

**DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UNA SECUENCIA
DIDÁCTICA PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE LA
EVALUACIÓN FORMATIVA EN LA ENSEÑANZA DE
PROBABILIDAD CONDICIONAL**

**Trabajo de titulación presentado a la Escuela de Educación de la
Universidad de Concepción para optar al título profesional de
Profesor o Profesora de Matemática**

POR:

Cristofer Alberto Cabezas Gutiérrez

Denisse Andrea Núñez Acuña

Nayaret Alejandra Oses Soto

PROFESOR GUÍA:

Mg. Salvador Alejandro Alarcón Godoy

enero 2026

Los Ángeles, Chile

Comisión Evaluadora

Dra. Marianela Isabel Castillo Fernández

Mg. Víctor Iván Jara Sánchez

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

Dedicatoria

*A quienes mantienen viva la convicción de que la educación puede
transformar vidas.*

*A todos los miembros de la comunidad escolar que, con paciencia, respeto
y dedicación, construyen día a día espacios donde la convivencia se nutre
de confianza, diálogo y humanidad.*

*A las personas que creen en el potencial de cada niño, niña y adolescente, y
que trabajan incansablemente para ofrecerles un entorno seguro, afectuoso
y lleno de oportunidades para crecer, explorar y aprender sin miedo.*

*A todos quienes, con su labor silenciosa pero profunda, tejen esperanza en
cada rincón educativo, va dedicado este trabajo.*

AGRADECIMIENTOS

En primera instancia agradezco a la vida y a Dios por las oportunidades, aprendizajes y la fortaleza entregada en cada etapa de este proceso. A mi familia, por su apoyo incondicional, paciencia y confianza, fundamentales para poder alcanzar esta meta.

Agradezco sinceramente a los profesores que me impartieron clases a lo largo de la carrera, por sus enseñanzas, dedicación y por aportar de manera significativa a mi formación académica y personal. De manera especial, agradezco a mi profesor guía, por su apoyo constante, orientación y disposición durante el desarrollo de este trabajo.

Finalmente agradezco a mis compañeras de tesis por el trabajo en equipo, el compromiso y el acompañamiento durante este camino, así como a mis compañeros y compañeras de carrera y a todas las personas que fueron y son parte de este proceso, dejando una huella importante en esta etapa de mi vida.

Cristofer Alberto Cabezas Gutiérrez.

Agradezco la oportunidad de haber concluido esta etapa, la cual representa un extenso proceso de crecimiento personal y académico, marcado por aprendizajes, desafíos y experiencias que han contribuido de manera significativa a mi formación.

Agradezco sinceramente a los profesores con quienes tuve la oportunidad de compartir durante este período, por la entrega de sus conocimientos, experiencias y constante disposición, y de manera especial a mi profesor guía, por su acompañamiento y orientación a lo largo del desarrollo de este trabajo.

A mis compañeros de tesis, porque junto a ellos nunca faltaron las risas y el apoyo mutuo, haciendo que este proceso resultara más llevadero, incluso frente a las dificultades.

De manera especial, agradezco a mi familia, pilar fundamental en cada etapa de mi vida. A mi mamá, por su cariño, paciencia y perseverancia constantes. A mi abuelita Rosa, por ser una segunda mamá, por su amor y por acompañarme y apoyarme en cada paso que me ha llevado hasta aquí. A mi papá, quien, aunque no esté a mi lado de forma permanente, siempre me ha brindado su apoyo incondicional.

Agradezco también a mi tata, mis tíos y tías, por ser parte esencial de mi crianza y porque, junto a ellos, las risas, el cariño y los consejos nunca han faltado. A mis hermanas Kitica y Karlita, por regalarme una infancia única e inolvidable, que ha marcado profundamente a la persona que soy hoy.

Finalmente, agradezco a mis mascotas Oso, Locky, Gordo, Zumrut y Gastón, por su compañía constante y por brindarme cariño y alegría en cada etapa de este proceso.

Denisse Andrea Núñez Acuña.

En primer lugar, a mi familia por su amor incondicional, paciencia infinita y apoyo constante. Gracias por creer en mí incluso cuando yo no lo hacía, por sostenerme en los momentos de cansancio y duda, y por ser el motor que me impulsó a no rendirme.

A los docentes de la carrera, en especial a mi profesor guía, por su dedicación, compromiso y acompañamiento permanente.

A mis profesores guías durante las prácticas, quienes, desde el primer minuto, confiaron en mí, me brindaron su apoyo incondicional y me guiaron con paciencia y sabiduría. Gracias por creer en mis capacidades, por orientarme en cada desafío del aula y por transmitirme la confianza y seguridad necesarias para desarrollarme como futura docente.

A mis compañeros de tesis, por el apoyo mutuo, la colaboración constante y los aprendizajes compartidos. Caminar este proceso junto a ustedes hizo que las dificultades fueran más llevaderas y que cada avance, por pequeño que fuera, tuviera un sentido especial.

Finalmente, agradezco a todas las personas que, de una u otra manera, estuvieron presentes durante este proceso académico y personal, y que con su apoyo hicieron posible este logro.

Nayaret Oses Soto

Índice de contenidos

Resumen	14
Abstract	15
Introducción	17
La formación inicial docente y su influencia en la evaluación:	25
La evaluación formativa desde la literatura:	28
Pregunta de investigación	31
Objetivos.....	31
Objetivo general:	31
Justificación del estudio	33
Capítulo 2: Marco Referencial	38
2.1 Evaluación formativa en Matemática.....	38
2.1.1 Evaluación formativa en el aula.....	38
2.1.2 Estrategias de evaluación formativa.....	42
2.1.3 Evaluación formativa para la enseñanza y el aprendizaje de probabilidad condicional	47

2.2 Secuencia didáctica para el aprendizaje en Matemática	48
2.2.1 Secuencia didáctica	48
2.2.2 Probabilidad condicionada en el Currículum escolar vigente	53
Capítulo 3: Marco metodológico	64
Capítulo 4: Resultados	68
4.1 Etapa 1: Análisis de documentos y actividades que entrega el MINEDUC.	68
4.2 Etapa 2: Diseño preliminar de una secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de probabilidad condicional.	69
4.3 Etapa 3: Validación por juicio de expertos	70
4.4 Etapa 4: Ajustes al diseño preliminar de la secuencia didáctica.	81
4.5 Etapa 5: Versión final de la secuencia didáctica sobre probabilidad condicional.	90
Capítulo 5: Conclusiones	98
Capítulo 6: Discusiones y proyecciones	99
Bibliografía.....	105

Índice de Anexo

Anexo 1: Validación de una secuencia didáctica parte 1	115
Anexo 1: Validación de una secuencia didáctica parte 2	119
Anexo 2: Versión final de la Secuencia didáctica que incorpora estrategia de evaluación formativa para la enseñanza de la probabilidad condicional.	130
Anexo 3: Desarrollos esperados de la versión final de las secuencias didácticas.	149

Índice de tablas.

Tabla 4.3.1 Resultados clase 1	70
Tabla 4.3.2 Resultados clase 2	73
Tabla 4.3.3 Resultados clase 3	76
Tabla 4.3.4 Resultados clase 4	79
Tabla 4.4.5 Ajustes clase 1	81
Tabla 4.4.6 Ajustes clase 2	83
Tabla 4.4.7 Ajustes clase 3	85
Tabla 4.4.8 Ajustes clase 4	87
Tabla 4.5.9 Síntesis Clase 1	92
Tabla 4.5.10 Síntesis Clase 2	93
Tabla 4.5.11 Síntesis Clase 3	94
Tabla 4.5.12 Síntesis Clase 4	96

Índice de ilustraciones

Figura 1: "Actividad Programa de estudio"	55
Figura 2“Rúbrica de evaluación”.	57
Figura 3 “Evaluación intermedia”	59
Figura 4 “BDA_ 19”	62
Figura 5 “Diagrama del proceso de construcción y validación de la secuencia didáctica”	65

Resumen

Este estudio tuvo como objetivo diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpora estrategias de evaluación formativa para abordar la enseñanza de la probabilidad condicional en estudiantes de Tercer Año Medio en Chile. Este estudio surge como respuesta a las dificultades que enfrentan los docentes para implementar estrategias pedagógicas, asociadas principalmente a la falta de formación específica en este ámbito (Solar et al., 2016; Castro y Moraga, 2020). Bajo un diseño por etapas de tipo descriptivo, el trabajo se estructuró en cinco etapas: análisis curricular del Ministerio de Educación (MINEDUC), diseño preliminar, validación por juicio de expertos, ajustes y elaboración de la versión final de la secuencia didáctica. La propuesta integró estrategias de evaluación formativa como autoevaluación, coevaluación y análisis de errores (Agencia de la Calidad de la Educación, 2018). Obteniéndose una herramienta alineada al currículum nacional vigente (MINEDUC, 2023, 2025a), con una secuencia pertinente y coherente, proyectada para su futura implementación en aulas reales, considerando, además, su posible adaptación a otros contenidos del área matemática, especialmente lo relacionado con el eje de Estadística y Probabilidades.

Palabras claves: Evaluación formativa – Secuencia didáctica – Probabilidad condicional

Abstract

This study aimed to design and validate a didactic sequence that incorporates formative assessment strategies to address the teaching of conditional probability in third-year secondary school students in Chile. This study arises as a response to the difficulties faced by teachers in implementing pedagogical strategies, mainly associated with the lack of specific training in this area (Solar et al., 2016; Castro & Moraga, 2020). Under a descriptive, phased design, the work was structured in five stages: curricular analysis of the Ministry of Education (MINEDUC), preliminary design, validation through expert judgment, adjustments, and development of the final version of the didactic sequence. The proposal integrated formative assessment strategies such as self-assessment, peer assessment, and error analysis (Agencia de la Calidad de la Educación, 2018). As a result, a tool aligned with the current national curriculum was obtained (MINEDUC, 2023, 2025a), with a relevant and coherent sequence, projected for future implementation in real classrooms, also considering its possible adaptation

to other contents of the mathematics area, especially those related to the Statistics and Probability strand.

Keywords: Formative assessment – Teaching sequence – Conditional probability

Introducción

La evaluación formativa se reconoce como una de las prácticas pedagógicas con mayor impacto en la mejora de los aprendizajes, pues permite recoger evidencias del progreso estudiantil, retroalimentar oportunamente y ajustar la enseñanza en función de las necesidades reales del aula (MINEDUC, 2018). En la enseñanza de la matemática, este enfoque adquiere especial relevancia, ya que el desarrollo del razonamiento, la argumentación y la resolución de problemas depende en gran medida del monitoreo permanente del aprendizaje y de procesos de retroalimentación continua. Sin embargo, Solar et al. (2016) sostienen evidencia que su implementación en el sistema escolar chileno sigue siendo limitada, especialmente en lo referido al desarrollo del razonamiento probabilístico y la toma de decisiones. Si bien los docentes reconocen su valor, suelen enfrentar dificultades asociadas a la falta de tiempo, herramientas pedagógicas y formación específica en prácticas evaluativas efectivas (Solar et al., 2016; Castro y Moraga, 2020).

Estas dificultades se manifiestan con mayor exigencia en la enseñanza de la probabilidad condicional, contenido abordado en Tercer Año Medio del

sistema escolar chileno, el cual exige la interpretación de situaciones de incertidumbre, la relación entre eventos, el uso de diversas representaciones y la toma de decisiones fundamentadas en datos (MINEDUC, 2021). El currículum nacional vigente releva este contenido como parte fundamental del eje de Estadística y Probabilidades, y su importancia se ve reforzada por su presencia en evaluaciones nacionales estandarizadas como la Prueba de Acceso a la Educación Superior (PAES), lo que demanda prácticas de enseñanza y evaluación que promuevan aprendizajes profundos y transferibles (MINEDUC, 2021; DEMRE, 2025). No obstante, en la práctica pedagógica se observa que muchos estudiantes presentan dificultades para comprender este contenido, particularmente evidenciado interpretaciones erróneas en el cálculo de la probabilidad condicional, incluso confundiendo sobre que evento depende de otro y confundiendo cual es la probabilidad condicional preguntada (Huerta y Arnau, 2017).

Este escenario nos permite visualizar la necesidad de contar con propuestas didácticas que integren de manera explícita la evaluación formativa en el proceso de enseñanza, ofreciendo actividades claras, contextualizadas y coherentes con la progresión del aprendizaje. La enseñanza de la probabilidad condicional requiere que los estudiantes

exploren, representen, comparen, cuestionen y argumenten, procesos que se fortalecen cuando el docente dispone de estrategias que hacen visible el pensamiento matemático y permiten tomar decisiones pedagógicas fundamentadas durante el desarrollo de la clase.

En este contexto, la presente investigación tuvo como propósito diseñar y validar una secuencia didáctica que integrara estrategias de evaluación formativa para la enseñanza de la probabilidad condicional en estudiantes de Tercer Año Medio en Chile. La propuesta se sustentó en una revisión teórica y curricular, y buscó responder a la necesidad de contar con herramientas concretas que apoyen la labor docente y favorezcan la implementación efectiva de la evaluación formativa en la enseñanza de la matemática. Más que elaborar un conjunto de actividades, el interés radicó en diseñar una propuesta que dialogara con las orientaciones curriculares, considerara las dificultades habituales de los estudiantes y permitiera al docente intervenir, retroalimentar y ajustar la enseñanza durante el proceso y no únicamente al finalizarlo.

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo (Hernández-Sampieri et al., 2014) y contempló un proceso

sistemático de diseño y validación de la secuencia didáctica, incorporando estrategias como la autoevaluación, la coevaluación y el análisis de errores, entendiendo la retroalimentación como un elemento central del aprendizaje. La validación de la propuesta se realizó mediante juicio de expertos, con el fin de analizar su claridad, coherencia, pertinencia y aplicabilidad en contextos educativos reales, reconociendo este proceso como una instancia clave para fortalecer la calidad y solidez del diseño didáctico (Maldonado-Suárez & Santoyo-Telles, 2024).

De este modo, la investigación se sitúa en un espacio donde convergen tres necesidades del sistema educativo: fortalecer la evaluación formativa, mejorar la enseñanza de la probabilidad condicional y avanzar hacia diseños didácticos más intencionados, reflexivos y sustentados en evidencia (MINEDUC, 2017; MINEDUC, 2021). Desde esta perspectiva, el estudio se posiciona como un aporte al campo de la didáctica de la matemática, reconociendo que la construcción de propuestas pedagógicas pertinentes exige análisis teórico, revisión crítica y procesos sistemáticos de validación.

Finalmente, el presente trabajo se organiza en seis capítulos. El primero presenta el planteamiento del problema, los objetivos y la

justificación del estudio; el segundo capítulo desarrolla el marco referencial, abordando la evaluación formativa y la probabilidad condicional en el currículum vigente; el tercer capítulo describe el marco metodológico y las etapas de diseño y validación; el cuarto capítulo expone el análisis y discusión de los resultados del juicio de expertos; el quinto capítulo presenta las conclusiones; y el sexto capítulo aborda las discusiones y proyecciones de la investigación, junto con las referencias bibliográficas y anexos correspondientes.

Capítulo 1: Planteamiento del problema

La educación constituye una herramienta fundamental para el desarrollo individual y colectivo al facilitar la participación en la sociedad y en diversas áreas del conocimiento. En particular, el rol de las matemáticas en el currículum se enfoca en preparar a los estudiantes para el futuro, fomentando el desarrollo del pensamiento analítico y crítico. La asignatura no solo busca profundizar en el conocimiento matemático, sino que también promueve habilidades esenciales como la resolución de problemas, la comunicación precisa y la argumentación rigurosa (MINEDUC, 2019).

Solar et al. (2016) advierten que los resultados en la enseñanza de las matemáticas en Chile son poco alentadores, evidenciando un bajo nivel de conocimiento en esta disciplina por parte de algunos profesores. De acuerdo con las Bases Curriculares (MINEDUC, 2016), comprender y aplicar las matemáticas para la resolución de problemas implica trabajar simultáneamente en el desarrollo del conocimiento, las habilidades y las actitudes de los estudiantes.

En este contexto, resulta clave reconocer que “(...) un elemento central de la práctica docente es la evaluación que hace el maestro del avance de sus

alumnos para alcanzar buenos niveles de aprendizaje” (Martínez, 2013, p. 129). Según Sánchez y Martínez (2020), la única manera de obtener una visión clara sobre el aprendizaje de los estudiantes, así como del efecto e impacto de la educación, es realizar una evaluación adecuada, alineada con el currículo y con el método de enseñanza utilizado. Esta debe entregar resultados interpretables y útiles para los docentes y el proceso educativo.

Asimismo, Castro y Moraga (2020) sostienen que la evaluación cumple un papel clave en el proceso educativo, por lo que los métodos e instrumentos utilizados deben estar alineados con los objetivos que la sustentan y ser pertinentes para valorar el tipo y el nivel de aprendizaje esperado. De no ser así, las decisiones pedagógicas podrían no resultar adecuadas, afectando negativamente el logro de los aprendizajes.

En la misma línea, MINEDUC (2018) señala que:

Los estudios e investigaciones que han buscado identificar qué estrategias pedagógicas aportan más a los aprendizajes de las y los estudiantes coinciden en que la evaluación formativa es una de las prácticas de mayor impacto en esto. Así, integrar la evaluación formativa a la práctica pedagógica, aumentando su frecuencia y dándole sistematicidad en el trabajo en la sala de clases, parece ser una de las tareas primordiales del quehacer docente para apoyar mejor a sus estudiantes, pues permite revelar con más profundidad los procesos individuales y colectivos de aprendizaje, para

ajustar la enseñanza de manera oportuna y pertinente a dichos procesos (p. 17).

Los procesos de evaluación posibilitan valorar si el proceso de enseñanza ha sido adecuado para lograr los objetivos propuestos (Cantón y Pino, 2011). En este sentido, la evaluación formativa se distingue por aplicarse de manera continua, llegando en ocasiones a integrarse con el propio proceso de enseñanza, ya que permite visibilizar en qué etapa del aprendizaje se encuentran los estudiantes (MINEDUC, 2018). Quito y Quito (2020) destacan que el docente debe emplear la evaluación formativa con el fin de analizar los errores cometidos durante la enseñanza, lo que contribuye a mejorar su práctica. Esto supone revisar las actividades y estrategias que no respondieron de manera efectiva a las dificultades y necesidades de los estudiantes, favoreciendo con ello un mayor interés y motivación, a los aspectos que inciden directamente en el desarrollo de destrezas matemáticas.

Además, la evaluación formativa cumple un rol orientador, pues entrega información oportuna tanto al docente como al estudiante para ajustar estrategias pedagógicas, retroalimentar de manera inmediata y favorecer la autorregulación del aprendizaje, transformándose en una herramienta clave para mejorar la calidad de los procesos educativos. Mientras más frecuente e

intencionada sea su aplicación, mayores serán las posibilidades de tomar decisiones pedagógicas informadas y oportunas (MINEDUC, 2018).

La importancia de implementar la evaluación formativa en el aula radica en que no solo permite constatar el nivel de logro alcanzado por los estudiantes, sino que también orienta los procesos de enseñanza y aprendizaje hacia la mejora continua. A través de ella, el docente puede detectar oportunamente las dificultades, fortalecer los aprendizajes en desarrollo y adaptar su práctica pedagógica, asegurando que las experiencias educativas respondan a las necesidades reales de los estudiantes. Así como lo señala MINEDUC (2025a), la evaluación formativa es una herramienta educativa clave, pues permite al docente observar cómo los estudiantes adquieren conocimientos y habilidades, reflexionar sobre la efectividad de las estrategias utilizadas y fomentar la comunicación de los aprendizajes logrados. Además, motiva a los estudiantes, les muestra sus avances y favorece el desarrollo de su autonomía y metacognición.

La formación inicial docente y su influencia en la evaluación:

Los profesores ocupan un rol central en los procesos educativos; por ello, la formación inicial docente resulta fundamental para el progreso de un

país. De hecho, la preparación y calidad del profesorado representan un factor decisivo cuando se busca que la educación potencie las competencias y destrezas necesarias para un desempeño exitoso en el ámbito laboral y en la educación superior (Rodríguez-Ponce et al., 2022).

En cuanto a la Formación Inicial Docente en Chile, esta se orienta desde los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía (en adelante, Estándares FID) (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP], 2021), organizados en dos dimensiones: pedagógica, centrada en los saberes y competencias para la enseñanza; y didáctica-disciplinar, vinculada al dominio de los contenidos, en nuestro caso, matemáticos, y su didáctica (CPEIP, 2021).

Los estándares de la profesión docente constituyen un marco esencial para fortalecer la formación pedagógica y asegurar que los profesores estén preparados frente a los desafíos actuales de la enseñanza. En este sentido, el CPEIP (2021), a través del Dominio C, Estándar 9, el cual menciona que el docente utiliza estrategias de evaluación y retroalimentación para recoger evidencias del aprendizaje, reducir brechas y promover la autonomía y el

compromiso de los estudiantes mediante criterios claros y retroalimentación oportuna, destacando el rol central de la evaluación y la retroalimentación como herramientas que promueven aprendizajes significativos.

Desde esta perspectiva, se espera que la práctica docente incorpore procesos evaluativos de carácter formativo, que trasciendan la simple asignación de calificaciones, explicitando los criterios de evaluación en coherencia con los objetivos de aprendizaje y ofreciendo ejemplos de desempeños esperados, de modo que los estudiantes, de manera progresiva, contribuyan en la construcción de dichos criterios. Asimismo, durante el desarrollo de las clases, se debería monitorear continuamente la comprensión de los estudiantes a través de preguntas y actividades orientadas a detectar errores o dificultades, reorientando la enseñanza cuando resulta necesario.

Los resultados de este monitoreo permitirían la implementación de actividades diferenciadas o la reorganización de las experiencias de aprendizaje, de modo que cada estudiante reciba apoyos pertinentes a sus ritmos y necesidades. En este sentido, el monitoreo cobra valor pedagógico cuando se traduce en decisiones didácticas que ajustan la enseñanza a la diversidad del aula. Asimismo, la retroalimentación que entrega el docente

debiera ser descriptiva, indicando que aspectos necesitan mejorar y orientándolos a cómo hacerlo de manera oportuna y sustentada en criterios claros, ya que ello posibilita que los estudiantes comprendan su nivel de logro, identifiquen brechas y definan estrategias de superación con mayor autonomía, favoreciendo un rol activo en su propio proceso de aprendizaje (CPEIP, 2021).

La evaluación formativa desde la literatura:

Trelles et al., (2017) mencionan que los objetivos principales de la evaluación educativa en matemática es mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues con la información que se recolecta los docentes deben analizar la metodología, recursos utilizados, la relación que tienen los estudiantes entre ellos, la relación entre el docente con los estudiantes, el proceso comunicativo y la planificación curricular, para posteriormente tomar las decisiones de manera oportuna sobre aquellos aspectos que obstaculizan el proceso de enseñanza-aprendizaje y potenciar a los que ya van bien encaminados. Sin embargo, explican que, en ocasiones, los docentes recurren únicamente a su memoria para reportar los logros alcanzados por sus estudiantes o las dificultades que presentan, sin contar con evidencias

documentadas de los resultados de aprendizaje. Por su parte, Vázquez-Cano (2016) agrega que, frecuentemente, se confunde el informe de evaluación con el registro de calificaciones, lo que pone de manifiesto una falta de rigurosidad en el seguimiento del proceso de aprendizaje.

En este sentido, el MINEDUC (2017) plantea que la evaluación formativa enfrenta dos grandes desafíos. El primero se vincula con su esencia, porque requiere observar con atención lo que los estudiantes expresan, hacen, escriben y producen en el aula, con el propósito de comprender cómo las experiencias de aprendizaje los afectan y, a partir de ello, realizar los ajustes necesarios para responder a sus necesidades y favorecer la continuidad de su aprendizaje. El segundo desafío implica utilizar la información recogida en este proceso —la evidencia del aprendizaje— para tomar decisiones que permitan modificar las experiencias de enseñanza, de manera que estas se adapten de forma más pertinente a lo que los estudiantes realmente requieren. En este sentido, la evaluación formativa se proyecta como una vía concreta para superar las limitaciones de las prácticas evaluativas tradicionales, promoviendo procesos más equitativos, reflexivos y orientados al aprendizaje, respetando la diversidad de los estudiantes.

Desde el punto de vista curricular, en particular, la enseñanza y evaluación de la probabilidad condicional, constituye un espacio propicio para la aplicación de la evaluación formativa, pues este contenido, al requerir razonamiento lógico y la interpretación de situaciones reales de incertidumbre, demanda que el docente observe atentamente cómo los estudiantes formulan conjeturas, resuelven ejercicios y explican sus procedimientos. De esta manera, es posible recoger evidencias sobre sus niveles de comprensión, identificar dificultades frecuentes —como la confusión entre probabilidad simple y condicional— y ajustar las estrategias de enseñanza para favorecer el aprendizaje.

Además, cabe destacar que la probabilidad condicional forma parte de los contenidos evaluados en la Prueba de Acceso a la Educación Superior (PAES) en Chile, específicamente en la prueba de competencia Matemática M2. Según el temario publicado por el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional [DEMRE] para el proceso de admisión 2026, dentro del eje de Probabilidad y Estadística se destaca la comprensión y aplicación de la probabilidad condicional y sus propiedades en diversos contextos (DEMRE, 2025).

Pregunta de investigación

Lo anteriormente expuesto permite plantear la siguiente pregunta de investigación: “¿Cómo diseñar una secuencia didáctica que incorpore estrategias de evaluación formativa para abordar el objetivo de aprendizaje «Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren probabilidades condicionales» en Tercero Medio en Chile, de acuerdo con las orientaciones del Ministerio de Educación?”

Cabe mencionar que este objetivo de aprendizaje está contenido en el objetivo FG-MATE-3M-OAC-02 del currículum nacional vigente.

Objetivos

Objetivo general:

Diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpore estrategias de evaluación formativa, para abordar el objetivo de aprendizaje FG-MATE-3M-OAC-02 relacionados con el contenido de Probabilidad Condicional con estudiantes de Tercer año medio de Chile.

Objetivos específicos:

Diseñar una secuencia didáctica que incorpore estrategias de evaluación formativa para abordar el objetivo de aprendizaje FG-MATE-3M-OAC-02 relacionado al contenido de Probabilidad condicional con estudiantes de Tercer año medio en Chile.

Validar la secuencia didáctica que incorpora estrategias de evaluación formativa para abordar el objetivo de aprendizaje FG-MATE-3M-OAC-02 relacionados al contenido de Probabilidad condicional con estudiantes de Tercer año medio en Chile.

Justificación del estudio

La educación es uno de los pilares de desarrollo social y personal, en este sentido, la evaluación del logro de los aprendizajes representa un factor importante en la práctica docente, particularmente la evaluación formativa, pues beneficia la autonomía de los estudiantes y hace visible los aprendizajes, dando así a los docentes un enfoque donde se pueden realizar ajustes oportunos a las estrategias de enseñanza (UNESCO, 2023). Así, una de las tareas asociadas al rol de un docente implica comprender la evaluación como una herramienta clave para recopilar información sobre los logros de aprendizaje de sus estudiantes, permitiendo mejorar sus métodos de enseñanza y favoreciendo el aprendizaje mediante el uso de instrumentos adecuados (Zambrano, 2014).

En este sentido, Cruzado (2022) concibe la evaluación como una parte integral del aprendizaje, donde el énfasis está en el desarrollo y la mejora a través del proceso enseñanza-aprendizaje, en lugar de enfocarse únicamente en los resultados finales. En matemáticas, este enfoque adquiere especial relevancia, pues la evaluación formativa tiene un rol fundamental en el desarrollo de habilidades de razonamiento y resolución de problemas, dado

que la retroalimentación permite facilitar los aprendizajes de los estudiantes y a la vez mejorar de manera progresiva las estrategias empleadas por los docentes (González y González, 2024). Por lo tanto, la evaluación juega un papel multifacético que no solo facilita la adquisición de conocimiento sino también brinda a los educadores la oportunidad de reflexionar sobre su práctica y realizar ajustes pertinentes en sus estilos de enseñanzas. Además, este proceso de evaluación es relevante para el desarrollo de la motivación y el compromiso de los estudiantes.

Valdez et al. (2023) sostienen que la evaluación en matemáticas no debe centrarse exclusivamente en los resultados, sino en los procesos de aprendizaje, evaluación y retroalimentación, para reconocer avances, regular estrategias y fomentar aprendizajes significativos. Lugo et al. (2019) sostienen que “la mayoría de los docentes poseen poco conocimiento sobre los procesos del pensamiento lógico matemático y, por ende, aplican estrategias de enseñanza monótonas y descontextualizadas donde la instrucción se prioriza ante la mediación docente” (p. 18). En esta misma línea, Mejía-Rodríguez y Mejía-Leguía (2021), mencionan que es fundamental comprender la estructura, el propósito y el contexto de las evaluaciones, ya que solo así se puede aprovechar su utilidad y evitar

interpretaciones erradas de los resultados. La evaluación no se desarrolla en el vacío: está influenciada por múltiples factores que afectan su diseño, aplicación y resultados. Por ello, requiere un abordaje riguroso y organizado para cumplir sus objetivos de manera efectiva.

De modo opuesto, el predominio de pruebas objetivas y ejercicios repetitivos en la enseñanza de las matemáticas limita la posibilidad de captar la complejidad del pensamiento matemático de los estudiantes. Estos instrumentos, al centrarse en la memorización y la respuesta inmediata, ofrecen escasas oportunidades para que los alumnos reflexionen sobre sus errores y desarrollen autonomía en su aprendizaje. En este sentido, los enfoques innovadores de evaluación formativa han comenzado a reemplazar los métodos tradicionales para adaptarse a las necesidades de los estudiantes del siglo XXI (Baque et al., 2025). Se hace necesario avanzar hacia un modelo que privilegie el proceso por sobre el producto, favoreciendo una comprensión más profunda y significativa del aprendizaje matemático.

Tal como señala Ramos (2012), la evaluación debe mantenerse coherente con la enseñanza, integrarse al proceso educativo y considerar diversas fuentes de evidencia, de manera que permita valorar no solo los resultados, sino también la aplicación de los aprendizajes en contextos reales.

En consecuencia, esta investigación propone una secuencia didáctica que integra la evaluación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad condicional, sin considerarlo como un proceso aparte. Además, al centrarse en el desarrollo de habilidades fundamentales como la argumentación, el razonamiento y la aplicación práctica en contextos reales, esta investigación aporta elementos de valor de la evaluación formativa para docentes y estudiantes. De esta manera, promover una evaluación formativa permite no solo medir el conocimiento, sino que también facilita una retroalimentación continua y constructiva que favorece el progreso y la motivación en el proceso educativo.

El enfoque de este estudio invita a los docentes a implementar instancias de evaluación formativa, y a reconocer que este proceso es esencial para poder lograr la calidad del sistema educativo, valorando de manera precisa y efectiva este proceso de enseñanza-aprendizaje, que facilita una mejora continua en la labor docente (MINEDUC, 2025b). Lo anterior, se condice con los instrumentos de evaluación del Sistema de Reconocimiento del Desarrollo Profesional Docente en Chile, regulados por la ley 20.903 y la ley 21.625, a saber, el Portafolio y la Evaluación de Conocimientos Específicos y Pedagógicos (ECEP), los que han sido diseñados para

fortalecer las competencias evaluativas del profesorado y promover una evaluación formativa que favorezca el desarrollo profesional y la mejora de los aprendizajes de los estudiantes (MINEDUC, 2023). Por lo tanto, se puede deducir que implementar la evaluación formativa impacta tanto en el desempeño profesional de los docentes, como también en el logro de una educación de calidad.

Capítulo 2: Marco Referencial

El marco referencial que se presenta a continuación aborda elementos claves para sustentar esta investigación. Este capítulo se organiza en 2 secciones: la primera, está enfocada en la definición y utilidad de una secuencia didáctica en matemáticas y el contenido de probabilidad condicional en el currículum vigente en Chile; la segunda, trata sobre la evaluación formativa enfocada en el aula y las matemáticas, junto a estrategias diversas para poder implementarla en el diseño de secuencias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje.

De esta manera, el marco referencial entrega herramientas para diseñar una secuencia didáctica para el contenido de Probabilidad Condicional, considerando la implementación de estrategias de evaluación formativa en el aula, particularmente en el contenido de probabilidad condicional.

2.1 Evaluación formativa en Matemática

2.1.1 Evaluación formativa en el aula

La evaluación en el aula se entiende como un proceso cotidiano en el que docentes y estudiantes recogen e interpretan evidencias del aprendizaje

con el fin de tomar decisiones que favorezcan tanto la enseñanza como el progreso estudiantil. Cuando se aplica con un enfoque formativo, este proceso permite monitorear avances, ajustar las planificaciones y retroalimentar de manera oportuna, promoviendo la reflexión y la autonomía en los estudiantes (MINEDUC, 2018).

En este sentido, la evaluación formativa se ha consolidado como una estrategia pedagógica clave para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje. A diferencia de la evaluación centrada únicamente en la calificación, este enfoque busca entregar retroalimentación continua, fomentando la autonomía y la capacidad de los estudiantes para reflexionar sobre su propio aprendizaje (Cruzado, 2022,). Un estudio de Bizarro et al. (2021) ha evidenciado que prácticas como la autoevaluación, la coevaluación y el uso de rúbricas potencian el desarrollo de competencias y la participación activa del alumnado. Asimismo, permiten al docente ajustar sus estrategias didácticas según las necesidades reales de los estudiantes, transformando la evaluación en una herramienta de acompañamiento permanente (Rodríguez, 2026).

En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, la evaluación formativa se convierte en un recurso pedagógico que contribuye al progreso de los estudiantes, cuya aplicación favorece la mejora del rendimiento académico, así como el desarrollo del pensamiento crítico y analítico (Guerra, 2022). La implementación de diversos instrumentos formativos permite superar vacíos conceptuales, al brindar oportunidades de retroalimentación consciente y reflexiva sobre el propio proceso de aprendizaje (Guerra, 2022).

De acuerdo con Baque et al. (2025), la evaluación formativa en matemáticas adquiere un significado renovado al ofrecer a los estudiantes la posibilidad de reflexionar y autorregular su aprendizaje en un entorno desafiante, evidenciando percepciones positivas respecto a dos dimensiones centrales: por un lado, la retroalimentación continua, valorada por los estudiantes porque les permite identificar errores y mejorar sus estrategias de resolución de problemas; y por otro lado, la autoevaluación y reflexión, que destaca la importancia de reconocer el propio progreso y establecer metas de mejora en matemáticas.

En esta misma línea, Balbi et al. (2022) plantean ocho principios que orientan la educación matemática y guardan estrecha relación con los modelos de evaluación formativa: (1) establecer metas matemáticas claras, (2) implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas, (3) usar y conectar diferentes representaciones matemáticas, (4) facilitar un discurso matemático significativo, (5) plantear preguntas con propósito, (6) desarrollar la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual, (7) apoyar desafíos productivos en el aprendizaje y (8) obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

Diversos autores (Henao, 2017; Ahumada y Henríquez, 2019; Coronado-Peña, 2020; Montenegro et al., 2024) coinciden en que la evaluación formativa potencia el reconocimiento de debilidades y fortalezas, favoreciendo aprendizajes en profundidad sobre los contenidos evaluados. En esta línea, Martínez del Campo (2016) sostiene que la evaluación formativa se encuentra estrechamente vinculada con la retroalimentación y la autorregulación del aprendizaje, dado que promueve un seguimiento constante que permite recoger información relevante para la toma de decisiones pedagógicas oportunas. A diferencia de la evaluación finalista, este enfoque busca identificar y abordar las dificultades en el momento en

que surgen, asegurando un acompañamiento continuo y una mejora progresiva de los aprendizajes.

De esta forma, podemos reconocer la evaluación formativa como un proceso dinámico que promueve la mejora continua del aprendizaje, al permitir que los estudiantes comprendan sus propios avances y dificultades. Su carácter reflexivo y participativo contribuye al desarrollo de la autonomía y la responsabilidad en el aprendizaje, en la medida que el estudiante asume un rol activo en la construcción de su conocimiento. Asimismo, implica que el docente adopte una actitud investigativa y flexible, orientada a adaptar su enseñanza según las evidencias recogidas. En este sentido, Sanmartí (2007) destaca que evaluar para aprender supone transformar la evaluación en una herramienta que guía, orienta y motiva, más que en un mecanismo de control o selección.

2.1.2 Estrategias de evaluación formativa

La implementación de la evaluación formativa requiere de estrategias específicas que permitan recopilar información valiosa sobre el proceso de aprendizaje y, al mismo tiempo, retroalimentar a los estudiantes de manera

oportuna. Para ello, planificar instrumentos y momentos evaluativos alineados con los objetivos de aprendizaje resulta fundamental.

Entre las estrategias más utilizadas se encuentran la autoevaluación, la coevaluación y la retroalimentación constante, las cuales fomentan la autorregulación y el aprendizaje activo (Olave y Orrego, 2025). Estas prácticas permiten a los estudiantes identificar fortalezas y debilidades, al mismo tiempo que entregan al docente información para ajustar sus métodos y estrategias de enseñanza.

De esta forma, la aplicación de instrumentos como rúbricas, listas de cotejo, portafolios, entrevistas y registros de desempeño ofrecen una visión más completa y dinámica del progreso de los estudiantes (Luján y Bejarano, 2024). Estos recursos no solo evidencian los resultados obtenidos, sino que también visibilizan los procesos, promoviendo mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje y logrando aprendizajes más significativos.

Además, el documento *Estrategias de evaluación formativa* (Agencia de la Calidad de la Educación, 2018) propone un total de 11 estrategias de evaluación formativa que permiten monitorear y acompañar el aprendizaje de los estudiantes de manera práctica y sencilla, para así fomentar la

participación, la reflexión, la autoevaluación y la retroalimentación constante, consolidando la evaluación formativa con un proceso para mejorar los aprendizajes, de las cuales tenemos las siguientes:

1. Palitos con nombre, que consiste en seleccionar al azar a los estudiantes mediante palitos identificados con sus nombres, asegurando que todos tengan la posibilidad de participar y recibir retroalimentación.
2. Pizarras individuales, donde cada estudiante responde en su propia pizarrita frente a una pregunta o desafío, lo que ofrece información inmediata al docente sobre la comprensión de la clase.
3. Luces de aprendizaje, en la que los estudiantes usan los colores del semáforo (verde, amarillo y rojo) para señalar su nivel de entendimiento, promoviendo la autorregulación y la colaboración entre pares.
4. Tarjetas ABCD, que permiten responder preguntas de opción múltiple levantando una tarjeta con la letra correspondiente, facilitando la detección de aciertos, errores o dudas.

5. Clarificar criterios de logro, que busca que los estudiantes conozcan las metas y criterios de evaluación, de manera que puedan observar su progreso y orientar sus esfuerzos.
6. Escribe, comenta y avanza, se centra en la retroalimentación escrita, destacando lo que se ha hecho bien y lo que se debe mejorar, con orientaciones específicas que ayudan a avanzar en el aprendizaje.
7. Mi error favorito, consiste en seleccionar y analizar colectivamente un error frecuente o llamativo, transformándolo en una oportunidad de reflexión y aprendizaje sin exponer al autor de la respuesta.
8. Ticket de salida, una evaluación rápida que se aplica al finalizar la clase, en la que los estudiantes entregan por escrito una breve reflexión o respuesta que evidencia lo aprendido y las dudas que persisten.
9. Pausa reflexiva, que invita a detener la clase unos minutos para que los estudiantes reflexionen sobre lo trabajado, hagan conexiones con conocimientos previos y formulen preguntas aclaratorias.
10. Resumen en una oración, ayuda a que los estudiantes sintetizen en una sola frase los aspectos centrales de un texto o contenido,

favoreciendo la construcción de la idea principal y la identificación de lo más relevante.

11.¿Cómo lo estoy haciendo?, utiliza recursos visuales como una estrella (para señalar logros) y una escalera (para mostrar pasos de mejora), con el fin de dar retroalimentación concreta sobre el desempeño, ayudando a los estudiantes a reconocer sus avances y aquello que necesitan fortalecer.

En el ámbito de las matemáticas, la implementación de estas estrategias exige la incorporación de tareas auténticas, es decir, actividades que planteen problemas vinculados con contextos reales y que demanden la aplicación de conocimientos en situaciones significativas (Sepúlveda et al., 2017). De esta manera, se favorece el desarrollo de competencias como el razonamiento lógico y la resolución de problemas y se abandona un poco las estrategias de memorización de los contenidos.

No obstante, Solar et al. (2016) destacan que muchos docentes carecen de la formación necesaria para aplicar estrategias innovadoras de evaluación, lo que limita su efectividad. Esta situación evidencia la necesidad de una formación continua que permita a los profesores dominar instrumentos

diversificados y generar ambientes evaluativos coherentes con los fines de la educación actual.

En síntesis, implementar la evaluación formativa en matemáticas no solo implica contar con diversas estrategias, sino también que el profesorado tenga la capacidad de aplicarlas de manera flexible y adaptada a la realidad de sus estudiantes. De esta forma, la evaluación deja de ser un simple mecanismo de control y se transforma en una herramienta que acompaña, orienta y enriquece los aprendizajes.

2.1.3 Evaluación formativa para la enseñanza y el aprendizaje de probabilidad condicional

El contenido de probabilidad condicional constituye un marco favorable para la implementación de la evaluación formativa, dado que su aprendizaje implica el desarrollo del razonamiento lógico, la interpretación de situaciones de incertidumbre y la argumentación basada en evidencias. En este marco, la evaluación formativa se consolida como una herramienta clave para monitorear el progreso del aprendizaje, al proporcionar retroalimentación significativa vinculada explícitamente con los objetivos de aprendizaje, otorgándole sentido y utilidad real para el estudiante y favoreciendo el desarrollo de la autorregulación (Balbi et al., 2022). Este

contenido, además, permite al docente observar y retroalimentar los procesos cognitivos de los estudiantes, promoviendo la identificación de errores conceptuales y el desarrollo de estrategias de resolución. A su vez, la evaluación formativa posibilita ajustar la enseñanza de la probabilidad condicional de acuerdo con las necesidades detectadas en el aula, fortaleciendo la comprensión de los conceptos de independencia, condicionamiento y cálculo de probabilidades en distintos contextos. De este modo, ambos elementos se complementan, favoreciendo una enseñanza centrada en el proceso más que en el resultado, y promoviendo una comprensión profunda del contenido matemático (MINEDUC, 2021).

2.2 Secuencia didáctica para el aprendizaje en Matemática

2.2.1 Secuencia didáctica

Diversos autores (Carmona, 2017; Díaz-Barriga, 2013; Rodríguez-Reyes, 2014) coinciden en que una secuencia didáctica es una serie de actividades, que tienen jerarquización, otorgando orden y coherencia al proceso de enseñanza, las que, al articularse con modelos de aprendizaje, facilitan la comprensión de contenidos y crean situaciones que permiten desarrollar un aprendizaje significativo, además orientan la práctica docente

en torno al qué, cómo y para qué enseñar, permitiendo transformar y mejorar los aprendizajes en el aula.

De acuerdo con Valdiviezo et al. (2023), las secuencias didácticas constituyen formas de organización de las actividades intra y extra-clase, donde se vinculan los contenidos con las expectativas de los estudiantes, y donde los contenidos teóricos se vinculan con las necesidades del contexto real a los que pretende solucionar desde la formación profesional.

En esta misma línea, no deben entenderse como un simple formato a completar, sino como una herramienta que exige dominio de la asignatura, comprensión del plan de estudios, experiencia pedagógica y la capacidad de diseñar actividades centradas en el aprendizaje de los estudiantes (Díaz-Barriga, 2013).

Taboada (2021), menciona que una secuencia didáctica debe cumplir ciertos criterios, tales como:

- Cada actividad debe tener sentido por sí misma y estar diseñada en función de objetivos específicos.

- Las actividades deben estar conectadas y organizadas de manera que trabajen en conjunto para alcanzar un objetivo de aprendizaje más amplio.
- La secuencia responde a un diseño intencionado, en el cual cada actividad representa una oportunidad de aprendizaje. Así, el orden de las tareas propuestas a los estudiantes no es casual, sino planificado en coherencia con los objetivos de aprendizaje definidos.

Por ende, es importante comprender que una secuencia didáctica se organiza definiendo primero los objetivos de aprendizaje y los contenidos que se trabajarán. Luego, se estructura en tres momentos: inicio, donde se motiva a los estudiantes y se activan sus saberes previos; desarrollo, que incluye actividades variadas, claras y progresivas que vinculen los contenidos con la realidad de los alumnos; y cierre, donde se sistematiza, repasa y reflexiona sobre lo aprendido. Además, es necesario planificar la evaluación de manera formativa, incorporando instancias de retroalimentación, y organizar los tiempos, recursos y evidencias de aprendizaje que acompañen el proceso. De esta manera, la secuencia ofrece un orden lógico y coherente

para favorecer aprendizajes significativos (Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires et al., 2018).

En este sentido, la planificación de una secuencia didáctica requiere estructurar las clases en momentos definidos que favorezcan aprendizajes significativos. Según el MINEDUC (2017), es recomendable dar una estructura clara a la clase; por ejemplo: en inicio, desarrollo y cierre para el logro de los Objetivos de Aprendizaje, promoviendo así la organización y coherencia de las experiencias educativas.

En esta línea, la evaluación formativa debe integrarse como parte del proceso pedagógico, permitiendo al docente ajustar la enseñanza de acuerdo con la evidencia recogida en el aula, reforzando su propósito fundamental vinculado a la identificación y monitoreo del progreso del aprendizaje de los estudiantes, entendiendo este tipo de evaluación como un elemento central del proceso de enseñanza que orienta la adaptación de la planificación y las estrategias pedagógicas según los resultados observados (MINEDUC, 2017). De esta forma, una secuencia didáctica bien planificada y acompañada de una evaluación formativa contribuye al desarrollo integral y continuo del aprendizaje.

Ahora bien, en una secuencia didáctica de matemáticas, se busca que los estudiantes integren tanto los procesos propios del pensamiento matemático como los conceptos asociados, poniendo especial énfasis en los procedimientos, el aprendizaje activo y la resolución de problemas, fortaleciendo la motivación y potenciando el desarrollo de habilidades matemáticas (Dellepiane, 2024).

Estudios de la enseñanza básica como el de Herrera-Cruz et al. (2023) y de Ortega et al. (2025) muestran resultados de la implementación de una secuencia didáctica en la asignatura de matemática, dando cuenta que, por ejemplo, programar actividades para el aprendizaje y su ejecución en el aula, de forma ordenada, es valorado de manera positiva tanto por estudiantes como por docentes, debido a que se destaca la planificación estratégica como medio para favorecer la comprensión de los contenidos y su contribución al logro de aprendizajes. En general, se reconoce a las secuencias didácticas como un recurso efectivo y atractivo para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

2.2.2 Probabilidad condicionada en el Currículum escolar vigente

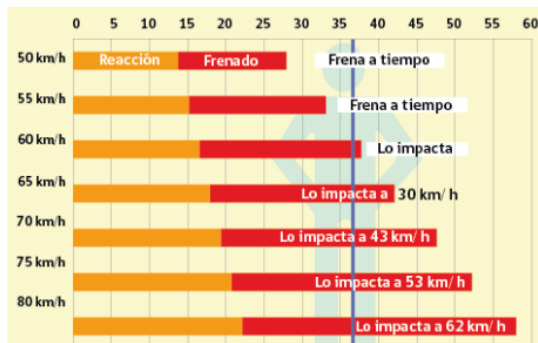
El contenido de probabilidad condicional está incluido en el Currículum chileno de matemática, en el nivel de tercero medio, a través del objetivo de aprendizaje: “Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales” (MINEDUC, 2021, p. 54). Para este objetivo, el programa de estudio (MINEDUC, 2021), el Texto del Estudiante (Osorio et al., 2020) y la Guía Didáctica del Docente Tomo 1 (Astudillo et al., 2024) proponen actividades que promueven el desarrollo de competencias mediante el análisis de datos y la aplicación de modelos probabilísticos en contextos reales, incorporando distintas actividades para el aprendizaje y su evaluación.

El Programa de Estudio incluye actividades sugeridas para la evaluación, como el estudio de la distancia de reacción de frenado de un vehículo, a través del cual no solo se permite a los estudiantes trabajar con gráficos, medidas estadísticas y probabilidades condicionales, sino que también les invita a reflexionar sobre cómo estos datos influyen en decisiones que afectan la vida de las personas, conectando con el ejercicio de una

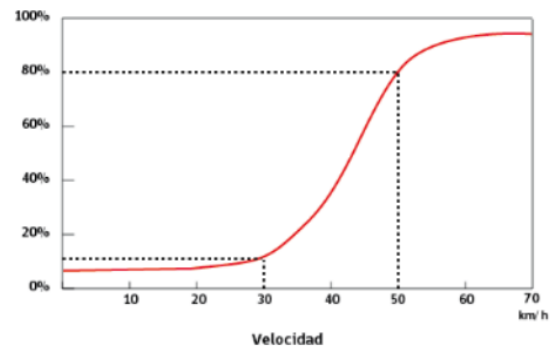
ciudadanía informada y responsable. Lo anterior se ilustra en la siguiente imagen:

4. En el contexto del tránsito vehicular, la distancia de reacción es la que se recorre hasta que el conductor se da cuenta de que debe frenar (este tiempo de reacción es, en promedio, 1 segundo y la distancia es lo que avanza el vehículo a igual velocidad). La distancia de frenado es la que el sistema de frenos necesita para detener el vehículo totalmente.

Distancias de detención a diferentes velocidades



Probabilidad de muerte para un peatón al ser atropellado por un vehículo



Fuente: <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.conaset.cl>

- ¿Cuál es el rango de velocidad a la cual, de acuerdo con los gráficos, el auto frenará a tiempo?
- Si un auto viaja a 30 km/h y atropella a una persona, la posibilidad de morir es del 10%. ¿Cuál es la probabilidad de morir si a una persona la atropella un auto que viaja a 50 km/h? Argumenta tu respuesta, extrayendo información de ambos gráficos.
- ¿Cuál es la probabilidad de morir si una persona es atropellada por un auto que viaja a entre 30 km/h y 50 km/h?
- ¿Es correcto afirmar que una persona morirá al ser atropellada por un auto que viaja a más de 70 km/h?
- ¿En qué casos es apropiado aplicar el modelo de probabilidad condicional?, ¿en qué casos no?
- Elabora un mensaje que puedas publicar en la red social para concientizar respecto de la importancia de la distancia de detención para velocidades mayores a 60 km/h y la probabilidad de fallecimiento de una persona atropellada.

Figura 1: "Actividad Programa de estudio"

(MINEDUC, 2021, p. 56-57)

Esta actividad nos permite visualizar, por ejemplo, aspectos formativos a través de los cuales se valora el proceso de análisis y argumentación, fomentando la colaboración y la metacognición a través de la retroalimentación continua. Por su parte, desde el punto de vista sumativo, podemos observar que se propone una pauta de evaluación que permite valorar la interpretación de datos, la calidad de la argumentación y la pertinencia de las decisiones tomadas. Este enfoque integrado favorece el desarrollo de habilidades cognitivas de orden superior y promueve el uso del lenguaje matemático en contextos reales.

A continuación, una figura de un ejemplo de una pauta de evaluación:

PAUTA DE EVALUACIÓN			
Criterios de evaluación	Completamente logrado	Niveles de logros	
		Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se entiende en absoluto
Utilizan índices estandarizados para organizar datos.			
Identifican sectores extremos y cercanos a la media de una distribución de datos.			
Comparan datos de una misma situación, pero en diferentes representaciones.			
Calculan la desviación estándar de forma manual o utilizando herramientas digitales para interpretar datos de una situación.			
Explican sus respuestas, utilizando datos extraídos del contexto y terminología relacionada con las medidas de dispersión.			
Elaboran árboles de probabilidades condicionales.			
Evalúan expresiones verbales relacionadas con el cálculo de la probabilidad condicional.			
Evalúan situaciones de incerteza, calculando la probabilidad condicional de los eventos involucrados.			
Comunican situaciones de incerteza, utilizando información entregada y calculando la probabilidad condicional.			
Toman decisiones, basándose en el cálculo de la probabilidad condicional.			

Figura 2“Rúbrica de evaluación”.

(MINEDUC, 2021, p. 58)

Esta propuesta sugerida evidencia un cambio sobre el proceso de enseñanza de las matemáticas, ya que no busca únicamente resolver ejercicios aislados, sino además de aplicar el conocimiento matemático para comprender fenómenos complejos, formular conjeturas, justificar decisiones y comunicar ideas. De este modo, se busca fortalecer en los estudiantes una visión de la matemática como una herramienta útil, dinámica y profundamente conectada con la realidad.

El Texto del Estudiante para la asignatura de Matemática de tercero medio (Osorio, et al, 2020) propone actividades evaluativas orientadas a que el estudiante aplique la fórmula de la probabilidad condicionada en contextos reales, como la eficacia de tratamientos médicos o las preferencias vacacionales. Estas situaciones requieren interpretar tablas de contingencia, diagrama de árbol y datos porcentuales, promoviendo el uso del razonamiento lógico y la lectura crítica de la información. Por ejemplo, una de las evaluaciones plantea comparar la efectividad entre dos tratamientos (nuevo y antiguo) a partir de una tabla de pacientes curados y no curados, lo cual exige aplicar fórmulas, pero, sobre todo, tomar una decisión argumentada.

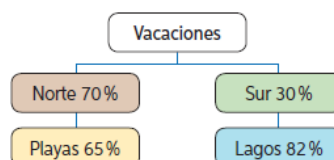
Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje. Luego, responde las preguntas de la sección Reflexiono.

1. Mientras planea sus vacaciones, Rosa comenzó a pensar en los lugares que ha visitado y realizó el siguiente esquema:

- a. Construye un diagrama de árbol con las probabilidades de los sucesos considerando que el comportamiento de Rosa se podría repetir según sus estadísticas.
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que vaya a un lugar que no sea playa, dado que ya ha decidido ir al norte?

**Medicina**

2. Para curar una enfermedad un grupo de doctores ha aplicado un nuevo tratamiento a una serie de pacientes en el cual obtuvieron los resultados reflejados en la siguiente tabla:



	Curados	No curados	Total
Tratamiento nuevo	60	21	81
Tratamiento antiguo	43	36	79
Total	103	57	160

Si se elige un paciente al azar, calcula la probabilidad de que:

- a. Se haya curado.
- b. No se haya curado.
- c. Se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento nuevo.
- d. No se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento nuevo.
- e. Se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento antiguo.
- f. No se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento antiguo.
- g. ¿Qué decisión debe tomar el grupo de doctores: seguir con el nuevo tratamiento o volver al antiguo?



3. Explica la utilidad del teorema de la probabilidad total.

Reflexiono

- ¿Qué representaciones de la probabilidad condicionada te parecieron más adecuadas para cada problema? Explica y compara tu respuesta.
- De acuerdo con el desempeño obtenido en esta evaluación, ¿en cuáles actividades tuviste más dificultades?, ¿qué podrías hacer al respecto? Crea un plan de mejora.

Figura 3 “Evaluación intermedia”

(Osorio, et al, 2020, p. 27)

La Figura 3 muestra una actividad de evaluación intermedia titulada “*Antes de continuar*”, cuyo propósito es que los estudiantes reflexionen sobre su proceso de aprendizaje en torno al tema de la probabilidad condicional. A través de diferentes situaciones contextualizadas, como la planificación de vacaciones de Rosa y un tratamiento médico aplicado por un grupo de doctores, se propone que los estudiantes construyan diagramas de árbol, calculen probabilidades y apliquen el teorema de la probabilidad total. La actividad combina el razonamiento matemático con la interpretación de situaciones reales, promoviendo la toma de decisiones fundamentadas a partir de datos. Además, se incluye una sección denominada *Reflexiono*, que invita al estudiante a analizar sus estrategias, comparar representaciones de la probabilidad y reconocer sus propias dificultades, fomentando así la metacognición y el aprendizaje autónomo. En conjunto, esta propuesta favorece el desarrollo de competencias como el pensamiento lógico-matemático, la resolución de problemas y la argumentación, además de fortalecer la capacidad para aplicar conceptos probabilísticos en contextos reales, de acuerdo con los aprendizajes esperados del eje de Datos y Azar en enseñanza media.

Podemos observar que las actividades propuestas buscan la integración de conocimientos, desarrollo del pensamiento crítico y aplicación de la matemática en contextos que simulan situaciones reales, evidenciando el propósito formativo de la evaluación, orientado no solo a medir, sino también mejorar el aprendizaje y a preparar a los estudiantes para enfrentar con criterio desafíos cotidianos.

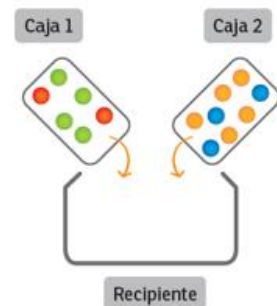
El Texto del Estudiante para la asignatura de Matemática de tercero medio (Villalobos et al., 2024) dispone de un Banco Digital de Actividades, que corresponde a un repositorio de actividades y recursos en formatos variados, para trabajar los objetivos de aprendizaje, y ejercitar y consolidar las habilidades y actitudes de la asignatura que se desarrollan en el texto del estudiante (MINEDUC, s.f.). Por ejemplo, la figura 4 da cuenta de una actividad en la que se presenta una evaluación sumativa con respecto al contenido, por medio de situaciones concretas que invitan al estudiante a aplicar la probabilidad condicional en la resolución de problemas, poniendo en juego no solo el dominio técnico del contenido, sino la capacidad de tomar decisiones razonadas a partir de datos, sin limitarse al cálculo mecánico, por lo contrario, desafiando al estudiante a interpretar información, seleccionar representaciones adecuadas y justificar sus respuestas.

2. Lee la situación y responde.

El jefe de una fábrica debe designar a un operario para que maneje la máquina para cortar cuerdas de goma. Los cortes deben quedar de una longitud específica, por lo que su homogeneidad es fundamental. Hay dos candidatos al cargo. Para decidirse por uno de ellos, les hizo cortar a cada uno 100 cuerdas y agrupó la longitud de los cortes en la tabla del costado.

Operario \ Longitud (cm)	[11,8; 11,9[	[11,9; 12,0[	[12,0; 12,1[	[12,1; 12,2]
1	11	40	42	7
2	6	43	39	12

- Si se elige al azar uno de los trozos cortados, ¿cuál es la probabilidad de que su longitud pertenezca al intervalo $[12,0; 12,1[$, dado que fue cortado por el operario 1?
 - Si se elige al azar uno de los trozos cortados, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido cortado por el operario 1, dado que su longitud pertenece al intervalo $[12,0; 12,1[$?
3. Las bolitas de las cajas 1 y 2, que se observan en la imagen se reúnen en un recipiente. Se define un juego que consiste en extraer al azar una bolita de este recipiente. Se gana si la bolita es roja o azul, y se pierde si es verde o anaranjada.



- Dibuja un diagrama de árbol que represente las probabilidades de ganar o perder, incluyendo las opciones de que la bolita extraída provenga de la caja 1 o de la 2.
- Calcula la probabilidad de ganar el juego, dado que la bolita extraída provino de la caja 2.
- Calcula la probabilidad de que la bolita extraída provenga de la caja 1, dado que se perdió el juego.
- ¿Jugarías este juego si quieres ganarlo?, ¿por qué?

Figura 4 “BDA_ 19”

(MINEDUC, s.f.)

Esta imagen muestra una actividad que invita a los estudiantes a aplicar sus conocimientos sobre la probabilidad condicional en situaciones contextualizadas y cotidianas. En el primer caso, se plantea un problema donde el jefe de una fábrica debe decidir qué operario realiza cortes de

cuerdas con mayor precisión, a partir de una tabla de frecuencias que permite calcular distintas probabilidades según los intervalos de longitud. En el segundo caso, se presenta un juego de azar con bolitas de colores en dos cajas, donde los estudiantes deben construir diagramas de árbol y determinar probabilidades de ganar o perder según las condiciones del juego. Ambas situaciones promueven el análisis de datos, la toma de decisiones basadas en la evidencia y la representación de eventos mediante modelos gráficos. Además, estas actividades desarrollan competencias como el pensamiento lógico-matemático, la interpretación de información estadística y la resolución de problemas, fortaleciendo la comprensión del concepto de probabilidad condicional y su aplicación en contextos reales, tal como lo establecen los aprendizajes esperados del eje de Datos y Azar en enseñanza media.

Así, podemos evidenciar que la probabilidad condicional deja de ser un contenido abstracto y se transforma en una herramienta que ayuda a tomar decisiones más informadas y responsables, promoviendo el desarrollo de habilidades transversales como la interpretación de información y la argumentación lógica.

Capítulo 3: Marco metodológico

Esta investigación busca diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpore estrategias de evaluación formativa, para abordar el objetivo de aprendizaje FG-MATE-3M-OAC-02 relacionados con el contenido de Probabilidad Condicional con estudiantes de Tercer año medio de Chile

Para la elaboración de esta propuesta se utilizó un diseño por etapas de tipo descriptivo, ya que este permite interpretar los hallazgos desde una perspectiva crítica y contextualizada, otorgando sentido a los fenómenos educativos sin recurrir a mediciones estadísticas (Hernández-Sampieri et al., 2014). El diseño metodológico responde a la necesidad de diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpore la evaluación formativa, con la finalidad de fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje en probabilidad condicional.

Las etapas de este diseño se ilustran en la siguiente Figura 5:

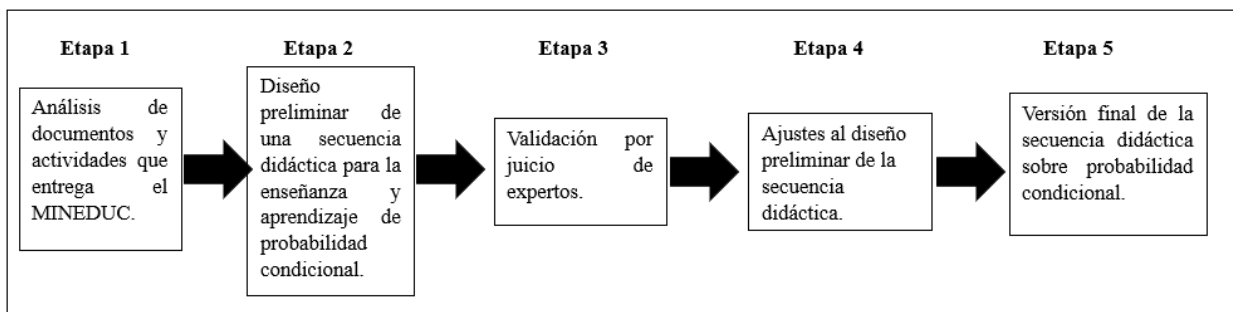


Figura 5 “Diagrama del proceso de construcción y validación de la secuencia didáctica”

En la etapa 1 se realizó una revisión de la literatura con el propósito de definir conceptos fundamentales, como secuencia didáctica y evaluación formativa. Asimismo, se analizaron documentos curriculares del MINEDUC vinculados al objetivo de aprendizaje previamente descrito, los cuales fueron el Programa de Estudio (MINEDUC, 2021), el Texto del Estudiante (Osorio, et al, 2020), el tomo I de la Guía Didáctica del Docente (Astudillo et al., 2024) y un Banco digital de Actividades (MINEDUC, s.f.). Estos materiales servirán como base para la implementación de la evaluación formativa a lo largo del desarrollo de las secuencias didácticas.

En la etapa 2, se diseñó de manera preliminar una secuencia didáctica que incorporó la evaluación formativa para la enseñanza y aprendizaje de

probabilidad condicional, las cuales contienen los elementos mencionados en el marco referencial.

En la etapa 3, este diseño preliminar fue sometido a una validación por juicio de expertos (Maldonado-Suárez y Santoyo-Telles, 2024), para asegurar la claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia de los instrumentos antes de su aplicación, permitiendo que los especialistas identificaran errores, ambigüedades o vacíos que no fueron evidentes para los investigadores. Para esta investigación, participaron 5 expertos, que se desempeñan en el tema de interés, todos ellos docentes con formación de posgrado y con experiencia tanto en la enseñanza como en la investigación en áreas relacionadas con la temática de esta investigación. Dos de los expertos contaban con el grado de doctor, uno en Matemáticas y otro en Didáctica de la Matemática, mientras que tres poseían el grado de magíster en Estadística.

A los expertos se les entregó vía correo electrónico una invitación que explicaba el contexto y propósito de la investigación, junto con la secuencia didáctica y sus respectivas escalas de valorización de acuerdo con cada criterio, claridad (es claramente comprensible), pertinencia (si son pertinentes en relación con el objetivo de la clase propuesto), relevancia (si

las propuestas incorporan estrategias de evaluación formativa que promuevan la retroalimentación) y suficiencia (si las actividades propuestas son suficientes en relación con el objetivo de la clase y de la investigación), utilizando una escala de tipo Likert para evaluar los descriptores, con puntuación de 1 a 4, que varía desde el no cumplimiento de la definición del criterio evaluado (1) hasta su cumplimiento completo (4). Asimismo, se incorporó un espacio destinado a la valoración de aspectos cualitativos desde la perspectiva de los expertos (Ver anexo 1, parte 1).

En la etapa 4, se incorporaron los comentarios entregados por el tribunal de expertos, con el propósito de realizar los ajustes necesarios en las clases elaboradas, tanto a nivel general como en aquellos criterios presentaron un coeficiente V de Aiken inferior a 0,7, considerado no aceptable (Charter, 2003). Finalmente, en la etapa 5, se desarrolló el diseño final de dichas secuencias, considerando las observaciones y ajustes sugeridos.

Capítulo 4: Resultados

Los resultados del proceso de diseño y validación de la secuencia didáctica se desarrollan a continuación, expresados en las cinco etapas descritas anteriormente.

4.1 Etapa 1: Análisis de documentos y actividades que entrega el MINEDUC.

En esta etapa se analizaron los documentos curriculares y materiales del MINEDUC vinculados al aprendizaje de la probabilidad condicional en tercero medio, además de las orientaciones generales aplicables a todas las disciplinas, relacionadas con evaluación formativa, retroalimentación y monitoreo del aprendizaje. Asimismo, se revisaron conceptos matemáticos centrales del contenido, así como actividades que muestran el trabajo matemático en el aula mediante representaciones, análisis de datos y resolución de situaciones contextualizadas. Este análisis permitió definir el diseño preliminar de la secuencia didáctica (Ver anexo 1, parte 2).

4.2 Etapa 2: Diseño preliminar de una secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de probabilidad condicional.

En esta etapa se elaboró un diseño preliminar de la secuencia didáctica. La propuesta se organizó en cuatro clases alineadas con el objetivo de aprendizaje «Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren probabilidades condicionales» en Tercero Medio en Chile, incorporando estrategias de evaluación formativa de acuerdo con lo analizado en la etapa 1, a saber: preguntas abiertas, análisis de errores, uso de representaciones, trabajo colaborativo y reflexión metacognitiva. Este diseño preliminar incluyó actividades contextualizadas y una progresión desde la identificación de eventos hasta la toma de decisiones fundamentadas en la probabilidad condicional.

Así, se contó con una propuesta de 4 secuencias didácticas para ser evaluadas por juicio de expertos, en términos de su claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia, como se mencionó en el marco metodológico.

4.3 Etapa 3: Validación por juicio de expertos

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a partir del proceso de validación de la propuesta, considerando las valoraciones y observaciones entregadas por los expertos participantes. Los hallazgos se organizan según las dimensiones e indicadores definidos en el instrumento de validación, describiendo las apreciaciones generales, las fortalezas identificadas y los aspectos susceptibles de mejora.

Respecto a la Clase 1

Las valoraciones dadas para los distintos criterios relacionados con la clase 1, se sitúan en valores bajos de la escala, lo que indica que, en general, los expertos evaluaron los criterios entre niveles bajos y medios. Esto sugiere la necesidad de ajustes, especialmente en claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia, como se evidencia en la siguiente tabla:

Tabla 4.3.1 Resultados clase 1

	Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia

Media	2,60	2,60	2,60	2,60
V de Aiken	0,53	0,53	0,53	0,53

Los resultados obtenidos mediante el coeficiente V de Aiken mostraron que la clase 1 alcanza un valor de 0,53 en las 4 dimensiones evaluadas. Este valor indica un nivel bajo de acuerdo entre los jueces, lo cual sugiere que los elementos evaluados no alcanzan un nivel adecuado de validez de contenido en su primera versión, esto indica que para el producto final se necesita tomar en cuenta tanto las observaciones positivas como negativas de los expertos para obtener un producto final adecuado.

Las observaciones realizadas por los expertos respecto de la clase 1, se destaca la integración de situaciones cotidianas como punto de partida para la posterior conexión con los conceptos matemáticos. Sin embargo, se evidencian aspectos susceptibles de mejora, especialmente en la redacción.

- *“En los ejemplos del inicio, el primero está malo y el segundo, deben redactarlo mucho mejor”* (Juez evaluador 1)

- *“En probabilidades la redacción es crucial para pasar con cierta facilidad de lo textual a lo simbólico” (Juez evaluador 1)*
- *“La secuencia se entiende en términos generales (inicio–desarrollo–cierre), pero hay formulaciones amplias e implícitas sin especificación de ejemplos, criterios o qué se registra exactamente; eso obliga al lector a interpretar o a imaginar” (Juez evaluador 5)*

Asimismo, se sugiere mejorar y profundizar los recursos ilustrativos, tanto en su formulación como en el contexto que los sustenta, con el propósito de favorecer la comprensión de los estudiantes:

- *“La secuencia está bien, pero hay que mejorar los recursos ilustrativos, tanto en su redacción como en el contexto” (Juez evaluador 1).*

Finalmente, se aconseja explicitar con mayor detalle el orden de las actividades a desarrollar en el aula, tales como la entrega de materiales o la organización de los grupos de trabajo, considerando que en la práctica docente suelen presentarse imprevistos que pueden incidir en el desarrollo de la planificación:

- *“Considero que lo planteado tiene espacio de mejora y que lo propuesto debe profundizarse”* (Juez evaluador 1)
- *“La estructura de la clase me resulto muy interesante, porque integra situaciones cotidianas para luego conectar con la matemática”* (Juez evaluador 2)
- *“Solo tratar de tener claro el orden de las actividades que llevarán a cabo (entregar tarjetas, dividir en grupos, etc.), ya que casi siempre surgen imprevistos (que no dependen del docente) en las salas de clases”* (Juez evaluador 2)

Respecto a la Clase 2

Las valoraciones dadas por los expertos se sitúan en valores bajo de la escala, lo que indica que, en general, los expertos evaluaron los criterios entre niveles bajos y medios. Esto sugiere realizar ajustes, especialmente en claridad, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4.3.2 Resultados clase 2

	Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia

Media	2,80	3,00	3,00	3,20
V de Aiken	0,60	0,67	0,67	0,73

Los resultados obtenidos mediante el coeficiente V de Aiken indican que la validez es baja, debido que el promedio es menor a 0,7 en los criterios de claridad, pertinencia y relevancia, en cambio suficiencia tiene una validez aceptable con un promedio mayor a 0.7, lo que indica que para el producto final necesita tomar en cuenta tanto las observaciones positivas como negativas de los expertos para obtener un producto final adecuado.

Las observaciones realizadas por los expertos respecto de la clase 2, evidencian algunas dificultades en la propuesta, principalmente asociadas a la redacción de los ejemplos ilustrativos tanto del inicio como del desarrollo de la clase, lo que puede afectar la claridad conceptual.

- *“Mala redacción de los ejemplos ilustrativos de inicio y desarrollo”*
(Juez evaluador 1)
- *“El tránsito de diagrama de árbol a tabla de doble entrada está descrito, y es acompañada por preguntas, lo que contribuye a*

comprender qué se hace y para qué. Aun así, tal como en otros aspectos de la planificación, quedan elementos a la imaginación del lector lo que resta claridad a la propuesta” (Juez evaluador 5)

Asimismo, se identifica una confusión entre las etapas del experimento aleatorio (subexperimentos) y los eventos, aspecto que requiere ser precisado para evitar errores en la comprensión del contenido:

- *“Confunden Etapas (Subexperimentos) con eventos” (Juez evaluador 1)*

No obstante, se valora positivamente la calidad y pertinencia de los ejemplos propuestos; como sugerencia de mejora, se plantea la posibilidad de focalizar cada clase en un solo tipo de representación, como el diagrama de árbol o las tablas de doble entrada, considerando que el ritmo de avance de los estudiantes puede variar. En general, la propuesta es parcialmente evaluada recomendándose ajustes específicos para optimizar su implementación en el aula.

- *“Encuentro muy buenos los ejemplos, mi única observación es ver si es mejor solo enfocarse en una clase de diagrama de árbol y en otra con tablas de doble entrada, ya que todo dependerá de la rapidez en*

que los estudiantes avancen. Pero el resto todo bien” (Juez evaluador 2)

- *El objetivo es representar gráficamente con árbol y tabla, y las tareas hacen eso, sin embargo, la planificación no muestra estas representaciones, limitando así la identificación, por ejemplo, de errores en su construcción. (Juez evaluador 5)*
- *Aunque la clase es robusta, faltan criterios explícitos para juzgar calidad de representaciones (por ejemplo ¿qué es un buen árbol o tabla?). (Juez evaluador 5)*

Respecto a la clase 3

En la clase 3, las medidas se sitúan en valores bajo de la escala, lo que indica que, en general, los expertos evaluaron los criterios en niveles medios. Esto requiere ajustes, especialmente en relevancia según la siguiente tabla:

Tabla 4.3.3 Resultados clase 3

	Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia
Media	3,20	3,00	2,80	3,00

V de Aiken	0,73	0,67	0,60	0,67
------------	------	------	------	------

Los resultados de la V de Aiken para la clase 3 evidencian un nivel de validez con un desempeño aceptable en el criterio de claridad, pero que son insuficientes para los criterios de pertinencia, relevancia y suficiencia. Estos resultados refuerzan la necesidad de atender a las observaciones que hicieron los expertos, particularmente en el criterio de relevancia, el cual refuerza la coherencia entre las actividades y el objetivo de aprendizaje abordado durante la clase.

Las observaciones realizadas por los expertos respecto de la clase 3 señalan, en primer lugar, la necesidad de mejorar algunos aspectos de redacción para favorecer la claridad de la propuesta:

- *Problemas de redacción* (Juez evaluador 1)

Asimismo, se sugiere incorporar un ejemplo de mayor complejidad que permita a los estudiantes resolver una situación más desafiante y sustentar la toma de decisiones en la clase siguiente:

- *“Incorporar un ejemplo más complejo que sirvan para resolver y decidir en la siguiente clase”* (Juez evaluador 1)

En relación con los contenidos, se recomienda definir explícitamente los eventos involucrados, así como reforzar en el primer ejercicio la identificación de los eventos $A|B$ y $A \cap B$, dado su rol central en la comprensión de la probabilidad condicional.

- *“Definir los eventos”* (Juez evaluador 1)
- *“Excelentes actividades, solo en el primer ejercicio, colocar gran énfasis en que los estudiantes logren identificar los eventos $A|B$, A intersección B .”* (Juez evaluador 2)

No obstante, se destaca que la secuencia didáctica es correcta y que las actividades propuestas son valoradas positivamente; en particular, la actividad de cierre es considerada un elemento muy logrado dentro del diseño de la clase:

- *“La secuencia esta correcta”* (Juez evaluador 2)
- *“Me encanto la actividad de cierre”* (Juez evaluador 2)

Respecto a la clase 4

En la clase 4, las medidas se sitúan en valores bajos de la escala, lo que indica que, en general, los expertos evaluaron los criterios entre niveles bajos y medios, según se observa en la siguiente tabla:

Tabla 4.3.4 Resultados clase 4

	Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia
Media	2,80	3,00	3,00	2,80
V de Aiken	0,60	0,67	0,67	0,60

Los resultados obtenidos mediante el coeficiente V de Aiken mostraron que la clase 4 alcanza un valor de 0,60 en los criterios de claridad y suficiencia, mientras que en los de pertinencia y relevancia se obtuvo un valor de 0,67. Estos valores indican un nivel bajo de acuerdo entre los jueces, lo cual sugiere que los elementos evaluados no alcanzan un nivel adecuado de validez de contenido en su primera versión, esto indica que para el producto final se necesita tomar en cuenta tanto las observaciones positivas como negativas de los expertos para obtener un producto final adecuado.

Las observaciones realizadas por los expertos respecto de la clase 4 indican que el ejemplo inicial presenta un nivel de complejidad superior al abordado en la secuencia previa, lo que podría requerir el uso de herramientas adicionales, como tablas de doble entrada o el teorema de la probabilidad total:

- *“Ejemplo Inicial mucho más complejo a los tratados en la secuencia, puede que necesiten de tabla de doble entrada o probabilidad total.”*

(Juez evaluador 1)

Asimismo, se señala que los ejemplos trabajados en las tres clases anteriores no ilustran de manera suficiente la resolución de problemas ni la toma de decisiones requeridas en esta clase, lo que puede generar dificultades en la comprensión por parte de los estudiantes:

- *“Los ejemplos tratados en las tres clases anteriores no ilustran la resolución y por ende la toma de decisiones en los problemas planteados en esta clase.”* (Juez evaluador 1)

En este sentido, se sugiere incorporar una instancia intermedia de carácter práctico entre la segunda y la tercera clase, con el propósito de consolidar los aprendizajes y asegurar el dominio de los contenidos,

considerando que las clases 3 y 4 presentan un mayor nivel de dificultad asociado a la comprensión de las probabilidades:

- *“Mi observación no es para esta clase, sino más bien, entre la segunda y tercera clase, realizar una clase práctica para que los estudiantes logren dominar con total claridad los conocimientos entregados, porque la clase 3 y 4 poseen una mayor dificultad es la comprensión de las probabilidades.”* (Juez evaluador 2)

4.4 Etapa 4: Ajustes al diseño preliminar de la secuencia didáctica.

En atención a las observaciones realizadas por los jueces expertos, se efectuaron las modificaciones correspondientes al diseño preliminar de la secuencia didáctica. En este sentido, se muestran las principales modificaciones que ilustran este proceso.

Ajustes clase 1:

Tabla 4.4.5 Ajustes clase 1

Versión Original

Versión Modificada

““Analizar situaciones cotidianas para distinguir entre eventos dependientes e independientes, mediante la argumentación guiada por el docente, el trabajo colaborativo y la comparación de ejemplos concretos.”	“Analizar situaciones cotidianas para determinar la dependencia o independencia de eventos, mediante la argumentación y el trabajo colaborativo.”
“(…) si llueve, ¿aumenta la probabilidad que las calles estén mojadas? (…)	“(…) en una bolsa hay dulces de distintos colores. Si se extrae un dulce rojo y este no se devuelve, ¿cambia la probabilidad de que el siguiente dulce extraído sea rojo? (…)
“(…) el docente retroalimenta diciendo que depende de la lluvia si las calles se mojan, en cambio el evento de la moneda con el dado son situaciones diferentes y no dependen una de otra (…).	“(…) la probabilidad de que el segundo dulce sea rojo va a cambiar, ya que tendremos un espacio muestral más pequeño, mientras que, en el segundo caso, el resultado de uno no influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.”
No se explicita intervención frente a errores frecuentes.	“Ante respuestas que asocian la dependencia únicamente al orden temporal de los eventos, el docente interviene mediante preguntas, tales como: si el evento no ocurriera, ¿la probabilidad del segundo cambiará? (…)
“cada grupo deberá clasificar las tarjetas en dependientes o independientes, y justificar su decisión oralmente y por escrito”.	“(…) los estudiantes deben analizar la relación de ocurrencia entre los eventos involucrados, determinando si la ocurrencia de uno influye o no en la probabilidad del otro (…)

“En la próxima clase, nos centraremos en cómo representar gráficamente estas situaciones.”	“(…) En la próxima clase, avanzaremos un paso más y veremos cómo representar gráficamente estas situaciones de probabilidad condicional, utilizando diagramas de árbol y tablas de doble entrada (…)”
---	--

Ajustes clase 2:

Tabla 4.4.6 Ajustes clase 2

Versión Original	Versión Modificada
“Representar gráficamente situaciones de probabilidad condicional, por medio de la elaboración de diagramas de árbol y tablas de doble entrada, visualizando la relación entre eventos y anticipando los posibles resultados cuando uno influye en otro.”	“Representar gráficamente situaciones de probabilidad condicional, por medio de la elaboración de diagramas de árbol y tablas de doble entrada, visualizando la relación entre eventos y anticipando los posibles resultados cuando uno influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.”
“¿Si saco una bolita sin mirar y no la devuelvo a la caja, cómo podría representar todas las posibilidades de lo que puede pasar?”.	“¿Si saco una bolita sin mirar y no la devuelvo a la caja, ¿cómo podríamos representar todas las posibilidades de lo que puede ocurrir?”
“La pregunta que acabamos de hacer, donde el segundo evento depende de lo que sacamos primero, se llama Probabilidad Condicional.”	“La situación que acabamos de analizar, en la que la probabilidad del segundo evento depende si ocurre o no el primer evento, se denomina probabilidad condicional.”

“A medida que los estudiantes responden, el docente dibuja las ramas sugeridas por ellos.”	“El docente va construyendo en la pizarra un diagrama de árbol, incorporando las ramas sugeridas por ellos, donde los eventos de la primera extracción (...) y la secuencia completa de resultados posibles.”
“¿Y si no devolvemos la bola, las probabilidades siguen iguales o cambian?”	“Se promueve que los estudiantes identifiquen cómo la ocurrencia del primer evento influye en la probabilidad de ocurrencia del segundo evento.”
“Luego, presenta una tabla de doble entrada y, sin explicarla, formula preguntas orientadoras.”	“El docente enfatiza que (...) el diagrama de árbol puede volverse complicado (...) lo que genera la necesidad de organizar la información de una manera distinta.”
“¿Qué relación ven entre esta tabla y el diagrama de árbol que construimos?”	“Los estudiantes establecen la correspondencia entre las ramas del diagrama de árbol y las intersecciones de la tabla.”
“El docente circula por la sala, realiza preguntas de profundización y ofrece retroalimentación formativa.”	“Estas intervenciones permiten ofrecer retroalimentación formativa, reforzando la comprensión del vínculo entre ambas representaciones.”
“¿Cómo nos ayudan estos diagramas a entender cuándo un evento depende de otro?”	“¿Cómo nos ayudan estas representaciones a comprender cuándo un evento depende de otro?”

“El docente selecciona de forma anónima un error frecuente (...) y lo presenta como una oportunidad de aprendizaje colectivo.”	“Seleccionando un error frecuente (...) como, por ejemplo: omitir resultados posibles (...) o no mantener coherencia entre el diagrama de árbol y la tabla de doble entrada.”
“En la siguiente clase avanzaremos hacia cómo calcular esta relación de manera simbólica.”	“Veremos cómo calcular esta relación de manera simbólica, utilizando la fórmula de la probabilidad condicional, expresada como $P(A B)$.”
“Elaboran diagramas de árbol y tablas de doble entrada que representen correctamente situaciones de probabilidad condicional.”	“Relacionan el diagrama de árbol con la tabla de doble entrada, explicando cómo ambas representaciones describen la misma situación.”

Ajustes clase 3:

Tabla 4.4.7 Ajustes clase 3

Versión Original	Versión Modificada
“Resolver problemas de la vida cotidiana que involucren eventos condicionados, aplicando la fórmula de la probabilidad condicional de manera simbólica...”	“Resolver problemas de la vida cotidiana que involucren eventos condicionados, comprendiendo y aplicando la fórmula de la probabilidad condicional...”
“En una empresa, el 40% de los trabajadores son mujeres...”	“En un curso de 3° medio, el 70% de los estudiantes tiene teléfono celular propio...”

“El docente guía la conversación hacia la idea de que, cuando la ocurrencia de un evento depende de otro, se habla de probabilidad condicional...”	“El docente introduce o refuerza el concepto de probabilidad condicional, señalando que este tipo de situaciones se expresan mediante la notación $P(A B)$... y se interpreta como...”
“El docente presenta la fórmula de la probabilidad condicional $P(A B) = (P(A \cap B)) / (P(B))$ y la aplica al ejemplo inicial.”	“El docente orienta el análisis sin presentar de inmediato la fórmula... Posteriormente... formaliza explícitamente la fórmula...”
“Se promueve que los estudiantes reconozcan que el cálculo de la probabilidad se realiza restringiendo el espacio muestral...”	“Se promueve que los estudiantes reconozcan que el cálculo de la probabilidad se realiza restringiendo el espacio muestral...”
“Los estudiantes forman grupos de tres o cuatro integrantes para trabajar colaborativamente...”	“Los estudiantes se organizan en grupos... asignando roles al interior de cada equipo...”
“Los grupos deben representar la situación mediante un diagrama de árbol y aplicar la fórmula...”	“Se solicita... decidir si corresponde utilizar la probabilidad condicional... y justificar su decisión.”
“El docente aplica la estrategia ‘Corrige el error’... confundir $P(A B)$ con $P(B A)$.”	“El docente presenta una resolución que conduce a un resultado incorrecto debido a una interpretación inadecuada de la pregunta...”
“¿Qué pasos debemos seguir para resolver un problema de probabilidad condicional?”	Se incorpora una reflexión guiada: “¿Qué parte del proceso te ayudó más a comprender la probabilidad “¿Qué pasos seguimos hoy

para resolver un problema... antes de aplicar la fórmula?”.

“Puedo aplicar la fórmula y explicar su significado.”	“Puedo resolver problemas de probabilidad condicional y explicar el significado de la fórmula.”
--	--

“Aplican correctamente la fórmula de la probabilidad condicional...”	“Identifican correctamente el evento condicionado y el evento condición...”
---	--

Ajustes clase 4:

Tabla 4.4.8 Ajustes clase 4

Versión Original	Versión Modificada
““En un test médico, el 98% de las personas enfermas da positivo... Si una persona obtiene un resultado positivo, ¿qué probabilidad hay de que realmente esté enferma?”	“En una prisión se realizan test rápidos de detección de drogas... Un resultado positivo puede significar sanciones disciplinarias... ¿crees que es justo aplicar sanciones automáticas basándose únicamente en un resultado positivo del test?”
“Ahora no solo se busca identificar o calcular una probabilidad condicional, sino interpretarla para tomar una decisión fundamentada.”	“¿Crees que es justo aplicar sanciones automáticas basándose únicamente en un resultado positivo del test?”

“El docente inicia preguntando al curso cuál es la fórmula de la probabilidad condicional y cómo se interpreta cada uno de sus elementos.”	“El docente solicita a los estudiantes que formen parejas para analizar brevemente dos ejemplos simples... con el fin de activar conocimientos previos.”
“Se presenta un ejemplo contextualizado en el ámbito deportivo: ‘En un torneo, el 60% de los jugadores entrena 3 veces por semana...’”	“Atleta es exonerado tras resultado positivo en control antidopaje... la suspensión automática afectó la carrera del atleta.”
“¿Cuál es la probabilidad de que un jugador gane habiendo entrenado 3 veces?”	“¿El resultado positivo garantiza que el atleta sea culpable?... ¿Es adecuado suspender automáticamente a un deportista solo con el resultado del primer test?”
“Cada pareja debe representar la situación mediante un diagrama simple y aplicar la fórmula.”	“Cada pareja debe representar la situación mediante un diagrama de árbol simple y aplicar la fórmula.”
“Tres situaciones contextualizadas en ámbitos como salud, deporte y otro cercano a la realidad estudiantil.”	“En un establecimiento educacional se utiliza un sistema para detectar posibles casos de copia durante las evaluaciones.”
“Redacten una conclusión interpretativa que responda a la pregunta planteada.”	“Redacten una conclusión interpretativa... explicando por qué la decisión tomada es la más adecuada según los datos.”
“¿Qué aprendí hoy acerca de la probabilidad condicional?”	“¿En qué momentos tomé decisiones basadas en los datos y no solo en intuiciones?”

“Argumentan sus decisiones y conclusiones en torno a problemas de probabilidad condicional.”.	“Argumentan decisiones en contextos reales, justificándolas a partir del cálculo, la interpretación del resultado y el análisis del contexto.”
--	---

La revisión y los ajustes realizados al diseño preliminar de la secuencia didáctica permitieron fortalecer la coherencia interna, la progresión conceptual y las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los estudiantes. Las observaciones de los jueces expertos posibilitaron identificar aspectos que requerían mayor precisión didáctica, tales como aclaración de conceptos claves, la necesidad de estrategias de retroalimentación formativa que promovieran el razonamiento y argumentación.

En este proceso, cada clase se enriqueció mediante la integración de preguntas orientadas, actividades contextualizadas, momentos sistemáticos de verificación de comprensión y mayor énfasis en la justificación de los procedimientos. Asimismo, se reforzó la coherencia entre sesiones al incluir transiciones claras que fortalecen la continuidad del aprendizaje. Los ajustes también aseguraron una mayor alineación entre objetivos de la unidad, las actividades propuestas y los indicadores de logro, permitió una articulación

más efectiva entre representación, cálculo, interpretación y toma de decisiones en probabilidad condicional.

En conjunto, esta etapa consolidó una secuencia didáctica más consistente, fundamentada pedagógicamente y centrada en la participación activa de los estudiantes, potenciando aprendizajes profundos y significativos mediante el uso de herramientas representaciones, análisis crítico y argumentación matemática.

4.5 Etapa 5: Versión final de la secuencia didáctica sobre probabilidad condicional.

En esta etapa se elaboró la versión final de la secuencia didáctica a partir de las observaciones entregadas por los expertos a través del juicio de validación. Las evaluaciones realizadas en torno a cuatro criterios: claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia, permitieron realizar ajustes específicos para mejorar la calidad del diseño preliminar.

Las modificaciones se centraron en precisar y mejorar la redacción de actividades, fortalecer la vinculación entre los objetivos y las tareas propuestas, y asegurar la presencia sistemática de estrategias de evaluación

formativa en los momentos de inicio, desarrollo y cierre de cada clase. También se ajustaron ejemplos, problemas y representaciones para favorecer la comprensión progresiva del contenido, especialmente en el uso de diagramas de árbol, tablas de doble entrada y la aplicación simbólica de fórmula de probabilidad condicional.

Asimismo, se incorporaron las sugerencias orientadas a mejorar la retroalimentación durante las clases, integrando estrategias tales como preguntas de verificación, clasificación de tarjetas, análisis de errores, rúbricas breves y pautas de observación rápida. Con ello, la secuencia final mantuvo coherencia con los lineamientos del Currículum vigente y con las recomendaciones señaladas por los expertos, permitiendo que las actividades fueran pertinentes para el objetivo de aprendizaje «Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren probabilidades condicionales» en Tercero Medio en Chile, suficientes para el logro tanto del aprendizaje declarado en este objetivo como del objetivo de investigación propiamente tal.

De este modo, la versión final de la secuencia didáctica quedó conformada por cuatro clases articuladas, contextualizadas y alineadas con el

enfoque de evaluación formativa, ofreciendo una propuesta clara y aplicable para la enseñanza de la probabilidad condicional en educación media, como se muestra en las siguientes tablas:

Tabla 4.5.9 Síntesis Clase 1

Clase 1	
Objetivo:	Analizar situaciones cotidianas para determinar la dependencia o independencia de eventos, mediante la argumentación y el trabajo colaborativo
Indicadores de logro	• Identifican ejemplos cotidianos de pares de eventos dependientes e independientes, explicando de forma oral y escrita por qué ocurre o no una relación de este tipo. • Justifican sus respuestas con ejemplos donde se clasifique pares de eventos como dependientes o independientes, utilizando la argumentación guiada por el docente. • Participan activamente en el trabajo colaborativo, comparando ejemplos y construyendo conclusiones sobre este tipo de relación entre los eventos.
Resumen	Los estudiantes analizan situaciones cotidianas para distinguir eventos dependientes e independientes, argumentando sus decisiones de forma oral y escrita.
Actividades de la clase	• Análisis de situaciones cotidianas para identificar dependencia e independencia entre pares de eventos. • Trabajo colaborativo con tarjetas donde los estudiantes clasifican y justifican ejemplos propios.

	• Discusión y puesta en común para construir criterios conceptuales compartidos.
Estrategias de evaluación formativa	• Observación directa del docente durante el trabajo grupal, registrando argumentos y errores conceptuales. • Retroalimentación oral inmediata a partir de preguntas guiadas. • Puesta en común final para contrastar razonamientos y consolidar aprendizajes.

Tabla 4.5.10 Síntesis Clase 2

Clase 2	
Objetivo:	Representar gráficamente situaciones de probabilidad condicional, por medio de la elaboración de diagramas de árbol y tablas de doble entrada, visualizando la relación entre eventos y anticipando los posibles resultados cuando uno influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.
Indicadores de logro	• Representan correctamente situaciones de probabilidad condicional mediante diagramas de árbol, identificando correctamente la secuencia de eventos y la dependencia entre ellos. • Organizan correctamente la información de una situación de probabilidad condicional en una tabla de doble entrada, estableciendo correspondencia entre los eventos involucrados y sus resultados conjuntos (intersecciones), a partir de los cuales es posible determinar probabilidades simples y condicionales.

	• Relacionan el diagrama de árbol con la tabla de doble entrada, explicando cómo ambas representaciones describen la misma situación desde distintas formas de organización.
Resumen	Se representan situaciones de probabilidad condicional mediante diagramas de árbol y tablas de doble entrada, visualizando la relación entre eventos. Los estudiantes comparan ambas representaciones y reflexionan sobre errores frecuentes.
Actividades de la clase	• Construcción guiada de diagramas de árbol a partir de situaciones contextualizadas. • Elaboración de tablas de doble entrada y análisis de su relación con los diagramas. • Trabajo grupal resolviendo una situación contextualizada (entradas normales/VIP).
Estrategias de evaluación formativa	• Preguntas de profundización durante la construcción de diagramas de árbol y tablas de doble entrada. • Retroalimentación durante el trabajo grupal sobre coherencia y plenitud. • Estrategia “Mi error favorito” para analizar errores frecuentes como oportunidad de aprendizaje.

Tabla 4.5.11 Síntesis Clase 3

Clase 3	
Objetivo:	Resolver problemas de la vida cotidiana que involucren eventos condicionados, comprendiendo y aplicando la fórmula de la probabilidad condicional, mediante el trabajo colaborativo y la discusión guiada por el docente.

Indicadores de logro	Indicadores de logro: • Identifican correctamente el evento condicionado y el evento condición en problemas de contexto cotidiano. • Representan situaciones de probabilidad condicional mediante diagramas de árbol, justificando la relación entre los eventos. • Resuelven problemas de probabilidad condicional aplicando la fórmula $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, explicando el significado del numerador y del denominador en el contexto del problema. • Analizan procedimientos propios y ajenos, identificando interpretaciones incorrectas de la situación y proponiendo correcciones fundamentadas.
Resumen	Los estudiantes resuelven problemas contextualizados aplicando la fórmula de la probabilidad condicional, identificando correctamente evento condicionado y condición. Se prioriza la comprensión del sentido de la fórmula y la argumentación del procedimiento.
Actividades de la clase	• Resolución guiada de problemas contextualizados que requieren identificar eventos y aplicar la fórmula. • Trabajo colaborativo con roles definidos para analizar y resolver situaciones problemáticas. • Discusión guiada para contrastar procedimientos y resultados.
Estrategias de evaluación formativa	• Preguntas orientadoras del docente durante el trabajo grupal. • Análisis colectivo de resoluciones incorrectas para identificar errores conceptuales. • Autoevaluación mediante la estrategia del “semáforo” para monitorear la comprensión.

Tabla 4.5.12 Síntesis Clase 4

Clase 4	
Objetivo:	Argumentar la toma decisiones en situaciones de contextos cercanos relacionados con probabilidad condicional, trabajando colaborativamente y reflexionando sobre los resultados obtenidos.
Indicadores de logro	• Analizan situaciones contextualizadas identificando correctamente el evento condicionado y el evento condición en problemas de probabilidad condicional. • Argumentan decisiones en contextos reales, justificándolas a partir del cálculo, la interpretación del resultado y el análisis del contexto. • Participan activamente en el trabajo colaborativo, dialogando, contrastando ideas y reflexionando sobre los resultados obtenidos.
Resumen	Se aplica la probabilidad condicional y sus representaciones para argumentar decisiones en contextos reales, como justicia y confiabilidad de sistemas. Los estudiantes interpretan resultados y reflexionan críticamente sobre el impacto de las decisiones basadas en datos.
Actividades de la clase	• Análisis de casos reales (test de drogas, dopaje deportivo, detección de copia). • Resolución de problemas en la utilización de diagramas de árbol o tablas de doble entrada y la fórmula de probabilidad condicional. • Elaboración de conclusiones argumentadas para la toma de decisiones informadas.

Estrategias de evaluación formativa	• Pauta de observación rápida del docente (comprende / necesita apoyo / no responde). • Uso de rúbrica de observación para guiar el trabajo autónomo de los estudiantes. • Autoevaluación mediante tarjetas de reflexión centradas en la argumentación y toma de decisiones.
-------------------------------------	--

La secuencia didáctica completa se presenta en el Anexo 2.

En este contexto, y a partir de los comentarios y sugerencias emitidos por los expertos durante el proceso de validación, orientados a fortalecer la coherencia entre las sesiones, los objetivos y los indicadores de logro, se incorporan los desarrollos esperados de las actividades de la secuencia didáctica. Estos se encuentran organizados por clase y por momento de la clase, según se detalla en el Anexo 3.

Capítulo 5: Conclusiones

El proceso de diseño y validación evidenció que, aunque los documentos curriculares del MINEDUC destacan la importancia de la evaluación formativa, no entregan orientaciones concretas para su integración en actividades específicas de probabilidad condicional. La secuencia diseñada contribuye a la articulación de objetos, actividades y estrategias formativas de manera explícita y coherente.

El juicio de los expertos y sus recomendaciones permitieron ajustar aspectos de claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia de esta secuencia, mejorando, entre otros, instrucciones, ejemplos y representaciones a utilizar. Estos aportes fortalecieron la versión final, alineada con principios de gradualidad e integración de estrategias formativas en cada etapa del trabajo matemático propuesto.

En conjunto, el proceso permitió construir una propuesta didáctica validada y consistente con los lineamientos curriculares y con los enfoques actuales de enseñanza de la probabilidad, particularmente con las orientaciones ministeriales asociadas a la evaluación formativa.

Capítulo 6: Discusiones y proyecciones

Los resultados del proceso de validación, a través del juicio de expertos, dan cuenta de lo ampliamente señalado en la literatura respecto al alto valor e impacto de la evaluación formativa en el aprendizaje matemático, en la medida en que los expertos, a través de su juicio y sus recomendaciones, valoraron la relevancia, suficiencia, pertinencia y claridad de la propuesta, reconociendo su potencial para orientar la toma de decisiones pedagógicas, fortalecer la retroalimentación y favorecer el monitoreo del progreso de los estudiantes (MINEDUC, 2018; Sanmartí, 2007; Cruzado, 2022). No obstante, el análisis de las observaciones cualitativas realizadas por los expertos evidencia dificultades concretas para su implementación efectiva, tales como la necesidad de mayor formación docente en evaluación formativa, limitaciones de tiempo para la retroalimentación sistemática y desafíos en la explicitación y uso consistente de criterios de evaluación en la práctica cotidiana. Las observaciones iniciales de los expertos, particularmente en los criterios de claridad y suficiencia, no contradicen estos planteamientos, sino que los refuerzan, en la medida en que señalan la necesidad de mayor explicitación de orientaciones, ejemplos y apoyos concretos para la aplicación de la propuesta en el aula, lo que se alinea con

lo señalado por Solar et al. (2016) y Castro y Moraga (2020), quienes advierten la persistente falta de herramientas prácticas para operacionalizar la evaluación formativa en la práctica docente. En este sentido, los ajustes realizados —tales como la reformulación de orientaciones para el docente, la incorporación de ejemplos concretos de retroalimentación, la precisión de criterios e indicadores de logro y la clarificación de los momentos de evaluación— permiten sostener que la evaluación formativa no se instala únicamente desde el discurso curricular, sino que requiere diseños didácticos explícitos, cuidadosamente estructurados y de carácter progresivo.

Ponemos especial énfasis en la importancia de la claridad en la redacción de los ejemplos y situaciones problemáticas. Las observaciones de los jueces respecto a la dificultad del tránsito desde lo contextual a lo simbólico evidencian una problemática recurrente en la enseñanza de la probabilidad condicional. Tal como señalan MINEDUC (2021), Balbi et al. (2022) y Sanmartí (2007), una redacción imprecisa puede transformarse en una barrera cognitiva que dificulta tanto la comprensión conceptual como los procesos de evaluación formativa. En un contenido en el que es frecuente la confusión entre la independencia de eventos, las intersecciones y las complicaciones asociadas, así como el condicionamiento entre eventos, la

claridad didáctica se configura como una condición esencial para favorecer el aprendizaje.

Asimismo, las recomendaciones vinculadas a la progresión de la complejidad ponen de manifiesto la necesidad de una gradualidad cuidadosamente planificada. Las observaciones sobre el aumento abrupto de dificultad en determinadas sesiones se alinean con lo propuesto por Díaz-Barriga (2013), Carmona (2017) y Taboada (2021), quienes destacan que las secuencias didácticas deben responder a un diseño intencionado, en el que cada actividad tenga sentido no solo de manera individual, sino también en relación con el conjunto de la secuencia, al articularse progresivamente con los objetivos de aprendizaje, los contenidos abordados y las estrategias de evaluación, favoreciendo una construcción gradual y coherente del conocimiento. La incorporación de instancias intermedias de práctica refuerza el carácter formativo de la propuesta, al permitir observar, retroalimentar y ajustar antes de avanzar hacia tareas de mayor complejidad cognitiva.

Por otra parte, se releva el carácter formativo de la evaluación como un elemento orientador de la toma de decisiones docentes en el diseño de la

secuencia didáctica. La incorporación de este enfoque, fortalecida a partir de las recomendaciones de los expertos, se vincula con lo señalado por la Agencia de la Calidad (2018), Quito y Quito (2020) y Guerra (2022), quienes destacan el valor pedagógico del error como fuente de información para el aprendizaje. En este sentido, en la versión final de la secuencia didáctica, si bien no se explicitan ni analizan errores en las actividades propuestas, la inclusión de un anexo con resultados esperados permite establecer referentes de desempeño que orientan la mediación pedagógica y favorecen procesos de reflexión matemática, sin asumir una aplicación empírica del instrumento en el contexto de aula.

Finalmente, la secuencia diseñada logra una coherente alineación curricular con el objetivo de aprendizaje para tercero medio en Chile, «Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren probabilidades condicionales», el enfoque de toma de decisiones en contextos de incertidumbre y las exigencias de la PAES Competencia Matemática M2 (DEMRE, 2025). Tal como plantean Valdez et al. (2023) y Ramos (2012), una evaluación centrada en procesos y no solo en resultados contribuye a una preparación más comprensiva y reflexiva de los estudiantes, fortaleciendo aprendizajes transferibles a distintos contextos.

Proyecciones

A partir del proceso de diseño y validación, surgen diversas proyecciones que permiten ampliar el alcance de este estudio.

En primer lugar, se proyecta la implementación de la secuencia didáctica en aulas reales lo que permitiría evaluar su impacto en el aprendizaje de los estudiantes y las prácticas docentes. Esto habilitaría la incorporación de evidencias empíricas que complementen el juicio de expertos y que permitan realizar mejoras adicionales basados en la observación directa del desempeño estudiantil.

En segundo lugar, la estructura de la secuencia basada en la integración sistemática de evaluación formativa puede servir como modelo para el diseño de propuestas similares en otros contenidos del eje de datos y probabilidades, así como en áreas distintas de la matemática. Dado que las dificultades para implementar la evaluación formativa son transversales, este tipo de materiales podría contribuir al fortalecimiento de las prácticas evaluativas en diversos niveles educativos.

Además, el desarrollo de recursos complementarios, tales como rúbricas detalladas, guías de retroalimentación, bancos de ejercicios

contextualizados y orientaciones para el análisis de evidencia de aprendizaje, permitirían facilitar aún más la labor docente y promover una aplicación más consistente de la evaluación formativa.

Esta investigación abre la posibilidad de estudiar la relación entre la formación inicial docente y el uso efectivo de la evaluación formativa en la enseñanza de la matemática, permitiendo profundizar en las barreras y oportunidades presentes en los procesos formativos, así como identificar fortalezas y debilidades en la preparación de los futuros docentes. Asimismo, este tipo de análisis podrían orientar el diseño y la actualización de programas de formación inicial y continua, contribuyendo al desarrollo de políticas educativas que promuevan prácticas evaluativas más reflexivas, coherentes y centradas en el aprendizaje de los estudiantes.

Bibliografía

- Agencia de Calidad de la Educación. (2018). *Estrategias de evaluación formativa*. Agencia de Calidad de la Educación. <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2017/12/DOC1-ev-formativa.pdf>
- Ahumada, A. y Henríquez, L. (2019). *La evaluación formativa para promover el aprendizaje profundo del concepto de cadenas y redes alimentarias a través de estrategias metacognitivas* [Trabajo de maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. Universidad Tecnológica de Pereira. <https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/c6c5f47b-662b-4f98-b8e4-4a41643f8f28/content>
- Astudillo, Á., Alvarado, J. y Catalán, M. (2024). *Guía digital del docente: Matemática 3° medio, tomo I*. Edición especial para el Ministerio de Educación de Chile. Prohibida su comercialización.
- Balbi, A., Bonilla, M., Otamendi, M. A., Curione, K. y Beltrán-Pellicer, P. (2022). Evaluación formativa y educación matemática: La perspectiva de docentes de matemática en servicio. *Acta Scientiae*, 24(6), 236–268. http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/7043/pdf_1
- Baque, A., Chiluisa, C., Andrade, F. y Vines, L. (2025). Evaluación formativa en matemáticas: Enfoques innovadores. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*, 7(2, Edición Especial I), 76–86. https://www.researchgate.net/publication/388514983_Evaluacion_formativa_en_matematicas_enfoques_innovadores
- Bizarro, W., Paucar, P. y Chambi-Mescoco, E. (2021). Evaluación formativa: una revisión sistemática de estudios en aula. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 5(19), 872-891. Epub 30

de septiembre de
2021. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i19.244>

Cantón, I., y Pino, M. (2011). *Diseño y desarrollo del currículum*. Educación XXI, vol. 16, núm. 1, 2013, pp. 377-384 Universidad Nacional de Educación a Distancia Madrid, España
<https://www.redalyc.org/pdf/706/70625886018.pdf>

Carmona, B. (2017). Secuencias didácticas como estrategia de aprendizaje colectivo para fortalecer el pensamiento espacial en los niños de grado tercero de la institución educativa evaristo garcia. Universidad ICESI.
<http://funes.uniandes.edu.co/10596/>

Castro, C. y Moraga, A. (2020.). *Evaluación y retroalimentación para los aprendizajes*. Instituto Profesional IACC; Universidad de Chile.
<https://educacionsuperior.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/49/2020/04/6-Modelo-Evaluacion-y-retroalimentacion-aprendizajes.pdf>

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021). *Estándares de la profesión docente: Carreras de pedagogía en matemática. Educación media*. Ministerio de Educación de Chile. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf>

Charter, R. (2003). A breakdown of reliability coefficients by test type and reliability method, and the clinical implications of low reliability. *Journal of General Psychology*, 130(3), 290–304.
<https://doi.org/10.1080/00221300309601160>

Coronado-Peña, J. (2020). *Evaluación formativa como estrategia para fortalecer la enseñanza y el aprendizaje*. *Revista de Educación &*

Pensamiento, 25(27), 14–18. Universidad del Quindío.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7748353>

Cruzado, J. (2022). *La evaluación formativa en la educación. Comuni@cción: Revista de Investigación en Comunicación y Desarrollo*, 13(2), 149–160 <https://doi.org/10.33595/2226-1478.13.2.672>

Dellepiane, P. (2024). Matemática y juego: Secuencia didáctica en formación docente. *Cuaderno del Centro de Estudios en Diseño y Comunicación*, (215), 21-28.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9438181>

Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional (DEMRE). (2025). *Temario prueba de Competencia Matemática 2 (M2): Proceso de admisión 2026*. Universidad de Chile. <https://demre.cl/la-prueba/pruebas-y-temarios/presentacion-pruebas-temarios-paes-regular>

Díaz-Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. Comunidad de Conocimiento, IISUE-UNAM. Recuperado de
https://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Ministerio de Educación e Innovación, Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa. (2018). *Modos de organizar las clases: Las secuencias didácticas* (Documento N.º 2). Dirección General de Planeamiento Educativo.
https://educrea.cl/wp-content/uploads/2019/12/modos_de_organizar_las_clases.pdf

- González, E., y González, B. (2024). *Evaluación formativa en la docencia: Estrategias para mejorar el aprendizaje* . Eduneuro. Recuperado de <https://eduneuro.com/revista/index.php/revistaneuronum/article/view/537>
- Guerra, I. (2022). Evaluación formativa como estrategia de aprendizaje de la Ley del Seno y del Coseno mediante la solución de situaciones problemas contextualizadas. Recuperado de: <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81772> .
- Henao, E. (2017). *La evaluación formativa para promover el aprendizaje profundo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos en los estudiantes de grado octavo* (Trabajo de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Facultad de Ciencias de la Educación. <https://hdl.handle.net/11059/8418>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill Education. https://apiperiodico.jalisco.gob.mx/api/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_roberto_hernandez_sampieri.pdf
- Herrera-Cruz, C., Panes-Martínez, M. y Reyes-Pastrián, C. (2023). Percepción de profesores y estudiantes sobre las secuencias didácticas utilizadas en una asignatura de matemáticas. *Atenas: Revista Científico Pedagógica*, 1(61), 1–15. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9438724>
- Huerta, M. P. y Arnau, J. (2017). *La probabilidad condicional y la probabilidad conjunta en la resolución de problemas de probabilidad. Avances de Investigación en Educación Matemática*, (11), 87–106. <https://aiem.es/article/view/3944/4383>

- Lugo, J., Vílchez, O. y Romero, L. (2019). Didáctica y desarrollo del pensamiento lógico matemático. Un abordaje hermenéutico desde el escenario de la educación inicial. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 11(3), 18–29.
<https://www.redalyc.org/journal/5177/517762280003/html/>
- Luján, R. y Bejarano, P. (2024). Estrategias de evaluación formativa: Una revisión sistemática. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 8(33), 1033–1046.
<https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v8i33.781>
- Maldonado-Suárez, N. y Santoyo-Telles, F. (2024). Validez de contenido por juicio de expertos: Integración cuantitativa y cualitativa en la construcción de instrumentos de medición. *REIRE Revista d’Innovació i Recerca en Educació*, 17(2), 1-19.
<https://doi.org/10.1344/reire>
- Martínez del Campo, L. (2016). *Más allá de la calificación: Instrumentos para evaluar el aprendizaje*, Concepción: Universidad de Concepción. ISBN 978-956-9280-18-4.
https://www.researchgate.net/publication/329759741_Mas_alla_de_la_calificacion_Instrumentos_para_evaluar_el_aprendizaje_Concepcion_Universidad_de_Concepcion_2016
- Martínez, F. (2013). Dificultades para implementar la evaluación formativa. *Perfiles Educativos*, 35 (139), 128-150. <https://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v35n139/v35n139a9.pdf>
- Mejía-Rodríguez, D. y Mejía-Leguía, E. (2021). *Evaluación y calidad educativa: Avances, limitaciones y retos actuales*. *Revista Electrónica Educare*, 25(3), 702–715.
<https://www.redalyc.org/journal/1941/194169815038/html/>

- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2016). Bases Curriculares 7° básico a 2° medio. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-37136_bases.pdf
- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2017). *Evaluación formativa en el aula: Orientaciones para docentes*. Unidad de Currículum y Evaluación; colaboración de EducarChile. ISBN 978-956-292-694-2.
https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17448/ORIENTACIONES_EVAL_FORMATIVA_DOCENTES.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2019). *Bases curriculares 3° y 4° medio (Decreto Supremo de Educación N.° 193/2019)*. Unidad de Currículum y Evaluación.
https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-91414_bases.pdf
- Ministerio de Educación de Chile. (MINEDUC). (2021). *Programa de Estudio Matemática 3° Medio: Formación General*. Unidad de Currículum y Evaluación.
https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-140137_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf
- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2023). *Sistema de Reconocimiento del Desarrollo Profesional Docente: sistema único de evaluación docente: instrumentos de evaluación*. Recuperado de <https://www.ayudamineduc.cl/ficha/sistema-de-reconocimiento-del-desarrollo-profesional-docente-sistema-unico-de-evaluacion>
- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2025a). *Evaluación formativa: ¿Qué es?* Evaluación Formativa. Recuperado de <https://evaluacionformativa.mineduc.cl/que-es/>

Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2025b). *Ministerio de Educación destaca avances del Plan Nacional Docente a un año de su implementación*. Recuperado de <https://www.mineduc.cl/ministerio-de-educacion-destaca-avances-del-plan-nacional-docente-a-un-ano-de-su-implementacion/>

Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (s.f.). *Banco Digital de Actividades (BDA): Acceso y uso*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-347584_recurso_14.pdf

Montenegro, M., Aillón, L. y Martínez, R. (2024). *Estrategias didácticas para potenciar la evaluación formativa en estudiantes de quinto año de la EGB*. *Revista Científica Arbitrada Yachana*, 7(4), 170–194.* <https://sinergiaacademica.com/index.php/sa/article/view/330/666>

Olave, J. y Orrego, R., (2025). Estrategias de evaluación formativa de profesores de enseñanza básica y media: decisiones para mejorar la enseñanza y el aprendizaje. *Páginas de Educación*, 18(1), e4452. Epub 01 de junio de 2025. <https://doi.org/10.22235/pe.v18i1.4452>

Ortega, J., Maldonado, M. y Galindo, Y. (2025). *Uso de una secuencia didáctica gamificada mediada por recursos educativos digitales para la comprensión de los conceptos de las operaciones básicas matemáticas en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria Divino Salvador - Casanare* [Trabajo de grado, Universidad de Cartagena]. Facultad de Ciencias Sociales y Educación, Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación.

Osorio G., Norambuena P., Romante M., Gaete D., Díaz J., Celedón J., Morales K., Ortiz N., Ramírez P., Barrera R. y Hurtado Y. (2020). *Texto del estudiante: Matemática 3° medio*. Edición especial para el Ministerio de Educación de Chile, SM. <https://www.colegioprovidencialaserena.cl/wp->

<content/uploads/2020/03/TERCERO-MEDIO-TEXTO-ESTUDIANTE-MATEMATICA.pdf>

Quito, T. y Quito, W. (2020). La Evaluación formativa para el fortalecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el sexto grado de la UNIDAD EDUCATIVA REPÚBLICA DEL ECUADOR. Trabajo de título, Licenciado/a en Ciencias de la Educación Básica. Universidad Nacional de Educación, Azogues. <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1826/1/La%20Evaluaci%C3%B3n%20formativa%20en%20matetematicas.pdf>

Ramos, L. (2012). *Estrategias de evaluación en matemáticas: Un enfoque basado en evidencias*. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/20482622.pdf>

Rodríguez, S. (2026). Evaluación formativa para el logro de los aprendizajes: una revisión sistemática. *Revista InveCom*, 6(1), e601102. Epub 15 de julio de 2025. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15665997>

Rodríguez-Ponce, E., Pedraja-Rejas, L., Araneda-Guirriman, C. y Rodríguez, J. (2022). *Importancia y desafíos de la educación inicial docente: El rol de las universidades regionales*. *Revista de ciencias sociales*, 27(4), 465–473. <https://www.redalyc.org/journal/280/28069360031/html/>

Rodríguez-Reyes, V. (2014). La formación situada y los principios pedagógicos de la planificación: La secuencia didáctica. *Ra Ximhai*, 10(5), 445–456. Universidad Autónoma Indígena de México. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46132134027>

Sánchez, M. y Martínez, A. (Eds.). (2020). *Evaluación del y para el aprendizaje: Instrumentos y estrategias*. Universidad Nacional Autónoma de México, Coordinación de Desarrollo Educativo e Innovación Curricular.

https://play.google.com/books/reader?id=SYXZDwAAQBAJ&pg=GBS.PA4.w.0.0.0.1&hl=es_419

Sanmartí, N. (2007). *10 ideas clave: Evaluar para aprender*. Graó. <https://educacion.chihuahua.gob.mx/transparencia/sites/default/files/lectura.pdf>

Sepúlveda, A., Payahuela, A., Lemarie, F. y Opazo, M. (2017). ¿Cómo evalúan el aprendizaje los profesores de matemática?: percepción de los estudiantes de escuelas básicas municipalizadas de la décima región. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 16 (30), pp. 63-79. <https://www.redalyc.org/journal/2431/243150283004/html/>

Solar, H., Ortiz, A. y Ulloa, R. (2016). MED: Modelo de formación continua para profesores de matemática, basada en la experiencia. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 42(4), 281-298. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000500016>

Taboada, M. (2021). *Secuencias didácticas: 30 preguntas y respuestas*. El Ateneo. [https://editorialelateneo.com.ar/descargas/SECUENCIAS%20DID%C3%81CTICAS%20\(1eras%20p%C3%A1ginas\).pdf](https://editorialelateneo.com.ar/descargas/SECUENCIAS%20DID%C3%81CTICAS%20(1eras%20p%C3%A1ginas).pdf)

Trelles, C., Bravo, F. y Barrazueta, J. (2017). ¿Cómo evaluar los aprendizajes en matemáticas? *INNOVA Research Journal*, 2(6), 35-51. <https://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/183>

UNESCO. (2023). *La evaluación formativa beneficia la autonomía de las y los estudiantes y hace visibles los aprendizajes*. Recuperado de <https://www.unesco.org/es/articles/la-evaluacion-formativa-beneficia-la-autonomia-de-las-y-los-estudiantes-y-hace-visible-los>

- Valdez, L., Sánchez, J. y Lescano, G. (2023). *Evaluación formativa: retroalimentación, estrategias e instrumentos*. Revista Educación, 47(2). <http://doi.org/10.15517/revedu.v47i2.53987>
- Valdiviezo, M., Chávez, R. y Yangua, R.(2023). Secuencias didácticas como estrategias de organización y planificación de experiencias de aprendizaje en los procesos educativos: Revista Social Fronteriza, 3(5), pp 124-143. [https://doi.org/10.59814/resofro.2023.3\(5\)124-143](https://doi.org/10.59814/resofro.2023.3(5)124-143)
- Vázquez-Cano, E. (2016). Dificultades del profesorado para planificar, coordinar y evaluar competencias claves. Un análisis desde la Inspección de Educación. Revista Complutense de Educación. 27. <https://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/47400/48823>
- Villalobos, N., Rojas, M., Caroca, M., Rencoret, L. y Linares, M. (2024). *Texto del estudiante. Matemática 3° y 4° medio*. Ministerio de Educación de Chile. Edición especial, prohibida su comercialización
- Zambrano, A. (2014). *Prácticas evaluativas para la mejora de la calidad del aprendizaje: Un estudio contextualizado en La Unión-Chile* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/284147/azd1de1.pdf>

Anexo 1: Validación de una secuencia didáctica parte 1

VALIDACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA QUE INCORPORA ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN FORMATIVA PARA LA ENSEÑANZA DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

Estimado(a) _____

Somos Cristofer Cabezas, Denisse Núñez y Nayaret Oses, estudiantes de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles, y junto al Mg. Salvador Alarcón, como profesor guía de Trabajo de Titulación, agradecemos su participación en este proceso de revisión de expertos, de una secuencia didáctica que incorpora estrategias de evaluación formativa para la enseñanza de Probabilidad Condicional. Al respecto, solicitamos que su revisión considere mejoras de las actividades propuestas en esta secuencia, de tal manera que permita el logro del objetivo de investigación: *diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpore estrategias de evaluación formativa, para abordar Probabilidad condicional con estudiantes de Tercer año medio.*

Es importante tener en cuenta que esta secuencia pone atención en los siguientes aspectos:

- **Currículum nacional vigente.** La secuencia aborda el OA2 3M “Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.” (MINEDUC, 2021, p. 54).
- **Estrategias de evaluación formativa.** La evaluación formativa es la que permite recoger evidencias para retroalimentar y ajustar la enseñanza de manera continua (MINEDUC, 2018), favoreciendo la autonomía y la reflexión del estudiantado (Cruzado, 2022).

Contexto de la secuencia didáctica

De acuerdo con el programa de estudio de 3° medio (MINEDUC, 2021), se destinan seis horas pedagógicas al desarrollo del contenido de probabilidad condicional; sin embargo, se incorporaron dos horas adicionales con el propósito de profundizar los aprendizajes esperados y favorecer el logro efectivo del objetivo de la unidad.

A lo largo de estas cuatro secuencias se incorporan de manera sistemática estrategias de evaluación formativa, presente tanto en las interacciones iniciales como en las actividades de desarrollo y cierre de cada clase, entre ellas, preguntas abiertas, situaciones cotidianas y conversaciones guiadas, observación directa, preguntas de verificación, monitoreo continuo del trabajo y andamiaje a través de interrogantes. Estas estrategias se alinean con las sugerencias entregadas por la Agencia de la Calidad de la Educación (2018), y se complementan con otras, tales como la clasificación de tarjetas justificadas, la discusión de respuestas orales, guiada por preguntas estratégicas, “corrige el error”, pautas de observación rápida con indicadores simples, rúbricas breves o actividades de metacognición y autorregulación.

***Nota:** En el desarrollo de las sesiones y en la descripción de las actividades de clase, se utilizarán de manera general los términos docentes, profesor y estudiantes con el único propósito de facilitar la redacción y la comprensión del texto. Esta elección no implica ningún tipo de distinción, estereotipo o exclusión por género, identidad u otra condición; por el contrario, busca mantener un lenguaje claro, neutro y coherente a lo largo del documento, respetando la diversidad presente en los contextos educativos.*

Agradecen de antemano,

Cristofer Cabezas, Denisse Núñez y Nayaret Osos

Estudiantes en Trabajo de Titulación de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles.

Mg. Salvador Alarcón

Sobre la validación

La valoración de esta secuencia didáctica se basa en cuatro categorías: claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia. Cada categoría presenta una escala Likert que va de 1 a 4, además de considerar un espacio para valorar aspectos cualitativos, desde de su perspectiva como experto. La siguiente tabla presenta una síntesis de la categoría, la clasificación y su respectivo indicador, para tener presente al momento de valorar cada pregunta:

	Calificación	Indicador
Claridad	1	La redacción de las actividades no es clara
La redacción de las actividades es claramente comprensible	2	La redacción de las actividades es medianamente clara y requiere de bastantes modificaciones
	3	La redacción de las actividades requiere de una modificación específica en alguno de sus términos
	4	La redacción de las actividades es clara

	Calificación	Indicador
Pertinencia	1	Las actividades propuestas no son pertinentes con el objetivo de clase propuesto
Las actividades propuestas son pertinentes en relación con el objetivo de la clase propuesto	2	Las actividades propuestas son parcialmente pertinentes con el objetivo de clase propuesto
	3	Las actividades propuestas son pertinentes con el objetivo de clase propuesto
	4	Las actividades propuestas son totalmente pertinentes con el objetivo de clase propuesto

	Calificación	Indicador
--	--------------	-----------

Relevancia	1	Hay actividades propuestas que no son relevantes para el objetivo de clase propuesto o con el objetivo de investigación y, por tanto, pueden eliminarse
Las actividades propuestas son relevantes en relación con el objetivo de la clase y de la investigación, es decir, incorporan estrategias de evaluación formativa que promueven la retroalimentación	2	Hay actividades propuestas que tienen cierta relevancia , pero abordan solo el objetivo de clase propuesto, o bien, el objetivo de investigación
	3	Las actividades propuestas son relativamente relevantes para el objetivo de clase propuesto y con el objetivo de investigación
	4	Las actividades propuestas son muy relevantes para el objetivo de clase propuesto y para el objetivo de investigación y, por tanto, deben ser incluidas

	Calificación	Indicador
Suficiencia	1	Las actividades propuestas no son suficientes para el objetivo de clase propuesto ni para el objetivo de investigación
Las actividades propuestas son suficientes en relación con el objetivo de la clase y de la investigación	2	Las actividades propuestas abordan algunos aspectos del objetivo de clase propuesto o para el objetivo de investigación
	3	Las actividades propuestas deben aumentarse para abordar completamente el objetivo de clase propuesto y el objetivo de investigación
	4	Las actividades propuestas son suficientes para el objetivo de clase propuesto y para el objetivo de investigación.

Anexo 2: Validación de una secuencia didáctica parte 2

Nº de clase: 1	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Analizar situaciones cotidianas para distinguir entre eventos dependientes e independientes, mediante la argumentación guiada por el docente, el trabajo colaborativo y la comparación de ejemplos concretos.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	
Inicio: El docente menciona y explica a los estudiantes lo que se realizará durante la clase, por lo que empieza escribiendo en la pizarra situaciones que tienen que ver con la probabilidad, mencionando “si llueve, ¿aumenta la probabilidad que las calles estén mojadas?”; “y si lanzo un dado y luego una moneda, ¿influye el resultado en la moneda?”. El docente da un momento para que piensen sus respuestas, para luego dar paso a que los estudiantes respondan libremente y justifiquen sus ideas, por lo que el docente anota las ideas clave en dos situaciones si dependen o no dependen, Luego de esto, el docente retroalimenta diciendo que depende de la lluvia si las calles se mojan, en cambio el evento de la moneda con el dado son situaciones diferentes y no dependen una de otra, por lo que el resultado de un experimento no influye en el resultado del otro. Por último, el docente entrega una tarjeta donde deben escribir dos ejemplos cotidianos donde los eventos estén relacionados y en el otro no, por mientras el docente pasa por los puestos de los estudiantes revisando lo que escriben para identificar ideas previas, para continuar revisando como grupo curso dando retroalimentación. Esta puesta en común final permite visibilizar cómo las interpretaciones sobre la relación o no relación entre eventos pueden variar según el pensamiento de cada grupo, preparando a los estudiantes para avanzar hacia un trabajo más sistemático con representaciones y formalizaciones. Con ello, el docente establece el puente hacia el desarrollo de la clase, señalando que ahora utilizarán herramientas matemáticas —como diagramas, representaciones simbólicas y definiciones formales— para fundamentar sus conclusiones en distintas situaciones, tal como se abordará en las siguientes actividades. Desarrollo: El docente explica brevemente los conceptos de eventos dependientes, diciendo que la ocurrencia de un evento afecta al otro, como, por ejemplo, sacar una carta de una baraja y no reponerla, mientras que los eventos independientes son aquellos en los que la ocurrencia de un evento que no afecta al otro, como, por ejemplo, lanzar dos monedas y verificar si se obtiene cara o sello en ellas. Para confirmar si quedó claro, realiza preguntas de verificación como “¿Qué pasaría si volvemos a poner la carta en la baraja?” e “¿influye el primer	

lanzamiento de la moneda en el segundo?” donde se registran las respuestas de los estudiantes, retroalimentando en función de sus explicaciones, destacando los elementos que evidencian comprensión y aclarando los malentendidos que surjan, reforzando así la distinción entre ambos tipos de eventos.

Luego, el docente pide a los estudiantes formar grupos, donde recibirán tarjetas con distintas situaciones que representan experimentos aleatorios con eventos dependientes y otros independientes, por lo que cada grupo deberá clasificar las tarjetas en dependientes o independientes, y justificar su decisión oralmente y por escrito. Además, se les solicita a los estudiantes que presenten por escrito un ejemplo propio de su entorno cercano. Mientras los estudiantes realizan la actividad, el docente monitorea circulando por los grupos, realizando preguntas y resolviendo dudas. Para ir terminando esta actividad, el docente pide que cada grupo exponga su ejemplo y su justificación, para realizar una discusión dirigida, de manera que el docente pueda corregir y complementar, focalizando los elementos claves respecto a las ideas de dependencia e independencia entre eventos.

Cierre: El docente entrega una hoja con una tabla comparativa entre eventos dependientes y eventos independientes, que simultáneamente es proyectada en pantalla de la sala, para que los estudiantes la completen en conjunto, guiados por el docente, considerando los siguientes aspectos: definición y algún ejemplo cotidiano. Finalmente, el docente pide participar a los estudiantes, mencionando tres elementos: un ejemplo cotidiano de evento dependiente, un ejemplo cotidiano de evento independiente y algo que haya entendido mejor hoy. De esta forma, el docente destaca cómo el análisis para reconocer eventos dependientes e independientes orienta la toma de decisiones en la vida diaria.

El docente finaliza la clase mencionando lo siguiente: “Ahora ya sabemos reconocer si un evento depende de otro. Pero ¿cómo se ven y cómo se calculan estas probabilidades que cambian? En la próxima clase, nos centraremos en cómo representar gráficamente estas situaciones de probabilidad condicional. Específicamente, aprenderemos a elaborar el diagrama de árbol y las tablas de doble entrada, que son herramientas visuales que nos permitirán no solo ver la relación, sino también anticipar los posibles resultados cuando un evento influye en otro.”

Indicadores de logro:

- Identifican ejemplos cotidianos de eventos dependientes e independientes, explicando con sus palabras por qué ocurre o no una relación entre ellos.

- Justifican sus respuestas al clasificar ejemplos como eventos dependientes o independientes, utilizando la argumentación guiada por el docente.
- Participan activamente en el trabajo colaborativo, comparando ejemplos y construyendo conclusiones sobre la relación entre los eventos.

Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia
Observaciones			

Nº de clase: 2	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Representar gráficamente situaciones de probabilidad condicional, por medio de la elaboración de diagramas de árbol y tablas de doble entrada, visualizando la relación entre eventos y anticipando los posibles resultados cuando uno influye en otro.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	
Inicio: El docente comienza su clase proyectando una imagen que muestra una caja que contiene 3 bolitas rojas y 2 azules, preguntando al curso: "si saco una bolita sin mirar y no la devuelvo a la caja, ¿cómo podría representar todas las posibilidades de lo que puede pasar? ¿Y si no la devuelvo?". Se da un momento para que puedan comentar libremente, mientras el docente guía la conversación hacia la necesidad de usar alguna representación gráfica que permita observar todos los posibles resultados. Luego de estas preguntas el docente señala lo siguiente: "La pregunta que acabamos de hacer, donde el segundo evento depende de lo que sacamos primero, se llama Probabilidad Condicional. Hoy aprenderemos a representar gráficamente estos eventos dependientes usando dos herramientas clave, el diagrama de árbol y la tabla de doble entrada, para observar visualmente cómo cambia la probabilidad cuando un evento influye en otro." Desarrollo: El docente retoma el ejemplo de las bolas azules y rojas y pregunta: "¿Cuál sería el primer evento que ocurre cuando sacamos una bola de la caja?" y "¿Qué opciones tenemos en ese primer intento?". A medida que los estudiantes responden, el docente dibuja en la pizarra las ramas sugeridas por ellos y continúa guiando con preguntas como: "Si en el primer evento salió una bola azul, ¿qué podría pasar en el segundo?", "¿Y si no devolvemos la bola, las probabilidades siguen iguales o cambian? ¿Por qué creen que ocurre eso?". El docente promueve que los propios estudiantes identifiquen las variaciones en las probabilidades al complementar las ramas del diagrama. Luego, presenta una tabla de doble entrada y, sin explicarla, formula preguntas orientadoras: "¿Qué información debería ir en las filas y cuál en las columnas?", "¿Cómo podríamos representar aquí los resultados posibles del experimento?", "¿Dónde estaría la intersección entre obtener azul primero y rojo después?". De esta manera, los estudiantes completan la tabla de forma autónoma, mientras el docente circula por la sala, realiza preguntas de profundización —como "¿Cómo justifican ese valor?", "¿Qué relación ven entre esta tabla y el diagrama de árbol que construimos?"— y ofrece retroalimentación formativa basada en las respuestas y procedimientos utilizados por el curso.	

Se les entrega la siguiente situación: “En el colegio se está organizando una función de teatro a beneficio. Cada estudiante puede comprar una entrada normal o una entrada VIP. El 60% de los estudiantes compró entrada normal y el 40% compró entrada VIP. De los que compraron entrada VIP, el 70% participó además en una rifa solidaria. En cambio, solo el 30% de los que compraron entrada normal participó en la rifa. El comité organizador quiere representar la información para analizar la relación entre el tipo de entrada y la participación en la rifa”. A partir de este contexto, cada grupo debe construir un diagrama de árbol y una tabla de doble entrada que representen la información. Mientras los estudiantes trabajan, el docente circula por la sala realizando retroalimentación inmediata, formulando preguntas de verificación y clarificando criterios cuando es necesario.

Cierre: Para finalizar la clase, cada grupo presenta brevemente su diagrama de árbol y su tabla de doble entrada al curso, explicando las decisiones tomadas y cómo representaron la dependencia entre los eventos. El docente conduce una discusión global mediante la pregunta: “¿Cómo nos ayudan estos diagramas a entender cuándo un evento depende de otro?”, promoviendo que los estudiantes conecten sus representaciones con la idea central de eventos condicionados. A continuación, se aplica la estrategia “Mi error favorito”: el docente selecciona de forma anónima un error frecuente detectado durante el trabajo grupal y lo presenta como una oportunidad de aprendizaje colectivo, invitando a los estudiantes a analizarlo, discutir por qué ocurre y proponer cómo corregirlo.

Por último, el docente cierra destacando los avances logrados y el trabajo colaborativo desarrollado. Para preparar la continuidad del aprendizaje, el docente establece un puente explícito con la próxima clase, señalando que “hoy comprendimos cómo representar la dependencia entre eventos; en la siguiente clase avanzaremos hacia cómo calcular esta relación de manera simbólica usando la fórmula de la probabilidad condicional”, para orientar a los estudiantes hacia la notación y el uso formal de $P(A | B)$ que se abordará en la siguiente clase.

Indicadores de logro:

- Elaboran diagramas de árbol y tablas de doble entrada que representen correctamente situaciones de probabilidad condicional.
- Interpretan la información de sus representaciones gráficas para explicar la relación de dependencia entre los eventos.

- Utilizan las representaciones gráficas para anticipar y justificar posibles resultados cuando un evento influye en otro.

Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia
Observaciones			

Nº de clase: 3	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Resolver problemas de la vida cotidiana que involucren eventos condicionados, aplicando la fórmula de la probabilidad condicional de manera simbólica, mediante el trabajo colaborativo y la discusión guiada por el docente.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	
Inicio: El docente comienza la clase proyectando en la pizarra la siguiente situación: “En una empresa, el 40% de los trabajadores son mujeres. De ellas, el 25% trabaja en el área administrativa. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar sea una mujer y trabaje en el área administrativa?”. Se da un momento para que los estudiantes piensen y comenten cómo podrían representar la información y qué necesitarían para calcular dicha probabilidad. El docente guía la conversación hacia la idea de que, cuando la ocurrencia de un evento depende de otro, se habla de probabilidad condicional, introduciendo o recordando el concepto y su notación $P(A B)$. En este momento, se recogen las ideas previas de los estudiantes a través de preguntas y comentarios orales sobre qué entienden por dependencia entre eventos, cómo representan un evento dentro de otro y qué significado le atribuyen a la notación $P(A B)$, generando una breve retroalimentación colectiva sobre los conceptos fundamentales que se abordarán en la clase: eventos, intersección y probabilidad condicional. Desarrollo: A continuación, el docente presenta la fórmula de la probabilidad condicional $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ y la aplica al ejemplo inicial. Junto a los estudiantes, identifica los elementos de la fórmula: el evento A, el	

evento B y la probabilidad de su intersección. Luego, el docente guía a los estudiantes mediante preguntas para que sean ellos quienes describan cómo se utiliza la fórmula, invitándolos a explicar qué representa cada componente y cómo contribuye al cálculo final, construyendo colectivamente el procedimiento paso a paso.

Posteriormente, los estudiantes forman grupos de tres o cuatro integrantes para trabajar colaborativamente en la resolución de problemas propuestos por el docente. Cada grupo recibe una ficha con una situación contextual distinta; por ejemplo: “En un colegio, el 60% de los estudiantes practica deporte. De ellos, el 50% pertenece al taller de atletismo. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que practique deporte y pertenezca al taller de atletismo?”. Los grupos deben representar la situación mediante un diagrama de árbol y aplicar la fórmula de la probabilidad condicional para resolver el problema.

Durante el desarrollo del trabajo, el docente circula por la sala realizando observaciones y formulando preguntas orientadoras como “¿Qué representa $P(A \cap B)$ en su problema?” o “¿Por qué eligieron ese denominador?”. De esta manera, proporciona retroalimentación inmediata y específica, destacando los aciertos y aclarando posibles confusiones. Una vez que los grupos finalizan, se invita a uno o dos equipos a presentar su resolución en la pizarra, promoviendo la discusión guiada y el análisis colectivo de los procedimientos utilizados.

Para reforzar los aprendizajes y promover la reflexión sobre los errores comunes, el docente aplica la estrategia “Corrige el error”. Proyecta una resolución con un error conceptual, por ejemplo, confundir $P(A | B)$ con $P(B | A)$, y solicita a los estudiantes identificar y explicar el error en sus palabras. Posteriormente, se realiza una discusión conjunta para analizar por qué el procedimiento es incorrecto y cómo debería corregirse, fortaleciendo así la comprensión del concepto.

Cierre: Para finalizar la clase, el docente dirige una conversación general con preguntas como “¿Qué pasos debemos seguir para resolver un problema de probabilidad condicional?” y “¿Cómo nos ayuda el diagrama de árbol a entender $P(A | B)$?”. Se destacan los aprendizajes logrados durante la jornada y se hace énfasis en la importancia del trabajo colaborativo y la discusión matemática como medios para construir conocimiento.

Se solicita a los estudiantes realizar una breve autoevaluación tipo semáforo, coloreando el nivel que mejor represente su comprensión: verde: “Puedo aplicar la fórmula y explicar su significado”, amarillo: “Necesito más práctica para identificar los eventos”, o rojo: “Aun no entiendo bien cómo aplicar la fórmula”. El docente recoge esta información y la utiliza para planificar actividades de refuerzo o profundización según los

resultados observados. Se les comenta a los estudiantes que la próxima clase utilizarán la probabilidad condicional para tomar decisiones en contextos reales, conectando la representación simbólica (cálculo) y la toma de decisiones.

Indicadores de logro:

- Representan situaciones de probabilidad condicional mediante diagramas de árbol.
- Aplican correctamente la fórmula de la probabilidad condicional $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ para resolver problemas propuestos.
- Analizan y corrigen errores en la resolución de problemas a partir de la retroalimentación y la discusión guiada.

Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia
Observaciones			

Nº de clase: 4	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Argumentar la toma decisiones en situaciones de contextos cercanos relacionados con probabilidad condicional, trabajando colaborativamente y reflexionando sobre los resultados obtenidos.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	

Inicio: El docente comienza presentando el objetivo de la clase, destacando que hoy se trabajará en argumentar decisiones en contextos reales utilizando probabilidad condicional. Para activar conocimientos previos y mostrar la relevancia del tema, se introduce la siguiente situación: “En un test médico, el 98% de las personas enfermas da positivo, pero también el 5% de las personas sanas recibe un falso positivo. Si una persona obtiene un resultado positivo, ¿qué probabilidad hay de que realmente esté enferma?”. Se solicita a los estudiantes que razonen de manera intuitiva, sin cálculos formales, compartiendo ideas iniciales y justificando verbalmente sus respuestas. En esta discusión, el docente explicita la diferencia con las clases anteriores: ahora no solo se busca identificar o calcular una probabilidad condicional, sino interpretarla para tomar una decisión fundamentada, considerando el impacto del contexto (salud, riesgo, certeza, confiabilidad, etc.).

Posteriormente, los estudiantes comparten sus conclusiones y el docente registra en la pizarra las ideas clave, resaltando distintos tipos de razonamientos posibles e identificando intuiciones correctas y errores frecuentes. Este análisis inicial permite evidenciar cómo las decisiones pueden variar según la interpretación del resultado, preparando a los estudiantes para la transición hacia el trabajo sistemático con la fórmula y con representaciones formales. Con esto, el docente establece el puente hacia el desarrollo de la clase, señalando que ahora utilizarán herramientas matemáticas —como la fórmula de la probabilidad condicional y las representaciones gráficas— para sustentar sus argumentos en distintas situaciones, tal como se trabajará en las actividades siguientes.

Desarrollo:

Actividad 1: El docente inicia preguntando al curso cuál es la fórmula de la probabilidad condicional y cómo se interpreta cada uno de sus elementos. Luego solicita que formen parejas para analizar brevemente dos ejemplos simples (como el uso de cartas o ruletas) con el fin de activar conocimientos previos y asegurar que todos comprendan el procedimiento básico antes de avanzar a situaciones más complejas. Posteriormente, se presenta un ejemplo contextualizado en el ámbito deportivo: “En un torneo, el 60% de los jugadores entrena 3 veces por semana. De ellos, el 80% gana al menos un partido. Entre quienes no entrenan 3 veces, solo el 40% gana. ¿Cuál es la probabilidad de que un jugador gane habiendo entrenado 3 veces?”. Cada pareja debe representar la situación mediante un diagrama simple y aplicar la fórmula para obtener la probabilidad condicional.

Durante el trabajo, el docente monitorea el progreso utilizando una pauta de observación rápida con tres categorías: comprende, necesita apoyo y no responde. Esta pauta se aplica recorriendo la sala y registrando,

para cada pareja, evidencias concretas tales como: si identifican correctamente los eventos A y B, si aplican la fórmula de manera adecuada y si interpretan el resultado en el contexto del problema. Cuando un grupo cae en la categoría “necesita apoyo” o “no responde”, el docente interviene con preguntas orientadoras del tipo: “¿Qué representa este 80% en tu diagrama?”, “¿Cuál de los dos porcentajes corresponde al denominador?” o “¿Cómo relacionarías este caso con la fórmula $P(A | B)$?”.

Una vez finalizado el análisis, el docente ofrece retroalimentación oral al curso, comentando estrategias útiles como: identificar primero los eventos y sus relaciones, construir un esquema o diagrama antes de aplicar la fórmula, distinguir entre información total y condicional, y verificar si el resultado obtenido tiene sentido en el contexto. Esta socialización permite consolidar procedimientos y preparar a los estudiantes para la actividad posterior, donde deberán aplicar estas estrategias a problemas más abiertos que requieren argumentación y toma de decisiones.

Actividad 2: Manteniendo las mismas duplas de la actividad anterior, el docente entrega tres situaciones contextualizadas en ámbitos como salud, deporte y otro cercano a la realidad estudiantil. Cada pareja debe elegir una de estas situaciones y resolverla fundamentando una toma de decisiones informada a partir del cálculo de probabilidad condicional. Para ello, se solicita que elaboren un diagrama de árbol o una tabla de doble entrada que represente adecuadamente la información del problema, calculen la probabilidad condicional requerida y redacten una conclusión interpretativa que responda a la pregunta planteada, explicando por qué la decisión tomada es la más adecuada según los datos.

Durante esta actividad, los estudiantes trabajan con una rúbrica de observación rápida entregada por el docente, la cual funciona como guía para focalizar su propio proceso de trabajo. Esta rúbrica considera dimensiones como: uso correcto de la fórmula de probabilidad condicional, precisión en la representación de los datos mediante tabla o diagrama, coherencia en la interpretación del resultado dentro del contexto de la situación y claridad en la argumentación de la decisión tomada. Mientras las duplas trabajan, el docente circula observando evidencias asociadas a estos criterios, ofreciendo retroalimentación inmediata para reforzar el uso del lenguaje matemático correcto y la justificación argumentada de sus conclusiones. Esta actividad fomenta una aplicación autónoma y significativa del contenido, promoviendo que los estudiantes articulen cálculo, análisis y argumentación en la resolución de situaciones reales.

Cierre: Para finalizar la clase, cada grupo presenta al curso la situación que resolvió junto con su representación (diagrama de árbol o tabla de doble entrada) y la conclusión argumentada alcanzada. El docente

guía una breve conversación comparativa entre los distintos contextos trabajados —salud, deporte y medio ambiente— invitando a los estudiantes a identificar similitudes y diferencias en la forma en que se interpreta la probabilidad condicional según cada caso. Se refuerza la idea de que la calidad del razonamiento y la claridad en la interpretación oral o escrita son tan importantes como el cálculo numérico, destacando cómo una misma fórmula puede conducir a decisiones distintas dependiendo del contexto.

Posteriormente, los estudiantes realizan una autoevaluación utilizando tarjetas de reflexión con las preguntas: “¿Qué aprendí hoy acerca de la probabilidad condicional?”, “¿Qué necesito seguir fortaleciendo?” y “¿Cómo evaluaría mi participación y mi razonamiento durante la clase?”. Esta instancia permite que cada estudiante tome conciencia de sus avances y dificultades, mientras el docente recoge información valiosa para planificar apoyos y actividades futuras. Finalmente, se cierra la clase destacando el progreso colectivo, el trabajo colaborativo y la importancia de justificar las decisiones basadas en datos y no solo en intuiciones.

Indicadores de logro:

- Analizan situaciones cotidianas en las que la ocurrencia de un evento depende de otro, identificando la relación de probabilidad condicional.
- Argumentan sus decisiones y conclusiones en torno a problemas de probabilidad condicional, justificando sus respuestas con base en los resultados obtenidos.
- Participan activamente en el trabajo colaborativo, reflexionando sobre las estrategias utilizadas y los resultados alcanzados.

Claridad	Pertinencia	Relevancia	Suficiencia
Observaciones			

Anexo 2: Versión final de la Secuencia didáctica que incorpora estrategia de evaluación formativa para la enseñanza de la probabilidad condicional.

Para la implementación de la secuencia didáctica propuesta, resulta necesario que los estudiantes cuenten con conocimientos previos fundamentales en probabilidad, tales como la noción de experimento aleatorio, evento y espacio muestral, la identificación de resultados posibles, la comprensión de la probabilidad como razón entre casos favorables y posibles, así como el manejo de eventos simples y compuestos, en particular la unión e intersección de eventos, considerando el uso de diagramas de Venn. Asimismo, se requiere el uso de representaciones como diagramas de árbol o tablas de doble entrada, y nociones iniciales sobre la independencia entre eventos. Estos conocimientos, según el Currículum Nacional vigente de Chile, se abordan progresivamente en cursos anteriores, constituyendo la base conceptual necesaria para enfrentar con mayor profundidad situaciones probabilísticas más complejas.

Nº de clase: 1	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Analizar situaciones cotidianas para determinar la dependencia o independencia de eventos, mediante la argumentación y el trabajo colaborativo.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	

Inicio: Al comienzo de la clase, el docente explicita el objetivo de aprendizaje, señalando a los estudiantes que el propósito de la clase es analizar situaciones cotidianas para determinar y justificar la dependencia o independencia de eventos, a través de la argumentación y el trabajo colaborativo.

Posteriormente, el docente esquematiza el trabajo a realizar durante la clase, indicando que, en una primera instancia, se analizarán situaciones contextualizadas relacionadas con los eventos; luego, se desarrollarán actividades colaborativas de discusión y argumentación; y finalmente, se realizará una puesta en común para retroalimentar los aprendizajes.

Con el fin de activar conocimientos previos y promover la reflexión inicial, el docente escribe en la pizarra dos situaciones problemáticas vinculadas a la probabilidad, tales como: 1) “En una bolsa hay dulces de distintos colores. Si se saca un dulce rojo y este no se devuelve, ¿cambia la probabilidad de que el siguiente dulce extraído sea rojo?”; 2) “Si se lanza un dado y luego una moneda, ¿el resultado del dado influye en el resultado de la moneda?” Se otorga un tiempo breve para que los estudiantes piensen sus respuestas y, posteriormente, se invita a que compartan sus ideas de manera libre, solicitando que justifiquen sus afirmaciones.

Durante la discusión, el docente registra en la pizarra las ideas clave expresadas por los estudiantes, con el propósito de identificar nociones asociadas a eventos dependientes y eventos independientes. A partir de estas intervenciones, el docente retroalimenta aclarando que, en el primer caso, al ya haber sacado un dulce de la bolsa y no devolverlo, la probabilidad de que el segundo dulce sea rojo va a cambiar, ya que tendremos un espacio muestral más pequeño, mientras que, en el segundo caso, el lanzamiento del dado y de la moneda corresponden a eventos independientes, ya que el resultado de uno no influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.

Ante respuestas que asocian la dependencia únicamente al orden temporal de los eventos, el docente interviene mediante preguntas, tales como: “si el primer evento no ocurriera, la probabilidad del segundo cambiará?” en cambio, cuando las respuestas se fundamentan en la variación o mantención de la probabilidad, el docente refuerza positivamente el argumento entregado por los estudiantes.

Posteriormente, el docente entrega una tarjeta de trabajo en la que 3) los estudiantes deben formular dos ejemplos de situaciones cotidianas, una que represente pares de eventos dependientes y otra que represente pares de eventos independientes. Mientras los estudiantes desarrollan la actividad, el docente monitorea puesto a puesto si identifican correctamente si la ocurrencia del primer evento modifica o no la probabilidad del segundo evento, y justifican su decisión utilizando el criterio de variación o mantención de la probabilidad,

observa las producciones y registra en su bitácora evidencias del proceso de aprendizaje, basándose en el indicador de evaluación asociado al objetivo de la clase, con el fin de identificar ideas previas, niveles de argumentación y posibles errores conceptuales. Esta información permite orientar la retroalimentación inmediata y ajustar la intervención pedagógica antes de la revisión colectiva.

Esta puesta en común final permite visibilizar cómo las interpretaciones sobre la relación o no relación entre eventos pueden variar según el razonamiento de cada grupo, consolidando criterios conceptuales iniciales sobre la dependencia e independencia entre eventos. En esta clase, el énfasis se sitúa en el análisis cualitativo y la argumentación, sin incorporar aun representaciones gráficas o simbólicas, las cuales serán abordadas en una clase posterior, preparando a los estudiantes para avanzar hacia un trabajo más sistemático con representaciones y formalizaciones. De este modo, el docente establece un puente hacia el desarrollo de la clase, señalando que, en las actividades de esta clase se podrán fundamentar las conclusiones en distintas situaciones, pero en clases posteriores, se podrán utilizar otras herramientas matemáticas —como diagramas, representaciones simbólicas y definiciones formales— para favorecer la argumentación de tales conclusiones.

Desarrollo: El docente introduce y explica de manera sintética los conceptos de eventos dependientes e independientes, enfatizando la relación existente entre la ocurrencia de un evento y la probabilidad del otro. Señala que los eventos dependientes son aquellos en los que la ocurrencia de un evento influye en la probabilidad de ocurrencia del siguiente, ejemplificando con la extracción de una carta de una baraja, sin realizar la devolución de esta y realizando nuevamente una extracción, donde no devolver la carta afectará directamente en la probabilidad al sacar la segunda carta. En contraste, explica que los eventos independientes corresponden a situaciones en las que la ocurrencia de un evento no afecta la probabilidad de ocurrencia del otro, como el lanzamiento sucesivo de monedas, donde cada resultado mantiene la misma probabilidad que en el lanzamiento anterior, por lo tanto, el resultado obtenido en el lanzamiento de una moneda no influye en la probabilidad obtenida al lanzamiento siguiente.

Con el propósito de verificar la comprensión inicial de los conceptos, el docente formula preguntas de verificación tales como: 1) “*Si la carta extraída de la baraja se repone, ¿qué ocurre con la probabilidad de extraer una carta determinada en el segundo intento?*” y 2) “*¿El resultado del primer lanzamiento de una moneda influye en la probabilidad del segundo lanzamiento?*”. Las respuestas de los estudiantes son registradas en la bitácora de observación docente, considerando el indicador de logro asociado a la clase. A partir de estas evidencias, el docente retroalimenta de manera formativa, destacando los argumentos que

evidencian comprensión conceptual y aclarando los malentendidos que puedan surgir, reforzando así los criterios que permiten diferenciar ambos tipos de eventos.

Posteriormente, el docente organiza a los estudiantes en grupos de trabajo colaborativo y entrega a cada grupo un conjunto de tarjetas que presentan distintas situaciones vinculadas a experimentos aleatorios, las cuales incluyen tanto pares de eventos dependientes como independientes. A partir de estas situaciones, los estudiantes deben analizar la relación de ocurrencia entre los eventos involucrados, determinando si la ocurrencia de uno influye o no en la probabilidad del otro, para luego clasificar las tarjetas según corresponda. Además, se solicita que justifiquen sus decisiones de forma oral y escrita, promoviendo el uso del lenguaje matemático y la argumentación.

Con el fin de atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje, la actividad promueve producciones verbales (discusión grupal) y escritas (registro de justificaciones) en contextos que involucran situaciones del entorno cercano. En este sentido, cada grupo debe además elaborar un ejemplo propio, relacionado con su realidad cotidiana, en el que se evidencie claramente la dependencia o independencia entre pares de eventos.

Mientras los estudiantes desarrollan la actividad, el docente monitorea el trabajo grupal circulando por los equipos, en caso de detectar errores conceptuales frecuentes, como justificar la independencia solo porque los eventos son distintos o afirmar dependencia sin considerar el cambio en la probabilidad, el docente interviene formulando preguntas guiadas y ejemplos tales como: “¿Qué evento ocurre primero?”, “¿Cambia la probabilidad del segundo evento al ocurrir el primero?” y “¿Qué información del contexto permite afirmar que dos eventos son dependientes o independientes?”. Estas intervenciones permiten observar el indicador de logro: *determina y justifica la dependencia o independencia entre eventos a partir del análisis de situaciones cotidianas*, registrando evidencias en la bitácora docente y resolviendo dudas emergentes.

Para finalizar la actividad, cada grupo expone su ejemplo y la justificación correspondiente, dando paso a una discusión dirigida en la que el docente orienta la reflexión colectiva mediante preguntas como: “¿Qué criterios utilizaron para clasificar los pares de eventos?”, “¿En qué casos surgieron discrepancias y por qué?” y “¿Cómo se puede fundamentar matemáticamente que dos eventos sean dependientes o independientes de otro?”. En este espacio, el docente corrige y complementa las intervenciones, enfatizando los elementos clave del contenido, tales como la influencia de un evento sobre otro, la mantención o variación de la probabilidad y la diferencia entre razonamientos intuitivos y fundamentos matemáticos, consolidando la comprensión del concepto trabajado.

Durante la discusión colectiva, el docente sistematiza los errores más frecuentes que pudieron observarse, los contrasta con ejemplos correctos y explicita los criterios que permiten distinguir pares de eventos dependientes de independientes, asegurando que los estudiantes cuenten con referentes claros para futuras aplicaciones.

Cierre: Para cerrar la clase, el docente entrega una hoja de trabajo que contiene una tabla comparativa entre pares de eventos dependientes y eventos independientes, la cual es proyectada simultáneamente en la pantalla de la sala. Esta tabla es completada de manera colectiva por los estudiantes, con la guía del docente, considerando aspectos como la definición de cada tipo de par de eventos y un ejemplo cotidiano representativo. Esta actividad permite sistematizar los aprendizajes abordados durante la clase y consolidar los criterios utilizados para diferenciar ambos conceptos.

Posteriormente, el docente invita a los estudiantes a participar de forma voluntaria, solicitándoles que compartan: (a) un ejemplo cotidiano de par de eventos dependientes, (b) un ejemplo cotidiano de par de eventos independientes y (c) un aspecto que hayan comprendido mejor durante la clase. A partir de estas intervenciones, el docente retroalimenta y refuerza la idea de que el análisis de la dependencia o independencia entre eventos resulta fundamental para comprender y tomar decisiones informadas en situaciones de la vida diaria.

Finalmente, el docente cierra la clase proyectando el aprendizaje hacia la clase siguiente, señalando:

“Hoy analizamos cómo reconocer si dos eventos son dependientes o independientes a partir de situaciones cotidianas. En la próxima clase, avanzaremos un paso más y veremos cómo representar gráficamente estas situaciones de probabilidad condicional, utilizando diagramas de árbol y tablas de doble entrada, de modo que podamos visualizar este tipo de relación entre eventos y anticipar los posibles resultados cuando uno influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.”

Indicadores de logro:

- Identifican ejemplos cotidianos de pares de eventos dependientes e independientes, explicando de forma oral y escrita por qué ocurre o no una relación de este tipo.
- Justifican sus respuestas con ejemplos donde se clasifique pares de eventos como dependientes o independientes, utilizando la argumentación guiada por el docente.
- Participan activamente en el trabajo colaborativo, comparando ejemplos y construyendo conclusiones sobre este tipo de relación entre los eventos.

Nº de clase: 2	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Representar gráficamente situaciones de probabilidad condicional, por medio de la elaboración de diagramas de árbol y tablas de doble entrada, visualizando la relación entre eventos y anticipando los posibles resultados cuando uno influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	
Inicio: El docente inicia la clase proyectando una imagen que muestra una caja que contiene 3 bolitas rojas y 2 azules, y plantea la siguiente pregunta al curso: “Si saco una bolita sin mirar y no la devuelvo a la caja, ¿cómo podríamos representar todas las posibilidades de lo que puede ocurrir?”. A continuación, el docente otorga un espacio para que los estudiantes comenten libremente sus ideas, guiando la conversación hacia la necesidad de utilizar representaciones gráficas que permitan visualizar todos los posibles resultados y relaciones entre los eventos involucrados. A partir de esta reflexión inicial, el docente introduce el concepto de probabilidad condicional, señalando: “La situación que acabamos de analizar, en la que la probabilidad del segundo evento depende si ocurre o no el primer evento, se denomina probabilidad condicional. En esta clase aprenderemos a representar gráficamente este tipo de situaciones mediante dos herramientas fundamentales: el diagrama de árbol y la tabla de doble entrada, las cuales nos permitirán visualizar este tipo de relación entre pares de eventos y anticipar los posibles resultados cuando la ocurrencia de uno influye en la probabilidad de ocurrencia del otro”. Desarrollo: El docente retoma el ejemplo de las bolitas azules y rojas y plantea al curso las siguientes preguntas: “¿Cuál es el resultado más probable al extraer la primera bolita de la caja?” “¿Qué resultados posibles tenemos en ese primer intento?”. A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente va construyendo en la pizarra un diagrama de árbol, incorporando las ramas sugeridas por ellos, donde los eventos de la primera extracción (bolita roja o azul), los eventos posibles en la segunda extracción condicionados del primero, y la secuencia completa de resultados posibles. De este modo, el diagrama permite visualizar no solo los resultados, sino también la dependencia entre pares de eventos. Posteriormente, el docente continúa guiando el razonamiento mediante preguntas como: “Si en la primera extracción salió una bolita azul, ¿qué podría ocurrir en la segunda extracción?”, “¿Qué cambia si no devolvemos la bolita a la caja?” y “¿Las probabilidades se mantienen o varían? ¿Por qué?”. De esta forma, se promueve que los estudiantes identifiquen cómo la ocurrencia del primer evento influye en la probabilidad de	

ocurrencia del segundo evento, evidenciando la probabilidad condicional y las variaciones en la probabilidad de los resultados posibles.

Una vez completado el diagrama de árbol, el docente invita a reflexionar colectivamente preguntando: “¿Qué pasaría si en lugar de dos colores tuviéramos tres o cuatro?” y “¿Sería fácil seguir representando todas las posibilidades solo con un diagrama de árbol?”. A partir de estas preguntas, el docente enfatiza que, si bien el diagrama de árbol permite visualizar la secuencia de eventos, puede volverse complicado cuando aumentan las ramificaciones, lo que genera la necesidad de organizar la información de una manera distinta.

En este contexto, el docente presenta una tabla de doble entrada sin completarla ni explicarla, y formula preguntas orientadoras tales como: “¿Qué información del diagrama de árbol podríamos organizar en filas?”, “¿Qué información tendría sentido ubicar en las columnas?” y “¿Cómo podríamos representar aquí los resultados posibles del experimento sin perder información?”. De manera progresiva, los estudiantes establecen la correspondencia entre las ramas del diagrama de árbol y las intersecciones de la tabla.

Mientras los estudiantes completan la tabla, el docente circula por la sala realizando preguntas de profundización como: “¿Qué representa esta intersección?”, “¿Cómo se relaciona este valor con el camino del árbol que construimos antes?” y “¿Qué ventajas observan en esta representación respecto del diagrama de árbol?”. Estas intervenciones permiten ofrecer retroalimentación formativa, reforzando la comprensión del vínculo entre ambas representaciones.

Posteriormente, se presenta la siguiente situación contextualizada: “En el colegio se está organizando una función de teatro a beneficio. Cada estudiante puede comprar una entrada normal o una entrada VIP. El 60% de los estudiantes compró entrada normal y el 40% entrada VIP. De quienes compraron entrada VIP, el 70% participó en una rifa solidaria, mientras que solo el 30% de quienes compraron entrada normal participó en dicha rifa. El comité organizador desea representar esta información para analizar la relación entre el tipo de entrada y la participación en la rifa”.

A partir de este contexto, los estudiantes, organizados en grupos, deben construir un diagrama de árbol y una tabla de doble entrada que representen la situación, justificando la información incluida en cada representación. Durante el trabajo grupal, el docente monitorea el proceso, formula preguntas de verificación y entrega retroalimentación inmediata, orientando a los estudiantes en el uso adecuado de ambas herramientas y en la interpretación de la relación entre los eventos.

La tabla de doble entrada organiza la misma información del diagrama de árbol ubicando en las filas los resultados del primer evento y en las columnas los resultados del segundo evento, de modo que cada intersección represente un resultado posible del experimento.

Cierre: Para finalizar la clase, cada grupo presenta brevemente su diagrama de árbol y su tabla de doble entrada al curso, explicando las decisiones tomadas y la forma en que representaron la dependencia entre los eventos. El docente conduce una discusión global a partir de la pregunta: “¿Cómo nos ayudan estas representaciones a comprender cuándo un evento depende de otro?”, promoviendo que los estudiantes establezcan conexiones entre los diagramas construidos y la noción de probabilidad condicional.

A continuación, el docente implementa la estrategia de evaluación formativa “Mi error favorito”, seleccionando un error frecuente vinculado al objetivo de la clase, como, por ejemplo: omitir resultados posibles en el diagrama de árbol o no mantener coherencia entre el diagrama de árbol y la tabla de doble entrada detectado durante el trabajo grupal. Este error se presenta como una oportunidad de aprendizaje colectivo, invitando a los estudiantes a analizar por qué se produce, por ejemplo, el no considerar todas las ramificaciones del experimento aleatorio, al confundir pares de eventos dependientes con pares de eventos independientes, o al no mantener un orden sistemático en la representación de los resultados, no especificar de manera clara qué representa cada ramificación del diagrama de árbol o las filas y columnas de la tabla de doble entrada, además de discutir sus causas y proponer estrategias para corregirlo, tales como identificar previamente los eventos involucrados y su relación de dependencia o independencia, enumerar de manera completa el espacio muestral antes de construir el diagrama de árbol, organizar la información siguiendo una secuencia lógica y verificar la coherencia entre el diagrama de árbol y la tabla de doble entrada. Estas acciones contribuyen al fortalecimiento de la comprensión conceptual y procedimental del contenido abordado.

Finalmente, el docente destaca los avances logrados durante la clase, valorando la discusión colectiva y la participación del curso. Para dar continuidad al aprendizaje, establece un puente explícito con la clase siguiente, señalando: “Hoy aprendimos a representar gráficamente la dependencia entre eventos mediante diagramas de árbol y tablas de doble entrada. En la próxima clase, avanzaremos un paso más y veremos cómo calcular esta relación de manera simbólica, utilizando la fórmula de la probabilidad condicional, expresada como $P(A|B)$, que se lee como probabilidad de A dado B”, orientando a los estudiantes hacia el uso formal de la notación matemática que se abordará en la siguiente clase.

Indicadores de logro:

- Representan correctamente situaciones de probabilidad condicional mediante diagramas de árbol, identificando correctamente la secuencia de eventos y la dependencia entre ellos.
- Organizan correctamente la información de una situación de probabilidad condicional en una tabla de doble entrada, estableciendo correspondencia entre los eventos involucrados y sus resultados conjuntos (intersecciones), a partir de los cuales es posible determinar probabilidades simples y condicionales.
- Relacionan el diagrama de árbol con la tabla de doble entrada, explicando cómo ambas representaciones describen la misma situación desde distintas formas de organización.

N° de clase: 3	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Resolver problemas de la vida cotidiana que involucren eventos condicionados, comprendiendo y aplicando la fórmula de la probabilidad condicional, mediante el trabajo colaborativo y la discusión guiada por el docente.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	
Inicio: El docente inicia la clase proyectando en la pizarra la siguiente situación contextualizada: 1) “En un curso de 3° medio, el 70% de los estudiantes tiene teléfono celular propio. De quienes tienen celular propio, el 40% utiliza Instagram a diario. Si se selecciona un estudiante al azar y se sabe que tiene celular propio, ¿cuál es la probabilidad de que utilice Instagram a diario?” A continuación, el docente otorga un espacio para que los estudiantes reflexionen y comenten libremente cómo podrían representar la información presentada y qué datos son necesarios para calcular la probabilidad solicitada. Durante esta instancia, el docente orienta la discusión hacia la idea de que, en esta situación, el segundo evento depende de la ocurrencia del primer evento, ya que se dispone de información adicional sobre el estudiante seleccionado. A partir de las intervenciones de los estudiantes, el docente introduce o refuerza el concepto de probabilidad condicional, señalando que este tipo de situaciones se expresan mediante la notación $P(A B)$ que se lee “probabilidad de A dado B” y se interpreta como “la probabilidad de que ocurra el evento A, sabiendo que ocurrió el evento B”. En este momento, se recogen las ideas previas del curso a través de preguntas y comentarios orales relacionados con la dependencia entre pares de eventos, la representación de un evento contenido en otro evento y el significado de la notación utilizada, generando una breve retroalimentación colectiva sobre los conceptos fundamentales que se abordarán en la clase: evento, intersección y probabilidad condicional. Desarrollo: A partir de la situación inicial, el docente retoma la pregunta central y orienta el análisis sin presentar de inmediato la fórmula de la probabilidad condicional. Mediante preguntas como “¿Sobre qué grupo estamos calculando la probabilidad?”, “¿Qué información se nos entrega como conocida?” y “¿Qué parte del total ya no estamos considerando?”, se promueve que los estudiantes reconozcan que el cálculo de la probabilidad se realiza restringiendo el espacio muestral a un subconjunto específico, introduciendo de manera	

intuitiva la idea de condición. Posteriormente, el docente solicita que los estudiantes expresen esta relación primero de forma verbal y luego simbólica, guiándolos a identificar que el evento de interés ocurre dentro de otro evento. A partir de estas intervenciones, el docente formaliza explícitamente la fórmula de la probabilidad condicional en la pizarra: $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, con $P(B) \neq 0$, destacando que el numerador representa la probabilidad de la ocurrencia simultánea de ambos eventos y que el denominador corresponde al evento que actúa como condición. Solo en este momento se formaliza la notación $P(A | B)$, vinculándola explícitamente con el razonamiento desarrollado por el curso.

A continuación, los estudiantes se organizan en grupos de tres o cuatro integrantes para trabajar de manera colaborativa, asignando roles al interior de cada equipo, tales como lector del problema, encargado de la representación gráfica, responsable del cálculo y vocero, con el propósito de favorecer la participación equitativa y la responsabilidad compartida. Cada grupo recibe una situación problemática contextualizada que exige analizar la información disponible, identificar la dependencia entre eventos y decidir si corresponde utilizar la probabilidad condicional, de ser así, de forma simbólica. Por ejemplo, se propone la siguiente situación: 2) “En una plataforma de streaming, el 65% de los usuarios ve series y el 25% del total de usuarios ve tanto series como películas.

Si se selecciona un usuario al azar y se sabe que ve series, ¿cuál es la probabilidad de que también vea películas?

¿Estaría bien considerar el uso de la fórmula de probabilidad condicional para resolver esta situación? En el caso de que sea correcta la implementación, ¿Cuáles serían el evento A y B?, ¿qué evento depende del otro?, ¿Cuál es la intersección de los eventos definidos? En caso de no serlo, ¿por qué no corresponde a una situación que involucre probabilidad condicional?” De ser una respuesta afirmativa, además los estudiantes explican qué representa el numerador y el denominador de la expresión utilizada en este contexto, de acuerdo con la representación simbólica.

Asimismo, a otros grupos se les plantea un problema de estructura similar, como 3) “En un curso de 3° medio, el 60% de los estudiantes participa en talleres deportivos, el 45% participa en talleres artísticos y el 30% participa en ambos tipos de talleres.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante participe en talleres artísticos, sabiendo que participa en talleres deportivos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que participe en talleres deportivos, sabiendo que participa en talleres artísticos?

c) Un estudiante afirma que ambas probabilidades son iguales porque se refieren a los mismos talleres. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Justifica tu respuesta.”

En cada caso, se solicita a los estudiantes que, antes de realizar cualquier cálculo de probabilidades, anticipen cuál creen que será el resultado y justifiquen verbalmente su decisión, identificando qué evento actúa como condición y cuál es el evento de interés. De esta forma, la actividad se centra en la comprensión del problema, la toma de decisiones y la justificación del procedimiento, y no únicamente en la aplicación mecánica de la fórmula de la probabilidad condicional.

Los estudiantes representan la situación mediante un diagrama de árbol y, posteriormente, aplican la expresión de la probabilidad condicional, justificando cada uno de los elementos utilizados. Durante este proceso, el docente circula por la sala observando el trabajo de los grupos y formulando preguntas orientadoras como “¿Qué evento están condicionando?”, “¿Qué representa la intersección en este contexto?” o “¿Por qué este evento debe ir en el denominador?”. Estas intervenciones permiten ofrecer retroalimentación inmediata y formativa, reforzando la comprensión del vínculo entre la representación gráfica, el contexto del problema y la expresión simbólica de la probabilidad condicional.

Una vez finalizado el trabajo grupal, el docente invita a socializar las resoluciones mediante una discusión guiada, seleccionando aleatoriamente a los estudiantes a través de palitos preguntones con sus nombres, con el fin de asegurar la participación activa de todos los integrantes del curso. Las intervenciones se orientan a verificar si los estudiantes identifican correctamente el evento condicionado y el evento condición, si justifican el uso de la probabilidad condicional en función del contexto, si explican el significado del numerador y del denominador y si logran anticipar cómo cambia la probabilidad al restringir el espacio muestral. Esta instancia permite contrastar distintos procedimientos, analizar las decisiones tomadas por los grupos y fortalecer la argumentación matemática.

Finalmente, el docente presenta una resolución que conduce a un resultado incorrecto debido a una interpretación inadecuada de la pregunta, específicamente por no distinguir correctamente cuál es el evento condicionado y cuál es el evento de interés, lo que puede llevar a confundir expresiones como $P(A | B)$ y $P(B | A)$. A partir de esta situación, se invita a los estudiantes a analizar la resolución presentada, identificar qué evento está actuando como condición y cuál es el evento cuya probabilidad se desea calcular, y explicar cómo esta identificación influye en la elección correcta de la expresión de probabilidad condicional. Este espacio se concibe como una instancia de evaluación formativa, en la que el análisis del procedimiento permite

reforzar la importancia de comprender el sentido del problema y del lenguaje probabilístico, más allá de la aplicación mecánica de la fórmula, consolidando así la comprensión de la dependencia entre eventos en contextos significativos.

Cierre: Para finalizar la clase, el docente conduce una conversación general guiada mediante preguntas como: “¿Qué pasos seguimos hoy para resolver un problema de probabilidad condicional antes de aplicar la fórmula?” y “¿De qué manera el diagrama de árbol nos ayuda a comprender qué representa $P(A | B)$?”. A partir de las intervenciones de los estudiantes, se destacan los aprendizajes logrados durante la clase, enfatizando que resolver problemas de probabilidad condicional implica comprender la situación, identificar correctamente los eventos y la relación de dependencia del par de eventos, anticipar resultados y recién luego utilizar la expresión simbólica, evitando una aplicación mecánica de la fórmula.

En este espacio, el docente resalta la importancia del trabajo colaborativo desarrollado durante la clase, aclarando que no se trata únicamente de trabajar en grupo, sino de dialogar, argumentar, contrastar ideas y construir acuerdos matemáticos, donde cada integrante aporta al razonamiento colectivo y al avance del grupo.

Posteriormente, se invita a los estudiantes a realizar una breve autoevaluación mediante la estrategia del “semáforo”, en la que colorean el nivel que mejor represente su comprensión del contenido trabajado: verde, “puedo resolver problemas de probabilidad condicional y explicar el significado de la fórmula”; amarillo, “necesito más práctica para identificar correctamente los eventos y su dependencia”; o rojo, “aún tengo dificultades para comprender cómo y cuándo aplicar la probabilidad condicional”. El docente recoge esta información como evidencia de evaluación formativa, utilizándola para planificar instancias de refuerzo o profundización en las clases siguientes.

Finalmente, el docente proyecta el aprendizaje hacia la próxima clase, señalando que la probabilidad condicional será utilizada para analizar y tomar decisiones en contextos reales, fortaleciendo la conexión entre la representación simbólica, la interpretación de la información y la resolución de problemas, consolidando así el sentido práctico y reflexivo del contenido abordado.

Indicadores de logro:

- Identifican correctamente el evento condicionado y el evento condición en problemas de contexto cotidiano.

- Representan situaciones de probabilidad condicional mediante diagramas de árbol, justificando la relación entre los eventos.
- Resuelven problemas de probabilidad condicional aplicando la fórmula $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, explicando el significado del numerador y del denominador en el contexto del problema.
- Analizan procedimientos propios y ajenos, identificando interpretaciones incorrectas de la situación y proponiendo correcciones fundamentadas.

Nº de clase: 4	TIEMPO ESTIMADO: 90 min
OBJETIVO DE LA CLASE: Argumentar la toma decisiones en situaciones de contextos cercanos relacionados con probabilidad condicional, trabajando colaborativamente y reflexionando sobre los resultados obtenidos.	
ACTIVIDADES Y DESARROLLO DE LA CLASE	
Inicio: El docente comienza presentando el objetivo de la clase, destacando que hoy se trabajará en argumentar decisiones en contextos reales utilizando probabilidad condicional. Para activar conocimientos previos y mostrar la relevancia del tema, se introduce la siguiente situación: 1) En una prisión se realizan test rápidos de detección de drogas a las personas privadas de libertad. Según los informes técnicos: • El test detecta correctamente el consumo de drogas en el 97% de las personas que realmente consumieron. • Sin embargo, un 6% de las personas que NO consumieron drogas obtiene un resultado positivo (falso positivo). • Se estima que solo el 12% de la población penitenciaria ha consumido drogas recientemente. Un resultado positivo puede significar sanciones disciplinarias o la pérdida de beneficios penitenciarios, por lo que la correcta interpretación del resultado es fundamental. Si una persona obtiene un resultado positivo, ¿qué probabilidad hay de que realmente haya consumido drogas? ¿crees que es justo aplicar sanciones automáticas basándose únicamente en un resultado positivo del test?. Se solicita a los estudiantes que razonen de manera intuitiva, sin cálculos formales, compartiendo ideas iniciales y justificando verbalmente sus respuestas. En esta discusión, el docente explicita la diferencia con las clases anteriores: ahora no solo se busca identificar o calcular una probabilidad condicional, sino interpretarla para tomar una decisión fundamentada, considerando el impacto del contexto (salud, riesgo, certeza, confiabilidad, etc.). Posteriormente, los estudiantes comparten sus conclusiones y el docente registra en la pizarra las ideas clave, resaltando distintos tipos de razonamientos posibles e identificando intuiciones correctas y errores frecuentes.	

Este análisis inicial permite evidenciar cómo las decisiones pueden variar según la interpretación del resultado, preparando a los estudiantes para la transición hacia el trabajo sistemático con la fórmula y con representaciones formales. Con esto, el docente establece el puente hacia el desarrollo de la clase, señalando que ahora utilizarán herramientas matemáticas —como la fórmula de la probabilidad condicional y las representaciones gráficas— para sustentar sus argumentos en distintas situaciones, tal como se trabajará en las actividades siguientes.

Desarrollo: Actividad 1: El docente solicita a los estudiantes que formen parejas para analizar brevemente dos ejemplos simples (Ejemplo 1: “Si sacamos una carta, puede salir cualquier número o figura, como un as, un rey o un siete. No sabemos cuál va a salir, pero todas son posibles. “Ejemplo 2: “Al girar la ruleta, el resultado puede ser cualquiera de los números o colores que tiene. Cada vez que gira puede salir algo distinto.”) con el fin de activar conocimientos previos y asegurar que todos comprendan el procedimiento básico antes de avanzar a situaciones más complejas. Posteriormente, se presenta un ejemplo contextualizado en el ámbito deportivo

Noticia: Atleta es exonerado tras resultado positivo en control antidopaje

El atleta australiano Peter Bol fue suspendido provisionalmente luego de que un control antidopaje inicial arrojara un resultado positivo por EPO. Sin embargo, tras varios meses de investigación, análisis de la muestra B y revisión de expertos independientes, la agencia antidopaje cerró el caso, concluyendo que no existió dopaje y que el resultado inicial fue un falso positivo.

El caso generó debate en el mundo deportivo, ya que la suspensión automática afectó la carrera del atleta, su participación en competencias y su reputación pública, aun cuando posteriormente fue declarado inocente.

Datos: se considera la siguiente información (valores simulados con fines educativos):

- El control antidopaje detecta correctamente el dopaje en el 98% de los atletas que realmente se dopan.
- El 1% del total de los atletas se dopa y obtiene un resultado positivo en el control antidopaje.
- El 3% del total de los atletas obtiene un resultado positivo en el control antidopaje.

Preguntas: Si un atleta obtiene un resultado positivo en el control antidopaje, a) ¿Cuál es la probabilidad de que realmente se haya dopado? ¿El resultado positivo garantiza que el atleta sea culpable? Explica usando el

valor obtenido en el ejercicio anterior. b) ¿Por qué el bajo porcentaje de dopaje real influye tanto en la confiabilidad del resultado positivo? c) Relaciona esta situación con el caso real de Peter Bol. ¿Es adecuado suspender automáticamente a un deportista solo con el resultado del primer test? ¿Qué medida adicional debería exigirse antes de aplicar una sanción definitiva? d) ¿Cómo ayuda la probabilidad condicional a tomar decisiones más justas en el deporte? Cada pareja debe representar la situación mediante un diagrama de árbol simple y aplicar la fórmula para obtener la probabilidad condicional.

Durante el trabajo, el docente monitorea el progreso utilizando una pauta de observación rápida con tres categorías: comprende, necesita apoyo y no responde. Esta pauta se aplica recorriendo la sala y registrando, para cada pareja, evidencias concretas tales como: si identifican correctamente los eventos A y B, si aplican la fórmula de manera adecuada y si interpretan el resultado en el contexto del problema. Cuando un grupo cae en la categoría “necesita apoyo” o “no responde”, el docente interviene con preguntas orientadoras del tipo: “¿Qué representa este 80% en tu diagrama de árbol?”, “¿Cuál de los dos porcentajes corresponde al denominador?” o “¿Cómo relacionarías este caso con la fórmula $P(A | B)$?”.

Una vez finalizado el análisis, el docente ofrece retroalimentación oral al curso, comentando estrategias útiles como: identificar primero los eventos y sus relaciones, construir un esquema o diagrama de árbol antes de aplicar la fórmula, distinguir entre información total y condicional, y verificar si el resultado obtenido tiene sentido en el contexto. Esta socialización permite consolidar procedimientos y preparar a los estudiantes para la actividad posterior, donde deberán aplicar estas estrategias a problemas más abiertos que requieren argumentación y toma de decisiones.

Actividad 2: Manteniendo las mismas duplas de la actividad anterior, el docente entrega una situación cercana al ámbito estudiantil. En un establecimiento educacional se utiliza un sistema para detectar posibles casos de copia durante las evaluaciones.

Se sabe que:

- El 8% de los estudiantes copia en las pruebas.
- El 85% de los estudiantes que copian es acusado por el sistema.
- El 15% de los estudiantes que NO copian es acusado por error.

Si un estudiante fue acusado por el sistema, ¿cuál es la probabilidad de que realmente haya copiado? ¿crees que es justo recibir una sanción automática si el sistema dice que copias?

Cada pareja debe resolver fundamentando una toma de decisiones informada a partir del cálculo de probabilidad condicional. Para ello, se solicita que elaboren un diagrama de árbol o una tabla de doble entrada que represente adecuadamente la información del problema, calculen la probabilidad condicional requerida y redacten una conclusión interpretativa que responda a la pregunta planteada, explicando por qué la decisión tomada es la más adecuada según los datos.

Durante esta actividad, los estudiantes trabajan con una rúbrica de observación rápida entregada por el docente, la cual funciona como guía para focalizar su propio proceso de trabajo. Esta rúbrica considera dimensiones como: uso correcto de la fórmula de probabilidad condicional, precisión en la representación de los datos mediante tabla o diagrama de árbol, coherencia en la interpretación del resultado dentro del contexto de la situación y claridad en la argumentación de la decisión tomada. Mientras las duplas trabajan, el docente circula observando evidencias asociadas a estos criterios, ofreciendo retroalimentación inmediata para reforzar el uso del lenguaje matemático correcto y la justificación argumentada de sus conclusiones. Esta actividad fomenta una aplicación autónoma y significativa del contenido, promoviendo que los estudiantes articulen cálculo, análisis y argumentación en la resolución de situaciones reales.

Cierre: Para finalizar la clase, cada grupo presenta al curso la situación resuelta junto con su representación (diagrama de árbol o tabla de doble entrada) y la conclusión argumentada alcanzada. El docente guía una breve conversación comparativa entre las distintas respuestas entregadas, invitando a los estudiantes a identificar similitudes y diferencias en la forma en que cada uno interpreta los resultados obtenidos. Se refuerza la idea de que la calidad del razonamiento y la claridad en la interpretación oral o escrita son tan importantes como el cálculo numérico.

Posteriormente, los estudiantes realizan una autoevaluación mediante tarjetas de reflexión que incluyen preguntas orientadas a la argumentación y la toma de decisiones, tales como: 1) “¿Qué aprendí hoy sobre cómo usar la probabilidad condicional para resolver problemas?”, 2) “¿Cómo justifico la elección del evento condicionado y del evento de interés en un problema?”, 3) “¿En qué momentos tomé decisiones basadas en los datos y no solo en intuiciones?” y 4) “¿Qué aspectos de mi razonamiento o participación necesito seguir fortaleciendo?”. Esta instancia favorece la metacognición, permitiendo que cada estudiante reconozca sus avances y dificultades en la comprensión y aplicación de la probabilidad condicional. Al mismo tiempo, el

docente recoge información relevante para retroalimentar el proceso de aprendizaje y planificar instancias de apoyo o profundización. Finalmente, la clase se cierra destacando el progreso colectivo, el valor del trabajo colaborativo y la importancia de fundamentar las decisiones matemáticas en datos y argumentos, más que en percepciones intuitivas.

Indicadores de logro:

- Analizan situaciones contextualizadas identificando correctamente el evento condicionado y el evento condición en problemas de probabilidad condicional.
- Argumentan decisiones en contextos reales, justificándolas a partir del cálculo, la interpretación del resultado y el análisis del contexto.
- Participan activamente en el trabajo colaborativo, dialogando, contrastando ideas y reflexionando sobre los resultados obtenidos.

Anexo 3: Desarrollos esperados de la versión final de las secuencias didácticas.

Desarrollos esperados de las actividades de la secuencia didáctica

Los desarrollos de las actividades y las respuestas esperadas que se presentan a continuación han sido formulados considerando la naturaleza y el tipo de preguntas incluidas en las actividades de las orientaciones de la guía del docente, así como los aportes teóricos y conceptuales derivados de la revisión de la literatura realizada.

Clase 1:

Inicio: Se espera que los estudiantes activen conocimientos previos tales como espacio muestral, eventos, probabilidad de un evento, unión e intersección de eventos, vinculándolos con experiencias cotidianas de azar, reconociendo intuitivamente que en algunas situaciones la ocurrencia de un evento puede influir en la probabilidad de ocurrencia de otro, mientras que en otras no. Al analizar las situaciones propuestas por el docente, los estudiantes expresan ideas iniciales, aunque sean informales, y justifican sus respuestas utilizando argumentos basados en el contexto, como el cambio en la cantidad de elementos disponibles o la independencia entre eventos.

- 1) “En una bolsa hay dulces de distintos colores. Si se saca un dulce rojo y este no se devuelve, ¿cambia la probabilidad de que el siguiente dulce extraído sea rojo?”

Respuesta esperada: Sí, la probabilidad cambia, ya que al extraer un dulce rojo sin devolverlo disminuye la cantidad total de dulces en la bolsa y también la cantidad de

dulces rojos disponibles. Por lo tanto, la probabilidad de que el segundo dulce extraído sea rojo depende del resultado de la primera extracción. En particular, si en la bolsa hay un solo dulce rojo y este se extrae en la primera ocasión, la probabilidad de que el segundo dulce sea rojo es cero, pues no quedan dulces rojos, lo que evidencia la dependencia entre ambos eventos.

- 2) “Si se lanza un dado y luego una moneda, ¿el resultado del dado influye en el resultado de la moneda?”

Respuesta esperada: No, el resultado del dado no influye en el resultado de la moneda, ya que ambos experimentos son independientes. El resultado obtenido al lanzar el dado no modifica las posibles caras de la moneda ni sus probabilidades de ocurrencia, por lo que la probabilidad de obtener cara o sello se mantiene igual independientemente del resultado del dado.

- 3) Los estudiantes deben formular dos ejemplos de situaciones cotidianas, una que represente pares de eventos dependientes y otra que represente pares de eventos independientes.

Respuestas esperadas: A modo de ejemplo, algunas opciones pueden ser las siguientes:

Evento independiente: “Sacar de una baraja dos cartas de forma secuencial, devolviendo la primera carta antes de extraer la segunda.” “Se lanza una moneda dos veces”.

Evento dependiente: “Se extrae una carta de una baraja y, sin devolverla, se extrae una segunda carta; se obtiene una reina en la segunda extracción.” “La distancia que se recorre en un auto (velocidad).”

Desarrollo: Se espera que los estudiantes comprendan conceptualmente la diferencia entre pares de eventos dependientes e independientes, reconociendo que la dependencia implica una modificación del espacio muestral al ocurrir un evento previo. En el trabajo con tarjetas, los estudiantes analizan distintas situaciones aleatorias, determinan si existe o no influencia entre eventos y clasifican las situaciones justificando su decisión, tanto de forma oral como escrita.

Asimismo, se espera que los estudiantes elaboren ejemplos propios vinculados a su realidad cotidiana, tales como la extracción de cartas o fichas en juegos conocidos, la selección de estudiantes para una actividad sin reposición o el uso de aplicaciones digitales (por ejemplo, elegir una canción luego de otra en una lista de reproducción, sobre el estado de ánimo), en los que identifiquen y justifiquen si la ocurrencia de un evento modifica o no la probabilidad del siguiente, evidenciando comprensión del concepto y capacidad de transferencia a nuevos contextos. El trabajo colaborativo favorece el diálogo, el contraste de ideas y el ajuste de los razonamientos, fortaleciendo progresivamente la argumentación matemática con la guía del docente.

1) “Si la carta extraída de la baraja se repone, ¿qué ocurre con la probabilidad de extraer una carta determinada en el segundo intento?”

Respuesta esperada: Si se devuelve la carta, la probabilidad de ocurrencia de un cierto evento en la segunda no dependerá de lo que ocurrió en la primera extracción.

2)“¿El resultado del primer lanzamiento de una moneda influye en la probabilidad del segundo lanzamiento?”.

Respuesta esperada: No, no influye ya que, volvemos a tener las mismas probabilidades para las distintas posibilidades.

Cierre: Se espera que los estudiantes sinteticen los aprendizajes, estableciendo criterios claros para distinguir pares de eventos dependientes e independientes. A través de la puesta en común, los estudiantes explican con sus palabras lo aprendido, reconocen avances en su comprensión y se preparan para el uso de representaciones más formales en clases posteriores.

Clase 2:

Inicio: Se espera que los estudiantes reconozcan la necesidad de organizar y sistematizar la información presente en una situación aleatoria, comprendiendo que la enumeración mental de los resultados posibles puede resultar insuficiente o poco clara cuando existe más de un evento involucrado. A partir del contexto presentado, los estudiantes analizan la secuencia de eventos, anticipan posibles resultados y comienzan a identificar relaciones de dependencia, reconociendo que la ocurrencia del primer evento modifica las condiciones bajo las cuales se produce el segundo evento y su respectiva probabilidad.

En este proceso, los estudiantes expresan ideas iniciales de forma oral, justificando sus razonamientos a partir del contexto, lo que permite al docente recoger evidencias de comprensión previa, detectar intuiciones correctas y posibles errores conceptuales. Esta instancia favorece una aproximación intuitiva a la probabilidad condicional, preparando a los estudiantes para el uso posterior de representaciones gráficas —como diagramas de árbol y tablas de doble entrada— que les permitirán visualizar de manera más clara la relación entre los eventos.

1) “Si saco una bolita sin mirar y no la devuelvo a la caja, ¿cómo podríamos representar todas las posibilidades de lo que puede ocurrir?”.

Respuesta posible: Se espera realizar esquemas o dibujos de la caja con las bolitas, o bien comenzar a organizar la información mediante un diagrama, como un diagrama de árbol, que permita visualizar las posibles extracciones considerando que la bolita no se devuelve a la caja.

Desarrollo: Se espera que los estudiantes construyan diagramas de árbol, identificando correctamente el orden de los eventos y representando cada resultado posible mediante ramas. Los estudiantes asocian cada rama con un resultado condicionado, comprendiendo cómo la ocurrencia del primer evento influye en la probabilidad de ocurrencia del segundo evento.

Posteriormente, al trabajar con tablas de doble entrada, los estudiantes organizan la misma información del diagrama, estableciendo correspondencias entre filas, columnas e

intersecciones. Se espera que reconozcan que ambas representaciones describen la misma situación, pero con distintas formas de organización.

Durante el trabajo grupal, los estudiantes justifican sus decisiones, comparan ventajas y limitaciones de cada herramienta, fortaleciendo la comprensión conceptual y procedimental.

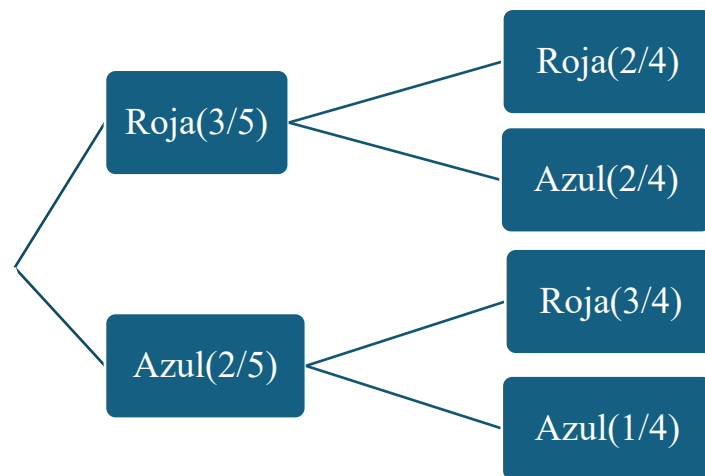
En este sentido, para las preguntas “¿Cuál es el resultado más probable al extraer la primera bolita de la caja?” “¿Qué resultados posibles tenemos en ese primer intento?”, se espera por parte de los estudiantes:

Las posibles extracciones son de una bolita azul o una roja, de las cuales las probabilidades de extraer cada una son: $P(R) = \frac{3}{5}$, $P(A) = \frac{2}{5}$ respectivamente, donde $P(R)$ representa la probabilidad de sacar una bolita roja y la $P(A)$ de sacar una azul.

Por su parte, respecto a “Si en la primera extracción salió una bolita azul, ¿qué podría ocurrir en la segunda extracción?”, “¿Qué cambia si no devolvemos la bolita a la caja?” y “¿Las probabilidades se mantienen o varían? ¿Por qué?”, la respuesta esperada sería: Si en la primera extracción sacamos una bolita azul, en la segunda tendríamos nuevamente las opciones de sacar una roja o azul, pero con distintas probabilidades ya que hay menos bolitas azules en la bolsa. Debido a esto las nuevas probabilidades quedarían expresadas de la manera siguiente: $P(R) = \frac{3}{4}$, $P(A) = \frac{1}{4}$.

Si no devolvemos la primera bolita extraída de la caja cambian las probabilidades, ya que habrá menos bolitas dentro de esta, y las probabilidades en la 2da extracción dependerán de lo obtenido anteriormente.

Para esta actividad en la clase se espera que logren construir el siguiente diagrama de árbol:



2) “En el colegio se está organizando una función de teatro a beneficio. Cada estudiante puede comprar una entrada normal o una entrada VIP. El 60% de los estudiantes compró entrada normal y el 40% entrada VIP. De quienes compraron entrada VIP, el 70% participó en una rifa solidaria, mientras que solo el 30% de quienes compraron entrada normal participó en dicha rifa. El comité organizador desea representar esta información para analizar la relación entre el tipo de entrada y la participación en la rifa”.

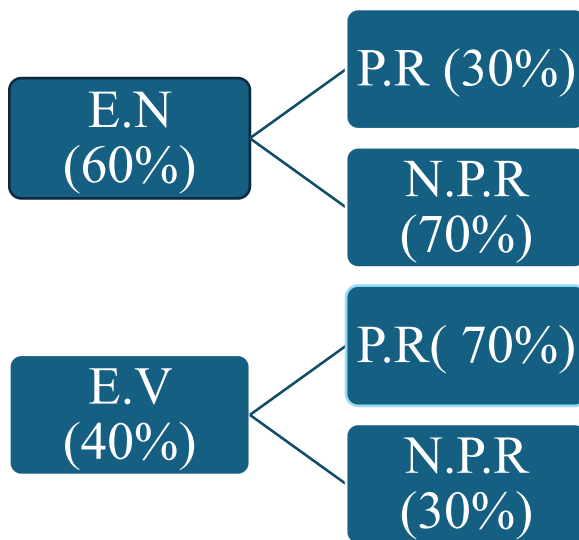
Respuestas esperadas: De acuerdo con la situación presentada, se espera que los estudiantes construyan representaciones adecuadas de la información, tales como un diagrama de árbol y una tabla de doble entrada, en las que se evidencie el uso correcto de

los porcentajes entregados, la correcta organización de los datos y la comprensión de la relación entre ambas variables.

Tabla de doble entrada:

Entrada	Participa en la rifa	No participa en la rifa	Total
Normal	18%	42%	60%
VIP	28%	12%	40%
Total	46%	54%	100%

Diagrama de árbol:



Cierre: Se espera que los estudiantes expliquen cómo las representaciones gráficas facilitan la comprensión de la probabilidad condicional, identificando relaciones entre eventos y anticipando resultados.

“¿Cómo nos ayudan estas representaciones a comprender cuándo un evento depende de otro?”

Respuesta esperada: Estas representaciones nos ayudan a entender la probabilidad condicional, porque permiten analizar qué pasa con un evento cuando sabemos el resultado de otro, mostrando claramente la dependencia entre ellos.

Mientras que el análisis de errores frecuentes permite consolidar aprendizajes y desarrollar una actitud reflexiva frente al uso de representaciones matemáticas.

Identificación y causa del error: “El error ocurrió porque no consideramos todas las ramificaciones del experimento y confundimos pares de eventos dependientes con independientes.”

Estrategia de corrección: “Para corregirlo, primero debemos identificar si los pares de eventos son dependientes o independientes y listar todos los resultados posibles antes de hacer el diagrama.”

Comprensión lograda: “Al revisar el error, entendimos mejor cómo el segundo evento depende del primero y por qué el diagrama de árbol y la tabla deben ser coherentes.”

Clase 3:

Inicio: Se espera que los estudiantes interpreten situaciones contextualizadas, identificando que la información entregada restringe el conjunto de casos posibles. Los

estudiantes reconocen intuitivamente el evento condicionado y el evento condición, comprendiendo que la probabilidad solicitada se calcula sobre un subconjunto del total.

- 1) “En un curso de 3° medio, el 70% de los estudiantes tiene teléfono celular propio. De quienes tienen celular propio, el 40% utiliza Instagram a diario. Si se selecciona un estudiante al azar y se sabe que tiene celular propio, ¿cuál es la probabilidad de que utilice Instagram a diario?”

Respuesta esperada:

Se definen los eventos:

- $A = \{\text{el estudiante utiliza Instagram a diario}\}$
- $B = \{\text{el estudiante tiene teléfono celular propio}\}$

Del enunciado se obtiene directamente que:

- $P(B) = 0,70$
- $P(A|B) = 0,40$

Dado que la probabilidad solicitada corresponde a la probabilidad de que un estudiante utilice Instagram a diario sabiendo que tiene celular propio, se identifica directamente la probabilidad condicional $P(A|B)$.

Por lo tanto, la probabilidad pedida es:

$$P(A|B) = 0,40$$

Esto significa que, considerando solo a los estudiantes que tienen celular propio, el 40% de ellos utiliza Instagram a diario.

Desarrollo: Se espera que los estudiantes construyan el significado de la fórmula de probabilidad condicional a partir del razonamiento previo, comprendiendo que el

numerador representa a la probabilidad de la intersección de eventos y que el denominador corresponde a la probabilidad del evento condición.

En el trabajo colaborativo, los estudiantes representan la situación mediante diagramas de árbol o tablas de doble entrada, según sea conveniente, aplican la fórmula de manera justificada y explican el sentido del resultado obtenido en relación con el contexto del problema. Asimismo, se espera que anticipen resultados, comparen procedimientos y analicen resoluciones incorrectas, reconociendo errores comunes como la confusión entre $P(A | B)$ y $P(B | A)$.

- 2) “En una plataforma de streaming, el 65% de los usuarios ve series y el 25% del total de usuarios ve tanto series como películas. Si se selecciona un usuario al azar y se sabe que ve series, ¿cuál es la probabilidad de que también vea películas? Explica qué representa el numerador y el denominador de la expresión utilizada en este contexto.”

Respuesta esperada:

Se definen los eventos:

- $A = \{\text{el usuario ve películas.}\}$
- $B = \{\text{el usuario ve series.}\}$

Del enunciado se obtiene:

- $P(B) = 0,65$
- $P(A \cap B) = 0,25$

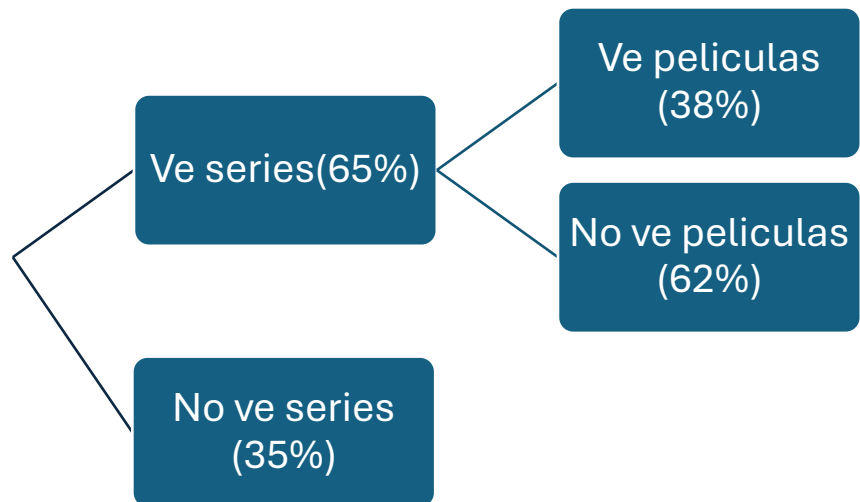
Como se sabe que el usuario ve series, el espacio muestral queda restringido a quienes cumplen el evento B. Por lo tanto, la probabilidad solicitada corresponde a:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Se reemplazan los valores:

$$P(A|B) = \frac{0,25}{0,65} \approx 0,38$$

Ante este ejercicio los estudiantes deberían construir un diagrama de árbol que sea similar al que se encuentra a continuación:



Esto indica que, de los usuarios que ven series, aproximadamente 38% también ve películas.

- 3) “En un curso de 3° medio, el 60% de los estudiantes participa en talleres deportivos, el 45% participa en talleres artísticos y el 30% participa en ambos tipos de talleres.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante participe en talleres artísticos, sabiendo que participa en talleres deportivos?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que participe en talleres deportivos, sabiendo que participa en talleres artísticos?
- c) Un estudiante afirma que ambas probabilidades son iguales porque se refieren a los mismos talleres. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Justifica tu respuesta.”

Respuesta esperada:

Se definen los eventos:

- $A = \{\text{el estudiante participa en talleres artísticos}\}.$
- $B = \{\text{el estudiante participa en talleres deportivos}\}.$

Datos del problema:

- $P(A) = 0,45$
- $P(B) = 0,60$
- $P(A \cap B) = 0,30$

a)
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,30}{0,60} = 0,50$$

Esto significa que, de los estudiantes que participan en talleres deportivos, el **50%** también participa en talleres artísticos.

$$b) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,30}{0,45} \approx 0,67$$

Esto indica que, entre los estudiantes que participan en talleres artísticos, aproximadamente el **67%** también participa en talleres deportivos.

- c) Las probabilidades de $P(A|B)$ y $P(B|A)$ no son iguales, ya que el evento condición es distinto en cada caso. Aunque se trate de los mismos talleres, el conjunto sobre el cual se calcula la probabilidad cambia.

En el primer caso, el espacio muestral se restringe a los estudiantes que participan en talleres deportivos, en el segundo, a quienes participan en talleres artísticos. Por esta razón, las probabilidades obtenidas son diferentes.

Para este ejercicio se espera que los estudiantes puedan construir una tabla de doble entrada que sea similar a la que se encuentra a continuación:

Taller	Artístico	No artístico	Total
Deportivo	30%	30%	60%
No deportivo	15%	25%	40%
Total	45%	55%	100%

Cierre: Se espera que los estudiantes reflexionen sobre el proceso de resolución, reconociendo la importancia de comprender el contexto antes de aplicar la fórmula. La autoevaluación favorece la metacognición, permitiendo identificar avances, dificultades y necesidades de apoyo. En este contexto se implementan preguntas que nos indican si se

comprende que hacer antes de utilizar la formula de probabilidad condicional, las cuales son las siguientes: ¿Qué pasos seguimos hoy para resolver un problema de probabilidad condicional antes de aplicar la fórmula?” y “¿De qué manera el diagrama de árbol nos ayuda a comprender qué representa $P(A | B)$?

A esto se espera que los estudiantes respondan de la manera siguiente: Para resolver problemas de probabilidad condicional primero debemos identificar los eventos que son parte del problema, luego debemos encontrar el evento intersección y determinar que cual depende del otro, para luego poder aplicar la formula. El diagrama de árbol ayuda a calcular probabilidades condicionadas porque hace visible el cambio del espacio muestral cuando se conoce información previa y organiza los eventos de manera secuencial.

Clase 4:

Inicio: Se espera que los estudiantes analicen críticamente situaciones reales, expresando razonamientos intuitivos y reconociendo que un resultado probabilístico debe interpretarse antes de tomar una decisión. Los estudiantes reconocen que los resultados probabilísticos no deben interpretarse de manera aislada ni mecánica, sino comprendidos en función del contexto y de la información disponible antes de tomar una decisión. Asimismo, distinguen progresivamente entre decisiones basadas únicamente en la intuición y aquellas sustentadas en el análisis matemático, comprendiendo que la probabilidad permite cuantificar la incertidumbre. De este modo, se fortalece la capacidad de evaluar situaciones de la vida cotidiana desde una perspectiva crítica y reflexiva, reconociendo la relevancia del contexto, las condiciones del experimento y la información

previa para una toma de decisiones más informada y responsable. (Acotando el riesgo y la probabilidad de cometer errores)

- 1) En una prisión se realizan tests rápidos de detección de drogas a las personas privadas de libertad.

Según los informes técnicos:

- El test detecta correctamente el consumo de drogas en el 97% de las personas que realmente consumieron.
- Sin embargo, un 6% de las personas que NO consumieron drogas obtiene un resultado positivo (falso positivo).
- Se estima que solo el 12% de la población penitenciaria ha consumido drogas recientemente.

Un resultado positivo puede significar sanciones disciplinarias o la pérdida de beneficios penitenciarios, por lo que la correcta interpretación del resultado es fundamental.

Si una persona obtiene un resultado positivo, ¿qué probabilidad hay de que realmente haya consumido drogas? ¿crees que es justo aplicar sanciones automáticas basándose únicamente en un resultado positivo del test?

Respuesta esperada:

Se definen los eventos:

- $A = \{\text{la persona consumió drogas}\}$
- $B = \{\text{el test resulta positivo}\}$

Luego se calcula la real probabilidad de que los test sean positivos en cada caso, considerando los errores que comete el test.

Personas que si consumieron (12%)

Positivo: $0,12 \times 0,97 = 0,1164$. Por lo tanto, el 11,64% de las personas dentro de la penitenciaria salen positivos considerando el porcentaje de error del test.

Personas que no consumieron (88%)

Positivo (error): $0,88 \times 0,06 = 0,0528$. Por lo tanto, un 5,8% del total de personas no consumieron drogas, pero aun así salieron positivos.

Ahora calculamos cuantos positivos hay en total y para esto sumamos tanto los correctos como los incorrectos: $0,1164 + 0,0528 = 0,1692$

Con todos los datos obtenido anteriormente resolvemos el problema utilizando la probabilidad condicional:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1164}{0,1692} \approx 0,6879$$

Finalmente, la probabilidad de que una persona que, de positivo, realmente haya consumido drogas es cercana al 69%, por lo tanto, aunque el test sea muy preciso, un resultado positivo no asegura totalmente que la persona en cuestión haya consumido drogas, porque también existen errores.

- 1) “En un test médico, el 98% de las personas enfermas da positivo, pero también el 5% de las personas sanas recibe un falso positivo. Si una persona obtiene un resultado positivo, ¿qué probabilidad hay de que realmente esté enferma?”

Desarrollo: Se espera que los estudiantes apliquen la probabilidad condicional para analizar situaciones complejas, construyendo representaciones adecuadas (diagramas o tablas), aplicando correctamente la fórmula y, fundamentalmente, interpretando el resultado en función de la toma de decisiones.

En la Actividad 1, parte 1: El docente solicita a los estudiantes que formen parejas para analizar brevemente dos ejemplos simples (como el uso de cartas o ruletas) con el fin de activar conocimientos previos y asegurar que todos comprendan el procedimiento básico antes de avanzar a situaciones más complejas.

Ejemplo 1: “Si sacamos una carta, puede salir cualquier número o figura, como un as, un rey o un siete. No sabemos cuál va a salir, pero todas son posibles.”

Ejemplo 2: “Al girar la ruleta, el resultado puede ser cualquiera de los números o colores que tiene. Cada vez que gira puede salir algo distinto.”

Respuestas esperadas: “Tanto al sacar una carta como al girar la ruleta, el conjunto de resultados posibles está definido previamente por los elementos disponibles; sin embargo, el resultado específico es incierto y se determina de manera aleatoria, lo que permite identificar el espacio muestral antes de realizar el experimento.”

En el desarrollo de esta actividad, se espera que los estudiantes generen discusiones orientadas a reconocer los resultados posibles de cada situación, identificando que, tanto en el caso de la extracción de una carta como en el giro de una ruleta, existe un conjunto de opciones definidas previamente, aun cuando el resultado específico sea incierto. Asimismo, se espera que reflexionen sobre el carácter aleatorio de ambos experimentos, distinguiendo entre conocer las posibilidades y predecir el resultado. Del mismo modo, los estudiantes comparan ambas situaciones, reconociendo similitudes y diferencias en el procedimiento, y comentan de manera intuitiva cómo la cantidad o distribución de los resultados influye en la probabilidad de que ocurra cada uno. Estas discusiones permiten activar conocimientos previos y asegurar la comprensión del procedimiento básico, preparando a los estudiantes para abordar situaciones de mayor complejidad.

Actividad 1, parte 2:

Noticia: Atleta es exonerado tras resultado positivo en control antidopaje

El atleta australiano Peter Bol fue suspendido provisionalmente luego de que un control antidopaje inicial arrojara un resultado positivo por EPO. Sin embargo, tras varios meses de investigación, análisis de la muestra B y revisión de expertos independientes, la agencia antidopaje cerró el caso, concluyendo que no existió dopaje y que el resultado inicial fue un falso positivo.

El caso generó debate en el mundo deportivo, ya que la suspensión automática afectó la carrera del atleta, su participación en competencias y su reputación pública, aun cuando posteriormente fue declarado inocente.

Datos: se considera la siguiente información (valores simulados con fines educativos):

- El control antidopaje detecta correctamente el dopaje en el 98% de los atletas que realmente se dopan.
- El 1% se dopa y obtiene un resultado positivo en el control.
- El 3% del total de los atletas obtiene un resultado positivo en el control antidopaje.

Si un atleta obtiene un resultado positivo en el control antidopaje, ¿Cuál es la probabilidad de que realmente se haya dopado? ¿El resultado positivo garantiza que el atleta sea culpable?

Respuesta esperada:

Se definen los eventos:

- $A = \{\text{El atleta se dopa}\}$
 - $B = \{\text{El resultado del control antidopaje resulta positivo.}\}$
- a) Utilizando los datos que entrega el enunciado podemos calcular la probabilidad de un evento dado el otro:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,01 \times 0,98}{0,03} \approx 0,33$$

La probabilidad de que el atleta realmente se haya dopado es cercana al 33%, este resultado al ser tan bajo no garantiza la culpabilidad si es que el test es positivo.

- b) ¿Por qué el bajo porcentaje de dopaje real influye tanto en la confiabilidad del resultado positivo?

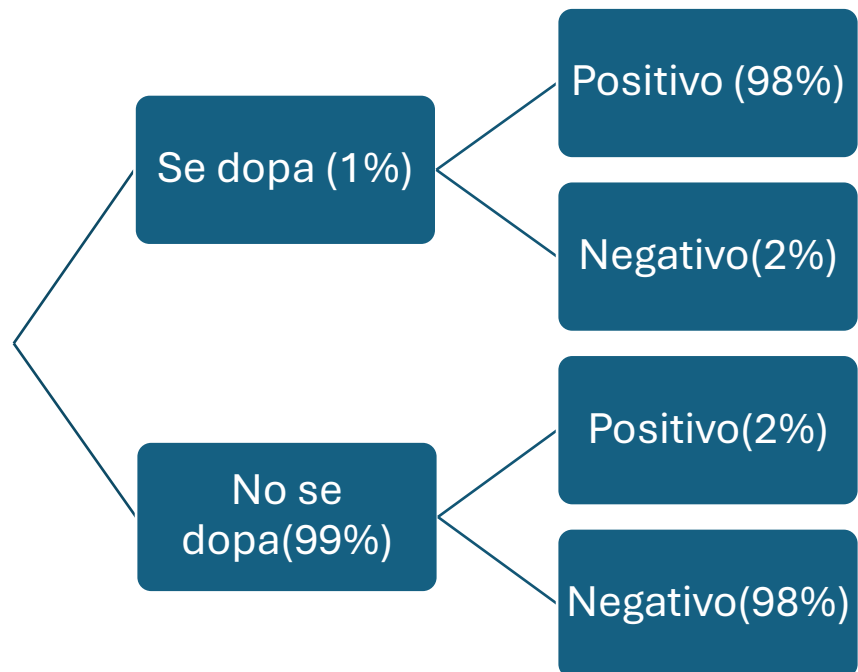
Porque, aunque el test sea preciso, de alguna manera la mayoría de los positivos obtenidos vienen de atletas que no se doparon.

- c) Relaciona esta situación con el caso real de Peter Bol. ¿Es adecuado suspender automáticamente a un deportista solo con el resultado del primer test? ¿Qué medida adicional debería exigirse antes de aplicar una sanción definitiva?

El caso presentado muestra que un falso positivo puede afectar gravemente la carrera de un deportista profesional, aun cuando luego se demuestre su inocencia. En estos casos me parece que sería correcto realizar un segundo test o un análisis confirmatorio antes de implementar cualquier sanción.

- d) ¿Cómo ayuda la probabilidad condicional a tomar decisiones más justas en el deporte?

Permite tomar decisiones más justas al no solo considerar el resultado, sino también la probabilidad real de que algún hecho haya ocurrido.



	Test positivo	Test negativo	Total
Se dopa	0,98%	0,02%	1%
No se dopa	2,02%	96,98%	99%
Total	3%	97%	100%

Actividad 2:

En un establecimiento educacional se utiliza un sistema para detectar posibles casos de copia durante las evaluaciones.

Se sabe que:

- El 8% de los estudiantes copia en las pruebas.

- El 85% de los estudiantes que copian es acusado por el sistema.
- El 15% de los estudiantes que NO copian es acusado por error.

Si un estudiante fue acusado por el sistema, ¿cuál es la probabilidad de que realmente haya copiado? ¿crees que es justo recibir una sanción automática si el sistema dice que copias?

Respuestas esperadas:

Se definen los eventos:

- $A = \{\text{el estudiante copia}\}$
- $B = \{\text{el estudiante es acusado}\}$

Calculamos la probabilidad para cuando un estudiante copia y es acusado y también para cuando no copia e igualmente es acusado.

Copia y es acusado: $0,08 \times 0,85 = 0,068$

No copia y es acusado: $0,92 \times 0,15 = 0,138$

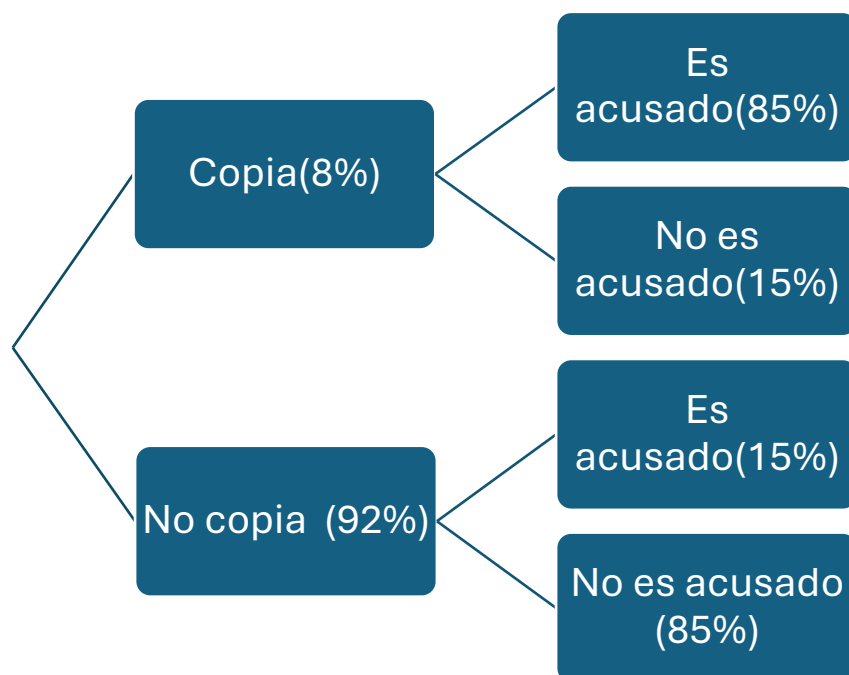
Para obtener el resultado final del evento A sumamos cuando los alumnos son acusados, en este caso sería $0,068 + 0,138 = 0,206$

Finalmente podemos calcular la probabilidad dada la condición anterior:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,08 \times 0,85}{0,206} \approx 0,33$$

Además del cálculo simbólico se espera que los estudiantes puedan representar la situación planteada en el ejercicio a través de una tabla de doble entrada y diagrama de árbol como los siguientes:

	Acusado	No acusado	Total
Copia	6,8%	1,8%	8%
No copia	13,8%	78,2%	92%
Total	20,6%	79,4%	100%



Cierre: Se espera que los estudiantes sintetizen los aprendizajes alcanzados durante la clase, reconociendo la probabilidad condicional como una herramienta para analizar información, interpretar situaciones de incertidumbre y sustentar la toma de decisiones de manera informada. A través de la reflexión final, los estudiantes comprenden que el uso de la probabilidad condicional trasciende el cálculo numérico, permitiéndoles evaluar cómo la información previa influye en los resultados y cómo las decisiones deben basarse

en datos y argumentos, más que en percepciones intuitivas. Asimismo, esta instancia favorece el desarrollo de una mirada crítica frente a la información presentada en distintos contextos de la vida cotidiana, promoviendo el uso responsable y ético de la matemática al reconocer sus alcances, limitaciones e implicancias en la toma de decisiones personales y sociales.

- 1) ¿Qué aprendí hoy sobre cómo usar la probabilidad condicional para resolver problemas?

Respuesta esperada: Aprendí que la probabilidad condicional se usa cuando sabemos que un evento ya ocurrió y eso cambia las probabilidades del otro.

- 2) ¿Cómo justifico la elección del evento condicionado y del evento de interés en un problema?

Respuesta esperada: Pude justificar cuál era el evento condicionado y el evento de interés, porque primero identifiqué qué información estaba dada en el problema.

- 3) ¿En qué momentos tomé decisiones basadas en los datos y no solo en intuiciones?

Respuesta esperada: Tomé decisiones usando los datos del diagrama y la tabla, y no solo lo que pensaba que era más probable.

- 4) ¿Qué aspectos de mi razonamiento o participación necesito seguir fortaleciendo?

Respuesta esperada: Necesito mejorar en explicar mejor mi razonamiento y en ordenar los resultados antes de calcular

Cuestionario de auto reporte sobre contribuciones primarias y secundarias a los Objetivos de Desarrollo Sostenible, organizados por categorías.

En caso de que aplique, marque con una "X" un único Objetivo de Desarrollo Sostenible como aporte principal y otro objetivo como aporte secundario.

Bloques	Objetivos	1°	2°
Personas	1. Poner fin a la pobreza en todas sus formas y en el mundo.		
	2. Poner fin al hambre, lograr la seguridad alimentaria y la mejora de la nutrición y promover la agricultura sostenible		
	3. Garantizar una vida sana y promover el bienestar de todos y todas las edades.		
	4. Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos.	X	
	5. Lograr la igualdad de género y empoderar a todas las mujeres y las niñas.		
Planeta	6. Garantizar la disponibilidad y la gestión sostenible del agua y el saneamiento para todos.		
	12. Garantizar modalidades de consumo y producción sostenible.		
	13. Adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos.		
	14. Conservar y utilizar sosteniblemente los océanos, los mares y los recursos marinos para el desarrollo sostenible.		
	15. Proteger, restablecer y promover el uso sostenible de los ecosistemas terrestres, gestionar sosteniblemente los bosques, luchar contra la desertificación, detener e invertir la degradación de las tierras y detener la pérdida de biodiversidad.		
Prosperidad	7. Garantizar el acceso a una energía asequible, fiable, sostenible y moderna para todos.		
	8. Promover el crecimiento económico sostenido, inclusivo y sostenible, el empleo pleno y productivo y el trabajo decente para todos.		
	9. Construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización inclusiva y sostenible y fomentar la innovación.		
	10. Reducir la desigualdad en los países y entre ellos.		
	11. Lograr que las ciudades y los asentamientos humanos sean inclusivos, seguros, resilientes y sostenibles.		
Paz	16. Promover sociedades pacíficas e inclusivas para el desarrollo sostenible, facilitar el acceso a la justicia para todos y construir a todos los niveles institucionales eficaces e inclusivas que rindan cuentas.		
Asociaciones	17. Fortalecer los medios de implementación y revitalizar la Alianza Mundial para el Desarrollo Sostenible		