



**Universidad de Concepción**  
**Dirección de Postgrado**  
**Facultad de Ingeniería – Programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería**  
**con mención en Ingeniería Civil**

**INCORPORACION DEL EFECTO DE AMENAZAS NATURALES EN**  
**MODELOS DE COMPORTAMIENTO DE PUENTES USANDO**  
**CADENAS DE MARKOV. UN MARCO CONCEPTUAL**



**POR**  
**CRISTÓBAL MATÍAS SOLAR STUARDO**

Tesis para optar al grado académico de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con  
mención en Ingeniería Civil

Profesor Guía: Dr. Tomás Echaveguren Navarro

Agosto, 2021  
Concepción, Chile

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.



## AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile por apoyar la investigación presentada en esta tesis por medio del proyecto FONDECYT 1181754 “*Socio-economic modeling of mitigation strategies for resilient critical infrastructure: Application to drink water system and road networks*” y al Centro de Investigación para la Gestión Integrada del Riesgo de Desastres.

Se agradece al Centro de Investigación para la Gestión Integrada del Riesgo de Desastres (CIGIDEN), proyecto ANID/FONDAP/15110017 por el apoyo otorgado para el desarrollo de esta Memoria de Título.

También agradezco al profesor Tomás Echaveguren por la guía y disponibilidad durante el desarrollo de esta investigación.



## RESUMEN

Los modelos de comportamiento predicen la degradación de la condición de los puentes en el tiempo debido a solicitaciones climáticas, de tráfico e hidráulicas. Se clasifican en determinísticos y estocásticos. Entre los estocásticos los más conocidos son los modelos Markovianos, que consideran la condición del puente como una variable aleatoria. Predicen la probabilidad con que un puente cambia de un estado (condición) a otro en el tiempo. Los modelos de este tipo disponibles en el estado del arte predicen la condición de los puentes por efecto de solicitaciones climáticas, de tráfico e hidráulicas y asumen que la probabilidad de transición de estado es constante en toda la vida útil o por tramos de edad. Los eventos naturales, tales como eventos sísmicos, crecidas bruscas y aluviones, causan pérdidas bruscas de desempeño que las cadenas de Markov homogéneas no pueden representar. En este artículo se propone un marco conceptual para introducir en la modelación de desempeño de puentes el efecto de amenazas naturales mediante un modelo de tres etapas: una primer etapa de degradación normal modelada con cadenas de Markov homogéneas multietapa; una segunda etapa desde la ocurrencia de un evento natural hasta la recuperación del puente modelada con cadenas de Markov no-homogéneas, y una tercera etapa de degradación normal después del evento natural modelada nuevamente con cadenas de Markov homogéneas multietapa. El modelo se ilustró en un puente genérico de tramos simplemente apoyados con tablero, superestructura e infraestructura de hormigón armado y tasas de deterioro “baja”, “media” y “alta”. Se analizó el comportamiento de un puente durante 54 años sin mantenimiento y se evaluó el efecto de un evento sísmico que ocasiona daño “bajo”, “medio” y “alto”, actuando en los años 6, 30 y 48. Se verificó que un shock debido a un evento natural produce una pérdida total de desempeño cuando el puente posee una tasa de deterioro “alta” y una edad superior a la mitad de su vida de diseño. La implementación de este marco conceptual permite modelar escenarios de pérdida de desempeño ante amenazas naturales e identificar la edad crítica de un puente a partir de la cual existe riesgo de cierre en caso de que este se vea afectado por un evento natural.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1	INTRODUCCIÓN .....	1
1.1	Motivación .....	1
1.2	Hipótesis .....	2
1.3	Objetivos .....	2
1.3.1	Objetivo general .....	2
1.3.2	Objetivos específicos .....	3
1.4	Metodología .....	3
1.5	Principales resultados y conclusiones .....	3
1.6	Organización de la tesis .....	4
CAPÍTULO 2	EFFECTO DE LA AMENAZA SÍSMICA EN EL DESEMPEÑO DE LOS PUENTES	6
2.1	Introducción .....	6
2.2	La Amenaza sísmica .....	6
2.3	Conclusiones .....	8
CAPÍTULO 3	MODELOS PROBABILÍSTICOS DE COMPORTAMIENTO DE PUENTES	9
3.1	Introducción .....	9
3.2	Los Procesos de Markov .....	9
3.3	Modelos Markovianos de degradación de puentes .....	11
3.4	Conclusiones .....	12
CAPÍTULO 4	INCLUSIÓN DEL EFECTO DE SISMOS EN MODELOS DE COMPORTAMIENTO DE PUENTES .....	13
4.1	Introducción .....	13
4.2	Conceptualización del modelo .....	13

---

4.3	Definición de matrices de transición .....	16
4.4	Conclusiones .....	18
CAPÍTULO 5 EJEMPLO DE IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO .....		19
5.1	Introducción .....	19
5.2	Consideraciones del ejemplo de aplicación .....	19
5.3	Calificación de condición del puente .....	20
5.4	Elaboración del modelo de comportamiento .....	21
5.5	Elaboración de matrices de transición .....	22
5.6	Resultados .....	26
5.7	Conclusiones .....	30
CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES .....		32
CAPÍTULO 7 REFERENCIAS .....		35
ANEXOS .....		40
Anexo 5.1 Programación de obtención de probabilidades de transición y calificación de condición en el tiempo .....		40

**ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 5.1 Calificación de condición y su relación con los estados markovianos de cada etapa del modelo. ....	20
Tabla 5.2 Probabilidades de transición para todo el rango de edad del puente, correspondiente a matriz M1 para cada tasa de deterioro. ....	23



**ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura 2.1 Desempeño de un puente en el tiempo debido a solicitaciones recurrentes y no recurrentes. ....	7
Figura 4.1 Conceptualización del modelo de desempeño de un puente afectado por un evento natural. ....	14
Figura 5.1 Evolución de calificación de condición para puentes con distintas tasas de deterioro.	28



## CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 Motivación

Los puentes se degradan en el tiempo conforme las sollicitaciones normales (clima y de tráfico) interactúan con los diversos activos físicos que los componen. También se ven expuestos a amenazas naturales que inducen cambios bruscos en su desempeño, siendo necesaria la intervención humana para su recuperación física y operativa. Entre las amenazas naturales que afectan a los puentes se encuentran las hidro-meteorológicas (tales como anegamientos, crecidas bruscas y aluviones) y las geológicas (tales como sismos, flujos piroclásticos y lahares). Estas amenazas pueden reducir el servicio de los puentes, ya sea por pérdida de capacidad estructural o por reducción de velocidad o interrumpir totalmente el tráfico debido a su cierre. Puesto que los eventos naturales no son recurrentes, introducen pérdidas bruscas de desempeño en los puentes que los modelos de comportamiento tradicionales, basados en sollicitaciones recurrentes, no son capaces de predecir (de Solminihac *et al.*, 2018). En general, los modelos de comportamiento de puentes disponibles en la literatura intentan predecir cambios en su condición general mediante índices de condición.

En la predicción del desempeño a largo plazo de infraestructuras, se han utilizado diversos modelos estocásticos de estado discreto. Entre ellos, los modelos de Markov y los de duración (Butt *et al.*, 1987; Jiang *et al.*, 1988; Cesare *et al.*, 1992; Scherer y Glagola, 1994). En los primeros la probabilidad condicional de un estado futuro depende sólo del estado presente y es independiente de los estados pasados. Los segundos incluyen la dependencia de la duración del deterioro. Entre ellos, se encuentran los de supervivencia de Weibull (Agrawal *et al.*, 2010), Probit ordenado (Madanat *et al.*, 1995), de supervivencia de Cox (Goyal *et al.*, 2020) y semi-Markovianos (Ng y Moses, 1998; Zambon *et al.*, 2019). El efecto de las amenazas naturales en los puentes se ha estudiado hasta ahora mediante curvas de fragilidad, tales como las curvas desarrolladas por Choi *et al.* (2003) y Tao *et al.* (2021) para amenazas sísmicas. Estas curvas permiten estimar la probabilidad con la que el puente alcanza un cierto estado de daño, como una aproximación de su desempeño ante eventos naturales y son independientes del tiempo. Bajo este enfoque se pueden diseñar medidas de ingeniería que atenúen el posible daño que produce un evento natural.

A partir de la discusión anterior, es posible establecer que las posibilidades de incorporar las amenazas naturales en la modelación de desempeño de puentes siguen dos enfoques: uno independiente del tiempo, basado en curvas de fragilidad, y uno dependiente del tiempo basado en el desempeño en el tiempo de los puentes descrito a través de curvas de resiliencia como la planteada por Cartes *et al.* (2021).

En particular el nivel de daño de un puente ocasionado por eventos sísmicos depende de la resistencia estructural del puente, de su estado de mantenimiento y de la intensidad de los sismos (Bruneau y Reinhorn, 2007). Este evento puede producir daños que comprometen la transitabilidad o provoquen el colapso del puente. Este nivel de daño determina el cambio en el desempeño desde el comienzo del evento sísmico hasta la recuperación del puente.

Por lo anterior, esta tesis propone un marco conceptual para introducir en la modelación de desempeño de puentes el efecto de amenazas naturales bajo un enfoque probabilista aplicado a amenazas sísmicas.



## **1.2 Hipótesis**

El efecto de una amenaza sísmica en el comportamiento estructural de un puente se explica mediante procesos de Markov no homogéneos.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general**

Proponer un modelo conceptual para introducir en los modelos de desempeño de puentes el efecto de amenazas naturales bajo un enfoque probabilista.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- a) Caracterizar el comportamiento de un puente en su ciclo de vida considerando el efecto de amenazas sísmicas.
- b) Identificar los modelos probabilísticos de comportamiento de puentes existentes en el estado del arte.
- c) Desarrollar un modelo teórico que incorpore el efecto de la amenaza sísmica en modelos de comportamiento de puentes.
- d) Ilustrar el funcionamiento del modelo mediante su aplicación a un puente genérico.

### 1.4 Metodología

La metodología de trabajo se dividió en tres etapas: revisión del estado del arte, diseño conceptual del modelo de comportamiento, y aplicación del modelo a un caso de estudio. La primera etapa consistió en una revisión del comportamiento en cuanto a desempeño de los puentes en su ciclo de vida y del efecto de las amenazas naturales. Se revisó el estado del arte de los modelos probabilísticos de comportamiento de puentes, las técnicas de procesos markovianos y los métodos de estimación de probabilidades de transición. Posteriormente se propuso un modelo conceptual del comportamiento en el tiempo de puentes considerando la actuación de amenazas sísmicas, en donde se definieron las etapas del modelo, el funcionamiento de este y la obtención de las matrices de transición. La última etapa consistió en la ilustración del funcionamiento del modelo a un puente genérico. Para ello se desarrolló un código Matlab para la obtención de las matrices de transición y la progresión de la condición del puente en el tiempo.

### 1.5 Principales resultados y conclusiones

En esta investigación se diseñó un modelo conceptual de comportamiento de puentes de cuatro etapas que considera niveles de daño “bajo”, “medio” y “alto” que puede producir un evento sísmico en un puente. La implementación del modelo conceptual mostró que la amenaza sísmica

produce una caída de condición mayor en un puente con tasa de deterioro “alta”, aproximadamente un 11% más respecto a un puente con tasa de deterioro “media”. Esto produce una tasa de recuperación de condición más lenta y por ello un tiempo de recuperación mayor. En el año 48, la diferencia de calificación de condición previo al evento sísmico es mayor entre los tres tipos de puentes, pero la caída de desempeño por la amenaza es similar al año 30 produciendo una diferencia de aproximadamente 11% entre los puentes con tasa de deterioro “media” y “alta”. La implementación del modelo conceptual mostró que el efecto de la amenaza sísmica en el puente está influenciado significativamente por la condición al momento de ocurrido el evento. Esto es, la ocurrencia de un evento en edades más avanzadas del ciclo de vida del puente, sin mantenimiento o reparaciones anteriores, produce una pérdida de desempeño mayor que en edades más tempranas. Por otro lado, recuperar la condición pre evento tarda más a edades mayores del puente, a niveles de daños más altos y a tasas de deterioro altas. Por otro lado, se determinó que el efecto de la amenaza sísmica en el desempeño del puente con procesos de Markov no homogéneos permiten representar el comportamiento del puente por etapas de pérdida brusca y recuperación de desempeño, lo cual no es posible con los procesos homogéneos.

## 1.6 Organización de la tesis

El documento se estructuró en seis capítulos. El Capítulo 1 presenta la motivación de esta investigación, la hipótesis, objetivos, metodología y principales resultados. En el Capítulo 2 se aborda la amenaza sísmica y su efecto en el desempeño de los puentes. En el Capítulo 3 se explican los procesos de Markov, se abordan los métodos de estimación de probabilidades de transición y los modelos probabilísticos de estado discreto existentes de puentes. El Capítulo 4 describe la propuesta de modelo de comportamiento de puentes bajo amenazas sísmicas, se muestra su estructura y su funcionamiento basado en las matrices de probabilidades de transición. En el Capítulo 5 se desarrolla un ejemplo de implementación del modelo considerando un puente de hormigón armado, se define el sistema de calificación de condición utilizado y se obtienen los resultados de probabilidades de transición y calificación de condición del puente para tres edades de ocurrencia de la amenaza sísmica y tres tipos de puentes con tasas de deterioro diferentes.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo y las líneas futuras de investigación.



## **CAPÍTULO 2 EFECTO DE LA AMENAZA SÍSMICA EN EL DESEMPEÑO DE LOS PUENTES**

### **2.1 Introducción**

En este capítulo se explica el efecto de la amenaza sísmica en los puentes. Además, se describe la progresión del desempeño de un puente en el tiempo debido a solicitaciones recurrentes y no recurrentes.

### **2.2 La Amenaza sísmica**

El nivel de daño ocasionado por eventos sísmicos depende de la resistencia estructural del puente, de su estado de mantenimiento y de la intensidad de los sismos (Bruneau y Reinhorn, 2007). Puede producir daños que comprometen la transitabilidad o provoquen el colapso del puente. Este nivel de daño determina el cambio en el desempeño desde el comienzo del evento hasta la recuperación del puente. Normalmente, la pérdida de desempeño ocurre en periodos de tiempo cortos, produciendo agrietamientos, deformaciones, desprendimiento de material en los componentes del puente, o fallas por licuación y/o deslizamiento del suelo. En otros casos, pueden ocurrir daños leves que inducen efectos secundarios en el puente produciendo un debilitamiento estructural progresivo y, en consecuencia, una caída en el desempeño en un periodo más prolongado.

Los sismos producen daños en cepas, estribos, elementos de apoyos, fundaciones y tablero del puente (Argyroudis *et al.*, 2019). En las cepas los daños más comunes son las grietas de flexión o corte en elementos de hormigón, desprendimiento del recubrimiento del hormigón, pandeo del refuerzo y licuación, asentamiento o fisuras en la parte inferior de las cepas. Los estribos pueden agrietarse o rotarse/desplazarse por movimientos en la superestructura del puente, y sufrir asentamientos o fisuras. Los elementos de apoyo experimentan desplazamiento o desalineación, pernos de anclaje cortados u hormigón desprendido o fracturado en pedestales o vigas. Las

fundaciones por lo general experimentan asentamientos, rotación o movimiento de componentes de la fundación, grietas en el hormigón y licuación. En el tablero los daños más comunes son el desprendimiento y agrietamiento, desalineación de las juntas y deflexiones en los vanos, los cuales son indicadores de daño o deterioro en la superestructura y/o infraestructura. Las vigas presentan por lo general, agrietamiento y desprendimiento en el hormigón, y los elementos de acero pueden presentar pandeo local, deformaciones plásticas, deflexiones excesivas y desalineación (DoT, 2017).

La Figura 2.1 muestra la progresión en el tiempo del desempeño de un puente afectado por el tráfico, clima y eventos naturales.

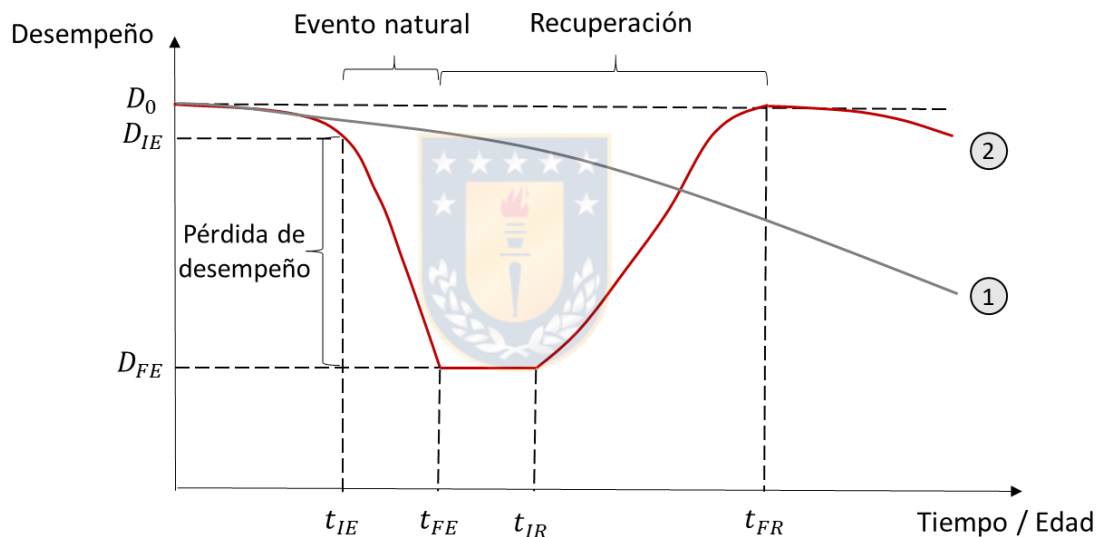


Figura 2.1 Desempeño de un puente en el tiempo debido a solicitaciones recurrentes y no recurrentes (Adaptado de Cartes *et al.*, 2021).

En la Figura 2.1, la curva ① representa la progresión en el tiempo del desempeño de un puente afectado por solicitaciones recurrentes (clima y tráfico). La curva ② representa la progresión del desempeño de un puente debido a una solicitud no recurrente (como evento sísmico). En el tiempo  $t_{IE}$ , el desempeño del puente disminuirá bruscamente hasta el tiempo  $t_{FE}$ . Posteriormente se requerirán intervenciones físicas para recuperar hasta un cierto nivel el desempeño del puente. El desempeño residual, ocurre entre  $t_{FE}$  y  $t_{IR}$  y depende de la magnitud de la recuperación. Si se requieren una reparación mayor, la duración del desempeño residual será mayor debido a la

necesidad de realizar estudios de ingeniería y diseño de reparaciones. Si se requiere reparación menor, esa duración será menor. Luego, el tiempo de recuperación desde  $t_{IR}$  a  $t_{FR}$  dependerá de la tasa de recuperación y del desempeño deseado después del evento natural. La tasa de recuperación dependerá de la planificación, magnitud del proceso de ejecución de las reparaciones, y de las condiciones climáticas.

### 2.3 Conclusiones

El desempeño estructural de un puente depende de sus características generales como la estructuración y materialidad, de las solicitaciones recurrentes como el clima, tráfico y cargas hidráulicas, y de su mantenimiento. Los eventos naturales, como un evento sísmico, reducen abruptamente el desempeño de los puentes, afectando a la infraestructura, superestructura y tablero. En este caso, el nivel de daño depende de la intensidad del evento sísmico, de la resistencia del puente y su condición al momento de ocurrir el evento sísmico.



## CAPÍTULO 3      MODELOS PROBABILÍSTICOS DE COMPORTAMIENTO DE PUENTES

### 3.1 Introducción

En este capítulo se definen los procesos de Markov, se explica su funcionamiento y su utilización en modelos de comportamiento de puentes. Además, se revisan los métodos existentes para estimar las matrices de transición de probabilidades en modelos Markovianos y los modelos de degradación de puentes basados en procesos de Markov.

### 3.2 Los Procesos de Markov

Un proceso de Markov es un proceso estocástico discreto en el cual la probabilidad condicional de un estado futuro depende sólo del estado presente y es independiente de los estados pasados (Morcouc *et al.*, 2003). Una cadena de Markov es un caso especial del proceso de Markov cuyo desarrollo puede tratarse como una serie de transiciones entre determinados estados. Las cadenas de Markov se basan en el concepto de “estado”. En los puentes, el “estado” se determina con calificaciones de condición y probabilidades de transición desde un estado a otro en términos discretos (Jiang *et al.*, 1988). La matriz de transición se expresa mediante la Ec. 1, donde “n” es el número de estados,  $p_{ij}$  es la probabilidad que la condición del puente pase del estado “i” al estado “j” durante un cierto periodo de tiempo.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix} ; p_{ij} \geq 0 \quad i, j \in I \quad ; \sum_{j \in I} p_{ij} = 1 \quad i \in I \quad (1)$$

Cuando las probabilidades de transición son constantes en el tiempo, el proceso se considera estacionario y se le denomina cadenas de Markov homogéneas. Si la condición inicial del puente es conocida, la condición futura luego de “n” intervalos de tiempo se obtiene mediante la Ec. 2, en que  $Q_n$  es el vector de estado del puente en el periodo “n” y  $Q_0$  es el vector de estado inicial.

$$Q_n = Q_0 P^n \quad (2)$$

Una modificación a las cadenas de Markov convencionales, son las cadenas de Markov no homogéneas, en las cuales las probabilidades de transición varían en el tiempo. Si  $P_1, P_2, \dots, P_n$  son las matrices de transición de una cadena de Markov no homogénea y el vector de estado inicial del puente es  $Q_0$ , el vector de estado en el período “n” se obtiene con la Ec. 3.

$$Q_n = Q_0 \prod_{i=1}^n P_i \quad (3)$$

Una generalización del proceso de Markov, es el proceso semi-Markov. Se diferencia del proceso de Markov es que el proceso de Markov asume que el tiempo de permanencia en un estado antes de pasar a otro sigue una distribución exponencial de tiempo continuo, mientras que un proceso semi-Markov el tiempo de permanencia puede tener cualquier distribución de tiempo continuo (Ng y Moses, 1998). En un proceso semi-Markov, un estado “i” entrará al siguiente estado “j” con una probabilidad  $p_{ij}$ , y el tiempo de permanencia desde el estado “i” al “j” tiene una distribución  $h_{ij}$ . Una de las distribuciones de tiempo de permanencia más utilizadas es la de Weibull (Sobanjo, 2011).

Un elemento esencial de los modelos Markovianos es la obtención de las probabilidades de transición de estado. En el modelo de cadenas de Markov, los métodos más comunes para estimar las probabilidades de transición son los métodos de predicción de porcentajes o de valor esperado (Butt *et al.*, 1987; Jiang *et al.*, 1988; Cesare *et al.*, 1992). Otros métodos de estimación son los modelos probit ordenados (Madanat *et al.*, 1995), de Poisson y binomial negativo (Madanat y Ibrahim, 1995), modelos de duración (Mishalani y Madanat, 2002), modelos de duración semiparamétricos (Goyal *et al.*, 2020).

El método de predicción de porcentajes estima las probabilidades de transición como el cociente entre el número de transiciones desde el estado “i” al estado “j” dentro de un periodo de tiempo de transición ( $n_{i,j}$ ) y el número de puentes en el estado “i” antes de la transición ( $n_i$ ) (Thomas y

Sobanjo, 2013). El método del valor esperado determina la matriz de transición utilizando programación no lineal, en el cual se minimiza la distancia absoluta entre la calificación de condición actual del puente a una cierta edad y la condición del puente predicha para la edad correspondiente generada por la cadena de Markov (Agrawal *et al.*, 2010). Madanat *et al.* (1995) usaron un modelo Probit ordenado para considerar la ordinalidad de la variable dependiente, y compatibilizar explícitamente el deterioro del puente con las variables explicativas relevantes de su comportamiento.

En los procesos semi-Markov las probabilidades de transición se obtienen utilizando funciones de supervivencia de Weibull paramétricas y de tiempo continuo (Mishalani y Madanat, 2002). Para una función de supervivencia  $S(t)$  en el estado “k”, la probabilidad de alcanzar un estado inferior “k-1” dentro de un periodo  $\Delta t$  después del tiempo “t”, se determina como  $1-S(t+\Delta t)/S(t)$ .

### 3.3 Modelos Markovianos de degradación de puentes

Los modelos de comportamiento de puentes permiten predecir la condición de componentes principales de un puente o de un puente completo usando índices de condición obtenidos de inspección visual. Jiang *et al.* (1988) y Jiang y Sinha (1989) desarrollaron uno de los primeros modelos de comportamiento de puentes Markovianos. Desde estos trabajos, se identifica una línea de investigación destinada a la calibración de diversos modelos usando historias de datos de condición de puentes en red. En este grupo se encuentran los trabajos de Cesare *et al.* (1992), Scherer y Glagola (1994), Ng y Moses (1998), Mauch y Madanat (2001), Kamaitis (2006), Thompson y Johnson (2007), Morcous *et al.* (2011), Cavalline *et al.* (2015), Li *et al.* (2014 y 2016). Surgieron también variantes destinadas a refinar la modelación markoviana, combinándola con simulación redes bayesianas (Wang *et al.*, 2012), simulación de montercarlo (Walgama *et al.*, 2015), semi markov (Widodo *et al.*, 2017. Abdelkader *et al.*, 2019; Fang y Sun, 2019; Zambon *et al.*, 2019; Calvert *et al.*, 2020; Goyal *et al.*, 2020).

### 3.4 Conclusiones

Los procesos de Markov permiten modelar probabilísticamente el comportamiento de los puentes y sus componentes principales, considerando la naturaleza estocástica del proceso de deterioro a diferencia de los modelos deterministas.

Los modelos Markovianos tradicionales, basados en la teoría de cadenas de Markov homogéneas representan adecuadamente la degradación de un puente en el tiempo bajo solicitaciones recurrentes por lo que estos modelos son ampliamente utilizados en la predicción en el tiempo de la condición de un puente y sus componentes principales.

La no recurrencia de los eventos sísmicos en el tiempo produce comportamientos no homogéneos en el desempeño de un puente por lo que los procesos de Markov no homogéneos parecen más adecuados para analizar la progresión del desempeño en el tiempo de un puente afectado por solicitaciones de clima, tráfico e hidráulicas, y eventos sísmicos.



## **CAPÍTULO 4 INCLUSIÓN DEL EFECTO DE SISMOS EN MODELOS DE COMPORTAMIENTO DE PUENTES**

### **4.1 Introducción**

En este capítulo se propone el modelo de comportamiento de puentes que incluye el efecto de la amenaza sísmica. Se define su estructura de cuatro etapas basado en modelos de Markov y se describe el funcionamiento del modelo basado en las matrices de transición de probabilidades.

### **4.2 Conceptualización del modelo**

La conceptualización del modelo de comportamiento de un puente afectado por un evento sísmico se muestra en la Figura 4.1. Contempla cuatro etapas. Una primera etapa de deterioro del puente en el tiempo ocasionada por solicitaciones recurrentes (clima y de tráfico). En la etapa 2 interviene una solicitación no recurrente (sismo), que introduce un cambio brusco en el desempeño del puente. En este caso el puente experimenta distintos niveles de daño dependiendo de su robustez. La etapa 3 contempla un período de tiempo en que el puente mantiene un desempeño reducido luego del evento natural mientras no se implementen reparaciones. La etapa 4 corresponde a la recuperación del desempeño del puente debido a reparaciones.

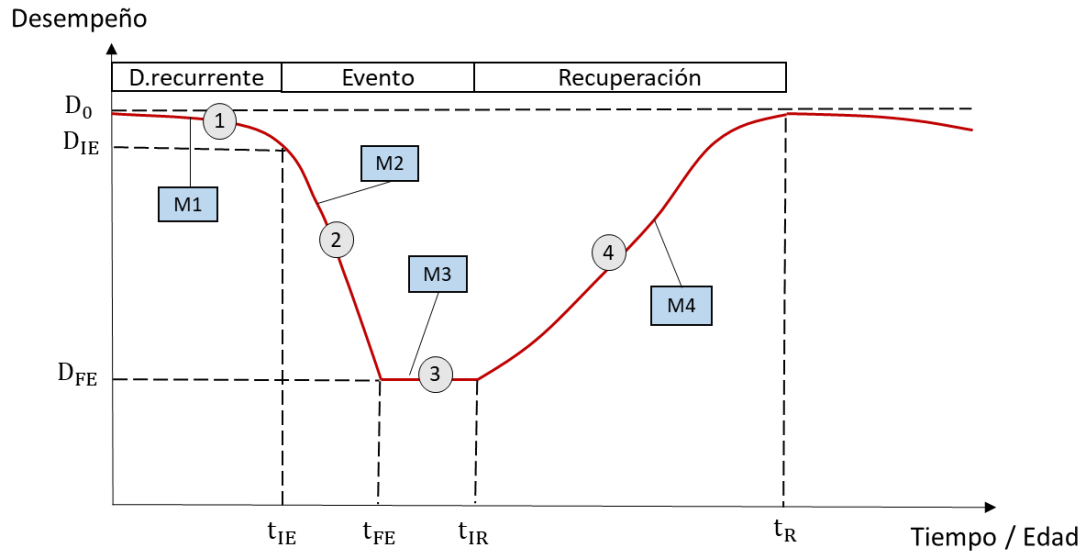


Figura 4.1 Conceptualización del modelo de desempeño de un puente afectado por un evento sísmico (Adaptado de Cartes *et al.*, 2021).

El desempeño del puente puede medirse mediante una calificación de condición global o como una proporción de la condición respecto de un valor máximo. Ejemplos de indicadores de condición son el sistema de calificación de condición de puentes de Estados Unidos (FHWA, 1995) y del sistema de gestión de puentes PONTIS (Thompson, 1998).

El deterioro en el tiempo de un puente ante solicitaciones recurrentes es un fenómeno no lineal y de largo plazo. Las solicitaciones no recurrentes introducen incerteza adicional a aquella inherente a la modelación del deterioro de un puente, que complejiza la modelación del proceso de recuperación y el re-inicio del proceso de degradación por solicitaciones recurrentes. Para atenuar el efecto de la incertidumbre en la modelación, se aplicó un modo probabilístico basado en cadenas de Markov para estimar los cambios de estado de un puente descritos en la Figura 2. El modelo considera cuatro sub-modelos: el sub-modelo ① que considera un proceso homogéneo de degradación; el sub-modelo ②, que considera degradación acelerada por una amenaza sísmica; el sub-modelo ③, que considera condición constante; y el sub-modelo ④, que considera el proceso de recuperación.

El sub-modelo ① se describe mediante matrices de transición homogéneas por tramos de edad desde  $t=0$ , con un estado  $D_0$  correspondiente a un puente recién construido.

El sub-modelo ② utiliza matrices de transición entre la condición de inicio del evento  $D_{IE}$  en el tiempo  $t_{IE}$ , y la condición post evento  $D_{FE}$  en el tiempo  $t_{FE}$ . El nivel de daño de la amenaza sísmica en un puente depende de su intensidad y de la condición  $D_{IE}$ . Se establecieron tres niveles de daño (“bajo”, “medio” y “alto”) que determinan tres posibles cambios en el desempeño del puente luego de un evento sísmico.

El sub-modelo ③ utiliza matrices de transición con diagonal unitaria entre los tiempos  $t_{FE}$  y  $t_{IR}$ . Este lapso de tiempo depende del nivel de daño ocasionado por el evento sísmico.

El submodelo ④ se expresa en función del nivel de daño y de la condición alcanzada  $D_{FE}$  en el tiempo  $t_{FE}$ . Se utilizan matrices de transición de recuperación entre la condición del puente post evento  $D_{FE}$  en el tiempo  $t_{IR}$ , y la condición alcanzada por efecto de la recuperación en el tiempo  $t_R$ .

Para modelar los cuatro comportamientos de la Figura 2 se utiliza el modelo Markoviano estacionario de la Ec. 4. En el modelo  $R_{P,t}$  es la calificación de condición en el tiempo  $t$ ;  $Q_{(01)}$  es el vector de estado inicial en tiempo  $t = 0$ ;  $R'$  es el vector de calificación de condición;  $M_i^t$  es la matriz de probabilidades de transición asociada a un período “ $t$ ” en la etapa “ $i$ ”.

$$R_{P,t} = Q_{(01)} M_i^t R' \quad (4)$$

Para  $t=0$  el vector de estado inicial es:  $Q_{(0)} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ . Los vectores de estado inicial para el resto de las etapas del modelo se muestran en las Ecs. 5, 6 y 7. Corresponden a los instantes de tiempo iniciales de cada etapa del modelo de la Figura 2. De este modo, el modelo requiere cuatro matrices ( $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  y  $M_4$ ) de transición de probabilidades para cada etapa.

$$Q_{(02)} = Q_{(t=t_{IE})} \quad (5)$$

$$Q_{(03)} = Q_{(t=t_{FE})} \quad (6)$$

$$Q_{(04)} = Q_{(t=t_{IR})} \quad (7)$$

La matriz de transición de probabilidades  $M_1$  se estima minimizando la diferencia absoluta entre la condición del puente en un instante de tiempo determinado ( $Y_{(t)}$ ) y la condición predicha para la correspondiente edad generada por la cadena de Markov ( $R_{P,t}$ ), sujeto a que la probabilidad ( $p_{ij}$ ) de transición del “estado  $i$ ” al “estado  $j$ ” se encuentre entre 0 y 1 durante el horizonte de tiempo  $N$  del grupo de edades consideradas.

$$\text{Min } \sum_{t=1}^N |Y_{(t)} - R_{P,t}|, \text{ sujeto a } 0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad (8)$$

Las matrices  $M_2$ ,  $M_3$  y  $M_4$  se obtienen mediante el método de predicción de porcentaje. La frecuencia de transición de un estado Markoviano a otro al ocurrir un evento sísmico varía con el nivel de daño y se obtiene en base a la calificación de estado pre-evento y post evento. Considerando los niveles de daño “bajo”, “medio” y “alto”, la probabilidad  $p_{i,j}$  se obtiene con datos de frecuencia del número de transiciones ( $n_{i,j}$ ) desde el estado “ $i$ ” al estado “ $j$ ” en base registros de eventos sísmicos, de evaluación de daños post sismo y del número de puentes en el estado “ $i$ ” ( $n_i$ ) justo antes del evento (Ec. 9).

$$p_{i,j} = \frac{n_{i,j}}{n_i} \quad (9)$$

### 4.3 Definición de matrices de transición

En la etapa 1 el puente mantiene su estado entre periodos de inspección o decae en un estado debido a que la condición no puede mejorar sin intervenciones. Por tanto, la probabilidad  $p_{ij}$  es nula para  $i > j$ . Se asume que la condición no caerá más que un valor de calificación entre periodos de inspección del puente. La matriz de transición  $M_1$  se define según la Ec. 10, en donde  $p_{i,i+1} = 1 - p_{i,i}$ . En la etapa 2, entre el inicio de la amenaza sísmica y el término de la caída de desempeño por el evento, la condición del puente se degrada, pudiendo caer en más de un valor de condición entre periodos de inspección (Matriz  $M_2$ ). Las matrices de transición para los niveles de daño “bajo”, “medio” y “alto” se muestran como  $M_{2B}$ ,  $M_{2M}$  y  $M_{2A}$  en la Ec. 10, respectivamente. Para elaborar

la matriz de transición asociada a una amenaza con nivel de daño “bajo” ( $M_{2B}$ ), se asume que en un periodo la calificación de condición del puente disminuye a lo más en dos valores. Para el nivel de daño “medio” ( $M_{2M}$ ) la condición no disminuye en más de tres valores y para el nivel de daño “alto” ( $M_{2A}$ ) la condición no disminuye en más de cuatro valores.

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} & M_{2B} &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & p_{35} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} & (10) \\
 M_{2M} &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & p_{35} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} & M_{2A} &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} & \dots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & p_{35} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \\
 M_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} & M_4 &= \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_{21} & p_{22} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} & 0 & \dots & 0 \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & p_{54} & p_{55} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & p_{m3} & p_{m4} & p_{m5} & \dots & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

En la etapa 3 la matriz  $M_3$  es una matriz identidad debido a que no existe disminución y recuperación del desempeño en ese tramo. En la etapa 4, se define una matriz de transición ( $M_4$ ) con valores distintos de cero bajo la diagonal y valores nulos sobre ella. La matriz  $M_4$ , depende del nivel de daño experimentado por el puente. Los niveles de mayor daño poseen una tasa de recuperación más baja en comparación a los de menor daño, debido a la magnitud de la intervención requerida. En consecuencia, el tiempo de recuperación aumenta. Así, las matrices de transición para los tres niveles de daño son distintas y la tasa de recuperación se refleja en las probabilidades de transición de estado.

#### 4.4 Conclusiones

El modelo propuesto integra la evolución del desempeño estructural de un puente bajo solicitaciones recurrente con solicitaciones de un evento sísmico en un modelo de cuatro etapas.

La ocurrencia de una amenaza sísmica produce cambios bruscos en el desempeño que los modelos de cadenas de Markov homogéneos, en los que se basan los modelos de degradación, no pueden representar, por lo que se necesita modelar el comportamiento por etapas con un diseño especial de matrices de transición para cada una de ellas. Así, la estructuración del modelo permite caracterizar de manera independiente el comportamiento del puente bajo degradación por solicitaciones recurrentes y el efecto de la amenaza sísmica en el puente.

La implementación del marco conceptual diseñado permite modelar escenarios de pérdida de desempeño ante amenazas naturales e identificar la edad crítica de un puente a partir de la cual existe riesgo de cierre en caso de que este se vea afectado por un evento natural.



## CAPÍTULO 5 EJEMPLO DE IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

### 5.1 Introducción

En este capítulo se ilustra un ejemplo de aplicación del modelo propuesto considerando un puente de ciertas características. Se muestra el sistema de calificación de condición utilizado, la elaboración del modelo de comportamiento, la determinación de las matrices de transición y los resultados obtenidos.

### 5.2 Consideraciones del ejemplo de aplicación

Para ilustrar la aplicación del modelo se elaboró un código en Matlab (ver Anexo 5.1) que calcula las probabilidades de transición de la etapa 1 aplicando el método del valor esperado utilizando la función “fmincon” y luego obtener la calificación de condición “Q” para cada instante de tiempo. Para una edad del puente ingresada obtiene el vector de estado y la condición “Q” luego del evento sísmico, antes de recuperación y en recuperación para cada año, dado unas matrices de transición definidas. Se asumió un puente con tramos simplemente apoyados de dos vanos de igual longitud, con vigas, infraestructura y tablero de hormigón armado.

Se utilizó el modelo de deterioro de Sinha *et al.* (2009), que utiliza el sistema de calificación de condición del NBI (National Bridge Inventory) de Estados Unidos. Esa calificación varía entre 0 a 9, siendo la condición 0 la peor y 9 la mejor (Ver Tabla 1). El umbral mínimo de condición del puente es 4. Se analizó el comportamiento del puente durante los primeros 60 años de su ciclo de vida. Se evaluó el efecto de la amenaza sísmica actuando en los años 6, 30 y 48 para puentes con tasa de deterioro “baja”, “media” y “alta” para degradación por solicitaciones recurrentes. Las tres tasas de deterioro se definieron mediante modificaciones en los parámetros del modelo de deterioro de Sinha *et al.* (2009), el cual se estableció como el puente con tasa de deterioro “media”.

### 5.3 Calificación de condición del puente

Se utilizó el sistema de calificación de condición global del puente de la Tabla 5.1. La calificación 0 indica una condición de colapso y la calificación 9 indica una condición excelente, sin ningún tipo de deterioros.

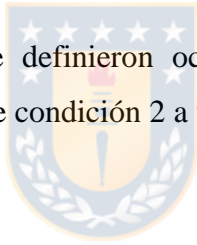
Tabla 5.1 Calificación de condición y su relación con los estados markovianos de cada etapa del modelo.

Calificación	Descripción	Estado Markoviano	
		Etapa 1	Etapa 2, 3 y 4
9	Condición excelente	EM1	EM1'
8	Condición muy buena. No se notan problemas	EM2	EM2'
7	Condición buena. Se presenta problemas menores	EM3	EM3'
6	Condición satisfactoria. Elementos estructurales muestran algunos deterioros menores, tales como pérdida de sección, fisuras, descascaramiento	EM4	EM4'
5	Condición regular. Todos los elementos estructurales principales están en buen estado, pero pueden presentar menores pérdidas de sección, grietas, descascaramiento o socavación	EM5	EM5'
4	Condición pobre. Avanzada pérdida de sección, deterioro, descascaramiento o socavación	EM6	EM6'
3	Condición seria. Pérdida de sección, deterioro, descascaramiento, socavación han afectado gravemente los componentes estructurales principales. Pueden existir fallas locales	EM7	EM7'
2	Condición crítica. Deterioro avanzado de elementos estructurales principales. Es posible que haya grietas por fatiga en el acero o grietas	EM8	EM8'

Calificación	Descripción	Estado Markoviano	
		Etapa 1	Etapa 2, 3 y 4
	por corte en el hormigón o que la socavación haya removido el soporte de la infraestructura		
1	Condición de falla inminente. Se presenta deterioro o pérdida de sección importante en componentes estructurales críticos o movimiento vertical u horizontal evidente que afecte la estabilidad de la estructura	-	EM9'
0	Condición de falla	-	EM10'

#### 5.4 Elaboración del modelo de comportamiento

En la etapa 1 (ver Figura 4.1), se definieron ocho EM para modelar el comportamiento correspondiente a las calificaciones de condición 2 a 9, como se observa en la tercera columna de la Tabla 5.1.



Para obtener las matrices de transición de la etapa 1, se adoptó el modelo de deterioro de Sinha *et al.* (2009) generada mediante una envolvente de las curvas de deterioro para el tablero, superestructura e infraestructura para las clases de rutas del sistema de carreteras nacionales y principales de Estados Unidos (Ec. 12). Las Ecs. 11 y 13 corresponden a las curvas de deterioro modificadas que representan los índices de condición del puente para las tasas de deterioro “baja” ( $IC_{baja}$ ), “media” ( $IC_{media}$ ) y “baja” ( $IC_{alta}$ ) respectivamente, en función de la edad del puente (en años).

$$IC_{baja} = 3.5 + \frac{140}{27 + 0.0001edad^{2.7}} \tag{11}$$

$$IC_{media} = 3.5 + \frac{140}{27 + 0.0005edad^{2.9}} \tag{12}$$

$$IC_{alta} = 2.0 + \frac{160}{24 + 0.0005edad^{3.0}} \tag{13}$$

El modelo de comportamiento del puente comienza en el instante  $t=0$ , donde se considera que el puente tiene una calificación de condición 9, asociado a un vector de estado inicial  $Q_{(01)} = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ .

En las etapas 2, 3 y 4 se definieron 10 estados Markovianos (Ver columna 4 de la Tabla 5.1), añadiendo las calificaciones de condición 1 y 0 respecto a la etapa 1, considerando que el puente por una amenaza sísmica puede caer a una calificación menor a 2. Los estados markovianos corresponden a las calificaciones de condición 9 a 0 respectivamente.

La etapa 1 concluye cuando ocurre el evento sísmico. Cuando la amenaza sísmica ocurre en el año 6, comienza la etapa 2 en la cual el vector de estado inicial es  $Q_{(02)} = Q_{(t=6)}$ . De igual manera, cuando la amenaza ocurre en el año 30, finaliza la etapa 1 y comienza la etapa 2 con  $Q_{(02)} = Q_{(t=30)}$ . Finalmente, para la ocurrencia del evento en el año 48,  $Q_{(02)} = Q_{(t=48)}$ . El tiempo de caída de desempeño se asumió de 1 año, periodo que se representa por las probabilidades de transición de estado de las matrices.

Así, el vector de estado inicial de la etapa 3 corresponde al vector de estado en los años 7, 31 y 48 para los niveles de daño bajo, medio y alto. Esto es,  $Q_{(03)} = Q_{(t=7, 31, 49)}$ ; para cada nivel de daño. En la etapa de recuperación, el vector de estado inicial es igual al de la etapa 3, por lo que  $Q_{(04)} = Q_{(03)}$  para cada nivel de daño.

## 5.5 Elaboración de matrices de transición

En la etapa 1 las matrices de transición correspondientes a M1 se obtuvieron mediante el método del valor esperado. Para ello, se minimizó la función no lineal multivariable de la Ec. 8, en que  $Y(t)$  se obtiene mediante la Ec. 11, el vector de estado inicial es  $Q_{(01)} = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$  en  $t=0$  y el vector de calificación de condición es  $R = [9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2]$ . Se segmentó el puente en tramos homogéneos de seis años, es decir, 0-6 años, 7-12 años, hasta el año 54. Se generaron las matrices de transición (M1) de degradación bajo solicitaciones recurrentes hasta el año 54, sin la consideración de ocurrencia de amenaza sísmica, para los tres puentes. Las probabilidades de

transición correspondientes a la matriz de transición M1 se muestran en la Tabla 5.2 para cada tasa de deterioro.

Tabla 5.2 Probabilidades de transición para todo el rango de edad del puente, correspondiente a matriz M1 para cada tasa de deterioro.

Tasa de deterioro	Rango de edad (años)	Probabilidades de transición (p11, p22, p33, p44, p55, p66, p77, p88)
Baja	0-6	(0.915, 0.998, 0.587, 0.526, 0.506, 0.5, 0.5, 1.0)
	7-12	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.533, 1.0)
	13-18	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.569, 1.0)
	19-24	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.569, 1.0)
	25-30	(0.995, 0.993, 0.588, 0.514, 0.496, 0.498, 0.499, 1.0)
	31-36	(0.99, 0.992, 0.681, 0.631, 0.597, 0.558, 0.522, 1.0)
	37-42	(0.999, 0.976, 0.581, 0.889, 0.944, 0.862, 0.866, 1.0)
	43-48	(0.99, 0.988, 0.778, 0.892, 0.821, 0.670, 0.522, 1.0)
	49-54	(0.99, 0.984, 0.742, 0.886, 0.852, 0.771, 0.612, 1.0)
Media	0-6	(0.914, 0.998, 0.591, 0.527, 0.505, 0.501, 0.5, 1.0)
	7-12	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.626, 1.0)
	13-18	(0.984, 0.970, 0.315, 0.614, 0.680, 0.525, 0.507, 1.0)
	19-24	(0.973, 0.963, 0.696, 0.636, 0.713, 0.618, 0.527, 1.0)
	25-30	(0.965, 0.957, 0.742, 0.696, 0.687, 0.631, 0.605, 1.0)
	31-36	(0.948, 0.962, 0.787, 0.736, 0.677, 0.625, 0.634, 1.0)
	37-42	(0.923, 0.971, 0.813, 0.744, 0.666, 0.640, 0.654, 1.0)
	43-48	(0.879, 0.971, 0.827, 0.783, 0.717, 0.676, 0.692, 1.0)
	49-54	(0.862, 0.978, 0.887, 0.768, 0.645, 0.623, 0.727, 1.0)
Alta	0-6	(0.903, 0.992, 0.591, 0.527, 0.505, 0.5, 0.5, 1.0)
	7-12	(1.0, 0.995, 0.769, 0.663, 0.552, 0.434, 0.408, 1.0)
	13-18	(0.9, 0.960, 0.693, 0.524, 0.491, 0.504, 0.502, 1.0)
	19-24	(0.886, 0.948, 0.704, 0.601, 0.560, 0.536, 0.524, 1.0)
	25-30	(0.837, 0.947, 0.743, 0.648, 0.576, 0.560, 0.597, 1.0)

Tasa de deterioro	Rango de edad (años)	Probabilidades de transición (p11, p22, p33, p44, p55, p66, p77, p88)
	31-36	(0.704, 0.950, 0.770, 0.650, 0.570, 0.566, 0.646, 1.0)
	37-42	(0.537, 0.932, 0.812, 0.738, 0.600, 0.552, 0.629, 1.0)
	43-48	(0.5, 0.890, 0.884, 0.833, 0.607, 0.552, 0.644, 1.0)
	49-54	(0.5, 0.819, 0.897, 0.892, 0.656, 0.601, 0.673, 1.0)

Las matrices de transición  $M_2$ ,  $M_3$  y  $M_4$  son de dimensión 10, debido a la extensión a 10 estados markovianos en las etapas 2, 3 y 4. Las matrices de transición  $M_{2B}$ ,  $M_{2M}$  y  $M_{2A}$  de la Ec.10 se elaboraron con probabilidades de transición estimativas. En la etapa 3, se estableció la matriz de transición como identidad según  $M_3$  de la Ec. 10. Esta matriz es de dimensión 10. En la etapa 4, se definieron las matrices de transición  $M_{4B}$ ,  $M_{4M}$  y  $M_{4A}$  de acuerdo a la Ec.10. Los valores de las probabilidades de transición son valores estimativos, basado por ejemplo en Cartes *et al.* (2021) estableciendo tiempos de recuperación para distintos estados de daños. Se asumió que la recuperación del puente ocurre: de forma inmediata luego de un evento sísmico que ocasiona un nivel de daño “bajo”; en un año luego de un evento sísmico que ocasiona un nivel de daño “medio”; y de dos años luego de un evento sísmico que ocasiona un nivel de daño “alto”. Esto se debe a que, a niveles de daño mayores, se requiere de estudios de ingeniería que retrasan el inicio de las intervenciones de recuperación. Cartes *et al.* (2021) definieron estrategias de recuperación para tres estados de daño de un puente (“leve”, “moderado” y “extensivo”) luego de un evento sísmico con sus respectivos trabajos de recuperación. Estimaron tiempos de recuperación en función de la planificación de las obras, de su rendimiento y la cantidad de obras requeridas de: 0,6 días/m para el estado de daño “leve” 1,6 días/m para el estado de daño “moderado” y 2,4 días/m para el estado de daño “extensivo”.



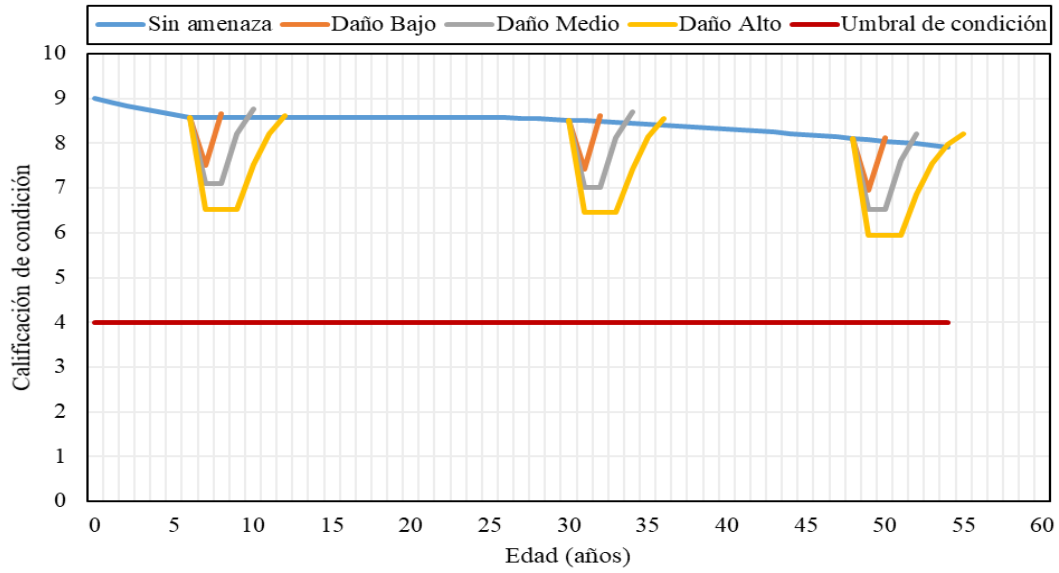
$$M_{4M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.95 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.45 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.4 & 0.45 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.05 & 0.3 & 0.45 & 0.15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0.05 & 0.3 & 0.45 & 0.15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0.05 & 0.15 & 0.5 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0.1 & 0.5 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$M_{4A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.6 & 0.15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.3 & 0.45 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0.2 & 0.45 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0.15 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0.6 & 0.35 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0.5 & 0.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

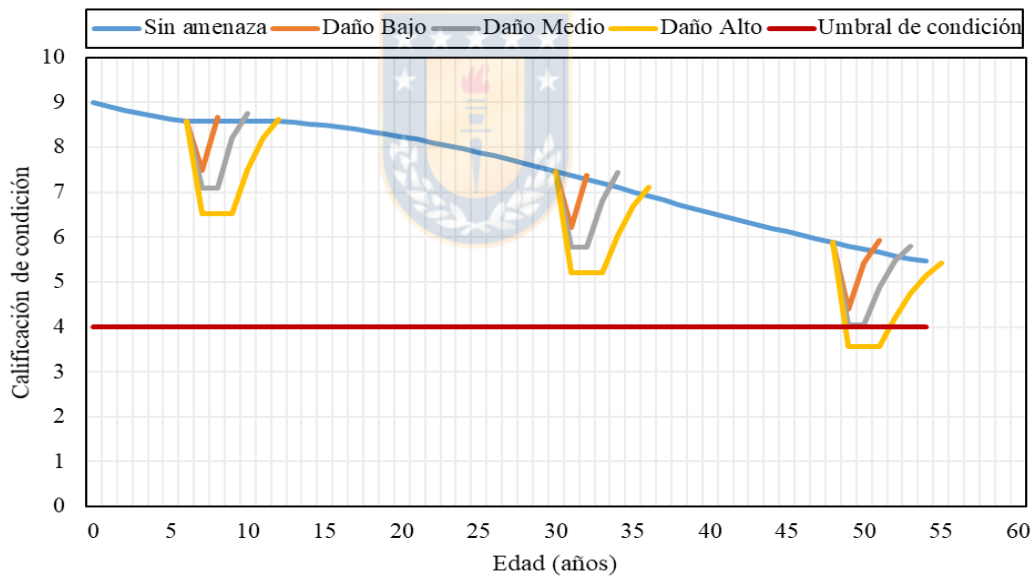


### 5.6 Resultados

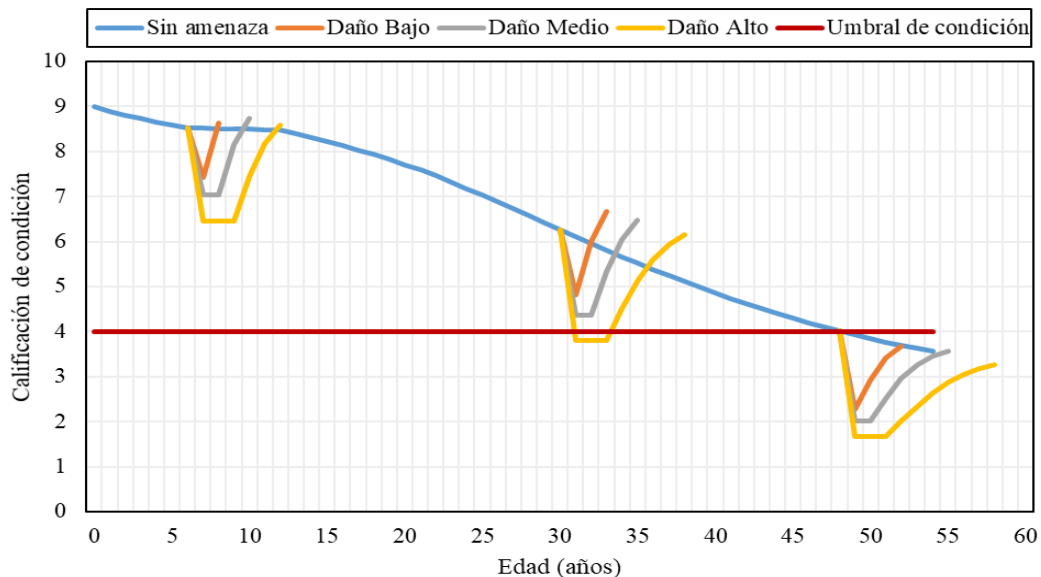
Los resultados de la aplicación del modelo de la Ec. 4 se resumen en la Figura 3. La Figura muestra la progresión de la calificación de condición para las tres tasas de deterioro descritas en la sección 5.2, tres estados de daño y tres instantes de tiempo en que ocurre el evento sísmico.



a) Tasa de deterioro “baja”



b) Tasa de deterioro “media”



c) Tasa de deterioro “alta”

Figura 5.1 Evolución de calificación de condición para puentes con distintas tasas de deterioro.

El puente de tasa de deterioro “baja” (Figura 5.1a) presenta una disminución de 1 valor de condición de la condición bajo solicitaciones recurrentes en los primeros 50 años, por lo que el efecto de la amenaza sísmica es similar en los años 6, 30 y 48 para los tres niveles de daños. Por ejemplo, un evento sísmico con nivel de daño “alto” en el año 48 produce una disminución de la condición de 8 a 6, lo que indica que los elementos estructurales presentan daños menores.

La Figura 5.1b muestra los resultados del puente con tasa de deterioro “media”. La ocurrencia de un evento sísmico en el año 6 produce una caída en la calificación de condición de 9.0 a 7.5 para un nivel de daño “bajo”, a 7 para un nivel de daño “medio”, y a 6.5 para un nivel de daño “alto”. En el año 30 se produce una caída de 7.5 a 6.2 para un nivel de daño “bajo”, a 5.8 para un nivel de daño “medio” y a 5.2 para un nivel de daño “alto”. En el año 48, se produce una caída en la calificación de condición de 6.0 a 4.4 para un nivel de daño “bajo”, a 4.0 para un nivel de daño “medio” y a 3.5 para un nivel de daño “alto”, comprometiendo a la estructura bajo el umbral de condición que es de 4. según Sinha *et al.* (2009).

Para recuperar la condición previa al evento, para los años 6 y 30 se requiere en promedio un año luego de una amenaza con nivel de daño bajo, tres años para un nivel de daño medio y cinco años

para un nivel de daño alto. Mientras para la ocurrencia de la amenaza en el año 48, se requiere de dos años para recuperar la condición luego de una amenaza con nivel de daño bajo, cuatro años para un nivel de daño medio y aproximadamente siete años para un nivel de daño alto.

El puente con tasa de deterioro “alta” (Figura 5.1c) presenta una curva de degradación bajo sollicitaciones recurrente más pronunciada, llegando al umbral de condición cerca del año 50. En el año 6, el comportamiento del puente ante la amenaza sísmica es similar a los casos anteriores para los tres niveles de daños. Sin embargo, en el año 30 se produce una caída de calificación de condición mayor, observándose para una amenaza sísmica con nivel de daño alto un desempeño inferior al umbral de condición.

El efecto de la amenaza sísmica en el puente está influenciado significativamente por la condición al momento de ocurrido el evento. En el año 6, la condición antes de la ocurrencia del evento sísmico es similar para las tres tasas de deterioro, observándose una caída de desempeño similar por la amenaza para los tres niveles de daño y de igual forma para la etapa de recuperación. En el año 30, la condición del puente previa al evento varía en 1 valor de calificación de condición entre los tres puentes. La amenaza sísmica produce una caída de condición mayor en el puente con tasa de deterioro “alta”, aproximadamente un 11% más respecto al puente con tasa de deterioro “media”. Esto produce una tasa de recuperación de condición más lenta y un tiempo de recuperación mayor. En el año 48, la diferencia de calificación de condición previo al evento sísmico es mayor entre los tres tipos de puentes, pero la caída de desempeño por la amenaza es similar al año 30 produciendo una diferencia de aproximadamente 11% entre los puentes con tasa de deterioro “media” y “alta”.

Además, se observa que los niveles de daño “bajo”, “medio” y “alto” producen una caída de desempeño más alta para edades mayores del puente, debido a que a edades más avanzadas, si no se han realizado mantenimiento o reparaciones, las calificaciones de condición justo antes de ocurrido el evento son inferiores. Por ejemplo, la ocurrencia de un evento en el año 48 del puente, sin realización de mantenimiento o reparaciones anteriores, produce una pérdida de desempeño 35% mayor que en el año 6. Por otro lado, recuperar la condición pre evento tarda más a edades mayores del puente.

Los puentes al tener una curva de degradación pronunciada en comparación con un puente con menor nivel de degradación bajo solicitaciones recurrentes tendrán una caída de desempeño mayor ante la ocurrencia de una amenaza sísmica y por ello se recuperará su condición original en un periodo mayor. La edad del puente en el que ocurre la amenaza sísmica influye significativamente en el desempeño del puente, produciéndose pérdidas de condición mayores a edades más avanzadas del puente. Por otro lado, los niveles de daños reflejan la intensidad del evento sísmico, por lo que se produce una pérdida de condición en el puente, en un periodo determinado, más grande para el nivel de daño alto de la amenaza.

## 5.7 Conclusiones

Del caso de estudio analizado se concluye que el efecto de la amenaza sísmica en un puente está influenciado significativamente por su condición al momento de la ocurrencia del evento sísmico. Esto es, la ocurrencia de un evento en edades más avanzadas del ciclo de vida del puente, sin mantenimiento o reparaciones anteriores, produce una pérdida de desempeño mayor que en edades más tempranas. Por otro lado, recuperar la condición del puente pre evento sísmico toma mayor tiempo a edades mayores del puente, para niveles de daños más altos y a tasas de deterioro más altas.

En el año 6 del puente, la condición antes de la ocurrencia del evento sísmico es similar para las tres tasas de deterioro, observándose una caída de desempeño similar por la amenaza para los tres niveles de daño y de igual forma para la etapa de recuperación. En el año 30, la condición del puente previa al evento varía en 1 valor de calificación de condición entre los tres puentes. La amenaza sísmica produce una caída de condición mayor en el puente con tasa de deterioro “alta”, aproximadamente un 11% más respecto al puente con tasa de deterioro “media”. Esto produce una tasa de recuperación de condición más lenta y un tiempo de recuperación mayor. En el año 48, la diferencia de calificación de condición previo al evento sísmico es mayor entre los tres tipos de puentes, pero la caída de desempeño por la amenaza es similar al año 30 produciendo una diferencia de aproximadamente 11% entre los puentes con tasa de deterioro “media” y “alta”.

Para la obtención de la matriz  $M_2$  se requiere de datos de condición antes y después del evento sísmico para distintas intensidades del evento. Para obtener de la matriz  $M_4$  se requiere de aspectos de ingeniería para definir las tasas y duraciones promedio de un cierto nivel de recuperación para un determinado nivel de daño del puente.



## CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES

En esta tesis se propuso un modelo conceptual para modelar el comportamiento de un puente en el tiempo en su ciclo de vida afectado por una amenaza sísmica mediante cadenas de Markov utilizando como indicador de desempeño la calificación de condición. El modelo caracteriza la amenaza mediante tres niveles de daños en función de las probabilidades de transición, las cuales se obtienen a partir de la calificación de condición del puente pre evento y pos evento sísmico. El método propuesto se aplicó a un ejemplo ilustrativo en el cual se obtuvieron curvas de comportamiento para los primeros 60 años del ciclo de vida de un puente considerando la ocurrencia de un evento sísmico en tres periodos (años 6, 30 y 48), y para tres tasas de deterioro del puente.

El desempeño estructural de un puente depende de sus características generales, de solicitaciones recurrentes como el clima y tráfico, y de su mantenimiento. Los eventos naturales, como la amenaza sísmica, reducen abruptamente el desempeño de los puentes. En este caso, el nivel de daño depende de la intensidad del evento sísmico, de la robustez del puente y su condición al momento de ocurrir el evento sísmico.

Los modelos de comportamiento probabilísticos de estado discreto existentes en el estado del arte han ido precisándose con el tiempo, pero sin contemplar aún el efecto en el comportamiento de solicitaciones no recurrentes como eventos naturales. Esta investigación contribuye en un modelo que incorpora amenazas no recurrentes a los modelos de comportamiento tradicionales de puentes. Para ello se caracteriza el comportamiento de la amenaza mediante matrices de transición de probabilidades.

El modelo propuesto integra la evolución del desempeño estructural de un puente bajo solicitaciones recurrente con solicitaciones de un evento sísmico. Para ello, se incorpora el concepto de nivel de daño del puente por un evento natural, que depende de la robustez del puente, la condición previa al evento y la intensidad del evento. Esto permite caracterizar probabilísticamente distintas intensidades de amenaza sísmica mediante las probabilidades de transición de estado.

Los procesos de Markov requieren de estados discretos para la modelación del comportamiento, por lo que la calificación de condición es el indicador más utilizado. Existen diversos sistemas de calificación de condición para elementos del puente como tablero, superestructura e infraestructura, pero se carece de indicadores discretos que reflejen la condición del puente en su totalidad, como lo requiere el modelo de este trabajo.

El caso de estudio analizado entregó que el efecto de la amenaza sísmica en el puente está influenciado significativamente por la condición al momento de ocurrido el evento. Esto es, la ocurrencia de un evento en edades más avanzadas del ciclo de vida del puente, sin mantenimiento o reparaciones anteriores, produce una pérdida de desempeño mayor que en edades más tempranas. Por otro lado, recuperar la condición pre evento tarda más a edades mayores del puente, a niveles de daños más altos y tasas de deterioro más altas

Las matrices de transición correspondientes a  $M_2$ ,  $M_3$  y  $M_4$  requieren de datos empíricos para su estimación. Para obtener la matriz  $M_2$  se requiere de datos de condición antes y después del evento sísmico para distintas intensidades del evento. Para obtener de la matriz  $M_4$  se requiere de aspectos de ingeniería para definir las tasas y duraciones promedio de un cierto nivel de recuperación para un determinado nivel de daño del puente.

El modelo de comportamiento es sensible a la curva de deterioro utilizada del puente bajo sollicitaciones recurrentes. Por ello es importante contar con curvas de deterioro de puentes en su ciclo de vida calibrados para determinadas estructuraciones del puente, materialidades, tránsito y distintas condiciones climáticas.

Futuras líneas de investigación:

- Calibrar el modelo conceptual propuesto usando datos empíricos de condición de puentes. Esto implica obtener las probabilidades de las cuatro matrices de transición presentes en el modelo para deterioro normal y para el caso en que ocurra un evento sísmico. Para obtener la matriz  $M_2$  se requiere de datos de condición antes y después del evento sísmico para distintas intensidades del evento sísmico. Para obtener de la matriz  $M_4$  se requiere definir las tasas y duraciones

promedio de recuperación para un determinado nivel de daño del puente en base a datos históricos.

- Calibrar el modelo de degradación para puentes según tipología de estructuras y materialidad bajo solicitaciones recurrentes.
- Estandarizar los indicadores de calificación de condición y estado de daño post evento sísmico de un puente a un solo indicador. Esto comprende, además, el desarrollo en profundidad de protocolos para inspección luego de un evento sísmico.



**CAPÍTULO 7      REFERENCIAS**

Abdelkader, E.M., Zayed, T. y Marzouk, M. (2019). A computerized hybrid Bayesian-based approach for modelling the deterioration of concrete bridge decks. *Structure and Infrastructure Engineering*. 15(9), 1178–1199.

Agrawal, A.K., Kawaguchi, A. y Chen, Z., (2010). Deterioration rates of typical bridge elements in New York. *Journal of Bridge Engineering*. 15 (4), 419–429.

Argyroudis, S., Mitoulis, S., Winter, M., y Kaynia, A. (2019). Fragility of transport assets exposed to multiple hazards: State-of-the-art review toward infrastructural resilience. *Reliability Engineering and System Safety*. 191 (2019), 1-22.

Bruneau, M y Reinhorn, A. (2007). Exploring the concept of seismic resilience for acute care facilities. *Earthquake Spectra*. 23 (1), 41 – 62.

Butt, A., Shahin, M.Y., Feighan, K.J. y Carpenter. S.H. (1987). Pavement performance prediction model using the Markov process. *Transportation Research Record*. 1123 (1), 12–19.

Calvert, G., Neves, L., Andrews, J. y Hamer, M. (2020). Multi-defect modelling of bridge deterioration using truncated inspection records. *Reliability Engineering and System Safety*. 200(2020), 106962.

Cartes, P., Echaveguren, T., Chamorro, A., y Allen, E. (2021). A cost-benefit approach to recover the performance of roads affected by natural disasters. *International Journal of Disaster Risk Reduction*. 53 (2021), 1–11.

Cavalline, T., Whelan, M., Tempest, B., Goyal, R. y Ramsey, J. (2015). Determination of Bridge Deterioration Models and Bridge User Costs for the NCDOT Bridge Management System. Report No. FHWA/NC/2014-07. Federal Highway Administration. Estados Unidos.

- Cesare, M., Santamarina, C., Turkstra, C., y Vanmarcke, E. (1992). Modeling bridge deterioration with Markov chains. *Journal of Transportation Engineering*. 118 (6), 820 – 833.
- Choi, E., DesRoches, R., y Nielson, B. (2003). Seismic fragility of typical bridges in moderate seismic zones. *Engineering Structures*. 26 (2004), 187–199.
- de Solminihaç, H., Echaveguren, T., y Chamorro, A. (2018). *Gestión de Infraestructura Vial. Tercera edición*. Ediciones Universidad Católica de Chile. Santiago.
- DOT (2017). Post-earthquake bridge inspection manual. Oklahoma: Oklahoma Department of Transportation. Estados Unidos.
- Fang, Y. y Sun, L. (2019). Developing A Semi-Markov Process Model for Bridge Deterioration Prediction in Shanghai. *Sustainability*. 11, 5524.
- FHWA (1995). Recording and Coding Guide for the Structure Inventory and Appraisal of the nation's Bridges. Report FHWA-PD-96-001. Federal Highway Administration, Washington, DC.
- Goyal, R., Whelan, M., y Cavalline, T. (2020). Multivariable proportional hazards-based probabilistic model for bridge deterioration forecasting. *Journal of Infrastructure Systems*. 26(2), 1–17.
- Jiang, Y., Saito, Y. y Sinha, K. (1988). Bridge performance prediction model using the Markov chain. *Transportation Research Record*. 1180, 25-32.
- Jiang, Y., y Sinha, K. (1989). Bridge service life prediction model using the Markov chain. *Transportation Research Record*. 1223, 24–30.
- Kamaitis, Z. (2006). Deterioration of bridge deck roadway members. Part II: condition evaluation. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*. 1(4), 185–191.

Li, L. sun, L. y Ning, G. (2014). Deterioration Prediction of Urban Bridges on Network Level Using Markov-Chain Model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 728107.

Li, L., Li, F., Chen, Z. y Sun, L. (2016). Use of Markov Chain Model Based on Actual Repair Status to Predict Bridge Deterioration in Shanghai, China. *Transportation Research Record*. 2550, 106 – 114.

Madanat, S., y Ibrahim, W. (1995). Poisson regression models of infrastructure transition probabilities. *Journal of Transportation Engineering*. 121 (3), 267–272.

Madanat, S., Mishalani, R., y Ibrahim, R. (1995). Estimation of infrastructure transition probabilities from condition rating data, *Journal of Infrastructure Systems*. 1(2), 120–125.

Mauch, M., y Madanat, S. (2001). Semiparametric hazard rate models of reinforced concrete bridge deck deterioration. *Journal of Infrastructure Systems*. 7 (2), 49–57.

Mishalani, R.G., y Madanat, S.M. (2002). Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models. *Journal of Infrastructure Systems*. 8(4), 139-148.

Morcous, G., Lounis, Z., y Mirza, M.S. (2003). Identification of environmental categories for Markovian deterioration model of bridge decks. *Journal of Bridge Engineering*. 8 (6), 353–361.

Morcous, G. y Hatami, A. (2011). Developing Deterioration Models for Nebraska Bridges. Report SPR-P1(11) M302. Estados Unidos.

Ng, S.K., y Moses, F. (1998). Bridge deterioration modeling using semi-Markov theory. En Shiraisi, N. Shinozuka, M. y Wen, Y.K. (Eds). *Proceedings of the 7th International Conference on Structural Safety and Reliability*. Vol 1. 113–120. Kyoto, 24 – 28, November 2017.

Scherer, W., y Glagola, D., (1994). Markovian models for bridge maintenance management. *Journal of Transportation Engineering*. 120 (1), 37-51.

Sinha, K., Labi, S., McCullouch, B.G., Bhargava, A., y Bai, Q. (2009). Updating and enhancing Indiana bridge management. Report. FHWA/IN/JTRP-2008/30. Indiana Department of Transportation and Federal Highway Administration.

Sobanjo, J. O. (2011). State transition probabilities in bridge deterioration based on Weibull sojourn times. *Structure Infrastructure Engineering*. 7 (10), 747–764.

Tao, W., Wang, N., Ellingwood, B., y Nicholson, C. (2021). Enhancing bridge performance following earthquakes using Markov decision process. *Structure and Infrastructure Engineering*. 17 (1), 62–73.

Thomas, O., y Sobanjo, J. (2013). Comparison of Markov chain and semi-Markov models for crack deterioration on flexible pavement. *Journal of Infrastructure Systems*. 19 (2), 186 – 195.

Thompson, P. y Johnson, M. (2007). Markovian bridge deterioration: developing models from historical data. *Structure and Infrastructure Engineering*. 1(1), 85-91.

Thompson, P.D., Small, E.P., Johnson, M., y Marshal, A.R. (1998). The Pontis bridge management system, *Structure Engineering International*. 8, 303–308.

Walgama, N., Zhang, T. y Dwight, R. (2014). Calibrating Markov Chain–Based Deterioration Models for Predicting Future Conditions of Railway Bridge Elements. *Journal of Bridge Engineering*. 20(2), 04014060.

Wang, R., Ma, L., Yan, C. y Mathew, J (2012). Condition Deterioration Prediction of Bridge Elements Using Dynamic Bayesian Networks (DBNs). 2012 International conference on quality, reliability, risk, maintenance and safety engineering, 15 – 18 June 2012. China.

Widodo, J., Wahyu, T.J. y Anwar, N. (2017). Bridge Deterioration Prediction Model Based on Hybrid Markov-System Dynamic, MATEC Web of Conferences, 138, 905001.

Zambon, I., Vidovic, A., Strauss, A., y Matos, J. (2019). Condition prediction of existing concrete bridges as a combination of visual inspection and analytical models of deterioration. *Applied Sciences*. 9 (148), 1–26.



## ANEXOS

### Anexo 5.1 Programación de obtención de probabilidades de transición y calificación de condición en el tiempo

Optimización de función objetivo para encontrar los  $p_i$ , bajo degradación normal, tramo 1:

```
li=[0 0 0 0 0 0 0];
ls=[1 1 1 1 1 1 1];
A=[];
b=[];
Aeq=[];
beq=[];
po=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
[prob,valor] = fmincon(@objfun,po,A,b,Aeq,beq,li,ls)
```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 1:

```
Q0=input('ingresar vector inicial 1 =');
p1=prob(1); p2=prob(2); p3=prob(3); p4=prob(4); p5=prob(5); p6=prob(6); p7=prob(7);
P=[p1 1-p1 0 0 0 0 0; p2 1-p2 0 0 0 0 0; p3 1-p3 0 0 0 0 0; p4 1-p4 0 0 0 0 0; p5 1-p5 0 0 0 0 0;
0 0 p6 1-p6 0 0 0; p7 1-p7; 0 0 0 0 0 0 1];
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
N=input('ingresar número de años de predicción con degradación normal:');

for i=1:N
    Q(i)=Q0*(P^i)*R';
end
disp('calificación de condición degradación normal:')
disp(Q)
x=[0 1:N];
Q_=[9 Q];

for i=1:N
    O(i,:)=Q0*(P^i);
    disp(O(i,:))
```

end

Optimización de función objetivo para encontrar los pi, bajo degradación normal, tramo 2:

```

li_=[0 0 0 0 0 0 0];
ls_=[1 1 1 1 1 1 1];
A_=[];
b_=[];
Aeq_=[];
beq_=[];
po_=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
[prob_,valor] = fmincon(@objfun1,po_,A_,b_,Aeq_,beq_,li_,ls_)

```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 2:

```

Q0_=O(N,:);
q1=prob_(1); q2=prob_(2); q3=prob_(3); q4=prob_(4); q5=prob_(5); q6=prob_(6); q7=prob_(7);
P1=[q1 1-q1 0 0 0 0 0;0 q2 1-q2 0 0 0 0;0 0 q3 1-q3 0 0 0;0 0 0 q4 1-q4 0 0;0 0 0 0 q5 1-q5 0 0;0 0
0 0 q6 1-q6 0;0 0 0 0 0 q7 1-q7;0 0 0 0 0 0 1]
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
T=input('ingresar número de años de predicción tramo 2 degradacion normal:');

for i=1:T
    Q1(i)=Q0_*(P1^i)*R';
end
disp('calificación de condición sin amenaza:')
disp(Q1)
a=[N:N+T];
r=[Q(N) Q1];

for i=1:T
    O_(i,:)=Q0_*(P1^i);
    disp(O_(i,:))
end

```

Optimización de función objetivo para encontrar los pi, bajo degradación normal, tramo 3:

```

li_2=[0 0 0 0 0 0];
ls_2=[1 1 1 1 1 1];
A_2=[];
b_2=[];
Aeq_2=[];
beq_2=[];
po_2=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
[prob_2,valor] = fmincon(@objfun2,po_2,A_2,b_2,Aeq_2,beq_2,li_2,ls_2)

```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 3:

```

Q0_2=O_(T,:);
l1=prob_2(1); l2=prob_2(2); l3=prob_2(3); l4=prob_2(4); l5=prob_2(5); l6=prob_2(6); l7=prob_2(7);
P2=[l1 1-l1 0 0 0 0 0; l2 1-l2 0 0 0 0 0; l3 1-l3 0 0 0 0 0; l4 1-l4 0 0 0 0 0; l5 1-l5 0 0 0 0 0;
l6 1-l6 0 0 0 0 0; l7 1-l7; 0 0 0 0 0 0 1];
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
T2=input('ingresar número de años de predicción tramo 3 degradación normal:');

for i=1:T2
    Q2(i)=Q0_2*(P2^i)*R';
end
disp('calificación de condición sin amenaza:')
disp(Q2)
a_2=[N+T:N+T+T2];
r_2=[Q1(T) Q2];

```

```

for i=1:T2
    O_2(i,:)=Q0_2*(P2^i);
disp(O_2(i,:))
end

```

Optimización de función objetivo para encontrar los  $p_i$ , bajo degradación normal, tramo 4:

```

li_3=[0 0 0 0 0 0];
ls_3=[1 1 1 1 1 1];
A_3=[];
b_3=[];

```

```
Aeq_3=[];
beq_3=[];
po_3=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
[prob_3,valor] = fmincon(@objfunt4,po_3,A_3,b_3,Aeq_3,beq_3,li_3,ls_3)
```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 4:

```
Q0_3=O_2(T2,:);
z1=prob_3(1); z2=prob_3(2); z3=prob_3(3); z4=prob_3(4); z5=prob_3(5); z6=prob_3(6); z7=prob_3(7);
P3=[z1 1-z1 0 0 0 0 0;0 z2 1-z2 0 0 0 0;0 0 z3 1-z3 0 0 0;0 0 0 z4 1-z4 0 0;0 0 0 0 z5 1-z5 0 0;0 0 0 0 z6 1-z6 0;0 0 0 0 0 z7 1-z7;0 0 0 0 0 0 1];
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
T3=input('ingresar número de años de predicción tramo 4 degradación normal:');
```

```
for i=1:T3
```

```
    Q3(i)=Q0_3*(P3^i)*R';
```

```
end
```

```
disp('calificación de condición sin amenaza:')
```

```
disp(Q3)
```

```
a_3=[N+T+T2:N+T+T2+T3];
```

```
r_3=[Q2(T2) Q3];
```



```
for i=1:T3
```

```
    O_3(i,:)=Q0_3*(P3^i);
```

```
    disp(O_3(i,:))
```

```
end
```

Optimización de función objetivo para encontrar los pi, bajo degradación normal, tramo 5:

```
li_4=[0 0 0 0 0 0];
```

```
ls_4=[1 1 1 1 1 1];
```

```
A_4=[];
```

```
b_4=[];
```

```
Aeq_4=[];
```

```
beq_4=[];
```

```
po_4=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
```

```
[prob_4,valor] = fmincon(@objfunt5,po_4,A_4,b_4,Aeq_4,beq_4,li_4,ls_4)
```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 5:

```

Q0_4=O_3(T3,:);
k1=prob_4(1); k2=prob_4(2); k3=prob_4(3); k4=prob_4(4); k5=prob_4(5); k6=prob_4(6); k7=prob_4(7);
P4=[k1 1-k1 0 0 0 0 0;0 k2 1-k2 0 0 0 0;0 0 k3 1-k3 0 0 0;0 0 0 k4 1-k4 0 0;0 0 0 0 k5 1-k5 0 0;0 0
0 0 0 k6 1-k6 0;0 0 0 0 0 k7 1-k7;0 0 0 0 0 0 1];
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
T4=input('ingresar número de años de predicción tramo 5 degradacion normal:');

```

```

for i=1:T4
    Q4(i)=Q0_4*(P4^i)*R';
end
disp('calificación de condición sin amenaza:')
disp(Q4)
a_4=[N+T+T2+T3:N+T+T2+T3+T4];
r_4=[Q3(T3) Q4];

```



```

for i=1:T4
    O_4(i,:)=Q0_4*(P4^i);
disp(O_4(i,:))
end

```

Optimización de función objetivo para encontrar los pi, bajo degradación normal, tramo 6:

```

li_5=[0 0 0 0 0 0 0];
ls_5=[1 1 1 1 1 1 1];
A_5=[];
b_5=[];
Aeq_5=[];
beq_5=[];
po_5=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
[prob_5,valor] = fmincon(@objfunt6,po_5,A_5,b_5,Aeq_5,beq_5,li_5,ls_5)

```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 6:

```

Q0_5=O_4(T4,:);

```

```
d1=prob_5(1); d2=prob_5(2); d3=prob_5(3); d4=prob_5(4); d5=prob_5(5); d6=prob_5(6); d7=prob_5(7);
P5=[d1 1-d1 0 0 0 0 0;0 d2 1-d2 0 0 0 0;0 0 d3 1-d3 0 0 0;0 0 0 d4 1-d4 0 0 0;0 0 0 0 d5 1-d5 0 0;0 0
0 0 0 d6 1-d6 0;0 0 0 0 0 d7 1-d7;0 0 0 0 0 0 1];
```

```
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
```

```
T5=input('ingresar número de años de predicción tramo 6 degradación normal:');
```

```
for i=1:T5
```

```
    Q5(i)=Q0_5*(P5^i)*R';
```

```
end
```

```
disp('calificación de condición sin amenaza:')
```

```
disp(Q5)
```

```
a_5=[N+T+T2+T3+T4:N+T+T2+T3+T4+T5];
```

```
r_5=[Q4(T4) Q5];
```

```
for i=1:T5
```

```
    O_5(i,:)=Q0_5*(P5^i);
```

```
    disp(O_5(i,:))
```

```
end
```



Optimización de función objetivo para encontrar los  $\pi$ , bajo degradación normal, tramo 7:

```
li_6=[0 0 0 0 0 0 0];
```

```
ls_6=[1 1 1 1 1 1 1];
```

```
A_6=[];
```

```
b_6=[];
```

```
Aeq_6=[];
```

```
beq_6=[];
```

```
po_6=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
```

```
[prob_6,valor] = fmincon(@objfunt7,po_6,A_6,b_6,Aeq_6,beq_6,li_6,ls_6)
```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 7:

```
Q0_6=O_5(T5,:);
```

```
e1=prob_6(1); e2=prob_6(2); e3=prob_6(3); e4=prob_6(4); e5=prob_6(5); e6=prob_6(6); e7=prob_6(7);
```

```
P6=[e1 1-e1 0 0 0 0 0;0 e2 1-e2 0 0 0 0;0 0 e3 1-e3 0 0 0;0 0 0 e4 1-e4 0 0 0;0 0 0 0 e5 1-e5 0 0;0 0 0
0 0 e6 1-e6 0;0 0 0 0 0 e7 1-e7;0 0 0 0 0 0 1];
```

```
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
```

```
T6=input('ingresar número de años de predicción tramo 7 degradación normal:');
```

```
for i=1:T6
```

```
    Q6(i)=Q0_6*(P6^i)*R';
```

```
end
```

```
disp('calificación de condición sin amenaza:')
```

```
disp(Q6)
```

```
a_6=[N+T+T2+T3+T4+T5:N+T+T2+T3+T4+T5+T6];
```

```
r_6=[Q5(T5) Q6];
```

```
for i=1:T6
```

```
    O_6(i,:)=Q0_6*(P6^i);
```

```
    disp(O_6(i,:))
```

```
end
```

Optimización de función objetivo para encontrar los pi, bajo degradación normal, tramo 8:

```
li_7=[0 0 0 0 0 0 0];
```

```
ls_7=[1 1 1 1 1 1 1];
```

```
A_7=[];
```

```
b_7=[];
```

```
Aeq_7=[];
```

```
beq_7=[];
```

```
po_7=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
```

```
[prob_7,valor] = fmincon(@objfunt8,po_7,A_7,b_7,Aeq_7,beq_7,li_7,ls_7)
```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 8:

```
Q0_7=O_6(T6,:);
```

```
f1=prob_7(1); f2=prob_7(2); f3=prob_7(3); f4=prob_7(4); f5=prob_7(5); f6=prob_7(6); f7=prob_7(7);
```

```
P7=[f1 1-f1 0 0 0 0 0;0 f2 1-f2 0 0 0 0;0 0 f3 1-f3 0 0 0;0 0 0 f4 1-f4 0 0;0 0 0 0 f5 1-f5 0 0;0 0 0 0 0 f6 1-f6 0;0 0 0 0 0 f7 1-f7;0 0 0 0 0 0 1];
```

```
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
```

```
T7=input('ingresar número de años de predicción tramo 8 degradación normal:');
```

```

for i=1:T7
    Q7(i)=Q0_7*(P7^i)*R';
end
disp('calificación de condición sin amenaza:')
disp(Q7)
a_7=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7];
r_7=[Q6(T6) Q7];

```

```

for i=1:T7
    O_7(i,:)=Q0_7*(P7^i);
disp(O_7(i,:))
end

```

Optimización de función objetivo para encontrar los  $\pi_i$  bajo degradación normal, tramo 9:

```

li_8=[0 0 0 0 0 0 0];
ls_8=[1 1 1 1 1 1 1];
A_8=[];
b_8=[];
Aeq_8=[];
beq_8=[];
po_8=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8];
[prob_8,valor] = fmincon(@objfunt9,po_8,A_8,b_8,Aeq_8,beq_8,li_8,ls_8)

```



Predicción de calificación de condición por modelo de Markov tramo 9:

```

Q0_8=O_7(T7,:);
g1=prob_8(1); g2=prob_8(2); g3=prob_8(3); g4=prob_8(4); g5=prob_8(5); g6=prob_8(6); g7=prob_8(7);
P8=[g1 1-g1 0 0 0 0 0;0 g2 1-g2 0 0 0 0;0 0 g3 1-g3 0 0 0;0 0 0 g4 1-g4 0 0;0 0 0 0 g5 1-g5 0 0;0 0 0 0 0 g6 1-g6 0;0 0 0 0 0 0 g7 1-g7;0 0 0 0 0 0 0 1];
R=[9 8 7 6 5 4 3 2];
T8=input('ingresar número de años de predicción tramo 9 degradación normal:');

```

```

for i=1:T8
    Q8(i)=Q0_8*(P8^i)*R';
end

```

```

disp('calificación de condición sin amenaza:')
disp(Q8)
a_8=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+T8];
r_8=[Q7(T7) Q8];

for i=1:T8
    O_8(i,:)=Q0_8*(P8^i);
    disp(O_8(i,:))
end

```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov para amenaza con nivel de daño bajo:

```

Qa0=[O_7(T7,:) 0 0];
a1=0.3; a2=0.2; a3=0.15; a4=0.1; a5=0.05; a6=0.05; a7=0; a8=0; a22=0.01; a23=1;
a9=0.4; a10=0.3;
a11=0.4; a12=0.4;
a13=0.35; a14=0.5;
a15=0.2; a16=0.7;
a17=0.15; a18=0.8;
a19=0.05; a20=0.9;
a21=0.05; a24=0.95;
a25=0.025; a26=0.975;
a27=0.99;
A=[a1 a9 a10 0 0 0 0 0 0;0 a2 a11 a12 0 0 0 0 0;0 0 a3 a13 a14 0 0 0 0;0 0 0 a4 a15 a16 0 0 0 0;0 0 0
0 a5 a17 a18 0 0 0;0 0 0 0 a6 a19 a20 0 0;0 0 0 0 0 a7 a21 a24 0;0 0 0 0 0 0 a8 a25 a26;0 0 0 0 0 0 0
a22 a27;0 0 0 0 0 0 0 0 a23]
M=input('ingresar número de periodos de predicción para amenaza:');
R2=[9 8 7 6 5 4 3 2 1 0];

for i=1:M
    Qa(i)=Qa0*(A^i)*R2;
end
disp('calificación de condición amenaza baja:')
disp(Qa)
a_=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M];

```



```
s1=[Q7(T7) Qa];
```

```
for i=1:M
```

```
    Oa(i,:)=Qa0*(A^i);
```

```
    disp(Oa(i,:))
```

```
end
```

Recuperación post amenaza nivel de daño bajo:

```
Q0r_a=Oa(M,:)
```

```
Psr=eye(10);
```

```
a1_=1;
```

```
a2_=0.95; a3_=0.05;
```

```
a4_=0.8; a5_=0.15; a6_=0.05; %7
```

```
a7_=0.1; a8_=0.55; a9_=0.25; a10_=0.1;
```

```
a11_=0.05; a12_=0.1; a13_=0.4; a14_=0.35; a15_=0.1; %5
```

```
a16_=0; a17_=0.05; a18_=0.1; a19_=0.35; a20_=0.4; a21_=0.1; %4
```

```
a22_=0; a23_=0; a24_=0.05; a25_=0.05; a26_=-0.25; a27_=0.5; a28_=0.15; %3
```

```
a29_=0; a30_=0; a31_=0; a32_=0; a33_=-0.05; a34_=-0.1; a35_=-0.6; a36_=-0.25; %2
```

```
a37_=0; a38_=0; a39_=0; a40_=0; a41_=0; a42_=0; a43_=0; a44_=0; a45_=1; %1
```

```
a46_=0; a47_=0; a48_=0; a49_=0; a50_=0; a51_=0; a52_=0; a53_=0; a54_=0, a55_=1, %0
```

```
Pr_a=[a1_ 0 0 0 0 0 0 0 0 0;a2_ a3_ 0 0 0 0 0 0 0;a4_ a5_ a6_ 0 0 0 0 0 0;a7_ a8_ a9_ a10_ 0 0 0 0 0
0;a11_ a12_ a13_ a14_ a15_ 0 0 0 0 0;a16_ a17_ a18_ a19_ a20_ a21_ 0 0 0 0;a22_ a23_ a24_ a25_ a26_
a27_ a28_ 0 0 0;a29_ a30_ a31_ a32_ a33_ a34_ a35_ a36_ 0 0;a37_ a38_ a39_ a40_ a41_ a42_ a43_ a44_
a45_ 0;a46_ a47_ a48_ a49_ a50_ a51_ a52_ a53_ a54_ a55_];
```

```
t_a=input('ingresar número de periodos de predicción de recuperación con amenaza baja:');
```

```
for i=1:t_a
```

```
    Qr_a(i)=Q0r_a*(Pr_a^i)*R2';
```

```
end
```

```
disp('calificación de condición en recuperación:')
```

```
disp(Qr_a)
```

```
u1=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t_a];
```

```
cr1=[Qa(M) Qr_a];
```

```

for i=1:t_a
    Oa_r(i,:)=Q0r_a*(Pr_a^i);
    disp(Oa_r(i,:))
end

```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov para amenaza con nivel de daño medio:

b1=0.2; b2=0.15; b3=0.1; b4=0.1; b5=0.05; b6=0.05; b7=0.025; b8=0; b26=0.01; b27=1;

b9=0.3; b10=0.4; b11=0.1;

b12=0.3; b13=0.35; b14=0.2;

b15=0.2; b16=0.3; b17=0.4;

b18=0.15; b19=0.2; b20=0.55;

b21=0.1; b22=0.15; b28=0.7;

b23=0.05; b24=0.1; b29=0.8;

b25=0.05; b30=0.125; b31=0.8;

b32=0.05; b33=0.95; %2

b34=0.99;

B=[b1 b9 b10 b11 0 0 0 0 0;0 b2 b12 b13 b14 0 0 0 0 0;0 0 b3 b15 b16 b17 0 0 0 0;0 0 0 b4 b18 b19 b20  
0 0 0;0 0 0 0 b5 b21 b22 b28 0 0;0 0 0 0 0 b6 b23 b24 b29 0;0 0 0 0 0 0 b7 b25 b30 b31;0 0 0 0 0 0 0 b8  
b32 b33;0 0 0 0 0 0 0 0 b26 b34;0 0 0 0 0 0 0 0 0 b27]

```

for i=1:M
    Qb(i)=Qa0*(B^i)*R2';
end

```

```

disp('calificación de condición amenaza medio:')
disp(Qb)

```

```

s2=[Q7(T7) Qb];

```

```

for i=1:M
    Ob(i,:)=Qa0*(B^i);
    disp(Ob(i,:))
end

```

Recuperación post amenaza nivel de daño medio:

```

Q0r_b=Ob(M,:);
Psr=eye(10);
b1_=1;
b2_=0.95; b3_=0.05;
b4_=0.45; b5_=0.45; b6_=0.1;
b7_=0.05; b8_=0.4; b9_=0.45; b10_=0.1;
b11_=0.05; b12_=0.05; b13_=0.3; b14_=0.45; b15_=0.15;
b16_=0; b17_=0.05; b18_=0.05; b19_=0.3; b20_=0.45; b21_=0.15;
b22_=0; b23_=0; b24_=0.05; b25_=0.05; b26_=0.15; b27_=0.5; b28_=0.25;
b29_=0; b30_=0; b31_=0; b32_=0; b33_=0.05; b34_=0.1; b35_=0.5; b36_=0.35;
b37_=0; b38_=0; b39_=0; b40_=0; b41_=0; b42_=0; b43_=0; b44_=0; b45_=1;
b46_=0; b47_=0; b48_=0; b49_=0; b50_=0; b51_=0; b52_=0; b53_=0; b54_=0; b55_=1,
Pr_b=[b1_ 0 0 0 0 0 0 0 0 0;b2_ b3_ 0 0 0 0 0 0 0 0;b4_ b5_ b6_ 0 0 0 0 0 0 0;b7_ b8_ b9_ b10_ 0 0 0 0 0
0;b11_ b12_ b13_ b14_ b15_ 0 0 0 0 0;b16_ b17_ b18_ b19_ b20_ b21_ 0 0 0 0;b22_ b23_ b24_ b25_ b26_
b27_ b28_ 0 0 0;b29_ b30_ b31_ b32_ b33_ b34_ b35_ b36_ 0 0;b37_ b38_ b39_ b40_ b41_ b42_ b43_
b44_ b45_ 0;b46_ b47_ b48_ b49_ b50_ b51_ b52_ b53_ b54_ b55_];
t_bsr=input('ingresar número de periodos de predicción sin recuperación con amenaza media:');
t_b=input('ingresar número de periodos de predicción con amenaza media:');

for i=1:t_bsr
    Qsr_b(i)=Q0r_b*(Psr^i)*R2';
end
disp('calificación de condición antes de recuperación:')
disp(Qsr_b)

h2=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t_bsr];
sr2=[Qb(M) Qsr_b];

for i=1:t_b
    Qr_b(i)=Q0r_b*(Pr_b^i)*R2';
end
disp('calificación de condición en recuperación:')
disp(Qr_b)

```

```
u2=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t_bsr:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t_bsr+t_b];
cr2=[Qsr_b(t_bsr) Qr_b];
```

```
for i=1:t_b
    Ob_r(i,:)=Q0r_b*(Pr_b^i);
    disp(Ob_r(i,:))
end
```

Predicción de calificación de condición por modelo de Markov para amenaza con nivel de daño alto:

```
c1=0.1; c2=0.1; c3=0.05; c4=0.05; c5=0; c6=0; c7=0; c8=0; c38=0.01; c40=1;
c9=0.25; c10=0.35; c11=0.2; c12=0.1;
c13=0.2; c14=0.25; c15=0.3; c16=0.15;
c17=0.1; c18=0.2; c19=0.35; c20=0.3;
c21=0.05; c22=0.1; c23=0.4; c24=0.4;
c25=0.05; c26=0.1; c27=0.25; c31=0.6;
c28=0; c29=0.05; c32=0.15; c33=0.8;
c30=0; c34=0.1; c35=0.9;
c36=0.05; c37=0.95;
c39=0.99;
C=[c1 c9 c10 c11 c12 0 0 0 0 0;0 c2 c13 c14 c15 c16 0 0 0 0;0 0 c3 c17 c18 c19 c20 0 0 0;0 0 0 c4 c21 c22
c23 c24 0 0;0 0 0 0 c5 c25 c26 c27 c31 0;0 0 0 0 0 c6 c28 c29 c32 c33;0 0 0 0 0 0 c7 c30 c34 c35;0 0 0 0 0
0 0 c8 c36 c37;0 0 0 0 0 0 0 0 c38 c39;0 0 0 0 0 0 0 0 0 c40] %matriz de transición de probabilidades
```



```
for i=1:M
    Qc(i)=Qa0*(C^i)*R2';
end
disp('calificación de condición amenaza alto:')
disp(Qc)
s3=[Q7(T7) Qc];
```

```
for i=1:M
    Oc(i,:)=Qa0*(C^i);
    disp(Oc(i,:))
end
```

Recuperación pos amenaza con nivel de daño alto:

$Q0r\_c=Oc(M,:)$

$Psr=eye(10);$

$c1_=1;$

$c2_=0.9; c3_=0.1;$

$c4_=0.25; c5_=0.6; c6_=0.15;$

$c7_=0.05; c8_=0.3; c9_=0.45; c10_=0.2;$

$c11_=0; c12_=0.05; c13_=0.2; c14_=0.45; c15_=0.3;$

$c16_=0; c17_=0; c18_=0.05; c19_=0.15; c20_=0.5; c21_=0.3;$

$c22_=0; c23_=0; c24_=0; c25_=0; c26_=0.05; c27_=0.6; c28_=0.35;$

$c29_=0; c30_=0; c31_=0; c32_=0; c33_=0; c34_=0.05; c35_=0.5; c36_=0.45;$

$c37_=0; c38_=0; c39_=0; c40_=0; c41_=0; c42_=0; c43_=0; c44_=0; c45_=1;$

$c46_=0; c47_=0; c48_=0; c49_=0; c50_=0; c51_=0; c52_=0; c53_=0; c54_=0, c55_=1,$

$Pr\_c1=[c1\_ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;c2\_ c3\_ 0 0 0 0 0 0 0 0;c4\_ c5\_ c6\_ 0 0 0 0 0 0 0;c7\_ c8\_ c9\_ c10\_ 0 0 0 0 0$   
 $0;c11\_ c12\_ c13\_ c14\_ c15\_ 0 0 0 0 0;c16\_ c17\_ c18\_ c19\_ c20\_ c21\_ 0 0 0 0 0;c22\_ c23\_ c24\_ c25\_ c26\_$   
 $c27\_ c28\_ 0 0 0;c29\_ c30\_ c31\_ c32\_ c33\_ c34\_ c35\_ c36\_ 0 0;c37\_ c38\_ c39\_ c40\_ c41\_ c42\_ c43\_ c44\_$   
 $c45\_ 0;c46\_ c47\_ c48\_ c49\_ c50\_ c51\_ c52\_ c53\_ c54\_ c55\_];$

$t\_csr1=input('ingresar número de periodos de predicción sin recuperación con amenaza alta:');$

$t\_c1=input('ingresar número de periodos de predicción con amenaza alta:');$

Antes de recuperación:

for  $i=1:t\_csr1$

$Qsr\_c1(i)=Q0r\_c*(Psr^i)*R2;$

end

disp('calificación de condición antes de recuperación:')

disp(Qsr\_c1)

$h3=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t\_csr1];$

$sr3=[Qc(M) Qsr\_c1];$

En recuperación:

for  $i=1:t\_c1$

$Qr\_c1(i)=Q0r\_c*(Pr\_c1^i)*R2;$

```

end
disp('calificación de condición en recuperación:')
disp(Qr_c1)

u3=[N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t_csr1:N+T+T2+T3+T4+T5+T6+T7+M+t_csr1+t_c1];
cr3=[Qsr_c1(t_csr1) Qr_c1];

for i=1:t_c1
    Oc_r(i,:)=Q0r_c*(Pr_c1^i);
    disp(Oc_r(i,:))
end

Umbral de condición:
w=[0:0.1:54];
w1=4;
Graficar condición en el tiempo:
plot(x,Q_,'r-',a,r,'r-',a_s1,'b-',a_s2,'g-',a_s3,'c-',w,w1,'k-',a_2,r_2,'r-',a_3,r_3,'r-',a_4,r_4,'r-',a_5,r_5,'r-',a_6,r_6,'r-',a_7,r_7,'r-',a_8,r_8,'r-',u1,cr1,'b-',h2,sr2,'g-',u2,cr2,'g-',h3,sr3,'c-',u3,cr3,'c-')
xlabel('Edad (periodos)');
ylabel('Calificación de condición');
leg1=['Degradación normal'];
leg2=['Degradación sin amenaza'];
leg3=['Amenaza sísmica con nivel de daño bajo'];
leg4=['Amenaza sísmica con nivel de daño medio'];
leg5=['Amenaza sísmica con nivel de daño alto'];
leg6=['Umbral de condición'];
legend(leg1,leg2,leg3,leg4,leg5,leg6);
v=[0 80 0 10];
axis(v);

```