



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Mecánica



**ESTRATEGIAS PARA UNA SIMULACIÓN TRANSIENTE DE LA BALÍSTICA INTERNA DE
UN MOTOR DE COMBUSTIÓN SÓLIDA PROGRESIVA**

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para
optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con Mención en Ingeniería Mecánica

POR: MATÍAS RAIMUNDO TOMÁS QUINTANA REBOLLEDO
Profesor Guía: PABLO EDUARDO CORNEJO OLIVARES

Concepción, Chile 2026

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

Agradecimientos

Esta investigación se llevó a cabo como parte del proyecto ANID N° 13220074. El autor expresa sus agradecimientos a los profesores Alejandro López y César Morales por hacer esta investigación posible.

Tabla de Contenido

CAPÍTULO 1	1
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 El problema de la combustión sólida.....	1
1.2 Balística interna de los SRM	3
1.3 Metodologías de modelación en la literatura	4
1.3.1 Modelos transientes 1D de la Onda de Combustión.....	5
1.3.2 Tasa de quemado	10
1.3.3 Modelos de combustión para composita	15
1.4 Enfoque transiente a escala completa de tiempo	19
1.5 Hipótesis y objetivos	19
1.5.1 Hipótesis	19
1.5.2 Objetivos.....	20
1.6 Metodología.....	20
2 METODOLOGÍA Y MODELO NUMÉRICO.....	22
2.1 Descripción del banco de ensayos.....	22
2.2 Motor a modelar.....	23
2.3 Dominio computacional y discretización.....	25
2.4 Criterios de convergencia	26
2.5 Condiciones de borde	27
2.6 Validación del modelo de simulación	27
CAPÍTULO 3	29
3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN	29
3.1 Simulación de la prueba N° 1.....	29
3.2 Simulación de la prueba N° 2.....	32
3.3 Simulación de la prueba N° 3.....	35
3.4 Monitores de todas las simulaciones.....	39
3.5 Discusión	40
CAPÍTULO 4	43
4 CONCLUSIONES.....	43
Bibliografía	44
ANEXOS	47

Índice de Tablas

Tabla 1. Medición de presión al interior de la cámara y del empuje generado en distintas pruebas.	22
Tabla 2. Composición de productos de combustión del propelente modelado.....	25

Índice de Figuras

Figura 1. Modelo de combustión sólida en el DIM.	1
Figura 2. Combustión de propelente sólido en un motor (izq.) y representación matemática del comportamiento de la presión durante la transiente de ignición (der.).....	2
Figura 3. Perfil de temperatura 1D durante la combustión de un grano de propelente.	3
Figura 4. Balance de flujos en la zona reactiva (<i>Balance of mass, species and energy fluxes at the gas-solid interface</i> (Kuo & Summerfield, 1984)).....	6
Figura 5. Tasa de quemado de composita con diferente % de masa de AP (<i>Burning rates of three AP-HTPB composite propellants at low pressures below 1 MPa</i> . (Kubota, 2015)).....	12
Figura 6. Razón erosiva para propelentes de alta y baja energía, en comparación con uno con energía de referencia para distintas magnitudes de velocidad de flujo cruzado (Kubota, 2015).12	12
Figura 7. Modelo de combustión de Cai et al. [6] (<i>Schematic diagram of AP-HTPB combustion wave structure</i>).	16
Figura 8. Modelo de combustión de (Cao, Yu, & Ye, 2015) (<i>Combustion model for AP-HTPB composite propellant</i>).	17
Figura 9. Carta Gantt de la investigación.....	21
Figura 10. Banco de pruebas para SRM en la UdeC.	22
Figura 11. Plano explosionado del motor modelado en esta investigación.	23
Figura 12. Extensiones del dominio computacional y su discretización.	26
Figura 13. Detalle de las dimensiones y discretización de la garganta de la tobera.....	26
Figura 14. Rango de y^+ resultante para la malla y configuración de la simulación estacionaria.	26
Figura 15. Monitoreo de la presión estática a lo largo del eje de la tobera modelada, para distintos esquemas numéricos del solucionador basado en densidad.	28
Figura 16. Monitoreo de la presión estática a lo largo del eje de la tobera modelada, para distintos esquemas numéricos del solucionador basado en presión.....	28
Figura 17. Resultados de densidad [kg/m^3] para la simulación de la prueba N°1.	30
Figura 18. Resultados de densidad [kg/m^3] para la simulación de la prueba N°1. (cont.)	30
Figura 19. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°1.	31
Figura 20. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°1 (cont.)	31
Figura 21. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°1.	32
Figura 22. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°1 (cont.)	32
Figura 23. Resultados de densidad [kg/m^3] para la simulación de la prueba N°2.	33
Figura 24. Resultados de densidad [kg/m^3] para la simulación de la prueba N°2. (cont.)	33
Figura 25. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°2.....	34
Figura 26. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°2 (cont.)	34
Figura 27. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°2.	35
Figura 28. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°2 (cont.)	35
Figura 29. Resultados de densidad [kg/m^3] para la simulación de la prueba N°3.	36
Figura 30. Resultados de densidad [kg/m^3] para la simulación de la prueba N°3. (cont.)	36
Figura 31. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°3.	37
Figura 32. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°3 (cont.)	37
Figura 33. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°3.	38
Figura 34. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°3 (cont.)	38
Figura 35. Resultados de presión estática a la salida de la tobera.	39
Figura 36. Resultados de velocidad axial a la salida de la tobera.....	39
Figura 37. Resultados de presión a la entrada de la tobera.....	39
Figura 38. Resultados de empuje generado por el motor.	40

Resumen

Una predicción adecuada de la balística interna de motores cohete de propelente sólido (SRM, por sus siglas en inglés) es esencial para un diseño confiable, pero sigue siendo un desafío debido a la naturaleza transiente de la combustión de este tipo de propelentes. Si bien los modelos en estado estacionario son computacionalmente eficientes, no logran capturar efectos que dependen del tiempo, como la evolución espacial de ondas de choque.

Esta investigación presenta estrategias para una simulación CFD a escala completa en el tiempo (es decir, por la totalidad del tiempo de quemado) de un motor de propelente sólido a base de azúcar y combustión de tipo progresiva, utilizando ANSYS Fluent con solucionadores basados tanto en presión como en densidad. Empleando un modelo de turbulencia $k-\epsilon$ *Realizable* con funciones de pared *non-equilibrium* y una formulación de transporte de especies sin reacciones químicas, dentro de un enfoque de malla estática (sin deformar), las simulaciones reprodujeron el tiempo total de quemado de tres pruebas experimentales. Ambos solucionadores capturaron de manera precisa la dinámica de las ondas de choque, pero el solucionador basado en presión logró completar la simulación en 4 días, mientras que el basado en densidad habría requerido varias semanas. Las comparaciones con el empuje generado y presión medida experimentalmente destacaron la sensibilidad de la formulación que se utilice para estimar la tasa de quemado del propelente, subrayando su papel en la determinación de la utilidad de este modelo. Los resultados evidencian que los solucionadores basados en presión proporcionan una estrategia práctica y eficiente en recursos computacionales para llevar a cabo simulaciones que se enmarquen en la etapa de diseño iterativo de un SRM, sin comprometer la física esencial del flujo.

Palabras claves: CFD, balística interna, motor cohete de combustible sólido, simulación transiente.

NOMENCLATURA

A	: Área, m^2 ; Factor pre-exponencial de Arrhenius
C	: Constante del modelo; Calor específico, $J\ kg^{-1}$
R_g	: Constante específica de un gas, $J\ mol^{-1}\ K^{-1}$
a	: Coeficiente de tasa de quemado, $mm\ Pa^{-1}\ s^{-1}$; velocidad del sonido, $m\ s^{-1}$
n	: Coeficiente de presurización
D	: Difusividad másica, $m^2\ s^{-1}$;
k	: Energía cinética de turbulencia, $J\ kg^{-1}$
E	: Energía de activación, $J\ mol^{-1}$
h	: Entalpía específica, $J\ kg^{-1}$
n	: Exponente de tasa de quemado, -
f	: Factor de fricción de Darcy, -
\dot{Q}	: Flujo de calor, $W\ m^{-2}$
\vec{J}	: Flujo de una variable
\dot{M}	: Flujo másico, $kg\ s^{-1}$
Y	: Fracción másica, -
F	: Fuerza, N
Nu	: Número de Nusselt, -
Pr	: Número de Prandtl, -
Re	: Número de Reynolds, -
P	: Presión, Pa
r	: Tasa de quemado, $mm\ s^{-1}$
T	: Temperatura, K
S	: Término fuente,
t	: Tiempo, s
\vec{n}	: Vector normal, -
\vec{v}	: Vector velocidad, $m\ s^{-1}$
V_e	: Velocidad de escape de la tobera, $m\ s^{-1}$
u	: Velocidad normal a la superficie, $m\ s^{-1}$
V	: Volumen, m^3 ; Velocidad de difusión

Símbolos griegos

λ	: Conductividad térmica, $J\ m^{-1}$;
ρ	: Densidad, $kg\ m^{-3}$
α	: Difusividad térmica, $m^2\ s^{-1}$;
ϕ	: Gradiente de temperatura, $K\ m^{-1}$;
ε	: Tasa de disipación de energía cinética de turbulencia, $J\ kg^{-1}\ s^{-1}$; fracción molar, -; razón erosiva, -
μ	: Viscosidad dinámica, Pa s
$\dot{\omega}_i$: Tasa de generación de especies

Subíndices

f	: Cara de una celda
rad	: Calor irradiado
c	: Fase condensada
g	: Fase gaseosa

s : Fase sólida
p : Propelente sólido
b : Valor instantáneo
i : Contador; i-ésima especie; inicial
0 : Estacionario; de transpiración
burn : Quemado

Acrónimos

BEM : Ballistics Engine Motor
CEA : Chemical Equilibrium with Applications
DIM : Departamento de Ingeniería Mecánica
GIP : Grupo de Interés en Propulsión
NEPE : Nitrate Ester Plasticized Polyether
KNDX : Nitrato de Potasio – Dextrosa
KNSB : Nitrato de Potasio – Sorbitol
AP : Perclorato de Amonio
HTPB : Polibutadieno Terminado en Hidroxilo

CAPÍTULO 1

1 INTRODUCCIÓN

1.1 El problema de la combustión sólida

Un motor sólido se constituye de una cámara de combustión (sellada en un extremo) y una tobera. La idea de estudiar estos componentes de forma desacoplada es común debido a lo complejo que resulta modelar la combustión dentro de la cámara. Históricamente (Flores, 2019; Torres F. , 2020; Torres F. , 2021) en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción (DIM) la estrategia de modelación ha consistido en ocupar un modelo 0-dimensional para obtener el estado termodinámico de los productos de combustión del propelente en la cámara de combustión para una cierta presión de trabajo. Luego, los datos obtenidos se ocupan como condición de borde para simular el flujo de gases en estado estacionario en la tobera usando Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés), como se ve en la Figura 1.

Los modelos 0-dimensionales utilizan la forma estacionaria unidimensional de las ecuaciones de conservación de masa, energía y momento, y las siguientes suposiciones: velocidad cero en la entrada de la cámara de combustión, la combustión es completa y adiabática, la expansión ocurre de forma isentrópica en la tobera, el mezclado es homogéneo, el estado de los gases de combustión se describe mediante la Ley de gases ideales, existe cero retraso de temperatura y velocidad entre productos gaseosos y condensados. Con todo esto, apuntan a calcular el estado termodinámico de los productos de combustión en su estado de equilibrio químico, empleando el método de minimización de energía libre de Gibbs o de Helmholtz, dependiendo del problema.

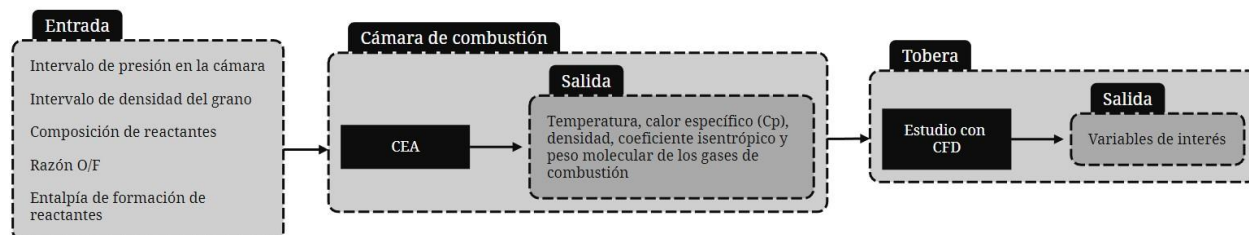


Figura 1. Modelo de combustión sólida en el DIM.

Dentro de la cámara de combustión, la combustión del propelente sólido (denominado grano de propelente, o simplemente grano) puede ocurrir de forma radial, como se muestra en la Figura 2 izq., axial (en la dirección x de la Figura 2 izq.), o ambas, de acuerdo con los requerimientos de diseño. La diferencia entre cada tipo de quemado se reflejará en la forma de la curva de presión estática dentro de la cámara de combustión; un quemado puramente radial producirá un quemado progresivo (forma monótona creciente de la curva de presión) debido a que el área de quemado aumenta continuamente conforme se quema el grano.

La combustión sólida es un proceso que involucra un conjunto de fenómenos físicos, diferentes a los que se presentan en aquella gaseosa o líquida. En la combustión sólida, la reacción química que se desencadena ocurre de forma progresiva a través de las superficies expuestas (frente de quemado) a la ignición generada por una carga iniciadora (explosivos de baja potencia) y posterior combustión continua, liberando productos de combustión en todo momento. Los gases

de combustión también reaccionan entre sí y se desplazan por difusión térmica y másica hacia puntos donde el gas inicial no ha reaccionado aún. La zona que separa al gas inicial sin reaccionar de los gases en reacción se denomina la onda de combustión. El estudio del proceso de combustión sólida se separa, por lo general, en varias etapas conectadas entre sí y que en conjunto ocurren en la escala de las centésimas de segundo. La Figura 2 der. representa esto, pudiendo identificar primero una zona de inducción, en la que se acciona la carga iniciadora, pero aún no comienza la reacción; la zona de propagación de la llama, en la que la llama se esparce sobre la superficie del grano; la zona de quemado erosivo, en la que el aumento drástico de presión dentro de la cámara debido a la propagación inicial de la llama causa que la tasa de reacción del grano sobrepase su magnitud de estado estacionario, lo que conduce a un segundo aumento de presión que luego se estabiliza; y la zona de estado estacionario, en la cual se alcanza una combustión estable en el tiempo. Esta última etapa puede variar si la geometría del grano de propelente sólido es tal que su quema libera una cantidad creciente de gases en el tiempo, como lo es en el caso de un grano tubular (que tiene un quemado progresivo). Independientemente de la etapa, la variable que por lo general tiene mayor importancia en un estudio de combustión de propelente sólido es la tasa de quemado de este, ya que de esta dependerá la presión que se alcanza en la cámara de combustión.

Las etapas de inducción, propagación de la llama y la primera parte del quemado erosivo (hasta *Chamber Filling* en la Figura 2 der.) se agrupan dentro de lo que se conoce como la “transiente de ignición”. Del estudio específico de la transiente de ignición de propelente sólido se desprende un parámetro que es fundamental para la caracterización de un grano de propelente y, por ende, necesario para el diseño adecuado de la cámara de combustión. Este parámetro es la tasa de quemado instantánea, r_b , y su obtención se puede lograr tras resolver un complejo sistema de ecuaciones diferenciales parciales, cuya formulación *no* es generalizable para cualquier propelente sólido, sino que depende de su composición química, su estado físico (si es un cilindro macizo o si es granulado, como la pólvora) y del conocimiento que se tenga sobre su comportamiento, si se dispone de datos experimentales. El sistema de ecuaciones completo representa la *onda de combustión*, que es la zona que separa los gases en reacción del gas inicial o aun sin reaccionar. La teoría detrás de la onda de combustión se encuentra cubierta por (Kuo & Summerfield, 1984) y (Kubota, 2015) y son sus descripciones las que se utilizan con frecuencia dentro de la literatura. La Figura 3 representa el perfil de temperatura durante la combustión de un grano de propelente y es la representación desde la cual se procede a establecer el sistema de ecuaciones.

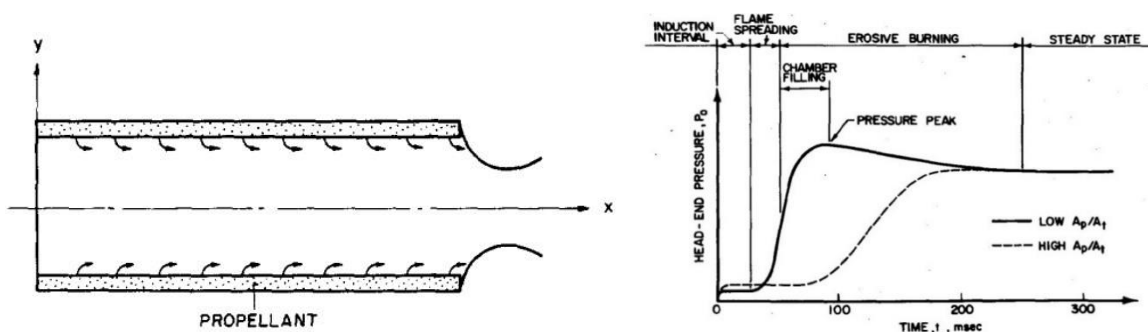


Figura 2. Combustión de propelente sólido en un motor (izq.) y representación matemática del comportamiento de la presión durante la transiente de ignición (der.)

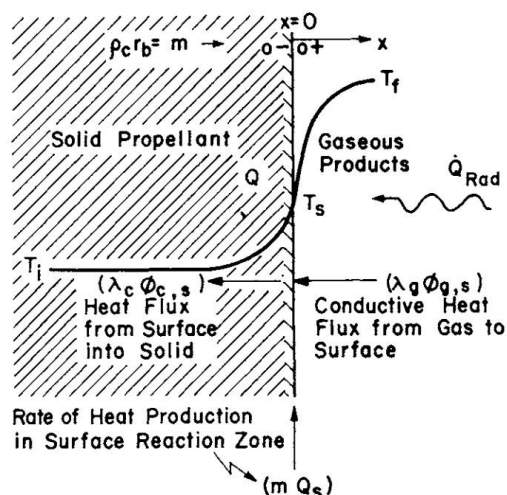


Figura 3. Perfil de temperatura 1D durante la combustión de un grano de propelente.

Por otra parte, las diferentes composiciones químicas de propelente sólido se pueden categorizar según cómo esté unido el combustible al oxidante a nivel molecular. De aquí, se distinguen los propelentes cuyos agentes (combustible y oxidante) están unidos por un enlace químico, de los propelentes cuyos agentes se encuentran unidos mecánicamente, usando, por ejemplo, un aglutinante externo. Un tipo de propelente sólido de agentes unidos mecánicamente es la composita o propelente composita. Este propelente se utiliza casi únicamente en el sector militar y consiste en un oxidante cristalino (comúnmente Perclorato de Amonio, AP) y un combustible plástico (por lo general, Polibutadieno Terminado en Hidroxilo (HTPB)). Una vez que comienza la descomposición de estos agentes se generan gases de alta temperatura (>2000 K) en períodos de tiempo cortos. El propelente sólido *Rocket Candy*, que se compone de un oxidante cristalino, como Nitrato de Potasio, y un combustible en base a azúcar, es un tipo especial de propelente sólido que puede considerarse como composita (a pesar de no ser formalmente reconocido como uno) ya que la unión entre el combustible y el oxidante ocurre gracias a la capacidad aglutinante del azúcar derretida, que recubre las partículas del oxidante sin enlazarse químicamente con él. El propelente KNDX, compuesto de Nitrato de Potasio y Dextrosa es un propelente *Rocket Candy* empleado en cohetaría experimental (Nakka, 2023), debido a la relativa facilidad de adquisición de los insumos necesarios y un proceso de fabricación de carácter similar. El GIP ha llevado a cabo ensayos estáticos con motores *Ballistics Engine Motor* (BEM) usando granos de KNDX, por lo que se cuenta con información sobre su combustión.

1.2 Balística interna de los SRM

Trabajar con una filosofía de diseño iterativo es una práctica común cuando se emplea un enfoque experimental para resolver un problema. Generalmente, este es el caso en cohetaría experimental. En la UdeC, la cohetaría experimental ha sido un tema de interés desde 2007, cuando se formó el Grupo de Interés en Propulsión (GIP). A través de un proceso de prueba y error, se han logrado avances significativos desde entonces, pero ha surgido la necesidad de métodos más eficientes en términos de tiempo, para evaluar el desempeño de los SRM.

En la UdeC, se tiene experiencia en la fabricación de granos de propelente sólido de quemado progresivo. Como se mencionó en la sección anterior, estos granos presentan un comportamiento distintivo de presión en la cámara de combustión, en el que la presión aumenta continuamente hasta alcanzar un valor máximo. Aunque este tipo de granos requiere menos tiempo de

fabricación, en comparación con granos de quemado neutro, por ejemplo, tienen la desventaja de que la tobera, dado que su geometría es fija, solo podrá expandir completamente los productos de combustión durante un instante de tiempo, a una presión específica (para diseñar la tobera, generalmente se selecciona el valor promedio de la curva de presión). Fuera de este valor de presión, ya sea por sobre o bajo él, la tobera operará con menor eficiencia. El desempeño de un SRM se suele analizar en términos del impulso total y específico, empuje máximo entregado y tiempo de combustión, los cuales dependen directamente de la balística interna.

La balística interna de los SRM abarca fenómenos complejos que a menudo se simplifican para poder modelarlos matemáticamente. Por ejemplo, la dinámica de gases derivada de la combustión del propelente sólido puede plantearse como un problema únicamente de dinámica de fluidos, de reacciones químicas o de transferencia de calor, e incluso así, el estudio puede limitarse al análisis de la transiente de ignición o a la formación de ondas de choque dentro de la tobera. Desde el punto de vista de la dinámica de fluidos, el problema suele resolverse empleando programas de equilibrio químico para modelar la cámara de combustión y usar los resultados como datos de entrada para un modelo CFD de la tobera. Esta metodología implica que los fenómenos de la cámara de combustión y la tobera se resuelvan por separado. Así, la dificultad y el tiempo de cálculo disminuyen drásticamente, pero se introduce incertidumbre sobre el efecto de aislar ambos dominios. Modelos de equilibrio químico 0-dimensionales como el CEA de la NASA (McBride & Gordon, 1994) son una forma rápida de reducir esta incertidumbre. Sin embargo, presentan limitaciones al dimensionar la tobera o cámara de combustión, ya que solo resuelven condiciones estacionarias y no capturan ondas de choque ni geometrías avanzadas.

Los primeros modelos transientes y cuasi-estacionarios (Parker & Summerfield, 1964; von-Elbe, 1966; Krier H. , 1972; Zel'dovich, 1964; Krier, T'ien, Sirignano, & Summerfield, 1968) desarrollados buscaban abordar los efectos acumulativos mediante aproximaciones matemáticas, pero enfrentaban limitaciones ante fluctuaciones de presión fuertes (Parker & Summerfield, 1964; von-Elbe, 1966; Krier H. , 1972) o escasez de datos de velocidad de combustión (Zel'dovich, 1964; Krier, T'ien, Sirignano, & Summerfield, 1968). Con miras de abordar el problema desde un punto de vista más amplio, este trabajo propone una estrategia para simular el tiempo completo de combustión de un motor cohete, limitando el volumen de control solo a la tobera y usando un enfoque puramente de dinámica de fluidos. No se consideran los alrededores de la tobera para reducir el tiempo de cálculo, por lo que se presta especial atención a las condiciones de borde en la salida de la tobera. Al momento de la elaboración de esta investigación, no se han encontrado trabajos que hayan probado este método, posiblemente debido al tiempo de cálculo que se requiere para completar una simulación que de este tipo. El alcance de esta investigación se limita a estudiar la distribución de presión estática, densidad del gas y número de Mach a lo largo de la tobera, sin profundizar en reacciones químicas, transferencia de calor ni causas detalladas de formación de ondas de choque.

1.3 Metodologías de modelación en la literatura

Para muchos propósitos de ingeniería, especialmente en las primeras etapas del diseño de motores cohete, un modelo estacionario proporciona predicciones suficientemente precisas sobre el comportamiento de la presión al interior de la cámara de combustión. Además, suponer condiciones estacionarias elimina todos los términos dependientes del tiempo, lo que simplifica significativamente las ecuaciones que describen el problema (masa, momento, energía, transporte de especies), reduciendo así el tiempo de cálculo y uso de recursos. Este enfoque permite aislar y estudiar parámetros clave como la tasa de quemado, distribución de presión, campo de temperatura y mecanismos de retroalimentación de calor sin la complejidad de los efectos transientes (Hur & Kim, 2001; Ecker, Karl, & Hannemann, 2017; Ecker, Karl, &

Hannemann, 2019). Por otro lado, las simulaciones transientes son esenciales para representar fenómenos como la ignición, la extinción de la llama y las fluctuaciones de presión (inestabilidad de la combustión, por ejemplo), porque procesos como el movimiento del frente de quemado, el punto de inicio del quemado erosivo y la regresión del grano a lo largo del tiempo no pueden capturarse con modelos estacionarios (Weaver, Donald-Gauthier, & Stowe, 2004; Wirzberger & Yaniv, 2007; Ma, Zhan, Bao, Sun, & Wei, 2021).

En el contexto de configuraciones de quemado progresivo de propelente sólido, hay poco o nada de información disponible sobre enfoques que utilicen CFD para abordar el problema. Esto se debe probablemente a que las simulaciones CFD transientes de alta fidelidad requieren muchos recursos computacionales y tiempo, lo que limita su aplicación práctica en procesos iterativos de diseño de cohetes (Wang J. , 2005; Wang & Yu, 2024). Las configuraciones de quemado progresiva son intrínsecamente transientes, por lo que los modelos estacionarios solo ayudan a analizar algunos escenarios clave. El costo computacional es crítico en simulaciones transientes. Avances recientes en aprendizaje automático (Sun, y otros, 2024) podrían aumentar drásticamente la eficiencia, sin embargo, la disponibilidad de estos modelos aún es limitada.

1.3.1 Modelos transientes 1D de la Onda de Combustión

Estos modelos, como su nombre lo indica, tienen como objetivo resolver las ecuaciones planteadas de continuidad 1D en su forma transiente, haciendo la suposición de que la llama se comporta de forma cuasi estacionaria. (Kuo & Summerfield, 1984) establecieron tres enfoques bajo los cuales categorizaron los métodos de diferentes autores: el enfoque dp/dt , el enfoque de Descripción de Llama y el enfoque de Zel'dovich.

1.3.1.1 Ecuación de energía para la fase sólida

La conservación de energía para la fase sólida se puede comprender al observar la Figura 3, en donde el calor liberado por las reacciones en el frente de quemado hacia los gases es proporcional al calor de combustión que los gases entregan al grano. En la figura, λ_g y λ_c son la conductividad térmica de la fase gaseosa y condensada (grano), respectivamente; $\phi_{g,s}$ y $\phi_{c,s}$ son los gradientes de temperatura desde la fase gaseosa a la superficie del grano y desde la superficie del grano hacia su interior, respectivamente. El origen del eje horizontal x se fija justo en la superficie de la fase sólida, de modo que la posición es positiva hacia la fase gaseosa y negativa hacia el interior del grano. La posición $x = 0$ es, por tanto, donde interactúa la fase gaseosa con la sólida, es decir, donde el propelente sólido se transforma en líquido y/o gas y los productos químicos de este cambio de fase se forman a través de reacciones endotérmicas o exotérmicas (Kubota, 2015). Para un sistema Cartesiano bidimensional, sería útil fijar al eje x en la dirección longitudinal al grano (en el sentido de desplazamiento de los gases en el motor) y al eje y en la dirección radial (eje x de la Figura 3).

En la ecuación 1, T es la temperatura, r_b es la tasa de quemado instantánea del grano, y α_c , ρ_c y C_c son la difusividad térmica, densidad y calor específico de la fase condensada, respectivamente. \dot{Q} es la porción del calor irradiado por los gases (\dot{Q}_{rad}) que es absorbido de forma subsuperficial por el grano debido a la porosidad de este y/o grietas o fracturas.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + r_b \frac{\partial T}{\partial x} - \alpha_c \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \dot{Q} \rho_c C_c + \dot{Q}_{rad} \rho_c C_c \quad (1)$$

Las respectivas condiciones de borde para los casos transientes son:

$$T(t, -\infty) = T_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(t, 0_-) = \phi_{c,s}(t) \quad (3)$$

1.3.1.2 Balance de flujos para la interfaz gas-sólido

La interfaz gas-sólido (zona reactiva) se describirá siempre de forma unidimensional, ya que el volumen de control que la representa corresponde a una sección de la fase sólida y gaseosa, como se observa en la Figura 4.

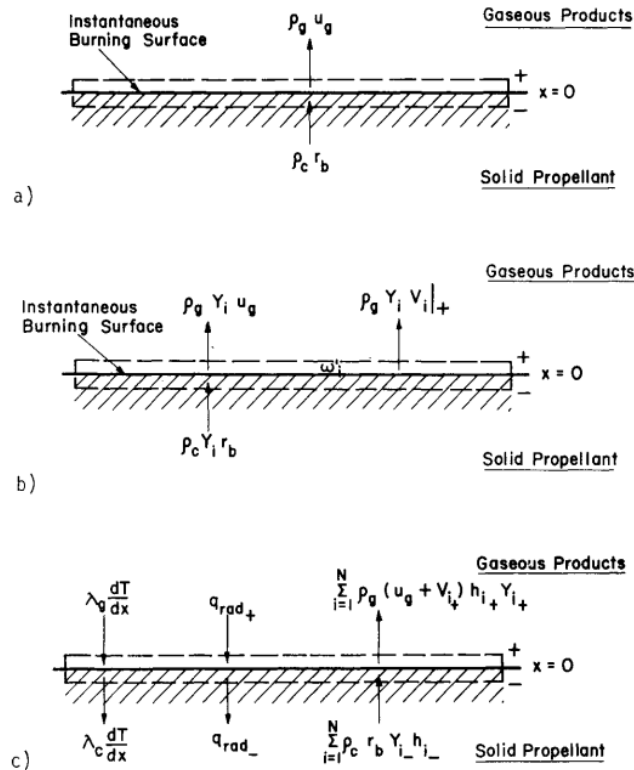


Figura 4. Balance de flujos en la zona reactiva (*Balance of mass, species and energy fluxes at the gas-solid interface* (Kuo & Summerfield, 1984))

De ella, se tiene que los balances de flujo de masa, energía y fracción de especies, respectivamente, son:

$$\rho_c r_b = \rho_g u_g \quad (4)$$

$$\lambda_c \frac{dT}{dx} \Big|_- = \lambda_g \frac{dT}{dx} \Big|_+ + (q_{rad+} - q_{rad-}) + \sum_{i=1}^N \rho_c r_b Y_{i-} h_{i-} - \sum_{i=1}^N \rho_g + Y_i + (u_g + V_{i+}) h_{i+} \quad (5)$$

$$\rho_g Y_i u_g \Big|_+ + \rho_g Y_i V_{i+} = \dot{\omega}_i' + \rho_c Y_{i-} r_b \quad (6)$$

Donde $\dot{\omega}_i'$ es la tasa de generación de especies en la fase sólida y V , la velocidad de difusión.

1.3.1.3 Ecuaciones de continuidad para la fase gaseosa

En las ecuaciones 9 y 10, h es la entalpía específica, D es la difusividad másica, Y es la fracción másica y $\dot{\omega}_i$ es la tasa de generación de especies en la fase gaseosa. La ecuación 8 no considera efectos de viscosidad.

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g^2 + p)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\rho_g \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g h)}{\partial x} = \lambda_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_g \sum_{i=1}^N h_i D_i \frac{\partial Y_i}{\partial x} \right) \quad (9)$$

$$\rho_g \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g Y_i)}{\partial x} - \frac{\partial \rho_g D_i \frac{\partial Y_i}{\partial x}}{\partial x} = \dot{\omega}_i \quad (10)$$

Si bien (Kuo & Summerfield, 1984) plantean estas ecuaciones haciendo la suposición de que durante el quemado transiente la distribución de presión es uniforme en el espacio y solo varía en el tiempo, en esta investigación esta suposición se omite (por esa razón está incluida la ecuación de conservación de momento). Sí se consideran despreciables los efectos de disipación viscosa, el trabajo realizado por fuerzas de cuerpo y flujos de energía debidos al efecto Dufour, además de asumir que no hay fuentes externas de energía, como señalan (Kuo & Summerfield, 1984).

Las condiciones de borde para la fase gaseosa dependen del conocimiento que se tenga sobre las reacciones químicas que se llevan a cabo. Si se cuenta con dicha información, entonces se puede establecer que, a medida que se alejan los gases del frente de quemado ($x \rightarrow \infty$):

$$Y_i = Y_{i,\infty} \quad (11)$$

Y, si se considera que el comportamiento de la llama es adiabático, entonces también se puede indicar que:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \text{ y/o } T = T_\infty \quad (12)$$

Las ecuaciones 9-12 no deben ser empleadas para cualquier caso, y se pueden simplificar de acuerdo al valor relativo de un parámetro en particular: el tiempo característico de la fase, que es una variable adimensional que da cuenta de cuán rápido ocurre la difusión térmica dentro de la fase analizada, según un cambio repentino en su presión (representado por la tasa de quemado instantánea) (Kuo & Summerfield, 1984).

1.3.1.4 Modelo dp/dt

El modelo dp/dt consiste en considerar que en la ecuación 1, el término transiente se puede reescribir como una relación entre la dependencia de la presión para la temperatura, y la

dependencia del tiempo para la presión, asumiendo que la presión es una función monótona creciente o decreciente en el tiempo (Kuo & Summerfield, 1984).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (13)$$

Además, se asume que la función de la temperatura en dirección radial se puede descomponer por medio de series de Taylor. En la ecuación 14, \dot{p} es $\frac{\partial p}{\partial t}$.

$$T(p, x) = T_0(p, x) \Big|_{p=p_0} + \dot{p} \frac{\partial T}{\partial p} \Big|_{p=p_0} + \frac{\dot{p}^2}{2!} \frac{\partial^2 T}{\partial p^2} \Big|_{p=p_0} + \dots \quad (14)$$

Y que la tasa de quemado instantánea queda como:

$$r_b(p) = r_0 + \dot{p} \frac{\partial r_b}{\partial p} \Big|_{p=p_0} + \frac{\dot{p}^2}{2!} \frac{\partial^2 r_b}{\partial p^2} \Big|_{p=p_0} \dots \quad (15)$$

Por lo tanto, al reemplazar en la ecuación 1, aplicando condiciones iniciales y considerando solo los términos de primer orden, resulta:

$$\frac{\partial T_0}{\partial p} \Big|_{p=p_0} \frac{\partial p}{\partial t} + r_b \frac{\partial T_0}{\partial x} \Big|_{p=p_0} + r_0 \frac{\dot{p}}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right) \Big|_{p=p_0} = \alpha_c \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(T_0 + \dot{p} \frac{\partial T}{\partial p} \right) \Big|_{p=p_0} \quad (16)$$

El modelo dp/dt desprecia por completo el calor irradiado por los gases al grano, pero permite conocer la distribución radial de temperatura en la fase sólida de acuerdo con la tasa de cambio de esta con respecto a la presión. Para esto, se requiere de igual forma tener de antemano el valor de la presión en estado estacionario (p_0). La tasa de quemado instantánea, r_b , se puede obtener a través de las ecuaciones 3 y 5. El modelo dp/dt es válido solo para tasas de cambio de presión pequeñas ($\dot{p} \ll p_0$). Para este modelo, la tasa instantánea de quemado fue obtenida por (Krier H. , 1972).

$$r_b = r_0 + \left[1 + \psi \left(\frac{n\alpha}{pr_0^2} \right) \frac{dp}{dt} \right] \quad (17)$$

Donde el término auxiliar ψ encapsula otras variables para ayudar a simplificar la ecuación.

$$\psi = \frac{\left[1 - \frac{1}{k} \left(\frac{p}{p_{0,i}} \right)^{n/k} \right]}{\left[\left(\frac{p}{p_{0,i}} \right)^{\frac{n}{k}} \left(2 + \frac{1}{k} \right) - \frac{2Q_s}{C_c(T_s - T_i)} \right]} \quad (18)$$

La gran ventaja del modelo dp/dt es que, disponiendo del valor de la tasa de quemado estacionaria del propelente (obtenida experimentalmente), tasa de presurización, presión instantánea y algunas propiedades del propelente, se puede obtener la tasa de quemado instantánea y, por ende, su evolución.

1.3.1.5 Modelo de Descripción de Llama

Este modelo consiste en abordar las ecuaciones de conservación de la fase gaseosa (ecuaciones 9, 11 y 12) de forma cuasi-estacionaria, eliminando los términos que varían en el tiempo y sin

considerar la radiación absorbida de forma subsuperficial por el grano. Ya que las ecuaciones resultantes de esta aproximación siguen siendo complejas, se realizan suposiciones adicionales (Kuo & Summerfield, 1984).

- La densidad de la fase gaseosa es uniforme espacialmente.
- Los gases producto de la reacción tienen el mismo calor específico de presión constante (C_g). Además, este valor se asume aproximadamente constante.
- La Ley de difusión molecular de Fick es válida y la difusividad másica de todos los gases de combustión es la misma.
- La reacción de los gases de combustión se representa por medio de una reacción química de un paso (se estudia solo el estado termodinámico de la composición final de los gases de combustión).

Con una serie de sustituciones algebraicas basadas en estas suposiciones, la ecuación 9 se transforma en:

$$\lambda_g \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = Q_f \int_0^\infty e \left[-\frac{\rho_c r_b C_g x}{\lambda_g} \right] \rho_g \dot{\omega} dx \quad (19)$$

Donde $\dot{\omega}$ es la tasa de generación de productos de combustión y Q_f es el calor transferido por la llama.

Para seguir simplificando la matemática de este modelo, es necesario realizar aún más suposiciones. (Krier, T'ien, Sirignano, & Summerfield, 1968) desarrollaron el modelo KTSS, en el que asumen que el término de la tasa de generación de productos de combustión está distribuido uniformemente en la zona reactiva (Kuo & Summerfield, 1984). Así, la retroalimentación de calor se modela bajo la ecuación 20.

$$\lambda_g \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} \approx \frac{\Phi(p)}{r_b} \quad (20)$$

Donde, $\Phi(p)$ se puede obtener al considerar una relación de estado estacionario.

$$\Phi(p) = r_0 \lambda_g \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0+} \quad (21)$$

Luego, la tasa de quemado de estado estacionario se puede expresar con la Ley de Vieille o de Arrhenius.

$$r_0 = ap_0^n = b(\bar{T}_s - T_i)^k = A \cdot e^{-\frac{E}{R_u T_s}} \quad (22)$$

Finalmente, la ecuación de retroalimentación de calor de la fase gaseosa queda expresada según se use la Ley de Vieille o de Arrhenius para la tasa de quemado estacionaria. Estas corresponden a las ecuaciones 29 y 28, respectivamente.

$$\lambda_g \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{\rho_c (ap^n)^2}{r_b} \left[C_c \left[\frac{ap^n}{b} \right]^{\frac{1}{k}} - Q_s \right] \quad (23)$$

$$\lambda_g \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{\rho_c (ap_0^n)^2}{r_b} \left[E_a C_c \ln \frac{ap^n}{A} - Q_s \right] \quad (24)$$

Cualquiera de estas dos expresiones finales se puede sustituir en la ecuación 5 para obtener las condiciones de borde necesarias para resolver la ecuación 3 (Kuo & Summerfield, 1984).

1.3.1.6 Modelo de Zel'dovich

El modelo de Zel'dovich busca evitar obtener los complejos datos requeridos en el modelo de Descripción de Llama. Para esto, realiza las siguientes suposiciones:

- Las reacciones en la superficie y en la fase gaseosa son cuasi-estacionarias
- No hay reacciones químicas subsuperficiales ni emisión de calor (término Q en 1) o se pueden incluir en la emisión de calor superficial (término \dot{Q}_{rad} , ecuación 1)
- El sistema propelente-llama se considera adiabático
- No hay influencia de fuerzas externas (como la generada por una carga iniciadora, por ejemplo), por lo que el quemado erosivo es mínimo
- La fase condensada se considera homogénea e isotrópica

Con estas suposiciones, se puede realizar un balance de energía sobre un volumen de control delimitado por $[0_-, x_f]$, donde x_f es la posición radial de la llama desarrollada. De este balance, resulta:

$$\dot{m}h_{c,s}(T_s) = \dot{m}h_{g,f}(T_f, p) + \lambda_c \phi_{c,s} \quad (25)$$

Donde, $\phi_{c,s}$ se puede obtener desde la ecuación de energía para la fase sólida:

$$\phi_{c,s} = \dot{m}C_c(T_{s,o} - T_{i,o}) \quad (26)$$

Con este sencillo modelo, se puede especificar la condición de borde de la ecuación 3 para resolver la ecuación 1, sabiendo la temperatura inicial del propelente, la presión dentro de la cámara y la tasa de quemado para algún instante de tiempo (Kuo & Summerfield, 1984). El modelo de Zel'dovich requiere iterar y no producirá resultados precisos si no se cuenta con suficiente información experimental.

1.3.2 Tasa de quemado

El parámetro más relevante para los estudios de combustión sólida y por el cuál la mayoría de los experimentos y simulaciones se llevan a cabo es la tasa de quemado del propelente. Como se mostró en las ecuaciones 3-17, la tasa de quemado instantánea, r_b , está presente en ellas de forma explícita o implícita (para las ecuaciones de continuidad en la fase gaseosa, por ejemplo, está implícitamente incluida en la tasa de generación de especies y velocidad normal a la superficie). Técnicamente, denominar la tasa de quemado como tal resulta impreciso, puesto que lo que muestra es la tasa a la cual están ocurriendo las reacciones químicas que consumen el propelente, pero con unidades de longitud y tiempo, de modo que tenga relación con el problema que se está estudiando.

Existen diversas formas de representar matemáticamente la tasa de quemado y en esta sección se presentan solo aquellas que han sido utilizadas en casos de combustión de granos de propelente sólido. La forma más general de modelar la tasa de quemado o reacción de propelente sólido es a través de la ecuación de Arrhenius, que representa la frecuencia (r) con la que ocurren colisiones moleculares que logran generar reacciones para una especie i en particular:

$$r = A_i e^{-\frac{E_{a,i}}{R_u T_{s,i}}} \quad (27)$$

(Krier, T'ien, Sirignano, & Summerfield, 1968) plantearon otra forma de representar la tasa de quemado en base a la ecuación de Arrhenius que le da prioridad a la temperatura superficial del grano para realizar la estimación. En su ecuación, m es un término de orden 10 (Krier, T'ien, Sirignano, & Summerfield, 1968).

$$r = b(T_s - T_\infty)^m \quad (28)$$

En general, la formulación de la tasa de quemado que se presenta en libros (Sutton & Biblarz, 2017; Mishra, 2017) es la de la Ley de Vieille o de Saint Robert, que corresponde a una correlación empírica para la tasa de quemado durante la etapa estacionaria o estable de la combustión. En esta ecuación, a es el coeficiente de tasa de quemado, p la presión, y n el exponente de presurización. El cálculo de la tasa de quemado por medio de la Ley de *Vieille* presenta una ventaja debido a que el experimento que se debe llevar a cabo 'solo' debe permitir medir la presión del recipiente que contiene la muestra de propelente.

$$r_0 = ap^n \quad (29)$$

(Kubota, 2015) representa la tasa de quemado para un caso unidimensional, en estado estacionario, a una cierta presión constante (suposiciones adecuadas para casos en los que el propelente tiene quemado neutro) y donde el calor irradiado por los gases es absorbido en la superficie de quemado. Con el fin de ser consistente con la nomenclatura ocupada hasta ahora, se presenta aquí la ecuación final desarrollada por (Kubota, 2015) para la tasa de quemado, con la nomenclatura de (Kuo & Summerfield, 1984)].

$$r = p \left[\frac{\alpha_i}{\rho_c C_c} \frac{1}{(R_g T_g)^2} \frac{Q_g \varepsilon_g^2 - A_g \exp\left(-\frac{E_g}{RT_g}\right)}{T_s - T_i - \frac{Q_s}{C_c}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

Con la temperatura de los gases, T_g , dada por la ecuación 31, p la presión de los gases, $\alpha_i = \frac{\lambda_g}{\rho_c C_g}$ es la difusión térmica de los gases en la zona de reacción, R_g es la constante de los gases de combustión, Q_s es el calor de la reacción en la superficie (calor de descomposición) y Q_g , el de los gases (calor de combustión), ε es la fracción molar y A_g es el factor pre-exponencial de la ecuación de Arrhenius que, en este caso, se considera un único valor para todas las especies involucradas.

$$T_g = T_i + \frac{Q_s}{C_c} + Q_g C_g \quad (31)$$

En la Figura 5, se muestra la variación de la tasa de quemado para propelente composita (AP-HTPB) con distinta concentración de AP a presiones menores a 1 MPa.

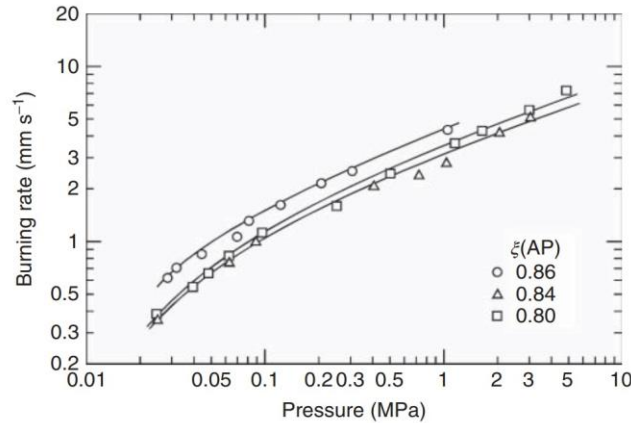


Figura 5. Tasa de quemado de composita con diferente % de masa de AP (*Burning rates of three AP-HTPB composite propellants at low pressures below 1 MPa*). (Kubota, 2015)).

1.3.2.1 Quemado erosivo

Como se menciona en secciones anteriores, este fenómeno consiste en el aumento en la tasa de quemado del propelente debido al flujo de gases a alta velocidad que erosiona la superficie del grano (alta velocidad en relación con el diámetro instantáneo del núcleo del grano, para un caso de quemado radial). La tasa de quemado radial depende de la velocidad axial y normal al grano de los gases de combustión. Esta dependencia es lo que se conoce como quemado erosivo. La intensidad del efecto del quemado erosivo sobre el quemado 'normal' se cuantifica por lo general mediante un término denominado razón erosiva, $\varepsilon = r/r_0$, donde r_0 , la tasa de quemado normal, supone ausencia de flujo cruzado de gases. En la Figura 6, se muestra cómo la razón erosiva aumenta de acuerdo con la velocidad relativa de los gases de combustión en la superficie del grano.

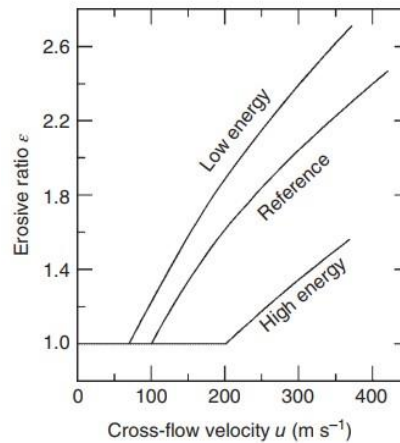


Figura 6. Razón erosiva para propelentes de alta y baja energía, en comparación con uno con energía de referencia para distintas magnitudes de velocidad de flujo cruzado (Kubota, 2015).

Para poder incluir la influencia del quemado erosivo sobre la tasa de quemado de forma matemática han surgido diferentes estrategias. Una de las aproximaciones más tempranas es la de (Lenoir & Robillard, 1957), quienes postularon que el quemado erosivo es proporcional a la tasa de transferencia de calor entre el flujo de gases en el núcleo y las paredes del grano.

1.3.2.2 Lenoir-Robillard, 1957

Al considerar el caso de una placa plana en la que no existe transpiración, la expresión matemática queda:

$$r = \alpha p^n + \alpha \frac{G^{0.8}}{L^{0.2} \exp z}$$

$$\alpha = k \cdot (0.0288 \cdot C_g \mu^{0.2} Pr_g^{0.667})$$

$$G = G^* M_g \sqrt{\frac{2(\gamma + 1) \left(1 + M_g^2 \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)\right)}{1 + \gamma M_g^2}}$$

$$z = \frac{\beta r \rho_c}{G}$$

$$k = \frac{1}{\rho_c c C_c} \left(\frac{T_f - T_s}{T_s - T_i} \right) \quad (32)$$

Donde β es una constante de ajuste, L es la longitud del grano, G es el flujo másico de gases por unidad de superficie y G^* es el flujo másico cuando $M = 1$. El alto nivel de correlación que obtuvieron (Lenoir & Robillard, 1957) en su trabajo les permitió justificar matemáticamente sus observaciones sobre la relación inversamente proporcional entre la tasa de quemado de un propelente sólido y la magnitud del quemado erosivo. Debido a esta última observación, es posible notar en ensayos estáticos a motores cuyos granos tienen un diámetro de núcleo reducido un aumento en la tasa de quemado al comienzo de la combustión, que es precisamente donde la tasa de quemado normal es baja aún. Una vez que se alcanza el valor estable de la tasa de combustión, el quemado erosivo deja de ser relevante.

(Landsbaum, 2003) precisó que prácticamente todos los estudios de quemado erosivo posteriores al de Lenoir & Robillard han ocupado el mismo enfoque para cuantificar el nivel de quemado erosivo para sus propelentes. Además de esto, (Landsbaum, 2003) vuelve a señalar que la influencia del quemado erosivo pareciera disminuir a medida que el tamaño del motor (diámetro) aumenta. La vigencia del enfoque de (Lenoir & Robillard, 1957) en (Kubota, 2015) da cuenta de que la aproximación hecha por estos autores ha sido una de las más adecuadas desde su planteamiento.

El único cambio significativo que ha tenido hasta la fecha la expresión matemática presentada corresponde al efectuado por (Ma, Bao, Sun, Liu, & Hui, 2020), quienes, con el objetivo de eliminar la necesidad de realizar experimentos para obtener el valor de algunas constantes de la ecuación 37 (β y c , por ejemplo), presentaron una forma alternativa basada en el equilibrio térmico en la superficie del grano.

1.3.2.3 Ma et al. 2020

El modelo de (Ma, Bao, Sun, Liu, & Hui, 2020) se basa en la idea de que la tasa de quemado es un proceso dominado por la cinética química, más que por la difusión. Su formulación consiste en lo siguiente:

$$r_b = r_0 + r_e, \quad r_e = \frac{h}{\rho_c c C_c} \left(\frac{T_f - T_s}{T_s - T_i} \right) \quad (33)$$

Con $r_0 = ap^n$. El coeficiente de transferencia de calor por convección con transpiración, h , es directamente proporcional al mismo coeficiente, pero sin contar la transpiración, h_0 , bajo la siguiente expresión:

$$\frac{h}{h_0} = \frac{\beta_{th}}{e^{\beta_{th}} - 1} \quad (34)$$

Donde $\beta_{th} = \rho_g u_g C_g / h_0$. La velocidad u_g es, en este caso, la velocidad en la dirección axial del motor (paralela a la superficie de quemado del grano). Para obtener el coeficiente h_0 se debe primero conocer el estado del flujo en el núcleo del grano a través de su número de Reynolds, $Re = \rho_g u_g D_{p,i} / \mu_g$.

$$h_0 = \frac{Nu \cdot \lambda_g}{D_{p,i}} \quad (35)$$

Donde el número de Nusselt, Nu , es calculado según el estado del flujo:

$$h_0 = \begin{cases} Nu_{lam}, & Re < 2300 \\ Nu_{tr}, & 2300 \leq Re \leq 4000 \\ Nu_{turb}, & Re > 4000 \end{cases} \quad (36)$$

Cualquiera sea el número de Reynolds el número de Nusselt asociado es calculado usando correlaciones empíricas.

$$Nu_{lam} = \frac{(Nu_1^3 + 0.7^3 + (Nu_2 - 0.7)^3 + Nu_3^3)^{\frac{1}{3}}}{Nu_1 = 3.66} \quad (37)$$

$$Nu_2 = 1.615 \cdot \left(\frac{Re Pr D_{p,i}}{L} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$Nu_3 = \left(\frac{2}{1 + 22 \cdot Pr} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{Re Pr D_{p,i}}{L} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Nu_{turb} = \frac{\frac{f}{8} (Re - 1000) Pr}{1 + 12.7 (Pr^{2/3} - 1) \sqrt{\frac{f}{8}}} \left[1 + \left(\frac{D_{p,i}}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \right] K \quad (38)$$

Donde K es un factor de ajuste relacionado con la composición del fluido:

$$K = \left(\frac{T_f}{T_s}\right)^\kappa \quad (39)$$

Con $\kappa = 0.45$ para el aire (Ma, Bao, Sun, Liu, & Hui, 2020). El factor de fricción de Darcy, f , se puede calcular de distintas maneras, todas dadas por correlaciones empíricas.

$$h_0 = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(\frac{Re\sqrt{f}}{2.51}\right), & \text{correlación de Prandtl para tuberías lisas} \\ \frac{1}{\sqrt{f}} = 1.8 \log\left(\frac{Re}{6.9}\right), & \text{correlación de Colebrook [23]} \\ \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(\frac{3.7D_{p,i}}{\varepsilon}\right), & \text{correlación de von Karman para tuberías rugosas} \\ \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(\left(\frac{6.9}{Re}\right)^3 + \left(\frac{\varepsilon}{3.7D_{p,i}}\right)^{\frac{10}{3}}\right), & \text{corr. de Haaland [24] para tuberías lisas/rugosas} \end{cases} \quad (40)$$

Para el caso de transición laminar a turbulento, se interpolan los números de Nusselt como:

$$Nu_{tr} = (1 - \gamma) \cdot Nu_{lam}(Re = 2300) + \gamma \cdot Nu_{turb}(Re = 4000) \quad (41)$$

$$\gamma = \frac{Re - 2300}{4000 - 2300}$$

Observando esto, se da cuenta de que la obtención de la tasa de quemado erosiva se logra iterando en todo momento, puesto que el diámetro del núcleo del grano irá en aumento a medida que este se quema, modificando el número de Reynolds del flujo y, por ende, el valor del coeficiente convectivo con transpiración. Para cerrar estos cálculos solo resta indicar la velocidad axial de los gases, u_g , que puede ser un valor de entrada constante a lo largo del motor (dirección axial) o alguna función cuyo valor dependa de la posición y/o del tiempo, $u_g = u_g(L, t)$.

1.3.3 Modelos de combustión para composita

A pesar de existir una formulación general de la onda de combustión unidimensional para propelentes sólidos, existen modelos matemáticos adaptados específicamente para propelentes con ciertas composiciones químicas, de modo que su formulación matemática considere solamente los efectos más relevantes.

El propelente de composita, o simplemente composita, es un material altamente energético que consiste en la mezcla de cristales de un compuesto que funciona como oxidante (KNO_3 , por ejemplo) y un combustible que funciona también como aglutinante. A esta mezcla por lo general se le agregan aditivos que aceleran la tasa de reacción (catalizadores) en la combustión. La composita es un propelente heterogéneo naturalmente, puesto que la unión del agente oxidante con el combustible es mecánica (adhesión) y no química (enlaces). Un ejemplo de composita es la mezcla AP-HTPB con polvo de aluminio como catalizador. La composita es encontrada casi exclusivamente en misiles o cohetes de guerra.

Debido a la composición química de la composita AP-HTPB, su combustión resulta en la formación de una llama que no es posible describir con un modelo unidimensional, sino que debe hacerse por medio de uno bidimensional o tridimensional (Lopez, 2019). Los propelentes heterogéneos son complejos de describir debido al tipo de unión entre el oxidante y el

combustible, y la estructura molecular de los reactantes y productos que reaccionan entre sí. El desarrollo de modelos multidimensionales para el estudio de la combustión de composita es un requisito y es ahí donde se concentra la atención de las investigaciones hoy en día.

Los modelos que se encuentran en la literatura solo varían en la forma de representar la dinámica de los gases (ecuaciones 9-12), mientras que la modelación del grano (ecuación 1) es idéntica entre los autores. Algunos modelos de combustión para composita han sido recopilados por (Lopez, 2019) en su investigación, en los cuales se observa que una diferencia fundamental entre los enfoques de los autores es la disposición espacial que tienen los agentes.

1.3.3.1 Cai et al., 2008

Una formulación de la tasa de quemado de propelentes con composición *heterogénea* usada por (Lopez, 2019) es la de (Cai, Thakre, & Yang, 2008), quienes la desarrollaron tomando en cuenta la contribución del calor de reacción de las especies en la superficie y el calor de combustión entregado al grano por las especies en la fase gaseosa sumado a la tasa de reacción estacionaria dada por la Ley de Arrhenius para un propelente tipo sándwich, como se ve en la Figura 7:

$$r_i^2 = \alpha_i \left(\frac{D_i p^n \exp(-\beta)}{\beta} \right) \frac{1}{\frac{\lambda}{\dot{m}_i C_{p,i} T_s} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_s + \frac{Q_{g,i}}{2C_{p,i} T_s} \frac{Q_{g,i}}{Q_s(T_s)}} \quad (42)$$

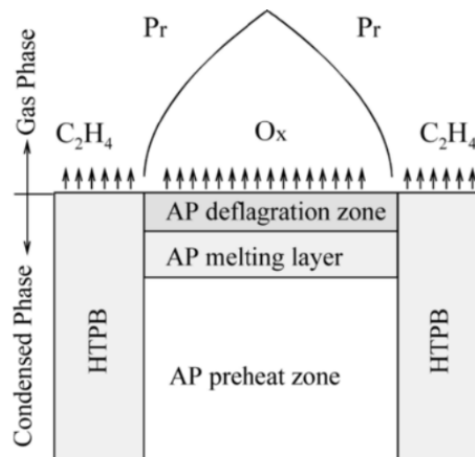


Figura 7. Modelo de combustión de Cai et al. [6] (*Schematic diagram of AP-HTPB combustion wave structure.*).

Donde $Q_{g,i}$ es el calor de combustión de la especie en la fase gaseosa (el calor de su deflagración, en el caso de propelente sólido), Q_s es el calor de reacción de la superficie del grano (calor de descomposición). $\beta = E_a/R_u T_s$ es la energía de activación adimensional para la descomposición térmica de la especie en la fase sólida. (Lopez, 2019) aproxima el término $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_s$ como $\left(\frac{T_g - T_s}{d_p} \right)$ y el flujo másico lo representa como $\rho_i r_i$. El término d_p representa el tamaño de la grilla construida, en la dirección vertical; por ende, se puede sustituir con el valor del tamaño de las partículas del agente. La representación del flujo másico como $\rho_i r_i$ implica que la obtención de la tasa de reacción es por medio de iteraciones. La formulación de (Cai, Thakre, & Yang, 2008) es muy similar a la de (Kubota, 2015), con diferencias principalmente en el orden de influencia de la presión (en Kubota es lineal siempre) y en la contribución de los calores de reacción. (Lopez,

2019) ocupa la formulación de (Cai, Thakre, & Yang, 2008) para calcular la combustión de composita (AP y HTPB), sin embargo, en uno de sus casos supone que el propelente es homogéneo, para cuyo cálculo de tasa de quemado queda:

$$r_b = Y_{AP} r_{AP} + Y_{HTPB} r_{HTPB} \quad (43)$$

Donde Y_i es la fracción másica del agente presente en el grano.

1.3.3.2 Cao et al., 2015

(Cao, Yu, & Ye, 2015) construyeron su modelo de combustión a partir del diagrama de la Figura 8, que usa la configuración tipo 'sándwich' para el grano. Modelar la combustión de composita usando esta configuración permite emplear tasas de quemado para cada agente por separado, facilitando así el cálculo de esta. Las ecuaciones que emplean para la fase gaseosa son en 2D e incluyen la ecuación de conservación momento con viscosidad, presión dada por la ecuación de gases ideales y términos fuente para la ecuación de conservación de momento y de masa. La tasa de quemado de cada agente es representada mediante la ecuación de Arrhenius, mientras que la tasa de quemado para la mezcla es estimada con una ponderación según la fracción volumétrica de los agentes en la mezcla.

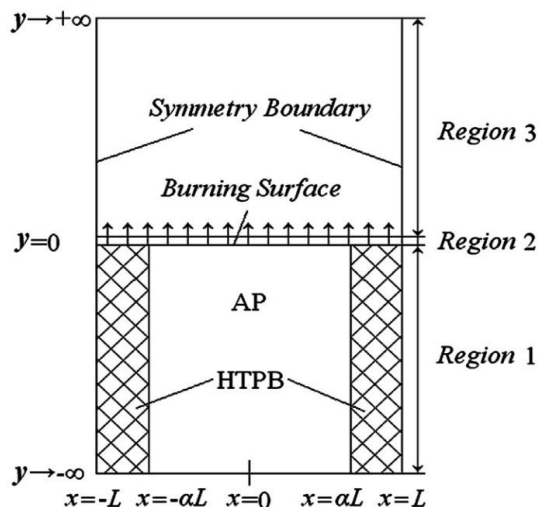


Figura 8. Modelo de combustión de (Cao, Yu, & Ye, 2015) (*Combustion model for AP/HTPB composite propellant.*).

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \vec{u}_g) = S_m \quad (44)$$

$$\frac{\partial \rho_g \vec{u}_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \vec{u}_g \vec{u}_g) = -\nabla p + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{u}_g) + \mu \nabla \vec{u}_g S_{\vec{u}_g} \quad (45)$$

$$L(X, Y, Z) = (-R_1, -R_2, R_1 - \beta R_2) \quad (46)$$

$$L(T) = \frac{\left(Q_{g1}R_1 + Q_{g2}R_2 + \frac{dp_g}{dt} \right)}{C_g} \quad (47)$$

Con L el operador $L(\phi) = \partial(\rho_g\phi)/\partial t + \nabla \cdot (\rho_g\phi \vec{u}_g) - \nabla \cdot (\lambda_g/C_g \nabla\phi)$ y la tasa de quemado dada por $r = r_{AP}^{1-\alpha} \cdot r_{HTPB}^\alpha$, donde α es la fracción volumétrica de AP presente en el grano.

Las condiciones de borde que emplean en la superficie del grano son:

$$T_g = T_c \quad (48)$$

$$\dot{m}Y_i |_{0_+} - \lambda_g C_g \frac{\partial Y_i}{\partial y} |_{0_+} = \dot{m}Y_i |_0 \quad (49)$$

$$\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} |_{0_+} = \lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial y} |_{0_-} - \rho_c r_b Q_c \quad (50)$$

La extensión del dominio que utilizan (Cao, Yu, & Ye, 2015) es de $L = 85\mu m$, $500\mu m$ de altura para las regiones 1 y 3, y $0.2\mu m$ para la región 2. Además, utilizan solo la mitad horizontal derecha de la Figura 8 debido a la simetría del problema con respecto al eje y . El espesor del frente de quemado (región 2) da cuenta del alto costo computacional que pueden llegar a tener los modelos de combustión de propelente sólido, ya que en esta zona es donde se encuentran, por lo general, los fenómenos más relevantes de los estudios, por lo que una discretización fina es necesaria. Una discretización fina acompañada de fenómenos que ocurren en períodos muy cortos de tiempo implica que el paso de tiempo de la simulación deberá ser varios órdenes de magnitud menor al período de tales fenómenos.

1.3.3.3 Chen et al., 2024

En 2024, (Chen, Xue, & Yu, 2024) modelaron el comportamiento térmico de un propelente *Nitrate Ester Plasticized Polyether* (NEPE) en 2D usando un modelo multi partículas para describir la distribución espacial de AP, HTPB y el agente aglomerante. Muy similar al trabajo de (Cao, Yu, & Ye, 2015), (Chen, Xue, & Yu, 2024) emplearon las siguientes ecuaciones para la fase gaseosa:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \vec{q}) = S_m \quad (51)$$

$$\vec{q} = \begin{cases} \vec{u}_g \text{ y } S_m = \frac{\partial(\rho_c r_b)}{\partial x} \\ \vec{v}_g \text{ y } S_m = \frac{\partial(\rho_c r_b)}{\partial y} \end{cases}$$

$$\frac{\partial \rho_g \vec{q}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \vec{q} \vec{q}) + \nabla p = \frac{1}{3} \nabla (\mu_g \nabla \vec{q}) + \nabla (\mu \vec{q}) S_{mom} \quad (52)$$

$$\vec{q} = \begin{cases} \vec{u}_g \text{ y } S_{mom} = \frac{\partial (\rho_c r_b) |\vec{u}_g|}{\partial x} \vec{u}_g \\ \vec{v}_g \text{ y } S_{mom} = \frac{\partial (\rho_c r_b) |\vec{v}_g|}{\partial y} \vec{v}_g \end{cases}$$

$$L(Y_i) = (-R_1 - \beta R_4, -R_2 - \beta R_4, -R_3 - R_4, R_1 - \gamma R_5, R_2 - \gamma R_5, R_3 - R_5) \quad (53)$$

$$L(T) = \frac{\left(Q_{g,AP} R_4 + Q_{g,HMX} R_5 + Q_{g,binder} R_6 + Q_p R_7 + Q_f R_s + \frac{dp(t)}{dt} \right)}{C_g} \quad (54)$$

Con $L(\phi) = D(\rho_g \phi) / Dt - \nabla \cdot \left(\frac{\lambda_g}{c_g} \nabla \phi \right)$. La conductividad térmica y la viscosidad dinámica las modelaron aparte:

$$\lambda_g = 1.08 \cdot 10^{-4} T_g + 0.0133 \quad (55)$$

$$\mu_g = \frac{Pr \lambda_g}{C_g} \quad (56)$$

El método de (Chen, Xue, & Yu, 2024) divide las reacciones de combustión del propelente NEPE en 8 pasos para poder estimar el calor liberado en la reacción que resulta en la última composición de gases. La tasa de reacción en cada uno de los pasos la estimaron usando la ecuación de Arrhenius. Para resolver el sistema de ecuaciones, el método de volúmenes finitos fue empleado.

1.4 Enfoque transiente a escala completa de tiempo

En esta investigación se busca contrastar con datos experimentales algunas estrategias para simular en estado transiente la balística interna de un motor de propelente sólido. Para no incrementar el costo computacional innecesariamente, el dominio computacional se limitó a considerar únicamente la tobera de un motor de referencia, y en 2D. El empleo de un dominio 2D se justifica debido a la simetría axial de la tobera. La simulación en estado transiente apunta a evaluar si existen efectos acumulativos que puedan afectar el comportamiento de la presión y el empuje al interior de la tobera y que, al mismo tiempo, sean claramente identificables a través de su cambio en el tiempo. Si bien en esta investigación se emplea el método de volúmenes finitos para la obtención de la solución numérica, al momento de la elaboración de este documento no se encontró ningún trabajo similar dentro de la literatura, que empleara el método de volúmenes finitos u otro para el planteamiento y solución de este problema de forma transiente.

1.5 Hipótesis y objetivos

1.5.1 Hipótesis

El empleo de un modelo transiente para la modelación numérica de la balística interna de motores de propelente sólido reproduce los datos experimentales de presión estática con un margen de

error menor al 15%, además de representar la formación de ondas de choque y su eventual cambio de posición y magnitud en el tiempo.

1.5.2 Objetivos

1.5.2.1 Objetivo general

Implementar un modelo numérico en ANSYS Fluent que permita simular la balística interna de un motor de propelente sólido (SRM) en estado transiente durante la totalidad del tiempo de quemado de este, replicando los resultados de distintos ensayos experimentales.

1.5.2.2 Objetivos específicos

- OE1: Presentar un modelo numérico transiente en ANSYS Fluent que permite simular la balística interna de un SRM para la totalidad del tiempo de quemado.
- OE2: Validar la estrategia de modelación de la balística interna de un SRM a través de una comparación cuantitativa sobre una simulación estacionaria de un caso de referencia.
- OE3: Simular en estado transiente y usando una única configuración del modelo numérico 3 casos experimentales.

1.6 Metodología

Actividad 1: Presentación del modelo numérico transiente en ANSYS Fluent (OE1)

Se propone presentar el modelo numérico que permitirá simular de forma transiente la totalidad del tiempo de quemado de un motor de propelente sólido, de manera eficiente y suficientemente precisa para la etapa de diseño preliminar del motor. Este objetivo específico se abordará presentando la geometría y discretización del volumen de control, el marco teórico que compone al modelo (ecuaciones que se resuelven), los criterios de convergencia utilizados para monitorear esta misma durante cada paso de tiempo, las condiciones de borde empleadas y, por último, la validación del modelo.

Actividad 2: Evaluación de estrategias de modelación (OE2)

Se propone hacer una comparación cuantitativa sobre un caso de referencia, usando distintas estrategias de modelación disponibles en ANSYS Fluent para lograrlo. Estas estrategias emplean el método de volúmenes finitos, que es el único disponible en Fluent, y se dividen en dos categorías principales: la del solucionador basado en presión, y la del basado en densidad. Se evaluarán 4 niveles de precisión (orden de los métodos numéricos) para cada solucionador, generando 8 modelos distintos que permiten estudiar su rapidez (eficiencia computacional) y precisión (capacidad para capturar discontinuidades) para simular la balística interna de un motor de propelente sólido. Estas simulaciones se llevarán a cabo en estado estacionario, puesto que es suficiente para hacer una comparación de las características ya mencionadas.

Actividad 3: Simulación transiente de 3 casos experimentales (OE3)

El último objetivo específico supone emplear el modelo ya validado para simular de manera transiente el tiempo de quemado de 3 ensayos experimentales, para los cuales se cuenta con información sobre la presión alcanzada al interior de la cámara de combustión y el empuje generado. Los resultados de las simulaciones se presentarán utilizando mapas de contorno de la presión estática, densidad, y número de Mach, en distintos instantes de tiempo, junto con gráficos de estas mismas variables y otras adicionales.

CARTA GANTT - Estrategias para una simulación transiente de la balística interna de un motor de combustión sólida progresiva

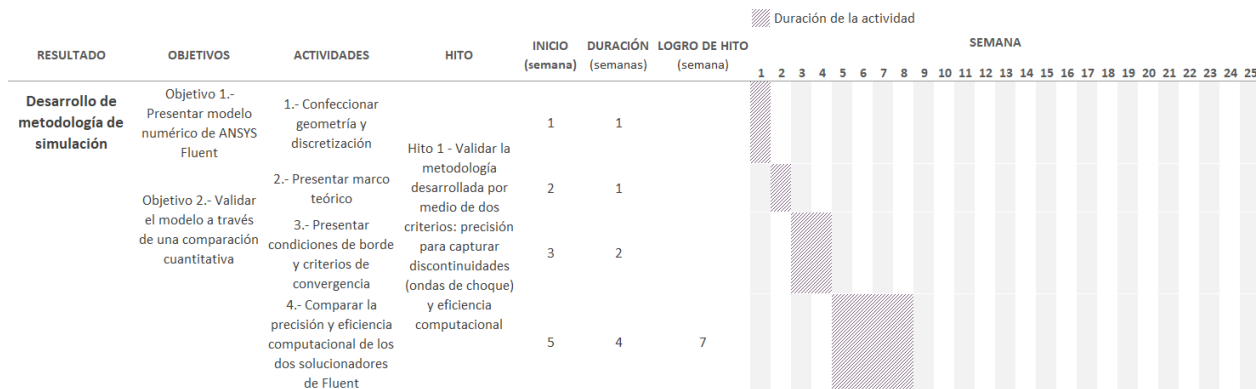


Figura 9. Carta Gantt de la investigación.

CARTA GANTT - Estrategias para una simulación transiente de la balística interna de un motor de combustión sólida progresiva



Figura 9 (cont.). Carta Gantt de la investigación.

CAPÍTULO 2

2 METODOLOGÍA Y MODELO NUMÉRICO

2.1 Descripción del banco de ensayos

El trabajo experimental en la UdeC ha girado en torno al propelente sólido tipo *candy* desde sus inicios, que es un propelente heterogéneo a base de azúcar. El oxidante usado normalmente ha sido nitrato de potasio, debido a su accesibilidad de mercado. Para todas las pruebas, la relación oxidante/combustible se definió como 65/35, pues en esa proporción el propelente ofrece alto rendimiento y una viscosidad adecuada para verterlo durante su fabricación. Se eligió el sorbitol como combustible, formando el propelente KNSB, cuyo desempeño se analiza más adelante.

La versión inicial del banco de pruebas (ver Figura 10) consistía en una estructura de acero atornillada al piso de un contenedor. La versión actual cuenta con una celda de carga Keli UDA de 300 kg y un transductor de presión de 100 bar con salida 4–20 mA. De todas las pruebas realizadas, tres se seleccionaron para comparación con simulaciones. Se midieron presión máxima y empuje, resumidos en la Tabla 1. No se registraron variables atmosféricas como temperatura, humedad, viento o presión atmosférica antes, durante o después de las pruebas.



Figura 10. Banco de pruebas para SRM en la UdeC.

Tabla 1. Medición de presión al interior de la cámara y del empuje generado en distintas pruebas.

Prueba	Fecha	Presión [MPa]	Empuje [kgf]	Comentarios
1	20-11-24	10.6	186.5	Primer disparo exitoso
2	18-06-25	7.5	134.1	Posible mal posicionamiento de la carga iniciadora
3	18-06-25	10.2	113.8	Menor empuje que el esperado. No hay una causa clara

2.2 Motor a modelar

El motor por modelar fue diseñado y fabricado el año 2023, y fue concebido para una misión demostrativa, por lo que el empuje fue maximizado. Así, la cantidad de propelente que tenía este motor era cerca de los 1.5 kg y el propelente utilizado fue de KNSB. Las dimensiones del motor se pueden encontrar en el anexo. Desde su fabricación, hasta la fecha de elaboración de este documento, el motor ha sufrido cambios menores de su geometría, por lo que ha probado ser confiable tanto para la misión para la cual fue concebido, como para las siguientes en las que se ha utilizado. Una ilustración del motor se presenta en la Figura 11.

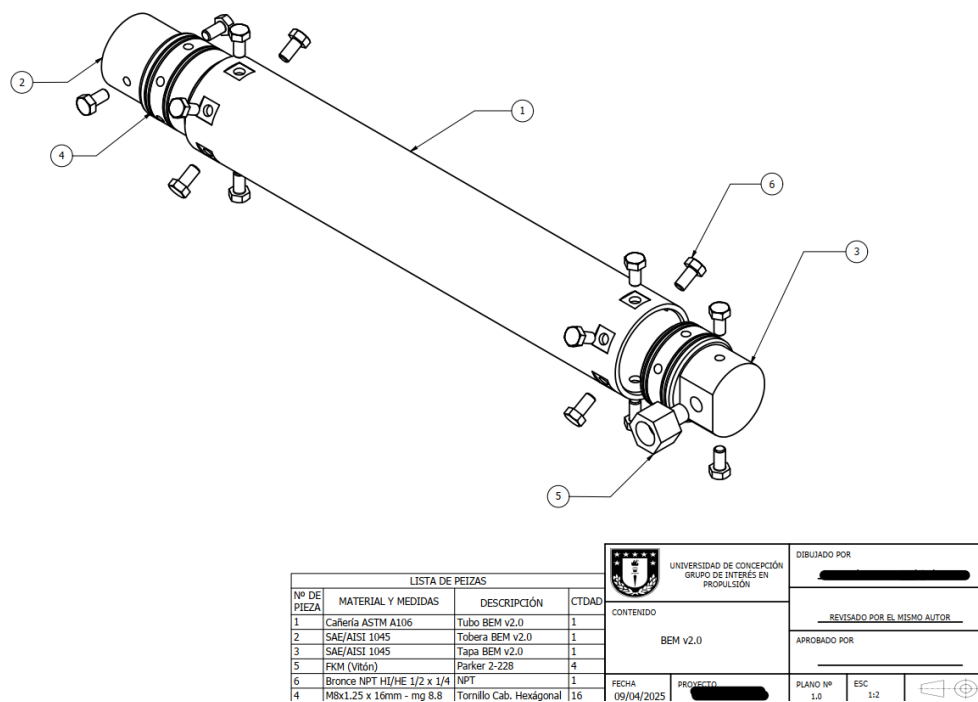


Figura 11. Plano explosionado del motor modelado en esta investigación.

2.2 Marco teórico

Los enfoques numéricos transientes (Hsieh, Yang, & Tseng, 1988; Sabnis, Madabhushi, Gibeling, & McDonald, 1989; Li & Xiang, 2013) para simular la balística interna de un SRM suelen incluir turbulencia mediante el modelo $k - \epsilon$. Aunque este modelo tiene una formulación matemática relativamente sencilla (agrega solamente 2 ecuaciones más a resolver), es suficientemente preciso desde el punto de vista del diseño preliminar para estimar correctamente el empuje generado por el motor. Si se incluyen reacciones químicas, esto se suele hacer (Ecker, Karl, & Hannemann, 2017; Ecker, Karl, & Hannemann, 2019) definiendo reacciones de un paso que representen la cinética del propelente, sin embargo, en esta investigación las reacciones químicas no se considerarán, sino que se establecerá que la composición de los gases inyectados al dominio es desde un comienzo la composición de los productos de la última reacción química.

Un análisis cuidadoso se llevó a cabo sobre el solucionador basado en densidad de ANSYS Fluent (*density-based solver*), dado que, por la experiencia que se tiene usándolo, se sabe que es un solucionador altamente preciso para resolver problemas con soluciones discontinuas

(ondas de choque, por ejemplo), pero lo suficientemente lento (comparado con un solucionador basado en presión – *pressure based solver*) como para volverlo incompatible con un proceso de diseño iterativo de motores de cohete. El solucionador basado en densidad de Fluent resuelve las ecuaciones de continuidad de masa, momento, energía y transporte de especies de forma simultánea, pudiendo así capturar las interacciones entre cada una de las variables transportadas. En comparación, el solucionador basado en presión puede resolver simultáneamente a lo más, las ecuaciones (formuladas en base a la presión) de continuidad de masa y momento, para luego resolver de forma secuencial la ecuación de continuidad de energía, y de transporte de especies. El algoritmo del solucionador basado en presión utiliza el método de predicción-corrección (Chorin, 1968), que es una formulación fundamentalmente para flujo incompresible. A pesar de esto, el método ha sido adaptado para resolver problemas con flujo compresible, con algunas desventajas en su capacidad para capturar ondas de choque de forma correcta.

Las ecuaciones que se resuelven en el solucionador basado en presión de Fluent (ANSYS Inc., 2021) son las ecuaciones de continuidad promediadas por el momento (ecuación 57), las ecuaciones de momento en la dirección horizontal y vertical en un sistema coordinado (ecuación 58, presentada sólo en la dirección horizontal), la ecuación de continuidad de fracción másica de especies transportadas (ecuación 59), y, por último, la ecuación de energía (ecuación 60). Esta ecuación es necesaria, dado que los productos de combustión están siendo modelados como gases ideales. El acople entre las ecuaciones de continuidad de masa y momento es modelado con el esquema acoplado. Las consecuencias de resolver el sistema de ecuaciones recién descrito utilizando un método desacoplado (de las ecuaciones de fracción másica de especies, y de energía) son, en primer lugar y lo más importante: una drástica disminución del tiempo de cálculo, y en segundo lugar, una relativa disminución en la precisión de la distribución de presión estática y su fluctuación a lo largo de la tobera, comparado con un solucionador basado en densidad. Aunque estas debilidades no comprometen el propósito del modelo, es necesario tenerlas presente como un aspecto inherente a la filosofía de diseño, si se requiere de una aproximación preliminar rápida de la balística interna del motor.

$$\sum_f^{N_{faces}} \left[\frac{\rho_f}{2} (\vec{v}_{c_0} + \vec{v}_{c_1}) \hat{n} + J_{ho,ap} + d_f \left((p_{c_0} + \vec{r}_0 \cdot (\nabla p)_{c_0} - \vec{r}_1 \cdot (\nabla p)_{c_1}) \right) \right] \cdot A_f = 0 \quad (57)$$

$$a_p u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum_f^{N_{faces}} p_f A \hat{i} + S \quad (58)$$

$$\text{con } p_f = \frac{1}{2} (p_{c_0} + p_{c_1}) + \frac{1}{2} (\vec{r}_0 \cdot \nabla p_{c_0} + \vec{r}_1 \cdot \nabla p_{c_1})$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v} Y_i) = -\nabla \cdot \vec{J}_i + R_i + S_i \quad (59)$$

$$\nabla \cdot \left(\rho \vec{v} \left(h + \frac{\vec{v}^2}{2} \right) \right) = \nabla \cdot \left(k_{eff} \nabla T - \sum_j h_j + \vec{J}_j + \dot{t}_{eff} \cdot \vec{v} \right) + S_h = 0 \quad (60)$$

Para el modelo de transporte de especies, se requiere la composición de los productos de combustión. Esta fue obtenida corriendo el programa CEA de la NASA (McBride & Gordon, 1994) a través de Python y añadiendo el propelente KNSB a la biblioteca de propelentes disponibles. La composición de los productos de combustión resultante para una razón oxidante/combustible

de 65/35 es presentada en la Tabla 2. La temperatura de llama adiabática fue obtenida de la misma forma, con un valor de 1600 K para este propelente. Las propiedades termofísicas del propelente (como la densidad, calor específico, conductividad térmica, viscosidad y difusividad másica) fueron fijadas para que se calculen usando aproximaciones de gases ideales, a excepción de la difusividad másica, que se utilizó la teoría cinética incorporada en Fluent. Tanto la composición de los gases como la temperatura se fijó en un valor constante, ya que no se espera que ocurran reacciones significativamente exotérmicas dentro de la tobera.

Tabla 2. Composición de productos de combustión del propelente modelado.

Producto	Fracción molar [-]
CO	0.1917
CO2	0.1762
H2	0.1185
H2O	0.3757
N2	0.1378

Por último, la turbulencia fue incluida y modelada usando el modelo $k - \varepsilon$ Realizable, que es lo suficientemente robusto y rápido para este tipo de aplicaciones (Hsieh, Yang, & Tseng, 1988; Sabnis, Madabhushi, Gibeling, & McDonald, 1989; Li & Xiang, 2013). Para la inclusión de los efectos de compresibilidad, existe una variante de este modelo que modifica el término Y_M de la ecuación 61, $Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2$, donde $M_t^2 = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ es el número de Mach turbulento (ANSYS Inc., 2021) $a \equiv \sqrt{\gamma RT}$ es la velocidad del sonido. Las ecuaciones de transporte de turbulencia en estado estacionario se presentan en las ecuaciones 61 y 62. La interacción fluido-pared fue modelada usando el modelo “*Non-Equilibrium Wall Functions*”, que mejoran el tratamiento de los gradientes de presión y se recomienda para casos donde ocurra separación y re apego de la capa límite (ANSYS Inc., 2021).

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho\varepsilon - Y_m + S_k \quad (61)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \rho C_1 S\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu\varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (62)$$

2.3 Dominio computacional y discretización

Como se mencionó al comienzo del capítulo, el motor completo fue diseñado y fabricado en el año 2023. El foco de esta investigación se centró en la tobera de este motor. El dominio computacional se limitó a un volumen de control 2D axisimétrico de la tobera para reducir la carga computacional del modelo. La malla contiene 48,000 elementos cuadriláteros, con calidad ortogonal mínima de 0.75 y *skewness* máxima de 0.4. La alta calidad de la malla se fijó como objetivo de la discretización para asegurar la obtención de resultados físicos y evitar inestabilidades numéricas. Las extensiones del dominio computacional y los elementos generados se presentan en la Figura 12 y Figura 13.

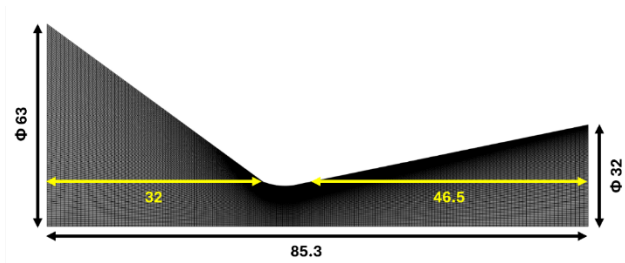


Figura 12. Extensiones del dominio computacional y su discretización.

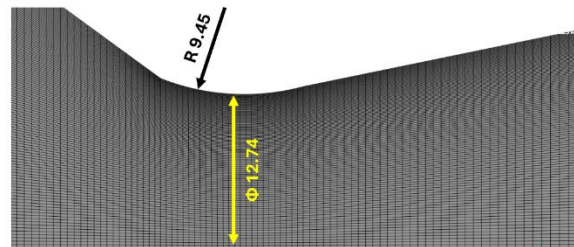


Figura 13. Detalle de las dimensiones y discretización de la garganta de la tobera.

2.4 Criterios de convergencia

Para asegurar la calidad de la malla, se realizaron simulaciones estacionarias con una presión en el inlet igual al máximo registrado entre todos los casos experimentales (10.6 MPa, ver Tabla 1). La precisión de estas simulaciones fue de segundo orden. En estas simulaciones, se evaluó la variable y^+ (que indica de forma adimensional la distancia desde la pared hasta el centroide del primer elemento) para asegurar que su rango de valores estuviese dentro del físicamente adecuado para el modelo de turbulencia seleccionado. Para el modelo $k - \varepsilon$ Realizable con funciones de pared de "Non-Equilibrium", este rango de valores va entre 30–300, ya que asegura que el primer elemento se encontrará en la porción logarítmica de la capa límite. La malla que cumplió con tener al mismo tiempo la menor cantidad de elementos, una calidad ortogonal de 0.75, un skewness de 0.4 y un rango de y^+ entre 30 y 300, fue la presentada en la sección anterior.

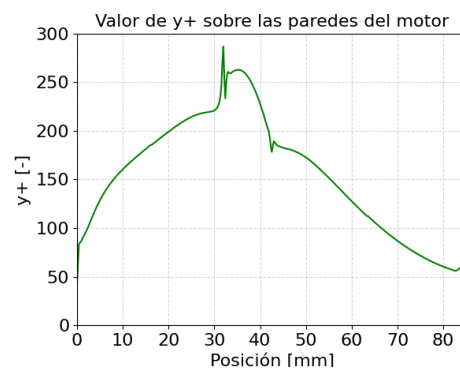


Figura 14. Rango de y^+ resultante para la malla y configuración de la simulación estacionaria.

Para monitorear la convergencia de la simulación, se utilizó como criterio la convergencia de la presión estática, velocidad y flujo másico a la salida de la tobera, y empuje generado, calculado como $T = \dot{m}V_e + (p_e - p_a) \cdot A_e$. Estas variables fueron monitoreadas por su valor instantáneo de cada iteración a lo largo de cada paso de tiempo, con el fin de conocer si estaban convergiendo

al final del mismo. Además de estos monitores, la convergencia de las ecuaciones de continuidad y turbulencia fue establecida por medio de una tolerancia relativa o absoluta. Un criterio absoluto compara el error de la solución contra un valor fijo, establecido por el usuario, mientras que un criterio relativo compara el error de las de los últimos pasos de tiempo convergidos. Para el comienzo de la simulación, es más preciso utilizar un criterio absoluto, ya que garantiza que la convergencia del paso de tiempo se dará si y solo si se alcanza una cierta tolerancia, limitando la posibilidad de acarrear errores numéricos para los pasos de tiempo siguientes. Sin embargo, una vez que la solución es estable entre cada paso de tiempo, es significativamente más eficiente utilizar un criterio relativo, ya que la convergencia se dará a las pocas iteraciones, potencialmente ahorrando una gran cantidad de tiempo y recursos computacionales.

2.5 Condiciones de borde

El tipo de condiciones de borde fueron las mismas para las 3 simulaciones. Estas, consistieron en un inlet de flujo másico variable en el tiempo, cuyos valores se obtuvieron a partir de datos de tasa de quemado del propelente KNSB (Nakka, 2023). Usando los coeficientes que describen la tasa de quemado del propelente, la presión medida durante los 3 ensayos y la relación $r = ap^n$, se reconstruyó la tasa de quemado teórica. Con esta, se pudo obtener el flujo másico de gases al asumir que el quemado se daba de forma puramente radial y que toda la masa que perdía el grano era la que se generaba en productos de combustión. Para no perder información haciendo una aproximación de la tasa de quemado, se cargaron los valores discretos de esta por medio de una tabla transiente a Fluent, teniendo así un valor de flujo másico para cada instante de tiempo calculado. El valor del flujo másico entre instantes es aproximado por Fluent mediante una interpolación lineal.

Como se mencionó anteriormente, la composición de los productos de combustión fue obtenida con el software CEA de la NASA (McBride & Gordon, 1994), para una mezcla de KNSB con una razón oxidante/combustible de 65/35. Tanto la temperatura de 1600 K y la composición presentada en la Tabla 2 se mantuvieron constantes durante la simulación. Si bien esta suposición facilita la configuración del modelo, se tiene presente que, en particular la suposición de la temperatura puede provocar una sobrepresión al comienzo de la simulación que no sea físicamente realista, sin embargo, no se disponía de información experimental ni de literatura que fuese más precisa como para hacer una suposición más adecuada.

2.6 Análisis de sensibilidad del modelo de simulación

Para estudiar la factibilidad de la configuración del modelo numérico, se compararon los dos solucionadores de Fluent y los distintos esquemas numéricos, produciendo una combinación de configuraciones que permitieron evaluar la precisión, tiempo de cálculo y capacidad para capturar discontinuidades de la solución (ondas de choque). Cada caso se configuró en estado estacionario y con un inlet de presión para la máxima presión registrada en los ensayos experimentales (10.6 MPa). Los resultados para cada solucionador y sus combinaciones de esquemas numéricos se presentan en la Figura 15 y Figura 16

El comportamiento de ambos solucionadores fue similar en cuanto a la precisión de la distribución de presión a lo largo de la tobera, notando apenas una mínima diferencia en la presión de salida, y al comparar los esquemas de 2do orden de cada solucionador (en el caso del solucionador basado en densidad, la precisión llega al máximo en el esquema de 2do orden, mientras que en el solucionador basado en presión, esta se alcanza en el esquema MUSCL de 3er orden). A pesar de esto, el tiempo de cómputo fue considerablemente menor para el solucionador basado en presión, debido a que la solución se comportaba de forma estable para cualquier esquema

numérico utilizado. Este no fue el caso del solucionador basado en densidad, que requirió comenzar las simulaciones con esquemas de primer orden para poder luego cambiarlos a segundo orden y los restantes. En relación a la precisión de los esquemas, es fácilmente identificable la diferencia entre uno de primer orden y los demás, que tiene una precisión idéntica para términos de diseño. Tanto por estas razones, como las expuestas en las secciones anteriores, se escogieron esquemas de segundo orden, ya que se consideraron suficientemente precisos para capturar ondas de choque, la distribución de presión a lo largo de la tobera, y que no tuviesen una penalización en cuanto a tiempo de cálculo.

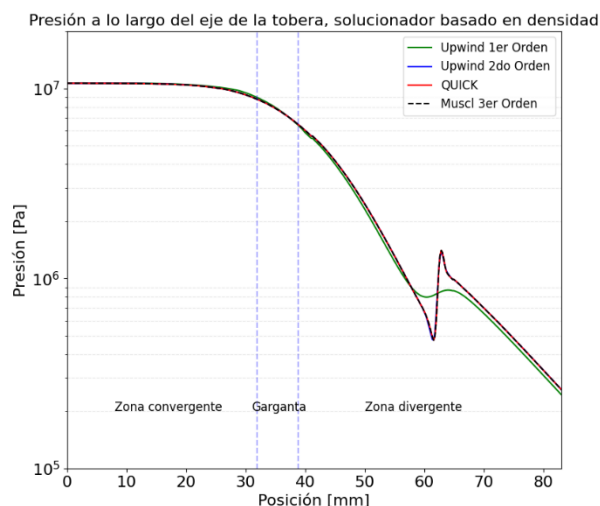


Figura 15. Monitoreo de la presión estática a lo largo del eje de la tobera modelada, para distintos esquemas numéricos del solucionador basado en densidad.

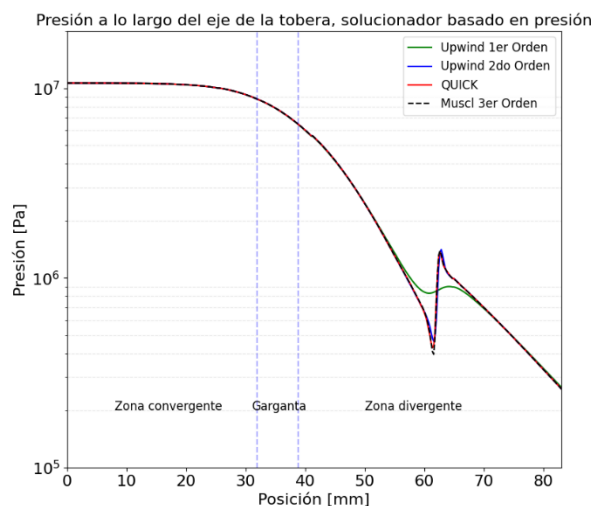


Figura 16. Monitoreo de la presión estática a lo largo del eje de la tobera modelada, para distintos esquemas numéricos del solucionador basado en presión.

CAPÍTULO 3

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados que se presentan en esta sección son los de las simulaciones descritas en el capítulo anterior. Las figuras contienen información sobre: la distribución de presión, densidad y número de mach en todo el dominio computacional, mientras que los gráficos muestran la distribución de la variable únicamente sobre el eje de rotación de la tobera (colineal con el eje horizontal). Estos gráficos se presentan en su forma normalizada, tanto de manera absoluta en los gráficos inferiores (es decir, con respecto al valor máximo de la variable en todo el rango de tiempo, por lo que coinciden con los mapas de contorno), como de manera relativa en los gráficos del centro (con respecto al valor máximo de la variable para ese instante de tiempo en particular). Esto se hizo para evaluar de manera clara la magnitud de la onda de choque que se forma en la zona divergente de la tobera estudiada.

Entre las simulaciones, las principales diferencias surgen durante la transiente de ignición ($t \leq 0.2$ s). Esto es esperable, ya que es durante este periodo de tiempo que ocurren las fluctuaciones más importantes de presión al interior de la cámara de combustión. Pasado la marca de tiempo señalada, el comportamiento de la presión, densidad y número de Mach a lo largo de la tobera (ver gráficos centrales e inferiores) es prácticamente el mismo, cambiando únicamente el rango de valores de la distribución de la variable. Observando los resultados, se presume que existe un umbral de presión estática pasado el cual aparecen ondas de choque, independiente del historial de la presión, lo que es atribuible en su totalidad al diseño de la tobera.

3.1 Simulación de la prueba N° 1

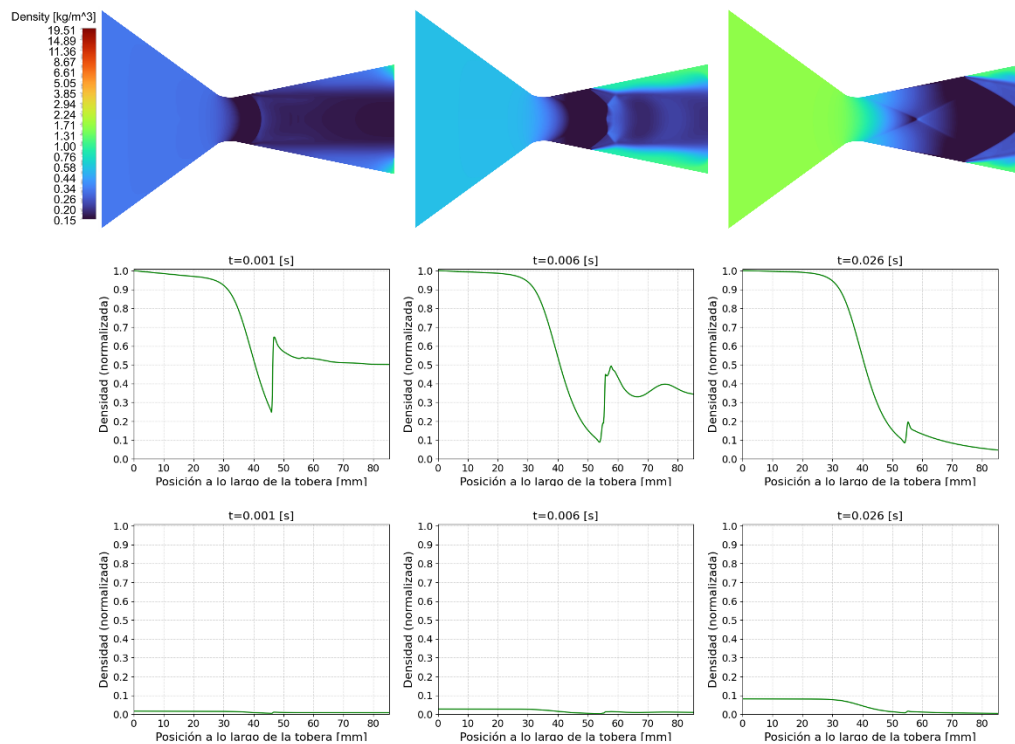


Figura 17. Resultados de densidad [kg/m³] para la simulación de la prueba N°1.

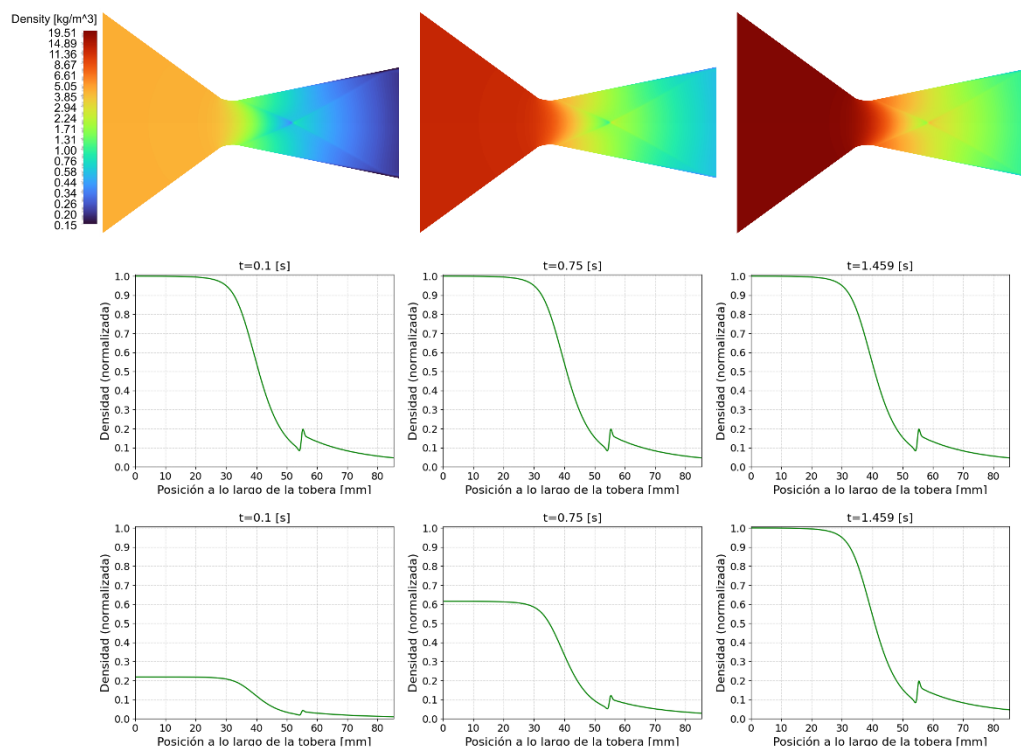


Figura 18. Resultados de densidad [kg/m³] para la simulación de la prueba N°1. (cont.)

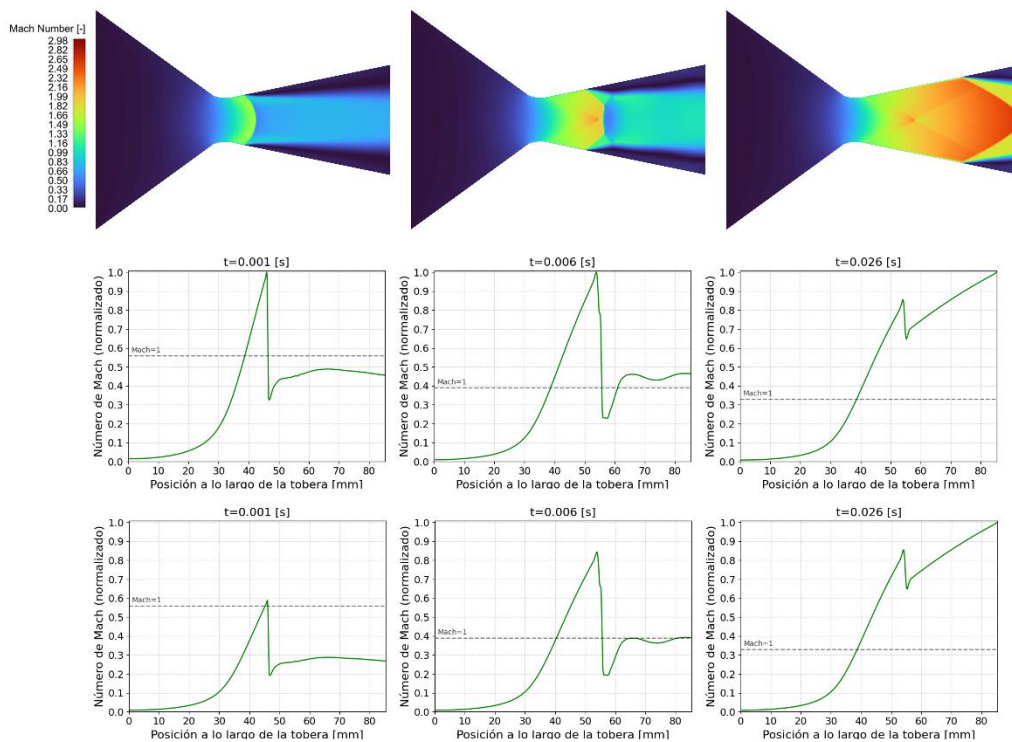


Figura 19. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°1.

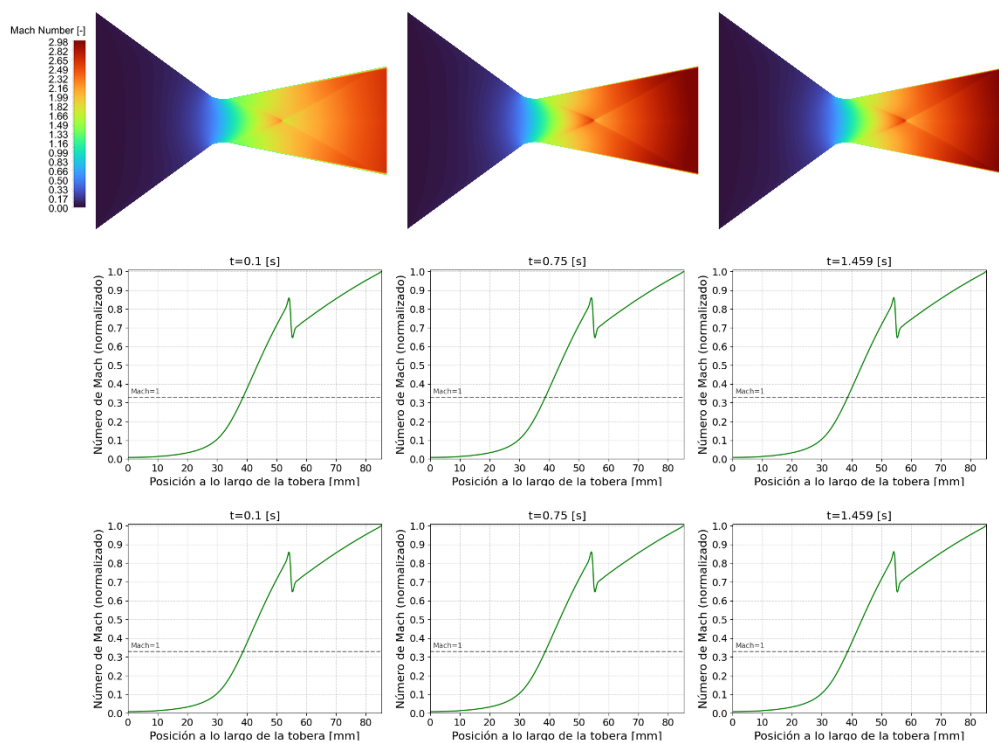


Figura 20. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°1 (cont.).

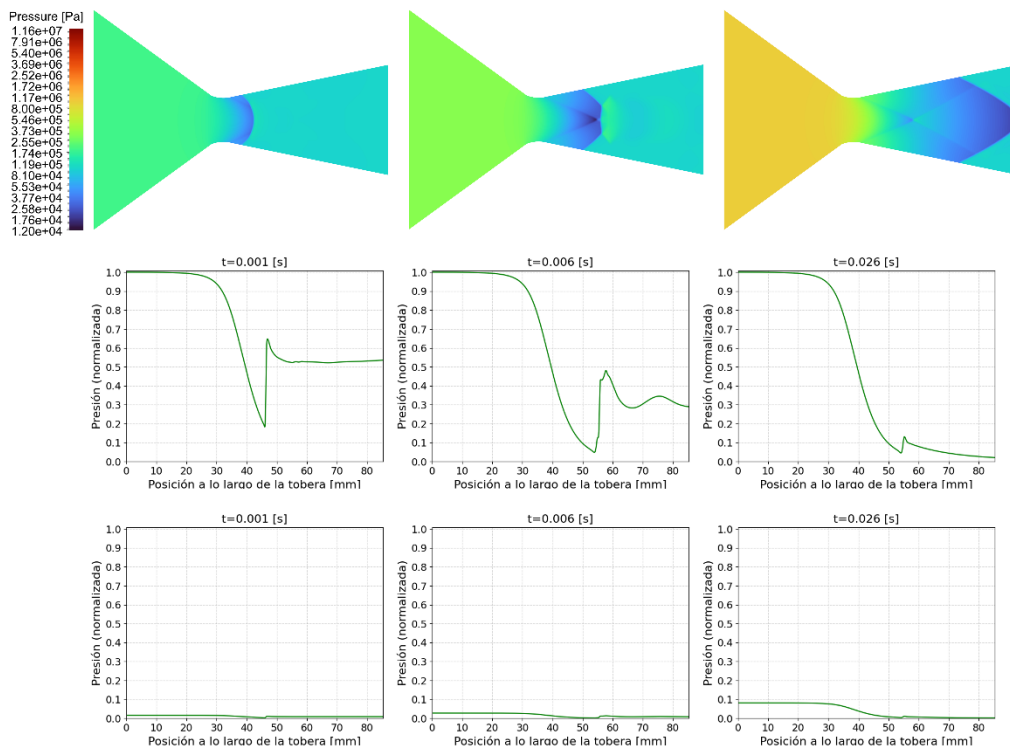


Figura 21. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°1.

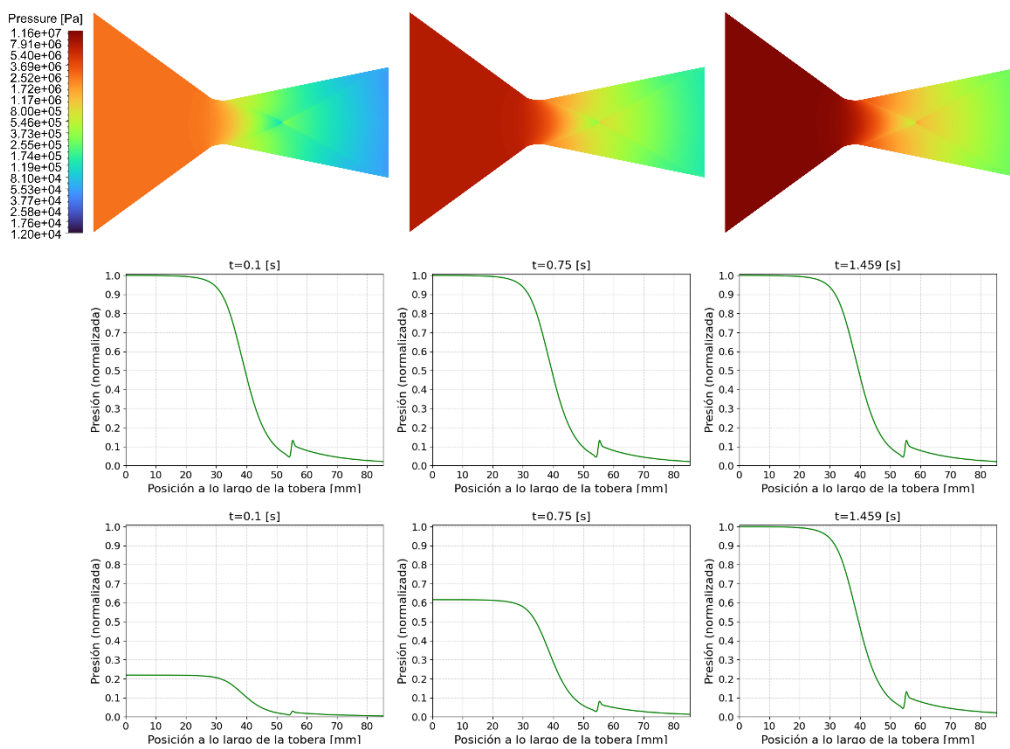


Figura 22. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°1 (cont.).

3.2 Simulación de la prueba N° 2

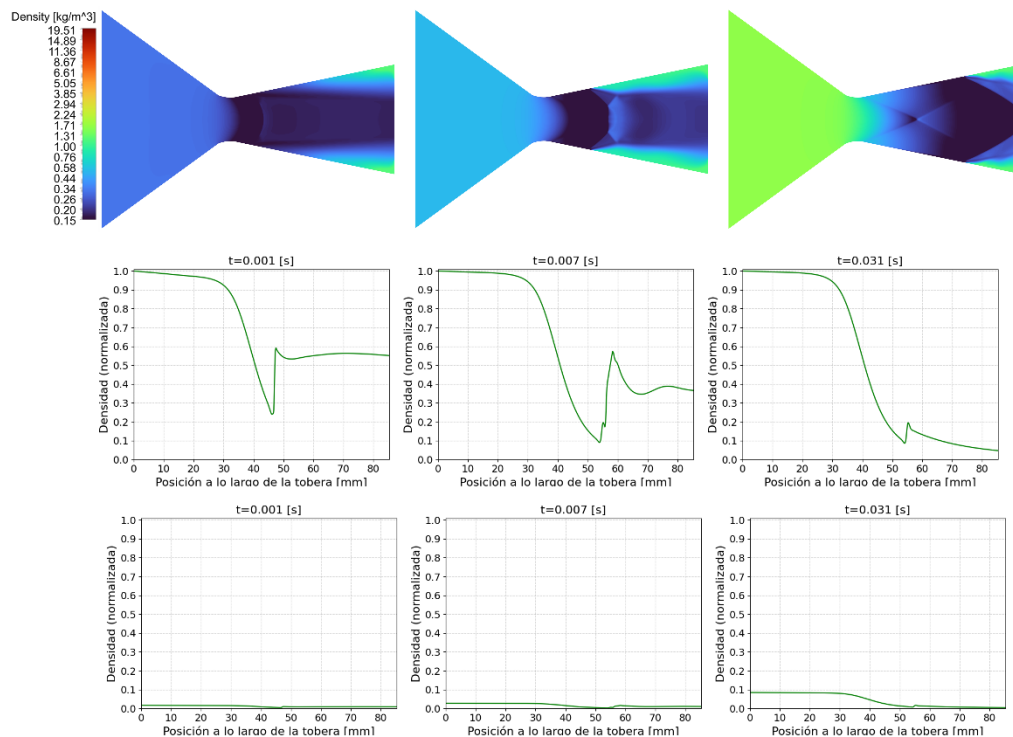


Figura 23. Resultados de densidad [kg/m³] para la simulación de la prueba N°2.

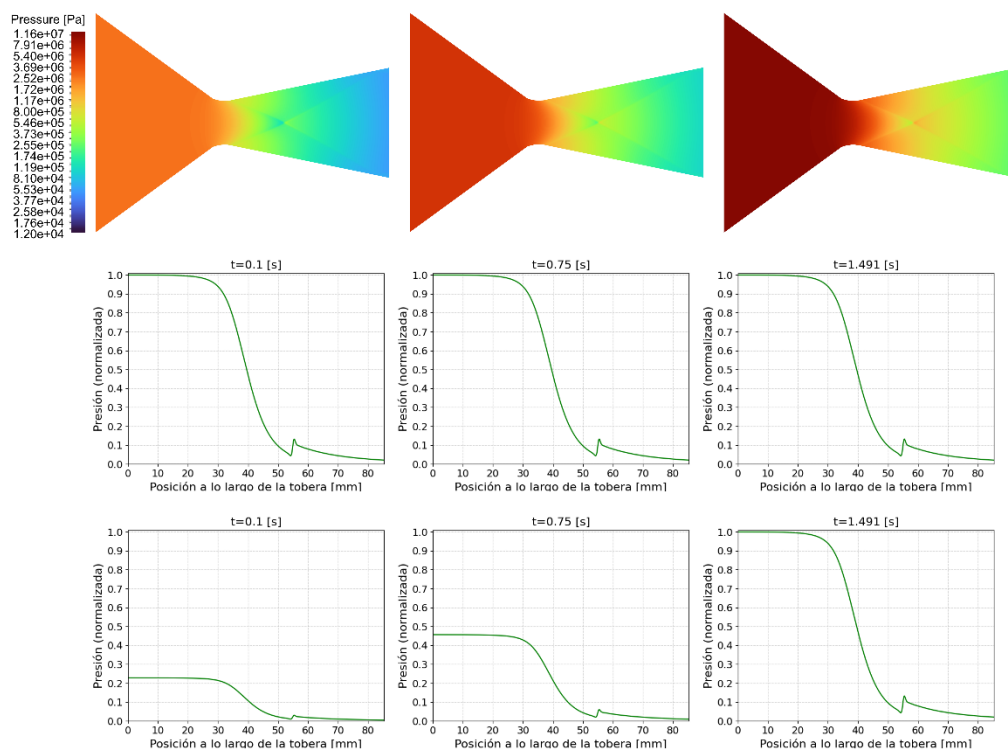


Figura 24. Resultados de densidad [kg/m³] para la simulación de la prueba N°2. (cont.)

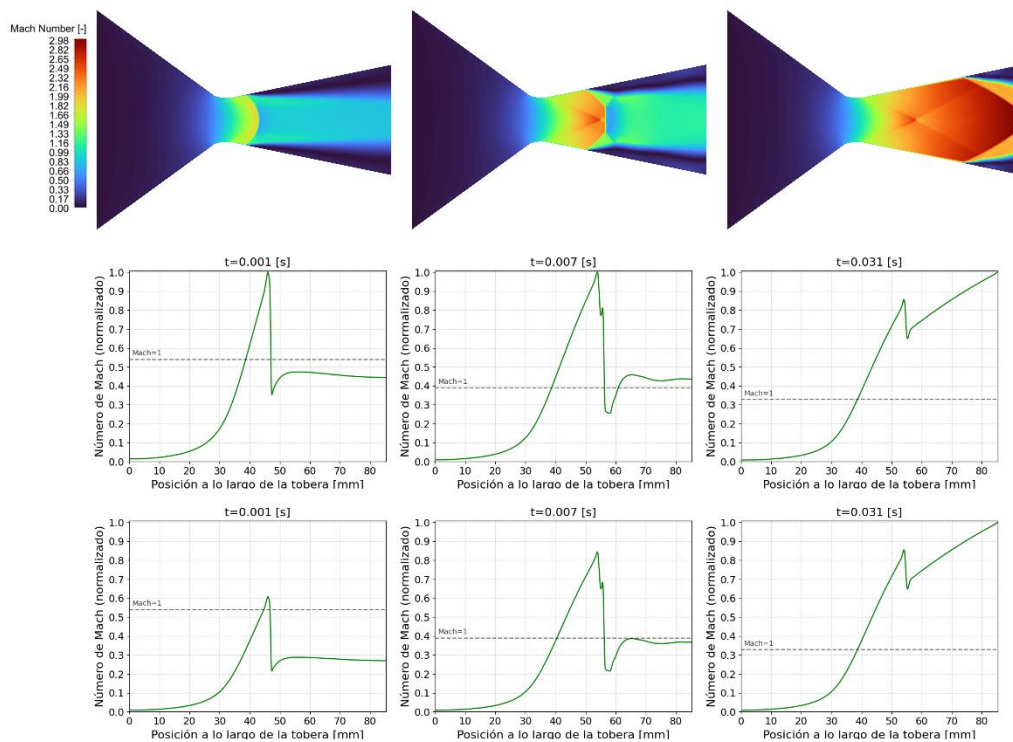


Figura 25. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°2.

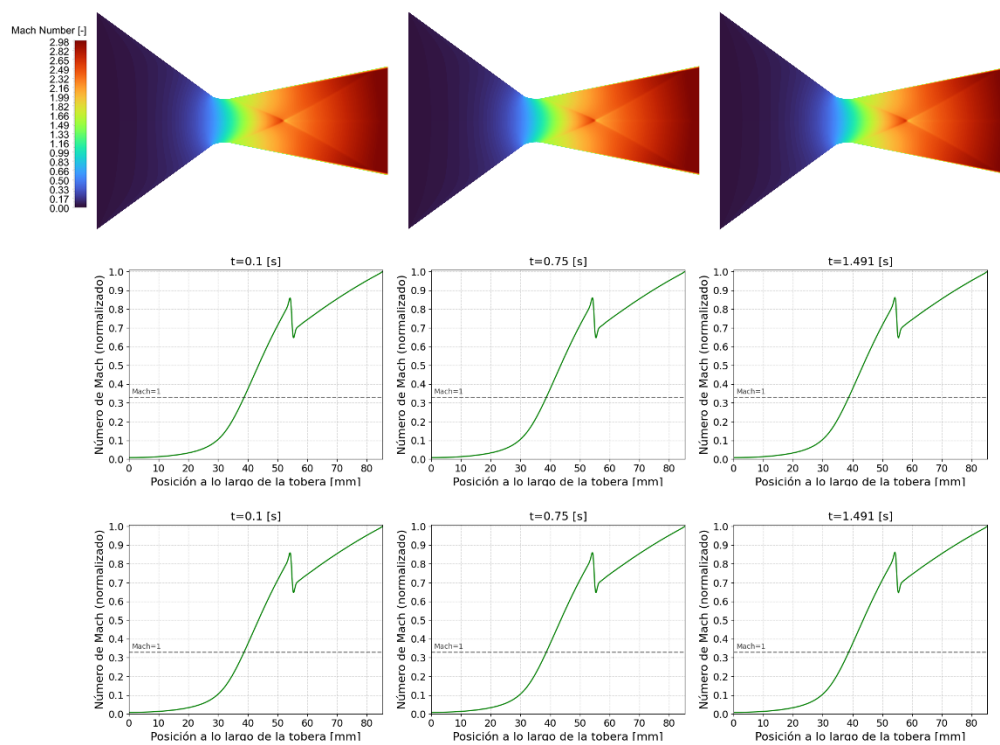


Figura 26. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°2 (cont.).

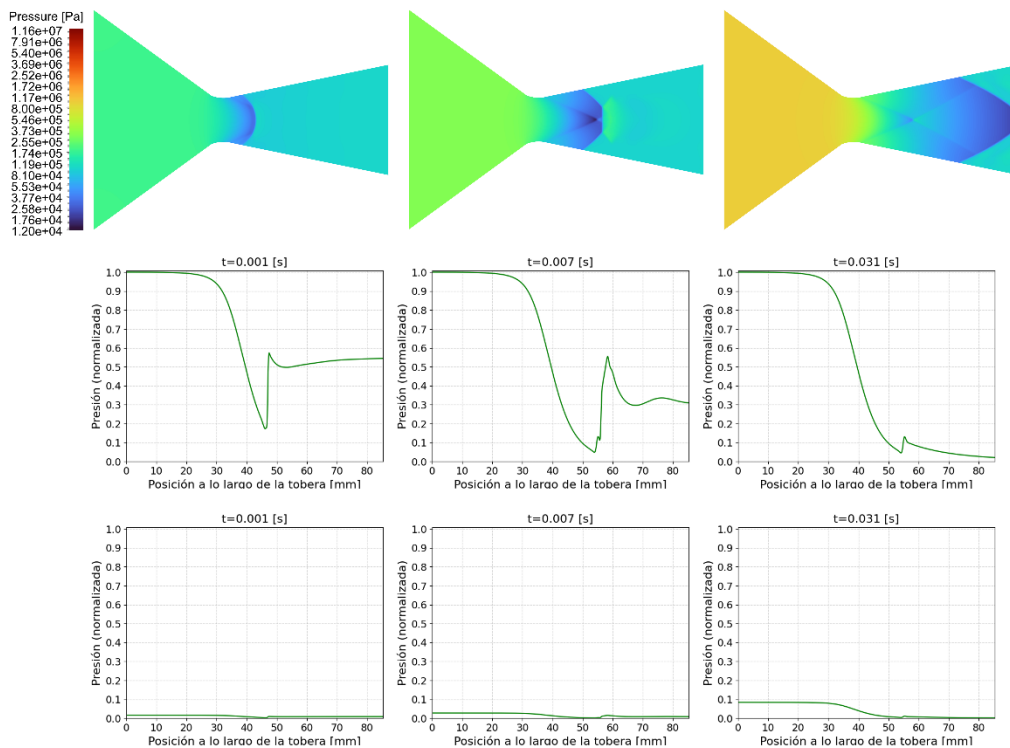


Figura 27. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°2.

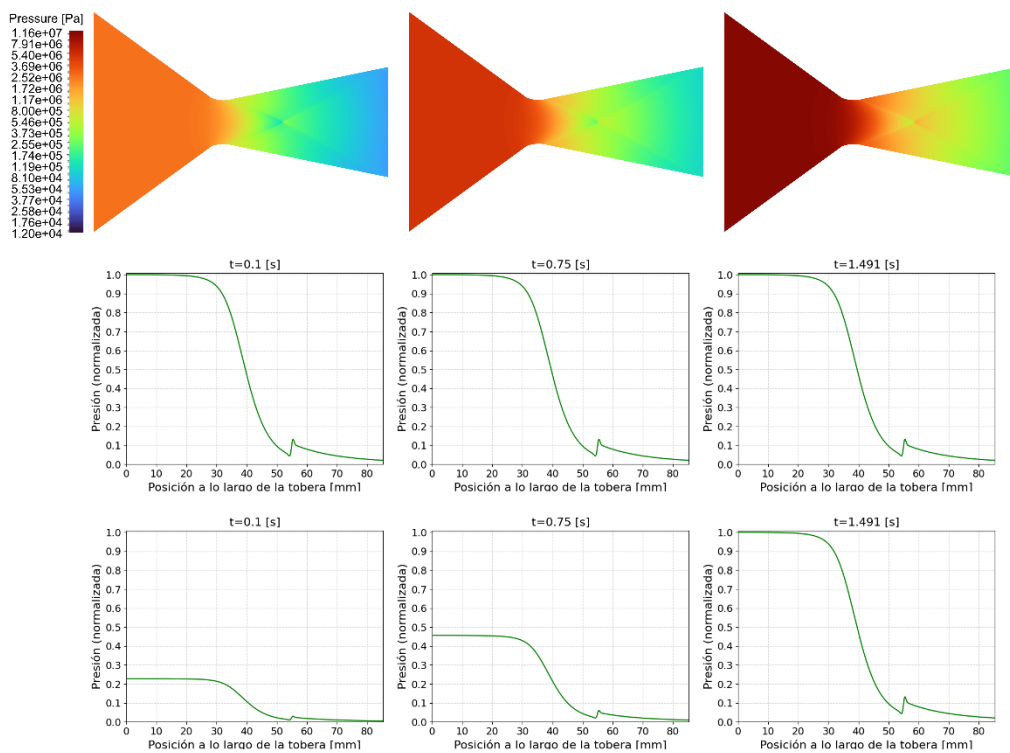


Figura 28. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°2 (cont.).

3.3 Simulación de la prueba N° 3

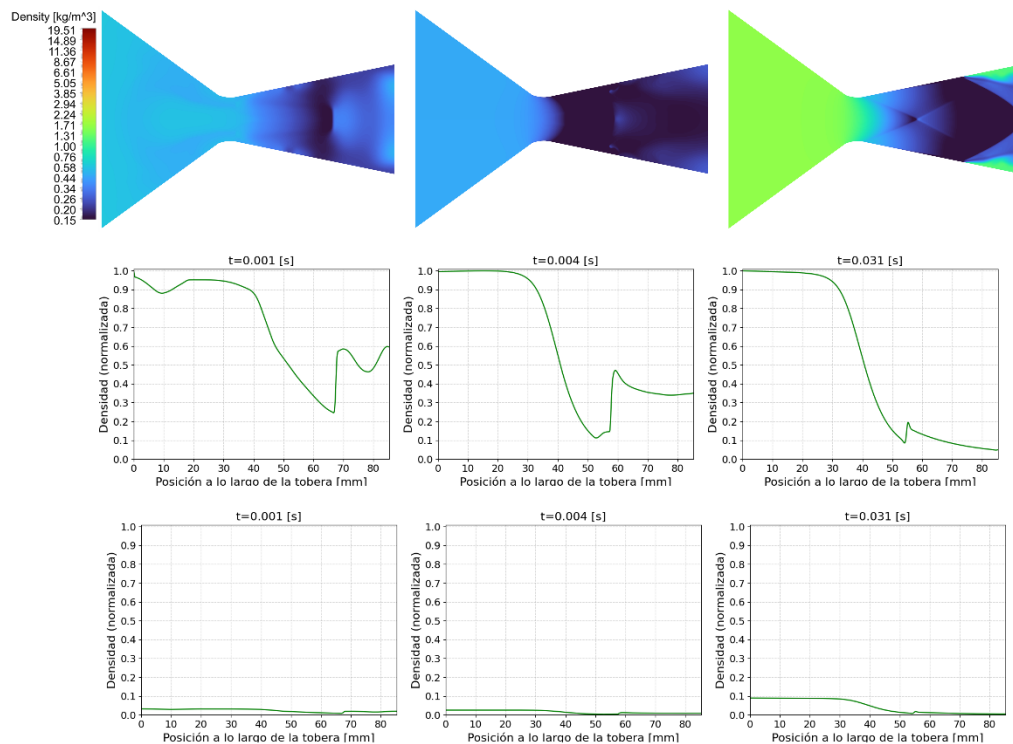


Figura 29. Resultados de densidad [kg/m³] para la simulación de la prueba N°3.

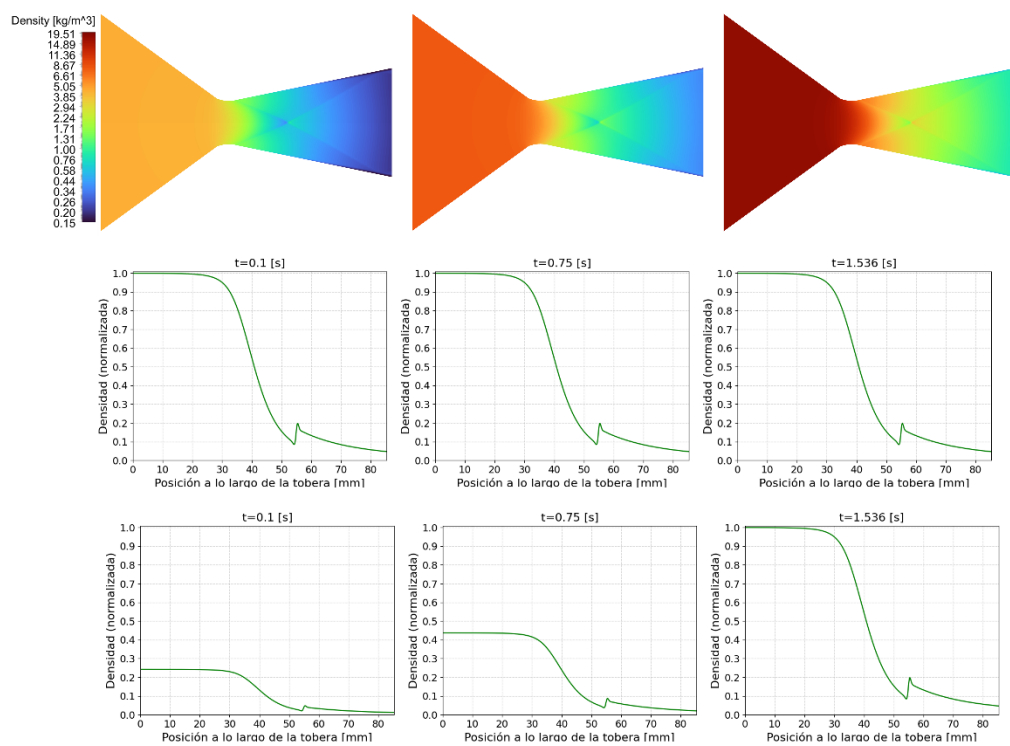


Figura 30. Resultados de densidad [kg/m³] para la simulación de la prueba N°3. (cont.)

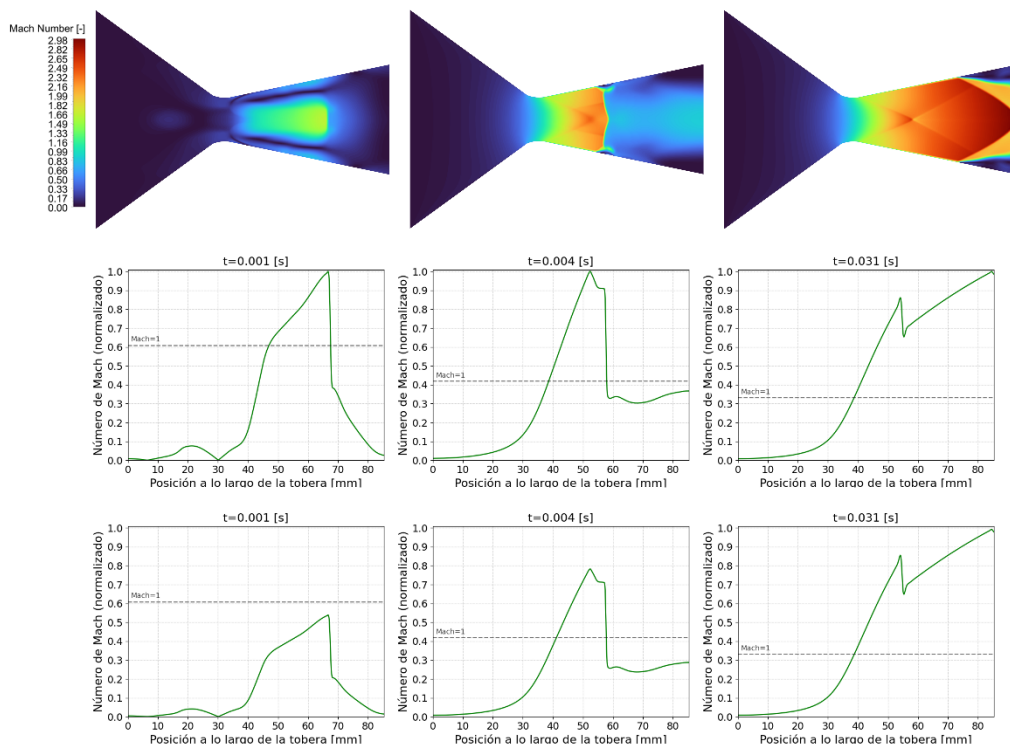


Figura 31. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°3.

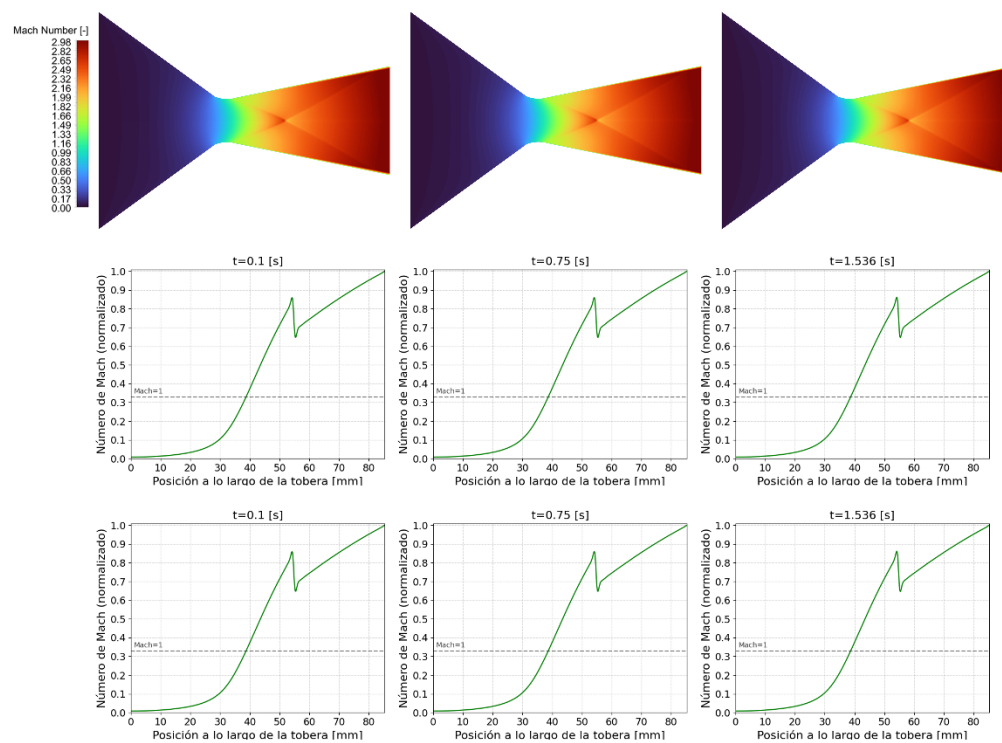


Figura 32. Resultados de número de Mach [-] para la simulación de la prueba N°3 (cont.).

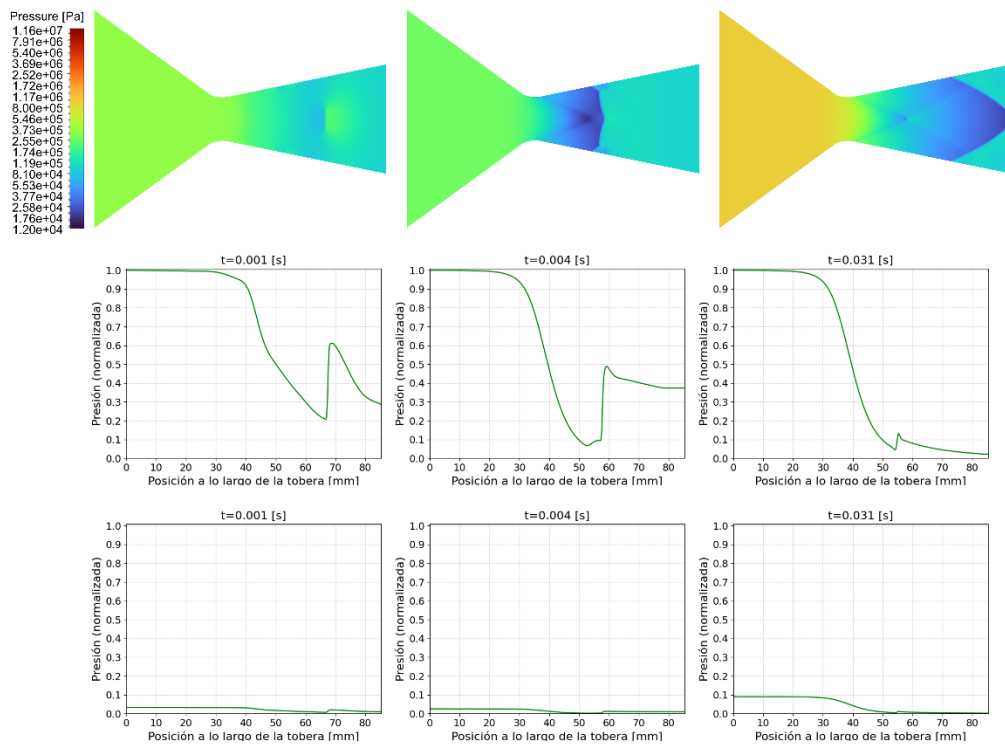


Figura 33. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°3.

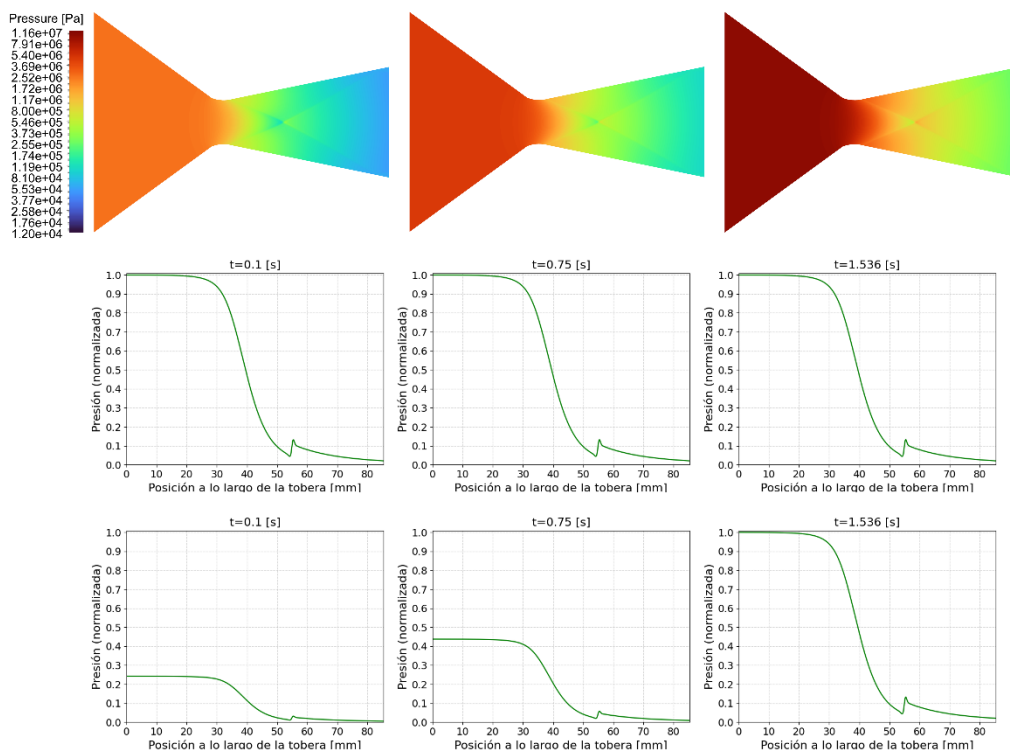


Figura 34. Resultados de Presión [Pa] para la simulación de la prueba N°3 (cont.).

3.4 Monitores de todas las simulaciones

Los resultados de la Figura 35 a la Figura 38 contienen los gráficos de las variables monitoreadas durante las simulaciones. En estas, se revisa la presión estática a la entrada y salida de la tobera, la velocidad axial de los gases a la salida de la misma, y el empuje generado por el motor, calculado como $T = \dot{m}V_e + (p_e - p_a) \cdot A_e$. De estos resultados es posible identificar un patrón en relación con la precisión de estos: se da cuenta que existe una alta correlación en los resultados de la presión simulada vs la medida (ver Figura 37) cuando esta supera los 8 MPa. Tal observación demuestra que los coeficientes utilizados para el cálculo de la tasa de quemado del propelente (Nakka, 2023) potencialmente describen la tasa de quemado del propelente utilizado en los ensayos descritos en esta investigación únicamente para valores de presión superiores a 8 MPa. Bajo este umbral, y a medida que disminuye aún más la presión, la aproximación se torna cada vez más imprecisa.

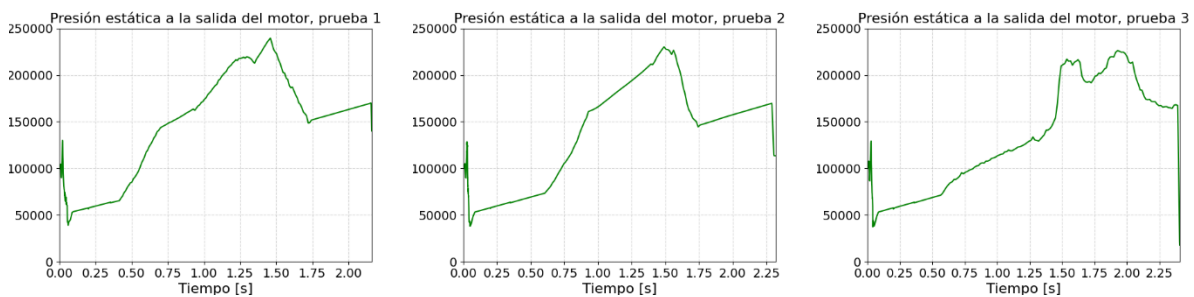


Figura 35. Resultados de presión estática a la salida de la tobera.

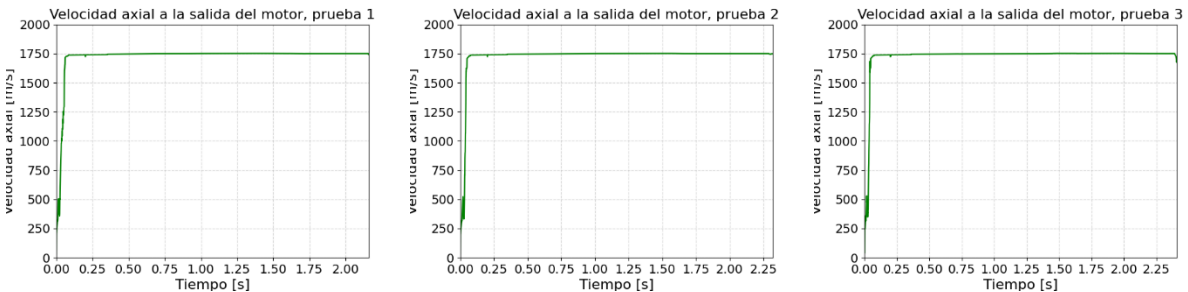


Figura 36. Resultados de velocidad axial a la salida de la tobera.

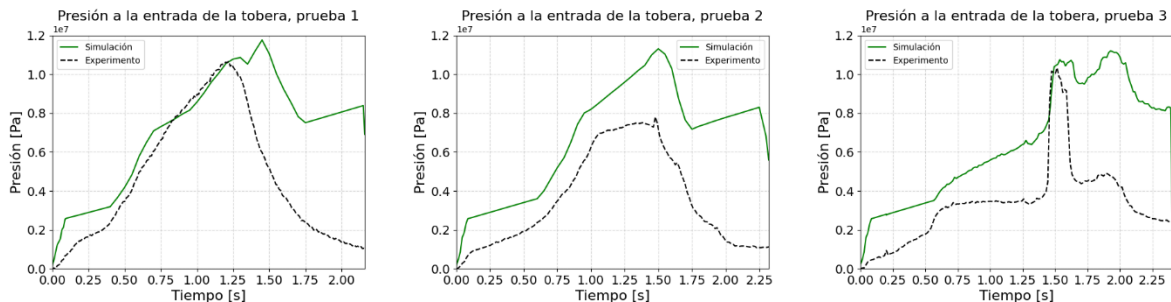


Figura 37. Resultados de presión a la entrada de la tobera.

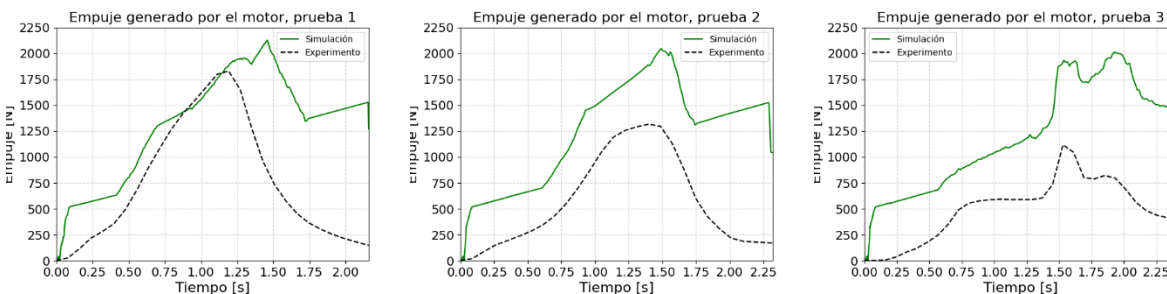


Figura 38. Resultados de empuje generado por el motor.

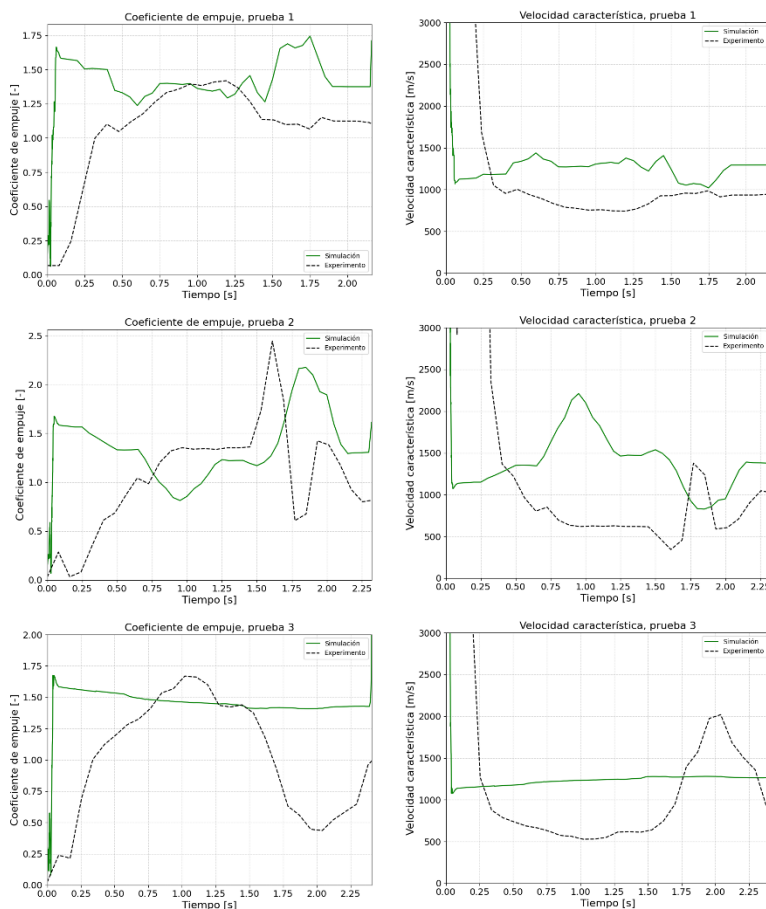


Figura 39. Resultados de coeficiente de empuje (izquierda) y velocidad característica (derecha) de las simulaciones y experimentos.

3.5 Discusión

Al comparar los resultados de las simulaciones con las pruebas experimentales es posible notar una diferencia significativa que surge durante la pseudo ignición del propelente, donde pequeñas oscilaciones en la presión al interior de la cámara de combustión debido a la progresión no uniforme del frente de quemado del grano cambia de manera importante la distribución general de presión a lo largo de la tobera. Es de interés destacar que la formación de ondas de choque

se da en un instante de tiempo similar para cada una de las tres pruebas, sugiriendo que existe un umbral de presión de los productos de combustión que ingresan a la tobera pasado el cual se formarán ondas de choque en esta. Estos resultados son relevantes para la etapa de diseño de la tobera, dado que este debe apuntar a limitar la formación de ondas de choque o, al menos, reducir su efecto sobre la eficiencia de ella.

A pesar de esto, al comparar los resultados de coeficiente de empuje (con el empuje calculado como $T = \dot{m}V_e + (p_e - p_a) \cdot A_e$, como se mencionó en la sección anterior) con los de las simulaciones, estos últimos difieren de las mediciones experimentales en cuanto al comportamiento de las curvas, aunque el orden de magnitud sea el correcto. Las diferencias entre las curvas varían entre las tres pruebas, de las cuales la prueba N° 3 tiene la diferencia más grande en relación al coeficiente de empuje máximo, con un 10.6%, en comparación con su contraparte experimental. Estas diferencias podrían atribuirse al método utilizado para calcular el empuje (y, por tanto, el coeficiente de empuje), ya que este método difiere, como máximo, en un 10% de las mediciones (Mishra, 2017). La Tabla 3 y Tabla 4 presentan una comparación del coeficiente de empuje máximo para todas las pruebas. El coeficiente de empuje máximo es útil para el diseño del espesor del motor y la tobera, ya que su valor indica el escenario crítico de operación, desde el punto de vista de la resistencia de materiales.

Tabla 3. Comparación de coeficiente de empuje máximo.

Prueba	Coeficiente de empuje [-]		
	Simulación	Experimental	Diferencia con simulación [%]
1	1.66	1.61	+3.1
2	1.67	1.60	+4.4
3	1.67	1.51	+10.6
Promedio	1.67	1.57	+6.4

Tabla 4. Comparación de velocidad característica (integral promediada en el tiempo).

Prueba	Velocidad característica [m/s]		
	Simulación	Experimental	Diferencia con simulación [%]
1	1269	1132	+12.1
2	1270	823	+54.3
3	1358	1614	-15.9
Promedio	3274	4123	-20.6

Las diferencias se pueden explicar principalmente por el uso de una formulación de tasa de quemado que fue desarrollada para un propelente sólido en específico por (Nakka, 2023). Esta formulación debería, en teoría, representar de forma suficientemente precisa el quemado un propelente de las mismas características (en este caso, Nitrato de Potasio y Sorbitol en una razón 65/35), sin embargo, no es el caso aquí, ya que la tasa de quemado depende también de factores ambientales (temperatura del aire, humedad y presión) bajo los cuales fue medida, la geometría final del grano de propelente, la presión máxima alcanzada por la carga iniciadora, cuál o cuáles paredes fueron inhibidas, etc. Ya que no existía información con respecto a esto, ni el autor de esta investigación disponía de datos de tasa de quemado del propelente utilizado, se debió emplear aquellos dispuestos por (Nakka, 2023). Como resultado de estas suposiciones, se puede concluir que haber utilizado una formulación de tasa de quemado teóricamente equivalente llevó

a tener diferencias significativas entre las simulaciones y las mediciones experimentales (de más del 10% entre el coeficiente de empuje máximo en una de las pruebas).

Por último, los resultados presentados en la sección anterior fueron obtenidos después de 4 días de cálculo computacional continuo, que es suficientemente rápido, en comparación con el tiempo que se esperaba que pudiera tardar una simulación de esta envergadura.

CAPÍTULO 4

4 CONCLUSIONES

Esta investigación fue concebida como una oportunidad para mejorar la metodología actual de modelación de combustión de propelente sólido que tiene el DIM. Si bien se logró generar un modelo CFD computacionalmente eficiente que describe la dinámica interna de gases liberados producto de la combustión de propelente sólido al interior de un motor de cohete de manera transiente por la totalidad del tiempo de quemado, este supone una ventaja situacional para el diseño del motor, puesto que esta última radica en la capacidad del modelo de predecir el potencial desplazamiento de una onda de choque al interior de la tobera, lo que permite acotar el espacio de trabajo sobre el cual se debe mejorar el diseño. Fuera de esta ventaja, el uso de un modelo estacionario configurado de la misma manera que se presentó en esta investigación (o, incluso con métodos de orden superior, para mejorar su precisión) resultaría considerablemente más rápido y mostraría inmediatamente si se forma o no una onda de choque al interior de la tobera para una presión de ingreso dada. Una metodología de este estilo (estacionaria) podría ser incluso más eficiente que la metodología transiente, si se logra identificar el punto en el espacio en el cual se ubica la onda de choque para la presión máxima de operación, ya que se deduce que aguas arriba de este punto se requerirá un rediseño de la tobera.

En cuanto a los objetivos propuestos, estos se alcanzaron plenamente, presentando primero todas las características que tiene el modelo numérico empleado, desde el marco teórico, la geometría y discretización, hasta llegar a la validación del modelo con una simulación estacionaria de un caso de referencia. Por último, las simulaciones de los 3 ensayos experimentales demostraron que el modelo es fuertemente dependiente del método que se utilice para calcular la tasa de quemado del propelente, que es utilizada para calcular el flujo másico que se estableció como condición de borde. Sin información de la tasa de quemado real del propelente, este modelo no predecirá el comportamiento de la presión al interior de la cámara de combustión ni el empuje generado por el motor, por lo que su utilidad disminuye.

Bibliografía

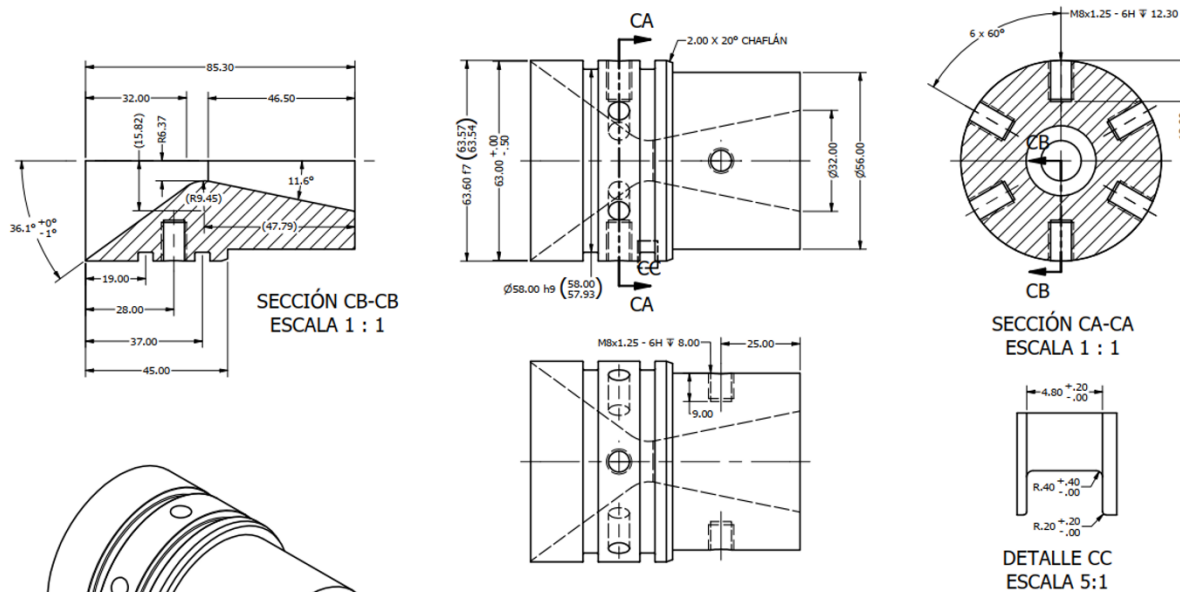
- ANSYS Inc (2021). Ansys Fluent Theory Guide (R2 ed.).
- Cai, W. (2001). Two-phase Flow Interactions And Combustion Of Ap/Htpb Composite Propellant In Rocket Motors With Acoustic Oscillations. Tesis Doctoral, The Pennsylvania State University.
- Cai, W., Thakre, P. & Yang, V (2008). A model of ap/htpb composite propellant combustion in rocket-motor environments (vol. 180, pp. 2143-2169). *Combustion Science and Technology*.
- Cao, Y. J., Yu, Y. G., & Ye, R (2015). Numerical analysis of ap/htpb composite propellant combustion under rapid depressurization (vol. 75, pp. 145-153). *Applied Thermal Engineering*.
- Chen, K., Xue, X. & Yu, Y. (2024). Modeling transient combustion and regression behavior of nepe propellant based on random particle packing (vol. 126, pp. 85-104). *Applied Mathematical Modelling*.
- Chorin, A. (1968). Numerical solution of the navierstokes equations (vol 22, 104a ed., pp. 745-762). *Mathematics of Computation*.
- Colebrook, C. F. (1939). Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws (vol. 11, 4ta ed., pp. 133-156). *Journal of the Institution of Civil Engineers*.
- Ecker, T., Karl, S. & Hannemann, K. (2017). Modeling of aluminum particle combustion in solid rocket combustion chambers. 53rd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference.
- Ecker, T., Karl, S. & Hannemann, K. (2019). Combustion modeling in solid rocket motor plumes.
- Flores, K. A (2019). Mejora de la performance de un cohete balístico con alcance de 1 kilómetro de altura utilizando propelente sólido tipo candy. Proyecto de Ingeniería Aeroespacial, Universidad de Concepción.
- Freeman, E. S. (1957). The kinetics of the thermal decomposition of potassium nitrate and of the reaction between potassium nitrite and oxygen (vol. 79, 4ta ed., pp. 838-842). *Journal of the American Chemical Society*.
- Haaland, S. E. (1983). Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow (vol. 105, 1ra ed., pp. 89-90). *Journal of Fluids Engineering*.
- Hsieh, K., Yang, V. & Tseng, J. (1988). Navier-Stokes calculation of solid-propellant rocket motor internal flowfields. AIAA.
- Hur, B. & Kim, C. (2001). A steady-state combustion modelling of composite solid propellants (vol.15, pp. 473-481). *KSME International Journal*.
- Juliana Boerio-Goates. Heat-capacity measurements and thermodynamic functions of crystalline α -d-glucose at temperatures from 10 k to 340 k. *The Journal of Chemical Thermodynamics*, 23(5):403-409, 1991.
- Krier, H., T'ien, J. S., Sirignano, W. A. & Summerfield, M. (1968). Nonsteady burning phenomena of solid propellants: Theory and experiments (vol. 6, pp. 69-73). *American Institute of Aeronautics and Astronautics*.
- Krier, H. (1972). Solid propellant burning rate during a pressure transient (vol. 5, pp. 69-73). *Combustion Science and Technology*.
- Kubota, N. (2015). *Propellants and Explosives: Thermochemical Aspects of Combustion* (3ra ed.). Wiley-VCH.
- Kuo, K. & Summerfield, M. (1984). *Fundamentals of Solid-Propellant Combustion* (vol. 90, 3ra ed.). *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*.
- Landsbaum, E. M (2003). Erosive burning revisited. In 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*.

- Laurent, F. (2022). Multiphysical modelling and simulation of the ignition transient of complete solid rocket motors. Tesis Doctoral, Institut Polytechnique de Paris.
- Lenoir, J. M. & Robillard, G. (1957). A mathematical method to predict the effects of erosive burning in solid-propellant rockets (vol. 6, pp. 663-667). Symposium (International) on Combustion.
- Li, Z. & Xiang, H. (2013). Numerical simulation of the reactive two-phase solid rocket motor exhaust plume (pp. 1507-1510). In Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Science and Electronics Engineering (ICCSEE 2013). Atlantis Press.
- López, A., Murcia, J., & Morales, C.. Characterization of potassium nitrate/dextrose solid rocket propellant using calorimetry. *J. Chil. Chem. Soc.*, 68:5762-5766, 2023.
- López, C. (2019). Combustion Modelling of Solid Propellants. Tesis Doctoral, Technical University of Cartagena.
- Ma, Y., Bao, F., Sun, L., Liu, Y., & Hui, W. (2020). A new erosive burning model of solid propellant based on heat transfer equilibrium at propellant surface. *International Journal of Aerospace Engineering*.
- Ma, Y., Zhan, M., Bao, F., Sun, L. & Wei, R. (2021). Numerical simulation of ignition transient for solid rocket motors with large aspect ratio (pp. 66-71). In 2021 12th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE).
- McBride, B. & Gordon, S. (1994). Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications. I: Analysis. National Aeronautics and Space Administration.
- Mishra, D. P. (2017). Fundamentals of Rocket Propulsion (1ra ed.). CRC Press.
- Nakka, R (2023). Solid rocket motor design sheet.
- National Aeronautics and Space Administration. Solid rocket motor performance analysis and prediction. Technical report, NASA, 1971.
- National Bureau of Standards (1952). Selected Values of Chemical Thermodynamic Properties: Circular 500. U.S. Department of Commerce.
- Örsi, F. (1973). Kinetic studies on the thermal decomposition of glucose and fructose (vol. 5, pp. 329-335). *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*.
- Parker, K. & Summerfield, M. (1964). The ignition transient in solid propellant rocket motors. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Peretz, A., Kuo, K. K., Caveny, L. H. & M. Summerfield (1973). Starting transient of solid-propellant rocket motors with high internal gas velocities (vol. 11, pp. 1719-1727). American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA).
- Sabnis, J., Madabhushi, R., Gibeling, H. & McDonald, H. (1989). On the use of k-epsilon turbulence model for computation of solid rocket internal flows. AIAA.
- Sun, X., Li, Y., Li, Y., Wang, S., Li, X., Lu, M. & Chen, P. (2024). Regression transients modeling of solid rocket motor burning surfaces with physics-guided neural network (vol. 5, 1ra ed., pp. 15-34). *Machine Learning: Science and Technology*.
- Sutton, G. P. & Biblarz, O. (2017). Rocket Propulsion Elements (9na ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Torres, F. M. (2020). Análisis de sensibilidad para modelo cfd de tobera de motores balísticos de evaluación tipo bem. Proyecto de Ingeniería Aeroespacial, Universidad de Concepción.
- Torres, F. M. (2021). Análisis de conceptos para un cohete sonda de propelente sólido a través de modelado de sistema apoyado por cfd de la aerodinámica interna. Memoria de Título, 2021, Universidad de Concepción
- Tseng, I. S. & Yang, V. (1994). Combustion of a double-base homogeneous propellant in a rocket motor (vol. 96, pp. 325-342). *Combustion and Flame*.
- Varada, A. & Jyothi, U (2020). Cfd analysis of a solid propellant retro rocket motor using ansys fluent. *E3S Web Conf.*, 184:1054.
- von-Elbe, G. (1966). Solid propellant ignition and response of combustion to pressure transients. American Institute of Aeronautics and Astronautics.

- Wang, J. (2005). Modern srm ignition transient modeling (part 5): Prospective developments in cfd simulation. 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit.
- Wang, Z., Yu, K. & Liu, Y. (2024). A discontinuous galerkin-finite element method for the nonlinear unsteady burning rate responses of solid propellants (vol. 11, 1ra ed.). Aerospace.
- Weaver, J., Donald-Gauthier, J. & Stowe, R. (2004). Transient Chamber Flowfield Simulation of a Rod-and-Tube Configuration Solid Rocket Motor. AIAA.
- Wirzberger, H. & Yaniv, S. (2007). Solid Rocket Motor Ignition Transient Phenomenom and Pressure Buildup CFD Simulation. AIAA.
- Yang, L., Yonggang, G., Pengfei, Z., Yuxuan, Z., Zhichao, D. (2022). Study on heat transfer model of roughness wall in supersonic two-phase flow of solid rocket motor (vol. 138). International Communications in Heat and Mass Transfer.
- Yoshida, I. & Sawada, S. (1960). Thermal conductivity of kno_3 (vol. 15, 1ra ed., pp. 199-200). Journal of the Physical Society of Japan.
- Zel'dovich, Y. (1964). On a burning rate under nonsteady pressure (vol 3., pp. 126-138). Journal of Applied Mechanics and Technical Physics.

ANEXOS

Anexo 1. Planos de la tobera modelada.



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN GRUPO DE INTERÉS EN PROPULSIÓN	DIBUJADO POR
	REVISADO POR EL MISMO AUTOR
	APROBADO POR
CONTENIDO Tobera BEM v2.0	
Salvo indicación, cotas en milímetros, ángulos en grados, tolerancias ± 0.5 [mm] y ± 0.5 [°]	FECHA: 09/04/2025 PROYECTO: Campanil v1.0 PLANO Nº: 1.3 ESC: 1:1