



Universidad de Concepción
Campus Los Ángeles
Escuela de Educación

**EVALUACIÓN DE LOS CONTENIDOS DISPONIBLES EN
CANALES DE YOUTUBE DEDICADOS A LA ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA, EN LA UNIDAD TEMÁTICA DE FUNCIONES, EN
BASE A LO PLANTEADO POR EL CURRÍCULUM NACIONAL Y
LA MATEMÁTICA FORMAL**

Tesis presentada a la Escuela de Educación de la Universidad de Concepción para
optar al título profesional de Profesor de Matemáticas

POR: FERNANDO TOMÁS MEDINA MENESES
BENJAMÍN NICOLÁS PALACIOS GODOY
IGNACIO ALFONSO VIVEROS PARRA

Enero, 2024
Los Ángeles, Chile

Profesor Guía: Jorge Edgardo Cid Anguita

COMISIÓN EVALUADORA

CRISTIAN GAMALIEL PÉREZ TOLEDO
SIXTO ENRIQUE MARTÍNEZ HERNANDEZ

© 2024. Medina, F., Palacios, B., Viveros, I.

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

***“En matemáticas, el arte de proponer una pregunta debe tener mayor valor que
resolverla”***

(Georg Cantor)

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis amigos y compañeros con los que tuve la dicha de compartir buenos momentos durante estos cinco fugaces años, en especial a Benjamín e Ignacio quienes han sido un apoyo tremendo en este periodo tan importante.

A mis tíos, Toribio y María Isabel, por brindarme un espacio en su hogar. A mi familia, quienes me han apoyado incondicionalmente durante todos estos años. A mis hermanos, por ser una motivación más para poder cumplir mis metas.

A mis padres, Karoll y Fernando, por entregarme todo su apoyo y cariño incondicional, además de las herramientas y valores con los que cuento.

Fernando Medina Meneses.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco y dedico este trabajo a mi madre y mis hermanos, quienes me acompañaron en este camino de forma incondicional, entregándome todo su cariño, apoyo y sabiduría cuando lo necesitaba.

A mi padre, que día y noche guía mis pasos desde el cielo. Quien soñaba ejercer esta hermosa profesión, y sin saberlo terminé cumpliendo su sueño.

A toda mi familia, que jamás dudó de mis capacidades y me entregaban palabras de apoyo cuando veían pesar en mí.

A Fernanda, que con su amor incondicional nunca soltó mi mano, ayudándome a superar tanto los desafíos que me propuse como los que durante el camino fueron apareciendo.

A mis amigos, en especial a Fernando e Ignacio, quienes fueron un pilar fundamental en mi paso por esta casa de estudios, estando siempre dispuestos a compartir su conocimiento y apoyarme cuando lo necesitara.

A los profesores Cristián Pérez y Ricardo Alzugaray, por haber confiado en mí y haberme dado oportunidades para desarrollarme dentro de mi querida casa de estudios.

Al profesor Jorge Cid, quien también confió en mí, y que con su conocimiento guio esta investigación, motivándome a seguir adelante, orientándome en cada paso que necesitaba dar.

A Andrea Stevenson, Andrea Anabalón, Katherine Matuschka y Susana Fernández, quienes a través del CADE confiaron y me acogieron con mucho cariño, y me escucharon, orientaron y apoyaron desde mi cuarto año.

A Dios por haberme dado el conocimiento y permitirme estudiar esta hermosa carrera.

A ellos realizo mis agradecimientos.

Benjamín Palacios Godoy.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi madre en este momento de mi vida que culmina una etapa importante, dándome el apoyo necesario académicamente y los valores para ser la persona que soy hoy en día. De igual manera, agradezco a mi padre y mis hermanos, quienes fueron mi apoyo emocional durante estos cinco años universitarios. A mi abuela Edith y mi tía Berlinda, que en momentos difíciles durante mi proceso me apoyaron y me dieron el aliento necesario para seguir y conseguir mis metas.

A mis compañeros y amigos con quienes compartí momentos felices, sentí el apoyo de ellos durante mi experiencia universitaria, llevando a la terna suprema en mi corazón.

Sin duda, jamás olvidaré esta etapa de mi vida, y estoy eternamente agradecido de cada uno de ellos.

Ignacio Viveros Parra.

RESUMEN

La presente investigación se enmarca en la evaluación del contenido matemático disponible en *YouTube*, centrándose específicamente en la unidad temática de funciones. Se analiza una terna de canales de habla hispana cuya relevancia es notoria en la plataforma, con el objetivo de medir la calidad de sus contenidos en relación con la matemática formal y el currículum nacional chileno, utilizando una rigurosa evaluación basada en matrices de análisis de contenido. Así, este estudio revela importantes deficiencias en el tratamiento de las funciones en *YouTube*, en aspectos formales, y diversas discrepancias con el currículum nacional.

Palabras clave: *YouTube*, calidad de contenidos, enseñanza de la matemática, currículum nacional, funciones, matemática formal, aprendizaje en línea.

ABSTRACT

The present research is framed within the evaluation of mathematical content available on YouTube, focusing specifically on the thematic unit of functions. A trio of Spanish-speaking channels, notable for their relevance on the platform, is analyzed with the aim of assessing the quality of their content in relation to formal mathematical and the Chilean national curriculum. This is done using a rigorous evaluation based on matrices of content analysis. Thus, this study reveals significant deficiencies in the treatment of functions on *YouTube*, both in formal aspects and in various discrepancies with the national curriculum.

Keywords: *YouTube*, content quality, mathematics education, national curriculum, functions, formal mathematical, online learning.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	V
RESUMEN	IX
ABSTRACT.....	X
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.1. Antecedentes	4
1.2. Pregunta de investigación	11
1.3. Justificación	11
CAPÍTULO 2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	15
2.1. Objetivo general.....	15
2.2. Objetivos específicos	15
CAPÍTULO 3. MARCO REFERENCIAL	17
3.1. Matemática formal	17
3.2. Funciones: conceptos y tipos	19
3.2.1. Breve recorrido histórico	20
3.2.2. Concepto de función	22
3.2.3. Gráfica de una función	24
3.2.4. Tipos de funciones	25
3.2.5. Tipos de funciones reales	28

3.3.	Enseñanza y aprendizaje de las funciones	30
3.3.1.	Enseñanza y aprendizaje de las funciones en Chile	31
3.4.	Funciones y ambientes virtuales de aprendizaje	38
3.4.1.	Análisis de las TIC	38
3.4.2.	Ambientes virtuales de aprendizaje	43
3.4.3.	Enseñanza y aprendizaje de las funciones mediante el uso de las TIC	45
CAPÍTULO 4. DISEÑO METODOLÓGICO		48
4.1.	Enfoque de la investigación	48
4.2.	Diseño	49
4.3.	Alance	49
4.4.	Población.....	50
4.5.	Muestra	50
4.5.1.	Muestreo intencional.....	51
4.6.	Técnicas e instrumentos de recolección de la información.....	53
4.6.3.	Escala de apreciación asociada a la MAC_{MF}	68
4.6.4.	Escala de apreciación asociada a la MAC_{TE}	69
4.7.	Técnicas de análisis de la información	69
4.7.1.	Técnica el análisis de contenido.....	69
4.7.2.	Tablas de frecuencias	71
CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y ANÁLISIS		72
5.1.	Resultados y análisis general en base a la matemática formal.....	72
5.2.	Resultados y análisis general en base al Texto del estudiante.....	80
5.3.	Resultados y análisis por dimensión en base a la matemática formal.....	88
5.3.1.	Dimensión Función.....	88
5.3.2.	Dimensión Función real	91

Respecto a la dimensión de función real, se elaboraron las siguientes tablas de frecuencia.	91
5.3.3. Dimensión Función Biunívoca.....	95
5.3.4. Dimensión Función inversa	98
5.3.5. Dimensión Función lineal	100
5.3.6. Dimensión Función cuadrática.....	102
5.4. Resultados y análisis por dimensión en base al texto del estudiante	104
5.4.1. Dimensión Función	104
5.4.2. Dimensión Función inversa	106
5.4.3. Dimensión Función lineal	108
5.4.4. Dimensión Función afín.....	111
5.4.5. Dimensión Función cuadrática.....	112
CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN	115
CAPÍTULO 7. CONCLUSIÓN	119
CAPÍTULO 8. SUGERENCIAS	123
CAPÍTULO 9. REFERENCIAS	124
ANEXOS	132
Anexo 1: videos por canal observados en la investigación.....	132
Anexo 2: Validación Matriz MAC_{MF}	142
Anexo 3: Notas de campo de los investigadores.....	160
Anexo 4: auto reporte sobre contribuciones primarias y secundarias a los Objetivos de Desarrollo Sostenible	176

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. OBJETIVOS DEL ÁREA DE FUNCIONES.....	34
TABLA 2. CREADORES DE CONTENIDO DE HABLA HISPANA CON MÁS DE UN MILLÓN DE SUSCRIPTORES	52
TABLA 3. LISTA DE CHEQUEO	53
TABLA 4. MUESTRA	53
TABLA 5. MATRIZ DE ANÁLISIS DE CONTENIDO EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	61
TABLA 6. MATRIZ DE ANÁLISIS DE CONTENIDO EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	68
TABLA 7. ESCALA DE APRECIACIÓN ASOCIADA A LA MAC_{MF}	68
TABLA 8. ESCALA DE APRECIACIÓN ASOCIADA A LA MAC_{TE}	69
TABLA 9. RESULTADOS GENERALES EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	75
TABLA 10. FRECUENCIAS ABSOLUTAS Y PORCENTUALES RELATIVAS RESPECTO A LA CANTIDAD TOTAL GENERAL DE VALORACIONES REALIZADAS, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	76
TABLA 11. FRECUENCIA DE VALORACIONES POR CANAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	77
TABLA 12. FRECUENCIAS PORCENTUALES RELATIVAS RESPECTO A LA CANTIDAD TOTAL POR VALORACIÓN REALIZADA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	77
TABLA 13. FRECUENCIAS PORCENTUALES RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	79
TABLA 14. RESULTADOS GENERALES EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	85
TABLA 15. FRECUENCIA DE VALORACIONES POR CANAL, CON BASE EN LA MAC_{TE}	86
TABLA 16. FRECUENCIAS PORCENTUALES RELATIVAS RESPECTO A LA CANTIDAD TOTAL POR VALORACIÓN REALIZADA, CON BASE EN LA MAC_{TE}	86

TABLA 17. FRECUENCIAS PORCENTUALES RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS, CON BASE EN LA MAC _{TE}	87
TABLA 18. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	89
TABLA 19. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	89
TABLA 20. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	89
TABLA 21. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN REAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	92
TABLA 22. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN REAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	92
TABLA 23. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN REAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	92
TABLA 24. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN BIUNÍVOCA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	96
TABLA 25. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN BIUNÍVOCA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	96
TABLA 26. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN BIUNÍVOCA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	96
TABLA 27. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN INVERSA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	98
TABLA 28. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN INVERSA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	98
TABLA 29. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN INVERSA, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL.....	98

TABLA 30. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN LINEAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	100
TABLA 31. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN LINEAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	100
TABLA 32. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN LINEAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	100
TABLA 33. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN LINEAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	102
TABLA 34. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN LINEAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	103
TABLA 35. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN LINEAL, EN BASE A LA MATEMÁTICA FORMAL	103
TABLA 36. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	104
TABLA 37. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	105
TABLA 38. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	105
TABLA 39. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN INVERSA, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	107
TABLA 40. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN INVERSA, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	107
TABLA 41. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN INVERSA, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	107
TABLA 42. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN LINEAL, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	109

TABLA 43. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN LINEAL, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	109
TABLA 44. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN LINEAL, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	109
TABLA 45. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN AFÍN, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	111
TABLA 46. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN AFÍN, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	111
TABLA 47. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN AFÍN, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	111
TABLA 48. FRECUENCIAS ABSOLUTAS POR CANAL RESPECTO A LA DIMENSIÓN FUNCIÓN CUADRÁTICA, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE.....	112
TABLA 49. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL PARTICULAR POR VALORACIÓN EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE	113
TABLA 50. FRECUENCIAS PORCENTUALES POR CANAL RESPECTO AL TOTAL DE SUBASPECTOS VALORADOS EN LA DIMENSIÓN DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, EN BASE AL TEXTO DEL ESTUDIANTE.	113

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

ILUSTRACIÓN 1. USO DE VIDEOTUTORIALES	38
---	----

INTRODUCCIÓN

La educación matemática se ha transformado, de manera significativa, en la era digital. Lo anterior, viene de la mano con plataformas como *YouTube* emergiendo como poderosas herramientas pedagógicas. En los últimos años, los canales de *YouTube* dedicados a la enseñanza de la matemática han ganado popularidad al proporcionar accesibilidad y flexibilidad en la entrega de diversos contenidos ligados a la disciplina. En este contexto, la presente investigación se sumerge en la evaluación de los contenidos disponibles en estos canales, centrándose particularmente en la unidad temática de funciones.

La calidad de los contenidos será evaluada desde dos perspectivas esenciales: la matemática formal y el texto del estudiante. La unidad temática de funciones, un pilar fundamental en el estudio de la matemática, sirve como

punto focal para examinar la coherencia y la efectividad de los contenidos presentados en la plataforma.

Esta indagación nos conduce a un análisis detallado de cómo los canales seleccionados abordan conceptos específicos relacionados con funciones y cómo esta presentación se alinea o se desvía de los estándares educativos chilenos.

Los objetivos generales y específicos propuestos para esta investigación buscan establecer una evaluación que sea de ayuda tanto para profesores como para estudiantes. Al comparar los contenidos de los canales con los propuestos por la matemática formal y el texto del estudiante, se busca vislumbrar el camino sobre la alineación y la discrepancia existente entre los recursos de *YouTube* y los estándares educativos formales.

En esa línea, es que esta investigación no solo busca identificar deficiencias o aciertos en la presentación de contenidos, sino también proporcionar recomendaciones posiblemente valiosas para mejorar la calidad de la educación matemática en plataformas digitales. A medida que estas continúan desempeñando un papel crucial en la educación del siglo XXI, entender cómo estos recursos se integran con las perspectivas abordadas es

esencial para asegurar experiencias educativas que sean provechosas para los estudiantes.

En el presente documento, se exploran los resultados detallados de la evaluación, destacando las fortalezas y debilidades de los canales de *YouTube* seleccionados en la unidad temática de funciones.

CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes

Resulta evidente afirmar que la pandemia del SARS-COV-2 impactó en los diversos sectores en que el ser humano se desarrolla. Uno de los más importantes es, sin duda, el sistema educativo (Aragundi y Vélez, 2022). Según señala Narodowski y Campetella (2020) citando al Banco Mundial (2020), desde que inició esta crisis en el año 2020, cientos de miles de centros educativos debieron cerrar sus puertas, llegando a afectar a 1.500 millones de estudiantes que no podían asistir a sus respectivos colegios, cuyo porcentaje ascendió al 85% de la población mundial estudiantil en aquel momento. De ese modo, esta enfermedad obligó a las instituciones a garantizar la continuidad de la educación presencial, buscando estrategias para adecuar la misma, dando paso a que el sistema de enseñanza diera un vuelco al mundo digital (Aragundi y Vélez, 2022). En América Latina, la ONU (2020) afirmó

que alrededor de 156 millones de estudiantes debieron dejar sus establecimientos de forma presencial para que se adaptaran al aprendizaje remoto.

Y es que el paso a aquel mundo digital nos lleva a tomar consciencia de que las distintas esferas sociales han sufrido cambios sucesivos a lo largo del tiempo a raíz del avance de la tecnología (López *et al.*, 2018). En ese sentido, el mismo autor señala que las Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) han jugado un rol fundamental en esos cambios. En esa línea,

Desarrollos como internet, la telefonía móvil y las redes satelitales, han facilitado el manejo y la transmisión de grandes cantidades de información en tiempo simultáneo, propiciando así la difusión de las innovaciones, pues permiten crear, modificar, almacenar, procesar, transmitir, proteger y recuperar grandes cantidades de información de manera inmediata. En las últimas décadas las TIC se han considerado promotoras de la llamada sociedad de la información, y de forma apresurada se ha pensado que a partir de ellas estamos transitando hacia una sociedad del conocimiento por el hecho de usarlas e implementarlas en las tareas cotidianas. (López *et al.*, 2018, p.119)

De lo anteriormente expuesto, no está exento el sistema educativo, pues por ejemplo el avance y, sobre todo, la implementación de las TIC trae consigo retos para dicho sistema (Vera y Moreno, 2021). A nivel local, en Chile “en los últimos años se ha incrementado considerablemente el uso de

TIC en educación, ateniendo a los cambios propiciados por la introducción de nuevas tecnologías a los procesos de enseñanza y aprendizaje” (Jaramillo y Chávez, 2015, p.221).

Si bien existen datos que afirman que, por ejemplo, a nivel local aún existe una gran cantidad de personas que no cuentan con acceso a internet, como lo es la IX Encuesta de Acceso y Usos de Internet (2019) de la Subsecretaría de Telecomunicaciones de Chile, que señala que alrededor de un 13% no cuenta con acceso a internet, según Díaz *et al.* (2018), actualmente existe una democratización en el acceso a las TIC, y principalmente internet, lo que permite que mayor cantidad de personas puedan acceder a distintos sitios, obteniendo y compartiendo información acerca del tema que ellos deseen.

Lo anterior, podemos ajustarlo perfectamente al sistema educativo. En esa línea, es que las TIC apoyan la creación, procesamiento y transmisión de información de manera mucho más rápida y fácil, utilizando los espacios virtuales existentes con un fin educativo o bien creando nuevos (Vera y Moreno, 2021). Estos espacios o ambientes de aprendizajes generados o adaptados a partir del avance de la tecnología y las TIC, no son nuevos ni nacen a raíz de la pandemia del COVID-19 (Vera y Moreno, 2021). Sin

embargo, el mismo autor señala que a raíz de ella se aceleró la creación o adaptación de estos, llegando a formar parte del diario vivir de las personas y, particularmente, de los estudiantes.

A raíz de lo anterior, es necesario destacar que el ambiente más utilizado en este contexto, tanto por docentes como por estudiantes, es *YouTube* (Romero *et al.*, 2017), que según Statista (2023), alcanzaba en enero de 2023, en general, más de 2.500 millones de usuarios activos. Ahora bien, Vera y Moreno (2021), señalan que

En el contexto educativo se ha estudiado la implementación de esta plataforma en los procesos de enseñanza y aprendizaje, demostrando que mejora los resultados académicos de los estudiantes debido a sus características, posibilidades de uso, así como las ventajas y beneficios que ofrece estudiantes y docentes. (p.4)

A lo anterior, se le suman las afirmaciones de Romero *et al.* (2017), donde diversos estudios “indicaron que *YouTube* podría desempeñar papeles importantes para facilitar una plataforma de aprendizaje autodirigido” (pp.518-519).

Es más, pues esta plataforma no sólo se ha utilizado para fines de educación formal, dado que “cada vez hay más estudiantes que utilizan los videos como un espacio de formación informal, ya que no sólo acuden a ellos para buscar contenido con el que formarse sino para intercambiar valores más

propios de las redes sociales” (Romero *et al.*, 2017, p.518). El mismo autor señala que aquel impacto social se evidencia en que existen docentes cuya figura es mundialmente reconocida, lo que se traduce en los que conocemos como *Youtubers* o *influencers*, quienes cuentan, en varios casos, con millones de suscriptores en sus respectivos canales.

Ahora bien, como se mencionó con anterioridad, existen diversas herramientas y personajes que ayudan en el proceso formativo de manera virtual. Sin embargo, aquello no significa que los estudiantes no tengan dificultades al aprender en estos entornos virtuales, en las diversas asignaturas. Lo anterior se ve respaldado por la publicación de una noticia por parte de Televisión Nacional de Chile (TVN) mediante su subdivisión 24horas (2020), donde señala que Matemáticas corresponde a la asignatura más difícil de aprender de forma virtual por parte del alumnado, en base a una encuesta realizada a 30 mil alumnos de diferentes cursos. Aragundi y Vélez (2022) señalan de igual manera que en este contexto “ha resultado muy complejo enseñar en algunas disciplinas que necesitan forzosamente la teoría y práctica, como es el caso de la materia de matemáticas” (p.5).

El uso de softwares matemáticos, en combinación con entornos virtuales de aprendizaje, arrastra consigo esta especie de clases en forma de

tutoriales (Díaz *et al.*, 2018), sobre todo en la plataforma *YouTube*. Ahora bien, este acceso libre a adquirir y compartir información de carácter educativo genera una preocupación respecto a la calidad de dichos videos (Romero *et al.*, 2017), y con mayor razón en una asignatura como matemáticas, en donde su transmisión depende en muchos casos de la visión que tenga quien enseña esta ciencia. Lo anterior se ve respaldado por Godino *et al.* (2003), quien propone que, si el docente considera que los objetos matemáticos tienen una existencia en sí, sólo será necesario que el estudiante entienda aquella existencia a través de descripciones de este objeto. Sin embargo, si el docente considera que las matemáticas son una construcción por parte del ser humano, es probable que su enfoque sea más constructivista.

Puga *et al.* (2016) señala que, para lograr una transmisión correcta del conocimiento, se hace necesario un nivel óptimo de comunicación, especialmente con la matemática, la que cuenta con su propio lenguaje. Es por ello por lo que, según lo citado anteriormente, independiente del enfoque que el docente le dé a su enseñanza, se hace necesario una buena comunicación a nivel matemático. Es más, pues “la relación del aprendizaje, el conocimiento y el lenguaje resulta fundamental para el acto educativo, y los grados de conciencia que adquieran los docentes sobre esta problemática

serán decisivos en los resultados de su quehacer educativo” (Puga *et al.*, 2016, p.217). En esa línea y en base a lo anterior, podemos afirmar que, independiente del tipo de lenguaje utilizado, este debe sentar sus bases en la matemática formal para asegurar una transmisión correcta del conocimiento.

Ahora, si de matemática hablamos, Márquez (2019) afirma que el álgebra dentro de la disciplina tiene un papel fundamental, debido a que logra, entre otras cosas, estimular la imaginación a través su propio lenguaje y las ideas que este engloba. Es más, pues escudriñando en el eje antes mencionado, encontramos un objeto matemático que, para diversos autores, es el más importante en la rama: la función. La aserción anterior encuentra respaldo en las palabras de Farfán y García (2005), quienes citando a Ruiz (1998), resaltan que la función es un objeto muy elaborado que ha sido consecuencia de un trabajo de más de dos mil años. A su vez, afirman que la función “es un terreno sobre el cuál se ha fincado toda la matemática moderna” (p.489).

Finalmente, en relación a lo inmediatamente anterior, es pertinente destacar que la importancia del objeto matemático en cuestión se ve reflejada en su enseñanza, la que tiene su base en los diversos documentos curriculares que rigen el sistema educativo actual, donde se espera que, durante el ciclo

de formación que abarca las funciones, los estudiantes puedan, por ejemplo, utilizarla para modelar y resolver problemas que engloben diferentes aspectos de la cotidianidad (Ministerio de Educación, 2023).

1.2. Pregunta de investigación

A raíz de los antecedentes planteados con anterioridad, se genera la siguiente interrogante:

- ¿Cuál es la calidad de lo expuesto por los creadores de contenido en la plataforma *YouTube*, en la unidad temática de funciones, en base a lo planteado por el curriculum nacional y la matemática formal?

1.3. Justificación

Desde la pandemia hasta la actualidad, quedó en evidencia una creciente dependencia de los estudiantes en plataformas digitales para complementar su formación matemática. La dependencia anterior se da, particular y mayormente, con la plataforma *YouTube*. Dicha situación ha resaltado la necesidad imperante de evaluar la calidad de los contenidos

disponibles en la plataforma, pues la vastedad y diversidad de recursos en *YouTube* introducen una variabilidad significativa en la calidad de la enseñanza, lo que puede tener repercusiones directas en el aprendizaje de los cientos de miles de estudiantes que recurren a ella cada año. Es más, pues como exhibe Chilevisión (2020), un canal de *YouTube* debió ser cerrado por su creador en el año 2020, dado que sus videos no cumplían con los estándares matemáticos mínimos, tal como lo señaló el, en aquel entonces, Decano de la Facultad de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Ahora bien, es esencial destacar que la variabilidad mencionada no se limita sólo a la forma en que se presentan los conceptos, sino también a la precisión y al alineamiento con los estándares educativos establecidos actualmente.

Al considerar específicamente la unidad temática de funciones, que ha demostrado ser un área imprescindible en el estudio de la matemática, es que la falta de una guía estructurada puede contribuir a la confusión y a la creación de lagunas en la concepción y comprensión de los conceptos que comprenden la unidad. La investigación se propone abordar esta preocupación, destacando la necesidad de evaluar y comparar los contenidos

de los principales canales de *YouTube* con los estándares establecidos por el curriculum nacional y la matemática formal.

El impacto social y educativo de esta investigación no debe subestimarse. Al comparar y explicar los contenidos que se presentan en *YouTube* con los estándares educativos formales, se abre la puerta a la discusión de mejoras significativas de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática de forma virtual. Esta investigación no solo beneficia a los estudiantes al proporcionar una guía para el aprendizaje de funciones, sino que también ofrece valiosos aportes a los profesores, quienes pueden utilizar los resultados para orientar a sus estudiantes hacia materiales más efectivos. Además, el sistema educativo se ve fortalecido al contar con una herramienta que ayuda a identificar las deficiencias en la enseñanza de funciones de forma virtual, contribuyendo así a un aprendizaje más sólido y a un desarrollo académico más equitativo.

Finalmente, esta investigación crea un faro que ilumina el camino hacia una formación matemática más efectiva y accesible para todos los estudiantes, donde al mismo tiempo ofrece a los docentes y al sistema educativo una primera línea alternativa para potenciar el aprendizaje de

funciones en una era en la que la información fluye libremente en las plataformas digitales.

CAPÍTULO 2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. Objetivo general

Evaluar los contenidos disponibles en los principales canales de *YouTube*, de habla hispana, dedicados a la enseñanza de la matemática, en la unidad temática de funciones, en base a lo planteado por el curriculum nacional y la matemática formal.

2.2. Objetivos específicos

- Comparar los contenidos disponibles en los principales canales de *YouTube*, de habla hispana, dedicados a la enseñanza de la matemática, en la unidad temática de funciones, con los contenidos propuestos por el curriculum nacional.

- Explicar el nivel de concordancia de lo expuesto en los principales canales de *YouTube*, de habla hispana, dedicados a la enseñanza de la matemática, en la unidad temática de funciones, con los contenidos propuestos por el curriculum nacional.
- Comparar los contenidos disponibles en los principales canales de *YouTube*, de habla hispana, dedicados a la enseñanza de la matemática, en la unidad temática de funciones, con los contenidos propuestos por la matemática formal.
- Explicar el nivel de concordancia de lo expuesto en los principales canales de *YouTube*, de habla hispana, dedicados a la enseñanza de la matemática, en la unidad temática de funciones, con los contenidos propuestos por la matemática formal.

CAPÍTULO 3. MARCO REFERENCIAL

3.1. Matemática formal

Al trabajar en matemáticas, es común pensar que aquella tarea sólo debe sentar sus bases en las propiedades fundamentales y rigurosamente definidas dentro de la disciplina. Y es que, aunque así ocurra una gran cantidad de veces, merece la pena destacar que existen autores que realizan una distinción entre dos tipos de matemática: formal e informal. Sin embargo, es necesario destacar que cuando hablemos de matemática formal o informal, nos estaremos refiriendo en realidad al conocimiento matemático formal o informal, según sea el caso.

En esa línea, Nunes *et al.* (1985) afirma que diversos grupos de personas resuelven ciertos problemas matemáticos de una forma alejada a lo que se enseña en los establecimientos educacionales, lo que evidencia la existencia de procedimientos informales para realizar, por ejemplo, cálculos matemáticos. El mismo autor señala que, incluso, estas técnicas informales

suelen ser sumamente eficaces. En esa línea, Vásquez (2016) citando a Saíenz y Argos (2005) y a Camacho (2012), define la matemática informal como aquella que se construye mediante métodos informales, a través de la exploración e interacción con mundo social y natural.

Ahora bien, por otro lado y siendo de especial interés para esta investigación, Vásquez (2016) citando a Reverand (2004) y Kaplan *et al.* (1996) señala que la matemática formal se caracteriza por

estar constituida por símbolos, conceptos, reglas y algoritmos que permiten abordar la solución de problemas y realizar tareas de matemáticas en el contexto escolar (...) altamente organizado, codificado y escrito desarrollado a lo largo de los siglos y usualmente transmitido a través de un proceso de educación sistemática. (p.40)

De ese modo, para el desarrollo de esta investigación, entenderemos la matemática formal como aquella que se encuentra disponible, particularmente, en libros de matemática que contextualizan, definen y profundizan en conceptos y/u objetos matemáticos de manera rigurosa, apegándose a lo declarado por Reverand (2004) y Kaplan *et al.* (1996), citados por Vásquez (2016).

3.2. Funciones: conceptos y tipos

Diversos son los autores que se pronuncian respecto a los conceptos matemáticos y su relevancia dentro de la disciplina. Un punto de confluencia para dichas declaraciones es la importancia de concepto de función. Spivak (1978) señala que el concepto de mayor relevancia en toda la matemática es, sin lugar a dudas, el de función, el que adquiere protagonismo en casi todas las ramas de la matemática moderna, siendo el principal objeto de estudio. Farfán y García (2005) señalan que para la función

Su fragua ha sido el tiempo, y los fraguadores, los actores temporales que lo han moldeado (...) hasta llegar a formar un objeto matemático imprescindible, de belleza única, de mucha sustancia concentrada en definiciones estáticas, que ocultan en sí mismas un impetuoso dinamismo. (p.510)

Es por lo anterior que, exhibida la notabilidad del concepto, es prudente realizar un breve recorrido histórico del objeto en cuestión, dando paso a las definiciones formales que guían esta investigación.

3.2.1. Breve recorrido histórico

Es imperativo, al mirar históricamente la matemática, hablar de dos culturas que en la antigüedad destacaron debido a sus impactantes logros en esta ciencia: Griegos y Babilonios (Farfán y García, 2005). El mismo autor señala que estas culturas lograron usar, intuitiva y primitivamente, el concepto de función: por ejemplo, los babilonios buscaban regularidades mediante la observación de fenómenos naturales, las que tabulaban para posteriormente intentar generalizar. Por otro lado, Ugalde (2013) menciona que la dependencia entre cantidades es la noción más rudimentaria de función, la que se puede ver ejemplificada nuevamente en los babilonios, quienes en el 2000 a.C. realizaron tabulaciones que entregaban los cuadrados de los números del 1 al 59 y los cubos del 1 al 32.

Sin embargo, y a diferencia de los babilonios, los griegos consideraban que temas como el cambio y el movimiento como algo externo a la matemática (Farfán y García, 2005), lo que los llevaba a hablar en términos de incógnitas en vez de variables, lo que según el mismo autor citando a Ruiz

(1998), conducía a las proporciones y ecuaciones, en vez de las funciones, disociando así el pensamiento entre número y magnitud.

En la edad media, y debido a la disociación antes mencionada, se generó una confrontación por intentar explicar, de forma cuantitativa y a través de procesos de abstracción, fenómenos naturales (Farfán y García, 2005). El mismo autor señala que dicha confrontación terminó por dar sustento a la modelización matemática a partir de resultados experimentales. En esa línea es que Farfán y García (2005) citando a René de Cotret (1985) afirma que, al fundir las dos concepciones disociadas, es cómo se van a poner las bases de la noción de función.

Ya en el siglo XVII, gracias al trabajo de principalmente Descartes, nace la geometría analítica al lograr fusionar los conceptos de número y magnitud, de tal modo que en este siglo es cuando por primera vez se plantea claramente la idea de que una ecuación es un medio para introducir la dependencia entre cantidades (Farfán y García, 2005).

Para el siglo XVIII y con una revolución matemática en marcha, Farfán y García (2005) menciona que Euler introdujo la notación $f(x)$ para “designar la característica de función” (p.491).

Durante los siguientes siglos, en innegable la cantidad de personajes que fueron trabajando y puliendo el concepto de función, sin omitir en aquel proceso todas las complicaciones teóricas e ideológicas que dicho trabajo conllevó. En el siglo XX fue cuando definitivamente se usó y exploró minuciosamente el concepto (Farfán y García, 2005) y cuando la función alcanzó su definición mundialmente aceptada y utilizada a día de hoy (Ugalde, 2013).

3.2.2. Concepto de función

Para Swokowski y Cole (2009) la definición de función tiene su base en la noción de correspondencia. Dicha noción se ve respaldada por Zill y Dewar (2012), quienes aluden a la presencia de la correspondencia de una forma permanente en la vida cotidiana, ejemplificando como que a cada automóvil le corresponde un número de patente, o que a cada libro le corresponde, al menos, un autor.

Para Zill y Dewar (2012) la correspondencia adquiere un valor especial cuando se trata de una que es unívoca entre valores, lo que da paso a la definición de función por parte del mismo autor: “Una función de un conjunto

X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y ” (p.201).

Swokowski y Cole (2009) comparten la definición anterior, pero a la vez entregan lo que denominan una definición alternativa para el concepto en cuestión: “Una función con dominio D es un conjunto W de pares ordenados tales que, para cada x en D , hay exactamente un par ordenado (x, y) en W que tiene a x en la primera posición” (p.188).

Es importante destacar que una función se acostumbra a representar por una letra, tal como f o g , lo que conlleva a poder representar una función f de un conjunto X a un conjunto Y como $f: X \rightarrow Y$ (Zill & Dewar, 2012). El mismo autor señala que X es el dominio de f . Además, denota como $f(x)$ (léase como “f de equis”) al valor de la función en x , también llamado imagen de x . En esa línea, define el rango de f como el subconjunto R de Y formado por todos los posibles valores $f(x)$ para x en X , destacando que pueden existir elementos en Y que no estén en R . Notar que el conjunto Y no recibe un nombre en particular, pero podemos deducir que se trata del codominio de f .

Para definir el dominio es necesario aclarar que, de aquí en adelante y atendiendo a nuestro estudio, se trabajará con funciones reales, es decir, cuyo

dominio y rango sean un subconjunto de $\mathbb{R}$. De esa manera, es que el dominio de una función f “es el mayor subconjunto de números reales para los que $f(x)$ es un número real” (Zill y Dewar, 2012, p.201).

3.2.3. Gráfica de una función

González *et al.* (2020) afirma que las gráficas de funciones son una pieza clave en el estudio de estas para lograr comprender el objeto matemático en sí. Tanto Swokowski y Cole (2009) como Zill y Dewar (2012), señalan que la gráfica de una función es la gráfica de la ecuación $y = f(x)$, donde x pertenece al dominio de f . Ahora bien, el primer autor antes mencionado, explica que “si $P(a, b)$ es un punto en la gráfica, entonces la coordenada b de y es el valor $f(a)$ de la función” (p.181), mientras que el segundo otorga una mirada más detallada al respecto, señalando que

la gráfica de una función f es la gráfica del conjunto de pares ordenados $(x, f(x))$, donde x está en el dominio de f . En el plano xy , un par ordenado $(x, f(x))$ es un punto, y entonces la gráfica de una ecuación es un conjunto de puntos. Si una función está definida por una ecuación $y = f(x)$, entonces la gráfica de f es la gráfica de la ecuación. Para obtener puntos de la gráfica de la ecuación $y = f(x)$ se escogen números adecuados $x_1, x_2, x_3 \dots$ en su dominio, se calculan $f(x_1), f(x_2), f(x_3) \dots$, se grafican los puntos correspondientes

$(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3)) \dots$ y a continuación se unen esos puntos con una curva. (p.202)

En la misma línea, se define una método para verificar si una gráfica en el plano xy corresponde a la de una función. Dicho método afirma que si al trazar cualesquier recta paralela al eje y , esta corta en cuando mucho un punto a la gráfica, entonces dicha gráfica corresponde a la de una función (Zill & Dewar, 2012).

3.2.4. Tipos de funciones

Para efectos de esta investigación, entenderemos en este apartado como tipos de funciones a la función biunívoca e inversa.

3.2.4.1. Función biunívoca o uno a uno

Swokowski y Cole (2009) señala que una función f con dominio X e imagen R es biunívoca (o uno a uno) si se satisface cualquiera de las condiciones equivalentes siguientes:

a) Si $a \neq b$ en X , entonces $f(a) \neq f(b)$ en R .

b) Si $f(a) = f(b)$ en R , entonces $a = b$ en X .

Es importante recalcar que la definición dada por Swokowski y Cole refiere a R como el conjunto imagen, pero sin definir previamente dicho concepto, por lo que para efectos prácticos y subentendiendo la definición, el conjunto imagen de una función f será simplemente el rango de f . De ese modo, que f sea biunívoca quiere decir que cualquier par de elementos en el dominio, si son distintos, generarán imágenes distintas, o bien, si al considerar dos imágenes iguales en el rango de f , estas provienen del mismo elemento de X .

Lo anterior se puede observar en el plano cuando al trazar una recta horizontal sobre la gráfica de f , si esta interseca a la gráfica en a lo más un punto, entonces f es biunívoca (Swokowski & Cole, 2009).

Ahora bien, es importante destacar que la definición anterior es muy similar a la definición de función inyectiva. Sin embargo, esta última no considera, en general, al rango de una función f , por lo que se hace necesario definir la función sobreyectiva y biyectiva para poner en tabla la función inversa. La función biunívoca, en cambio, al trabajar con una función $f: X \rightarrow R$, con R el rango, evita introducir la sobreyectividad y biyectividad, sintetizando todo en una definición.

3.2.4.2. Función inversa

Swokowski y Cole (2009) plantea que para una función biunívoca f , con dominio X y rango R , g es su función inversa siempre que la condición que se muestra a continuación sea verdadera para todo x en X e y en R :

$$f(x) = y \leftrightarrow g(y) = x$$

Donde $Dom\ g = Ran\ f$ y $Ran\ g = Dom\ f$.

El mismo autor propone, mediante la composición de funciones (tema no tratado en esta investigación), un teorema para saber si g es la inversa de f . En efecto, g es la inversa de f si las dos condiciones siguientes son verdaderas:

- 1) $g(f(x)) = x$, para toda $x \in X$; y
- 2) $f(g(y)) = y$, para toda $y \in R$.

Swokowski y Cole (2009) también señalan que la inversa de una función f suele denotarse por f^{-1} , aclarando que la notación no debe confundirse con una potencia de exponente -1 .

3.2.5. Tipos de funciones reales

3.2.5.1. Función lineal

Tanto Zill y Dewar (2012) como Swokowski y Cole (2009) definen la función lineal como aquella que tiene la forma $f(x) = ax + b$, donde a, b son constantes reales. Tanto su dominio como su rango es $\mathbb{R}$, aunque este último siempre y cuando $a \neq 0$ (Swokowski & Cole, 2009).

En cuanto a la gráfica, la de una función lineal corresponde a la de la ecuación $y = ax + b$, que representa una recta en el plano con pendiente a y cruce b por el eje vertical (Swokowski & cole, 2009).

3.2.5.2. Función cuadrática

La función cuadrática es aquella que tiene la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a es un número real distinto de 0, y b y c son constantes reales (Zill & Dewar, 2012). Ahora bien, cuando además de lo anterior $b \neq 0$, se puede completar el cuadrado y expresar una función cuadrática de la forma

$f(x) = a(x - h)^2 + k$ para algunos números reales h y k (Swokowski & Cole, 2009). La forma expresada por Swokowski y Cole es común verla en diferentes textos de estudio como la forma canónica de la función cuadrática.

Al hablar de la representación gráfica de una función cuadrática, Swokowski y Cole (2009) afirman que es una parábola que tiene vértice en (h, k) y eje vertical. Además, el mismo autor señala que, si $a > 0$, la parábola abre hacia arriba y el vértice es el punto más bajo en ella, teniendo f un valor mínimo en $f(h) = k$. Por otro lado, si $a < 0$, la gráfica abre hacia abajo y (h, k) es el punto más alto en la parábola, teniendo f un valor máximo en $f(h) = k$.

Siguiendo la idea anterior, cuando se trabaja con la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ de una función cuadrática, Swokowski y Cole (2009) señalan que el vértice tiene coordenada x igual a $-\frac{b}{2a}$, y coordenada y igual a $f(-\frac{b}{2a})$. De ese modo, podemos representar el vértice como el par ordenado $V(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$.

3.3. Enseñanza y aprendizaje de las funciones

Es innegable que la enseñanza del álgebra y las funciones es de suma importancia en la educación matemática y tiene un impacto significativo en la formación académica de los estudiantes. Serres (2011) citando a MacGregor (2004), señala que gran parte de la comunidad de investigadores en educación matemática considera que el álgebra y las funciones es una parte necesaria del conocimiento general de miembros de una sociedad democrática y educada que promueve la actividad intelectual de generalización, así como el pensamiento organizado y el razonamiento deductivo. En esa línea, es pertinente destacar estas habilidades matemáticas fundamentales, pues Kieran (1992) citado por la Secretaría de Educación Pública (2022) establece que los estudiantes generalmente recurren a la memorización de reglas y procedimientos para satisfacer su falta de comprensión, llegando a la noción de que ese proceso es la esencia de esta área. Por ende, el fomentar el pensamiento lógico y abstracto en las funciones es algo fundamental en el tema.

En cuanto a su aprendizaje se refiere, según Castro 2012

El concepto de función es difícil de entender para muchos estudiantes y la notación formal $f(x)$ que condensa una gran cantidad de

información, de manera muy eficiente, tiene poco significado incluso para algunos estudiantes avanzados. La falta de significado puede ser debida a que la definición de función apoyada en la teoría de conjuntos, muy utilizada en la enseñanza, no expresa la riqueza del concepto de función en toda su extensión (p.86).

Es por ello por lo que, a nivel curricular, se debe tratar de no reducir el estudio de funciones al estudio de los modelos elementales olvidando otros aspectos como la adquisición del propio concepto de función y sus características generales (Azcárate, 1990), por lo que el aprender funciones es un paso importante y complejo en matemáticas, por lo que aprovechar todos los recursos disponibles brinda una ventaja significativa en el proceso de aprendizaje.

3.3.1. Enseñanza y aprendizaje de las funciones en Chile

En Chile las funciones se enseñan a lo largo de varios años, abordando diferentes aspectos y niveles de complejidad en cada etapa educativa. En el sitio web del Ministerio de Educación, "Currículum Nacional", se puede observar que el eje temático de Álgebra y Funciones se aborda desde séptimo básico hasta segundo año medio, siendo relevante señalar que la comprensión del concepto de función se inicia a partir de octavo básico,

abordando análisis de tablas, empleo de metáforas de máquinas y la presentación de la definición formal de función. Así, este proceso se desarrolla abordando más conceptos y definiciones que engloban a la unidad temática de funciones, hasta llegar a segundo medio, donde se cubren conceptos avanzados como la función cuadrática y la función inversa, de tal modo que los estudiantes los dominen al finalizar el nivel educativo mencionado. Todo lo anterior tiene su base tangible en los documentos curriculares elaborados por el Ministerio de Educación, como lo son los programas de estudios y textos educativos, los cuales son una herramienta útil para el proceso de enseñanza y aprendizaje (Uribe, 2014).

3.3.1.1. Programa de estudio

Según el Consejo Nacional de Educación (CNED), los programas de estudios sirven para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar, proporcionando a los docentes un ordenamiento de los Objetivos de Aprendizaje (OA) establecidos en las Bases Curriculares. Esta estructura busca guiar el proceso educativo y asegurar la coherencia en la enseñanza. Ahora bien, en consecuencia y como respuesta a la pandemia SARS-COV-

2, el Ministerio de Educación elaboró e implementó una priorización curricular, la que se compone, principalmente, de objetivos priorizados. Lo anterior, con el fin de abordar las necesidades de todos los establecimientos educacionales del país a raíz de la crisis sanitaria. Estos objetivos se diseñaron con la intención de ofrecer una respuesta segura, flexible y equitativa, adaptándose de manera adecuada a los desafíos emergentes. Esta iniciativa refleja el compromiso de garantizar un proceso educativo robusto y adaptado a las circunstancias actuales (Ministerio de Educación, 2020).

En lo que respecta a la unidad temática de funciones, la priorización curricular aborda los objetivos presentados en la tabla 1.

OA	Nivel	
OA07	8°	Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal: • Utilizando tablas. • Usando metáforas de máquinas. • Estableciendo reglas entre x e y. • Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn), de manera manual y/o con software educativo.
OA10	8°	Mostrar que comprenden la función afín: • Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal. • Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano. • Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo. • Relacionándola con el interés simple. • Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

OA03	2°	Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$): • Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas. • Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo. • Determinando puntos especiales de su gráfica. • Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.
OA05	2°	Mostrar que comprenden la inversa de una función: • Utilizando la metáfora de una máquina. • Representándola por medio de tablas y gráficos, de manera manual y/o con software educativo. • Utilizando la reflexión de la función representada en el gráfico en un plano cartesiano. • Calculando las inversas en casos de funciones lineales y cuadráticas.

Tabla 1. Objetivos del área de funciones

Lo que respecta a funciones, los programas de estudios (2016) de séptimo básico a segundo año medio espera que los estudiantes

Puedan utilizar las metáforas para interiorizarse en el concepto de función y cómo estas permitirán manipular modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos (...) Que comprendan las funciones lineales, las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas a partir de ellas. (pp.41-42)

Lo anterior, da hincapié fundamentalmente al desarrollo de habilidades, principalmente a las de resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. Además, como se puede observar en la tabla 1, los estudiantes deben comprender las funciones lineales, las

funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones y con ello, las y los estudiantes deben comprender la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece (Ministerio de Educación, 2016).

Por otra parte, el uso de las tecnologías de la información y la comunicación destaca fuertemente en el programa de estudio. Según el Ministerio de Educación (2016), la implementación de las tecnologías sirve como “un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados” (p.38). En esa línea, es posible observar que el Programa de estudio suele utilizar *YouTube* como un recurso tecnológico complementario.

3.3.1.2. Texto escolar

Un Texto escolar está al alcance del estudiante, ya que presenta los conceptos y contenidos de forma clara, organizada y comprensible para la edad y nivel educativo correspondiente, donde además debe utilizar un lenguaje adecuado y proporcionando explicaciones paso a paso que faciliten

la comprensión (Olivera, 2016). La evidencia indica que el texto escolar es uno de los recursos educativos de mayor impacto para mejorar la calidad de los aprendizajes en las y los estudiantes. Por ese motivo, el Estado los pone a disposición de todos los establecimientos subvencionados por el mismo. En este punto es necesario destacar que, actualmente, los libros de texto abordan los contenidos que proponen objetivos priorizados (Ministerio de Educación, 2023). Además, un texto escolar debe incluir ejemplos prácticos, ilustraciones, gráficos y ejercicios relevantes que ayuden a reforzar los conceptos presentados (Olivera, 2016), ya que particularmente en la unidad temática de funciones el texto escolar tiene en cuenta la profundidad adecuada en el tratamiento de los contenidos, de tal forma que se entreguen todos los conocimientos necesarios y no se trate simplemente de un resumen, ya que esto podría dificultar el análisis por parte del estudiante (Ásgeirsdóttir, 2007).

Ajagán y Turra (2009), indican que el texto escolar funciona como herramienta didáctica en la situación pedagógica: informa, transmite conocimientos, reproduce normas y presenta explicaciones. En ese sentido, el texto del estudiante responde al concepto de función de una forma más intuitiva, con ejemplos contextualizados y haciendo relaciones con tal que el

estudiante pueda entender de mejor manera el concepto. Desde este punto de vista, en los procesos de enseñanza y aprendizaje los textos escolares son una ayuda tanto para estudiantes como para docentes (Ministerio de Educación, 2021). En la misma línea, la Guía didáctica del docente (2021) señala que en la aplicación del texto escolar, en torno a funciones, debe haber un pensamiento matemático detrás del aprendizaje. Además, espera que el estudiante

Defina variable dependiente e independiente, utilizando la tabla (...)
Relacione el concepto de función con el de una máquina en la que se ingresan valores, esta los opera matemáticamente y libera otros. Proponga a sus estudiantes que ellos creen nuevas operaciones para la máquina, luego llévelos a representar esto algebraicamente, con ayuda de una tabla de valores.

Lo cual engloba el uso de ilustraciones, gráficos y ejercicios relevantes que ayuden a reforzar los conceptos mencionado por Olivera (2016), de tal modo que el estudiante pueda llegar al concepto de función apoyándose en la información dada por el texto del estudiante (Ministerio Educación, 2019). Por último, el uso de videotutoriales de matemáticas disponibles en la plataforma de *YouTube* como recursos de la educación, se sitúan en ocasiones al mismo nivel que los libros de texto y se integran, funcionalmente, a la clase de matemáticas (Santos, 2018), como se muestra en la ilustración 1.

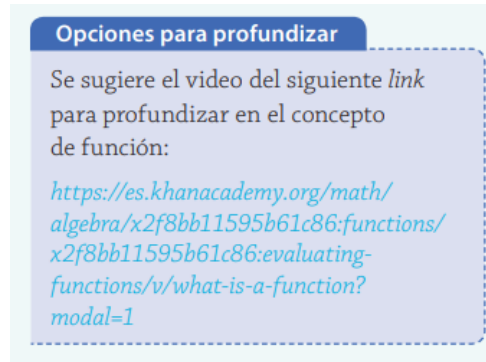


Ilustración 1. Uso de videotutoriales

3.4. Funciones y ambientes virtuales de aprendizaje

3.4.1. Análisis de las TIC

3.4.1.1. TIC en el siglo XX

Es sabido que la relevancia de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) es tal que se podría comparar con la invención de la imprenta en el siglo XV (Jacovkis, 2011). Para esta investigación, utilizaremos el concepto de TIC propuesto por Jaramillo y Chávez (2015) que nos dicen que “todas aquellas tecnologías o recursos digitales, ...,

utilizadas con el propósito de comunicar, crear, diseminar, guardar y gestionar información en situaciones de enseñanza y aprendizaje” (p.222).

La divulgación y adquisición de información se ve propiciada por tres sucesos relevantes: el lanzamiento de satélites, la comercialización de computadores y la implementación la internet (Calandra y Araya, 2009). El primer hecho contempla los satélites: se sabe que el primer lanzamiento fue en 1957 y desde ese entonces la cantidad ha aumentado de manera considerable llegando a 10.928, según cifras de Meteored (Celdrán, 2023). Respecto a los computadores, debemos considerar como el gran punto de inflexión la creación de la primera computadora de carácter comercial, la Apple 1 de Steve Jobs y Steve Wozniak, en 1976 (Calandra y Araya 2009).

El tercer suceso de esta lista abarca la implementación de la internet, el que según Calandra y Araya (2009) se puede separar a su vez en tres hechos relevantes en su conjunto. El primero corresponde a la creación de redes, las que Calandra y Araya definen como un conjunto de computadoras unidas por cables o señales con la capacidad de compartir información, recursos y servicios. El segundo corresponde la creación del internet en sí, el que es un conjunto de redes descentralizado donde mediante una familia de protocolos

específicas permiten una comunicación global (Calandra y Araya, 2009), donde se destaca ARPANET como la primera internet. En el tercer lugar de esta subcategoría se encuentra la World Wide Web (o WWW) que viene a ocupar el puesto de la red global mundial, y que fue creada en 1989 por el inglés Tim Berners Lee y el belga Robert Cailliau (Calandra y Araya, 2009). La WWW corresponde al espacio donde las personas pueden navegar por internet, visualizando la enorme cantidad de páginas disponibles (Calandra y Araya, 2009).

Debemos aclarar que, en este estudio, nos centraremos en la web 2.0, que se ocupa en el usuario final (Calandra y Araya, 2009), y en donde podemos encontrar sitios como Facebook, Twitter y *YouTube*, siendo este último de especial atención para los investigadores.

3.4.1.2. Internet en Chile en la actualidad

Es de público conocimiento que el 11 de marzo de 2020 es declarada la pandemia debido al COVID-19 (Romero, Tejada y Núñez, 2020), en donde

la educación sufrió los efectos de esta, pues la pandemia “obligó a las instituciones de educación a una transformación digital súbita y sin precedentes por la necesidad de implementar enseñanza remota de emergencia” (Romero, Tejada y Núñez, 2020, p.100). Además hay que añadir que, Kemp (2023) afirma que actualmente 17.69 millones de personas disfrutan de conexión a internet en Chile, lo que representa el 90.2 % de la población nacional. Además, se debe agregar que según los mismos estudios realizados por parte de Kemp y We Are Social (2023), Chile tuvo un incremento de un 4,4% en los usuarios de internet. El mismo estudio entrega dos datos de relevancia: el primero afirma que un 72,3% de los chilenos utiliza internet para saber cómo se realizan las cosas; y el segundo alude a que los dispositivos que más se utilizan para acceder a internet son los teléfonos móviles, con un 95.4% del total (Kemp, 2023).

3.4.1.3. Datos y cifras de *YouTube*

Como se mencionó anteriormente, *YouTube* es de especial atención para los investigadores, pues es una parte activa de la misma. Al centrarse en los números de la plataforma *YouTube*, los datos afirman que es la segunda

página más buscada, solamente por detrás de Google (Osman, 2023). Además, se suben más de 500 horas de video por minuto y se ven más de un billón de horas al día (Osman, 2023). Esta popularidad se ve reflejada también en los videos académicos de *YouTube*, los que se han transformado en un complemento importante a las clases presenciales, pues permiten profundizar y aprender de formas diferentes (Tapia, Sánchez y Vidal, 2020).

A raíz de lo anterior, dentro de la plataforma es posible encontrar una gran cantidad de creadores de contenido relacionados con la enseñanza de la matemática, desde algunos que iniciaron su proceso de divulgación apenas un año después de la creación de *YouTube* (canal *lasmaticas.es*, cuya creación fue en 2006) y algunos que recién inician su camino. Del mismo modo, existen creadores relacionados con la matemática que cuentan con millones de suscriptores, como es el caso del canal Profe Alex y Daniel Carreón, que cuentan con 8,26 y 6,83 millones de suscriptores, respectivamente. Además, hay creadores que reciben millones de visitas al año, como lo es el canal de Matemóvil o Math2me, con 25 y 38 millones de visitas, aproximadamente. Cabe destacar que los datos anteriormente

expuestos fueron extraídos, por los investigadores, de la plataforma de *YouTube* en octubre de 2023.

3.4.2. Ambientes virtuales de aprendizaje

En primer lugar, es importante señalar nuevamente que la pandemia de COVID-19 ha generado un aumento en la utilización de estos ambientes por parte de los estudiantes para complementar su enseñanza. Lo anterior, se ve respaldado por Tisocco (2021), quien afirma que "el impacto de las TIC en la educación ha posibilitado la utilización de ambientes virtuales de aprendizaje (AVA), los cuales han adquirido vital importancia en el contexto de la pandemia de COVID-19 del 2020" (p.7).

Diversos autores, como Zurita, et al (2020) y Pillín (2013), identifican tres principales AVA: e-learning (aprendizaje electrónico), b-learning (aprendizaje combinado) y m-learning (aprendizaje móvil).

Considerando especialmente el e-learning, Zurita *et al.* (2020) menciona que este tipo de instrucción aumenta la responsabilidad y

autonomía del estudiante durante su autoaprendizaje. Complementando lo anterior, Castro (2022) citando a Martínez *et al.* (2017), señala que estos ambientes

en su interior poseen “un conjunto de factores internos, externos y psicosociales que favorecen o dificultan la interacción... “sujeto” que actúa en el ser humano y lo transforma... donde su fin último es lograr el aprendizaje”, y por ello también “es un proceso pedagógico y sistémico que permite entender, desde una lógica diferente, los procesos de enseñanza-aprendizaje de la escuela” (p. 364)

Considerando esto, es relevante destacar las características inherentes a los ambientes virtuales de aprendizaje y mencionar algunos que resultan relevantes. Belloch (2012) por su parte, destaca que el e-learning se caracteriza por cumplir con cuatro parámetros fundamentales:

- 1) Flexibilidad: “Conjunto de funcionalidades que facilitan la adaptación del sistema de e-learning a la organización donde se quiere implementar” (p.3).
- 2) Interactividad: “Lograr que la persona que utiliza la plataforma sea consciente de ser el protagonista de su formación” (p.3).

- 3) Escalabilidad: “Capacidad de la plataforma de e-learning para funcionar igualmente con un número pequeño o grande de usuarios” (p.3).
- 4) Estandarización: “Capacidad de utilizar cursos realizados por terceros, garantizando la durabilidad y evitando la obsolescencia de los cursos. También permite realizar un seguimiento del comportamiento de los estudiantes dentro del curso” (p.3).

Considerando lo anterior podemos ver que *YouTube* es un buen complemento con las plataformas e-learning, cumpliendo con características como la interactividad y la escalabilidad.

3.4.3. Enseñanza y aprendizaje de las funciones mediante el uso de las TIC

Es sabido que el docente es un agente importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, De La Torre y Domínguez (2022) afirman que “el alumno ha ido adquiriendo un papel más dinámico en su formación” (p.92). Por otra parte, el uso de las tecnologías de la información

y la comunicación (TIC) en el proceso de enseñanza aprendizaje se ha constituido en un significativo cambio en la estructura de la educación (Cardozo, 2022).

Por consiguiente, esta relevancia también está presente en la enseñanza y aprendizaje de las funciones, tal como lo afirma Martínez (2017), quien señala que

se puede indicar que al integrar las TIC en el aprendizaje de la función lineal, apoyado en la tecnología y en la WEB, se fomenta en los estudiantes el autoaprendizaje de los contenidos temáticos, ya que ellos libremente pueden profundizar en aquellos aspectos que lograron capturar en mayor medida su interés. (p.197)

Además, lo anterior se complementa con lo que afirman De La Torre y Domínguez (2022), quienes señalan que

la utilización las TIC tiene grandes ventajas: interés, motivación, interacción, continua actividad intelectual, desarrollo de la iniciativa, mayor comunicación entre profesores y alumnos, aprendizaje cooperativo, alto grado de interdisciplinariedad, alfabetización digital y audiovisual, desarrollo de habilidades de búsqueda y selección de información, mayor contacto con los estudiantes, actualización profesional. (p.94)

Por último debemos agregar que el MINEDUC en diversas actividades y sugerencias, que hay en los textos escolares de octavo básico a segundo medio, insta a los estudiantes a utilizar diferentes softwares matemáticos,

como GeoGebra, y páginas web que puedan ayudar tanto al docente como al estudiante, como por ejemplo, drive y videos de la plataforma *YouTube*.

CAPÍTULO 4. DISEÑO METODOLÓGICO

4.1. Enfoque de la investigación

Para la presente investigación se optó por un paradigma cualitativo, pues este “se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (Hernández *et al.*, 2014, p.358). Además, al realizar una revisión de la bibliografía actual, es fácil comprobar que no se encuentran disponibles investigaciones que aborden de manera similar el análisis de videos, es decir, que evalúen los contenidos relativos a la unidad temática de funciones mediante la comparación y explicación con dos bases de enseñanza, como lo son el Curriculum nacional, que propone el Ministerio de Educación, y la matemática formal. Lo anterior también avala el enfoque cualitativo, pues tal como señala Hernández *et al.* (2014) citando a Marshall (2011) y Preissle (2008), este enfoque “es recomendable cuando el tema de estudio ha sido

poco explorado o no se ha hecho investigación al respecto en ningún grupo social específico” (p.358).

4.2. Diseño

Esta investigación se basa en un diseño no experimental, dado que el objeto de estudio será observado de forma natural, sin considerar ni manipular de forma deliberada las variables que lo componen (Hernández *et al.*, 2014).

4.3. Alcance

La elección del paradigma cualitativo sumado con las características propias de la investigación da pie a una investigación de alcance exploratorio, pues estas comienzan “cuando hemos revisado los antecedentes de nuestro problema y encontramos que hay muy poco conocimiento acumulado acerca del mismo” (Vieytes, 2004, p.90). Del mismo modo, la misma autora señala que los estudios exploratorios “proveen datos para que sean clasificados,

ordenados, analizados e interpretados con el fin de describir ideas y relaciones nuevas” (p.90).

4.4. Población

La población considera a todos los creadores de contenido de *YouTube*, de habla hispana, que dedican exclusivamente su canal a la enseñanza de la matemática.

4.5. Muestra

La muestra es de carácter no probabilística, dado que “suponen un procedimiento de selección orientado por las características de la investigación, más que por un criterio estadístico de generalización” (Hernández *et al.*, 2014, p.189). Específicamente, se trata de una muestra de tipo homogénea, pues

en las muestras homogéneas las unidades que se van a seleccionar poseen un mismo perfil o características, o bien comparten rasgos similares. Su propósito es centrarse en el tema por investigar o resaltar situaciones, procesos o episodios de un grupo social (Hernández *et al.*, 2014, p.388).

4.5.1. Muestreo intencional

Cuando los investigadores seleccionan de forma directa e intencional los individuos de una población, hablamos de un muestreo opinático o intencional (Vieytes, 2004). De ese modo, “en el muestreo opinático el investigador selecciona a los informantes siguiendo criterios estratégicos personales en función de los objetivos del estudio y su conocimiento de la situación” (Vieytes, 2004, p.645).

En efecto, para seleccionar la muestra se consideraron los siguientes criterios de inclusión:

- 1) La cantidad de suscriptores que tenga el canal del creador de contenido debe ser igual o mayor a un millón.
- 2) Al menos un título de los videos subidos a *YouTube* por los creadores de contenido deben hacer referencia a: definición de función; función inyectiva, sobreyectiva, biyectiva (o biunívoca) o función inversa; función lineal o afín; y función cuadrática.

De ese modo, se elaboraron diversos documentos de registros de datos de acuerdo a los criterios antes mencionados.

El primer documento registra a todos los creadores de habla hispana cuyos canales sean exclusivamente dedicados a la enseñanza de la matemática y que tengan más de un millón de suscriptores en su canal (a octubre de 2023). Además, para complementar, el archivo incluye el año en que el creador se une a la plataforma, la cantidad de visualizaciones de su canal y un promedio de visitas por año. Lo anterior se visualiza en la Tabla 2.

Nombre	Suscriptores	Visualizaciones	Año de unión	Promedio de visitas por año
Profe Alex	8,26M	1.362.181.692	2016	194.597.385
Daniel Carreón	6,83M	728.323.978	2011	60.693.665
Julioprofe	4,93M	721.997.728	2009	51.571.266
Math2me	2,42M	540.896.793	2009	38.635.485
Matemóvil	2,12M	227.946.865	2014	25.327.429
Matemáticas con Juan	1,24M	179.379.009	2018	35.875.802
Susi Profe	1,43M	182.925.962	2017	30.487.660
Podemos aprobar matemáticas	1,08M	253.539.959	2013	25.353.996

Tabla 2. Creadores de contenido de habla hispana con más de un millón de suscriptores

Luego, se elaboró una lista de verificación, en base al segundo criterio de inclusión, para cada creador de contenido seleccionado anteriormente, observándose en la Tabla 3.

Creador	Función	Función biunívoca o Inversa	Función Lineal o Afin	Función cuadrática
Profe Alex	✓	✓	✓	✓
Daniel Carreón	x	x	✓	✓
Julioprofe	x	✓	✓	✓
Math2me	✓	✓	✓	✓
Matemóvil	✓	✓	✓	✓
Matemáticas con Juan	✓	x	✓	✓
Susi profe	x	✓	✓	✓
Podemos aprobar matemáticas	x	x	✓	✓

Tabla 3. Lista de chequeo

Así, en base a lo anterior, se caracteriza en la Tabla 4 el conjunto de creadores de contenido:

NOMBRE	SUSCRIPTORES	AÑO DE UNIÓN
Profe Alex	8,26M	2016
Math2me	2,42M	2009
Matemóvil	2,12M	2014

Tabla 4. Muestra

4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de la información

Para la recolección de información se utilizó la técnica de observación de tipo no participante, pues aquí “el investigador no tiene absolutamente

ningún contacto con lo que está observando” (Vieytes, 2004, p.657) de tal modo que la observación sólo se da en una dirección.

En cuanto a los instrumentos de recolección, se elaboraron diversas matrices de análisis de contenido, las que serán descritas más adelante. Ahora bien, la observación se llevó a cabo de forma independiente por cada uno de los tres observadores, para luego cruzar la información recolectada en las matrices y generar una única matriz que represente los resultados de la investigación.

4.6.1. Matriz MAC_{MF} para la caracterización del contenido de la matemática formal

Para la elaboración de la siguiente matriz, se utilizaron dos textos de matemática formal, los que forman parte de la bibliografía del programa de la asignatura Álgebra y Trigonometría impartida por la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles, para la carrera de Pedagogía en Matemática. Dichos textos son: “Álgebra, trigonometría y geometría analítica”, de Dennis G. Zill y Jacqueline M. Dewar, tercera edición; y

“Álgebra y trigonometría con geometría analítica” de Earl W. Swokowski y Jeffery A. Cole, doceava edición. Sin embargo, es pertinente destacar que debido a la naturaleza del público al cuál se dirigen los textos anteriores, estos no pueden ser considerados puramente de matemática formal, considerando la plena rigurosidad del concepto, dado que están afectos a la adecuación necesaria para un estudiante de pregrado.

Ahora bien, la matriz se compone por dimensiones, aspectos y subaspectos. Las dimensiones que la componen son la de Función, Función real, Función biunívoca, Función inversa, Función lineal y Función cuadrática.

Los aspectos consideran conceptos asociados a la dimensión, además de un apartado denominado “Ejercicios”. Es pertinente señalar que los ejercicios seleccionados tuvieron lugar pues eran los más comunes dentro de la dimensión.

Los subaspectos corresponden a las definiciones de los conceptos o a la descripción de los ejercicios asociados a la dimensión. Para este último, la descripción sólo considera la acción a realizar y no el procedimiento, es decir, toma el “¿Qué se hace?” pero descarta el “¿Cómo se hace?”. La decisión

anterior fue considerada pertinente ya que no se pretenden excluir procedimientos de resolución matemáticamente válidos.

A todo lo anterior se anexan tres columnas a la matriz, siendo estas un espacio destinado para cada creador de contenido que forma parte de la muestra. Las columnas anteriores están encabezadas por A1, A2 y A3, que se asocian a los canales Profe Alex, Math2me y Matemóvil, respectivamente. Las casillas de cada columna serán rellenas de acuerdo a las escalas presentadas más adelante.

En cuanto a la validación se refiere, la que está disponible en el Anexo 2, esta se hizo en base a los aspectos de pertinencia y escritura, y se llevó a cabo por dos académicos del Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles: uno es Magister en Matemática y ha dedicado gran parte de su carrera a la enseñanza del álgebra y las funciones; el otro académico posee el grado de magister, aunque su participación encuentra motivación dado su intachable desempeño en el sistema municipal de educación, alcanzando el tramo más alto de categorización que establece el Ministerio de Educación para profesores.

La validación permitió ajustar el instrumento tanto en los aspectos antes mencionados como en otros que salieron a la luz en la revisión post validación de la matriz, quedando de la siguiente manera:

			A 1	A 2	A 3
1. FUNCIÓN	1.1. Definición	1.1.1. Una función de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y .			
	1.2. Ejercicios	1.2.1. Presenta situaciones no cotidianas que representan funciones.			
		1.2.2. Presenta situaciones de la vida cotidiana que representan funciones.			
2. FUNCIÓN REAL	2.1. Definición	2.1.1. Una función real de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y , donde X e Y son subconjuntos del conjunto de los números reales.			
	2.2. Dominio	2.2.1. Corresponde al “mayor” subconjunto de los números reales para los cuales $f(x)$ es un número real.			
	2.3. Rango	2.3.1. Es el subconjunto R de Y formado por todos los posibles valores $f(x)$ para x en X .			
	2.4. Imagen	2.4.1. Es valor $y \in Y$, que se obtiene al evaluar la función f para algún $x \in X$.			
	2.5. Variable dependiente	2.5.1. Como el valor de y depende de la elección de x , a y se le llama variable dependiente.			
	2.6. Variable independiente	2.6.1. Al $x \in X$ se le llama variable independiente.			
	2.7. Gráfica de la función	2.7.1. Corresponde a la gráfica de la ecuación $y = f(x)$, para $x \in X$.			
	2.8. Prueba de la recta vertical	2.8.1. La gráfica de un conjunto de puntos en un plano de coordenadas es la gráfica de una función si toda recta vertical la cruza en un punto a lo más.			
	2.9. Ejercicios	2.9.1. Establece la diferencia entre f y $f(x)$, donde la primera representa a la			

		función y la segunda a algún valor perteneciente al rango de la función f .			
		2.9.2. Determina el dominio encontrando los valores x para los cuales $f(x)$ es un número real.			
		2.9.3. Determina el rango de una función.			
		2.9.4. Calcula la imagen $f(x)$ utilizando elementos del dominio.			
		2.9.5. Determina si la gráfica corresponde a la gráfica de una función.			
		2.9.6. Grafica una función f utilizando los pares ordenados $(x, f(x))$, con $x \in X$.			
3. FUNCIÓN BIUNÍVOCA	3.1. Definición	3.1.1. Una función f con dominio X y rango R es una función biunívoca si cualquiera de las dos condiciones equivalentes siguientes se satisface: (1) Siempre que $a \neq b$ en X , entonces $f(a) \neq f(b)$ en R . (2) Siempre que $f(a) = f(b)$ en R , entonces $a = b$ en X .			
	3.2. Prueba de la recta horizontal	3.2.1. Si toda recta horizontal interseca a la gráfica de una función f en, a lo más, un punto, necesariamente f es biunívoca.			
	3.3. Ejercicios	3.3.1. Comprueba si una función es biunívoca mediante diagramas sagitales.			
		3.3.2. Comprueba gráficamente si una función es biunívoca.			
		3.3.3. Comprueba algebraicamente si una función es biunívoca.			
4. FUNCIÓN INVERSA	4.1. Definición	4.1.1. Sea f una función biunívoca con dominio X y rango R , entonces una función g con dominio R y rango X es la función inversa de f siempre que la condición siguiente sea verdadera para todo x en X y todo y en R : $x = g(y), \text{ si } y = f(x)$			

	4.2. Ejercicios	4.2.1.	Halla la función inversa de una función f mediante diagramas sagitales.			
		4.2.2.	Halla gráficamente la función inversa de una función f .			
		4.2.3.	Halla algebraicamente la función inversa de una función f .			
5. FUNCIÓN LINEAL	5.1. Definición	5.1.1.	Una función f es lineal si $f(x) = ax + b$, donde $x \in \mathbb{R}$, y a y b son constantes.			
		5.1.2.	El dominio de f es $\mathbb{R}$, pues $f(x)$ existe para toda $x \in \mathbb{R}$.			
		5.1.3.	Si $a \neq 0$, entonces el rango de f es $\mathbb{R}$.			
	5.2. Definición	5.2.1.	La gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = ax + b$, la que es una recta con pendiente a y cruce b con el eje y . De ese modo, la gráfica de una función lineal es una recta.			
	5.3. Ejercicios	5.3.1.	Hallar la representación gráfica de una función lineal.			
		5.3.2.	Hallar la representación algebraica de una función lineal.			
6. FUNCIÓN CUADRÁTICA	6.1. Definición, elementos y gráfica	6.1.1.	Una función f es cuadrática si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b, c son números reales, con $a \neq 0$.			
		6.1.2.	La función cuadrática f se puede expresar en su forma canónica como $f(x) = a(x - h)^2 + k$.			
		6.1.3.	El vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ tiene primera coordenada $x = -\frac{b}{2a}$.			
		6.1.4.	Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor máximo de f si $a < 0$.			
		6.1.5.	La gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + c$ corresponde a una parábola que abre hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$.			
		6.1.6.	Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor mínimo de f si $a > 0$.			
		6.1.7.	Una función f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ interseca,			

		posiblemente, al eje x en $x_1 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.			
		6.1.8. La expresión $b^2 - 4ac$ se denomina discriminante de f : si el discriminante es positivo, entonces la parábola interseca al eje x en $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$; si es negativo, la parábola no interseca al eje x ; si es cero, el vértice de la parábola está en el eje x , en $(x_1, 0)$, siendo la esta tangente al eje x .			
		6.1.9. La recta $x = -\frac{b}{2a}$ se llama eje de simetría o eje de la parábola.			
	6.2. Resolución de ejercicios o problemas	6.2.1. Halla la gráfica de una función cuadrática dada la expresión algebraica de f .			

Tabla 5. Matriz de análisis de contenido en base a la matemática formal

4.6.2. Matriz MAC_{TE} para la caracterización del contenido del Texto del estudiante

Para la creación de esta matriz, se consideraron los textos del estudiante de 7^{mo} básico a 2^{do} medio del año académico 2023. La decisión tuvo lugar debido a que en esos rangos se encontraban los temas de interés.

Su estructura es análoga a la MAC_{MF}, considerando las siguientes dimensiones: Función, Función inversa, Función lineal, Función afín y

Función cuadrática. De igual manera, se divide en aspectos y subaspectos, quedando de la siguiente manera:

				A1	A2	A3
1. Función	1.1. Definición	1.1.1.	Define una función f de un conjunto A en un conjunto B como una relación que asocia a cada elemento x de A un único elemento y de B .			
	1.2. Preimagen	1.2.1.	Señala que cada valor $x \in A$ se llama preimagen.			
	1.3. Imagen	1.3.1.	Señala que cada valor $y \in B$ se le llama imagen.			
	1.4. Variable independiente	1.4.1.	Señala que la variable x se denomina variable independiente.			
	1.5. Variable dependiente	1.5.1.	Señala que como el valor y depende de la variable x , se le llama variable dependiente.			
	1.6. Dominio	1.6.1.	Define el dominio de una función f como el conjunto de valores que la variable x puede tomar, es decir, el conjunto de las preimágenes.			
		1.6.2.	Señala que el dominio A de una función es también llamado conjunto de partida.			
	1.7. Recorrido	1.7.1.	Define el recorrido de una función f al conjunto de las imágenes y , es decir, todos los valores que resultan al reemplazar los valores del dominio en la función f .			
		1.7.2.	Señala que el recorrido B de una función es también llamado conjunto de llegada.			
	1.8. Gráfico	1.8.1.	Explica que la representación gráfica de una función f es el conjunto de pares ordenados (x, y) que satisfacen $y = f(x)$.			
	1.9. Terminología	1.9.1.	Señala que la variable y puede escribirse como $f(x)$, donde x es la otra variable, y se lee como “ f de x ”.			
	1.10. Ejercicios	1.10.1.	Representa una función mediante una tabla de valores.			
		1.10.2.	Representa una función mediante un diagrama sagital.			
		1.10.3.	Representa la función en un plano cartesiano, donde los valores x se representan en el eje X (abscisas) y los valores y en el eje Y (ordenadas).			
		1.10.4.	Dado diversos valores de las preimágenes de una función, calcula el valor de sus respectivas imágenes, utilizando la analogía de una máquina.			
		1.10.5.	Dado diversos valores de las imágenes de una función, calcula el valor de sus respectivas preimágenes, utilizando la analogía de una máquina.			
		1.10.6.	Determina si relaciones cotidianas corresponden a una función, mediante el uso de la definición.			
		1.10.7.	Dadas diferentes situaciones rutinarias o no rutinarias, identifica cuál de las variables es independiente y cual es dependiente.			
		1.10.8.	Determina la expresión algebraica que relaciona las variables x e y de una tabla de valores arbitraria.			

2. Función inversa		1.10.9.	Determina si una relación representada por un diagrama sagital corresponde a una función, mediante el uso de la definición.			
		1.10.10.	Determina si una gráfica en el plano cartesiano corresponde a la de una función, mediante el uso de la definición.			
		1.10.11.	Construye una tabla de valores para una función f utilizando valores aleatorios que pertenezcan al dominio de f .			
		1.10.12.	Dado un dominio finito de una función f , determina el recorrido de f calculando las imágenes para cada valor perteneciente al dominio.			
		1.10.13.	Modela una situación interdisciplinaria mediante la expresión algebraica de una función f .			
		1.10.14.	Dada la gráfica de una función f , determina imágenes arbitrarias a través de esta.			
	2.1. Definición	2.1.1.	Explica que una función $f: A \rightarrow B$ que cumple con: a) El conjunto B coincide con el conjunto de llegada de la función, o codominio. b) Cada elemento de A se relaciona con un único elemento distinto de B. Posee función inversa y se denota por $f^{-1}(x)$, tal que $f^{-1}: B \rightarrow A$.			
		2.1.2.	Señala que $Cod f^{-1} = Dom f$			
		2.1.3.	Señala que $Cod f = Dom f^{-1}$			
		2.1.4.	Aclara que la notación f^{-1} se refiere a la inversa de la función f y no al exponente de una potencia.			
	2.2. Prueba de la recta horizontal	2.2.1.	Menciona que, para saber si una función posee inversa, se debe trazar una recta paralela al eje X sobre la gráfica de la función, donde si dicha recta interseca en, a lo más, un punto a la gráfica, entonces la función posee inversa.			
	2.3. Ejercicios	2.3.1.	Representa la inversa de una función f mediante diagramas sagitales.			
		2.3.2.	Refleja la gráfica de una función f respecto a la recta $y = x$ para obtener la gráfica de f^{-1} .			
		2.3.3.	Representa la inversa de una función f utilizando la analogía de la máquina.			
		2.3.4.	Comprueba que una función cuadrática f con dominio $\mathbb{R}$ no tiene función inversa, pues dos elementos distintos del dominio generan imágenes iguales.			
		2.3.5.	Verifica si una función f posee inversa utilizando diagramas sagitales.			
		2.3.6.	Comprueba que f^{-1} es la inversa de f utilizando simetrías.			

3. Función Lineal		2.3.7.	Determina la función inversa de una función lineal f utilizando métodos gráficos.			
		2.3.8.	Determina la función inversa de una función lineal f utilizando métodos algebraicos.			
		2.3.9.	Determina la función inversa de una función afín f utilizando métodos gráficos.			
		2.3.10.	Determina la función inversa de una función afín f utilizando métodos algebraicos.			
		2.3.11.	Determina la función inversa de $f(x) = x^2$ utilizando métodos gráficos.			
		2.3.12.	Determina la función inversa de $f(x) = x^2$ utilizando métodos algebraicos.			
		2.3.13.	Determina la función inversa de una función f , en problemas contextualizados, utilizando métodos algebraicos.			
		2.3.14.	Utiliza GeoGebra para determinar la función inversa de una función f en problemas contextualizados.			
	3.1. Definición	3.1.1.	Indica que una función lineal f puede escribirse de la forma $f(x) = mx$, con $m \neq 0$.			
		3.1.2.	Explica que una función lineal cumple con a) Propiedad aditiva: $f(x + z) = f(x) + f(z)$ b) Propiedad homogénea: $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$, con $c \neq 0$			
	3.2. Representación	3.2.1.	Señala que una función lineal corresponde a una recta que pasa por el origen $O(0,0)$.			
		3.2.2.	Menciona que la gráfica dependerá del dominio de f .			
		3.2.3.	Señala que m corresponde a la pendiente de la recta, donde si $m > 0$, la recta es creciente, y si $m < 0$, la recta es decreciente.			
		3.2.4.	Alude a que para saber si un par ordenado (x, y) pertenece a la gráfica de f , se debe cumplir que $f(x) = y$.			
	3.3. Ejercicios	3.3.1.	Determina si una función es lineal reconociendo su forma algebraica.			
		3.3.2.	Modela situaciones cotidianas mediante la función lineal.			
		3.3.3.	Grafica la función lineal mediante el uso de una tabla de valores.			
		3.3.4.	Dada la gráfica de una función lineal, identifica los puntos que la componen.			
		3.3.5.	Dada una función lineal f , verifica si esta cumple la propiedad aditiva y homogénea.			
4.	4.1. Definición	4.1.1.	Define una función afín como aquella que tiene la forma $f(x) = mx + c$, con m y c distintos de cero.			

5. Función cuadrática	4.2. Terminología	4.2.1.	Señala que m es la pendiente y c el coeficiente de posición, siendo este último el valor en el eje Y por donde pasa la gráfica de la función.			
		4.3. Representación	4.3.1.	Indica que la función afín se puede representar como la gráfica de una función lineal trasladada c unidades, hacia arriba si $c > 0$, o hacia abajo si $c < 0$.		
		4.4. Ejercicios	4.4.1.	Determina si una función es afín reconociendo su forma algebraica.		
			4.4.2.	Dada una función afín $f(x) = mx + c$, identifica el valor de la pendiente y el punto en que la gráfica interseca al eje Y .		
			4.4.3.	Dados dos puntos y sus coordenadas, grafica la función afín que pasa por esos puntos, determinando el valor de la pendiente y el punto de corte con el eje Y .		
			4.4.4.	Dadas una función lineal $f(x) = mx$ y su gráfica, y la gráfica de una función afín con la misma pendiente de f , determina la expresión algebraica de la función afín identificando la traslación asociada.		
			4.4.5.	Modela situaciones cotidianas mediante la función afín.		
			4.4.6.	Utiliza GeoGebra para representar la gráfica de una función afín.		
	5.1. Definición	5.1.1.	Se refiere a la función como cuadrática o de segundo grado.			
		5.1.2.	La define según su forma simbólica $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a, b, c \in R$ y $a \neq 0$.			
		5.1.3.	Define la forma canónica de una función cuadrática como aquella de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$.			
		5.1.4.	Se refiere a a, b y c como los coeficientes de la función.			
		5.1.5.	Indica a IR como el dominio de x .			
		5.1.6.	Indica que el recorrido es un subconjunto de IR .			
		5.2. Representación	5.2.1.	Señala que la función se representa mediante una parábola		
			5.2.2.	Se refiere al vértice como el punto más alto o más bajo.		
			5.2.3.	Señala al vértice como el punto $V(-\frac{b^2}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$		
			5.2.4.	Abrevia el vértice como $V(h, k)$, donde $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = f(-\frac{b}{2a})$.		
			5.2.5.	Identifica al eje de simetría como la recta $x = -\frac{b}{a}$		
			5.2.6.	Señala que es simétrica respecto a una recta paralela al eje Y .		
			5.2.7.	Menciona que a determina la concavidad de la parábola.		
			5.2.8.	Señala que el gráfico interseca el eje Y en el punto $(0, c)$.		
			5.2.9.	Indica que si $0 < a < 1$, la gráfica de una función cuadrática se dilata.		

		5.2.10.	Indica que si $1 < a $, la gráfica se contrae.			
		5.2.11.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $h > 0$, la gráfica se mueve hacia la derecha en h unidades.			
		5.2.12.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $h < 0$, la gráfica se mueve hacia la izquierda en $ h $ unidades.			
		5.2.13.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $k > 0$, la gráfica se mueve hacia arriba en k unidades.			
		5.2.14.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $k < 0$, la gráfica se mueve hacia abajo en $ k $ unidades.			
	5.3. Ceros de la función	5.3.1.	Asocia la función a una ecuación de segundo grado.			
		5.3.2.	Señala que las soluciones de la ecuación corresponden a los puntos en que la gráfica interseca al eje x .			
		5.3.3.	Señala que las soluciones dependen del discriminante.			
		5.3.4.	Señala que, si el discriminante es igual a 0, entonces $x_1, x_2 \in R$ y $x_1 \neq x_2$, el gráfico de la función interseca al eje X en los puntos $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.			
		5.3.5.	Señala que, si el discriminante es igual a 0, entonces $x_1, x_2 \in R$ y $x_1 = x_2$, el gráfico de la función interseca al eje X en $(x_1, 0)$.			
		5.3.6.	Señala que, si el discriminante es menor que 0, entonces $x_1, x_2 \notin R$ y el gráfico de la función no interseca el eje X .			
	5.4. Ejercicios	5.4.1.	Determina si una función es de segundo grado reconociendo su forma algebraica.			
		5.4.2.	Calcula la imagen para elementos arbitrarios del dominio de una función cuadrática.			
		5.4.3.	Grafica una función cuadrática mediante una tabla de valores.			
		5.4.4.	Dada una gráfica de una función cuadrática, identifica los puntos de intersección con los ejes del plano.			
		5.4.5.	Dada una función cuadrática, calcula su discriminante y lo relaciona con los puntos de intersección con el eje X .			
		5.4.6.	Resuelve problemas cotidianos mediante la función cuadrática.			
		5.4.7.	Caracteriza una función cuadrática, modelando situaciones cotidianas.			
		5.4.8.	Dada una función cuadrática en su forma canónica, determina la magnitud de los movimientos horizontales y verticales.			

		5.4.9. Transforma una función cuadrática a su forma canónica, mediante la factorización y Completación de cuadrados.			
		5.4.10. Grafica una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ mediante GeoGebra, construyendo deslizadores para a , b y c .			

Tabla 6. Matriz de análisis de contenido en base al Texto del estudiante

4.6.3. Escala de apreciación asociada a la MAC_{MF}

Para valorar lo descrito en la MAC_{MF} se elaboró una escala que considera cuatro valores ascendentes, numerados del 0 al 3. A cada valor le corresponde un indicador, los cuales se describen a continuación:

<i>Valor</i>	<i>Indicador</i>
0	El canal no registra evidencia o es poco significativa para valorar la definición, concepto o ejercicio.
1	El canal trabaja la definición, concepto o ejercicio, pero en su desarrollo comete cualquier error que lleva a una definición o concepto errado, resultado incorrecto o conclusiones falsas.
2	El canal trabaja la definición, concepto o ejercicio de manera correcta, pero en su desarrollo omite información relevante para el correcto entendimiento de la definición o concepto, o el preciso desarrollo del ejercicio.
3	El canal trabaja la definición, concepto o ejercicio de manera correcta, considerando todos los elementos que llevan a una definición o concepto preciso, o al cabal desarrollo del ejercicio.

Tabla 7. Escala de apreciación asociada a la MAC_{MF}

4.6.4. Escala de apreciación asociada a la MAC_{TE}

Por otro lado, para valorar las acciones descritas en la matriz elaborada en base al texto del estudiante, se elaboró una escala que considera cuatro literales: A, B, C y D. A cada letra se asocia un indicador particular, los cuales se describen mediante la siguiente tabla:

<i>Valor</i>	<i>Indicador</i>
<i>A</i>	El autor realiza la acción descrita manera correcta, considerando todos los elementos que la componen.
<i>B</i>	El autor realiza la acción descrita omitiendo información.
<i>C</i>	El autor realiza la acción descrita cometiendo errores en su desarrollo.
<i>D</i>	El autor no realiza la acción descrita.

Tabla 8. Escala de apreciación asociada a la MAC_{TE}

4.7. Técnicas de análisis de la información

4.7.1. Técnica el análisis de contenido

Es innegable que las formas de comunicarse han ido variando a través del tiempo. El hecho de crear, buscar y obtener información son acciones inherentes de cada ser humano y a la forma en que lo hace se han ido

introduciendo medios virtuales a través del tiempo gracias a, especialmente, el internet (Molina *et al.*, 2015).

Según Vieytes (2004), los estudios de análisis de contenido inician bajo la premisa de que la comunicación, en cualquiera de sus formas, puede ser observada con las mismas técnicas e instrumentos que se observa cualquier conducta. En esa línea, es que la misma autora afirma que “todas las manifestaciones de la comunicación humana pueden recolectarse y analizarse con los procedimientos del análisis de contenido” (p.538). En especial, y entre otros, Vieytes menciona a los videos como uno de los medios de comunicación que es posible situar bajo esta técnica de análisis.

Ahora bien, el análisis de contenido permite sistematizar (Vieytes, 2004), pero dicha sistematización “requiere de la elaboración de codificaciones por categorías clasificatorias” (Vidal, 2009, p.105). En esa línea, Vidal (2009) propone la creación de Matrices de análisis de contenido (MAC), lo cual fue hecho y descrito con anterioridad.

4.7.2. Tablas de frecuencias

Con los resultados obtenidos de cotejar los videos mediante las matrices, se elaboraron, principalmente, tres tipos de tablas de frecuencia. La primera contendrá las frecuencias absolutas de cada canal, respecto a la MAC_{MF} y MAC_{TE} , por separado. Además, a la tabla anterior se le añade una columna que registra la frecuencia de cada valoración en particular, y una fila que registra la cantidad de subaspectos valorados.

Por otro lado, se elaboraron dos tipos de tablas de frecuencias porcentuales relativas, donde una registra el porcentaje de cada valoración respecto a la cantidad total que se obtuvieron de ella, y la otra el porcentaje de cada valoración respecto a la cantidad de subaspectos valorados. Ambas tablas fueron elaboradas para cada canal perteneciente a la muestra.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

5.1. Resultados y análisis general en base a la matemática formal

El cruce de la información, obtenida de manera independiente por cada observador, derivó en la siguiente matriz que refleja los resultados obtenidos al cotejar los videos, mediante la MAC_{MF} , con la matemática formal.

			A ₁	A ₂	A ₃
1. FUNCIÓN	1.1. Definición	1.1.1. Una función de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y .	2	0	3
	1.2. Ejercicios	1.2.1. Presenta situaciones no cotidianas que representan funciones.	1	3	1
		1.2.2. Presenta situaciones de la vida cotidiana que representan funciones.	2	2	3
2. FUNCIÓN REAL	2.1. Definición	2.1.1. Una función real de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y , donde X e Y son subconjuntos del conjunto de los números reales.	2	0	0
	2.2. Dominio	2.2.1. Corresponde al “mayor” subconjunto de los números reales para los cuales $f(x)$ es un número real.	2	2	1
	2.3. Rango	2.3.1. Es el subconjunto R de Y formado por todos los posibles valores $f(x)$ para x en X .	2	1	1
	2.4. Imagen	2.4.1. Es valor $y \in Y$, que se obtiene al evaluar la función f para algún $x \in X$.	2	0	0
	2.5. Variable dependiente	2.5.1. Como el valor de y depende de la elección de x , a y se le llama variable dependiente.	1	2	3
	2.6. Variable independiente	2.6.1. Al $x \in X$ se le llama variable independiente.	1	2	3
	2.7. Gráfica de la función	2.7.1. Corresponde a la gráfica de la ecuación $y = f(x)$, para $x \in X$.	0	0	2
	2.8. Prueba de la recta vertical	2.8.1. La gráfica de un conjunto de puntos en un plano de coordenadas es la gráfica de una función si toda recta vertical la cruza en un punto a lo más.	0	3	3
	2.9. Ejercicios	2.9.1. Establece la diferencia entre f y $f(x)$, donde la primera representa a la función y la segunda a algún valor perteneciente al rango de la función f .	0	0	0
		2.9.2. Determina el dominio encontrando los valores x para los cuales $f(x)$ es un número real.	1	2	2
		2.9.3. Determina el rango de una función.	1	3	2
		2.9.4. Calcula la imagen $f(x)$ utilizando	1	3	1

		elementos del dominio.			
		2.9.5. Determina si la gráfica corresponde a la gráfica de una función.	0	3	3
		2.9.6. Grafica una función f utilizando los pares ordenados $(x, f(x))$, con $x \in X$.	3	3	3
3. FUNCIÓN BIUNÍVOCA	3.1. Definición	3.1.1. Una función f con dominio X y rango R es una función biunívoca si cualquiera de las dos condiciones equivalentes siguientes se satisface: (1) Siempre que $a \neq b$ en X , entonces $f(a) \neq f(b)$ en R . (2) Siempre que $f(a) = f(b)$ en R , entonces $a = b$ en X .	2	0	2
	3.2. Prueba de la recta horizontal	3.2.1. Si toda recta horizontal interseca a la gráfica de una función f en, a lo más, un punto, necesariamente f es biunívoca.	3	0	3
	3.3. Ejercicios	3.3.1. Comprueba si una función es biunívoca mediante diagramas sagitales.	1	0	3
		3.3.2. Comprueba gráficamente si una función es biunívoca.	1	0	3
		3.3.3. Comprueba algebraicamente si una función es biunívoca.	2	0	3
4. FUNCIÓN INVERSA	4.1. Definición	4.1.1. Sea f una función biunívoca con dominio X y rango R , entonces una función g con dominio R y rango X es la función inversa de f siempre que la condición siguiente sea verdadera para todo x en X y todo y en R : $x = g(y)$, si $y = f(x)$	2	3	3
	4.2. Ejercicios	4.2.1. Halla la función inversa de una función f mediante diagramas sagitales.	0	0	3
		4.2.2. Halla gráficamente la función inversa de una función f .	2	0	3
		4.2.3. Halla algebraicamente la función inversa de una función f .	1	2	3
5. FUNCIÓN LINEAL	5.1. Definición	5.1.1. Una función f es lineal si $f(x) = ax + b$, donde $x \in \mathbb{R}$, y a y b son constantes.	2	3	2
		5.1.2. El dominio de f es $\mathbb{R}$, pues $f(x)$ existe para toda $x \in \mathbb{R}$.	1	3	1
		5.1.3. Si $a \neq 0$, entonces el rango de f es $\mathbb{R}$.	2	3	1
	5.2. Definición	5.2.1. La gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = ax + b$, la que es una recta con pendiente a y cruce b con el	2	1	3

6. FUNCIÓN CUADRÁTICA		eje y. De ese modo, la gráfica de una función lineal es una recta.			
	5.3. Ejercicios	5.3.1. Hallar la representación gráfica de una función lineal.	1	3	3
		5.3.2. Hallar la representación algebraica de una función lineal.	0	3	3
	6.1. Definición, elementos y gráfica	6.1.1. Una función f es cuadrática si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b, c son números reales, con $a \neq 0$.	2	3	3
		6.1.2. La función cuadrática f se puede expresar en su forma canónica como $f(x) = a(x - h)^2 + k$.	0	0	3
		6.1.3. El vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ tiene primera coordenada $x = -\frac{b}{2a}$.	3	3	3
		6.1.4. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor máximo de f si $a < 0$.	2	2	3
		6.1.5. La gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + c$ corresponde a una parábola que abre hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$.	3	3	3
		6.1.6. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor mínimo de f si $a > 0$.	2	2	3
		6.1.7. Una función f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ interseca, posiblemente, al eje x en $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.	2	0	0
		6.1.8. La expresión $b^2 - 4ac$ se denomina discriminante de f : si el discriminante es positivo, entonces la parábola interseca al eje x en $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$; si es negativo, la parábola no interseca al eje x ; si es cero, el vértice de la parábola está en el eje x , en $(x_1, 0)$, siendo la esta tangente al eje x .	0	0	0
		6.1.9. La recta $x = -\frac{b}{2a}$ se llama eje de simetría o eje de la parábola.	0	0	3
	6.2. Resolución de ejercicios o problemas	6.2.1. Halla la gráfica de una función cuadrática dada la expresión algebraica de f .	2	2	3

Tabla 9. Resultados generales en base a la matemática formal

De los resultados anteriores, se desprenden las siguientes tablas de frecuencia.

Valoración	Frecuencia	F. Porcentual
0	30	23,81%
1	19	15,08%
2	32	25,40%
3	45	35,71%

Tabla 10. Frecuencias absolutas y porcentuales relativas respecto a la cantidad total general de valoraciones realizadas, en base a la matemática formal

De la tabla 10, podemos visualizar que la valoración 3 fue la que más se registró en la aplicación de la MAC_{MF} , con 45 de 126 valoraciones totales. Caso contrario ocurre con la valoración 1, pues es la que menor cantidad de veces quedó en evidencia. Lo anterior, dicho de otra forma, alude a que hubo más del doble de subaspectos que abordaban el contenido o el ejercicio de manera correcta y completa, en comparación con los que se abordaron cometiendo un error en el desarrollo del ejercicio o incurrieron en explicaciones o conceptos errados.

En cuanto a la valoración 0 y 2, hubo una cantidad equitativa de ambas, pues sólo se registraron dos subaspectos más que omitían información o contenidos relevantes, en comparación con los subaspectos que no se vieron registrados en el transcurso de los videos.

Ahora bien, consideremos las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
0	9	16	5	30
1	11	2	6	19
2	18	9	5	32
3	4	15	26	45
Total	42			

Tabla 11. Frecuencia de valoraciones por canal, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
0	30%	53,33%	16,67%
1	57,89%	10,53%	31,58%
2	56,25%	28,13%	15,63%
3	8,89%	33,33%	57,78%

Tabla 12. Frecuencias porcentuales relativas respecto a la cantidad total por valoración realizada, en base a la matemática formal

De la tabla 11 y la tabla 12, se puede apreciar que Math2me es el canal que tiene la mayor cantidad de subaspectos no trabajados, al que le sigue el canal Profe Alex y, por último, Matemóvil.

En cuanto a la valoración 1, que refleja errores cometidos en los contenidos presentados, Profe Alex es el canal que cometió la mayor cantidad, con un promedio cercano a 2 errores por dimensión abordada en la MAC_{MF} . A dicho canal le sigue Matemóvil y Math2me, respectivamente. Notar que el canal Math2me sólo cometió dos errores que pudieron ser valorados, siendo la cantidad más baja registrada.

La omisión de información relevante para un buen entendimiento del concepto o para un completo desarrollo de un ejercicio, se ve reflejada mediante la valoración 2. El canal que menos omisiones presentó fue Matemóvil, con sólo cinco de ellas. Caso contrario ocurre con el canal Profe Alex, quien registra la mayor cantidad de omisiones, con el doble de ellas respecto al canal Math2me, y más del triple en comparación con el canal Matemóvil.

Finalmente, el canal Matemóvil logró gran distinción cuando referimos a la valoración 3, obteniendo una diferencia de 49 puntos porcentuales, aproximadamente, con el canal Profe Alex, que registró sólo cuatro subaspectos con la valoración máxima. Esto es que, considerando las seis dimensiones de la matriz, el canal Profe Alex no alcanza a tener un subaspecto completamente correcto por dimensión. Por otro lado, en el centro se encuentra el canal Math2me, con un tercio de las omisiones totales.

Ahora bien, si se considera el porcentaje de la valoración que obtuvo cada canal respecto a sí mismo, es decir, en cada subaspecto y respecto a la cantidad total de ellos, cuya cifra se eleva a 42, tenemos la siguiente tabla:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
0	21,43%	38,10%	11,90%
1	26,19%	4,76%	14,29%
2	42,86%	21,43%	11,90%
3	9,52%	35,71%	61,90%

Tabla 13. Frecuencias porcentuales respecto al total de subaspectos valorados, en base a la matemática formal

La valoración deseable para los subaspectos considerados era la 3, pero de la tabla anterior se puede observar que el canal Profe Alex tuvo resultados diametralmente opuestos, ya que las valoraciones 3 no alcanzaron ni el 10% del total. Es más, pues los porcentajes más altos representan, por un lado, la omisión de información y, por otro, los errores cometidos en el proceso de enseñanza.

Math2me registra su máxima cantidad de valoraciones en la que refiere a la omisión de información, donde, aproximadamente, por cada 5 subaspectos valorados, en 2 omitía información.

El canal anterior dispuso de, aproximadamente, 60 videos que fueron observados. Sin embargo, pese a la gran cantidad de ellos, el párrafo anterior deja en evidencia que los videos disponibles en el canal se basan en realizar una presentación repetitiva de contenidos, sin ampliar ni profundizar en otros.

En la misma línea, Math2me alcanza el mínimo de valoraciones cuando de errores se trata, debido a que de los 26 subaspectos que trabajó, sólo en dos cometió algún error, lo que representa el 7,69% de ese total. Si se realiza la misma comparación anterior con los otros dos canales, obtenemos que Profe Alex cometió errores en el 33% de ellos, mientras que Matemóvil erró en el 16,21% de lo trabajado.

Finalmente, el canal Matemóvil registró la misma cantidad de valoraciones 0 y 2, omitiendo contenidos o información en la misma medida que no la trabaja. La diferencia, tanto respecto a sí mismo como a los otros canales, radica en la frecuencia con que se registran valoraciones 3, siendo el canal que mayor porcentaje evidencia. De hecho, si se consideran sólo los subaspectos trabajados, 7 de cada 10 fueron tratados de manera correcta.

5.2. Resultados y análisis general en base al Texto del estudiante

El cruce de la información, obtenida de manera independiente por cada observador, derivó en la siguiente matriz que refleja los resultados obtenidos al cotejar los videos, mediante la MAC_{TE} , con el Texto del estudiante.

			A1	A2	A3
1. Función	1.1. Definición	1.1.1. Define una función f de un conjunto A en un conjunto B como una relación que asocia a cada elemento x de A un único elemento y de B .	A	D	A
	1.2. Preimagen	1.2.1. Señala que cada valor $x \in A$ se llama preimagen.	D	D	D
	1.3. Imagen	1.3.1. Señala que cada valor $y \in B$ se le llama imagen.	B	D	A
	1.4. Variable independiente	1.4.1. Señala que la variable x se denomina variable independiente.	C	A	A
	1.5. Variable dependiente	1.5.1. Señala que como el valor y depende de la variable x , se le llama variable dependiente.	C	A	A
	1.6. Dominio	1.6.1. Define el dominio de una función f como el conjunto de valores que la variable x puede tomar, es decir, el conjunto de las preimágenes.	B	B	C
		1.6.2. Señala que el dominio A de una función es también llamado conjunto de partida.	C	A	A
	1.7. Recorrido	1.7.1. Define el recorrido de una función f al conjunto de las imágenes y , es decir, todos los valores que resultan al reemplazar los valores del dominio en la función f .	B	C	C
		1.7.2. Señala que el recorrido B de una función es también llamado conjunto de llegada.	C	A	A
	1.8. Gráfico	1.8.1. Explica que la representación gráfica de una función f es el conjunto de pares ordenados (x, y) que satisfacen $y = f(x)$.	B	A	B
	1.9. Terminología	1.9.1. Señala que la variable y puede escribirse como $f(x)$, donde x es la otra variable, y se lee como “ f de x ”.	A	A	A
	1.10. Ejercicios	1.10.1. Representa una función mediante una tabla de valores.	A	A	A
		1.10.2. Representa una función mediante un diagrama sagital.	A	A	A
		1.10.3. Representa la función en un plano cartesiano, donde los valores x se representan en el eje X (abscisas) y los valores y en el eje Y (ordenadas).	B	A	A
		1.10.4. Dado diversos valores de las preimágenes de una función, calcula el valor de sus respectivas imágenes, utilizando la analogía de una máquina.	A	A	D
		1.10.5. Dado diversos valores de las imágenes de una función, calcula el valor de sus respectivas preimágenes, utilizando la analogía de una máquina.	D	D	D
		1.10.6. Determina si relaciones cotidianas corresponden a una función, mediante el uso de la definición.	D	D	A
		1.10.7. Dadas diferentes situaciones rutinarias o no rutinarias, identifica cuál de las variables es independiente y cual es dependiente.	A	D	B
		1.10.8. Determina la expresión algebraica que relaciona las variables x e y de una tabla de valores arbitraria.	D	D	B

2. Función inversa		1.10.9.	Determina si una relación representada por un diagrama sagital corresponde a una función, mediante el uso de la definición.	A	D	A
		1.10.10.	Determina si una gráfica en el plano cartesiano corresponde a la de una función, mediante el uso de la definición.	D	A	A
		1.10.11.	Construye una tabla de valores para una función f utilizando valores aleatorios que pertenezcan al dominio de f .	A	A	A
		1.10.12.	Dado un dominio finito de una función f , determina el recorrido de f calculando las imágenes para cada valor perteneciente al dominio.	B	B	D
		1.10.13.	Modela una situación interdisciplinaria mediante la expresión algebraica de una función f .	D	D	D
		1.10.14.	Dada la gráfica de una función f , determina imágenes arbitrarias a través de esta.	A	B	A
	2.1. Definición	2.1.1.	Explica que una función $f: A \rightarrow B$ que cumple con: a) El conjunto B coincide con el conjunto de llegada de la función, o codominio. b) Cada elemento de A se relaciona con un único elemento distinto de B. Posee función inversa y se denota por $f^{-1}(x)$, tal que $f^{-1}: B \rightarrow A$.	B	A	A
		2.1.2.	Señala que $Cod f^{-1} = Dom f$	A	A	A
		2.1.3.	Señala que $Cod f = Dom f^{-1}$	A	A	A
		2.1.4.	Aclara que la notación f^{-1} se refiere a la inversa de la función f y no al exponente de una potencia.	D	D	D
	2.2. Prueba de la recta horizontal	2.2.1.	Menciona que, para saber si una función posee inversa, se debe trazar una recta paralela al eje X sobre la gráfica de la función, donde si dicha recta interseca en, a lo más, un punto a la gráfica, entonces la función posee inversa.	D	D	D
		2.3.1.	Representa la inversa de una función f mediante diagramas sagitales.	D	D	A
	2.3. Ejercicios	2.3.2.	Refleja la gráfica de una función f respecto a la recta $y = x$ para obtener la gráfica de f^{-1} .	A	D	A
		2.3.3.	Representa la inversa de una función f utilizando la analogía de la máquina.	A	D	D
		2.3.4.	Comprueba que una función cuadrática f con dominio IR no tiene función inversa, pues dos elementos distintos del dominio generan imágenes iguales.	A	D	D
		2.3.5.	Verifica si una función f posee inversa utilizando diagramas sagitales.	D	D	A
		2.3.6.	Comprueba que f^{-1} es la inversa de f utilizando simetrías.	A	D	A
		2.3.7.	Determina la función inversa de una función lineal f utilizando métodos gráficos.	D	D	D

		2.3.8.	Determina la función inversa de una función lineal f utilizando métodos algebraicos.	D	D	D
		2.3.9.	Determina la función inversa de una función afín f utilizando métodos gráficos.	A	D	A
		2.3.10.	Determina la función inversa de una función afín f utilizando métodos algebraicos.	A	A	A
		2.3.11.	Determina la función inversa de $f(x) = x^2$ utilizando métodos gráficos.	A	D	D
		2.3.12.	Determina la función inversa de $f(x) = x^2$ utilizando métodos algebraicos.	D	D	D
		2.3.13.	Determina la función inversa de una función f , en problemas contextualizados, utilizando métodos algebraicos.	D	D	A
		2.3.14.	Utiliza GeoGebra para determinar la función inversa de una función f en problemas contextualizados.	D	D	B
3. Función Lineal	3.1. Definición	3.1.1.	Indica que una función lineal f puede escribirse de la forma $f(x) = mx$, con $m \neq 0$.	C	C	C
		3.1.2.	Explica que una función lineal cumple con a) Propiedad aditiva: $f(x + z) = f(x) + f(z)$ b) Propiedad homogénea: $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$, con $c \neq 0$	D	D	D
	3.2. Representación	3.2.1.	Señala que una función lineal corresponde a una recta que pasa por el origen $O(0,0)$.	D	D	D
		3.2.2.	Menciona que la gráfica dependerá del dominio de f .	B	D	D
		3.2.3.	Señala que m corresponde a la pendiente de la recta, donde si $m > 0$, la recta es creciente, y si $m < 0$, la recta es decreciente.	D	B	A
		3.2.4.	Alude a que para saber si un par ordenado (x, y) pertenece a la gráfica de f , se debe cumplir que $f(x) = y$.	D	D	B
	3.3. Ejercicios	3.3.1.	Determina si una función es lineal reconociendo su forma algebraica.	C	C	C
		3.3.2.	Modela situaciones cotidianas mediante la función lineal.	D	C	C
		3.3.3.	Grafica la función lineal mediante el uso de una tabla de valores.	C	C	C
		3.3.4.	Dada la gráfica de una función lineal, identifica los puntos que la componen.	C	C	C
		3.3.5.	Dada una función lineal f , verifica si esta cumple la propiedad aditiva y homogénea.	D	D	D
4. Función afín	4.1. Definición	4.1.1.	Define una función afín como aquella que tiene la forma $f(x) = mx + c$, con m y c distintos de cero.	D	D	A
	4.2. Terminología	4.2.1.	Señala que m es la pendiente y c el coeficiente de posición, siendo este último el valor en el eje Y por donde pasa la gráfica de la función.	D	D	A
	4.3. Representación	4.3.1.	Indica que la función afín se puede representar como la gráfica de una función lineal trasladada c unidades, hacia arriba si $c > 0$, o hacia abajo si $c < 0$.	D	D	D

5. Función cuadrática	4.4. Ejercicios	4.4.1.	Determina si una función es afín reconociendo su forma algebraica.	D	D	D
		4.4.2.	Dada una función afín $f(x) = mx + c$, identifica el valor de la pendiente y el punto en que la gráfica interseca al eje Y .	D	D	A
		4.4.3.	Dados dos puntos y sus coordenadas, grafica la función afín que pasa por esos puntos, determinando el valor de la pendiente y el punto de corte con el eje Y .	D	D	A
		4.4.4.	Dadas una función lineal $f(x) = mx$ y su gráfica, y la gráfica de una función afín con la misma pendiente de f , determina la expresión algebraica de la función afín identificando la traslación asociada.	D	D	D
		4.4.5.	Modela situaciones cotidianas mediante la función afín.	D	D	A
		4.4.6.	Utiliza GeoGebra para representar la gráfica de una función afín.	D	D	D
	5.1. Definición	5.1.1.	Se refiere a la función como cuadrática o de segundo grado.	A	A	A
		5.1.2.	La define según su forma simbólica $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a, b, c \in R$ y $a \neq 0$.	B	A	A
		5.1.3.	Define la forma canónica de una función cuadrática como aquella de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$.	D	D	A
		5.1.4.	Se refiere a a, b y c como los coeficientes de la función.	A	A	A
		5.1.5.	Indica a IR como el dominio de x .	A	A	B
		5.1.6.	Indica que el recorrido es un subconjunto de IR .	B	B	D
	5.2. Representación	5.2.1.	Señala que la función se representa mediante una parábola	A	A	A
		5.2.2.	Se refiere al vértice como el punto más alto o más bajo.	A	A	A
		5.2.3.	Señala al vértice como el punto $V(-\frac{b^2}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$	B	A	A
		5.2.4.	Abrevia el vértice como $V(h, k)$, donde $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = f(-\frac{b}{2a})$.	B	D	A
		5.2.5.	Identifica al eje de simetría como la recta $x = -\frac{b}{2a}$	D	D	A
		5.2.6.	Señala que es simétrica respecto a una recta paralela al eje Y .	B	D	B
		5.2.7.	Menciona que a determina la concavidad de la parábola.	A	A	A
		5.2.8.	Señala que el gráfico interseca el eje Y en el punto $(0, c)$.	D	D	D
		5.2.9.	Indica que si $0 < a < 1$, la gráfica de una función cuadrática se dilata.	D	B	B
		5.2.10.	Indica que si $1 < a $, la gráfica se contrae.	D	B	B
		5.2.11.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $h > 0$, la gráfica se mueve hacia la derecha en h unidades.	D	B	A
		5.2.12.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $h < 0$, la gráfica se mueve hacia la izquierda en $ h $ unidades.	D	B	A

		5.2.13.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $k > 0$, la gráfica se mueve hacia arriba en k unidades.	D	B	A
		5.2.14.	Considerando la forma canónica de una función cuadrática, explica que si $k < 0$, la gráfica se mueve hacia abajo en $ k $ unidades.	D	B	A
	5.3. Ceros de la función	5.3.1.	Asocia la función a una ecuación de segundo grado.	C	C	A
		5.3.2.	Señala que las soluciones de la ecuación corresponden a los puntos en que la gráfica interseca al eje x .	A	D	D
		5.3.3.	Señala que las soluciones dependen del discriminante.	D	D	D
		5.3.4.	Señala que, si el discriminante es igual a 0, entonces $x_1, x_2 \in R$ y $x_1 \neq x_2$, el gráfico de la función interseca al eje X en los puntos $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.	D	D	D
		5.3.5.	Señala que, si el discriminante es igual a 0, entonces $x_1, x_2 \in R$ y $x_1 = x_2$, el gráfico de la función interseca al eje X en $(x_1, 0)$.	D	D	D
		5.3.6.	Señala que, si el discriminante es menor que 0, entonces $x_1, x_2 \notin R$ y el gráfico de la función no interseca el eje X .	D	D	D
	5.4. Ejercicios	5.4.1.	Determina si una función es de segundo grado reconociendo su forma algebraica.	C	B	A
		5.4.2.	Calcula la imagen para elementos arbitrarios del dominio de una función cuadrática.	A	A	A
		5.4.3.	Grafica una función cuadrática mediante una tabla de valores.	A	A	A
		5.4.4.	Dada una gráfica de una función cuadrática, identifica los puntos de intersección con los ejes del plano.	A	A	A
		5.4.5.	Dada una función cuadrática, calcula su discriminante y lo relaciona con los puntos de intersección con el eje X .	D	D	D
		5.4.6.	Resuelve problemas cotidianos mediante la función cuadrática.	D	A	B
		5.4.7.	Caracteriza una función cuadrática, modelando situaciones cotidianas.	D	A	B
		5.4.8.	Dada una función cuadrática en su forma canónica, determina la magnitud de los movimientos horizontales y verticales.	D	D	B
		5.4.9.	Transforma una función cuadrática a su forma canónica, mediante la factorización y Completación de cuadrados.	D	D	A
		5.4.10.	Grafica una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ mediante GeoGebra, construyendo deslizadores para a, b y c .	A	D	D

Tabla 14. Resultados generales en base al Texto del estudiante

De los resultados anteriores, se elaboraron las siguientes tablas de frecuencia:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
A	29	29	51	109
B	13	12	12	37
C	10	7	7	24
D	48	52	30	130

Tabla 15. Frecuencia de valoraciones por canal, con base en la MAC_{TE}

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	26,6%	26,6%	46,8%
B	35,1%	32,4%	32,4%
C	41,7%	29,2%	29,2%
D	36,9%	40,0%	23,1%

Tabla 16. Frecuencias porcentuales relativas respecto a la cantidad total por valoración realizada, con base en la MAC_{TE}

A modo general, se observa que la valoración que lidera la tabla es la que refiere a la no realización de la acción que describe un subaspecto, pues de 400 valoraciones registradas, 130 corresponden a “D”. De cerca le sigue la valoración “A”, que ocupa el segundo lugar entre las valoraciones que más se registraron. Si se realiza la equivalencia de valoraciones con la matemática formal, el tercer y cuarto lugar no sufren cambios de posición bajo ningún punto de vista.

Ahora bien, podemos observar que el canal Matemóvil lidera el registro de valoraciones “A” que se efectuaron. A dicho canal, le sigue Profe Alex y Math2me, con una diferencia de 22 subaspectos. Lo anterior, establece

una competencia homogénea entre Profe Alex y Math2me en la ejecución correcta de las acciones descritas en los subaspectos. Sin embargo, en la valoración “D”, que indica la no realización de las acciones descritas, Math2me es el canal que mayor frecuencia exhibe, seguido del canal Profe Alex y, por último, Matemóvil.

Si de errores se trata, el canal Profe Alex nuevamente obtiene el primer puesto, pues, aproximadamente, dos de cada cinco errores registrados son cometidos por dicho canal. Sin embargo, la diferencia no es tan abismal en comparación con Math2me y Matemóvil, quienes realizaron acciones de manera incorrecta la misma cantidad de veces, con 7 cada uno.

Por otro lado, la valoración “B” se registró en igual cantidad tanto para Math2me y Matemóvil, quedando sólo a un registro del canal Profe Alex, quien llevó a cabo 13 subaspectos de forma incompleta.

Consideremos ahora la tabla de frecuencias relativas en relación a la cantidad de subaspectos valorados, cuya cifra asciende a 100 de ellos.

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	29%	29%	51%
B	13%	12%	12%
C	10%	7%	7%
D	48%	52%	30%

Tabla 17. Frecuencias porcentuales respecto al total de subaspectos valorados, con base en la MAC_{TE}

Cada canal destaca en un aspecto respecto a sí mismo. Profe Alex, por un lado, obtiene casi la mitad de las valoraciones “D” del total de sus registros. De igual manera sucede con Math2me, quién supera la mitad. Diametralmente opuesto se encuentra el canal Matemóvil, el que destaca por tener más de la mitad de los subaspectos valorados con una “A”. Sin embargo, la cifra de acciones no realizadas también es considerablemente alta, en comparación con el resto de las valoraciones que obtuvo.

Finalmente, se aprecia Math2me y Matemóvil cometieron la misma cantidad de errores y de omisiones. Sin embargo, el canal Profe Alex no se aleja en gran medida, pues sólo cometió una omisión y tres errores más que el resto de los canales.

5.3. Resultados y análisis por dimensión en base a la matemática formal

5.3.1. Dimensión Función

Respecto a la dimensión de función, se elaboraron las siguientes tablas de frecuencia.

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
0	0	1	0	1
1	1	0	1	2
2	2	1	0	3
3	0	1	2	3
Total	3			

Tabla 18. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
0	0%	100%	0%
1	50%	0%	50%
2	66,67%	33,33%	0%
3	0%	33,33%	66,67%

Tabla 19. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de función, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
0	0%	33,33%	0%
1	33,33%	0%	33,33%
2	66,67%	33,33%	0%
3	0%	33,33%	66,67%

Tabla 20. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de función, en base a la matemática formal

De las tablas anteriores, podemos ver que el canal Math2me es el único que no trabajó un subaspecto de la dimensión, siendo este la definición de función. Sin embargo, es necesario aclarar que el canal si otorgó una definición de función, pero se realizó en base a pares ordenados, afirmando que una función es un conjunto de pares ordenados (x, y) donde el primer

elemento nunca se repite, pero que por la naturaleza de la definición y la estructura de la matriz, no fue posible valorarla.

Ahora bien, tanto el canal Profe Alex como Matemóvil trabajan la definición, pero el primero lo hace omitiendo información, mientras que el último lo hace considerando todos los elementos necesarios para una buena comprensión del concepto. Cabe destacar que no se efectuaron registros de las omisiones observadas, dando prioridad a los errores.

Los errores registrados en la dimensión se dividen de forma equitativa tanto para el canal Profe Alex como para Matemóvil, cometiendo un error cada uno. Dichos errores serán comentados en base a las notas de campo efectuadas en el desarrollo de la investigación, las que están disponibles en el Anexo 3. Así, en la presentación de situaciones no cotidianas que representan funciones, el canal Profe Alex considera una función de A en B , pero insiste en llamar al conjunto A como el conjunto x , literal que utiliza para generalizar los elementos de dicho conjunto. Es decir, de su declaración, se puede concluir que $A = x$, lo cuál claramente es un error. De manera análoga, ocurre con el conjunto B y la variable y .

Por otro lado, Matemóvil define el dominio como el conjunto de valores que toma (hubiese sido más preciso “puede tomar”) la variable x ,

para luego ejemplificar con una función cuyo dominio está compuesto por figuras geométricas (cuadrado, rectángulo, pentágono, etc), discrepando de su definición, la que asegura que en el dominio de una función se encontrarán sólo valores. Es más, pues al definir una función f que relaciona la cantidad de lados de un polígono con un número natural, señala que $f(x) = \text{número de lados}$. Luego, agrega al dominio una oveja, afirmando que dicha acción es incorrecta, lo que en estricto rigor sí es posible de realizar en base a su definición.

Finalmente, se destaca que el canal Profe Alex fue el único que no alcanzó una valoración 3 en alguno de los subaspectos ligados a la dimensión. En cambio, el canal Matemóvil obtuvo el doble de subaspectos correctos en comparación con Math2me.

5.3.2. Dimensión Función real

Respecto a la dimensión de función real, se elaboraron las siguientes tablas de frecuencia.

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil	Total
0	4	4	3	11
1	5	1	3	9
2	4	4	3	11
3	1	5	5	11
Total	42			

Tabla 21. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función real, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
0	36,36%	36,36%	27,27%
1	55,56%	11,11%	33,33%
2	36,36%	36,36%	27,27%
3	9,09%	45,45%	45,45%

Tabla 22. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función real, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
0	28,57%	28,57%	21,43%
1	35,71%	7,14%	21,43%
2	28,57%	28,57%	21,43%
3	7,14%	35,71%	35,71%

Tabla 23. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función real, en base a la matemática formal

De lo anterior, queda en evidencia que el canal Math2me y Matemóvil concentran aproximadamente el 91% de las valoraciones 3 que se registraron en la dimensión de Función real, con cinco subaspectos cada uno que registran dicho valor. El canal Profe Alex queda muy por detrás, con sólo uno

de los once registros con valor máximo, siendo la menor cantidad respecto al total particular y general.

La omisión de información se da de manera regular entre los tres canales, donde tanto Profe Alex como Math2me registran la misma cantidad de subaspectos abordados incompletamente, con cuatro valoraciones 2, distando sólo en uno con Matemóvil, quién registra tres.

Respecto a los errores, el canal Profe Alex acumula más de la mitad de los que se evidenciaron en la dimensión, y más de un tercio respecto a sí mismo. Uno de ellos corresponde a trabajar la variable independiente x como conjunto, lo que también se mencionó anteriormente. De la misma manera ocurre con la variable dependiente, donde señala que para una función de A en B , $B = y$. A lo anterior se suma que, al trabajar con elementos del rango de una función, señala que a ellos “les llegan imágenes” del dominio, lo cuál pierde total sentido en la exposición del contenido, pues se entiende que a una imagen del rango le llega una imagen del dominio. En esa misma línea, también señala que los valores del conjunto de llegada son imágenes del conjunto de partida, lo que se traduce como que distintos valores de un conjunto son imágenes de otro.

Al hallar el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x}$ también fue posible registrar un error, dado que llega a la conclusión de que $Dom(f) = \mathbb{R}^+$, excluyendo al 0. En el contexto del dominio de una función, Matemóvil también incurre en un error, el cual se relaciona directamente con el error descrito en la dimensión anterior, por lo que no se describirá nuevamente.

El definir o hallar el rango de una función fue un error presente en los tres canales, donde Profe Alex calcula el rango con métodos poco ortodoxos, que llevan a generalizaciones erradas, mientras que Math2me y Matemóvil utilizan como sinónimos el literal de la variable dependiente (generalmente y) y el rango R de una función, es decir, $R = y$. Sumado a lo anterior, Matemóvil también erra cuando se refiere al rango $R = \mathbb{R}$ de una función f como el rango de $f(x)$, escribiendo $Ran = y \in \mathbb{R}$.

Por otro lado, y continuando con el canal Profe Alex, al considerar la representación gráfica de una función cuyo dominio es $\mathbb{R}$, este afirma que la gráfica comienza y termina en infinito, para luego señalar que esta se prolonga de manera indeterminada, lo que evidencia una importante contradicción en el planteamiento, además de los errores que en él existen.

Los errores siguen presentes en el mismo canal cuando de evaluar funciones se trata. Aquí, en un ejercicio particular cuyo propósito es

encontrar el valor de la función en 2, se insta a “encontrar la función evaluada en dos”. Lo anterior, incurre en un error pues lo que se encuentra es el valor de la función en un número y no la función como tal; o bien, se evalúa la función en un valor particular.

En el mismo contexto anterior, el canal Profe Alex, luego de evaluar una función en un valor determinado, llega a la conclusión de que $\sqrt{5} = 2.23$, proposición rotundamente incorrecta, dado que 2.23 es solamente una aproximación al valor de $\sqrt{5}$.

Ahora bien, Matemóvil también registra errores en la evaluación de funciones, pues incurre en una instrucción incorrecta, dictando que para evaluar una función f en un número determinado, se debe reemplazar el número por x , en vez de x por el número en cuál se evaluará la función.

5.3.3. Dimensión Función Biunívoca

Las tablas de frecuencias asociadas a los resultados de esta dimensión son las siguientes:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
0	0	5	0	5
1	2	0	0	2
2	2	0	1	3
3	1	0	4	5
Total	5			

Tabla 24. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función biunívoca, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	0%	100%	0%
1	100%	0%	0%
2	66,67%	0%	33,33%
3	20%	0%	80%

Tabla 25. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función biunívoca, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	0%	100%	0%
1	40%	0%	0%
2	40%	0%	20%
3	20%	0%	80%

Tabla 26. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función biunívoca, en base a la matemática formal

La función biunívoca, también llamada uno a uno, fue el tema que mayor complejidad trajo consigo al momento de realizar las obversaciones, dado que, en base a lo planteado en el marco referencial, se tuvo que subentender como la función biyectiva.

Es pertinente comenzar destacando que el canal Math2me fue el único que no trabajó ningún subaspecto relacionado con esta dimensión, dando el salto directamente a la función inversa, como se verá más adelante.

El canal que mejor trabajó la dimensión fue Matemóvil, abordando completa y correctamente cuatro de los cinco subaspectos valorados, donde sólo omitió información en el quinto. Por otro lado, el canal Profe Alex sólo registró un subaspecto abordado de forma correcta, siendo la cantidad más baja respecto a sí mismo y al total general.

Los errores registrados dentro de la dimensión los comete el canal Profe Alex. En primer lugar, al comprobar si una función es biunívoca mediante diagramas sagitales, señala que dados el conjunto de partida A de la misma, este “se llama la x ”, aludiendo nuevamente a que el conjunto A es igual a la variable independiente. Finalmente y como último error, al comprobar si una función es biunívoca mediante la gráfica de esta, afirma que “la gráfica es inyectiva”, lo que está errado dado que lo que cumple la definición es la función y no su representación gráfica como tal.

5.3.4. Dimensión Función inversa

A esta dimensión se asocian las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
0	1	2	0	3
1	1	0	0	1
2	2	1	0	3
3	0	1	4	5
Total	4			

Tabla 27. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función inversa, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	33,33%	66,67%	0%
1	100%	0%	0%
2	66,67%	33,33%	0%
3	0%	20%	80%

Tabla 28. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función inversa, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	25%	50%	0%
1	25%	0%	0%
2	50%	25%	0%
3	0%	25%	100%

Tabla 29. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función inversa, en base a la matemática formal

De las tablas anteriores, podemos destacar el canal Matemóvil, el que trabajó todos los subaspectos que comprenden a la Función inversa de manera correcta, obteniendo así cuatro de las cinco valoraciones 3 que se registraron en la dimensión, donde la quinta la obtuvo el canal Math2me.

Profe Alex, en cambio, no logró valoraciones máximas en ninguno de los subaspectos.

Math2me fue el que más subaspectos no abordó, obteniendo el máximo respecto a sí mismo y al total general. Por otro lado, el canal Profe Alex obtuvo una mayor cantidad de valoraciones 2, seguido de la valoración 0 y 1, con la misma cantidad cada una. Es más, pues Profe Alex fue el único canal que registró errores en la dimensión, ya que al hallar algebraicamente la inversa de una función f , escribe la expresión $f(x) = y = 2x + 3$ y, unas líneas más abajo, la expresión $y = \frac{x-3}{2}$, para luego concluir que $f^{-1}(x) = y$, lo que discrepa tanto de la definición de función inversa dada en el marco referencial, como del planteamiento de las expresiones hechas por el canal. Finalmente, el mismo canal erra al comprobar y concluir que f^{-1} es la inversa de f , dado que lo hace mediante ejemplos y no de la forma algebraica que lo garantiza.

5.3.5. Dimensión Función lineal

En base a los resultados obtenidos, se construyeron tres tablas de frecuencias para esta dimensión. En efecto, tenemos:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
0	1	0	0	1
1	2	1	2	5
2	3	0	1	4
3	0	5	3	8
Total	6			

Tabla 30. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función lineal, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	100%	0%	0%
1	40%	20%	40%
2	75%	0%	25%
3	0%	62,50%	37,50%

Tabla 31. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función lineal, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	16,67%	0%	0%
1	33,33%	17%	33,33%
2	50%	0%	16,67%
3	0%	83,33%	50%

Tabla 32. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función lineal, en base a la matemática formal

El canal que más destaca en esta dimensión es el Math2me, dado que es el que tiene la mayor tasa de valoraciones 3 y la menor de valoraciones 1. Lo anterior, se da tanto respecto a sí mismo como al total genera de valoraciones que se hicieron en la dimensión. En cuanto al error, este corresponde al porqué la función lineal tiene ese nombre, donde el canal señala que “es lineal porque su gráfica es una línea recta”.

Por otro lado, el canal Matemóvil también alcanza el máximo respecto a sí mismo de valoraciones 3, pero le siguen en el registro dos subaspectos que abordó con error. Primero, el dominio de una función lineal lo escribe como $Dom = x \in \mathbb{R}$, en vez de $Dom f = \mathbb{R}$. Por otro lado, el segundo error del canal guarda relación con el rango de una función lineal, donde se refiere a él como “el rango de $f(x)$ ”, en vez del rango de f .

Finalmente, Profe Alex no registra valoraciones 3 en la dimensión, quedando en el podio la valoración 2, seguida de la 1 y, finalmente, la 0. De hecho, este canal es el único que registra subaspectos no trabajados en la dimensión, que es el que alude a hallar la representación algebraica de una función lineal.

En cuanto a los errores de Profe Alex, señala que el dominio de una función lineal cambia dependiendo de la orientación de la recta que la representa, lo cual es falso, pues como se dejó plasmado en partes anteriores de este documento, el dominio de cualquier función lineal de la forma $f(x) = ax + b$ es $\mathbb{R}$. Otro error que se pudo registrar en esta dimensión tiene su base en el postulado que dicta que dos puntos determinan una única recta. En esa línea, el canal Profe Alex afirma que para trazar la recta que representa una función lineal se necesitan, por lo menos, tres puntos.

5.3.6. Dimensión Función cuadrática

A la dimensión Función cuadrática se asocian las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
0	3	4	2	9
1	0	0	0	0
2	5	3	0	8
3	2	3	8	13
Total	10			

Tabla 33. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función lineal, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	33,33%	44,44%	22,22%
1	0%	0%	0%
2	62,50%	37,50%	0%
3	15,38%	23,08%	61,54%

Tabla 34. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función lineal, en base a la matemática formal

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil
0	30%	40%	20%
1	0%	0%	0%
2	50%	30%	0%
3	20%	30%	80%

Tabla 35. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función lineal, en base a la matemática formal

De las tablas presentadas anteriormente, podemos notar que en esta dimensión es la única en la que ninguno de los tres canales comete errores. Es más, pues aquí todos los canales registran más de un subaspecto valorado con 3, siendo Matemóvil el que más destaca, pues de todos los subaspectos que trabajó, el 100% lo hizo de forma completa y correcta.

De los aspectos no trabajados, destaca que ningún canal hizo mención alguna al discriminante de la función cuadrática. Además, el eje de simetría de la parábola que representa una función cuadrática sólo fue abordado por Matemóvil, no siendo considerado ni por Profe Alex ni por Math2me. Es

más, pues Estos últimos tampoco abordan la forma canónica de una función cuadrática. Ahora bien, ni Matemóvil ni Math2me abordaron las intersecciones con los ejes de forma valorable, cosa que sí hizo Profe Alex, aunque omitiendo información.

En general, se puede decir que la dimensión Función cuadrática es la que mejor abordan los canales observados, tanto por los datos mostrados en este documento como por la percepción final de los observadores.

5.4. Resultados y análisis por dimensión en base al texto del estudiante

5.4.1. Dimensión Función

Respecto a la dimensión de función, se elaboraron las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
A	9	12	15	36
B	6	3	3	12
C	4	1	2	7
D	6	9	5	20
Total	25			

Tabla 36. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	25%	33,33%	41,67%
B	50%	25%	25%
C	57,14%	14,29%	28,57%
D	30%	45%	25%

Tabla 37. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de función, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	36%	48%	60%
B	24%	12%	12%
C	16%	4%	8%
D	24%	36%	20%

Tabla 38. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de función, en base al texto del estudiante

De la tabla 36, en relación a las frecuencias absolutas, se aprecia que las valoraciones “A” y “D” son las que en mayor cantidad se observan, con 36 y 20, respectivamente. Lo anterior indica que los canales, en general, si bien no abordaron todos los subaspectos, los que sí se trabajaron lo hicieron de forma correcta.

Al momento de hablar de errores, los que no serán mencionados nuevamente debido a que estos ya fueron explicitados en el análisis de la

matemática formal, se puede observar que, en primer lugar, se encuentra el canal Profe Alex, quien establece una diferencia de 43 y 28 puntos porcentuales, aproximadamente, con los canales Math2me y Matemóvil, respectivamente. Por otro lado, si bien ningún canal presenta un porcentaje mayor de valoraciones “C” que de “A” o “B”, es el canal Profe Alex quien registra la mayor tasa de valoraciones “C”. Diametralmente opuesto está el canal Math2me, pues es el que menos subaspectos registra con dicha valoración.

En cuanto a los aspectos positivos, es el canal Matemóvil el que presenta una mayor cantidad porcentual, tanto en el total particular de valoraciones como en el total de subaspectos valorados, mientras que el que menos calificaciones “A” posee es el canal Profe Alex.

Como podemos apreciar los resultados vistos están estrechamente relacionados a los resultados de la matemática formal.

5.4.2. Dimensión Función inversa

A la dimensión Función inversa se asocian las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil	Total
A	9	4	10	23
B	1	0	1	2
C	0	0	0	0
D	9	15	8	32
Total	19			

Tabla 39. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función inversa, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	39,13%	17,39%	43,48%
B	50%	0%	50%
C	0%	0%	0%
D	28,13%	46,88%	25%

Tabla 40. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función inversa, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	47,37%	21,05%	52,63%
B	5,26%	0%	5,26%
C	0%	0%	0%
D	47,37%	78,95%	42,11%

Tabla 41. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función inversa, en base al texto del estudiante

De las tablas anteriores, se observa que, en términos generales, los tres canales presentaron un significativo porcentaje de omisiones. Se identificaron 32 omisiones de un total de 57 valoraciones realizadas, siendo Math2me el canal que más presenta respecto a sí mismo como en comparación a Profe Alex y Matemóvil. Por otro lado, es destacable que

ninguno de los canales involucrados en el análisis presentó errores en los subaspectos abordados en la dimensión.

Matemóvil destaca como el mejor canal, pues obtiene una mayor cantidad de valoraciones “A” en comparación con los otros dos canales. Respecto a sí mismo, la valoración mencionada anteriormente también lidera respecto al total de subaspectos considerados en la dimensión. Ahora bien, si de aciertos se trata, Math2me, a pesar de la gran cantidad de omisiones registradas, realiza correctamente las cuatro acciones que describen los subaspectos que trabajó.

En términos generales, se puede afirmar que la dimensión de la Función inversa exhibe un análisis positivo en los aspectos que en ella se trabajaron. Sin embargo, lo que más destaca es el poco nivel de cobertura para este contenido, en relación a lo que aborda el Texto del estudiante.

5.4.3. Dimensión Función lineal

En base a los resultados obtenidos respecto a la dimensión Función lineal, hemos obtenido las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
A	0	0	1	1
B	1	1	1	3
C	4	5	5	14
D	6	5	4	15
Total	11			

Tabla 42. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función lineal, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	0%	0%	100%
B	33,33%	33,33%	33,33%
C	28,57%	35,71%	35,71%
D	40%	33,33%	26,67%

Tabla 43. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de función lineal, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	0%	0%	9,09%
B	9,09%	9,09%	9,09%
C	36,36%	45,45%	45,45%
D	54,55%	45,45%	36,36%

Tabla 44. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de función lineal, en base al texto del estudiante

Como se puede apreciar en la tabla 42, hay una gran cantidad de valoraciones “C” y “D”, lo que demuestra que en general las acciones

descritas en los subaspectos fueron realizadas con error, o que bien simplemente no se llevaron a cabo.

El principal error que cometen los tres canales es la no distinción entre la función lineal y afín, distando así el lenguaje empleado por ellos en comparación con el presente en el Texto del estudiante. Explicando lo anterior, es que mientras que el Texto define la expresión algebraica de una función lineal de la forma $f(x) = mx$, los canales utilizan la expresión $f(x) = mx + b$, la que, según el Texto, corresponde a una función afín. Es más, pues el canal Matemóvil, gracias al título de uno de sus videos, da a entender que trabajar la función lineal es equivalente a trabajar la afín, es decir, que refieren a la misma función.

Esta forma indiscriminada de llamar función lineal a lo que debería ser, según el Texto del estudiante, una función afín, induce a diferentes errores, como al momento de construir una gráfica o una tabla de valores y señalarlas como los de una función lineal, cuando en realidad, bajo la mirada ya mencionada, corresponden a los de una función afín.

5.4.4. Dimensión Función afín

En base a los resultados obtenidos respecto a la dimensión de función afín hemos obtenido las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemovil	Total
A	0	0	5	5
B	0	0	0	0
C	0	0	0	0
D	9	9	4	22
Total	9			

Tabla 45. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función afín, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	0%	0%	100%
B	0%	0%	0%
C	0%	0%	0%
D	40,91%	40,91%	18,18%

Tabla 46. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de función afín, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	0%	0%	55,56%
B	0%	0%	0%
C	0%	0%	0%
D	100%	100%	44,44%

Tabla 47. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de función afín, en base al texto del estudiante

Mediante la tabla 45 es fácil poder observar la gran cantidad de valoraciones “D” en esta dimensión, esto debido al mismo motivo por el cual se presentaron una gran cantidad de errores en la dimensión de función lineal, es decir, no hay una distinción entre un tipo de función y otra. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, el canal Matemóvil realiza una referencia a la función afín mediante el título de uno de sus videos, dando a entender que no existe diferencia entre una función y otra, por lo que para efectos de la observación, el canal Matemóvil sí trabajó algunos de los subaspectos presentes en esta dimensión. Caso contrario ocurre con los canales Profe Alex y Math2me, quienes sólo trabajan la función lineal.

5.4.5. Dimensión Función cuadrática

A la dimensión de función cuadrática se asocian las siguientes tablas:

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil	Total
A	11	13	20	44
B	5	8	7	20
C	2	1	0	3
D	18	14	9	41
Total	36			

Tabla 48. Frecuencias absolutas por canal respecto a la dimensión Función cuadrática, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	25%	29,55%	45 ,45%
B	25%	40%	35%
C	66,67%	33,33%	0%
D	43,90%	34,15%	21,95%

Tabla 49. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total particular por valoración en la dimensión de Función cuadrática, en base al texto del estudiante

Valoración	Profe Alex	Math2me	Matemóvil
A	30,56%	36,11%	55,56%
B	13,89%	22,22%	19,44%
C	5,56%	2,78%	0%
D	50%	38,89%	25%

Tabla 50. Frecuencias porcentuales por canal respecto al total de subaspectos valorados en la dimensión de Función cuadrática, en base al texto del estudiante.

De las tablas presentadas anteriormente, se puede evidenciar que existe un 40,74% de subaspectos con valoración “A”, desde una perspectiva general, en donde destaca el canal Matemóvil, obteniendo el mayor porcentaje respecto a sí mismo y al total de valoraciones “A” registradas en la dimensión.

Ahora bien, Profe Alex y Math2me concentran los subaspectos valorados con “C”, en cual ambos utilizan el concepto de función como equivalente al de ecuación. Además, el canal Profe Alex señala que para una función cuadrática de la forma $f(x) = x^2 + x + 3$, el termino x^2 no tiene

coeficiente, para luego afirmar que su coeficiente es 1, generando una contradicción evidente.

Ahora, si bien en la dimensión existe un alto porcentaje de omisiones, los canales de igual manera quedan al debe con la rigurosidad matemática desprendida del Texto del estudiante, ya que ninguno de los canales obtuvo un 100% en la valoración “A” respecto a los subaspectos que trabajaron. Es más, pues hubo omisiones en definiciones y en la modelación de diversas situaciones.

De esa manera, Math2me destaca como el canal menos riguroso en relación con los subaspectos abordados, evidenciando ciertas deficiencias en la calidad y precisión de sus contenidos relacionados con la función cuadrática. Por otro lado, Profe Alex queda en deuda en cuanto a la dimensión evaluada, revelando aspectos particulares que requieren mejoras para alinearse con los estándares desprendidos del Texto del estudiante. Finalmente, Matemóvil destaca como el canal que mejor abordó la dimensión, pero con una alta tasa de falta de precisión, donde además destaca por no abordar diversos temas fundamentales que comprenden la Función cuadrática.

CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN

Del cotejo de los videos relacionados con la unidad temática de funciones de los canales seleccionados mediante las matrices MAC_{MF} y MAC_{TE} , se han obtenido resultados que no se ajustan a las expectativas previas. En ese sentido, es pertinente recordar que el objetivo de esta investigación es evaluar los contenidos disponibles en los principales canales de *YouTube*, de habla hispana, dedicados a la enseñanza de la matemática, en la unidad temática de funciones, en base a lo planteado por el currículo nacional y la matemática formal.

Ahora bien, existen estudios como los de Rivadeneira (2013), Romero *et al.* (2017) y Acuña y Liern (2020) que presentan conclusiones que muestran una postura positiva sobre la utilización de los videos que se encuentran en la plataforma de *YouTube*, promoviendo la utilización de estos por diferentes motivos. No obstante, es crucial tener en cuenta que los estudios llevados a cabo por estos autores presentan discrepancias con el

objetivo de nuestra de investigación. Por ejemplo, Rivadeneira (2013) concluye que

la utilización de vídeos alojados en You Tube como apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática resulta ser de mucha importancia ya que se pudo evidenciar cambios tanto en la predisposición como en la forma de estudiar esta Ciencia (p. 6930)

pero sin considerar la calidad del contenido videos. Por otro lado, Romero *et al.* (2017) evalúa aspectos tales como la calidad técnica del video (calidad audiovisual), la calidad didáctica empleada por los distintos creadores y la accesibilidad de cada canal para establecer que los videos propuestos son buenos. Por último, Acuña y Liern (2020) consideran “que los vídeos de matemáticas disponibles en internet pueden ser una fuente de recursos muy valiosa para apoyar la clase de matemáticas” (p.1140), aunque su estudio se centró en la eficiencia puntual y la utilidad formativa, mas no en la formalidad de la matemática expuesta por los creadores.

Ahora bien, las discrepancias identificadas entre los estudios previos y esta investigación resaltan la necesidad de profundizar en la evaluación de la calidad y pertinencia del contenido de los canales que dedican su espacio a la enseñanza de la matemática en *YouTube*. Esto implica considerar aspectos más allá de la eficiencia puntual de los videos, como la adecuación del

currículo nacional y la matemática formal, con el fin de obtener conclusiones más específicas y relevantes para un estudio como el que se planteó en este documento.

Ahora bien, es pertinente recordar que los canales observados tenían millones de suscriptores. Sin embargo, lo expuesto anteriormente no indica una relación entre la calidad de los contenidos presentados y el reconocimiento dentro de *YouTube*, pues los resultados de la investigación revelaron una deficiencia notoria en aspectos como la rigurosidad matemática, la que fue evidenciada principalmente en los canales Profe Alex y Math2me, los cuales destacaron por las omisiones y errores presentes en sus videos.

Lo anterior es consonante con los hallazgos de Pattier (2022), quien concluye que “la calidad e idoneidad de los videos no guardan una relación directa con el posicionamiento en la plataforma” (p. 67). En este contexto, el mismo autor plantea la importancia de que los profesores elijan y recomienden directamente los videos, sugiriendo que el reconocimiento en la plataforma no garantiza la excelencia matemática de los contenidos. Estos resultados subrayan la relevancia de enfocar la evaluación, generando así una recomendación de videos cuyo sello sea la calidad y pertinencia del

contenido, más allá de la popularidad en la plataforma o calidad visual de los videos, pues si bien estos aspectos son beneficiosos para el proceso de aprendizaje, enfocarse en el análisis de la calidad de los contenidos no solo mejorará la experiencia educativa de los estudiantes, sino que también potenciará la efectividad de los recursos educativos disponibles en la web.

CAPÍTULO 7. CONCLUSIÓN

La presente investigación se enfocó en evaluar la calidad de los contenidos disponibles en *YouTube* relacionados con la unidad temática de funciones, teniendo en cuenta tanto la perspectiva de la matemática formal como la del texto del estudiante en Chile. Dicha evaluación se llevó a cabo teniendo como referencia las Matrices de análisis de contenido, las cuales se forjaron bajo las perspectivas antes mencionadas.

Los canales de *YouTube* analizados en este estudio fueron Profe Alex, Math2me y Matemóvil, y los resultados obtenidos proporcionan una visión detallada de cómo estos recursos educativos abordan los conceptos fundamentales de funciones.

En términos de la matemática formal, se observó que Profe Alex, pese a su popularidad, presentaba deficiencias notables en el abordaje de los conceptos relacionados con todas las dimensiones, a excepción de la Función cuadrática. Los resultados sugieren que la calidad del contenido matemático

presentado por Profe Alex en esta unidad temática no cumple con los estándares de la matemática formal, evidenciando errores y falencias ligadas a la mala adecuación y transmisión del conocimiento, lo que puede traer consigo un impacto negativo en la comprensión de este objeto matemático tan fundamental en la disciplina.

Por otro lado, Math2me se caracterizó por no abordar muchos subaspectos de la MAC_{MF} . Este canal, aunque no presentó errores significativos en lo que cubrió, mostró limitaciones al no profundizar en diversos conceptos claves de la unidad, como la función biunívoca. El hallazgo anterior pone en tabla la necesidad de una presentación más completa de los temas, de tal manera que estos recursos garanticen una comprensión transversal e integral de la unidad temática.

En contraste con lo anterior, el canal Matemóvil se destacó positivamente al demostrar la mejor participación en casi todas las dimensiones. Este canal fue identificado como el que mejor abordó los subaspectos relacionados con funciones, presentando un contenido más completo y preciso, los cuales estaban más acorde con los estándares de la matemática formal. De ese modo, dentro del contexto descrito, se sugiere al

canal Matemóvil como una fuente confiable y potencialmente sólida, tanto para estudiantes como profesores que busquen en *YouTube* recursos para complementar el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones.

Ahora bien, la comparación con el texto del estudiante reveló discrepancias entre la enseñanza que imparten los canales observados y los lineamientos que se desprenden del texto. Estas discrepancias plantean preguntas sobre la coherencia y alineación entre los contenidos de *YouTube* y los estándares educativos chilenos. La falta de congruencia entre estos dos enfoques resalta la necesidad de una mayor integración entre los recursos en línea y el curriculum nacional.

En conclusión, los resultados sugieren que, en la unidad temática de funciones, existe una variabilidad significativa en la calidad de los contenidos ofrecidos por los canales de *YouTube* analizados. Mientras Profe Alex mostró deficiencias, Math2me presentó limitaciones en la cobertura, y Matemóvil se destacó como el más acertado tanto bajo la mirada de la matemática formal como la del Texto del estudiante.

Todo lo anterior, insta a no recomendar los canales Profe Alex ni Math2me para el aprendizaje de funciones, ya sea por los errores que en ellos

yacen o por los temas que no trabajan. Por otro lado, se recomienda la utilización de los recursos disponibles en el canal Matemóvil, aunque no para un aprendizaje autodirigido.

Finalmente, la investigación destaca la importancia de una evaluación crítica, rigurosa y continua de los recursos educativos disponibles en la plataforma, señalando la necesidad de mejorar la alineación entre los contenidos existentes en *YouTube* y los estándares educativos formales, de tal modo que ellos contribuyan de manera efectiva e integral al aprendizaje de los estudiantes.

CAPÍTULO 8. SUGERENCIAS

En primer lugar, se sugiere ampliar la muestra de canales evaluados, de tal manera que se pueda obtener una visión más completa de la calidad del contenido relativo a funciones que se presenta en *YouTube*.

A raíz de lo anterior, también se sugiere incluir otras plataformas digitales, expandiendo así la investigación a sitios web o aplicaciones masivas, en las cuales miles de estudiantes ocupan decenas de horas en ellas. Del mismo modo, y en relación a lo anterior, se sugiere una participación activa de estudiantes, involucrándolos en diferentes aspectos, como la selección de la muestra o bien la evaluación que ellos puedan realizar del contenido que observan. Consideramos que aquella acción podría proporcionar información tremendamente valiosa a futuras investigaciones.

Finalmente, sugerimos realizar un seguimiento temporal a los canales o creadores seleccionados, de tal manera que se puedan medir factores como la evolución del contenido a través del tiempo.

CAPÍTULO 9. REFERENCIAS

24horas TVN. (6 de agosto de 2020). *Plataforma educativa revela los tópicos más difícil de aprender de forma online*. 24Horas.cl. <https://www.24horas.cl/tendencias/redessociales/plataforma-educacional-revela-los-topicos-mas-dificil-de-aprender-de-forma-online-4372602>

Aguirre Juvinao, Á. J. (Agosto, 2016). *Desarrollo del conocimiento matemático informal y formal en primer grado* [Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Educación]. Universidad del Norte. <https://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7722/130317.pdf?sequence=1>

Aragundi, A., & Vélez, J. (2022). La Enseñanza de las Matemáticas en Tiempos de Covid en los Estudiantes de Décimo Año de Educación Básica Superior del Colegio Paulo Emilio Macías. *Polo del conocimiento*, 7(3), pp.3-17. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8354981>

Ásgeirsdóttir, I. (2007). ¿Qué hace que un texto de estudio sea bueno y cómo nos aseguramos de que todos los estudiantes reciban uno? In *SITE 2006: Primer Seminario Internacional de Textos Escolares, Santiago de Chile, en abril de 2006*. Gobierno de Chile, Ministerio de Educación. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/2254/mono-586.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Azcárate Giménez, C., & Deulofeu Piquet, J. (1989). *Funciones y gráficas*. Síntesis Editorial. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/59065>

- Belloch, C. (2012). *Entornos virtuales de aprendizaje*. Universidad de Valencia. <https://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA3.pdf>
- Calandra, P., & Araya, M. (2009). *Conociendo las TIC* (M. Mocelli, Ed.). Universidad de Chile. https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/120281/Calandra_Pedro_Conociendo_los_TIC.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Cardozo, M. (2022). Uso de las TIC en el proceso de enseñanza- aprendizaje en estudiantes del primer y segundo ciclo de la educación escolar básica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 6(6), pp. 8354-8371. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i6.4002
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. In A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. Penalva, F. García, & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en educación matemática XVI* (pp. 75-94). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. <https://www.seiem.es/docs/actas/16/Actas16SEIEM.pdf>
- Castro, S. (2022). Ambientes de aprendizaje enriquecidos por las Tecnologías de la Información. *Revista Conrado*, 18(85), pp. 363-371. <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v18n85/1990-8644-rc-18-85-363.pdf>
- Celdrán, Y. (4 de Junio de 2023). *¿Cuántos satélites hay orbitando alrededor de la Tierra y cómo es posible que no choquen?*. Meteored. <https://www.meteored.cl/noticias/ciencia/cuantos-satelites-hay-orbitando-la-tierra-y-como-es-posible-que-no-choquen.html>
- CHILEVISIÓN. (14 Julio de 2020). *Profesor de Matemáticas cerró su canal de YouTube tras denuncias de errores en ejercicios - CHVNoticias.cl*. CHV Noticias. https://www.chvnoticias.cl/reportajes/profesor-matematicas-canal-youtube-denuncias-errores-ejercicios_20200714/
- Consejo nacional de educación. (2023). *Planes y programas de estudio*. Consejo Nacional de Educación. <https://cned.cl/institucional/planes-y-programas-de-estudio/>

- De la Torre, L., & Domínguez, J. (2012). Las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje a través de los objetos de aprendizaje. *Revista Cubana de Informática Médica*, 4(1), pp. 91-100. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1684-18592012000100008&lng=es&tlng=es
- Díaz, Á., Lira, I., Olgún, Z., Arau, A., & Caballero, F. (2018). Enseñanza-aprendizaje a nivel posgrado con la aplicación YouTube (T. Makita, V. Gaber, & J. León, Coords.). *REVISTA CIENCIA ADMINISTRATIVA*, 9, pp. 116-122. <https://www.uv.mx/iiesca/files/2019/01/Vol9-2018-Especial.pdf#page=116>
- Díaz, J., Batanero, M. d. C., & Font, V. (2002). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros* (Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática, Ed.). Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Farfán, R., & García, M. (2005). El Concepto de Función: Un Breve Recorrido Epistemológico. En J. Ledezma, M. Sánchez, & J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (18^{va} ed., pp.489-494). II Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <http://funes.uniandes.edu.co/5974/1/FarfanElconceptoAlme2005.pdf>
- Fernández, R. (18 de Noviembre de 2018). *Usuarios mundiales de las redes sociales líderes en 2023*. Statista. <https://es.statista.com/estadisticas/600712/ranking-mundial-de-redes-sociales-por-numero-de-usuarios/>
- Giler-Velasquez, L. (2021). La enseñanza virtual de matemática en Educación Universitaria en el Ecuador. *Polo del Conocimiento*, 6(7), pp. 566-583. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8331506>
- González, I., Zaldívar, J., & Morelos, S. (2020). Dificultades en la construcción e interpretación de gráficas de funciones en estudiantes de educación superior. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), pp.40-48. <http://funes.uniandes.edu.co/22298/1/Gonzalez2020Dificultades.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6^{ta} ed.). McGraw-Hill Education.

https://apiperiodico.jalisco.gob.mx/api/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_roberto_hernandez_sampieri.pdf

Jacovkis, P. (2011). Las TIC en América Latina: historia e impacto social. *Revista iberoamericana de ciencia tecnología y sociedad*, 6(18), pp. 63-64. <http://www.scielo.org.ar/pdf/cts/v6n18/v6n18a04.pdf>

Jaramillo, C., & Chávez, J. (2015). TIC y educación en Chile: Una revisión sistemática de la literatura. *Nuevas Ideas en Informática Educativa TISE*, pp. 221-231. <https://www.tise.cl/volumen11/TISE2015/221-231.pdf>

Kemp, S. (12 de febrero de 2023). *Digital 2023: Chile*. Datareportal. <https://datareportal.com/reports/digital-2023-chile?rq=Chile>

López, M., López, C., & Flores, K. (2018). Información, conocimiento y aprendizaje en la era digital. *Revista de Educación*, (15), pp.119-138. http://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/2978/3240.

Márquez, M. (2019). ¿Por qué importa aprender álgebra elemental?. *Docerere*, (20), pp. 25-28. <https://revistas.uaa.mx/index.php/docere/article/view/2200/2041>

Martínez Prieto, G. E. (2017). *Integración de las TIC en el Proceso de Enseñanza - Aprendizaje de la Función Lineal y su Aporte Pedagógico a los Estudiantes de Grado Noveno de la Institución Educativa Distrital Manuel del Socorro Rodríguez* [Trabajo presentado como requisito para optar el título de Magíster en Proyectos Educativos mediados por TIC]. Universidad de la Sabana. <https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/31574/Guillermo%20Enrique%20Mart%c3%adnez%20Prieto%20%28Tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

MINEDUC. (2016). *Matemática Programa de Estudio Octavo básico medio*. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación de Chile. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18983_programa.pdf

MINEDUC. (2016). *Matemática Programa de Estudio Primero medio*. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación de Chile.

<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/262/MONO-207.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

MINEDUC. (2016). *Matemática Programa de Estudio Segundo medio*. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación de Chile. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-34360_programa.pdf

MINEDUC. (2021). *Matemática: Guía didáctica del docente 8° básico*. Ministerio de educación

MINEDUC. (2023). *Textos Escolares SIGE*. Ayuda Mineduc. <https://www.ayudamineduc.cl/ficha/textos-escolares-sige-4>

Narodowski, M., & Campetella, D. (2018). Educación y destrucción creativa en el capitalismo de pospandemia. En I. Dussel, P. Ferrante, & D. Pulfer (Eds.), *Pensar la educación en tiempos de pandemia Entre la emergencia, el compromiso y la espera* (1^{ra} ed., pp. 43-52). UNIPE. [https://aulainfod.infod.edu.ar/archivos/repositorio/7250/7356/Dussel I. La clase en pantuflas en Pensar la educacion.pdf?id_curso=8119](https://aulainfod.infod.edu.ar/archivos/repositorio/7250/7356/Dussel_I.La_clase_en_pantufilas_en_Pensar_la_educacion.pdf?id_curso=8119)

Nunes, T., Schliemann, A., & Carraher, W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press

Olivera, M. (2016). *Estudio de Uso y Valoración de Textos Escolares: Informe final*. Guernica Consultores S.A. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/18822/E17-0008.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

ONU. (26 de Marzo de 2020). *Más de 156 millones de estudiantes están fuera de la escuela en América Latina debido al coronavirus*. UN News. <https://news.un.org/es/story/2020/03/1471822>

Osman, M. (23 de Agosto de 2023). *Impresionantes Estadísticas y Datos de YouTube 2024*. Kinsta. <https://kinsta.com/es/blog/estadisticas-youtube/>

- Puga, L., Rodríguez, J., & Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, (20), pp. 197-220. <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846839009.pdf>
- Roig, R., Álvares, J., Flores, C., Blasco, J., Grau, S., Guarinos, I., Lledó, A., López, E., Lorenzo, G., Martínez, M., Mengual, S., Mulero, J., Perandones, T. M., Rodríguez-Cano, C., Segura, L., Suárez, C., & Tortosa, M. (2013). Características de los ambientes de aprendizaje online para una práctica docente de calidad. Indicadores de evaluación. En N. Pellín (Ed.), *XI Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria* (pp. 2405-2419). Universidad de Alicante. Instituto de Ciencias de la Educación. <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/44268/1/2013-XI-Jornadas-Redes-184.pdf>
- Romero, R., Ríos, A., & Román, P. (2017). YouTube: Evaluación de un catálogo social de vídeos didácticos de Matemáticas de calidad. *Revista Prisma social*, (18), pp. 515-539. <https://revistaprismasocial.es/article/view/1387>
- Romero, R., Tejeda, C., & Núñez, O. (2020). Actitudes hacia las TIC y adaptación al aprendizaje virtual en contexto COVID-19, alumnos en Chile que ingresan a la educación superior. *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*, 60(2), pp. 99-120. <https://www.scielo.cl/pdf/perseduc/v60n2/0718-9729-perseduc-60-02-99.pdf>
- Salazar, L. (2014). Fomentar la lectura de libros de matemática: Una necesidad en estudiantes universitarios que debe iniciarse desde la secundaria. In *IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA* (pp. 156-166). <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/memorias/article/view/2505/2293>
- Santos Mellado, J. A. (2018). *Valoración de videotutoriales de matemáticas disponibles en internet. Nuevos instrumentos para el análisis de los procesos educativos* [Tesis para optar al grado de doctor en ciencias en la especialidad de matemática educativa]. Ciudad de México, México. https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/tesis_Santos.pdf
- Secretaría de educación pública. (2022). *Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas Plan de Estudios 2022 Estrategia Nacional de Mejora de las*

Escuelas Normales Programa del curso Álgebra y funciones Segundo semestre.
Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.
<https://dgesum.sep.gob.mx/storage/recursos/planes2022/k7zJS4SIYT-4924.pdf>

Serres, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *Revista Universitaria de investigación*, 12(1), pp. 122-142.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41030367007>

Spivak, M. (1996). *Cálculo Infinitesimal* (B. Frontera Marqués, Trad.). Reverte, Editorial S.A. <https://valle.fciencias.unam.mx/licenciatura/bibliografia/spivak.pdf>

Subsecretaría de Telecomunicaciones. (2017). *IX Encuesta de Acceso y Usos de Internet.*
Brújula investigación y estrategia. https://www.subtel.gob.cl/wp-content/uploads/2018/07/Informe_Final_IX_Encuesta_Acceso_y_Usos_Internet_2017.pdf

Tapia, J., Sánchez, A., & Vidal, C. (2020). Estilos de aprendizaje e intención de uso de videos académicos de YouTube en el contexto universitario chileno. *Formación universitaria*, 13(1), pp. 3-12. <https://www.scielo.cl/pdf/formuniv/v13n1/0718-5006-formuniv-13-01-3.pdf>

Tisocco, M. (2021). *El diseño de un ambiente virtual de aprendizaje (AVA) para aspirantes a la universidad* [Tesina]. Universidad Tecnológica Nacional. <https://ria.utn.edu.ar/bitstream/handle/20.500.12272/5663/TISOCCO.tesina.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Unidad de curriculum y evaluación. (2020). *Orientaciones priorización curricular.* MINEDUC. <https://www.comunidadescolar.cl/wp-content/uploads/2020/07/Orientaciones-implementacio%CC%81n-Priorizacio%CC%81n-Curricular-en-forma-remota-y-presencial.pdf>

Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy Into Practice Through the World of Textbooks* (1^{ra} ed.). Springer Netherlands. 10.1007/978-94-007-0844-0

- Vásquez, O. (2016). *Conocimiento matemático formal como predictor del rendimiento académico* [Tesis para optar al título de Magister en Educación, Universidad del Norte]. Repositorio institucional de la Universidad del Norte <https://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7722/130317.pdf?sequence=1>
- Vera, S., & Moreno, J. (2021). Experiencias de aprendizaje en YouTube, un análisis durante la pandemia de COVID-19. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, e1139. <https://www.redalyc.org/journal/5216/521665144013/html/>
- Vidal Cortés, R. A. (2009). *Las raíces y radicales en los libros de texto en Chile (1969 – 2009) :Un análisis de rupturas epistemológicas como aporte a la Didáctica de las Matemáticas* [Tesis doctoral presentada a la Facultad de Ciencias de la Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile para optar al grado de Doctor en Ciencias de la Educación]. https://www7.uc.cl/sw_educ/educacion/grecia/plano/html/pdfs/biblioteca/DOCTOR/Roberto%20Vidal.pdf.
- VIEYTES, R. A. (2004). *Metodología de la investigación en organizaciones, mercado y sociedad; Epistemología y técnicas*. EDITORIAL DE LAS CIENCIAS.
- Zill, D., & Dewar, J. (2012). *Álgebra, trigonometría y geometría analítica*. McGraw-Hill Interamericana. https://www.u-cursos.cl/aprendizaje/2016/1/MPA/1/material_docente/bajar?id=1433160&bajar=1
- Zurita, C., Zaldívar, A., Sifuentes, A., & Escobedo, R. (2020). Análisis crítico de ambientes virtuales de aprendizaje. *Utopía y Praxis Latinoamericana*, 25(11), pp. 33-47. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27964922003>

ANEXOS

Anexo 1: videos por canal observados en la investigación

CANAL PROFE ALEX		
TITULO	DURACIÓN	ENLACE
Qué es función Concepto de función	10:47	https://www.youtube.com/watch?v=L17xfe3HoZE&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb
funciones Inyectivas Sobreyectivas y Biyectivas	21:09	https://www.youtube.com/watch?v=-9sJnBLJxKI&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=2
Evaluar funciones Ejemplo 1	12:25	https://www.youtube.com/watch?v=tZ8AYOOB9G4&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=3
Evaluar funciones Ejemplo 2	6:08	https://www.youtube.com/watch?v=ulRV6rTSdt0&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=4
Evaluar funciones Ejemplo 3	9:41	https://www.youtube.com/watch?v=8soQJtYlPis&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=5
Representación de funciones	12:45	https://www.youtube.com/watch?v=A7OrJ8IlIeE&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=6
Dominio y rango de una función	11:00	https://www.youtube.com/watch?v=H40lcwlgPMk&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=7

Gráfica de la función lineal Ejemplo 1	7:22	https://www.youtube.com/watch?v=AoZpzAoC1Qg&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=8
Gráfica de la función lineal Ejemplo 2	8:47	https://www.youtube.com/watch?v=jVx1jBJDEpY&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=9
Gráfica de la función lineal Ejemplo 3	9:53	https://www.youtube.com/watch?v=4cP5oXkv7BM&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=10
Dominio y rango Función Lineal	9:02	https://www.youtube.com/watch?v=G-sduIBzvVU&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=11
Vértice de una parábola	10:21	https://www.youtube.com/watch?v=iZ4guTg3tXg&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=12
Raíces o Ceros función cuadrática o de segundo grado	32:10	https://www.youtube.com/watch?v=Sno1AsxXqvw&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=13
Gráfica de la función cuadrática o de segundo grado	13:45	https://www.youtube.com/watch?v=6JQw45YO3Fs&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=14
Dominio y Rango de una función cuadrática o de segundo grado	15:58	https://www.youtube.com/watch?v=YlhOfpREfHE&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=15
Función inversa Introducción	24:09	https://www.youtube.com/watch?v=9zXjR45lOUo&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=41
Función inversa Ejemplo 1	20:14	https://www.youtube.com/watch?v=InAq8h5Z20Y&list=PLeYSRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=42

Función inversa Ejemplo 2	27:26	https://www.youtube.com/watch?v=OKo1uqM-enY&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=43
Función inversa Ejemplo 3	11:42	https://www.youtube.com/watch?v=B-33yWaeyJY&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=44
Función inversa Ejemplo 4	17:50	https://www.youtube.com/watch?v=m_Y8ELkyusM&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=45
¿Qué es una Función?	27:07	https://www.youtube.com/watch?v=HAeSkQH1C-I&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=46

CANAL MATH2ME		
TÍTULO	DURACIÓN	ENLACE
Concepto de función	14:09	https://www.youtube.com/watch?v=lixFuzigJR0
Concepto de función	10:32	https://www.youtube.com/watch?v=VOzeXq1xqII&t=67s
Identificar una función como gráfica	2:11	https://www.youtube.com/watch?v=ezMspkMqTCA
Dominio de una función notación	4:14	https://www.youtube.com/watch?v=WLOREINqS2I&list=PLEwR-RTQiRPVnE0imISYEgi6-g2Eq1iOg&index=5
Dominio de una función	3:00	https://www.youtube.com/watch?v=aTJfGMpqU3Y
obtener el dominio de una función	3:22	https://www.youtube.com/watch?v=AB3Wb90AsTU&list=PLEwR-RTQiRPVnE0imISYEgi6-g2Eq1iOg&index=11

Como obtener el dominio de una función	12:29	https://www.youtube.com/watch?v=nuv1pvE6TKE&list=PLEwR-RTQiRPVnE0imISYEgi6-g2Eq1iOg&index=1
Rango de una función	2:11	https://www.youtube.com/watch?v=yIgaRF_oXf0
Determina la gráfica que es una función, su dominio y rango	13:23	https://www.youtube.com/watch?v=s8ax-3XRIV4
Hallar el dominio y rango de una función a partir de su gráfica	7:54	https://www.youtube.com/watch?v=2CYya8dJovg
como TABULAR o EVALUAR FUNCIONES y comprobar con calculadora	14:20	https://www.youtube.com/watch?v=tNZOJQHDBd0
Como obtener la función inversa	7:12	https://www.youtube.com/watch?v=XpUdUtnlu84
Función inversa algebraica y racional	7:45	https://www.youtube.com/watch?v=AtZnXnStOlc
Hallar la función inversa dada parejas	1:39	https://www.youtube.com/watch?v=y7Rfq9TtDaE
Funciones inversas en una calculadora	4:15	https://www.youtube.com/watch?v=LNqPkLw46pM
comprobación de una función inversa Algebraica y racional	7:15	https://www.youtube.com/watch?v=mY2j_NuoK-4
Hallar la función inversa ejercicio 1	3:13	https://www.youtube.com/watch?v=ZhzQYEDTrhY

Hallar la función inversa ejercicio 2	11:58	https://www.youtube.com/watch?v=LjKLVhw4cEk
Dominio, rango y gráfica de la función lineal ejercicio 2	1:52	https://www.youtube.com/watch?v=dPKhTtKnypw
dominio, rango y gráfica de la función lineal	8:08	https://www.youtube.com/watch?v=Z78f87TZ6JA
Graficar funciones lineales	16:38	https://www.youtube.com/watch?v=Tp4ZFWnwzMU
aplicación de una función lineal problema 1	12:59	https://www.youtube.com/watch?v=tNYHrCqf_WM
Dominio, rango de la función lineal intervalos	3:29	https://www.youtube.com/watch?v=hZCwkPx_MXM
Evaluar funciones en una tabla	10:00	https://www.youtube.com/watch?v=2yEKNgBjPOA
interpretación de la función lineal	9:05	https://www.youtube.com/watch?v=FKYk5BBXf_A
Graficar una función lineal Escoger valores	12:36	https://www.youtube.com/watch?v=hexdD1SVCYo
Gráfica de funciones lineales - identificar	3:48	https://www.youtube.com/watch?v=08kaSvdW33U
Sustituir la variable en una función	3:16	https://www.youtube.com/watch?v=FPOBNuRdDYQ

Graficar funciones lineales. Graph lineal equations	9:05	https://www.youtube.com/watch?v=dLNxF4SlxIw
dominio y rango de una ecuación lineal	4:40	https://www.youtube.com/watch?v=-a4MtDWXes&list=PLEwR-RTQiRPVnE0imISYEgi6-g2Eq1iOg&index=7
Evaluar funciones con fracciones ejercicio 1	3:07	https://www.youtube.com/watch?v=g57fsNox5pY&list=PLEwR-RTQiRPU2DScsyrPEDbclh1qPiEpw&index=6
graficar una ecuación de primer grado	8:07	https://www.youtube.com/watch?v=T9bYbQO8AeE
Ecuaciones de primer grado o lineales desde cero	9:44	https://www.youtube.com/watch?v=jUV068nwxM4
Gráfica de una función lineal tabulación	9:56	https://www.youtube.com/watch?v=1dmZkcXKTpk
Dominio y rango de una función cuadrática	5:55	https://www.youtube.com/watch?v=1CvNNK9pm0s
evaluación de funciones	12:43	https://www.youtube.com/watch?v=tvUoOZDRAks
Gráfica de una función cuadrática para principiantes	5:43	https://www.youtube.com/watch?v=TAdPHHbq9z4
traslación de una función cuadrática Gráfica de una parábola	9:37	https://www.youtube.com/watch?v=cij5sif90Pw
Aplicación de la función cuadrática	8:44	https://www.youtube.com/watch?v=TF2_IjxOtyY

Hallar la ecuación cuadrática dadas sus raíces	1:51	https://www.youtube.com/watch?v=SE7ZyEkPkgA
Valor max o min de funciones cuadráticas ej1	8:16	https://www.youtube.com/watch?v=GhcRSSzAp5Y
traslación de la parábola	5:25	https://www.youtube.com/watch?v=0ITRzJebgXI
Evaluar una función ejercicio 3	4:01	https://www.youtube.com/watch?v=8s3CSy_QFqU
Rango de una ecuación cuadrática ej1	6:08	https://www.youtube.com/watch?v=ThwAMD_OsNo
Rango de una ecuación cuadrática ej2	10:06	https://www.youtube.com/watch?v=Y_3MQI5V4qo
Intersecciones de una ecuación cuadrática largo	7:32	https://www.youtube.com/watch?v=5LslxYgltl8
Calcular máximo o mínimo de una ecuación cuadrática	5:53	https://www.youtube.com/watch?v=L0FLEfkrXlc
Evaluar una función ejercicio 1	5:14	https://www.youtube.com/watch?v=rIe6j8X8xnk&list=PLEwR-RTQiRPU2DScsyrPEDbclh1qPiEpw
Evaluar una función ejercicio 2	5:49	https://www.youtube.com/watch?v=V81c56Fjp_E&list=PLEwR-RTQiRPU2DScsyrPEDbclh1qPiEpw&index=2
Evaluar una función ejercicio 3	4:01	https://www.youtube.com/watch?v=8s3CSy_QFqU&list=PLEwR-RTQiRPU2DScsyrPEDbclh1qPiEpw&index=3
Evaluar una función	4:48	https://www.youtube.com/watch?v=ROlnQcX5gZw&list=

problema 1		PLEwR-RTQiRPU2DScsyrPEDbelh1qPiEpw&index=4
1.Guía de análisis de funciones - HD	4:11	https://www.youtube.com/watch?v=97oYHMs5JFM
Gráficas y puntos críticos de una función	8:07	https://www.youtube.com/watch?v=nCN2SRsw84w
Gráfica de una función cuadrática	3:42	https://www.youtube.com/watch?v=axHznFVBKmq
Ecuaciones cuadráticas por método gráfico	20:10	https://www.youtube.com/watch?v=H_cxMJUzOC4
Ecuaciones cuadráticas por fórmula general	16:05	https://www.youtube.com/watch?v=sdWh5CnYIX4
Resolución por método gráfico - parte 1	14:19	https://www.youtube.com/watch?v=DTIhIRd5EDg
Traslación de una función cuadrática gráfica de una parábola	9:37	https://www.youtube.com/watch?v=cij5sif90Pw&t=159s

CANAL MATEMÓVIL		
TÍTULO	DURACIÓN	ENLACE
Funciones - Introducción Ejercicios Resueltos	46:32	https://www.youtube.com/watch?v=onh9C8dv9x4&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_
Evaluación de Funciones - Ejercicios Resueltos - Nivel 1	29:04	https://www.youtube.com/watch?v=os3MIiPEN_I&list=PL3KGq8pH1bFSSfVcc4CEKqUotaFyDsxl

Evaluación de Funciones - Ejercicios Resueltos - Nivel 2	26:55	https://www.youtube.com/watch?v=8k2sn5kBqQo&list=PL3Kgq8pH1bFSSfVcc4CEKqUotaFyDsXI_&index=2
Evaluación de Funciones - Ejercicios Resueltos - Nivel 3	11:13	https://www.youtube.com/watch?v=a3bzgUXpUJs&list=PL3Kgq8pH1bFSSfVcc4CEKqUotaFyDsXI_&index=3
Como Graficar Funciones Básicas - Ejercicios Resueltos	28:13	https://www.youtube.com/watch?v=T069zfb44yo&list=PL3Kgq8pH1bFSPJ0tjvgncun5JOYfE9q6B
Dominio y Rango de Funciones - Ejercicios Resueltos	59:44	https://www.youtube.com/watch?v=glhFLEZgnrE&list=PL3Kgq8pH1bFSCF4oy482VoCnNhOtnscXF
Hallar Dominio y Rango al Instante con GeoGebra o Desmos	15:10	https://www.youtube.com/watch?v=B6Z9oML3Ju4&list=PL3Kgq8pH1bFSCF4oy482VoCnNhOtnscXF&index=2
Desplazamientos Verticales y Horizontales - Transformaciones de Funciones - Ejercicios	49:42	https://www.youtube.com/watch?v=94V8PxtPrR0&list=PL3Kgq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=10
Alargamientos y Contracciones - Transformaciones de Funciones – Ejercicios	1:08:09	https://www.youtube.com/watch?v=YliqR26Nmqq&list=PL3Kgq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=13
Función Inyectiva, Sobreyectiva y Biyectiva - Ejercicios Resueltos	1:09:23	https://www.youtube.com/watch?v=YnC4KtjGijw&list=PL3Kgq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=17
Función Inversa - Ejercicios Resueltos	55:43	https://www.youtube.com/watch?v=zXq8ugfbM1E&list=PL3Kgq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=18
Graficar la Inversa de una Función en GeoGebra - Función Inversa	5:14	https://www.youtube.com/watch?v=3DL3htxfsfQ&list=PL3Kgq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=19

Intersecciones de una Función con los Ejes X e Y	28:42	https://www.youtube.com/watch?v=IdSrCR3-5ZI&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=21
Función Lineal (afín) - Ejercicios Resueltos - Nivel 1	29:17	https://www.youtube.com/watch?v=FivdryOMLZ8&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=26
Función Lineal (afín) - Ejercicios Resueltos - Nivel 2	29:33	https://www.youtube.com/watch?v=M6A7wbmkK2s&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=27
Función Lineal (afín) - Ejercicios Resueltos - Nivel 3	21:38	https://www.youtube.com/watch?v=xwx8hPST2Vg&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=27
Función Cuadrática - Ejercicios Resueltos - Nivel 1	44:59	https://www.youtube.com/watch?v=Ql8L09-HsI0&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=28
Función Cuadrática - Ejercicios Resueltos - Nivel 2	48:39	https://www.youtube.com/watch?v=beh-2U1Jyq8&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=29
Función Cuadrática - Ejercicios Resueltos - Nivel 3	15:29	https://www.youtube.com/watch?v=o71lS3YWSvY&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=30
Función Cuadrática - Ejercicios Resueltos - Nivel 3B	33:50	https://www.youtube.com/watch?v=gqKIb1QQJqU&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=32
Pasar de Forma Polinómica a Canónica y al Revés en Función Cuadrática	19:55	https://www.youtube.com/watch?v=S7euqoT_2lw&list=PL3KGq8pH1bFQEzc9-tk8jP2QjBYsKkPu_&index=32

Anexo 2: Validación Matriz MAC_{MF}



VALIDACIÓN MATRIZ DE ANÁLISIS DE CONTENIDO

Nombre: Ricardo Atzugaray H.

Fecha: 05/12/2023

• DIMENSIÓN 1: FUNCIÓN

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
1.1. Una función de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y .	✓	✓	regla de correspondencia?
1.2. Ejercicio: Presenta situaciones de la vida cotidiana que representan funciones	✓	✓	

• DIMENSIÓN 2: FUNCIÓN REAL

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
2.1. Una función real de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y , donde X e Y son subconjuntos del conjunto de los números reales.	✓	✓	regla de corresp.? $X \subset \mathbb{R}, Y \subset \mathbb{R}$
2.2. El dominio corresponde al mayor subconjunto de números reales para los cuales $f(x)$ es un número real.	✓	✗	¿mayor subconjunto? $X = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in \mathbb{R}\}$

2.3. El rango es el subconjunto R de Y formado por todos los posibles valores $f(x)$ para x en X .	✓	✓	$R = \{f(x) \in Y \mid x \in X\}$
2.4. La imagen corresponde a un valor y del rango R , que es el valor que toma la preimagen a través de la función f .	✓	✗	imagen de quien? preimagen ??
2.5. Como el valor de y depende de la elección de x , a y se le llama variable dependiente.	✓	✓	
2.6. Al valor x que pertenece a X , se le llama variable independiente.	✓	?	Al valor x ?
2.7. La gráfica de una función es la gráfica de la ecuación $y = f(x)$ para x en el dominio de f .	✓	✗	$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \in X, y = f(x)\}$

2.8. La gráfica de un conjunto de puntos en un plano de coordenadas es la gráfica de una función si toda recta vertical la cruza en un punto, a lo más.	✓	✓	
2.9. Ejercicio: Establece la diferencia entre f y $f(x)$, donde la primera representa a la función y la segunda a algún valor perteneciente al rango de la función f .	✓	✓	
2.10. Ejercicio: Determina el dominio encontrando los valores x para los cuales $f(x)$ es un número real.	✓	✓	
2.11. Ejercicio: Determina el rango R de una función f .	✓	✓	
2.12. Ejercicio: Calcula la imagen $f(x)$ utilizando elementos del dominio.	✓	✓	

2.13. Ejercicio: Determina si la gráfica corresponde a la gráfica de una función.	✓	✓	
2.14. Ejercicio: Grafica una función f utilizando los pares ordenados $(x, f(x))$.	✓	✗	con $x \in \text{Dom}(f)$

▪ **DIMENSIÓN 3: FUNCIÓN BIUNÍVOCA**

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
3.1 Una función f con dominio X y rango R es una función biunívoca si cualquiera de las dos condiciones equivalentes siguientes se satisface: (1) Siempre que $a \neq b$ en X , entonces $f(a) \neq f(b)$ en R . (1) Siempre que $f(a) = f(b)$ en R , entonces $a = b$ en X .	✓	✓	
3.2 Representa la función mediante diagramas sagitales y señala que el valor de cada función del rango R corresponde a exactamente un elemento del dominio X .	✓	✗	¿Valor de cada función del Rango? muy malo!!

3.3 Ejercicio: Comprueba gráficamente si la función es biunívoca.	✓	✓	
3.4 Ejercicio: Comprueba algebraicamente si la función es biunívoca.	✓	✓	

• DIMENSIÓN 4: FUNCIÓN INVERSA

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
4.1 Sea f una función biunívoca con dominio X y rango R . Una función g con dominio R y rango X es la función inversa de f , siempre que la condición siguiente sea verdadera para toda x en X y toda y en R : $y = f(x) \leftrightarrow x = g(y)$	✓	✓	
4.2 La función inversa se puede representar mediante diagramas sagitales, donde una flecha indica que f es una función de X a R y la otra flecha indica que g es una función de R a X .	✓	X	¿"la otra flecha"? ¿hay solo una función $g: R \rightarrow X$?
4.3 Ejercicio: Hallar la función inversa algebraicamente.	✓	✓	

• DIMENSIÓN 5: FUNCIÓN LINEAL

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
5.1 Una función f es lineal si $f(x) = ax + b$, donde x es cualquier número real y a y b son constantes.	✓	✓	¿ $X = \mathbb{R}$?
5.2 El dominio de f es $\mathbb{R}$, pues $f(x)$ existe para toda x .	✓	✓	$f(x) \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}$
5.3 Si $a \neq 0$, entonces el rango de f es $\mathbb{R}$.	✓	✓	
5.4 La gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = ax + b$, la que es una recta con pendiente a y cruce b con el eje y . De ese modo, la gráfica de una función lineal es una recta.	✓	✓	
5.5 Ejercicio: Hallar la representación gráfica de una función lineal.	✓	✓	

5.6 Ejercicio: Hallar la representación algebraica de una función lineal.	✓	✓	
---	---	---	--

• DIMENSIÓN 6: FUNCIÓN CUADRÁTICA

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
6.1. Una función f es cuadrática si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b, c son números reales, con $a \neq 0$.	✓	✓	
6.2. La función cuadrática f se puede expresar en su forma canónica como $f(x) = a(x - h)^2 + k$.	✓	✓	
6.3. El vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ tiene coordenada $x = -\frac{b}{2a}$.	✓	✓	primera coord. o abscisa
6.4. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor máximo de f si $a < 0$.	✓	✓	

6.5. La gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + c$ corresponde a una parábola que abre hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$.	✓	✓	
6.6. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor mínimo de f si $a > 0$.	✓	✓	
6.7. Una función f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ interseca, posiblemente, al eje x en $x_1 = \frac{-b - \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a},$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}.$	✓	✓	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
6.8. La expresión $b^2 - 4ac$ se denomina discriminante de f . Si el discriminante es positivo, entonces la parábola corta al eje x en $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$; si es negativo, la parábola no cruza al eje x ; si es cero, el vértice de la parábola está en el eje x , en $(x_1, 0)$, siendo la parábola tangente al eje x .	✓	✓	¿no cruza?
6.9. La recta $x = -\frac{b}{2a}$ se llama eje de simetría o eje de la parábola .	✓	✓	

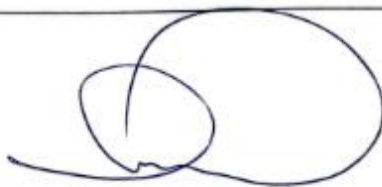
6.10. Ejercicio: Halla la gráfica de una función cuadrática dada la expresión algebraica de f .

✓

✓

• OTRAS OBSERVACIONES O SUGERENCIAS:

Está muy bien la matriz para el análisis de contenidos de los videos relacionados con funciones; solo que en general no comparto la descripción "formal" de conceptos



FIRMA DOCENTE

VALIDACIÓN MATRIZ DE ANÁLISIS DE CONTENIDO

Nombre: Salvador Alejandro Alarcón Godoy

Fecha: 06/12/2023

• DIMENSIÓN 1: FUNCIÓN

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
1.1. Una función de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y .	✓	✓	
1.2. Ejercicio: Presenta situaciones de la vida cotidiana que representan funciones	✓	✓	¿Puede considerar situaciones no cotidianas? - Si no es así, puede abrir otro descriptor

• DIMENSIÓN 2: FUNCIÓN REAL

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
2.1. Una función real de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y , donde X e Y son subconjuntos del conjunto de los números reales.	✓	✓	
2.2. El dominio corresponde al mayor subconjunto de números reales para los cuales $f(x)$ es un número real.	✓	X	El dominio de una función f es...

2.3. El rango es el subconjunto R de Y formado por todos los posibles valores $f(x)$ para x en X .	✓	x	La misma observación anterior *
2.4. La imagen corresponde a un valor y del rango R , que es el valor que toma la preimagen a través de la función f .	✓	x	Se hace mención a preimagen (que no está definido previamente)
2.5. Como el valor de y depende de la elección de x , a y se le llama variable dependiente.	✓	x	"elección" de x lo encasilló raro. Supiero "asignación"
2.6. Al valor x que pertenece a X , se le llama variable independiente.	✓	x	¿ $x \rightarrow$ elemento como objeto $x \rightarrow$ número real?
2.7. La gráfica de una función es la gráfica de la ecuación $y = f(x)$ para x en el dominio de f .	✓	x	función función real f es el gto de puntos $(x, f(x))$ del plano $\mathbb{R}^2$.

2.8. La gráfica de un conjunto de puntos en un plano de coordenadas es la gráfica de una función si toda recta vertical la cruza en un punto, a lo más.	✓	x	.. cruza a lo más en un punto (a la vez) (quizá sea redundante, pero me parece más preciso)
2.9. Ejercicio: Establece la diferencia entre f y $f(x)$, donde la primera representa a la función y la segunda a algún valor perteneciente al rango de la función f .	✓	✓	
2.10. Ejercicio: Determina el dominio encontrando los valores x para los cuales $f(x)$ es un número real.	✓	✓	
2.11. Ejercicio: Determina el rango R de una función f .	✓	✓	
2.12. Ejercicio: Calcula la imagen $f(x)$ utilizando elementos del dominio.	✓	x	Calcula imágenes $f(x)$ de una función f , utilizando valores de su dominio que pertenecen a su dominio

2.13. Ejercicio: Determina si la gráfica corresponde a la gráfica de una función.	✓	✓	
2.14. Ejercicio: Grafica una función f utilizando los pares ordenados $(x, f(x))$.	✓	✓	

• **DIMENSIÓN 3: FUNCIÓN BIUNÍVOCA**

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
3.1 Una función f con dominio X y rango R es una función biunívoca si cualquiera de las dos condiciones equivalentes siguientes se satisface: (1) Siempre que $a \neq b$ en X , entonces $f(a) \neq f(b)$ en R . (1) Siempre que $f(a) = f(b)$ en R , entonces $a = b$ en X .	✓	✓	
3.2 Representa la función mediante diagramas sagitales y señala que el valor de cada función del rango R corresponde a exactamente un elemento del dominio X .	✗	✓	Debería estar en la dimensión 1 o 2 (quizá más en la 1) pero no está asociado precisamente a una biyección

3.3 Ejercicio: Comprueba gráficamente si la función es biunívoca.	✓	✓	
3.4 Ejercicio: Comprueba algebraicamente si la función es biunívoca.	✓	✓	

• DIMENSIÓN 4: FUNCIÓN INVERSA

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
4.1 Sea f una función biunívoca con dominio X y rango R . Una función g con dominio R y rango X es la función inversa de f , siempre que la condición siguiente sea verdadera para toda x en X y toda y en R : $y = f(x) \leftrightarrow x = g(y)$	✓	✓	
4.2 La función inversa se puede representar mediante diagramas sagitales, donde una flecha indica que f es una función de X a R y la otra flecha indica que g es una función de R a X .	✓	✓	
4.3 Ejercicio: Hallar la función inversa algebraicamente.	✓	✓	

▪ **DIMENSIÓN 5: FUNCIÓN LINEAL**

* Supiero hablar de función afín
(para respetar el principio de linealidad)

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
5.1 Una función f es lineal si $f(x) = ax + b$, donde x es cualquier número real y a y b son constantes.	✓	✓	
5.2 El dominio de f es $\mathbb{R}$, pues $f(x)$ existe para toda x .	✓	✓	
5.3 Si $a \neq 0$, entonces el rango de f es $\mathbb{R}$.	✓	✓	
5.4 La gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = ax + b$, la que es una recta con pendiente a y cruce b con el eje y . De ese modo, la gráfica de una función lineal es una recta.	✓	✓	
5.5 Ejercicio: Hallar la representación gráfica de una función lineal.	✓	✓	

5.6 Ejercicio: Hallar la representación algebraica de una función lineal.	✓	✓		
---	---	---	--	--

▪ DIMENSIÓN 6: FUNCIÓN CUADRÁTICA

CONCEPTO Y/O DESCRIPCIÓN	PERTINENCIA	ESCRITURA	OBSERVACIONES
6.1. Una función f es cuadrática si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b, c son números reales, con $a \neq 0$.	✓	✓	
6.2. La función cuadrática f se puede expresar en su forma canónica como $f(x) = a(x - h)^2 + k$.	✓	✓	
6.3. El vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ tiene coordenada $x = -\frac{b}{2a}$.	✓	x	vértice (h, k) con $h = -\frac{b}{2a} \rightarrow k =$ $f(h) = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$
6.4. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor máximo de f si $a < 0$.	✓	✓	

6.5. La gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + c$ corresponde a una parábola que abre hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$.	✓	✓		
6.6. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, entonces $f(-\frac{b}{2a})$ es el valor mínimo de f si $a > 0$.	✓	✓		
6.7. Una función f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ interseca, posiblemente, al eje x en $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$	✓	✓		
6.8. La expresión $b^2 - 4ac$ se denomina discriminante de f . Si el discriminante es positivo, entonces la parábola corta al eje x en $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$; si es negativo, la parábola no cruza al eje x ; si es cero, el vértice de la parábola está en el eje x , en $(x_1, 0)$, siendo la parábola tangente al eje x .	✓	✓		
6.9. La recta $x = -\frac{b}{2a}$ se llama eje de simetría o eje de la parábola.	✓	✓		

6.10. Ejercicio: Halla la gráfica de una función cuadrática dada la expresión algebraica de f .	✓	✓	
--	---	---	--

▪ **OTRAS OBSERVACIONES O SUGERENCIAS:**


FIRMA DOCENTE

Anexo 3: Notas de campo de los investigadores

Información preliminar	
Nombre del observador:	Benjamín Palacios Godoy.

Canal observado:	Profe Alex
Observaciones	
▪ Define una relación matemática como una regla de correspondencia lógica, limitando el concepto. ▪ No nombra la dominio. ▪ Llama al conjunto A como el conjunto de las “x” o variable independiente y al conjunto B como el conjunto de las “y” o variable dependiente a la definición de una función. ▪ En los ejercicios a la función valor absoluto la trabaja como “quitarle el signo”. ▪ Trabaja la variable independiente como conjunto. ▪ Menciona afirmaciones erróneas respecto a la temática de función, tales como: ○ <i>Al 1 le llegaron dos imágenes</i> ○ <i>A este le llegan dos imágenes</i> ○ <i>A una imagen le llegan dos imágenes</i> ○ <i>La gráfica empieza en menos infinito y termina en infinito.</i> ○ <i>Se corto la línea</i> ○ <i>La gráfica es inyectiva</i> ○ <i>Le estamos haciendo una pregunta a la función</i> ○ <i>El conjunto de partida se llama x</i>	

- *Encontramos una función evaluada en dos*
- *Encontramos un punto que pasa por la función*
- Señala que, sea $f(x) = \sqrt{x}$, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^+$. No considera al 0.
- Se llama función lineal porque el dibujo es una línea recta.
- Dice que para graficar una ecuación lineal se necesitan por lo menos tres puntos.
- Trabaja la función lineal como de la forma $f(x) = ax + b$.
- Señala que el dominio de una función lineal cambia dependiendo de la orientación de la recta.
- Señala que la recta empieza y termina en el infinito. Luego señala que una recta no tiene ni fin, ni inicio.
- Utiliza como sinónimos la función cuadrática, de segundo grado y/o ecuación cuadrática.
- Señala que para $f(x) = x^2 + 6x + 3$, x^2 no tiene coeficiente, por lo que su coeficiente es 1.
- Para obtener los ceros de una función cuadrática factorizando iguala $f(x) = 0$.
- Menciona que: “ $-b$ es simplemente cambiarle al signo a la b ”.
- Señala que una gráfica termina en el infinito.
- Dice que el vértice divide a la parábola en dos partes iguales.
- Menciona que dos funciones son inversas, entonces su composición es conmutativa y función identidad.
- Concluye en un ejercicio que si $f(x) = y$, entonces $f^{-1}(x) = y$.

- Considera a la inyectividad como propiedad.
- Comprueba que f^{-1} es la inversa de f , pero con ejemplos.
- Calcula el rango con métodos no justificados.
- Cuando comprueba que una función es inyectiva con diagramas señala que a las imágenes les llegan más imágenes.

Canal observado:	Math2me
Observaciones	
▪ Define la función afín como lineal. ▪ Define el dominio como cualquier valor de entrada, aunque lo corrige. ▪ No distingue entre codominio y rango, además menciona que el resultado es un rango. ▪ Menciona que rango es igual a la variable dependiente. ▪ Menciona que una función es igual a una ecuación. ▪ Comenta “<i>vamos a voltear las variables</i>”. ▪ Comenta “<i>vamos a voltear la igualdad</i>”. ▪ Comenta “<i>cuando x^2 es positiva</i>” para hablar de la concavidad de la parábola. ▪ Menciona que “<i>es lineal porque su gráfica es una línea recta</i>”. ▪ Comenta “<i>hallar el rango de una ecuación cuadrática</i>”. ▪ El creador tiene muchos videos redundantes y no mantiene un estilo de enseñanza. ▪ Comprueba correcta y formalmente que f^{-1} es la inversa de f.	

Canal observado:	Matemóvil
Observaciones	
▪ En la definición de función, dice “un solo elemento” en vez de “un único”. ▪ A la representación mediante expresión algebraica le llama regla de definición. ▪ Define el dominio como el conjunto de valores que toma la variable x para los que la función está definida. Luego, ejemplifica con figuras geométricas como elementos del dominio. ▪ Define el contradominio (codominio) como conjunto de valores posibles para la variable y. Siguiendo el ejemplo de las figuras geométricas como valor del dominio, menciona que $f(x)$ = números de lados, y dice que no se puede calcular el número de lados de una oveja. ▪ Utiliza x para conjunto y para variable. Lo mismo para y. ▪ Menciona que relación $\equiv$ tabla de valores. ▪ Cuando calcula el rango dice que “<i>rango de $f(x)$</i>”, en vez de rango de f. ▪ En la definición uno a uno, no considera el rango. ▪ Menciona que la función lineal es igual a la función afín. ▪ ¿Dominio = $x \in \mathbb{R}$? ▪ ¿Rango = $y \in \mathbb{R}$? ▪ Trabaja la pendiente con movimientos en el plano. ▪ Dominio = $\{x \in \mathbb{R}\}$	

Información preliminar	
Nombre del observador:	Ignacio Viveros Parra.

Canal observado:	Profe Alex
Observaciones	
▪ Presenta la definición, pero relaciona el conjunto A y la variable independiente (x) como lo mismo, así mismo pasa con el conjunto B y la variable dependiente (y). ▪ Presenta ejercicios de situaciones no cotidianas (números de lados ▪ No presenta situaciones de la vida cotidiana. ▪ Define la función inyectiva como cada elemento del conjunto de partida como máximo A un elemento del conjunto de partida. Consiguiente a la definición agrega ejemplos utilizando diagrama sagital y mediante gráficos. ▪ Define la función sobreyectiva como cada elemento del conjunto de llegada le corresponde por lo menos un elemento del conjunto de partida. Consiguiente a la definición agrega ejemplos utilizando diagrama sagital y mediante gráficos. ▪ Biyectiva: Inyectiva y sobreyectiva. ▪ No menciona la prueba de la recta horizontal. ▪ Menciona que cualquier función se puede graficar. No especifica si es función real. ▪ En el ejemplo la función está definida como $f(x) = 3x - 2$, siendo $f(2) = 4$ y da a conocer que cuando en el eje x está en el número dos, la función pasa por el 4. Es decir (2,4) es el punto. ▪ Evalúa sin uso de tablas.	

- Expresión analítica: $f(x) = x^2$ ó $y = x^2$
- Relación en $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$
- Llama al conjunto A como el conjunto de las “x” o variable independiente y al conjunto B como el conjunto de las “y” o variable dependiente a la definición de una función.
- En la tabla de valores menciona que “*podemos colocar el número que nosotros queramos*” siendo que no define el dominio.
- Menciona diciendo este es el dominio y el otro es el rango.
- Diciendo que “*rango son los valores que le llegan la flechita, ósea a los números que son imagen de alguno de estos.*”
- Menciona la restricción del dominio, como los números que pueden ingresar.
- Uso de plano cartesiano.
- Como es lineal, la gráfica es una línea recta.
- Se fija que para que sea una función lineal las variables deben estar elevada a 1.
- Función constante igual a horizontal.
- Rectas oblicuas $ax + b$
- Dominio $\mathbb{R}$ y rango $\mathbb{R}$.
- Es el punto más bajo o alto de la parábola y divide a la parábola en dos, menciona el creador. Además, dice que es un punto.
- $v\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$, siendo $x = -\frac{b}{2a}$
- Menciona que las raíces son cuando x hace que la función valga, utiliza factorización.
- Luego explica el uso de la fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- Hace uso de $x = -\frac{b}{2a}$ y tabla de valores.
- Identifica funciones cuadráticas.
- Menciona que el dominio son todos los $\mathbb{R}$.
- No menciona acerca de los coeficiente, pero menciona que si " a " es positiva abre hacia arriba, y si " a " es negativa abre hacia abajo.
- Funciones con dominio en los $\mathbb{R}$.
- Halla algebraicamente la función inversa.
- Verifica solo si la función es inyectiva para encontrar la inversa.

Canal observado:	Math2me
Observaciones	
▪ Llama al conjunto A como el conjunto de las "x" o variable independiente y al conjunto B como el conjunto de las "y" o variable dependiente a la definición de una función. ▪ Realiza la prueba de la recta horizontal ▪ Hace uso de tabla de valores para el dominio, rango y gráfica de la función lineal. ▪ Dominio $\mathbb{R}$ y rango $\mathbb{R}$ ▪ En grafica de funciones lineales menciona: ○ <i>Forma ordinaria: $y = 2x + 1$</i> ○ <i>Forma punto pendiente: $y + 7 = -\frac{1}{2}(x - 2)$</i> ○ <i>Que se necesita dos puntos para graficar</i> ○ <i>m es el grado de inclinación</i>	

- *Construcción de tabla de valores*

- Acerca del dominio y rango de una función cuadrática menciona acerca de la concavidad. que si " a " es positiva abre hacia arriba, y si " a " es negativa abre hacia abajo. Además, habla acerca de la traslación de la parábola según su forma.

- $f(x) = x^2 + c \uparrow$

- $f(x) = x^2 - c \downarrow$

- $f(x) = (x + c)^2 \leftarrow$

- $f(x) = (x - c)^2 \rightarrow$

No especifica más deja muchas cosas inconclusas.

- Realiza ejercicio resolución de problema sobre función lineal.
- Menciona que a , b y c son coeficientes de la función.
- Para encontrar el vértice $x = -\frac{b}{2a}$ $y = c - \frac{b^2}{4a}$
- Para determinar si una función a través de su gráfica hace la prueba de la recta horizontal.
- Define el contradominio como todos los valores de la variable dependiente (y) en función de lo que vale la variable independiente.
- En la interpretación de la función lineal, dice si es lineal porque la gráfica es una línea recta.
- Menciona que el dominio son los valores que se pueden asignar a la variable independiente en una función.

- En la gráfica de una funciones lineales si m es mayor a cero la recta es así $\nearrow$, en cambio si m es negativo la recta es $\searrow$.
- b es el valor que corta al eje vertical y .
- Menciona que el vértice puede ser el máximo o mínimo.
- Redunda muchos en los videos.
- Aplica ejercicios en forma canónica, pero no lo define.
- Menciona las intersecciones con el eje x .
- Define la función inversa como sea f una función inyectiva con dominio A y contradominio B ; la función g satisface $f(g(x)) = x$, se llama función inversa de f y se representa $f^{-1}(x)$ con dominio B y contradominio A . (no explica más allá la notación). Hace alusión a la función g , pero luego dice que denota f^{-1} .
- Comprueba a través $f(f^{-1}(x)) = x$

Canal observado:	Matemóvil
Observaciones	
▪ Define al función de manera correcta. ▪ Menciona al dominio como conjunto de partida y el contradominio como conjunto de llegada. ▪ Define el dominio como el conjunto de valores que toma la variable x para los que la función está definida. Aplicando uso de diagrama sagital.	

- Hace prueba de la recta vertical.
- Menciona los conjuntos A y B, pero luego como x e y.
- Aplica ejercicios contextualizados.
- En la gráfica de función en la tabla de valores no saca el signo positivo para trabajar.
- Dominio = $x \in \mathbb{R}$ y Rango = $y \in \mathbb{R}$
- Trabaja la pendiente con movimientos en el plano.
- Dominio = $x \in \mathbb{R}$; $x \in (-\infty, \infty)$
- Define la definición inversa y uso de diagrama sagital.

Información preliminar	
Nombre del observador:	Fernando Medina Meneses.

Canal observado:	Profe Alex
Observaciones	
▪ Nombra los conjuntos de una función como conjuntos “x” o “y” o “f(x)” no como conjuntos de llegada y partida ni dominio y recorrido. ▪ También llama al conjunto de partida como la variable independiente y al conjunto de llegada como variable dependiente. ▪ Inicia utilizando analogías de máquinas para construir el concepto de función. ▪ Introduce el concepto de variable real. ▪ Se refiere a que la gráfica de una función inicia desde $-\infty$ Y llega a ∞, como si fuesen números	

- Error de tipeo que es aclarado.
- El video consiste en evaluar un par de funciones.
- No se hace distinción entre las funciones f y g y sus respectivas imágenes que serán $f(x)$ y $g(x)$.
- Evalúa funciones, pero no con valores reales.
- Realiza acciones similares al video anterior (evalúa funciones, pero no con números reales, sino que con expresiones algebraicas)
- Señala que cuando una función se le asocia una letra esta no se puede cambiar a mitad del ejercicio
- $f(2)$ se lee: “efe de dos”
- Utiliza $f(x)$ para todo
- Gráfica ubicando puntos en el plano cartesiano.
- Los números que se pueden evaluar en la función: Dominio
- Rango son los números que salen de la función.
- Gráficamente: el dominio son las equis y el rango son las “y”
- Al final comete un error en la notación del rango
- No discrimina o no hace distinción entre función lineal y afín.
- La función se llama lineal porque su gráfica es una línea recta.
- Utiliza la expresión inicia en menos infinito y termina en más infinito.
- El vértice es el punto más alto o bajo de la parábola y divide al parábola en dos:

$$v\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right), \text{ siendo } x = -\frac{b}{2a}$$

- La función vale cero cuando la gráfica corta al eje x.
- No menciona acerca de los coeficiente, pero menciona que si " a " es positiva abre hacia arriba, y si " a " es negativa abre hacia abajo.
- Existe dos formas de encontrar los ceros de una función, factorizando o con la fórmula general.

Canal observado:	Math2me
Observaciones	
▪ Es un conjunto de pares ordenados (x, y) donde el primer elemento nunca se repite. ▪ Utiliza analogía de las maquinas. ▪ Menciona que una función se denota como $f(x)$ y señala que $f(x) = y$. ▪ Define el dominio como los valores de x para los cuales la función tiene solución. ▪ Rango son todos los valores de la variable dependiente (y) en “función de lo que vale la variable independiente (x)”. ▪ Utiliza la prueba de la recta vertical. ▪ Indica que el infinito es un concepto, por lo que la recta no termina ahí. ▪ Menciona que la variable independiente generalmente se usa la letra x, pero se puede utilizar cualquier letra. ▪ Define la función inversa como sea f una función inyectiva con dominio A y contradominio B; la función g satisface $f(g(x)) = x$, se llama función inversa de f y se representa $f^{-1}(x)$ con dominio B y contradominio A.	

- En grafica de funciones lineales menciona:
 - *Forma ordinaria:* $y = 2x + 1$
 - *Forma punto pendiente:* $y + 7 = -\frac{1}{2}(x - 2)$
- Dominio $\mathbb{R}$ y rango $\mathbb{R}$
- Señala que en el plano hay una infinidad de rectas.
- Señala que en problemas contextualizados siempre el dominio y rango son todos los reales.
- Indica que a veces el dominio y el rango están acotados por la gráfica de la función.
- Menciona que las rectas pueden ser positivas, negativas y que se necesitan dos puntos para graficar.
- Indica que una función con pendiente indeterminada tiene grafica paralela al eje y.
- Habla acerca de la traslación de la parábola según su forma.
 - $f(x) = x^2 + c \uparrow$
 - $f(x) = x^2 - c \downarrow$
 - $f(x) = (x + c)^2 \leftarrow$
 - $f(x) = (x - c)^2 \rightarrow$
- El vértice tiene coordenadas $x = -\frac{b}{2a}$ $y = c - \frac{b^2}{4a}$.
- Existe punto máximo y mínimo en una función cuadrática.
- Relaciona punto máximo y mínimo con el vértice para obtener $x = -\frac{b}{2a}$.

Canal observado:	Matemóvil
Observaciones	
▪ Define función como una regla que asigna a cada elemento del conjunto de partida un solo elemento del conjunto de llegada, da ejemplos cotidianos sobre funciones. ▪ Señala que $y = f(x)$. ▪ Define el dominio como el conjunto de valores que toma la variable x para las que este definida la función. ▪ Define el contradominio como conjunto de valores posibles de la variable y y el rango: valores del contradominio que son imágenes de x. ▪ Determina rango y dominio gráficamente. ▪ Determina imágenes de una función según su gráfico. ▪ Encuentra los valores de las imágenes mediante pares ordenados y comprueba mediante diagramas digitales. ▪ Calcula imágenes de funciones con valores para las preimágenes aleatorias. ▪ Evalúa una función a trazos. ▪ Construye una tabla de valores utilizando Excel. ▪ Encuentra imágenes mediante la gráfica. ▪ Mediante un ejercicio contextualizado evalúa imágenes y entrega una interpretación. ▪ Gráfica diferentes funciones utilizando una tabla de valores y pares ordenados. Además, encuentra el dominio y rango gráficamente. Para el dominio se buscan valores	

en los que la función se está definida dice que la raíz cuadrada siempre es mayor o igual que cero.

- Verifica el dominio y rango utilizando GeoGebra.
- Señala que la funciones se pueden trasladar c unidades hacia arriba o abajo, si se suman c unidades la gráfica se traslada c unidades hacia arriba, si se restan c unidades se trasladan c unidades hacia abajo.
- Para desplazar la gráfica a la derecha se hace $f(x - c)$
- Para desplazar la gráfica a la izquierda se hace $f(x + c)$
- Alargar $y = f(x)$ verticalmente en un factor de c
- Como referencia para los alargamientos y contracciones se toman los valores en y .
- Define la función inyectiva como cada elemento del conjunto de llegada corresponde como máximo a un elemento del conjunto de partida.
- Si $x_1, x_2 \in \text{dom}(f)$; $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$
- Define la función sobreyectiva si cada elemento del conjunto de llegada corresponde por lo menos a un elemento del conjunto de partida *rango = conjunto de llegada*.
- Define que una función que es inyectiva y sobreyectiva es biyectiva.
- Sea f una función inversa biyectiva con dominio A y rango B , entonces su función inversa f^{-1} tiene dominio B y rango A y esta definida por
- $f(x) = y \rightarrow f^{-1}(y) = x$
- La grafica de la inversa se detiene al reflejar la gráfica de la función original en la recta $y = x$.

- Comprueba funciones inversas con GeoGebra.
- Busca las intersecciones de una manera algebraica y comprueba con GeoGebra.
- Función lineal es de tipo $y = mx + b$, $f(x) = mx + b$
- El dominio y rango de una función lineal es $\mathbb{R}$ a excepción de las funciones constantes.
- Si la pendiente es positiva la funciones es creciente.
- Si la pendiente es negativa la función es decreciente.
- Los coeficientes de una función cuadrática: $a, b, c \in \mathbb{R}$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$, a no es igual 0 se dice de segundo grado pues el exponente más alto al que esta elevado la x es 2.
- Eje de la parábola, divide a la parábola en 2 ramas iguales.
- Factoriza funciones para hallar su forma canónica y para encontrar las posibles intersecciones con el eje x , también lo hace con la formula general.
- Pasar de forma policanónica a canónico
- Factoriza la función cuadrática para encontrar la forma canónica.

Anexo 4: auto reporte sobre contribuciones primarias y secundarias a los
Objetivos de Desarrollo Sostenible

Bloques	Objetivos	1°	2°
Personas	1. Poner fin a la pobreza en todas sus formas y en el mundo.		
	2. Poner fin al hambre, lograr la seguridad alimentaria y la mejora de la nutrición y promover la agricultura sostenible		
	3. Garantizar una vida sana y promover el bienestar de todos y todas las edades.		
	4. Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos.	x	
	5. Lograr la igualdad de género y empoderar a todas las mujeres y las niñas.		
Planeta	6. Garantizar la disponibilidad y la gestión sostenible del agua y el saneamiento para todos.		
	12. Garantizar modalidades de consumo y producción sostenible.		
	13. Adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos.		
	14. Conservar y utilizar sosteniblemente los océanos, los mares y los recursos marinos para el desarrollo sostenible.		
	15. Proteger, restablecer y promover el uso sostenible de los ecosistemas terrestres, gestionar sosteniblemente los bosques, luchar contra la desertificación, detener e invertir la degradación de las tierras y detener la pérdida de biodiversidad.		
Prosperidad	7. Garantizar el acceso a una energía asequible, fiable, sostenible y moderna para todos.		
	8. Promover el crecimiento económico sostenido, inclusivo y sostenible, el empleo pleno y productivo y el trabajo decente para todos.		
	9. Construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización inclusiva y sostenible y fomentar la innovación.		
	10. Reducir la desigualdad en los países y entre ellos.		
	11. Lograr que las ciudades y los asentamientos humanos sean inclusivos, seguros, resilientes y sostenibles.		
Paz	16. Promover sociedades pacíficas e inclusivas para el desarrollo sostenible, facilitar el acceso a la justicia para todos y construir a todos los niveles institucionales eficaces e inclusivas que rindan cuentas.		
Asociaciones	17. Fortalecer los medios de implementación y revitalizar la Alianza Mundial para el Desarrollo Sostenible		