

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Metalúrgica

Profesores Patrocinantes
Dr. Fernando Betancourt Cerda

Ingeniero Supervisor
Carlos Benavente Rivera
Claudio Villegas Sánchez

**Desarrollo de un modelo predictivo a tiempo real para la
estimación del nivel de bolas en los molinos de la planta SAG,
CODELCO División El Teniente.**

MARCO SEBASTIÁN ALCAMÁN LEIVA

Informe de memoria de Título
para optar al Título de

Ingeniero Civil Metalúrgico

Diciembre, 2024

Agradecimientos

Muchas gracias a mis padres Marco Alcaman P. y Ximena Leiva P. y hermanos Álvaro, Catalina y Valentín, ellos son mi pilar fundamental en la vida, siempre me apoyaron a dar lo mejor de mí, me dieron la oportunidad de elegir mi propio camino, siendo mi sustento durante todo mi trayecto.

A mis abuelos Víctor y Tran, Armando y Maria, por darme todo, ser mis referentes y fuentes de inspiración a ser mejor persona.

A Anais Caurapan, por ser mi compañera de vida durante toda la época universitaria, apoyándome siempre en los buenos y malos momentos.

A Víctor Alcaman, Don Vitorio, mi padrino que siempre me ha acompañado desde que tengo memoria, guiándome y dándome su apoyo incondicional.

A Champagne life, Basti, Mati, Nico, Nacho y Javi, por esos amigos de U con noches de estudio y diversión.

A Fernando Betancourt, mi profesor guía en la memoria, por apoyarme en dar mi primer paso en el mundo profesional.

A Claudio Villegas y Pamela Cisternas, Ingeniero Senior Molienda e ingeniera de procesos SIP, por siempre enseñarme con la mejor disposición del mundo y acompañarme durante toda mi memoria.

Carlos Benavente y Valentina Gonzalez, Superintendente y jefa de unidad de la SPSAG, por apoyarme con sus consejos y guiándome en mi crecimiento como profesional.

Al equipo SAG, por hacer que mi estadía en Codelco haya sido inolvidable, pasando momentos de alegría, enseñándome a trabajar en equipo sin olvidar que detrás de toda persona hay una historia y valores que nos enriquecen.

A todo ellos, ¡Muchas gracias!

Resumen ejecutivo

El Teniente, la mayor mina subterránea de cobre del mundo, ha experimentado un incremento continuo en el procesamiento de minerales. Este aumento no ha sido respaldado adecuadamente por mejoras en el proceso, resultando en un aumento en la granulometría del producto de la molienda, lo que afecta negativamente la eficiencia de la flotación.

El objetivo general de este estudio es desarrollar una herramienta en línea que estime el nivel de bolas en el circuito de molienda SAG utilizando un modelo de potencia. Para lograr esto, se plantearon objetivos específicos como realizar mediciones en terreno para ajustar el modelo y caracterizar el muestreo del año 2020 del molino SAG 401, con el fin de simular la función de selección específica y justificar el control del nivel de bolas.

La propuesta de valor de esta implementación radica en mejorar el control operativo y obtener mejores resultados, además de comprender mejor la eficiencia de la molienda y la fractura bajo diferentes condiciones operativas. Esto también permitirá un mejor control en la carga de bolas. Durante el desarrollo del estudio, se seleccionó el modelo de Hogg & Fuerstenau para la estimación del nivel de bolas. Se realizaron mediciones en terreno y calibraciones para ajustar el modelo, y se incluyeron modelos de desgaste y relaciones metalúrgicas para mejorar la precisión.

Los resultados demostraron que el modelo es efectivo en la estimación del nivel de bolas tanto para los molinos de bolas como en los SAG, alcanzando la mejor precisión de 95,8% de precisión en las mediciones durante las calibraciones correspondientes para el SAG 401 y la peor de 79% en el molino SAG 501, donde en el molino 501 se implementó al modelo, el desgaste del cilindro, demostrando que es un factor crítico en la sensibilidad del modelo. La implementación de un modelo en línea para estimar el nivel de bolas en la planta SAG es viable y puede mejorar significativamente la eficiencia del proceso de molienda. Sin embargo, es crucial realizar calibraciones y ajustes continuos para asegurar la precisión del modelo.

Abstract

El Teniente, the largest underground copper mine in the world, has experienced a continuous increase in mineral processing. This increase has not been adequately supported by process improvements, resulting in a rise in the granulometry of the milling product, negatively affecting flotation efficiency.

The main objective of this study is to develop an online tool to estimate the ball level in the SAG milling circuit using a power model. To achieve this, specific objectives included conducting field measurements to adjust the model and characterizing the 2020 sampling of the SAG 401 mill, in order to simulate the specific selection function and justify ball level control.

The value proposition of this implementation lies in improving operational control and achieving better results, as well as gaining a better understanding of milling efficiency and fracture under different operational conditions. This will also enable better control over ball loading. During the development of the study, the Hogg & Fuerstenau model was selected for estimating ball level. Field measurements and calibrations were carried out to adjust the model, and wear models and metallurgical relationships were included to improve accuracy.

The results demonstrated that the model is effective in estimating ball levels for both ball mills and SAG mills, achieving the highest accuracy of 95.8% during the corresponding calibrations for SAG 401, and the lowest at 79% for SAG 501, where cylinder wear was implemented in the model, demonstrating that it is a critical factor in the model's sensitivity. The implementation of an online model to estimate ball level in the SAG plant is feasible and can significantly improve the efficiency of the milling process. However, it is crucial to perform continuous calibrations and adjustments to ensure model accuracy.

Nomenclatura

DET	División el Teniente.
DCS	Distributed Control System.
SAG	Semi-autogeno.
P	Potencia.
D	Diámetro.
L	Largo.
V	Velocidad del molino en revoluciones por minuto.
E	Porcentaje de porosidad de carga.
J_b	Nivel de bolas
J_c	Nivel de carga.
J_p	Nivel de pulpa.
ρ_b	Densidad de bolas.
ρ_m	Densidad del mineral.
fs	Porcentaje sólidos.
φ_c	Fracción velocidad critica
<u><i>Modelo Hogg & Fuerstenau</i></u>	
$P_{H\&F}$	Potencia de Hogg & Fuerstenau.
α	Ángulo de levante.
θ	Ángulo relacionado con el nivel de carga.
K	Factor de ajuste.
<u><i>Modelo Austin</i></u>	
P_A	Potencia de Austin.
K_A	Factor de ajuste de Austin.
<u><i>Modelo de Morrell</i></u>	
Θ_T	Ángulo de pie de carga.
Θ_S	Ángulo de hombro de carga.
g	Aceleración de gravedad.
N_m	Velocidad de rotación del molino.
U	Fracción de llenado pulpa.
K_M	Factor de ajuste de Morrell

Índice

1.	Introducción	1
1.1.	Objetivo general.....	2
1.2.	Objetivos específicos	2
2.	Antecedentes	3
2.1.	División El Teniente	3
2.2.	Proceso molienda-flotación SAG	3
2.2.1.	Molienda SAG	4
3.	Marco Teórico.....	8
3.1.	Fundamentos de la Conminución.....	8
3.1.1.	Función selección específica y función fractura	9
3.1.2.	Molino de Bolas.....	11
3.1.3.	Molino SAG.....	11
3.2.	Variables operacionales en molinos.....	12
4.	Desarrollo experimental.....	14
4.1.	Modelo de potencia.....	15
4.1.1.	Modelo de potencia de Hogg & Fuerstenau	15
4.1.2.	Modelo de potencia de Austin	16
4.1.3.	Modelo de potencia de Morrell.....	18
4.2.	Función selección de la planta SAG	19
4.3.	Selección del modelo de potencias	20
4.3.2.	Calibración del modelo de potencia seleccionado	22
4.3.3.	Medición de crash stop y grind out.....	23
4.3.4.	Modelo de desgaste en los molinos SAG	24
5.	Resultados y discusiones.....	26
5.1.	Estimación de la función selección específica del molino SAG 401.....	26
5.2.	Mediciones del nivel de bolas y carga en terreno	29

5.3.	Definir relación metalúrgica entre nivel de carga y presión de descanso de los molinos SAG.....	31
5.4.	Definir y seleccionar modelo de potencias a ocupar	32
5.5.	Análisis de sensibilidad del modelo de potencias de Hogg & Fuerstenau	35
5.6.	Modelamiento y calibración del nivel de bolas a través del modelo seleccionado .	36
5.6.1.	Estimación y calibración Molino SAG 401	38
5.6.2.	Estimación y calibración Molinos 411-412.	41
5.6.3.	Estimación y calibración Molino SAG 501	44
5.6.4.	Estimación y calibración Molinos 511-512	47
6.	Conclusión y recomendaciones.....	50
7.	Referencias.....	52
8.	Anexos	53
	Anexo A. Parámetros de operación circuito molienda.	53
	A.1. Variables molino SAG 401 para operación normal	53
	A.2. Variables molino SAG 501 para operación normal	53
	A.3. Variables molinos 411-412 para operación normal	54
	A.4. Variables molinos 511-512 para operación normal	54
	Anexo B. Planilla de Excel ocupado como base de cálculo entregado al sistema DCS.....	55
	Anexo C. Análisis de sensibilidad.	56
	Anexo D. Formula de precisión.	58

Índice de Figuras

Figura 1. Perfil del procesamiento total en la planta SAG.	1
Figura 2. Perfil granulométrico de la planta SAG en función al % +100#.	1
Figura 3. Circuito de conminución planta SAG 401 (Codelco, 2022).	6
Figura 4. Circuito de conminución del molino SAG 501 (Codelco, 2022).	7
Figura 5. Tipos de conminución (Drzymala, 2007).	8
Figura 6. Principales mecanismos de ruptura en molienda (Anticoi, 2018).	9
Figura 7. Modelo de balance poblacional. (Sepulveda, 2021).	9
Figura 8. Molinos de bolas en Proceso SAG en Codelco División el Teniente.	11
Figura 9. Molino SAG de Codelco División el Teniente.	12
Figura 10. Forma esquemática en la distribución del centro de masas de un molino. (Cerde, 2021)	13
Figura 11. Comportamiento de la carga según Hogg & Fuerstenau (Morrell, 2003).	16
Figura 12. Variables ilustradas del molino SAG en el modelo de Austin.	17
Figura 13. Vistas esquemáticas del balance de energía en la carga del molino. (Morrell, 1993).	18
Figura 14. Planilla de Excel generada para la estimación con los diferentes modelos.	21
Figura 15. Relaciones entre la carga y el molino.	23
Figura 16. Interior molino de bolas 411.	23
Figura 17. Modelo de desgaste basado en las inspecciones en terreno del SAG 401.	25
Figura 18. Modelo de desgaste basado en las inspecciones en terreno del molino SAG 501.	26
Figura 19. Planilla MolyCop Tools.	27
Figura 20. Caracterización de parámetros del molino SAG 401.	27
Figura 21. Función selección específica de los 3 mecanismos de acción del molino SAG 401.	28
Figura 22. Función selección específica del molino 401.	28
Figura 23. Modelo lineal basado en datos experimentales del molino SAG 401.	31
Figura 24. Modelo lineal basado en datos experimentales del molino SAG 501.	32
Figura 25. Estimación de nivel de bolas para diferentes modelos del molino SAG 401.	33
Figura 26. Error absoluto de los modelos del molino SAG 401.	33
Figura 27. Estimación de nivel de bolas con diferentes modelos del molino de bolas 411.	35
Figura 28. Análisis de sensibilidad de modelo de potencias de H&F en función al nivel de bolas.	36

Figura 29. Planilla base entregada al DCS para la estimación del nivel de bolas del molino 401.....	37
Figura 30. Estimaciones del Jb% del molino 401.....	39
Figura 31. Estimación de los niveles de bolas de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 401.	40
Figura 32. Error absoluto de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 401.	41
Figura 33. Estimaciones del Jb% del molino 411.....	42
Figura 34. Estimaciones del Jb% del molino 412.....	43
Figura 35. Estimaciones del nivel de bolas del molino SAG 501.	45
Figura 36. Estimación de los niveles de bolas de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 501.	46
Figura 37. Error absoluto de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 501.	47
Figura 38. Estimación del nivel de bolas del molino 511.....	48
Figura 39. Estimaciones del Jb% del molino 512.....	49
Figura 40. Planilla base entrega al Distributed Control System del molino SAG 401.....	55
Figura 41. Planilla base entregada al Distributed Control System del molino SAG 501.....	55
Figura 42. Planilla base entregada al Distributed Control System del molino bolas 411-412.	56
Figura 43. Planilla base entregada al Distributed Control System del molino bolas 511-512.	56

Índice de Tablas

Tabla 1. Procesamiento por hora de las correas con pesometro de la planta SAG.....	5
Tabla 2. Resultados del muestreo granulométrico de los flujos del SAG 401 en el año 2022 (SGS, 2022).....	20
Tabla 3. Variables operacionales momentos antes de detener el SAG 401 para realizar el muestreo.....	20
Tabla 4. Medidas inspeccionadas de revestimientos para el SAG 401 (Metso, 2023).....	25
Tabla 5. Medidas inspeccionadas de revestimientos en el molino SAG 501 (Metso, 2023)..	26
Tabla 6. Mediciones de nivel de carga o bolas en terreno de los molinos de la planta SAG.	30
Tabla 7. Estimación de nivel de bolas con diferentes modelos del molino SAG 501.	34
Tabla 8. Comparación del nivel de bolas medido en terreno respecto al modelo en molino 401.	39
Tabla 9. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 401	40
Tabla 10. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 411.	42
Tabla 11. Error absoluto entre el nivel medido en terreno y el estimado por el modelo en el molino 411.	42
Tabla 12. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 412.	43
Tabla 13. Error absoluto entre el nivel medido en terreno y el estimado por el modelo en el molino 412.	44
Tabla 14. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 501.	45
Tabla 15. Error absoluto del modelo con respecto a la medición en terreno del molino 501. 45	
Tabla 16. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 511.	48
Tabla 17. Error absoluto del modelo con respecto a la medición en terreno del molino 511. 48	
Tabla 18. Niveles de bolas del molino 512 medido en terreno y estimado por el modelo	49

1. Introducción

El Teniente ha experimentado a lo largo de los años un notable incremento continuo en el procesamiento de minerales como se observa claramente en la Figura 1, la cual refleja detalladamente el progresivo y significativo aumento del tratamiento de la planta SAG desde principios del año 2015 hasta finales del 2023, evidenciando así la creciente demanda y la constante demanda hacia los activos de Codelco.

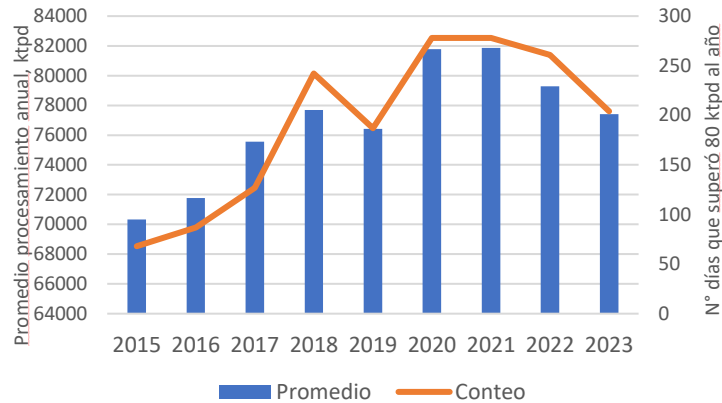


Figura 1. Perfil del procesamiento total en la planta SAG (Codelco, 2023).

Sin embargo, este notable incremento en el procesamiento de minerales no ha estado debidamente respaldado por mejoras continuas en el proceso, lo que ha generado un desequilibrio significativo. Este desajuste se ha manifestado de manera clara en un aumento considerable en la granulometría del producto resultante de la molienda, especialmente en su transición hacia el proceso de flotación, donde ha llegado incluso a superar el límite predeterminado del 25%+100# para la distribución granulométrica óptima diseñada para el diseño original de la planta de flotación, tal como se detalla en la Figura 2.

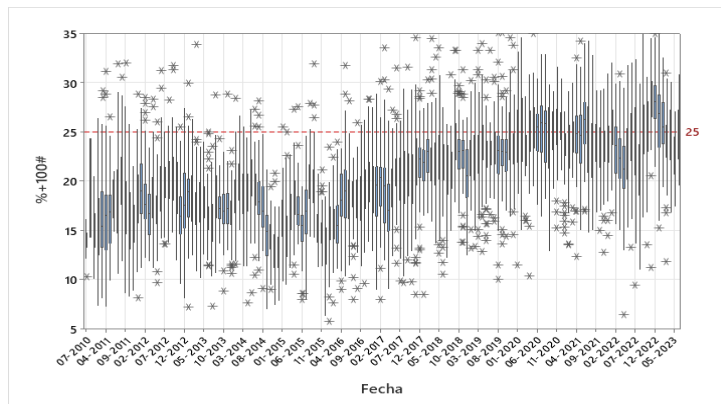


Figura 2. Perfil granulométrico de la planta SAG en función al % +100# (Codelco, 2023).

El aumento significativo en la granulometría de la alimentación Rougher en la planta SAG ha generado una disminución notable en el grado de liberación de las partículas de sulfuros de cobre. Como resultado directo de esta situación, se ha observado una mayor presencia de partículas de cobre no liberadas en el flujo de la cola de la flotación.

Actualmente, no existe un modelo en línea que estime el nivel de bolas en la planta SAG. Las mediciones se realizan exclusivamente en terreno para corroborar el nivel de bolas, lo que limita la capacidad de respuesta y ajuste en tiempo real. La implementación de un modelo en línea que estime el nivel de bolas se presenta como una solución potencial para abordar estos desafíos. Este modelo permitirá un monitoreo y ajuste continuo del nivel de bolas, optimizando así el proceso de molienda y mejorando la granulometría del producto. El objetivo principal de esta investigación es desarrollar y validar un modelo preciso y robusto que pueda integrarse en tiempo real en la operación de la planta SAG, con el fin de mejorar la eficiencia del proceso y la calidad del producto final.

1.1. Objetivo general

- Generar herramienta en línea, que estime el nivel de llenado de bolas en el circuito molienda SAG a través de un modelo de potencia.

1.2. Objetivos específicos

- Realizar mediciones de nivel de llenado de bolas en terreno, con el objetivo de ajustar el modelo.
- Caracterizar el muestreo del año 2020 del molino SAG 401, con el fin de simular la función selección específica y justificar el buen control del nivel de bolas de los molinos.

1.3. Propuesta de valor

- Mejor control al momento de operar y la obtención de mejores resultados.
- Mejor entendimiento en la eficiencia en la cinética de molienda y fractura a diferentes condiciones operacionales.
- Mejor control en el carguío de bolas.

2. Antecedentes

2.1. División El Teniente

El Teniente, ubicado en la comuna de Machalí, Región del Libertador General Bernardo O'Higgins, es el mayor yacimiento subterráneo de cobre del mundo. Situado en plena cordillera de los Andes a 2300 metros sobre el nivel del mar, comenzó sus operaciones en 1904 bajo la dirección de la compañía estadounidense Braden Copper Company. Posteriormente, pasó a ser administrado por Kennecott Corporation, también de Estados Unidos. En 1971, tras la promulgación de la reforma constitucional que nacionalizó el cobre, El Teniente pasó a ser gestionado por el estado chileno bajo la Corporación Nacional del Cobre. (Codelco, 2011)

Además, es una de las divisiones más importantes tanto para Codelco como para Chile, debido a que es la mayor productora de cobre dentro de corporación. En conjunto a la mina subterránea y el Rajo Sur, producen más de 410.000 toneladas de cobre fino anualmente, además de otros elementos valiosos (Codelco, 2023).

La división El Teniente opera tres líneas distintas de concentración de sulfuros de cobre. La línea de procesos Sewell tiene una capacidad de procesamiento de 20.000 tpd, la cual tpd es las toneladas procesadas por día. La línea de procesos convencional puede manejar hasta 70.000 tpd. Finalmente, la línea de procesos SAG, que es la más relevante para este estudio, procesa aproximadamente 90.000 tpd de mineral. (Codelco, 2023)

2.2. Proceso molienda-flotación SAG

El proceso SAG en Codelco División El Teniente es un circuito de molienda y flotación cuya puesta en marcha se remonta a septiembre de 1991. Inicialmente, consistía en un circuito de molienda SAG combinado con dos molinos de bolas y una planta centralizada de chancado de Pebbles, con una producción aproximada de 24.700 tpd (SNC-Lavalin, 2001). Este concentrado se enviaba mediante ductos al circuito de flotación colectiva de la Planta de Molienda Convencional (PMC).

A principios de los años 2000, se inició el "Proyecto Aumento Capacidad de Beneficio". Durante la primera fase de este proyecto, se implementó un nuevo molino SAG, dos molinos de bolas adicionales, una nueva planta de Pebbles y una planta de flotación colectiva propia, alimentada por el producto del circuito de molienda de los molinos de bolas de la planta SAG.

En 2003 (SNC-Lavalin, 2001), se puso en marcha esta ampliación, con una producción inicial de 40.300 tpd, que ha aumentado con el tiempo.

Actualmente la planta SAG en División El Teniente procesa aproximadamente 90.000 tpd, convirtiéndose en la línea de producción principal en el área de la concentradora. Esta capacidad supera a la planta de molienda convencional, que maneja 70.000 tpd, y a Sewell, que procesa 20.000 tpd.

2.2.1. Molienda SAG

El proceso SAG en Codelco División El Teniente inicia con la alimentación de los dos molinos SAG (molinos 401 y 501), como se muestra en las Figuras 3 y 4 (Codelco, 2022). Esta alimentación se realiza a través de correas transportadoras (CTR-315 para el SAG 401 y CTR-316 para el SAG 501), provenientes del chancador primario Colón y/o de la planta auxiliar de chancado. La granulometría del mineral es del 100% bajo 7" y un F80 de 4". Durante este proceso, se añade al mineral un porcentaje específico de agua, lechada de cal para controlar el pH, colectores principales y auxiliares para la flotación de minerales de cobre, y diésel para el molibdeno (Codelco, 2023).

Una vez que el mineral es molido en los molinos SAG, cae sobre los harneros vibratorios (411-412 para el SAG 401 y 511-512 para el SAG 501), donde es clasificado. En el circuito del SAG 401, el sobretamaño se dirige a un chute pantalón donde puede alimentar hacia los chancadores de Pebbles del SAG 401 o a la planta centralizada de Pebbles del SAG 501 para ser chancado. El fino del harnero cae en la cuba del molino SAG 401 y son impulsados por bombas centrífugas hacia su propia clasificación por hidrociclones. El overflow de los hidrociclones va directamente a flotación, mientras que el underflow se dirige a un repartidor que tiene la opción de recircular al SAG 401 o hacia las cubas de los molinos de bolas 411-412 (Codelco, 2023).

En el circuito del SAG 501, el material grueso se dirige a la planta centralizada de Pebbles, mientras que los finos clasificados por el harnero, a diferencia del SAG 401, no pasan por una batería de hidrociclones; en cambio, la pulpa se dirige directamente a la cuba de los molinos de bolas (ML-511 y ML-512). Una vez en la cuba de los molinos, el material es clasificado por baterías de hidrociclones; los gruesos se recirculan a los molinos y los finos, con una

granulometría P80 igual o menor a 25%+ #100, se dirigen al proceso de flotación (Codelco, 2023).

La planta centralizada de Pebbles recibe el sobre tamaño provenientes de los harneros de los molinos SAG, transportados por la correa 525 hacia un carro distribuidor que alimenta a cuatro chancadores de Pebbles. Posteriormente, el material es clasificado por harneros vibratorios; el material grueso recircula al proceso de chancado Pebbles, mientras que el material fino, con una granulometría del 100% bajo $\frac{1}{2}$ ", se dirige a la cuba de los molinos de bolas del circuito correspondiente. Finalmente, los parámetros de operación del proceso están detallados en el Anexo A para los seis molinos presentes en la planta (Codelco, 2023).

Finalmente, se adjunta la Tabla 1 que muestra los principales flujos de la planta SAG, observando de manera aproximada las toneladas procesadas por hora de la alimentación hacia el circuito SABC/B. Además, el sobre tamaño de los harneros de los SAG y el producto final de la molienda representada por el overflow de los hidrociclones de los molinos de bolas hacia la flotación.

Tabla 1. Procesamiento por hora de las correas con pesometro de la planta SAG (Codelco, 2023).

Partes del circuito	Tonelaje, tph
CV-516	2500
CV-523	250-500
CV-461	1250
CV- 463	125-400
Alimentación flotación	3750

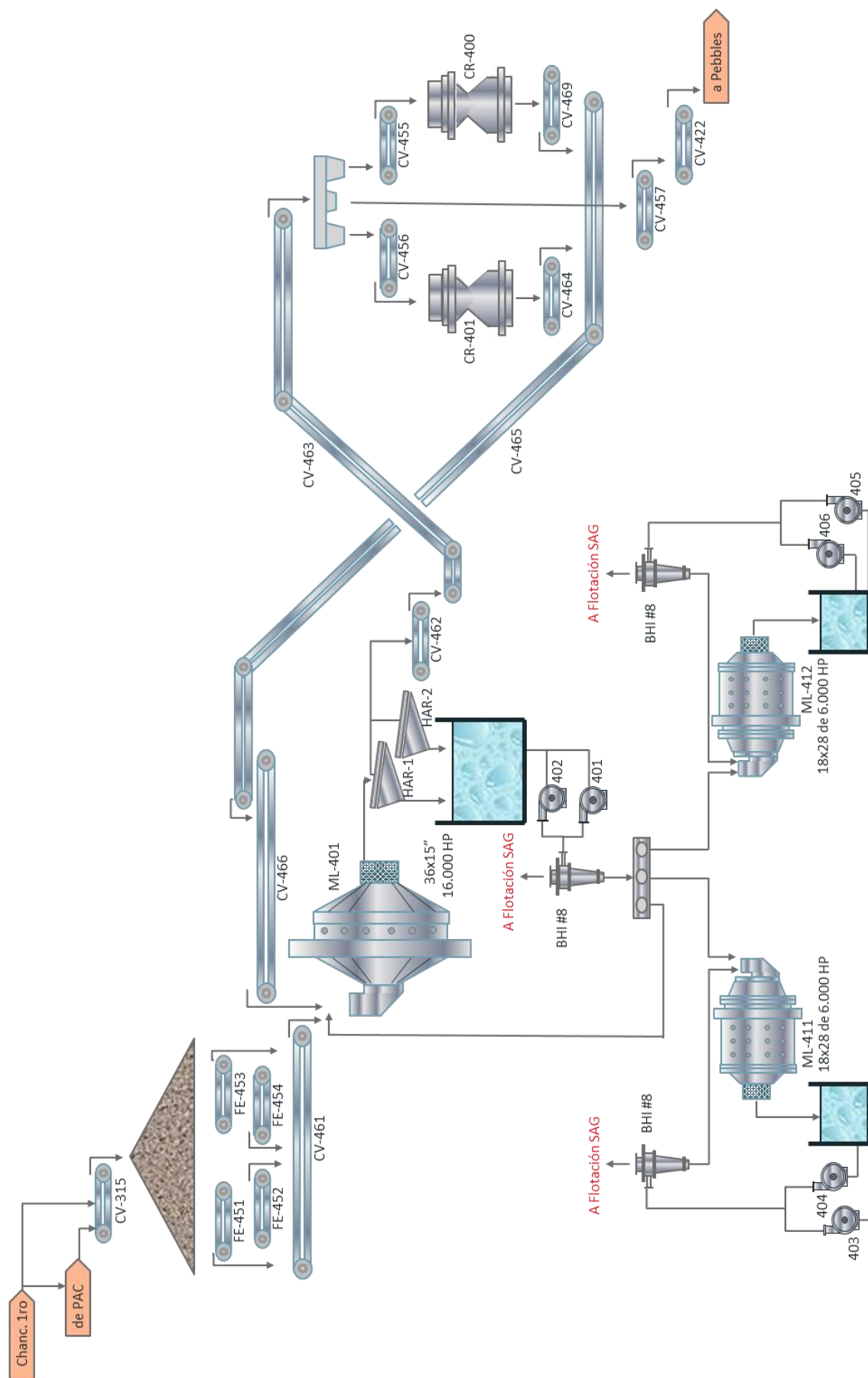


Figura 3. Circuito de conminución planta SAG 401 (Codelco, 2022).

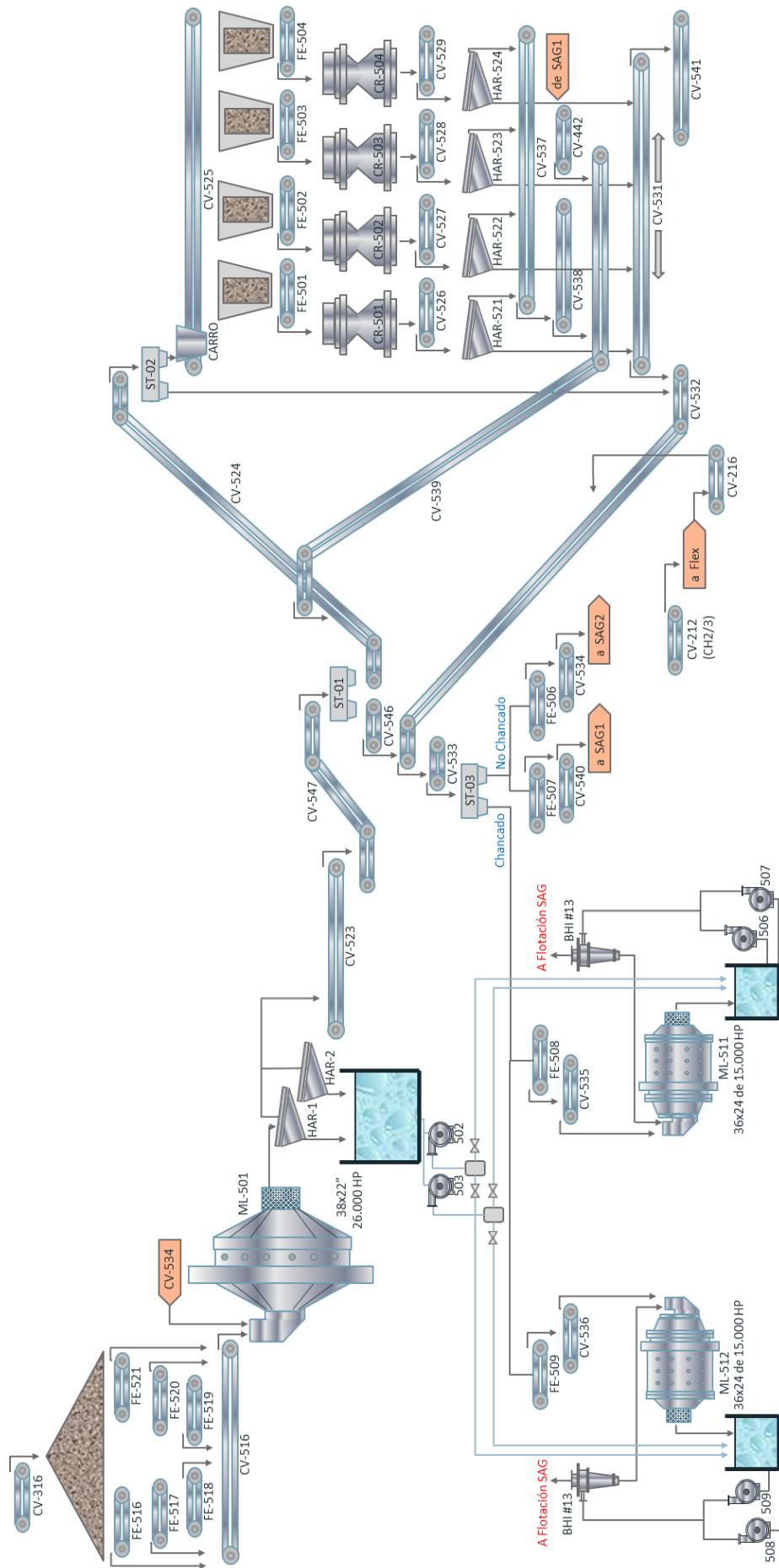


Figura 4. Circuito de conminución del molino SAG 501 (Codelco, 2022).

3. Marco Teórico

3.1. Fundamentos de la Conminución

Dentro de la industria minera la conminución cumple un rol fundamental de reducir el tamaño de las partículas. Una vez extraído el mineral de la mina, pasa por el proceso de chancado, conminución o reducción de tamaño utilizando fuerzas mecánicas o químicas como se observa en la Figura 5. La reducción de tamaño mecánica se divide en fuerzas externas y especiales. Mientras la conminución química se basa en la reducción por lixiviación, disolución con o sin precipitación de sustancias (Drzymala, 2007).

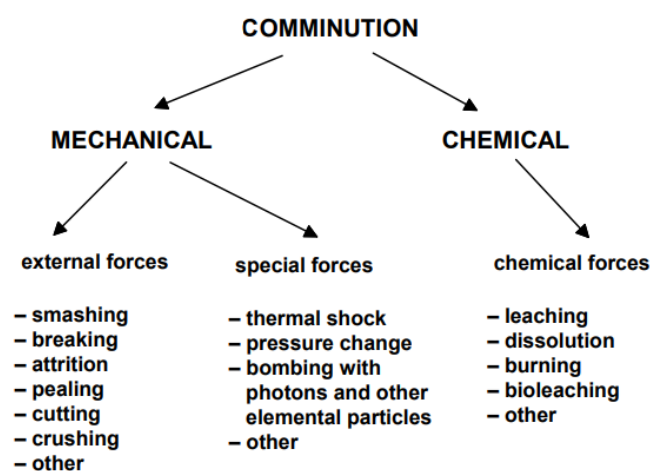


Figura 5. Tipos de conminución (Drzymala, 2007)

El objetivo de la conminución es disminuir el tamaño para preparar y aumentar el grado de liberación del mineral, logrando exponer el material de interés para su posterior tratamiento aguas abajo con un tamaño apropiado para el proceso, lo que facilita la acción de los reactivos apropiados al proceso, optimizando la recuperación de este material de interés (Codelco, 2019).

El proceso de molienda se lleva a cabo mediante la utilización de equipos, como molinos de bolas, molinos autógenos, molinos semiautógeno, molinos de barras a través de fuerzas mecánicas. La selección del equipo depende del tipo de mineral y de las características del circuito de molienda. Están presente diferentes mecanismos de acción tales como la abrasión, compresión e impacto. El evento de la abrasión deja la partícula original casi intacta con liberación de partículas finas generando un “pulido” al mineral producto a la alta dureza, en cambio la compresión e impacto se fragmenta en un rango de tamaño diferentes productos por la baja dureza de la partícula (Ruiz, 2004) como se observa en la Figura 6.

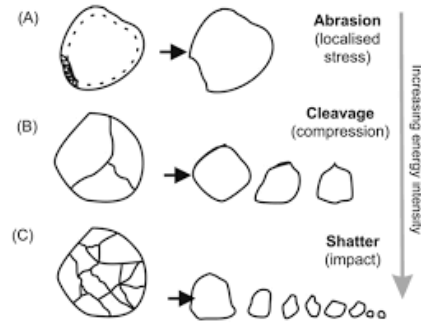


Figura 6. Principales mecanismos de ruptura en molienda (Anticoi, 2018)

El proceso de conminución en los molinos se produce por el giro en su eje transversal. Al girar, la carga del molino adopta una forma de riñón debido al movimiento en cascada del mineral, ya sea con o sin la ayuda de elementos moledores. El uso de bolas de menor tamaño es preferible, ya que ofrecen una mayor área superficial, reducen el desgaste de los revestimientos y aumentan la eficiencia de la molienda por fricción. Sin embargo, las bolas de menor tamaño son más costosas por unidad de peso y se eliminan rápidamente del molino. Para minerales de mayor tamaño y dureza, es necesario utilizar bolas de mayor diámetro.

3.1.1. Función selección específica y función fractura

La función de selección específica y la función fractura en la cinética de molienda tienen sus fundamentos en el modelo de balance poblacional, lo que determina un balance de masas del mineral entrante con respecto a la moliendabilidad en el proceso de factura en un delta de tiempo, como se ve observado en la Figura 7.

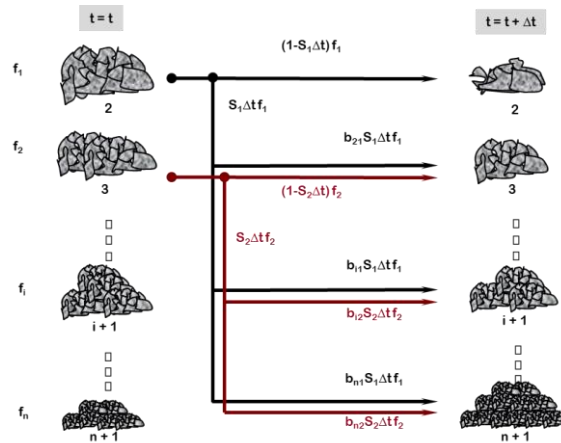


Figura 7. Modelo de balance poblacional. (Sepulveda, 2021)

A través de este modelo de balance poblacional, se puede expresar matemáticamente la cinética de molienda reflejado en la Ecuación 3.1:

$$\frac{df_i}{d\Delta t} = (-S_1)f_1 + \sum_{j=i-1}^1 b_{ij}S_jf_j \quad (3.1)$$

Donde S es la función de selección, donde refiere a cómo las propiedades individuales de las partículas, como su tamaño, forma o dureza, determinan cuáles serán las elegidas para ser molidas durante el proceso de reducción de tamaño en un molino. En otras palabras, esta función explica cómo estas características afectan la probabilidad de que una partícula sea sometida a fractura (Sepulveda, 2021). Dado que el consumo específico de energía es el factor que controla la molienda, es esencial emplear la función de selección específica.

La función selección específica está relacionada con la probabilidad de que ocurra la fractura cuando se aumenta la energía aplicada, está vinculada a tres mecanismos de acción: la acción de la bola que fractura la partícula, la acción de la roca que también puede fracturar la partícula (aunque menos eficaz que la acción de la bola), y la fractura automática de las rocas, lo cual es más probable con rocas de mayor tamaño;

El parámetro b_{ij} presente en la Ecuación 3.1. es la función fractura, la cual describe una fracción de tamaño de partícula que, al experimentar fractura, da lugar a una nueva distribución de tamaño de partícula. En otras palabras, después del aumento de energía, esta función registra las partículas resultantes. Esta característica es constante independientemente de las condiciones de operación, ya que está determinada por las propiedades intrínsecas del mineral (Gutierrez & Sepulveda, 1986).

La función Selección específica se puede expresar a través de la Ecuación 3.2 (Gutierrez & Sepulveda, 1986):

$$S_i^E = \frac{\alpha_0 d_i^{\alpha_1}}{1 + \frac{d_i^{\alpha_2}}{d_{crit}^{\alpha_2}}} \quad (3.2)$$

- S_i^E : Función de selección específica para una partícula de tamaño d_i .
- d_i : Representa el tamaño de la partícula.
- d_0, d_1, d_2 : Coeficientes que determinan la forma de la función de selección específica y pueden ser ajustados experimentalmente.
- d_{crit} : Parámetro crítico que representa un tamaño de partícula específico en el cual se produce un cambio en el comportamiento de la función de selección específica.

Con los parámetros cinéticos y de fractura antes mencionados, se simula la gráfica de la función selección específica, desarrollando un modelo representable del equipo bajo estudio. En este punto, se consideran variables operativas como el nivel de llenado y la carga de bolas, la

velocidad de rotación y las dimensiones del equipo. La simulación permite identificar el punto óptimo de operación según las condiciones operativas establecidas.

3.1.2. Molino de Bolas

Este tipo de molino es el más común de la industria y recibe carga proveniente de chancadores terciarios o molinos SAG con una P_{80} aproximado de $\frac{1}{2}$ " (Codelco, 2019). El molino de bolas consiste en un molino giratorio rotando a través de su propio eje horizontal con una representación visual presente en la Figura 8, utiliza un único medio de molienda mediante el uso de bolas para moler el mineral hasta una granulometría estimada de 25% +100# a través de sus principales mecanismos de acción para moler por abrasión y compresión (Austin & Concha, 1994).



Figura 8. Molinos de bolas en Proceso SAG en Codelco División el Teniente.

3.1.3. Molino SAG

La molienda SAG, o molienda semi-autógena, es un proceso fundamental en la reducción del tamaño de las partículas provenientes de la chancadora primaria. Se lleva a cabo en molinos rotatorios de gran diámetro representado en la Figura 9, donde el medio de molienda principal es la roca misma, complementada con una pequeña cantidad de bolas de acero (Codelco, 2019). Además, se introduce agua en la entrada del molino para utilizarla como medio de transporte de las partículas a través del proceso de molienda. Este método aprovecha tanto la acción de la roca como la de las bolas de acero para lograr una molienda eficiente y reducir el tamaño de las partículas de mineral.



Figura 9. Molino SAG de Codelco División el Teniente.

El molino SAG se caracteriza por su diseño que consiste en una cámara cilíndrica de metal que gira continuamente. La alimentación entra de manera constante por un extremo y, después de ser molida al tamaño requerido, es descargada por el otro extremo. Este molino está compuesto por una carcasa que está protegida internamente por revestimientos de acero o híbridos (acero-goma), un anillo retenedor que permite que la pulpa de mineral molido y agua pase a través de ella, y un levantador de pulpa o lifter (Codelco, 2019). Este último es un mecanismo diseñado para levantar la pulpa que fluye a través del anillo con el objetivo de descargarla adecuadamente además de la autofractura de las rocas.

En el proceso de molienda SAG, la presencia de mineral grueso es crucial para generar fracturas en partículas más finas. Si no hay suficiente mineral grueso, o si su cantidad disminuye, las partículas pequeñas e intermedias pueden acumularse, lo que reduce la capacidad y eficiencia de la molienda. Este problema se conoce como acumulación de tamaño crítico, donde las partículas alcanzan un tamaño que es demasiado pequeño para actuar como medio de molienda, pero demasiado grande para ser fracturadas por otras rocas. A este tamaño se le llama "Pebbles". Por esta razón, en la molienda SAG se utilizan bolas de acero además de la roca misma, para ayudar a eliminar el tamaño crítico y mantener la eficiencia del proceso de molienda (Codelco, 2019).

3.2. Variables operacionales en molinos

Las variables operacionales en molinos son cruciales para asegurar un proceso óptimo de molienda y pueden medirse o monitorizarse de manera constante. Entre los parámetros fundamentales se encuentran (Codelco, 2023):

- Flujo de alimentación: Es la cantidad de material que entra al molino en un período de tiempo determinado.

- Velocidad de giro de los molinos: La velocidad de rotación del molino afecta la eficiencia de molienda y la distribución del tamaño de partícula del producto final.
- Presión de descanso: Es la presión ejercida entre el molino y su soporte. Esta presión afecta la estabilidad y el rendimiento del molino.
- Potencia consumida del molino: La potencia requerida para operar el molino es un indicador clave del rendimiento del proceso. Monitorizar esta variable permite evaluar la eficiencia energética y realizar ajustes según sea necesario.
- Porcentaje de sólidos: Se refiere a la concentración de material sólido en la suspensión dentro del molino. Este parámetro influye en la viscosidad y la capacidad de carga del molino, afectando así la eficiencia de molienda.
- Nivel de carga y bolas dentro del molino: La cantidad de material y bolas dentro del molino impacta directamente en la capacidad de molienda y en la distribución del tamaño de partícula del producto final.

3.3. Potencia del molino

La potencia requerida o consumida para hacer girar un molino es una de las consideraciones más críticas en la molienda semi-autógena. Es esencial comprender cómo las diferentes variables operativas influyen en este requisito de potencia. Para abordar este tema, nos basaremos en la siguiente imagen, que ilustra un molino con un diámetro interno, que gira a una velocidad Nop específica en revoluciones por minuto, y que está cargado con un peso W de mineral, bolas de acero y pulpa (Cerde, 2021), como se ve representado en la Figura 10:

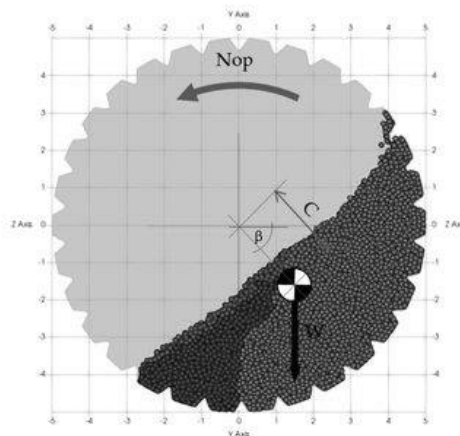


Figura 10. Forma esquemática en la distribución del centro de masas de un molino. (Cerde, 2021)

La potencia se puede expresar a través de la Ecuación 3.3:

$$P = \tau * \omega \quad (3.3)$$

Donde, P es la potencia, τ es el torque, ω es la velocidad angular del molino teniendo como referencia Nop , desglosando más la Ecuación se obtiene la expresión 3.4:

$$P = C * W \sin(\beta) * \omega \quad (3.4)$$

Para mantener en rotación el molino, es necesario aplicar un torque que está directamente relacionado con el producto del peso total W y la distancia desde el centro del molino hasta su centro de masa, conocida como brazo C . Como análisis también se obtiene que el brazo C aumenta con el ángulo de reposo β del molino. Por lo tanto, cualquier factor que afecte este ángulo influirá de manera similar en la potencia consumida. A medida que el nivel de carga del molino aumenta, el peso total W también aumenta, mientras que la distancia C desde el centro de masa disminuye. Cuando el molino está vacío, W es cero, y cuando está completamente lleno, C es cero. Por lo tanto, debe existir un nivel de llenado óptimo para el cual la potencia requerida sea máxima. Si mantenemos constante el peso total W , pero aumentamos la densidad de la carga, el volumen ocupado por la carga disminuirá y, en consecuencia, la distancia C aumentará. Esto resultará en un aumento en la potencia. Si mantenemos constante el volumen de llenado del molino y aumentamos la densidad de la carga, el peso total W aumentará, lo que resultará en un aumento en la potencia necesaria para mantener el molino en movimiento (Sepulveda, 2021).

4. Desarrollo experimental

El paso a paso del desarrollo experimental para realizar la estimación en línea del nivel de bolas para los 6 molinos de la planta SAG es el siguiente:

- I. Definir y seleccionar el modelo de potencia a utilizar para estimar el nivel de bolas en los 6 molinos de la planta SAG a través de los parámetros operacionales presentes en la planta.
- II. Estimar el nivel de bolas y carga de cada molino de la planta SAG a través del método de los lifters expuestos con el objetivo de generar una base de datos experimental.
- III. Estimar la potencia con el modelo seleccionado y el nivel de bolas estimado por el método lifters expuestos, contrastarla con la potencia medida en el Distributed Control System.
- IV. Implementar el modelo de potencias seleccionado en el Distributed Control System, con el objetivo de estimar el nivel de bolas en tiempo real a medida que se va ajustando el modelo con las mediciones realizadas en terreno.

- V. Estimar las relaciones metalúrgicas tales como el desgaste de los revestimientos a través de los días de campaña transcurridos, y el nivel de carga en función de la presión de descansos mediante las mediciones en terreno del nivel de carga y bolas. Ambas relaciones se implementarán por separado en los molinos SAG correspondientes.
- VI. Calibrar el modelo a través del factor de ajuste, estableciendo una base correspondiente que permita implementar el ajuste realizado en las diferentes versiones que tendrá el modelo a seleccionar.
- VII. Recomendaciones sobre el comportamiento del modelo al estimar el nivel de bolas para los seis molinos de la planta SAG.

4.1. Modelo de potencia

Un modelo de potencia es una expresión matemática que relaciona variables operativas, geométricas y de nivel de bolas para estimar la potencia requerida por un equipo. Cada modelo incluye un parámetro de ajuste que puede ser calibrado para mejorar la precisión de la predicción. Estos modelos se emplean para calcular la potencia necesaria dentro del molino de manera no intrusiva, lo que significa que no se necesitan cambios significativos en la operación del equipo, solo controles periódicos para ajustar los parámetros del modelo.

4.1.1. Modelo de potencia de Hogg & Fuerstenau

En el año 1972 Hogg & Fuerstenau desarrollaron un modelo de potencia basado en la forma de la carga, supone que hay una superficie definida y constante entre el pie y hombro de carga (Morrell, 2003), por ende, el ángulo de reposo de la carga es constante en todas las condiciones. La carga se mueve desde el pie hasta la altura máxima del molino según la dirección de giro, cuando llega al hombro la carga rueda por la superficie y reingresa de manera aleatoria a partir de la mitad inferior de la superficie (Austin & Concha, 1994) como se observa en la Figura 11. En consecuencia, desarrollaron un modelo de potencia mostrado en la Ecuación 4.1, considerando la velocidad a la que se transmitía la energía potencial a las partículas de dicha carga.

$$P_{H\&F} = k\varphi_c\rho_cLD^{2.5}(1 + \gamma)\text{sen}(\alpha)\text{sen}^3(\theta) \quad (4.1)$$

Donde k es una constante, φ_c es la velocidad del molino expresada como la razón entre la velocidad crítica, ρ_c es la densidad aparente de la carga la cual es constante en el tiempo, L es el largo del molino, D es el diámetro efectivo del molino, α es el ángulo de reposo, el ángulo

θ está relacionado con la fracción de llenado de carga del molino (J_c) y γ esta en función de la velocidad del molino y el ángulo θ .

Como γ y el ángulo θ son datos que no están disponibles dentro los parámetros medibles al momento de operar (Austin & Concha, 1994), se ocupa la Ecuación 4.2 para el caso del ángulo θ y la Ecuación 4.3 para la variable γ :

$$J_c = \frac{\theta - \frac{1}{2}\text{sen}(2\theta)}{\pi} \quad (4.2)$$

$$\gamma = \left(\frac{3\varphi_c^2}{16\text{sen}(\varphi_c)} \right) \left(\frac{1 - \cos^4(\theta)}{\text{sen}^3(\theta)} \right) \quad (4.3)$$

Realizando los ajustes matemáticos correspondientes, la Ecuación 4.1 se deja en función a parámetros viables que se pueden tener un seguimiento constante en la operación representado por la Ecuación 4.4:

Cabe destacar que el factor de ajuste de la Ecuación 4.4 es el ángulo de reposo (α) generado por el movimiento en el eje axial del molino.

$$P_{H\&F} [kW] = 0,238 D^{2,5} L \phi_c \rho_{ap} (J_c - 1,065 J_c^2) \text{sen}(\alpha) \quad (4.4)$$

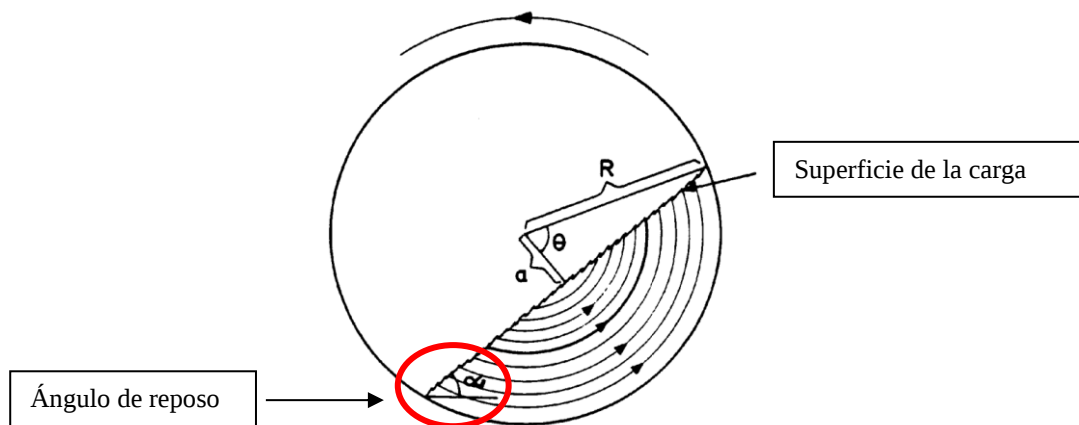


Figura 11. Comportamiento de la carga según Hogg & Fuerstenau (Morrell, 2003).

4.1.2. Modelo de potencia de Austin

En 1990, Austin desarrolló un modelo semiempírico para predecir la potencia requerida por los molinos SAG. Este modelo se basó en la suma de la potencia consumida tanto por el cilindro como por el cono de alimentación y descarga del molino. Para ello, se inspiró en los modelos

de Hogg & Fuerstenau y Bond, teniendo en cuenta tanto la energía potencial como la cinética asociada a las partículas que intervienen en el proceso (Austin, 1990).

La Figura 12, presenta de manera detallada las variables necesarias para calcular la potencia en los molinos SAG, así como las consideraciones esenciales que deben tenerse en cuenta antes de aplicar este modelo.

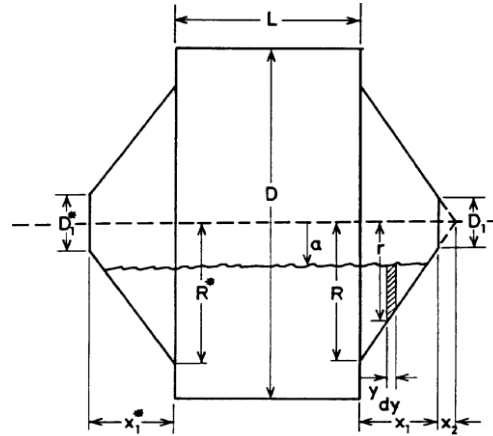


Figura 12. Variables ilustradas del molino SAG en el modelo de Austin.

La Ecuación 4.5, permite calcular la potencia consumida según el autor (Austin, 1990):

$$P = K_A D^{2.5} L \phi_c \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10\phi_c)}}\right) \rho_c J_c (1-1.03J_c)(1+f_3) \quad (4.5)$$

Donde f_3 , es el factor de ajuste respectivo del modelo expresado en la Ecuación 4.6:

$$f_3 = \frac{0.046}{J_c(1-1.03J_c)} \left[\left(\frac{\frac{x_1}{L}}{1-\frac{D_1}{2R}} \right) \left(\frac{2R}{d} \right)^3 \left\{ \left(\frac{1.25\frac{R}{D}}{0.5-J_c} \right)^{0.1} - \left(\frac{0.5-J_c}{1.25\frac{R}{D}} \right)^4 \right\} + \frac{\frac{x_1^*}{L}}{1-\left(\frac{D_1^*}{2R^*}\right)} \left\{ \left(\frac{1.25\frac{R}{D}}{0.5-J_c} \right)^{0.1} - \left(\frac{0.5-J_c}{1.25\frac{R}{D}} \right)^4 \right\} \right] \quad (4.6)$$

Para tener en cuenta la reducción de la potencia del molino observada a partir de cierta velocidad, añadió el factor de corrección empírica de la velocidad de Bond. Por último, modificó el término de densidad de la ecuación para reflejar la mezcla de bolas, rocas y lodos en los molinos SAG (Daniel, Lane, & Morrell, 2010). Obteniendo el modelo figurado en la Ecuación 4.7:

$$P_A = K_A D^{2.5} L (1 - A J_c) J_c \phi_c \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10\phi_c)}}\right) \quad (4.7)$$

4.1.3. Modelo de potencia de Morrell

En 1993, Stephen Morrell propuso un modelo semiempírico que se basa en un equilibrio de energías, abarcando tanto la energía potencial como la cinética, así como el balance de fuerzas que incluye el rozamiento y el torque. El propósito fundamental de este modelo es estimar la potencia consumida en un molino. Además, este modelo tiene en cuenta tanto la sección cónica como la sección cilíndrica del molino (Morrell, Stephen., 1996). En el modelo la carga adopta forma de “C”, donde el consumo del mineral está representado por el contacto con la coraza, como se observa Figura 13:

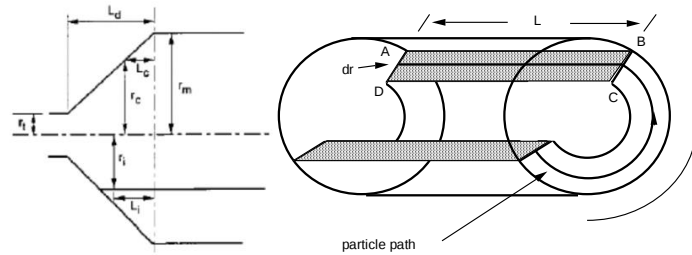


Figura 13. Vistas esquemáticas del balance de energía en la carga del molino. (Morrell, *The prediction of power draw in wet tumbling mills*, 1993).

La Ecuación 4.8, representa la estimación de la potencia neta total, desglosando esa ecuación se obtiene la potencia en la sección cilíndrica representada en la Ecuación 4.9 y la potencia en la sección cónica (P_2) por la Ecuación 4.10.

$$P = P_{\text{Sin carga}} + (K_M * (P_1 + P_2)) \quad (4.8)$$

$$P_1 = \frac{\pi g L N_m r_m}{3(r_m - z r_i)} * \left(2r_m^3 - 3z r_m^2 r_i + r_i^3 (3z - 2) \right) \left(\rho_c (\sin \theta_s - \sin \theta_T) \rho_p (\sin \theta_T - \sin \theta_{TO}) \right) + L \rho_c \left(\frac{(N_m r_m \pi)}{r_m - z r_i} \right)^3 ((r_m - z r_i)^4 - r_i^4 (z - 1)^4) \quad (4.9)$$

$$P_2 = \frac{\pi g L N_m r_m}{3(r_m - r_t)} (r_m^4 - 4z r_m r_i^3 + 3r_i^4) (\rho_c (\sin \theta_s - \sin \theta_T) + \rho_p (\sin \theta_T - \sin \theta_{TO})) + \left(\frac{2L_d \rho_c N_m^3 \pi^3}{5(r_m - r_t)} \right) (r_m^5 - 5r_m r_i^4 + 4r_i^5) \quad (4.10)$$

En la ecuación 4.8 está presente la potencia sin carga representado por la Ecuación 4.11, el parámetro z por la Ecuación 4.12

$$P_{\text{Sin carga}} = 1.68 (D^{2.5} \phi (0.667 L_d + L))^{0.82} \quad (4.11)$$

$$z = (1 - J_c)^{0,4532} \quad (4.12)$$

Con el objetivo de simplificar el modelo en un alcance de uso operacional, el modelo empírico se puede reescribir de la siguiente manera reflejado en la Ecuación 4.13 (Morrell, 1996):

$$P = 1.68D^{2.5}(\phi_c(0.677L_d + L)^{0.82} + K_M D^{2.5} L_e \rho_c \alpha \delta) \quad (4.13)$$

Las variables que están presentes en la Ecuación 4.13 están definidas en las ecuaciones siguientes desde la Ecuación 4.14 hasta la Ecuación 4.19.

Donde:

$$L_e = L \left(1 + 2,28J_c[1 - J_c] \frac{L_d}{L} \right) \quad (4.14)$$

$$\alpha = \frac{J_c(\omega - J_c)}{\omega^2} \quad (4.15)$$

$$\omega = 2(2.9863\phi_c - 2.2129\phi_c^2 - 0.49267) \quad (4.16)$$

$$\delta = \phi_c \left(1 - (1 - \phi_{m\acute{a}x}^*) e^{-19.42(\phi_{m\acute{a}x}^* - \phi_c)} \right) \quad (4.17)$$

$$\phi_{m\acute{a}x}^* = 0.954 - 0.135J_c L_e = L \left(1 + 2.28J_c(1 - J_c) \frac{L_d}{L} \right) \quad (4.18)$$

$$\rho_c = \frac{J_c \rho_o (1 - E + EU \rho_p) + J_b (\rho_b - \rho_o)(1 - E)}{J_c} + \frac{J_c EU (1 - \rho_p)}{J_c} \quad (4.19)$$

4.2. Función selección de la planta SAG

La caracterización de la función de selección específica en la planta SAG tiene como propósito fundamental demostrar que mantener el nivel de bolas en su punto óptimo conlleva a una mejora significativa en la moliendabilidad o eficiencia de molienda. Este proceso implica un análisis de cómo varía la distribución de tamaños de partículas en el producto de molienda en relación con diversos niveles de bolas en el molino SAG 401.

La caracterización de la función de selección específica en la planta SAG se llevará a cabo a través de un muestreo granulométrico realizado por la empresa SGS en el año 2022 reflejadas en la Tabla 2, en conjunto con los datos operacionales presentes en la Tabla 3 al momento antes de la detención del molino SAG.

Tabla 2. Resultados del muestreo granulométrico de los flujos del SAG 401 en el año 2022 (SGS, 2022).

Malla	Alimentación, %	Pebbles, %	Batería 401, %	Descarga SAG, %
10"	100.00	100.0	100.00	100.00
8"	100.00	100.0	100.0	100.00
6	100.00	100.0	100.0	100.00
5	100.00	100.0	100.0	100.00
4"	100.00	100.0	100.0	100.00
3"	99.25	97.5	100.0	99.25
2"	90.73	68.6	100.0	90.73
1 1/2"	84.74	48.3	100.0	84.74
1"	76.89	21.7	100.0	76.89
3/4"	73.12	8.9	100.0	73.12
1/2"	70.30	0.9	99.4	70.30
3/8"	69.62	0.4	98.6	69.62
1/4"	67.69	0.2	95.9	67.69
6	64.26	0.2	91.1	64.26
8	61.45	0.2	87.1	61.45
10	58.94	0.2	83.5	58.94
14	56.02	0.2	79.4	56.02
20	53.36	0.2	75.6	53.36
28	49.91	0.1	70.7	49.91
35	46.49	0.1	65.9	46.49
48	42.94	0.1	60.9	42.94
65	38.51	0.1	54.6	38.51
100	34.50	0.1	48.9	34.50
150	30.43	0.1	43.1	30.43
400	21.19	0.1	30.0	21.19
-400	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 3. Variables operacionales momentos antes de detener el SAG 401 para realizar el muestreo.

Velocidad	Potencia	Tonelaje	PSI
9.64	10375	1558.8	809.43

4.3. Selección del modelo de potencias

Para seleccionar el modelo se procedió a generar una planilla basada en los modelos de potencias de los autores previamente seleccionados. La razón detrás de la implementación de las planillas reside en la capacidad de comparar los modelos seleccionados con los datos proporcionados. Esto conlleva el objetivo de identificar el modelo que se adapta de manera óptima a las condiciones de operación, así como simplificar su aplicación en otras áreas dentro de la operación. La implementación de estos pasos tiene como propósito principal comparar el

margen de error entre los datos reales de potencia operacional y los valores estimados mediante los diferentes modelos propuestos a través de un nivel de bolas estimado para igualar dicha potencia, considerando las condiciones de operación introducidas en la planilla mostrado en la Figura 14.

En la implementación de los modelos se crearon planillas de Excel, donde se ingresan las variables de entrada requeridas son diámetro efectivo, largo, velocidad de rotación, densidad del mineral, densidad de pulpa, nivel de bolas, nivel de carga, el nivel de mineral se asume como la diferencia entre nivel de cargas y bolas, f_v se asume 40%, el llenado de pulpa intersticial en caso de los molinos de bolas es el 100% y para los molinos SAG es un 60%. Al cargar las variables de entrada del modelo se obtiene los errores en comparación a la potencia medida por el Distributed Control System momentos antes de detener el molino.

Calibración		
Austin	K (-)	9.97
Hogg Fuerstenau	α (*)	36.79
Morrell	K (-)	4.78



Diámetro (m)	Velocidad (RPM)	Φc	Potencia (kW)	%Sólido	%Jc	%Jb
11.43	8.07	0.64	14255	78	30.00	16.66

Morrell									
Morrel sin carga	w	α	δ	Le	Ømáx*	D^2,5	ρ carga	ρ pulpa	Morrel carga
2760.01	1.03	0.21	0.64	7.42	0.91	441.69	5.17	2.00	10782.24

Hogg & Fuerstenau				
Volumen	Ball Charge	O'size rocks	Interstitial Slurry	p aparente
206.41	533.03	154.20	98.85	3.81

Jb %			Potencia kW			%Error		
Austin	Hogg-Fuerstenau	Morrell	Austin	Hogg-Fuerstenau	Morrell	Austin	Hogg-Fuerstenau	Morrell
16.66	16.66	16.66	14255	14255	14255	1.32E-23	3.31E-24	1.32E-23

Figura 14. Planilla de Excel generada para la estimación con los diferentes modelos.

4.3.1. Implementación del modelo Seleccionado

Para implementar el modelo de potencia, se desarrollaron hojas de cálculo en Excel basados en la planilla de potencias de Hogg & Fuerstenau del Molycop Tools, en conjunto con las características de los seis molinos, presentes en el Anexo B, la cual están enlazados de manera directa al Distributed Control System, permitiendo la estimación a tiempo real del nivel de bolas para los seis molinos de la planta SAG. El propósito de implementar un sistema que facilite la comparación rápida con los datos proporcionados es determinar la mejor estimación en las condiciones operativas específicas, contrastando las mediciones con el cálculo de la precisión presente en la formula del Anexo D.

Para llevar a cabo la implementación, se crearon planillas de cálculo en Excel ya antes mencionadas, donde se introducen las variables necesarias para el funcionamiento del modelo de Hogg & Fuerstenau. Las variables requeridas incluyen las dimensiones del equipo (diámetro

y largo), la densidad del mineral, la densidad de las bolas, la densidad de la pulpa, la velocidad de giro, la velocidad crítica, el nivel de carga, el nivel de bolas, y el nivel de mineral, que se asume como la diferencia entre los niveles de carga y bolas. Además, se considera una porosidad de carga constante ($E=0,4$) y una fracción de pulpa en los intersticios constante ($U=1$, $J_p=0,6$), junto con el porcentaje de sólidos presente en la pulpa en los molinos SAG. En caso de los molinos de bolas se considera la igualdad del nivel de carga con el nivel de bolas.

Las estimaciones del modelo seleccionado que se implementaron en el Distributed Control System de Codelco DET para los molinos SAG, se tomaron las siguientes consideraciones:

- Diámetro y nivel de carga fijo, elaborado para el molino SAG 401, disminuyendo 0.5 pies al diámetro nominal y dejando un nivel de carga fijo igual al 30%.
- Diámetro variable en función a un modelo de desgaste de los revestimientos con nivel de carga fijo de 30%, caso de estudio realizado solo para el molino SAG 501.
- En los molinos de bolas se consideró un diámetro efectivo como el diámetro nominal menos 0.5 pies, el nivel de carga y nivel de bolas es considerado lo mismo debido a que la pulpa intersticial presente entre las bolas ocupa el 100% del volumen útil entre los cuerpos moledores.

4.3.2. Calibración del modelo de potencia seleccionado

La calibración del proceso implica ajustar las ecuaciones que describen el consumo de energía para reflejar con precisión del consumo energético. Para lograr esto, se compara la potencia del equipo obtenida en tiempo real a través del sistema de control distribuido (DCS) con la potencia estimada por el modelo. El objetivo es reducir al mínimo la diferencia entre la potencia real y la estimada, ajustando para ello la constante de ajuste pertinente. Se ocupa la Ecuación 4.3 con el objetivo de minimizar el error en función al factor de ajuste.

$$Error = (Potencia_{DCS} - Potencia_{modelo})^2 \quad (4.3)$$

En la calibración del modelo seleccionado se encuentran presentes tres incógnitas operacionales que dificultan realizar la calibración del modelo seleccionado, estas son el factor de ajuste, el nivel de bolas y carga. En el cálculo del nivel de bolas se necesita la detención en molino en grind out, en la cual el molino se detiene sin mineral presente en el equipo. El nivel de carga se detiene el molino en crash stop, molino detenido al mismo tiempo que su correa de alimentación, reteniendo el mineral dentro del molino.

4.3.3. Medición de crash stop y grind out

El método utilizado para calcular el nivel de bolas y el nivel de carga en los molinos de la planta SAG en terreno, es a través del método de conteo de lifters, la cual relaciona el área generada por los revestimientos que no están expuestos con el área transversal del molino como se observa en la relación 4.3.1:

$$J = \frac{\text{Area con Carga}}{\text{Area transversal del molino}} \quad (4.3.1)$$

El área de la carga se puede dejar expresado en términos del ángulo (ϕ) que se forma al trazar una cuerda (S) y conectarla al centroide de la circunferencia presente en el área transversal como se puede ver a través de las relaciones presente en la Figura 15:

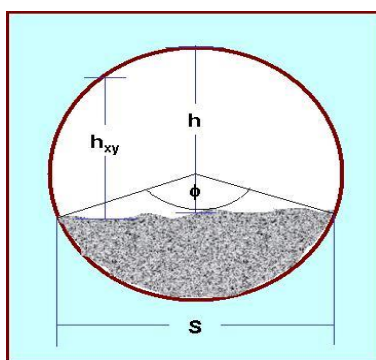


Figura 15. Relaciones entre la carga y el molino.

El número de lifters o revestimientos totales presentes en el molino determina el ángulo que corresponde abarcar a un revestimiento. Por ejemplo, en la Figura 16 se muestra un molino de bolas que contiene 36 lifters totales, por ende, el ángulo que le corresponde a cada revestimiento es de 10° . Con ello se puede estimar el ángulo (ϕ) a través de los lifters expuestos.

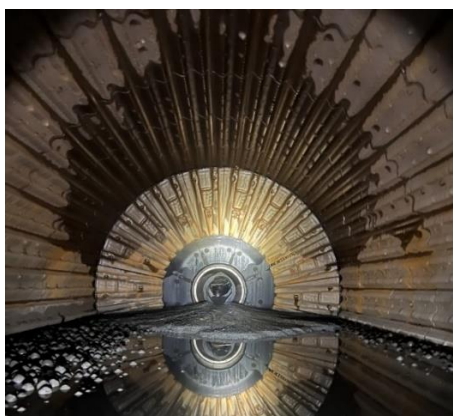


Figura 16. Interior molino de bolas 411.

A través de la Expresión 4.3.2 se relaciona los lifters totales y expuestos con el ángulo (φ):

$$\text{Fracción Expuesta} = \frac{\text{lifters contados}}{\text{lifters totales}} \quad (4.3.2)$$

El cálculo del ángulo (φ) , que contiene la carga queda expresada como se observa en la Expresión 4.4.3:

$$\varphi = 360^\circ * (1 - \text{Fracción expuesta}) \quad (4.3.3)$$

Una vez obtenido el ángulo, se procedió a calcular la longitud de la cuerda (S) definida por la carga siendo representado por la Ecuación 4.3.4. Luego, se calcula el área con carga con la Ecuación 4.3.5, a través de la resta entre el área transversal del molino (circulo) menos la sección triangular que está contenido en el área del sector circular definido por el ángulo (φ).

$$S = 2 * \text{sen} \left(\frac{\varphi}{2} \right) D \quad (4.3.4)$$

$$\text{Area Carga} = \left((\pi * r^2) * \frac{\varphi}{360} \right) - \left(\frac{S}{2} * r * \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right) \quad (4.3.5)$$

Una vez calculado el área de carga, se puede obtener el nivel de carga o bolas del molino a través de la Ecuación 4.3.1.

En el caso del crash stop, el molino es detenido sin expulsar la carga de su interior obteniendo un sistema de pulpa y bolas, como resultado se obtiene el nivel de carga del molino. En grind out, se corta la carga que alimenta el molino, se hace girar el molino hasta quedar sin mineral que alimente a los harneros de los respectivos SAG obteniendo el nivel de bolas de molino. Cabe destacar que en los molinos de bolas se considera J_c es igual a J_b debido a que el volumen intersticial entre las bolas del molino es ocupado en un 100% por la pulpa presente en el sistema.

4.3.4. Modelo de desgaste en los molinos SAG

En la estimación del diámetro efectivo de los molinos SAG se realiza a través de un modelo predictivo de desgaste de los lifters o revestimientos en función a los días transcurridos basado en las mediciones a diferentes puntos de cada campaña de realizados por la empresa METSO.

El mineral alimentado al molino bajo estudio exhibe una densidad relativamente constante, lo que sugiere que el desgaste se comporta de manera lineal durante el periodo de operación. Aunque el desgaste está influenciado por factores como la abrasividad y dureza del mineral, así como las condiciones operativas, se consideran estas variables como constantes durante la evaluación del desgaste.

Como ya se mencionó anteriormente, la empresa a cargo de las inspecciones de los revestimientos es METSO, en este caso se evalúa el desgaste de los revestimientos para el SAG 401 la campaña desde enero a julio del año 2023 y para el SAG 501 la campaña de marzo a agosto 2023 mostradas en la Tabla 4 y 5.

Tabla 4. Medidas inspeccionadas de revestimientos para el SAG 401 (Metso, 2023).

Fecha	Día	Tonelaje, mton	Área, mm^2	Diámetro, m	Diámetro, ft
20-01-2023	0	0	86696088	10.51	34.47
04-04-2023	66	1.89	88213192	10.60	34.77
10-05-2023	102	2.91	88754655	10.63	34.88
30-05-2023	122	3.49	89643709	10.68	35.05
18-07-2023	171	4.88	90224118	10.72	35.16

La tasa de desgaste estimado por una regresión lineal es de 0.00414 ft por día de campaña, calculada a través de una regresión lineal ajustado en el diámetro efectivo del molino SAG 401 presente en la Figura 17. Este valor será usado en la estimación del diámetro como un parámetro variable en función a los días de campañas transcurridos dentro del modelo de potencias seleccionado.

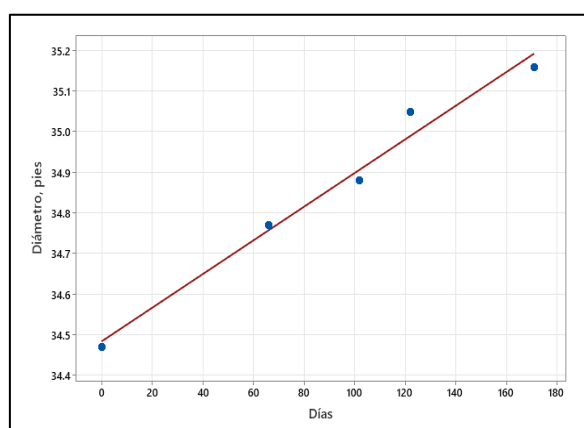


Figura 17. Modelo de desgaste basado en las inspecciones en terreno del SAG 401.

La tasa de desgaste estimado por un modelo lineal es de 0.00301 ft por día de campaña, se utilizó el mismo método ocupado en el SAG 401 como se observa en la Figura 18. Este valor será usado en la estimación del diámetro como un parámetro variable en función a los días de campañas transcurridos dentro del modelo de potencias seleccionado.

Tabla 5. Medidas inspeccionadas de revestimientos en el molino SAG 501 (Metso, 2023).

Fecha	Día	Tonelaje, mton	Área, mm^2	Diámetro, mm	Diámetro 501, ft
03-03-2023	0	0	96933748	11.11	36.45
10-05-2023	68	3.63	98959919	11.23	36.83
22-08-2023	172	9.17	99840165	11.28	36.99

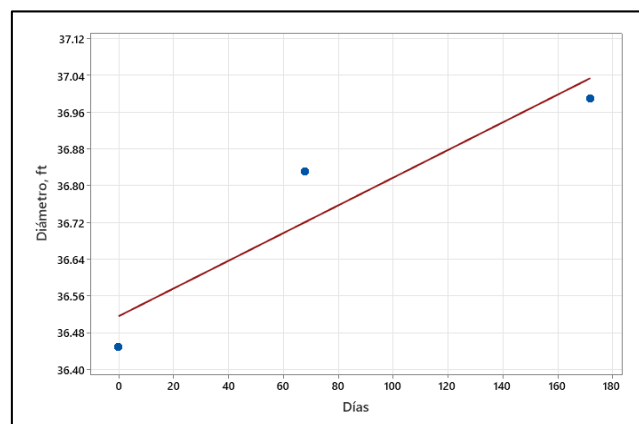


Figura 18. Modelo de desgaste basado en las inspecciones en terreno del molino SAG 501.

5. Resultados y discusiones

5.1. Estimación de la función selección específica del molino SAG 401

El balance de masas que permitió ajustar el sistema y se realizó mediante el uso de la herramienta MolyCop Tools mostrado en la Figura 19, con el objetivo de la caracterización de los parámetros que permitan determinar la función selección específica del molino 401.

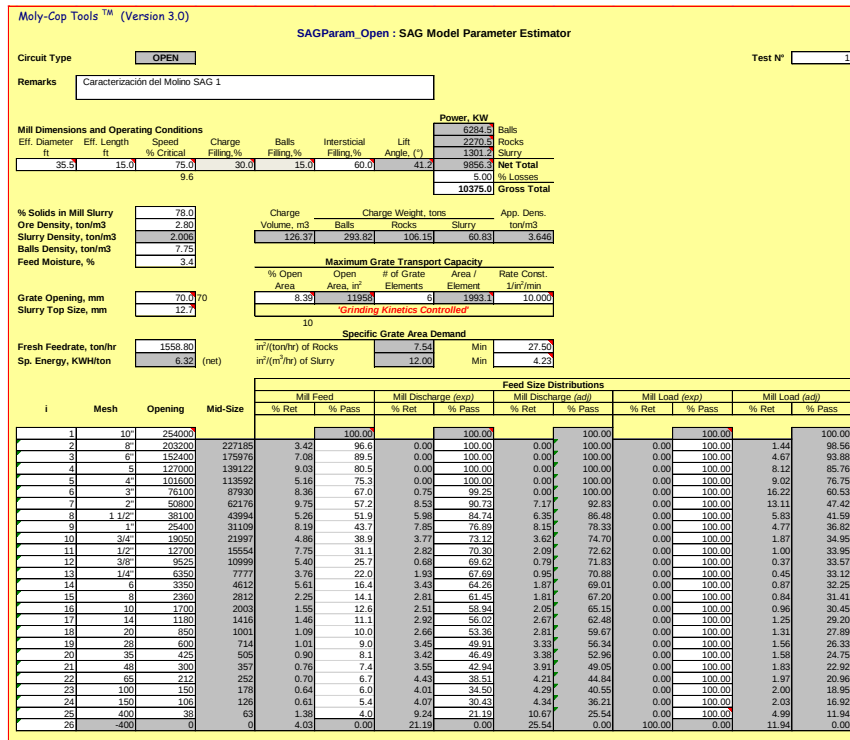


Figura 19. Planilla MolyCop Tools.

Como resultado se obtuvo los parámetros estimados de α_0 , α_1 , α_2 y $D_{critico}$ reflejadas en la Figura 20, los cuales permiten graficar la función selección específica de bolas sobre partículas, partículas sobre partículas y auto fractura.

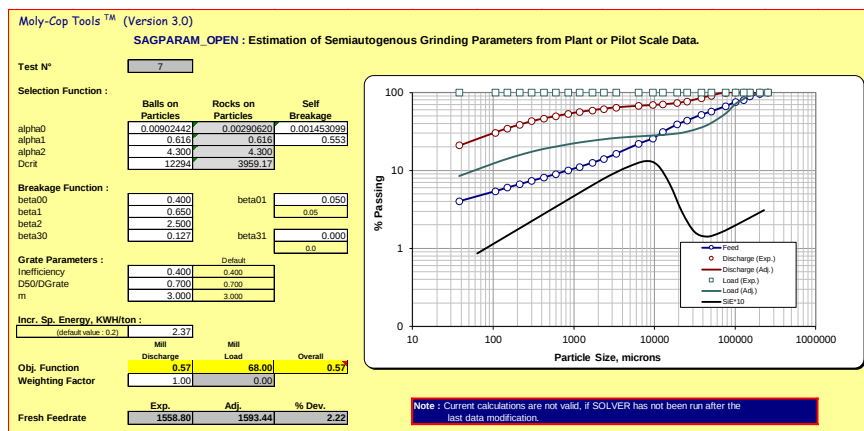


Figura 20. Caracterización de parámetros del molino SAG 401.

Ya obtenido los parámetros α_0 , α_1 , α_2 y $D_{critico}$ se estimó la función selección específica vinculada a los tres mecanismos de acción: la acción de la bola que fractura la partícula, la acción de la roca que también fracturar la partícula y la auto fractura, como se puede observar en la Figura 21.

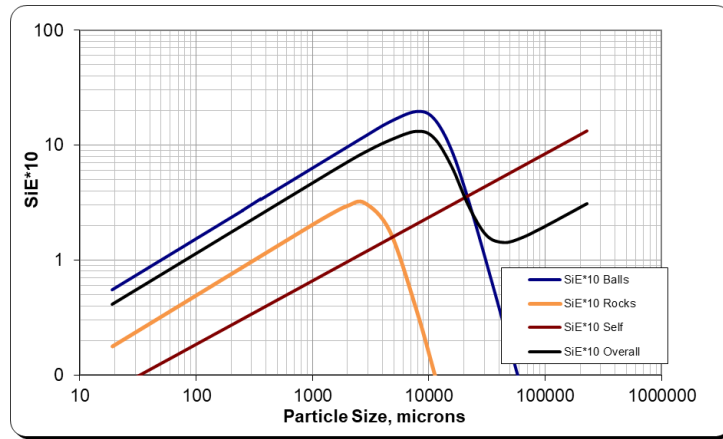


Figura 21. Función selección específica de los 3 mecanismos de acción del molino SAG 401.

Con la caracterización de la función específica del molino SAG 401 se comprobó que al mantener un buen control en el nivel de bolas aumenta la eficiencia de molienda, como se demuestra en la figura 22. La moliendabilidad para un nivel de bolas de 18% es más eficaz que un nivel de bolas de 13%, la cual dicho valor no está lejos de la realidad, corroborado por las mediciones de nivel de bolas medidas en el SAG 401. Sin embargo, la función de selección específica muestra que, a partir de aproximadamente 30,000 μm , la eficiencia de molienda es mayor con un nivel de bolas del 13% en comparación con el 18%, debido a que el mineral tiene un mayor peso en la relación de potencia roca/neta. Pero al momento de optimizar la molienda, la granulometría de alimentación del SAG debe ser controlada para evitar la sobre generación de Pebbles por una sobrealimentación de mineral grueso hacia el SAG.

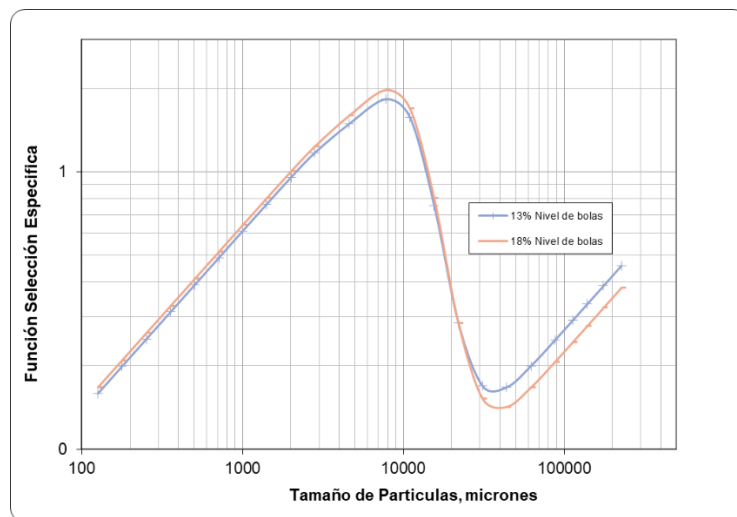


Figura 22. Función selección específica del molino 401.

Al concluir este capítulo podemos justificar y defender que el control con un buen nivel de bolas nos permite darle un valor agregado a la estimación del nivel de bolas en tiempo real a través de los modelos de potencias.

5.2. Mediciones del nivel de bolas y carga en terreno

Se llevaron a cabo 24 mediciones en terreno utilizando el método de conteo de *lifters* en los distintos molinos de la planta SAG. Para el molino SAG 401 se realizaron seis mediciones: tres del nivel de bolas y tres del nivel de carga. Para los molinos de bolas 411 y 412, se registraron cuatro mediciones del nivel de bolas en cada uno. En el caso del molino SAG 501, se efectuaron seis mediciones, de las cuales cuatro corresponden al nivel de bolas y dos al nivel de carga. Finalmente, se hicieron dos mediciones del nivel de bolas en los molinos de bolas 511 y 512. Estas mediciones se realizaron con el objetivo de contrastar y ajustar el modelo seleccionado para la estimación del nivel de bolas en los molinos SAG y de bolas a tiempo real.

La Tabla 6, resume los parámetros operacionales obtenidos a través de un promedio simple en un tiempo de cinco minutos con operación normal de los molinos antes de realizar las mediciones. Estos datos incluyen la potencia del molino, la presión de descanso, la velocidad de giro, el nivel de bolas, y el nivel de carga las cuales fueron extraídos del Distributed Control System.

A partir de la información presentada en la Tabla 6, se procederá a la selección y aplicación de tres modelos teóricos de potencia ampliamente reconocidos en la industria: el modelo de Austin, el modelo de Hogg & Fuerstenau, y el modelo de Morrell. Estos modelos serán contrastados con los niveles de bolas medidos en terreno, permitiendo evaluar su desempeño y la precisión de sus estimaciones. Este análisis permitirá determinar cuál de los modelos proporciona una mejor representación de las condiciones reales de operación.

Posteriormente, se desarrollará un modelo específico que permita estimar el nivel de carga presente dentro de los molinos en función de la presión de los descansos. Este análisis busca establecer una relación clara entre la presión y el nivel de carga, lo que permitirá identificar comportamientos operativos importantes, como la presencia de sobrecarga o la posibilidad de operación en vacío. La variación de las presiones de los descansos es un parámetro clave en la industria minera, ya que influye directamente en la eficiencia y seguridad del proceso de molienda.

Tabla 6. Mediciones de nivel de carga o bolas en terreno de los molinos de la planta SAG.

Nº	Fecha	Mes	Molino	Potencia, kW	Presión de descanso, PSI	Vel. De giro, rpm	Jb%	Jc%
1	25-05-2023	Mayo	401	6501	731	8.27	-	20.61
2	30-05-2023	Mayo	401	9093	749	9.55	12.93	-
3	31-05-2023	Mayo	411	4443	-	13.31	35.01	35.01
4	31-05-2023	Mayo	412	4552	-	13.31	36.33	36.33
5	19-06-2023	Junio	401	10642	797	9.8	-	26.25
6	19-07-2023	Julio	411	4401	-	13.31	36.33	36.33
7	02-08-2023	Agosto	501	14873	991	8.17	-	24.82
8	03-08-2023	Agosto	401	10381	825	9.50	-	29.89
9	22-08-2023	Agosto	511	11091	764	12.10	33.71	33.71
10	31-08-2023	Agosto	501	14255	905	8.07	16.66	-
11	13-09-2023	Septiembre	412	4497	-	13.31	37.39	37.39
12	21-09-2023	Septiembre	401	7037	712	8.09	12.11	-
13	12-10-2023	Octubre	411	4412	-	13.31	39.00	39.00
14	12-10-2023	Octubre	412	4411	-	13.31	37.42	37.42
15	17-10-2023	Octubre	512	11186	867	12.20	33.71	33.71
16	17-10-2023	Octubre	511	11176	752	12.20	31.82	31.82
17	23-10-2023	Octubre	501	16272	964	8.64	18.56	-
18	27-10-2023	Octubre	401	8810	692	9.46	12.12	-
19	23-11-2023	Noviembre	501	16092	999	8.44	-	26.96
20	12-12-2023	Diciembre	501	15634	957	8.63	37.66	-
21	14-12-2023	Diciembre	411	4359	-	13.31	39.00	39.00
22	14-12-2023	Diciembre	412	4388	-	13.31	37.66	37.66
23	19-12-2023	Diciembre	501	13143	897	7.76	18.32	-
24	20-12-2023	Diciembre	512	11412	833	12.23	34.31	34.31

5.3. Definir relación metalúrgica entre nivel de carga y presión de descanso de los molinos SAG

La estimación entre la relación metalúrgica del nivel de carga y la presión de descanso en los molinos SAG 401 y SAG 501 se basa a través de un modelo lineal estimado por datos en línea extraídos del Sistema de control distribuido (DCS) para el caso de la presión de descanso dados al momento de detención de los molinos y el nivel de bolas y carga calculados a través de verificación en terreno. Los datos incorporados en el modelo serán la presión de descanso, nivel de bolas y carga.

En las siguientes representaciones gráficas, se pueden visualizar las detenciones de los molinos SAG 401 y SAG 501 tanto en situaciones de crash stop, identificadas por los puntos rojos en las gráficas, como en casos de grind out, los cuales están marcados por los puntos azules. Esta representación nos proporciona una clara distinción entre los dos estados de detención del molino, permitiendo un análisis más detallado de su comportamiento durante diferentes condiciones operativas de la presión de descanso de los molinos.

A través de una regresión lineal realizada al grafico de la Figura 23, se estableció la siguiente ecuación 5.3.1, relacionando el nivel de carga del molino 401 con su respectiva presión de descanso entregado por el DCS en los rangos de operación presentes en el Anexo A.1.

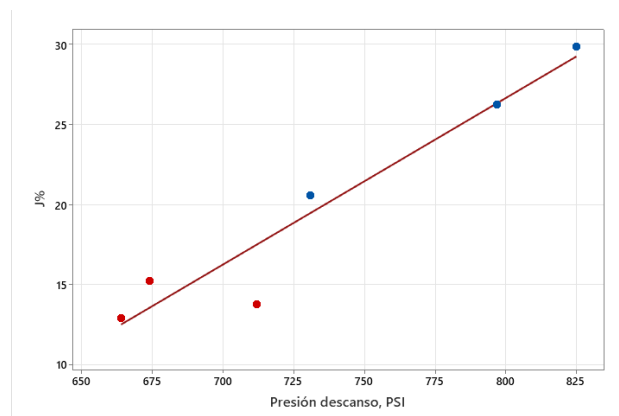


Figura 23. Modelo lineal basado en datos experimentales del molino SAG 401.

$$J_c = -56.57 + 0.104 * Presion\ de\ descanso \quad (5.3.1)$$

Siendo esta relación, la cual se implementará en el modelo de potencias a seleccionar, con el objetivo de ver el comportamiento con un nivel de carga variable en función a la presión de los descansos del molino.

A través del mismo método utilizado en el molino SAG 401 fue calculado la Ecuación 5.3.2 a través del grafico de la Figura 24, la cual relaciona el nivel de carga del molino SAG 501 con su presión de descanso en los rangos de operación presentes en el Anexo A.2.

La Ecuación 5.3.2, permite una relación entre el nivel de carga con la presión de descanso del molino. Permitiendo implementar al modelo de potencias un nivel de carga variable.

$$j_c = -76.47 + 0.103 * \text{Presión de descanso} \quad (5.3.2)$$

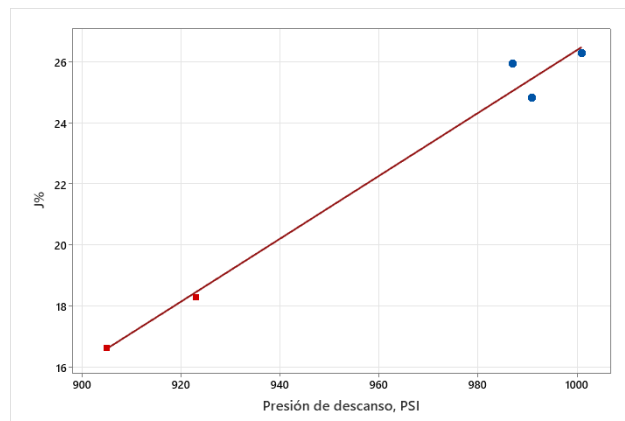


Figura 24. Modelo lineal basado en datos experimentales del molino SAG 501.

Mismo caso que en la relación anterior, se implementará en el modelo de potencias a seleccionar, con el objetivo de ver el comportamiento con un nivel de carga variable en función a la presión de los descansos del molino.

5.4. Definir y seleccionar modelo de potencias a ocupar

Se evaluó el comportamiento de los modelos en los dos molinos SAG debido a la mayor cantidad de variables presentes a nivel operacional, afectando de manera clara la estimación del nivel de bolas de manera más abrupta y en un molino de bolas (ML-411), en la cual la variable más crítica es la fracción de la velocidad critica. Se contrasta con el nivel de bolas medido en terreno a través del método de conteo de revestimientos. Los resultados de esta comparación se presentaron en las siguientes figuras, donde el error absoluto resultante se calculó como el valor absoluto de la diferencia entre los niveles de bolas predichos por los modelos y los niveles medidos en el terreno, finalizando con el cálculo de la precisión de cada modelo.

En la figura 25, se muestra cómo los diferentes modelos predicen el nivel de bolas en el molino SAG 401 contrastado con las dos mediciones realizadas en terreno, donde sus valores fueron

de 12.10% y 15.23% de nivel de bolas. Es evidente que hay variaciones significativas entre las estimaciones de los niveles de bolas de los distintos modelos preseleccionados, en la cual la diferencia más abrupta fue en la segunda medición con el modelo de Morrell, arrojando un valor de 21.61%.

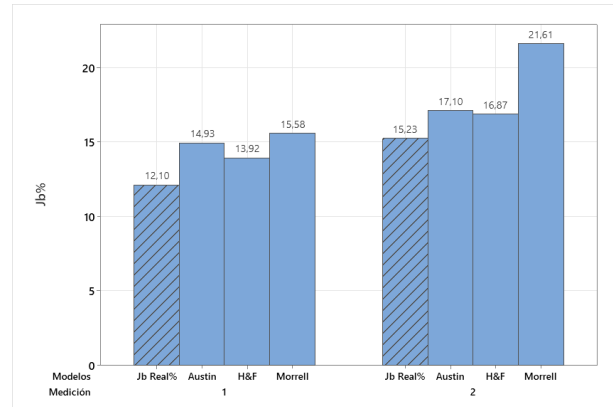


Figura 25. Estimación de nivel de bolas para diferentes modelos del molino SAG 401.

La evaluación de los diferentes modelos para estimar el nivel de bolas en el molino SAG 401 demostró que el modelo de Hogg & Fuerstenau ofrece una mayor precisión en comparación con los modelos de Austin y Morrell. A través de las mediciones en terreno y la posterior comparación con las predicciones de los modelos, se observó en la Figura 26 que el modelo de Hogg & Fuerstenau presenta una menor discrepancia, lo que refleja su fiabilidad para estimar el nivel de bolas en comparación a los otros modelos. En el molino 401, el modelo Hogg & Fuerstenau mostró la mayor precisión con un 87.34%, seguido del modelo Austin con un 82.80%. El modelo Morrell, en este caso, presentó una menor precisión, con un 63.92%

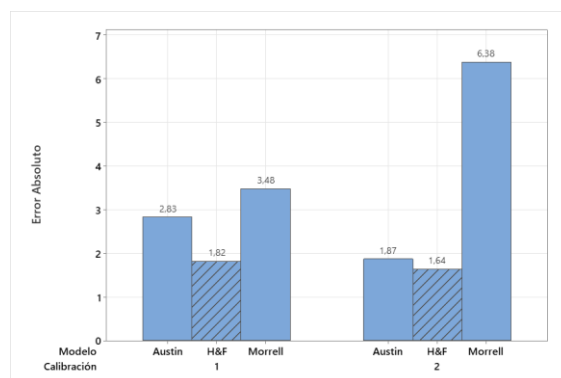


Figura 26. Error absoluto de los modelos del molino SAG 401.

En la Tabla 7, se ilustran las predicciones del nivel de bolas en el molino SAG 501 realizadas por los distintos modelos comparados con las mediciones reales en terreno de la misma manera

en la cual fue estimado en el molino SAG 401, cabe de destacar que, al momento de seleccionar el modelo, solamente había una medición en terreno del nivel de bolas del molino SAG 501.

Se observa una diferencia relativamente estrecha entre las estimaciones de los diferentes modelos. El modelo de Morrell destaca producto a ser el valor con mayor discrepancia con respecto al nivel de bolas medido en terreno obteniendo un error absoluto de 0.87. En el caso del molino 501, el modelo H&F demostró la mayor precisión con un 98.96%, seguido de cerca por el modelo Austin con un 98.42%. El modelo Morrell mostró una precisión menor, con un 95.25%, pero aún dentro de un rango aceptable. Sin embargo, el modelo de Hogg & Fuerstenau presenta una menor diferencia en contraste con el nivel de bolas estimado en terreno, siendo la mejor estimación de los tres modelos.

Tabla 7. Estimación de nivel de bolas con diferentes modelos del molino SAG 501.

Modelos	Jb%	Error Absoluto
Jb Terreno	18.32	-
Austin	18.03	0.29
H&F	18.13	0.19
Morrell	17.45	0.87

Al estudiar el comportamiento de las estimaciones del nivel de bolas en el molino 411 contrastándolo con las mediciones en terreno, se observa que en la Figura 27 las mediciones en terreno fueron de 39% de nivel de bolas en comparación de lo estimado por Austin y Hogg & Fuerstenau la cual fue de 37.88% en la primera medición, y en la segunda fue de 36.72%. En la primera instancia el modelo de Morrell tiene una leve ventaja con respecto a los otros. En cambio, en la segunda medición el modelo de Austin y Hogg & Fuerstenau llevan la ventaja. Los modelos Austin y H&F tienen la misma precisión del 95.64%, mientras que el modelo Morrell presenta una precisión ligeramente superior de 95.77%. Esto indica que, en el caso del molino 411, todos los modelos son bastante consistentes y precisos en sus estimaciones, con el modelo Morrell mostrando una pequeña ventaja.



Figura 27. Estimación de nivel de bolas con diferentes modelos del molino de bolas 411.

En base a los resultados obtenidos y las comparaciones realizadas entre los modelos de estimación del nivel de bolas en los molinos SAG y el molino de bolas 411, se concluye que el modelo de Hogg & Fuerstenau se destaca como el más adecuado para la operación de estos equipos. Este modelo demostró consistente una precisión en diferentes evaluaciones: en el molino 501 alcanzó una precisión del 98.96%, en el molino 401 87.34% y en el molino 411 una precisión de 95.64%. Estas cifras superan o se igualan a las de los modelos de Austin y Morrell, que en algunos casos, el de Morrell en el molino 401, registró la precisión más baja del 63.92%.

El modelo Hogg & Fuerstenau no solo mostró un menor error absoluto en la predicción del nivel de bolas, sino que también se beneficia de la accesibilidad y disponibilidad de las variables presentes en los parámetros operacionales de la planta, lo que facilita su implementación. Una ventaja clave del modelo H&F es su capacidad de integración con herramientas como MolyCop Tools, siendo el modelo seleccionado a implementar.

5.5. Análisis de sensibilidad del modelo de potencias de Hogg & Fuerstenau

Para llevar a cabo el análisis de sensibilidad en el modelo de potencias propuesto por Hogg & Fuerstenau, se emplearon derivadas parciales. Estas derivadas parciales definidas en la Ecuación 5.5.1, proporcionan información detallada sobre cómo cambia la salida del modelo en respuesta a cambios infinitesimales en cada una de las variables de entrada.:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x,y) - f(x,y)}{\Delta x} \quad (5.5.1)$$

En la derivación parcial se realizó a través del nivel de bolas en el modelo de potencia propuesto por Hogg & Fuerstenau, se llevaron a cabo modificaciones mínimas en un conjunto de variables seleccionadas a través de un código expresado en el Anexo C. Estas variables incluyen la densidad de las bolas de molienda, la densidad del mineral a procesar, el porcentaje de sólidos en la pulpa, el ángulo de reposo del material, la velocidad de giro del molino, sus dimensiones físicas como el largo y el diámetro, así como el nivel de carga de bolas dentro del molino. Esto permite comprender cómo las diferentes condiciones operativas y geométricas afectan el nivel de carga de bolas dentro del molino, lo que a su vez influye en la eficiencia y el rendimiento del proceso de molienda.

Como se observa en la Figura 28, la variable más sensible es la velocidad del molino, afectando a la fracción de la velocidad crítica del molino, provocando disturbios en la estimación del nivel de bolas. Para el caso del largo efectivo del molino, las densidades de bolas y mineral son variables que se consideraran fijas dentro del modelo producto a lo estimado por Codelco División el Teniente.

El diámetro efectivo es la segundo de los parámetros variables con mayor sensibilidad en el modelo, lo que da un indicio en el comportamiento del diámetro en función a los días de campaña siendo reflejados en la estimación del nivel de bolas con el modelo de desgaste incluido en el molino SAG 501.

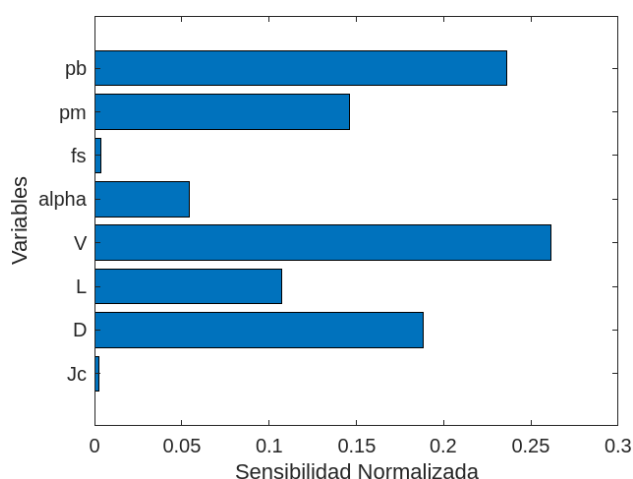


Figura 28. *Análisis de sensibilidad de modelo de potencias de H&F en función al nivel de bolas.*

5.6. Modelamiento y calibración del nivel de bolas a través del modelo seleccionado

Una vez seleccionado el modelo de Hogg & Fuerstenau con el objetivo de estimar el nivel de bolas de los molinos SAG y bolas, además de estudiar los cambios infinitesimales en las

variables de entrada del modelo. Se implemento el modelo de potencias en el Distributed Control System de Codelco División el Teniente con las variables presentes en la operación medidos a tiempo real, las cuales son la potencia consumida, la velocidad de giro del molino, porcentaje de sólidos. Además, se realizaron las calibraciones del modelo seleccionado en los molinos SAG y bolas a medida que transcurría la campaña con respecto a las detenciones programadas o emergentes en la cual hubo posibilidad de realizar grind out a los molinos.

Las estimaciones del modelo seleccionado que se implementaron en el Distributed Control System de Codelco DET para los molinos SAG, se tomaron las siguientes consideraciones:

- Diámetro y nivel de carga fijo, elaborado para el molino SAG 401, disminuyendo 0.5 pies al diámetro nominal y dejando un nivel de carga fijo igual al 30%.
- Diámetro variable en función a un modelo de desgaste de los revestimientos con nivel de carga fijo de 30%, caso de estudio realizado solo para el molino SAG 501.
- Nivel de carga variable en función de los descansos, implementando de manera independiente a los dos molinos SAG.
- En los molinos de bolas se consideró un diámetro efectivo como el diámetro nominal menos 0.5 pies, el nivel de carga y nivel de bolas es considerado lo mismo debido a que la pulpa intersticial presente entre las bolas ocupa el 100% del volumen útil entre los cuerpos moledores.

En la Figura 29, se observa de ejemplo la planilla base de cálculo entregada al Distributed control System para la estimación del nivel de bolas a tiempo real, con sus respectivos TAG operacionales para el caso de nivel de carga y diámetro efectivo fijos, las otras planillas de los demás molinos están reflejados en el Anexo B.

TAG Jb Molino 401					
Variables de entrada			Variables Calculadas		
SAG:XE03 *1000	Potencia (TAG), kW		9096	Fracción Vel. Crítica (CALCULO), %	0.74282888
	Jc (manual), %*100		30	Densidad Pulpa (Calculo)	2.00573066
	D, ft (manual)		35.5		
	L, ft (manual)		15		
SAG:XS04	Velocidad Molino TAG,rpm		9.55	Solución	
	alpha, ° (manual)		36	Jb (CALCULO Solución)	14.70
SAG:DIC2150Z	Porcentaje solidos TAG, %*100		78	TAG A CREAR:	
	Densidad mineral, ton/m3 (manual)		2.8	Nivel de bolas metodo diámetro y nivel de carga fijos, M	
	Densidad bolas, ton/m3 (manual)		7.75		
	Interticios, %*100 (manual)		60		

Figura 29. Planilla base entregada al DCS para la estimación del nivel de bolas del molino 401.

Los gráficos que se mostrarán a continuación presentan una visualización del nivel de bolas en los molinos SAG y bolas a lo largo del tiempo entregado por el Distributed Control System. A continuación, se muestran los detalles de los gráficos:

Ejes:

- Eje X (Fecha): Representa el tiempo, con fechas que van desde el 01 de mayo de 2023 hasta el 21 de enero de 2024.
- Eje Y (Jb%): Representa el nivel de bolas en los molinos SAG y bolas.

Líneas y Puntos:

- Línea azul continua: Representa la estimación del nivel de bolas basada en el modelo de potencias de Hogg & Fuestenau con diámetro fijo y sin modelos incluidos
- Puntos rojos (cuadrados): Representan las mediciones realizadas en terreno tomadas a través del método de conteo de lifters. (%Jb Terreno).
- Puntos negros (círculos): Representan la estimación del nivel a través del modelo en el mismo tiempo en la cual se realizó la prueba en terreno (%Jb TAG).
- Puntos plomos (triángulos): Representan la estimación del nivel de bolas incluyendo el modelo de relaciones metalúrgicas, la cual hace variable el nivel de carga en función de la presión de los descansos.

Líneas Verticales:

- Líneas rojas discontinuas: Marcan fechas importantes en las cuales se realizaron mediciones o calibraciones del factor de ajuste del modelo.

5.6.1. Estimación y calibración Molino SAG 401

La estimación del nivel de bolas a tiempo real para el molino SAG 401 se ve reflejado por la línea continua en la Figura 30, datos entregados por el Distributed Control System. Durante el primer periodo sin mediciones, se logra notar una discrepancia enorme en la estimación del nivel de bolas en función a lo teórico, logrando alcanzar valores superiores al 50% de nivel de bolas, siendo corroborado con la primera medición en terreno el 23 de septiembre del 2023 dando un nivel de bolas de 12.1%, por otro lado, el estimado por el Distributed Control System fue de 41.31% de nivel de bolas. Al realizar la primera calibración del ángulo nos arrojó un resultado de 39.55°, sin embargo, el comportamiento del modelo siguió dando valores erróneos.

La mala estimación se produjo en la entrega de la variable del diámetro efectivo del molino de manera errónea al Distributed Control System, la cual produjo ese drástico comportamiento. El 20 de octubre del 2023 se realizó la corrección del diámetro efectivo, logrando obtener un quiebre significativo de manera positiva en el comportamiento del modelo. En la tercera

semana de octubre se realizó una segunda medición en terreno, en la cual el modelo estimó de manera más eficiente el nivel de bolas, como se observa en las Figuras 33 y 34, obteniendo una notable reducción en el error absoluto tanto para las tres estimaciones. Posteriormente, el 31 de octubre se procedió a la segunda recalibración del factor de ajuste, reflejado en la Tabla 9, obteniendo un cambio ínfimo en comportamiento del modelo. Finalizando con la última medición de bolas en terreno para el molino SAG 401 en el 22 de enero 2023 con un valor de 15.23%, siendo contrastado por el estimado por el modelo con un nivel de 14.16%

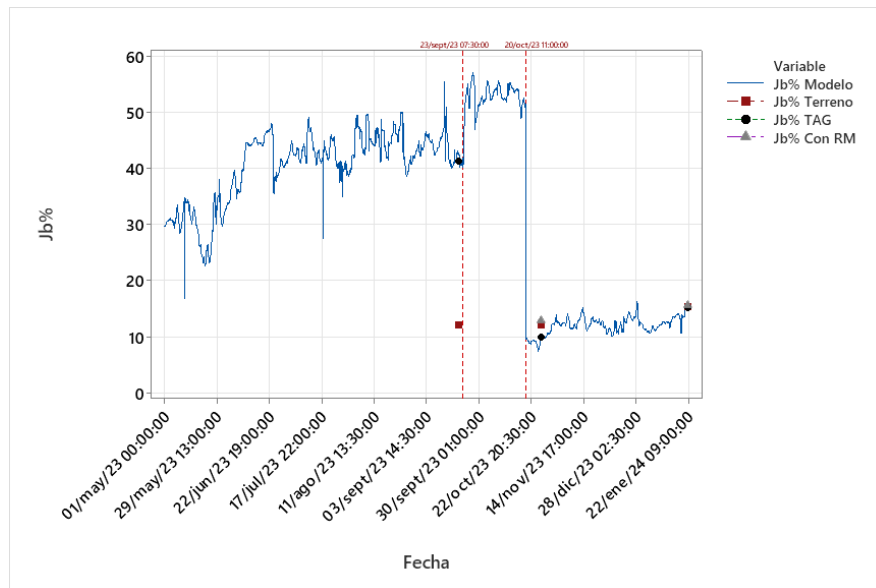


Figura 30. Estimaciones del Jb% del molino 401

En la Tabla 8, se muestra un resumen de los niveles medidos en terreno comparado con el estimado entregado por el Distributed Control System, sin la inclusión de los modelos de desgaste y relaciones metalúrgicas. Cabe destacar que el dato del 21-09-2023, con una diferencia de 29.21, fue excluido del cálculo de precisión debido a su desviación significativa, que podría distorsionar los resultados globales de la evaluación. La precisión del modelo para el molino SAG 401, considerando solo los datos restantes, es de 95.79%.

Tabla 8. Comparación del nivel de bolas medido en terreno respecto al modelo en molino 401.

Fecha	Molinos	Jb% Terreno	Jb% Modelo	Diferencia
21-09-2023	401	12.1	41.31	29.21
27-10-2023	401	12.1	12.20	0.08
22-01-2024	401	15.23	14.16	1.07

Tabla 9. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 401

Molino 401	Calibración 1	Calibración 2
Factor de ajuste	39,55	38,24

Al momento de comparar el nivel de bolas estimado por el Distributed Control System y el modelo que incluye las relaciones metalúrgicas con el nivel de bolas medido en terreno, no muestra una diferencia considerable entre el nivel de bolas medido en terreno con el nivel estimado por los dos modelos, siendo reflejado por la Figura 31, mostrando la viabilidad del modelo en las predicciones para un molino SAG de 35.5 pies de diámetro efectivo, tanto como en el contraste de la segunda y tercera medición en terreno .

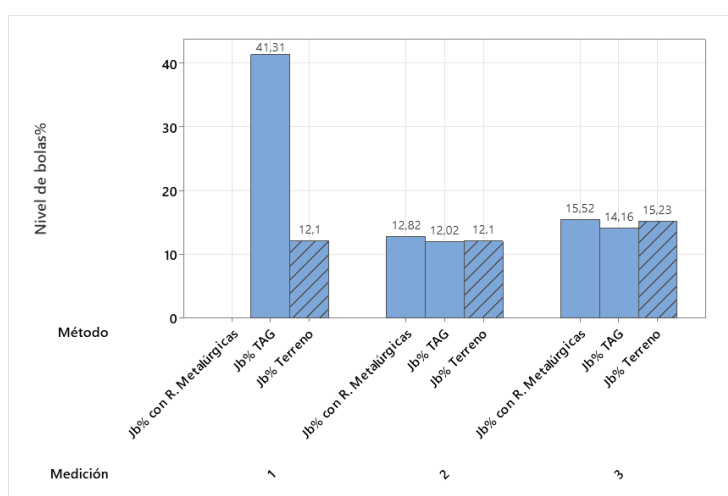


Figura 31. Estimación de los niveles de bolas de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 401.

Al observar la Figura 32, el error absoluto con respecto al nivel de bolas medido en terreno demuestra un positivo análisis al comparar lo estimado por el modelo de potencias de Hogg & Fuerstenau con y sin incluir las relaciones metalúrgicas de un nivel de carga variable en función a la presión de los descansos para el molino 401 obteniendo un error menor o igual a 1.07 en ambas oportunidades de medición.

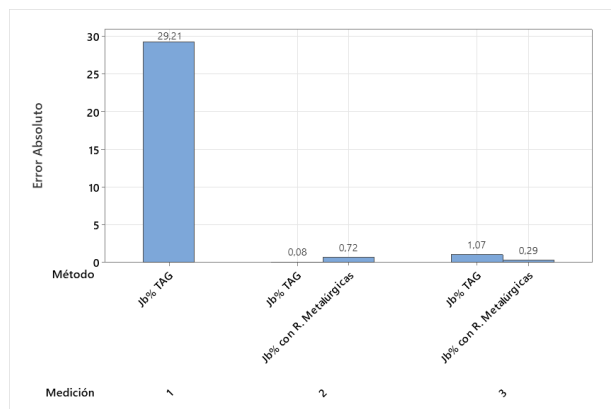


Figura 32. Error absoluto de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 401.

En conclusión, el modelo de potencias de Hogg & Fuerstenau, especialmente cuando se incluyen las relaciones metalúrgicas, proporciona estimaciones con menor error del nivel de bolas del molino 401. La precisión de las mediciones con relaciones metalúrgicas en comparación con los valores de terreno es de 96.31%, excluyendo la primera medición debido a su alta desviación, dando una precisión más alta en comparación con el modelo sin incluir la relación. Sin embargo, es importante darle un seguimiento y ajustar el modelo para las próximas campañas, para asegurar la consistencia las estimaciones en las condiciones operacionales.

5.6.2. Estimación y calibración Molinos 411-412.

Para el caso de los molinos de bolas 411, perteneciente al circuito del SAG 401, como se observa en la Figura 33, la estimación inicial del nivel de bolas entregado por el Distributed Control System fue más baja de lo descrito por la teoría. Esto se confirmó con la primera medición en terreno, donde el nivel calculado en terreno resultó ser de 36.33% de nivel de bolas, en contraste con la estimación del modelo que arrojó un valor de 31.17% con un error absoluto del 5.16. El 27 de julio de 2023 se calibró por primera vez el ángulo de ajuste del molino de bolas 411 obteniendo un valor de 29.03°, datos mejor reflejados en la Tabla 10. Al realizar el cambio, el modelo obtuvo un quiebre positivo en su comportamiento, pasando de valores de aproximadamente entre 30-33% nivel de bolas a un alza de 38-40%. En la segunda semana de octubre se realizó la segunda medición en terreno obteniendo un nivel de 39%, el modelo obtuvo una medición del 40.3% mostrando una diferencia de 1.3, sin embargo, al realizar la calibración entre el 20 y 26 de octubre de 2023 se perdió la conexión del sistema DCS producto a la falla del sensor de la potencia consumida del molino, teniendo como consecuencia la alteración del comportamiento del modelo. La última medición del nivel de bolas en terreno se obtuvo un nivel de 39%, en contraste con el estimado por el modelo de un 37.4 % con un error absoluto de 1.6.

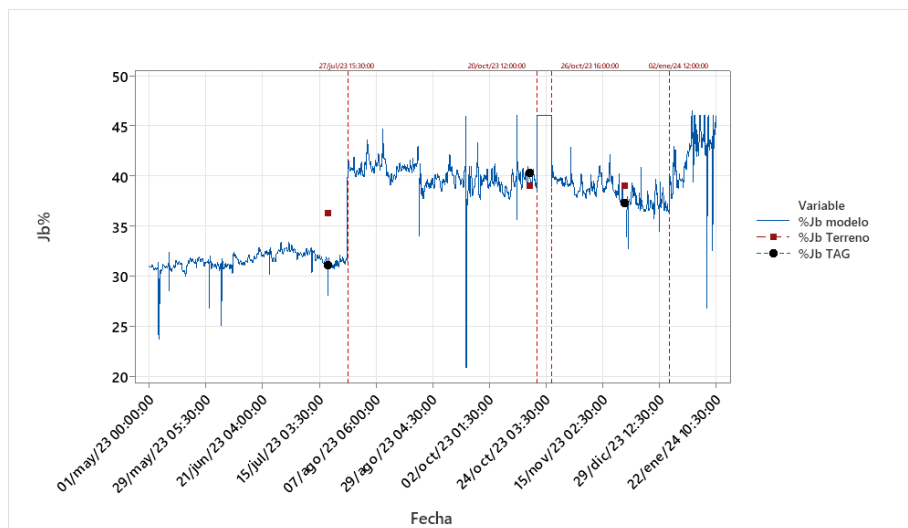


Figura 33. Estimaciones del Jb% del molino 411

Tabla 10. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 411.

Molino 411	Calibración 1	Calibración 2
Factor de ajuste	29.03	31.56

La estimación del modelo en el molino de bolas 411 mostró un comportamiento constante a lo largo del estudio, arrojando valores concordantes con los medidos en terreno. Después de la primera calibración, el error absoluto disminuyó considerablemente, como se refleja en la Tabla 11, manteniendo un comportamiento estable. Esto permite concluir que el modelo de Hogg & Fuerstenau es una herramienta que permite la predicción del nivel de bolas en el molino de bolas. La precisión calculada del modelo fue de 92.94%, lo que respalda su consistencia en la estimación del nivel de bolas manteniendo bajo control el modelo. Sin embargo, es importante considerar futuras calibraciones del factor de ajuste para evitar la descalibración del modelo, como se observó en el último tramo de la estimación del nivel de bolas.

Tabla 11. Error absoluto entre el nivel medido en terreno y el estimado por el modelo en el molino 411.

Molinos	Jb% Terreno	Jb% Modelo	Diferencia
411	36.33	31.17	5.16
411	39	40.3	1.3
411	39	37.4	1.6

El comportamiento del nivel de bolas estimado por el modelo para el molino de bolas 412 a través del Distributed Control System está reflejado en la Figura 34. Comenzó con una predicción entre los 30-33% de nivel de bolas, siendo desestimado por la primera medición en terreno arrojando un valor de 37.39, en conjunto de la primera calibración del factor de ajuste con un valor de 34.67°, visto de mejor manera en la Tabla 12. El comportamiento del modelo dio estimaciones más bajas de lo previsto, dando un indicio del valor calculado para el factor de ajuste fue erróneo, siendo comprobado por la segunda medición en terreno, obteniendo un nivel de bolas de 37,7% mostrando un error absoluto con respecto al modelo de 9.16. Gracias a esta segunda medición del nivel de bolas, se recalibró el ángulo mal calculado, siendo el nuevo de 32.32%. Al darle seguimiento a la estimación del nivel de bolas después de la segunda calibración, se observó que el comportamiento tuvo un alza en el cálculo del nivel, acercándose al valor dado en la segunda medición en terreno. Finalizando con la última medición en terreno realizado en la última semana de noviembre, se obtuvo un nivel de 37.66%, en comparación por el estimado por el modelo, arrojando un valor de 35.9% de nivel de bolas.

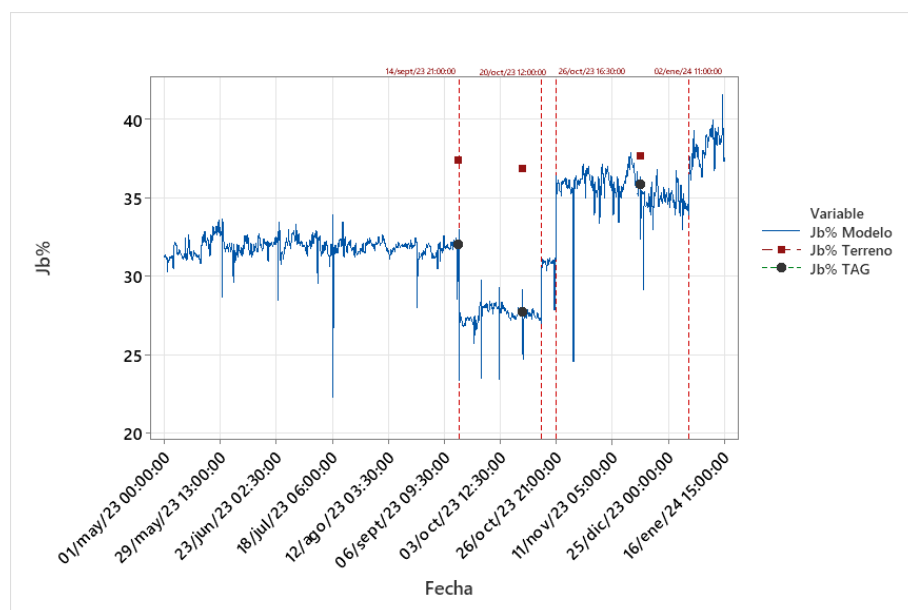


Figura 34. Estimaciones del Jb% del molino 412

Tabla 12. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 412.

Molino 412	Calibración 1	Calibración 2
Factor de ajuste	34.67	32.32

La estimación del modelo en el molino de bolas 412 presentó variabilidad durante el estudio, con valores que en su mayoría se alinearon con las mediciones en terreno. A pesar de ciertos picos de error, como se refleja en la Tabla 13, el comportamiento general se mantuvo dentro

de rangos aceptables. Aunque se debe realizar un monitoreo y calibraciones constantes para evitar descalibraciones significativas. La precisión del modelo en este caso fue de 85.41%, indicando que, si bien es confiable, existe margen de mejora en la calibración y ajuste del modelo.

Tabla 13. Error absoluto entre el nivel medido en terreno y el estimado por el modelo en el molino 412.

Molinos	Jb% Terreno	Jb% Modelo	Diferencia
412	37.39	31.99	5.4
412	36.86	27.7	9.16
412	37.66	35.9	1.76

5.6.3. Estimación y calibración Molino SAG 501

En la estimación del nivel de bolas en el molino SAG 501 a través del modelo de Hogg & Fuerstenau, que incluye el modelo de desgaste, se observa claramente una tendencia a la baja desde el 1 de mayo de 2023, tal como se muestra en la Figura 35. Los resultados obtenidos indican valores por debajo del 7.5% de nivel de bolas, lo que sugiere que la estimación de este molino SAG es errónea. Durante la última semana de agosto, se realizó la primera medición en terreno, obteniendo un nivel de bolas del 16.66%. Al contrastar este valor con la estimación del modelo, se observa una diferencia de 5.18%, ya que el nivel estimado por el modelo fue del 10.81%

La inclusión del modelo de desgaste directo permite un diámetro variable en función de los días de operación del molino, es decir, en relación con los cambios de los revestimientos del cilindro del molino. Al evaluar el comportamiento del modelo con el desgaste, se observó que el diámetro efectivo aumentaba a medida que pasaban los días de operación a pesar de la calibración del factor de ajuste realizado en 6 de septiembre mejor mostrado en la Tabla 14. Esto resultaba en un incremento de la estimación de la potencia consumida debido al mayor diámetro. En consecuencia, al igualar la potencia estimada por el modelo con la potencia calculada por el DCS, el modelo no requería un alto nivel de bolas para igualar las potencias. Esta dinámica explica por qué la estimación inicial del nivel de bolas era baja y destaca la sensibilidad del desgaste en los modelos.

El 18 de octubre fue el mantenimiento del molino SAG 2 donde se terminó la campaña de los revestimientos del cilindro de la temporada anterior, por ende, el diámetro efectivo se reinició, iniciando el día uno de la campaña. Posteriormente a fines de octubre del 2023, se realizó la segunda medición en terreno obteniendo un nivel de bolas de 18.56%, mientras el estimado por el modelo es de 16.81% de nivel, teniendo diferencia un 1.75. Desde ese momento la tendencia

del nivel de bolas tuvo una pendiente negativa a pesar de la segunda calibración del ángulo correspondiente al factor de ajuste siendo reflejado en la tercera medición de terreno, dando un valor de 18.32% de nivel de bolas en el molino SAG 501, contrastado con el estimado por el modelo de 14.18%, aumentando la diferencia a 4.14, observándose de mejor manera en la Tabla 15. En el transcurso posterior de la tercera medición, el comportamiento del modelo fue similar que al inicio del estudio, reflejando una tendencia a la baja y que el diámetro efectivo es el uno de los factores más sensibles del modelo.

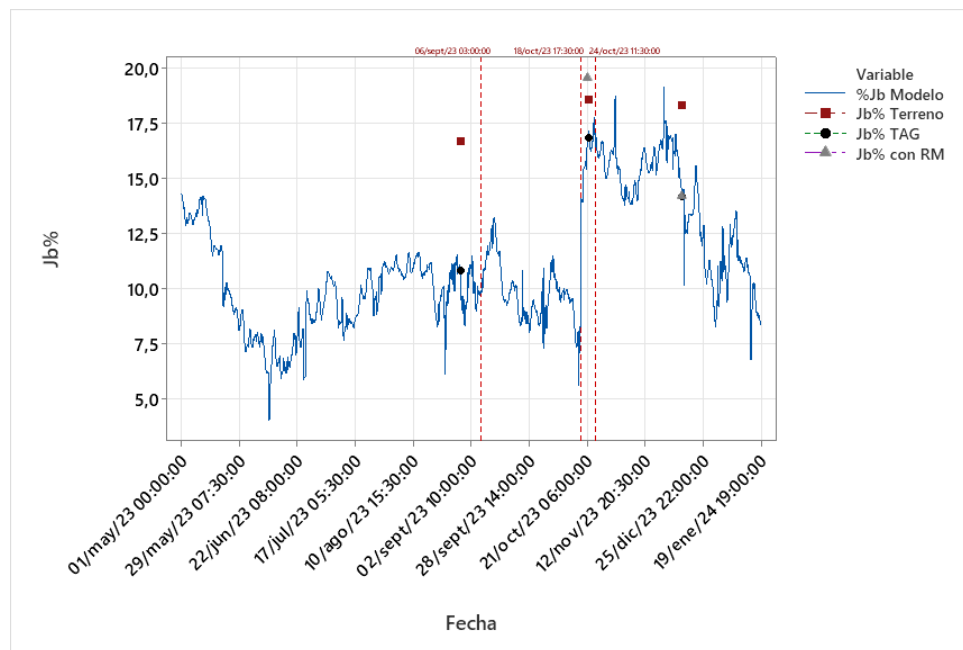


Figura 35. Estimaciones del nivel de bolas del molino SAG 501.

El ángulo de levante es el factor de ajuste correspondiente al modelo de potencias de Hogg & Fuestenau, como el diámetro efectivo era cada vez mayor a medida que pasaba los días de campaña del molino y el ángulo ingresado en las calibraciones es fijo, sin estar en función de los días transcurridos de campaña, generando el desajuste del modelo, siendo reflejado en la estimación de la potencia consumida del modelo, alcanzando la potencia establecida por DCS sin la necesidad de tener un buen nivel de bolas.

Tabla 14. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 501.

Molino 501	Calibración 1	Calibración 2
Factor de ajuste	38.4	37.72

Tabla 15. Error absoluto del modelo con respecto a la medición en terreno del molino 501.

Fecha	Molinos	Jb% Terreno	Jb% Modelo	Diferencia
-------	---------	-------------	------------	------------

27-09-2023	501	16.66	10.81	5.85
23-10-2023	501	18.56	16.81	1.75
19-12-2023	501	18.32	14.18	4.14

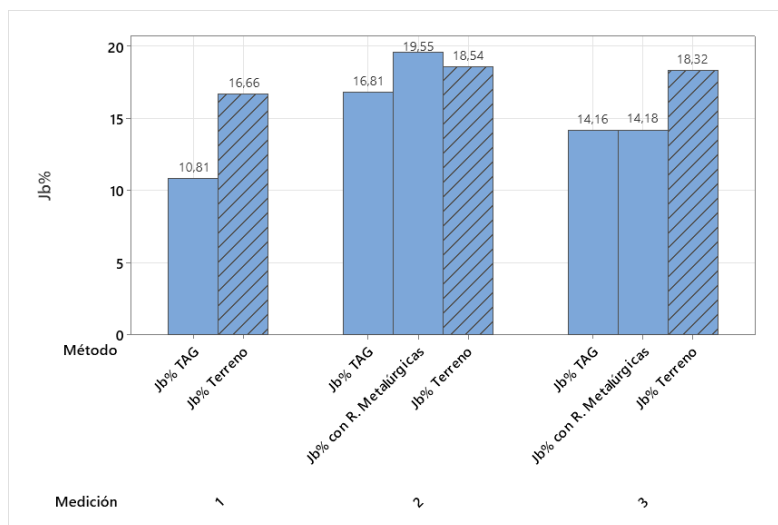


Figura 36. Estimación de los niveles de bolas de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 501.

La evaluación del modelo de Hogg & Fuerstenau para el molino SAG 501, considerando el modelo de desgaste, mostró que las mediciones iniciales y finales presentaban estimaciones erróneas del nivel de bolas debido a una inadecuada consideración del desgaste, como se evidencia en los valores de error absoluto. Las calibraciones realizadas mejoraron la precisión de las estimaciones, pero la sensibilidad al desgaste sigue siendo un factor crítico que afecta de manera acelerada la predicción del molino. Esto subraya la importancia de realizar ajustes de manera frecuente en el factor de calibración del modelo para reflejar las condiciones reales de operación del molino. La precisión del modelo para el molino SAG 501 fue de 78.09%.

El uso de R. metalúrgicas en el modelo de Hogg & Fuerstenau para el molino SAG 501 demostró una precisión de 79.49%, ligeramente superior a la precisión de 78.09% calculada sin estas consideraciones. Esto destaca que, aunque las relaciones metalúrgicas ayudan a mejorar la precisión de las estimaciones, aún es necesario realizar calibraciones frecuentes y ajustes para reflejar adecuadamente las condiciones de operación, sin incluir el desgaste en el molino, siendo el desgaste un factor crítico y perjudicial son las medidas necesarias para controlar el modelo.

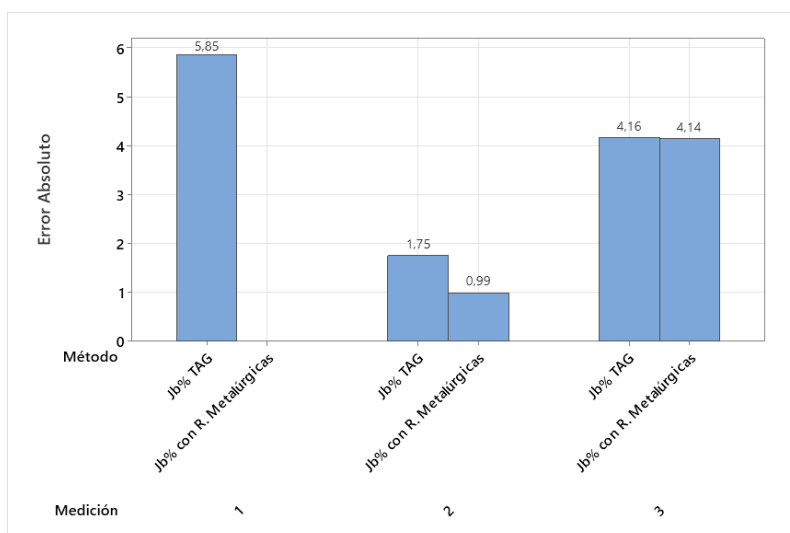


Figura 37. Error absoluto de las diferentes versiones del modelo en el molino SAG 501.

5.6.4. Estimación y calibración Molinos 511-512

En el circuito del molino SAG 501, se realizaron pocas mediciones del nivel de bolas en los molinos de bolas. Esto se debió a la ausencia de un trommel en la descarga del molino, lo que implicaba que la medición debía realizarse a través de la alimentación del molino, retirando el chute de alimentación. Esta tarea requería un trabajo de mantenimiento considerable, por lo que en las ocasiones en que el molino se detuvo, se optó por no abrir el chute.

Durante la etapa previa a la primera medición en terreno del molino de bolas 511, se observa en la Figura 38, un comportamiento estable y confiable del modelo en la estimación del nivel de bolas, siendo representado por la medición en terreno realizado en la segunda semana de agosto del 2023, obteniendo un nivel de bolas del 33.71%, el estimado por el modelo fue de 32.9%, teniendo una diferencia del 0.81. La primera calibración del modelo se realizó el 13 de septiembre ajustándolo a un 29.2° , reflejado de mejor manera en la Tabla 16. Posteriormente, se obtuvo la segunda medición del nivel de bolas en terreno, lo cual arrojó un nivel de 31.8%, la predicción del modelo de potencias fue de 33.01, obteniendo una diferencia de 1.21. Con respecto a la segunda calibración, el nuevo ángulo fue de 29.54° . Luego el comportamiento del modelo siguió con una tendencia estable, con un nivel de bolas respaldado con las mediciones en terreno antes mencionados.

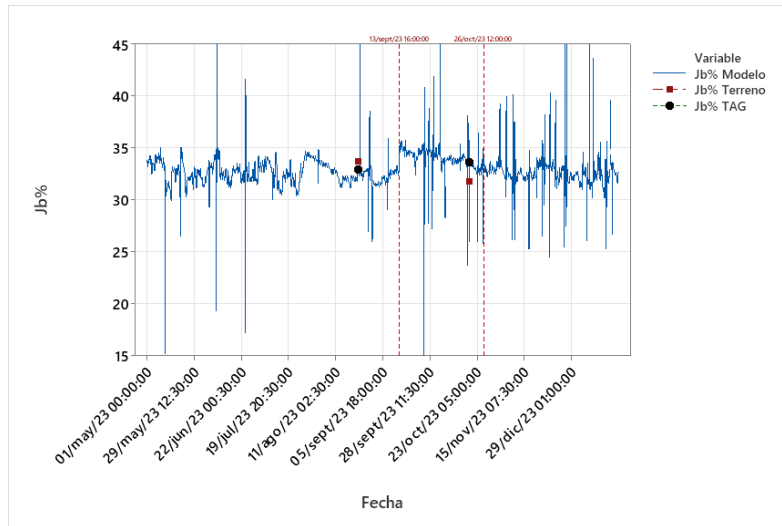


Figura 38. Estimación del nivel de bolas del molino 511.

Tabla 16. Calibraciones del factor de ajuste del modelo en el molino 511.

Molino 511	Calibración 1	Calibración 2
Factor de ajuste	29.2	29.5

El modelo entregado por el Distributed Control System ha demostrado ser eficiente en la estimación del nivel de bolas en el molino 511. Las diferencias mínimas entre las estimaciones del modelo y las mediciones en terreno, reflejadas en la Tabla 17, muestran un comportamiento estable y una capacidad de adaptación a las condiciones operativas reales. Sin embargo, el ruido generado por las detenciones de los molinos de bolas es más notorio en este equipo en comparación con otros molinos analizados. Por lo tanto, es importante encontrar una forma de configurar el sistema DCS para evitar mediciones durante las detenciones operacionales del equipo. La precisión del modelo, calculada en base a las mediciones presentadas, fue de 96.92%

Tabla 17. Error absoluto del modelo con respecto a la medición en terreno del molino 511.

Fecha	Molino	Jb Terreno	Jb TAG	Diferencia
21-08-2023	511	33.71	32.9	0.81
16-10-2023	511	31.8	33.01	1.21

En el caso del molino de bolas 512 como se observa en la Figura 41, la estimación del nivel de bolas a través del método de potencias de Hogg & Fuerstenau empezó con un comportamiento similar que el molino de bolas 511, de manera estable y acorde al nivel teórico de los molinos de bolas. La única medición en terreno del molino 512 que se pudo realizar dio un nivel de 32.3%, en contraste con el estimado del modelo, dando un valor de 33.33%, logrando calibrar

el factor de ajuste en 29.88° con un error absoluto de 1.01. Con el nuevo ángulo el 31 de octubre hubo un alza en el comportamiento del modelo de manera sutil, siguiendo con la misma tendencia en el sistema, cabe destacar el mismo comportamiento ruidoso del molino 511 a menor escala durante todo el periodo.

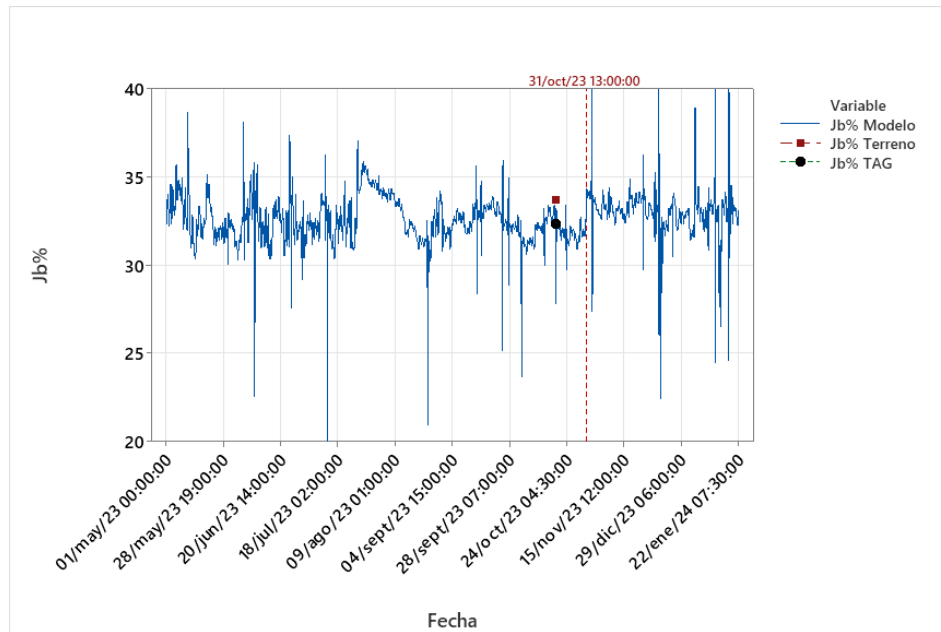


Figura 39. Estimaciones del Jb% del molino 512

Concluyendo con el ultimo molino de bolas 512, el modelo de Hogg & Fuerstenau, junto con la calibración realizada, ha demostrado ser efectivo para la estimación del nivel de bolas en el molino de bolas 512. La diferencia mínima entre la medición en terreno y la estimación del modelo refleja una diferencia demostrada igual a 1, observado en la Tabla 18. El comportamiento estable del modelo después de la calibración indica que el sistema puede adaptarse adecuadamente a las condiciones operativas, asegurando una operación normal del molino. Sin embargo, se debe tener precaución con el ruido generado en el modelo debido a las detenciones o cambios de velocidad del molino al igual que en el molino 511. Estas variaciones pueden introducir fluctuaciones que afecten a las estimaciones futuras.

Tabla 18. Niveles de bolas del molino 512 medido en terreno y estimado por el modelo

Fecha	Molino	Jb Terreno	Jb Modelo	Diferencia
17-10-2023	512	32.3	33.31	1.01

6. Conclusión y recomendaciones

En primer lugar, el objetivo de desarrollar una herramienta en línea para estimar el nivel de llenado de bolas en el circuito de molienda SAG, utilizando un modelo de potencia, ha sido alcanzado al implementar el modelo de Hogg & Fuerstenau como base para la estimación en la planta SAG de Codelco División El Teniente. Este modelo se destacó sobre otros modelos, como los de Austin y Morrell, debido a su menor error absoluto y consistencia con los valores medidos en terreno.

Los modelos de potencias de Hogg & Fuerstenau, con y sin la inclusión de relaciones metalúrgicas, son herramientas que permiten la estimación de niveles de bolas en molinos SAG y de bolas con un ajuste eficiente. No obstante, la precisión puede verse afectada por factores como el desgaste del cilindro y la necesidad de calibraciones frecuentes. La inclusión de relaciones metalúrgicas mejora la exactitud, pero no elimina la necesidad de ajustes continuos, especialmente en molinos con alta sensibilidad al desgaste. Para mantener la fiabilidad de las estimaciones, es crucial implementar un monitoreo constante y programar calibraciones con respecto a mediciones en terreno.

Los objetivos específicos de realizar mediciones en terreno y ajustar el modelo se cumplieron exitosamente, permitiendo caracterizar el comportamiento de la función de selección específica en el molino SAG 401 y justificar el control del nivel de bolas mediante la caracterización granulométrica llevada a cabo por SGS. Las 24 mediciones de nivel de carga y bolas en distintos molinos permitieron un ajuste constante del modelo. Como ejemplo, en el SAG 401, las diferencias entre el modelo y las mediciones en terreno disminuyeron tras la corrección del diámetro efectivo en octubre de 2023.

El análisis de la función de selección específica destacó que un nivel de bolas del 18% optimiza el proceso de fractura de partículas, mientras que un nivel de 13% mejoró la eficiencia a tamaños superiores a 30,000 μm debido al peso del mineral en relación con la fractura por bolas. Esto valida la estrategia de control basada en la adaptación del nivel de bolas según las condiciones operativas y el tipo de mineral.

Aunque los resultados son prometedores, es importante señalar que el modelo se encuentra aún en una fase experimental y primitiva, lo que abre oportunidades de mejora en su implementación. La necesidad de calibraciones periódicas y ajustes en el factor de desgaste sigue siendo crítica para mantener la precisión y la fiabilidad del modelo a largo plazo. Con

futuras optimizaciones, se espera que el modelo de Hogg & Fuerstenau pueda integrarse de manera más robusta y eficiente en el control operativo de la planta, mejorando aún más la eficiencia del proceso de molienda.

Recomendaciones:

Molinos 411-412: En los molinos de bolas el modelo de potencia de Hogg & Fuerstenau funciona de manera correcta al estimar el nivel de bolas de cada molino en condiciones operacionales normales, arrojando niveles cercanos al nivel de bolas estimado en terreno, tener precaución con el factor de corrección del modelo, al calcular el factor de manera errónea afectara de manera significativa al comportamiento del modelo. **Recomendación:** Realizar seguimiento y contrastación con futuras recalibraciones.

Molinos 511-512: En estos molinos de bolas el modelo de potencia funciona de manera correcta, sin embargo, se genera mucho ruido en la estimación del nivel de bolas, al momento de la detención de estos molinos, la velocidad de giro perturba en el cálculo del nivel de bolas a través del modelo. **Recomendación:** Acotar el rango de operación del TAG en función a la velocidad que trabaja los molinos [12.2 ± 1 rpm].

Molino 401: La estimación del nivel de bolas es confiable, sin embargo, como depende de más variables operacionales del molino, las cuales son sensibles a la estimación del nivel de bolas en comparación a los molinos de bolas. **Recomendación:** Se toma la consideración de implementar de manera directa al Distributed Control System la estimación del nivel de bolas con relaciones metalúrgicas, se dejó la solicitud de la implementar el nuevo TAG con el nivel de carga en función a la presión de descansos.

Molino 501: A partir del 21 de noviembre del 2023 el TAG: MSAG:JB_501 dejó de funcionar correctamente, teniendo como consecuencia una disminución abrupta en la predicción del nivel de bolas hasta valores incongruentes debido al tener el diámetro como un parámetro en función a la campaña del molino, sin considerar un nuevo factor de ajuste para cada día transcurrido. **Recomendación:** Se decidió implementar un nuevo TAG en función a las R. Metalúrgicas sin considerar el modelo de desgaste.

7. Referencias

- Anticoi, H. (2018). *Breakage Function for HPGR: Mineral and Mechanical Characterization of Tantalum and Tungsten Ores*.
- Austin, (1990). A mill power equation for SAG mills. *Mining, Metallurgy & Exploration*.
- Austin, L. G., & Concha, F. (1994). *Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación*. CYTED.
- Cerda, M. (2021). Nuevo Modelo de Potencia para Molinos Convencionales Basado en el Método de Elementos Discretos. *ResearchGate*.
- Codelco. (2011). *División el Teniente: Pasado, presente y futuro*. Gerencia de sustentabilidad y asuntos externos.
- Codelco. (2019). *Todo a la juguera*. Codelco Educa.
- Codelco. (2022). *Flowsheet*. Gerencia de planta.
- Codelco. (2022). *Procedimiento control operacional SPSAG*. Gerencia de Plantas.
- Codelco. (2023). *División El teniente, Nosotros*. Obtenido de Codelco.com.
- Codelco. (2023). *Historia, Procedimiento control operacional SPSAG*. Gerencia de Plantas.
- Daniel, M., Lane, G., & Morrell, S. (2010). Consolidation and validation of several tumbling mill power models. *Procemin*.
- Drzymala, J. (2007). *Mineral Processing Foundations of theory and practice of minerallurgy*. Wroclaw University of Technology.
- Gutierrez, L., & Sepulveda, J. (1986). *Dimensionamiento y optimización de plantas concentradoras mediante técnicas de modelación matemática*. CIMM.
- Metso. (2023). *Medidas de inspección del desgaste en el molinos SAG 401 y 501*.
- Morrell, S. (1993). *The prediction of power draw in wet tumbling mills*.
- Morrell, S. (2003). *Proceedings XXII International Mineral Processing Congress*.
- Morrell, Stephen. (1996). Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics - Part 2: An empirical approach to modelling of mill power draw.
- Ruiz, M. C. (2004). *Reducción de tamaño y clasificación*.
- Sepulveda, J. (2021). *Teoría Puesta en marcha. El desafío permanente de todo analista de proceso*. J-Consultores Ltda.
- SGS. (2022). *Análisis y muestreo granulométrico del SAG 401*.
- SNC-Lavalin. (2001). *Informe final ingeniería básica Proyecto Aumento Capacidad de Beneficio mineral anexo B1*. CODELCO División El Teniente.
- Wills, B. (2006). *Mineral Processing Technology Seventh Edition*. Elsevier Science & Technology Books.

8. Anexos

Anexo A. Parámetros de operación circuito molienda.

A.1. Variables molino SAG 401 para operación normal

Variables operacionales en condiciones normales del circuito del molino SAG 401 (Codelco, 2023):

Diámetro y largo efectivo: 35.5 pies y 15 pies.

Potencia: Se debe mantener un óptimo nivel de llenado de bolas (16%) con rangos entre 8 MW – 11,9 MW.

Tonelaje: Maximizar tratamiento, con alimentación continua desde chancado primario y nivel de stock pile igual o superior a 50% con rangos apropiados en operación normal entre 900TPH – 1500TPH.

Velocidad: Operar entre 8 rpm- 9,8 rpm, con previa coordinación/validación de temas de desgaste de revestimientos, Jb, Jc, etc. (parámetros de molino).

Presión de descansos: Considerando parámetros operacionales según estándar, los rangos de Presión serán entre 760 psi – 790 psi.

Sólido: Mantener un sólido entre 65% y 78% al interior del molino, con previa coordinación/validación.

Pebbles: Asegurar una generación máxima de 20% del tonelaje procesado (rangos entre 0TPH y 300TPH).

BHI Primaria: Rangos de presión entre 6PSI - 8PSI y granulometría rebose ciclones con un P80 +100# máximo de 25%.

A.2. Variables molino SAG 501 para operación normal

Variables operacionales en condiciones normales del circuito del molino SAG 501 (Codelco, 2023):

Diámetro y largo efectivo: 37.5 pies y 22 pies.

Potencia: Se debe mantener un óptimo nivel de llenado de bolas (18%) con rangos de 15 MW – 19,4 MW.

Tonelaje: Maximizar tratamiento, con alimentación continua desde chancado primario y nivel de stock pile igual o superior a 50% (rangos apropiados en operación normal entre 1400TPH – 2600TPH).

Velocidad: Normalmente en rango entre 8rpm- 9,8rpm, con previa coordinación/validación enfocándose en temas de desgaste de revestimientos, Jb, Jc, etc. (parámetros de molino).

Presión de descansos: Considerando parámetros operacionales según estándar, los rangos de presión serán entre 1080psi – 1120psi.

Sólido: Mantener un sólido entre 65% y 78% al interior del molino, con previa coordinación/validación.

Pebbles: Asegurar una generación máxima de 20% del tonelaje procesado (rangos entre 0TPH y 650TPH).

Variables operacionales en condiciones normales del circuito de los molinos de bolas 411 y 412 (Codelco, 2023):

A.3. Variables molinos 411-412 para operación normal

Variables operacionales en condiciones normales del circuito de los molinos de bolas 411 y 412 (Codelco, 2023):

Diámetro y largo efectivo: 17.5 pies y 28 pies.

Potencia: Mantener un óptimo nivel de llenado de bolas (32%), para copar potencia de molino de bolas. Actualmente como molinos no reciben Pebbles chancado, 4,4MW de sus 4,6MW instalado es recomendable.

Velocidad: Molinos de velocidad fija, no es opción modificar.

Sólido: Mantener un sólido de 50%-65% de alimentación hacia batería de hidrociclones, para beneficiar clasificación.

Nivel de cuba: Se deberá operar con un nivel en rango de 40-50%.

BHI: Rangos de presión entre 6PSI – 8PSI (recomendable buscar 7PSI) y granulometría rebose ciclones con un P80 +100# máximo de 25%. Usualmente uso de 3 a 5 ciclones en estas baterías.

A.4. Variables molinos 511-512 para operación normal

Variables operacionales en condiciones normales del circuito de los molinos de bolas 511 y 512 (Codelco, 2023):

Diámetro y largo efectivo: 23.5 pies y 36 pies.

Potencia: Mantener un óptimo nivel de llenado de bolas (35%), para copar potencia de molino de bolas. Actualmente se busca utilizar su 11,2MW instalados. El balance de potencias puede ser manipulado al mismo tiempo, distribuyendo más o menos Pebbles chancado a ambos molinos.

Velocidad: Molinos de velocidad variable, ir buscando su 75%Vc es recomendable, sin embargo, ir revisando desgaste de revestimientos para validar diámetro interno es mejor para obtener una mejor velocidad.

Sólido: Mantener un sólido de 50%-65% de alimentación hacia batería de hidrociclones, para beneficiar clasificación.

Nivel de cuba: Se deberá operar con un nivel en rango de 40-50%.

BHI: Rangos de presión entre 9PSI – 11PSI (Recomendable entre 9,5PSI y 10,5PSI) y granulometría rebose ciclones con un P80 +100# máximo de 25%. Usualmente uso de los 11 de los 12 ciclones en batería, se recomienda al menos quedar con 1 ciclón stand-by, para trabajar con buena carga circulante en molino.

Anexo B. Planilla de Excel ocupado como base de cálculo entregado al sistema DCS.

Planilla de Excel ocupado como base de cálculo entregado al sistema DCS con el objetivo de estimar el nivel de bolas en tiempo real a través de los TAG creados de las diferentes variables de entrada especificados en la planilla para los molinos SAG 401 y 501.

TAG Nivel de bolas SAG 401				
Variables de entrada			Variables Calculadas	
SAG:XE03 *1000	Potencia (TAG), kW	9096	Fracción Vel. Crítica (CALCULO), %	0.74282888
	Jc (manual), %*100	30	Densidad Pulpa (Calculo)	2.00573066
	D, ft (manual)	35.5	Solución	
	L, ft (manual)	15		
SAG:XS04	Velocidad Molino TAG,rpm	9.55	Jb (CALCULO Solución)	14.70
	alpha, ° (manual)	36	TAG A CREAR:	
SAG:DIC2150Z	Porcentaje solidos TAG, %*100	78	Nivel de bolas metodo diámetro y nivel de carga fijos, M	
	Densidad mineral, ton/m3 (manual)	2.8		
	Densidad bolas, ton/m3 (manual)	7.75		
	Interticios, %*100 (manual)	60		

Figura 40. Planilla base entrega al Distributed Control System del molino SAG 401.

TAG Nivel de bolas SAG 501				
Variables de entrada			Variables Calculadas	
SAG2:260_ml_04ji	Potencia (TAG), kW	15164	Fracción Vel. Crítica (CALCULO), %	0.55721802
MOL_SAG1:260_ML_04VOL	Jc (TAG), %*100	28	Densidad Pulpa (Calculo)	2.00573066
	Días de campaña, Días	23	D, ft (Calculo)	36.8
	L, ft (manual)	22		
SAG2:260_ML_04SI	Velocidad Molino TAG, rpm	8.9		
	alpha, ° (manual)	37.75		
SAG2:260_DIC_1842	Porcentaje solidos TAG, %*100	78	Solución	
	Densidad mineral, ton/m3 (manual)	2.8	Jb (CALCULO Solución)	132.14
	Densidad bolas, ton/m3 (manual)	7.75	TAG Nivel de bolas metodo 1, ML-501	
	Intercicios, %*100	60	Nombre tag a crear:	

Figura 41. Planilla base entregada al Distributed Control System del molino SAG 501.

Planillas entregadas al Distributed Control System para la estimación del nivel de bolas en tiempo real, basado en las hojas de cálculo de MolyCop Tools para los molinos de bolas del circuito SAG 401 y 501.

Moly-Cop Tools™ (Version 3.0)									
CONVENTIONAL BALL MILL POWER ESTIMATION Hogg & Fuerstenau Model									
Remarks: CASO ML 411-412, PLANTA SAG									
Mill Dimensions and Operating Conditions									
Eff. Diameter ft	Eff. Length ft	Mill Speed % Critical	Charge Filling, %	Balls Filling, %	Interstitial Slurry Filling, %	Lift Angle, (°)	Mill Power, kW		
17.50	28.00	72.69	37.39	37.39	100.00	34.64	3691	Balls	
Concenso Diametro y Jc							0	Overfilling	
							591	Slurry	
							4282	Net Total	
							10.00	% Losses	
							4758	Gross Total	
% Solids in the Mill Ore Density, ton/m3 Slurry Density, ton/m3 Balls Density, ton/m3 72.00 2.80 1.86 7.75									
Charge Volume, m3 71.45 Mill Charge Weight, tons Ball Charge Interstitial above Balls 332.22 53.20 0.00 Apparent Density ton/m3 5.395									

Figura 42. Planilla base entregada al Distributed Control System del molino bolas 411-412.

Moly-Cop Tools™ (Version 3.0)									
CONVENTIONAL BALL MILL POWER ESTIMATION Hogg & Fuerstenau Model									
Remarks: CASO ML 511-512, PLANTA SAG									
Mill Dimensions and Operating Conditions									
Eff. Diameter ft	Eff. Length ft	Mill Speed % Critical	Charge Filling, %	Balls Filling, %	Interstitial Slurry Filling, %	Lift Angle, (°)	Mill Power, kW		
23.50	36.00	77.21	33.73	33.73	100.00	29.18	8678	Balls	
o fijo en 36 o 38 por lavado de molino							0	Overfilling	
							1390	Slurry	
							10068	Net Total	
							10.00	% Losses	
							11187	Gross Total	
% Solids in the Mill Ore Density, ton/m3 Slurry Density, ton/m3 Balls Density, ton/m3 72.00 2.80 1.86 7.75									
Charge Volume, m3 149.43 Mill Charge Weight, tons Ball Charge Interstitial above Balls 694.86 111.28 0.00 Apparent Density ton/m3 5.395									

Figura 43. Planilla base entregada al Distributed Control System del molino bolas 511-512.

Anexo C. Análisis de sensibilidad.

Código utilizado en el cálculo del análisis de sensibilidad del modelo de Hogg & Fuerstenau en función al nivel de bolas a través de las derivadas parciales:

```
% Definición de las variables simbólicas
syms Potencia Jc D L V alpha fs pm pb

% Definición de la función Jb
Jb = ((0.95*Potencia*(Jc/100)/((0.238*D^3.5*(L/D)*(V/(76.6/D^0.5)))*(Jc/100 - 1.065*Jc*Jc/10000)*sin(alpha*pi/180))-(((1/((fs/100/pm)+(1-fs/100))))*(60/100))*0.4*(Jc/100))-(0.6*pm*(Jc/100)))/(0.6*pb-0.6*pm))*100;

% Cálculo de las derivadas parciales
```

```

dJb_dPotencia = diff(Jb, Potencia);
dJb_dJc = diff(Jb, Jc);
dJb_dD = diff(Jb, D);
dJb_dL = diff(Jb, L);
dJb_dV = diff(Jb, V);
dJb_dalpha = diff(Jb, alpha);
dJb_dfs = diff(Jb, fs);
dJb_dpm = diff(Jb, pm);
dJb_dpb = diff(Jb, pb);

% valores dados a las variables
Potencia_val = 18000;
Jc_val = 30;
D_val = 37.5;
L_val = 22;
V_val = 9;
alpha_val = 37;
fs_val = 78;
pm_val = 2.8;
pb_val = 7.75;

% Cálculo de las derivadas parciales
sensitivity_Potencia = double(subs(dJb_dPotencia, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_Jc = double(subs(dJb_dJc, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_D = double(subs(dJb_dD, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_L = double(subs(dJb_dL, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_V = double(subs(dJb_dV, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_alpha = double(subs(dJb_dalpha, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_fs = double(subs(dJb_dfs, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));
sensitivity_pm = double(subs(dJb_dpm, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb], [Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));

```

```

sensitivity_pb = double(subs(dJb_dpb, [Potencia, Jc, D, L, V, alpha, fs, pm, pb],
[Potencia_val, Jc_val, D_val, L_val, V_val, alpha_val, fs_val, pm_val, pb_val]));

% Agrupar las sensibilidades en un vector
sensitivity_values = [sensitivity_Jc, sensitivity_D, sensitivity_L, sensitivity_V,
sensitivity_alpha, sensitivity_fs, sensitivity_pm, sensitivity_pb];
% Normalizar las sensibilidades
sensitivity_values_normalized = abs(sensitivity_values) /
sum(abs(sensitivity_values));
%grafico
variables = {'Jc', 'D', 'L', 'V', 'alpha', 'fs', 'pm', 'pb'};
figure;
b = barh(sensitivity_values_normalized, 'FaceColor', 'flat');
title('Sensibilidad Normalizada de Jb respecto a cada variable');
xlabel('Sensibilidad Normalizada');
ylabel('Variables');
set(gca, 'YTickLabel', variables);

```

Anexo D. Formula de precisión.

Fórmula de cálculo de la precisión ocupado en la comparación entre modelos de potencias y con respecto al nivel de bolas en terreno:

$$Presición\% = 1 - \left(\frac{error\ absoluto\ promedio}{Nivel\ promedio\ real} \right) * 100$$

Título: Desarrollo de un modelo predictivo a tiempo real para la estimación del nivel de bolas en los molinos de la planta SAG, CODELCO División El Teniente.

Nombre Memorista: Marco Sebastián Alcamán Leiva

Modalidad	Proyecto	Profesor(es) Patrocinante(s)
Concepto		Prof. Fernando Betancourt Cerda
Calificación		
Fecha	06.12.2024	
Prof. ^a Eugenia Araneda H.		
		Ingeniero Supervisor: Carlos Benavente Rivera
		Institución: Codelco División El Teniente

Comisión (Nombre y Firma)

Prof. Andrés Ramírez Madrid	Prof. Luver Echeverry Vargas
-----------------------------	------------------------------

Resumen

El Teniente, la mayor mina subterránea de cobre del mundo, ha experimentado un incremento continuo en el procesamiento de minerales. Este aumento no ha sido respaldado adecuadamente por mejoras en el proceso, resultando en un aumento en la granulometría del producto de la molienda, lo que afecta negativamente la eficiencia de la flotación.

El objetivo general de este estudio es desarrollar una herramienta en línea que estime el nivel de bolas en el circuito de molienda SAG utilizando un modelo de potencia. Para lograr esto, se plantearon objetivos específicos como realizar mediciones en terreno para ajustar el modelo y caracterizar el muestreo del año 2020 del molino SAG 401, con el fin de simular la función de selección específica y justificar el control del nivel de bolas.

La propuesta de valor de esta implementación radica en mejorar el control operativo y obtener mejores resultados, además de comprender mejor la eficiencia de la molienda y la fractura bajo diferentes condiciones operativas. Esto también permitirá un mejor control en la carga de bolas. Durante el desarrollo del estudio, se seleccionó el modelo de Hogg & Fuerstenau para la estimación del nivel de bolas. Se realizaron mediciones en terreno y calibraciones para ajustar el modelo, y se incluyeron modelos de desgaste y relaciones metalúrgicas para mejorar la precisión.

Los resultados demostraron que el modelo es efectivo en la estimación del nivel de bolas tanto para los molinos de bolas como en los SAG, alcanzando la mejor precisión de 95,8% de precisión en las mediciones durante las calibraciones correspondientes para el SAG 401 y la peor de 79% en el molino SAG 501, donde en el molino 501 se implementó al modelo, el desgaste del cilindro, demostrando que es un factor crítico en la sensibilidad del modelo. La implementación de un modelo en línea para estimar el nivel de bolas en la planta SAG es viable y puede mejorar significativamente la eficiencia del proceso de molienda. Sin embargo, es crucial realizar calibraciones y ajustes continuos para asegurar la precisión del modelo.