsistencia y polarización en eje x) se permite definir los modos de una fibra óptica con un ancho del núcleo d como $M = 2d/\lambda$. Así, M es el número de modos permitidos en la fibra óptica que dependen de la longitud de onda λ y el diámetro del núcleo. Si $M = 1$ un modo es soportado y se llama fibra monomodo, en el caso que M sea mayor la fibra es llamada multimodo.

Las fibras ópticas juegan un papel fundamental en la generación del estado en altas dimensiones, ya que para poder crear el estado de qudits entrelazados, las fibras generan el qudits de dimension cuatro (ququarts) que se desea entrelazar. Por lo mismo desde ahora en adelante etiquetaremos los núcleos con la notación de Dirac $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ y $|4\rangle$ que son los posibles caminos para el fotón. Entonces, el ququart generado por la fibra multicore es

$$|\psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle + \gamma|3\rangle + \delta|4\rangle, \quad (2.45)$$

donde α , β , γ y δ son constantes complejas [22]. Una de las importancia de crear los estados en fibra óptica es por que presentan pocas perdidas en largas distancias

y ofrece facilidad para aumentar la dimension del estado, algo que es buscado en la implementación de protocolos de información cuántica.



Capítulo 3

Generación de fotones entrelazados

En el capítulo anterior se mostró el formalismo de la mecánica cuántica, las mediciones cuánticas y también de los sistemas compuestos en donde hay presencia de correlaciones. Conceptos que sirvieran para mostrar en el presente capítulo como se pueden implementar en un esquema experimental.

En el camino de construir un esquema para qubits entrelazados, un primer paso fue construir una fuente de pares de fotones entrelazados en polarización, que permitió realizar protocolos de información cuántica. En este capítulo mostraremos un montaje experimental que a través del proceso SPDC genera un estado de pares de fotones entrelazados. Esquema que además, permitió violar desigualdades de Bell [12] ocupando estados parcialmente entrelazados (PES) para la certificación de generación de bit aleatorios [15] y realizar el protocolo de Self-testing [13], todo esto en un escenario Device-independent (DI).

La motivación de esta investigación parte en trabajos anteriores, donde se mostró que para todo estado puro entrelazado de dos qubits se puede generar un bit local aleatorio y realizar el protocolo Self-testing, independiente del grado de entrelazamiento que tenga el estado [50]. Ambos protocolos mencionados son aplicaciones promisorias en protocolos de información cuántica Device-Independent. El primero se refiere al hecho de que la violación de una desigualdad de Bell certifica que los resultados de las mediciones pueden ser impredecibles y privados [14, 15] y el segundo se refiere al hecho que una máxima violación de una desigualdad de Bell solo puede ser obtenida realizando específicas medidas sobre un estado cuántico [13, 51].

3.1. Esquema experimental

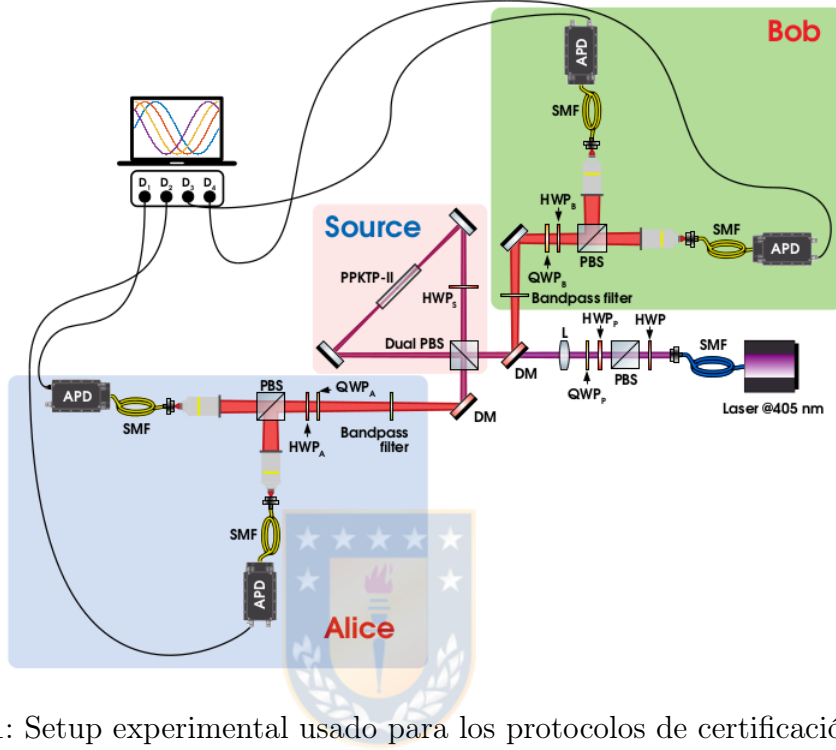


Figura 3.1: Setup experimental usado para los protocolos de certificación de aleatoriedad y Self-testing. Fuente: [1]

Para generar estados de pares de fotones entrelazados en polarización, se construyó una fuente de alta pureza y con entrelazamiento en polarización. El esquema experimental es mostrada en 3.1. Consiste en una fuente que presenta alto brillo¹ de entrelazamiento en polarización con fotones basado en un interferómetro de Sagnac² que presenta intrínsecamente estabilidad en fase [52–54]. El brillo observado en la fuente fue de 410000 pares de fotones $(s \text{ mW nm})^{-1}$. Para la generación de los pares de fotones en 810nm se utilizó un láser continuo de 405nm bombeando un cristal no lineal periodico de Polifosfato de Titanio tipo-II (PPKTP-II) de 20mm de largo. El cristal es ubicado dentro del interferómetro de Sagnac, el cual es compuesto por dos espejos, una placa de media onda (HWP_S), y un cubo divisor de haz polarizado (PBS_1). Tanto la HWP_S como PBS_1 están hechos para ambas longitudes de on-

¹Termino para referirse a las fuentes con alta eficiencia en terminos de generacion de fotones

²Interferometro que recibe ese nombre por el fisico frances Georges Sagnac (1869-1928)

da que se requieren para la generación de fotones entrelazados. Además, la HWP_S es configurada con su eje rápido en 45° con respecto a la horizontal. En este caso, el pump incide por ambos lados al cristal PPKTP por lo que los fotones son generados tanto en sentido horario como antihorario del interferómetro. Entonces, en ambos sentidos los fotones generados se superponen en PBS_1 y así tanto Alice como Bob reciben fotones en polarización $|H\rangle$ y $|V\rangle$ produciendo incertidumbre de qué polarización reciben, dando como resultado un estado entrelazado en polarización $|\Psi\rangle = \alpha |H\rangle |V\rangle + \beta |V\rangle |H\rangle$. Los coeficientes α y β surgen del modo de la polarización lineal del haz del pump que tiene la forma $\alpha |H\rangle + \beta |V\rangle$, y además la cantidad de entrelazamiento del estado puede ser ajustada con un polarizador óptico en el camino de propagación del pump. En este caso, el estado parcialmente entrelazado es generado ajustando apropiadamente el ángulo del eje rápido de HWP_P , y de la placa de cuarto de onda QWP_P . En esta tesis consideramos la generación de cinco estados parcialmente entrelazados con concurrencia igualmente separados para cubrir todo el rango de la concurrencia (Concurrencia $\in [0, 1]$), en [55, 56] se muestran ejemplos de experimentos utilizando la concurrencia.

3.1.1. Estados PES y cristal PPKTP-II

Para generar los estados PES de alta calidad en el esquema se utilizaron filtros de alta calidad Semrock y con un estrecho ancho de banda de $0,5nm$ con un peak (transmisión sobre un 90%) centrado en $810nm$ para garantizar la generación degenerada³ del proceso SPDC. También, para evitar distinguibilidad entre los modos de HV y VH, se recurrió a un modelo numérico para acoplar de manera óptima los fotones entrelazados en polarización luego del PBS_1 [57]. Los estados PES se lograron por la óptima generación del cristal PPKTP, esto fue considerando que la cintura del haz es w_p y w_{SPDC} la cintura de los fotones generados por SPDC en el centro del cristal, condición que para alcanzar el máximo acople es obtenida cuando $w_{SPDC} = w_p\sqrt{2}$. En la configuración del esquema experimental, se logró esta condición usando un lente de $20cm$ de largo para enfocar el pump en el centro del cristal PPKTP-II y

³Se le llama degenerada cuando los fotones creados, tanto idler como signal, tienen la misma longitud de onda

utilizando un lente objetivo de $10x$ para acoplar los fotones generados por el proceso SPDC en las fibras ópticas.

3.1.2. Visibilidad de la fuente de fotones entrelazados

Para asegurar la visibilidad y una alta violación de la desigualdad 3.3 para uno de los estados PES generado por la fuente, la medición local de Alice (o Bob) se realizó usando componentes ópticos de alta calidad, compuestos por HWP_A (HWP_B), una QWP_A (QWP_B) y los PBS. También, se usó polarizadores extra antes de los detectores (Fueron omitidos en 3.1) para garantizar una relación de extinción de $1 : 10^7$ de la polarización de los fotones. De esta manera, la óptica polarizante no limita la visibilidad de los dos fotones bajo un 99 %. Detectores de fotones individuales de avalancha PerkinElmer (APD) con una eficiencia de 50 % en $810nm$ que fueron utilizados en el esquema experimental. resultando una eficiencia global de 15 % (especialmente afectado por el acople de las fibras ópticas que es 42 % y la transmisión de los polarizadores y filtros del sistema que es 72 %). Para el reducir la probabilidad de cuentas en coincidencia accidentales se utilizó una implementación de un contador de alta calidad con 500ps de ventana de coincidencia [46,47]. La visibilidad global obtenida es $(99,7 \pm 0,3) \%$ la cual es el resultado de medir la visibilidad en la base lógica ($|H\rangle$ y $|V\rangle$) y en la base diagonal ($|D\rangle$ y $|A\rangle$). Notar que este alto valor de visibilidad es logrado por la post-selección en el PBS_1 . De hecho, la violación de la desigualdad de Bell no cierra el loophole⁴ detección y solo es valido bajo la suposición de 'fair sampling'⁵. Pero con lo anterior es suficiente, para lo que se busca en esta parte de la tesis que no es implementar un escenario DI completo, si no que estudiar el efecto de las imperfecciones en las implementaciones de los protocolos de información cuántica de certificación de aleatoriedad y Self-testing utilizando estados PES.

⁴Lophageole se le llama a las posibles 'trampas' que puede presentar el experimento debido a problemas de implementación

⁵Suposición que se realiza cuando no se puede detectar todas las partículas del experimento pero las detectadas representan el comportamiento del experimento

3.1.3. Efectos de Signaling

Uno de los objetivos de cuando uno realiza estos experimentos es que Alice y Bob no tengan ningún tipo de comunicación entre ellos, en el caso que lo hubiera y afecte de alguna manera las medidas es cuando se dice que el experimento presenta signaling [15]. Este esquema fue construido especialmente para evitar los efectos de signaling que surgen cuando hay pequeños imperfecciones en el experimento debido a las fluctuaciones del pump. Ya que el proceso SPDC no es lineal, el efecto de las fluctuaciones del haz pump puede ser despreciable en comparación a la tasa de generación de pares de fotones entrelazados a lo largo del tiempo. Con respecto al proceso de medida, cada bloque de medición dura 10 segundos. Para evitar las fluctuaciones en el proceso de adquisición de los datos, se adoptó un control preciso de la potencia del pump que fue de $1\mu W$, con una precisión de 10^{-3} en la medida para mantener la potencia del pump estable por un día completo que es más que suficiente para realizar las mediciones del experimento.

Resumiendo, podemos hablar de que el esquema 3.1 genera un estado de pares de fotones entrelazados utilizando el proceso SPDC. Ahora, el paso siguiente es implementar protocolos de información cuántica, protocolos que se desarrollaran bajo el escenario Device-Independent.

3.2. Escenario Device-Independent

Device independent es un escenario, es decir, un contexto en donde se desarrolla el experimento donde no se hace ninguna suposición sobre el estado preparado o de las medidas implementadas, por lo que los aparatos son tratados como cajas negras recibiendo entradas clásicas (Corresponden a las mediciones elegidas) y proporcionando resultados clásicos (resultados de las mediciones). Esta fuente implementada es un escenario bipartito que involucra dos cajas negras A y B. Las elecciones de las mediciones de las cajas negras son etiquetadas x e y , respectivamente, y se considera que puede tomar el valor 0 o 1. Similarmente, los resultados de las mediciones

se asumen que tendrán valor binario $a, b = \pm 1$. En cada round del experimento, un particular valor de x e y es seleccionado y los valores para a y b son obtenidos. Luego de varios rounds del experimento, se puede estimar la distribución de probabilidad $P(ab|xy)$, las cuales son a menudo llamadas simplemente correlaciones. Las correlaciones $P(ab|xy)$ son llamadas no locales si ellas violan una desigualdad de Bell [37].

3.3. Certificación de aleatoriedad

Si las correlaciones $P(ab|xy)$ son no locales, los resultados de las mediciones a o b no pueden ser predichos [15]. Estos resultados impredecibles se pueden estimar en el peor de los casos, y ese es en un escenario en donde dos partículas en los dispositivos A y B están correlacionadas con una tercera partícula, que le pertenece a un espía (o también llamado Eve), ahora es un escenario tripartito denotado por $|\Psi\rangle$. En este nuevo escenario Eve tiene como objetivo adivinar la salida a para una medida x^* ⁶ cuando se realiza una medición en su parte del estado. La aleatoriedad de a cuando $x = x^*$ puede ser estimada a través P_{guess} [58]:

$$P_{guess} = \max_{\{|\Psi\rangle, \Pi_{a|x}, \Pi_{b|y}, \Pi_e\}} \sum_{\alpha} \langle \Psi | \prod_{a|x^*} \otimes \mathbb{1} \otimes \prod_{e=a} | \Psi \rangle, \quad (3.1)$$

tal que

$$P(ab|xy) = \langle \Psi | \prod_{a|x} \otimes \prod_{b|y} \otimes \mathbb{1} | \Psi \rangle. \quad (3.2)$$

La ecuación 3.1 otorga la máxima probabilidad de que los resultados de Eve coincida con los resultados del usuario con un resultado a dada una medida x^* . Esto analiza todas las posibles realizaciones descritas por el estado de tres partes $|\Psi\rangle$, para que las mediciones $\Pi_{a|x}$ y $\Pi_{b|y}$ de los dispositivos A,B y E sean compatible con las distribuciones observadas $P(ab|xy)$. La estimación de aleatoriedad se puede expresar en bits por $R = -\log_2(P_{guess})$.

La ecuación 3.1 es típicamente muy difícil de resolver ya que las variables podrían ser estados y medidas de cualquier dimension. Sin embargo, los limites superiores

⁶Se adopta la notación x^* ya que es Eve quien realiza la medida.

de las soluciones se pueden calcular de manera eficiente mediante las técnicas de programación semidefinida (SPD) propuesta en las referencias [58, 59].

3.4. Self-testing y desigualdad de Bell

Para realizar los protocolos se ocupara la desigualdad mencionada en [50] para estudiar las propiedades de un estado puro de dos qubits entrelazados. Esta es

$$B_\alpha = \alpha \langle A_0 \rangle + \sum_{j,k}^1 (-1)^{jk} \langle A_j \times B_k \rangle \leq \alpha + 2, \quad (3.3)$$

Donde $\langle A_0 \rangle = P(+1|x) - P(-1|x)$ y $\langle A_j \times B_k \rangle = P(a = b|xy) - P(a \neq b|xy)$ y $0 \leq \alpha \leq 2$. La violación de esta desigualdad es cuando $B_\alpha^{max} = \sqrt{8 + 2\alpha}$ y que puede ser logrado realizando ciertas medidas sobre el siguiente estado

$$|\psi(\theta)\rangle = \cos(\theta) |00\rangle + \sin(\theta) |11\rangle, \quad (3.4)$$

donde $\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\sqrt{\frac{4 - \alpha^2}{2\alpha^2}}\right)$. La desigualdad 3.3 es importante por que cuando es violada máximamente, la probabilidad de adivinar el resultado $x = 1$ es $1/2$ que es el mejor caso para certificar aleatoriedad, ya que no da conocimiento del resultado y es para todo grado de entrelazamiento del estado $|\psi(\theta)\rangle$. La violación máxima de 3.3 implica que el estado ρ compartido por Alice y Bob esta relacionado con el estado $|\psi(\theta)\rangle$ a través de transformaciones locales

$$\Lambda_A \otimes \Lambda_B(\rho) = |\psi(\theta)\rangle \langle \psi(\theta)|, \quad (3.5)$$

donde Λ_A y Λ_B son mapas completamente positivos⁷, es decir, que si viola máximamente la desigualdad se puede transformar local y determinísticamente el estado compartido por ambas partes en un estado PES.

En el caso en que no se logre una máxima violación de la desigualdad 3.3 se observa un limite, que es la mínima superposición entre el estado actual ρ compartido por las partes y el estado 3.4 como una función de la violación observada. Para los ángulos

⁷Los mapas completamente positivos es un mapeo entre C^* - *algebras* (Es un álgebra compleja de operadores lineales en un espacio de Hilbert) que envía elementos positivos a elementos positivos

$\theta \in [0, 14, \pi/4]$ la fidelidad entre el estado ρ y el estado que se le quiere hacer el protocolo de Self-testing (3.4) puede ser limitada por un función lineal de B_α

$$\max_{\Lambda_A, \Lambda_B} F((\Lambda_A \otimes \Lambda_B)\rho, |\psi(\theta)\rangle \langle \psi(\theta)|) \geq s_\alpha \cdot B_\alpha + \mu_\alpha, \quad (3.6)$$

donde $\alpha = 2/\sqrt{1 + \tan^2(2\theta)}$. Los parámetros s_α y μ_α están dado por

$$s_\alpha = \frac{1 - \frac{1}{4} \left(1 + \sqrt{\frac{4 - \alpha^2}{8 + 2\alpha^2}} + \sqrt{\frac{2\alpha^2}{8 + 2\alpha^2}} \right)}{\sqrt{8 + 2\alpha^2} - (2 + \alpha)},$$

$$\mu_\alpha = 1 - s_\alpha \sqrt{8 + 2\alpha^2},$$

para el desarrollo del experimento, que explicaremos en la sección de resultados de este capítulo, se utilizó 3.6 para reducir la diferencia del estado generado experimentalmente con el estado parcialmente entrelazado. Para realizar esto primero se midió los valores de expectación en la desigualdad 3.3 para luego optimizar el lado derecho de la ecuación 3.6 como función de α , esto hace que proporcione un mayor valor de fidelidad con un estado puro de dos qubits entrelazados que se garantiza a través de la estadística observada.

3.5. Resultados

Luego de mostrar el montaje experimental no quedaría mas que mostrar los resultados con las probabilidades obtenidas, pero primero mostraremos un paso mas antes de ver lo obtenido por los protocolos de certificación de aleatoriedad y Self-testing. Se realizó una tomografía [60] a los estados PES experimentales, asumiendo que el sistema consiste en dos qubits entrelazados. Todos los estados que fueron tomografiados (ρ_t) presentaron grado de pureza $Tr(\rho_t^2)$ sobre 0,985. También se calculó el grado de entrelazamiento de ρ_t a través de la concurrencia. Para poder encontrar el estado mas cercano al estado objetivo se procedió maximizando la fidelidad

$$F(\rho_t, |\psi(\theta)\rangle \langle \psi(\theta)|) = \langle \psi(\theta) | \rho_t | \psi(\theta) \rangle, \quad (3.7)$$

esto permite estimar la fidelidad con un estado PES objetivo y con un angulo θ correspondiente.

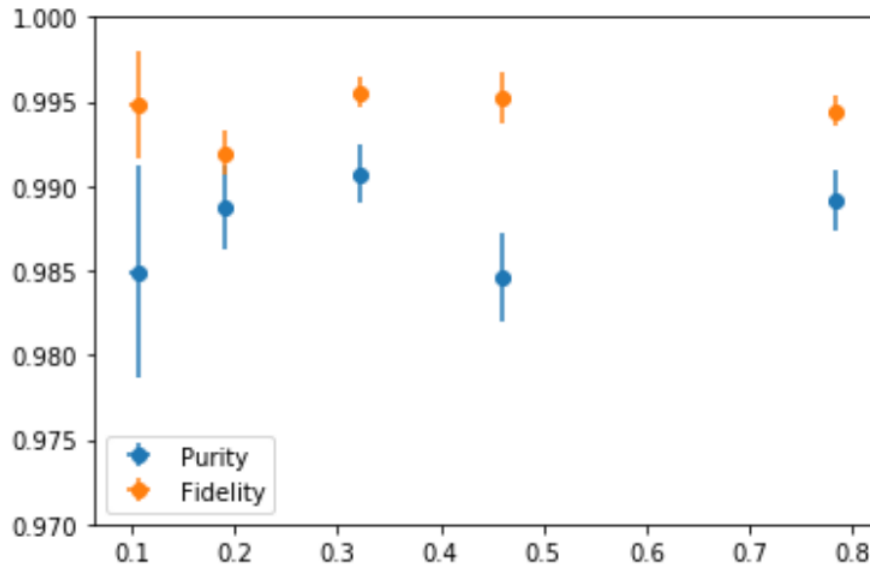


Figura 3.2: Gráfico de la pureza y la fidelidad de los estados PES que fueron tomografiados. Fuente: [1]

En la figura 3.2 los puntos azules representan la pureza del estado y los puntos naranjos son la fidelidad que es medida con respecto a su estado PES objetivo mas cercano desde la tomografía realizada. En el eje horizontal el ángulo θ caracteriza el estado PES mas cercano. Las barras de errores son obtenidas con propagación de error Gaussiano y considerando una estadística de Poisson de las cuentas en coincidencias grabadas. Además, es importante remarcar de la figura 3.2 que los estados reconstruidos obtenidos tienen una alta fidelidad con estados PES puros ya que todos están por sobre de 0,99.

Como el ángulo θ caracteriza de buena manera los estados preparados, usamos esto para elegir la configuración en nuestro experimento de Bell y definimos $\alpha = 2/\sqrt{1 + 2\tan^2(2\theta)}$ para la desigualdad de Bell. En el experimento medimos todas las probabilidades conjuntas $P(ab|xy)$, y no solo las que involucran meramente la desigualdad ya que se ocuparan en el análisis de aleatoriedad.

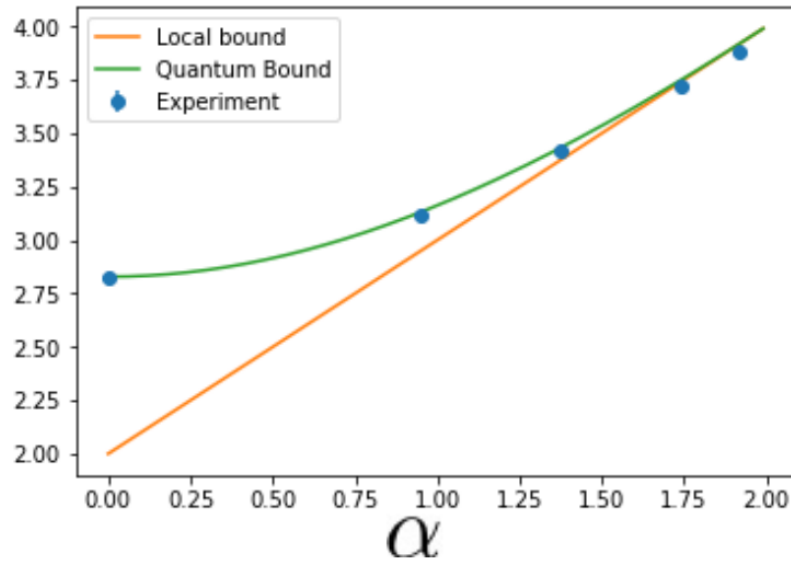


Figura 3.3: Gráfico que muestra la violación de la desigualdad de Bell de los 5 estados con respecto al parámetro α . Fuente: [1]

En la figura 3.3 la línea naranja corresponde al límite local, sobre el cual la no localidad puede ser probada. La línea verde es la máxima violación que se puede lograr, mientras que los puntos azules son los valores experimentales obtenidos. Las barras de error que tienen los puntos experimentales son obtenidos con propagación de error Gaussiano y considerando estadística de Piosson de las cuentas en coincidencia recolectadas. Además, se graficó los valores obtenidos del parámetro B_α determinado por la desigualdad 3.3. Es importante remarcar que los puntos obtenidos experimentalmente en todos los casos están muy cercanos del máximo posible, la diferencia entre el límite local y la máxima violación posible es menor a medida que α crece, caso contrario es el ángulo θ que decrece a medida que la diferencia se acorta, o mejor dicho, a medida que α crece el entrelazamiento del estado decrece.

3.5.1. Resultados de certificación de aleatoriedad

Con el experimento configurado para observar la mejor violación de 3.3 se procedió a estimar las probabilidades $P(ab|xy)$. Debido a los efectos de la estadística finita, las probabilidades obtenidas presentan un poco de efecto signaling. Por esta

razón usamos el método de regularización de Collins-Gisin para obtener un conjunto de distribuciones de probabilidad sin efectos de signaling $P_{NS}(ab|xy)$ y así aproximar la distribución observada [61]. Con P_{NS} utilizamos los procesos de optimización de SPD introducidos en las referencias [62, 63] que proporcionan un límite superior a la probabilidad de adivinar 3.1. La solución de esta optimización SPD proporciona una función lineal $S(P(ab|xy))$ o simplemente S , cuyo valor es un límite inferior de la cantidad de aleatoriedad de las correlaciones $P(ab|xy)$. Se puede reescribir S en términos de los valores de expectación y usarlos para estimar la cantidad de aleatoriedad que hay presente en nuestro experimento. El error de las probabilidades grabadas son calculadas asumiendo fair sample de una distribución de Poisson y propagación de error Gaussiano.

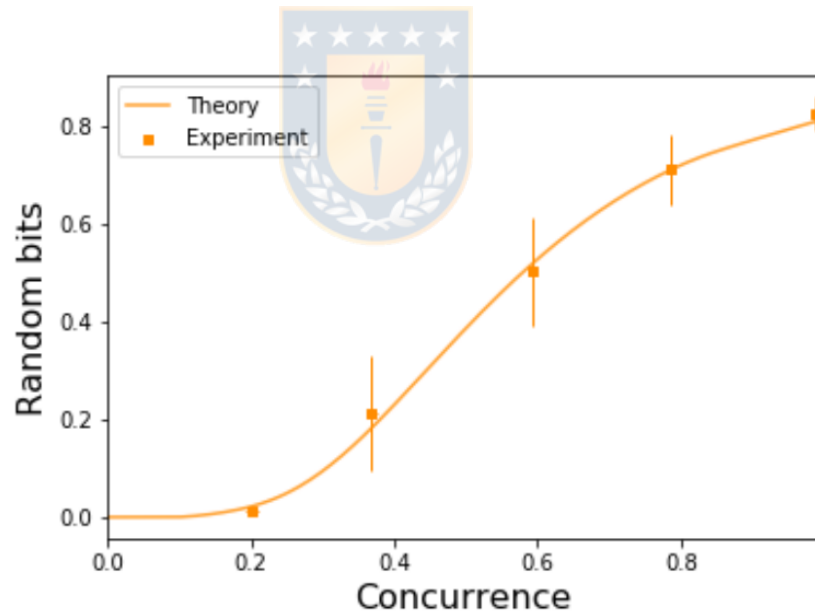


Figura 3.4: Gráfico de bit aleatorio versus concurrencia de estado PES. Fuente: [1]

En la figura 3.4 se muestra la certificación experimental de aleatoriedad como función de entrelazamiento. Casi todos los casos pueden certificar aleatoriedad. Sin embargo, los cinco estados están lejos del bit aleatorio. La línea continua naranja es dada como referencia, y considerando los estados PES con 0,5% de ruido blanco. Las barras de error son obtenidas con propagación de error Gaussiano y considerando

una estadística de Poisson de las coincidencias grabadas. Además, se comparo las probabilidades obtenidas con la concurrencia resultante de la tomografía. observamos que la aleatoriedad decrece drásticamente a medida que el estado baja su nivel de entrelazamiento, debido a las imperfecciones en la estadística. Recordar que en ausencia de ruido la cantidad debiese ser 1 bit para todo valor de entrelazamiento. Además, agregar que incluso en los caso que el entrelazamiento es cercano a uno, estamos alejados de 1 bit aleatorio que en teoría debería ser. Esto ocurre por que la probabilidad de adivinar (P_{guess}) es muy sensible a imperfecciones en el caso casi sin ruido.

Por ultimo notamos que la función $S(P(ab|xy))$ obtenida numéricamente para reducir los limites de la aleatoriedad, tiene coeficientes que aumentan a medida que el entrelazamiento decrece. Esto explica el crecimiento de las barras de error.

3.5.2. Resultados de Self-testing

Para el protocolo de Self-testing se usó los limites de la fidelidad con el estado PES objetivo en la ecuación 3.6. De acuerdo a la ecuación 3.6, es determinada solo por los valores de expectación que involucran la violación de la desigualdad de Bell. En nuestro experimento, tales probabilidades fueron calculadas para aquellas configuraciones elegidas a partir de la estimación del ángulo θ . Sin embargo, cuando se realiza una estimación DI del estado, todas estas configuraciones son solo etiquetas y el valor de θ estimado a través de la tomografía pierde su significado. Es bueno remarcar que esto es solo por que la estimación debe ser basada en las correlaciones observadas. Para tener una estimación DI de referencia en el experimento, optimizamos el lado derecho de la ecuación 3.6 como función de α . Notar que todos los valores de la desigualdad pueden ser computados de las correlaciones observadas. El valor $\alpha = \alpha^*$ que resuelve la maximización que proporciona la estimación DI buscada del ángulo θ^* , con este nuevo angulo se puede certificar el estado puro entrelazado mas cercano. El valor que se obtuvo en la optimización da como resultado la fidelidad DI certificada para este estado. Ver figura 3.5 y tabla 3.1 para mas detalle. Además agregar que la estimación DI de las fidelidades trabajan razonablemente bien

para valores altos de entrelazamiento del estado, por sobre de 0,9. Para todo estos tres casos la estimación DI estimo el entrelazamiento, dado por θ^* que es bastante cercano al valor obtenido por la tomografía. Sin embargo, para pequeños valores de entrelazamiento, los valores obtenidos por la fidelidad no son informativos a pesar de las altas visibilidades del experimento.

Similar a lo que ocurre en en la certificación de aleatoriedad, la función B_α en la ecuación 3.6 incrementa cuando decrece el entrelazamiento del estado, que trae como consecuencia el incremento de las barras de error en este rango.

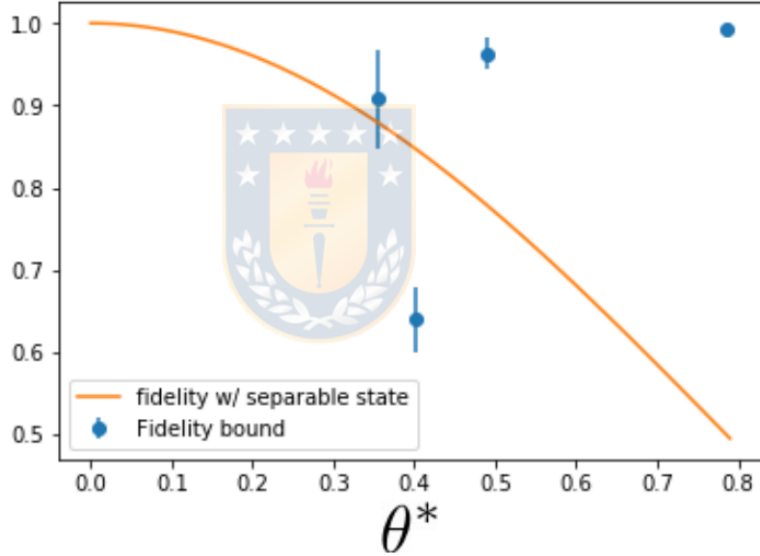


Figura 3.5: Gráfico de los límites de la fidelidad con respecto al estado al estado PES objetivo. Fuente: [1]

En la figura 3.5 la línea continua naranja es agregada como referencia, muestra la fidelidad de un estado parcialmente entrelazado y uno completamente separable , es decir, $F(|00\rangle\langle 00|, |\psi(\theta)\rangle\langle \psi(\theta)|) = \cos^2(\theta)$. En el eje horizontal el ángulo θ es sometido al protocolo de Self-testing por el límite de fidelidad. Se puede ver que en el estado de menos entrelazamiento el resultado de Self-testing resulta por debajo del límite del estado separable y representa un ángulo que está muy lejos del obtenido en de lo que se obtiene en la tomografía (Ver la tabla 3.1). Las barras de error son

obtenidas con propagación de error Gaussiano y considerando una estadística de Poisson de las coincidencias grabadas.

3.6. Resumen

Para comenzar el resumen expondremos los resultados obtenidos experimentalmente en la siguiente tabla.

Concurrencia teórica	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Concurrencia experimental	0,1926	0,3746	0,5825	0,8349	0,9858
Pureza experimental del estado	0,9849	0,9887	0,9907	0,9846	0,9891
α	1,914	1,741	1,373	0,949	0,0017
$B_\alpha \pm 0,01$	3,88	3,72	3,41	3,11	2,81
$\frac{B_\alpha - L}{Q - L}$	-32,84	-2,14	0,78	0,91	0,98
Angulo θ	0,10539	0,19002	0,32140	0,45946	0,7847
Angulo θ^*	NA	0,40059	0,35369	0,48907	0,78536
ϵ	0,0101	0,0143	0,0110	0,0111	0,0126

Cuadro 3.1: Resumen de los resultados experimentales

En el cuadro 3.1 se puede ver la concurrencia y la pureza del estado fueron obtenidos a través de la tomografía realizada para reconstruir el estado. El coeficiente α fue elegido para proporcionar la violación de la desigualdad de Bell mas alta. B_α es el valor de la violación de la desigualdad de Bell y la razón $(B_\alpha - L)/(Q - L)$ indica la violación relativa observada (Q y L son el valor cuántico máximo y el limite local respectivamente). Notar que dos puntos con bajo entrelazamiento no violaron la desigualdad de Bell. Sin embargo, son no locales y se pudo certificar aleatoriedad a través de la optimización SPD. θ es el angulo directamente estimado de la tomografía, mientras que θ^* es el angulo estimado por el protocolo de Self-testing. ϵ es la diferencia entre el valor máximo teórico que puede ser obtenido y los valores observados.

Por el lado teórico indicar que los resultados y la certificación de aleatoriedad hasta

aquí indican que los estados parcialmente entrelazados son tan buenos como los estados máximamente entrelazados para estos protocolos en un escenario sin ruido. Como vimos en este capítulo, se reportó una implementación experimental de dos protocolos en un experimento con fotones. A pesar de que en el plano experimental la presencia de ruido es baja, los protocolos son muy sensibles al ruido cuando se utilizan estados con bajo nivel de entrelazamiento, confirmando la intuición de que a mayor grado de entrelazamiento el protocolo se realiza de mejor manera. Esto se debe a que los protocolos que utilizan estados con bajo nivel entrelazamiento son débiles o frágiles por que solo pueden producir correlaciones cercanas al conjunto local de correlaciones, por que otorga una interesante pregunta abierta para entender si es posible construir un protocolo que pueda ofrecer un rendimiento mejorado para un estado con entrelazamiento dado.



Capítulo 4

Generación de qudits entrelazados

Implementar fuentes en altas dimensiones que generen estados como los descritos en la sección 2.2 ofrece importantes ventajas con respecto a estados de bajas dimensiones, como en QKD [2], circuitos fotónicos [11] o en generación y manipulación de estados [64]. Estados que puede ser creados utilizando fibra óptica como en la subsección 2.5.1, y que juega un papel fundamental en este capítulo por que ofrecen facilidad para aumentar la dimension del estado y bajas perdidas a largas distancias [7]. Además, al utilizar MCF sin duda promete aumentar la cantidad de información codificada en los estados [4,6].

Por estas ventajas en este capítulo se presenta un esquema experimental que fue llevado a cabo para poder tener una fuente fotónica en la banda telecom de qudits entrelazados en camino utilizando fibra óptica. En el esquema se entrelazan dos qudits de dimension 4 (ququarts) en la banda de telecom generando pares de fotones en $1546nm$ utilizando un cristal no lineal. Es importante mencionar que los ququarts entrelazados sean en la banda de telecomunicaciones, por que toma real importancia en el capítulo siguiente cuando hablemos de las proyecciones de este esquema y futuros protocolos de información cuántica a desarrollar en el.

La generación de los qudits entrelazados se puede resumir en dos grandes pasos (Mas detalles en el apéndice C). El primer paso es generar un qudit de dimension 4, definido por el número de núcleo de la MCF. El estado de dimension 4 se describe de la

siguiente manera

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 |i\rangle = \frac{1}{2} [|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle + |4\rangle], \quad (4.1)$$

el segundo paso es que el qudit pase a través del cristal no lineal. Entonces se produzca el proceso SPDC por lo que en cada núcleo esta la probabilidad que se genere un par de fotones entrelazados. El estado luego del cristal es el siguiente

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 |i_i\rangle |i_s\rangle = \frac{1}{2} [|1_i\rangle |1_s\rangle + |2_i\rangle |2_s\rangle + |3_i\rangle |3_s\rangle + |4_i\rangle |4_s\rangle], \quad (4.2)$$

el producto tensorial fue omitido por simplicidad. Este estado es acoplado en una MCF de salida para realizar los procesos de medición de datos.

4.1. Esquema experimental

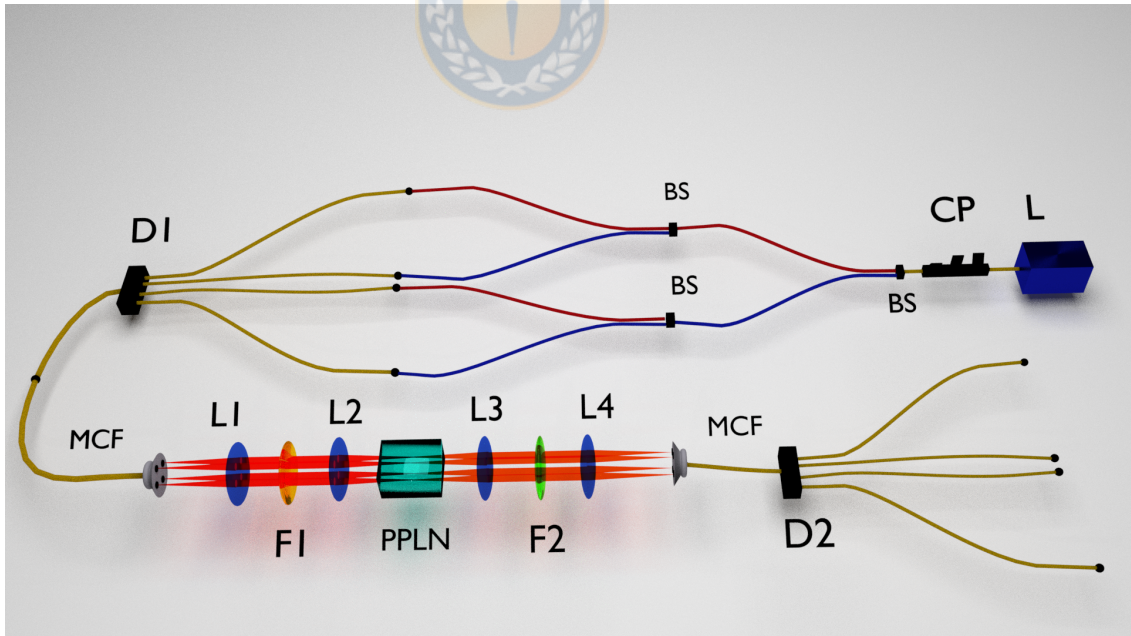


Figura 4.1: Esquema experimental utilizado para generar qudit entrelazados utilizando un cristal PPLN. L: Láser, BS: Beam splitter, D1 y D2: Demultiplexador 1 y 2, MCF: Multicore Fiber, L1-L4: Lentes, PPLN: Cristal no lineal PPLN tipo-0. Fuente: Hecha por el autor.

Para poder crear el estado en altas dimensiones se construyó una fuente fotones que genera qudits entrelazados en camino en la banda de telecom. El esquema experimental completo es representado en la figura 4.1. La fuente comienza con un láser Lion TEC500 de haz continuo con longitud de onda de $\lambda_p = 773nm$, luego pasa por el control de polarización (CP) que tiene 75 % de transmisión en 773nm y que junto con el polarizador LPVIS 100-MP (no mostrado en la imagen, con transmisión de $\approx 80\%$ en 773nm) conforman el control de polarización del pump. Luego se encuentra el sistema de tres Beam splitters (BSs) que entrega cuatro salidas del mismo haz del pump, que unido al demultiplexador 1 (D1) con cuatro entradas de fibra óptica monomodo crean un ququart de la forma $|\Psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle + \gamma|3\rangle + \delta|4\rangle$, donde los coeficientes α , β , γ y δ surgen de la transmisión de cada canal del sistema de BSs. Tanto el sistema de BSs como el demultiplexador fueron caracterizado en el apéndice C.0.2. Con los cuatro núcleos iluminados de la salida del D1 se conecta a la MCF de entrada, que cuenta con 4 núcleos y cada uno con ancho $\approx 8\mu m$ formando un rombo de $50\mu m$ de arista y de $\approx 70,7\mu m$ de distancia entre los núcleos mas lejanos (Ver imagen de referencia 2.5). El ququart entra al sistema óptico compuesto por 4 lentes, 3 filtros y un cristal. Cristal no lineal PPLN (Periodically Poled Lithium Niobate) tipo-0 de 20 mm de largo con 9 canales de generación (Ver apéndice C) que tienen sección transversal de $500 \times 500\mu m$. Para tener una optima generación se considero que sea bombardeado homogéneamente, por lo mismo se ubico en el plano focal de $L2$ y $L3$, esto implica considerar ω_p la cintura del haz del pump y ω_{SPDC} la cintura de los fotones gemelos en el centro del cristal PPLN. Obteniendo la condición optima de generación $\omega_{SPDC} = \sqrt{2}\omega_p$.

El sistema óptico es un telescopio repetido dos veces que magnifica la imagen 4,5x de los cuatro núcleos en el centro del cristal debido a la sección transversal del canal de generación y luego desmagnifica la imagen para acoplarse en la MCF de salida. En el sistema óptico se utilizó dos lentes plano convexas C220TME-B en $L1$ y $L4$ ($f = 11mm$ y $NA^1 = 0,25$), donde $L1$ ubicada a distancia focal que colima los haces de la MCF de entrada y $L4$ ubicada a distancia focal de la MCF de salida para

¹NA es la apertura numerica de una fibra óptica que es un número adimensional que caracteriza el rango de ángulos que la fibra acepta luz.

acoplar fotones generados. L2 es una lente Bi-convexa LB1471-A ($f = 50,0mm$) la cual enfoca los cuatro haces en el cristal PPLN y L3 es una lente LA1131-A ($f = 50,0mm$) que colima los haces que salen del cristal. Los filtros utilizados son para quitar cualquier ruido que perjudique el proceso SPDC. Para filtrar el pump se ocupó el FESH800 (Transmite 97,9% en $773nm$ y $5,5 \times 10^{-4}$ % en $1546nm$) y para filtrar los fotones generados se ocuparon dos filtros, el FGL100 (Transmisión de 89,8% en $1550nm$ y $3,8 \times 10^{-2}$ % en $773nm$) y el filtro de interferencia FBH1550-12 (Transmisión de 93,6% en $1550nm$ y $9,72 \times 10^{-6}$ % en $773nm$). Finalmente la MCF de salida es conectada a D2 con cuatro salidas dando salida independiente a cada núcleo.

4.2. Resultados

4.2.1. Proceso SHG en la fuente

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos con la fuente en el proceso de generación de segundo armónico (SHG). El proceso SHG es un proceso no lineal que emite un campo 2ω , lo que implica un campo resultante con $\lambda/2$ [42]. Además, SHG es probabilísticamente más probable que el proceso SPDC y es considerado un proceso inverso al SPDC. El hecho que sea más probable hace más fácil comprobar el funcionamiento de la fuente y que sea considerado inverso sirve para ocupar la fuente en sentido contrario sin cambiar la óptica. Para realizar SHG se utilizó un láser continuo Thorlabs de $1500nm$ y a la salida de cada núcleo se conectaron los detectores APDs con ≈ 65 % de eficiencia a $773nm$ para recolectar los datos de las cuentas simples. El procedimiento es conectar cada entrada de D2 al láser para luego ver las cuatro salidas del D1 conectadas a los detectores APDs. Agregar que para este proceso se ocupó CP para $1550nm$, además del polarizador antes del cristal PPLN.

Entrada \ Salida	Potencia [μW]	Núcleo 1	Núcleo 2	Núcleo 3	Núcleo 4
Núcleo 1 [Hz]	100	$2,15 \times 10^6$	1300	1500	480
Núcleo 2 [Hz]	94	1300	1×10^6	400	440
Núcleo 3 [Hz]	102	1100	1000	1×10^6	500
Núcleo 4 [Hz]	102	770	700	1500	$1,5 \times 10^6$

Cuadro 4.1: Tabla de acople del proceso SHG en la fuente con todas las combinaciones posibles. La potencia mostrada en la tabla es la que se midió antes de bombardear el cristal PPLN. La polarización se controla con polarizador y CP

Entrada \ Salida	Núcleo 1 (%)	Núcleo 2 (%)	Núcleo 3 (%)	Núcleo 4 (%)
Núcleo 1	99,8	$6,03 \times 10^{-4}$	$6,9 \times 10^{-4}$	$2,2 \times 10^{-4}$
Núcleo 2	$1,29 \times 10^{-3}$	99,7	$3,99 \times 10^{-4}$	$4,39 \times 10^{-4}$
Núcleo 3	$1,09 \times 10^{-3}$	$7,96 \times 10^{-4}$	99,7	$4,98 \times 10^{-4}$
Núcleo 4	$5,1 \times 10^{-4}$	$4,65 \times 10^{-4}$	$9,9 \times 10^{-4}$	99,8

Cuadro 4.2: Tabla de porcentajes de todas las combinaciones posibles de los núcleos. Porcentaje calculados con el total de cuentas de un núcleo con sus 4 combinaciones.

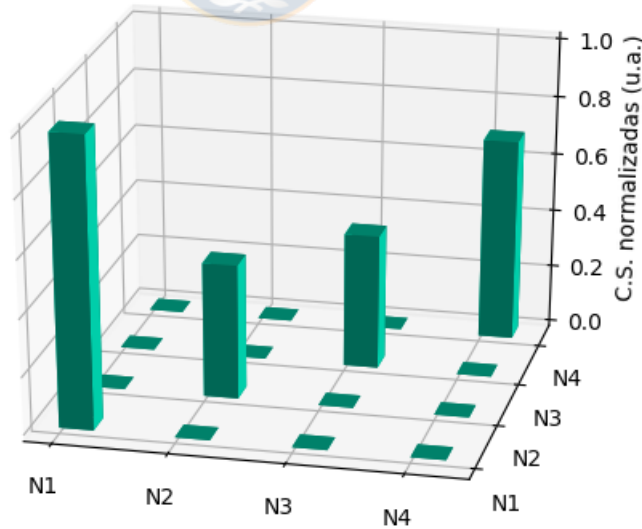


Figura 4.2: Cuentas simples normalizadas de todas las combinaciones posibles de los núcleos con el porcentaje de luz que de cuentas simples del proceso SHG. Fuente: Hecha por el autor.

En la tabla 4.2 las etiquetas $N1$, $N2$, $N3$ y $N4$ son los núcleos de entrada/salida de las fibras ópticas multicore de la fuente. Además, la tabla 4.1 proporciona información sobre las cuentas simples por segundos detectadas por los detectores APDs y en la figura 4.2 son las mismas cuentas pero normalizadas para ver relación entre núcleos. En la cual se ve una gran coincidencia en los núcleos de igual número (núcleos en coincidencia de aquí en adelante) y no en los otros núcleos. Considerando que las cuentas oscuras² (D.C.) de los detectores APDs son ≈ 300 es una buena relación señal/ruido. Si las cuentas simples no están totalmente equilibradas es por el sistema de BSs no es la mejor opción, pero esta mejora de la fuente se hablara mas adelante (Ver capítulo 5). En la tabla 4.2 se muestra las cuentas simples en función de los porcentajes, que reafirmar el hecho de en los núcleos en coincidencia acoplan casi la totalidad de los fotones generados.

4.2.2. Proceso SPDC en la fuente

En esta sección antes de mencionar los resultados, diremos que para esta parte se ocupo el detector de fotones individuales infrarrojo de ID Quantique ID220. Además, en esta sección se manejaran algunos conceptos adicionales a los mencionados anteriormente, a la ya utilizada eficiencia cuántica (μ) se le suma el dead time (DT) que es el tiempo que se demora el detector en poder contar nuevamente fotones.

Una prueba para verificar si hay generación de fotones por el proceso SPDC, es ver la dependencia de la polarización. El cristal, como lo habíamos mencionado antes, solo genera con polarización $|V\rangle$. Entonces se realizó un estudio bombardeando con dos polarizaciones ortogonales el cristal y ver las cuentas simples. Como el proceso SPDC es menos probable se utilizó mas potencia por núcleo que en el proceso SHG. Además se utilizo el polarizador antes del cristal PPLN. El análisis solo se enfoco en los núcleos en coincidencia que mostraron cuentas simples anteriormente.

² Cuentas oscuras de un detectores se le llama a las cuentas que registra el detector sin ninguna fuente de luz incidiendo sobre el y que además se puede producir por la electrónica del mismo

Polarización Vertical $|V\rangle$

Núcleos	Potencia [mW]	C.S [Hz]
1 – 1	4,4	60000
2 – 2	4,4	76000
3 – 3	4,4	69000
4 – 4	4,4	63000

Cuadro 4.3: Tabla de cuentas simples y potencia de núcleos en coincidencia cuando el cristal PPLN es bombardeado con polarización vertical.

La potencia por núcleo fue medida antes de bombardear el cristal PPLN y el detector utilizado es ID220 con $\mu = 10\%$ de eficiencia y $10\mu s$ de dead time. C.S: Cuentas simples.

Polarización Horizontal $|H\rangle$

Núcleos	Potencia [mW]	C.S. [Hz]
1 – 1	4,4	1900
2 – 2	4,4	9500
3 – 3	4,4	4100
4 – 4	4,4	1100

Cuadro 4.4: Tabla de cuentas simples y potencia de núcleos en coincidencia cuando el cristal PPLN es bombardeado con polarización horizontal.

La potencia por núcleo fue medida antes de bombardear el cristal PPLN y el detector utilizado es ID220 con $\mu = 10\%$ de eficiencia y $10\mu s$ de dead time. C.S: Cuentas simples.

De las tablas 4.3 y 4.4 se puede ver que en la fuente hay una clara dependencia en la generación de los pares de fotones con respecto a la polarización incidente al cristal PPLN. Donde configurando la polarización $|H\rangle$ bajan considerablemente las cuentas simples. Probada la dependencia en polarización de generación de los pares de fotones por parte de la fuente, lo siguiente fue hacer un muestreo igual al realizado en la sección de SHG que es ver todas la combinaciones de los núcleos.

Entrada \ Salida	Potencia [mW]	Núcleo 1	Núcleo 2	Núcleo 3	Núcleo 4
Núcleo 1 [Hz]	4,4	62000	390	440	440
Núcleo 2 [Hz]	4,4	420	81000	520	400
Núcleo 3 [Hz]	4,4	440	420	60000	490
Núcleo 4 [Hz]	4,4	390	450	409	68000

Cuadro 4.5: Tabla de la generación de pares de fotones de todas las posibles combinaciones en el proceso SPDC. Cristal bombardeado con láser 773nm manteniendo misma potencia en todos los núcleos con sistema de control de polarización.

Entrada \ Salida	Núcleo 1 (%)	Núcleo 2 (%)	Núcleo 3 (%)	Núcleo 4 (%)
Núcleo 1	97,8	$6,1 \times 10^{-3}$	$6,95 \times 10^{-3}$	$6,95 \times 10^{-3}$
Núcleo 2	$5,1 \times 10^{-3}$	98,3	$6,3 \times 10^{-3}$	$4,8 \times 10^{-3}$
Núcleo 3	$7,1 \times 10^{-3}$	$6,8 \times 10^{-3}$	97,8	8×10^{-3}
Núcleo 4	$5,6 \times 10^{-3}$	$6,5 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-3}$	98,2

Cuadro 4.6: Tabla de porcentajes de todas las combinaciones posibles de los núcleos de la fuente en el proceso SPDC. Porcentaje calculados con el total de cuentas de un núcleo con sus 4 combinaciones.

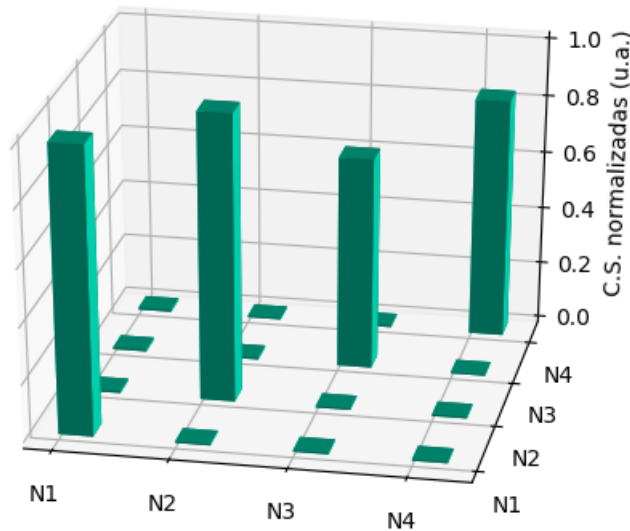


Figura 4.3: Cuentas simples normalizadas de todas combinaciones posibles de los núcleos con el porcentaje de luz que de cuentas simples del proceso SPDC. Fuente: Hecha por el autor.

En la figura 4.3 se muestra todas las combinaciones posibles de los núcleos con el porcentaje de luz que de cuentas simples. Donde $N1$, $N2$, $N3$ y $N4$ son los núcleos de entrada/salida de las fibras ópticas multicore de la fuente.

Al igual que el proceso SHG las tablas 4.5 y 4.6 muestran un buen acople de los núcleos en coincidencia, y nuevamente no hay cuentas simples considerables en los núcleos que no corresponda, mostrando una buena relación señal ruido. Se puede ver gráficamente en la figura 4.3.

Como ultimo estudio se realizo un escaneo de generación de la fuente con respecto a la temperatura del cristal PPLN.

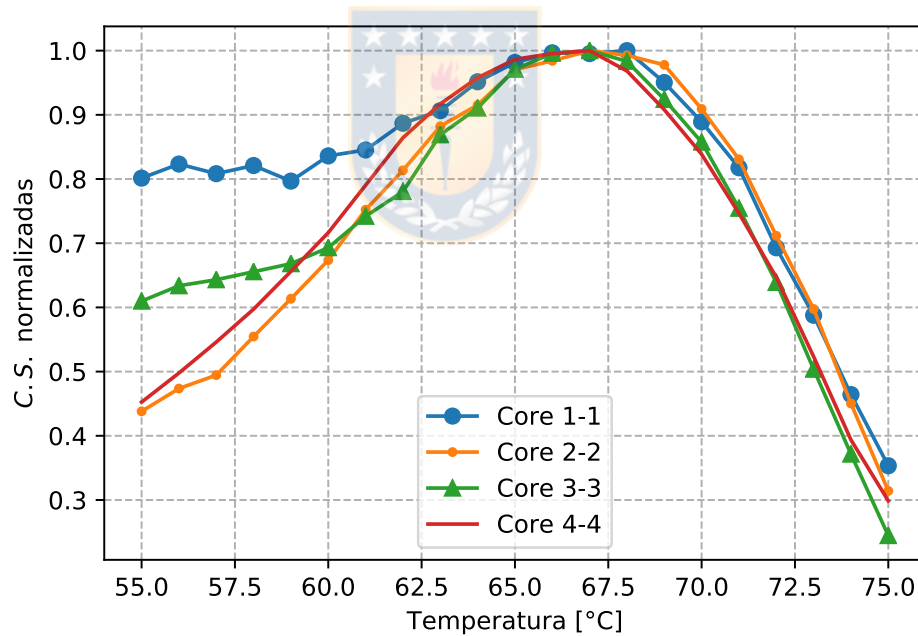


Figura 4.4: Dependencia de generación de los núcleos en coincidencia con respecto a la temperatura en el proceso SPDC. Fuente: Hecha por el autor.

La figura 4.4 muestra la dependencia en temperatura de las cuentas simples de la fuente con los fotones que genera el cristal. Los núcleos en coincidencia muestran una temperatura en común y además muestra que el proceso ocurre en la fuente.

Capítulo 5

Proyecciones de la fuente

Sin duda el trabajo realizado en esta tesis es una piedra angular para lo que viene en el futuro para los campos de la información y protocolos de información cuántica. Recalcando que los pares de fotones entrelazados en camino son generados por fibras ópticas en la banda de telecomunicaciones, banda que esta implementada en todo el mundo. Además, que proporciona muy poca pérdida a largas distancias y el uso de MCF implica aumentar la dimensión y así aumentar la cantidad de información que contiene el estado. Esto a despertado en el último tiempo un gran interés en generación y manipulación de estados cuánticos en altas dimensiones para procesamiento de información cuántica (QIP) [65,66], comunicaciones cuánticas [67] y computación cuántica [68]. Entonces, el uso de sistemas en altas dimensiones es fundamental para dar un salto de calidad en las comunicaciones.

Pero también este el aspecto fundamental de la mecánica cuántica es el entrelazamiento de sistemas cuánticos de varias partes en altas dimensiones y como se habla en el marco teórico el entrelazamiento es una característica esencial para la descripción cuántica de la naturaleza. Esta característica única de la mecánica cuántica se puede llevar a la práctica en varios protocolos de información cuántica, por ejemplo, criptografía cuántica [69], entanglement swapping [70], quantum teleportation [33] y test de Bell [12,37]. Uno de los enfoques cuánticos es compartir el entrelazamiento producido por la fuente violando una desigualdad de Bell, la cual puede ayudar a la comunicación clásica.

Un segundo enfoque es la preparación transmisión y medición del estado cuántico, y

que se pueden llevar a cabo en esta fuente fotónica. Uno de los primeros objetivos es implementar un BS en fibra con cuatro salidas, para reemplazar el sistema actual de 3 BSs ya que mejoraría considerablemente la transmisión de la fuente, que además al ser un solo dispositivo mejoraría el ququarts inicial. Proyecto que esta en curso y que sera uno de los primeros paso a seguir. Implementado esto se puede dar el paso al esquema de detección de varios resultados o también llamados varias salidas para qudits. Para implementar este esquema de medición debemos separar el par de qudits generado para enviarlos a laboratorios distintos (Alice y Bob). Tanto Alice como Bob deben ser capaz de poder realizar medidas locales. De cada qudit enviado entrelazado en camino, Alice y Bob implementan medidas proyectivas realizadas por un dispositivo llamado espejos deformables (DM), que es un arreglo de espejos de 6×6 cuya posición de cada espejo puede ser manejada individualmente y agregar fases relativas.

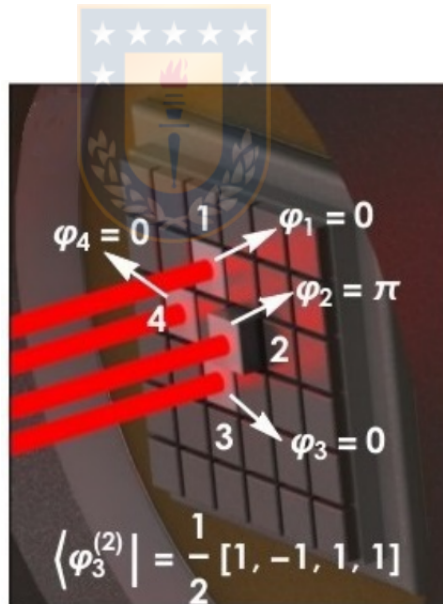


Figura 5.1: Dispositivo de los espejos deformables capaces de agregar una fase relativa individualmente a cada núcleo. Fuente: [2].

Lo que proporciona este esquema es que puede trabajar a tasas de repetición altas. Este esquema aun no permite obtener todos los resultados por lo que para lograr aquello debemos mejorar el esquema.

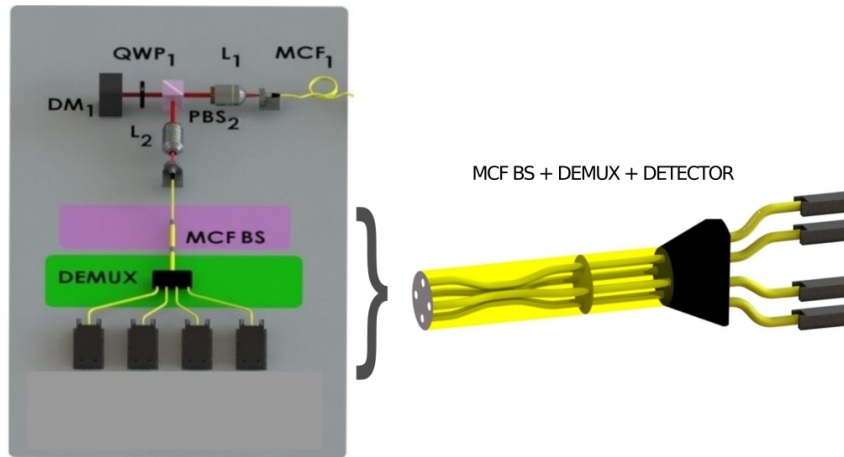


Figura 5.2: Esquema experimental para realizar mediciones proyectivas locales de varias salidas. Usando BS con MCF, junto con un demultiplexador. Fuente: [2].

En la figura 5.2 se ve el esquema completo para generar medidas proyectivas locales de varias salidas. Tal esquema se logra con un BS, MCF y el demultiplexador que además de proporcionar estas múltiples salidas, puede propagar los estados. Otro objetivo a futuro con la fuente es realizar el protocolo de Self-testing pero en altas dimensiones debido a que es una buena alternativa ya que a medida que aumenta la dimensión las tomografías se hacen muy difíciles de realizar experimentalmente por el gran número de mediciones que se requieren [71]. Otra manera de certificar que un sistema está entrelazado es violando una desigualdad de Bell. Al igual que en el capítulo 3 se requiere un escenario con dos partes que comparten un estado entrelazado. Típicamente este test requiere menos número de mediciones que un esquema de tomografía cuántica. Por lo tanto las desigualdades de Bell son llamativas para certificar entrelazamiento en altas dimensiones.

Una de las desigualdades más conocidas es la desigualdad CHSH en donde su máxima violación es alcanzada por un estado máximamente entrelazado (MES) de 2 qubits, pero en altas dimensiones se debe buscar otra desigualdad. La desigualdad CGLMP (Por sus autores Collins, Gisin, Linden, Massar y Popescu), desigualdad utilizada en otros esquemas [72, 73]. Esta desigualdad permite la certificación de entrelazamiento en altas dimensiones usando qudits entrelazados en camino sobre MCF. Tal violación puede ser usado como un protocolo Device-Independent para estimación cuántica.

Capítulo 6

Conclusiones

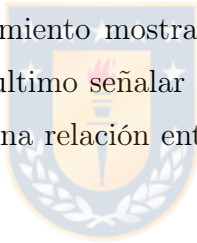
Esta tesis tenía como objetivo estudiar las fuentes fotónica de estados cuánticos entrelazados utilizando fibra óptica. El entrelazamiento se vio en dos grados de libertad, polarización y camino. El primero se estudió en el capítulo 3, donde sirvió para realizar protocolos de información cuántica, certificación de aleatoriedad y Self-testing. El otro grado de entrelazamiento fue materia de estudio en el capítulo 4, con la fuente de pares de fotones entrelazados en la banda de telecom utilizando un cristal PPLN, donde se utilizó MCF para crear ququarts.

Para ser más específico en el capítulo 3 se analizó el caso de estados cuánticos parcialmente entrelazados (PES), que hasta ahora se pensaba que eran tan buenos como los estados máximamente entrelazados (MES) para los protocolos de certificación de aleatoriedad y Self-testing. Se reportó una implementación experimental de estos protocolos. A pesar de que el ruido fue muy pequeño, los protocolos implementados son muy sensibles al ruido cuando usamos estados cuánticos débilmente entrelazados. Confirmando la intuición de que si el estado está mayormente entrelazado es mejor el rendimiento del protocolo (Figura 3.3 y 3.4).

En el capítulo 4 al igual que en el capítulo 3 se presentó un montaje experimental de una fuente fotónica con un cristal no lineal, haciendo la diferencia que el estado generado es en altas dimensiones. Esquema experimental que genera pares de fotones entrelazados en la banda de telecom, donde se realizó el proceso de generación de

segundo armónico que comprobó el buen comportamiento del cristal y conformación de la imagen de los cuatro núcleos de la MCF. Luego se reafirmo el funcionamiento de la fuente con el proceso SPDC en donde al igual que SHG mostró un buen comportamiento mostrando solo cuentas simples en los núcleos en coincidencia y no en otros (Figura 4.3). Además, para confirmar la realización del proceso SPDC y comprobar la generación de los pares de fotones en la banda de telecom se realizó un estudio de la dependencia en polarización de la generación de fotones. Donde se configuró la polarización horizontal $|H\rangle$ y la generación fue casi despreciable (Tabla 4.3 y 4.4).

Como ultimo estudio se mostró la dependencia de la generación de los pares de fotones con respecto a la temperatura, donde los cuatro núcleos en coincidencia mostraron un buen comportamiento mostrando un peak en común en la máxima generación (Figura 4.4). Por ultimo señalar que en todas las pruebas realizadas en esta fuente se mostró una buena relación entre la señal de los fotones y el ruido de los detectores.



Apéndice A

Desigualdad CHSH

Sea la desigualdad

$$S = \langle a_0 b_0 \rangle + \langle a_0 b_1 \rangle + \langle a_1 b_0 \rangle - \langle a_1 b_1 \rangle \leq 2, \quad (\text{A.1})$$

desigualdad con definida por valores de expectación, que por definición es:

$$\langle a_x b_y \rangle = \sum_{a,b} a \cdot b \cdot p(ab|xy), \quad (\text{A.2})$$

ademas agregamos la condición de localidad

$$p(ab|xy) = \int_{\Lambda} d\lambda(\lambda) = p(a|x, \lambda)p(b|y, \lambda), \quad (\text{A.3})$$

reemplazando [A.2](#) en [A.3](#).

$$\langle a_x b_y \rangle = \int_{\Lambda} \sum_{a,b} a \cdot b \cdot p(a|x, \lambda)p(b|y, \lambda)q(\lambda) \cdot d\lambda, \quad (\text{A.4})$$

si $\langle a_x \rangle = \sum_a a \cdot p(a|x)$ y $\langle b_y \rangle = \sum_b b \cdot p(b|y)$, donde $\langle a_x \rangle, \langle b_y \rangle \in [-1, 1]$, por lo que podemos reemplazarlo en [A.4](#).

$$\langle a_x b_y \rangle = \int_{\Lambda} \langle a_x \rangle_{\lambda} \langle b_y \rangle_{\lambda} q(\lambda) d\lambda, \quad (\text{A.5})$$

entonces ahora podemos reemplazar en [A.1](#).

$$S = \int_{\Lambda} [\langle a_0 \rangle_{\lambda} \langle b_0 \rangle_{\lambda} + \langle a_0 \rangle_{\lambda} \langle b_1 \rangle_{\lambda} + \langle a_1 \rangle_{\lambda} \langle b_0 \rangle_{\lambda} - \langle a_1 \rangle_{\lambda} \langle b_1 \rangle_{\lambda}] q(\lambda) d\lambda, \quad (\text{A.6})$$

definimos

$$S_{\lambda} = \langle a_0 \rangle_{\lambda} (\langle b_0 \rangle_{\lambda} + \langle b_1 \rangle_{\lambda}) + \langle a_1 \rangle_{\lambda} (\langle b_0 \rangle_{\lambda} - \langle b_1 \rangle_{\lambda}), \quad (\text{A.7})$$

si se piensa que $\langle b_0 \rangle_\lambda$ y $\langle b_1 \rangle_\lambda \in [-1, 1]$, los posibles valores de los paréntesis en A.7 serán 2, -2 y 0. Entonces se puede reescribir de la siguiente manera.

$$-2 \leq S_\lambda = \langle a_0 \rangle_\lambda \langle b_0 \rangle_\lambda + \langle a_0 \rangle_\lambda \langle b_1 \rangle_\lambda + \langle a_1 \rangle_\lambda \langle b_0 \rangle_\lambda - \langle a_1 \rangle_\lambda \langle b_1 \rangle_\lambda \leq 2, \quad (\text{A.8})$$

como la distribución de probabilidad esta normalizada, es decir, $\int_\Lambda q(\lambda) d\lambda = 1$, la desigualdad resulta

$$-2 \leq S \leq 2, \quad (\text{A.9})$$

lo siguiente es tomar un caso de un estado cuántico que presente entrelazamiento para que se compruebe que supera el limite local. Sea $|\Psi\rangle$ un estado máximamente entrelazado

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|+, -\rangle - |-, +\rangle], \quad (\text{A.10})$$

la notación $|+, -\rangle$ es una abreviación de $|+\rangle_A \otimes |-\rangle_B$. El estado $|\Psi\rangle$ puede representar un sistema de dos partículas entrelazadas por su spin. Como se conoce que las componentes cartesianas del operador de spin son las matrices de Pauli. Si \vec{a} y \vec{b} son direcciones arbitrarias y nos interesa calcular $S_a \otimes S_b$, donde $S_a = S_1 \vec{a}$ y $S_b = S_2 \vec{b}$ representan las componentes en la dirección \vec{a} para la partícula 1 y la dirección \vec{b} para la partícula 2. Esto para calcular el valor esperado $\langle S_a \cdot S_b \rangle$ que representa el resultado de una serie de medidas del spin en tales direcciones para un conjunto de pares de partículas en el estado $|\Psi\rangle$. Por definición de valor esperado tenemos

$$\langle \Psi | S_a \otimes S_b | \Psi \rangle = \text{Tr} (S_a \otimes S_b \cdot \rho), \quad (\text{A.11})$$

sabiendo que

$$|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad |\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

entonces el la matriz densidad del estado es

$$\rho = |\Psi\rangle \langle \Psi| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

por lo que los operadores asociados a las componentes del spin y el producto entre ellos están definidos de la siguiente manera

$$S_a = \sum_{i=1}^3 a_i \sigma_i; \quad S_b = \sum_{j=1}^3 b_j \sigma_j; \quad S_a \otimes S_b = \sum_{i,j}^3 \alpha_{ij} \hat{\sigma}_i \otimes \hat{\sigma}_j,$$

donde $\alpha_{ij} = a_i b_j$ y σ_i son las matrices de Pauli en las 3 coordenadas

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

entonces

$$S_a \otimes S_b = \begin{pmatrix} \alpha_{33} & \alpha_{31} - i\alpha_{32} & \alpha_{13} - i\alpha_{23} & \alpha_{11} - \alpha_{22} - i(\alpha_{21} + \alpha_{12}) \\ \alpha_{31} + i\alpha_{32} & -\alpha_{33} & \alpha_{11} + \alpha_{22} + i(\alpha_{21} - \alpha_{12}) & -\alpha_{13} - i\alpha_{23} \\ \alpha_{13} + i\alpha_{23} & \alpha_{11} + \alpha_{22} - i(\alpha_{21} - \alpha_{12}) & -\alpha_{33} & -\alpha_{31} - i\alpha_{32} \\ \alpha_{11} - \alpha_{22} + i(\alpha_{12} + \alpha_{21}) & -\alpha_{13} - i\alpha_{23} & -\alpha_{31} - i\alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

ahora calculamos la traza del producto de A.13 con la matriz densidad, por lo que queda

$$\langle \Psi | S_a \otimes S_b | \Psi \rangle = \text{Tr}(S_a \otimes S_b \cdot \hat{\rho}) = -\alpha_{11} - \alpha_{22} - \alpha_{33} = -\sum_{i=1}^3 \alpha_{ii} = -\hat{a} \cdot \hat{b}, \quad (\text{A.14})$$

se puede notar que el resultado es un producto punto entre los dos vectores arbitrarios definidos en un principio, por lo que se puede representar el angulo entre ambos vectores a través de $-\cos(\theta_{ab})$. Se pueden elegir ciertos ángulos para realizar medidas

$$a_0 = \sigma_1, \quad (\text{A.15})$$

$$a_1 = \sigma_2, \quad (\text{A.16})$$

$$b_0 = -(\sigma_1 + \sigma_2)/\sqrt{2}, \quad (\text{A.17})$$

$$b_1 = (-\sigma_1 + \sigma_2)/\sqrt{2}, \quad (\text{A.18})$$

entonces los ángulos que forman las componentes de los spines son

Angulo	Medida	$-\cos(\theta_{a_x b_y})$
$\pi + \pi/4$	$\langle a_0 b_0 \rangle$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/2 + \pi/4$	$\langle a_0 b_1 \rangle$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/2 + \pi/4$	$\langle a_1 b_0 \rangle$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/4$	$\langle a_1 b_1 \rangle$	$-\sqrt{2}/2$

Cuadro A.1: Tabla de las medidas elegidas para violar la desigualdad CHSH

Como resultado final se obtiene que los ángulos elegidos superan el límite 2.

$$\langle a_0 b_0 \rangle + \langle a_0 b_1 \rangle + \langle a_1 b_0 \rangle - \langle a_1 b_1 \rangle = 2\sqrt{2}. \quad (\text{A.19})$$

Esto implica que se supera el límite local con estos estados y se dice que este estado *viola la desigualdad de Bell*. Se comprueba la característica no local de la mecánica cuántica .



Apéndice B

Estado del proceso SPDC

Las componentes de la polarización eléctrica en un material no lineal se expresa de la siguiente manera

$$P_i(r, t) = \epsilon_0 \int_0^\infty dt' \chi_{ij}^{(1)}(t') E_j(r, t-t') + \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') E_j(r, t-t') E_k(r, t-t''), \quad (\text{B.1})$$

donde $E_j(r, t)$ son las componentes del vector campo eléctrico. $\chi^{(1)}$ y $\chi^{(2)}$ son la susceptibilidades eléctrica de primer y segundo orden respectivamente. A medida que aumenta la intensidad del campo utilizado, van a ir incrementando los términos no lineales de la ecuación B.1. Este análisis se enfoca hasta el segundo termino el de la interacción no lineal.

Comenzaremos con el Hamiltoniano del campo electromagnético en un medio dieléctrico de un volumen V .

$$\mathcal{H}(t) = \frac{1}{2} \int_V dr [D(r, t) \cdot E(r, t) + B(r, t)H(r, t)], \quad (\text{B.2})$$

donde \mathbf{D} es el vector desplazamiento, \mathbf{B} es la inducción magnética y \mathbf{H} es el campo magnético. Ocupando la definición de $D(r, t) = \epsilon_0 E(r, t) + P(r, t)$ en la ecuación B.2 podemos reescribirlo de la siguiente manera.

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_0(t) + \mathcal{H}_I(t), \quad (\text{B.3})$$

\mathcal{H}_I es la interacción Hamiltoniana no lineal, que esta dada por

$$\mathcal{H}_I(t) = \frac{1}{2} \int_V dr \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') E_j(r, t-t') E_k(r, t-t''), \quad (\text{B.4})$$

como parte de la cuantización se expande el campo eléctrico en términos de ondas planas

$$E(r, t) = E^+(r, t) + E^-(r, t), \quad (\text{B.5})$$

con

$$E^+(r, t) = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \sum_{k, \sigma} e_{k, \sigma} \varepsilon_{k, \sigma} \alpha_{k, \sigma} G(\omega) \cdot \exp [i(k \cdot r - \omega t)], \quad (\text{B.6})$$

donde

$$\varepsilon_{k, \sigma} = \sqrt{\frac{\hbar \omega(k, \sigma)}{2 \epsilon_0 n^2(k, \sigma)}}, \quad (\text{B.7})$$

ϵ_0 es la permitividad en el espacio libre, $G(\omega)$ es la función de transmisión de los filtros, ν es el volumen de cuantización, k es el vector de onda, $e_{k, \sigma}$ es el vector en 2-dimensional de la polarización, ω es la frecuencia y $\alpha_{k, \sigma}$ es el modo de amplitud. Se adopta el método usual de cuantización del campo del campo eléctrico en donde el modo de amplitud $\alpha_{k, \sigma}$ se cambia por $a_{k, \sigma}$ que es el operador aniquilación. Entonces el campo eléctrico queda

$$E^+(r, t) = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \sum_{k, \sigma} \vec{e}_{k, \sigma} \varepsilon_{k, \sigma} a_{k, \sigma} G(\omega) \cdot \exp [i(k \cdot r - \omega t)], \quad (\text{B.8})$$

sustituyendo B.8 en B.4

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_I(t) = & \frac{1}{2\nu^{3/2}} \sum_{k_s, \sigma_s} \sum_{k_i, \sigma_i} \sum_{k_p, \sigma_p} g_{k_s, \sigma_s}^* g_{k_i, \sigma_i}^* g_{k_p, \sigma_p} a_{k_s, \sigma_s}^\dagger a_{k_i, \sigma_i}^\dagger a_{k_p, \sigma_p} \exp [i(\omega_s + \omega_i - \omega_p)] \\ & \times \chi_{ijk}(e_{k_s, \sigma_s})_i^* (e_{k_i, \sigma_i})_j^* (e_{k_p, \sigma_p})_k \int_{\nu} \exp [-i(k_s + k_i - k_p) \cdot r] + H.C, \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

donde

$$g_{k_j, \sigma_j} = i \sqrt{\frac{\hbar \omega(k_j, \sigma_j)}{2 \epsilon_0 n^2 \omega(k_j, \sigma_j)}} G[\omega(k_j, \sigma_j)], \quad (\text{B.10})$$

H.C es el hermítico conjugado, $n\omega(k_j, \sigma_j)$ es el índice de refracción del cristal. Además se eliminan los términos que no conserven la energía

$$\chi_{ijk} \equiv \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_p = \omega_s + \omega_i) + \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_i = \omega_s + \omega_p) + \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s = \omega_p + \omega_i), \quad (\text{B.11})$$

con

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega = \omega' + \omega'') = \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}(t', t'') \exp [-(\omega' t' + \omega'' t'')], \quad (\text{B.12})$$

se ocupa el resultado del Hamiltoniano desarrollado anteriormente para calcular el estado.

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle, \quad (\text{B.13})$$

$$\hat{U}(t) = \exp\left(\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{\mathcal{H}}(t')\right), \quad (\text{B.14})$$

expandiendo el operador evolución en serie

$$\hat{U}(t) = 1 + \exp\left(\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{\mathcal{H}}(t')\right) + \dots, \quad (\text{B.15})$$

reemplazando B.9 en la integral del operador evolución la integral queda

$$\begin{aligned} \int_0^t dt' \hat{\mathcal{H}}(t') &= \frac{1}{2\nu^{3/2}} \sum_{k_s, \sigma_s} \sum_{k_i, \sigma_i} \sum_{k_p, \sigma_p} g_{k_s, \sigma_s}^* g_{k_i, \sigma_i}^* g_{k_p, \sigma_p} a_{k_s, \sigma_s}^\dagger a_{k_i, \sigma_i}^\dagger a_{k_p, \sigma_p} \\ &\times \chi_{ijk} \exp[i(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] (e_{k_s, \sigma_s})_i^* (e_{k_i, \sigma_i})_j^* (e_{k_p, \sigma_p})_k \\ &\times t \cdot \text{sinc}[(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] \int_V \exp[(\omega_s + \omega_i - \omega_p) \cdot r] dr + H.C., \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

integrando en r

$$\begin{aligned} \int_0^t dt' \hat{\mathcal{H}}(t') &= \frac{Vt}{2\nu^{3/2}} \sum_{k_s, \sigma_s} \sum_{k_i, \sigma_i} \sum_{k_p, \sigma_p} g_{k_s, \sigma_s}^* g_{k_i, \sigma_i}^* g_{k_p, \sigma_p} a_{k_s, \sigma_s}^\dagger a_{k_i, \sigma_i}^\dagger a_{k_p, \sigma_p} \\ &\times \chi_{ijk} (e_{k_s, \sigma_s})_i^* (e_{k_i, \sigma_i})_j^* (e_{k_p, \sigma_p})_k \cdot \text{sinc}[(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] \\ &\times \exp[i(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] \prod_m \text{sinc}[(k_s + k_i - k_p)_m l_m/2] \\ &\times \exp[-i(k_s + k_i - k_p)_z l_z/2] + H.C., \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

donde $V = l_x \times l_y \times l_z$ y l_m es la dimensión del medio no lineal en la dirección m ($m = x, y, z$). Reemplazando B.17 en B.13 y considerando el estado inicial como el vacío

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= |vac\rangle + \frac{Vt}{2i\hbar\nu^{3/2}} \sum_{k_s, \sigma_s} \sum_{k_i, \sigma_i} \sum_{k_p, \sigma_p} g_{k_s, \sigma_s}^* g_{k_i, \sigma_i}^* g_{k_p, \sigma_p} v_p(k_p, \sigma_p) \chi_{ijk} \\ &\times (e_{k_s, \sigma_s})_i^* (e_{k_i, \sigma_i})_j^* (e_{k_p, \sigma_p})_k \cdot \text{sinc}[(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] \\ &\times \exp[(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] \prod_m \text{sinc}[(k_s + k_i - k_p)_m l_m/2] \\ &\times \exp[-i(k_s + k_i - k_p)_z l_z/2] |k_s, \sigma_s\rangle |k_s, \sigma_s\rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

donde $|k_s, \sigma_s\rangle |k_s, \sigma_s\rangle$ son los estados de Fock en los modos k_j y σ_j , $v(k_p, \sigma_p)$ es la amplitud clásica correspondiente a la componente (k_p, σ_p) del pump. Para llegar al estado final debemos tomar algunas aproximaciones.

- La tiempo de interacción es lo suficientemente largo, de modo que que el $\text{sinc}(\omega_s + \omega_i = \omega_p)$ es significativo solo cuando $\omega_s + \omega_i = \omega_p$.
- La dispersión de la frecuencia central es muy pequeña y esto es justificado por los filtros de frecuencia.
- El pump se propaga a través del eje Z y el cristal es lo suficientemente largo en los ejes X e Y para contener todo el perfil transversal.
- El pump solo contiene polarización extraordinaria.

Bajo estas aproximaciones podemos escribir el estado del proceso SPDC.

$$|\Psi\rangle = \sum_{\sigma_s, \sigma_i} \int d\omega_s \int d\omega_i \int dq_s \int dq_i \Phi_{\sigma_s, \sigma_i}(q_s, q_i, \omega_s, \omega_i) |q_s, \omega_s, \omega_s\rangle |q_i, \omega_i, \omega_i\rangle, \quad (\text{B.19})$$

la amplitud Φ es reducida

$$\Phi \approx C_{\sigma_s \sigma_i} G_s(\omega_s) G_i(\omega_i) \nu(q_s + q_i, \omega_s + \omega_i) \text{sinc}[(K_{sz} + K_{iz} - K_p z)L/2], \quad (\text{B.20})$$

donde $C_{\sigma_s \sigma_i}$ es la constante de acople la cual depende de la susceptibilidad no lineal. $G_s(\omega_s)$ y $G_i(\omega_i)$ son las funciones definidas por los filtros de interferencia ubicado en frente de los detectores.

Apéndice C

Caracterización de los sistemas para generar qudits

En esta sección se mostrará como se caracterizó los dispositivos del esquema experimental de los qudits entrelazados en camino. Se explicara desde las bases, lo que implica mostrar el paso a paso de la caracterización de los distintos elementos y sistemas para luego llegar al esquema final (Figura 4.1). La caracterización es fundamental para realizar en primera instancia el proceso de generación de segundo armónico (SHG) y luego el proceso SPDC. Mencionar que para ambos procesos se ocupo el mismo cristal no lineal PPLN.

C.0.1. Caracterización cristal no lineal PPLN tipo-0

El cristal no lineal PPLN ofrece una gran versatilidad por que cuenta con varios canales de generación de fotones en donde cada canal se diferencia por el *Poling*¹. El cristal tiene 9 canales y se selecciona según la necesidad del experimento. En este caso es un láser con un haz continuo de $773nm$ y los fotones generados son en $1546nm$ (Ver figura C.1).

¹Poling es una formación periódica de capas con distinto indice de refracción en un material birrifringente. Es importante esta formación para lograr las condiciones de QPM

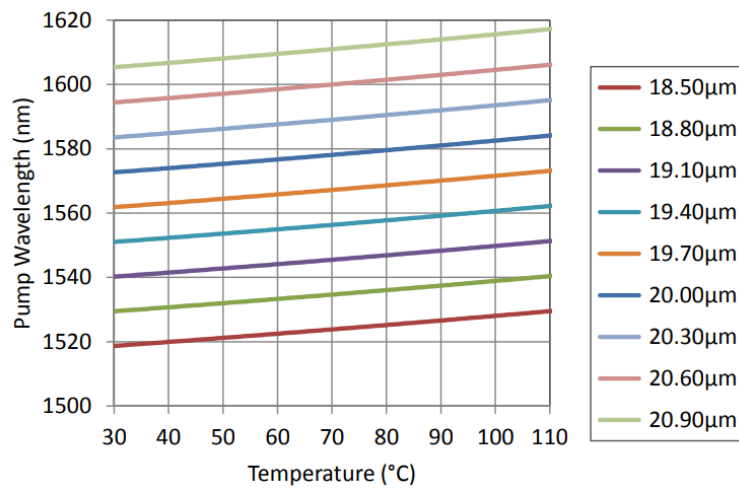


Figura C.1: Condiciones de generaciones del cristal de longitud de onda y temperatura por cada canal. Fuente: [Aquí](#).

En la figura C.1 cada lineal continua representa un canal diferente con su respectivo poling. Notar que el canal de $19,10\mu m$ (morado) es el que se utilizara. Seleccionado el canal correspondiente, se utilizó el mismo esquema mostrado en 4.1 con la diferencia de que no se ocupó MCF si no que fibras de un solo núcleo. El haz del láser de $1546nm$ bombardeó el cristal en el centro, esto para tener la condición óptima de generación, para luego acoplar los fotones generados en una segunda fibra que se conectó a un detector APD.

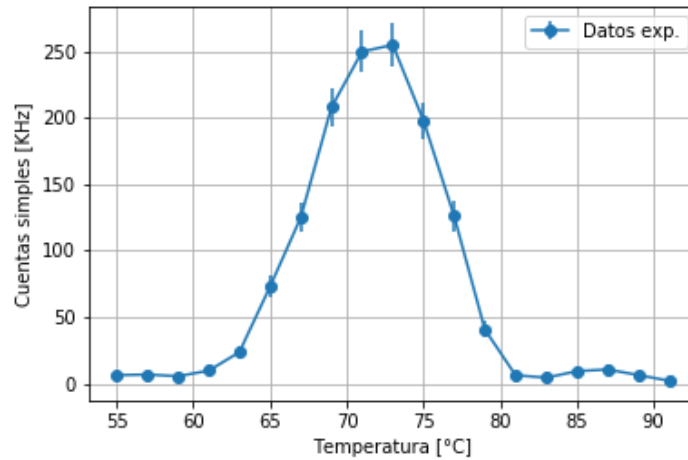


Figura C.2: Generación del proceso SHG del cristal no lineal PPLN según la temperatura. Fuente: Hecha por el autor.

En la figura C.2 se muestra la generación del cristal no lineal PPLN según la temperatura con un haz incidente de 1550 nm y detectando fotones generados con detector APD. El error calculado es Poissoniano debido a la distribución de los fotones. Lo siguiente fue estudiar la región de generación del canal. Mencionar que estas curvas son dependientes una de la otra por lo en el esquema, a través de las mismas cuentas, se busco el centro del cristal.

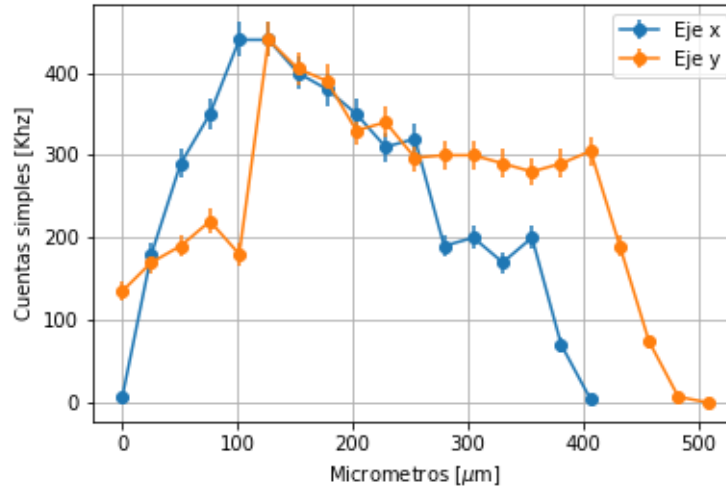


Figura C.3: Generación del proceso SHG en la sección transversal del canal seleccionado en el cristal no lineal PPLN. Fuente: Hecha por el autor.

En la figura C.3 se muestra la generación de fotones a través del proceso SHG en la sección transversal del canal seleccionado con un haz del pump incidente de 1550 nm y la salida conectado un detector APD. El error calculado es Poissoniano debido a la distribución de los fotones. Además, se obtuvo un ancho de cercano a las $500\mu\text{m}$ en el eje x y de $400\mu\text{m}$ en el y . El cristal muestra una buena región de generación recordando que por construcción la dimensión de cada canal es de $500 \times 500\mu\text{m}$.

C.0.2. Caracterización sistema de iluminación con BSs

Para lograr la iluminación del sistema se conectan tres BS en fibra. Los BS contienen dos fibras de un solo núcleo y monomodo para 1500 nm , que conectados como en la figura 4.1 se obtiene cuatro salidas. Además, se agrega un demultiplexador, esto permite manejar cada núcleo independientemente uno del otro. Agregar que el demultiplexador es un dispositivo para 1550 nm por eso la importancia de la caracterización en una longitud de onda diferente.

Se comenzó por el demultiplexador que fue caracterizado con un láser continuo de 773 nm en donde cada entrada se conecto directamente al láser para medir la potencia a la salida en cada núcleo.

Núcleo	P. de entrada [mW]	P. de salida [mW]	Transmisión (%)
1	17,3	14,36	86
2	17,5	14,63	84
3	17,5	14,52	83
4	17,45	15,95	91

Cuadro C.1: Caracterización de demultiplexador de 1550 nm con láser continuo de 773 nm

Lo siguiente fue caracterizar el sistema de 3 BSs conectados al láser de 773 nm para obtener las cuatro salidas y conectarlo al demultiplexador. El procedimiento fue realizar todas las combinaciones posibles de los BSs y ver en cual las salidas tuvieron mejor porcentaje de transmisión. Luego se conecto el láser de 773 nm a la entrada del primer BS con una potencia constante. Finalmente se midió la potencia en las 4 salidas.

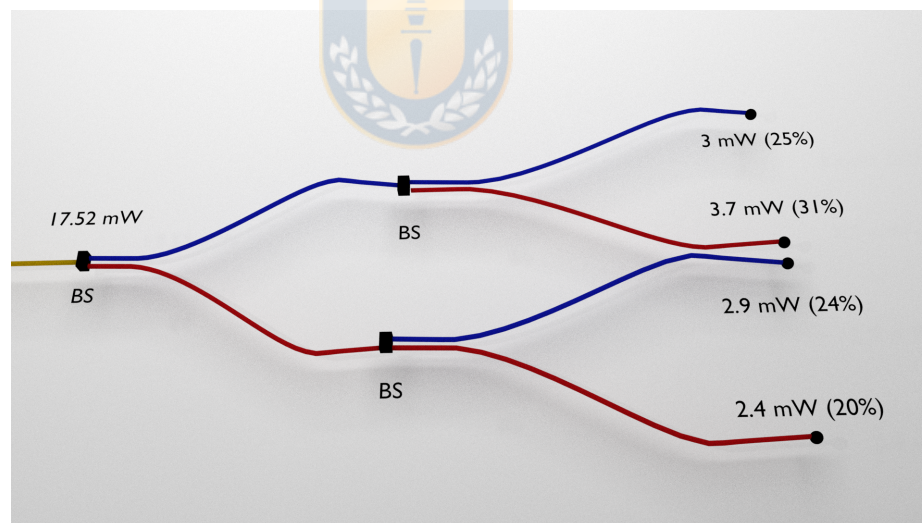


Figura C.4: Sistema de 3 BSs caracterizado con láser de 773 nm . Fuente: Hecha por el autor.

Para completar la caracterización se conecto el sistema de BSs al demultiplexador para ver la transmisión total del de este sistema. Se conecto el láser directo a cada canal por separado y se midió la potencia por su salida respectiva.

Núcleos	P. de Entrada [mW]	P. de salida del núcleo [mW]	Transmisión (%)
1	17,52	2,3	26
2	17,52	2,6	30
3	17,52	1,9	22
4	17,52	1,9	22

Cuadro C.2: Caracterización con láser $773nm$ del sistema de BSs unido al demultiplexador de 4 salidas

Con esta caracterización tenemos listo los sistemas para iluminar los cuatro núcleos de la MCF.

C.0.3. Caracterización de sistema de iluminación del cristal PPLN

Por último, con lo que a caracterización de sistemas respecta, se midió el porcentaje de acople de los sistemas de lentes que forman la imagen de los cuatro núcleos. Esto se realizó con MCF pero sin cristal PPLN. Para la caracterización del sistema de iluminación se utilizó el demultiplexador en la entrada y se conectó directamente al láser de $773 nm$. A continuación se revisó las cuatro salidas del sistema para ver la potencia que se acopla en el demultiplexador de salida, esto es muy importante porque podemos ratificar que nuestro sistema hace la imagen de los cuatro núcleos a la distancia que se ubicará el cristal. Luego tomar esa imagen como punto de partida para realizar el mismo proceso y hacer la imagen en la MCF de salida.

Entrada \ Salida	Núcleo 1	Núcleo 2	Núcleo 3	Núcleo 4
Núcleo 1	$200 \mu W$	$4 \mu W$	$0.110 \mu W$	$0.101 \mu W$
Núcleo 2	$1 \mu W$	$120 \mu W$	$0.49 \mu W$	$7 \mu W$
Núcleo 3	$0.2 \mu W$	$0.07 \mu W$	$225 \mu W$	$0.113 \mu W$
Núcleo 4	$0.06 \mu W$	$7 \mu W$	$0.142 \mu W$	$194 \mu W$

Cuadro C.3: Tabla resumen de la potencia de acople del sistema de iluminación del cristal PPLN con láser $773 nm$. Las 4 entradas y las 4 salidas corresponden a las 4 demultiplexadores del sistema.

Notar que los mayores acoples del sistema se encuentran en la diagonal de la tabla que son los núcleos de corresponde a los núcleos que hacen coincidencia. Además, la potencia es casi despreciable en las otras combinaciones lo que corrobora un buen sistema de imagen. Finalizando el proceso de caracterización se conecto al láser de $773nm$ el sistema de BSs, el demultiplexador de entrada, el sistema óptico y el demultiplexador de salida.

Núcleos	P. de entrada [mW]	P. de salida [μW]
Núcleo 1	17,11	38
Núcleo 2	17,11	22
Núcleo 3	17,11	23,5
Núcleo 4	17,11	21,5

Cuadro C.4: Tabla de transmisión de cada núcleo con el sistema completo conectado



Bibliografía

- [1] S. Gómez, A. Mattar, I. Machuca, E. S. Gómez, D. Cavalcanti, O. J. Farías, A. Acín y G. Lima, *Physical Review A* **99**, 3 (mar 2019).
- [2] G. Cañas, N. Vera, J. Cariñe, P. González, J. Cardenas, P. W. R. Connolly, A. Przysieszna, E. S. Gómez, M. Figueroa, G. Vallone, P. Villoresi, T. F. da Silva, G. B. Xavier y G. Lima, *Physical Review A* **96**, 2 (aug 2017).
- [3] D. J. Richardson, J. M. Fini y L. E. Nelson, *Nature Photonics* **7**, 5 (may 2013).
- [4] H. J. Lee, S.-K. Choi y H. S. Park, *Scientific Reports* **7**, 1 (dec 2017).
- [5] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel y H. Zbinden, *Reviews of Modern Physics* **74**, 1 (mar 2002).
- [6] S. P. Walborn, D. S. Lemelle, M. P. Almeida y P. H. Souto Ribeiro, *Physical Review Letters* **96**, 090501 (2006).
- [7] N. J. Cerf, M. Bourennane, A. Karlsson y N. Gisin, *Physical Review Letters* **88**, 12 (mar 2002).
- [8] B. P. Lanyon, M. Barbieri, M. P. Almeida, T. Jennewein, T. C. Ralph, K. J. Resch, G. J. Pryde, J. L. O'brien, A. Gilchrist y A. G. White, *Nature Physics* **5**, 134 (2008).
- [9] A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs y A. Zeilinger, *Nature* **412**, 6844 (apr 2001).
- [10] I. Marcikic, H. de Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, M. Legré y N. Gisin, *Physical Review Letters* **93**, 18 (oct 2004).

- [11] C. Schaeff, R. Polster, R. Lapkiewicz, R. Fickler, S. Ramelow y A. Zeilinger, *Optics Express* **20**, 15 (jul 2012).
- [12] J. S. Bell, *Physics Publishing* **1**, 3 (1964).
- [13] D. Mayers y A. Yao, arXiv:quant-ph/0307205v3 pág. 9 (2004).
- [14] S. Pironio, A. Acín, S. Massar, A. B. de la Giroday, D. N. Matsukevich, P. Maunz, S. Olmschenk, D. Hayes, L. Luo, T. A. Manning y C. Monroe, *Nature* **464**, 7291 (apr 2010).
- [15] A. Acín y L. Masanes, *Nature* **540**, 7632 (dec 2016).
- [16] J. Altepeter, E. Jeffrey y P. Kwiat (2005), págs. 105–159.
- [17] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu y F. Laloë, *Quantum mechanics* (Wiley, 2005).
- [18] B. Max Born, *Zeit. Phys* **37**, 863 (1926).
- [19] L. E. BALLENTINE, *Reviews of Modern Physics* **42**, 4 (oct 1970).
- [20] L. E. Ballentine, *Quantum Mechanics - A Modern Development - L. Ballentine.pdf* (1998).
- [21] J. J. Sakurai y J. Napolitano, *Modern quantum mechanics* (Addison-Wesley, 2011).
- [22] M. A. Nielsen y I. L. Chuang, *Quantum computation and quantum information* (Cambridge University Press, 2010).
- [23] E. Schrödinger, *Die Naturwissenschaften* **23**, 50 (dec 1935).
- [24] S. M. Lee, H. Kim, M. Cha y H. S. Moon, *Optics Express* **24**, 3 (feb 2016).
- [25] L. Neves, G. Lima, J. G. Aguirre Gómez, C. H. Monken, C. Saavedra y S. Pádua, *Physical Review Letters* **94**, 10 (mar 2005).
- [26] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko y Y. Shih, *Physical Review Letters* **75**, 24 (dec 1995).

- [27] A. Rossi, G. Vallone, A. Chiuri, F. De Martini y P. Mataloni, *Physical Review Letters* **102**, 15 (apr 2009).
- [28] M. N. O'Sullivan-Hale, I. Ali Khan, R. W. Boyd y J. C. Howell, *Physical Review Letters* **94**, 22 (jun 2005).
- [29] J. J. J. Sakurai y S. F. Tuan, *Modern quantum mechanics* (Addison-Wesley Pub. Co, 1994).
- [30] A. Peres, en *Quantum Theory: Concepts and Methods* (Springer Netherlands, Dordrecht, 2002), págs. 3–23.
- [31] R. F. Werner, *Physical Review A* **40**, 8 (oct 1989).
- [32] D. Bouwmeester y A. Zeilinger, en *The Physics of Quantum Information* (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2000), págs. 1–14.
- [33] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres y W. K. Wootters, *Physical Review Letters* **70**, 13 (mar 1993).
- [34] K. Edamatsu, *Japanese Journal of Applied Physics* **46**, 11 (nov 2007).
- [35] R. Jozsa, *Journal of Modern Optics* **41**, 12 (dec 1994).
- [36] A. Einstein, B. Podolsky y N. Rosen, *Physical Review* **47**, 10 (may 1935).
- [37] N. Brunner, D. Cavalcanti, S. Pironio, V. Scarani y S. Wehner, *Reviews of Modern Physics* **86**, 2 (apr 2014).
- [38] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony y R. A. Holt, *Physical Review Letters* **23**, 15 (oct 1969).
- [39] D. C. Burnham y D. L. Weinberg, *Physical Review Letters* **25**, 2 (jul 1970).
- [40] S. Friberg, C. K. Hong y L. Mandel, *Physical Review Letters* **54**, 18 (may 1985).
- [41] C. K. Hong y L. Mandel, *Physical Review A* **31**, 4 (apr 1985).

- [42] B. E. A. Saleh y M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*. (Wiley, 2013).
- [43] S. Walborn, C. Monken, S. Pádua y P. Souto Ribeiro, *Physics Reports* **495**, 4-5 (oct 2010).
- [44] E. S. Gómez, G. Cañas, E. Acuña, W. A. T. Nogueira y G. Lima, *Physical Review A* **91**, 1 (jan 2015).
- [45] E. S. Gómez, P. Riquelme, M. A. Solís-Prosser, P. González, E. Ortega, G. B. Xavier y G. Lima, *Optics Express* **26**, 11 (may 2018).
- [46] S. Gómez, A. Mattar, E. S. Gómez, D. Cavalcanti, O. J. Farías, A. Acín y G. Lima, *Physical Review A* **97**, 4 (apr 2018).
- [47] E. S. Gómez, S. Gómez, P. González, G. Cañas, J. F. Barra, A. Delgado, G. B. Xavier, A. Cabello, M. Kleinmann, T. Vértesi y G. Lima, *Physical Review Letters* **117**, 26 (dec 2016).
- [48] F. Steinlechner, M. Gilaberte, M. Jofre, T. Scheidl, J. P. Torres, V. Pruneri y R. Ursin, *Journal of the Optical Society of America B* **31**, 9 (sep 2014).
- [49] T. Suhara, *Laser & Photonics Review* **3**, 4 (jul 2009).
- [50] A. Acín, S. Massar y S. Pironio, *Physical Review Letters* **108**, 10 (mar 2012).
- [51] T. H. Yang y M. Navascués, *Robust Self Testing of Unknown Quantum Systems into Any Entangled Two-Qubit States*, *Inf. téc.* (2013).
- [52] T. Kim, M. Fiorentino y F. N. C. Wong, *Physical Review A* **73**, 1 (jan 2006).
- [53] A. Fedrizzi, T. Herbst, A. Poppe, T. Jennewein y A. Zeilinger, *Optics Express* **15**, 23 (2007).
- [54] P. H. Jeffrey Shapiro, F. N. C Wong, M. Fiorentino, D. A. Kolker Graduate Students Marius Albota, B. I. Erkmen, S. Guha, T. Kim, C. E. Kuklewicz, O. Kuzucu, D. Lashkari, M. Razavi, D. Venkatraman y M. A. Albota, Chapter

39. Optical and Quantum Communications, Inf. téc. , RLE Group Optical and Quantum Communications Group Academic (2007).
- [55] A. Salles, F. de Melo, M. P. Almeida, M. Hor-Meyll, S. P. Walborn, P. H. Souto Ribeiro y L. Davidovich, *Physical Review A* **78**, 2 (aug 2008).
- [56] S. P. Walborn, P. H. Souto Ribeiro, L. Davidovich, F. Mintert y A. Buchleitner, *Nature* **440**, 7087 (apr 2006).
- [57] D. Ljunggren y M. Tengner, *Physical Review A* **72**, 6 (dec 2005).
- [58] J.-D. Bancal, L. Sheridan y V. Scarani, *New Journal of Physics* **16**, 3 (mar 2014).
- [59] O. Nieto-Silleras, S. Pironio y J. Silman, arXiv:1309.3930v4 (2014).
- [60] K. Banaszek, M. Cramer y D. Gross, *New Journal of Physics* **15**, 12 (dec 2013).
- [61] D. Collins y N. Gisin, *J. Phys. A: Math. Gen* **37**, 1775 (2004).
- [62] P. Bierhorst, E. Knill, S. Glancy, Y. Zhang, A. Mink, S. Jordan, A. Rommal, Y.-K. Liu, B. Christensen, S. W. Nam, M. J. Stevens y L. K. Shalm, *Nature* **556**, 7700 (apr 2018).
- [63] B. G. Christensen, K. T. McCusker, J. B. Altepeter, B. Calkins, T. Gerrits, A. E. Lita, A. Miller, L. K. Shalm, Y. Zhang, S. W. Nam, N. Brunner, C. C. W. Lim, N. Gisin y P. G. Kwiat, *Physical Review Letters* **111**, 13 (sep 2013).
- [64] Y. L. Lim y A. Beige, *Physical Review A* **71**, 6 (jun 2005).
- [65] S. Etcheverry, G. Cañas, E. S. Gómez, W. A. T. Nogueira, C. Saavedra, G. B. Xavier y G. Lima, *Scientific Reports* **3** (2013).
- [66] V. D'Ambrosio, F. Bisesto, F. Sciarrino, J. F. Barra, G. Lima y A. Cabello, *Physical Review Letters* **112**, 14 (apr 2014).
- [67] Z.-S. Yuan, X.-H. Bao, C.-Y. Lu, J. Zhang, C.-Z. Peng y J.-W. Pan, *Physics Reports* **497**, 1 (dec 2010).

- [68] T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe y J. L. O'Brien, Nature **464**, 7285 (mar 2010).
- [69] A. K. Ekert, Physical Review Letters **67**, 6 (aug 1991).
- [70] M. Żukowski, A. Zeilinger, M. A. Horne y A. K. Ekert, Physical Review Letters **71**, 26 (dec 1993).
- [71] L. Vaidman, Physical Review A **49**, 2 (feb 1994).
- [72] A. Vaziri, G. Weihs y A. Zeilinger, Physical Review Letters **89**, 24 (nov 2002).
- [73] A. C. Dada, J. Leach, G. S. Buller, M. J. Padgett y E. Andersson, Nature Physics **7**, 9 (sep 2011).

