



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA



**MODELACIÓN DEM DEL MINERAL DE COBRE EN LA TOLVA DEL
CAMIÓN MINERO CAT 797F**

POR

Marcos Sebastian Paredes Gallardo

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para
optar al título profesional de Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guía:
Dr. Ing. Manuel Moncada Merino.

Agosto 2025
Concepción (Chile)

© 2025 Marcos Sebastián Paredes Gallardo

© 2025 Marcos Sebastián Paredes Gallardo

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o
procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mi pareja, por siempre impulsarme y creer en mí, a mis padres, por comprenderme y animarme a seguir luchando, a mi familia en general, por su cercanía, compañía constante y preocupación durante todos mis años universitarios. También debo mostrar mi gratitud con todos aquellos amigos y compañeros con los cuales compartí parte de este proceso, los cuales llenaron de buenas experiencia y gratos momentos el transito hacia la vida profesional.

Agradezco a Manuel Moncada, por su apoyo, consejos, ya que, gracias a él es que pude rencontrar el camino que muchas veces perdí.

Resumen

El transporte de mineral en la minería a cielo abierto es un componente crítico y costoso del ciclo productivo. Los camiones mineros de gran tonelaje, como el CAT 797F, operan bajo condiciones dinámicas severas, incluyendo impactos sobre la tolva durante la carga, además de vibraciones que repercuten en el chasis dado el terreno irregular, lo que puede comprometer su integridad estructural y vida útil. La caracterización precisa de estas cargas dinámicas es fundamental para optimizar el diseño de los vehículos e implementar estrategias de mantenimiento predictivo. Este estudio aborda la necesidad de cuantificar los esfuerzos transmitidos a la estructura del camión, sentando las bases para un análisis estructural más robusto.

Para analizar la dinámica del mineral, se empleó el Método de Elementos Discretos a través del software Rocky DEM 4. Se importó a Rocky DEM un modelo CAD detallado de la tolva del camión CAT 797F, para el proceso de simulado se consideran parámetros cruciales como la granulometría de las partículas, el coeficiente de rodadura calibrado, y las condiciones operativas de vibración (amplitud y frecuencia) y pendientes (subida y bajada). La metodología de post-procesado, implementada mediante un código en MATLAB R2018b, fue esencial para extraer las fuerzas y momentos generados por el mineral en la tolva y, mediante una simplificación a un modelo 2D de cuerpo rígido, calcular las reacciones localizadas en los puntos de apoyo del camión (cilindros hidráulicos A y B). Este enfoque permitió traducir las cargas dinámicas complejas en datos aplicables para futuros análisis estructurales detallados con el Método de Elementos Finitos (FEM).

Los resultados de la simulación revelaron la naturaleza dinámica y la magnitud de las fuerzas transmitidas a los apoyos de la tolva en las distintas fases operativas. Durante la carga, las reacciones verticales pico alcanzaron hasta 2099 kN en el apoyo Ay, siendo ligeramente mayores el caso sin barrido de material. En el movimiento horizontal, la amplitud de vibración de 0.01433 m resultó ser el caso más crítico, con reacciones verticales pico en Ay de 3611 kN y factores de amplificación de hasta 3.887 en el apoyo A, indicando una amplificación dinámica significativa. Para movimientos en bajada y subida, se observaron amplificaciones aún mayores en el apoyo B, alcanzando factores de hasta 7.59 y 7.40 respectivamente, lo que subraya la alta exigencia dinámica en este punto. La descarga, al ser un proceso más controlado, mostró fuerzas y momentos menos abruptos. En conclusión, el modelo DEM y la metodología de post-procesado demostraron ser herramientas efectivas para predecir y cuantificar las cargas dinámicas.

Abstract

The transport of ore in open-pit mining is a critical and costly component of the production cycle. Large-tonnage mining trucks, such as the CAT 797F, operate under severe dynamic conditions, including impacts during loading and vibrations from irregular terrain, which can compromise their structural integrity and service life. Accurate characterization of these dynamic loads is fundamental for optimizing vehicle design and implementing predictive maintenance strategies. This study addresses the need to quantify the stresses transmitted to the truck's structure, laying the groundwork for a more robust structural analysis.

To analyze the ore's dynamics, the Discrete Element Method (DEM) was employed using Rocky DEM 4 software. A detailed CAD model of the CAT 797F truck's dump body was imported into Rocky DEM, and crucial parameters such as particle size distribution, calibrated rolling friction coefficient, and operational conditions of vibration (amplitude and frequency) and slopes (uphill and downhill) were considered for the simulation process. The post-processing methodology, implemented via a MATLAB R2018b code, was essential for extracting the forces and moments generated by the ore in the dump body. Through a simplification to a 2D rigid body model, it was possible to calculate the localized reactions at the truck's support points (hydraulic cylinders A and B). This approach allowed for translating complex dynamic loads into data applicable for future detailed structural analyses using the Finite Element Method (FEM).

The simulation results revealed the dynamic nature and magnitude of the forces transmitted to the dump body supports during different operational phases. During loading, peak vertical reactions reached up to 2099 kN at support Ay, with the case of no material spreading showing slightly higher values. In horizontal movement, a vibration amplitude of 0.01433 m proved to be the most critical case, with peak vertical reactions at Ay of 3611 kN and amplification factors up to 3.887 at support A, indicating significant dynamic amplification. For downhill and uphill movements, even greater amplifications were observed at support B, reaching factors of up to 7.59 and 7.40 respectively, which underscores the high dynamic demand at this point. Unloading, being a more controlled process, showed less abrupt forces and moments. In conclusion, the DEM model and the post-processing methodology proved to be effective tools for predicting and quantifying dynamic loads.

Tabla de Contenidos

Tabla de Contenidos	iii
Lista de Tablas	iv
Lista de Figuras	v
1 CAPÍTULO 1	1
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Hipótesis	3
2 CAPÍTULO 3	4
3.1 Ciclo de transporte	4
3.2 Parámetros de tamaño camión CAT 797F	5
3.3 Parámetros de operación camión CAT 797F	7
4 CAPÍTULO 4	10
4.1 Definición de DEM	10
5 CAPÍTULO 5	21
5.2 Parámetros de vibración	27
5.3 Planos inclinados	29
5.4 Método de post-procesado	30
6 CAPÍTULO 6: Resultados	35
6.1 Carga	35
6.2 Movimiento	39
6.3 Descarga	52
7 CAPÍTULO 7: Conclusiones	55
Trabajos Futuros	57
Referencias	58
8 Anexo A:	60
8.1 Definición FEM	60
Anexo B:	66

Lista de Tablas

Tabla 1: Dimensiones camión Caterpillar 797F.....	6
Tabla 2: Parámetros del modelo de contacto. (Fuente [16])	22
Tabla 3: Propiedades de los materiales	23
Tabla 4: Resultado de amplitudes máximas por aceleración RMS	29
Tabla 5: Valores que adquiere la aceleración de gravedad para distintas inclinaciones.....	30
Tabla 6: Resultados peak y promedio en las reacciones para los casos de carga con y sin barrido ..	39
Tabla 7: Resultados de reacción peak y promedio en los apoyos A y B, factor de amplificación de la carga en A y B para los casos de movimiento horizontal.	46
Tabla 8: Tabla resumen con los valores peak de reacción, reacciones promedio por componente y factor de amplificación promedio para cada caso de bajada	51
Tabla 9: Tabla resumen con los valores peak de reacción, reacciones promedio por componente y factor de amplificación promedio para cada caso de subida	52

Lista de Figuras

Figura 2.1: Esquema de una mina a cielo abierto (Fuente: [15])	4
Figura 2.2: Ciclo de transporte de mineral (Fuente: Elaboración propia).....	5
Figura 2.3. Cotas para el dimensionamiento del camión Caterpillar 797F (Fuente: [16]).....	6
Figura 2.4. Pala de cable Bucyrus 495 HR2 cargando mineral a camión CAT 793C.	7
Figura 2.5. (a) Transporte de mineral por el camión CAT 797F hacia la zona de descarga. (b) Regreso del camión CAT 797F vacío al punto de carga.	8
Figura 2.6. Camión CAT 797F descargando mineral con la tolva elevada a 45°.	9
Figura 4.1. Modelo de contacto entre esferas.....	11
Figura 4.2. Modelo de contacto entre esfera y pared.	12
Figura 4.3. Etapas de detección de contacto en el algoritmo de Rocky.....	16
Figura 4.4. Región de vecindad de una partícula en Rocky. [Fuente: Rocky DEM (2020)]	16
Figura 4.5. Detección de contacto entre partículas poliédricas. [Fuente: Rocky DEM (2020)]	17
Figura 5.1 Camión CAT 797F. (Fuente: [7])	21
Figura 5.2 Modelo CAD de tolva de camión CAT 797F utilizado en Rocky DEM.	22
Figura 5.3. Forma de la partícula para el cobre.....	23
Figura 5.4. Granulometría de alimentación de la tolva.	24
Figura 5.5. Ángulo de reposo del mineral en la simulación.....	25
Figura 5.6. Ángulo de reposo del mineral en faena.	25
Figura 5.7. Alimentación tolva de camión.	26
Figura 5.8. Masa acumulada para el proceso de carga.....	27
Figura 5.9 Amplitud de vibración obtenida a partir de la ecuación 5.4.	29
Figura 5.10. Representación esquemática del vector distancia desde el centro de coordenadas en Rocky DEM hasta el centro de masa y cada uno de los apoyos de la tolva.....	31
Figura 5.11. Diagrama de cuerpo libre de la tolva del camión, considerando simetría en la distribución de la carga.....	32
Figura 5.12 Diagrama de cuerpo libre de la tolva del camión, considerando una inclinación simulando una bajada.....	33
Figura 6.1 Captura de pantalla de la simulación de la carga por medio de una pala en un t=16.3s mostrando una vista posterior del proceso. La cantidad de partículas corresponden al segundo vertido de material.	35

Figura 6.2. Gráfico de la sumatoria de fuerzas de reacción entregado por Matlab a lo largo del proceso de carga con barrido de material.	37
Figura 6.3 Gráfico de la sumatoria de fuerzas de reacción entregado por Matlab a lo largo del proceso de carga sin barrido de material.	37
Figura 6.4 Distribución del mineral sobre la tolva (a) plano horizontal (b) plano subida (c) plano bajada.	40
Figura 6.5 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.00358 [m]	42
Figura 6.6 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.00716 [m]	42
Figura 6.7 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.01075 [m]	43
Figura 6.8 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.01433 [m]	43
Figura 6.9 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.01791 [m]	44
Figura 6.10 Gráficos de reacciones en bajada para un ángulo de inclinación $\theta=2.9^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.	47
Figura 6.11 Gráficos de reacciones en bajada para un ángulo de inclinación $\theta=5.7^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.	48
Figura 6.12 Gráficos de reacciones en subida para un ángulo de inclinación $\theta=180-2.9^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.	49
Figura 6.13 Gráficos de reacciones en subida para un ángulo de inclinación $\theta=180-5.7^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.	49
Figura 6.14 Capturas de la simulación DEM para la descarga de mineral con las partículas de colores representando diferentes tamaños. (a) Descarga para $t = 11$ s, (b) descarga para $t = 12.85$ s, (c) descarga para $t = 18.05$ s	53
Figura 6.15 Fuerzas en la dirección de los ejes (x, y, z) ubicada en el centro de coordenadas para el caso de descarga de mineral	53
Figura 6.16 Momentos en la dirección de los ejes (x, y, z) ubicada en el centro de coordenadas para el caso de descarga de mineral	54
Figura 8.1. Ejemplo de mallado en Ansys Mechanical.	62
Figura 8.2 Ejemplo de mallado Ansys Workbench.	62
Figura 9.1 Fuerzas obtenidas de Rocky DEM para los casos de carga a) sin barrido, b) con barrido.	66
Figura 9.2 Momentos obtenidos desde Rocky DEM para el caso de carga con barrido.	67

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Introducción

En la industria de la minería del cobre a cielo abierto, el transporte de mineral representa uno de los procesos más críticos dentro del ciclo productivo. Este proceso, ejecutado comúnmente mediante el sistema pala-camión, no solo determina la tasa de producción de la mina, sino que también constituye uno de los principales costos operacionales, representando entre un 50% y un 60% del total [1-3]. Esto ha incentivado una continua búsqueda por mejorar el rendimiento de esta etapa, optimizando tanto la logística como el diseño estructural de los equipos involucrados.

Particularmente, los camiones mineros de gran tonelaje como el CAT 797F son componentes esenciales en el transporte de mineral, destacando por su capacidad de carga de hasta 400 toneladas y su robustez estructural para operar en entornos altamente exigentes [4-5]. Sin embargo, durante la operación, estos vehículos están expuestos a condiciones dinámicas severas, generadas principalmente por el impacto del material durante el proceso de carga, así como también a vibraciones debido al terreno irregular, aceleraciones bruscas y frenado. Este fenómeno ha sido objeto de estudio en los últimos años, ya que puede inducir esfuerzos mecánicos importantes sobre diversos componentes del camión, disminuyendo su vida útil y aumentando el riesgo de falla estructural [6-7].

La caracterización de estas cargas dinámicas ha sido abordada con éxito mediante simulaciones numéricas, particularmente utilizando el Método de Elementos Discretos (DEM), el cual permite modelar con precisión el comportamiento del material granular durante el proceso de descarga [8], [9]. Este método es capaz de capturar las interacciones partícula-partícula y partícula-pared, lo que lo hace idóneo para evaluar fuerzas de impacto generadas en el interior de la tolva del camión [10].

Complementariamente, el análisis estructural del chasis bajo estas condiciones de carga puede realizarse mediante el Método de Elementos Finitos (FEM), lo que permite cuantificar tensiones y deformaciones inducidas por las fuerzas obtenidas desde DEM [11]. Estudios recientes han implementado esta metodología acoplada DEM-FEM para simular el comportamiento transitorio de camiones mineros durante el proceso de carga, logrando identificar zonas críticas de concentración de esfuerzos y evaluar la influencia de parámetros operacionales como la altura de caída del material o el tipo de mineral transportado [12].

Bajo este contexto y de acuerdo con la bibliografía, se han llevado a cabo múltiples investigaciones con el fin de comprender la diversidad de fenómenos relacionados a este proceso. Soo-Ho Lee et al. [13] centró su estudio a investigar los componentes de suspensión de las cabinas en vehículos

comerciales pesados prestando especial atención tanto al diseño mecánico como al impacto de la tasa de amortiguación en condiciones dinámicas. Para ello, se emplean modelos de dinámica multicuerpo (MBD) y el método de Elementos Finitos para analizar la vida útil y el rendimiento de estos sistemas, destacando la escasez de investigaciones previas sobre la influencia de la amortiguación en la propensión a fallar de dichos componentes. Los hallazgos revelan que la tasa de amortiguación ejerce un efecto significativo en la tendencia a la falla del brazo oscilante de la suspensión de la cabina; una reducción del 50% en esta tasa, por ejemplo, puede incrementar notablemente los valores de daño bajo cargas dinámicas. Contrariamente, un aumento en la tasa de amortiguación tiene el potencial de disminuir la tendencia a fallar, pudiendo incluso prolongar la vida útil del componente hasta considerarse infinita bajo ciertas condiciones. Zheng, S et al. [14] abordó el problema de la aparición de grietas en el marco original de un vehículo, atribuibles a dos factores principales, la complejidad y magnitud de las cargas de interacción entre el marco y el RSFLS (Rear Suspension Front Leaf Spring), y un diseño inadecuado de dicha zona del marco. El RSFLS, como componente crucial del sistema de suspensión, es el punto de conexión del resorte de hoja al marco, vital para la transferencia de cargas y la estabilidad vehicular. Para mitigar esta problemática, se propusieron mejoras que incluyeron la modificación de la sección del marco para incrementar su resistencia a la flexión, la alteración de las aberturas para garantizar una interfaz ininterrumpida, y el ensanchamiento del RSFLS con el fin de reducir el momento de flexión. La efectividad de estas mejoras fue validada a través de análisis de elementos finitos y corroborada mediante rigurosas pruebas estáticas y dinámicas.

En este contexto, el presente trabajo busca analizar los efectos dinámicos generados por la carga, diferentes formas de vibración debido al traslado y descarga de mineral en un camión minero CAT 797F utilizando simulaciones DEM en el software Rocky DEM 4.4, posteriormente, mediante la aplicación de modelos físicos de la tolva, lograr obtener la influencia de las cargas en puntos clave, los cuales se transmiten directamente hacia el chasis del camión. Este enfoque busca aportar evidencia cuantitativa sobre las fuerzas generadas en la estructura del camión, con el objetivo de apoyar estrategias de diseño más robustas, mantenimiento predictivo y mayor disponibilidad operativa del equipo.

1.2 Objetivos

Se presentan los objetivos generales y luego los objetivos específicos, que simbolizan un paso a paso para llegar a los resultados generales.

1.2.1 Objetivos generales

Calcular las cargas dinámicas sobre el chasis del camión minero CAT 797F mediante el método de elementos discretos.

1.2.2 Objetivos específicos

OE1: Proponer un modelo DEM de la tolva de un camión minero CAT 797F.

OE2: Calcular las cargas que se transmiten de la tolva hacia el chasis.

1.3 Hipótesis

Hip 1: El método de elementos discretos permite modelar las cargas dinámicas que soporta el camión minero CAAT 797F.

Hip 2: El post-procesado mediante software de programación permite obtener reacciones en puntos clave de la tolva.

CAPÍTULO 3

Proceso de transporte de mineral

3.1 Ciclo de transporte

La minería a cielo abierto es el método de minería más común en todo el mundo, consiste principalmente en la remoción de la capa superficial del suelo, caracterizándose por la extracción de mineral en fase-bancos, como se muestra en la Figura 2.1, en donde se ejemplifica como cambia la topografía del lugar debido a la extracción de grandes volúmenes de material mediante el uso de excavadoras, generando así múltiples bermas de trabajo, lugar donde se coloca la maquinaria que continuará extrayendo material hasta encontrar el mineral de interés. En la Figura 2.2 se ejemplifica el proceso de transporte de mineral, en donde, en primera instancia se carga el camión gracias a la acción de un equipo de carguío (pala eléctrica, cargador frontal u otro), luego este se moviliza hasta el sector de descarga designado (botadero, stock, chancador u otro). Una vez se finaliza el proceso de descarga, el equipo vuelve a posicionarse en la zona de carga, para dar a luz un nuevo ciclo.

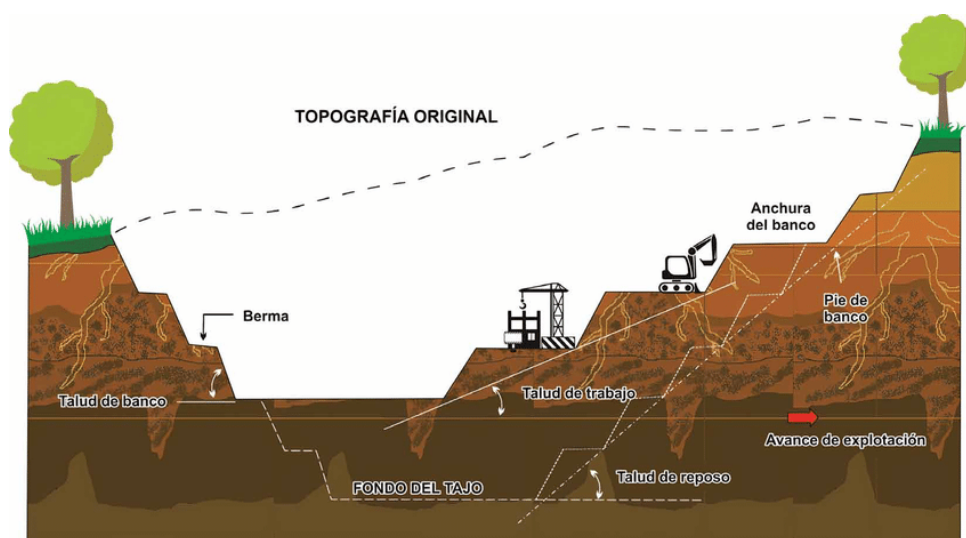


Figura 2.1: Esquema de una mina a cielo abierto (Fuente: [15])

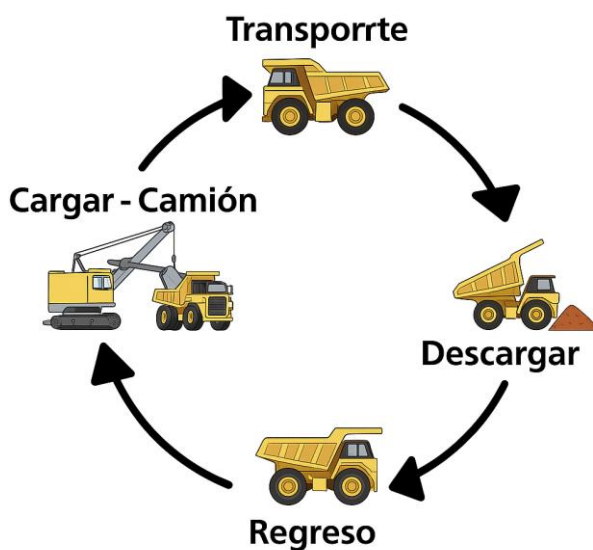


Figura 2.2: Ciclo de transporte de mineral (Fuente: Elaboración propia)

3.2 Parámetros de tamaño camión CAT 797F

Las últimas tendencias con respecto al uso de camiones apuntan hacia abarcar la mayor capacidad de carga posible y poseer cada vez mayor autonomía, por lo que en el presente proyecto se analizará un camión Caterpillar 797F, cuya carga objetiva nominal es de 400 toneladas EE. UU. o 363 toneladas métricas. Según el catálogo de dicho camión, este posee las dimensiones que se presentan en la Tabla 1, las cuales serán de utilidad para establecer el modelo de estudio, destacando la altura de carga igual a 6.99 metros, la longitud total e interior de la caja, siendo 14.804 y 9.976 metros, respectivamente, y el ancho interior y exterior de la caja, de 8.513 y 9.755 metros.

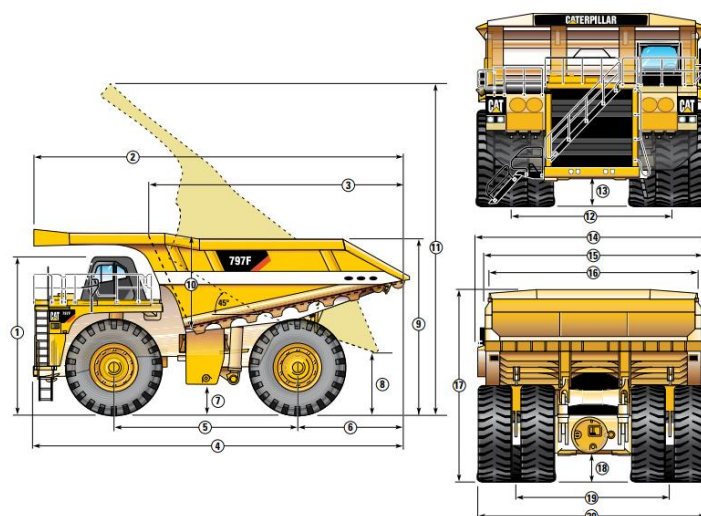


Figura 2.3. Cotas para el dimensionamiento del camión Caterpillar 797F (Fuente: [16])

Tabla 1: Dimensiones camión Caterpillar 797F

N°	Ítem	Longitud
1	Altura hasta la parte superior de la ROPS: vacío	6526 mm
2	Longitud total de la caja	14804 mm
3	Longitud interior de la caja	9976 mm
4	Longitud total	15080 mm
5	Distancia entre ejes	7195 mm
6	Eje trasero a la cola	3944 mm
7	Espacio libre sobre el suelo con carga	786 mm
8	Espacio libre de descarga	2017 mm
9	Altura de carga: vacío	6998 mm
10	Profundidad interior de la caja: máxima	3363 mm
11	Altura total: caja levantada	15701 mm
12	Ancho de neumático delantero de la línea de centro	6534 mm
13	Espacio libre del protector del motor: cargado	1025 mm
14	Ancho exterior de la caja	9755 mm
15	Ancho total del techo	9116 mm
16	Ancho interior de la caja	8513 mm
17	Altura del techo delantero: vacío	7709 mm
18	Espacio libre del eje trasero: cargado	947 mm
19	Ancho del neumático doble trasero de la línea de centro	6233 mm
20	Ancho total entre neumáticos	9529 mm

3.3 Parámetros de operación camión CAT 797F

3.3.1 Carga

El primer paso para iniciar el ciclo de transporte en faenas mineras es cargar el material dentro de la caja del camión, Figura 2.4, generalmente esto se realiza utilizando palas eléctricas o cargadores frontales de gran capacidad. El tiempo de carga puede variar dependiendo del equipo utilizado y la eficiencia operativa, pero típicamente se estima entre 3 a 5 minutos.

Como se mencionó anteriormente, la tendencia en minería busca abarcar la mayor capacidad de carga posible, con el fin de generar mayor autonomía, es por ello que, al utilizar camiones de gran capacidad, se necesita cargarlos de forma rápida para así agilizar el proceso. Como consecuencia se implementan a su vez, palas de carga de mayor tonelaje, como los son la Pala de cable Bucyrus 495 HR2 o la pala Komatsu P&H 4100XPC, ambas con capacidad de 100 toneladas métricas.



Figura 2.4. Pala de cable Bucyrus 495 HR2 cargando mineral a camión CAT 793C.

3.3.2 Transporte

El ciclo completo de acarreo contempla el trayecto de ida con la carga desde el punto de carguío del mineral, Figura 2.5, hasta el sitio de descarga, seguido del retorno en vacío hasta la zona inicial de carga, Figura 2.6. El tiempo de transporte con carga oscila entre 7 y 15 minutos, dependiendo

de la distancia y de las condiciones del camino, y al considerar el trayecto de retorno el ciclo completo varía entre 15 a 30 minutos. Durante este trayecto el camión está sometido a condiciones operativas exigentes tales como impactos y vibraciones que son generadas por las irregularidades del terreno, pendientes que pueden influir en la distribución de la carga ocasionando variaciones de presión en ciertas zonas del camión.

En Chile, el diseño de caminos mineros está regulado por estándares impuestos por el SERNAGIOMIN (Servicio Nacional de Geología y Minería), donde se recomienda una pendiente longitudinal máxima del 10%, un ancho de calzada suficiente para tránsito bidireccional y radios de curvatura adecuados a la velocidad de operación, lo anterior establecido, además, en el Decreto Supremo 132, en su artículo 613e [17].

(a)



(b)



Figura 2.5. (a) Transporte de mineral por el camión CAT 797F hacia la zona de descarga. (b) Regreso del camión CAT 797F vacío al punto de carga.

3.3.3 Descarga

La descarga se realiza mediante un sistema de cilindros hidráulicos gemelos que elevan la caja. El proceder típico contempla la elevación de la caja hasta un ángulo de 45° con respecto al piso, esto permite generar una pendiente suficiente para el deslizamiento del mineral, figura 2.6. Comúnmente la elevación de la caja junto al vertido de mineral demora alrededor de 25 segundos.



Figura 2.6. Camión CAT 797F descargando mineral con la tolva elevada a 45°.

CAPÍTULO 4

Métodos computacionales

En este capítulo se establecen las bases teóricas y definiciones importantes sobre las leyes que rigen los métodos utilizados en el desarrollo del proyecto, las cuales son esenciales para la correcta comprensión del trabajo.

4.1 Definición de DEM

El método de elementos discretos (DEM) es un método numérico que mediante simulación pretende predecir el comportamiento de sólidos a granel. El método DEM no utiliza mallas y no resuelve ecuaciones de movimiento del continuo, sino que se integran numéricamente las ecuaciones del movimiento de Newton de cada partícula en función del tiempo, así, para cada paso de tiempo se aplican las ecuaciones del movimiento de Newton y las nuevas posiciones de las partículas son calculadas y actualizadas para el siguiente instante temporal. Como este proceso se repite, puede caracterizar la interacción de las partículas dentro de un sistema.

Para agilizar el proceso de simulación en DEM es común que se utilicen partículas esféricas, ya que, logran entregar resultados cercanos a los experimentales y poseen un bajo costo computacional. Algunos autores proponen que una correcta forma en la representación de las partículas es fundamental para la correcta modelación de transporte, mezcla y fluidización [14], para ello se debe modelar las partículas como poliedros, cubos, elipsoides, multiesferas entre otros.

Cada partícula se monitorea siguiendo un enfoque Lagrangiano teniendo la ecuación de movimiento para cada partícula i :

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = m_i g \sum_{j=1}^N F_{ij} \quad (4.1)$$

$$I_i \frac{dw_i}{dt} = \sum_{j=1}^N M_{ij} \quad (4.2)$$

Donde m_i es la masa de la partícula, v_i es su velocidad, F_{ij} es la fuerza de contacto que ejerce j sobre i , I_i es la inercia de la partícula, w_i es la velocidad de rotación y M_{ij} es el momento de contacto.

En donde las fuerzas F_{ij} y momentos M_{ij} pueden tener los siguientes orígenes:

- Fuerzas de contacto entre partículas o partícula-pared.

- Fuerzas electroestáticas o magnéticas.
- Fuerzas de cohesión.
- Fuerzas de arrastre (CFD-DEM)

4.1.1 Modelos de contacto

Los modelos de contacto sirven para calcular las fuerzas de contacto entre partículas y entre pared-partícula. Existen diversos modelos de contacto para calcular tanto fuerzas normales como tangenciales, este estudio se simula a partir de los modelos expuestos en los puntos 4.1.2 y 4.1.3.

El Método de Elementos Discretos emplea el enfoque "soft-sphere" para modelar el contacto, permitiendo un traslapo (δ) entre las partículas o entre una partícula y una pared. Estas fuerzas de contacto se abordan en pares, ya sea entre dos partículas en contacto o entre una partícula y una pared en contacto, tal como se muestra en la figura 4.1 y 4.2.

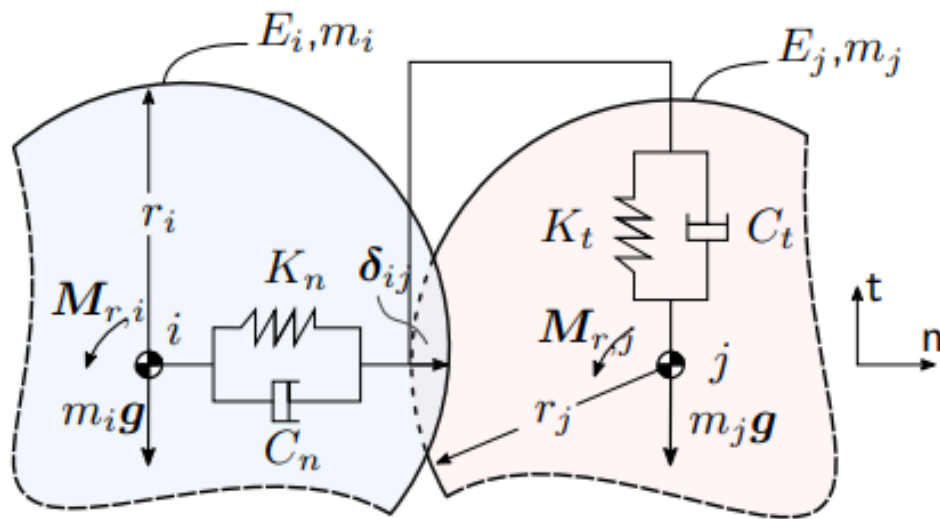


Figura 4.1. Modelo de contacto entre esferas.

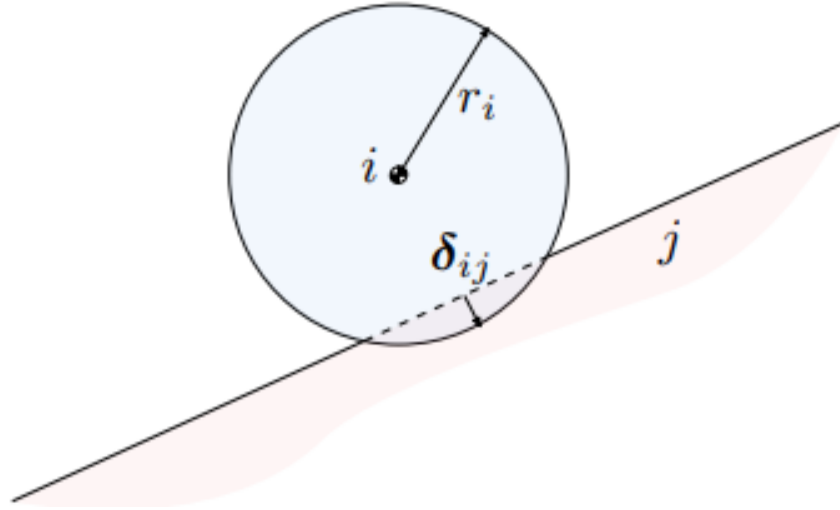


Figura 4.2. Modelo de contacto entre esfera y pared.

4.1.2 Modelo de contacto Normal

El modelo que se utilizará en el desarrollo del trabajo para la caracterización del contacto normal en Rocky DEM, se basa en el modelo de “*Resorte Lineal Histeretico*”, propuesto por Watson y Braun [Rocky DEM (2021)]. Este modelo de contacto, al ser implementado en Rocky, es dependiente del tiempo. Se define mediante el conjunto de ecuaciones presentado a continuación:

$$F_{n,i} = \begin{cases} \min(K_{nc} \cdot \delta_i, F_{n,i-1} + K_{nd} - \Delta\delta_i) , & \text{si } \delta_i \geq 0 \\ \max(F_{n,i-1} + K_{nd} - \Delta\delta_i \cdot \lambda \cdot K_{nc} \cdot \delta_{ni},) , & \text{si } \delta_i < 0 \end{cases}$$

- K_{nc} y K_{nd} son las rigideces normales de carga y descarga respectivamente. (4.3)
- λ es un parámetro adimensional, con valor cercano a 0.0001.
- Las rigideces de contacto se calculan con:

$$\frac{1}{K_{nc}} = \frac{1}{K_{nc,i}} + \frac{1}{K_{nc,j}} \quad (4.4)$$

$$K_{nd} = \frac{K_{nc}}{e^2} \quad (4.5)$$

Donde e es el coeficiente de restitución. Además, se expresa la rigidez de cada partícula o pared como:

$$K_{nc,i} = E_i \cdot d_i \quad (4.6)$$

Donde E_i es el módulo de elasticidad del material de la partícula y d_i es el diámetro de esta.

4.1.3 Modelo de contacto Tangencial

Para las fuerzas tangenciales se utiliza el modelo de “*Resorte Lineal con Límite de Coulomb*”, descrito en el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$F_{t,i} = F_{t,i-1} + K_t \cdot (-\Delta\delta_{t,i}) \quad (4.7)$$

Donde,

- $F_{t,i}$ es la fuerza tangencial.
- $F_{t,i-1}$ es la fuerza tangencial en el momento anterior.
- $\Delta\delta_{t,i}$ es el desplazamiento tangencial relativo durante el paso de tiempo.
- K_t es la rigidez tangencial, la cual está definida como:

$$K_t = r_k K_{nc} \quad (4.8)$$

Donde r_k es la razón de rigidez tangencial, una constante adimensional.

Al aplicar el límite de Coulomb se obtiene la siguiente expresión para la fuerza tangencial:

$$F_{t,i} = \min(F_{t,i}, \mu_j \cdot F_{n,i}) e'_{t,i} \quad (4.9)$$

Donde μ_j es el coeficiente de fricción y $e'_{t,i}$ la dirección de la fuerza $F_{t,i}$.

4.1.4 Detección del contacto

La detección de contactos es esencial en la simulación de interacciones entre partículas y entre partículas y límites. En esencia, este proceso comprende todos los cálculos asociados con la determinación geométrica necesaria para calcular las fuerzas de contacto. Dado que el software

Rocky aborda diversas morfologías de partículas, incluyendo formas poliédricas personalizadas de variada complejidad, no es sorprendente que la detección de contactos pueda constituir una proporción considerable del tiempo total de procesamiento.

Para eficientizar este tiempo, Rocky divide las operaciones de detección de contactos en dos fases autónomas, tal como se refleja en el diagrama de flujo de la Figura 4.3.

La primera fase consiste en identificar de manera aproximada las partículas más cercanas a cada una de las partículas presentes en la simulación. Debido a que esta es una operación computacionalmente intensiva, se ejecuta periódicamente tras determinados intervalos de tiempo de simulación, no en cada paso.

La segunda fase, ejecutada en cada paso temporal, implica calcular las distancias exactas entre las partículas vecinas identificadas previamente. Aquí es donde se obtiene toda la información geométrica esencial acerca de los pares de partículas vecinas, basándose en sus ubicaciones más actuales en la simulación.

En el marco de Rocky, se considera como "vecinas" a aquellas partículas que se hallen a una distancia inferior a un valor establecido, denominado δ_{vecino} . Esto se visualiza claramente en la Figura 4.4. Sin embargo, durante la primera etapa de detección, la geometría precisa de las partículas no se considera debido a su elevado costo computacional. En lugar de ello, para determinar la proximidad, se emplean esferas envolventes que circunscriben a cada partícula. Solo se incluirá una partícula en la lista de vecinos de otra si la distancia entre estas esferas envolventes es menor que δ_{vecino} .

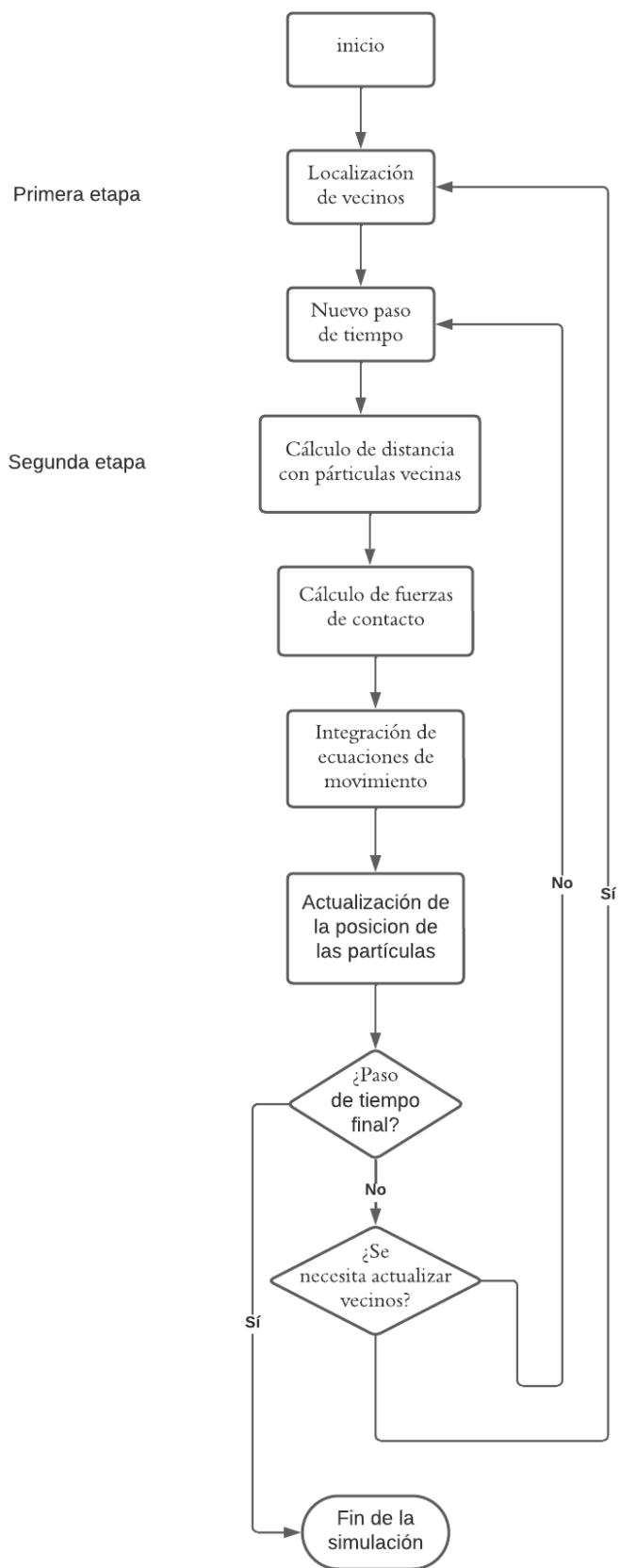


Figura 4.3. Etapas de detección de contacto en el algoritmo de Rocky.

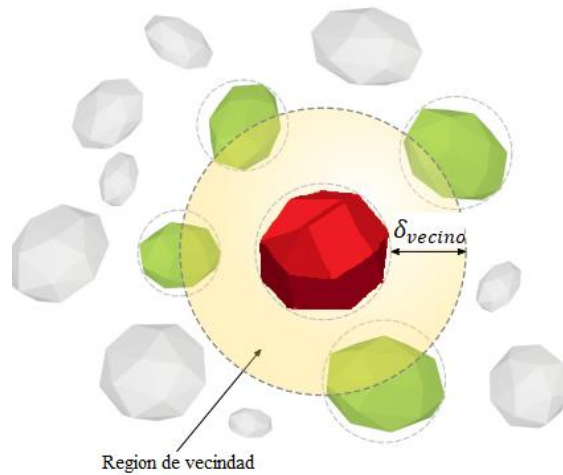


Figura 4.4. Región de vecindad de una partícula en Rocky. [Fuente: Rocky DEM (2020)]

Durante la segunda etapa de detección de contactos, se examinan detalladamente los pares vecinos, ya sean partícula-partícula o partícula-frontera, con el objetivo de determinar los parámetros geométricos relevantes requeridos en los modelos físicos de contacto. En este punto, se toma en cuenta la geometría real de las partículas. Así, la complejidad de los cálculos variará según el tipo de partículas utilizadas en la simulación.

El caso más sencillo es el contacto entre partículas esféricas. Sin embargo, los cálculos de contacto entre partículas poliédricas, como las ilustradas en la Figura 4.5, son más desafiantes. Esto se debe a que deben evaluarse múltiples escenarios posibles de interacción: puede tratarse de un contacto vértice a vértice, vértice a arista, vértice a cara, arista a arista, arista a cara o cara a cara. La complejidad aumenta aún más cuando las partículas son cóncavas, ya que en estas circunstancias pueden surgir múltiples puntos de contacto entre el mismo par de partículas.

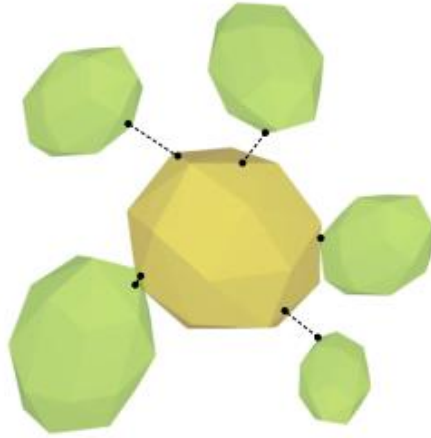


Figura 4.5. Detección de contacto entre partículas poliédricas. [Fuente: Rocky DEM (2020)]

Independientemente de la complejidad intrínseca de los algoritmos, el resultado final es un conjunto de todos los parámetros geométricos relevantes vinculados a un contacto. Esto incluye la distancia entre partículas, el punto de aplicación de las fuerzas de contacto, la orientación de la normal al contacto, entre otros. Se establece un contacto físico cuando la distancia calculada entre dos partículas o entre una partícula y una frontera es negativa. En este contexto, la distancia se refiere al traslape normal, que es esencial para calcular la fuerza de contacto normal.

4.1.5 Modelo de límite de rodadura

Rocky Dem utiliza un modelo elástico-plástico para simulaciones que requieren efectos de resistencia a la rodadura en materiales granulares. Por lo general, se utiliza un término de amortiguación viscosa para suprimir oscilaciones, pero estudios realizados por Wensrich y Katterfeld sugieren que la elección adecuada del valor de rigidez de rodamiento (K_r) puede proporcionar un buen comportamiento sin necesidad de amortiguación adicional. Para suplir la utilización de amortiguación viscosa se utiliza el límite de rodadura con resorte lineal tipo C, en el cual la rigidez a la rodadura se define como:

$$K_r = R_r^2 K_\tau \quad (4.10)$$

Donde, K_τ es la rigidez tangencial definida en la ecuación (4.5), y R_r es el radio de rodadura, que se define como sigue:

$$\frac{1}{R_r} = \begin{cases} \frac{1}{|r_1|} + \frac{1}{|r_2|} & \text{para contacto partícula - partícula} \\ \frac{1}{|r|} & \text{para contacto partícula - frontera} \end{cases} \quad (4.11)$$

Tal que, r_1 y r_2 son los radios de rodadura entre las partículas en contacto y r es el radio de rodadura entre la partícula y el borde. El vector de radio de rodadura se define como el vector que une el centroide de la partícula y el punto de contacto en un momento dado.

Si la resistencia a la rodadura fuera puramente elástica, el momento de resistencia a la rodadura se actualizaría incrementalmente de la siguiente manera:

$$M_{r,e}^t = M_r^{t-\Delta t} - K_r \omega_{rel} \Delta t \quad (4.12)$$

Donde:

- $M_r^{t-\Delta t}$ es el vector del momento de resistencia a la rodadura en un tiempo anterior.
- K_r es la rigidez al rodamiento definida en la ecuación (4.10).
- ω_{rel} es el vector de velocidad angular relativa, que se define como la diferencia entre las velocidades angulares de dos partículas en contacto o la velocidad angular de una partícula en un límite, según sea el caso.
- Δt es el paso de tiempo de la simulación, definida por el usuario.

El momento de resistencia a la rodadura actualizado (ecuación 4.12), no se utiliza directamente en la ecuación de movimiento de las partículas, ya que el modelo de resistencia a la rodadura con resorte lineal tipo C limita su magnitud según el valor que se alcanza en un ángulo de movilización completo.

El valor limite es:

$$M_{r,lim} = \mu_r R_r F_n \quad (4.13)$$

Donde:

- μ_r es el coeficiente de resistencia a la rodadura, definido en Rocky como una propiedad de la partícula, denominada resistencia a la rodadura. Este parámetro adimensional se define como la tangente del ángulo máximo de una pendiente en la que el momento de resistencia a la rodadura compensa el momento producido por la gravedad de la partícula.
- R_r es el radio de rodadura definido en la ecuación (4.11).
- F_n es la fuerza normal de contacto, definido en la ecuación (4.2).

La expresión definitiva para el momento de resistencia a la rodadura en el modelo tipo C es la siguiente:

$$M_r^t = \min(|M_{r,e}^t|, M_{r,lim}) \frac{M_{r,e}^t}{|M_{r,e}^t|} \quad (4.14)$$

4.1.6 Paso de tiempo

El intervalo temporal es uno de los principales factores que influyen en el tiempo necesario para finalizar una simulación en Rocky. El intervalo debe ser lo suficientemente amplio para asegurar un tiempo de conclusión razonable, pero a la vez, lo suficientemente reducido para garantizar la precisión y estabilidad de la simulación.

En el Método de Elementos Discretos (DEM, por sus siglas en inglés), es una práctica común determinar el tamaño del intervalo temporal basándose en una fracción del periodo de oscilación de un sistema equivalente de masa-resorte, donde $2\pi\sqrt{m/k}$, siendo " m " y " k " valores críticos de masa y rigidez, respectivamente. Este periodo estima la duración de la colisión más breve entre todas las combinaciones posibles de partículas y frontera. El intervalo temporal se define de tal forma que garantice una resolución numérica adecuada, incluso para las colisiones más breves.

En el software Rocky, este valor se calcula automáticamente al inicio de una simulación, utilizando expresiones específicas para cada modelo de contacto normal.

En Rocky DEM, para el modelo del “*Resorte Lineal Histerético*” es recomendable usar el siguiente paso de tiempo:

$$\Delta t = \min \left(\frac{\pi}{2N_{\Delta t}} \sqrt{\frac{m^*}{K_{n,c}}}, \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{m^*}{K_{nu}}} \right) \quad (4.15)$$

En donde m^* es la masa efectiva.

4.1.7 Software Rocky DEM

Para afrontar el problema presentado se utiliza la realización de este método a través del software Rocky DEM, desarrollado por ESSS, en su versión 4.4.2. El programa computacional posee ciertas características en su implementación que lo diferencian de otros programas, tales como:

- **Versatilidad en la Forma de Partículas:** Rocky DEM permite simular una amplia variedad de formas de partículas, incluidas esferas, multiesferas, poliédricas, lo que brinda un mayor realismo al modelo.
- **Alto Rendimiento:** Rocky DEM está optimizado para aprovechar al máximo las tarjetas gráficas (GPU), lo que resulta en simulaciones más rápidas en comparación con otros programas DEM que se ejecutan principalmente en CPU.

- **Múltiples Modelos de Contacto:** Proporciona diferentes modelos de contacto que pueden adaptarse a una amplia gama de aplicaciones, lo que mejora la precisión de las simulaciones.
- **Movimiento de Múltiples Cuerpos:** Capacidad de simular no solo partículas, sino también movimientos de cuerpos rígidos, como palas y cucharones.
- **Interacción Fluido-Partícula:** Rocky DEM se integra con ANSYS para permitir la simulación de interacciones fluido-partícula, lo cual es crucial para sistemas donde la dinámica del fluido afecta el movimiento de las partículas.
- **Sistema Integrado de Desgaste:** Capacidad para predecir el desgaste en paredes y equipos, lo que es esencial para la planificación del mantenimiento.
- **Flexibilidad en las Condiciones de Frontera:** Ofrece una variedad de condiciones de frontera, incluidas paredes móviles y periódicas.
- **Análisis Detallado Post-Simulación:** Rocky DEM proporciona herramientas poderosas para el análisis post-procesamiento, permitiendo a los usuarios extraer información significativa de sus simulaciones.

CAPÍTULO 5

Metodología de simulación

En este capítulo se presentan los parámetros y configuraciones de las geometrías, partículas y modelos de contacto del modelo DEM para la tolva de un camión minero, en las instancias de carga, movimiento y descarga.

5.1.1 Modelación carga camión minero

El camión por modelar corresponde al modelo CAT 797F, fabricado por Caterpillar y usado ampliamente en faenas mineras, en la Figura 5.1 se muestra el camión, equipo que según catálogo dispone de una carga útil de 363 toneladas.



Figura 5.1 Camión CAT 797F. (Fuente: [7])

5.1.2 Modelo geométrico

Para la simulación DEM es necesario construir un modelo CAD del camión, donde se debe modelar la geometría de este. Solo la tolva del camión será modelada para la simulación, ya que,

es sobre esta donde se centra el estudio de este proyecto. En la Figura 5.2 se puede observar la geometría modelada según los parámetros dados en la Tabla 1.

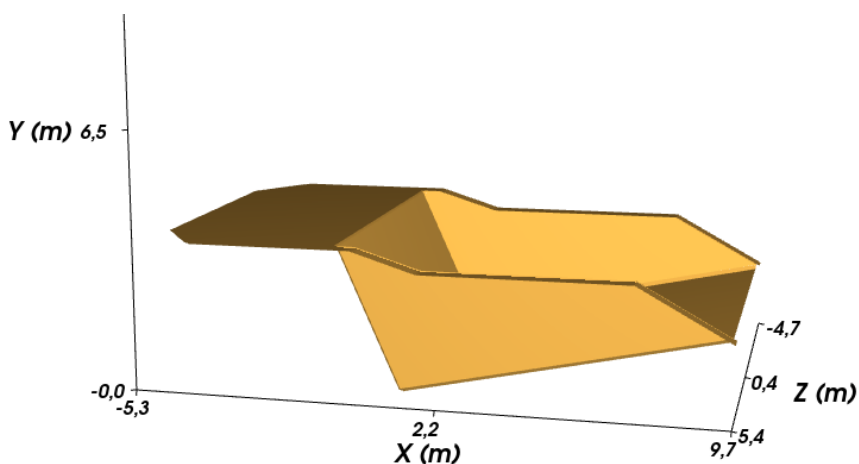


Figura 5.2 Modelo CAD de tolva de camión CAT 797F utilizado en Rocky DEM.

5.1.3 Modelos de contacto

Cuando se desarrollan las simulaciones las partículas pueden entrar en contacto con otras partículas y con la frontera, en este caso la tolva.

Los modelos presentados en el Capítulo 2 permitirán calcular las fuerzas normales y tangenciales asociadas a los contactos en que están sometidas todas las partículas, para ello es necesario establecer los parámetros físicos que caracterizan el contacto. Estos parámetros se encuentran en la Tabla 2 y fueron extraídos de la literatura [18].

Tabla 2: Parámetros del modelo de contacto. (Fuente [16])

Parámetros	Cobre-Cobre	Cobre-Metal	Metal-Metal
Roce estático	0.8	0.5	0.3
Roce dinámico	0.8	0.5	0.3
Relación de rigidez tangencial	1	1	1
Coefficiente de restitución	0.3	0.3	0.3

5.1.4 Propiedades de los materiales

En la tabla 3 se muestran las propiedades del mineral de cobre y del acero utilizadas para las primeras dos simulaciones.

Tabla 3: Propiedades de los materiales

Parámetros	Acero	Mineral de cobre	Unidad
Coefficiente de Poisson	0.3	0.3	-
Densidad	7850	2930	kg/m^3
Módulo de Young	1000	100	MPa

5.1.5 Forma de las partículas

Una representación adecuada de la forma de las partículas posee gran relevancia para que el modelo represente de manera realista las propiedades del material. En simulaciones con partículas esféricas, como en este caso, se debe establecer un coeficiente de rodadura, el cual permite ajustar el modelo a la realidad pese a la simplicidad de la geometría. La forma de la partícula se muestra en la Figura 5.3

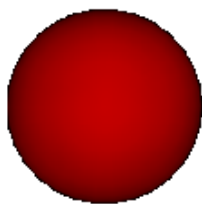


Figura 5.3. Forma de la partícula para el cobre.

5.1.6 Calibración coeficiente de rodadura

Como se mencionó anteriormente, al utilizar partículas esféricas se incorpora un valor para el coeficiente de rodadura, el cual permitirá añadirle un momento opuesto al movimiento a cada partícula con el fin de lograr un comportamiento más próximo a la realidad. Este coeficiente se ajusta realizando diversas simulaciones, hasta conseguir igualar el ángulo de reposo que posee la acción de carga real versus la acción simulada.

5.1.7 Tamaño de partículas

En la Figura 5.4 se muestra la granulometría usada para el proceso de carga de la tolva, la cual representa una distribución acumulada porcentual del tamaño de las partículas para el estudio. Por ejemplo, se indica que el 20% de las partículas poseen un diámetro igual o menor a 0.1 [m], el 35% de las partículas poseen un diámetro igual o menor a 0.3m, siguiendo la misma lógica para

los demás rangos de tamaños. Esta distribución es la misma que se utiliza en los procesos de movimiento y descarga

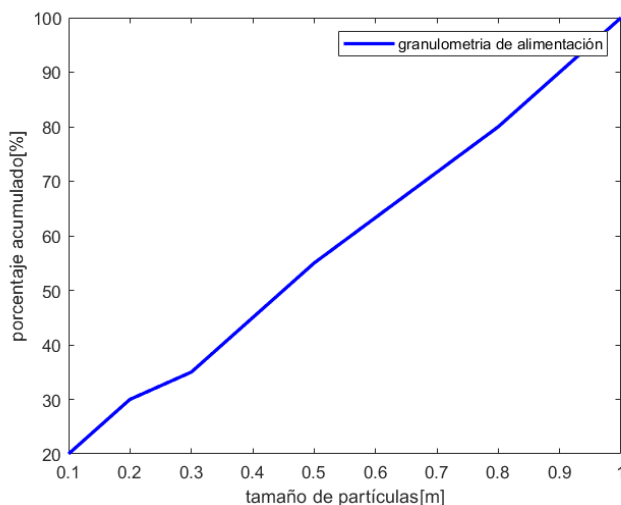


Figura 5.4. Granulometría de alimentación de la tolva.

5.1.8 Calibración coeficiente de rodadura

Al trabajar con partículas de forma esférica, se requiere definir un coeficiente a la rodadura para el contacto entre partículas y entre partículas y material, para lograr que el comportamiento de la simulación sea lo más cercano a la realidad posible.

Para determinar este coeficiente se realizan simulaciones de la carga del camión, variando el coeficiente de rodadura, comparando de forma gráfica una imagen real estacionaria del camión versus la representación arrojada por el programa Rocky DEM, se compara que las formas observables sean aproximadamente iguales, así como también los ángulos de reposo del material particulado sobre la tolva, tal como se muestra en la Figura 5.5 y 5.6, en donde, según realizadas las mediciones, el ángulo $\alpha = 35^\circ$ y $\varphi = 27^\circ$. Estos valores se obtuvieron para partículas esféricas aplicando un coeficiente de rodadura de 0.65.

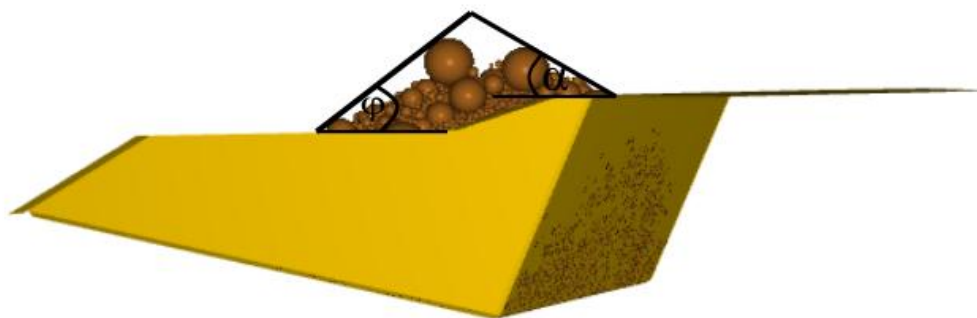


Figura 5.5. Ángulo de reposo del mineral en la simulación.



Figura 5.6. Ángulo de reposo del mineral en faena.

5.1.9 Flujo de alimentación

La entrada de partículas hacia la tolva del camión está prácticamente definida por la aceleración de gravedad y por el área transversal de la pala que llena con material el camión. El proceso de llenado del camión está a cargo de la pala eléctrica de cable Komatsu P&H 4100XPC, cuya capacidad de carga es de 108.9 toneladas [19], lo que indica que el camión estará listo para trasladarse con solo 3 cargas realizadas por la pala.

La pala tarda en vaciarse alrededor de 3 segundos cada vez que realiza una carga al camión, lo que quiere decir que el flujo másico aproximado para cada proceso de carga de mineral es 144000 *ton/h*.

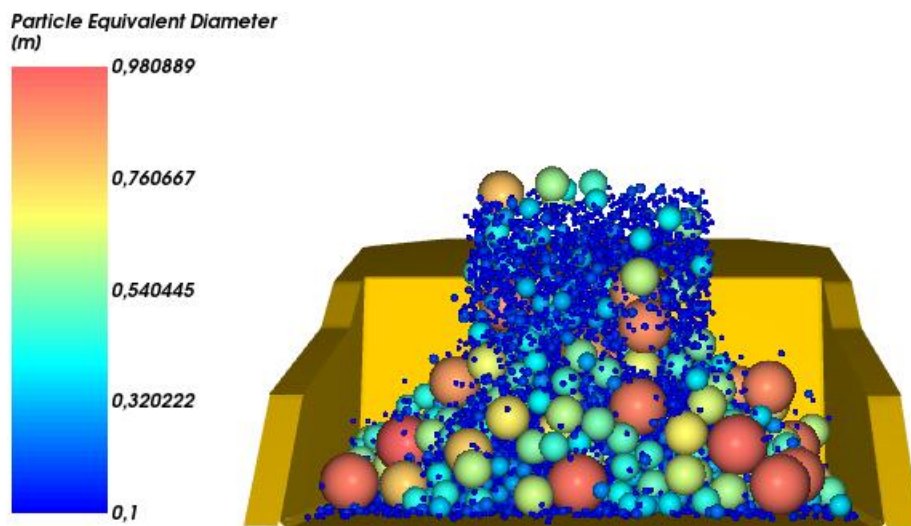


Figura 5.7. Alimentación tolva de camión.

A continuación, en el gráfico de la Figura 5.8 se muestra la masa acumulada de partículas en la tolva, para los pasos de tiempo aplicados en la simulación, se puede notar que se aplica la misma cantidad de masa en cada carga, la cual excede por 12 toneladas la carga nominal de la pala, acción que también puede suceder en las faenas reales.

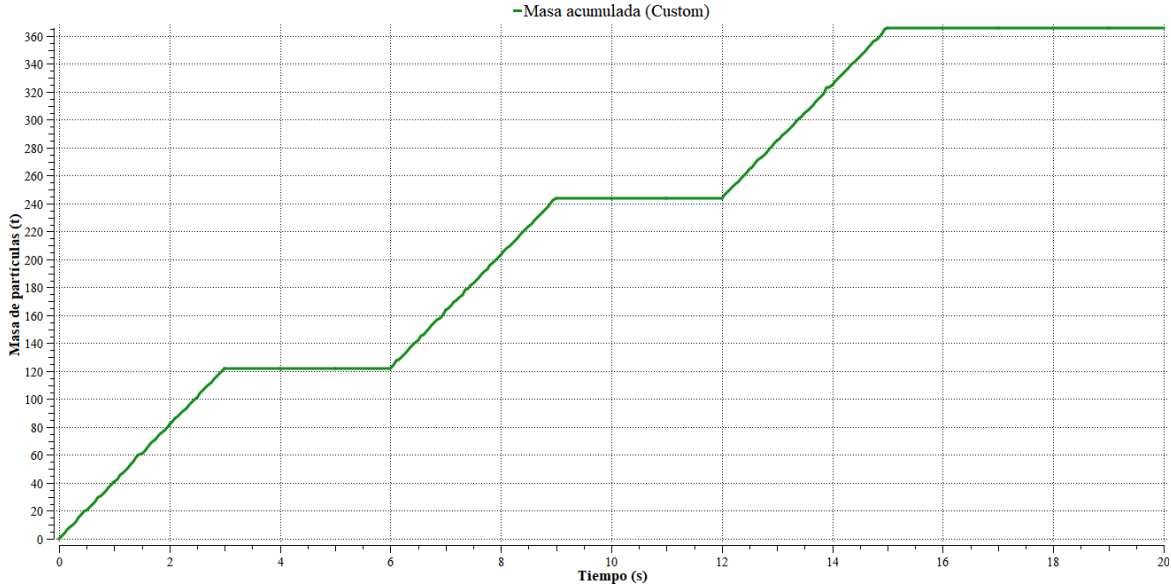


Figura 5.8. Masa acumulada para el proceso de carga.

5.2 Parámetros de vibración

Cuando el camión comienza su movimiento experimentará vibraciones debido al funcionamiento del motor y las irregularidades del camino. Se requiere conocer el valor de amplitud y frecuencia de estas vibraciones para saber cómo repercuten en las cargas que experimenta el camión.

Se consideran como valores de amplitud y frecuencia los obtenidos en un estudio experimental realizado en un camión volquete minero de 220 toneladas, en el cual se midió valores de aceleración RMS en diferentes zonas de la cabina del camión, obteniendo una aceleración RMS máxima en el eje z (movimiento arriba-abajo) de $4.88 [m/s^2]$, a unas frecuencias que oscilan entre 2 a 4 [Hz] y ascienden hasta los 10 [Hz] como valor máximo [18]. Para el presente estudio se utilizará el parámetro máximo de aceleración RMS para calcular la amplitud de la vibración, aplicando a la frecuencia regular de funcionamiento que posee un valor de entre 2-3 [Hz].

Se tiene que la vibración es forzada y de tipo sinusoidal, por lo que se puede establecer la siguiente relación para obtener la amplitud de la onda vibratoria. Primero que todo, se debe transformar el valor de la aceleración RMS a el valor completo de la onda [20]:

$$y = A \sin(2\pi ft): \left(A_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}} \right) \quad (5.1)$$

Así se obtiene el valor de la magnitud para la aceleración.

$$A = \sqrt{2}A_{rms} \quad (5.2)$$

Luego se tiene que la aceleración tiene la siguiente expresión (ecuación 3.3), la cual al integrar dos veces se obtiene el desplazamiento debido a la vibración (ecuación 3.4) [21].

$$a(t) = -A \sin(\omega t) \quad (5.3)$$

$$x(t) = \frac{A}{\omega^2} \sin(\omega t) \quad (5.4)$$

NOTA: A debe estar en m/s^2 y ω en rad/s .

Cabe destacar que estas vibraciones no son siempre bajo la misma frecuencia ni amplitud, es por ello que, se consideraran cinco casos de amplitud, los cuales dependerán de la aceleración RMS registrada, con valores de frecuencia que variaran desde 2 hasta 10 [Hz].

En el gráfico de la Figura 5.9 se puede notar claramente que a medida que la frecuencia de vibración es más cercana a 2 [Hz] y, a su vez la aceleración RMS toma valores más cercanos a $2[\frac{m}{s^2}]$, se obtienen valores de amplitud de onda vibratoria cada vez mayores, teniendo como valor más alto una amplitud de 0.018 [m] dado para una frecuencia de 2 [Hz] y a una aceleración RMS de $2[\frac{m}{s^2}]$.

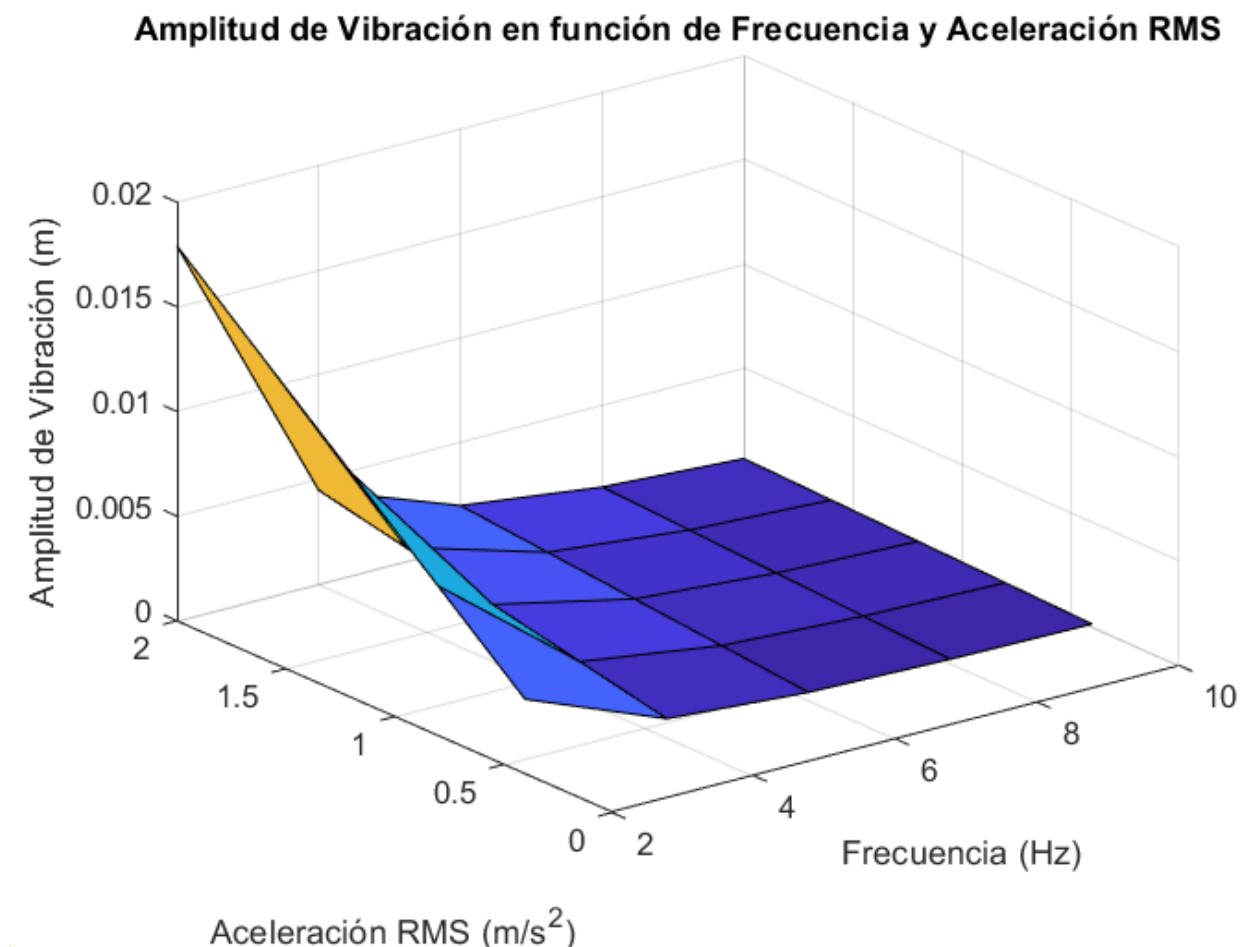


Figura 5.9 Amplitud de vibración obtenida a partir de la ecuación 5.4.

En la Tabla 4 se muestran los valores de amplitud y frecuencia que se utilizaran para los casos de estudio en las simulaciones dentro de Rocky DEM.

Tabla 4: Resultado de amplitudes máximas por aceleración RMS

Aceleración RMS [$\frac{m}{s^2}$]	Frecuencia [Hz]	Amplitud de vibración [m]
0.40	2	0.0358
0.80	2	0.00716
1.20	2	0.0107
1.60	2	0.0143
2.0	2	0.0180

5.3 Planos inclinados

Se realizarán simulaciones en tres condiciones de movimiento, horizontal, y con inclinación tanto en subida y bajada.

Para la inclinación en caminos en minería a tajo abierto, según el Decreto Supremo 132, en su artículo 613 e [17] se tiene por recomendación que la pendiente sea establecida por el fabricante, sin embargo, si esto no se especifica, la pendiente no puede exceder el 10%. Según la restricción anterior, se tendrá un ángulo de inclinación máximo de 5.7° , lo que quiere decir que para los movimientos de subida y bajada la aceleración de gravedad actuará tanto en el eje X como eje Y. Para variar estos parámetros dentro de la simulación, lo más práctico es variar la dirección de la aceleración de gravedad en vez de generar una rotación a la tolva del camión. Por lo tanto, se tendrán los siguientes magnitudes y sentidos de la aceleración de gravedad. Además, para realizar un análisis comparativo, se tendrá en cuenta una pendiente del 5%, es decir, un ángulo de 2.9° .

5.3.1 Aceleración de gravedad en distintos planos

La tabla 5 muestra los valores que toma la aceleración de gravedad en la simulación para los casos de inclinación a estudiar.

Tabla 5: Valores que adquiere la aceleración de gravedad para distintas inclinaciones.

Inclinación	10%	5%
Componentes	(x, y)	(x, y)
Subida	(-9.76, 0.974)	(-9.8, 0.051)
Bajada	(-9.76, -0.974)	(-9.8, -0.051)

5.4 Método de post-procesado

En esta sección se muestra la metodología adoptada posterior a la obtención de resultados de las simulaciones llevadas a cabo en Rocky DEM, con la finalidad de obtener las reacciones en puntos clave de la tolva.

5.4.1 Puntos de apoyo

Para un cuerpo rígido en equilibrio, la suma de todas las fuerzas externas y la suma de todos los momentos externos deben ser cero. En un análisis dinámico, estas sumas son iguales a la masa por la aceleración del centro de masa y al momento de inercia por la aceleración angular, respectivamente. Sin embargo, para la distribución de las cargas obtenidas de Rocky DEM, que ya incorporan los efectos dinámicos en su magnitud y punto de aplicación (en el origen del diagrama de la Figura 5.10), el problema se puede simplificar a un equilibrio de fuerzas y momentos estáticos en el instante de tiempo analizado, donde las fuerzas de reacción de los apoyos contrarrestan las fuerzas y momentos aplicados por el mineral.

Mediante el análisis del modelo CAD del camión minero se identifican el centro de masa de la tolva y cuatro apoyos, representados en la Figura 5.10, en donde A y C son apoyos de cilindros hidráulicos de elevación, B y D son cilindros hidráulicos de amortiguación y a su vez pivotes para el giro de la tolva.

5.4.2 Definición del sistema de coordenadas

Se establece un sistema de coordenadas cartesiano (x, y, z) con el origen en el punto donde se concentran las fuerzas y momentos resultantes de la simulación en Rocky DEM (este punto es el $(0,0,0)$ de la geometría de la tolva en Rocky DEM).

5.4.3 Definición de distancias al centro de masa y puntos de apoyo

Con el sistema coordenado ya definido, mediante el modelo CAD del camión se obtiene el vector de distancias para los diferentes puntos de interés representados en la Figura 5.10.

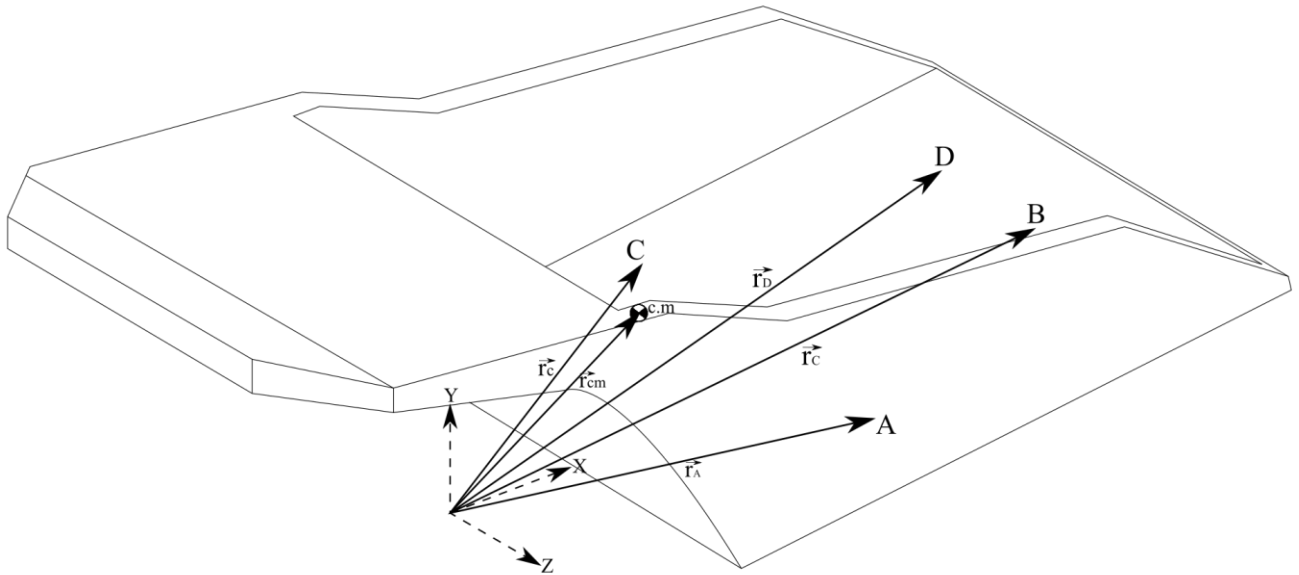


Figura 5.10. Representación esquemática del vector distancia desde el centro de coordenadas en Rocky DEM hasta el centro de masa y cada uno de los apoyos de la tolva.

Los distintos r_i representan un vector tridimensional desde el centro de coordenadas hasta el punto de interés o centro de masa:

- $r_A = [2.5, 0.5, 1.4] \text{ m}$
- $r_B = [5.9, 1.2, 1.2] \text{ m}$
- $r_C = [2.5, 0.5, -1.4] \text{ m}$
- $r_D = [5.9, 1.2, -1.2] \text{ m}$
- $r_{cm} = [1.1, 1.7, 0] \text{ m}$

5.4.4 Identificación de fuerzas, momentos aplicados y reacciones

Los resultados de las simulaciones hechas en Rocky DEM proporcionan las fuerzas y los momentos resultantes ($\sum F_x, \sum F_y, \sum F_z, \sum M_x, \sum M_y, \sum M_z$) ejercidos sobre el mineral sobre la tolva, las cuales están concentradas en el punto de origen de la geometría, es decir, el (0,0,0) de la Figura 5.9.

5.4.5 Diagrama de cuerpo libre

Para realizar un análisis de las cargas sobre la tolva, se tomarán en cuenta las siguientes consideraciones:

- En cada punto de apoyo (A,B,C,D), se asumen fuerzas de reacción en las direcciones relevantes (ejes X,Y).
- Se asume simetría en la distribución de la carga, condición necesaria para realizar una simplificación 2d.
- En los apoyos delanteros se tiene un cilindro hidráulico de elevación, de dirección conocida, el cual ayuda a determinar la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- Se conoce la dirección de las reacciones A_x y A_y , representado en el diagrama de la Figura 5.11 como la fuerza F_e .
- Las fuerzas y momentos producto de la carga son completamente conocidos.
- La fuerza F_e se aplica en un ángulo $\phi=78^\circ$ dado que el cilindro de empuje está posicionado en ese ángulo.

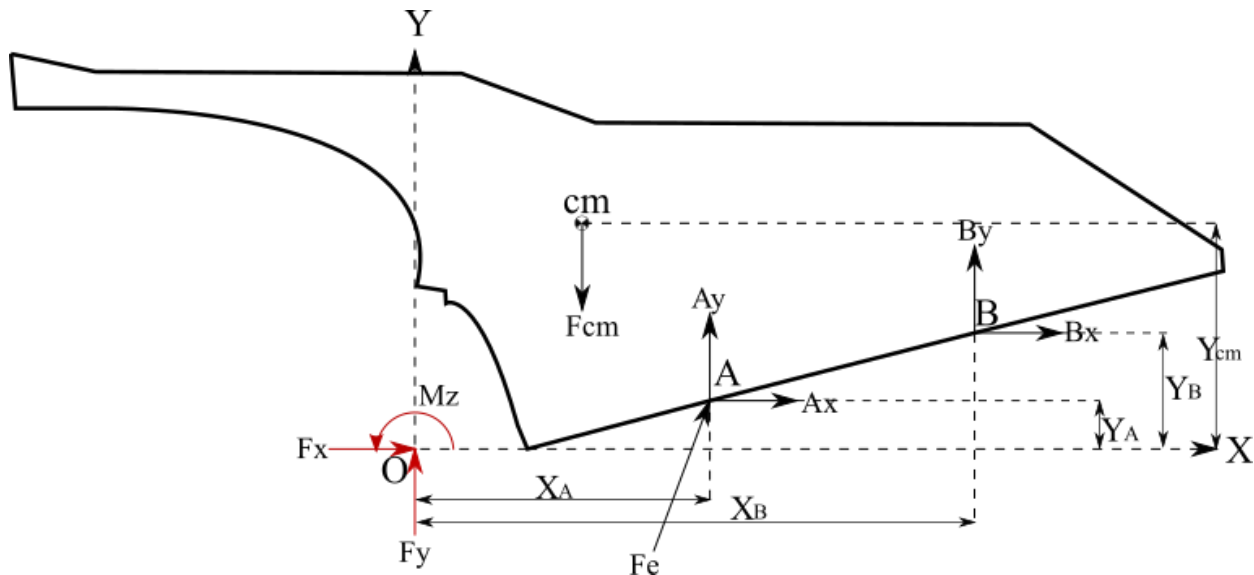


Figura 5.11. Diagrama de cuerpo libre de la tolva del camión, considerando simetría en la distribución de la carga.

Para el estudio se tienen en cuenta casos con diferente inclinación, por lo que, un diagrama más generalizado es el siguiente, Figura 5.12, en el cual, el ángulo θ toma los valores de 5.7° y 2.9° , los cuales corresponden a una pendiente longitudinal del 10% y 5% respectivamente, además cuando θ toma un valor igual a cero ($\theta=0$) se cumplen las condiciones para el caso horizontal (sin inclinación). A_x

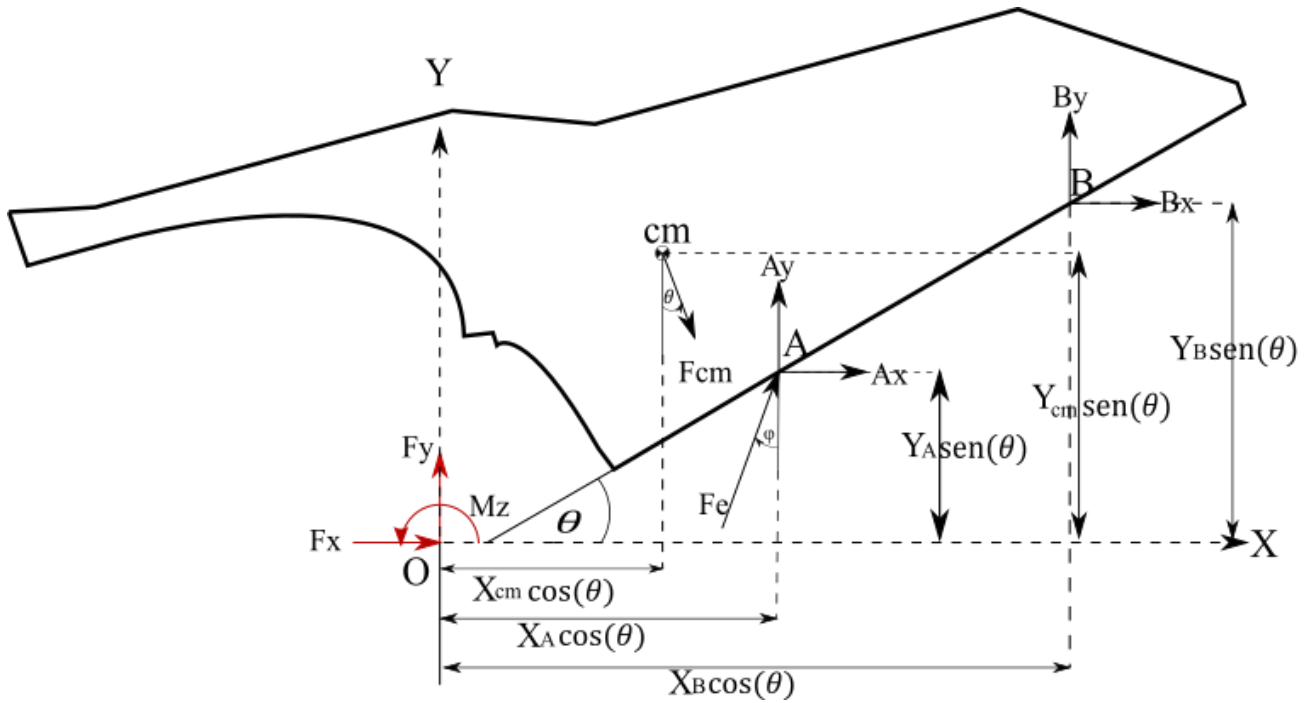


Figura 5.12 Diagrama de cuerpo libre de la tolva del camión, considerando una inclinación simulando una bajada.

Para realizar en análisis en el caso de subida se optó por mantener el mismo modelo físico, para así no modificar el diagrama de cuerpo libre, y por ende las ecuaciones de equilibrio, sin embargo, para que el análisis sea consistente, se debe considerar que el ángulo de inclinación a utilizar en los cálculos corresponde a $180^\circ - \theta$.

5.4.6 Aplicación de ecuaciones de equilibrio

Se aplican las ecuaciones de equilibrio para la simplificación en 2d del problema, considerando el sistema coordenado de la Figura 5.10.

Se tiene entonces que, para el sentido de inclinación mostrado en la Figura 5.10 (caso bajada) se tienen las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (3.4)$$

$$F_x + A_x + B_x - F_{cm} \text{sen}(\theta) = 0 \quad (3.4)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad (3.4)$$

$$A_y + B_y - F_{cm} \cos(\theta) - F_y = 0 \quad (3.4)$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} M_z + F_x y_A + F_y x_A + F_{cm}(x_A - x_{cm}) + B_y(x_B - x_A) \\ - B_y(y_B - y_A) + F_{cm}(y_{cm} - y_A) = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Considerando que:

- $x_A = x_A \cos(\theta)$
- $x_B = x_B \cos(\theta)$
- $x_{cm} = x_A \cos(\theta)$
- $y_A = y_A \text{sen}(\theta)$
- $y_B = y_B \text{sen}(\theta)$
- $y_{cm} = y_{cm} \text{sen}(\theta)$
- $F_e = A_x + A_y$

CAPÍTULO 6: Resultados

En este capítulo se presentan los resultados simulados por Rocky DEM para el proceso de carga, los distintos modos de movimiento y la descarga de mineral en el camión, también se muestra como estos procesos generan reacciones en la tolva.

6.1 Carga

Se presentan los resultados del post-procesado de las simulaciones realizadas en Rocky DEM, específicamente para el proceso de carga de mineral en tres etapas, para dos casos de estudio. El caso 1, referente al proceso de carga con barrido de material, es decir, luego del segundo vertido, se esparce el mineral para generar una distribución más equilibrada y uniforme sobre la tolva, evitando generar picos demasiado altos. El caso 2 analiza el proceso sin este esparcimiento, dejando la carga tal como cae, sin redistribuirla.

La Figura 6.1 muestra la simulación del vertido de material por parte de la pala, en su segunda etapa.



Figura 6.1 Captura de pantalla de la simulación de la carga por medio de una pala en un $t=16.3s$ mostrando una vista posterior del proceso. La cantidad de partículas corresponden al segundo vertido de material.

6.1.1 Obtención de Reacciones en puntos de apoyo

Como se mencionó en los capítulos anteriores, las simulaciones realizadas en Rocky DEM entregan las fuerzas y momentos a lo largo del tiempo en un punto específico (centro de coordenadas), siguiendo el análisis propuesto en el Capítulo 5, se generó un código en MATLAB R2018b, el cual entregó los resultados para las ecuaciones, basado en el conjunto de datos (F_x, F_y, M_z) entregados por Rocky DEM.

La Figura 6.2 y 6.3 muestran los componentes de reacción horizontal (A_x, B_x) y vertical (A_y, B_y) a lo largo del tiempo, para los casos con y sin barrido respectivamente. Con respecto a las reacciones horizontales, A_x (línea roja) para ambos casos muestra valores con picos que alcanzan aproximadamente hasta los 440 [kN] para la tercera descarga, en contraste con B_x (línea azul), que presenta valores negativos de magnitud similar, esto significa que la dirección de esta fuerza es opuesta a la asumida en el DCL. La Fuerza F_x obtenida desde Rocky DEM (ver figura 7.A del Anexo A) es significativamente menor que F_y , además de que la simplificación del problema sugiere que las reacciones A_x y B_x se comportan como un par, que junto con M_z (figura 7.B del anexo A) y las otras fuerzas logran equilibrar el sistema.

Por otra parte, las reacciones verticales toman valores similares para ambos casos de estudio, además, A_y y B_y , actúan ejerciendo una fuerza positiva (hacia arriba según el DCL), con valores pico que superan los 2000 [kN] y los 800 [kN] respectivamente.

Las reacciones verticales A_y y B_y , son las encargadas de contrarrestar la fuerza F_y obtenida desde Rocky DEM (figura 7.A del anexo A), que actúa hacia abajo, así como el peso propio de la tolva (F_{cm}). La magnitud de A_y es consistentemente mayor que la de B_y , lo que sugiere una distribución de carga donde el apoyo A soporta una porción más grande de la carga vertical. Esto podría deberse a la geometría de los apoyos.

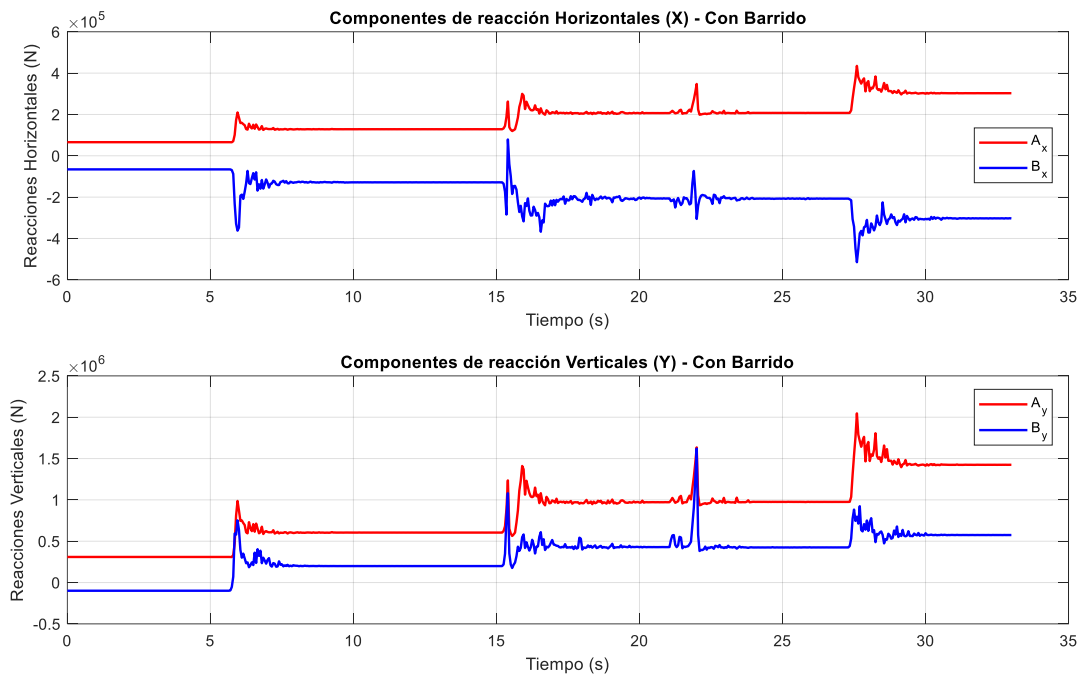


Figura 6.2. Gráfico de la sumatoria de fuerzas de reacción entregado por Matlab a lo largo del proceso de carga con barrido de material.

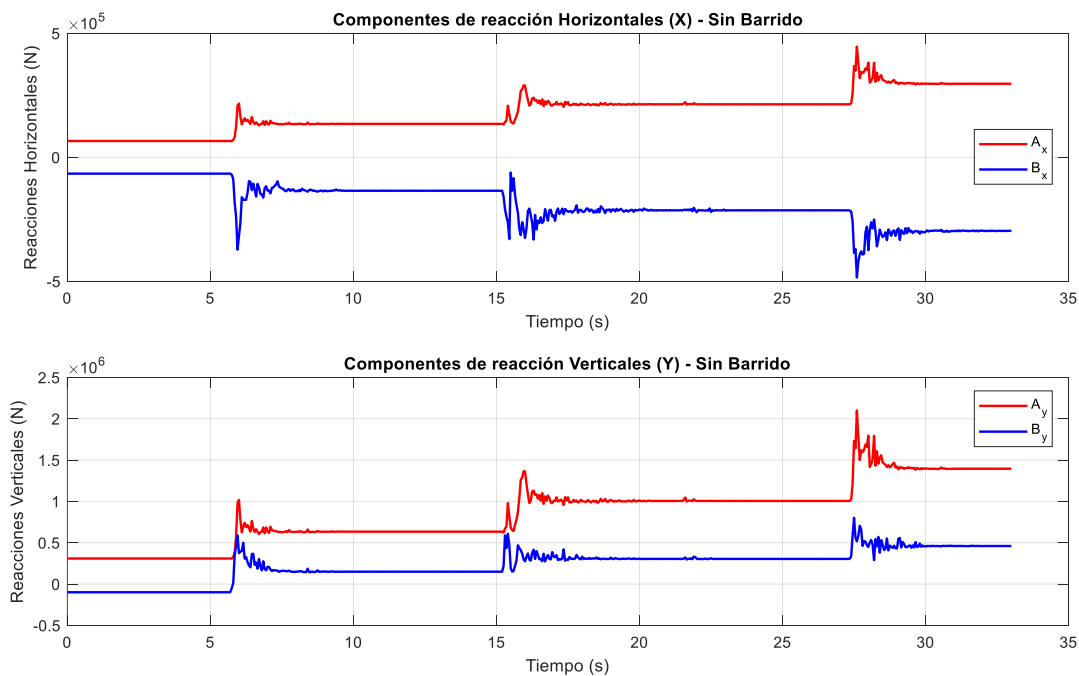


Figura 6.3 Gráfico de la sumatoria de fuerzas de reacción entregado por Matlab a lo largo del proceso de carga sin barrido de material.

La Tabla 6 proporciona un resumen cuantitativo de los picos y valores promedio de las reacciones calculadas para tres cargas distintas ("Carga 1", "Carga 2", "Carga 3") y bajo las condiciones de "con barrido" y "sin barrido". Esta tabla es crucial para una comparación directa y la identificación de tendencias.

Al analizar los picos de las reacciones verticales (A_y y B_y), se observa que estas son consistentemente las reacciones más elevadas en todo el conjunto de datos. Específicamente, los valores de A_y alcanzan hasta aproximadamente 2046 [kN] para la Carga 3 con barrido, mientras que B_y llega a aproximadamente 923 [kN] en el mismo escenario. Esta magnitud confirma de manera irrefutable que las cargas verticales son las más críticas y demandantes para la estructura de la tolva y el chasis. Existe, además, un claro y esperado incremento en los valores pico de A_y y B_y a medida que la carga aumenta progresivamente desde la Carga 1 hasta la Carga 3, lo cual es intuitivamente correcto y valida la respuesta del modelo a la intensidad de la carga de mineral. En todos los casos analizados, la reacción A_y soporta constantemente una carga pico significativamente mayor que B_y . Este patrón indica una distribución asimétrica del peso y de las fuerzas dinámicas, donde el apoyo A asume una proporción sustancialmente mayor de la carga vertical que el apoyo B.

En cuanto a los picos de las reacciones horizontales (A_x y B_x), la tabla revela que estos son considerablemente menores en magnitud en comparación con sus contrapartes verticales. Los picos de A_x oscilan entre 209 [kN] y 446 [kN], mientras que los de B_x varían entre 362 [kN] y 801 [kN]. El análisis detallado muestra que, en general, el pico absoluto de B_x es mayor que el de A_x en la mayoría de los casos. Esta observación sugiere que B_x juega un papel más predominante en el equilibrio de cualquier desbalance horizontal o momentos en el eje Z que puedan generarse durante las operaciones de carga.

Al considerar los promedios de las reacciones verticales (A_y y B_y), la tabla indica que estos valores también aumentan en función de la magnitud de la carga, siguiendo la misma tendencia general observada en los picos. Reforzando la observación de los picos, el promedio de A_y es consistentemente mayor que el promedio de B_y , lo que subraya una distribución de carga asimétrica y la mayor participación del apoyo A en el soporte del peso promedio. La diferencia significativa entre los valores pico y los valores promedio para ambas reacciones verticales es un punto crucial que subraya la naturaleza dinámica de las cargas; los picos, que representan los esfuerzos instantáneos máximos, son considerablemente más altos que las cargas promedio, lo que obliga a que el diseño estructural considere estos eventos transitorios. Complementariamente, al examinar los promedios de las reacciones horizontales (A_x y B_x), se confirma que estos son de menor magnitud, lo cual refleja la baja carga horizontal neta aplicada al sistema. Similar al comportamiento de los picos, el promedio de B_x (en valor absoluto) tiende a ser superior al

promedio de A_x , lo que reitera el papel continuo de B_x en la contribución al equilibrio horizontal del sistema.

Al comparar los resultados "con barrido" y "sin barrido" dentro de cada carga se obtiene que, en las reacciones horizontales los valores no varían significativamente, lo que sugiere que la redistribución de la carga no es tan influyente en la forma de absorber los impactos, no obstante, en el caso de las cargas verticales, sí se puede notar una diferencia, ya que los picos en A_y y B_y son ligeramente más altos en el caso sin barrido que en el caso con barrido, lo que sugiere que al redistribuir el mineral en vez de verterlo de manera continua, se consigue capturar las cargas de impacto de mejor manera.

Por otro lado, luego de recibir cada carga, los valores estabilizados de las reacciones son muy similares en ambos escenarios, esto indica que la carga estática final es prácticamente la misma, pero la dinámica del impacto es diferente.

Tabla 6: Resultados peak y promedio en las reacciones para los casos de carga con y sin barrido

Carga	Caso	Peak de reacción en A_y [kN]	Peak de reacción en A_x [kN]	Peak de reacción en B_y [kN]	Peak de reacción en B_x [kN]	Reacción promedio en A_y [kN]	Reacción promedio en A_x [kN]	Reacción promedio en B_y [kN]	Reacción promedio en B_x [kN]
Carga 1	con barrido	987	209	598	-362	568	120	152	-128
	sin barrido	1018	216	752	-372	585	124	189	-128
Carga 2	con barrido	1365	347	1619	-367	977	207	312	-210
	sin barrido	1635	290	608	-331	994	211	451	-217
Carga 3	con barrido	2046	435	801	-514	1410	306	464	-307
	sin barrido	2099	446	903	-484	1440	300	587	-300

6.2 Movimiento

Se presentarán los resultados de las fuerzas de reacción para los casos de movimiento en un plano horizontal, dos planos inclinados, de 2.9° y 5.7° , con pendientes negativas y positivas, los cuales representan la bajada y subida del camión sobre caminos mineros.

Como se describió en el Capítulo 5 sección 5.3.1, la dirección que tendrá la aceleración de gravedad variará según si se simula subida, bajada o movimiento horizontal sobre las partículas de mineral.

La Figura 6.4 muestra la distribución del mineral sobre la tolva para los tres ejemplos de condiciones de operación que se tendrá, en (a) posee la aceleración de gravedad presente solo verticalmente, en cambio en (b) y (c) se divide también en una componente vertical y otra horizontal, como se ve en la figura, no hay un cambio aparente en la distribución del mineral sobre la tolva producto de esta variación.

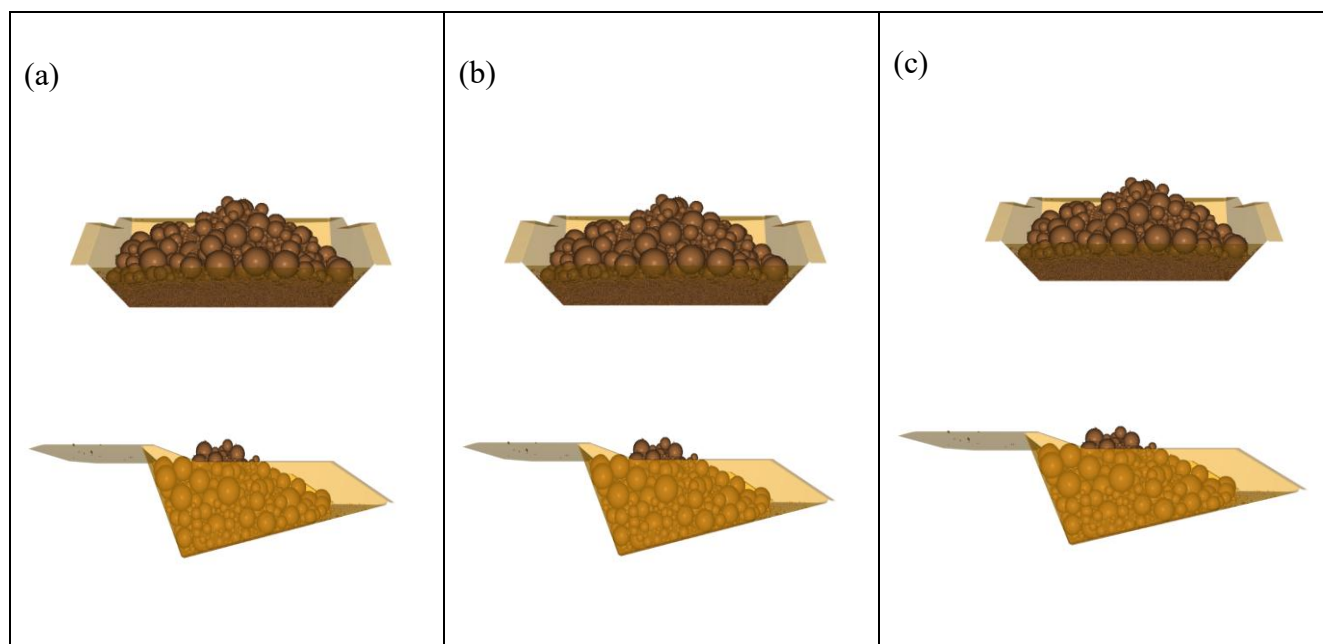


Figura 6.4 Distribución del mineral sobre la tolva (a) plano horizontal (b) plano subida (c) plano bajada.

6.2.1 Movimiento en el plano horizontal

Se presentan los resultados del análisis de las reacciones en los puntos de apoyo de la tolva (puntos A y B) ante un movimiento vertical oscilatorio sobre un plano horizontal. Para ello, se han simulado cinco casos de análisis en Rocky DEM, variando la amplitud de la vibración mientras se mantiene una frecuencia constante de 2 Hz. Posteriormente, las cargas resultantes de estas simulaciones DEM han sido procesadas en MATLAB para determinar las reacciones dinámicas

en los apoyos A_x , A_y , B_x y B_y , siguiendo la misma metodología de simplificación 2D utilizada previamente en el análisis de carga.

Los casos por analizar consisten en tener la tolva cargada de mineral y darle movimiento vibratorio vertical según los parámetros registrados en la Tabla 2, Capítulo 5. Así entonces los casos de estudio son los siguientes.

Caso: 1 $\rightarrow A=0.00358$ [m]

Caso: 2 $\rightarrow A=0.00716$ [m]

Caso: 3 $\rightarrow A=0.01075$ [m]

Caso: 4 $\rightarrow A=0.01433$ [m]

Caso: 5 $\rightarrow A=0.01791$ [m]

Los gráficos de las Figuras 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 y 6.8, correspondientes a los cinco casos en orden correlativo, muestran las reacciones horizontales y verticales en función del tiempo para cada una de las amplitudes de vibración estudiadas. En general todas las reacciones siguen un patrón oscilatorio, lo cual es indicativo de una respuesta directa a la entrada de vibración armónica.

Al examinar las reacciones horizontales en estos escenarios, es evidente que A_x y B_x están desfasadas aproximadamente 180 grados, trabajando en oposición para equilibrar cualquier momento horizontal o fuerza inercial generada por el movimiento vertical. Al comparar visualmente los cinco casos de amplitud, se observa una clara tendencia, la amplitud de estas oscilaciones horizontales aumenta progresivamente desde el Caso 1 hasta el Caso 4. Esto es un resultado esperado, ya que, mayores amplitudes de movimiento vertical pueden inducir mayores aceleraciones angulares o fuerzas inerciales de balanceo que los apoyos deben resistir, lo que se traduce en reacciones horizontales más intensas. Sin embargo, se aprecia una ligera reducción en la amplitud de oscilación de A_x y B_x en el Caso 5 en comparación con el Caso 4.

En cuanto a las reacciones verticales, se observa que la reacción A_y mantiene consistentemente una magnitud y una amplitud de oscilación significativamente mayores que B_y a lo largo de todos los casos. Esto reitera que el apoyo A es el principal portador de la carga vertical dinámica, tanto en su componente estática como en la oscilatoria. Al igual que con las reacciones horizontales, la amplitud de las oscilaciones verticales para A_y y B_y se incrementa notablemente a medida que la amplitud de vibración aumenta del Caso 1 al Caso 4. Esto es una consecuencia directa de la relación entre aceleración y fuerza inercial, donde mayores amplitudes con una frecuencia constante implican mayores aceleraciones, y, por ende, mayores fuerzas dinámicas que los apoyos deben contrarrestar. De forma análoga a las reacciones horizontales, el Caso 5 también muestra una leve disminución en la amplitud de las oscilaciones verticales en comparación con el Caso 4, sugiriendo tal vez que el caso 4 se encuentra más cerca de una zona resonante.

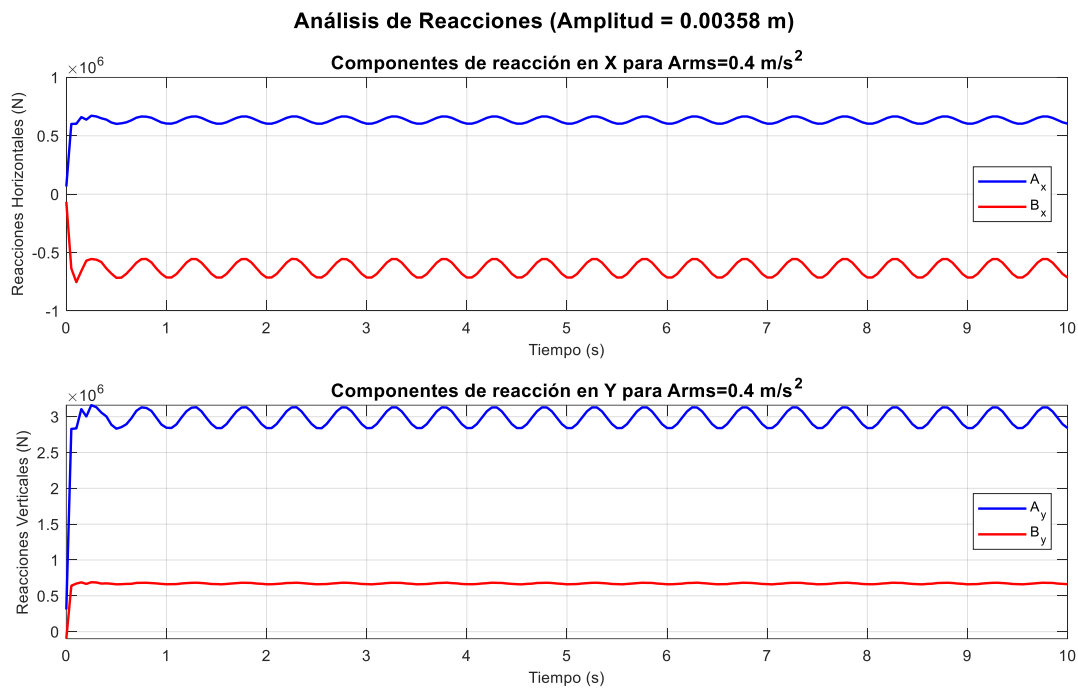


Figura 6.5 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.00358 [m]

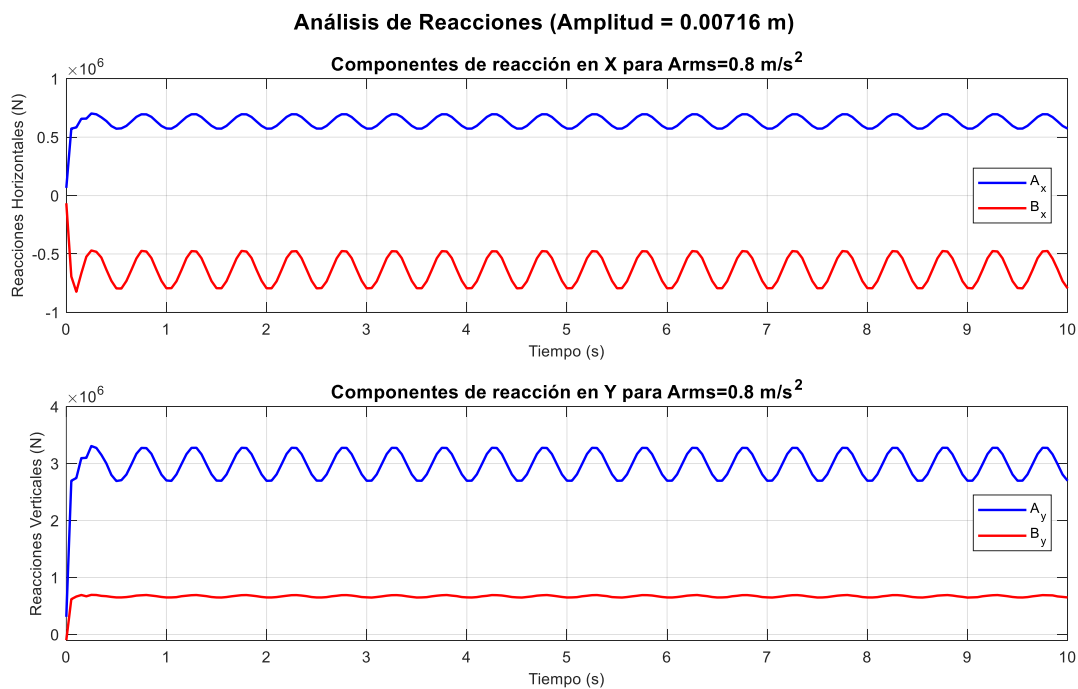


Figura 6.6 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.00716 [m]

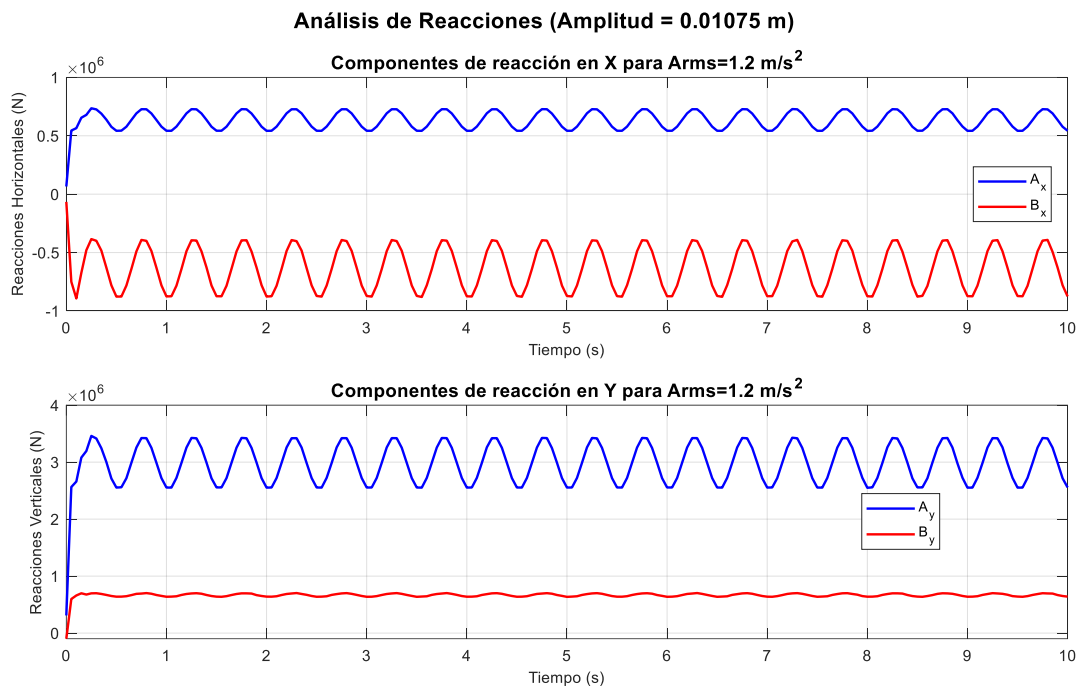


Figura 6.7 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.01075 [m]

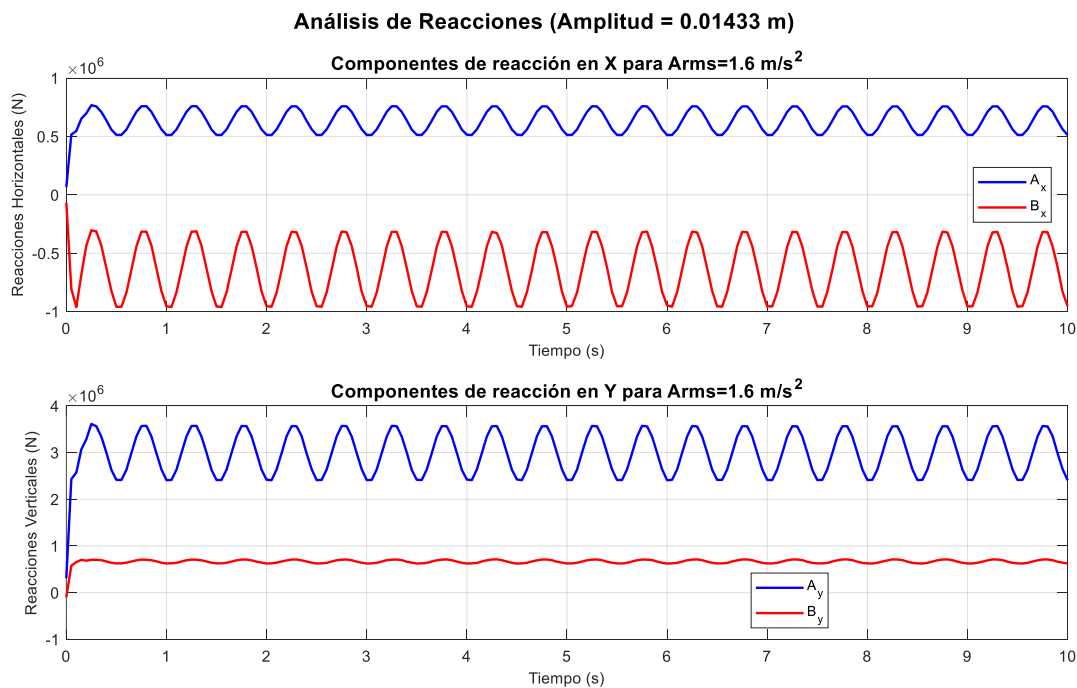


Figura 6.8 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.01433 [m]

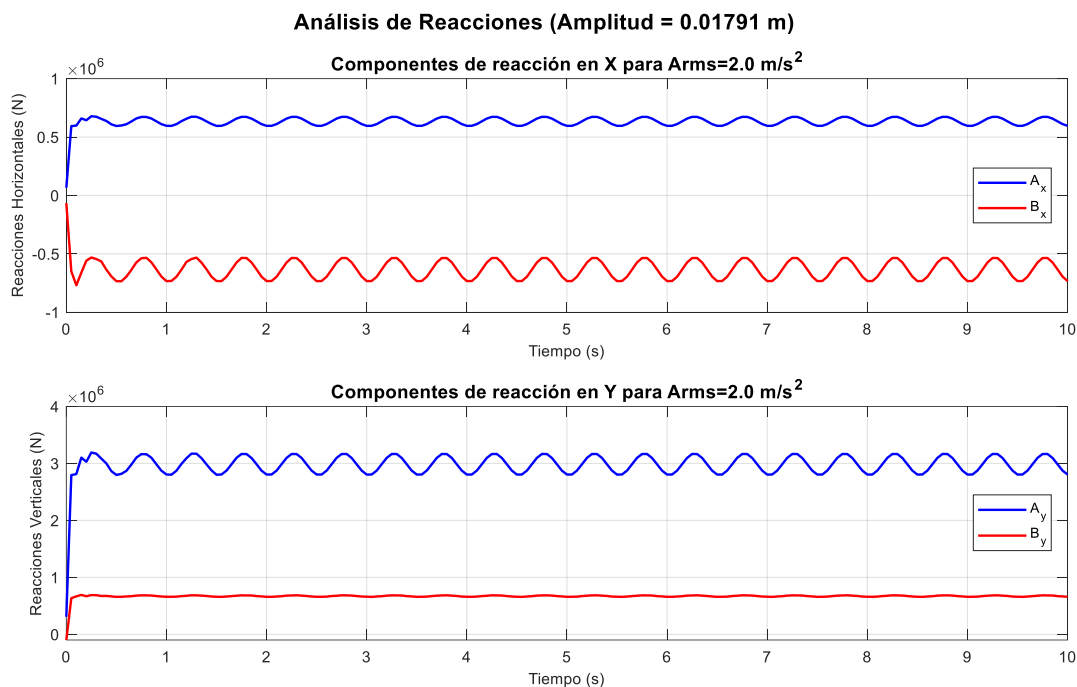


Figura 6.9 Gráfico que contiene las reacciones verticales y horizontales en los puntos de apoyo A y B para una frecuencia de oscilación de 0.01791 [m]

La Tabla 7 presenta un resumen cuantitativo de los valores pico y promedio de las reacciones para cada uno de los cinco casos de amplitud de vibración, así como factores de amplificación para cada reacción. Los valores de las reacciones están expresados en kilonewtons (kN).

Una tendencia general y significativa que emerge de la tabla es el aumento progresivo en las reacciones pico a medida que la amplitud de vibración se incrementa desde el Caso 1 hasta el Caso 4 para todas las componentes de fuerza. Por ejemplo, el valor pico de la reacción vertical en el apoyo A (Peak de reacción en A_y [kN]) asciende de 3160 [kN] en el Caso 1 a 3611 [kN] en el Caso 4, mientras que el pico de la reacción horizontal en B (Peak de reacción en B_x [kN]) aumenta de 753 [kN] a 961 [kN] en el mismo rango. Este comportamiento confirma las observaciones cualitativas de los gráficos. Sin embargo, un aspecto notable es la disminución de las reacciones pico en el Caso 5 en comparación con el Caso 4. Por ejemplo, el pico de A_y baja a 3191 [kN] y el de B_x a 769 [kN] en el Caso 5. Esta leve disminución en la tendencia podría ser indicativo de un régimen dinámico diferente a amplitudes extremadamente altas, posiblemente sugiriendo la cercanía a una resonancia en el Caso 4, o bien que, al superar cierta amplitud, la interacción del mineral dentro de la tolva cambia, mitigando o redistribuyendo las cargas transmitidas a los apoyos.

Al comparar las magnitudes de las reacciones pico entre sí, se confirma que las reacciones verticales (A_y y B_y) son consistentemente las de mayor magnitud, lo que subraya su rol principal en el soporte de la carga gravitacional y las fuerzas inerciales verticales. Específicamente, el "Peak de reacción en A_y [kN]" es el valor más grande en todos los casos, superando significativamente

al "Peak de reacción en B_y [kN]", lo que sugiere que el apoyo A soporta una porción dominante de la carga dinámica vertical. Por otro lado, las reacciones horizontales (A_x y B_x) son notablemente menores en magnitud que las verticales, como lo indican los valores presentes en la Tabla 4.

En lo que respecta a las reacciones promedio, la tabla muestra una notable estabilidad en los valores promedio verticales (A_y y B_y) a lo largo de todos los casos de amplitud, con variaciones mínimas. Por ejemplo, la "Reacción promedio en A_y [kN]" se mantiene alrededor de 2970-2980 [kN], y la "Reacción promedio en B_y [kN]" alrededor de 660-670 [kN]. Esta consistencia es lógicamente esperable, dado que la componente promedio de la reacción vertical representa fundamentalmente la carga estática (peso de la tolva y el mineral) que permanece constante independientemente de la amplitud de la vibración. De manera similar, las reacciones promedio horizontales (A_x y B_x) también exhiben estabilidad y valores consistentemente bajos comparados con los promedios verticales. Es llamativo observar que la "Reacción promedio en A_x [kN]" es prácticamente idéntica en magnitud a la "Reacción promedio en B_x [kN]", pero con signo opuesto (632 kN vs. -632 kN Caso 1), confirmando que, en promedio, las fuerzas horizontales en los apoyos se equilibran casi perfectamente, resultando en una fuerza horizontal neta casi nula sobre el chasis.

6.2.2 Factor de Amplificación

Para efectos de conocer cómo se ve afectada la respuesta de las reacciones por la oscilación vibratoria, se establece el factor de amplificación, el cual está definido como:

$$FAD = \frac{\text{Respuesta dinámica máxima}}{\text{Fuerza estática de referencia}}$$

La respuesta dinámica máxima viene dada como el valor pico de la reacción, por ejemplo, la respuesta dinámica máxima en A para el caso 1 está dada por: $\sqrt{3160^2 + 671^2}$. La fuerza estática de referencia se considera como un cuarto del peso de la carga más un cuarto del peso de la tolva multiplicado por la gravedad, es decir, $(80000 + 10750) \times 9.8$. Notar que se utiliza un cuarto del peso de la carga, ya que, se tienen en cuenta dos suposiciones;

- a) el mineral se distribuye uniformemente sobre la tolva.
- b) Ambos apoyos reciben la carga de forma equitativa.

Finalmente, la tabla presenta los factores de amplificación de la reacción para los apoyos A y B. Estos factores, que cuantifican la relación entre la respuesta dinámica y un estado de referencia (en este caso el valor de la carga estática), revelan una amplificación alta en el apoyo A, con valores de amplificación que oscilan consistentemente alrededor de 3.24 a 3.71 en todos los casos. Esto sugiere que la carga dinámica en el apoyo A es aproximadamente 3.5 veces superior a su componente estática promedio, un hallazgo de suma importancia para el diseño por fatiga. En contraste, el factor de amplificación promedio en el apoyo B es considerablemente menor, variando entre 1.01 y 1.17. Esta marcada disparidad en los factores de amplificación entre A y B es un punto crítico, indicando que el apoyo A no solo soporta una mayor porción de la carga

estática, sino que también es el punto más vulnerable a los efectos de amplificación dinámica inducidos por la vibración.

Tabla 7: Resultados de reacción peak y promedio en los apoyos A y B, factor de amplificación de la carga en A y B para los casos de movimiento horizontal.

Caso	Peak de reacción en A_y [kN]	Peak de reacción en A_x [kN]	Peak de reacción en B_y [kN]	Peak de reacción en B_x [kN]	Reacción promedio en A_y [kN]	Reacción promedio en A_x [kN]	Reacción promedio en B_y [kN]	Reacción promedio en B_x [kN]	Factor de amplifica- ción reacción A	Factor de amplifica- ción reacción B
1	3160	671	689	753	2976	632	669	-632	3.24	1.01
2	3307	702	695	823	2978	633	667	-633	3.39	1.06
3	3460	735	703	892	2979	633	666	-633	3.55	1.11
4	3611	767	713	961	2981	633	664	-633	3.71	1.17
5	3191	678	692	769	2976	632	669	-632	3.28	1.02

6.2.3 Movimiento en el plano inclinado

Para este análisis, se han considerado cuatro escenarios de "bajada" y cuatro de "subida", todos ellos sometidos a una frecuencia de vibración constante de 2 Hz. La diferenciación entre los casos radica en la combinación de la amplitud de vibración y el ángulo de inclinación de la pendiente. Para los casos de "bajada", se utilizaron ángulos de 5.7° y 2.9° , cada uno analizado con dos amplitudes de vibración: $A1 = 0.00358$ m y $A2 = 0.0179$ m. Análogamente, para los casos de "subida", los ángulos correspondientes fueron $180^\circ-5.7^\circ$ y $180^\circ-2.9^\circ$, también evaluados con las mismas dos amplitudes. Las cargas dinámicas fueron simuladas en Rocky DEM 4.4, y las reacciones en los apoyos de la tolva se obtuvieron mediante un código en MATLAB, siguiendo la metodología de simplificación 2D previamente establecida.

Los gráficos de reacciones para los casos de subida y bajada, Figuras 6.9, 6.10, 6.11 y 6.12, ilustran la respuesta dinámica de los apoyos A y B, mostrando la influencia combinada de la inclinación y la amplitud de vibración.

Al analizar las reacciones horizontales (A_x y B_x), se observan patrones distintivos entre los escenarios de subida y bajada, y crucialmente, diferencias marcadas en la respuesta al someterlas a las dos amplitudes de vibración. En los casos de bajada, por ejemplo, en la figura 6.10, correspondiente al ángulo de 5.7° , la línea roja representa las reacciones para la amplitud A1 (0.00358 m), mientras que la línea azul corresponde a la amplitud A2 (0.0179 m). Se aprecia claramente que, para A_x , la amplitud de la oscilación de la línea azul es significativamente mayor que la de la línea roja, lo que indica que una mayor amplitud de vibración induce fuerzas horizontales dinámicas más grandes en el apoyo A. De manera similar, para B_x en el mismo gráfico, la oscilación de la línea azul es notablemente más pronunciada que la de la línea roja, demostrando que el apoyo B también experimenta un incremento sustancial en la magnitud de sus reacciones horizontales dinámicas con el aumento de la amplitud de vibración. Este patrón se repite en los gráficos de bajada para el ángulo de 2.9° (Figura 6.9), donde las amplitudes de las oscilaciones azules son visiblemente más amplias que las rojas para ambas reacciones horizontales.

Comparación de Reacciones para 2.9° Inclinación (Bajada: Amplitudes 0.00358 m vs 0.01790 m, Ángulo Calculado: 177.1°)

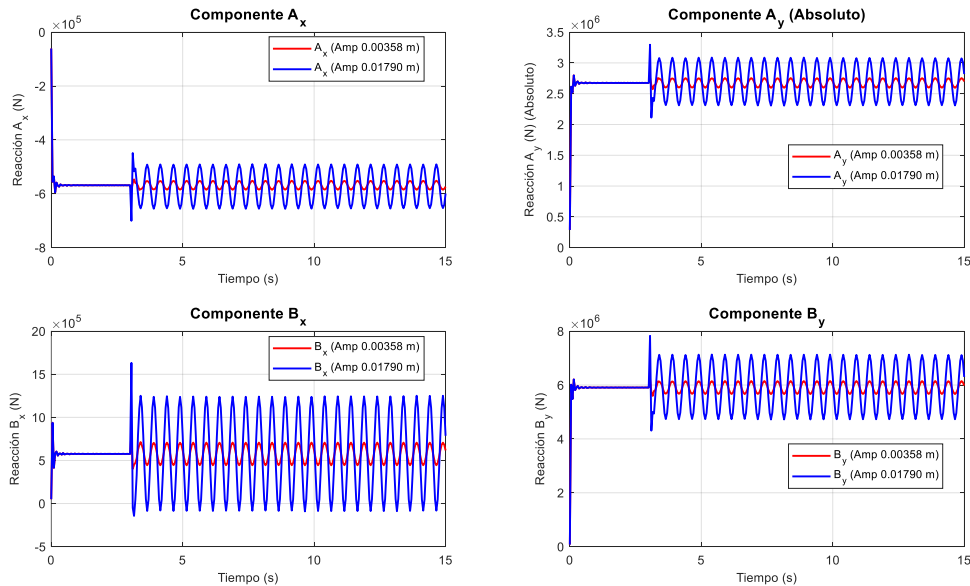


Figura 6.10 Gráficos de reacciones en bajada para un ángulo de inclinación $\theta=2.9^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.

Comparación de Reacciones para 5.7° Inclinación (Bajada: Amplitudes 0.00358 m vs 0.01790 m, Ángulo Calculado: 174.3°)

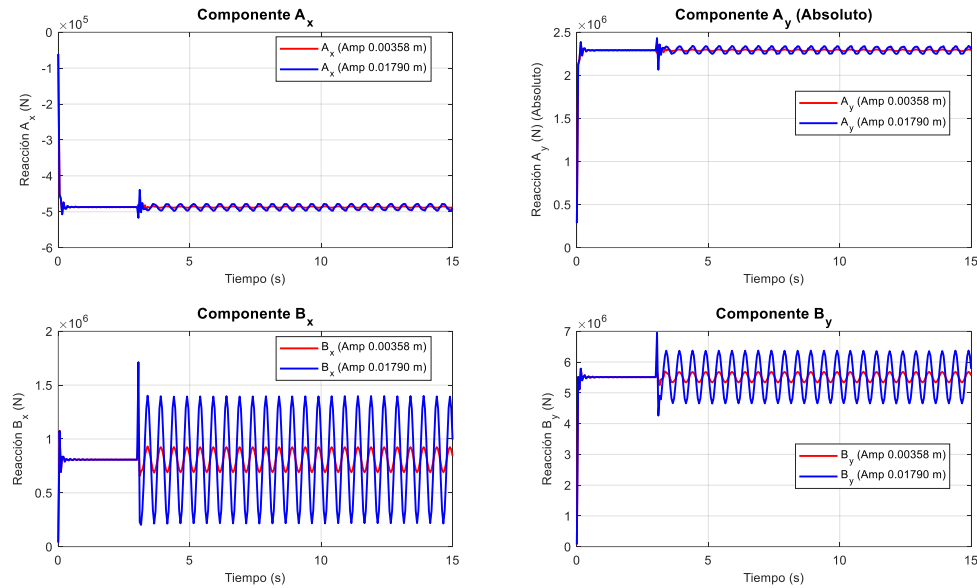


Figura 6.11 Gráficos de reacciones en bajada para un ángulo de inclinación $\theta=5.7^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.

Para los casos de subida, como se observa en la Figura 6.12 (ángulo de $180^\circ-5.7^\circ$), la misma tendencia es evidente. La amplitud de las oscilaciones de A_x (donde la línea azul representa A2 y la roja A1) es considerablemente mayor para la amplitud A2 en comparación con A1. Lo mismo ocurre para B_x , donde la línea azul muestra oscilaciones de mayor magnitud que la línea roja, indicando que las fuerzas horizontales de reacción en el apoyo B también se intensifican con el aumento de la amplitud de vibración. Esta consistencia en el aumento de la amplitud de las reacciones horizontales al pasar de la amplitud A1 a A2, tanto en subida como en bajada, resalta la sensibilidad del sistema a la severidad de la excitación vibratoria.

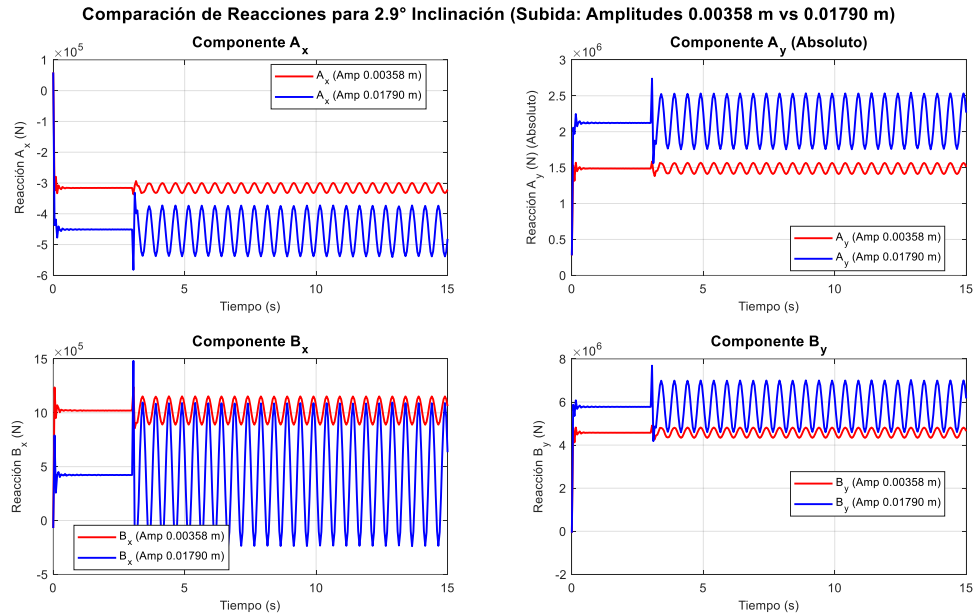


Figura 6.12 Gráficos de reacciones en subida para un ángulo de inclinación $\theta=180-2.9^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.

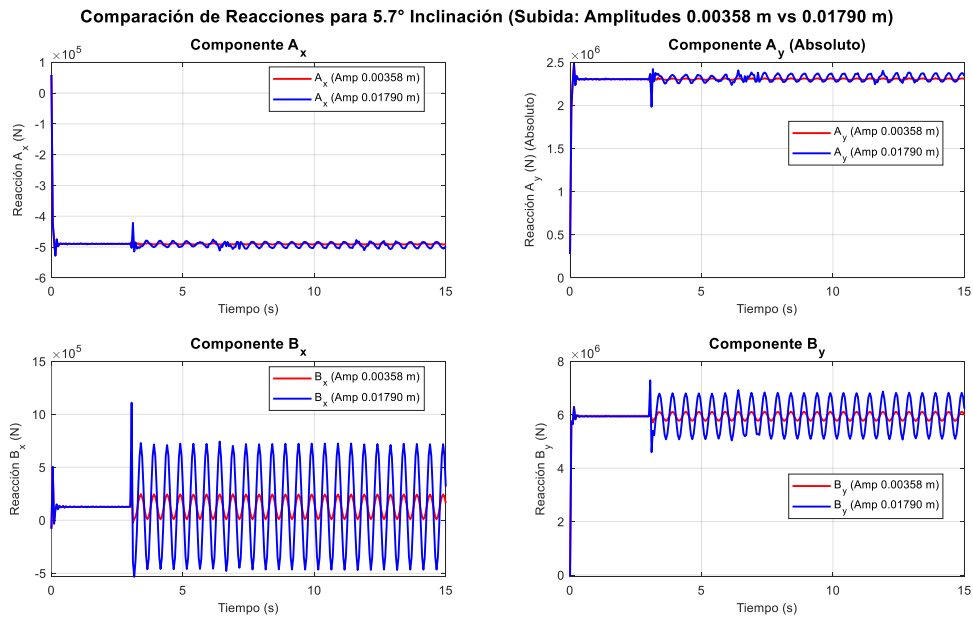


Figura 6.13 Gráficos de reacciones en subida para un ángulo de inclinación $\theta=180-5.7^\circ$ comparando la respuesta de dos amplitudes de entrada diferentes.

Las Tablas 8 (caso bajada) y 9 (caso subida) ofrecen una visión cuantitativa de las reacciones y factores de amplificación para los ocho escenarios de movimiento inclinado.

Para que las tablas se entiendan de forma clara se tomaron los siguientes casos:
Bajada (Tabla 8)

Caso: 1 $\rightarrow \theta=2.9^\circ$; $A_1=0.00358$ [m]

Caso: 2 $\rightarrow \theta=2.9^\circ$; $A_2=0.01790$ [m]

Caso: 3 $\rightarrow \theta=5.7^\circ$; $A_1=0.00358$ [m]

Caso: 4 $\rightarrow \theta=5.7^\circ$; $A_2=0.01790$ [m]

Subida (Tabla 9)

Caso: 1 $\rightarrow \theta=180^\circ-2.9^\circ$; $A_1=0.00358$ [m]

Caso: 2 $\rightarrow \theta=180^\circ-2.9^\circ$; $A_2=0.01790$ [m]

Caso: 3 $\rightarrow \theta=180^\circ-5.7^\circ$; $A_1=0.00358$ [m]

Caso: 4 $\rightarrow \theta=180^\circ-5.7^\circ$; $A_2=0.01790$ [m]

Al analizar los picos de las reacciones verticales (A_y y B_y), se observa una tendencia general de aumento con la amplitud de vibración para ambos tipos de movimiento. Para los casos de subida (Tabla 9), el "Peak de reacción en A_y [kN]" se incrementa de 1584 [kN] (Caso 1, $A_1=0.00358$ m) a 2738 [kN] (Caso 2, $A_2=0.0179$ m). Para la inclinación presente en los casos 3 y 4, pasa de 2483 [kN] (Caso 3, A_1) a 2483 [kN] (Caso 4, A_2), mostrando aquí una estabilización.

Análogamente, para bajada (Tabla 8), el "Peak de reacción en A_y [kN]" pasa de 2798 [kN] (Caso 1, $A_1=0.00358$ m) a 3295 [kN] (Caso 2, $A_2=0.0179$ m). Para el ángulo de 5.7° , se observa un cambio de 2385 [kN] (Caso 3, A_1) a 2432 [kN] (Caso 4, A_2). Estos datos confirman la observación visual de los gráficos: mayores amplitudes de vibración generalmente resultan en mayores picos de fuerza vertical. Los picos de B_y también muestran esta dependencia, alcanzando valores como 7686 [kN] en el Caso 2 de subida y 7826 [kN] en el Caso 2 de bajada, enfatizando la severidad de las cargas en este apoyo a mayores amplitudes.

En cuanto a los picos de las reacciones horizontales (A_x y B_x), también se observa un incremento general con la amplitud de vibración. Para los casos de subida (Tabla 9), el "Peak de reacción en A_x [kN]" aumenta de 336 [kN] (Caso 1, A_1) a 582 [kN] (Caso 2, A_2), y de 527 [kN] (Caso 3, A_1) a 527 [kN] (Caso 4, A_2). Para bajada (Tabla 8), A_x pasa de 594 [kN] (Caso 1, A_1) a 700 [kN] (Caso 2, A_2), y de 506 [kN] (Caso 3, A_1) a 516 [kN] (Caso 4, A_2). Los picos de B_x también muestran esta clara tendencia creciente con la amplitud de vibración en la mayoría de los casos. Por ejemplo, en subida, B_x pasa de 1240 [kN] (Caso 1, A_1) a 1481 [kN] (Caso 2, A_2), y en bajada, de 937 [kN] (Caso 1, A_1) a 1632 [kN] (Caso 2, A_2) para la inclinación de 2.9° . Esto reitera que las mayores amplitudes de vibración no solo afectan las cargas verticales, sino que también generan picos horizontales más pronunciados, exigiendo mayor resistencia en los anclajes de la tolva.

Las reacciones promedio verticales (A_y y B_y) exhiben una dependencia clara de la inclinación y, en menor medida, de la amplitud. Para los casos de subida (Tabla 9), el "Reacción promedio en

A_y [kN]" se incrementa de 1484 [kN] (Caso 1) a 2136 [kN] (Caso 2), y de 2296 [kN] (Caso 3) a 2308 [kN] (Caso 4), mostrando una tendencia al aumento con la amplitud. De manera similar, el "Reacción promedio en B_y [kN]" también aumenta significativamente, de 4560 [kN] (Caso 1) a 5780 [kN] (Caso 2), y de 5922 [kN] (Caso 3) a 5938 [kN] (Caso 4). Esto indica que, en subida, el peso se distribuye de manera diferente entre los apoyos A y B, y que la amplitud puede tener un impacto sutil en la componente promedio que se atribuye a cada apoyo. Para los casos de bajada (Tabla 3), los promedios de A_y y B_y se mantienen relativamente estables con la amplitud dentro de cada ángulo, con A_y promediando alrededor de 2970-2980 [kN] y B_y alrededor de 5400-5900 [kN].

Los factores de amplificación promedio ofrecen una visión crucial sobre la severidad del efecto dinámico en cada apoyo. Para los casos de subida (Tabla 9), el "Factor de amplificación reacción A" varía de 1.62 (Caso 1, A1) a 2.81 (Caso 2, A2) para 2.9° , y de 2.55 (Caso 3, A1) a 3.55 (Caso 4, A2) para 5.7° . Para el apoyo B, el factor de amplificación es significativamente mayor, variando de 5.08 (Caso 1, A1) a 7.87 (Caso 2, A2) para 2.9° , y de 6.32 (Caso 3, A1) a 7.41 (Caso 4, A2) para 5.7° . Esto demuestra que el apoyo B experimenta una amplificación dinámica mucho mayor que el apoyo A en condiciones de subida, y que esta amplificación se incrementa consistentemente con la amplitud de vibración. Para los casos de bajada (Tabla 8), el "Factor de amplificación promedio en reacción A" oscila de 2.87 (Caso 1, A1) a 3.38 (Caso 2, A2) para 2.9° , y se mantiene entre 2.45 y 2.49 en el caso 3 y 4. Para el apoyo B en bajada, los factores de amplificación son también muy elevados, variando de 6.31 (Caso 1, A1) a 8.03 (Caso 2, A2) para 2.7° , y de 5.87 (Caso 3, A1) a 7.19 (Caso 4, A2) para 5.7° . En general, se mantiene la tendencia de que el apoyo B experimenta una amplificación significativamente mayor que el apoyo A en bajada, y esta amplificación tiende a ser más alta con la mayor amplitud de vibración.

Tabla 8: Tabla resumen con los valores peak de reacción, reacciones promedio por componente y factor de amplificación promedio para cada caso de bajada

Caso bajada	Peak de reacción en A_y [kN]	Peak de reacción en A_x [kN]	Peak de reacción en B_y [kN]	Peak de reacción en B_x [kN]	Reacción promedio en A_y [kN]	Reacción promedio en A_x [kN]	Reacción promedio en B_y [kN]	Reacción promedio en B_x [kN]	Factor de amplificación reacción A	Factor de amplificación reacción B
1	2798	594	6224	937	2976	-566	5888	575	2.87	6.31
2	3295	700	7826	1632	2978	-571	5912	582	3.38	8.03
3	2385	506	5784	1075	2979	-485	5491	806	2.45	5.87
4	2432	516	6950	1713	2981	-485	5497	809	2.49	7.19

Tabla 9: Tabla resumen con los valores peak de reacción, reacciones promedio por componente y factor de amplificación promedio para cada caso de subida

Caso subida	Peak de reacción en A_y [kN]	Peak de reacción en A_x [kN]	Peak de reacción en B_y [kN]	Peak de reacción en B_x [kN]	Reacción promedio en A_y [kN]	Reacción promedio en A_x [kN]	Reacción promedio en B_y [kN]	Reacción promedio en B_x [kN]	Factor de amplificación reacción A	Factor de amplificación reacción B
1	1584	336	4904	1240	1484	-315	4560	1018	1.62	5.08
2	2738	582	7686	1481	2136	-453	5780	429	2.81	7.87
3	2483	527	6294	503	2296	-487	5922	127	2.55	6.32
4	2483	527	7289	1109	2308	-490	5938	132	3.55	7.41

6.3 Descarga

Cuando un camión minero descarga mineral, ya sea para procesarlo o en los botaderos, sigue los mismos pasos, se debe posicionar y accionar los cilindros hidráulicos que levantarán la tolva sobre un punto pivote, generando un movimiento angular que hará llegar a la tolva del camión hasta una inclinación de 45° , este proceso demora alrededor de 15 segundos, por lo cual, la velocidad de rotación es de $\omega = 0.0523599 \text{ [rad/s]}$.

La figura 6.13 compara visualmente los tamaños de partículas de mineral, en tres pasos de tiempo distintos, el primero (a) es cuando se inicia la descarga, luego (b) un tiempo intermedio y (c) ya finalizando el proceso.

(a)

(b)

(c)

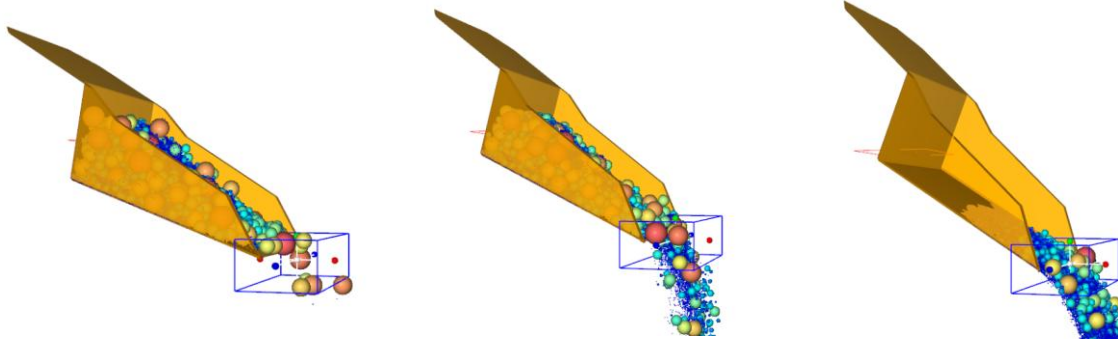


Figura 6.14 Capturas de la simulación DEM para la descarga de mineral con las partículas de colores representando diferentes tamaños. (a) Descarga para $t = 11s$, (b) descarga para $t = 12.85s$, (c) descarga para $t = 18.05 s$

El grafico de la figura 6.15 fuerzas resultantes (F_x, F_y, F_z) sobre la tolva durante el proceso de descarga. La fuerza vertical, F_y , muestra una disminicion gradual desde su valor máximo (correspondiente al peso de la tolva más el peso del mineral) hasta un valor casi cero (solo el peso de la tolva) a medida que el mineral se descarga. Tanto F_x como F_z poseen valores cerca de cero.

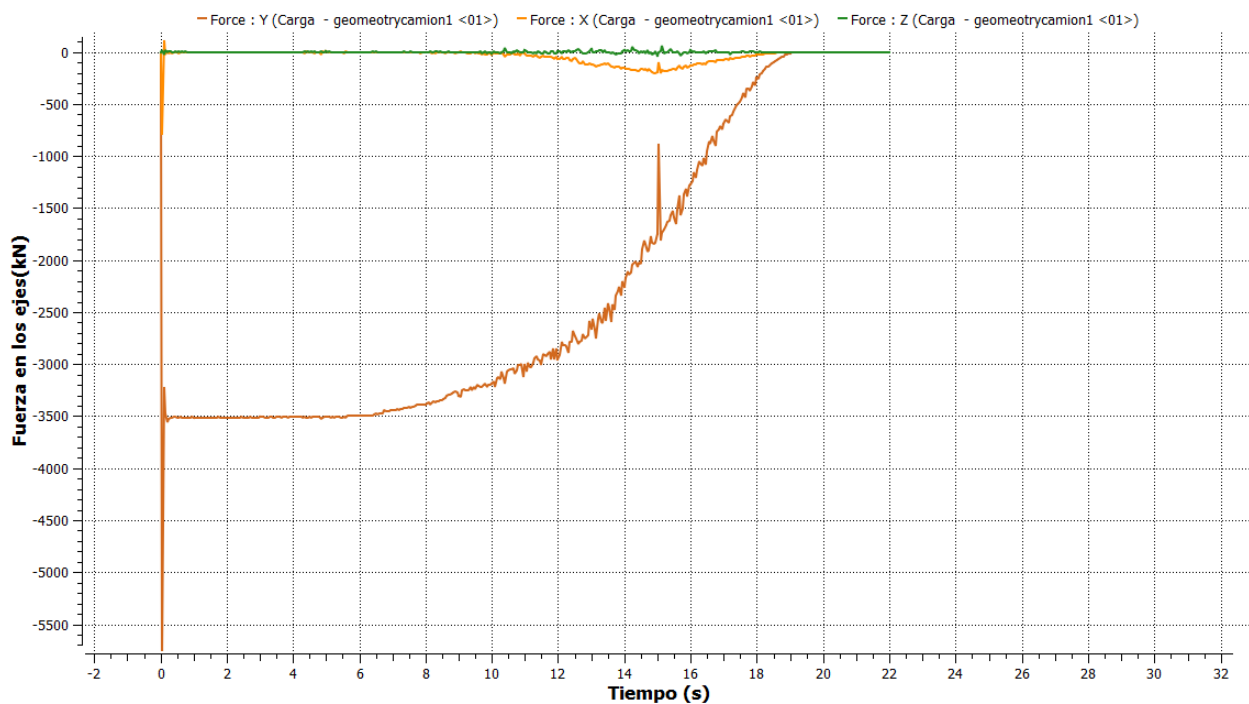


Figura 6.15 Fuerzas en la dirección de los ejes (x, y, z) ubicada en el centro de coordenadas para el caso de descarga de mineral

El grafico 6.16 muestra los momentos resultantes (M_x, M_y, M_z) sobre la tolva durante el proceso de descarga. Observamos picos significativos, especialmente en M_z (eje vertical), que son consistentes con los impactos y la distribución irregular del mineral al caer. Los momentos en x e y también muestran fluctuaciones, indicando desequilibrios dinámicos durante la carga, que sin embargo son prácticamente insignificantes en comparación con el momento en z.

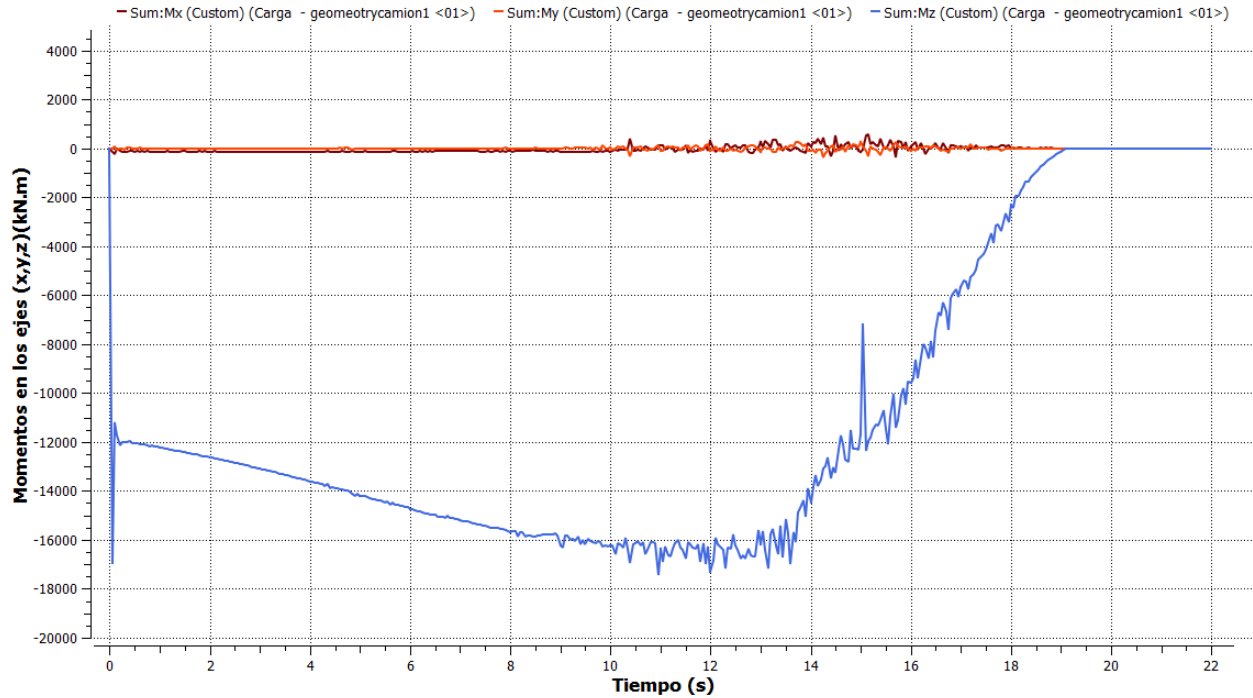


Figura 6.16 Momentos en la dirección de los ejes (x, y, z) ubicada en el centro de coordenadas para el caso de descarga de mineral

Dado que la descarga es un proceso más controlado (movimiento angular constante de la tolva) en comparación con el impacto de la carga y los movimientos vibratorios.

Quedo de manifiesto que los picos de fuerza y momento son menos abruptos que en los otros casos, ya que aquí la masa se mueve de forma más predecible.

CAPÍTULO 7: Conclusiones

A partir del análisis de las simulaciones y la metodología propuesta, se desprenden las siguientes conclusiones principales:

La estrategia implementada para distribuir las cargas dinámicas del mineral, obtenidas a través de simulaciones de Elementos Discretos en Rocky DEM, sobre los puntos de apoyo de la tolva ha demostrado ser eficaz. Esta metodología permite traducir con precisión las fuerzas y momentos concentrados en el centro de coordenadas de la tolva en fuerzas de reacción específicas para cada uno de los apoyos (A, B, C y D). En cuanto a la discretización de las cargas en los puntos de apoyo mediante los diversos diagramas de cuerpo libre y métodos de post-procesado implementados, demuestran ser una herramienta capaz de producir resultados razonables y transferibles hacia el chasis del camión, así a falta de validación experimental, este método puede satisfacer los requerimientos de una base de datos de carga sobre el chasis para un posterior análisis mediante el método de elementos finitos.

En el caso del análisis de las reacciones para la carga de mineral, se determinó que las reacciones verticales son las que alcanzan valores pico mas altos, de hasta 2099 [kN] para A_y y 903 [kN] en B_y para la carga 3. Además, cabe destacar que la ausencia de barrido resultó en picos ligeramente más altos en las reacciones A_y y B_y , lo que sugiere que se produce un mayor impacto dinámico al no existir una redistribución del mineral sobre la tolva, como en el caso de carga con barrido.

Para el caso de movimiento horizontal, el escenario con una amplitud de vibración de 0.01433 m (Caso 4) fue el que generó las mayores reacciones dinámicas. La reacción vertical pico en el apoyo A (A_y) alcanzó los 3611 [kN], lo que representa una amplificación de aproximadamente 288.7% respecto a la carga estática de referencia. Para el apoyo B (B_y), el pico horizontal llegó a 961 [kN], con una amplificación del 20.0%. Esto indica que el apoyo A es el más vulnerable a los efectos de amplificación dinámica en este modo de operación. Además, se había generado una tendencia en los resultados, que, a mayor amplitud, hay mayores valores en las fuerzas de reacción, que es lo esperado por las características de las ondas de entrada, sin embargo, la tendencia se detuvo al pasar del caso 4 al 5 (amplitud de 0.01433[m] vs 0.01791 [m]), donde el pico de fuerza en la reacción A_y fue de 3191 en el caso 5, lo que sugiere que, bajo una misma frecuencia, el caso 4 se acerca posiblemente a una condición de resonancia.

Para los casos de movimiento en bajada (pendiente de 2.9° y 5.7° con amplitud de 0.01790 m), se observa una clara tendencia de aumento en las reacciones con la amplitud de vibración. Para la pendiente de 2.9°, las reacciones verticales (A_y) alcanzaron picos de 3295 [kN], con un factor de amplificación de 3.38, equivalente a un aumento de magnitud del 238%, mientras que las reacciones horizontales (B_x) llegaron a picos de 1632 [kN], con una amplificación de 8.03, representando un aumento del 703%. En contraste, para la pendiente de 5.7°, A_y mostró un pico de 2432 [kN], correspondiente a una amplificación del 149%, y B_x un pico de 1713 [kN], es decir, una amplificación del 619%. En ambos ángulos, el apoyo B experimenta una amplificación significativamente mayor que el apoyo A en condiciones de bajada. Al comparar ambas inclinaciones, se percibe que, si bien el apoyo B es consistentemente el más exigido horizontalmente, la inclinación de 2.9° parece generar picos verticales más altos en A_y , mientras

que la inclinación de 5.7° resulta en picos horizontales ligeramente superiores en B_x bajo esta amplitud.

Para los casos de movimiento en subida (pendiente de 2.9° y 5.7° con amplitud de 0.01790 m), al igual que en bajada, las reacciones exhiben una clara tendencia de aumento con la amplitud de vibración. Para la pendiente de 2.9° , las reacciones verticales (A_y) se situaron en un valor pico de 2738 [kN], con un factor de amplificación de 2.81, equivalente a un aumento del 181% en su magnitud, y, por su parte, las reacciones horizontales (B_x), alcanzaron los 1481 [kN], con una amplificación de 7.87, representando un aumento del 687%. Luego, para la pendiente de 5.7° , A_y registró 2483 [kN], amplificándose en un 255% y B_x un pico de 1109 [kN], mostrando una amplificación del 641%. En ambos escenarios de subida, se confirma que el apoyo B experimenta una amplificación dinámica evidentemente mayor que el apoyo A, lo cual es crítico para el diseño del chasis. Comparativamente, la inclinación de 2.9° induce mayores picos verticales y horizontales en el apoyo A y B que la inclinación de 5.7° , respectivamente, aunque el porcentaje de amplificación en A_y es mayor para la inclinación más pronunciada.

Trabajos Futuros

Como trabajo futuro se propone:

- Proponer un modelo de de post-procesado que considere la distribución de la carga de forma no simétrica.
- Validar los resultados obtenidos mediante datos experimentales.
- Hacer un estudio FEM del chasis del camión considerando la distribución de las cargas obtenidas mediante este análisis.

Referencias

- [1] S. Alarie and M. Gamache, “Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines,” *Int. J. Surf. Mining, Reclam. Environ.*, vol. 16, no. 1, pp. 59–76, 2002
- [2] A. J. Krause, “S H O V E L – T R U C K CYCLE SIMULATION METHODS IN SURFACE MINING,” University of Witwatersrand, Johannesburg, 2006.
- [3] L. Zhang and X. Xia, “An Integer Programming Approach for Truck-Shovel Dispatching Problem in Open-Pit Mines,” *Energy Procedia*, vol. 75, pp. 1779–1784, 2015.
- [4] Minería Chilena. (s.f). Camiones mineros: Gigantes en tamaño y relevancia. Recuperado el 30 de agosto de 2023, de <https://www.mch.cl/informes-tecnicos/camiones-mineros-gigantes-en-tamano-y-relevancia/>
- [5] Camiones mineros: Gigantes en tamaño y relevancia. (s/f). Minería Chilena. Recuperado el 30 de agosto de 2023, de <https://www.mch.cl/informes-tecnicos/camiones-mineros-gigantes-en-tamano-y-relevancia/>
- [6] Chen, H., Wang, S., & Liu, C. (2022). Stress analysis and fatigue life prediction of truck frames under dynamic loads using FEM. *Engineering Failure Analysis*, 131, 105804.
- [7] Zhao, Y., Liu, Q., & Zhang, Y. (2020). Coupled DEM-FEM simulation of material loading process in mining dump trucks. *Applied Sciences*, 10(15), 5302.
- [8] Cleary, P. W. (2004). Large scale industrial DEM modelling. *Engineering Computations*, 21(2/3/4), 169–204.
- [9] Chengji Mi, Zhengqi Gu, Yong Zhang, Shuichang Liu, Sha Zhang, Duzhong Nie.(2012). Frame weight and anti-fatigue co-optimization of a mining dump truck based on Kriging approximation model. *Engineering Failure Analysis*, Volumen (66), 2016, Pages 99-109.
- [10] Yimin Shao , Jing Liu , Chris K. Mechefske. Análisis de fallas en la carcasa del eje motriz de un camión volquete minero basado en el espectro de carga. *Eng Fail Anal*, 18 (2011) (2011) , págs . 1049-1057.
- [11] MM Topac , H. Günal , NS Kuralay. Predicción de fallas por fatiga de un prototipo de carcasa de eje trasero mediante análisis de elementos finitos. *Eng Fail Anal* , 16 (2009) , págs. 1474 - 1482
- [12] Zhao, Y., Liu, Q., & Zhang, Y. (2020). Coupled DEM-FEM simulation of material loading process in mining dump trucks. *Applied Sciences*, 10(15), 5302.
- [13] Soo-Ho Lee, Park Tae_Won, Park Joong-Kyung, et al. Un análisis de la vida a fatiga de las ruedas de un vehículo con carriles guía utilizando dinámica multicuerpo. *Int J Prec Eng Manuf*, 10 (5) (2009), págs. 79-84.
- [14] Zheng, S., Cheng, K., Wang, J., Liao, Q., Liu, X., & Liu, W. (n.d.). Failure analysis of frame crack on a wide-body mining dump truck. *School of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun, China*.
- [15] San Roque – Antioquia (Colombia). Un territorio entre lo privado y lo tradicional.

- (2020). Ciudad y territorio, estudios territoriales, 206. <https://doi.org/10.37230/cytet.2020.206.10>
- [16] Camión de minero | camión de acarreo de 400tons EE.UU. 797F | CaT | Caterpillar. (s. f.). https://www.cat.com/es_US/products/new/equipment/off-highway-trucks/mining-trucks/18093014.html. https://www.cat.com/es_US/products/new/equipment/off-highway-trucks/mining-trucks/18093014.html
- [17] Del Congreso Nacional, B. (s. f.). *Biblioteca del Congreso Nacional*. www.bcn.cl/leychile. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=221064>.
- [18] Moncada, M., Toledo, P., Betancourt, F., & Rodríguez, C. G. (2021). Torque Analysis of a Gyratory Crusher with the Discrete Element Method. *Minerals* 2021, Vol. 11, Page 878, 11(8), 878. <https://doi.org/10.3390/MIN11080878>
- [19] Electric Mining Shovel-AC Drive Product Overview. (n.d.).
- [20] Kumar, S. (2004). Vibration in operating heavy haul trucks in overburden mining. *Ergonomics Research Laboratory, Department of Physical Therapy, University of Alberta*.
- [21] colaboradores de Wikipedia. (2022, 4 octubre). *Valor eficaz*. Wikipedia, la enciclopedia libre. https://es.wikipedia.org/wiki/Valor_eficaz

Anexo A:

8.1 Definición FEM

El análisis por el método de elementos finitos, FEM por sus siglas en inglés, es un método numérico utilizado para resolver problemas de ingeniería que, en la mayoría de los casos, presentan un alto grado de complejidad. Esto se debe a que suelen involucrar geometrías irregulares, cargas distribuidas de manera no uniforme y la necesidad de caracterizar propiedades específicas de los materiales. Debido a estas complicaciones, es muy difícil, e incluso a veces imposible, obtener una solución exacta utilizando solo métodos analíticos tradicionales de la mecánica de sólidos. FEM ofrece una solución alternativa mediante la formulación de un conjunto de ecuaciones algebraicas simultáneas, reemplazando así el enfoque tradicional basado en ecuaciones diferenciales complejas. Para aplicar este método, es necesario discretizar el cuerpo en estudio, lo que implica dividirlo en pequeños subdominios interconectados llamados elementos. Estos elementos están vinculados entre sí a través de puntos denominados nodos, que permiten representar las superficies y volúmenes del objeto como entidades independientes afectadas por las condiciones de frontera del sistema global. El objetivo principal de FEM es determinar el comportamiento de la estructura mediante variables incógnitas, generalmente los desplazamientos en los nodos y elementos. Aunque estos valores son aproximados, la precisión de los resultados mejora conforme se incrementa el número de elementos en la subdivisión, acercándose cada vez más al comportamiento real del sistema.

Un aspecto clave del FEM es la elección de los tipos de elementos empleados. En muchos análisis prácticos, los elementos isoparamétricos son los más eficaces. Este enfoque permite establecer una relación entre los desplazamientos en cualquier punto del interior del elemento y los desplazamientos nodales mediante funciones de interpolación. En el contexto de problemas estructurales, FEM se utiliza para resolver los desplazamientos en los nodos de toda la malla, lo que permite, a su vez, calcular los desplazamientos en cualquier punto dentro de un elemento, gracias a las funciones de interpolación que definen su comportamiento interno.

8.1.1 Proceso general de simulación en Ansys

El flujo de trabajo típico para una simulación en Ansys incluye una serie de pasos que a grandes rasgos se pueden desglosar en tres partes, preprocesamiento, solución y postprocesado.

Preprocesamiento, el cual contempla acciones como definir la geometría a analizar, ya sea importándola desde software de dibujos externos a Ansys, o bien creándola en el software de modelado 3D que contiene el mismo Ansys. Asignar material y propiedades mecánicas a la

geometría, características que definen el comportamiento de la pieza de interés. Generación de mallado, en donde se discretiza el modelo, realizar este paso de forma correcta afecta directamente a la precisión y fiabilidad de los resultados. Definición de condiciones de contorno y cargas aplicadas, paso en donde se deben aplicar las restricciones de movimiento, tales como apoyos, voladizos, y fuerzas a las que se somete la pieza de interés.

Solución y simulación, aquí se configura el tipo de análisis que se desea concebir, ya sea, estático lineal, no lineal, transitorio, fatiga, etc. Posteriormente, el programa resuelve las ecuaciones de manera iterativa.

Postprocesado, etapa en donde se evalúan los resultados dados por la simulación, se utilizan los valores nodales para calcular otras cantidades de interés (esfuerzos de Von Mises, tensiones, ciclos de vida, entre otros) y visualizar resultados.

8.1.2 Mallado

El mallado, o generación de la malla, representa la etapa fundamental en la metodología de elementos finitos (MEF). Consiste en la discretización del dominio continuo del problema físico en un número finito de subdominios más pequeños y simples, denominados elementos. Estos elementos se interconectan en puntos específicos llamados nodos, formando una estructura discreta, la malla. Este proceso transforma un problema definido en un dominio continuo (descrito por ecuaciones diferenciales parciales) en un sistema de ecuaciones algebraicas que Ansys puede resolver numéricamente.

La calidad del mallado es un factor determinante en la precisión, la eficiencia computacional y la estabilidad de la solución obtenida. Una malla bien construida debe capturar adecuadamente la geometría del dominio, así como los gradientes significativos de las variables de campo que se están simulando (por ejemplo, tensión, temperatura, velocidad).

Un buen mallado asegura que la aproximación de la solución dentro de cada elemento sea lo suficientemente precisa. Elementos con formas distorsionadas o tamaños excesivamente grandes pueden introducir errores significativos en los resultados.

En la figura 3.6 se presenta un ejemplo de mallado de un bloque rectangular, el cual está hecho con el método de elementos tetraédricos, compuesto por 12107 nodos y 6827 elementos, además, dos de sus caras están hechas con una malla más refinada.

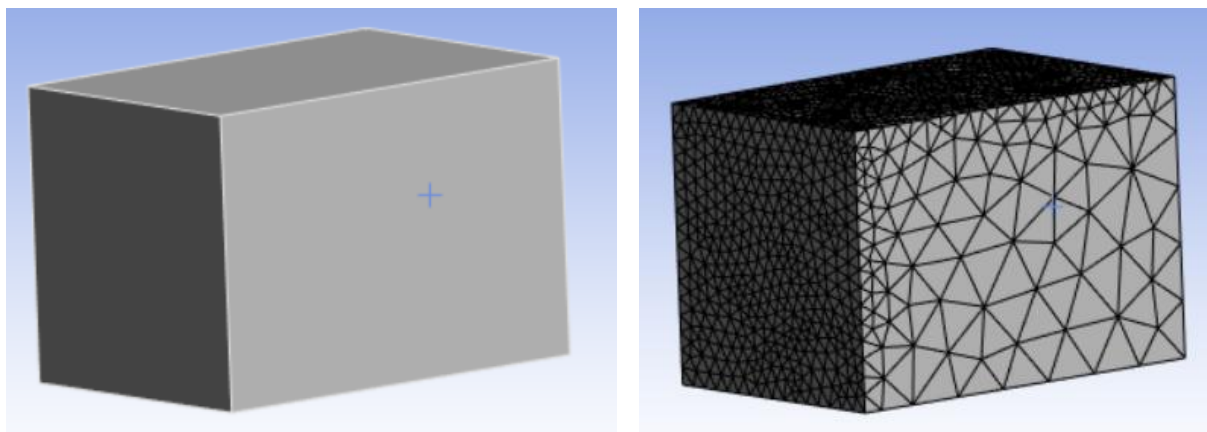


Figura 8.2 Ejemplo de mallado Ansys Workbench.

Siguiendo con lo anterior, al dotar de una mayor densidad de elementos a un mallado se influye directamente en los resultados que se obtienen, siendo mayormente positivos, sin embargo, también se pueden presentar adversidades.

Pros de un mallado fino:

- Una mayor densidad de elementos permite una mejor representación de la geometría compleja y la captura de gradientes pronunciados de las variables de campo. Esto conduce a soluciones numéricas más cercanas a la realidad física.
- Características geométricas pequeñas o fenómenos localizados se resuelven con mayor fidelidad.
- Al disminuir el tamaño de los elementos, se reduce el error inherente a la aproximación por elementos finitos.

Contras de un mallado fino:

- Un mayor número de elementos implica un sistema de ecuaciones más grande, lo que requiere más tiempo de cálculo y mayor consumo de memoria por parte del computador, es decir, un mayor costo computacional.
- Generar mallas muy finas puede llevar más tiempo y esfuerzo.
- En simulaciones no lineales o transitorias, una malla excesivamente fina puede, en algunos casos, dificultar la convergencia del solucionador.

8.1.3 Formulación Matemática constitutiva

Ansys Workbench emplea diferentes EDPs (ecuación en derivadas parciales) específicas y las formulaciones en elementos finitos varían según la aplicación física que se quiera analizar, las mas frecuentes utilizadas para análisis estructural son las siguientes.

Análisis estático lineal, basado en el equilibrio de fuerzas conduce a la siguiente ecuación de rigidez.

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3.16)$$

Donde:

- $[K]$ es la matriz de rigidez.
- $\{u\}$ es el vector de desplazamientos.
- $\{F\}$ es el vector de fuerzas.

Análisis dinámico, que incorpora propiedades de masa y términos de amortiguamiento, lo que lleva a ecuaciones de movimiento del tipo:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (3.17)$$

Donde:

- $[M]$ es la matriz de masa.
- $[C]$ es la matriz de amortiguamiento.
- $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$, es el vector de desplazamientos, velocidades y aceleraciones, respectivamente.
- $\{F(t)\}$ es el vector de fuerzas dependiente del tiempo.

8.1.4 Tensiones principales

Las tensiones representan las tensiones normales máximas y mínimas que actúan sobre un punto en un cuerpo, en planos donde las tensiones de cizallamiento son cero. Estas tensiones son cruciales para determinar la resistencia de materiales, ya que, muchos criterios de falla se basan en estas tensiones.

En un estado de tensión tridimensional general, las tensiones normales en las direcciones x,y,z ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) y las tensiones de cizallamiento ($\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$) se pueden representar en una matriz de tensiones.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Luego, para encontrar las tensiones principales se resuelve la ecuación característica del tensor de tensiones:

$$\det \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma_1 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_2 & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (3.19)$$

Esto resulta en una ecuación cúbica cuyas tres raíces son las tres tensiones principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). Ansys calcula estas tensiones a partir del estado de tensión en cada nodo o punto de integración de los elementos.

8.1.5 Esfuerzo equivalente de Von Mises

El **esfuerzo de Von Mises**, también conocido como tensión de Von Mises o tensión equivalente, es un criterio de fluencia ampliamente utilizado para materiales dúctiles (como los metales). Este valor representa una tensión escalar que predice cuándo un material comenzará a fluir (deformación plástica) bajo una combinación compleja de cargas, basándose en la energía de distorsión. Según la teoría de Von Mises, la fluencia ocurre cuando el esfuerzo de Von Mises alcanza la tensión de fluencia del material en tracción uniaxial.

Para un estado de tensión tridimensional, la ecuación del esfuerzo de Von Mises en termino de las tensiones principales es:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.20)$$

Y, en términos cartesianos:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]} \quad (3.21)$$

Ansys calcula y visualiza el esfuerzo de Von Mises para cada elemento o nodo, permitiendo identificar rápidamente las áreas donde la probabilidad de fluencia es mayor.

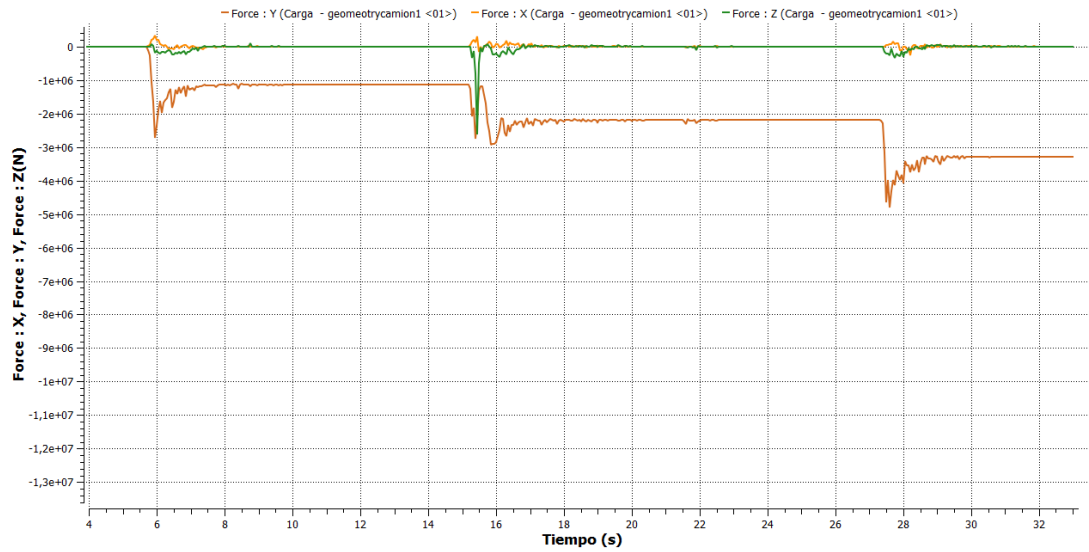
8.1.6 Deformaciones

Las **deformaciones** describen el cambio en la forma y el tamaño de un cuerpo bajo carga. Ansys calcula tanto las deformaciones normales (cambio de longitud por unidad de longitud) como las deformaciones de cizallamiento (cambio de ángulo).

Para deformaciones pequeñas, las relaciones entre los desplazamientos nodales (u, v, w) y las componentes de la deformación se definen como:

Anexo B:

a)



b)

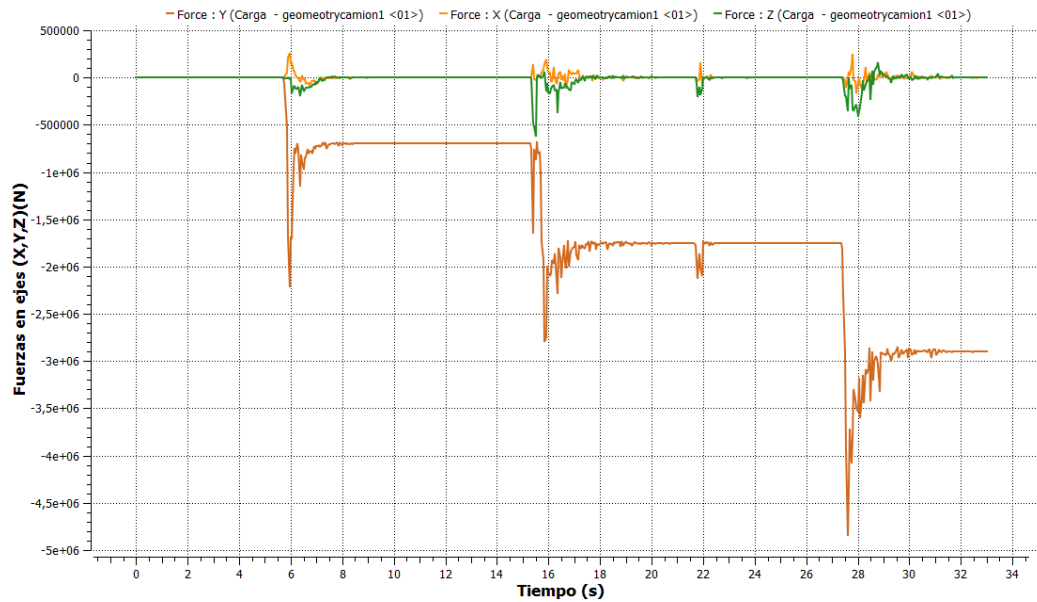


Figura 9.1 Fuerzas obtenidas de Rocky DEM para los casos de carga a) sin barrido, b) con barrido.

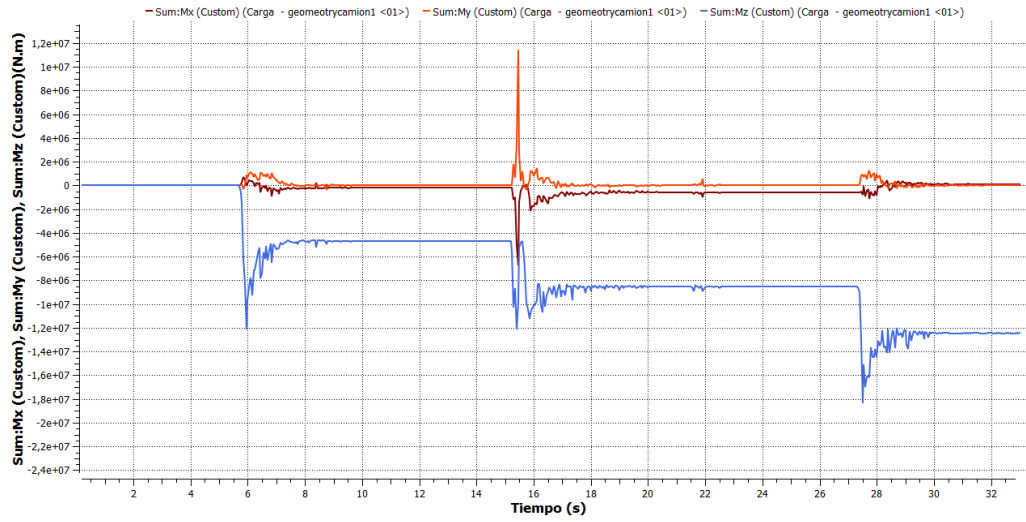


Figura 9.2 Momentos obtenidos desde Rocky DEM para el caso de carga con barrido.