



Carrera
Ingeniería Civil Mecánica
Universidad de Concepción

Optimización Aerodinámica a Bajos Números de Reynolds

Rafael Michelis Rojas Araya

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de
Concepción para optar al título profesional de Ingeniero Civil Mecánico

Profesor guía:
Dr. Pablo Cornejo O.

Julio 2025
Concepción, Chile

©2025 Rafael Michelis Rojas Araya

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento,
incluyendo la cita bibliográfica del documento

Agradecimientos

Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento al profesor Dr. Pablo Cornejo, quien actuó como mi profesor guía durante el desarrollo de esta memoria. También agradezco al profesor Dr. Frank Tinapp, por haberme ayudado con consultas sobre algunos de los temas abordados en este trabajo. Su disposición, conocimientos y orientación constante fueron fundamentales para completar este trabajo.

Agradezco también a la empresa MSET, que me permitió utilizar sus instalaciones para la realización de simulaciones y como lugar de estudio. Además, agradezco particularmente a mis amigos y colegas Adolfo Bahamonde, Álvaro Maricahuin, Ignacio Sepúlveda y Sebastián Gallardo quienes siempre estuvieron disponibles cuando surgían dudas, ideas o reflexiones sobre mi trabajo.

Extiendo mi gratitud a todos mis amigos, por su apoyo, compañía y por estar presentes en diferentes momentos de este camino. Cada uno, a su manera, contribuyó a que esta etapa fuera más amena y significativa.

A mi familia, les agradezco profundamente por su apoyo constante, su calidez y su infinita paciencia. En especial, a mi hermano Daniel Rojas, la persona más cercana a mí, quien siempre ha estado presente cuando más lo he necesitado. Gracias por compartir conmigo tantas conversaciones y vivencias; tu compañía ha sido fundamental a lo largo de este camino.

Finalmente, dedico esta memoria a mi madre y a mi abuela, quienes, aunque ya no están físicamente conmigo, siguen presente en cada paso que doy. Su amor, enseñanzas y fortaleza me han acompañado siempre, y este logro también es suyo.

Resumen

Esta investigación desarrolló una metodología de optimización aerodinámica basada en el método adjunto para mejorar el desempeño de perfiles aerodinámicos en condiciones de bajo número de Reynolds. El estudio se centró en la optimización de un perfil NACA 12 mediante simulaciones CFD bidimensionales en Ansys Fluent, validando la hipótesis de que el método adjunto permite obtener diseños más eficientes al reducir la separación del flujo y mejorar los coeficientes aerodinámicos respecto a la geometría original.

La metodología incluyó tres etapas principales: validación del modelo CFD mediante comparación con datos experimentales de túnel de viento, optimización aerodinámica usando el método adjunto con función objetivo basada en la maximización de la eficiencia aerodinámica (relación C_l/C_d), y evaluación comparativa de las mejoras obtenidas. Las simulaciones se realizaron a velocidades de flujo libre de 10 m/s y 20 m/s, correspondientes a números de Reynolds de aproximadamente $9.7 \cdot 10^4$ y $1.9 \cdot 10^5$, respectivamente.

La validación del modelo CFD fue satisfactoria, con diferencias porcentuales máximas del 6% entre los coeficientes de sustentación simulados y experimentales dentro del rango de ángulos de ataque válidos. La pérdida de sustentación se produjo entre 10° y 11° para 10 m/s, y entre 12° y 13° para 20 m/s, estableciendo los límites operacionales del análisis.

La optimización mediante el método adjunto demostró mejoras significativas en la eficiencia aerodinámica. A una velocidad de 10 m/s, la eficiencia aerodinámica promedio aumentó de 22.1 a 34.5, representando una mejora del 59.4%. El coeficiente de sustentación promedio se incrementó en 85.7% (de 0.549 a 1.02), mientras que el coeficiente de arrastre aumentó moderadamente en 27.7% (de 0.0232 a 0.0296). A 20 m/s, las mejoras fueron aún más pronunciadas, con un incremento del 66.5% en la eficiencia aerodinámica promedio (de 27.2 a 45.3), un aumento del 103% en el coeficiente de sustentación promedio (de 0.572 a 1.16), y un incremento del 30.8% en el coeficiente de arrastre (de 0.0196 a 0.0256).

El análisis de los campos de flujo reveló que el método adjunto adoptó estrategias de optimización diferenciadas según las condiciones de operación. A 10 m/s, la optimización se centró en aumentar la circulación y vorticidad para generar mayor sustentación, incrementando la velocidad local máxima de 19.6 m/s a 19.8 m/s y la vorticidad máxima de $3.65 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ a $4.14 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. A 20 m/s, la estrategia se orientó hacia la reducción del arrastre mediante el mantenimiento de un flujo más laminar, reduciendo la velocidad local máxima de 43.4 m/s a 34.8 m/s, la vorticidad máxima de $1.15 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ a $9.89 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$, y la intensidad turbulenta máxima de 16.1% a 11.8%.

Las modificaciones geométricas introducidas por el método adjunto incluyeron un incremento en la curvatura general del perfil, con modificaciones significativas tanto en el borde de ataque como en el borde de fuga. Se observó la formación de hendiduras estratégicas que favorecieron el control de la capa límite y la reenergización del flujo, creando puntos de estancamiento secundarios que mejoraron la adherencia del flujo al perfil.

Abstract

This research developed an aerodynamic optimization methodology based on the adjoint method to improve the performance of airfoils operating under low Reynolds number conditions. The study focused on optimizing a NACA 12 airfoil using two-dimensional CFD simulations in Ansys Fluent, validating the hypothesis that the adjoint method enables more efficient designs by reducing flow separation and improving aerodynamic coefficients compared to the original geometry.

The methodology consisted of three main stages: validation of the CFD model through comparison with experimental wind tunnel data, aerodynamic optimization using the adjoint method with an objective function based on maximizing aerodynamic efficiency (C_l/C_d ratio), and a comparative evaluation of the resulting improvements. Simulations were carried out at freestream velocities of 10 m/s and 20 m/s, corresponding to Reynolds numbers of approximately $9.7 \cdot 10^4$ y $1.9 \cdot 10^5$, respectively.

The CFD model validation was satisfactory, with maximum percentage differences of 6% between simulated and experimental lift coefficients within the valid range of angles of attack. Stall occurred between 10° and 11° for 10 m/s, and between 12° and 13° for 20 m/s, establishing the operational limits of the analysis.

Optimization via the adjoint method showed significant improvements in aerodynamic efficiency. At 10 m/s, the average aerodynamic efficiency increased from 22.1 to 34.5, representing a 59.4% improvement. The average lift coefficient increased by 85.7% (from 0.549 to 1.02), while the drag coefficient increased moderately by 27.7% (from 0.0232 to 0.0296). At 20 m/s, the improvements were even more pronounced, with a 66.5% increase in average aerodynamic efficiency (from 27.2 to 45.3), a 103% increase in the average lift coefficient (from 0.572 to 1.16), and a 30.8% increase in drag coefficient (from 0.0196 to 0.0256).

Flow field analysis revealed that the adjoint method adopted different optimization strategies depending on the operating conditions. At 10 m/s, the optimization focused on increasing circulation and vorticity to generate higher lift, raising the local maximum velocity from 19.6 m/s to 19.8 m/s and the maximum vorticity from $3.65 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ to $4.14 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. At 20 m/s, the strategy shifted toward drag reduction by maintaining a more laminar flow, reducing the local maximum velocity from 43.4 m/s to 34.8 m/s, the maximum vorticity from $1.15 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ to $9.89 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$, and the maximum turbulence intensity from 16.1% to 11.8%.

The geometric modifications introduced by the adjoint method included an increase in the overall curvature of the airfoil, with significant changes to both the leading and trailing edges. Strategic indentations were observed that enhanced boundary layer control and flow re-energization, generating secondary stagnation points that improved flow attachment to the surface.

Contenidos

Lista de Figuras	1
Lista de Tablas	2
Nomenclatura	3
1 Introducción	8
1.1 Contexto	8
1.2 Hipótesis	9
1.3 Objetivos	9
1.3.1 Objetivo general.....	9
1.3.2 Objetivos específicos	10
2 Marco Teórico	11
2.1 Aerodinámica y caracterización del flujo	11
2.1.1 Turbulencia	11
2.1.2 Perfil alar y número de Reynolds	12
2.1.3 Fundamentos de la generación de sustentación	15
2.2 Modelamiento computacional	16
2.2.1 Modelo de turbulencia RANS $k - \omega$ SST	16
2.2.2 Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones de Navier-Stokes	17
2.2.3 Dimensionamiento del dominio computacional.....	18
2.2.4 Discretización espacial del dominio	18
2.3 Método adjunto	20
2.3.1 Deformación de la geometría.....	21
3 Metodología	23
3.1 Elección del caso de estudio	23
3.2 Modelo CFD	23
3.2.1 Dominio computacional.....	23
3.2.2 Condiciones de borde	26
3.2.3 Métodos de solución	28
3.3 Integración del método adjunto	28
4 Resultados	30
4.1 Validación del análisis aerodinámico mediante CFD	30
4.2 Optimización del perfil alar mediante el método adjunto	30
5 Discusión	37
5.1 Discusión sobre el caso experimental	37

5.2	Discusión sobre los resultados del método adjunto.....	37
5.3	Limitaciones del estudio y propuestas.....	39
6	<i>Conclusiones</i>	42
	<i>Referencias</i>	44

Lista de Figuras

Figura 1: Flujo turbulento por Leonardo da Vinci.....	11
Figura 2: Nomenclatura de perfiles alares.....	13
Figura 3: Velocidad del fluido en función de la distancia a la pared.....	18
Figura 4: Capas de inflación y grosor de capa límite.....	19
Figura 5: Geometría del dominio computacional.....	24
Figura 6: Malla del dominio computacional.....	25
Figura 7: Acercamiento a la malla en la proximidad del perfil alar.....	26
Figura 8: Condiciones de borde del dominio.....	27
Figura 9: Región de modificaciones.....	29
Figura 10: Comparación del coeficiente de sustentación obtenido por simulación y por datos experimentales. a) $v = 10$ m/s - b) $v = 20$ m/s.....	30
Figura 11: Comparación de los coeficientes aerodinámicos del perfil original y optimizado: a) $v = 10$ m/s, b) $v = 20$ m/s.....	31
Figura 12: Comparación de la magnitud de velocidad al ángulo de máxima eficiencia aerodinámica del perfil original: perfil original vs. optimizado. a) $v = 10$ m/s, b) $v = 20$ m/s.....	33
Figura 13: Comparación de la presión estática al ángulo de máxima eficiencia aerodinámica del perfil original: perfil original vs. optimizado. a) $v = 10$ m/s, b) $v = 20$ m/s.....	33
Figura 14: Coeficiente de fricción y presión para para el caso a).....	34
Figura 15: Coeficiente de fricción y presión para para el caso b).....	35
Figura 16: Perfiles alares: original y optimizados para máxima eficiencia aerodinámica a 8° (caso a) y 9° (caso b).....	36
Figura 17: Campo de intensidad turbulenta [%] en el flujo externo del perfil NACA12 original (arriba) y del perfil optimizado (abajo), al ángulo de ataque de máxima eficiencia aerodinámica a una velocidad de flujo libre de 10 m/s.....	38
Figura 18: Campo de intensidad turbulenta [%] en el flujo externo del perfil NACA12 original (arriba) y del perfil optimizado (abajo), al ángulo de ataque de máxima eficiencia aerodinámica a una velocidad de flujo libre de 20 m/s.....	39

Lista de Tablas

Tabla 1: Parámetros de calidad de la malla.....	26
Tabla 2: Coeficientes aerodinámicos promedio para velocidad de flujo libre igual a 10 m/s	32
Tabla 3: Coeficientes aerodinámicos promedio para velocidad de flujo libre igual a 20 m/s	32

Nomenclatura

Símbolos Latinos

Símbolo	Descripción	Unidades
A_{ref}	Área de referencia	m^2
a	Coefficiente polinomial lineal	-
a_1	Constante del modelo k- ω SST	-
b	Coefficiente polinomial lineal	-
c	Longitud de cuerda del perfil	m
c	Coordenadas de los nodos de malla	-
C_d	Coefficiente de arrastre	-
C_f	Coefficiente de fricción	-
C_l	Coefficiente de sustentación	-
C_p	Coefficiente de presión	-
d	Desplazamiento	m
D	Fuerza de arrastre	N
F_1	Función de mezcla del modelo k- ω SST	-
F_2	Función de mezcla adicional	-
G	Factor de crecimiento geométrico	-
I	Intensidad turbulenta	-
J	Función objetivo	-
k	Energía cinética turbulenta	m^2/s^2
L	Longitud característica	m
L	Fuerza de sustentación	N
L'	Sustentación por unidad de longitud	N/m
m	Parámetro de curvatura máxima	-
N	Número de capas de inflación	-

Símbolo	Descripción	Unidades
N	Número de nodos de control	-
p	Presión	Pa
p	Posición de curvatura máxima	-
P	Matriz del polinomio	-
P_k	Producción de energía turbulenta	m^2/s^3
q	Variables de flujo	-
r	Distancia de separación	m
r	Distancia euclidiana	m
R	Vector residual	-
Re	Número de Reynolds	-
Re_c	Número de Reynolds basado en cuerda	-
S	Magnitud de la tasa de deformación media	s^{-1}
S	Superficie	m^2
S_φ	Término fuente	variable
t	Tiempo	s
t	Semiespesor relativo máximo	-
u	Velocidad	m/s
u_i	Componente de velocidad instantánea	m/s
u_{rms}	Valor cuadrático medio de fluctuaciones	m/s
u_τ	Velocidad de fricción	m/s
U	Velocidad característica	m/s
U_∞	Velocidad del flujo libre	m/s
U_x	Componente x de velocidad del flujo libre	m/s
U_y	Componente y de velocidad del flujo libre	m/s
V	Volumen de control	m^3
x	Coordenada horizontal	m

Símbolo	Descripción	Unidades
x_i	Nodos de control	m
x_l	Coordenada x superficie inferior	m
x_u	Coordenada x superficie superior	m
y	Coordenada vertical	m
y_c	Línea media de curvatura	m
y_H	Altura del primer elemento	m
y_l	Coordenada y superficie inferior	m
y_p	Distancia desde la pared	m
y_t	Distribución de semiespesor	m
y_T	Altura total mínima de capa límite	m
y_u	Coordenada y superficie superior	m
y^+	Parámetro adimensional de pared	-

Símbolos Griegos

Símbolo	Descripción	Unidades
α	Ángulo de ataque	rad
β	Ángulo para distribución cosenoidal	rad
β	Constante del modelo k- ω SST	-
β^*	Constante del modelo k- ω SST	-
Γ	Circulación	m ² /s
Γ_ϕ	Difusividad	variable
γ	Vector de incógnitas polinomiales	-
δ_{99}	Espesor de capa límite	m
δ_{ij}	Delta de Kronecker	-
ε	Tasa de disipación de energía	m ² /s ³
ε	Tolerancia de convergencia	-

Símbolo	Descripción	Unidades
ε	Parámetro de suavizado RBF	-
λ	Multiplicadores de Lagrange	-
λ_i	Coefficientes de interpolación RBF	-
μ	Viscosidad dinámica	Pa·s
ν	Viscosidad cinemática	m ² /s
ν_t	Viscosidad turbulenta	m ² /s
ρ	Densidad	kg/m ³
σ_k	Constante del modelo k- ω SST	-
σ_ω	Constante del modelo k- ω SST	-
σ_{ω_2}	Constante del modelo k- ω SST	-
τ_w	Esfuerzo cortante en la pared	Pa
φ	Variable escalar conservada	variable
$\varphi(r)$	Función de base radial	-
Φ	Matriz de interacciones radiales	-
ω	Frecuencia específica de disipación	s ⁻¹

Operadores y Funciones

$(\bar{\cdot})$	Promedio temporal (Reynolds)
$(\cdot)'$	Fluctuación turbulenta
$\langle \cdot \rangle$	Promedio estadístico
∇	Operador nabra
$\nabla \times$	Operador rotacional
\oint	Integral de línea cerrada
\iint	Integral de superficie
\mathcal{L}	Lagrangiano
$\ \cdot \ $	Norma euclidiana

Subíndices

∞	Condiciones de flujo libre
c	Basado en cuerda
d	Arrastre
f	Fricción
i, j	Índices tensoriales
l	Superficie inferior, sustentación
L	Basado en longitud
p	Presión, punto
ref	Referencia
rms	Valor cuadrático medio
t	Turbulento, semiespesor
T	Total
u	Superficie superior
w	Pared (wall)
x, y	Componentes direccionales
τ	Fricción

Superíndices

+	Coordenadas de pared
T	Transpuesta

Abreviaciones

CFD	Computational Fluid Dynamics
IMQ	Inverse Multiquadratic
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RBF	Radial Basis Function
SST	Shear Stress Transport

1 Introducción

1.1 Contexto

La optimización aerodinámica en condiciones de bajos números de Reynolds es crucial en diversas aplicaciones aeroespaciales e industriales, tales como vehículos aéreos no tripulados (UAVs), aeronaves de pequeño tamaño y turbinas eólicas. En este trabajo, se consideró como “bajo número de Reynolds” el intervalo comprendido entre 10^4 y 10^6 , siguiendo la caracterización presentada en la literatura especializada (Lissaman, 1983). A bajos números de Reynolds, los efectos viscosos dominan el comportamiento del flujo, generando separación temprana y una penalización significativa en la eficiencia aerodinámica. Estos efectos pueden provocar la formación de burbujas de recirculación en la superficie del perfil aerodinámico, reduciendo la sustentación y aumentando la resistencia (Mueller, 2001).

Para mitigar estas pérdidas, se han desarrollado diferentes estrategias de optimización aerodinámica. Métodos tradicionales como la optimización paramétrica y el uso de algoritmos evolutivos han sido empleados para mejorar el desempeño de perfiles aerodinámicos. La optimización paramétrica ajusta manualmente un conjunto de variables de diseño y evalúa su impacto mediante simulaciones CFD (Anderson, 2017). Sin embargo, este enfoque requiere una exploración extensa del espacio de diseño, lo que lo hace computacionalmente costoso. Por otro lado, los algoritmos evolutivos, como los algoritmos genéticos, han mostrado potencial en la optimización aerodinámica (Liu, 2005), pero su convergencia puede ser lenta y su eficiencia depende del tamaño de la población y del número de generaciones utilizadas.

En contraste, el método adjunto ha emergido como una herramienta poderosa para la optimización aerodinámica debido a su capacidad de calcular gradientes de manera eficiente, permitiendo optimizar formas complejas con un costo computacional significativamente menor que los métodos tradicionales (R. R. A. Martins & Ning, 2022). A diferencia de la optimización paramétrica o basada en algoritmos evolutivos, el método adjunto no requiere un muestreo extenso del espacio de diseño, ya que proporciona directamente la sensibilidad de la función objetivo respecto a las variables de diseño (Giles & Pierce, 2001). Esto lo hace especialmente adecuado para aplicaciones en las que se requiere optimización de alta fidelidad con recursos computacionales limitados.

Estudios recientes han demostrado la efectividad del método adjunto en la optimización de perfiles aerodinámicos a bajos números de Reynolds. Por ejemplo, investigaciones en la optimización del perfil NACA0018 han evidenciado aumentos de hasta un 20% en la relación sustentación-arrastre mediante este método (van Stratan, Roy, & Yam, 2023). Asimismo, aplicaciones en el diseño de alas de papel optimizadas han logrado incrementos significativos en la eficiencia aerodinámica utilizando herramientas CFD con el método adjunto, considerando hasta 128 variables de diseño (Zhang, Zhang, & Chen, 2020). En la industria aeroespacial, la optimización adjunta ha permitido reducir la resistencia aerodinámica en ventiladores transónicos sin comprometer la integridad estructural de las palas (Cuciumita, Qin, & Shahpar, 2023).

Desde una perspectiva económica y medioambiental, la optimización aerodinámica juega un papel crucial en la reducción de costos operacionales y el impacto ambiental. La mejora en la eficiencia aerodinámica, al reducir la resistencia al avance, disminuye la cantidad de combustible necesario para mantener el rendimiento, lo que se traduce directamente en una reducción de las emisiones de gases contaminantes. Esto es especialmente relevante en industrias como la aeroespacial y la automotriz. Por ejemplo, Aero Design Labs ha logrado una reducción en el consumo de combustible en vuelo crucero de entre 1.5-2% al optimizar la aerodinámica de la aeronave Boeing 737-800 mediante un kit de reducción de arrastre, mejorando así la eficiencia en vuelo (Aero Design Labs, 2023). De manera similar, la nueva gama "Aero" de camiones de Volvo ha reportado una disminución de hasta 7% en el consumo de combustible en comparación a modelos anteriores, al optimizar sus diseños aerodinámicos, lo que ha contribuido a una reducción significativa en las emisiones de CO₂ de sus vehículos (Volvo, 2024).

El impacto social de la optimización aerodinámica es significativo y multifacético. Por un lado, los usuarios de servicios que dependen de vehículos optimizados aerodinámicamente pueden beneficiarse de una reducción en el costo final del producto, gracias a la disminución de los costos operacionales. Además, al reducirse el consumo de combustible, se emiten menos gases tóxicos derivados de la combustión, lo que contribuye a una mejor calidad del aire en la vida cotidiana. Finalmente, existe un beneficio adicional en la viabilidad de servicios críticos, como el transporte de medicamentos a zonas remotas. Al mejorar el rendimiento aerodinámico, una misma cantidad de combustible permite cubrir mayores distancias, lo que hace factible la realización de misiones en lugares de difícil acceso.

Dado lo anterior, esta investigación se centrará en la optimización aerodinámica de perfiles y cuerpos sustentadores a bajos números de Reynolds, utilizando el método adjunto en Ansys Fluent. Se busca demostrar que este método proporciona configuraciones geométricas que mejoran la relación sustentación-arrastre en comparación con la geometría original.

1.2 Hipótesis

Se plantea que la aplicación del método adjunto en simulaciones CFD permite obtener diseños aerodinámicamente más eficientes en regímenes de bajo número de Reynolds, al reducir la separación del flujo y mejorar los coeficientes aerodinámicos respecto a la geometría original.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Desarrollar una metodología de optimización aerodinámica basada en el método adjunto para mejorar el desempeño de perfiles aerodinámicos y cuerpos sustentadores a bajos números de Reynolds.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Validar el modelo CFD en condiciones de bajo Reynolds para analizar el comportamiento de perfiles y cuerpos sustentadores, estudiando fenómenos como separación del flujo y burbujas de recirculación.
2. Optimizar aerodinámicamente geometrías de referencia usando el método adjunto en Ansys Fluent, definiendo función objetivo, restricciones y variables de diseño.
3. Evaluar las mejoras de las geometrías optimizadas, comparando resistencia aerodinámica y relación sustentación-arrastre frente a las configuraciones originales.

2 Marco Teórico

2.1 Aerodinámica y caracterización del flujo

La aerodinámica es la rama de la mecánica de fluidos que estudia el movimiento del aire y su interacción con los cuerpos sólidos en movimiento relativo. Su origen se remonta a trabajos fundamentales de científicos como Leonardo da Vinci, quien en el siglo XV ya reflexionaba sobre el vuelo de las aves, y más sistemáticamente a Isaac Newton, quien en el *Principia Mathematica* (1687) formuló una teoría primitiva de la resistencia del aire. Sin embargo, la aerodinámica moderna comenzó a desarrollarse a partir del siglo XIX, con las ecuaciones formuladas por Claude-Louis Navier y George Gabriel Stokes, quienes introdujeron una descripción continua del comportamiento de los fluidos viscosos.

2.1.1 Turbulencia

La turbulencia es un régimen de flujo caracterizado por fluctuaciones caóticas e irregulares tanto en la velocidad como en la presión del fluido, acompañado de una alta disipación de energía. Su estudio ha desafiado a la ciencia durante siglos debido a la complejidad inherente de sus estructuras y la amplia gama de escalas espaciales y temporales involucradas.

Desde el Renacimiento, pensadores como Leonardo da Vinci observaron y representaron visualmente remolinos y patrones irregulares en corrientes de agua, dejando registros gráficos notables en sus códices.



Figura 1: Flujo turbulento por Leonardo da Vinci

No obstante, el primer avance sistemático llegó con Osborne Reynolds, quien en 1883 llevó a cabo experimentos en conductos circulares para identificar la transición entre flujo laminar y turbulento. A partir de sus observaciones, introdujo el número de Reynolds (Re), una magnitud adimensional que cuantifica la razón entre fuerzas inerciales y viscosas en un fluido. Este número es crucial para predecir el régimen de flujo y se define como:

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (1)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, U una velocidad característica, L una longitud característica, y μ la viscosidad dinámica.

Reynolds también propuso el enfoque de promediado de Reynolds, mediante el cual la velocidad instantánea u_i se descompone en una componente media \bar{u}_i y una fluctuante u_i' :

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x) + u_i'(x, t) \quad (2)$$

Esta técnica condujo al desarrollo de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANS), donde aparecen términos adicionales conocidos como tensiones de Reynolds, que representan el efecto medio de las fluctuaciones turbulentas sobre el flujo.

En el siglo XX, Lewis F. Richardson formuló una intuición poética sobre la transferencia de energía en la turbulencia, introduciendo la noción de cascada energética entre remolinos de diferentes escalas. Su famoso verso "Big whorls have little whorls..." resume la idea de que los grandes remolinos transfieren su energía a remolinos más pequeños de forma jerárquica, hasta que ésta se disipa por acción viscosa en las escalas más finas.

Esta idea fue formalizada por Andrey Kolmogorov en 1941, quien estableció una teoría estadística para la turbulencia completamente desarrollada, homogénea e isotrópica. Partiendo de hipótesis de universalidad y autosimilitud en el régimen inercial (es decir, lejos de las escalas de producción y disipación), propuso que las estadísticas del flujo dependen únicamente de la tasa de disipación de energía por unidad de masa (ϵ) y de la viscosidad cinemática (ν). De esta base dimensional se deducen varias leyes fundamentales, entre ellas la ley de las dos terceras partes para la función de estructura de segundo orden de las velocidades longitudinales:

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle \sim (\epsilon r)^{2/3} \quad (3)$$

Esta relación describe cómo varía la diferencia de velocidad entre dos puntos separados por una distancia r en la zona inercial, y ha sido confirmada empíricamente en numerosos estudios experimentales y numéricos (Frisch, 1995).

2.1.2 Perfil alar y número de Reynolds

Los perfiles alares son secciones bidimensionales de alas u otros cuerpos sustentadores. Su geometría está diseñada para generar sustentación a partir de diferencias de presión entre la superficie superior (extradós) e inferior (intradós) cuando el fluido se desplaza a lo largo de su superficie.

En la Figura 2 se muestra la nomenclatura estándar asociada a los perfiles alares, destacando los elementos clave para su caracterización.

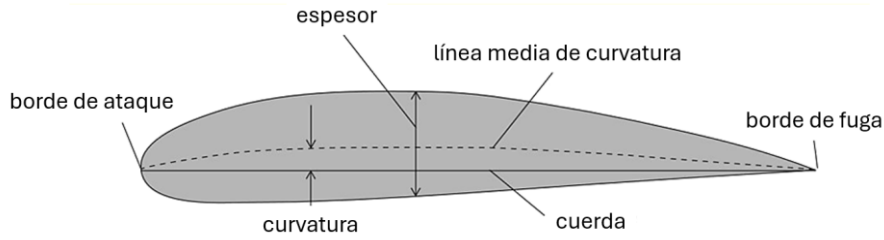


Figura 2: Nomenclatura de perfiles alares

El análisis aerodinámico de perfiles alares se basa en la evaluación de fuerzas generadas por la interacción del flujo con la superficie del perfil. Las principales magnitudes de interés son la sustentación (L) y el arrastre (D), las cuales se expresan comúnmente en forma adimensional mediante los coeficientes de sustentación (C_l) y arrastre (C_d) definidos como:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_{ref}} \quad (4)$$

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_{ref}} \quad (5)$$

Donde U_∞ es la velocidad del flujo libre y A_{ref} es el área de referencia, que en 2D es el producto de la longitud de la cuerda (c) por una profundidad arbitraria, típicamente fijada en 1 metro.

Además de los coeficientes globales, el análisis superficial se basa en distribuciones locales de variables adimensionales como el coeficiente de presión (C_p) y el coeficiente de fricción (C_f), fundamentales para comprender el comportamiento del flujo en regiones específicas del perfil.

El coeficiente de presión describe la presión normal ejercida por el flujo sobre cada punto de la superficie del perfil, en relación con el flujo libre, y se define como:

$$C_p(x) = \frac{p(x) - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (6)$$

Donde $p(x)$ es la presión local en la superficie del perfil y p_∞ es la presión estática del flujo no perturbado. Este coeficiente permite identificar zonas de aceleración o desaceleración del flujo, así como la ubicación de la succión máxima y la posible aparición de separación.

Por otro lado, el coeficiente de fricción cuantifica el esfuerzo cortante tangencial ejercido por el fluido sobre la superficie del perfil:

$$C_f(x) = \frac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (7)$$

Siendo $\tau_w(x)$ el esfuerzo cortante en la pared. Su distribución permite caracterizar el desarrollo de la capa límite y detectar fenómenos como transición laminar-turbulenta o separación por fricción adversa.

Otra variable clave en su análisis es el número de Reynolds basado en la cuerda, que relaciona las fuerzas inerciales con las viscosas en el entorno del perfil:

$$Re_c = \frac{\rho U_\infty c}{\mu} \quad (8)$$

Dado que este trabajo se enfocó en la optimización de forma, se eligió un perfil alar simétrico NACA de 4 dígitos (Jacobs, Ward, & Pinkerton, 1933). Estos perfiles conforman una familia de secciones aerodinámicas cuya geometría se determina a partir de tres parámetros adimensionales: la curvatura máxima de la línea media (m), su posición a lo largo de la cuerda (p) y el espesor máximo relativo del perfil (t). Estos parámetros se expresan como fracciones de la longitud de cuerda: m representa la distancia máxima entre la línea media y la cuerda dividida por la cuerda total, p indica la posición de esa curvatura máxima medida desde el borde de ataque, y t corresponde al cociente entre el espesor máximo del perfil y la cuerda. Por ejemplo, en el perfil NACA 2412, el primer dígito indica una curvatura máxima del 2 % de la cuerda, el segundo señala que esta se encuentra al 40 % de la cuerda desde el borde de ataque, y los dos últimos números indican un espesor máximo del 12 % de la cuerda. A partir de estos valores, la forma del perfil se construye aplicando una distribución de espesor de manera perpendicular a la línea media en cada punto.

El semiespesor de un perfil alar se refiere a la distancia desde la cuerda hasta las superficies superior o inferior del perfil en un punto dado y su distribución $y_t(x)$ está dada por la expresión:

$$y_t(x) = 5t(0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4) \quad (9)$$

Donde x es la posición a lo largo de la cuerda. En un enfoque computacional, la distribución de puntos a lo largo de la cuerda se puede generar utilizando una distribución cosenoidal:

$$x = \frac{1 - \cos(\beta)}{2} \quad (10)$$

Donde β es un conjunto de valores en el intervalo $[0, \pi]$ cuyo tamaño está definido por la cantidad de puntos utilizados para definir el perfil. Esta fórmula distribuye los puntos de manera no uniforme a lo largo de la cuerda, con mayor concentración cerca del borde de ataque, lo cual es ideal para representar la forma de un perfil aerodinámico.

La línea media de curvatura $y_c(x)$ es aquella donde la distancia al borde superior del ala es igual a la del borde inferior y se define por tramos en función de los parámetros m y p , según:

$$y_c(x) = \begin{cases} \frac{m}{p^2}(2px - x^2), & 0 \leq \frac{x}{c} \leq p \\ \frac{m}{(1-p)^2}[1 - 2p + 2px - x^2], & p < \frac{x}{c} \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

A partir de la función $y_c(x)$ y de su derivada, se calcula la inclinación local de la línea media, lo cual permite determinar las coordenadas de las superficies superior e inferior del perfil. En el caso particular de los perfiles simétricos, donde la curvatura es nula ($m = 0$), la línea media coincide con el eje de la cuerda, por lo que $y_c(x) = 0$ en todo el dominio. En estos perfiles, la geometría se define únicamente por la distribución de semiespesor, aplicada perpendicularmente al eje de la cuerda, y las coordenadas de las superficies superior e inferior se simplifican a:

$$x_u = x_l = x, \quad y_u = +y_t(x), \quad y_l = -y_t(x) \quad (12)$$

Se debe considerar que la ecuación (7) que define a la distribución del semiespesor produce un borde de fuga no cerrado, dando como lugar a que el espesor del borde de fuga es de un 0.21% de la longitud de la cuerda.

2.1.3 Fundamentos de la generación de sustentación

La generación de sustentación en perfiles aerodinámicos puede entenderse en términos de dinámica de fluidos mediante el concepto de circulación. Este enfoque se basa en el teorema de Kutta-Joukowski, el cual establece que la sustentación por unidad de longitud (L') es proporcional a la circulación del campo de velocidades alrededor del perfil:

$$L' = \rho U_\infty \Gamma \quad (13)$$

Donde Γ es la circulación, definida como la integral de línea del campo de velocidades tangenciales a lo largo de un contorno cerrado que rodea el perfil:

$$\Gamma = \oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (14)$$

Al aplicar el teorema de Stokes del cálculo vectorial, la ecuación se puede reescribir como:

$$\Gamma = \iint_S (\nabla \times \vec{V}) \cdot \hat{n} \, dS \quad (15)$$

Lo anterior implica que la circulación (y, por lo tanto, la sustentación) está asociada al contenido de vorticidad neta en la región adyacente al perfil. En perfiles delgados y especialmente en regímenes de bajo número de Reynolds, esta vorticidad surge como consecuencia de la formación de capas límite, separación del flujo y fenómenos viscosos que alteran el campo de presión.

Desde un punto de vista práctico, la geometría del perfil induce una diferencia de presión entre el extradós e intradós, lo que da lugar a la sustentación. Esta diferencia está estrechamente relacionada con la aceleración del flujo sobre el extradós, que incrementa la velocidad local y reduce la presión estática, según el principio de Bernoulli.

2.2 Modelamiento computacional

2.2.1 Modelo de turbulencia RANS $k - \omega$ SST

En el enfoque RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes), las ecuaciones de Navier-Stokes se descomponen en componentes medias y fluctuantes, lo que permite describir el comportamiento medio del flujo. Esta descomposición de Reynolds para una variable genérica ϕ , la cual puede ser la velocidad, presión y otras cantidades escalares, está definida por la ecuación:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (16)$$

Donde ϕ es la solución instantánea, $\bar{\phi}$ es la componente media y ϕ' la componente fluctuante. Al sustituir las expresiones de esta forma en las ecuaciones de Navier-Stokes, se obtienen las ecuaciones RANS de continuidad y momento para fluidos incompresibles y estacionarios dadas por:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (17)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\overline{\partial u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (18)$$

Donde $\overline{u'_i u'_j}$ es el tensor de Reynolds, que introduce los efectos de las fluctuaciones turbulentas. Este tensor se modela mediante la hipótesis de Boussinesq, que relaciona las tensiones de Reynolds con el gradiente del esfuerzo cortante medio del flujo a través de una viscosidad turbulenta (ν_t). Según esta hipótesis, el tensor de Reynolds se define como:

$$\overline{u'_i u'_j} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (19)$$

Donde $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ es la energía cinética turbulenta, y δ_{ij} es el delta de Kronecker, que se emplea para modelar la contribución isotrópica de la energía cinética turbulenta al tensor de Reynolds. Este término toma el valor de 1 cuando $i = j$, indicando una contribución en las componentes normales, y 0 cuando $i \neq j$, eliminando las componentes cruzadas.

Para evaluar la viscosidad turbulenta se requieren modelos adicionales de cierre, siendo el modelo $k - \omega$ SST (Menter, 1994) uno de los más utilizados por su precisión en regiones cercanas a la pared y en zonas de flujo libre.

El modelo $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) resuelve dos ecuaciones de transporte: una para la energía cinética turbulenta k , y otra para la frecuencia específica de disipación ω . Este modelo combina las ventajas del modelo $k - \omega$ en la capa límite cercana a la pared y del modelo $k - \epsilon$ en la región de flujo libre, mediante una función de mezcla F_1 que activa cada formulación según la posición en el dominio. Las ecuaciones gobernantes son:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (21)$$

El término P_k representa la producción de energía turbulenta y se calcula en función de los gradientes de velocidad y la viscosidad turbulenta. Los coeficientes α , β , β^* , σ_k , σ_ω y $\sigma_{\omega 2}$ son constantes empíricas calibradas experimentalmente. El término cruzado que aparece en la ecuación de ω mejora la estabilidad numérica y el comportamiento del modelo en zonas con separación del flujo. Finalmente, la viscosidad turbulenta se determina con:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad (22)$$

donde a_1 es una constante, S es la magnitud de la tasa de deformación media, y F_2 es una función de mezcla adicional que actúa principalmente en la zona alejada de la pared para limitar la viscosidad turbulenta en regiones con gradientes suaves de velocidad.

2.2.2 Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones de Navier-Stokes

Los métodos numéricos para la resolución de las ecuaciones de Navier–Stokes en dinámica de fluidos computacional (CFD) suelen basarse en la teoría del método de volúmenes finitos, una técnica de discretización que garantiza la conservación local y global de las cantidades físicas.

En este enfoque, el dominio de cálculo se divide en un conjunto finito de volúmenes de control (celdas), y las ecuaciones de conservación, como las de masa, cantidad de movimiento y energía, se integran sobre cada uno de estos volúmenes. Aplicando el teorema de Gauss (también conocido como divergencia o de la integral de volumen a superficie), las integrales volumétricas de los términos divergentes se transforman en integrales de flujo a través de las superficies del volumen de control. Esto permite expresar las ecuaciones en función de los flujos netos que entran y salen de cada celda.

Formalmente, para una variable escalar conservada ϕ , la forma integral general de una ecuación de conservación es:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_S \rho \phi \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_S \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot \vec{n} dS + \int_V S_\phi dV \quad (23)$$

Donde V es el volumen de control, S su superficie, \vec{u} el campo de velocidades, Γ_ϕ la difusividad, y S_ϕ un término fuente.

2.2.3 Dimensionamiento del dominio computacional

En el estudio de la aerodinámica de perfiles alares, el dominio computacional consiste en la región de fluido que envuelve al perfil, de modo que las fronteras artificiales no perturben la solución en la vecindad inmediata de la superficie. Para garantizar un desarrollo uniforme del perfil de velocidad antes del encuentro con el perfil, el plano de entrada suele situarse entre 3 y 5 longitudes de cuerda (c) aguas arriba del borde de ataque; de forma análoga, la salida se extiende típicamente entre 10 y 15 c aguas abajo, lo que facilita la formación y disipación de la estela sin que la condición impuesta (normalmente una presión fija) influya de manera no física en la presión recuperada tras el perfil.

En las direcciones transversal y vertical, las dimensiones del dominio se escogen según el carácter bidimensional del flujo y el ángulo de ataque. Cuando el flujo permanece esencialmente bidimensional, se recomienda extender las paredes laterales entre 5 y 10 c desde el perfil; en casos de ángulos de ataque elevados o separación turbulenta compleja, valores cercanos a 10 c minimizan las interacciones no deseadas con las fronteras laterales (Golmirzaee & Wood, 2024).

2.2.4 Discretización espacial del dominio

La discretización espacial del dominio, o mallado, consiste en la partición del volumen de fluidos en celdas o elementos donde se resolverán las ecuaciones de conservación. Un mallado de calidad debe adaptarse a las características del flujo: en zonas de gradientes suaves puede emplearse una malla gruesa de elementos tetraédricos o hexaédricos, mientras que, en regiones de interés como la capa límite, se requieren celdas más finas y estructuradas para captar con fidelidad los fenómenos viscosos.

Al aproximarse el fluido a una superficie sólida, surge una capa límite donde los efectos viscosos dominan y la velocidad decrece hasta anularse en la pared, cumpliendo la condición de no-deslizamiento.

Para resolver numéricamente este perfil de velocidad, se introducen capas de inflación o capas prismáticas ortogonales a la superficie, tal como lo ilustra la Figura 3. Estas capas están formadas por “filas” de celdas cuyo espesor crece geométricamente conforme se alejan de la pared, asegurando un gradiente de malla suave y evitando saltos bruscos que perjudiquen la convergencia.

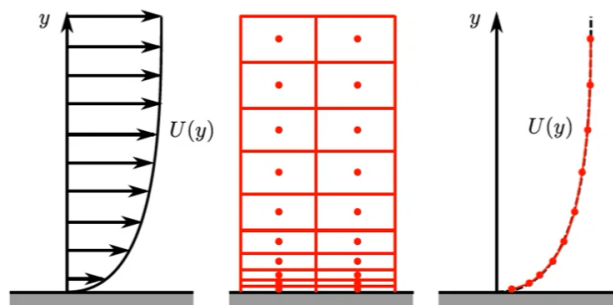


Figura 3: Velocidad del fluido en función de la distancia a la pared

La distancia desde la pared hasta el centroide de la primera celda (y_p), se calcula a partir del parámetro adimensional y^+ , definido como:

$$y^+ = \frac{\rho y_p u_\tau}{\mu} \quad (24)$$

Donde u_τ es la velocidad de fricción basada en el esfuerzo de corte en la pared (τ_w), dada por:

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (25)$$

En simulaciones aerodinámicas con el modelo $k - \omega$ SST, es habitual fijar $y^+ \leq 1$ para que la primera celda quede dentro de la subcapa viscosa y el modelo pueda resolver directamente los gradientes de velocidad muy próximos a la pared.

Es deseable que la altura total de las capas de inflación sea tal que esta incluya al grosor de la capa límite (δ_{99}) que se desarrolla sobre la superficie, esto se visualiza en la Figura 4.

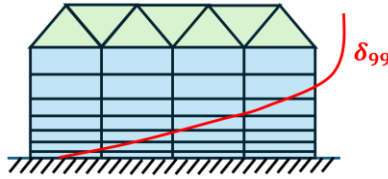


Figura 4: Capas de inflación y grosor de capa límite

La altura total mínima de la capa límite está dada por:

$$y_T = \delta_{99} = y_H \frac{1 - G^N}{1 - G} \quad (26)$$

Donde G es el factor de crecimiento geométrico, que normalmente adopta un valor menor a 1.2, equivalente a que cada elemento es un 20% más alto que el anterior. N es la cantidad de capas de inflación y se debe calcular a partir de la altura del primer elemento, el grosor de la capa límite y el factor de crecimiento que se defina.

Para determinar el espesor de la capa límite existen diversas expresiones empíricas. En la literatura (Cimbala, 2018), se tiene que para números de Reynolds menores a $5 \cdot 10^5$ se usa la ecuación (27) y para valores mayores se usa la ecuación (28).

$$\delta_{99} = \frac{4.91L}{\sqrt{Re}} \quad (27)$$

$$\delta_{99} = \frac{0.38L}{Re^{1/5}} \quad (28)$$

Estas relaciones empíricas están alineadas con las observaciones experimentales, donde el espesor de capa límite disminuye con un aumento del número de Reynolds.

2.3 Método adjunto

El método adjunto discreto es una técnica basada en derivación analítica que permite calcular de forma eficiente la sensibilidad de una cantidad de interés J , como la eficiencia aerodinámica, respecto a un gran número de variables de diseño, sin necesidad de perturbarlas una por una. En lugar de derivar las ecuaciones en forma continua y luego discretizarlas, como ocurre en el enfoque adjunto continuo, el método adjunto discreto parte directamente de las ecuaciones discretizadas que resuelve el *solver* CFD, y aplica las reglas de la diferenciación a nivel algebraico. Esto garantiza que el gradiente resultante es consistente con la solución numérica real, lo que lo convierte en la opción más precisa cuando se trabaja con códigos comerciales como ANSYS Fluent. La clave del método es que, aunque la función objetivo $J(q, c)$ depende indirectamente de miles o millones de variables geométricas a través del campo de flujo q , el cálculo del gradiente completo dJ/dc requiere solo una solución adicional: la del problema adjunto, cuyo coste es similar al de una simulación de flujo.

$$R(q, c) = 0 \quad (29)$$

Donde $q \in \mathbb{R}^N$ contiene las variables de flujo (presión, velocidad, densidad, etc.) y c corresponde a las coordenadas de los nodos de malla. En la práctica numérica no se alcanza un vector residual idénticamente nulo, sino que la simulación primal se considera convergida cuando:

$$\|R(q, c)\| < \epsilon \quad (30)$$

Siendo ϵ una tolerancia típicamente de orden 10^{-6} - 10^{-8} en norma L_2 (ANSYS, 2022), de modo que $R(q, c) \approx 0$ en la vecindad de la solución convergida.

Para calcular el gradiente total de J respecto a c , se introduce el Lagrangiano:

$$\mathcal{L}(q, c, \lambda) = J(q, c) + \lambda^T R(q, c) \quad (31)$$

Donde λ es el vector de multiplicadores de Lagrange, también llamados variables adjuntas. Al imponer la condición de estacionariedad respecto a las variables de flujo q :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \frac{\partial J}{\partial q} + \left(\frac{\partial R}{\partial q}\right)^T \lambda = 0 \quad (32)$$

Se obtiene el sistema adjunto:

$$\left(\frac{\partial R}{\partial q}\right)^T \lambda = -\frac{\partial J}{\partial q} \quad (33)$$

Este sistema lineal, cuya matriz es la transpuesta del Jacobiano del *solver*, permite obtener λ sin necesidad de calcular la sensibilidad individual de cada variable de diseño. Finalmente, el gradiente buscado se expresa como:

$$\frac{dJ}{dc} = \frac{\partial J}{\partial c} + \lambda^T \frac{\partial R}{\partial c} \quad (34)$$

Esta ecuación proporciona la sensibilidad de la función objetivo con respecto a desplazamientos infinitesimales en cada nodo de la malla. A diferencia de métodos por diferencias finitas, esta estrategia entrega el gradiente exacto en una única evaluación, independiente de la cantidad de variables involucradas.

2.3.1 Deformación de la geometría

Una vez obtenido el gradiente de la función objetivo respecto a las coordenadas de malla mediante el sistema adjunto, se deforma la geometría del perfil aerodinámico de acuerdo con dicho gradiente. Este proceso, conocido como *morphing*, debe ejecutarse de manera suave y controlada, garantizando que la malla resultante no presente elementos degenerados ni deterioro en la calidad. Para ello, se utilizó la técnica de funciones base radiales (*Radial Basis Functions*, RBF), ampliamente empleada en problemas de optimización de forma por su capacidad de interpolar desplazamientos definidos en una frontera hacia el resto del dominio de forma continua y estable.

La formulación empleada en este estudio corresponde a un esquema libre de restricciones geométricas explícitas, es decir, sin parametrización del contorno mediante curvas o *splines*. En su lugar, se permiten desplazamientos normales punto a punto en la superficie del perfil, los cuales son luego propagados hacia el interior del dominio computacional utilizando interpolación RBF. Esta técnica representa el desplazamiento total en cualquier punto $x \in \mathbb{R}^2$ como una combinación de funciones radiales centradas en nodos de control x_i junto a un término polinomial corrector:

$$d(x) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \phi(r) + a + bx + cy \quad (35)$$

Donde:

- λ_i son los coeficientes de interpolación que deben determinarse
- $\phi(r)$ es la función de base radial
- (a, b, c) son los coeficientes del término polinomial lineal
- N es el número de nodos de control sobre el contorno del perfil

En particular, se utilizó la función base inversa multiquadrática (*inverse multiquadratic*, IMQ), dada por:

$$\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}} \quad (36)$$

Donde $r = \|x - x_i\|$ es la distancia euclidiana y ε es un parámetro de suavizado que controla el alcance de influencia de cada nodo. Esta función se seleccionó por su excelente

comportamiento numérico en dominios no estructurados y su capacidad para generar campos de desplazamiento suaves incluso con una distribución irregular de nodos.

Para determinar los coeficientes λ_i y los parámetros polinomiales, se resuelve el siguiente sistema lineal:

$$\begin{bmatrix} \Phi & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Donde:

- $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times N}$ es la matriz de interacciones radiales, con $\Phi_{ij} = \phi(\|x_i - x_j\|)$
- $P \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ es la matriz del polinomio, con las filas de la forma $[1 \ x_i \ y_i]$
- $d \in \mathbb{R}^N$ son los desplazamientos especificados en los nodos de control
- $\lambda \in \mathbb{R}^N$ y $\gamma = [a \ b \ c]^T$ son los vectores de incógnitas

Este sistema asegura que los desplazamientos interpolados coincidan exactamente con los valores deseados en el contorno, y que el campo resultante sea suave y bien condicionado. El procedimiento se aplica de manera separada para cada componente del desplazamiento (p. ej., dirección x y dirección y).

Una vez resuelto el sistema, el campo de desplazamientos puede ser evaluado en cualquier punto del dominio fluido. Los nodos internos de la malla se mueven en consecuencia, preservando la conectividad topológica y la calidad de los elementos. La deformación RBF se integra directamente en el ciclo de optimización adjunta, permitiendo actualizaciones sucesivas de la geometría a lo largo de múltiples iteraciones del algoritmo.

Finalmente, para asegurar que las geometrías intermedias y finales sean físicamente plausibles y numéricamente estables, se impusieron restricciones mediante el enfoque *Enhanced constraints*, el cual permite limitar desplazamientos máximos, mantener condiciones de suavidad en regiones sensibles (como el borde de salida), y evitar inversiones topológicas no deseadas. Este conjunto de restricciones se incorpora al funcional objetivo mediante penalizaciones suaves, asegurando convergencia hacia soluciones óptimas viables.

3 Metodología

3.1 Elección del caso de estudio

La selección del caso de estudio se fundamentó en el objetivo principal de este trabajo: la optimización de forma aerodinámica. Para abordar esta problemática, se optó por partir desde una geometría simétrica y ampliamente documentada, el perfil NACA 0012, a fin de observar de manera controlada y objetiva las modificaciones inducidas por el proceso de optimización. Esta elección permite evaluar los efectos geométricos sobre el desempeño aerodinámico sin introducir asimetrías iniciales que sesguen los resultados.

En particular, se consideró el trabajo experimental realizado por (Yemenici, 2013), quien investigó el comportamiento aerodinámico de una ala recta basada en este perfil. En dicho estudio, se utilizó un ala de cuerda 152 mm y envergadura 305 mm, analizándose dos condiciones de velocidad: 10 m/s y 20 m/s, correspondientes a números de Reynolds, basados en la cuerda, de $9.7 \cdot 10^4$ y $1.9 \cdot 10^5$, respectivamente.

El experimento se llevó a cabo en un túnel de viento subsónico de circuito cerrado, con una sección de prueba de 200 mm de alto por 305 mm de profundidad, coincidente con la envergadura del ala. Se midió el coeficiente de sustentación para distintos ángulos de ataque, en un rango de 0° a 14° .

Las velocidades se registraron mediante un anemómetro de temperatura constante de la marca DANTEC, modelo 55P11, operando a una frecuencia de muestreo de 2500 Hz y con un filtro paso bajo de 1250 Hz. Las presiones estáticas se obtuvieron mediante tomas distribuidas sobre las superficies de succión y presión del perfil, con un diámetro de 0.5 mm, conectadas a un micro manómetro de alta precisión. Se instalaron diez puntos de medición en cada superficie del perfil, abarcando desde el borde de ataque hasta el borde de fuga.

Los resultados experimentales obtenidos sirven como referencia directa para validar la simulación numérica y verificar la fidelidad del modelo antes de aplicar procedimientos de optimización.

3.2 Modelo CFD

3.2.1 Dominio computacional

La geometría del dominio computacional, dada en la Figura 5, es bidimensional y corresponde a una configuración tipo "C", comúnmente utilizada en estudios aerodinámicos. El borde de entrada está formado por un semicírculo de diámetro igual a 15 veces la longitud de la cuerda, cuyo centro se encuentra desplazado un 10 % de la cuerda hacia atrás desde el borde de ataque del perfil. El dominio se extiende 7.4 cuerdas aguas arriba del borde de ataque, 29.1 cuerdas aguas abajo del borde de fuga y 7.5 cuerdas en dirección normal a la cuerda hacia ambos lados.

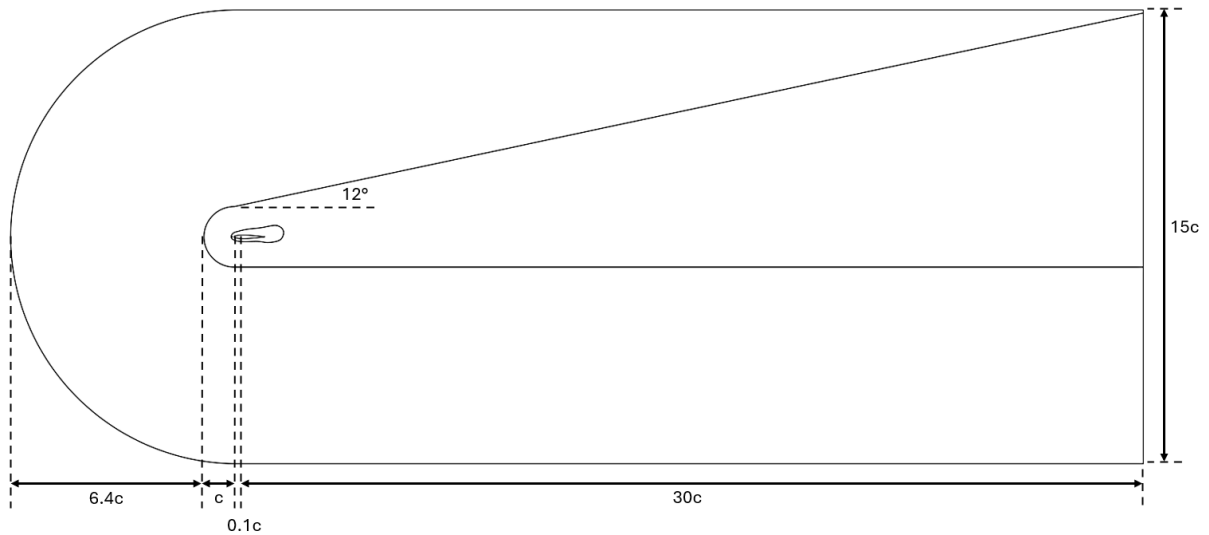


Figura 5: Geometría del dominio computacional

Se definió una cara para guiar el mallado en la zona próxima al perfil y en la estela, donde se concentran las principales interacciones aerodinámicas. Desde el borde de ataque, se generó un semicírculo de diámetro $2c$ que se prolonga hasta el final del dominio, con borde inferior horizontal y borde superior inclinado 12° hacia arriba. Este ángulo se seleccionó considerando que, en el trabajo experimental, a este ángulo de ataque comienza la pérdida de sustentación (*stall*).

Además, se añadió una segunda cara en el interior del dominio, con el objetivo de capturar con mayor precisión las interacciones del flujo en las inmediaciones del ala, especialmente en la zona donde se prevé la separación. Esta cara no cuenta con cotas definidas, ya que fue esbozada manualmente según criterio ingenieril.

El mallado fue generado mediante elementos triangulares no estructurados, los cuales se adaptan eficientemente a geometrías complejas y permiten mantener una alta calidad de malla. En la Figura 6 se muestra la malla del dominio computacional completo: el tamaño máximo de los elementos es de 128 mm en el campo lejano, 8 mm en la cara intermedia, y 1 mm en la cara adyacente al perfil.

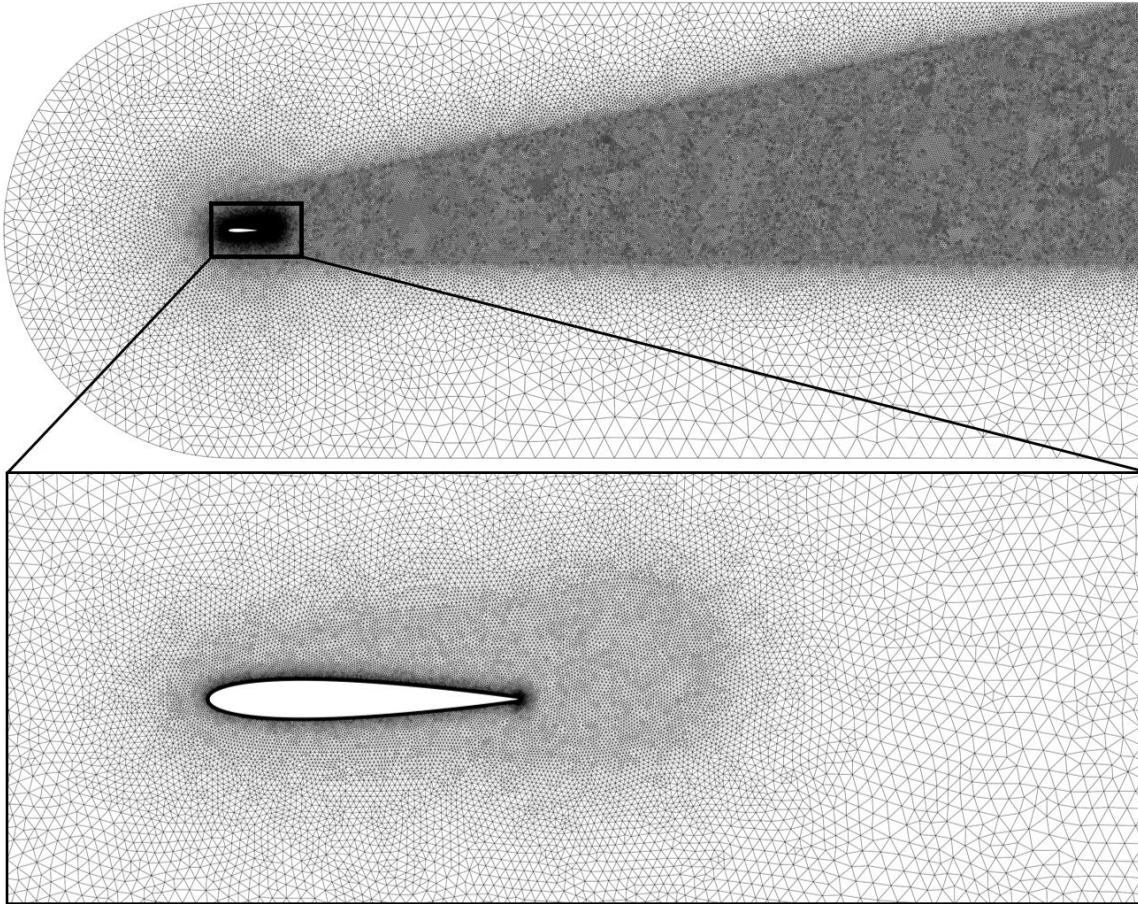


Figura 6: Malla del dominio computacional

Se añadieron además capas de inflación sobre la superficie del perfil, compuestas por elementos rectangulares que crecen progresivamente desde la pared con una tasa de crecimiento del 5%. La altura del primer elemento fue determinada con el objetivo de obtener un número adimensional y^+ menor o igual a 1, condición necesaria para resolver adecuadamente la subcapa laminar dentro del modelo de turbulencia empleado. Para esto se considero la velocidad más alta del caso de estudio (20 m/s), lo que resultó en una altura de primer elemento de 0.01 mm.

En la Figura 7 se muestra la malla en la proximidad del perfil alar, se aprecian las capas de inflación y una transición de tamaño suave.

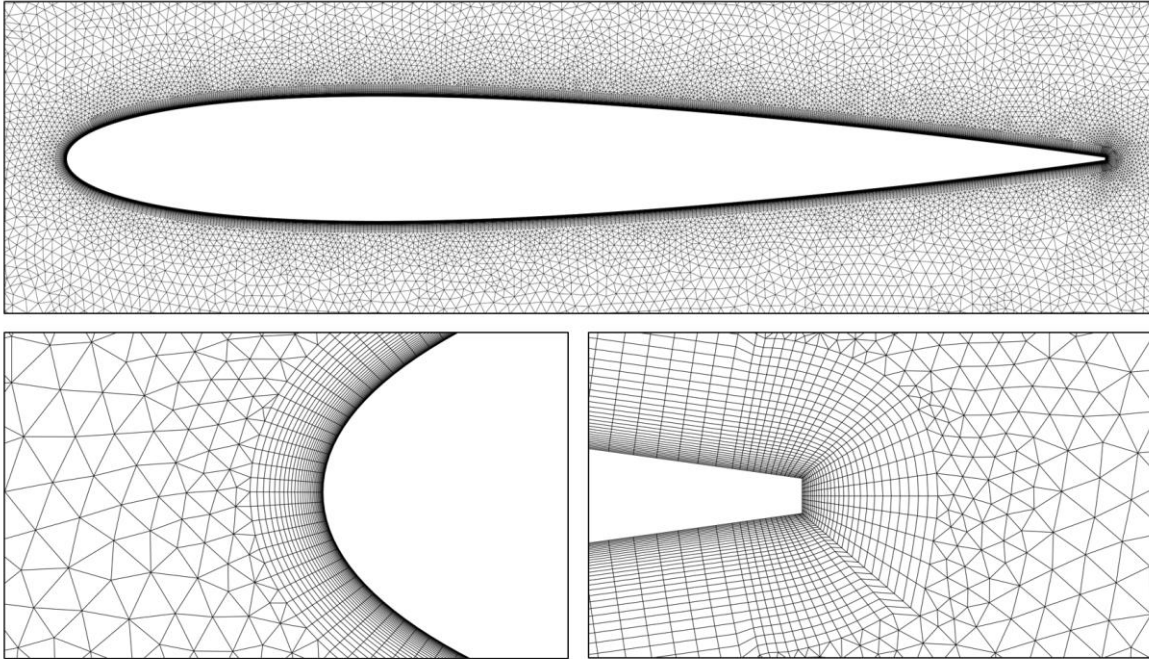


Figura 7: Acercamiento a la malla en la proximidad del perfil alar

Esta malla tiene un total de 292,795 elementos y los parámetros de calidad se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros de calidad de la malla

Valor	Razón de aspecto	Calidad del elemento	Oblicuidad	Calidad ortogonal
Mínimo	1.00	0.165	$5.18 \cdot 10^{-7}$	0.399
Máximo	11.9	1.00	0.521	1.000
Promedio	1.93	0.864	$4.17 \cdot 10^{-2}$	0.975

Estos valores confirman que la malla es de alta calidad y apropiada para simulación (ANSYS, 2022).

3.2.2 Condiciones de borde

Para modelar distintos ángulos de ataque sin modificar la geometría del perfil, se ajustan las condiciones de frontera del dominio computacional. En particular, los bordes superior, inferior y semicircular se definen como entradas de velocidad (*velocity inlet*), en las cuales se prescriben las componentes U_x y U_y de la velocidad según el ángulo de ataque:

$$U_x = U_\infty \cos(\alpha) \wedge U_y = U_\infty \sin(\alpha) \quad (38)$$

Donde U_∞ es la magnitud de velocidad del flujo incidente y α es el ángulo de ataque. Esta estrategia permite mantener fija la orientación de la geometría y evita remallados o rotaciones del perfil.

El borde vertical de salida se establece como una salida de presión (*pressure outlet*) con presión manométrica igual a cero, lo que permite que el campo de presión se adapte naturalmente al desarrollo del flujo y evita condiciones artificiales que podrían generar reflexiones numéricas. Esta configuración es adecuada para flujos externos subsónicos y mejora la estabilidad numérica (ANSYS, 2022).

Para cuantificar las fluctuaciones turbulentas del flujo, se utiliza el concepto de intensidad turbulenta, definida como:

$$I = \frac{u_{rms}}{U_\infty} \quad (39)$$

Donde u_{rms} es el valor cuadrático medio de las fluctuaciones de velocidad.

Se asignó un valor de 1% de intensidad turbulenta a las condiciones de borde de entrada de velocidad y salida de presión.

En la Figura 8 se ilustran las condiciones de borde aplicadas al dominio de la simulación.

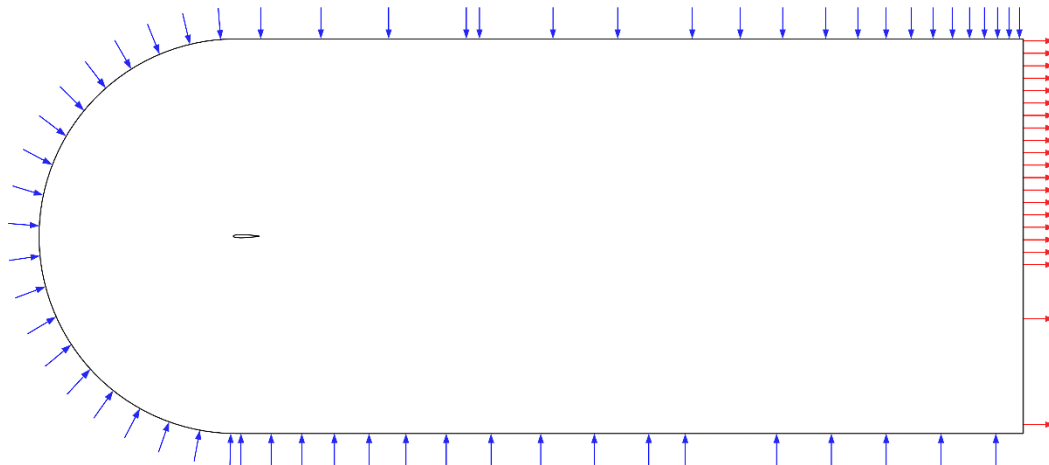


Figura 8: Condiciones de borde del dominio

Las superficies del perfil se asignaron como paredes con condición de no deslizamiento (*no-slip wall*), lo que permite resolver correctamente la capa límite y obtener con precisión los coeficientes de fricción y presión requeridos para la evaluación del desempeño aerodinámico.

Finalmente, se especificaron las propiedades del fluido: la presión de operación corresponde a la presión atmosférica al nivel del mar (101.325 Pa), la densidad del aire se fijó en 1.225 kg/m^3 y la viscosidad dinámica en $1.7894 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

3.2.3 Métodos de solución

Para resolver las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y transporte de propiedades turbulentas, se utilizó el método de volúmenes finitos en su formulación estacionaria, implementado en ANSYS Fluent. El acoplamiento entre la presión y la velocidad se abordó mediante el esquema *Coupled*, que resuelve simultáneamente las ecuaciones de continuidad y momento lineal. A diferencia de métodos segregados, este enfoque permite una transferencia más eficiente de información entre las variables del flujo, lo que favorece la estabilidad y acelera la convergencia en configuraciones donde existen fuertes gradientes de presión, como ocurre en perfiles aerodinámicos a distintos ángulos de ataque. Para el tratamiento del flujo en mallas no estructuradas, se activó la interpolación de *Rhie-Chow*, la cual evita oscilaciones no físicas en la presión en regiones con topología irregular del mallado, al asegurar una relación coherente entre la presión y el campo de velocidades.

En cuanto a la discretización espacial, se emplearon esquemas de segundo orden para los términos convectivos y de presión. Este tipo de esquemas se basa en interpolaciones lineales entre celdas vecinas, lo que permite reconstruir los valores de las variables en las caras de control con mayor precisión que los esquemas de primer orden. En lugar de asumir que el valor de una variable en una cara es igual al de la celda aguas arriba, como hace el esquema de primer orden, el esquema de segundo orden considera la pendiente local de la variable en el campo de celdas, utilizando una aproximación lineal que incorpora información de múltiples celdas vecinas. Esto permite representar con mayor fidelidad gradientes fuertes en el flujo, como los que se producen cerca de la superficie del perfil o en la región de estela.

El cálculo de gradientes para los términos difusivos y para la reconstrucción de variables en las caras se realizó mediante el método *Least Squares Cell Based*, que ofrece buena precisión incluso en geometrías complejas o mallas altamente no ortogonales. Para la interpolación de la presión se utilizó un esquema de segundo orden, lo que mejora la resolución del campo de presión y favorece la captura adecuada de zonas de aceleración o desaceleración del flujo.

Por su parte, las ecuaciones de cantidad de movimiento, así como las ecuaciones del modelo de turbulencia $k - \omega$ SST (para la energía cinética turbulenta y la tasa específica de disipación), fueron discretizadas mediante el esquema *Second Order Upwind*. Este método extiende el enfoque de interpolación lineal aguas arriba, eligiendo los valores de las variables en función de la dirección del flujo local y de la distribución espacial dentro del vecindario de celdas.

3.3 Integración del método adjunto

La optimización aerodinámica se llevó a cabo utilizando el módulo de método adjunto integrado en ANSYS Fluent, el cual opera sobre la solución convergida del caso

estacionario. Por tanto, antes de iniciar el proceso de optimización, fue necesario resolver completamente el flujo en su formulación estacionaria. Una vez obtenida la solución de referencia, se configuró la optimización tomando como observable la eficiencia aerodinámica, la cual se estableció como función objetivo. Se impuso un valor objetivo elevado (100), no por su realismo físico, sino como una forma de dirigir el proceso hacia una mejora continua de dicha métrica.

Los esquemas numéricos utilizados en la resolución adjunta fueron consistentes con los del *solver* directo, lo que garantiza coherencia en la evaluación de los gradientes. En particular, se utilizó el método *Least Squares Cell Based* para el cálculo de gradientes, interpolación de segundo orden para la presión, y el esquema *Second Order Upwind* para los términos convectivos de momento

La región del dominio sujeta a modificación se muestra en la Figura 9.

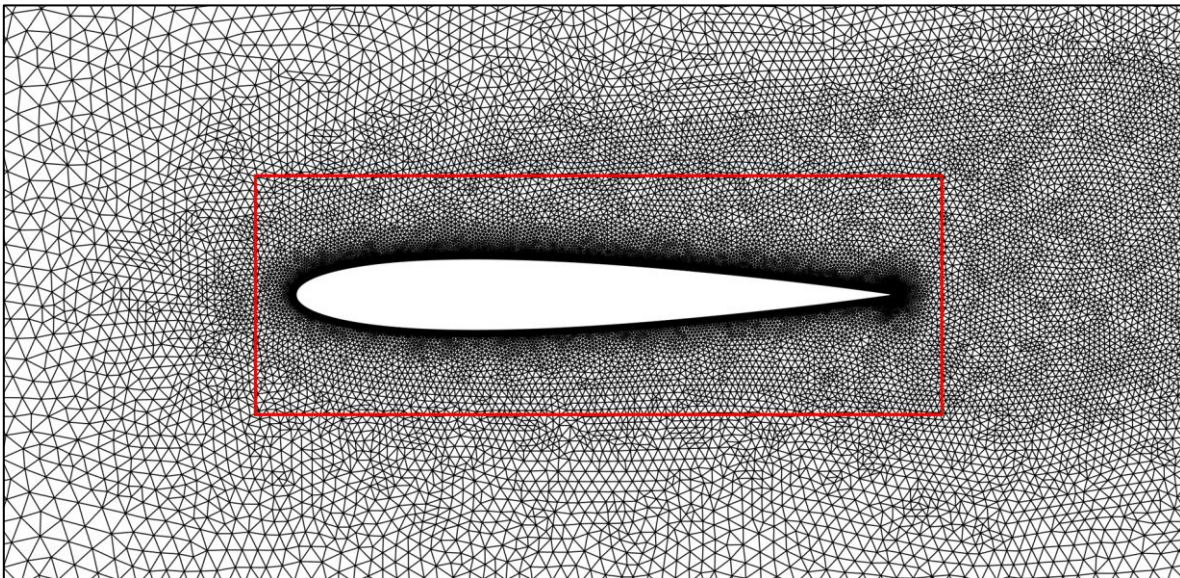


Figura 9: Región de modificaciones

Sobre esta zona se aplicaron deformaciones suaves utilizando el método de funciones base radiales (RBF). Para permitir al optimizador explorar libremente el espacio de diseño, se definió un número elevado de iteraciones de diseño. Cada una de estas iteraciones corresponde a un ciclo completo que involucra: deformación de la malla en función de las sensibilidades, generación de una nueva malla, resolución del flujo estacionario (200 iteraciones) y posterior resolución del sistema adjunto (300 iteraciones), con el fin de actualizar las derivadas funcionales que alimentan la siguiente etapa de deformación.

Se estableció un criterio de convergencia para el *solver* adjunto con un residuo objetivo de $5e-3$, además de una restricción de calidad de malla basada en una ortogonalidad mínima de 0.1. Estas condiciones buscan garantizar que el proceso de optimización no solo apunte hacia una mejora del desempeño aerodinámico, sino que lo haga sobre una base numéricamente sólida y controlada.

4 Resultados

4.1 Validación del análisis aerodinámico mediante CFD

En la Figura 10 se presentan los resultados experimentales junto con los obtenidos mediante simulación CFD para ambos casos de estudio.

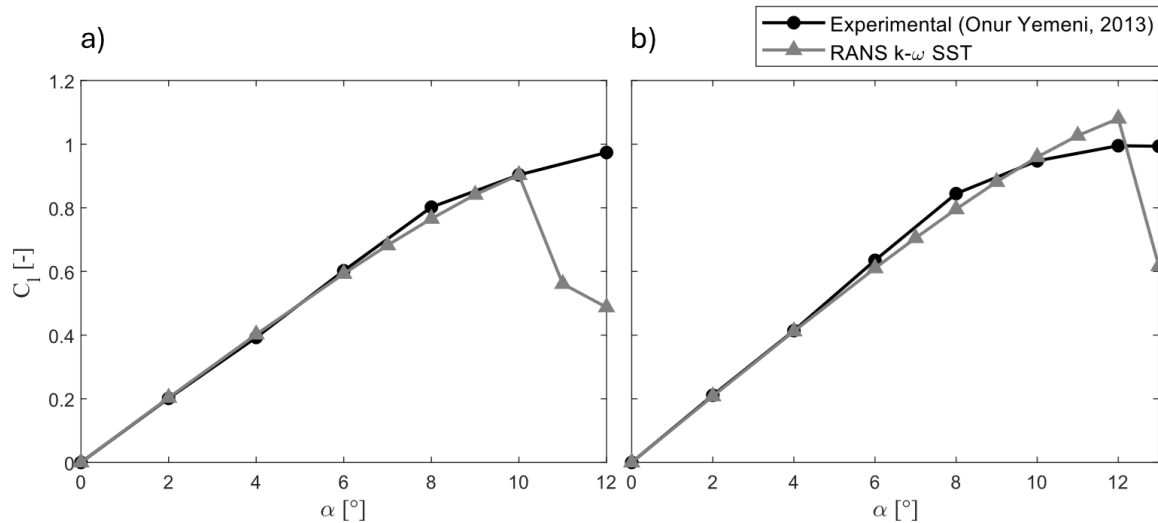


Figura 10: Comparación del coeficiente de sustentación obtenido por simulación y por datos experimentales. a) $v = 10$ m/s - b) $v = 20$ m/s

La pérdida repentina de sustentación (*stall*) se produjo entre los 10° y 11° de ángulo de ataque cuando la magnitud de la velocidad del flujo libre es de 10 m/s, y entre 12° y 13° cuando esta alcanza los 20 m/s. Cabe destacar que, una vez ocurrida la pérdida de sustentación, el modelo CFD, al estar basado en una formulación bidimensional y estacionaria, no es capaz de representar con fidelidad el comportamiento del flujo real, el cual es inherentemente tridimensional y no estacionario en ese régimen. Por este motivo, se optó por excluir del análisis los resultados numéricos posteriores al punto de separación, ya que carecen de validez física en dichas condiciones.

4.2 Optimización del perfil alar mediante el método adjunto

La Figura 11 muestra los resultados obtenidos con la metodología desarrollada, comparando el perfil original con la versión optimizada para cada ángulo de ataque.

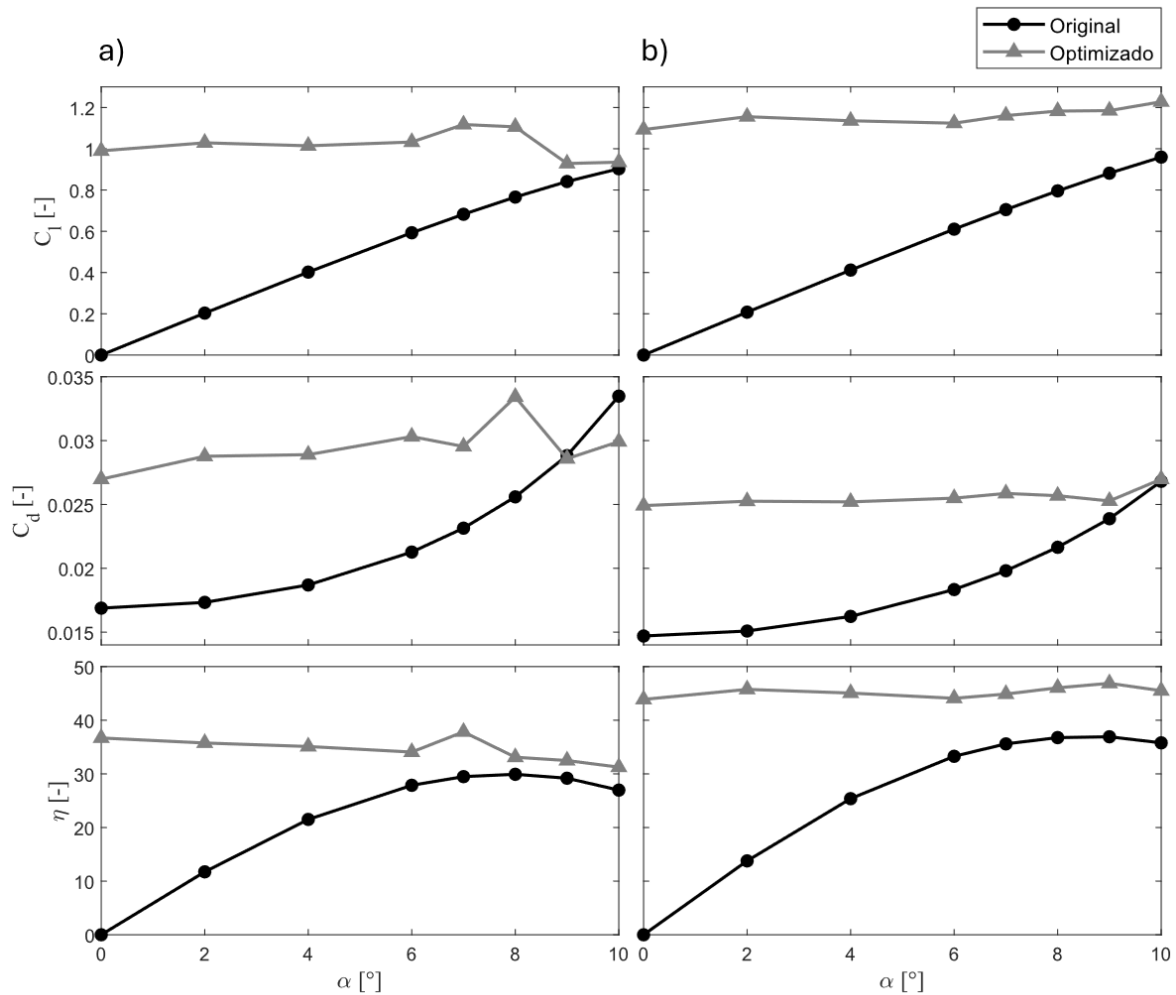


Figura 11: Comparación de los coeficientes aerodinámicos del perfil original y optimizado: a) $v = 10$ m/s, b) $v = 20$ m/s

Se observó que el método adjunto fue consistente en la optimización de la eficiencia aerodinámica, alcanzando un valor máximo de 37.8 a 7° de ángulo de ataque y 46.9 a 9°, para velocidades de flujo libre de 10 m/s y 20 m/s, respectivamente. En el caso de 10 m/s, el ángulo de ataque correspondiente a la máxima eficiencia aerodinámica se redujo de 8° a 7°, en comparación con la geometría original.

En las Tabla 2 y Tabla 3 se presentan los valores promedio de los coeficientes aerodinámicos, calculados como un promedio aritmético simple de los valores obtenidos en cada simulación.

Tabla 2: Coeficientes aerodinámicos promedio para velocidad de flujo libre igual a 10 m/s

Parámetro	Original	Optimizado	Diferencia
$C_{l,prom}$	0.549	1.02	+85.7%
$C_{d,prom}$	0.0232	0.0296	+27.7%
η_{prom}	22.1	34.5	+59.4%

Tabla 3: Coeficientes aerodinámicos promedio para velocidad de flujo libre igual a 20 m/s

Parámetro	Original	Optimizado	Diferencia
$C_{l,prom}$	0.572	1.16	+103 %
$C_{d,prom}$	0.0196	0.0256	+30.8%
η_{prom}	27.2	45.3	+66.5%

Los resultados evidencian mejoras significativas en el desempeño aerodinámico tras la aplicación del método adjunto. En ambos casos, se observó un aumento considerable del coeficiente de sustentación promedio ($C_{l,prom}$) y, en menor medida, un incremento del coeficiente de arrastre promedio ($C_{d,prom}$). Este comportamiento refleja una reconfiguración geométrica que favorece una mayor generación de sustentación a costa de un aumento moderado del arrastre, resultando en una mejora neta de la eficiencia aerodinámica

En la Figura 12 y Figura 13 se presenta una comparación de los contornos de magnitud de velocidad y presión estática entre la geometría original y la optimizada, correspondientes al ángulo de máxima eficiencia aerodinámica del perfil original, para velocidades de flujo libre de 10 m/s y 20 m/s.

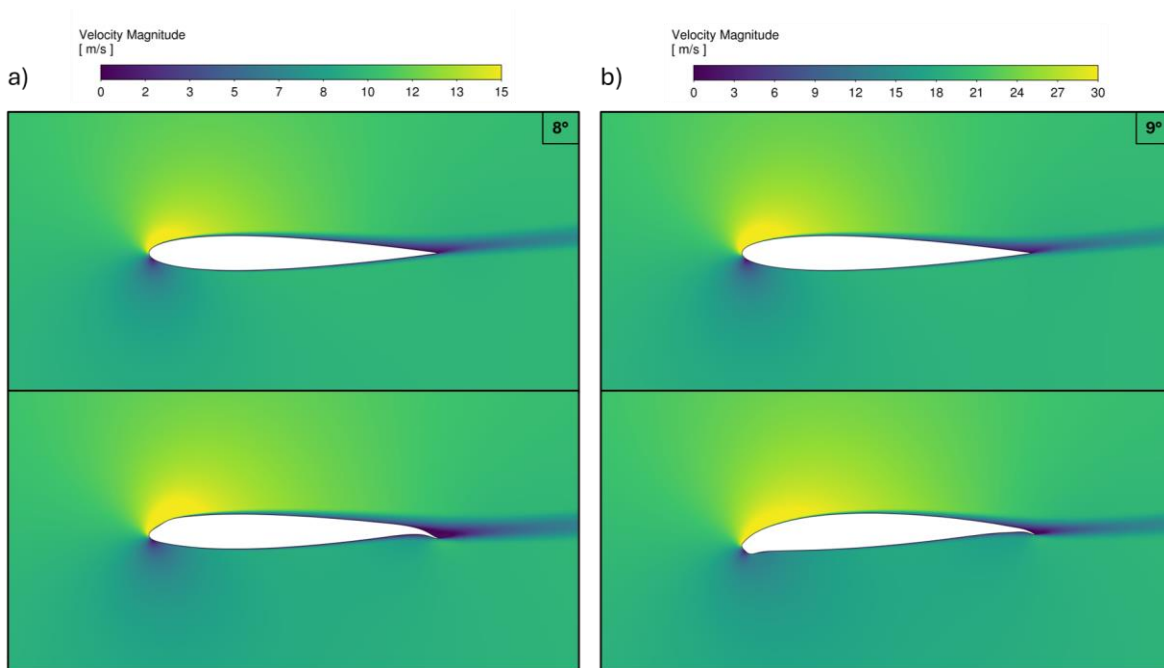


Figura 12: Comparación de la magnitud de velocidad al ángulo de máxima eficiencia aerodinámica del perfil original: perfil original vs. optimizado. a) $v = 10 \text{ m/s}$, b) $v = 20 \text{ m/s}$

En el caso a), se registró una velocidad local máxima de 19.6 m/s en la geometría original, frente a 19.8 m/s en la optimizada. En el caso b), los valores fueron de 43.4 m/s y 34.8 m/s , respectivamente.

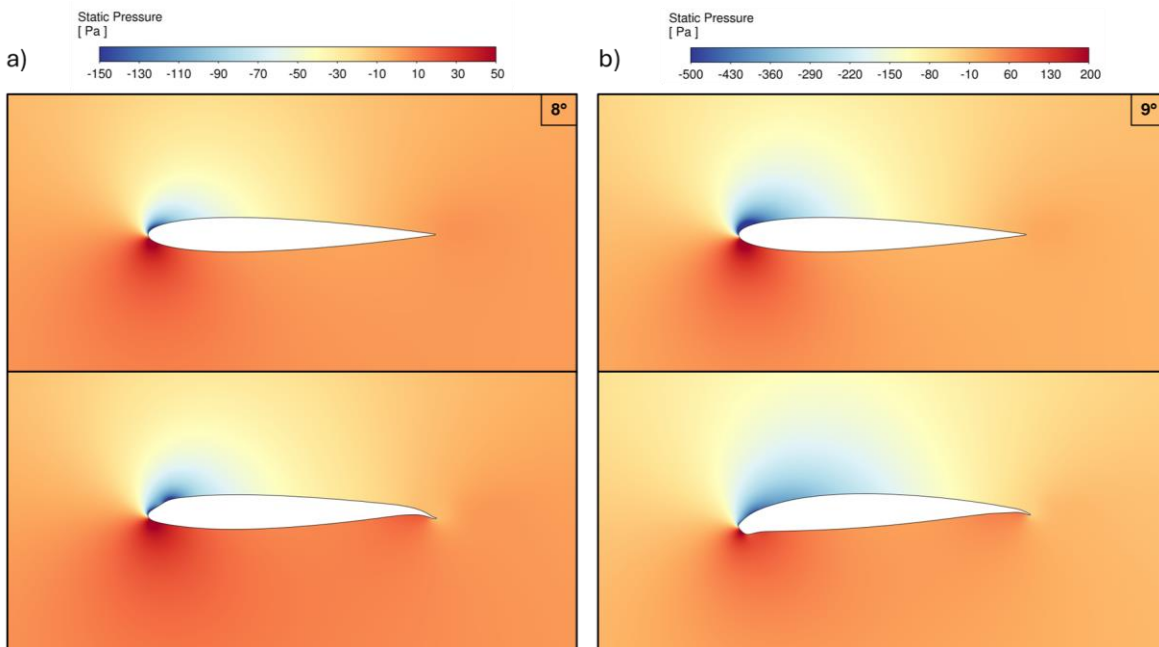


Figura 13: Comparación de la presión estática al ángulo de máxima eficiencia aerodinámica del perfil original: perfil original vs. optimizado. a) $v = 10 \text{ m/s}$, b) $v = 20 \text{ m/s}$

En el caso a), el intervalo global de presión estática (en Pascales) corresponde a [-192,61] para la geometría original y [-199,60] para la geometría optimizada. En el caso b), los intervalos son [-976,241] y [-566,243], respectivamente.

En la Figura 14 se muestran los coeficientes de fricción y de presión para el caso a).

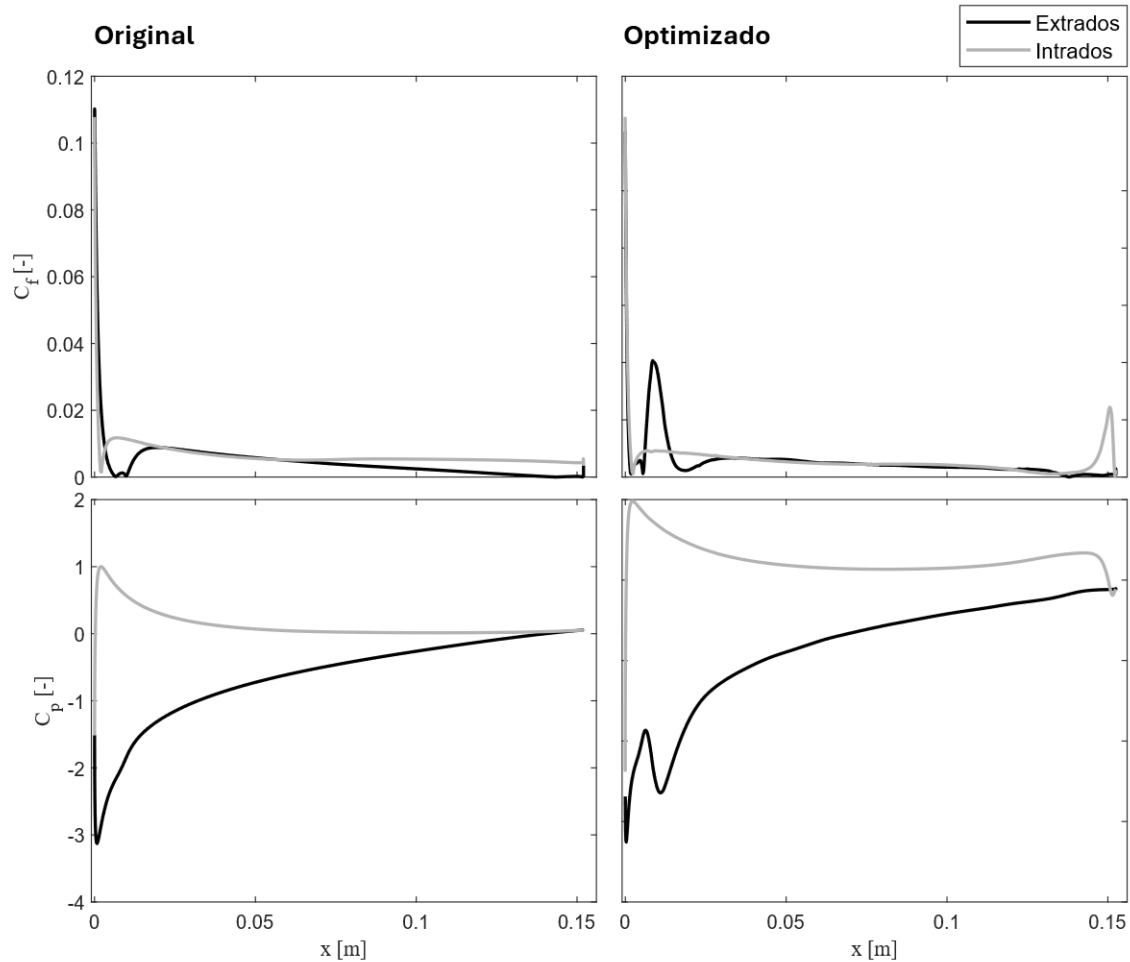


Figura 14: Coeficiente de fricción y presión para para el caso a)

Se observó un aumento abrupto del coeficiente de fricción en el extradós, debido a la hendidura en el borde de ataque, que provoca que el flujo choque posteriormente con la pared, produciendo un segundo punto de estancamiento y reenergizando la capa límite y generando un incremento local de vorticidad. Además, el gráfico del coeficiente de presión muestra que, en comparación con la geometría original, las mayores diferencias de magnitud se concentran en el intradós, mientras que la distribución en el extradós se mantiene relativamente similar, excepto por la región en donde el flujo vuelve a chocar con la pared.

En la Figura 15 se muestran los coeficientes de fricción y de presión para el caso b).

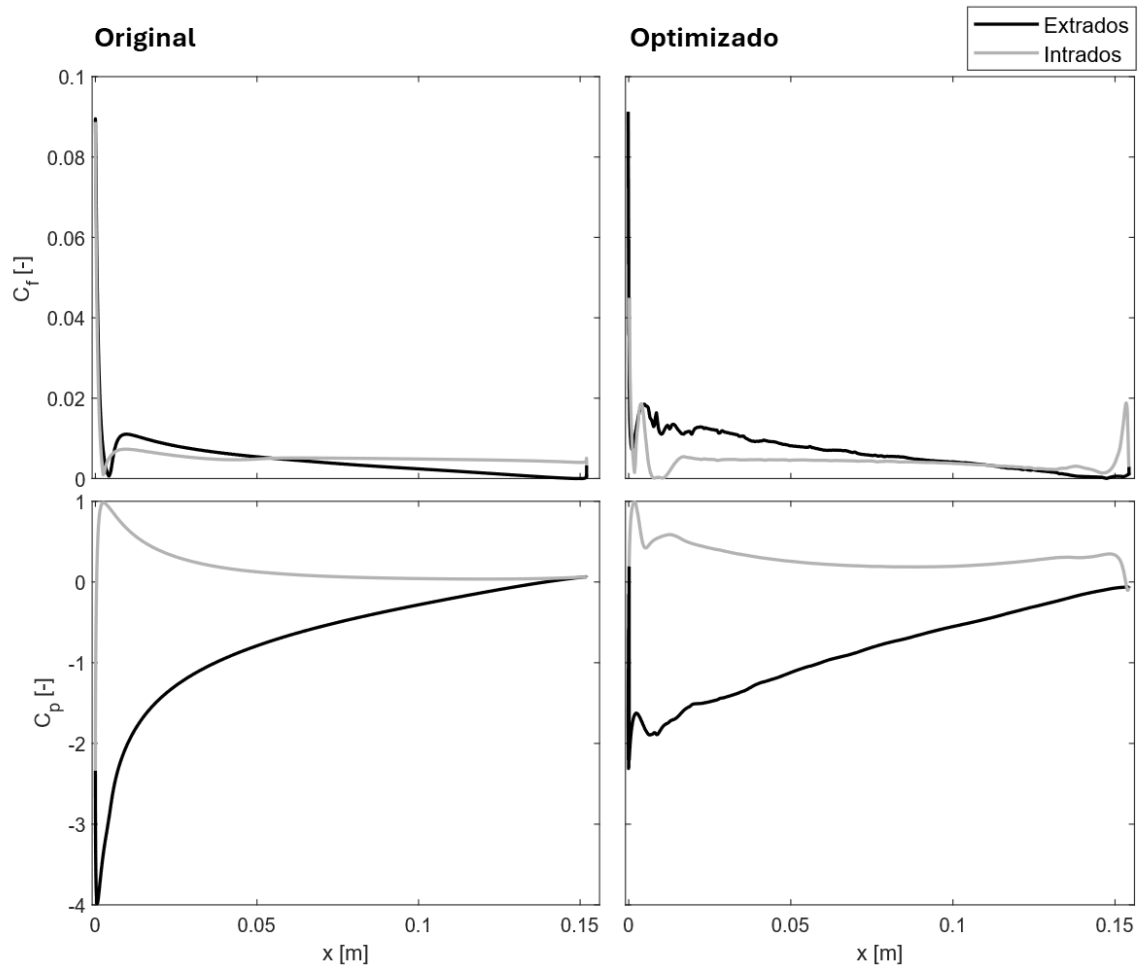
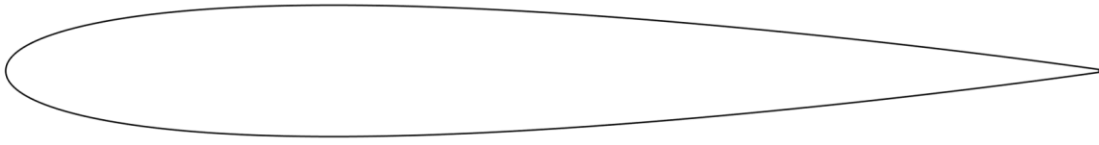


Figura 15: Coeficiente de fricción y presión para para el caso b)

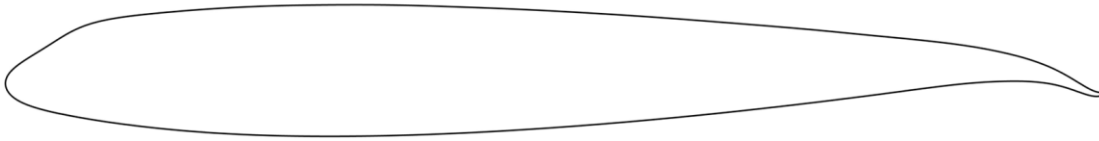
En este caso, el gráfico del coeficiente de fricción también reveló un efecto asociado a la hendidura, ahora ubicada en el intradós. El flujo impacta inicialmente en un punto de estancamiento cercano a dicha hendidura y, debido a un cambio abrupto en la curvatura de la superficie, se genera una segunda zona de impacto más adelante sobre el intradós. Este comportamiento se refleja en el gráfico del coeficiente de presión, que muestra una disminución significativa en la succión del extradós respecto a la geometría original. Esto sugiere que la modificación geométrica promueve un flujo más estable y posiblemente más laminar, reduciendo la intensidad de los gradientes de presión.

La Figura 16 presenta los perfiles alares correspondientes al caso original y a las geometrías optimizadas que alcanzaron la máxima eficiencia aerodinámica para cada condición de velocidad (10 m/s y 20 m/s). Esta comparación permite visualizar las modificaciones geométricas introducidas por el proceso de optimización, así como su relación con el desempeño aerodinámico logrado.

NACA12 C152 ORIGINAL



NACA12 C152/VEL10/8AOA MAX ETA/OPT ETA



NACA12 C152/VEL20/9AOA MAX ETA/OPT ETA

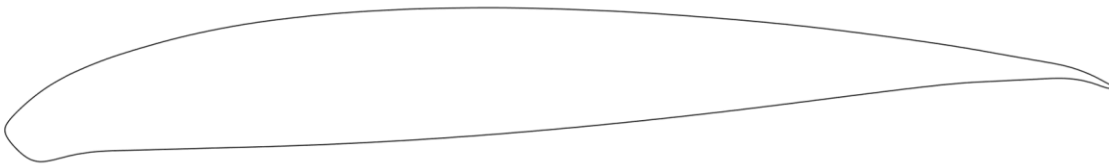


Figura 16: Perfiles alares: original y optimizados para máxima eficiencia aerodinámica a 8° (caso a) y 9° (caso b)

En ambos casos, la curvatura del perfil se incrementó, con modificaciones significativas tanto en el borde de ataque como en el borde de fuga.

5 Discusión

5.1 Discusión sobre el caso experimental

La discusión comienza con una crítica al diseño experimental del caso de estudio, en el cual se empleó un túnel de viento con una razón de aspecto (definida como el cociente entre la profundidad del túnel y su altura) de 1.525. La envergadura del ala coincide con la profundidad del túnel; si bien esto no representa un problema en sí mismo, una razón de aspecto tan baja ocasiona que la capa límite de las paredes del túnel de viento induzcan efectos tridimensionales en el flujo. Dichos efectos pueden comprometer la validez de las mediciones realizadas en la sección media del ala, donde se asume un comportamiento bidimensional.

De acuerdo con el estudio de (Vinuesa, Schlatter, & Nagib, 2015), la razón de aspecto mínima requerida en un ducto para minimizar significativamente los efectos tridimensionales inducidos por las paredes laterales es del orden de $AR \approx 24$.

Por lo tanto, comparar los resultados de una simulación donde el flujo se considera estrictamente bidimensional con datos experimentales afectados por la tridimensionalidad inducida por las paredes laterales del túnel de viento introduce un grado de incertidumbre inherente, independiente del ángulo de ataque considerado.

La diferencia porcentual máxima observada entre el coeficiente de sustentación simulado y el experimental, dentro del rango de ángulos de ataque válidos descritos en la sección 4.1, alcanza aproximadamente un 6 % para 9° de ángulo de ataque en el caso con velocidad de flujo libre de 20 m/s.

5.2 Discusión sobre los resultados del método adjunto

Como se mencionó anteriormente, el método adjunto fue consistente en la optimización de eficiencia aerodinámica, independiente del ángulo de ataque (ver Figura 11). El método adjunto hizo modificaciones basadas en los gradientes de sensibilidad obtenidos para la función objetivo (C_l/C_d) dirigiendo los desplazamientos de la geometría hacia configuraciones que maximizaban este cociente. Estos gradientes, calculados respecto a las coordenadas nodales de la malla, indicaban las regiones del perfil donde pequeñas deformaciones generaban un mayor impacto positivo en la eficiencia aerodinámica.

Al analizar la dinámica del flujo en las condiciones de máxima eficiencia aerodinámica, se obtiene información relevante sobre las causas fundamentales de la variación de los coeficientes aerodinámicos globales.

En la Figura 17 se presenta una comparación del campo de intensidad turbulenta correspondiente a dicha condición, para una velocidad del flujo libre de 10 m/s.

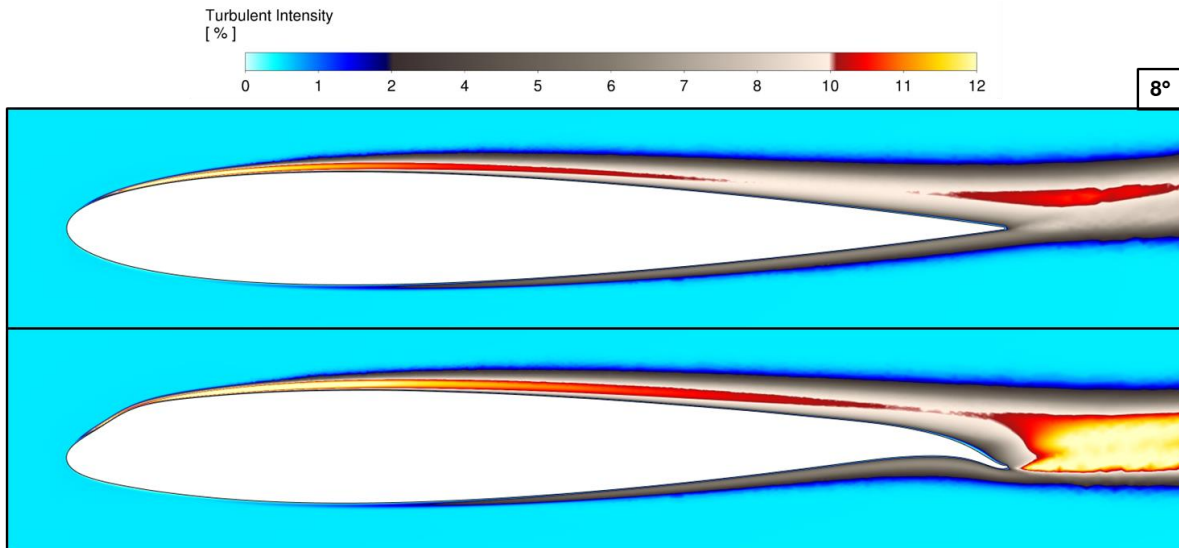


Figura 17: Campo de intensidad turbulenta [%] en el flujo externo del perfil NACA12 original (arriba) y del perfil optimizado (abajo), al ángulo de ataque de máxima eficiencia aerodinámica a una velocidad de flujo libre de 10 m/s

Se observó que un aumento en la vorticidad del flujo en el extradós induce un incremento en la velocidad local, lo que a su vez genera una disminución de la presión estática (incremento del efecto de “succión”). Este comportamiento también se aprecia en la Figura 12 y Figura 13, que muestran los campos de velocidad y presión estática, respectivamente.

La vorticidad máxima registrada fue de $3.65 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ para el perfil original y $4.14 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ para el perfil optimizado.

A pesar del aumento de velocidad y vorticidad, la intensidad turbulenta no incrementó significativamente. Los valores máximos alcanzados fueron de 14.3% para el perfil original y 14.7% para el optimizado, lo cual sugiere un aumento controlado de la turbulencia en la región de interés. Es decir, en este caso el objetivo de maximizar la eficiencia aerodinámica estaría dándose principalmente por mecanismos que aumentan la sustentación, a costa una penalización por aumento en arrastre.

En la Figura 18 se presenta una comparación del campo de intensidad turbulenta para una velocidad del flujo libre de 20 m/s.

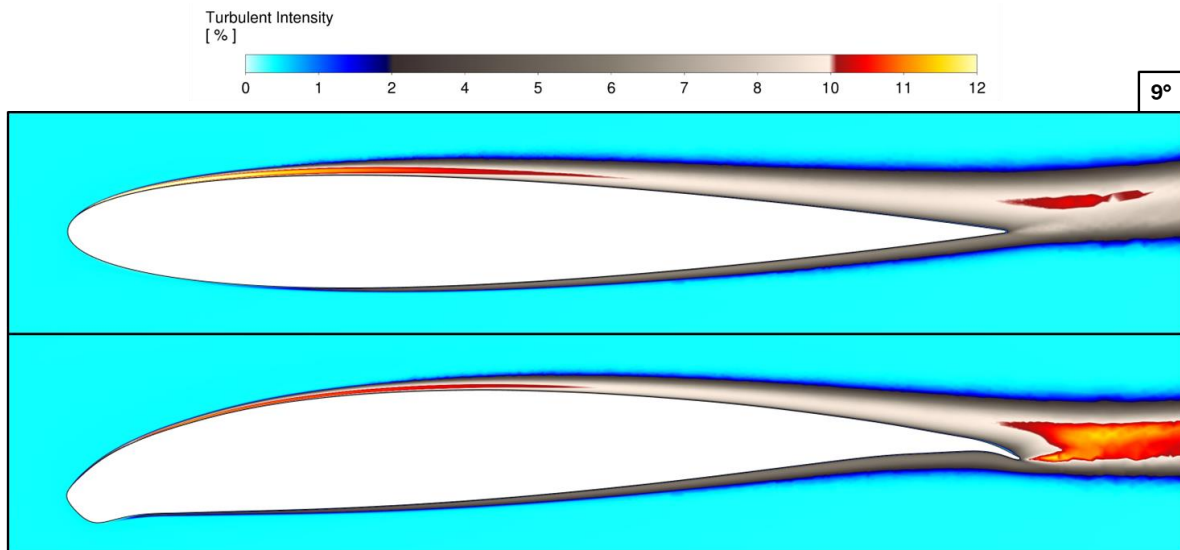


Figura 18: Campo de intensidad turbulenta [%] en el flujo externo del perfil NACA12 original (arriba) y del perfil optimizado (abajo), al ángulo de ataque de máxima eficiencia aerodinámica a una velocidad de flujo libre de 20 m/s

En este caso, el perfil optimizado presentó una disminución de la velocidad local máxima, que pasó de 43.4 m/s en el perfil original a 34.8 m/s en el perfil optimizado. Asimismo, la vorticidad máxima se redujo de $1.15 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ a $9.89 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$, y la intensidad turbulenta máxima descendió de 16.1% a 11.8%. Esto indica que, en este caso específico, la optimización se orientó hacia una reducción del arrastre mediante el mantenimiento de un flujo más laminar. Este comportamiento se logró gracias a una mayor curvatura en la zona del borde de ataque, la cual redirige el flujo incidente y favorece su adherencia al perfil.

En resumen, la hipótesis inicial se cumplió, puesto que el método adjunto logró incrementar la eficiencia aerodinámica adaptando la geometría del perfil a las condiciones de operación. A 10 m/s, la optimización se centró en aumentar la circulación para generar mayor sustentación, aceptando una leve penalización en arrastre. A 20 m/s, en cambio, se priorizó un flujo más ordenado y de menor intensidad turbulenta para minimizar el arrastre, manteniendo una sustentación suficiente. En ambos escenarios, el algoritmo identificó zonas estratégicas para modificar la geometría con base en los gradientes de sensibilidad, lo que permitió una mejora localizada y eficaz de la relación C_l/C_d .

5.3 Limitaciones del estudio y propuestas

Es importante reconocer las limitaciones del presente estudio, las cuales se detallan a continuación:

La metodología CFD desarrollada se aplicó a flujos incompresibles, monofásicos y bidimensionales. Sin embargo, su generalización a tres dimensiones es directa desde el punto de vista numérico.

Para extender el análisis a una simulación tridimensional del perfil alar, pueden considerarse diferentes condiciones de contorno en las paredes laterales del dominio:

- Si se desea simular un dominio lateralmente infinito, se pueden definir las caras laterales como condiciones periódicas. En este caso, el flujo que sale por una cara reingresa por la opuesta. Para que esta condición sea válida, es necesario dimensionar adecuadamente el espesor del dominio en la dirección transversal, de forma que se capturen correctamente las estructuras turbulentas sin que estas interactúen artificialmente consigo mismas.
- Alternativamente, si se definen como condiciones de simetría, se impone que no exista flujo normal ni cizalla a través de dichas caras, lo que las convierte en paredes con deslizamiento perfecto. Aunque los resultados pueden ser similares a los obtenidos con condiciones periódicas, esta aproximación es más artificial y menos representativa del entorno físico real.

En el caso de estudiar un ala completa en lugar de un perfil bidimensional, las paredes laterales del dominio deben modelarse como entradas de velocidad, con el perfil ubicado suficientemente alejado de los límites del dominio para evitar interferencias artificiales. Esto es fundamental para capturar correctamente los efectos tridimensionales asociados a los vórtices generados en los extremos del ala, producto de la interacción entre zonas de alta y baja presión.

Para reducir el costo computacional, es posible simular solo la mitad del dominio mediante la aplicación de una condición de simetría en el plano central del ala. Sin embargo, esta simplificación solo es válida si el flujo no presenta una componente de velocidad perpendicular al plano de simetría, ya que de lo contrario se introducirían errores significativos en la solución.

Respecto al método adjunto, se propone que en futuros trabajos la formulación del objetivo de optimización incluya restricciones geométricas y físicas que aseguren soluciones realistas y controladas. Por ejemplo, pueden imponerse restricciones sobre la longitud de la cuerda, el espesor máximo del perfil, o la posición del punto de espesor máximo, con el fin de preservar características aerodinámicas y estructurales clave del perfil.

Asimismo, la estabilidad puede verse comprometida si la optimización conduce a geometrías con gradientes de presión desfavorables, centros de presión muy desplazados o comportamiento altamente sensible a perturbaciones. Por ello, es posible incorporar restricciones adicionales o términos de penalización que limiten estos efectos, ya sea explícitamente, controlando, por ejemplo, la posición del centro aerodinámico, o indirectamente, mediante el control de ciertas variables de flujo.

Además, pueden incluirse términos de penalización o bonificación en la función objetivo asociados a observables como la vorticidad en zonas cercanas al perfil, la intensidad turbulenta, la distribución del esfuerzo de corte, o fenómenos como la reflexión de ondas en configuraciones acústicas o hidrodinámicas. Estas estrategias permiten orientar la optimización hacia configuraciones que, además de cumplir con un objetivo primario (como maximizar sustentación o minimizar arrastre), mantengan propiedades físicas deseadas y eviten comportamientos inestables o no deseados del flujo.

No fue incluido un análisis de factibilidad de diseño mecánico. Sin embargo, se propone que una investigación futura siga en esta línea y considere un diseño robótico/hidráulico basado quizás en elementos que se inflan/desinflan, como en el reciente estudio de (Giordano, y otros, 2024) que presenta un ala robótica flexible para vehículos submarinos no tripulados (UUVs), actuada hidráulicamente. Utiliza dos cámaras inflables conectadas por una bomba peristáltica para permitir la deformación del perfil alar, logrando cambios significativos en la curvatura y mejorando el rendimiento hidrodinámico en condiciones específicas de velocidad y ángulo de ataque.

6 Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten afirmar que se cumplió el objetivo general de desarrollar una metodología de optimización aerodinámica basada en el método adjunto para mejorar el desempeño de perfiles aerodinámicos en condiciones de bajo número de Reynolds. Asimismo, se alcanzaron los objetivos específicos: se validó el modelo CFD para analizar fenómenos relevantes como la separación del flujo y la formación de burbujas de recirculación; se implementó exitosamente el método adjunto en Ansys Fluent para optimizar geometrías de referencia, con una definición clara de función objetivo, restricciones y variables de diseño; y se evaluaron cuantitativamente las mejoras alcanzadas, demostrando aumentos significativos en la relación sustentación-arrastre respecto de las configuraciones originales.

La hipótesis planteada fue confirmada contundentemente por los resultados obtenidos. El método adjunto demostró efectividad consistente en la optimización de la eficiencia aerodinámica, adaptándose automáticamente a las condiciones específicas de operación e implementando estrategias diferenciadas que maximizaron la relación sustentación-arrastre. La metodología desarrollada constituye una herramienta robusta para el diseño aerodinámico en aplicaciones de bajo número de Reynolds, incluyendo vehículos aéreos no tripulados, turbinas eólicas de baja velocidad, y sistemas de propulsión naval y submarina.

Uno de los hallazgos más relevantes del estudio es la capacidad adaptativa del método adjunto, que ajusta su estrategia de optimización según las condiciones de operación. En el régimen de baja velocidad (10 m/s), el algoritmo priorizó el incremento de sustentación mediante circulación y vorticidad controladas, aceptando una penalización moderada en arrastre. En alta velocidad (20 m/s), la optimización se orientó hacia la reducción del arrastre mediante flujo más ordenado y menos turbulento, preservando niveles adecuados de sustentación. Esta capacidad de adaptación demuestra la robustez del método adjunto para responder a diferentes regímenes de flujo característicos de aplicaciones de bajo Reynolds.

La efectividad del método adjunto se demostró mediante mejoras sustanciales en la eficiencia aerodinámica, con incrementos promedio del 59.4% y 66.5% para las condiciones de 10 m/s y 20 m/s respectivamente. La magnitud de las mejoras obtenidas sugiere que la metodología desarrollada puede tener un impacto significativo en la eficiencia energética de sistemas aerodinámicos operando en condiciones de bajo Reynolds.

El análisis de los mecanismos físicos proporcionó comprensión profunda de los procesos responsables de las mejoras. Se identificó que el control estratégico de la capa límite mediante modificaciones geométricas localizadas, la gestión optimizada de la vorticidad y turbulencia, y la optimización de la distribución de presión constituyen los pilares fundamentales del éxito metodológico. Esta comprensión de los fenómenos físicos subyacentes facilita la interpretación de los resultados y proporciona fundamentos científicos para el desarrollo de estrategias de optimización más avanzadas.

No obstante, el estudio presenta limitaciones que deben ser consideradas en futuras investigaciones. La comparación con datos experimentales se vio afectada por las

características del túnel de viento utilizado, que presentaba una relación de aspecto baja ($AR = 1.525$), introduciendo efectos tridimensionales que no fueron capturados en las simulaciones bidimensionales. Esta limitación sugiere la necesidad de extender la metodología a simulaciones tridimensionales para obtener una representación más fiel de las condiciones reales de operación.

Una línea de investigación particularmente prometedora es la exploración de tecnologías de *morphing wings* que permitan la implementación práctica de las geometrías optimizadas. El estudio de (Giordano, y otros, 2024) representa un ejemplo exitoso de esta aproximación. Sistemas similares basados en actuadores hidráulicos, neumáticos o de memoria de forma podrían implementarse para materializar las modificaciones geométricas identificadas por el método adjunto, especialmente las variaciones de curvatura y las hendiduras estratégicas en los bordes de ataque y fuga.

En este contexto, se propone como extensión fundamental del presente trabajo el desarrollo de modelos de orden reducido (ROM) entrenados a partir de simulaciones CFD de alta fidelidad. Esta aproximación metodológica permitiría crear un sistema predictor de flujo en tiempo real que capture las características aerodinámicas esenciales del perfil bajo diferentes condiciones de operación y configuraciones geométricas. El modelo de orden reducido propuesto integraría técnicas de descomposición en modos propios ortogonales (POD) para capturar la dinámica dominante del flujo, algoritmos de aprendizaje automático para establecer relaciones entre parámetros geométricos y respuesta aerodinámica, y métodos de interpolación temporal para predicción de estados transitorios durante el *morphing*, similar al trabajo semestral realizado por (Rojas Araya & Sepúlveda Carrasco, 2024).

Este sistema predictor constituiría la base para el diseño posterior de un sistema de control robusto para *morphing wings*, permitiendo la optimización adaptativa en tiempo real de la geometría del perfil en función de las condiciones de vuelo cambiantes. La implementación de este enfoque integrado representaría un avance significativo hacia la materialización de aeronaves verdaderamente adaptables y eficientes, donde la optimización aerodinámica computacional se combine con tecnologías de actuación física y control predictivo para crear sistemas aerodinámicos que respondan automáticamente a las variaciones en las condiciones operacionales.

Esta integración entre optimización computacional y tecnologías de *morphing* constituye una frontera tecnológica que podría revolucionar el diseño aerodinámico adaptativo en aplicaciones de bajo Reynolds. Los incrementos sustanciales en eficiencia aerodinámica demostrados en este estudio sugieren que la implementación de esta metodología, especialmente cuando se combina con tecnologías de *morphing* alar y sistemas de control predictivo, podría resultar en mejoras significativas en el desempeño operacional y la eficiencia energética de estos sistemas, abriendo nuevas posibilidades para el diseño de aeronaves altamente eficientes y adaptables.

Referencias

- Aero Design Labs. (1 de Agosto de 2023). *Aero Design Labs hits fuel and carbon emission reduction targets with its drag reduction kit for the Boeing 737-800*. Obtenido de <https://aerodesignlabs.com/aero-design-labs-hits-fuel-and-carbon-emission-reduction-targets-with-its-drag-reduction-kit-for-the-boeing-737-800/>
- Anderson, J. D. (2017). *Fundamentals of Aerodynamics* (Sexta ed.). McGraw Hill.
- ANSYS. (2022). *Ansys Fluent Theory Guide*.
- Cimbala, Y. A. (2018). *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill Education.
- Cuciumita, C., Qin, N., & Shahpar, S. (2023). Adjoint based aero-structural design optimisation of a transonic fan blade. *Journal of Power and Energy*. doi:10.1177/09576509231162169
- Eftekhari, S., & Shafiq Mahdi Al-Obaidi, A. (2019). Investigation of a NACA0012 Finite Wing Aerodynamics at Low Reynold's Numbers and 0° to 90° Angle of Attack. *Journal of Aerospace Technology and Management*, 11. doi:<https://doi.org/10.5028/jatm.v11.1023>
- Frisch, U. (1995). *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9781139170666
- Giles, M. B., & Pierce, N. (2001). An Introduction to the Adjoint Approach to Design. *Flow, Turbulence and Combustion*. doi:10.1023/A:1011430410075
- Giordano, A., Achenbach, L., Lenggenhager, D., Wiesemüller, F., Vonbank, R., Mucignat, C., . . . Kovač, M. (2024). A Soft Robotic Morphing Wing for Unmanned Underwater Vehicles. *Journal of Advanced Intelligent Systems*, 6(6). doi:10.1002/aisy.202300702
- Golmirzaee, N., & Wood, D. (2024). Some effects of domain size and boundary conditions on the accuracy of airfoil simulations. *Advances in Aerodynamics*, 6(1). doi:10.1186/s42774-023-00163-z
- Jacobs, E. N., Ward, K. E., & Pinkerton, R. M. (1933). *The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable-Density Wind Tunnel*. NACA Technical Report No. 460, National Advisory Committee for Aeronautics. Obtenido de <https://ntrs.nasa.gov/citations/19930091108>
- Lissaman, P. B. (1983). Low-Reynolds-Number Airfoils. *Annual Review of Fluid Mechanics*. doi:10.1146/annurev.fl.15.010183.001255
- Liu, J.-L. (2005). Intelligent Genetic Algorithm and Its Application to Aerodynamic Optimization of Airplanes. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. doi:10.2514/1.7070

- Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 32, 1598-1605. doi:10.2514/3.12149
- Mueller, T. J. (2001). *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications* (Vol. 195). doi:10.2514/4.866654
- Patankar, S., & Spalding, D. (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15, 1787-1806. doi:10.1016/0017-9310(72)90054-3
- R. R. A. Martins, J., & Ning, A. (2022). *Engineering Design Optimization*. Cambridge University Press. doi:10.1017/9781108980647
- Rojas Araya, R., & Sepúlveda Carrasco, I. (2024). *Modelo de orden reducido para control activo de flujo en un backward-facing step a partir de simulaciones CFD*. Informe final de la asignatura Integradora Solución de un Problema Complejo, Universidad de Concepción, Departamento de Ingeniería Mecánica. Obtenido de https://udeconce-my.sharepoint.com/:b:/g/personal/rrojas2020_udec_cl/EWC1I_MDepNAqymiMmfMU2oBIAKtTyOJmFAWJycLOBnpg?e=fMYWcl
- van Stratan, G., Roy, S., & Yam, K. (2023). MATEC Web of Conferences. *Aerodynamic Shape Optimization of a NACA0018 Airfoil Using Adjoint Method and Gradient-Based Optimizer*, 377. doi:10.1051/mateccconf/202337701016
- Vinuesa, R., Schlatter, P., & Nagib, H. (2015). On minimum aspect ratio for duct flow facilities and the role of side walls in generating secondary flows. *Journal of Turbulence*, 16(6), 588-606. doi:10.1080/14685248.2014.996716
- Volvo. (16 de Diciembre de 2024). *Las claves de cómo Volvo Trucks y el diseño aerodinámico de su nueva cabina Aero consiguen ahorrar un 7%* de consumo de combustible*. Obtenido de <https://www.volvotrucks.es/es-es/news/press-releases/2024/dec/las-claves-de-como-volvo-trucks-y-el-diseno-aerodinamico-de-su-n.html>
- Yemenici, O. (2013). Experimental Investigation of the Flow Field around NACA0012 Airfoil. *International Journal of Sciences*, 2(8), 98-101. Obtenido de <https://www.ijsciences.com/pub/article/242>
- Zhang, X., Zhang, Y., & Chen, G. (2020). The aerodynamic optimisation of a low-Reynolds paper plane with adjoint method. *The Aeronautical Journal*. doi:10.1017/aer.2020.78