



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

CARACTERIZACIÓN DE LA DINÁMICA PARLAMENTARIA EN SISTEMAS BIPARTIDISTAS CON LEGISLADORES INDEPENDIENTES: UN ENFOQUE SOCIOFÍSICO

POR: GERARDO ISMAEL MILLAR SÁEZ

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la
Universidad de Concepción para optar al grado académico de Magíster en
Ciencias con Mención en Física

Marzo de 2025
Concepción, Chile

Profesor Guía: Dr. Hernán Astudillo Parra
Profesor Co-Guía: Dr. Ignacio Ormazábal Inostroza

© 2025, Gerardo Millar Sáez

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

A mis padres.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es la culminación de años de estudio, en los cuales el apoyo de varias personas fue fundamental para llegar a este momento.

Quiero comenzar agradeciendo y dedicando este trabajo a mis padres, Macarena Sáez Caamaño y Osvaldo Millar Alarcón, quienes fueron mi principal pilar desde el inicio, brindándome un apoyo incondicional en todas mis decisiones, sin el cual nada de esto hubiera sido posible. También agradezco a mis dos hermanos, Fernando y Verena, quienes fueron un apoyo constante.

A lo largo de mi formación como físico, tuve la fortuna de contar con compañeros y amigos cuya presencia fue crucial tanto en lo académico como en lo personal. En este sentido, agradezco a Pedro Contreras Corral, José Huenchual Escobar y Tomás Troncoso Enríquez por todas las horas de trabajo y de distensión compartidas. También quiero mencionar a Nicolás Parra Sepúlveda, quien apareció durante mis estudios de magíster, aportando incontables risas, buenos momentos y valiosos conocimientos.

Agradezco a mi pareja, Camila Matus Rozas, por su apoyo y cariño incondicionales a lo largo de los últimos años, tanto en los momentos buenos como en los difíciles.

Finalmente, quiero agradecer a mis guías de tesis, el Dr. Hernán Astudillo y el Dr. Ignacio Ormazábal, por el tiempo y la paciencia brindados. Gracias, Ignacio, por todas las conversaciones, tanto académicas como personales, que sin duda fueron fundamentales para completar este proceso. Te agradezco por todo tu apoyo y buena disposición, y espero que también sientas este logro como tuyo.

Resumen

En diversos sistemas parlamentarios, es común que dos grandes partidos o coaliciones dominen la toma de decisiones, lo que puede favorecer la concentración del poder y limitar la representación de la diversidad de intereses ciudadanos. Para contrarrestar esta tendencia, se ha propuesto la incorporación de legisladores independientes, sin embargo, no se ha caracterizado completamente su efecto en la eficiencia de los procesos legislativos.

En este trabajo, mostramos cómo la inclusión de legisladores independientes puede mejorar significativamente la eficiencia parlamentaria, entendida como la capacidad de aprobar leyes con alto beneficio social. Para ello, analizamos un modelo basado en agentes inspirado en el diagrama de Cipolla, con el fin de evaluar cómo la composición del parlamento influye en su eficiencia. Mediante simulaciones computacionales y una aproximación de campo medio, identificamos umbrales en la proporción de independientes que provocan cambios abruptos en la dinámica legislativa. Construimos un diagrama de fases que describe la relación entre la composición del parlamento y su capacidad para alcanzar consensos. En particular, corroboramos la existencia de una configuración óptima, denominada la “regla de oro de la eficiencia”, en la que se balancean la tasa de aprobación y la ganancia colectiva maximizando la eficiencia.

Estos resultados indican que la eficiencia parlamentaria no varía de forma lineal con la inclusión de independientes, sino que presenta transformaciones en su composición comparables a fenómenos en sistemas físicos. Este marco analítico ofrece herramientas cuantitativas para evaluar diseños institucionales y explorar reformas parlamentarias que mejoren la representatividad y la toma de decisiones en contextos de alta polarización.

Keywords – Dinámica parlamentaria, Sistema bipartidista, Legisladores independientes, Sociofísica, Modelos basados en agentes.

Abstract

In various parliamentary systems, it is common for two major parties or coalitions to dominate decision-making, which can favor the concentration of power and limit the representation of the diversity of citizen interests. To counteract this tendency, the incorporation of independent legislators has been proposed, however, its effect on the efficiency of legislative processes has not been fully characterized.

In this study, we show how the inclusion of independent legislators can significantly improve parliamentary efficiency, understood as the ability to pass laws with high social benefit. For this purpose, we analyze an agent-based model inspired by the Cipolla diagram, in order to evaluate how the composition of parliament influences its efficiency. Using computational simulations and a mean-field approach, we identify thresholds in the proportion of independents that cause abrupt changes in legislative dynamics. We construct a phase diagram that describes the relationship between the composition of parliament and its ability to reach consensus. In particular, we corroborate the existence of an optimal configuration, called the “golden rule of efficiency,” in which the approval rate and collective gain are balanced by maximizing efficiency.

These results indicate that parliamentary efficiency does not vary linearly with the inclusion of independents, but exhibits compositional transformations comparable to phenomena in physical systems. This analytical framework offers quantitative tools to evaluate institutional designs and explore parliamentary reforms that improve representativeness and decision making in highly polarized contexts.

Keywords – Parliamentary dynamics, Two-party system, Independent legislators, Socio-physics, Agent-based models.

Índice general

AGRADECIMIENTOS	I
Resumen	II
Abstract	III
Índice general	IV
Índice de tablas	VI
Índice de figuras	VII
1. Introducción	1
2. Marco Teórico	3
2.1. Sistemas Complejos	3
2.2. Sociofísica	4
2.3. Modelos de dinámicas de la opinión	5
2.4. Modelos basados en agentes	7
2.5. Diagrama de Cipolla	8
2.6. Modelo parlamentario	10
2.6.1. Distribución de los agentes	10
2.6.2. Acto legislativo	11
2.6.3. Medidas de una legislatura	13
2.6.4. Parámetros del modelo	14
2.7. Aproximación de campo medio	14
3. Hipótesis y Objetivos	16
3.1. Hipótesis	16
3.2. Objetivo general	16
3.3. Objetivos específicos	17
4. Metodología	18
4.1. Implementación del modelo	18
4.2. Cálculo de puntos característicos	20
4.3. Implementación de la aproximación de campo medio	23
4.4. Probabilidad de aceptación	23

5. Resultados	26
5.1. Replicación de resultados	26
5.2. Análisis paramétrico	29
5.2.1. Variación del tamaño del sistema	37
5.2.2. Variación del porcentaje partido mayoritario	39
5.3. Umbrales de comportamiento	41
6. Discusión	45
6.1. Fases del modelo	45
6.2. Punto C	49
6.3. Limitaciones y extensiones del modelo	50
7. Conclusión	53
Referencias	56
Apéndices	60
A.	60
A1. Diagrama de flujo	60

Índice de tablas

2.6.1. Reglas de votación	13
2.6.2. Parámetros del modelo	14

Índice de figuras

2.5.1. Diagrama de Cipolla	9
2.6.1. Distribución de agentes y ventanas de aceptación en el diagrama . .	11
2.7.1. Aproximación de campo medio	15
4.1.1. Distribuciones circulares	19
4.2.1. Cálculo del punto de máxima eficiencia	21
4.2.2. Cálculo del punto de inflexión de $\langle N_{acc\%} \rangle$	22
5.1.1. Comparación de métricas por legislatura para $N_{ind} = 0$	27
5.1.2. Comparación de métricas por legislatura para $N_{ind} = N$	27
5.1.3. Comparación de los resultados de eficiencia promedio	28
5.1.4. Efecto de la resolución en la eficiencia promedio	29
5.2.1. Promedio de las métricas del modelo	30
5.2.2. Momentos de las distribuciones de $N_{acc\%}$	32
5.2.3. Momentos de las distribuciones de Y	32
5.2.4. Momentos de las distribuciones de Eff	33
5.2.5. Distribuciones suavizadas de las métricas	33
5.2.6. Porcentaje de propuestas aceptadas por punto para P_M	35
5.2.7. Porcentaje de propuestas aceptadas por punto para P_m	36
5.2.8. Promedio de las métricas al variar N	38
5.2.9. Promedio de las métricas al variar p	40
5.2.10. Puntos característicos	41
5.3.1. Diagrama de fases	43
5.3.2. Probabilidad de aceptación	44
6.1.1. Fases del modelo	46
A1.1. Diagrama de flujo de la implementación del modelo	60
A1.2. Diagrama de flujo del acto legislativo	61

Capítulo 1

Introducción

Todos los órganos representativos, como el parlamento, tienden a la formación de oligarquías. La “ley de hierro” describe la tendencia irrefrenable a concentrar el poder en los líderes debido a la burocracia y la delegación de tareas dentro de la organización [1]. Algunos sistemas políticos han implementado la elección de representantes de forma aleatoria con el fin de combatir la formación de oligarquías, como fue el caso de la democracia ateniense y en ciudades-estado italianas mediante mecanismos como la “Brevia” y el “Scrutinio e Tratta” [2].

El parlamento es uno de los órganos más importantes del Estado, cuya función primordial es la elaboración de leyes. La mayoría de países cuentan con esta institución [3]. En los sistemas bipartidistas, donde el poder legislativo se divide entre dos grandes partidos o coaliciones, la toma de decisiones puede verse afectada por la concentración de poder. Ejemplos de esta estructura se encuentran en Estados Unidos [4] y en países como Argentina, Brasil y Chile, donde las coaliciones agrupan a partidos con afinidad ideológica [5]. Para contrarrestar estos efectos, se ha propuesto la inclusión de legisladores independientes electos de forma aleatoria en el sistema bipartidista [6].

Por otra parte, el estudio de estructuras sociales con opiniones y votaciones ha dado lugar a modelos de dinámica de la opinión, y de forma general a modelos basados en agentes, que buscan simular propiedades del sistema real a estudiar [7, 8]. Uno de estos modelos corresponde al modelo parlamentario basado en agentes propuesto por Pluchino et al. [6], que representa un parlamento bipartidista al que se introducen legisladores independientes aleatorios, permitiendo analizar cómo

su presencia modifica la dinámica y los resultados del sistema. Este modelo ha mostrado que, en ciertas proporciones, la inclusión de independientes mejora la eficiencia parlamentaria al equilibrar la cantidad de leyes aprobadas y su beneficio social.

En este trabajo profundizaremos en el estudio del modelo parlamentario propuesto por Pluchino et al. [6] aumentando la resolución con la que fue abordado originalmente y explorando detalladamente sus parámetros, esto con el objetivo de construir y caracterizar el diagrama de fases de comportamiento que presenta el modelo y sus limitaciones. Para abordar la inclusión de legisladores independientes aleatorios en un sistema parlamentario bipartidista, describiremos los detalles de la implementación del modelo (Sección 4.1), junto con las técnicas utilizadas para calcular puntos característicos en las métricas del sistema, en los cuales se alcanza la eficiencia máxima del parlamento o se observan cambios en las tendencias (Sección 4.2). Presentaremos los resultados obtenidos al replicar el modelo, con el objetivo de validar su implementación (Sección 5.1). Al variar los distintos parámetros del sistema como la cantidad de legisladores independientes, el tamaño total del sistema y el porcentaje de legisladores en cada partido, mostraremos cómo estas variaciones influyen en las métricas globales del modelo, junto con los puntos característicos calculados numéricamente (Sección 5.2). Siguiendo la aproximación de campo medio propuesta por Pluchino et al. [6] (Sección 2.7), encontraremos analíticamente los puntos característicos, que representan umbrales entre distintas regiones de comportamiento (Sección 5.3). Con los puntos característicos analizados tanto de forma numérica como analítica, procederemos a la discusión de las regiones o fases que definen el comportamiento del sistema (Sección 6.1). Finalmente, discutiremos las limitaciones del modelo como la dificultad para definir de manera precisa sus ejes en un contexto real y las posibles extensiones (Capítulo 6.3).

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Sistemas Complejos

Definir qué son los sistemas complejos, en qué consiste la complejidad y cómo se mide ha sido un desafío recurrente en la literatura, sin que se lograra un acuerdo general durante mucho tiempo [9–12]. Sin embargo, a raíz del Premio Nobel de Física 2021, otorgado a científicos que han trabajado en este campo, y de las reflexiones publicadas por los editores de *JPhys Complexity*, algunos físicos han propuesto una definición que ha ganado aceptación [13]. La definición más aceptada es la siguiente:

Los sistemas complejos consisten en múltiples elementos que interactúan localmente, dando lugar a fenómenos macroscópicos que no pueden deducirse de las propiedades individuales de sus componentes.

Dado que esta definición presenta problemas de ambigüedad, como cuántos son muchos elementos y qué implica realmente la emergencia, también se cuenta con una serie de propiedades que suelen tener los sistemas considerados complejos [14]:

- No linealidad: No se puede aplicar un principio de superposición.
- Retroalimentación: Cuando un elemento del sistema interactúa con el resto, estos responden y dicha respuesta afecta al primero. Esta propiedad es especialmente relevante en sistemas dinámicos complejos.
- Autoorganización: Surge un orden macroscópico a partir de interacciones

microscópicas sin la intervención de un control centralizado.

- Robustez: El sistema es estable ante perturbaciones.
- Emergencia: El sistema es más que la suma de sus partes. Aparecen comportamientos que no se pueden entender desde el reduccionismo [15].
- Jerarquía: Existen varios niveles de organización.
- Numerosidad: El sistema está compuesto por un gran número de elementos que presentan muchas interacciones entre ellos.

Estas propiedades no siempre son suficientes ni necesarias para identificar un sistema como complejo, pero son características habituales de este tipo de sistemas.

Sobre la definición de complejidad, hay varias propuestas de cantidades que miden cuán complejo es un sistema [9–12]. Se tiene la idea intuitiva de que un sistema es complejo cuando se encuentra en un punto intermedio entre un sistema completamente ordenado y otro completamente aleatorio, y una medida apropiada de complejidad debería capturar esta idea, pero no existe un consenso claro sobre qué es ni si se puede medir [16].

2.2. Sociofísica

La sociofísica es un área interdisciplinaria de la física que se enfoca en el estudio de los comportamientos sociales. Un fenómeno social que puede ser analizado desde la física es el comportamiento colectivo, donde la interacción entre numerosos individuos diluye su identidad individual [17]. Para esto, se utilizan herramientas de la mecánica estadística [7, 18]. Sin embargo, es necesario justificar la extrapolación de estas herramientas, que se aplican al comportamiento de sistemas de átomos, a otras áreas. Aunque los átomos y las personas son muy diferentes, ambos son los elementos fundamentales en sus respectivas áreas de estudio. Además, existe una similitud en el proceso de pasar de un átomo a muchos átomos y de una persona a un grupo de personas, lo que se conoce como la universalidad de los mecanismos micro-macro [19], un concepto que describe cómo los principios de las interacciones a pequeña escala se aplican de manera similar a gran escala. Uno de los primeros acercamientos entre las ciencias sociales y la física es la similitud entre los modelos de Schelling e Ising, que fueron desarrollados en paralelo para

estudiar la segregación étnica en la población y el comportamiento de materiales ferromagnéticos, respectivamente [20].

Uno de los conceptos clave de la física estadística utilizados en la sociofísica es el de las transiciones de fase, donde, en términos generales, un sistema evoluciona de estados más desordenados a estados más ordenados o viceversa [7].

El estudio de sistemas sociales se simplifica al centrarse en una propiedad representativa de los individuos, en lugar de considerar todas sus características particulares. [18]. Es posible realizar este proceso considerando distintas propiedades por separado y luego complementar los resultados obtenidos [19]. Sin embargo, esta simplificación requiere trabajar con una representación de las personas conocida como agentes, una abstracción útil que facilita el estudio de los sistemas sociales sin necesidad de representar todas las características individuales de cada persona [18], la cual se profundizará en la [sección 2.4](#). Además, es importante destacar el beneficio que se obtiene al introducir la aleatoriedad en los sistemas sociales [21, 6, 2].

Serge Galam [22] ha señalado que uno de los cuestionamientos hacia la sociofísica es su posible capacidad de predecir el comportamiento social y las implicaciones éticas asociadas. Sin embargo, el autor argumenta que es imposible predecir totalmente el comportamiento de un sistema con tantos componentes en el corto plazo. En cambio, la sociofísica busca entender el funcionamiento de la sociedad y descubrir las leyes que la rigen, esto con el fin de utilizarlas a nuestro favor. Galam compara este proceso con la comprensión de la gravedad, que no solo permitió comprender por qué los seres humanos no podemos volar por nuestra cuenta, sino que también llevó al desarrollo de aviones para hacerlo.

2.3. Modelos de dinámicas de la opinión

El artículo “Modelos de dinámicas de la opinión. Una revisión de la literatura” [8] ofrece una revisión de los modelos utilizados para estudiar la formación de la opinión pública. El artículo destaca aquellos enfoques que consideran las interacciones microscópicas entre los individuos, y que generan patrones a nivel macroscópico. Este enfoque ha sido ampliamente utilizado en estudios recientes por su capacidad de modelar dinámicas sociales mediante simulaciones basadas en agentes.

El estudio de la opinión pública ha experimentado una evolución significativa, pasando de un análisis descriptivo a uno más generativo y explicativo, centrado en modelos que incorporan las interacciones entre individuos. A diferencia de enfoques que solo observan los patrones macroscópicos de la opinión pública, los modelos generativos permiten entender cómo las dinámicas a nivel micro, es decir, la interacción entre los agentes, conducen a resultados a nivel macro, tales como el consenso, la polarización o la fragmentación de la opinión pública. Estos resultados pueden compararse con las fases de orden y desorden en el *modelo de Ising* [7], donde el consenso corresponde a una fase ordenada, mientras que la polarización o la fragmentación, dependiendo de la cantidad y distribución de las opiniones, se asocian con una fase desordenada.

Se clasifica a los modelos de dinámicas de opinión en tres categorías principales: modelos binarios, continuos y mixtos. Los modelos binarios, como el *voter model* [23, 24] y el *majority rule model* [25], reducen las opiniones a dos posibles estados, como +1 y -1, lo que permite estudiar de forma clara procesos como la formación de consensos o polarización. Estos modelos ofrecen un marco de estudio simple y efectivo, pero a menudo no logran capturar la diversidad de las opiniones humanas, que no siempre se limitan a una dicotomía estricta y suelen tener matices.

Los modelos continuos permiten una representación más rica de las opiniones, al incluir una gama continua de valores en lugar de solo dos extremos. Estos modelos integran el fenómeno de la homofilia, donde los individuos tienden a interactuar con aquellos que comparten puntos de vista similares. Ejemplos representativos de este tipo de enfoques son el *Deffuant model* [26] y el *Hegselmann-Krause model* [27, 28], que simulan cómo las interacciones entre individuos con opiniones diversas pueden llevar a la convergencia de ideas o, en ciertos casos, a la polarización entre grupos.

Los modelos mixtos combinan las características de los modelos binarios y continuos para capturar mejor las dinámicas sociales reales. Estos modelos ofrecen la flexibilidad de representar tanto interacciones simplificadas como complejas, lo que permite un análisis más preciso de sistemas sociales, donde la opinión fluctúa entre extremos y valores intermedios. Entre estos modelos se encuentran los tipo CODA (Continuous Opinions and Discrete Actions) [8], en los cuales se tiene un espectro continuo de opiniones privadas que lleva a una manifestación binaria y pública.

Sin embargo, estos modelos enfrentan varios desafíos. Uno de los principales es la falta de validación empírica con datos reales, lo que limita su aplicabilidad a fenómenos sociales específicos. Además, muchos de estos enfoques no integran adecuadamente aspectos cognitivos y sociales de los agentes, como la influencia de los medios de comunicación o de los líderes de opinión, elementos que juegan un papel fundamental en la formación de las opiniones. Para mejorar la precisión de los modelos, es esencial incorporar estas características y representar de manera más realista la influencia de actores externos.

Un aspecto fundamental de los modelos de dinámicas de opinión es la posibilidad de identificar transiciones entre fases ordenadas (como el consenso) y desordenadas (como la fragmentación o la polarización). Estas transiciones pueden clasificarse, en términos físicos, como de primer o segundo orden. En el *voter model*, por ejemplo, la dinámica lleva eventualmente a un estado de consenso, aunque sin una transición abrupta claramente definida, lo que dificulta su clasificación dentro de un tipo de transición [7]. Por otro lado, el *majority rule model* exhibe transiciones más abruptas, similares a las de primer orden [7], donde pequeños cambios en las reglas de interacción pueden llevar del consenso a la coexistencia de múltiples opiniones. Los modelos continuos, como el *Deffuant model*, muestran una dinámica más variada, donde la polarización y la fragmentación pueden emerger dependiendo de parámetros como el umbral de confianza. En estos modelos las transiciones suelen ser continuas, por lo que son comparables a las transiciones de segundo orden, donde el sistema cambia gradualmente hacia configuraciones más desordenadas. Esta caracterización permite establecer analogías con fenómenos físicos y proporciona una herramienta para analizar el comportamiento colectivo en sistemas complejos.

2.4. Modelos basados en agentes

Los modelos basados en agentes ofrecen una forma efectiva de estudiar la dinámica social a través de simulaciones computacionales. En estos modelos, los agentes son entidades con propiedades específicas que interactúan entre sí según reglas definidas, lo que permite analizar cómo las interacciones individuales generan patrones y comportamientos a nivel global. El objetivo es entender cómo las características a nivel individual pueden dar lugar a fenómenos colectivos como el consenso o la polarización de opiniones [7]. Los elementos fundamentales de estos

modelos son los agentes, que actúan según reglas y atributos propios, el entorno que influye en su comportamiento, y el espacio en el que interactúan [29].

Es importante destacar que los agentes no representan personas en su totalidad, sino que se modelan solo con las características relevantes para el fenómeno social que se analiza. En muchos casos, las características personales no afectan el comportamiento colectivo, por lo que al centrarse en los aspectos clave, los modelos basados en agentes permiten simplificar las interacciones sin perder precisión en la representación del comportamiento colectivo.

Además, para asegurar la representatividad de los resultados, los modelos basados en agentes requieren que el número de agentes sea suficientemente grande, de modo que las diferencias individuales no resulten relevantes y se destaquen las tendencias globales del sistema. Este enfoque permite tratar a los agentes de manera estadística, lo que genera patrones emergentes a nivel macroscópico a medida que las interacciones entre los agentes crean fenómenos sociales a gran escala, independientemente de las características específicas de cada agente [18].

2.5. Diagrama de Cipolla

El diagrama de Cipolla, presentado por el historiador económico Carlo M. Cipolla en su ensayo sobre las leyes fundamentales de la estupidez humana [30], tiene como objetivo clasificar a las personas según la ganancia o pérdida promedio que generan sus acciones tanto para sí mismas como para la sociedad. Este diagrama presenta cuatro categorías: los inteligentes (I , intelligent), cuyas acciones generan ganancias tanto sociales como personales; los altruistas (U , unsuspecting), cuyas acciones les perjudican pero benefician a la sociedad; los malvados (B , bandit), que buscan el beneficio propio a expensas del perjuicio de los demás; y los estúpidos (S , stupid), que perjudican tanto a la sociedad como a sí mismos. Así, ubicando a los grupos en torno a los ejes x e y del plano cartesiano (ver Fig. 2.5.1), tenemos que, si p es la ganancia personal y q la ganancia social, las condiciones que caracterizan

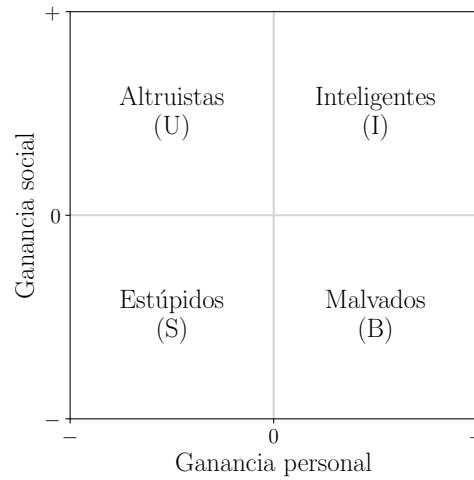


Figura 2.5.1: Diagrama de Cipolla. Fuente: Elaborado a partir del diagrama presentado por C. M. Cipolla [30].

los comportamientos de cada grupo son las siguientes [31]:

$$S : p_s \leq 0 \text{ y } q_s < 0$$

$$U : p_u \leq 0 \text{ y } q_u \geq 0$$

$$I : p_i > 0 \text{ y } q_i \geq 0$$

$$B : p_b > 0 \text{ y } q_b < 0.$$

Cipolla [30] argumenta que todas las personas se pueden clasificar en una de estas cuatro categorías, las cuales están presentes en todos los niveles de la sociedad. Esto incluye a los representantes en los sistemas políticos, donde la presencia de individuos “estúpidos” resulta especialmente peligrosa. En el ámbito político, las decisiones tienen repercusiones colectivas y la subestimación del potencial destructivo de estos actores puede tener consecuencias como crisis institucionales o pérdida de confianza ciudadana. La característica clave de los individuos estúpidos es que, a diferencia de los otros tipos, no tienen consciencia de su propia condición. Así, el diagrama de Cipolla proporciona un marco conceptual para entender la importancia de supervisar actitudes perjudiciales para el sistema.

2.6. Modelo parlamentario

Utilizamos el modelo parlamentario basado en agentes propuesto por Pluchino et al. [6], que se inspira en el diagrama de Cipolla [30]. Este modelo permite estudiar la dinámica parlamentaria mediante la simulación del proceso de propuesta y votación de leyes, considerando las ganancias tanto sociales como personales generadas por las decisiones, para luego determinar la cantidad de propuestas aceptadas, el beneficio social que estas generan y la eficiencia del parlamento. El parlamento simulado está compuesto por dos grandes partidos políticos, o dos coaliciones, y un número de legisladores independientes, cuya inclusión en el sistema modifica y enriquece la dinámica legislativa. Es importante señalar que este modelo no aborda el proceso de elección de los legisladores, enfocándose solo en la dinámica de los parlamentos una vez ya conformados.

2.6.1. Distribución de los agentes

En este modelo, se considera un parlamento compuesto por N legisladores distribuidos entre un partido mayoritario (P_M), un partido minoritario (P_m) y un grupo de N_{ind} legisladores independientes. El número de legisladores de cada partido depende de N_{ind} y del porcentaje p de legisladores no independientes asignados al partido mayoritario. Así, el partido mayoritario (P_M) cuenta con $N_M = (N - N_{ind})p/100$ legisladores, mientras que el partido minoritario (P_m) tiene $N_m = (N - N_{ind})(100 - p)/100$ legisladores, o simplemente $N_m = N - N_{ind} - N_M$.

Espacialmente, los legisladores se distribuyen en un plano donde el eje x representa la ganancia personal que los legisladores esperan obtener de las propuestas de ley que propongan y voten, mientras que el eje y indica la ganancia social que esperan generar para la sociedad. Ambos ejes están acotados entre -1 (máximo perjuicio personal o social) y 1 (máximo beneficio personal o social).

La ubicación de los legisladores depende de su afiliación política. Los legisladores independientes pueden situarse en cualquier punto del plano, y se distribuyen de manera uniforme. En cambio, los legisladores afiliados se agrupan en torno al centro $C_k(x_k, y_k)$ que representa los principios fundamentales del partido, dentro de un radio de tolerancia r_k . Los centros de los partidos también se distribuyen de manera uniforme en el plano, y los miembros de cada partido se asignan aleatoriamente dentro del círculo delimitado por dicho centro y radio.

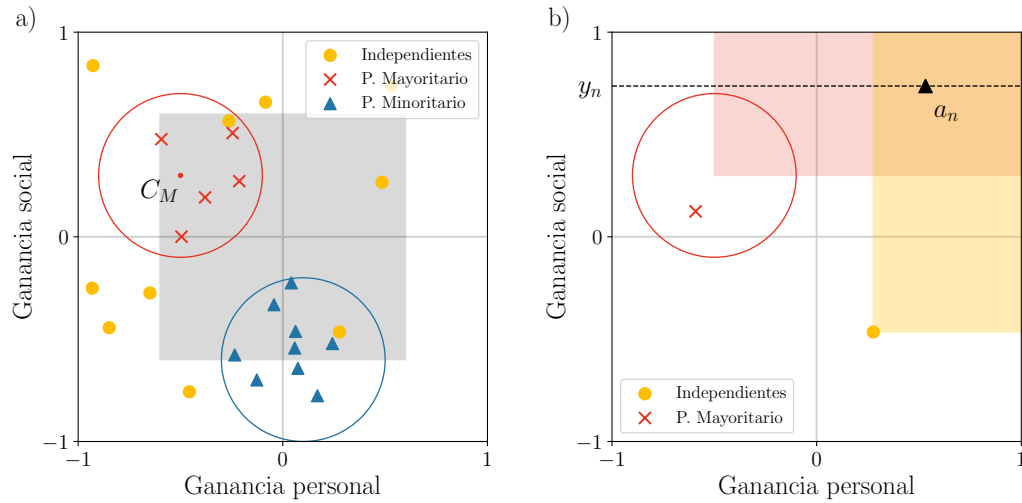


Figura 2.6.1: Distribución de agentes y ventanas de aceptación en el diagrama. **a)** Ejemplo de distribución de los legisladores (agentes) afiliados a los partidos políticos en torno al centro de su respectivo partido (e.g. el centro del partido mayoritario C_M), dentro del círculo con radio de tolerancia r . También se observa el área sombreada que corresponde a las posibles ubicaciones de los centros de los partidos, así como la distribución de los legisladores independientes. **b)** Ejemplo de las ventanas de aceptación para el partido mayoritario y para un legislador independiente, en el que también se observa la posición original de la propuesta a_n (\blacktriangle) y la línea y_n en la que se puede encontrar para los legisladores al votar. Fuente: Elaborado a partir de lo presentado por Pluchino et al. [6].

Un ejemplo de la distribución espacial de los legisladores se muestra en la Fig. 2.6.1a.

2.6.2. Acto legislativo

En el modelo parlamentario, los legisladores proponen y votan leyes basándose en su ubicación dentro del diagrama, lo cual constituye el acto legislativo. En cada acto, un legislador aleatorio l_i propone una ley a_n , cuya posición en el diagrama coincide con la suya, es decir, $a_n(x_n, y_n) = l_i(x_i, y_i)$. Durante la votación, cada legislador emite su voto en función de su posición con respecto a la propuesta y su afiliación política.

En este modelo, se asume que todos los legisladores perciben de igual manera la ganancia social, representada por el valor y . Sin embargo, la ganancia personal, que se define individualmente, varía según el legislador. Así, al votar, el valor x de la propuesta se ajusta aleatoriamente para cada legislador l_j , lo que genera una

posición específica $a_{nj}(x_{nj}, y_n)$, donde solo el valor x_{nj} cambia.

Al momento de votar, cada legislador independiente considera si la posición específica de la propuesta se encuentra dentro de su ventana de aceptación. Esta ventana corresponde a una región en la que los valores de ganancia social y personal son mayores o iguales a los de la posición del legislador l_j . Por lo tanto, l_j votará a favor de la propuesta si $x_{nj} \geq x_j$ e $y_n \geq y_j$. Además, un legislador independiente siempre votará a favor de las propuestas que él mismo realice.

En el caso de los partidos, estos votan como un único agente. Para ello, la posición de la propuesta también se aleatoriza, de manera que, para el partido P_k , la propuesta tiene la posición $a_{nk}(x_{nk}, y_n)$. El partido P_k votará a favor de la propuesta si el legislador que propuso pertenece al partido o si la propuesta se encuentra dentro de la ventana de aceptación del partido. Esta ventana se define en función del centro del partido $C_k(x_k, y_k)$, de modo que el partido votará a favor si $x_{nk} \geq x_k$ e $y_n \geq y_k$. Si alguna de estas condiciones se cumple, todos los miembros del partido emitirán su voto a favor, resultando en un total de N_k votos favorables. La [Fig. 2.6.1b](#) ilustra un ejemplo de ventanas de aceptación y posición de la propuesta a_n , mientras que la [tabla 2.6.1](#) resume las reglas de votación descritas.

Finalmente, una propuesta será aceptada si obtiene más del 50% + 1 de los votos a favor, es decir, al menos $N/2 + 1$ votos. En caso contrario, será rechazada. Para cada propuesta, y especialmente en caso de ser aceptada, un aspecto clave a evaluar es la ganancia social y_n relacionada, pues esta permite medir cuán beneficiosa resulta la propuesta para la sociedad.






		Presenta la propuesta		
		 Miembro de P_k	 Miembro de $P_{k'}$	 Independiente
Vota	 Miembro de P_k	Vota a favor siempre.	Vota según la ventana de aceptación de P_k.	
	 Independiente	Vota según su ventana.		

Tabla 2.6.1: Reglas de votación según la afiliación del legislador que presenta la propuesta y del que vota. Fuente: Elaborado a partir de lo presentado en [32].

2.6.3. Medidas de una legislatura

Cada legislatura L está compuesta por N_a actos legislativos que resultan en la aceptación o rechazo de una propuesta, y una ganancia social y_n si esta es aceptada. Así, para cada legislatura se definen las siguientes tres cantidades:

- Porcentaje de propuestas aceptadas:

$$N_{acc\%}(L) = \frac{N_{acc}(L)}{N_a} \cdot 100\%, \quad (2.6.1)$$

donde $N_{acc}(L)$ es el número de propuestas aceptadas y N_a el número total de propuestas.

- Ganancia social promedio:

$$Y(L) = \frac{1}{N_{acc}(L)} \sum_{n=1}^{N_{acc}} y_n, \quad (2.6.2)$$

con y_n la ganancia social producida por la propuesta aceptada a_n .

- Eficiencia global del parlamento:

$$Eff(L) = Y(L) \cdot N_{acc\%}(L), \quad (2.6.3)$$

ponderando el porcentaje de propuestas aceptadas con la ganancia social promedio.

Parámetro	Rango	Descripción
N		Número total de legisladores.
N_{ind}	$[0, N]$	Número de legisladores independientes.
p	$]50\%, 100\%]$	Porcentaje de legisladores no independientes en el partido mayoritario.
r_k		Radio de tolerancia del partido k .
N_a		Número de actos legislativos por legislatura.

Tabla 2.6.2: Parámetros del modelo. Parámetros del modelo y sus rangos de posibles valores, esto en el caso de estar limitados. Fuente: Elaboración propia.

2.6.4. Parámetros del modelo

Este modelo cuenta con varios parámetros que permiten controlar su comportamiento. La lista de estos se encuentra detallada en la [tabla 2.6.2](#).

2.7. Aproximación de campo medio

La aproximación de campo medio es un enfoque comúnmente utilizado en física estadística y en la modelación de sistemas complejos. En lugar de considerar las interacciones individuales, que pueden ser complicadas y numerosas, se reemplazan por un campo promedio que actúa de manera uniforme sobre todos los componentes del sistema [33]. Esto simplifica el análisis al reducir las interacciones entre los componentes, lo que permite una descripción aproximada del comportamiento global del sistema [33].

En el contexto del modelo parlamentario abordado, se asume que las posiciones de los legisladores independientes y los centros de los partidos se distribuyen uniformemente en sus respectivos planos políticos. A partir de esta suposición, se deduce que la posición promedio de las propuestas se ubica en el centro del plano, es decir, en $(0, 0)$. Con esta base, se estima que aproximadamente un cuarto de los legisladores, ubicados en el cuadrante inferior izquierdo, votan a favor de las propuestas, mientras que los demás, distribuidos en los otros tres cuadrantes, las rechazan [6]. Este resultado se puede observar en la [Fig. 2.7.1](#).

Este enfoque es útil para comprender cómo funciona la dinámica de votación en el parlamento y para identificar los puntos críticos que determinan los diferentes regímenes de comportamiento del sistema. Cabe destacar que esta aproximación es válida para sistemas con un número suficientemente grande de agentes, que

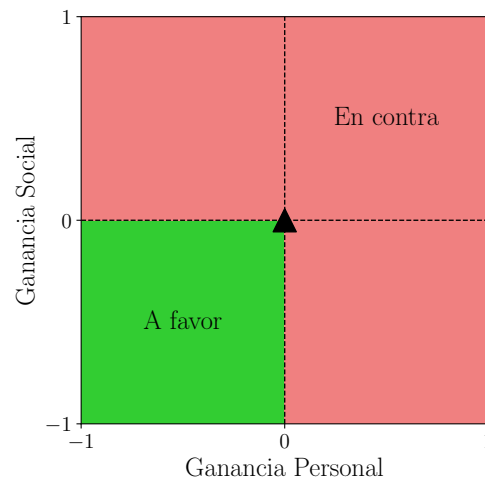


Figura 2.7.1: Aproximación de campo medio. Diagrama que ilustra la aproximación de campo medio, mostrando la posición promedio de las propuesta de ley (\blacktriangle). Los legisladores independientes ubicados en el cuadrante inferior izquierdo son los que, en promedio, votan a favor, mientras que los ubicados en los otros cuadrantes tienden a votar en contra. Fuente: Elaborado a partir de lo presentado por Pluchino et al. [6].

idealmente tiende a infinito, y una cantidad suficiente de actos legislativos, lo que permite obtener resultados representativos desde el punto de vista estadístico.

Dado que la suposición principal de esta aproximación es que los legisladores independientes se distribuyen uniformemente entre los cuatro cuadrantes, la ley de los grandes números garantiza que la aproximación será válida cuando haya una cantidad suficiente de legisladores independientes que haga que aproximadamente un 25 % de ellos caiga en cada cuadrante. Esto ocurre, al menos, a partir de 100 legisladores independientes. Sin embargo, dado que la cantidad de independientes es una variable en el modelo, el número total de agentes debe ser mayor para asegurar esta condición en diferentes configuraciones. En particular, para un sistema con un total de 1000 agentes y un 10 % de independientes, la aproximación es válida.

Capítulo 3

Hipótesis y Objetivos

3.1. Hipótesis

Basándonos en el modelo propuesto por Pluchino et al. [6], descrito en detalle en la [sección 2.6](#), y en los conceptos discutidos en el [capítulo 2](#), planteamos la siguiente hipótesis:

La eficiencia del parlamento simulado emerge de la dinámica interna de los partidos políticos o coaliciones, la cual está determinada por propiedades como el tamaño y la proporción entre estos. Esta dinámica da lugar a patrones observables en las cantidades macroscópicas, los cuales pueden ser explicados a través del comportamiento de los agentes a nivel microscópico. El modelo parlamentario permite analizar cómo las variaciones en las características y relaciones entre los agentes impactan en la eficiencia, ofreciendo una caracterización tanto numérica como analítica. A partir de este análisis, se pueden identificar condiciones que favorecen distintos niveles de eficiencia y descubrir patrones macroscópicos no descritos previamente en la literatura, como la existencia de fases en el comportamiento del sistema.

3.2. Objetivo general

El objetivo de este trabajo es caracterizar, de forma numérica y analítica, el modelo parlamentario basado en agentes [6], inspirado en el diagrama de Cipolla, para sistemas bipartidistas con inclusión de legisladores independientes. Este análisis

se lleva a cabo desde una perspectiva sociofísica, enfocándose en la caracterización física de la dinámica microscópica que da lugar a la eficiencia como un patrón macroscópico.

3.3. Objetivos específicos

1. **Reproducción del modelo:** El primer objetivo consiste en reproducir el modelo parlamentario descrito por Pluchino et al. [6] mediante simulaciones, esto con el fin de explorar cómo varía su comportamiento al manipular diferentes parámetros del modelo, incluidos aquellos no considerados por los autores originales.
2. **Caracterización numérica y analítica:** El segundo objetivo es caracterizar el comportamiento microscópico del modelo parlamentario de manera numérica y analítica, enfocándose en las regiones de comportamiento o fases que emergen en las cantidades macroscópicas al variar diversos parámetros del modelo.
3. **Descripción cualitativa:** El tercer objetivo es proporcionar una descripción cualitativa de la dinámica microscópica del modelo, tomando en cuenta las caracterizaciones tanto numéricas como analíticas realizadas previamente.

Capítulo 4

Metodología

4.1. Implementación del modelo

Para asegurar una representación precisa del modelo parlamentario, se incorporaron ajustes que no se especifican en el artículo original. En primer lugar, se acotó el intervalo para la posible posición del centro de los partidos $C_k(x_k, y_k)$ a $[-1 + r_k, 1 - r_k]$, de manera que cada partido, junto con su radio de tolerancia r_k , quede completamente contenido dentro del plano.

En cuanto a la distribución de los legisladores afiliados a partidos, se optó por una distribución normal circular [34], similar al enfoque unidimensional propuesto por Caserta et al. [2]. Esta distribución se definió con promedios $\mu_x = x_k$ y $\mu_y = y_k$, que determinan su centro, y una desviación estándar $\sigma = r_k/3$ para ambos ejes.

La elección del valor σ se basa en la regla empírica, también conocida como regla de tres sigmas [35], que establece que aproximadamente el 68 % de los valores de una distribución normal caen dentro del intervalo $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$, el 95 % se encuentra dentro de $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ y el 99.7 % dentro de $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$. Al definir $\sigma = r_k/3$, se garantiza que cerca del 99.7 % de los legisladores permanezca dentro del círculo definido por el centro $C_k(x_k, y_k)$ y el radio r_k , asegurando que la dispersión espacial de los legisladores se mantenga controlada, sin exceder generalmente los límites del partido correspondiente y permaneciendo mayormente concentrada en el centro. Un ejemplo de esta distribución se muestra en la Fig. 4.1.1, donde se observa que algunos legisladores pueden quedar fuera del radio de tolerancia. En el caso extremo de un partido con 1000 legisladores, esto puede ocurrir aproximadamente

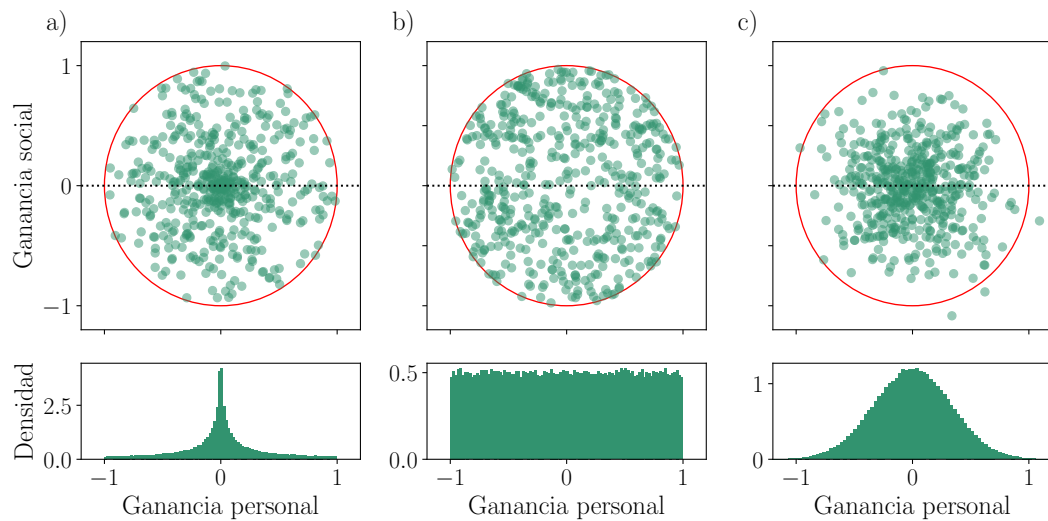


Figura 4.1.1: Distribuciones circulares. Ejemplos de distribuciones circulares con tres configuraciones: **a)** distribución circular de radio uniforme, **b)** distribución circular uniforme y **c)** distribución circular normal. En todos estos casos, el centro se ubicó en $(0, 0)$ con un radio de $r = 1$. Para la distribución normal, se utilizó $\sigma = 1/r = 1/3$. Cada distribución incluye 500 puntos. Además, se muestra la densidad obtenida en torno a la recta $x = 0$ para 10^6 puntos aleatorios generados en cada caso. Fuente: Elaboración propia.

6 veces. La probabilidad de que uno de estos legisladores proponga una ley es inferior al 0.6 %, por lo que, aunque es un escenario posible, no lo consideramos relevante debido a su baja probabilidad.

Se consideraron distintas alternativas para la distribución de los legisladores. Entre ellas, una distribución circular de radio uniforme, que asigna posiciones seleccionando un ángulo y un radio aleatorios, y una distribución circular uniforme, que otorga igual probabilidad a todos los puntos dentro del círculo. No obstante, al comparar los resultados obtenidos con estas alternativas, similares a los mostrados en la Fig. 5.2.1, no se observaron diferencias significativas, lo que llevó a optar por la distribución circular normal como configuración definitiva debido a que la distribución normal ya había sido utilizada previamente para el caso unidimensional de este modelo [2]. La comparación entre las distribuciones probadas se observa en la Fig. 4.1.1.

El modelo se implementó en el lenguaje de programación Python 3, utilizando las librerías NumPy y SciPy para la simulación del modelo y el cálculo de sus métricas. Se incorporó el uso del compilador JIT Numba para optimizar los cálculos y reducir

significativamente los tiempos de computo. El diagrama de flujo correspondiente a la implementación del modelo se presenta en la Fig. A1.1 del apéndice A1, el cual también sirve como una síntesis del funcionamiento del modelo.

Para validar la implementación, se replicaron los resultados reportados por Pluchino et al. [6]. Se analizaron otras propiedades del sistema, como el valor de cada métrica en legislaturas distintas y el impacto de incrementar la resolución de N_{ind} , lo cual se detalla en la sección 5.1. Posteriormente, se exploraron fenómenos adicionales al ajustar el sistema a $N = 1000$ legisladores y aumentar la resolución en la variación de N_{ind} , lo que permitió obtener nuevos resultados presentados en la sección 5.2.

4.2. Cálculo de puntos característicos

Siguiendo un enfoque similar al empleado por Pluchino et al. [6], se calculará el valor de N_{ind} que maximiza el promedio de eficiencia obtenida al implementar el modelo. Para ello, se empleará el filtro de Savitzky-Golay [36], disponible en la biblioteca SciPy, con el propósito de suavizar los resultados y localizar con mayor precisión el máximo de la curva suavizada de la eficiencia, como se ilustra en la Fig. 4.2.1. En la aplicación de este filtro utilizamos una ventana en N_{ind} de 20 para un total de $N = 1000$ (2% del total).

Adicionalmente, se calculará el valor de N_{ind} en el cual se identifica un cambio significativo en la tendencia de las tres métricas, con énfasis en el comportamiento de $\langle N_{acc\%} \rangle$. Para ello, se determinarán las pendientes asociadas a cada valor de N_{ind} , considerando una ventana hacia valores anteriores y otra hacia valores posteriores. La diferencia entre estas pendientes permitirá identificar el valor de N_{ind} en el que dicha diferencia alcanza su máximo. Este valor corresponderá a un punto de inflexión, asociado a un punto singular de una función continua pero no diferenciable, debido a la discrepancia entre las derivadas laterales. Este procedimiento se ilustra en la Fig. 4.2.2. Para las simulaciones con $N = 1000$ utilizamos una ventana en N_{ind} de 50.

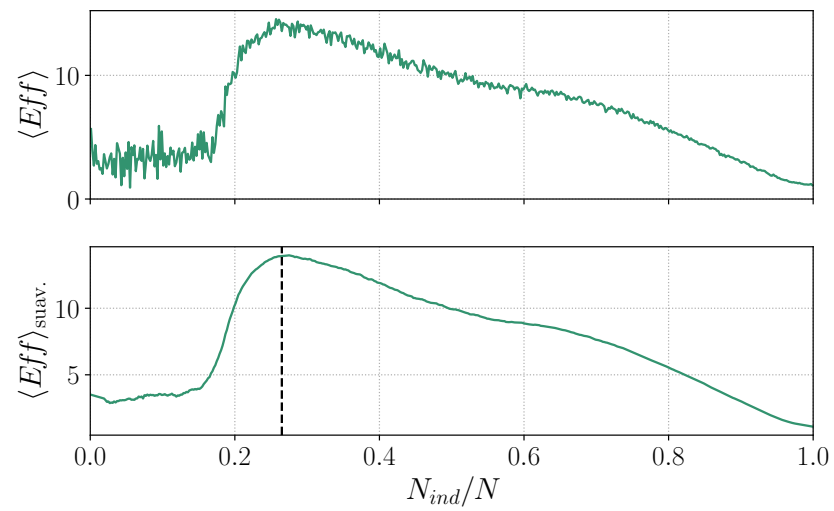


Figura 4.2.1: Cálculo del punto de máxima eficiencia (línea discontinua), identificado al suavizar la curva promedio de eficiencia y calcular su valor máximo. Fuente: Elaboración propia.

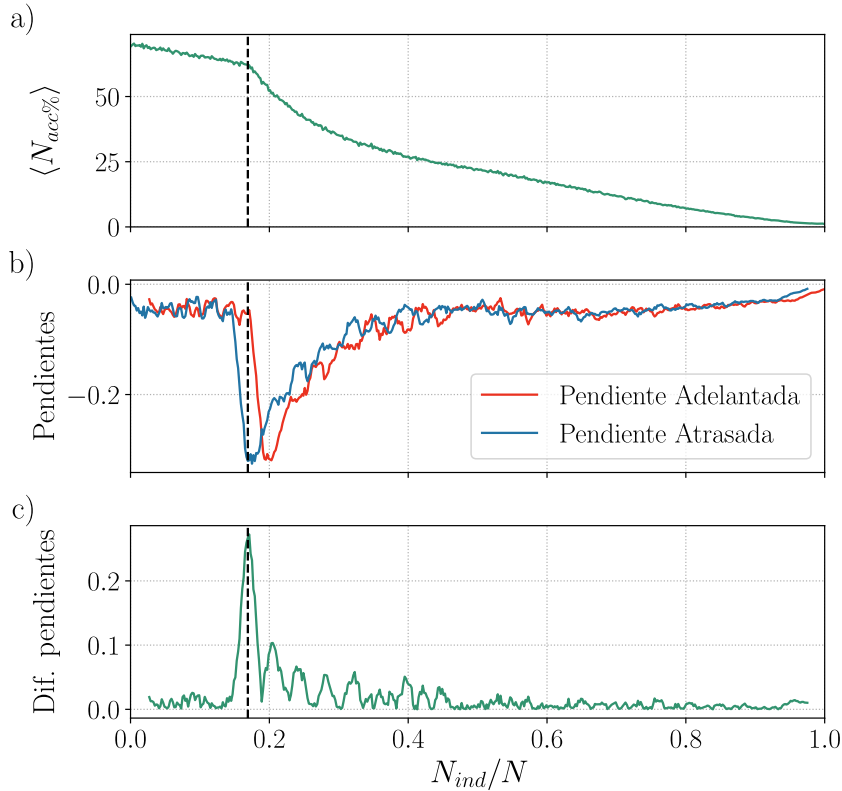


Figura 4.2.2: Cálculo del punto de inflexión de $\langle N_{acc\%} \rangle$ (línea vertical discontinua). **a)** Valor promedio de $N_{acc\%}$ al variar N_{ind}/N . **b)** Cálculo de las pendientes atrasadas (azul) y adelantadas (rojo) para cada punto de la curva de $\langle N_{acc\%} \rangle$, considerando una ventana de 50 en N_{ind}/N . **c)** Diferencia entre ambas pendientes, donde el punto de inflexión corresponde al punto de máxima diferencia. Para este ejemplo se utilizó un total de $N = 1000$ legisladores con un porcentaje $p = 60\%$ de legisladores no independientes en el partido mayoritario, un radio de tolerancia $r = 0.1$, $N_a = 1000$ actos legislativos por legislatura, y se promediaron los resultados de $N_{acc\%}$ de 1000 legislaturas. Fuente: Elaboración propia.

4.3. Implementación de la aproximación de campo medio

Como ya se mencionó en la [sección 2.7](#), en promedio, un cuarto de los legisladores independientes apoyarán las propuestas de ley, mientras que el resto votará en contra. Con base en esto, y considerando que, para un número reducido de legisladores independientes es el partido mayoritario quien determina si una propuesta de ley se aprueba o no debido al gran número de votos que concentra, Pluchino et al. [6] determinaron la cantidad mínima de legisladores independientes necesaria (N_{ind}^B) para que, cuando el cuarto de independientes que vota a favor apoye al partido mayoritario se supere el umbral de $50\% + 1$ votos favorables necesarios para aprobar una ley. Esta condición se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$N_M + \frac{N_{ind}^B}{4} = \frac{N}{2} + 1, \quad (4.3.1)$$

donde al reemplazar N_M en función de N , p y N_{ind}^B , obtenemos la siguiente expresión para N_{ind}^B :

$$\begin{aligned} (N - N_{ind}^B) \frac{p}{100} + \frac{N_{ind}^B}{4} &= \frac{N}{2} + 1 \\ N_{ind}^B &= \frac{N(p - 50) - 100}{p - 25}. \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

Esta fórmula representa el umbral conocido como la “regla de oro” descrita por Pluchino et al. [6] y que se utiliza para determinar el valor de N_{ind} que maximiza la eficiencia del parlamento. Utilizando una metodología similar, podemos identificar otros umbrales en función de los diferentes requisitos para los grupos que apoyan las propuestas de ley, lo cual se explorará en la [sección 5.3](#).

4.4. Probabilidad de aceptación

La aproximación de campo medio descrita en la [sección 2.7](#) puede interpretarse como una representación de las regiones de probabilidad de aceptación de los votantes. Es decir, la probabilidad de que un legislador independiente se encuentre en el cuadrante inferior izquierdo y por lo tanto vote a favor de una propuesta

de ley, es de 0.25, mientras que la probabilidad de votar en contra es de 0.75. Lo mismo ocurre con los partidos políticos, en cuyo caso existe una probabilidad de 0.25 de que su centro se encuentre en el cuadrante inferior izquierdo y por lo tanto todo el partido vote a favor, y una probabilidad de 0.75 de que ocurra lo contrario.

De esta interpretación se propone calcular la probabilidad de aceptación de una propuesta para determinados parámetros p y N_{ind} . Esta probabilidad dependerá de quién proponga la ley, de la probabilidad de aceptación de los partidos y de la probabilidad de alcanzar la cantidad necesaria de legisladores independientes que voten a favor, de modo que se logre el 50% + 1 de los votos favorables. Denotando por $M \in \mathbb{N}$ la cantidad de legisladores independientes necesarios para que una propuesta sea aceptada, tenemos que la probabilidad de que la cantidad de legisladores independientes que voten a favor N_{ind}^{acc} sea menor o igual que M está dada por la distribución binomial acumulada:

$$P(N_{ind}^{acc} \leq M) = \sum_{k=0}^M \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad (4.4.1)$$

por lo tanto, la probabilidad de que $N_{ind}^{acc} \geq M - 1$ viene dada por:

$$\begin{aligned} P(N_{ind}^{acc} > M) &= 1 - \sum_{k=0}^M \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\ P(N_{ind}^{acc} \geq M - 1) &= 1 - \sum_{k=0}^{M-1} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

donde se considera $n = N_{ind}$, y p es la probabilidad de éxito, es decir, $p = 0.25$. Así, la probabilidad de que la cantidad de legisladores independientes que voten a favor N_{ind}^{acc} sea mayor o igual a la cantidad de votos necesarios $M - 1$ se expresa como:

$$P(N_{ind}^{acc} \geq M - 1) = 1 - \sum_{k=0}^{M-1} \binom{N_{ind}}{k} 0.25^k 0.75^{n-k}. \quad (4.4.3)$$

Por lo tanto, la probabilidad de que una propuesta que provenga del partido mayoritario sea aceptada corresponde a la probabilidad de que el partido minoritario apoye la propuesta (0.25) y que al menos $M = N/2 + 1 - N_M - N_m$ legisladores independientes voten a favor, o que el partido minoritario rechace la propuesta (0.75) y que al menos $M = N/2 + 1 - N_M$ legisladores independientes

voten a favor. Esto se expresa como:

$$P_{acc}^M = 0.25 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_M - N_m\right) + 0.75 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_M\right). \quad (4.4.4)$$

De forma análoga, la probabilidad de que una propuesta que provenga del partido minoritario sea aceptada está dada por:

$$P_{acc}^m = 0.25 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_M - N_m\right) + 0.75 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_m\right). \quad (4.4.5)$$

A continuación, para calcular la probabilidad de que una propuesta proveniente de un legislador independiente sea aceptada, es necesario considerar los casos en los que ambos partidos apoyen la propuesta, uno de los dos apoye y el otro no, o ninguno de los partidos lo apoye. Esto se expresa como:

$$\begin{aligned} P_{acc}^{ind} = & 0.25 \cdot 0.25 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_M - N_m\right) + 0.25 \cdot 0.75 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_M\right) \\ & + 0.75 \cdot 0.25 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2} - N_m\right) + 0.75 \cdot 0.75 P\left(N_{ind}^{acc} \geq \frac{N}{2}\right). \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

Finalmente, la probabilidad total de aceptación de una propuesta se obtiene ponderando las probabilidades calculadas previamente con la probabilidad de que la propuesta provenga de cada grupo, de la siguiente manera:

$$P_{acc} = \frac{N_M}{N} P_{acc}^M + \frac{N_m}{N} P_{acc}^m + \frac{N_{ind}}{N} P_{acc}^{ind}. \quad (4.4.7)$$

La curva asociada a esta ecuación se calculará y mostrará en la [Fig. 5.3.2](#) de la [sección 5.3](#).

Capítulo 5

Resultados

5.1. Replicación de resultados

Con el objetivo de validar el modelo implementado, se buscó replicar los resultados obtenidos por Pluchino et al. [6] utilizando la metodología descrita en la [sección 2.6](#), en este sentido, lo primero fue comparar los valores de $N_{acc\%}$, Y y Eff para un parlamento con un total de 100 legisladores, $p = 60\%$ y $r = 0.1$, tanto para el caso sin legisladores independientes, es decir, $N_{ind} = 0$ (ver [Fig. 5.1.1](#)) como para el caso en que todos son independientes, esto es, $N_{ind} = N$ (ver [Fig. 5.1.2](#)), se observó una gran similitud tanto en el comportamiento de las métricas como en el promedio de los resultados de estas.

También se replicaron los resultados promedio de la eficiencia al variar el valor de N_{ind} en incrementos de 20 para diferentes valores de p o proporción entre los partidos, y distintos radios de tolerancia. Para esto se consideró un parlamento con un total de 500 legisladores y se calculó el promedio de los resultados obtenidos en 100 legislaturas distintas para cada valor de N_{ind} considerado. Los resultados obtenidos tanto por Pluchino et al. [6] como los obtenidos por nosotros se observan en la [Fig. 5.1.3](#) donde también se muestra el valor de N_{ind} para el cual se maximiza la eficiencia en cada caso.

Además, se estudió el comportamiento de la eficiencia promedio al variar la resolución del eje N_{ind} , comparando los resultados obtenidos al utilizar un paso 20 frente a un paso de 1, para luego añadir más legislaturas al promedio, pasando de promediar sobre 100 en cada valor de N_{ind} a 1000. Para este caso se consideró

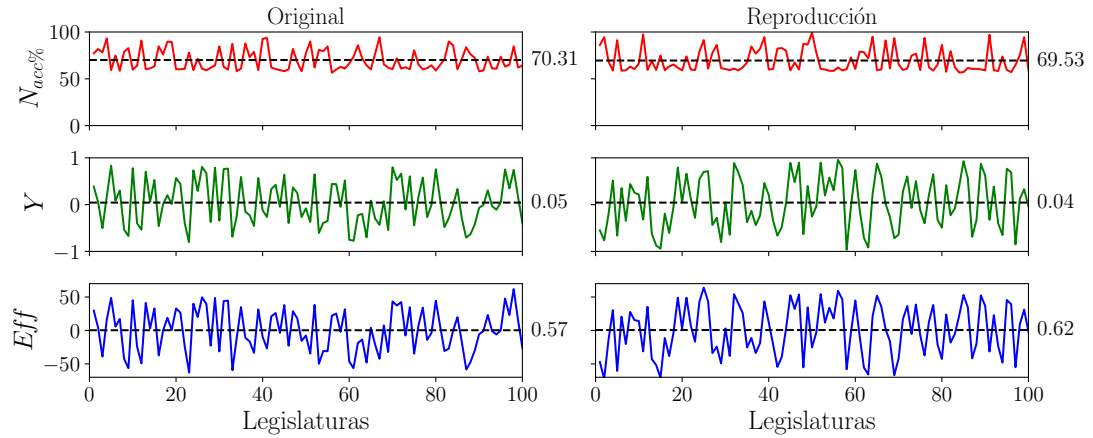


Figura 5.1.1: Comparación de métricas por legislatura para $N_{ind} = 0$. Se presentan los resultados de las tres métricas analizadas a lo largo de 100 legislaturas, comparando los valores reportados por Pluchino et al. [6] (Original) con los obtenidos en esta reproducción (Reproducción). Además, se muestra el promedio de las 100 legislaturas. Los parámetros utilizados son $p = 60\%$, $r = 0.1$ y $N_{ind} = 0$. Fuente: Elaborado a partir de lo presentado por Pluchino et al. [6] y resultados propios.

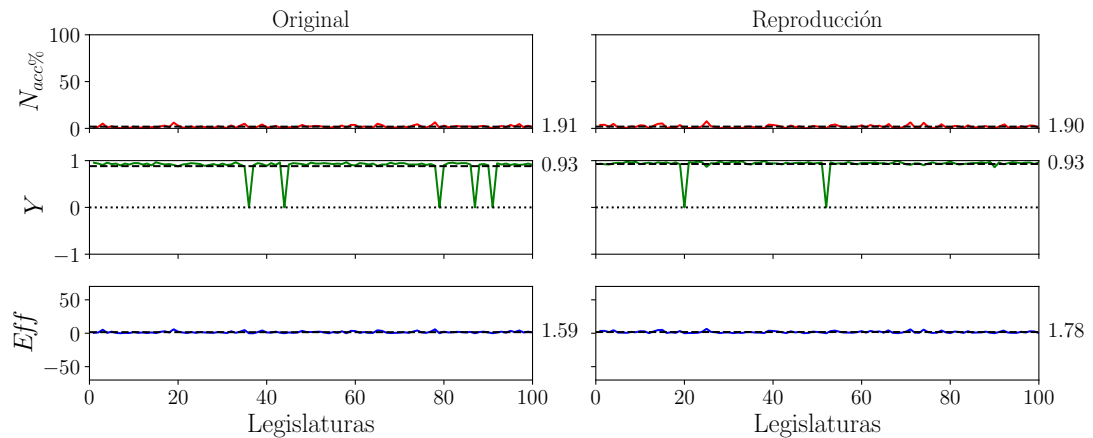


Figura 5.1.2: Comparación de métricas por legislatura para $N_{ind} = N$. Se presentan los resultados de las tres métricas analizadas a lo largo de 100 legislaturas, comparando los valores reportados por Pluchino et al. [6] (Original) con los obtenidos en esta reproducción (Reproducción). Además, se incluye el promedio de las 100 legislaturas. En este caso, se utilizó $N_{ind} = N$. Fuente: Elaborado a partir de lo presentado por Pluchino et al. [6] y resultados propios.

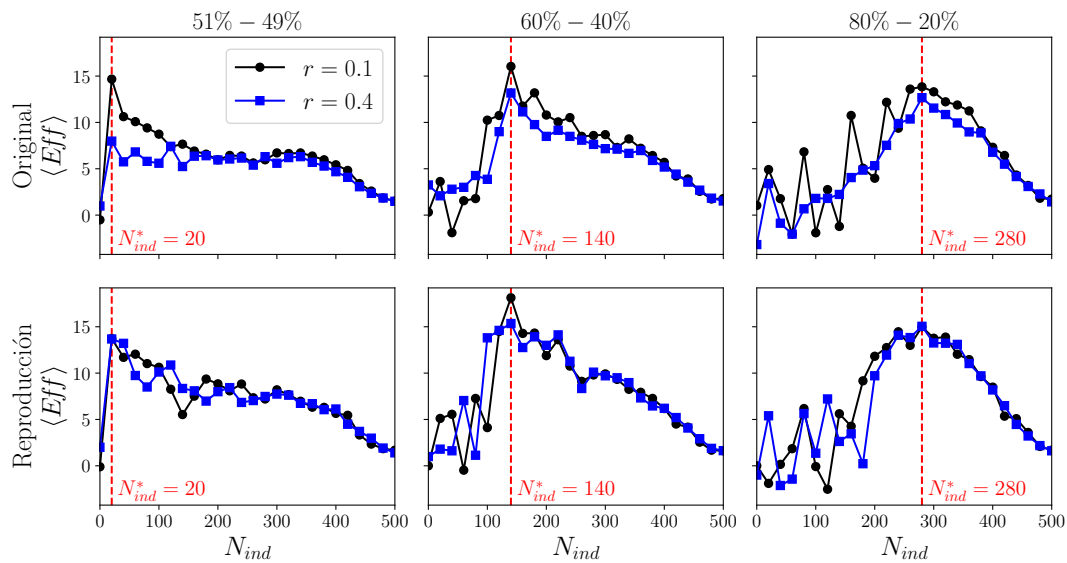


Figura 5.1.3: Comparación de los resultados de eficiencia promedio. Cada punto de los gráficos representa el valor promedio de la eficiencia en 100 legislaturas distintas para un sistema con 500 agentes. Se varía N_{ind} en incrementos de 20, el radio r ($\bullet = 0.1$ y $\blacksquare = 0.4$) y la proporción de legisladores no independientes en cada partido, considerando tres configuraciones: 51% - 49%, 60% - 40% y 80% - 20%. En todos los gráficos se señala el valor N_{ind}^* donde $\langle Eff \rangle$ alcanza su máximo. Fuente: Resultados originales extraídos de Pluchino et al. [6] y reproducción de elaboración propia.

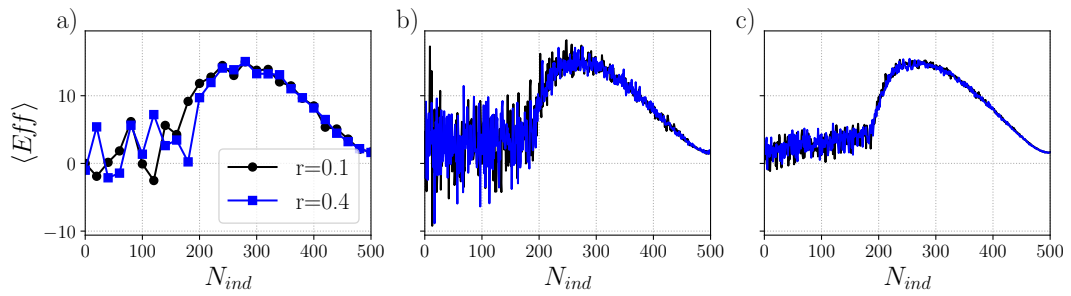


Figura 5.1.4: Efecto de la resolución en la eficiencia promedio. Se muestra la eficiencia promedio al variar la resolución del eje N_{ind} y la cantidad de legislaturas consideradas en el promedio, con tres configuraciones: **a)** paso de 20 y promedio sobre 100 legislaturas, **b)** paso de 1 y promedio sobre 100 legislaturas, y **c)** paso de 1 y promedio sobre 1000 legislaturas. En los tres casos, se consideraron $r = 0.1$ y $r = 0.4$, junto con una proporción 80 % – 20 % ($p = 80\%$) entre los partidos. Fuente: Elaboración propia.

un sistema con 500 agentes, $p = 80\%$ y radios de tolerancia $r = 0.1$ y 0.4 . Estos resultados se presentan en la Fig. 5.1.4.

5.2. Análisis paramétrico

Siguiendo la metodología de Pluchino et al. [6] descrita en la sección 2.6, calculamos el promedio del porcentaje de propuestas aceptadas ($N_{acc\%}$), la ganancia social promedio (Y) y la eficiencia del parlamento (Eff). Para ello, realizamos 1000 simulaciones de legislaturas aleatorias para cada valor del número de legisladores independientes N_{ind} entre 0 y 1000. Cada simulación consideró un parlamento de 1000 legisladores totales, con un porcentaje de legisladores no independientes en el partido mayoritario de $p = 60\%$, un radio de tolerancia $r = 0.1$ para ambos partidos y $N_a = 1000$ actos legislativos por legislatura. El motivo de escoger como tamaño de sistema $N = 1000$ a diferencia de los $N = 500$ utilizados por los autores del modelo será explicado más adelante (sección 5.2.1).

Los resultados se presentan en la Fig. 5.2.1. En el promedio $\langle N_{acc\%} \rangle$ se observa un descenso progresivo hasta un valor de N_{ind}/N cercano al punto A, tras el cual la disminución se acelera, marcando un cambio en su tendencia. De forma similar, la curva de $\langle Y \rangle$ exhibe un crecimiento moderado hasta aproximadamente el mismo valor, seguido de un incremento más pronunciado. En el caso de $\langle Eff \rangle$, se identifica un comportamiento análogo: un aumento leve para valores bajos

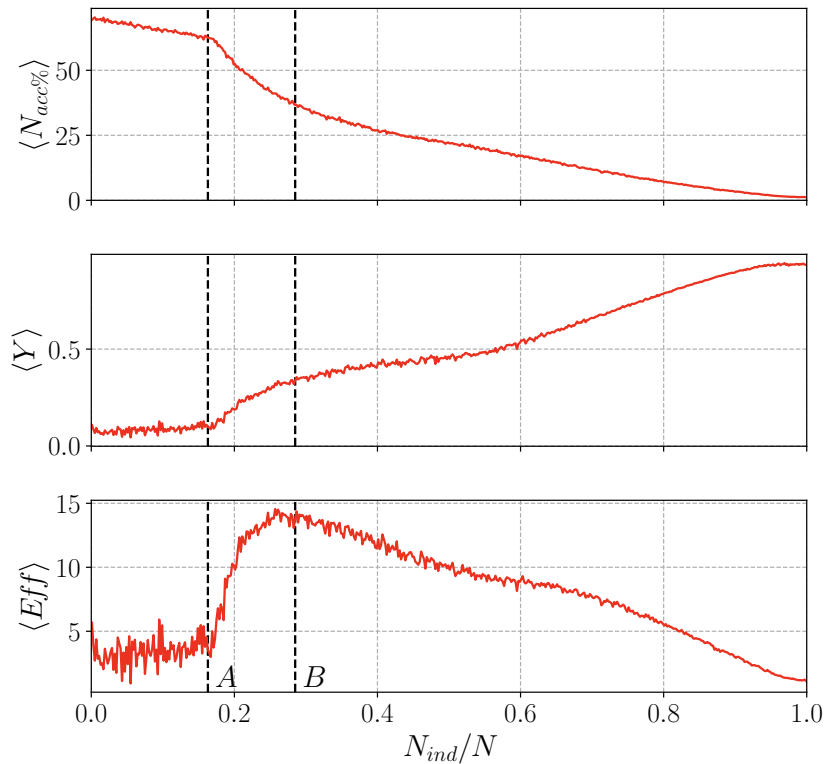


Figura 5.2.1: Promedio de las métricas del modelo. Promedio del porcentaje de propuestas aceptadas respecto al total ($N_{acc\%}$), ganancia social promedio (Y) y eficiencia parlamentaria (Eff) en función de la proporción de legisladores independientes (N_{ind}/N). Los puntos A y B marcan, respectivamente, un cambio en la tendencia de las métricas y el máximo de eficiencia, conocido como la “Regla de oro” [6] calculados según la [sección 4.2](#). Los resultados se obtuvieron promediando sobre 1000 legislaturas, con un $p = 60\%$ de legisladores no independientes en el partido mayoritario y $N_a = 1000$ actos legislativos por legislatura. Fuente: Elaboración propia.

de N_{ind}/N , seguido de un aumento rápido después del punto A . Este cambio compartido por las tres métricas corresponde a un fenómeno no reportado previamente. Posteriormente, la eficiencia alcanza un máximo alrededor del punto B , coincidiendo con el máximo de $\langle Eff \rangle$ reportado en trabajos previos [6]. Sin embargo, en este estudio, dicho máximo se determina con mayor precisión gracias al mayor tamaño del sistema y a la resolución incrementada en la variación de N_{ind}/N . La posición de los puntos A y B se calculó utilizando la metodología descrita en la [sección 4.2](#) obteniendo para este caso que A se encuentra en $N_{ind} = 169$ y B en $N_{ind} = 265$.

Además de calcular la media de cada métrica, obtuvimos los valores

correspondientes a los demás momentos de las distribuciones: desviación estándar, asimetría y curtosis. Estos resultados se presentan en las Figs. 5.2.2, 5.2.3 y 5.2.4. Se observa que, en el punto A , ocurren cambios marcados en las tendencias de estos momentos. Para $\langle N_{acc\%} \rangle$, la desviación estándar experimenta un aumento abrupto en A , alcanzando valores elevados cerca de B , para luego decrecer de manera continua. La asimetría, por su parte, cambia de valores positivos a negativos, indicando una transición de una distribución con cola hacia la derecha a una con cola hacia la izquierda, tendencia que se revierte con un posterior aumento de N_{ind} . En cuanto a la curtosis, esta comienza con valores negativos, reflejando una distribución aplanada, y presenta un pico en A , lo que señala el paso a una distribución más estrecha en un breve intervalo, antes de estabilizarse en torno a 0, incrementándose nuevamente para valores altos de N_{ind} .

Por otra parte, para $\langle Y \rangle$, se observa un descenso abrupto en la desviación estándar en A , seguido de una disminución gradual tras B , la cual continúa hasta valores altos de N_{ind} , donde se registra un nuevo aumento. Tanto la asimetría como la curtosis permanecen relativamente constantes, salvo por incrementos en altos valores de N_{ind} , indicando un desplazamiento hacia la derecha y un marcado estrechamiento de la distribución.

Finalmente, para $\langle Eff \rangle$, los momentos presentan un comportamiento más variable. La desviación estándar y la curtosis exhiben cambios abruptos, mientras que la asimetría aumenta de forma continua hasta alcanzar valores elevados. Este comportamiento refleja una distribución con cola hacia la derecha y muy estrecha. Estos fenómenos también se observan en la Fig. 5.2.5, que muestra la evolución de las distribuciones suavizadas mediante la estimación de densidad de kernel (KDE) al variar N_{ind} .

Adicionalmente a lo ya descrito, calculamos el porcentaje de propuestas aceptadas según su partido de origen, es decir, el porcentaje de aceptación relativo, y analizamos la distribución de estas aceptaciones en el plano durante 1000 legislaturas aleatorias, compartiendo los parámetros $p = 60\%$, $r = 0.1$, $N_a = 1000$ y $N = 1000$. Los resultados se presentan en las Figs. 5.2.6 y 5.2.7, para cuatro valores distintos de N_{ind} .

En el caso del partido mayoritario, observamos que, para valores bajos de N_{ind} , todas las propuestas que este partido presenta son aceptadas, independientemente

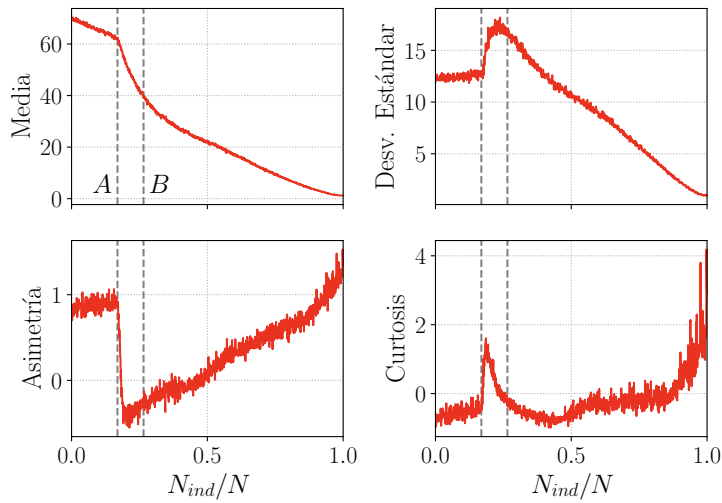


Figura 5.2.2: Momentos de las distribuciones de $N_{acc}\%$. Los gráficos muestran los valores que toman la media, desviación estándar, asimetría y curtosis de las distribuciones de $N_{acc}\%$, calculadas a partir de 1000 simulaciones independientes por cada valor de N_{ind} . Los parámetros utilizados son $p = 60\%$, $r = 0.1$, $N_a = 1000$ y $N = 1000$. Fuente: Elaboración propia.

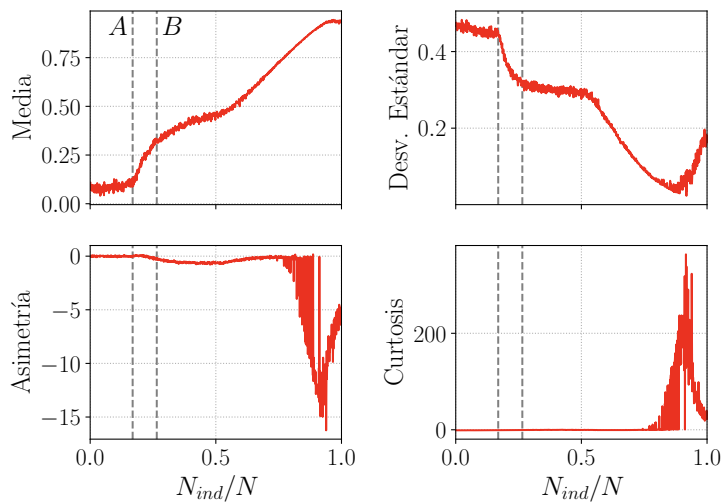


Figura 5.2.3: Momentos de las distribuciones de Y . Los gráficos presentan los valores que toman la media, desviación estándar, asimetría y curtosis de las distribuciones de Y , calculadas a partir de 1000 simulaciones independientes para cada valor de N_{ind} . Los parámetros utilizados son $p = 60\%$, $r = 0.1$, $N_a = 1000$ y $N = 1000$. Fuente: Elaboración propia.

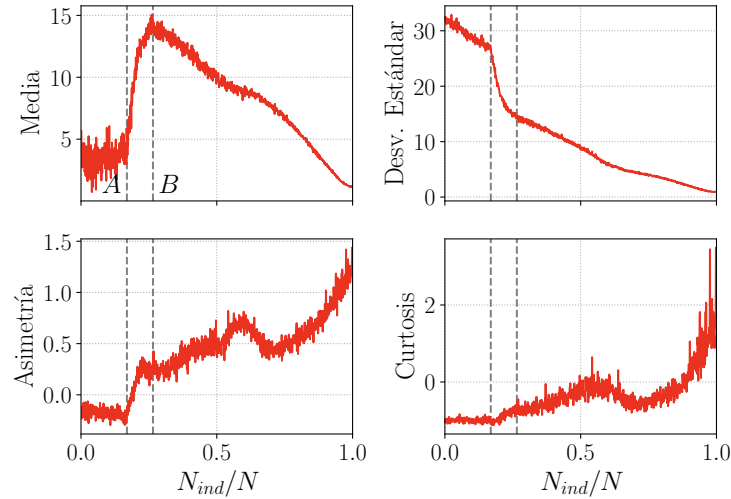


Figura 5.2.4: Momentos de las distribuciones de Eff . Los gráficos presentan los valores que toman la media, desviación estándar, asimetría y curtosis de las distribuciones de Eff , calculadas a partir de 1000 simulaciones independientes para cada valor de N_{ind} . Los parámetros utilizados son $p = 60\%$, $r = 0.1$, $N_a = 1000$ y $N = 1000$. Fuente: Elaboración propia.

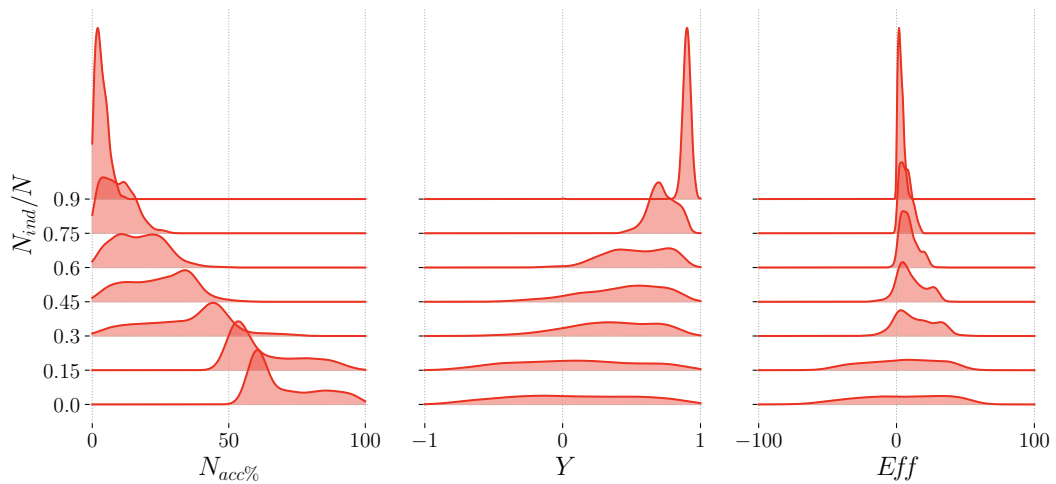


Figura 5.2.5: Distribuciones suavizadas de las métricas. Se muestran las distribuciones suavizadas mediante estimación de densidad de kernel (KDE), para las tres métricas del modelo, en función de la cantidad de legisladores independientes. Fuente: Elaboración propia.

de su posición en el plano. Sin embargo, a medida que N_{ind} aumenta, la posición de las propuestas en el plano se torna cada vez más relevante, limitando la región de aceptación al 100 % a zonas específicas con altos valores de ganancia social. En contraste, la posición en términos de ganancia personal no muestra un impacto significativo en la probabilidad de aceptación.

Por otro lado, para el partido minoritario, la probabilidad de aceptación es mucho más fluctuante, aunque se observan valores más altos en regiones del plano con mayor ganancia social. Además, existe una región con un porcentaje de aceptación cero en el límite inferior del eje y . A medida que N_{ind} aumenta, esta región de aceptación nula se expande progresivamente en el eje y , ocupando una mayor parte del plano. Similarmente al caso del partido mayoritario, la posición de las propuestas en términos de ganancia personal no resulta relevante.

En ambos casos, se aprecia un desplazamiento hacia valores altos del eje y de un frente con porcentajes bajos de aceptación a medida que se incrementa N_{ind} .

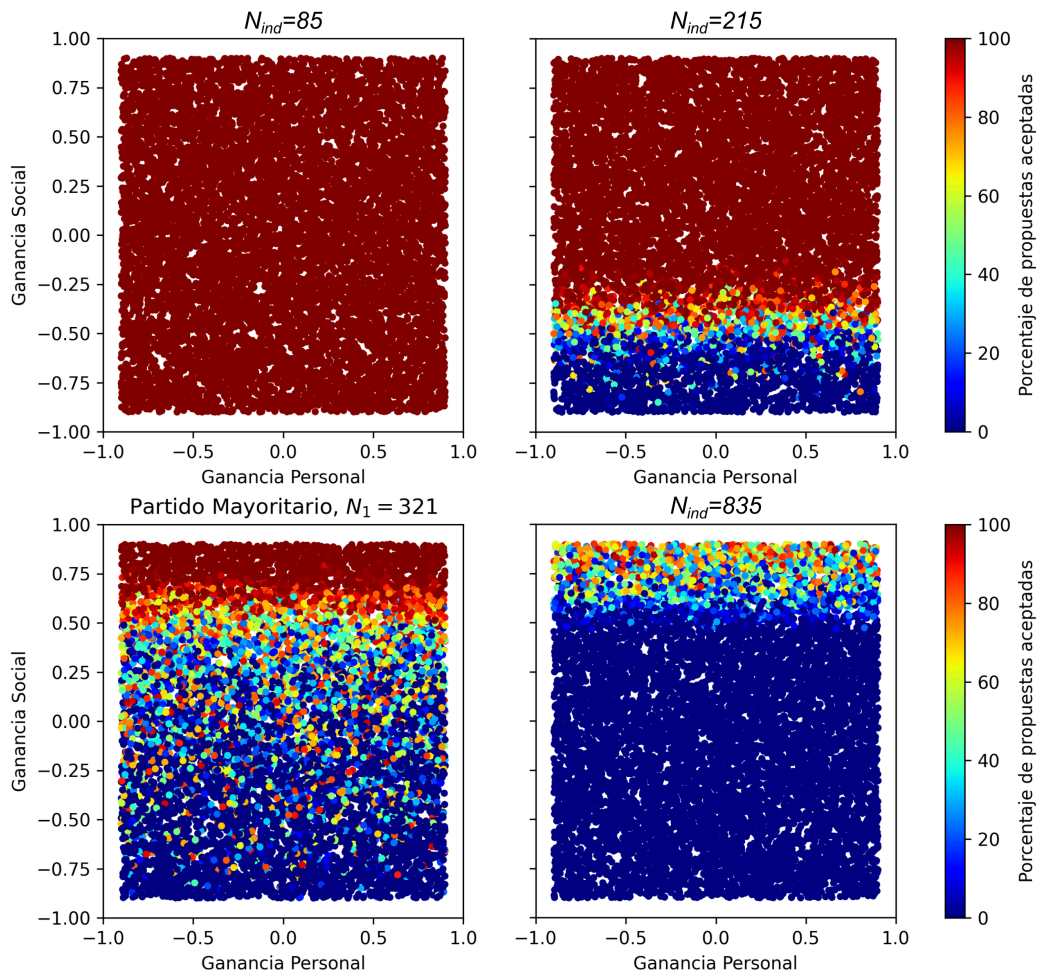


Figura 5.2.6: Porcentaje de propuestas aceptadas por punto para P_M . Se presenta el porcentaje de propuestas aprobadas por el partido mayoritario en cada legislatura, en función de su posición y de N_{ind} . Los resultados corresponden a 1000 legislaturas distintas con $p = 60\%$ y $r = 0.1$. Fuente: Elaboración propia.

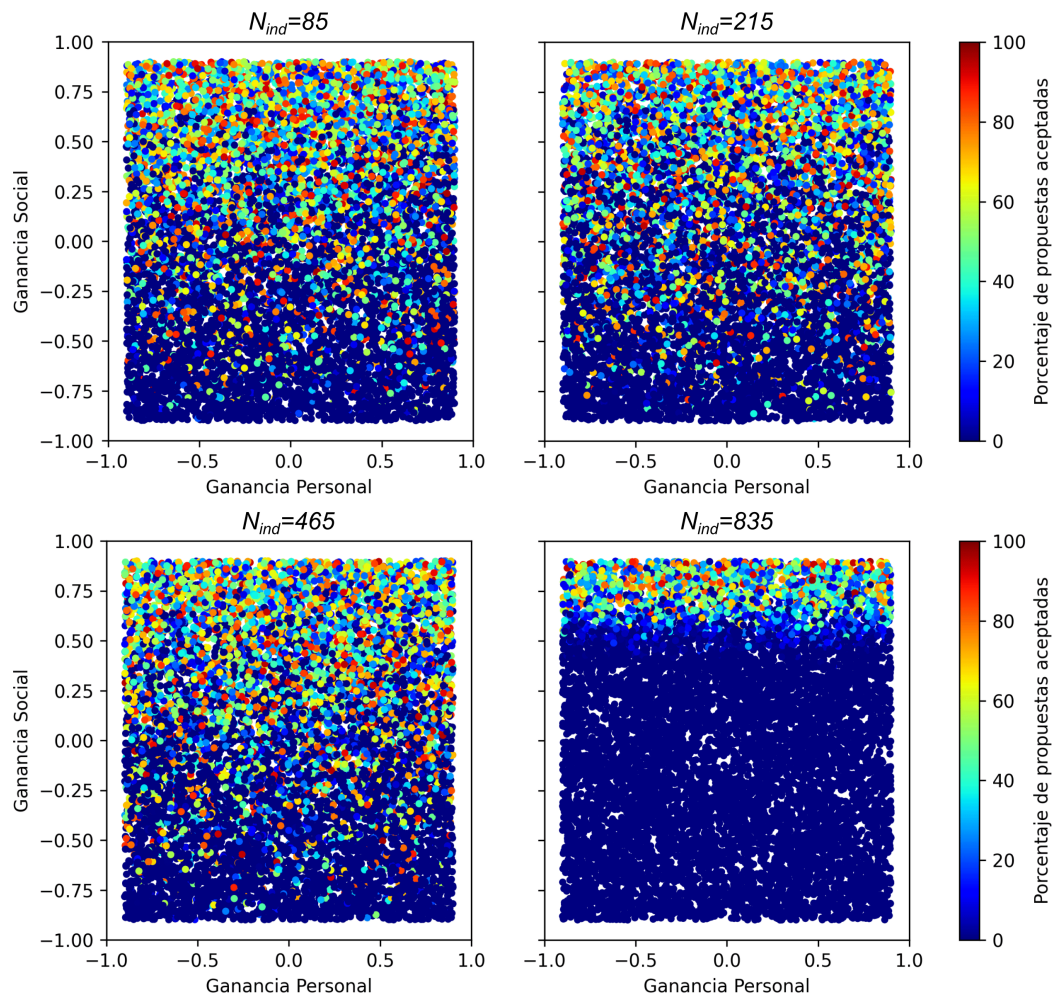


Figura 5.2.7: Porcentaje de propuestas aceptadas por punto para P_m . Se presenta el porcentaje de propuestas aprobadas por el partido minoritario en cada legislatura, en función de su posición y de N_{ind} . Los resultados corresponden a 1000 legislaturas distintas con $p = 60\%$ y $r = 0.1$. Fuente: Elaboración propia.

5.2.1. Variación del tamaño del sistema

Realizamos simulaciones para diferentes tamaños de parlamento con el fin de analizar cómo afecta esta variable al comportamiento promedio de las métricas. En la Fig. 5.2.8 se presentan los resultados obtenidos para parlamentos de 10^2 , 10^3 y 10^4 legisladores, manteniendo constantes los parámetros $p = 60\%$, $r = 0.1$ y $N_a = 1000$. Las curvas promedio de $N_{acc\%}$, Y y Eff muestran una notable consistencia en su comportamiento promedio a partir de al menos 100 legisladores, lo que indica que el tamaño del parlamento simulado no afecta significativamente las dinámicas fundamentales del sistema.

En particular, las diferencias entre tamaños del parlamento son más evidentes en regiones donde el número de legisladores independientes es bajo o muy alto, donde los resultados para $N = 100$ se alejan ligeramente de los obtenidos para $N = [1000, 10000]$. La similitud entre los resultados nos permite trabajar con un tamaño de parlamento que equilibre la representación de tamaños de sistemas realistas, es decir, de números cercanos a lo que se puede encontrar en el mundo real, con la necesidad de disminuir el ruido estadístico más notable en sistemas pequeños. Además, esta flexibilidad permite seleccionar tamaños del sistema adecuados para disminuir los tiempos de cálculo computacional, facilitando simulaciones más eficientes sin comprometer la validez de los resultados. Por este motivo, para los resultados anteriores y posteriores hemos seleccionado como tamaño estándar $N = 1000$.

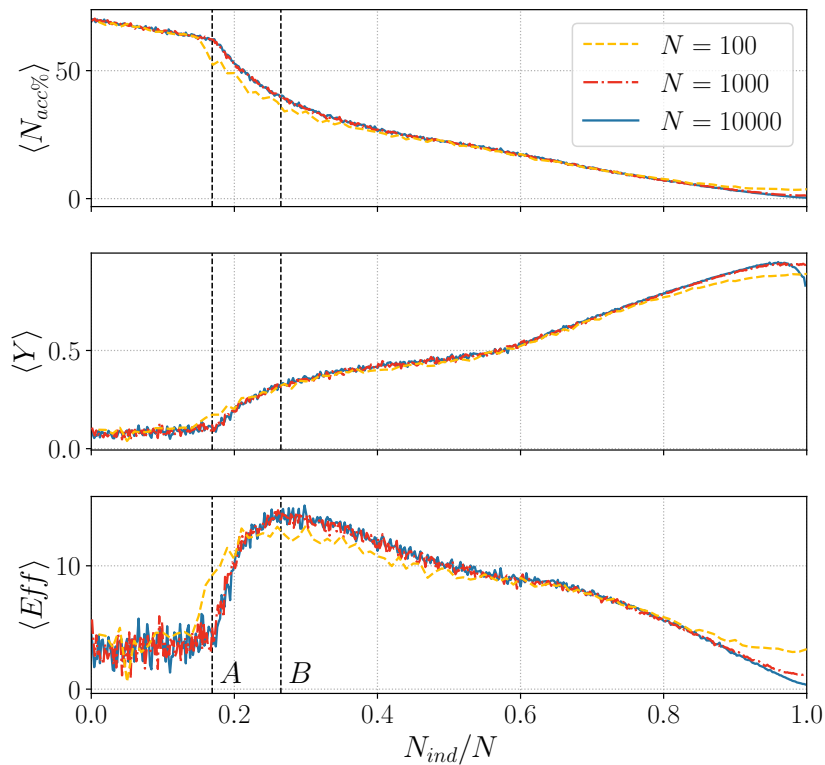


Figura 5.2.8: Promedio de las métricas al variar N . Comportamiento promedio de las métricas del modelo en función del tamaño del parlamento, considerando parlamentos con 100, 1000 y 10000 legisladores, y manteniendo constante el porcentaje del partido mayoritario en $p = 60\%$. Se destacan los puntos A y B , correspondientes al punto de inflexión en el comportamiento de las métricas y al valor máximo de eficiencia. Los resultados se obtuvieron promediando sobre 1000 legislaturas, cada una con 1000 actos legislativos, utilizando $r = 0.1$. Fuente: Elaboración propia.

5.2.2. Variación del porcentaje partido mayoritario

También se realizaron simulaciones variando el porcentaje de legisladores en el partido mayoritario (p) para un parlamento de 1000 legisladores. Los resultados, mostrados en la Fig. 5.2.9, corresponden a valores de $p = [51\%, 60\%, 80\%]$. Se observa que, al aumentar p , las curvas de las métricas $\langle N_{acc\%} \rangle$, $\langle Y \rangle$ y $\langle Eff \rangle$ presentan un desplazamiento hacia valores más altos de N_{ind}/N . Este desplazamiento implica que tanto el punto de inflexión (A) como el máximo de eficiencia (B) se verán alterados en función de p . En particular, para valores de p más altos, el sistema requiere una mayor cantidad de legisladores independientes para alcanzar niveles comparables de eficiencia. Estos resultados refuerzan la importancia de p como un parámetro clave en la caracterización de las fases del modelo que se describirán más adelante. La variación de A y B en función de N_{ind}/N y p se observan en la Fig. 5.2.10.

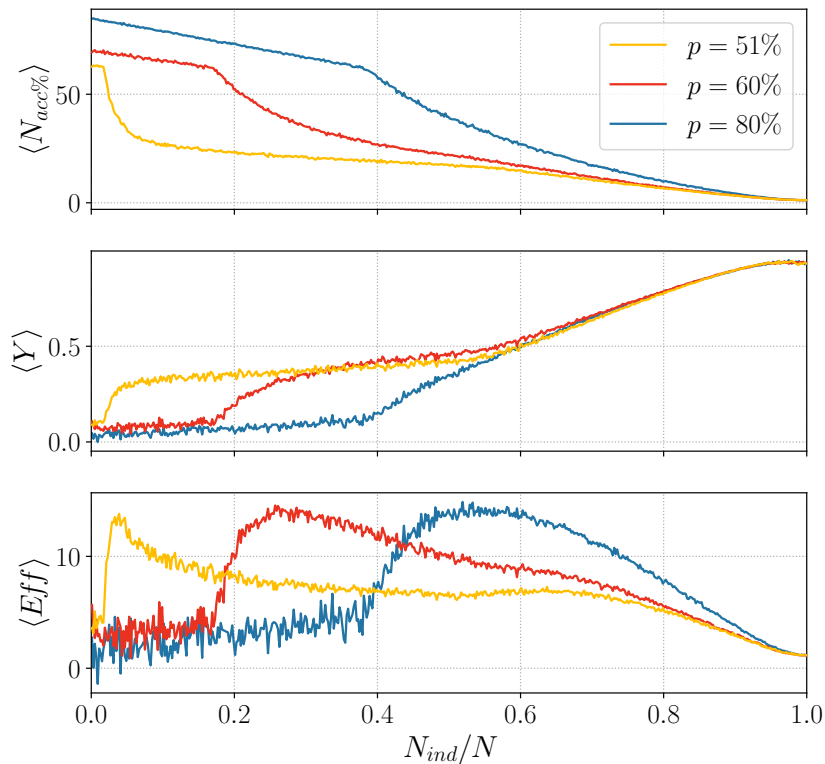


Figura 5.2.9: Promedio de las métricas al variar p . Comportamiento promedio de las métricas del modelo al variar el porcentaje p . Se muestra el comportamiento para parlamentos con $p = [51\%, 60\%, 80\%]$ de legisladores no independientes en el partido mayoritario al variar N_{ind} . Estos resultados se obtuvieron considerando 1000 legisladores totales, $r = 0.1$, 1000 actos legislativos, y el promedio sobre 1000 legislaturas distintas para cada valor de N_{ind} . Fuente: Elaboración propia.

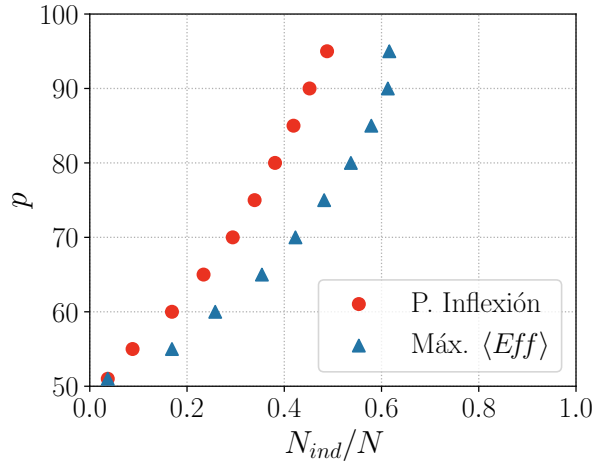


Figura 5.2.10: Puntos característicos. Punto de inflexión cuando la diferencia entre las derivadas adelantada y atrasada del promedio del porcentaje de propuestas aceptadas es máxima (●). Máximo de eficiencia cuando la curva de eficiencia promedio suavizada, utilizando el filtro de Savitzky-Golay, es máxima (▲). Fuente: Elaboración propia.

5.3. Umbrales de comportamiento

De forma análoga al enfoque de Pluchino et al. [6] para identificar la “regla de oro” descrita en la sección 4.3, determinamos analíticamente los valores de N_{ind} que marcan cambios en el comportamiento del parlamento.

Primero, calculamos el valor N_{ind}^A , correspondiente al punto en que el partido mayoritario pierde la mayoría absoluta. Esto ocurre cuando se pierde el 50% + 1 de los votos favorables seguros solo por miembros del partido, lo que se expresa mediante la siguiente relación:

$$N_M = \frac{N}{2} + 1, \quad (5.3.1)$$

donde recordamos que N_M representa la cantidad de legisladores del partido mayoritario. Reemplazando N_M en función de N , p y N_{ind}^A , obtenemos:

$$\begin{aligned} (N - N_{ind}^A) \frac{p}{100} &= \frac{N}{2} + 1 \\ N_{ind}^A &= \frac{N(p - 50) - 100}{p}. \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

Por otra parte, calculamos el valor N_{ind}^C , a partir del cual, incluso con el apoyo conjunto de ambos partidos y de un cuarto de legisladores independientes (que, por su comportamiento modelado, siempre votan a favor), no se alcanza el 50 % + 1 de los votos necesarios para aprobar una propuesta. Esto se formaliza como:

$$N_M + N_m + \frac{N_{ind}^C}{4} = \frac{N}{2} + 1, \quad (5.3.3)$$

donde N_m representa la cantidad de legisladores en el partido minoritario. Reemplazando a N_M y N_m en función de N , p y N_{ind}^C , y resolviendo para N_{ind}^C , encontramos:

$$\begin{aligned} (N - N_{ind}^C) \frac{p}{100} + (N - N_{ind}^C) \frac{100 - p}{100} + \frac{N_{ind}^C}{4} &= \frac{N}{2} + 1 \\ N_{ind}^C &= \frac{2}{3}N - \frac{4}{3}. \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

Notamos que, a diferencia de N_{ind}^A y N_{ind}^B , N_{ind}^C no depende del parámetro p .

En la Fig. 5.3.1 se observa el comportamiento de los umbrales N_{ind}^A , N_{ind}^B y N_{ind}^C en función de p , comparando los valores obtenidos analíticamente con aquellos obtenidos mediante simulaciones numéricas (Fig. 5.2.10). Estos umbrales dividen el plano N_{ind}/N vs. p en cuatro regiones o fases, cada una caracterizada por diferentes dinámicas en el comportamiento del parlamento.

Utilizando la interpretación de la aproximación de campo medio presentada en la sección 4.4, calculamos la probabilidad de aceptación para un parlamento con $p = 60\%$ y $N = 10^6$ legisladores. Aunque esta aproximación es válida en el límite $N \rightarrow \infty$, para $N = 10^6$ se observa un comportamiento prácticamente idéntico al de valores mayores de N , los cuales requieren tiempos de cálculo significativamente mayores. En la Fig. 5.3.2 se presenta el comportamiento de esta probabilidad, junto con una comparación con el porcentaje de aceptación $N_{acc}\%$ obtenido mediante simulaciones para un parlamento con $N = 1000$ legisladores y el mismo valor de p .

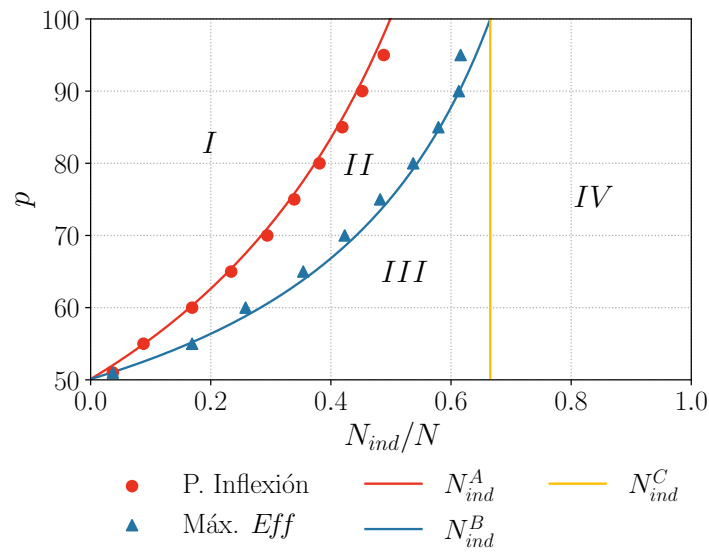


Figura 5.3.1: Diagrama de fases. Se muestran las cuatro fases delimitadas por los umbrales N_{ind}^A , N_{ind}^B y N_{ind}^C , los cuales dependen tanto del número de legisladores independientes en el parlamento N_{ind} como del porcentaje de legisladores no independientes en el partido mayoritario p . También se observa el análogo numérico de estos umbrales encontrado previamente. Las fases son: Fase *I*, donde el partido mayoritario tiene suficientes legisladores para aprobar proyectos por sí solo; Fase *II*, en la que el partido mayoritario requiere el respaldo de algunos legisladores independientes o del partido minoritario; Fase *III*, donde se necesita el apoyo de todos los grupos o de todos los legisladores independientes para aprobar leyes; y Fase *IV*, donde los independientes son los únicos que determinan la aprobación de un proyecto. Fuente: Elaboración propia.

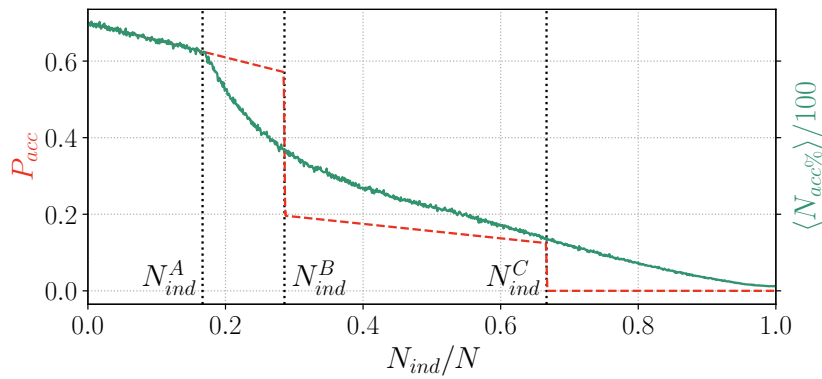


Figura 5.3.2: Probabilidad de aceptación. Probabilidad de que un proyecto de ley sea aceptado en función del número de legisladores independientes. La probabilidad de aceptación (línea discontinua roja) varía con el número de legisladores independientes, mostrando regiones de alta, media y nula probabilidad. También se incluye el porcentaje promedio de propuestas aceptadas (línea continua verde) obtenido a partir de simulaciones como punto de comparación, junto con los umbrales N_{ind}^A , N_{ind}^B y N_{ind}^C . Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 6

Discusión

6.1. Fases del modelo

A partir del capítulo 5, y en particular del análisis de umbrales (Sección 5.3), identificamos tres valores que delimitan distintas regiones en el diagrama N_{ind}/N vs. p . Estas regiones denominadas Fases *I*, *II*, *III* y *IV*, se muestran en la Fig. 6.1.1a. Cada fase refleja un comportamiento característico del parlamento simulado en función de los parámetros seleccionados, cuyas composiciones detalladas se observan en la Fig. 6.1.1b.

En la Fase *I*, el partido mayoritario posee una cantidad de legisladores suficiente para aprobar o rechazar propuestas sin necesidad de apoyo externo (ver Fig. 6.1.1b). Esto conduce a dos posibles escenarios:

- **Propuesta del partido mayoritario:** Este es el caso más probable, ya que la probabilidad de que el proponente sea miembro del partido es de N_M/N , y $N_M > N/2 + 1$. En este caso, el comportamiento gregario de los legisladores del partido asegura que todas las propuestas presentadas por sus miembros sean aprobadas automáticamente por todo el bloque. Así, la probabilidad de que una propuesta aleatoria sea aceptada es al menos N_M/N . Esto se observa en la Fig. 5.2.6.
- **Propuesta del partido minoritario o de independientes:** Estas propuestas son aprobadas solo si coinciden o superan los intereses del partido mayoritario. Es decir, deben situarse arriba y a la derecha en el diagrama respecto al centro del

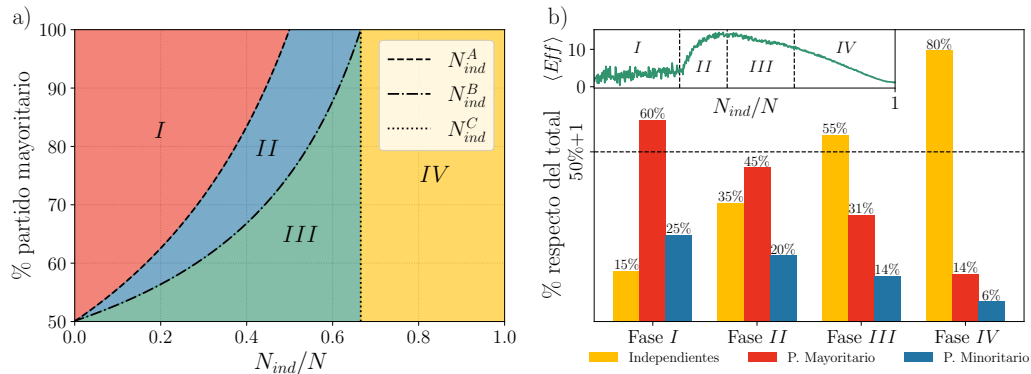


Figura 6.1.1: Fases del modelo: **a)** Diagrama de fases que muestra las cuatro fases delimitadas por los umbrales N_{ind}^A , N_{ind}^B y N_{ind}^C , los cuales dependen tanto del número de legisladores independientes en el parlamento N_{ind} como del porcentaje de legisladores no independientes en el partido mayoritario p . **b)** Ejemplo del porcentaje de legisladores pertenecientes a cada grupo en las distintas fases, junto con la eficiencia en cada una de ellas. La línea de $50\% + 1$ indica la cantidad necesaria de legisladores a favor para aprobar un proyecto. Fuente: Elaboración propia.

partido mayoritario (ventana de aceptación). En caso contrario, serán rechazadas.

El comportamiento parlamentario de esta fase se puede resumir como:

Se aprueban las propuestas que benefician al partido mayoritario.

A pesar del alto porcentaje de aceptación de propuestas, la ganancia social promedio es baja. Esto se debe a que muchas propuestas aprobadas favorecen únicamente al partido mayoritario y no necesariamente a la sociedad en su conjunto. En consecuencia, la eficiencia global del parlamento es baja, aunque aumenta a medida que se introducen legisladores independientes (ver $\langle Eff \rangle$ en la Fig. 6.1.1b).

Al aumentar la cantidad de legisladores independientes, el partido mayoritario pierde la mayoría absoluta y necesita apoyo adicional para seguir aprobando leyes, como se muestra en la Fig. 6.1.1b. Esto marca el inicio de la Fase II.

Desde la perspectiva de la aproximación de campo medio, esta fase se caracteriza porque el partido mayoritario continúa dominando gracias al respaldo de un cuarto de los legisladores independientes que siempre votan a favor. En esta situación ideal, la probabilidad de aceptación de propuestas no presenta un cambio brusco al cruzar el umbral N_{ind}^A (ver Fig. 5.3.2). Sin embargo, los resultados de las simulaciones muestran una clara disminución abrupta en el porcentaje de

aceptación de propuestas ($\langle N_{acc}\% \rangle$), junto con un aumento rápido en la ganancia social promedio ($\langle Y \rangle$) y en la eficiencia ($\langle Eff \rangle$) al superar este umbral, como se muestra en la Fig. 5.2.1 y en $\langle Eff \rangle$ de la Fig. 6.1.1b.

Esta caída puede explicarse por dos factores principales:

- **Apoyo inconsistente de los independientes:** No siempre se logra que un cuarto de los independientes respalde consistentemente las propuestas del partido mayoritario en las simulaciones.
- **Aumento de propuestas provenientes de independientes:** A medida que crece la cantidad de legisladores independientes, es más probable que las propuestas provengan de alguno de ellos. Estas propuestas, al no coincidir necesariamente con los intereses del partido mayoritario, enfrentan dificultades para obtener el apoyo necesario y ser aprobadas.

En esta fase, el partido minoritario no ejerce una influencia significativa sobre la aprobación o rechazo de las leyes. Desde una perspectiva práctica, su comportamiento es análogo al de un legislador independiente, aunque con un mayor peso en votos. Es en este momento cuando los legisladores independientes comienzan a tener una relevancia más significativa, lo cual se traduce en un aumento notable de la eficiencia hasta alcanzar la configuración con la mayor eficiencia posible.

Podemos resumir el comportamiento de esta fase como:

El partido mayoritario domina, pero necesita apoyo de grupos menores.

A medida que continúa incrementando la cantidad de legisladores independientes, se alcanza y supera el umbral N_{ind}^B , el cual marca el punto de máxima eficiencia del sistema y da inicio a la Fase III, como observa en la Fig. 6.1.1b. Esta transición se caracteriza por un cambio significativo en la dinámica parlamentaria. En primer lugar, la probabilidad de que una propuesta sea aprobada disminuye notablemente (ver Fig. 5.3.2), ya que, en esta fase, se requiere la cooperación de tres grupos distintos para alcanzar una mayoría: el partido mayoritario, el partido minoritario y el cuarto de legisladores independientes que siempre vota a favor.

Además, las métricas computacionales reflejan claramente esta nueva dinámica. La eficiencia del sistema, que previamente era creciente, comienza a decrecer a medida que se incrementa la cantidad de independientes, esto se observa en $\langle Eff \rangle$ en la

Fig. 6.1.1b. Asimismo, el porcentaje de propuestas aceptadas ($\langle N_{acc}\% \rangle$) muestra una caída continua. Sin embargo, aunque menos propuestas son aprobadas, las que lo logran tienden a ser más beneficiosas para la sociedad en general, lo que se traduce en un aumento en la ganancia social promedio.

En esta fase, y haciendo una analogía con parlamentos reales, podría interpretarse que el sistema enfrenta la necesidad de coordinación constante y la búsqueda de consensos entre los distintos grupos para alcanzar acuerdos. Aunque el modelo no incluye dinámicas explícitas de diálogo o negociación, el comportamiento observado refleja una mayor interacción entre las partes, lo que podría asociarse a un sistema más equilibrado, aunque también más exigente en términos de coordinación.

El comportamiento general de esta fase puede resumirse como:

Partidos e independientes deben apoyarse para aprobar leyes.

Finalmente, al seguir aumentando el número de independientes, se supera el umbral N_{ind}^C , que se distingue por no depender de p , a diferencia de los otros umbrales. Tras este umbral se entra en la Fase *IV*, en la cual solo se aprueban propuestas de ley que generen una alta ganancia social y personal para todos los partidos e independientes. En esta fase, es posible que una propuesta sea aceptada incluso sin el apoyo de ningún partido al obtener suficiente respaldo de los independientes. Sin embargo, este escenario es poco probable, como se observa en las Figs. 5.2.1, 5.2.6 y 5.2.7, donde las propuestas aprobadas en estas condiciones son excepcionales. El comportamiento general de esta fase se resume de la siguiente manera:

Baja probabilidad de que se acepten leyes.

Al tratar de interpretar estas fases como estados de orden-desorden, nos enfrentamos a la dificultad de definir claramente estos estados en el contexto de este modelo. Para las fases *I*, *II* y *III*, aunque el aumento de la cantidad de legisladores independientes incrementa la incertidumbre respecto a la aprobación de las propuestas, los partidos, junto con los independientes que votan a favor, todavía pueden lograr una organización que permita la aprobación de leyes. Por esta razón, el conjunto de estas tres fases puede considerarse como una fase de orden o consenso, aunque con características propias en cada una de ellas. En contraste, la fase *IV* correspondería a un estado de desorden o fragmentación, dado que la gran diversidad de opiniones reflejaría la posición de cada legislador

independiente.

6.2. Punto C

En el capítulo 5, donde calculamos los umbrales tanto de forma numérica como analítica, se observa que tanto para N_{ind}^A como para N_{ind}^B , los valores numéricos (el punto de inflexión A y el máximo de eficiencia B) son muy cercanos a los valores analíticos que representan estas curvas. Sin embargo, no fue posible encontrar un análogo para N_{ind}^C , a pesar de ser un punto relevante desde el punto de vista analítico, tanto al calcular los umbrales como al analizar la probabilidad de aceptación, ya que en este punto la probabilidad cambia de un valor medio a uno nulo (ver Fig. 5.3.2).

Esto podría deberse a los efectos finitos de las simulaciones, dado que la aproximación de campo medio asume el límite $N \rightarrow \infty$, el cual no es alcanzable computacionalmente. Para calcular N_{ind}^C analíticamente, se considera el punto en el que la cantidad de legisladores independientes que vota en contra supera al posible acuerdo entre ambos partidos y la parte de independientes que vota a favor. Este umbral marca la transición entre un estado en el que la aprobación de leyes es posible gracias al apoyo conjunto del partido mayoritario, el minoritario y una fracción de los independientes, y otro en el que la cantidad de independientes es tan grande que la facción que vota en contra se convierte en mayoría. Esto se observa en la Fig. 6.1.1b (Fase IV), donde los independientes superan en número a los dos partidos combinados por amplia ventaja.

A diferencia de los otros umbrales (N_{ind}^A y N_{ind}^B), el cálculo analítico de N_{ind}^C no depende de p (ver Ecs. 5.3.2, 4.3.2 y 5.3.4). Esta independencia sugiere que, para identificar este punto en las simulaciones, sería necesario analizar más a fondo el comportamiento de las métricas del modelo bajo distintas condiciones buscando un punto en el que sin importar el porcentaje p escogido el comportamiento de estas sea similar. Sin embargo, definir un criterio claro para determinar cuándo estas métricas son suficientemente similares resulta un desafío, ya que no basta con examinar simulaciones individuales, sino que se requiere considerar el comportamiento global de los resultados al variar p (ver Fig. 5.2.9).

Además, es posible que N_{ind}^C pueda detectarse mediante un análisis más detallado de otros momentos estadísticos de las métricas, como la desviación estándar

o la asimetría, los cuales presentan cambios en sus tendencias cerca de este umbral. No obstante, estas variaciones no son tan marcadas ni tan directamente relacionadas con N_{ind}^C como ocurre en los casos de N_{ind}^A y N_{ind}^B con los puntos A y B , respectivamente (ver Figs. 5.2.2, 5.2.3, 5.2.4).

6.3. Limitaciones y extensiones del modelo

El modelo propuesto se basa en diversas simplificaciones que facilitan su análisis, pero también introducen limitaciones. Sin embargo, estas restricciones ofrecen oportunidades para futuras extensiones, exploraciones y mejoras.

Uno de los aspectos discutibles es el diseño de la ventana de aceptación. Según el modelo, legisladores ubicados en el cuadrante inferior izquierdo votan a favor de cualquier propuesta, lo que contradice la noción de Cipolla de que las personas en este cuadrante actúan de manera irracional o “estúpida”. Además, resulta incoherente que legisladores caracterizados como “malvados” voten a favor de propuestas que beneficien a la sociedad, dado que su comportamiento debería priorizar el beneficio propio en detrimento del beneficio social [30]. Una posible mejora sería implementar ventanas de aceptación acotadas, como ventanas circulares, que reflejen que los legisladores tienden a apoyar propuestas alineadas con sus ideales. Este cambio permitiría adoptar esquemas como la brújula política, con ejes de Izquierda-Derecha y Autoritarismo-Libertarismo [37]. Sin embargo, dicho ajuste requeriría reemplazar la ganancia social como eje espacial en el diagrama, lo que haría que las métricas actuales del modelo, especialmente la ganancia social promedio y la eficiencia del parlamento, dejaran de ser aplicables en el nuevo esquema.

Otra limitación del modelo es la rigidez en las posiciones de los legisladores. En el diseño actual, los legisladores mantienen sus ideales fijos durante toda la legislatura, lo cual no refleja las dinámicas observadas en sistemas reales, donde las posturas pueden variar por múltiples factores [38, 39]. Incorporar mecanismos de aprendizaje permitiría estudiar cómo los legisladores ajustan sus estrategias a lo largo del tiempo en respuesta a los resultados de las votaciones.

Durante este estudio también surgieron escenarios específicos que merecen un análisis más detallado. Por ejemplo, la inclusión de legisladores díscolos, es decir, miembros de un partido que ocasionalmente votan de acuerdo con sus intereses

personales, podría aportar una perspectiva más realista sobre las dinámicas internas de los partidos. Además, sería interesante explorar los efectos de modificar el umbral de votos necesarios para la aprobación de leyes, por ejemplo, aumentando este requisito a $2/3$ de los votos. Cambios de este tipo podrían generar nuevas dinámicas en la formación de mayorías y en la estabilidad de los acuerdos legislativos.

El multipartidismo es otro escenario que ha sido estudiado en el caso del parlamento finlandés [40]. Se ha observado que la fragmentación en múltiples partidos pequeños dificulta la formación de acuerdos, mientras que una coalición de gobierno que agrupe a varios de ellos, junto con partidos individuales, puede optimizar la presencia de legisladores independientes, maximizando la eficiencia parlamentaria. Trabajos futuros deberán considerar esta posibilidad de manera más general, extendiendo el análisis a configuraciones con distintos números de partidos y proporciones, buscando representar la diversidad de sistemas parlamentarios existentes.

El modelo también ha sido aplicado en escenarios reales para explorar la dinámica legislativa. En particular, se ha utilizado para analizar la eficiencia del Senado italiano tras las elecciones de 2013, evaluando el impacto de la ausencia de mayorías fijas y el papel de legisladores independientes en la producción legislativa [41]. Estos estudios sugieren que la flexibilidad en la formación de mayorías puede fomentar la deliberación y la aprobación de leyes, lo que abre la posibilidad de extender este enfoque a otros parlamentos.

Otro desafío relevante es la medición de los ejes del modelo en el contextos reales. Para la ganancia social, podrían emplearse encuestas de opinión pública que evalúen la percepción ciudadana sobre el impacto de las propuestas legislativas. Sin embargo, el eje de ganancia personal es mucho más difícil de cuantificar, debido a la diversidad y subjetividad de los intereses individuales. Una solución sería enfocarse exclusivamente en la dimensión social, como en el trabajo de Caserta et al. [2], o bien buscar un eje alternativo que sea fácilmente cuantificable y relevante para los objetivos del modelo.

Estas consideraciones representan solo algunas de las posibles extensiones del modelo. Nuestro trabajo explorado sus capacidades actuales como punto de partida sólido para futuros desarrollos y mejoras.

Por otra parte, si bien se asemeja a modelos de la dinámica de la opinión, y en

particular a un modelo tipo CODA [8], considerando como opiniones continuas las posiciones de los legisladores en el diagrama y como resultado binario el voto a favor o en contra de las propuestas, no puede ser enmarcado dentro de este tipo de modelos debido a la falta de evolución en las opiniones de los agentes. En el estado actual del modelo, una vez que se establecen las posiciones, estas permanecen estáticas. Sin embargo, si se incorpora la movilidad de los legisladores en el plano, este modelo podría ser considerado dentro de los modelos de dinámica de la opinión. Además, en el estado actual, la dinámica de interacción es indirecta, ya que las decisiones de un legislador afectan al sistema completo sin que existan relaciones explícitas entre pares.

Otro aspecto a explorar es la existencia de transiciones de fase en las métricas del modelo. Se ha identificado que en el umbral N_{ind}^A ocurre un cambio abrupto en las métricas del modelo, con lo cual, si bien no hay un cambio explícito orden-desorden en este punto, si podríamos hablar de una transición de fase de primer orden. Luego, en el umbral N_{ind}^C se experimenta un paso de consenso posible entre los grupos del parlamento a un disenso o fragmentación total, esto se asemeja más a una transición orden-desorden y por el cambio continuo en las métricas en torno a este punto es posible hablar de una transición de fase de segundo orden. Ambas transiciones deben ser estudiadas en mayor profundidad para ser confirmadas.

Finalmente, el diagrama de Cipolla, que sirve de base para este modelo, ha sido objeto de estudio en teoría de juegos como una extensión del dilema del prisionero, relacionando los cuatro tipos de comportamiento con distintas estrategias de juego [42, 31]. Este enfoque resulta particularmente útil en sistemas con un número limitado de agentes, donde las técnicas estadísticas convencionales no son aplicables. Esto podría ser útil para estudiar sistemas con menos de 100 agentes como ocurre con una buena parte de los parlamentos en el mundo [3] y otros organismos en los cuales se pueden conformar dos grandes grupos y presentar votaciones.

Capítulo 7

Conclusión

Luego de reproducir se extendió el modelo parlamentario planteado por Pluchino et al. [6], teniendo como primer resultado que, luego de al menos $N = 100$ agentes, el modelo escala y los fenómenos macroscópicos, traducidos en el comportamiento de las métricas del sistema, son iguales. Dada la escalabilidad del comportamiento del modelo escogimos un tamaño estándar de 1000 legisladores, balanceando simular tamaños de parlamentos reales [3], la obtención de medidas estadísticas representativas y tiempos de calculo computacional breves. Esto permite aplicar el modelo a variados escenarios sin perder precisión. Mediante la variación del porcentaje de legisladores no independientes en el partido mayoritario (p) se observa el desplazamiento de las curvas promedio de las métricas del sistema en función de la cantidad de legisladores independientes.

Utilizando una resolución máxima, es decir, intervalos de 1 en la cantidad de legisladores independientes, encontramos con mayor exactitud el máximo de eficiencia, así como la aparición de un punto de inflexión, lo que se traduce en el descubrimiento de un nuevo punto característico del sistema. Este análisis se realizó observando los momentos de las distribuciones obtenidas a partir de una multitud de simulaciones con distintas configuraciones del parlamento. El énfasis se puso en el análisis de la media de las distribuciones de las tres métricas del modelo, lo cual permitió comprender mejor la dinámica interna del sistema parlamentario simulado.

Mediante el uso de la aproximación de campo medio, hemos identificado dos nuevos umbrales, además de verificar la “regla de oro” [6]. Con estos tres umbrales se divide

el comportamiento del modelo en cuatro fases, que describen las agrupaciones necesarias para alcanzar acuerdos en el parlamento modelado. Dos de estos umbrales se identificaron de forma numérica y analítica, y otro solo de forma numérica. Trabajos futuros deberán abordar la búsqueda numérica del tercer umbral correspondiente al punto C , que describe el momento a partir del cual el parlamento es dominado por los legisladores independientes, entrando en una fase de desorden o fragmentación debido a la imposibilidad de alcanzar acuerdos. La identificación precisa de este umbral no fue posible dada la falta de claridad en un punto de cambio de las tendencias de las métricas que si se manifiesta para los umbrales A y B . Este aspecto, junto con otros elementos del modelo que aún no hemos explorado completamente, abre nuevas líneas de investigación futura.

Se verificó la hipótesis observando que la eficiencia global del parlamento junto con las otras métricas del modelo dependen de la dinámica interna de los partidos, de sus interacciones entre sí y con los legisladores independientes, lo que se refleja en modificaciones en sus tamaños y proporciones. Estas variaciones macroscópicas y sus cambios de tendencia permitieron analizar, a nivel microscópico, el comportamiento en cada fase del sistema, diferenciando estas regiones de acuerdo con sus parámetros característicos. El análisis, realizado tanto de manera numérica como analítica, permitió cumplir con los objetivos planteados: reproducir el modelo, introducir variaciones y caracterizar su comportamiento. Además, la identificación de los distintos regímenes facilitó la descripción de qué grupos dominan en cada caso y cuándo no existe una predominancia clara, lo cual contribuye al cumplimiento del último objetivo propuesto.

Las futuras investigaciones de este modelo deberían profundizar en el análisis del tercer umbral y explorar las implicancias del modelo en contextos políticos reales, así como su aplicabilidad en otras áreas de los sistemas sociales, como la dinámica de grupos y la toma de decisiones colectivas.

El modelo estudiado ofrece una herramienta útil para analizar el comportamiento parlamentario, al mismo tiempo que realiza una valiosa contribución a diversas disciplinas. Desde la perspectiva de la sociofísica, el modelo permite entender cómo las interacciones entre los agentes, que representan a los legisladores, generan patrones colectivos que se traducen en variaciones en la eficiencia del parlamento y en otras métricas del sistema. En el ámbito de la ciencia política, el modelo proporciona una representación simplificada pero efectiva de la toma de decisiones

en parlamentos bipartidistas y cómo la inclusión de legisladores independientes afectaría este proceso. Esto facilita la comprensión de los procesos legislativos en escenarios reales y de la influencia que los actores independientes tienen sobre el equilibrio y el traspaso del poder entre los grupos. Finalmente, al considerar la dinámica de los agentes tanto a nivel microscópico como macroscópico, el modelo se inserta en el estudio de los sistemas complejos, demostrando cómo la interacción de agentes regidos por reglas simples puede generar comportamientos colectivos complejos, como la aparición de fases y puntos críticos que describen la transición entre diferentes regímenes de eficiencia y de comportamiento.

Referencias

- [1] R. Michels and E. Paul. *Political Parties: A Sociological Study of the Oligarchical Tendencies of Modern Democracy*. Dover Publications, 1959.
- [2] Maurizio Caserta, Alessandro Pluchino, Andrea Rapisarda, and Salvatore Spagano. Why lot? How sortition could help representative democracy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 565:125430, March 2021.
- [3] Ipu parline: Global data on national parliaments. <https://data.ipu.org>. [Accessed 10-03-2025].
- [4] Mark D. Brewer and L. Sandy Maisel. *Parties and Elections in America: The Electoral Process*. Rowman & Littlefield, 9 edition, 2021.
- [5] Constanza Moreira. Party systems, political alternation and ideology in the south cone (Argentina, Brazil, Chile and Uruguay). *Revista Uruguaya de Ciencia Política*, 2:0 – 0, 00 2006.
- [6] Alessandro Pluchino, Cesare Garofalo, Andrea Rapisarda, Salvatore Spagano, and Maurizio Caserta. Accidental politicians: How randomly selected legislators can improve parliament efficiency. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390(21):3944–3954, October 2011.
- [7] Claudio Castellano, Santo Fortunato, and Vittorio Loreto. Statistical physics of social dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 81(2):591–646, May 2009.
- [8] Jordi Tena-Sánchez and Francisco José León-Medina. Models of the dynamics of opinion. a literature review. *Revista Internacional de Sociología*, 77(2):e123, Jun. 2019.
- [9] Murray Gell-Mann. Simplicity and Complexity in the Description of Nature. *Engineering and Science*, 51(3):2–9, 1988.
- [10] Giorgio Parisi. Complex systems: a physicist’s viewpoint. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 263(1):557–564, February 1999.
- [11] M. San Miguel, J. H. Johnson, J. Kertesz, K. Kaski, A. Díaz-Guilera, R. S. MacKay, V. Loreto, P. Érdi, and D. Helbing. Challenges in complex systems science. *The European Physical Journal Special Topics*, 214(1):245–271, November 2012.

- [12] Alexander F. Siegenfeld and Yaneer Bar-Yam. An Introduction to Complex Systems Science and Its Applications. *Complexity*, 2020:6105872, July 2020.
- [13] Ginestra Bianconi, Alex Arenas, Jacob Biamonte, Lincoln D. Carr, Byungnam Kahng, Janos Kertesz, Jürgen Kurths, Linyuan Lü, Cristina Masoller, Adilson E. Motter, Matjaž Perc, Filippo Radicchi, Ramakrishna Ramaswamy, Francisco A. Rodrigues, Marta Sales-Pardo, Maxi San Miguel, Stefan Thurner, and Taha Yasseri. Complex systems in the spotlight: next steps after the 2021 Nobel Prize in Physics. *Journal of Physics: Complexity*, 4(1):010201, January 2023.
- [14] James Ladyman, James Lambert, and Karoline Wiesner. What is a complex system? *European Journal for Philosophy of Science*, 3(1):33–67, January 2013.
- [15] P. W. Anderson. More Is Different. *Science*, 177(4047):393–396, August 1972.
- [16] J. Ladyman and K. Wiesner. *What Is a Complex System?* Yale University Press, 2020.
- [17] Serge Galam, Yuval Gefen (Feigenblat), and Yonathan Shapir. Sociophysics: A new approach of sociological collective behaviour. I. mean-behaviour description of a strike. *The Journal of Mathematical Sociology*, 9(1):1–13, November 1982.
- [18] Juergen Mimkes. A Thermodynamic Formulation of Social Science. In *Econophysics and Sociophysics*, pages 279–309. John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [19] Serge Galam. The Question: Do Humans Behave like Atoms? In *Sociophysics: A Physicist's Modeling of Psycho-political Phenomena*, Understanding Complex Systems, pages 21–39. Springer US, Boston, MA, 2012.
- [20] Katharina Müller, Christian Schulze, and Dietrich Stauffer. Inhomogeneous and Self-Organized Temperatura in Schelling-Ising Model. *International Journal of Modern Physics C*, November 2011.
- [21] Alessio Emanuele Biondo, Alessandro Pluchino, and Andrea Rapisarda. The Beneficial Role of Random Strategies in Social and Financial Systems. *Journal of Statistical Physics*, 151(3):607–622, May 2013.
- [22] Serge Galam. What is Sociophysics About? In *Sociophysics: A Physicist's Modeling of Psycho-political Phenomena*, Understanding Complex Systems, pages 3–19. Springer US, Boston, MA, 2012.
- [23] Peter Clifford and Aidan Sudbury. A model for spatial conflict. *Biometrika*, 60(3):581–588, 12 1973.
- [24] Richard A. Holley and Thomas M. Liggett. Ergodic Theorems for Weakly Interacting Infinite Systems and the Voter Model. *The Annals of Probability*, 3(4):643 – 663, 1975.

-
- [25] S. Galam. Minority opinion spreading in random geometry. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 25(4):403–406, Feb 2002.
- [26] Guillaume Deffuant, David Neau, Frederic Amblard, and Gérard Weisbuch. Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, 03(01n04):87–98, 2000.
- [27] Ulrich Krause. A discrete nonlinear and non-autonomous model of consensus formation. *Communications in Difference Equations*, 2000, 07 2000.
- [28] Rainer Hegselmann and Ulrich Krause. Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis and simulation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 5, 07 2002.
- [29] Le Anh Quang, Nam Jung, Eun Sung Cho, Jae Han Choi, and Jae Woo Lee. Agent-based models in social physics. *Journal of the Korean Physical Society*, 72(11):1272–1280, Jun 2018.
- [30] Carlo M. Cipolla. Las leyes fundamentales de la estupidez humana. In *Allegro ma non troppo*. Grijalbo Mondadori, Barcelona, 1 edition, 1996.
- [31] Joel Kuperman, Donny R. Bárcenas, and Marcelo N. Kuperman. Evolutionary game inspired by Cipolla’s basic laws of human stupidity. *Physical Review E*, 101(5):052307, May 2020.
- [32] A. Pluchino, C. Garofalo, A. Rapisarda, S. Spagano, and M. Caserta. Accidental politicians: How randomly selected legislators can improve parliament efficiency. Paper presented at the meeting of European Conference on Complex Systems, Vienna, 2011.
- [33] Leo P. Kadanoff. More is the same; phase transitions and mean field theories. *Journal of Statistical Physics*, 137(5):777–797, Dec 2009.
- [34] S. Kotz, N. Balakrishnan, and N.L. Johnson. *Bivariate and Trivariate Normal Distributions*, chapter 46, pages 251–348. John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
- [35] Friedrich Pukelsheim. The three sigma rule. *The American Statistician*, 48(2):88–91, 1994.
- [36] Abraham. Savitzky and M. J. E. Golay. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Analytical Chemistry*, 36(8):1627–1639, 1964.
- [37] Katarzyna Sznajd-Weron and Józef Sznajd. Who is left, who is right? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 351(2):593–604, 2005.
- [38] Thad Kousser, Jeffrey B. Lewis, and Seth E. Masket. Ideological adaptation? the survival instinct of threatened legislators. *Journal of Politics*, 69(3):828–843, 2007.

-
- [39] Carol Mershon and Olga Shvetsova. Parliamentary cycles and party switching in legislatures. *Comparative Political Studies*, 41(1):99–127, 2008.
- [40] Julius Lehtinen. Accidental politicians, pluralised: How randomly selected legislators can enhance the parliament outputs in a multiparty system. Master’s thesis, University of Helsinki, 2022.
- [41] A. Pluchino, A. Rapisarda, C. Garofalo, S. Spagano, and M. Caserta. On the efficiency of the new Italian Senate and the role of 5 Stars Movement: Comparison among different possible scenarios by means of a virtual Parliament model, March 2013.
- [42] Donny R. Bárcenas, Joel Kuperman, and Marcelo N. Kuperman. The destructive effect of human stupidity: a revision of Cipolla’s fundamental laws. *The European Physical Journal B*, 93(11):211, November 2020.

Apéndice A

A1. Diagrama de flujo

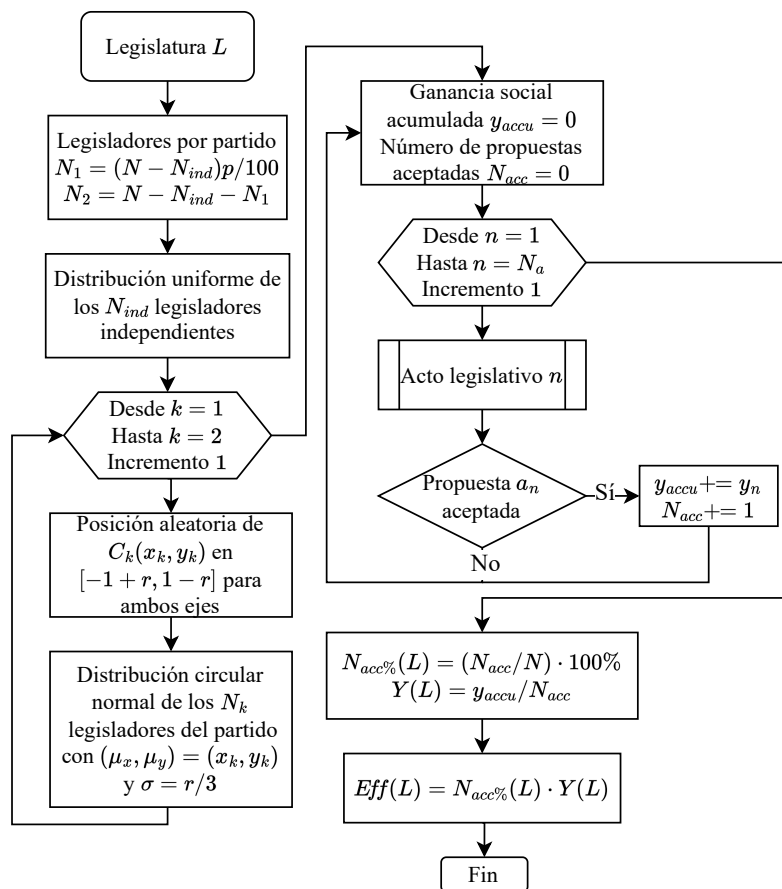


Figura A1.1: Diagrama de flujo de la implementación del modelo. Fuente: Elaboración propia.

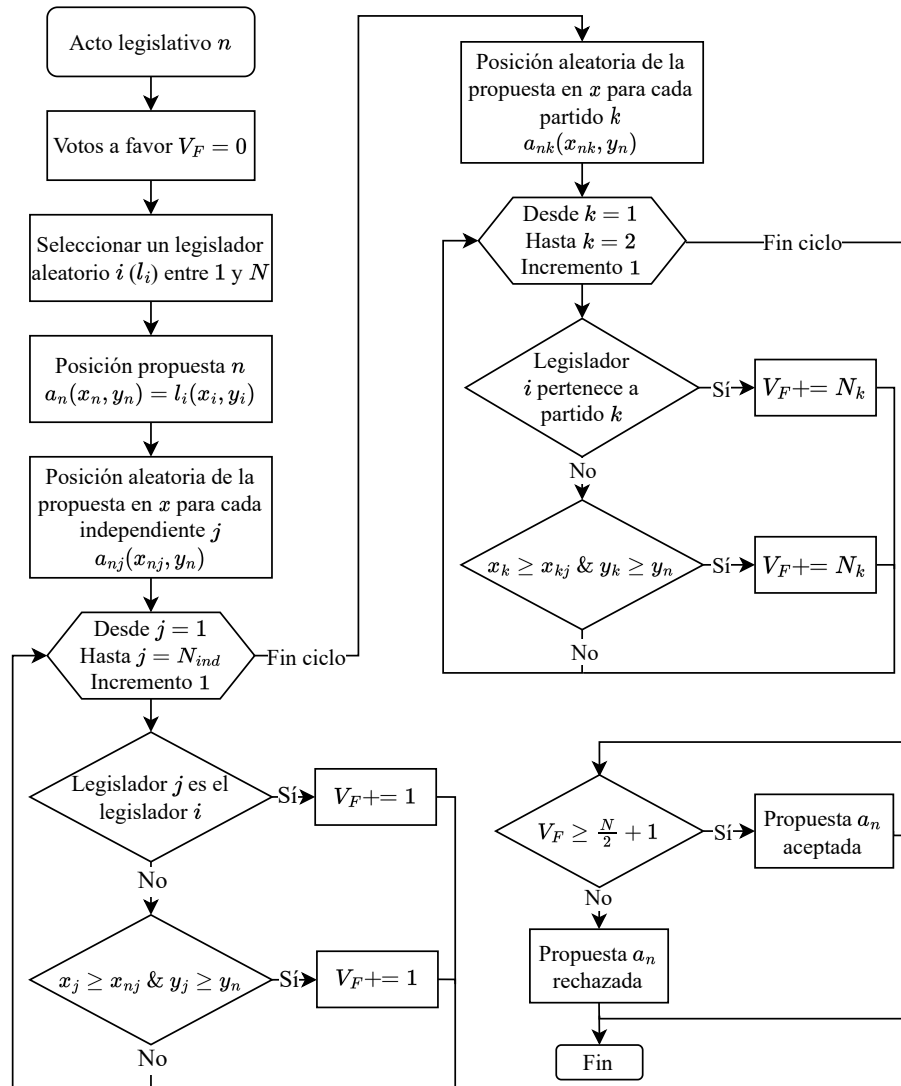


Figura A1.2: Diagrama de flujo del acto legislativo. Corresponde a parte del diagrama de flujo principal (ver Fig. A1.1). Fuente: Elaboración propia.