



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Mecánica



Departamento de
Ingeniería Mecánica
Universidad de Concepción

ESTUDIO DEL DESGASTE Y LA ENERGÍA DE LA CONMINUCIÓN EN UN MOLINO ROTATORIO UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con Mención en Ingeniería Mecánica

Por: Cristóbal Andrés Ignacio Ruíz Sepúlveda
Profesor Guía: Cristián Javier Vicuña Molina

Concepción, Chile 2025

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

Agradecimientos

Le doy gracias a mis abuelos Pedro Sepulveda y María Emilia, por su crianza y por inculcarme el valor de estudiar.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi polola María Fernanda Cáceres, por su apoyo, comprensión, presencia constante y cariño en el transcurso de esta etapa tan importante de mi vida.

Le doy gracias a mi Madre, Karla Sepulveda y a mis hermanas, María Fernanda y Sofia Millaray que me han apoyado de forma sentimental en esta etapa, sacándome una sonrisa en momentos difíciles.

Agradezco a los padres de María Fernanda Cáceres por brindarme su apoyo en esta etapa de mi vida, Miguel Cáceres y Violeta Rubilar.

Se agradece a ESSS Group S.A por la cesión de licencias de investigación para este proyecto en el marco de la vinculación estratégica con el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción.

Esta investigación fue parcialmente apoyada por la infraestructura de supercómputo del Southern GPU Cluster – Fondecip EQM150134.

Tabla de Contenido

CAPÍTULO 1	1
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Contextualización.....	1
1.2 Estado del arte.....	3
1.3 Problemática.....	6
1.4 Hipótesis y objetivos	7
1.4.1 Hipótesis	7
1.4.2 Objetivos.....	7
1.5 Metodología.....	8
CAPÍTULO 2	9
2 MARCO TEÓRICO.....	9
2.1 Molinos rotatorios.....	9
2.1.1 Velocidad de rotación crítica	10
2.1.2 Nivel de llenado	10
2.2 Modelos de desgaste.....	10
2.2.1 Desgaste.....	10
2.2.2 Modelo de Finnie.....	10
2.2.3 Modelo de Bitter	12
2.2.4 Modelo SIEM	13
2.2.5 Modelo de Archard.....	14
2.3 Energía de la conminución.....	15
CAPÍTULO 3	17
3 MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS	17
3.1 Método de elementos discretos	17
3.2 Cinemática de las partículas	17
3.3 Modelo de fuerzas de contacto	17
3.3.1 Modelo de fuerza normal.....	18
3.3.2 Modelo de fuerza tangencial	19
3.3.3 Modelo de resistencia a la rodadura.....	20
3.4 Detección de contacto.....	21
CAPÍTULO 4	22
4 METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	22
4.1 Banco de ensayos SetupSAG.....	22

4.2	Motorreductor y variador de frecuencia	22
4.3	Esquema de medición SetupSAG	23
4.4	Condiciones de operación.....	24
CAPÍTULO 5		25
5	MODELO DEM.....	25
5.1	Modelo geométrico genérico	25
5.2	Modelo geométrico orientado al desgaste.....	26
5.3	Modelo geométrico orientado a la validación numérica	27
5.4	Parámetros de los materiales.....	28
5.5	Flujo de alimentación	30
5.6	Condiciones operativas del modelo DEM.....	31
5.7	Condiciones de simulación	31
CAPÍTULO 6		32
6	Validación numérica	32
6.1	Movimiento de la carga del molino rotatorio	32
6.2	Torque experimental v/s DEM.....	34
6.3	Fuerza en la cara de trabajo	38
CAPÍTULO 7		42
7	Desgaste.....	42
7.1	Tasa de desgaste superficial.....	42
7.2	Desgaste por revolución	44
7.3	Tasa de desgaste total.....	50
7.4	Desgaste erosivo	52
7.4.1	Impactos directos en el sensor virtual	52
7.4.2	Pulsos de desgaste promedio	55
CAPÍTULO 8		58
8	Energía de la conminución	58
8.1	Energía por sector	58
8.2	Energía promedio total.....	62
8.3	Energía promedio en densidad	63
8.4	Relación energía de la conminución con el desgaste.....	65
9	CONCLUSIONES.....	69
Bibliografía		71
ANEXOS		78

Índice de Tablas

Tabla 4.1. Variables características del motorreductor.....	23
Tabla 4.2. Descripción de las variables a obtener asociadas a cada componente.	23
Tabla 4.3. Velocidades de rotación para el set de pruebas experimentales.	24
Tabla 4.4. Niveles de carga para el set de pruebas experimentales.....	24
Tabla 5.1. Asignación del material en el software DEM.....	29
Tabla 5.2. Propiedades de los materiales.	29
Tabla 5.3. Parámetros de contacto de los materiales.....	29
Tabla 5.4. Valor del flujo de alimentación configurado en el software DEM.....	30
Tabla 5.5. Condiciones operativas consideradas en la modelación DEM.....	31

Índice de Figuras

Figura 1.1. Circuito del proceso de conminución.	1
Figura 2.1. Molino Metso: (1) Recubrimientos de cabezal. (2) Recubrimientos de carcaza. (3) Recubrimientos de descarga. (4) Muñón. (5) Trommel.....	9
Figura 2.2. Representación esquemática del rango de coeficiente de desgaste k para diferentes condiciones de desgaste [Stachowiak, 2005].	15
Figura 3.1. Modelo de contacto: (a) Entre dos bolas. (b) Entre bola y pared.....	18
Figura 3.2. Región de vecinos de una partícula en Rocky DEM.	21
Figura 4.1. Banco de ensayos SetupSAG.....	22
Figura 4.2. Nodos empleados en las mediciones experimentales: (a) Modelo V-Link-200. (b) Modelo SG-Link-200-OEM.	23
Figura 5.1. Modelo geométrico genérico del SetupSAG.	25
Figura 5.2. Modelo geométrico con sensores virtuales de desgaste. Las dimensiones geométricas principales son: radio interno r , 600 mm; altura recubrimiento h , 29.6 mm; ancho recubrimiento p , 12.6 mm; ángulo recubrimiento α , 30°; y ancho anillo w , 550.8 mm. El retén frontal y trasero tienen un ancho de 20 mm y 15 mm, respectivamente.	26
Figura 5.3. Sensor virtual de desgaste. (a) Modelo CAD en Rocky DEM. (b) Mallado del sensor en Rocky DEM.	27
Figura 5.4. Mallado de los componentes del SetupSAG.....	27
Figura 5.5. Modelo geométrico con sensores virtuales CT. Las dimensiones geométricas principales son: radio interno r , 600 mm; altura recubrimiento h , 29.6 mm; ancho recubrimiento p , 12.6 mm; ángulo recubrimiento α , 30°; y ancho anillo w , 550.8 mm. El retén frontal y trasero tienen un ancho de 20 mm y 15 mm, respectivamente.	28
Figura 5.6. Modelo geométrico del sensor virtual LICT.....	28
Figura 5.7. Partícula: (a) Real. (b) Modelada en DEM.	30
Figura 5.8. Forma de llenado en el interior del SetupSAG. (a) Inicio del proceso de carga. (b) Flujo de llenado en el tiempo de 1 s. (c) Proceso de carga finalizado.....	30
Figura 6.1. Movimiento de la carga en el interior del SetupSAG con los sensores virtuales de desgaste a los 22.928 segundos de simulación.....	32
Figura 6.2. Comparación visual del movimiento de las partículas en el interior del SetupSAG entre condiciones experimentales y simuladas para un nivel de llenado J_5	33
Figura 6.3. Potencia y torque DEM en función del porcentaje de velocidad crítica del molino para 100 condiciones de operación. (a) Potencia DEM. (b) Torque DEM.	34
Figura 6.4. Potencia y torque DEM en función del porcentaje de nivel de llenado del molino para 100 condiciones de operación. (a) Potencia DEM. (b) Torque DEM.	34
Figura 6.5. Señal de deformación en el eje motriz cuando el molino opera a una velocidad de rotación N_6 (75%) y con un nivel de llenado: (a) J_0 (0%). (b) J_6 (32.5%).....	35
Figura 6.6. Torque experimental para 100 condiciones de operación en función del porcentaje de la velocidad crítica del molino.....	36
Figura 6.7. Torque experimental para 100 condiciones de operación en función del porcentaje de la velocidad crítica del molino.....	36
Figura 6.8. Error relativo porcentual entre el torque experimental y el obtenido mediante DEM para las 100 condiciones de operación.	37
Figura 6.9. Comparación entre curvas normalizadas de torque calculadas experimentalmente y mediante DEM para un nivel de llenado: (a) J_1 , (b) J_7	37
Figura 6.10. Medición del lifter instrumentado LICT para un porcentaje de velocidad crítica N_6 . (a) SetupSAG operando en vacío. (b) SetupSAG operando con un nivel de llenado J_6 . (c) Superposición de las señales J_0 y J_6 . (d) Señal filtrada.....	38
Figura 6.11. Pulso experimental promedio cuando el SetupSAG opera en la condición J_6N_6 ...	39

Figura 6.12. Pulsos experimentales promedio: (a) SetupSAG operando a una velocidad de rotación $N6$ con 3 diferentes niveles de carga. (b) SetupSAG operando con un nivel de llenado $J6$ con 3 diferentes niveles de velocidad.	39
Figura 6.13. Fuerzas en el lifter LICT obtenido por DEM para la condición de operación $J6N6$: (a) Fuerza en la dirección x. (b) Fuerza en la dirección y. (c) Fuerza normal a la superficie.	40
Figura 6.14. Pulsos DEM promedio: (a) SetupSAG operando a una velocidad de rotación $N6$ con 3 diferentes niveles de carga. (b) SetupSAG operando con un nivel de llenado $J6$ con 3 diferentes niveles de velocidad.	40
Figura 6.15. Comparación de la tendencia de los pulsos promedio obtenido experimentalmente y por DEM para una condición de operación: (a) $J6N3$. (b) $J6N9$. (c) $J3N6$. (d) $J6N6$. (e) $J9N6$. ..	41
Figura 7.1. (a) Comparación tasa de desgaste entre los modelos de Archard y SIEM. (b) Tendencia de material removido sobre la superficie.	42
Figura 7.2. Tasa de desgaste superficial estimada por el modelo de Archard para diversas condiciones de operación en las vistas CT y COT.	43
Figura 7.3. Tasa de desgaste superficial estimada por el modelo SIEM para diversas condiciones de operación en las vistas CT y COT.	44
Figura 7.4. Pulsos de desgaste en los 3 sensores virtuales para la condición de operación $J6N6$	45
Figura 7.5. Pulsos promedio de desgaste en los 3 sensores virtuales para la condición de operación $J6N6$	45
Figura 7.6. Pulso de desgaste promedio al variar el nivel de llenado y manteniendo una velocidad de rotación de: (a) $N3$, 23.324 rpm; (b) $N6$, 29.156 rpm; (c) $N9$, 34.987 rpm.	46
Figura 7.7. Pulso de desgaste promedio al variar la velocidad de rotación y manteniendo un nivel de llenado de: (a) 678.7 kg; (b) 882.3 kg; (c) 1086.0 kg.	47
Figura 7.8. Zonas características del pulso de desgaste promedio.	48
Figura 7.9. Pulso promedio de desgaste en cada cara del sensor virtual.	49
Figura 7.10. Pulso promedio de fuerza y deslizamiento para una velocidad de rotación $N6$ y diversos niveles de llenado: (a) Fuerza normal; (b) Fuerza tangencial; (c) Deslizamiento.	50
Figura 7.11. Pulso promedio de fuerza y deslizamiento para un nivel de llenado $J6$ y diversas velocidades de rotación: (a) Fuerza normal; (b) Fuerza tangencial; (c) Deslizamiento.	50
Figura 7.12. Comparación del desgaste total por revolución entre los modelos de Archard y SIEM: (a) en función del nivel de llenado; (b) en función de la velocidad de rotación.	51
Figura 7.13. Desgaste total en función del nivel de llenado: (a) desgaste por revolución; (b) tasa de desgaste.	51
Figura 7.14. Desgaste total en función de la velocidad de rotación: (a) desgaste por revolución; (b) tasa de desgaste.	52
Figura 7.15. Cantidad de impactos directos en función de su ángulo de incidencia variando: (a) velocidad de rotación $N8$, $N9$ y $N10$; (b) nivel de carga $J3$, $J6$ y $J9$	53
Figura 7.16. Efecto de la velocidad de rotación en la utilización del modelo de Bitter: (a) Cantidad de partículas que causan desgaste; (b) Desgaste promedio por cada partícula.	54
Figura 7.17. Efecto del nivel de carga en la utilización del modelo de Bitter: (a) Cantidad de partículas que causan desgaste; (b) Desgaste promedio por cada partícula.	54
Figura 7.18. Pulso de desgaste promedio para la condición de operación $J6N9$, estimado por: (a) Modelo de Bitter; (b) Modelo de Finnie.	55
Figura 7.19. Pulsos promedios estimados por el modelo de Bitter para los niveles de carga $J3$, $J6$ y $J9$, y velocidades de rotación: (a) $N8$; (b) $N9$; (c) $N10$	56
Figura 7.20. Pulsos promedios estimados por el modelo de Bitter para las velocidad de rotación $N8$, $N9$ y $N10$, y niveles de carga: (a) $J8$; (b) $J9$; (c) $J10$	57
Figura 8.1. Grilla ficticia en la sección transversal del molino.	58
Figura 8.2. Efecto de la velocidad de rotación en la distribución energética interna del molino. (a) Energía de impacto promedio; (b) Energía de corte promedio.	59

Figura 8.3. Efecto del nivel de carga en la distribución energética interna del molino. (a) Energía de impacto promedio; (b) Energía de corte promedio.....	60
Figura 8.4. Dinámica de las partículas y energía para la condición de operación <i>J6N9</i> : (a) Velocidad traslacional; (b) Velocidad rotacional; (c) Energía de impacto; (d) Energía de corte..	61
Figura 8.5. Efecto de la velocidad de rotación en la energía promedio total de: (a) Impacto; (b) Corte.....	62
Figura 8.6. Efecto del nivel de carga en la energía promedio total de: (a) Impacto; (b) Corte. ..	63
Figura 8.7. Efecto de la velocidad de rotación en la energía específica promedio de: (a) Impacto; (b) Corte.....	63
Figura 8.8. Efecto del nivel de carga en la energía específica promedio de: (a) Impacto; (b) Corte.	64
Figura 8.9. Relación entre la potencia y las curvas de nivel de llenado asociadas a la: (a) Energía de impacto; (b) Energía de corte.	64
Figura 8.10. Relación entre la potencia y las curvas de velocidad asociadas a la: (a) Energía de impacto; (b) Energía de corte.	65
Figura 8.11. Desgaste de Archard alrededor de la distribución energética interna del molino para múltiples condiciones operativas.....	66
Figura 8.12. Desgaste de Bitter alrededor de la distribución energética interna del molino para múltiples condiciones operativas.....	67

Resumen

Los molinos son máquinas rotativas que se utilizan en diversas industrias para la reducción de tamaño de materiales. Se destaca la industria minera por emplear estos dispositivos en los procesos de conminución de mineral. Estos equipos están compuestos principalmente por un rotatorio horizontal revestido internamente para proteger la superficie contra el desgaste y transmitir energía a la carga. Además, pueden operar bajo diversas combinaciones de nivel de llenado y de carga, donde cada condición operativa tendrá un efecto en su rendimiento, ya sea en términos del desgaste de sus recubrimientos o de la energía de conminución.

Actualmente, estos equipos presentan dos problemas principales. El primero, es que solo entre el 1% y el 5% de la energía total suministrada se utiliza en la conminución de mineral, desperdiciándose el resto en forma de calor o por colisiones elásticas entre la carga. El segundo, es el desgaste de los recubrimientos, siendo la principal causa de la disminución del tiempo de operación y el aumento de los costos de mantenimiento. Dado que estos equipos han mantenido su diseño y metodología de trabajo debido a los altos costos de transición, resulta más conveniente ajustar las condiciones operativas para el desarrollo de estrategias de operación.

Entre las investigaciones realizadas sobre molinos, no existen estudios que permitan identificar que condición(es) de operación permite(n) tener una menor tasa de desgaste en los recubrimientos, y al mismo tiempo, obtener un mayor beneficio respecto a la eficiencia energética de la conminución. Esto se debe a que, en la mayoría de estos estudios se centran en analizar el efecto del desgaste o la energía de la conminución bajo una única condición operativa, sin tener en cuenta cambios simultáneos en el nivel de llenado y la velocidad de rotación. Además, estos temas se han estudiado de forma independiente, sin establecer una relación entre ambos.

En esta investigación se estudia el efecto de las condiciones operativas en el desgaste de los recubrimientos de un molino rotatorio a escala de laboratorio. Se desarrolla un modelo de elementos discretos (DEM), el cual considera la velocidad de rotación y el nivel de carga como variables operativas. El modelo es validado experimentalmente para múltiples condiciones operativas mediante la comparación de torque, distribución espacial de la carga y fuerza normal. Se propone una metodología para centralizar el estudio del desgaste mediante los modelos de Archard, SIEM, Finnie y Bitter. Por otro lado, para las mismas condiciones operativas, se evalúa la eficiencia del proceso de conminución, donde se analiza la energía de impacto y de corte en la carga. Se desarrolla un procedimiento visual para conocer la distribución energética en el interior del molino.

En cuanto a los modelos de desgaste, los resultados muestran que los modelos Archard y SIEM predicen de manera similar las mismas zonas de desgaste. Cuando existen impactos, el modelo de Finnie subestima el daño por desgaste a comparación con el modelo de Bitter. Por lo general, un incremento en el nivel de llenado disminuye el desgaste, especialmente a bajas velocidades. En cambio, un incremento en la velocidad de rotación aumenta el desgaste cuando no existen impactos. Sin embargo, a elevadas velocidades, su efecto en el desgaste dependerá de la cantidad de carga suspendida en el aire y la aglomerada.

En cuanto a la energía de la conminución, la forma de la distribución energética está relacionada con el desgaste en los recubrimientos, la cual a su vez dependerá de la condición operativa del molino. Un incremento en el nivel de llenado disminuye el rendimiento del equipo. Un incremento en la velocidad de rotación, por lo general, tiende a aumentar las energías de impacto y de corte.

Palabras claves: DEM, molino, desgaste, energía de conminución.

NOMENCLATURA

h	: Altura, m
C	: Amortiguamiento, N s m ⁻¹
D	: Daño, J
E	: Energía, J
E	: Módulo de Young, MPa (Cap. 3)
F	: Fuerza, N
H	: Dureza, MPa
I	: Inercia, kg m ²
J	: Fracción de carga, %
K	: Rigidez, N m ⁻¹
L	: Distancia de deslizamiento, m
M	: Masa de aglomeración, m ³
M	: Momento, N m
N	: Velocidad de rotación, rpm
P	: Potencia, W
P	: Probabilidad, %
Q	: Volumen removido, m ³
R	: Razón
T	: Torque, N m
V	: Volumen, m ³
c	: Constante de desgaste Finnie
d	: Diámetro, m
e	: Error, %
g	: Aceleración de gravedad, m/s ²
k	: Constante de Archard
m	: masa, kg
p	: Espesor CPR, m (Cap. 5)
p	: Presión, MPa
r	: radio, m
t	: Tiempo, s
v	: Velocidad, m s ⁻¹
w	: Ancho, m

Símbolos griegos

Δ	: Variación
α	: Ángulo de impacto, °
α	: Ángulo de inclinación, ° (Cap. 5)
β	: Distancia vecinos, m
γ	: Coeficiente de daño
δ	: Traslapo, m
ε	: Coeficiente de restitución
η	: Razón de amortiguación
λ	: Constante adimensional
μ	: Coeficiente de fricción
ρ	: Densidad, kg m ⁻³
ζ	: Parámetro
σ	: Varianza

φ	: Factor de porosidad
ψ	: Parámetro experimental de la superficie de corte
ω	: Velocidad angular, rad s ⁻¹

Subíndices

0	: Inicial
50	: Percentil 50
∞	: Infinito
<i>C</i>	: Carga
<i>DEM</i>	: Modelo DEM
<i>E</i>	: Energía
<i>F</i>	: Fuerza
<i>K</i>	: Rigidez
<i>V</i>	: Vacío
<i>ah</i>	: Acero-HMW
<i>aa</i>	: Acero-acero
<i>ac</i>	: Acero-acrílico
<i>cor</i>	: Corte
<i>d</i>	: Dinámico
<i>e</i>	: Elástico
<i>eq</i>	: Equivalente
<i>exp</i>	: Experimental
<i>f</i>	: Frontera
<i>finnie</i>	: Finnie
<i>i</i>	: Partícula o pared i
<i>imp</i>	: Impacto
<i>j</i>	: Partícula o pared j
<i>lim</i>	: Límite
<i>max</i>	: Máxima
<i>n</i>	: Normal
<i>nc</i>	: Contacto en carga
<i>nd</i>	: Contacto en descarga
<i>p</i>	: Partícula
<i>r</i>	: Rodadura
<i>rel</i>	: Relativo
<i>rel</i>	: Relativo
<i>s</i>	: Estático
<i>shear</i>	: Corte
<i>t</i>	: Tangencial
<i>v</i>	: Viscosa
<i>x</i>	: Dirección eje x
<i>y</i>	: Dirección eje y
<i>z</i>	: Dirección eje z
τ	: Tangencial

Superíndices

Δt	: Paso de tiempo
<i>t</i>	: Tiempo instantáneo

Acrónimos

CCOT : Cara curva opuesta de trabajo
CCT : Cara curva de trabajo
Ch : Canal de entrada
COT : Cara opuesta de trabajo
CPR : Cara perpendicular al radio
CT : Cara de trabajo
DEM : Método de elementos discretos
LI : Lifter
SIEM : Modelo de energía de impacto por corte
VDF : Variador de frecuencia

CAPÍTULO 1

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Contextualización

La industria minera, tanto metálica como no metálica, es una de las actividades económicas más importantes en Chile, debido a que el país es uno de los principales productores de minerales metálicos como el cobre, molibdeno, plata, litio y nitratos. En el año 2021 la producción de cobre alcanzó los 5.625 miles de tm (representando el 29% de la producción mundial), mientras que la producción de molibdeno fue de 49.427 tm (el 18,9% de la producción mundial) y la producción de la plata fue de 1.380 tm (5,4% de la producción mundial), donde estas cifras posicionan a Chile como el primer, segundo y quinto productor mundial de estos minerales, respectivamente [Ocaranza, 2022]. En cuanto a minerales industriales y metales, mantuvo el primer lugar la producción de yodo con un 66,1% de la producción mundial y en segundo lugar el litio con un 27,7% [SERNAGEOMIN, 2022]. Debido a esto, la minería nacional es uno de los principales pilares económicos del país, con una participación del 14,6% del PIB en el año 2021 [SERNAGEOMIN, 2022].

En las plantas mineras, la conminución es uno de los procesos más importantes en la industria minera. Este consiste en reducir el tamaño de los materiales particulados mediante la aplicación de fuerzas mecánicas. Este proceso permite que los materiales alcancen un tamaño adecuado, lo que facilita su posterior procesamiento o uso final.

El proceso de reducción de tamaño se lleva a cabo a través de varias etapas fundamentales, siendo las principales las siguientes: la etapa de tronadura, las etapas de chancado primario y secundario, y las etapas de molienda gruesa, fina y ultrafina. Un proceso de reducción de tamaño común en la industria minera se puede visualizar en la Figura 1.1.

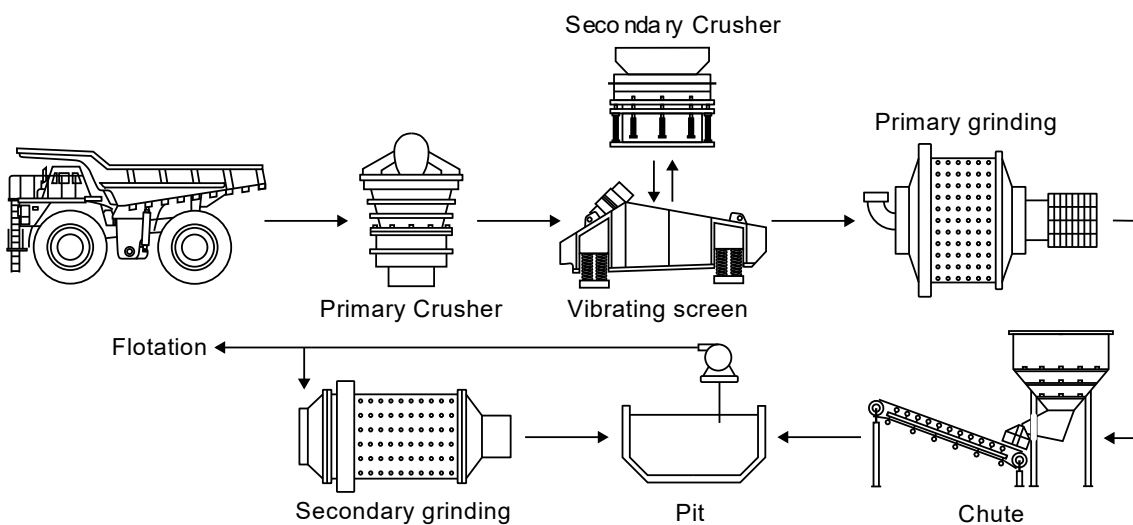


Figura 1.1. Circuito del proceso de conminución [Toledo, 2025].

El proceso de conminución tiene un impacto significativo en las plantas de procesamiento de minerales, debido a que representan aproximadamente el 50% de los costos operativos debido al alto requerimiento de energía en estos procesos [Herbst et al., 2003, cap. 3]. En Chile, el consumo de electricidad de las plantas concentradoras en la minería del cobre ha aumentado de forma progresiva en comparación con los otros procesos, pasando de 20.141 TJ (42,6% del consumo total de electricidad en la minería del cobre) en el año 2001 a 52.389 TJ (53,1% del total) en el año 2021 [Rosana et al., 2022]. Además, se estima que para el año 2032, el consumo eléctrico de las plantas concentradoras en la minería del cobre alcanzará los 79.200 TJ, lo que equivaldrá al 65,1% del consumo total eléctrico de los diversos procesos [Rosana & Jorge, 2022]. Es relevante destacar que parte del aumento en el consumo energético se debe al envejecimiento de los yacimientos, lo que obliga a realizar operaciones mineras a mayores profundidades, donde la extracción se vuelve más difícil y costosa debido a la menor cantidad de mineral presente y a una mayor dureza en su composición.

En el proceso de conminución, la etapa de molienda en comparación con la etapa de chancado conlleva un mayor consumo energético. En la molienda primaria, el consumo de energía para reducir partículas de 10 mm a 1 mm ronda entre 3 y 6 kWh por tonelada de mineral, en cambio, para un chancador primario, el consumo de energía para reducir las partículas de 100 cm a 10 cm ronda entre 0,3 y 0,4 kWh por tonelada de mineral [Rainer et al., 2023]. Se ha observado que un dispositivo de molienda de última generación puede procesar un flujo de mineral de 5000 toneladas métricas por hora aproximadamente [Herbst et al., 2003, cap. 3]. Varios estudios han revelado que solo del 1% al 5% de la energía eléctrica consumida durante el funcionamiento de molinos rotatorios se utiliza para la conminución del mineral, mientras que el resto se disipa en forma de calor, pérdidas mecánicas y colisiones elásticas entre las rocas de mineral [Cleary, 1998; Herbst et al., 2003, cap. 3; Delaney et al., 2013].

La etapa de molienda en el proceso de conminución se realiza principalmente mediante molinos rotatorios. Estos equipos cuentan con una carcasa exterior de forma cilíndrica, la cual almacena todos los componentes internos y es donde se lleva a cabo el proceso de molienda. En su interior, el cilindro contiene liners y lifters que tienen la función de proteger la superficie contra el desgaste causado por los sólidos granulares y transmitir energía a la carga del molino. Estos componentes mecánicos se desgastan con el tiempo, o incluso, pueden fracturarse, por lo que es necesario reemplazarlos cada cierto tiempo. Generalmente, estos componentes se cambian cuando su altura ha disminuido aproximadamente un 66% [Banisi & Hadizadeh, 2007].

El reemplazo de los liners y lifters es la principal razón de la disminución del tiempo de operación de los molinos rotatorios. Maximizar la vida útil de estos componentes es un objetivo primordial tanto para los fabricantes como para los operadores de molinos, ya que permitirá reducir los costos y tiempos de mantenimiento [Banisi & Hadizadeh, 2007]. En el caso de las plantas concentradoras ubicadas en Codelco – División El Teniente, que operan con capacidades de 297 kg/s y 592 kg/s de mineral, la detención implica una pérdida en ingresos de aproximadamente 16.85 USD/s y 32.19 USD/s, respectivamente, y el costo asociado a cada revestimiento en su interior es de aproximadamente 8,437 USD y 13,063 USD, respectivamente [Olivares, 2017]. Además, debe considerarse el costo del servicio asociado al reemplazo de los liners y lifters. Por ejemplo, en un molino SAG de 12 m de diámetro, dicho servicio tiene un valor aproximadamente de 343 USD por metro cuadrado de área revestida, mientras que, en un molino de bolas de 8 m de diámetro, el costo es de aproximadamente 406 USD por metro cuadrado de área revestida [Ames, 2016].

El desgaste en los recubrimientos en un molino rotatorio no solo causa un impacto económico significativo, sino que también tiene incidencia en su rendimiento operativo. Esto se debe a los

cambios geométricos que experimentan los liners y lifters a lo largo de su vida útil, lo que incide en la distribución de la carga en el interior del molino y en el consumo energético [Cleary & Owen, 2015]. Por lo tanto, comprender el proceso de desgaste de los liners y lifters dentro de un molino rotatorio en función de la influencia de sus variables operativas se convierte en una herramienta fundamental para extender la vida útil de estos componentes. Además, este propósito se refuerza al saber que los molinos rotatorios han mantenido su diseño y metodología de trabajo durante varias décadas, y se espera que se siga manteniendo de la misma forma en el futuro, por lo cual, resulta más conveniente manipular sus condiciones operacionales que un cambio en el diseño o metodología de trabajo [Herbst et al., 2003, cap. 3].

1.2 Estado del arte

El método de elementos discretos (DEM por sus siglas en inglés), es una técnica numérica que permite modelar el comportamiento dinámico de sólidos a granel. El método se basa en el uso de un sistema numérico explícito en el que la interacción de partículas se monitorea contacto por contacto y el movimiento de las partículas se modela partícula por partícula [Cundall & Strack, 1979]. Esta técnica numérica fue propuesta por Cundall [Cundall, 1971].

En las últimas décadas, la modelación DEM se ha convertido en una herramienta útil para entender el comportamiento de los sólidos a granel en diversos procesos. Cada vez son más las aplicaciones de DEM para simular fractura, rotura, molienda, desgaste y trituración, lo cual ha permitido proporcionar información importante para el diseño, la optimización, la predicción de los flujos de sólidos a granel y el funcionamiento de dispositivos mecánicos, especialmente de molinos rotatorios [Toledo, 2025; Weerasekara et al., 2013].

Varios estudios han empleado DEM en conjunto con modelos SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) o CFD (Computational Fluid Dynamics), para comprender la distribución de la pulpa en el interior de molinos rotatorios y su relación con variables operativas [Cleary, Morrison & Sinnott, 2020; Cleary et al., 2018; Sinnott, Cleary & Morrison, 2017; Cleary, 2015; Mayank et al., 2015; Cleary & Morrison, 2012]. Asimismo, se han llevado a cabo investigaciones que emplean DEM para comprender el proceso de fractura de partículas en el interior de molinos rotatorios [Cleary, Morrison & Delaney, 2018; Cleary et al., 2018; Cleary & Morrison, 2016; Delaney et al., 2013; Metzger & Glasser, 2013; Cleary & Morrison, 2011]. Además, otros estudios han evaluado la relación entre diversas condiciones operativas empleando DEM y su influencia en el rendimiento operativo del molino [Liu et al., 2022; Xie et al., 2021a; Bibak & Banisi, 2021; Cleary & Owen, 2019a; Cleary & Owen, 2019b; Bian et al., 2017].

Por otro lado, la modelación DEM también se ha empleado para estudiar el desgaste en los recubrimientos de molinos rotatorios. A continuación, se presenta un resumen de las investigaciones más relevantes encontradas en la literatura que han abordado este tema empleando DEM:

1. **[Radziszewski & Tarasiewicz, 1993]:** Desarrollaron un modelo de remoción de material para estimar la evolución del recubrimiento de un molino de bolas producto del desgaste empleando DEM. También, se creó un modelo de desgaste para las bolas de carga en el interior del molino. Cabe destacar que fue una de las primeras investigaciones en estudiar el fenómeno del desgaste mediante DEM en equipos de molienda.
2. **[Qiu et al., 2001]:** Investigaron la remoción de material en los recubrimientos de un molino industrial empleando DEM junto con la ecuación de Archard [Archard, 1980]. En el estudio,

se demostró la utilidad de DEM para predecir la forma, la tasa de desgaste y la vida útil del recubrimiento.

3. **[Kalala & Moys, 2004]:** Desarrollaron un modelo matemático para predecir la evolución del desgaste en los recubrimientos de un molino rotatorio empleando DEM. El modelo considera el desgaste por adhesión, abrasión e impacto mediante energías disipativas en la superficie. Los perfiles de los recubrimientos desgastados son validados con mediciones experimentales.
4. **[Kalala, Bwalya & Moys, 2005a]:** Validaron el modelo DEM de un molino rotatorio comparando las fuerzas experimentales y simuladas por DEM en los recubrimientos. Las fuerzas experimentales se midieron utilizando un lifter instrumentado. En el estudio encontraron una buena concordancia entre el movimiento de la carga y la magnitud de las fuerzas. En esta investigación, lograron evidenciar el gran potencial que puede tener DEM en el estudio del desgaste de los recubrimientos en molinos rotatorios.
5. **[Kalala, Bwalya & Moys, 2005b]:** Llevaron a cabo una estimación del desgaste en los recubrimientos de dos molinos industriales empleando simulaciones DEM, utilizando el modelo matemático formulado en [Kalala & Moys, 2004]. En el estudio, se encontró una buena concordancia al comparar los perfiles desgastados generados por el modelo con las mediciones experimentales de los perfiles reales desgastados en cada molino.
6. **[Kalala, Breetzke, & Moys, 2008]:** Modelaron mediante DEM un molino industrial para estudiar el efecto de sus recubrimientos desgastados en la distribución de la carga, en el consumo de energía y en la energía de conminución. La geometría de los recubrimientos empleadas en las simulaciones se obtiene de [Kalala, Bwalya & Moys, 2005b].
7. **[Rezaeizadeh et al., 2010]:** Desarrollaron un nuevo modelo para predecir la tasa de desgaste en los recubrimientos de molinos rotatorios utilizando DEM. Para estimar la tasa de desgaste, se basaron en la ecuación propuesta por [Radziszewski et al., 2005]. El modelo se valida a partir de mediciones experimentales de perfiles desgastados en un molino SAG industrial.
8. **[Cleary et al., 2010]:** Llevaron a cabo un estudio de cómo evolucionan los recubrimientos de un molino HICOM a lo largo de su vida útil, debido a su deterioro por el desgaste. Este análisis se basó en la utilización de simulaciones DEM en distintos intervalos temporales. Además, estudiaron el efecto de la evolución del desgaste en el rendimiento operativo del molino. Su método para estimar el desgaste se valida comparando las profundidades de un revestimiento real.
9. **[Powell et al., 2011]:** Estimaron la evolución de la geometría de los recubrimientos de un molino industrial debido al desgaste mediante simulaciones DEM en combinación con mediciones experimentales de variación de volumen en un recubrimiento. Para estimar el desgaste, se basaron en la ecuación presentada en [Archard, 1980], pero adicionándole el efecto del diámetro de contacto de la partícula. Además, desarrollaron un modelo simplificado de tasa de rotura para estudiar la relación entre el rendimiento del molino con la forma geométrica del recubrimiento.
10. **[Weerasekara et al., 2011]:** Estimaron la evolución de la geometría de los recubrimientos de un molino industrial debido al desgaste mediante simulaciones DEM, con la misma metodología y modelo presentado en [Powell et al., 2011].

11. **[Franke, Cleary & Sinnott, 2014]:** Estudiaron la distribución del desgaste en los recubrimientos de un molino industrial AG en función de sus variables operacionales utilizando DEM. En el estudio no emplean un modelo de desgaste para estimar el perfil del recubrimiento, si no que utilizan la energía de corte como medida de cuantificación del desgaste. Además, estudian la forma de la carga, el consumo de energía e intensidad de colisión entre las partículas.
12. **[Cleary & Owen, 2015]:** Estimaron el desgaste en los recubrimientos de un molino HICOM a través de simulaciones DEM, utilizando la misma metodología y modelo de desgaste calibrado propuesto por [Cleary et al., 2010]. En el estudio, emplearon dos diseños de recubrimientos diferentes con el objetivo de analizar cómo la variación geométrica influye en la evolución del desgaste y en el rendimiento operativo del molino.
13. **[Boemer & Ponthot, 2017]:** Desarrollaron un procedimiento para determinar la evolución del desgaste en las superficies de un revestimiento de un molino de bolas perteneciente a la industria del cemento mediante modelación DEM. Estimaron la evolución del perfil del revestimiento utilizando los seis modelos de desgaste más populares de la literatura, validando los resultados con perfiles reales desgastados. A partir de los resultados, presentaron un método general para actualizar de mejor forma la geometría del revestimiento debido a la pérdida de material.
14. **[Cleary & Owen, 2018]:** Llevaron a cabo 22 simulaciones DEM tridimensionales de un molino SAG genérico, variando el nivel de carga, la velocidad de rotación del molino y la altura de los lifters, con la finalidad de relacionar dichos parámetros operativos con la forma y ubicación de la carga, el consumo de energía y la fuerza resultante ejercida por las partículas en los elevadores. La investigación permite crear estrategias de gestión operativas para mantener el rendimiento en los molinos a lo largo del ciclo de vida del revestimiento en base al desgaste.
15. **[Xu, Luo & Zhao, 2018]:** Llevaron a cabo un estudio donde acoplaron por primera vez el modelo de desgaste Shear Impact Energy Model (SIEM) propuesto en el estudio [Zhao, Xu & Zheng, 2017] junto con la modelación DEM para predecir el desgaste en los recubrimientos de un molino SAG. Su enfoque tuvo en cuenta el efecto de la variación de la velocidad de rotación del molino y el cambio geométrico de los elevadores en el desgaste de los recubrimientos. Se compararon los perfiles de desgaste de los recubrimientos con las mediciones experimentales realizadas por [Banisi & Hadizadeh, 2007], lo que reveló que el modelo de desgaste SIEM junto con la simulación numérica DEM proporciona resultados cercanos a la realidad.
16. **[Xu et al., 2019]:** Utilizaron la modelación DEM y el modelo de desgaste SIEM para estudiar el efecto de la forma de las partículas durante las simulaciones en el desgaste de los recubrimientos de un molino industrial. Se demostró que las partículas no esféricas tienen un mayor impacto en el desgaste de los recubrimientos.
17. **[Xu, Bao & Zhao, 2020]:** Estudiaron el desgaste en los recubrimientos de un molino industrial utilizando la modelación DEM y el modelo de desgaste SIEM con un enfoque a nivel de grano grueso. Emplearon distribuciones de tamaño cuasi-mono (MSD) y polidisperso (SSD) para las partículas con el fin de evaluar su efecto en el desgaste de los recubrimientos.
18. **[Xie et al., 2021a]:** Propusieron un modelo de contacto poliedro-esfera basado en el método del punto más profundo. Validaron el modelo mediante experimentos y simulaciones DEM en un molino a escala de laboratorio. Luego, aplicaron el modelo en un molino SAG industrial,

donde estudiaron el desgaste en un recubrimiento, el movimiento de la carga, el consumo de energía y la energía de colisión entre las partículas y el revestimiento. Este estudio fue un análisis comparativo al emplear partículas esféricas-poliédricas y partículas esféricas en modelación DEM.

19. **[Xie et al., 2021b]:** Realizaron una extensión de la investigación llevada a cabo por [Xu, Luo & Zhao., 2018], en la cual analizaron el desgaste de los liners y lifters de un molino SAG en función del nivel de carga mediante el uso de la modelación DEM y el modelo de erosión SIEM. Además, estudiaron la vibración del molino a partir de la energía de colisión en los revestimientos.
20. **[Jayasundara & Zhu, 2022a]:** Desarrollaron un procedimiento mediante DEM y aprendizaje automático para determinar el desgaste de un liner y lifter de un molino a escala de laboratorio, el cual es replicado en un molino industrial. El procedimiento utiliza los fundamentos teóricos de la energía de desgaste por impacto planteada por [Finnie, 1960], así como la energía de corte entre las partículas y lifters propuesta por [Cleary et al., 2010; Powell et al., 2011], las cuales se emplean en una expresión desarrollada por [Kalala & Moys, 2004] para calcular el cambio de volumen en un segmento específico.
21. **[Xu et al., 2023]:** Desarrollaron un modelo de erosión mejorado llamado FIEEM (Filtering Impact Energy Erosion Model), en el cual introducen el concepto de filtración en el modelo IEEM (Impact Energy Erosion Model) previamente desarrollado por [Zhao et al., 2017]. El modelo FIEEM filtra las colisiones de las partículas de baja energía, ya que en la realidad no causan erosión. A través de la simulación DEM de un molino SAG y empleando el modelo FIEEM, se estudió el desgaste en los recubrimientos. Los resultados indicaron que el modelo FIEEM logra una mayor precisión en la estimación del desgaste en comparación con el modelo IEEM.

1.3 Problemática

En la industria minera, los molinos rotatorios pueden operar bajo diferentes niveles de llenado y velocidades de rotación. Cada configuración operativa tiene un impacto independiente en el rendimiento operativo del molino, en la energía específica de conminución y en el desgaste de los recubrimientos. Dado que estos equipos tienen una eficiencia entre el 1% al 5%, y considerando que el reemplazo de los liners y lifters debido al desgaste es la principal razón de la disminución del tiempo de operación y el aumento de los costos de mantenimiento, resulta útil operar estos equipos de manera adecuada para aumentar su rendimiento [Cleary, 1998; Banisi & Hadizadeh, 2007]. Sin embargo, actualmente no existen estudios que permitan identificar que condición(es) de operación permite(n) tener una menor tasa de desgaste en los recubrimientos, y al mismo tiempo, obtener un mayor beneficio respecto a la eficiencia energética de la conminución.

A partir del estado del arte, se observa que la mayoría de las investigaciones sobre el desgaste de los liners y lifters emplean una condición operativa específica. Sin embargo, los modelos no se han utilizado para evaluar el efecto de la variación de las condiciones operativas, teniendo en cuenta cambios simultáneos en el nivel de llenado y la velocidad de rotación. Esto destaca la necesidad de investigar más la influencia de las condiciones de operación sobre el rendimiento operativo en los molinos rotatorios [Weerasekara et al., 2013].

Comprender el impacto de las diversas variables operativas en el desgaste de los liners y lifters puede ayudar a operar la máquina de manera que se maximice la vida útil de estos componentes.

En [Hasankhoei et al., 2019], lograron prolongar el tiempo de vida útil de los recubrimientos de un molino rotatorio al cambiar su diseño geométrico empleando DEM, pero no se reflexionó que quizás ese molino podría haber estado operando bajo una condición favorable para el desgaste. El problema también podría haberse abordado complementariamente mediante un cambio en las condiciones de operación.

El objetivo de esta investigación es estudiar en profundidad los efectos de las condiciones de operación (velocidad y nivel de llenado) en el desgaste de los recubrimientos, con el fin de identificar la posible existencia de condiciones operativas que minimicen el desgaste en un molino rotatorio. Para llevar a cabo esta investigación, se modela y simula un molino rotatorio de laboratorio, el cual es una réplica de un molino SAG real empleando el software Rocky DEM. Al modelo se le incorporan sensores virtuales para centralizar el estudio del desgaste. Las simulaciones se validan comparando el torque y el movimiento de la carga para diversas condiciones de operación. Posteriormente, se utilizan modelos de desgaste validados experimentalmente en la literatura para estimar el desgaste en los sensores virtuales. Además, como se quiere investigar el rendimiento del molino, no basta evaluar solamente el desgaste, también es necesario analizar la energía de la conminución, ya que el objetivo que se desea lograr durante su funcionamiento es tener una baja tasa de desgaste y un buen aprovechamiento energético. Por lo tanto, se extraen de las simulaciones la energía específica de impacto y de corte, y se analiza como estas variables varían al cambiar las condiciones operativas.

1.4 Hipótesis y objetivos

1.4.1 Hipótesis

La hipótesis que sustenta el desarrollo de este trabajo investigativo es la siguiente:

Es posible identificar alguna(s) condición(es) de operación en un molino rotatorio que permita(n) aprovechar de mejor manera el consumo de energía específica de conminución, y al mismo tiempo, minimizar el desgaste en los liners y lifters.

1.4.2 Objetivos

1.4.2.1 Objetivo general

Establecer una relación entre el consumo de energía específica de conminución y la tasa de desgaste en los liners y lifters de un molino rotatorio, con el propósito de identificar condiciones de operación favorables.

1.4.2.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos asociados al desarrollo de este trabajo investigativo son los siguientes:

OE1: Realizar pruebas experimentales en un molino rotatorio de laboratorio.

OE2: Calibrar y validar un modelo DEM del molino rotatorio de laboratorio.

OE3: Desarrollar un modelo DEM enfocado en el desgaste de los liners y lifters.

OE4: Simular y recopilar datos del modelo DEM bajo diversas condiciones de operación.

OE5: Modelar el desgaste de los liners y lifters.

OE6: Modelar la energía específica de conminución.

1.5 Metodología

Actividad 1: Pruebas experimentales en el SetupSAG (OE1).

Se lleva a cabo un conjunto de pruebas experimentales en el SetupSAG, que considera una combinación de 10 niveles de llenado y 10 velocidades de rotación. Durante las pruebas, se toman mediciones de torque en el eje motriz, fuerza en la cara de trabajo de un lifter instrumentado e imágenes de la forma de la carga en el interior del SetupSAG.

Actividad 2: Desarrollo modelo DEM del SetupSAG (OE2).

Se diseña el modelo geométrico del SetupSAG con las simplificaciones necesarias para su incorporación en un software DEM. En el software DEM, se le incorpora la dinámica y nivel de carga utilizados en las mediciones experimentales. Los valores de los parámetros de los materiales y de contacto se obtienen a partir de ensayos experimentales y de la literatura. Los modelos de contacto se seleccionan basándose en las recomendaciones de la literatura.

Se realiza un análisis comparativo entre las mediciones experimentales y los resultados proporcionados por la simulación numérica del SetupSAG. Este análisis se enfoca en comparar el torque, la fuerza en la cara de trabajo de un recubrimiento y la distribución espacial de las partículas, con el propósito de validar el modelo DEM.

Actividad 3: Desarrollo modelo DEM del SetupSAG orientado al desgaste (OE3).

Se diseña e incorpora al modelo DEM validado tres sensores virtuales de desgaste dispuestos a 120° entre sí. Estos sensores en forma de placas cubren toda la superficie de tres recubrimientos del SetupSAG, con el objetivo de centralizar el estudio del desgaste y así, lograr reducir los costos computacionales y obtener resultados más precisos.

Actividad 4: Simulación y extracción de datos del modelo DEM del SetupSAG (OE4).

Se simula el SetupSAG teniendo en cuenta una amplia gama de combinaciones de velocidad de rotación y nivel de llenado. Se consideran 10 niveles de llenado y 10 velocidades de rotación, lo que resulta en 100 condiciones de operación.

Se desarrollan algoritmos que permitan extraer datos de las partículas y de la geometría para cada simulación. En el caso de las partículas, los datos corresponden a cada una individualmente, mientras que, para la geometría, los datos corresponden a nivel nodal como de celda de malla.

Actividad 5: Modelación del desgaste (OE5).

Se acopla al modelo DEM del SetupSAG cuatro modelos de desgaste disponibles en la literatura, los cuales se han validado experimentalmente. Estos modelos permiten estimar la tasa de desgaste en los sensores virtuales.

Actividad 6: Modelación de la energía específica de conminución (OE6).

Se desarrolla un algoritmo que procese los datos de las partículas generados por las simulaciones. El algoritmo permite estimar la energía específica de corte y de impacto por grilla en la sección transversal del SetupSAG. También permite obtener la energía específica de impacto y de corte.

CAPÍTULO 2

2 MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta la teoría general asociada a molinos rotatorios, modelos de desgaste y energía de la conminución relacionados directamente con la investigación.

2.1 Molinos rotatorios

Estos equipos están compuestos principalmente por un tambor que gira sobre su eje axial. En la parte interna del tambor hay recubrimientos que cumplen dos funciones principales: proteger la superficie contra el desgaste y transmitir energía a la carga. En los extremos del tambor, se encuentran los muñones, los cuales se encargan de soportar la estructura y permitir el movimiento giratorio. Además, en uno de los extremos del tambor, se encuentra un trommel, el cual se emplea para la clasificación la carga. En la Figura 2.1 se muestra un molino Metso con sus componentes principales.

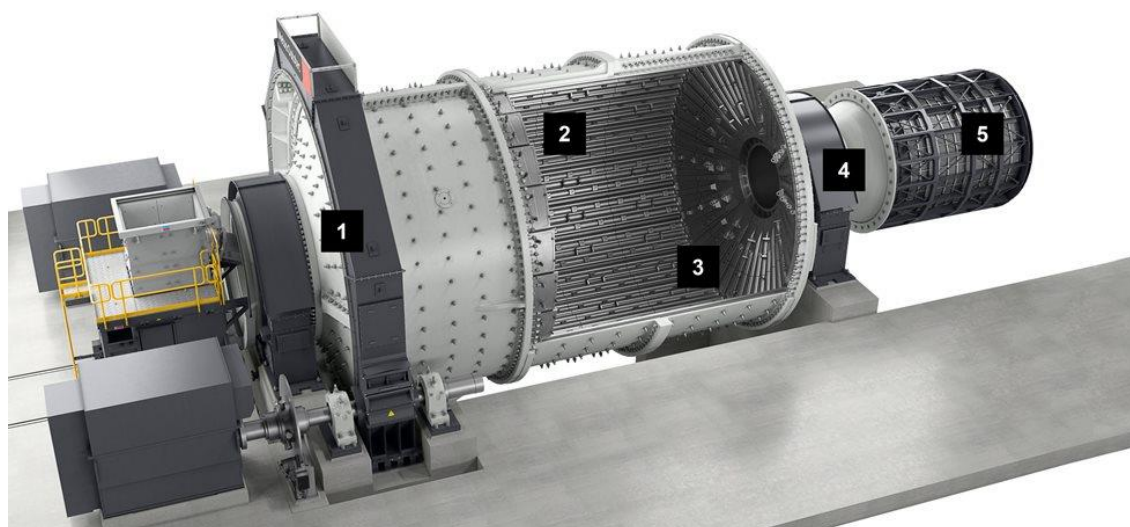


Figura 2.1. Molino Metso: (1) Recubrimientos de cabezal. (2) Recubrimientos de carcasa. (3) Recubrimientos de descarga. (4) Muñón. (5) Trommel [Metso, 2025].

Generalmente, los molinos se clasifican en 4 tipos según las características de la carga en su interior: molinos autógenos, molinos semiautógenos, molinos de bolas y molinos de barras. Los molinos autógenos emplean la carga de mineral como medio de molienda. Los molinos semiautógenos ocupan bolas de acero y la carga de mineral como medios de molienda. Los molinos de bolas emplean bolas de acero como medio de molienda, pero no utilizan la carga de mineral, debido a que procesan tamaños de partículas más pequeños. Los molinos de barras utilizan barras de acero como medio de molienda.

Como se mencionó anteriormente, estos equipos pueden operar bajo diversas combinaciones de nivel de llenado y velocidad de rotación, donde cada condición operativa tendrá un efecto en su rendimiento operativo. Por lo tanto, el análisis de estas variables resulta necesario para un estudio cuantitativo.

2.1.1 Velocidad de rotación crítica

La velocidad de rotación crítica N_c de un molino rotatorio es aquella en la que una partícula de diámetro d_p comienza a centrifugarse en la periferia interna de un molino de diámetro d_m . Su valor se puede determinar a partir de la siguiente ecuación:

$$N_c = \frac{42.3}{\sqrt{d_m - d_p}} \quad (2.1)$$

Cuando se alcanza esta velocidad, el molino empieza a perder su capacidad de molienda, ya que las partículas se adhieren a la superficie de los recubrimientos producto de la fuerza centrífuga.

2.1.2 Nivel de llenado

Se le denomina nivel de llenado a la fracción o porcentaje que ocupa la carga dentro de un molino rotatorio incluyendo los espacios intersticiales. La fracción de carga se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$J = \frac{m_c}{\rho_c V_m} \cdot \frac{1}{1 - \varphi} \quad (2.2)$$

Donde m_c es la masa total de la carga en el interior del molino; ρ_c es la densidad de la carga; V_m es el volumen interno del molino; y φ es el factor de porosidad.

2.2 Modelos de desgaste

2.2.1 Desgaste

El desgaste es el daño en una superficie sólida, generalmente ocasionando la pérdida progresiva de material, debido al movimiento relativo entre esa superficie y una sustancia o sustancias en contacto. Dicha sustancia puede ser cualquier material sólido, líquido o incluso, gaseoso.

Los modos de desgaste existentes son por abrasión, adhesión, fatiga, flujo, corrosión, fusión y difusión. Es importante destacar que los modos de desgaste no indican que mecanismo efectúa la degradación, ya que puede ser mecánico, químico o térmico, o incluso, una combinación entre ellos [Stachowiak, 2005].

Por lo general, existen dos formas para controlar el desgaste en equipos mecánicos. La primera consiste en seleccionar materiales que posean una mayor resistencia a la degradación, en función del modo y tipo de desgaste, y la segunda implica seleccionar condiciones de trabajo adecuadas.

2.2.2 Modelo de Finnie

Finnie propone un modelo idealizado de corte cuando una partícula abrasiva entra en contacto con la superficie de un material dúctil [Finnie, 1960; Finnie, 1972]. El modelo es válido para situaciones en que la partícula impacta la superficie a ángulos bajos ($\alpha \leq 30^\circ$). El volumen de material removido, representado por Q , de la superficie dúctil se calcula mediante las siguientes expresiones:

$$Q = \begin{cases} \frac{cmv^2}{p\psi R_F} \left(\sin 2\alpha - \frac{6}{R_F} \sin^2 \alpha \right), & \text{si } \tan(\alpha) \leq \frac{R_F}{6} \\ \frac{cmv^2}{p\psi R_F} \left(\frac{R_F \cos^2 \alpha}{6} \right), & \text{si } \tan(\alpha) > \frac{R_F}{6} \end{cases} \quad (2.3)$$

Donde Q es el volumen de material removido en unidades de m^3 ; m es la masa de la partícula en kg ; v es la velocidad de la partícula antes del impacto en m/s ; α es el ángulo entre la superficie impactada y la trayectoria de la partícula antes del impacto; R_F es la relación entre la fuerza normal y tangencial del contacto, respectivamente; p es la presión del flujo plástico de la superficie de erosión en GPa , cuyo valor esta entre uno y cinco veces el valor de la dureza en Vickers de la superficie objetivo [Zhao et al., 2017]; ψ es un parámetro experimental que representa la relación entre la profundidad de contacto y la profundidad de corte; y c es un parámetro experimental que representa la fracción de partículas que causan erosión. Finnie demostró que un valor de $\psi = 2$ es adecuado y, además, también concluyó que el 50% de las partículas que impactan una superficie causan erosión, por lo tanto, $c = 0.5$. La primera ecuación hace referencia a la situación cuando la partícula abandona la superficie, pero aun así está removiendo material. En cambio, la segunda ecuación hace referencia a la situación cuando el movimiento horizontal de la partícula se detiene durante el proceso de corte.

Determinar directamente R_F es complejo, sin embargo, Finnie demostró en ensayos experimentales que el valor de R_F es muy cercano a 2 para granos abrasivos angulares. Por lo tanto, para un impacto de varias partículas sobre una superficie de material dúctil, las cuales suman una masa total M , el material removido se obtiene a partir de las siguientes expresiones:

$$Q \approx \begin{cases} \frac{Mv^2}{8p} (\sin 2\alpha - 3\sin^2 \alpha), & \text{si } \alpha \leq 18.5^\circ \\ \frac{Mv^2}{24p} \cos^2 \alpha, & \text{si } \alpha > 18.5^\circ \end{cases} \quad (2.4)$$

En la ecuación se fijó un ángulo crítico de 18.5° , sin embargo, este ángulo varía para diferentes sistemas. En [Finnie, 1972], se desarrolla una expresión para estimar el material removido producto de una partícula esférica a partir de las siguientes expresiones:

$$Q = \begin{cases} \frac{cmv^2}{2\psi p \left(1 + \frac{mr^2}{I}\right)} \frac{2}{P} \left(\sin 2\alpha - 2 \frac{\sin^2 \alpha}{P} \right), & \text{si } \tan(\alpha) \leq \frac{P}{2} \\ \frac{cmv^2}{2\psi p \left(1 + \frac{mr^2}{I}\right)} (\cos^2 \alpha), & \text{si } \tan(\alpha) > \frac{P}{2} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$P = \frac{R_F}{\left(1 + \frac{mr^2}{I}\right)} \quad (2.6)$$

Donde r es el radio de la partícula; I es el momento de inercia de la partícula respecto a su centro de gravedad; c es una constante que representa la fracción de partículas que desgastan la

superficie de manera idealizada; ψ , K_F , α , y v son las mismas variables que se presentan en las ecuaciones (2.3).

Las ecuaciones (2.5) y (2.6) pueden simplificarse como se indica en [Zhao et al., 2017] a partir de la siguiente forma:

$$Q = \frac{c}{\psi} \frac{mv^2}{2} \frac{1}{p} f(\alpha) \quad (2.7)$$

Donde:

$$f(\alpha) = \begin{cases} \frac{2}{R_F} \left[\sin(2\alpha) - \frac{7}{R_F} \sin^2(\alpha) \right], & \tan(\alpha) \leq \frac{R_F}{7} \\ \frac{2}{7} \cos^2(\alpha) & , \quad \tan(\alpha) > \frac{R_F}{7} \end{cases} \quad (2.8)$$

La ecuación (2.7) se puede expresar de la siguiente forma:

$$Q = \frac{E_{finnie}}{p} \quad (2.9)$$

Donde E_{finnie} corresponde a la energía de impacto que se convierte en erosión, la cual está dada mediante la siguiente expresión:

$$E_{finnie} = \frac{c}{\psi} \frac{mv^2}{2} f(\alpha) \quad (2.10)$$

2.2.3 Modelo de Bitter

La erosión de materiales dúctiles producto del impacto de partículas sólidas depende en gran medida del ángulo entre la superficie del material y la trayectoria de la partícula. El modelo teórico de Finnie es válido solo para ángulos de incidencia bajos y predice que no hay erosión para impactos a 90° [Finnie, 1960; Finnie, 1972]. Hutchings desarrollo un modelo para la erosión a incidencia normal para partículas esféricas [Hutchings, 1980]. Bitter desarrolló un modelo de erosión a ángulos de incidencia bajos y altos [Bitter, 1983a; Bitter 1983b]. La cantidad de volumen desgastado cuando una partícula impacta sobre una superficie esta dado por las siguientes expresiones:

$$Q_D = \frac{1}{2} \frac{m(V \sin \alpha - K)^2}{\varepsilon} \quad (2.11)$$

$$Q_{C1} = \frac{2mC(V \sin \alpha - K)^2}{\sqrt{V \sin \alpha}} \left(V \cos \alpha - \frac{C(V \sin \alpha - K)^2}{\sqrt{V \sin \alpha}} \delta \right) \quad (2.12)$$

$$Q_{C2} = \frac{1}{2} \frac{m[V^2 \cos^2 \alpha - K_1(V \sin \alpha - K)^{3/2}]}{\delta} \quad (2.13)$$

$$Q = \begin{cases} Q_D + Q_{C1}, & \alpha \leq \alpha_c \wedge V \sin \alpha \geq K \\ Q_D + Q_{C2}, & \alpha > \alpha_c \wedge V \sin \alpha \geq K \\ 0, & V \sin \alpha < K \end{cases} \quad (2.14)$$

Donde las constantes K , K_1 y C están dadas a partir de las siguientes expresiones, respectivamente:

$$K = \frac{\pi^2}{2\sqrt{10}} y^{5/2} \left(\frac{1}{\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right)^2 \quad (2.15)$$

$$K_1 = 0.82 y^2 \left(\frac{y}{\rho}\right)^{1/4} \left[\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right]^2 \quad (2.16)$$

$$C = \frac{0.288}{y} \left(\frac{\rho}{y}\right)^{1/4} \quad (2.17)$$

Donde Q es la cantidad de material removido en m^3 ; Q_D desgaste debido a deformación repetida en m^3 ; Q_{C1} y Q_{C2} es el desgaste por corte en m^3 ; m es la masa de la partícula en kg ; V es la velocidad de la partícula en m/s ; ε es un parámetro de deformación de la superficie en GPa ; δ es un parámetro de corte de la superficie en GPa ; α es el ángulo de impacto; α_c es el ángulo crítico de impacto fijado en 25° ; ρ es la densidad de la superficie en kg/m^3 ; y es la carga elástica límite en GPa ; ν es el coeficiente de poisson; E es el módulo elástico en GPa .

2.2.4 Modelo SIEM

En [Zhao et al., 2017], se propone un modelo de erosión que puede acoplarse con simulaciones DEM para estimar el volumen removido en superficies dúctiles. Este modelo se basa en la energía de corte generada por la(s) partícula(s) al impactar una superficie de material dúctil. La componente tangencial de la energía de colisión de una partícula está estrechamente relacionada con la erosión, la cual se puede predecir al utilizar simulaciones DEM [Ashrafizadeh & Ashrafizadeh, 2012].

El modelo SIEM se basa en los fundamentos del modelo de erosión de Finnie [Finnie, 1960; Finnie, 1972]. La ventaja del modelo SIEM es que considera los impactos directos, indirectos y deslizantes, en comparación con el modelo de Finnie, que solo considera los impactos directos [Zhao et al., 2017].

Las variables c y ψ de la ecuación (2.10), tienen valores de 0.5 y 2, respectivamente [Finnie, 1960; Finnie, 1972]. Por lo tanto, la ecuación queda formulada mediante la siguiente expresión:

$$E_{finnie} = \frac{1}{8} m v^2 f(\alpha) \quad (2.18)$$

E_{finnie} está relacionada con la energía cortante, la cual se calcula en las simulaciones DEM mediante la siguiente expresión:

$$E_{shear} = - \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{F}_t \cdot \mathbf{v}_t dt \quad (2.19)$$

Donde \mathbf{F}_t es la fuerza tangencial que genera la partícula sobre la superficie; \mathbf{v}_t es la velocidad relativa entre la superficie de contacto y la partícula; t_0 es el tiempo de inicio del contacto; y t_1 es el tiempo final del contacto. La expresión solo es válida cuando $\mathbf{F}_t \cdot \mathbf{v}_t < 0$ y $\mathbf{F}_t \cdot \mathbf{v} < 0$ (La energía de corte solo se convierte en desgaste para estas condiciones).

En [Zhao et al., 2017], para encontrar una relación entre E_{shear} y E_{finnie} se define la siguiente expresión:

$$R_E = \frac{E_{shear}}{E_{finnie}} \quad (2.20)$$

Se pudo observar que R_E tiene un valor de 4 al variar diversas variables físicas. Por lo tanto, la cantidad de material removido cuando una partícula i impacta sobre una superficie dúctil se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$Q_i = \frac{1}{4} \frac{E_{shear}}{p} \quad (2.21)$$

La cantidad de material removido en una superficie de material dúctil producto del impacto de múltiples partículas, se puede estimar mediante la siguiente expresión:

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (2.22)$$

Donde Q_T es la cantidad de material removido total; Q_i es la cantidad de material removido producto de cada partícula; n es el número de partículas que impactan una superficie en un determinado paso de tiempo.

Este modelo ha sido empleado en los últimos años en varios estudios para estimar el desgaste en los recubrimientos de molinos rotatorios debido a su buena aproximación con la realidad [Xie et al., 2021b; Xie et al., 2021a; Xu, Bao & Zhao, 2020; Xu et al., 2019; Xu, Luo & Zhao, 2018].

2.2.5 Modelo de Archard

Archard fue uno de los primeros investigadores en formular una ecuación que permite estudiar el desgaste por deslizamiento [Archard, 1953; Archard 1980], planteando que el desgaste es inversamente proporcional a la dureza del material y directamente proporcional a la carga aplicada. Su fórmula matemática para determinar el volumen de material desgastado Q se encuentra expresada a partir de la siguiente expresión:

$$Q = k \frac{FL}{H} \quad (2.23)$$

Donde F es la fuerza tangencial de contacto; H es la dureza expresada en la escala de Brinell de la superficie que está siendo desgastada; L es la distancia de deslizamiento; y k es el coeficiente adimensional de desgaste. Rocky DEM, para predecir el desgaste abrasivo de superficies sólidas producto de las colisiones de las partículas, considera la ecuación (2.23) [ESSS, 2018]. Esto se debe a que, en [Qiu et al., 2001] validaron la ecuación matemática al estudiar el desgaste en los recubrimientos de un molino rotatorio empleando DEM.

La variable k representa la proporción de todos los contactos de asperezas que resultan en la producción de una partícula desgastada. Esta variable no es una propiedad del material, sino que es un coeficiente que está relacionado con el comportamiento tribológico y las propiedades de contacto. En la Figura 2.2, se muestra el rango de valores aproximado de k para diferentes mecanismos de desgaste, donde es posible observar que se obtienen los valores más altos cuando está presente el desgaste abrasivo o erosivo. Es relevante destacar que un valor de k de 10^{-3} , representa que uno de cada mil eventos resulta en una partícula desgastada, mientras que los 999 eventos restantes ocurren sin generar ningún daño.

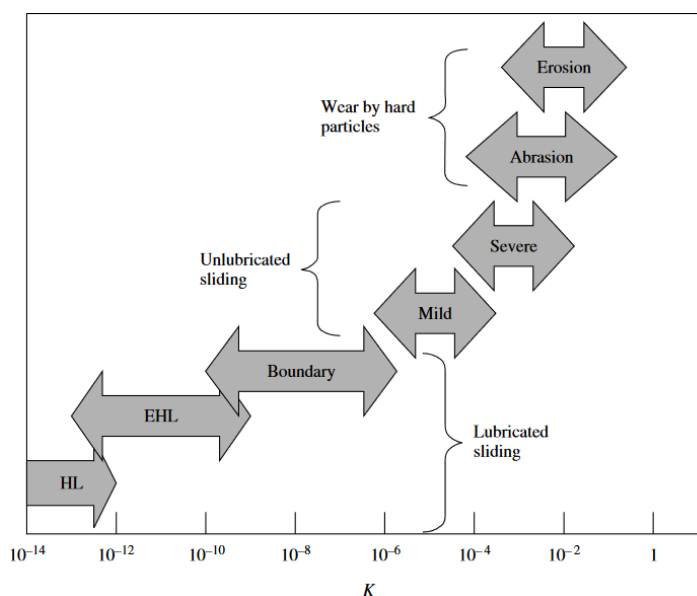


Figura 2.2. Representación esquemática del rango de coeficiente de desgaste k para diferentes condiciones de desgaste [Stachowiak, 2005].

2.3 Energía de la conminución

En el interior de un molino existen tres zonas de conminución: la zona de molienda, la zona de cascada y la zona de impacto, las cuales se muestran en la **Figura 2.3** [Radziszewski & Tarasiewicz, 1993]. La zona de molienda ocurre por capas de bolas deslizándose unas sobre otras. En la zona de cascada, las bolas ruedan entre sí. En la zona de impacto, las bolas suspendidas en el aire impactan los recubrimientos o la carga.

En un molino rotatorio los principales mecanismos de desgaste para bolas de acero son por abrasión, impacto y corrosión [Radziszewski et al., 2005; Aldrich, 2013]. En cambio, para partículas de mineral, estas se fragmentan por una combinación de atrición e impacto [Tavares, 2009]. En estos equipos es común que las partículas se fracturen por daño acumulado debido a que están sometidas repetidamente a esfuerzos de baja energía [Tavares, 2009].

Tavares desarrolló un modelo matemático para predecir la fractura en partículas [Tavares, 2009]. En el modelo, la distribución de probabilidad de fractura está basada en una distribución log-normal con truncamiento superior de la energía específica de fractura E . Esta distribución de probabilidad es:

$$P(E) = \left(\left(\frac{\ln E^* - \ln E_{50}}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right) \quad (2.24)$$

Donde E_{50} es la mediana de la energía específica de fractura; σ^2 es la varianza de la distribución log-normal alrededor de la mediana; y E^* es la energía específica relativa.

El modelo de fractura incluye un modelo de daño, el cual reduce el valor de la energía específica de fractura de la partícula si esta no se fractura. Esta reducción viene dada por:

$$E_n = E_{n-1}(1 - D_n^*) \quad (2.25)$$

$$D_n^* = \left[\frac{2\gamma}{(2\gamma - 5D_n^* + 5)} \frac{E_{k,n}}{E_{n-1}} \right]^{\frac{2\gamma}{5}} \quad (2.26)$$

Donde E_n es la energía específica de fractura de la partícula para n ciclos de carga sin fractura; D_n^* es la fracción de daño acumulado en el ciclo n ; γ es el coeficiente de daño; y $E_{k,n}$ es la energía con la que es cargada la partícula en el ciclo n . Cuando $E_{k,n} > E_{n-1}$, la partícula se fractura, en caso contrario, el daño es acumulado.

A partir de lo anterior, se puede concluir que las variables físicas que determinan los mecanismos de conminución son la energía específica de impacto y de corte. Aunque la energía de colisión sea de baja magnitud, existirá una acumulación de daño. Por otro lado, investigaciones han concluido que la tasa de molienda está directamente relacionada con la energía de impacto [Jayasundara & Zhu, 2022b].

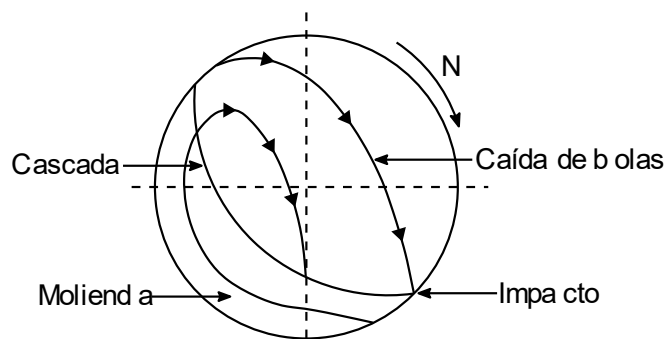


Figura 2.3. Zonas características de conminución [Radziszewski & Tarasiewicz, 1993].

CAPÍTULO 3

3 MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

En este capítulo se presenta la metodología utilizada para la modelación DEM. Se presenta de forma breve la descripción de la modelación DEM, las ecuaciones de movimiento de las partículas, los modelos de contacto utilizados y la detección de contactos.

3.1 Método de elementos discretos

El modelado mediante el método de elementos discretos (DEM) es una técnica numérica que modela la interacción entre partículas individuales y límites superficiales para predecir el comportamiento de sólidos a granel. Esta técnica numérica fue propuesta por Cundall [Cundall, 1971] y luego fue expandido a tres dimensiones por Hart y Cundall [Cundall, 1988; Hart et al., 1988].

La modelación DEM inicia con la detección de partículas vecinas, seguida por el primer paso de tiempo donde se calcula el traslapo. A partir de este, se determinan las fuerzas de contacto entre partícula-partícula y partícula-pared. Posteriormente, se lleva a cabo el movimiento de los límites superficiales, seguido por la integración de las ecuaciones de movimiento y la actualización de las posiciones de las partículas. En caso de que ocurra la fractura de las partículas, es necesario considerar las partículas hijas en esta secuencia.

3.2 Cinemática de las partículas

El método de elementos discretos emplea la segunda ley de Newton para calcular el movimiento de cada partícula. De esta manera, el movimiento de traslación y rotación para cada partícula esférica i , se define de la siguiente manera:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \mathbf{g} + \sum_{j=1}^N \mathbf{F}_{ij} \quad (3.1)$$

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^N \mathbf{M}_{ij} \quad (3.2)$$

Donde m es la masa de la partícula, \mathbf{v} es su velocidad, \mathbf{g} es la aceleración de gravedad, \mathbf{F}_{ij} es la fuerza de contacto que ejerce la partícula o pared j sobre la partícula i , I es la inercia de la partícula, $\boldsymbol{\omega}$ es su velocidad angular y \mathbf{M}_{ij} es el momento de contacto que ejerce la partícula o pared j sobre la partícula i .

3.3 Modelo de fuerzas de contacto

Las fuerzas de contacto están en función del traslapo δ , el cual indica el grado de superposición durante el contacto de partícula-partícula y partícula-pared. En la Figura 3.1, se observa el modelo de contacto con enfoque *soft sphere* que emplea DEM para estimar las fuerzas de contacto.

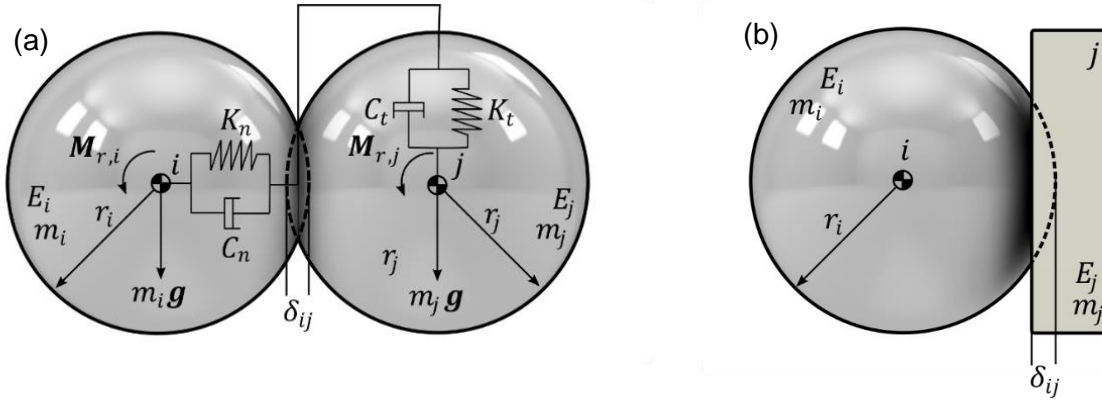


Figura 3.1. Modelo de contacto: (a) Entre dos bolas. (b) Entre bola y pared.

Durante el contacto, se generan fuerzas normales y tangenciales al plano de contacto. En el caso del contacto entre partículas, el plano de contacto es perpendicular a la línea imaginaria que une a los centros de masa. En cambio, para el contacto partícula-pared, la línea pasa por el centro de masa de la partícula y el nodo perteneciente a la malla triangular más cercana.

Existen diversos modelos para determinar estas fuerzas normales y tangenciales. Los utilizados para modelar el SetupSAG se presentan en las secciones 3.3.1, 3.3.2 y 3.3.3 .

3.3.1 Modelo de fuerza normal

Para la determinación de la fuerza normal, se emplea el modelo *hysteretic linear spring* propuesto en [Walton & Braun, 1986]. La magnitud de la fuerza normal elástica-plástica para un paso de tiempo t está dada por las siguientes ecuaciones:

$$F_n^t = \begin{cases} \min(K_{nc}\delta_n^t, F_n^{t-\Delta t} + K_{nd}\Delta\delta_n), & \text{si } \Delta\delta_n \geq 0 \\ \max(F_n^{t-\Delta t} + K_{nd}\Delta\delta_n, \lambda K_{nc}\delta_n^t), & \text{si } \Delta\delta_n < 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\Delta\delta_n = \delta_n^t - \delta_n^{t-\Delta t} \quad (3.4)$$

donde $F_n^{t-\Delta t}$ es la fuerza de contacto elástica-plástica en el paso de tiempo anterior; δ_n^t y $\delta_n^{t-\Delta t}$ son los valores de la componente normal del traslapo en el paso de tiempo actual y anterior respectivamente; K_{nc} y K_{nd} son los valores de rigideces de contacto en la carga y descarga respectivamente; $\Delta\delta_n$ es el cambio de la componente normal del traslapo; λ es una constante de estabilización cuyo valor es de 0.001 [ESSS, 2018].

Las rigideces en la carga y descarga se determinan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{K_{nc}} = \begin{cases} \frac{1}{K_{nc,p_i}} + \frac{1}{K_{nc,p_j}} & , \text{ para contacto partícula - partícula} \\ \frac{1}{K_{nc,p}} + \frac{1}{K_{nc,f}} & , \text{ para contacto partícula - frontera} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$K_{nd} = \frac{K_{nc}}{\varepsilon^2} \quad (3.6)$$

donde ε es el coeficiente de restitución. La rigidez normal de una partícula y pared es:

$$K_{nc,p} = E_p d_p \quad (3.7)$$

$$K_{nc,f} = E_f d_p \quad (3.8)$$

donde E_p y E_f es el módulo de Young de la partícula y frontera respectivamente, y d_p es el diámetro de la partícula.

Cuando ocurren contactos de larga duración entre partículas, surgen oscilaciones de baja amplitud en la fuerza normal y en el traslape, ocasionando que las partículas no estén estáticas. Para evitar este fenómeno, se agrega una fuerza viscosa como mecanismo de disipación de energía:

$$F_{n,v} = C_n \dot{\delta}_n \quad (3.9)$$

donde $\dot{\delta}_n$ es la derivada del traslape en la dirección normal y C_n es el coeficiente de amortiguamiento, el cual está definido a partir de la siguiente expresión:

$$C_n = 2\eta\sqrt{m_{eq}K_{nc}} \quad (3.10)$$

donde m_{eq} es la masa equivalente del contacto, definida como:

$$\frac{1}{m_{eq}} = \begin{cases} \frac{1}{m_{p_i}} + \frac{1}{m_{p_j}} & , \text{para contacto partícula - partícula} \\ \frac{1}{m_{p_j}} & , \text{para contacto partícula - frontera} \end{cases} \quad (3.11)$$

La razón de amortiguación η , es un parámetro adimensional que está relacionado con el coeficiente de restitución de las partículas a partir del siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\varepsilon = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\left(\pi - \arctan\frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{1-2\eta^2}\right)\right], & 0 \leq \eta < \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \exp\left(-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\arctan\frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{2\eta^2-1}\right), & \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \eta \leq 1 \\ \exp\left(-\frac{\eta}{\sqrt{\eta^2-1}}\ln\frac{\eta+\sqrt{\eta^2-1}}{\eta-\sqrt{\eta^2-1}}\right), & \eta > 1 \end{cases} \quad (3.12)$$

3.3.2 Modelo de fuerza tangencial

Para la determinación de la fuerza tangencial se emplea el modelo *linear spring Coulomb limit*. El valor de esta fuerza elástica para un paso de tiempo t esta dado por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F}_{\tau,e}^t = \mathbf{F}_{\tau,e}^{t-\Delta t} - K_{\tau} \Delta \mathbf{s}_{\tau} \quad (3.13)$$

donde $\mathbf{F}_{\tau,e}^{t-\Delta t}$ es el valor de la fuerza tangencial elástica en el paso de tiempo anterior; $\Delta \mathbf{s}_{\tau}$ es el desplazamiento relativo en la dirección tangencial de las partículas para el paso de tiempo Δt ; K_{τ} es la rigidez tangencial dada por la siguiente expresión:

$$K_{\tau} = R_{K_{\tau}} K_{nc} \quad (3.14)$$

donde $R_{K_{\tau}}$ es la razón de rigidez tangencial. Dado que la fuerza tangencial no puede superar el límite de Coulomb, la expresión queda representada de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_{\tau}^t = \min(|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|, \mu F_n^t) \frac{\mathbf{F}_{\tau,e}^t}{|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|} \quad (3.15)$$

donde μ es el coeficiente de fricción, el cual depende del tipo de movimiento, es decir:

$$\mu = \begin{cases} \mu_s, & \text{si no se produce deslizamiento} \\ \mu_d, & \text{si se produce deslizamiento} \end{cases} \quad (3.16)$$

El deslizamiento ocurre cuando $\mathbf{F}_{\tau,e}^t$ excede el valor de $\mu_s F_n^t$, pero cuando el valor de $\mathbf{F}_{\tau,e}^t$ disminuye por debajo del valor de $\mu_s F_n^t$, el contacto se considera no deslizante.

3.3.3 Modelo de resistencia a la rodadura

Se emplea el modelo *rolling resistance type 3* propuesto en [Wensrich & Katterfeld, 2012], con la finalidad de mejorar la caracterización de las partículas, debido a que, en la realidad, una partícula esférica presenta imperfecciones geométricas que oponen resistencia a rodar. Para representar este fenómeno, se le incorpora un momento \mathbf{M}_r a la partícula, el cual se opone a su movimiento de rodadura. La rigidez de rodadura es:

$$K_r = r_r^2 K_{\tau} \quad (3.17)$$

donde r_r es el radio de rodadura cuyo valor se determina a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{1}{r_r} = \begin{cases} \frac{1}{|\mathbf{r}_{p,i}|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_{p,j}|} & , \text{ contacto partícula y partícula} \\ \frac{1}{|\mathbf{r}|} & , \text{ contacto partícula y frontera} \end{cases} \quad (3.18)$$

donde \mathbf{r} es el vector radio de rodadura, que tiene su origen en el centroide de la partícula hasta el punto de contacto en un tiempo t . El momento de rodadura elástico se determina como:

$$\mathbf{M}_{r,e}^t = \mathbf{M}_{r,e}^{t-\Delta t} - K_r \boldsymbol{\omega}_{rel} \Delta t \quad (3.19)$$

donde $M_r^{t-\Delta t}$ es el momento de rodadura en el paso de tiempo anterior y ω_{rel} es la velocidad angular relativa entre las partículas o entre la partícula y frontera, la cual está dada por:

$$\omega_{rel} = \begin{cases} \omega_i - \omega_j & , \text{ contacto partícula y partícula} \\ \omega_i & , \text{ contacto partícula y frontera} \end{cases} \quad (3.20)$$

El momento se encuentra limitado al valor que se logra en un ángulo de rodadura de movilización completa, cuya magnitud se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$M_{r,lim} = \mu_r r_r F_n \quad (3.21)$$

donde μ_r es el coeficiente de fricción de rodadura. Por lo tanto, el momento de resistencia a la rodadura esta dado por la siguiente expresión:

$$M_r^t = \min (|M_{r,e}^t|, M_{r,lim}) \frac{M_{r,e}^t}{|M_{r,e}^t|} \quad (3.22)$$

3.4 Detección de contacto

Antes de utilizar cualquier modelo de contacto, es necesario detectar las partículas que están en contacto con otras partículas o paredes. Rocky DEM emplea el método basado en la lista de vecinos, el cual se realiza en dos etapas independientes. En la primera etapa, se crea una lista de forma aproximada de las partículas más cercanas a cada partícula en la simulación. Dado que esta operación es costosa computacionalmente, se realiza sólo después de un cierto número de pasos de tiempo de simulación y no se considera la geometría real de las partículas, si no que se emplean esferas delimitadoras alrededor de cada partícula. En la segunda etapa, que se realiza en cada paso de tiempo, se calculan las distancias exactas entre las partículas vecinas, teniendo en cuenta los parámetros geométricos reales para su posterior uso en los modelos de contacto para estimar las fuerzas de contacto. De forma similar se realiza la detección de contacto con las paredes, solo que en vez de emplear esferas delimitadoras se utilizan celdas espaciales.

En Rocky DEM, los vecinos de una partícula son todas las partículas ubicadas a una distancia menor que un valor predeterminado β como se puede observar en la Figura 3.2.

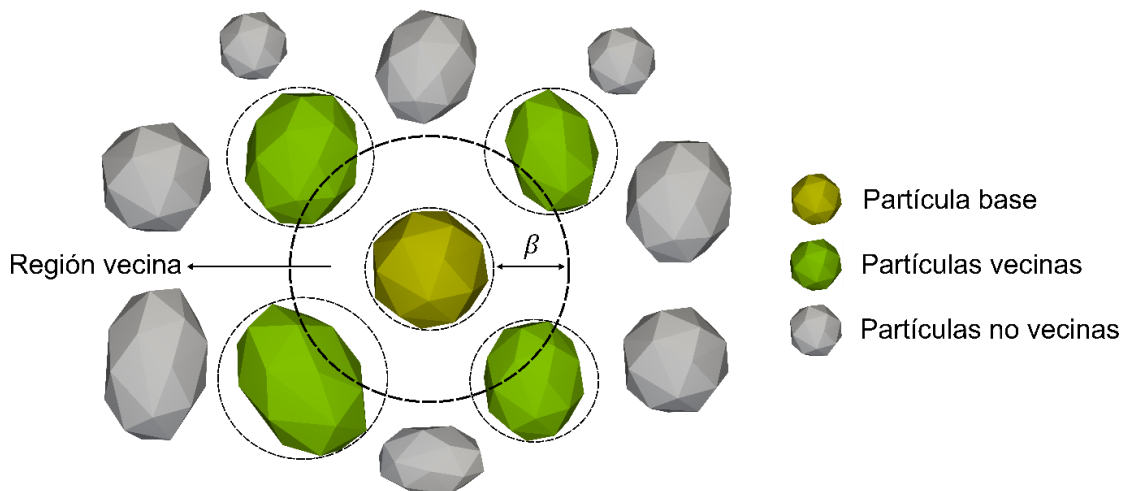


Figura 3.2. Región de vecinos de una partícula en Rocky DEM [ESSS, 2018].

CAPÍTULO 4

4 METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

En este capítulo se presenta el banco de ensayos SetupSAG y la metodología empleada en los ensayos experimentales.

4.1 Banco de ensayos SetupSAG

Los ensayos experimentales se llevaron a cabo utilizando el molino rotatorio denominado SetupSAG, el cual se encuentra localizado en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Universidad de Concepción. El SetupSAG se puede observar en la Figura 4.1 con la descripción de sus componentes principales.

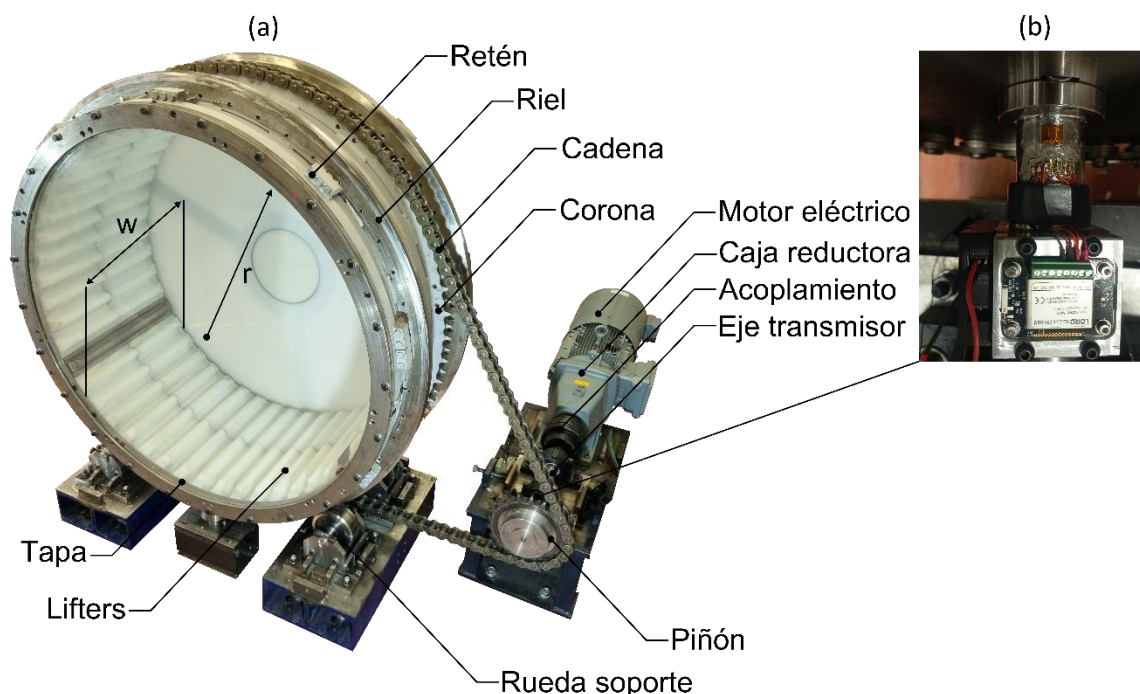


Figura 4.1. Banco de ensayos SetupSAG con un diámetro interno r de 600 mm y ancho interno w de 550.8 mm. (a) Molino rotatorio con sus componentes principales; (b) Galga extensiométrica en el eje motriz.

4.2 Motorreductor y variador de frecuencia

El SetupSAG es accionado por un motorreductor asíncrono trifásico de marca Nord, el cual se puede observar en la Figura 4.1. El modelo del motor es SK 160 LP/4 TF F IG22 y el modelo de la caja coaxial reductora es SK 42 – 160 LP/4. En la Tabla 4.1 se puede observar las características principales del motorreductor.

Se utiliza el variador de frecuencia marca CFW11, modelo MSCFW110045T 4SZ, para controlar la velocidad de rotación del motor eléctrico. Se emplea el software de parametrización de WEG denominado SuperDrive G2 para controlar en tiempo real la velocidad de rotación del motor.

Tabla 4.1. Variables características del motorreductor.

Variable característica	Magnitud
Potencia nominal, P_n	15 kW
Velocidad nominal del motor	1465 rpm
Relación de transmisión	6.65
Torque nominal	97.18 Nm
Corriente nominal y voltaje	27.9 A (400V)
Número de polos	4
Rendimiento	92.3%
Masa	122 kg
Frecuencia	50 Hz

4.3 Esquema de medición SetupSAG

En el anexo A se presenta un esquema global de la instrumentación del SetupSAG, donde se detalla la conectividad de cada sensor con su respectivo nodo y canal correspondiente. En la Tabla 4.2 se presentan las variables que se pueden obtener gracias al sistema de medición.

Tabla 4.2. Descripción de las variables a obtener asociadas a cada componente.

Componente	Sensor	Variable a obtener
Eje motriz	Strain Gauge	Torque en el eje motriz (Sprocket)
Lifter LIDG	Strain Gauge	Deformación orientada al desgaste
Lifter LICT	Strain Gauge	Deformación en la cara de trabajo
Lifter LICPR	Strain Gauge	Deformación en la cara perpendicular al radio
Soporte rueda 1	Strain Gauge	Deformación en la rueda 1
Soporte rueda 2	Strain Gauge	Deformación en la rueda 2
Soporte rueda 3	Strain Gauge	Deformación en la rueda 3
Soporte rueda 4	Strain Gauge	Deformación en la rueda 4
Fototacómetro	Fototacómetro	Velocidad de rotación del SetupSAG
Motor eléctrico	VDF (Internos)	Torque, corriente y velocidad del eje del motor

Los nodos 55978, 55979 y 55259 ilustrados en el Anexo A, son nodos inalámbricos marca LORD modelo V-LINK-200, mientras que el nodo 54090 corresponde a un nodo inalámbrico marca LORD modelo SG-LINK-200-OEM. Estos nodos tienen la función de adquirir los datos medidos por los Strain Gauges y transmitirlos a la estación base. Estos componentes se pueden observar en la Figura 4.2. Cabe destacar que la frecuencia de muestreo para la adquisición de los datos en los ensayos experimentales es de 256 Hz.

**Figura 4.2.** Nodos empleados en las mediciones experimentales: (a) Modelo V-Link-200. (b) Modelo SG-Link-200-OEM.

4.4 Condiciones de operación

En la industria minera, los molinos rotatorios operan con un porcentaje de nivel de llenado que oscila entre el 25% y el 40%, y generalmente giran a velocidades entre el 73% y el 78% de su velocidad crítica [Herbst et al., 2003, cap. 3]. No obstante, según la experiencia operativa, estos equipos también pueden operar con niveles de llenado del 20% y a velocidades del 65% de su velocidad crítica. Estas condiciones operativas se consideran en los ensayos experimentales.

En el SetupSAG se evalúan 110 condiciones operativas, en las cuales se varía la velocidad de rotación y el nivel de llenado. Se consideran 10 velocidades de rotación que se detallan en la Tabla 4.3, y 11 niveles de llenado que se detallan en la Tabla 4.4. Es relevante destacar que, experimentalmente, solo es posible controlar la velocidad de rotación del motor eléctrico, por lo tanto, para lograr los porcentajes deseados de velocidad crítica del molino, es necesario aplicar la relación de transmisión existente entre la corona y el piñón del eje transmisor.

Tabla 4.3. Velocidades de rotación para el set de pruebas experimentales.

Nomenclatura	Porcentaje de velocidad crítica	Velocidad de rotación del SetupSAG, rpm	Velocidad de rotación motor eléctrico, rpm
N_1	50%	19.437	702
N_2	55%	21.381	772
N_3	60%	23.324	842
N_4	65%	25.268	912
N_5	70%	27.212	982
N_6	75%	29.156	1053
N_7	80%	31.099	1123
N_8	85%	33.043	1193
N_9	90%	34.987	1263
N_{10}	95%	36.930	1333

Tabla 4.4. Niveles de carga para el set de pruebas experimentales.

Nomenclatura	Porcentaje de nivel de llenado	Masa total de bolas de acero, kg
J_0	0.00%	0
J_1	20.0%	542.9
J_2	22.5%	610.8
J_3	25.0%	678.7
J_4	27.5%	746.5
J_5	30.0%	814.4
J_6	32.5%	882.3
J_7	35.0%	950.1
J_8	37.5%	1018.0
J_9	40.0%	1086.0
J_{10}	42.5%	1154.0

La metodología de las pruebas experimentales consiste en fijar un nivel de llenado e ir variando la velocidad de rotación de forma ascendente. Para cada condición operativa, se extraen datos de mediciones experimentales e imágenes del movimiento de la carga durante 90 segundos cuando el molino opera en régimen estacionario.

CAPÍTULO 5

5 MODELO DEM

En este capítulo se presentan los parámetros y configuraciones de los dos modelos DEM del SetupSAG realizados en Rocky DEM. Un modelo DEM está orientado a la validación numérica y el otro está orientado al desgaste. Se emplea el mismo modelo orientado al desgaste para el estudio de la energía de la conminución.

Para los modelos DEM, se utiliza el modelo *hysteretic linear spring* propuesto en [Walton & Braun, 1986] para el cálculo de la fuerza normal, debido a que permite simular la disipación de energía plástica con bajo costo computacional. Se emplea el modelo *linear spring coulomb limit* para el cálculo de la fuerza tangencial presente en [ESSS, 2018], dado que es compatible con el modelo de fuerza normal. Además, se utiliza el modelo *Rolling resistance type 3* propuesto en [Wensrich & Katterfled, 2012] para entregar no esfericidad o rugosidad a las partículas.

5.1 Modelo geométrico genérico

El modelo geométrico base del SetupSAG se puede observar en la Figura 5.1. Este consta de cinco componentes principales, ya que son los únicos que están en contacto con las partículas en la experiencia experimental. Estos componentes son: tapa frontal, retén trasero, retén frontal, anillo y tapa trasera.

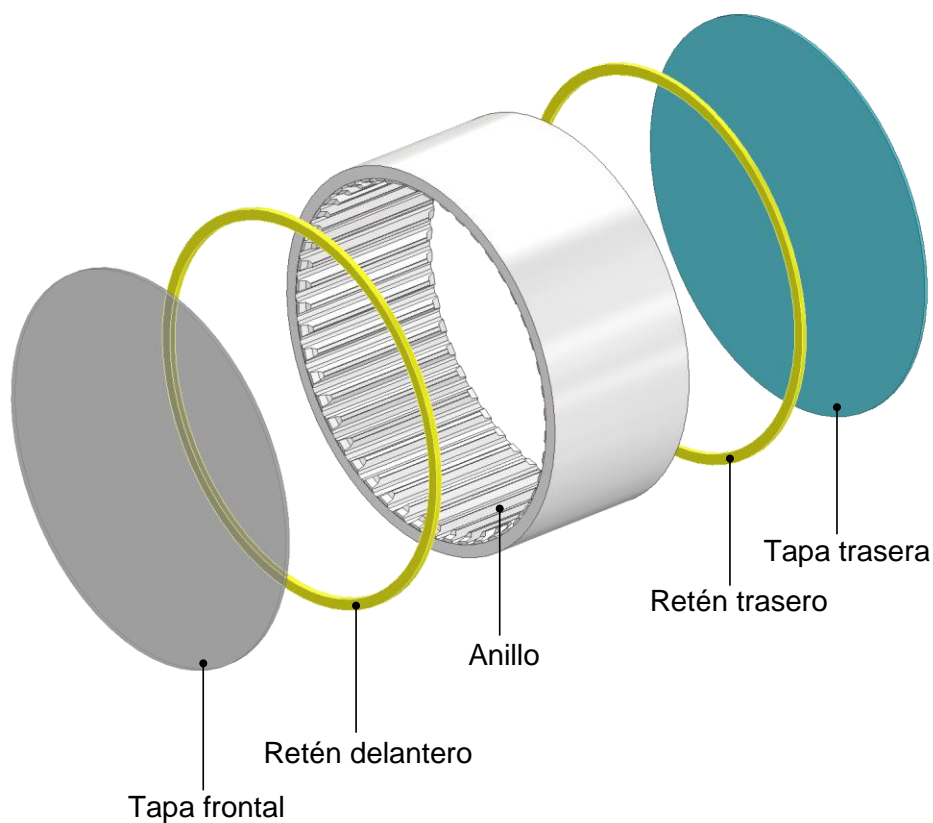


Figura 5.1. Modelo geométrico genérico del SetupSAG.

5.2 Modelo geométrico orientado al desgaste

El modelo geométrico que se emplea para estimar el desgaste en los recubrimientos se puede visualizar en la Figura 5.2. Este fue desarrollado en el software Inventor, el cual modela superficies en 3D, donde solo se consideraron las partes que están en contacto con las partículas. Es posible observar que, a diferencia del modelo genérico presentado en la Figura 5.1, el modelo geométrico orientado al desgaste contiene tres sensores virtuales dispuestos entre sí a 120° , destacados en color azul, como se muestra en la Figura 5.2.

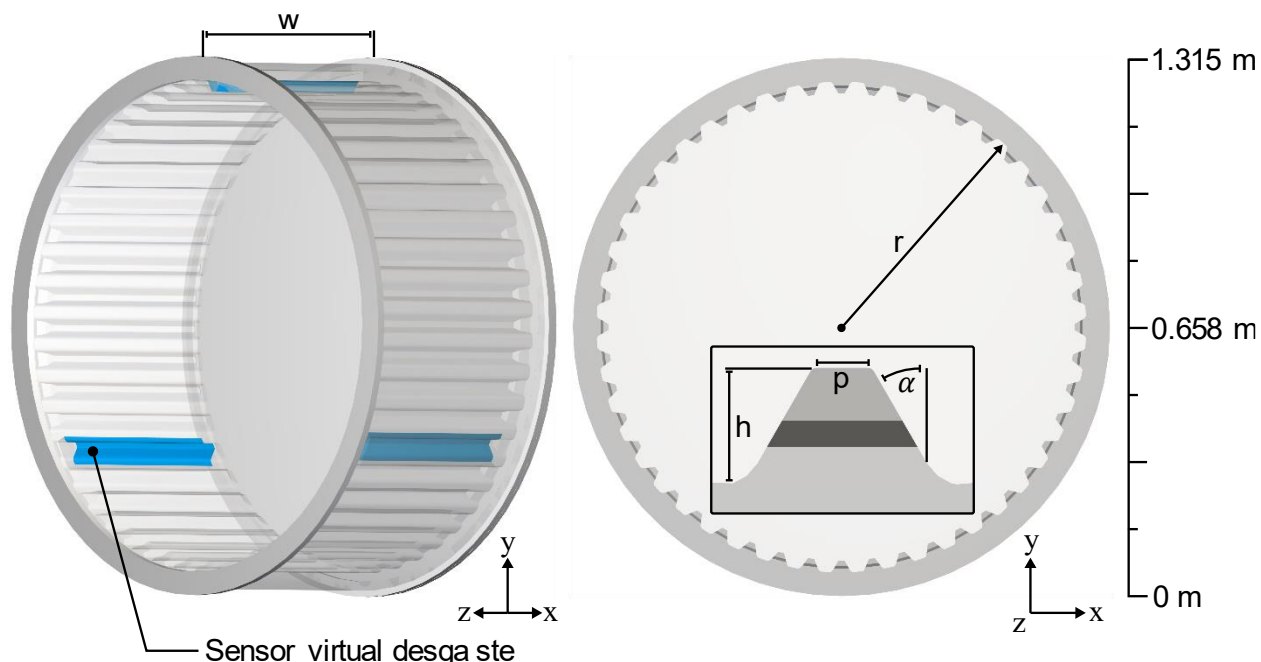


Figura 5.2. Modelo geométrico con sensores virtuales de desgaste. Las dimensiones geométricas principales son: radio interno r , 600 mm; altura recubrimiento h , 29.6 mm; ancho recubrimiento p , 12.6 mm; ángulo recubrimiento α , 30° ; y ancho anillo w , 550.8 mm. El retén frontal y trasero tienen un ancho de 20 mm y 15 mm, respectivamente.

Los sensores virtuales son utilizados para estimar el desgaste que generan las partículas al deslizarse e impactar su superficie. Se emplean estos sensores por tres razones principales. La primera es reducir los costos computacionales respecto a la extracción de datos. Esto se debe a que el software Rocky DEM extrae datos de los nodos y celdas de la geometría completa, y al generar una geometría independiente, la cantidad de datos por paso de tiempo de simulación se reduce considerablemente, al igual que el tiempo de extracción. La segunda razón es reducir los costos computacionales en las simulaciones. Esto se debe a que, para estudiar el desgaste, es necesario tener un tamaño de elemento de malla apropiado. Por lo tanto, a la geometría independiente se le puede asignar una mayor cantidad de elementos de malla en comparación a la geometría completa, permitiendo así reducir el tamaño del archivo de simulación y el tiempo de simulación. La tercera razón es que los modelos de desgaste a utilizar solo son aplicables a materiales dúctiles. Por lo tanto, la geometría independiente será de dicho material y así el resto de los componentes mantendrán sus propiedades reales.

En la Figura 5.3 se puede observar con mayor detalle un sensor virtual de desgaste. Es posible apreciar que este sensor corresponde a una superficie, esto se debe a dos principales razones: primero, ayuda a reducir la cantidad de datos a extraer, y segundo, las partículas identifican dicha geometría como si fuese el anillo. Este sensor está compuesto por 8510 elementos triangulares,

donde la longitud de su lado más largo tiene un tamaño promedio de 5.5 mm. Este tamaño es seleccionado para que cada partícula de diámetro de 16 mm esté únicamente en contacto con un elemento de malla a bajas y altas velocidades de rotación. El mallado se realiza directamente en el software Rocky DEM.

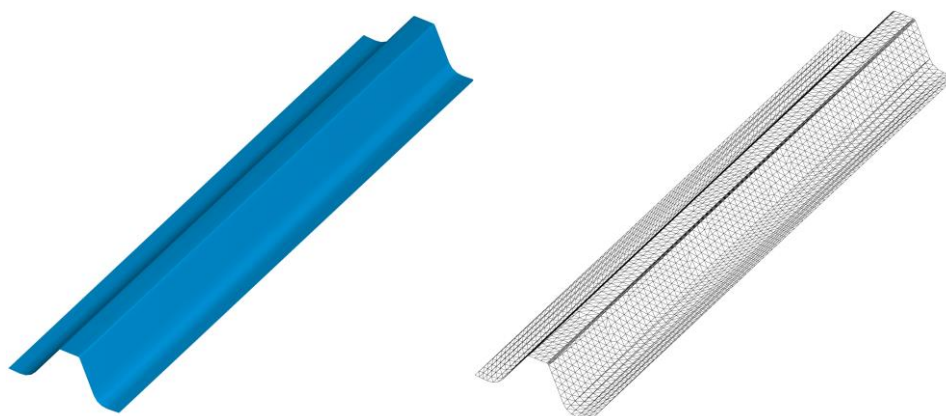


Figura 5.3. Sensor virtual de desgaste. (a) Modelo CAD en Rocky DEM. (b) Mallado del sensor en Rocky DEM.

El tamaño de los elementos de malla asignado a los sensores virtuales de desgaste es más pequeño que el resto de los componentes, como se puede observar en la Figura 5.4. De esta manera, se logra obtener una estimación más precisa del desgaste y, al mismo tiempo, reducir los costos computacionales.

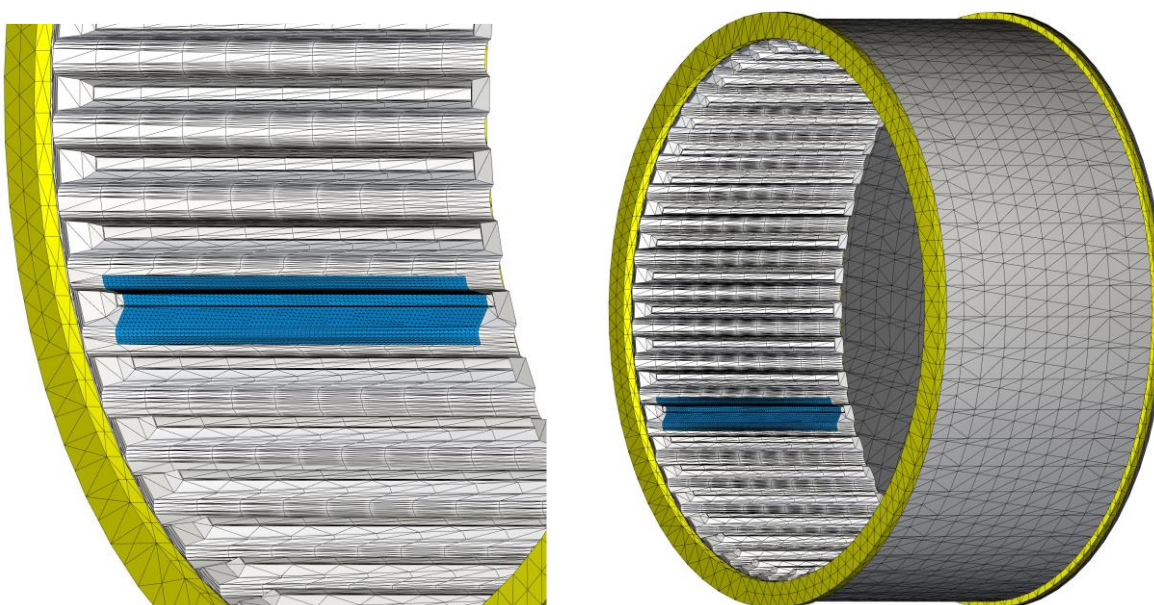


Figura 5.4. Mallado de los componentes del SetupSAG.

5.3 Modelo geométrico orientado a la validación numérica

A diferencia del modelo geométrico mostrado en la Figura 5.2, el modelo que se emplea para validación numérica se puede visualizar en la Figura 5.5. Este contiene tres sensores virtuales dispuestos a 120° entre sí, que replican el diseño de la zona de medición del lifter instrumentado

LICT instalado en el molino. Cabe destacar que sólo se diferencia del modelo geométrico orientado al desgaste en la forma del sensor virtual.

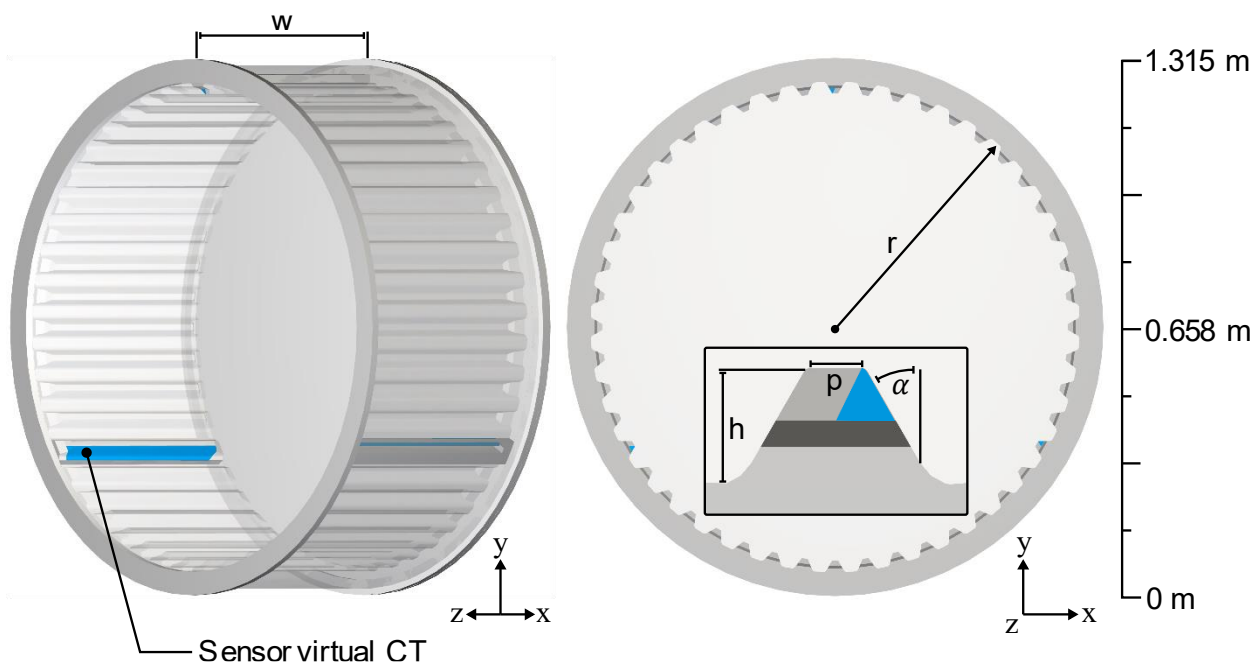


Figura 5.5. Modelo geométrico con sensores virtuales CT. Las dimensiones geométricas principales son: radio interno r , 600 mm; altura recubrimiento h , 29.6 mm; ancho recubrimiento p , 12.6 mm; ángulo recubrimiento α , 30°; y ancho anillo w , 550.8 mm. El retén frontal y trasero tienen un ancho de 20 mm y 15 mm, respectivamente.

En la Figura 5.6 se puede ver con mayor detalle el sensor virtual LICT. Este está compuesto por dos componentes principales: una carcasa base rígida y una placa que simula el movimiento relativo de la cara de trabajo del lifter instrumentado. La finalidad de este sensor es obtener la fuerza que generan las partículas en la dirección normal de la cara de trabajo.

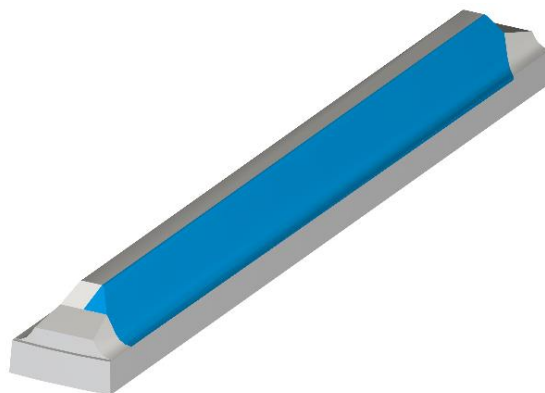


Figura 5.6. Modelo geométrico del sensor virtual LICT.

5.4 Parámetros de los materiales

El material de cada componente del SetupSAG, así como de los sensores virtuales y de las partículas, se presentan en la Figura 5.1. Estos fueron asignados directamente en la modelación DEM.

Tabla 5.1. Asignación del material en el software DEM.

Componente	Material
Sensores desgaste	Acero
Anillo	Polietileno HMW
Tapa frontal	Acrílico
Tapa trasera	Polietileno HMW
Retén frontal	Acero
Retén trasero	Acero
Sensores LICT	Acero
Partículas	Acero

En la Tabla 5.2 se muestran las propiedades mecánicas de los materiales. Los valores de estas propiedades fueron obtenidos de catálogos de fabricantes, revistas científicas y de forma experimental.

Tabla 5.2. Propiedades de los materiales.

Propiedad	Valor	Unidad	Fuente
Densidad sólida del acero	7830	kg/m ³	[ASM International, 2019]
Densidad sólida del HMW	954	kg/m ³	[Mecánica plástica, 2023]
Densidad sólida del acrílico	1200	kg/m ³	[Arkema, 2010]
Módulo de Young del acero	193000	MPa	[ASM International, 2019]
Módulo de Young del HMW	1177.2	MPa	[Mecánica plástica, 2023]
Módulo de Young del acrílico	2700	MPa	[Arkema, 2010]
Coefficiente de Poisson del acero	0.30	-	[ASM International, 2019]
Coefficiente de Poisson del HMW	0.45	-	[PPI, 2019]
Coefficiente de Poisson del acrílico	0.35	-	[Arkema, 2010]
Fracción de sólido a granel	0.573	-	Experimentalmente
Dureza superficie de acero	1.829	GPa	[Archard, 1980]
Presión de flujo plástico	2.744	GPa	[Xu, Luo & Zhao, 2018]

Los parámetros de contacto de los materiales se muestran en la Tabla 5.3. Los coeficientes de roce fueron determinados mediante ensayos experimentales de plano inclinado, mientras que los coeficientes de restitución se obtuvieron a través de ensayos de colisión. La metodología utilizada en estos ensayos se basó en [Venegas, 2019].

Tabla 5.3. Parámetros de contacto de los materiales.

Propiedad	Valor	Metodología
Coefficiente de roce estático, acero/acero, $\mu_{s_{aa}}$	0.3144	Ensayo de plano inclinado
Coefficiente de roce dinámico, acero/acero, $\mu_{d_{aa}}$	0.2399	Ensayo de plano inclinado
Coefficiente de roce estático, acero/HMW, $\mu_{s_{ah}}$	0.1725	Ensayo de plano inclinado
Coefficiente de roce dinámico, acero/HMW, $\mu_{d_{ah}}$	0.1686	Ensayo de plano inclinado
Coefficiente de roce estático, acero/acrílico, $\mu_{s_{ac}}$	0.45	[Ali-Kawaz et al., 2017]
Coefficiente de roce dinámico, acero/acrílico, $\mu_{d_{ac}}$	0.40	[Punset et al., 2022]
Coefficiente de rodadura, partícula de acero, μ_{r_a}	0.01	[Jayasundara & Zhu, 2022a]
Coefficiente de restitución, acero/acero, ε_{aa}	0.8132	Ensayo de colisión
Coefficiente de restitución, acero/acrílico, ε_{ac}	0.6352	Ensayo de colisión
Coefficiente de restitución, acero/HMW, ε_{ah}	0.6718	Ensayo de colisión

La partícula que se utiliza en los ensayos experimentales y que se modela en Rocky DEM se puede observar en la Figura 5.7. Esta tiene forma esférica con un diámetro de 16 mm.

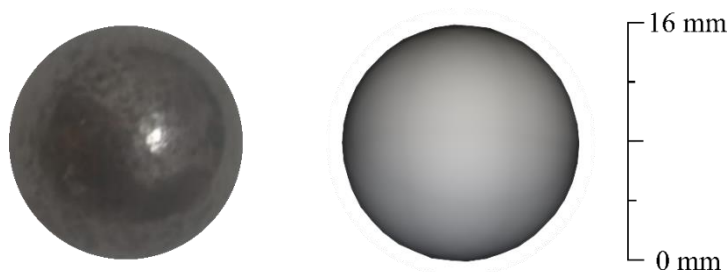


Figura 5.7. Partícula: (a) Real. (b) Modelada en DEM.

5.5 Flujo de alimentación

El SetupSAG se carga utilizando una superficie geométrica rectangular, como se puede observar en la Figura 5.8. La superficie tiene dimensiones de 1.1 m de largo y 0.55 m de ancho. El tiempo de flujo de llenado es de 2 s para todas las condiciones operativas. En la Tabla 5.4 se puede observar el valor del flujo de alimentación configurado en el software DEM.

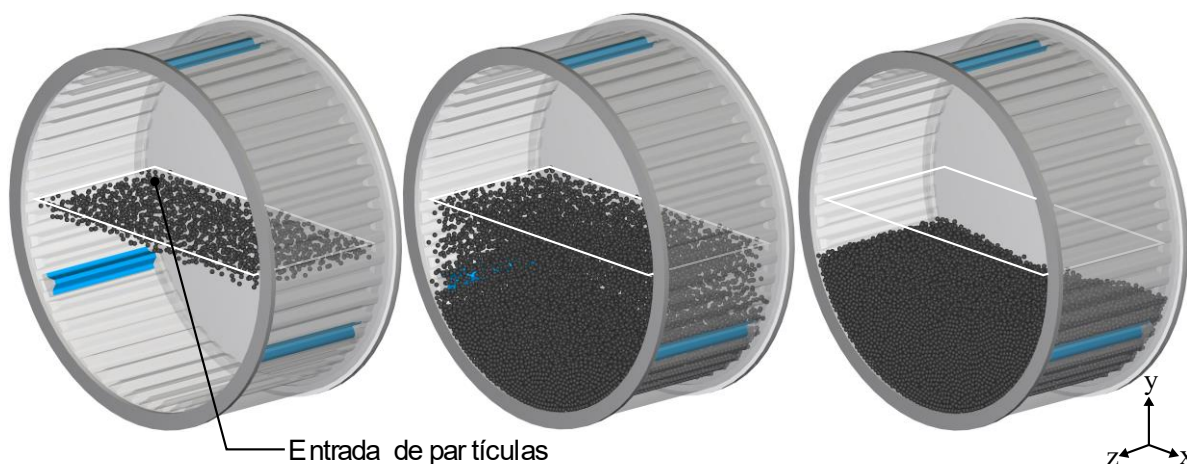


Figura 5.8. Forma de llenado en el interior del SetupSAG. (a) Inicio del proceso de carga. (b) Flujo de llenado en el tiempo de 1 s. (c) Proceso de carga finalizado.

Tabla 5.4. Valor del flujo de alimentación configurado en el software DEM.

Nivel de carga	Flujo de alimentación, ton/h	Cantidad de partículas
J_1	976.752	32315
J_2	1098.95	36357
J_3	1221.13	40399
J_4	1343.10	44435
J_5	1465.25	48476
J_6	1587.43	52518
J_7	1709.43	56554
J_8	1831.57	60595
J_9	1953.93	64643
J_{10}	2076.27	68690

5.6 Condiciones operativas del modelo DEM

El SetupSAG tiene la capacidad de operar bajo diversas combinaciones de niveles de carga y velocidades de rotación. Las condiciones de operación que se utilizan en las simulaciones DEM, coinciden con las empleadas en las mediciones experimentales, las cuales se detallan en la Tabla 4.3 y Tabla 4.4. En la Tabla 5.5, se muestra la matriz de combinaciones de condiciones de operación empleadas en las simulaciones DEM.

Tabla 5.5. Condiciones operativas consideradas en la modelación DEM.

Condición	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}
N_1	J_1N_1	J_2N_1	J_3N_1	J_4N_1	J_5N_1	J_6N_1	J_7N_1	J_8N_1	J_9N_1	$J_{10}N_1$
N_2	J_1N_2	J_2N_2	J_3N_2	J_4N_2	J_5N_2	J_6N_2	J_7N_2	J_8N_2	J_9N_2	$J_{10}N_2$
N_3	J_1N_3	J_2N_3	J_3N_3	J_4N_3	J_5N_3	J_6N_3	J_7N_3	J_8N_3	J_9N_3	$J_{10}N_3$
N_4	J_1N_4	J_2N_4	J_3N_4	J_4N_4	J_5N_4	J_6N_4	J_7N_4	J_8N_4	J_9N_4	$J_{10}N_4$
N_5	J_1N_5	J_2N_5	J_3N_5	J_4N_5	J_5N_5	J_6N_5	J_7N_5	J_8N_5	J_9N_5	$J_{10}N_5$
N_6	J_1N_6	J_2N_6	J_3N_6	J_4N_6	J_5N_6	J_6N_6	J_7N_6	J_8N_6	J_9N_6	$J_{10}N_6$
N_7	J_1N_7	J_2N_7	J_3N_7	J_4N_7	J_5N_7	J_6N_7	J_7N_7	J_8N_7	J_9N_7	$J_{10}N_7$
N_8	J_1N_8	J_2N_8	J_3N_8	J_4N_8	J_5N_8	J_6N_8	J_7N_8	J_8N_8	J_9N_8	$J_{10}N_8$
N_9	J_1N_9	J_2N_9	J_3N_9	J_4N_9	J_5N_9	J_6N_9	J_7N_9	J_8N_9	J_9N_9	$J_{10}N_9$
N_{10}	J_1N_{10}	J_2N_{10}	J_3N_{10}	J_4N_{10}	J_5N_{10}	J_6N_{10}	J_7N_{10}	J_8N_{10}	J_9N_{10}	$J_{10}N_{10}$

Para el estudio del desgaste, las simulaciones de cada condición de operación se realizan de forma independiente. Cada simulación se divide en 4 etapas principales: la etapa de llenado, la etapa de aceleración, la etapa de estabilización y la etapa de régimen estacionario. Durante la etapa de llenado, el molino permanece detenido durante 2 s. En la etapa de aceleración, se incrementa la velocidad del molino durante 4.5 s hasta alcanzar la velocidad de rotación deseada. En la etapa de estabilización, el molino completa aproximadamente una revolución con el objetivo de alcanzar un régimen de operación estacionario. Finalmente, en la etapa de régimen estacionario, el molino realiza 24 revoluciones, rango de operación donde se estudia el desgaste. Las simulaciones para validar la fuerza en la cara de trabajo siguen la misma metodología.

Para el estudio de la energía de la conminución, se realizan simulaciones en las que se mantiene un nivel de llenado y se varía la velocidad de rotación de forma ascendente escalonada. Al comienzo de cada simulación, el molino permanece detenido durante 2 s para su llenado. Luego, el molino acelera durante 3 s hasta la primera velocidad de rotación de estudio. Para las velocidades posteriores, el molino solo se acelera durante 1 s. Cada velocidad de rotación se mantiene durante 7 s, donde el primer segundo no se considera en el estudio ya que es un periodo de estabilización. Con esta configuración, el molino completa más de dos revoluciones para todas las condiciones operativas durante los 6 s de operación.

5.7 Condiciones de simulación

Se modela el SetupSAG en el software Rocky DEM 4.4.2, y se simula en el clúster The Southern GPU Cluster con 2 GPU GTX 980 Ti por tarea a una frecuencia de muestreo de 250 Hz. El tiempo de simulación para estimar el desgaste dependerá de la velocidad de rotación del molino, en cambio, el tiempo de simulación para estimar la energía de la conminución es de 84 s. Las simulaciones para estimar el desgaste se demoran alrededor de 10 horas por cada condición operativa, mientras que las simulaciones para estimar la energía de la conminución se demoran alrededor de 20 horas. Las simulaciones para estimar el desgaste tienen un tamaño promedio de 90 GB, y las simulaciones para estimar las energías tienen un tamaño promedio de 190 GB.

CAPÍTULO 6

6 Validación numérica

En este capítulo se presenta una comparación entre los ensayos experimentales y los resultados de simulación DEM, con el objetivo de validar el modelo numérico antes de realizar un análisis detallado del desgaste en los recubrimientos y de la energía de la conminución. En primer lugar, se presenta de forma visual el comportamiento de las partículas dentro del molino en diferentes condiciones operativas. Luego, se analiza el torque que generan las partículas durante el funcionamiento del molino. Por último, se presenta la fuerza generada por las partículas al entrar en contacto con la cara de trabajo de un recubrimiento.

6.1 Movimiento de la carga del molino rotatorio

En la Figura 6.1, se aprecia el movimiento de las partículas en el interior del SetupSAG operando con los sensores virtuales de desgaste a una velocidad de rotación N_6 y un nivel de llenado J_6 a los 22.928 segundos de simulación.

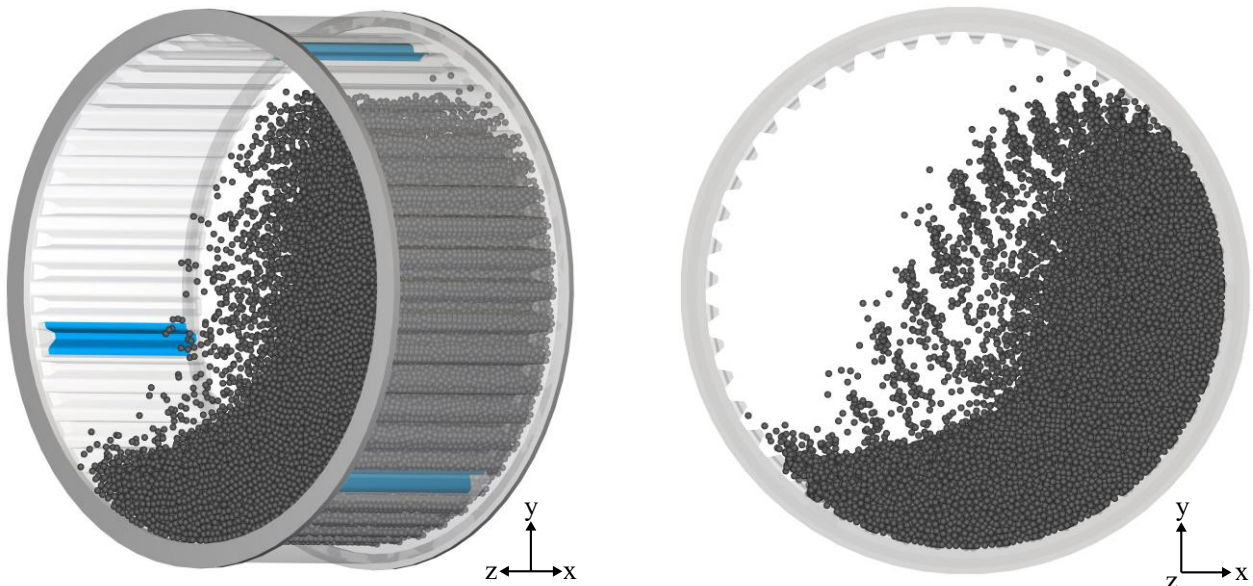


Figura 6.1. Movimiento de la carga en el interior del SetupSAG con los sensores virtuales de desgaste a los 22.928 segundos de simulación.

En la Figura 6.2 se presenta una comparación entre lo experimental y lo simulado por DEM para un nivel de llenado J_5 y diversas velocidades de rotación. Es posible observar que el modelo numérico predice de forma similar la distribución espacial de las partículas. Con el objetivo de abarcar otras condiciones de operación, en el Anexo B se muestra una comparación entre lo experimental y DEM empleando los niveles de llenado J_1 y J_9 . Cabe señalar que solo se consideraron puntos extremos e intermedios de llenado, con el propósito de comparar un amplio rango de condiciones de operación.

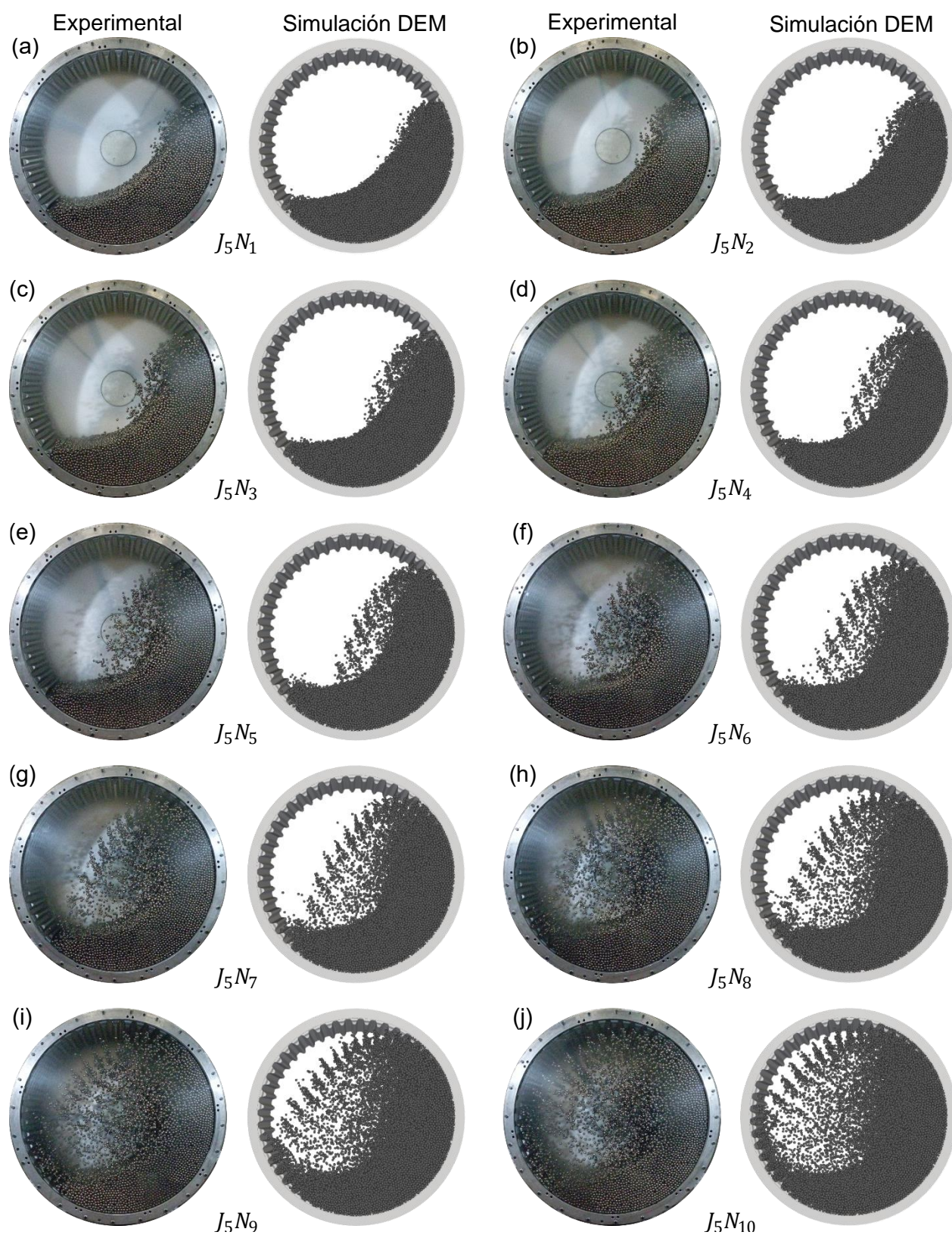


Figura 6.2. Comparación visual del movimiento de las partículas en el interior del SetupSAG entre condiciones experimentales y simuladas para un nivel de llenado J_5 .

6.2 Torque experimental v/s DEM

En la Figura 6.3 se muestran la potencia y el torque estimados a partir de las simulaciones DEM para 100 condiciones de operación diferentes, en función del porcentaje de velocidad crítica del molino. Los valores representan el promedio cuando el molino opera en estado estacionario. La potencia y el torque se estimaron a partir de las ecuaciones (6.1) y (6.2), respectivamente.

$$P_{DEM} = P_{anillo} + P_{tapas} + P_{retenes} \quad (6.1)$$

$$T_{DEM} = \frac{P_{DEM}}{\omega} \quad (6.2)$$

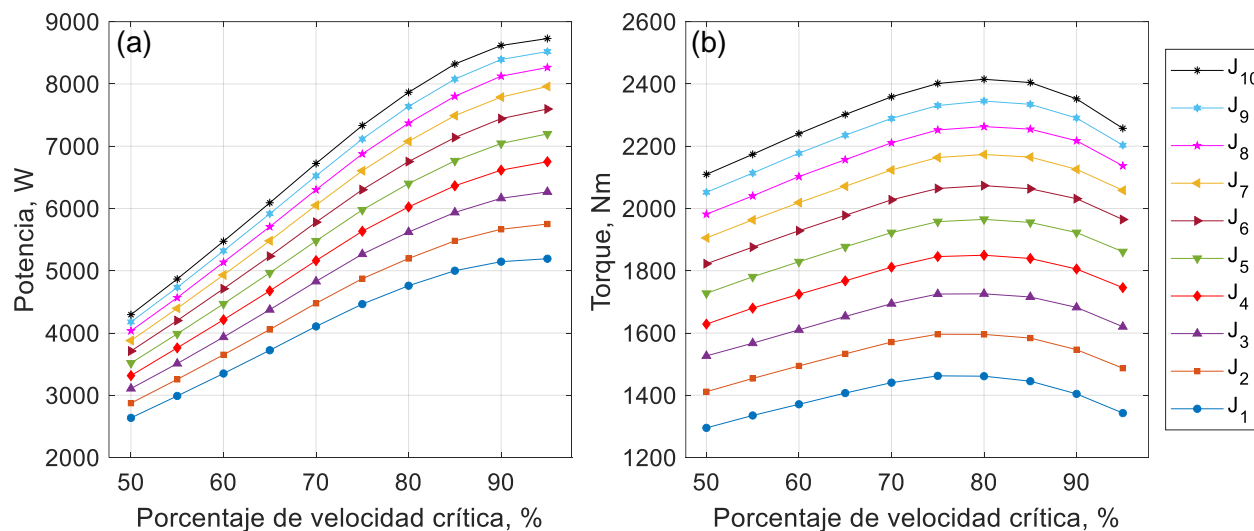


Figura 6.3. Potencia y torque DEM en función del porcentaje de velocidad crítica del molino para 100 condiciones de operación. (a) Potencia DEM. (b) Torque DEM.

En la Figura 6.4 se aprecia la potencia y el torque DEM en función del nivel de llenado del molino.

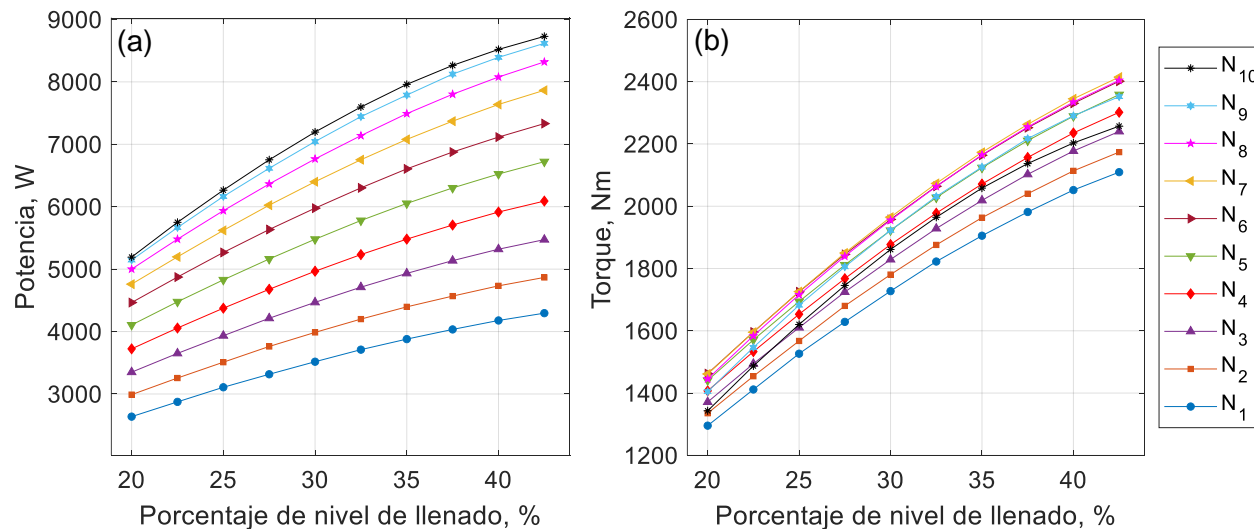


Figura 6.4. Potencia y torque DEM en función del porcentaje de nivel de llenado del molino para 100 condiciones de operación. (a) Potencia DEM. (b) Torque DEM.

El torque extraído de las simulaciones solo contempla el efecto de las partículas. Por lo tanto, para realizar una comparación más rigurosa entre lo experimental con lo simulado, el torque experimental se determina a partir de la siguiente expresión:

$$T_{Exp} = T_{ExpC} - T_{ExpV} \quad (6.3)$$

Donde T_{ExpC} corresponde al torque medido en el eje motriz cuando el molino opera con carga, y T_{ExpV} corresponde al torque medido en el eje motriz cuando el molino opera en vacío. El propósito de emplear esta ecuación es considerar de forma aproximada solo el efecto de las partículas.

En la Figura 6.5 se puede apreciar la señal de torque que entrega la galga extensiométrica situada en el eje motriz. En la Figura 6.5 (a) se puede observar la señal de torque cuando el molino realiza 10 revoluciones en vacío a una velocidad de rotación N_6 (29.166 rpm), mientras que en la Figura 6.7 (b) se presenta la señal de torque con un nivel de carga J_6 (882.3 kg) para la misma velocidad de rotación. Ambas señales tienen una diferencia de fase de 0° .

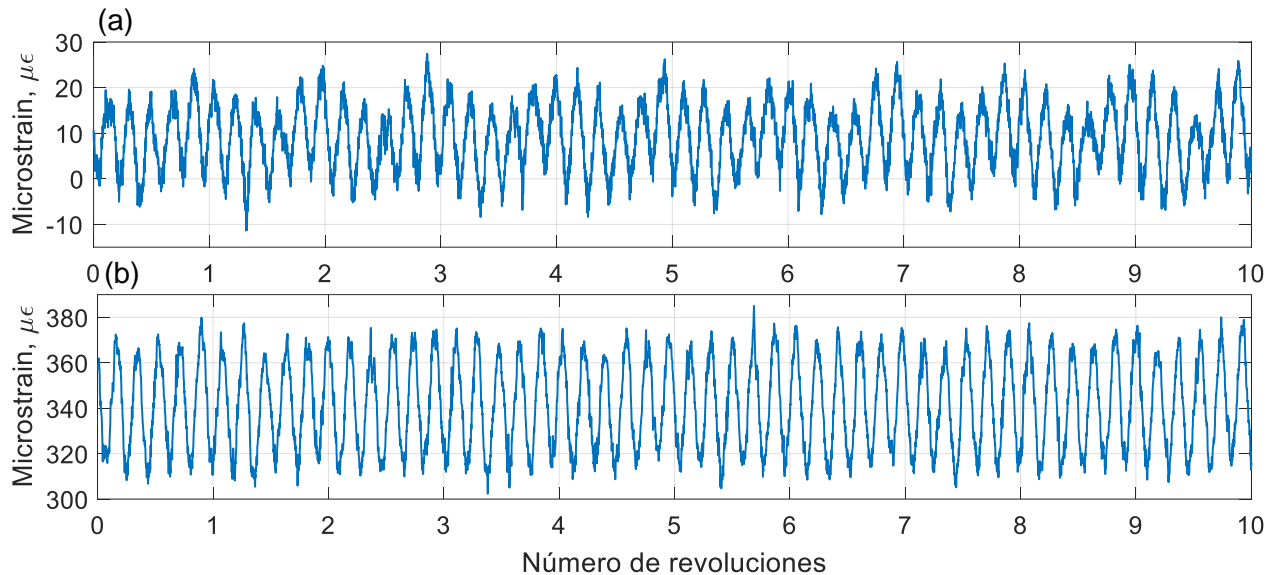


Figura 6.5. Señal de deformación en el eje motriz cuando el molino opera a una velocidad de rotación N_6 (75%) y con un nivel de llenado: (a) J_0 (0%). (b) J_6 (32.5%).

De la Figura 6.5, es posible observar que la magnitud de la señal en vacío es considerablemente inferior a la señal con un nivel de llenado. Esto indica que los efectos externos a las partículas no influyen de manera significativa a la magnitud del torque experimental. Por otro lado, es posible observar también que ambas señales tienen un comportamiento sinusoidal, esto se debe a que el eje se encuentra ligeramente flectado. A modo de ejemplo referencial, el valor promedio de la señal mostrada en la Figura 6.5 (a) es de $9.15 \mu\epsilon$, mientras que el valor promedio de la señal en la Figura 6.5 (b) es de $341.79 \mu\epsilon$, aplicando la ecuación (6.3) da un valor promedio de $332.64 \mu\epsilon$. Si se restan ambas señales y se determina el promedio, da un valor de $330.16 \mu\epsilon$. En esta investigación se utilizará la segunda metodología.

Al calcular el valor promedio de las señales de torque para cada condición de operación durante el estado estacionario del molino, y al utilizar estos valores en la ecuación (6.3) junto con la curva de calibración, se obtiene el torque que generan las partículas de forma aproximada en el SetupSAG. En la Figura 6.6 se pueden observar las curvas experimentales de torque en función del porcentaje de la velocidad crítica del molino.

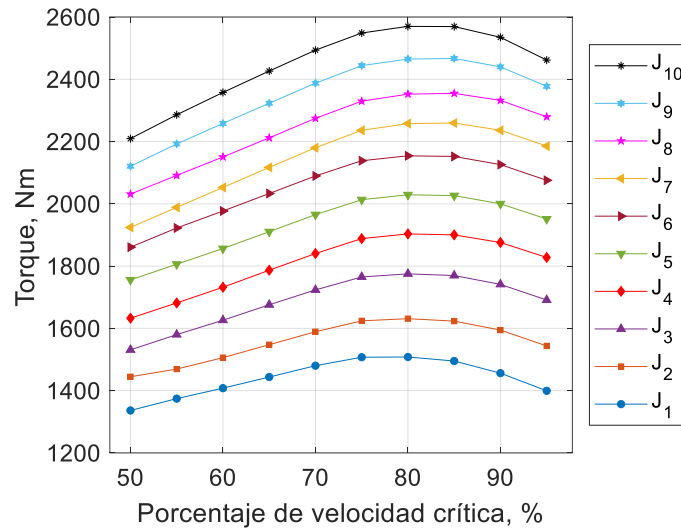


Figura 6.6. Torque experimental para 100 condiciones de operación en función del porcentaje de la velocidad crítica del molino.

En la Figura 6.7 se pueden observar las curvas experimentales de torque en función del porcentaje de nivel de llenado del molino.

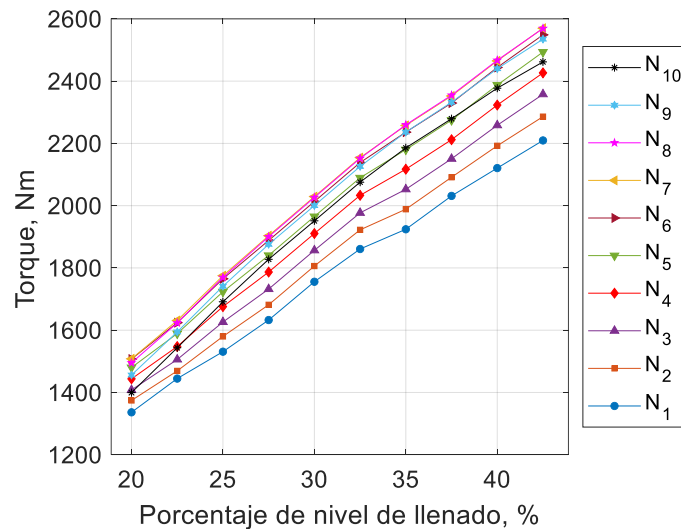


Figura 6.7. Torque experimental para 100 condiciones de operación en función del porcentaje de la velocidad crítica del molino.

Con el objetivo de ver de mejor manera la diferencia en magnitud entre los valores de torque medidos experimentalmente y los obtenidos por DEM, se estima el error relativo para cada condición de operación al emplear la ecuación (6.4). Estos errores relativos para las 100 condiciones de operación se presentan en la Figura 6.8. Se puede observar que la diferencia de magnitud entre los valores experimentales y simulados no superan el 10%.

$$e_{rel}(\%) = \frac{T_{Exp} - T_{DEM}}{T_{Exp}} \cdot 100 \quad (6.4)$$

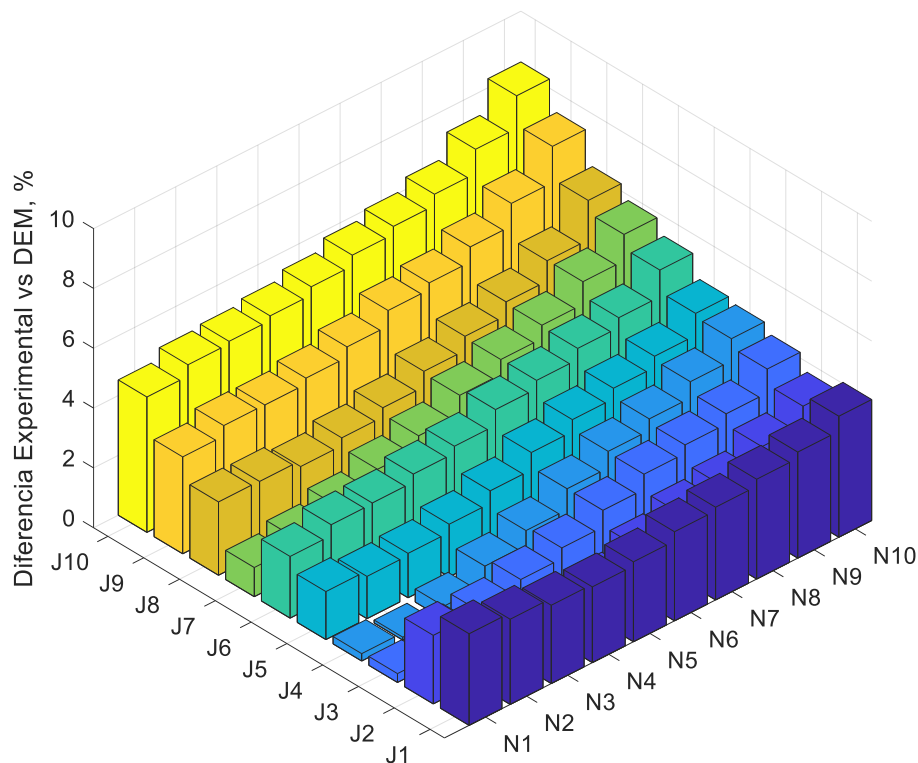


Figura 6.8. Error relativo porcentual entre el torque experimental y el obtenido mediante DEM para las 100 condiciones de operación.

Con el objetivo de observar las diferencias de tendencia entre las curvas de torque obtenidas experimentalmente y mediante DEM, las cuales varían función de la velocidad de rotación, se normalizan y se superponen. En el Anexo C, se muestra la comparación de las curvas de torque para los 10 niveles de llenado. Del Anexo, se destacan las curvas de torque para los niveles de llenado J_1 y J_7 , las cuales se muestran en la Figura 6.8, debido a que el nivel de llenado J_1 presenta el menor error de tendencia, mientras que el nivel de llenado J_7 presenta el mayor error. Este error se estimó mediante la variación en tendencia entre condiciones de operación iguales.

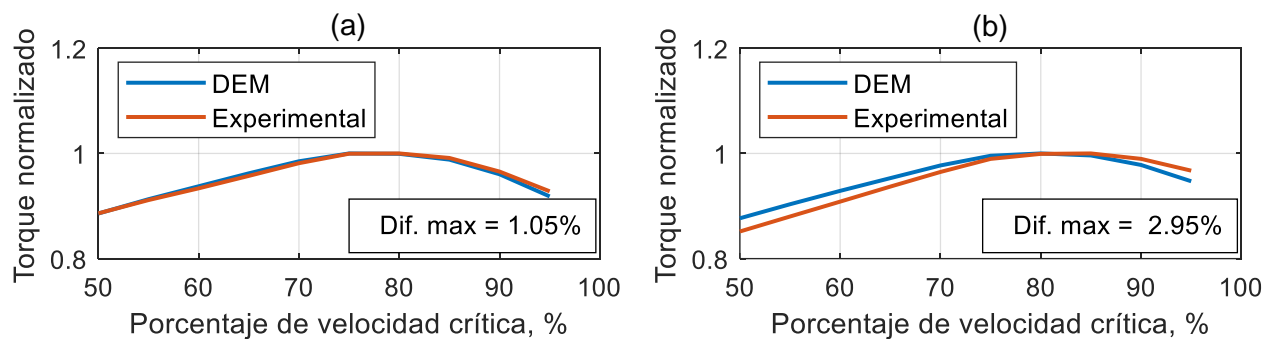


Figura 6.9. Comparación entre curvas normalizadas de torque calculadas experimentalmente y mediante DEM para un nivel de llenado: (a) J_1 , (b) J_7 .

6.3 Fuerza en la cara de trabajo

En la Figura 6.10 se puede observar la señal experimental de deformación que entrega el lifter instrumentado LICT para la condición de operación $J_6 N_6$. En (a) se muestra la señal cuando el molino opera en vacío, en (b) se observa la señal cuando el molino opera con el nivel de llenado J_6 , en (c) se presentan ambas señales superpuestas, y en (d) se visualiza la señal filtrada al restar la señal J_6 con la señal J_0 . Es posible observar que, debido a la magnitud de la carga en el interior del molino, la señal en vacío no es predominante. El objetivo de restar ambas señales es obtener una nueva señal de deformación que cuantifica de forma aproximada solo el efecto de las partículas.

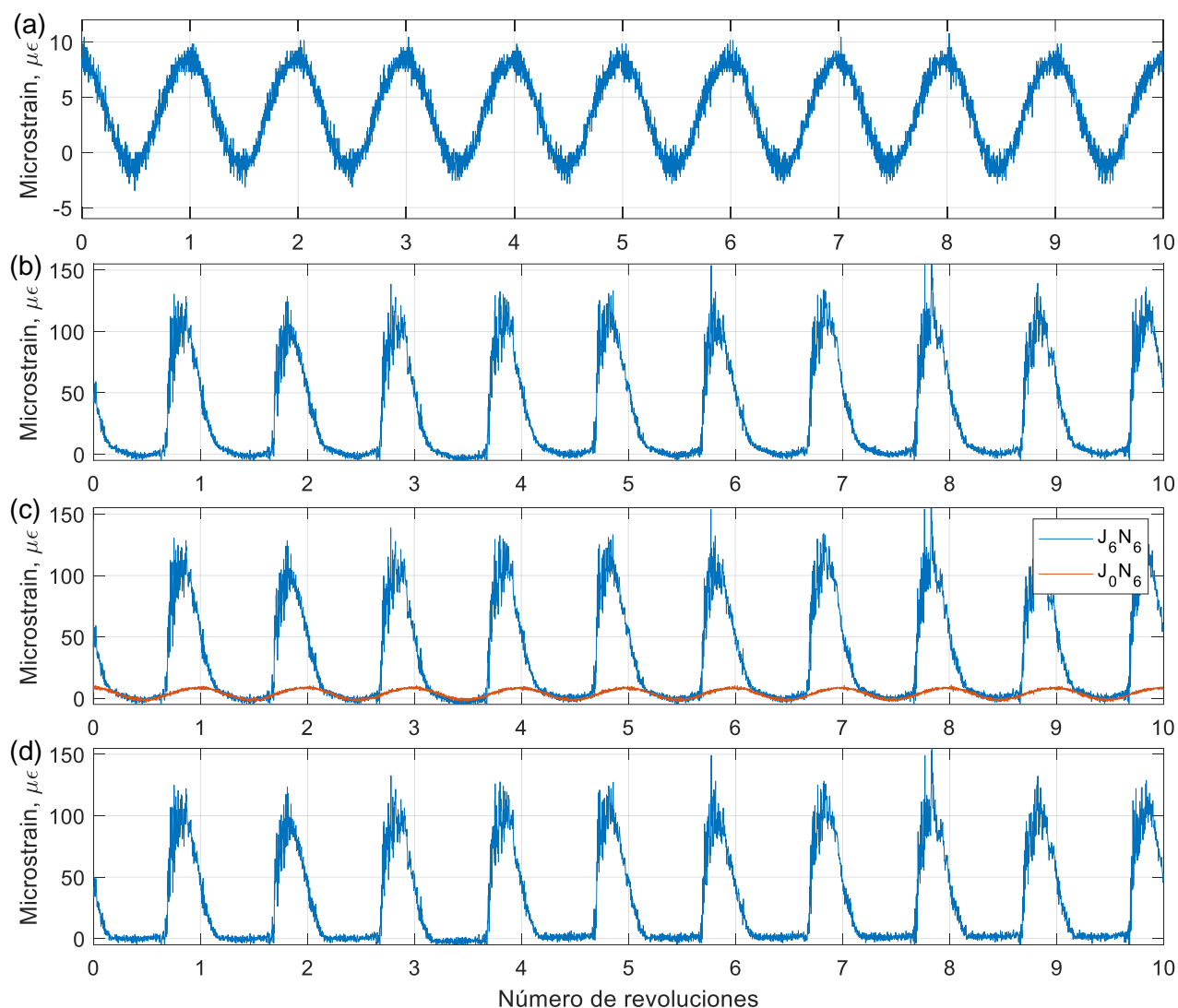


Figura 6.10. Medición del lifter instrumentado LICT para un porcentaje de velocidad crítica N_6 . (a) SetupSAG operando en vacío. (b) SetupSAG operando con un nivel de llenado J_6 . (c) Superposición de las señales J_0 y J_6 . (d) Señal filtrada.

De la Figura 6.10 (d), se observa que la señal de deformación presenta un comportamiento repetitivo en forma de pulsos por cada revolución del molino, los cuales presentan cierto grado de variación. Esto se debe a la distribución espacial aleatoria que tienen las partículas en cada revolución. Por lo tanto, para determinar una tendencia comparativa, se determina el promedio

de 25 pulsaciones, obteniéndose así la curva de valor promedio que se presenta en la Figura 6.11.

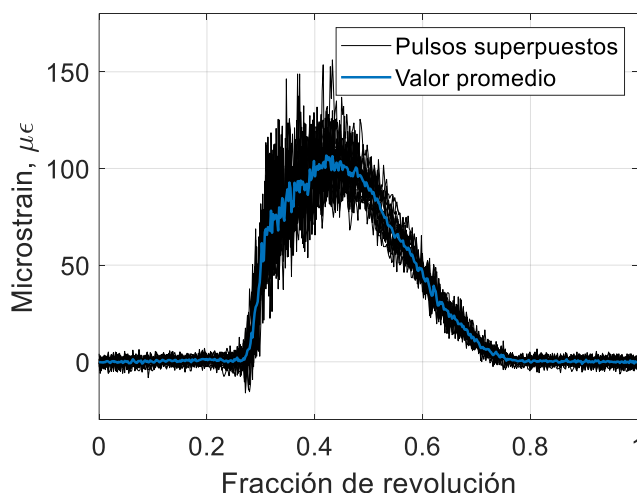


Figura 6.11. Pulso experimental promedio cuando el SetupSAG opera en la condición J_6N_6 .

Al aplicar el mismo procedimiento anterior para las condiciones de operación J_3N_6 , J_9N_6 , J_6N_3 y J_6N_9 , se obtienen las curvas de las Figura 6.12. Se consideraron estas condiciones de operación debido a que representan puntos de operación extremos e intermedios común en molinos industriales. En el Anexo D se muestran los valores promedio superponiéndose con los datos.

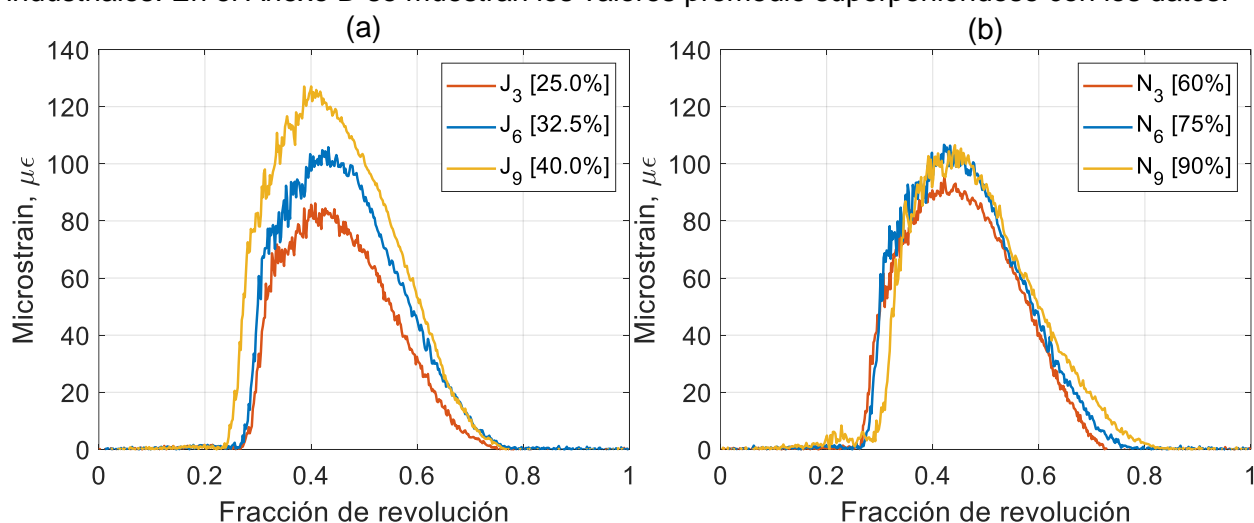


Figura 6.12. Pulsos experimentales promedio: (a) SetupSAG operando a una velocidad de rotación N_6 con 3 diferentes niveles de carga. (b) SetupSAG operando con un nivel de llenado J_6 con 3 diferentes niveles de velocidad.

De la Figura 6.12, es posible observar que el aumento del nivel de carga del SetupSAG incrementa la fuerza normal en la cara de trabajo del lifter. En cambio, el incremento de la velocidad de rotación del SetupSAG no necesariamente resulta en un incremento de la fuerza normal en la cara de trabajo. Esto se debe a que, al ir aumentando la velocidad de rotación, cada vez son más las partículas suspendidas en el aire.

Por otro lado, en la Figura 6.13 se pueden observar las fuerzas estimadas por DEM en el lifter virtual LICT. Se ve que la forma de los pulsos simulados coincide con la de los experimentales.

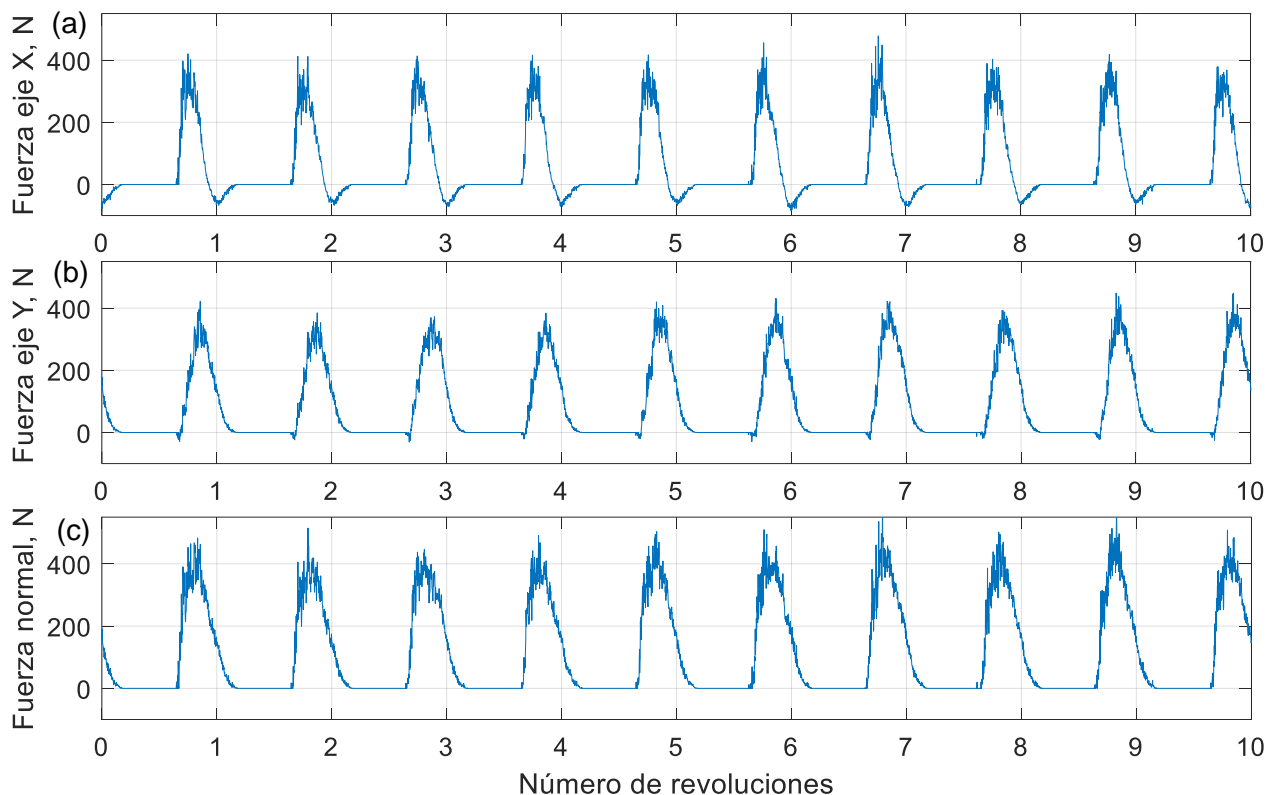


Figura 6.13. Fuerzas en el lifter LICT obtenido por DEM para la condición de operación J_6N_6 : (a) Fuerza en la dirección x. (b) Fuerza en la dirección y. (c) Fuerza normal a la superficie.

Al emplear la misma metodología para obtener los pulsos experimentales promedio, se obtienen los pulsos simulados promedio. Estos se pueden observar en la Figura 6.14, donde es posible observar que las curvas obtenidas siguen la misma tendencia que las curvas graficadas en la Figura 6.12. En el Anexo B se puede observar una mejor comparación entre los pulsos promedios experimentales con DEM, donde se visualiza la totalidad de los datos. Los pulsos experimentales tienen pequeños valores de deformación debido al movimiento vibratorio del SetupSAG.

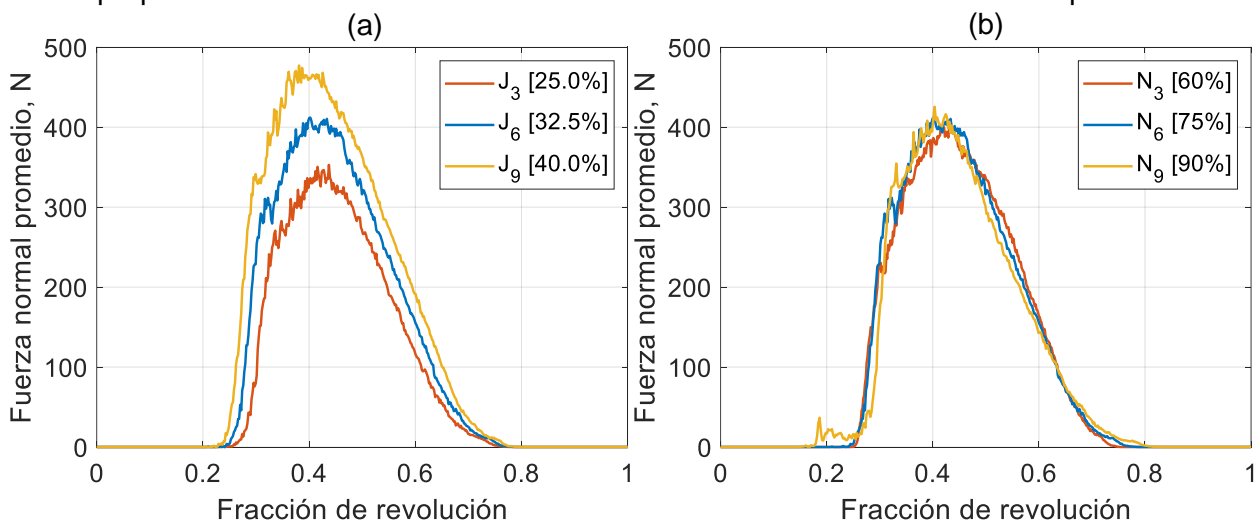


Figura 6.14. Pulsos DEM promedio: (a) SetupSAG operando a una velocidad de rotación N_6 con 3 diferentes niveles de carga. (b) SetupSAG operando con un nivel de llenado J_6 con 3 diferentes niveles de velocidad.

Para comparar la tendencia de los pulsos promedio experimentales y simulados, se normalizan las curvas y se superponen, como se puede observar en la Figura 6.15. Es posible observar que la tendencia de las curvas entregadas por DEM son bastante coincidentes con lo experimental.

Los resultados presentados en este capítulo permiten darle credibilidad al modelo DEM del molino rotatorio. Por lo tanto, con el modelo ya validado, se procede al análisis del desgaste y de la energía de la conminución bajo múltiples condiciones operativas.

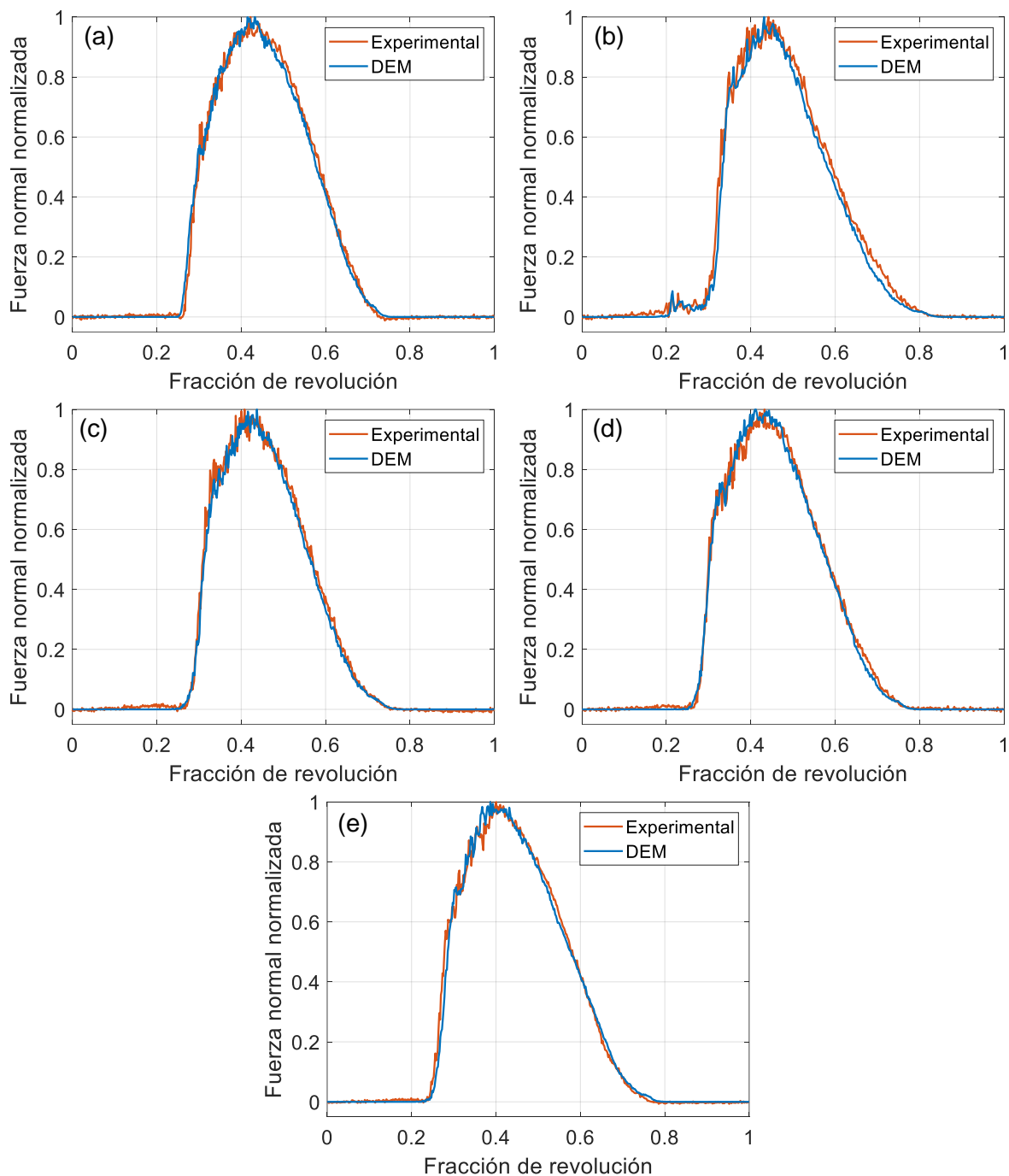


Figura 6.15. Comparación de la tendencia de los pulsos promedio obtenido experimentalmente y por DEM para una condición de operación: (a) J_6N_3 . (b) J_6N_9 . (c) J_3N_6 . (d) J_6N_6 . (e) J_9N_6 .

CAPÍTULO 7

7 Desgaste

En este capítulo se presentan los resultados de desgaste en los sensores virtuales al utilizar los modelos de Archard y SIEM en el modelo DEM validado.

7.1 Tasa de desgaste superficial

En la Figura 7.1 se puede observar una apreciación general de la distribución de la tasa de desgaste en el sensor virtual, calculada mediante los modelos de Archard y SIEM para la condición de operación base J_6N_6 . Se puede observar que ambos modelos predicen la misma tendencia de desgaste. Además, un aspecto importante a destacar es que el material adherido sobre la superficie de los recubrimientos del SetupSAG mostraron la misma tendencia, como se puede observar en la figura.

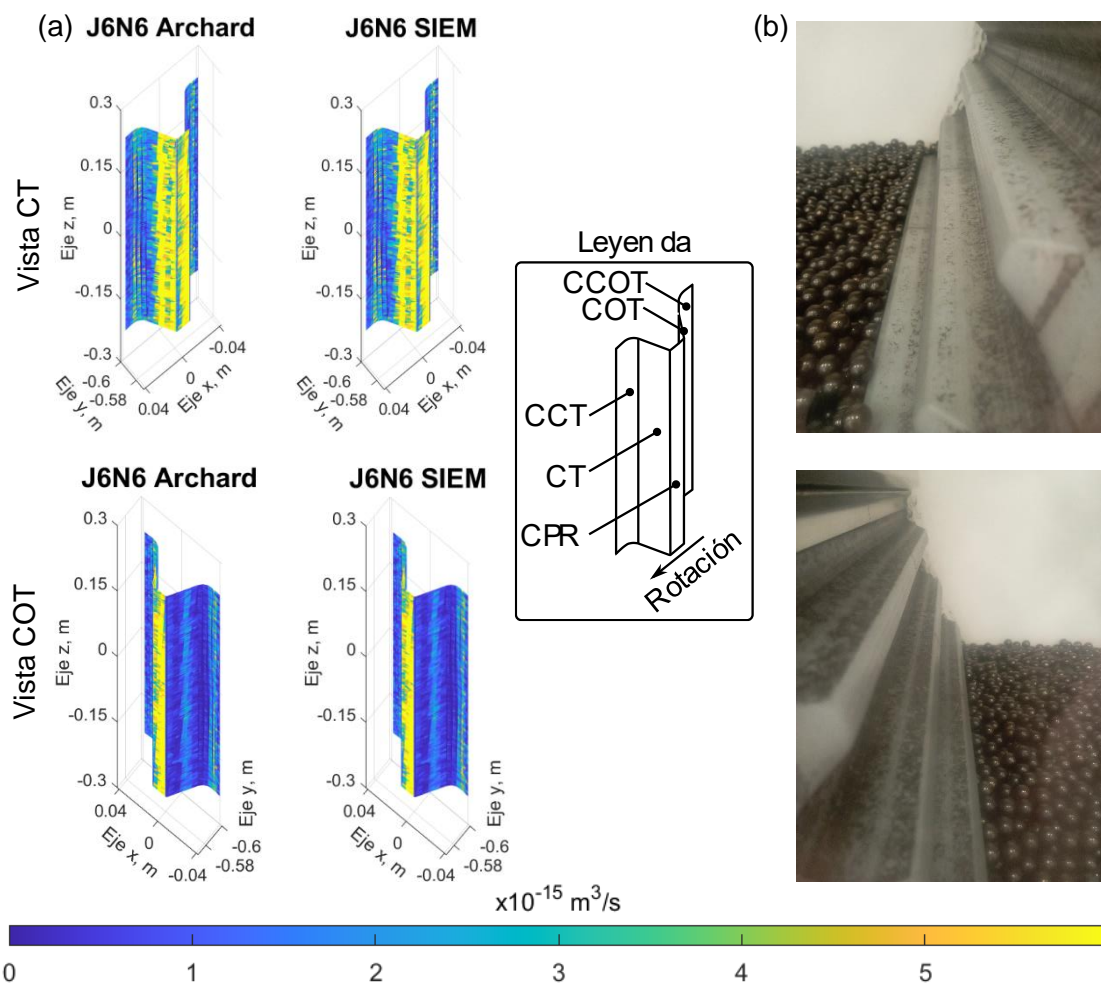


Figura 7.1. (a) Comparación tasa de desgaste entre los modelos de Archard y SIEM. (b) Tendencia de material removido sobre la superficie.

En la Figura 7.2 se puede observar la tasa de desgaste en el sensor virtual, estimada por el modelo de Archard para diversas condiciones de operación. Se observa que la zona CT del sensor virtual es la más afectada por el desgaste. Esto resulta lógico, ya que es la cara responsable de elevar las partículas. La zona CPR también sufre un desgaste significativo debido al constante deslizamiento de las partículas sobre su superficie. La zona COT es la que sufre menos desgaste, debido a que no se encarga de elevar las partículas. Además, se observa que las zonas CCT y CCOT también experimentan desgaste significativo, pero en menor medida en comparación a las zonas CT y CPR.

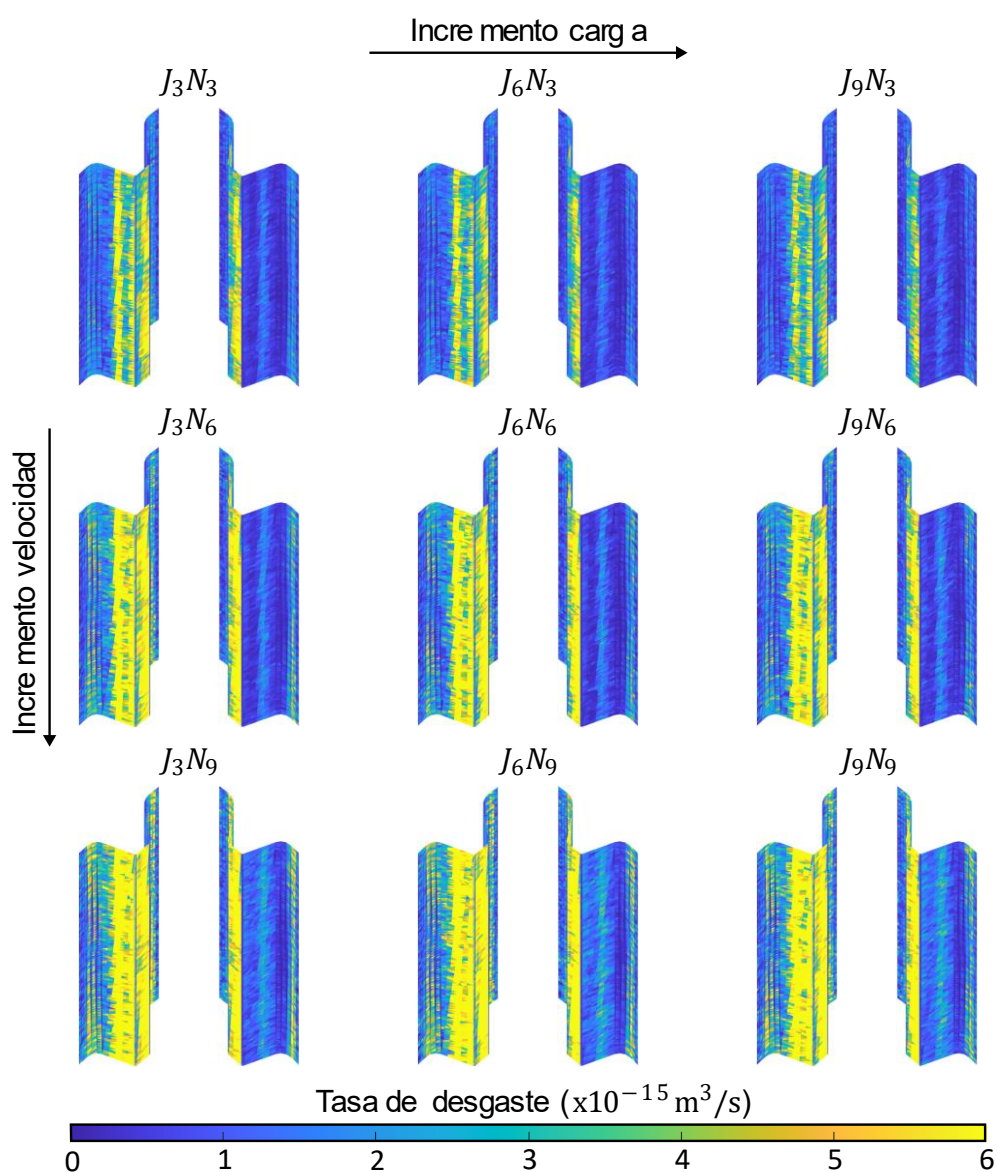


Figura 7.2. Tasa de desgaste superficial estimada por el modelo de Archard para diversas condiciones de operación en las vistas CT y COT.

En la Figura 7.3 se puede observar la tasa de desgaste en el sensor virtual, estimada por el modelo de SIEM para diversas condiciones de operación. Se observa que la tendencia de la tasa de desgaste es bastante cercana a la estimada por el modelo de Archard, con las mismas zonas de mayor y menor desgaste al variar el nivel de llenado y la velocidad de rotación.

Por otro lado, a partir de las Figura 7.2 y Figura 7.3, también se puede concluir que la tasa de desgaste de los recubrimientos está más influenciada por los cambios en la velocidad de rotación que por los cambios en el nivel de carga.

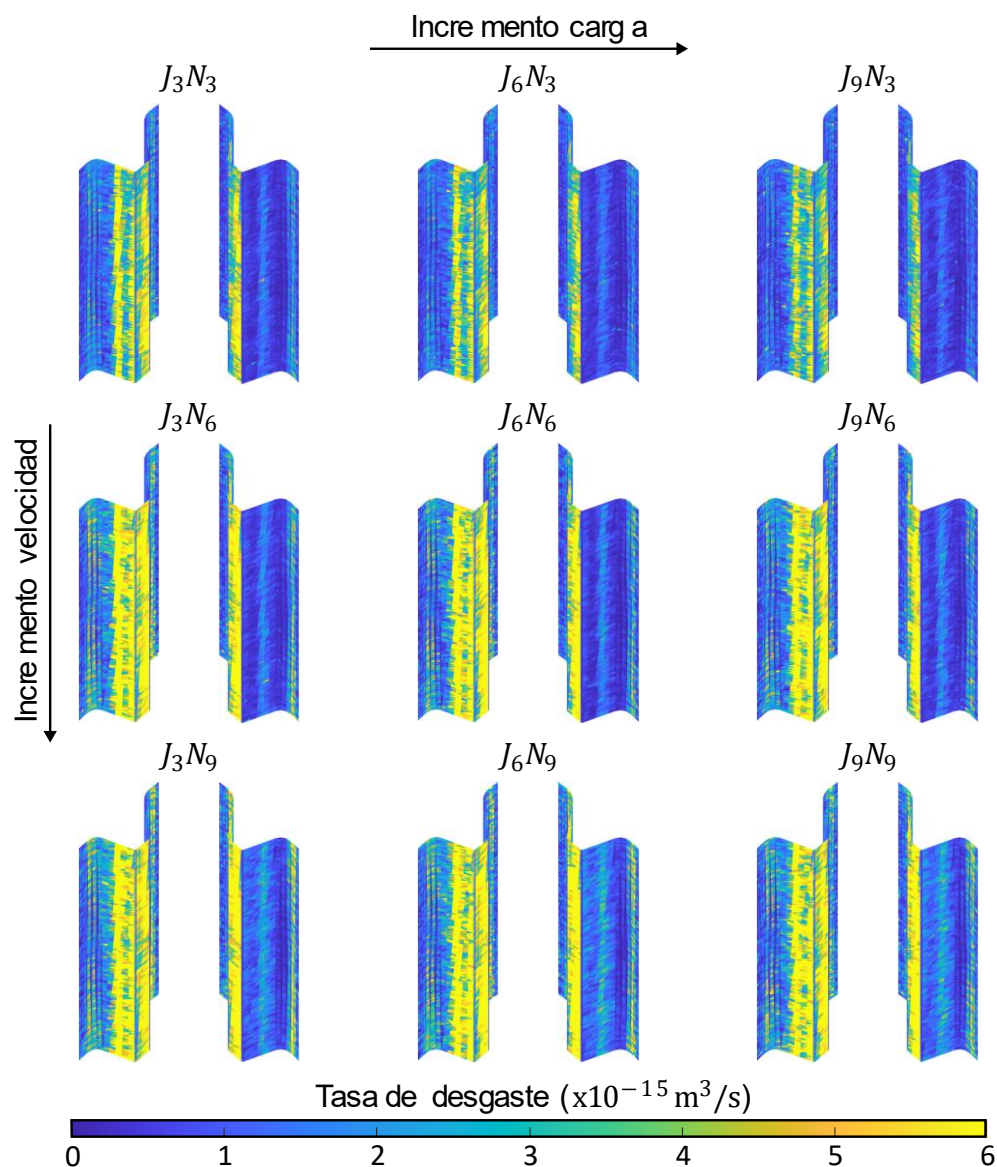


Figura 7.3. Tasa de desgaste superficial estimada por el modelo SIEM para diversas condiciones de operación en las vistas CT y COT.

7.2 Volumen total de desgaste por revolución

En la Figura 7.4 se puede observar el desgaste total estimado por el modelo de Archard en los tres sensores virtuales cuando el SetupSAG completa 10 revoluciones para la condición de operación base J_6N_6 . Se puede ver que cada pulsación de desgaste difiere de las demás, sin embargo, mantienen aproximadamente la misma forma.

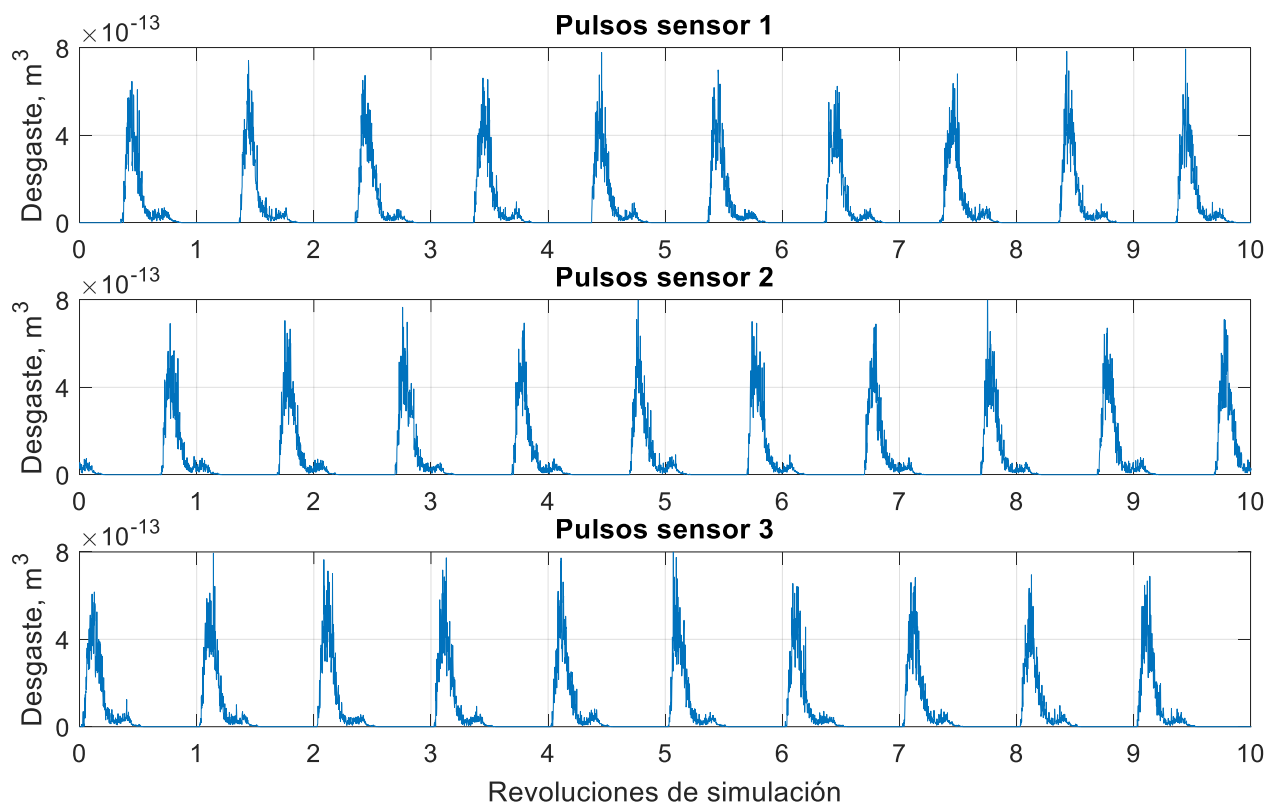


Figura 7.4. Pulsos de desgaste en los 3 sensores virtuales para la condición de operación J_6N_6 .

Al promediar las 24 pulsaciones de desgaste para cada sensor, se obtienen las pulsaciones de desgaste promedio, las cuales se pueden observar en la Figura 7.5. Es importante destacar que la señal no sufre cambios significativos sobre los 12 promedios. Por otro lado, a partir de la figura, se puede concluir que cada sensor tiene aproximadamente el mismo pulso promedio, tanto en magnitud como en forma de la señal, diferenciándose entre sí solo por las pequeñas oscilaciones alrededor de cada pulso producto de la aleatoriedad propia de los contactos con partículas.

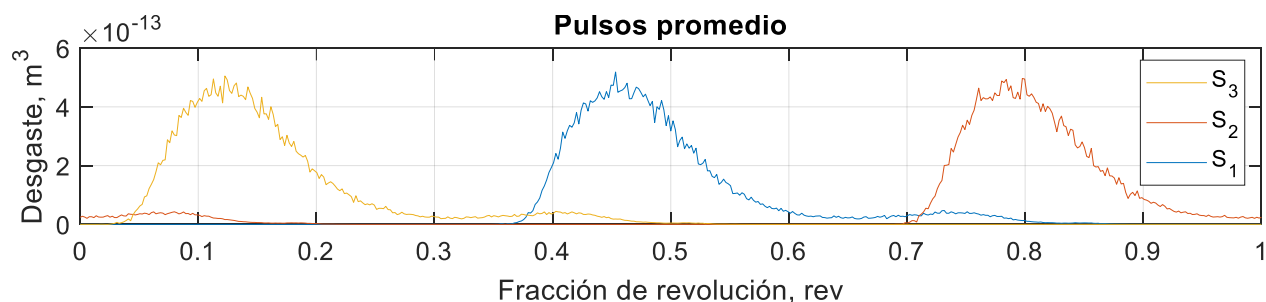


Figura 7.5. Pulsos promedio de desgaste en los 3 sensores virtuales para la condición de operación J_6N_6 .

En la Figura 7.6, se muestran los pulsos promedio de desgaste al variar los niveles de llenado J_2 , J_4 , J_6 , J_8 y J_{10} , manteniendo fijas tres velocidades de rotación: N_3 , N_6 y N_9 . También, se muestran imágenes del movimiento de la carga para las condiciones de operación extremas e intermedias; J_2 , J_6 y J_{10} . Se observa que las velocidades de rotación N_3 y N_6 no causan impactos directos en los recubrimientos en comparación a la velocidad de rotación N_9 .

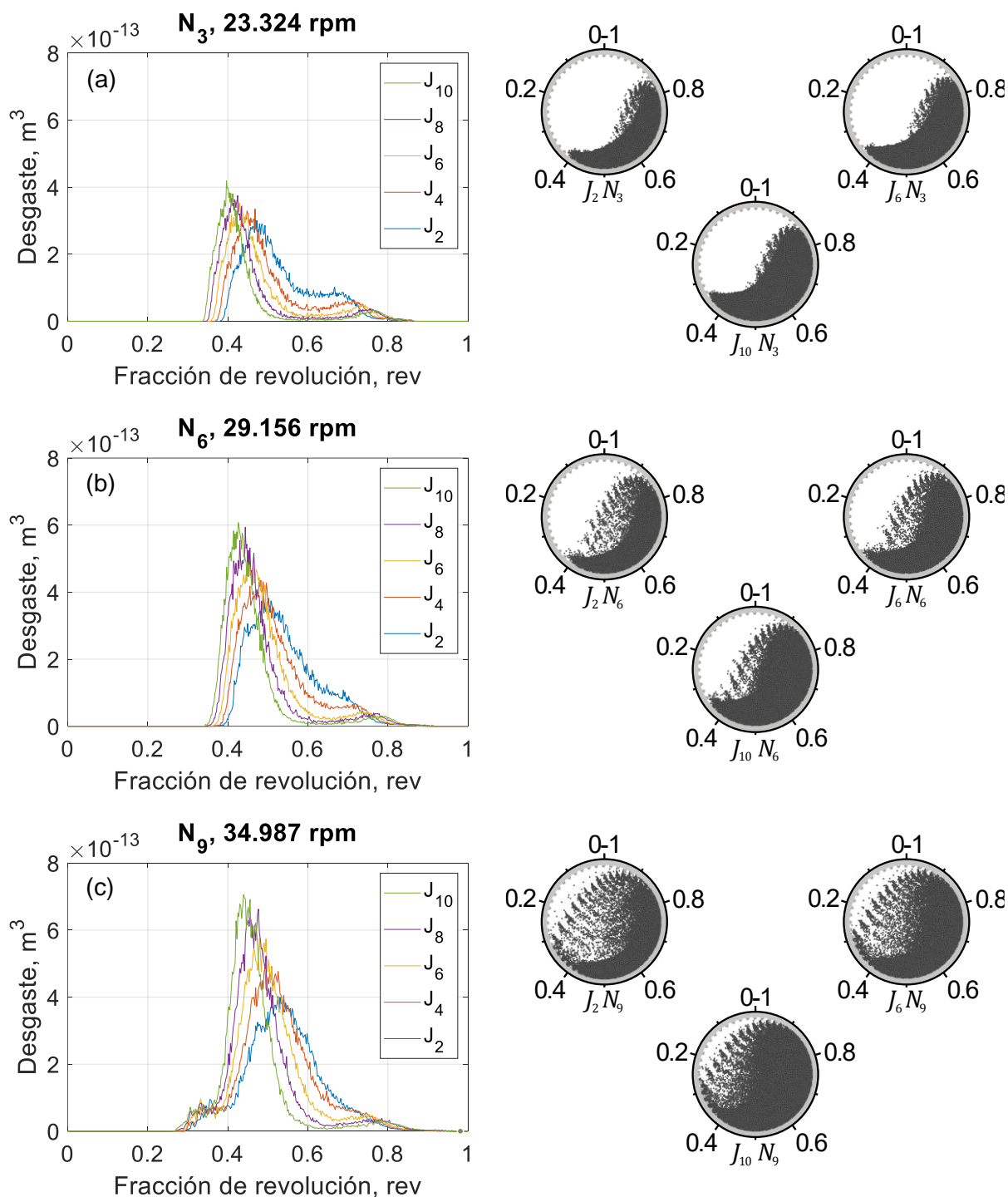


Figura 7.6. Pulso de desgaste promedio al variar el nivel de llenado y manteniendo una velocidad de rotación de: (a) N_3 , 23.324 rpm; (b) N_6 , 29.156 rpm; (c) N_9 , 34.987 rpm.

Por otro lado, en la Figura 7.7 se muestran los pulsos de desgaste promedio al variar las velocidades de rotación N_2 , N_4 , N_6 , N_8 y N_{10} , manteniendo fijo los niveles de llenado; J_3 , J_6 y J_9 . También, se muestran imágenes del movimiento de la carga para las condiciones de operación extremas e intermedias; N_2 , N_6 y N_{10} . Se observa que las velocidades de rotación N_2 , N_4 y N_6 no

causan impactos directos a los recubrimientos en comparación a las velocidades de rotación N_8 y N_{10} .

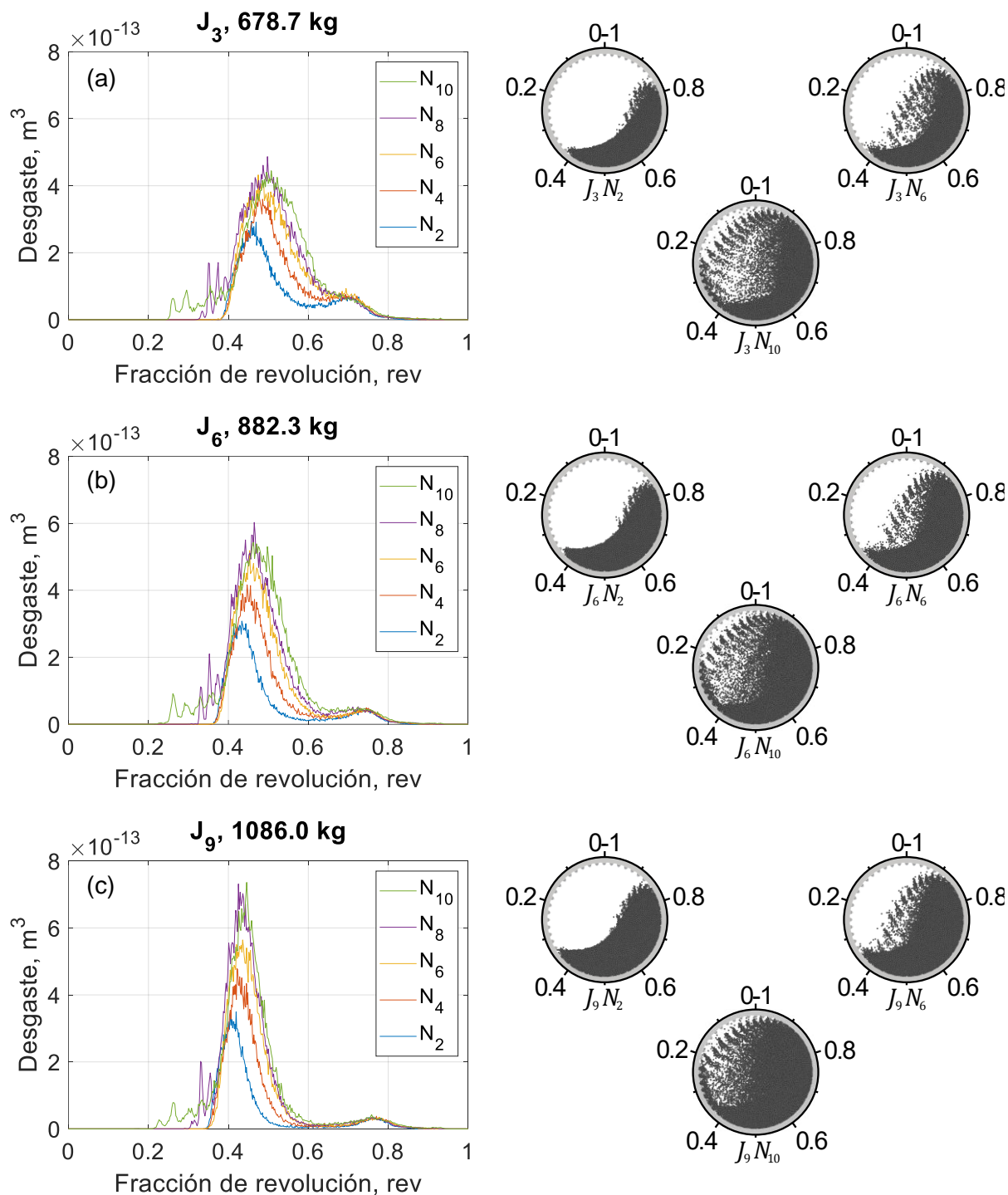


Figura 7.7. Pulso de desgaste promedio al variar la velocidad de rotación y manteniendo un nivel de llenado de: (a) 678.7 kg; (b) 882.3 kg; (c) 1086.0 kg.

A partir de las Figura 7.6 y Figura 7.7, se distinguen 4 zonas principales en el pulso de desgaste cuando el sensor virtual completa una revolución, las cuales se muestran en la Figura 7.8 para la

condición de referencia J_6N_6 . Estas zonas sufren variaciones relevantes dependiendo de la condición de operación a la que opera el molino. La zona A, que representa el ingreso del sensor virtual al sector aglomerado de partículas, se desplaza hacia la izquierda a medida que aumenta el nivel de llenado. En cambio, al aumentar la velocidad de rotación, esta zona no experimenta un desplazamiento significativo. Además, cuando existen impactos por parte de la carga a elevadas velocidades, se observa un incremento local de desgaste antes de dicha zona.

En todas las condiciones operativas, se observa que el mayor desgaste en el sensor virtual ocurre en la zona B, tras pasar por la zona A. Mientras mayor sea el nivel de llenado, la zona B tendrá una mayor magnitud, pero una menor anchura, independientemente si existen o no impactos directos por parte de la carga cuando el equipo opera a elevadas velocidades. En cambio, mientras mayor sea la velocidad de rotación, la zona B tendrá una mayor magnitud y anchura. Sin embargo, a elevadas velocidades de tal forma que existan impactos directos por parte de la carga, la variación en magnitud y forma de la zona B no es predominante.

La zona C del pulso promedio corresponde al momento en que el sensor virtual comienza a elevar la carga. En la Figura 7.6, se puede observar que esta zona disminuye su valor a medida que aumenta el nivel de llenado para bajas y altas velocidades. Esto se debe a que, mientras mayor es la carga, menor será la movilidad de las partículas. En cambio, en la Figura 7.7, se puede observar que la zona aumenta su valor a medida que aumenta la velocidad de rotación. Esto se debe a que, mientras mayor es la velocidad de rotación, mayor es el movimiento de las partículas en la zona oblicua.

Por último, la zona D corresponde a la última fracción de revolución en la que el sensor virtual permanece en contacto con la carga. A medida que aumenta el nivel de llenado, la amplitud máxima de esta zona se desplaza hacia la derecha disminuyendo su valor. En cambio, al aumentar la velocidad de rotación, la amplitud máxima no se desplaza y mantiene su valor. Además, los valores finales de desgaste del pulso promedio se desplazan hacia la derecha cuando aumenta la velocidad de rotación, mientras que este efecto no se observa al incrementar el nivel de llenado.

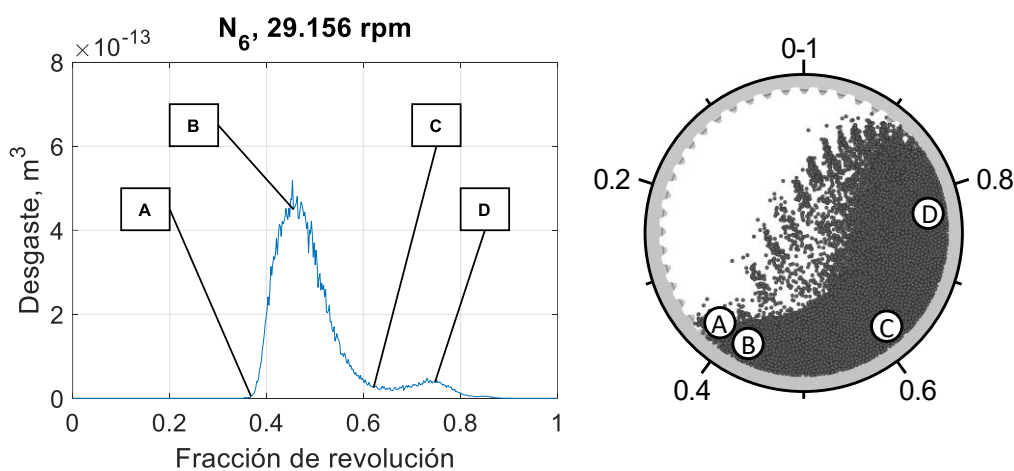


Figura 7.8. Zonas características del pulso de desgaste promedio.

Los pulsos de desgaste promedio presentes en la Figura 7.6 y en la Figura 7.7 corresponden al desgaste en toda la superficie geométrica del sensor virtual. Por lo tanto, parte de este desgaste global ocurre en diversas zonas del sensor: CT, CPR, CCT y CCOT. En la Figura 7.9 se muestra la descomposición del pulso promedio de desgaste en cada zona del sensor virtual, considerando puntos de operación extremos e intermedios

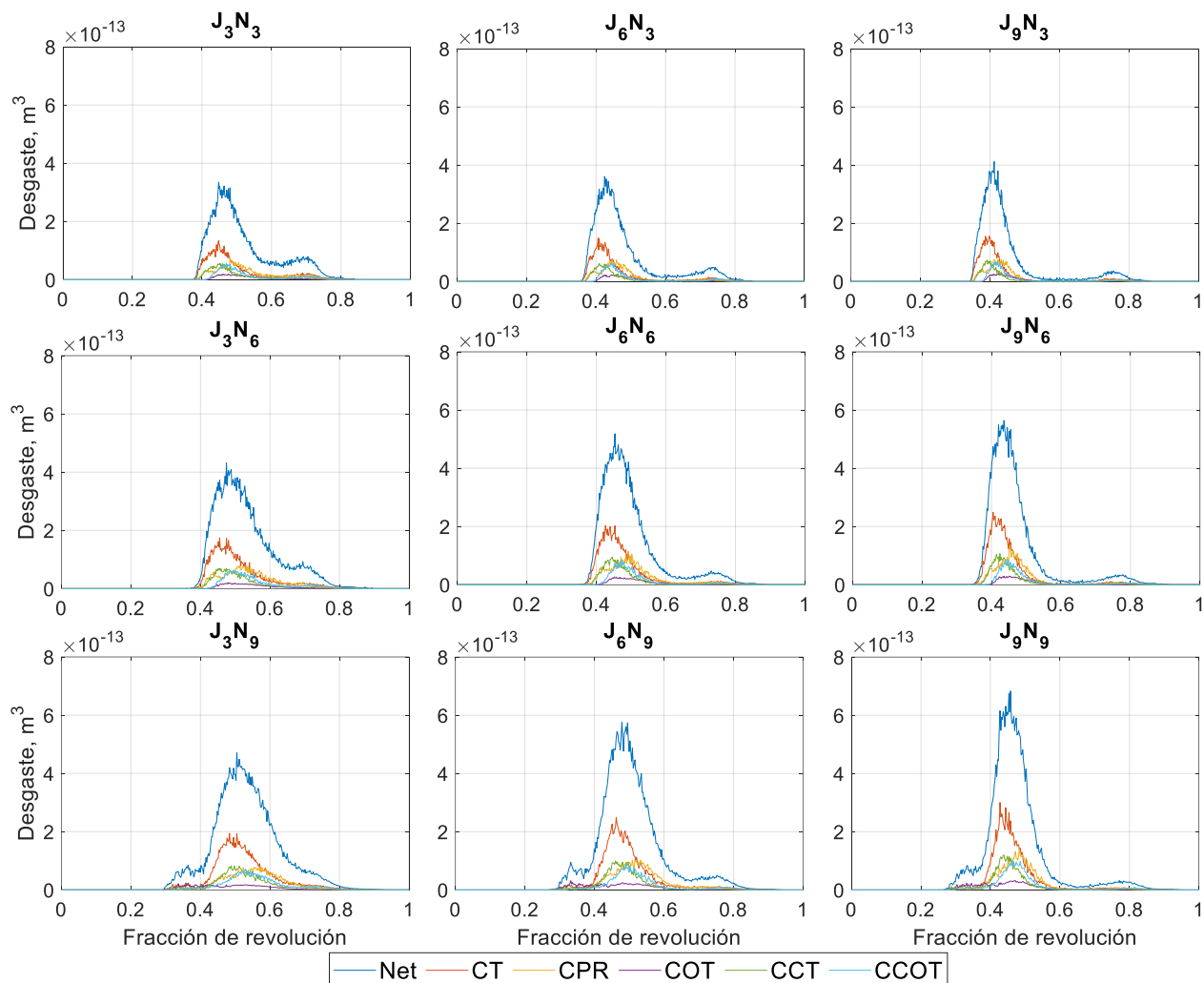


Figura 7.9. Pulso promedio de desgaste en cada cara del sensor virtual.

A partir de la Figura 7.9, considerando solo las zonas del sensor virtual que conforman la altura del lifter (CT-CPR-COT), es posible concluir que el mayor desgaste lo experimenta la zona CT, seguida por la zona CPR y, por último, la zona COT. Esta tendencia se mantiene para todos los niveles de llenado y velocidades de rotación, independientemente si existen impactos directos sobre la superficie del recubrimiento. Es relevante destacar que, al considerar las zonas curvas del sensor virtual que conforman la base (CCT-CCOT), estas se ubican como la tercera y cuarta zona de mayor desgaste, respectivamente, antes de la zona COT.

Con el objetivo de comprender mejor la naturaleza del desgaste cuando el sensor virtual se mueve alrededor del diámetro interno del molino, se analizan las fuerzas normales y tangenciales, así como el deslizamiento que generan las partículas sobre la zona CT. Esta zona se emplea como referencia debido a que es la que está sometida a mayor desgaste, como se puede observar en la Figura 7.9.

En la Figura 7.10 se puede observar la fuerza normal y tangencial, así como el deslizamiento sobre la zona CT para diversos niveles de llenado. Estas variables hacen referencia a la suma de todos los contactos que generan las partículas sobre la zona CT en cada paso de tiempo de simulación. Es posible observar que tanto la fuerza normal como la tangencial incrementan su

valor a medida que aumenta el nivel de llenado, siendo la fuerza normal la más predominante en magnitud. Un aspecto importante a concluir es que las fuerzas no determinan en gran medida la forma característica de la curva de desgaste, si no que la genera la forma del deslizamiento (Variable L) por parte de las partículas, como se puede ver en la Figura 7.6.

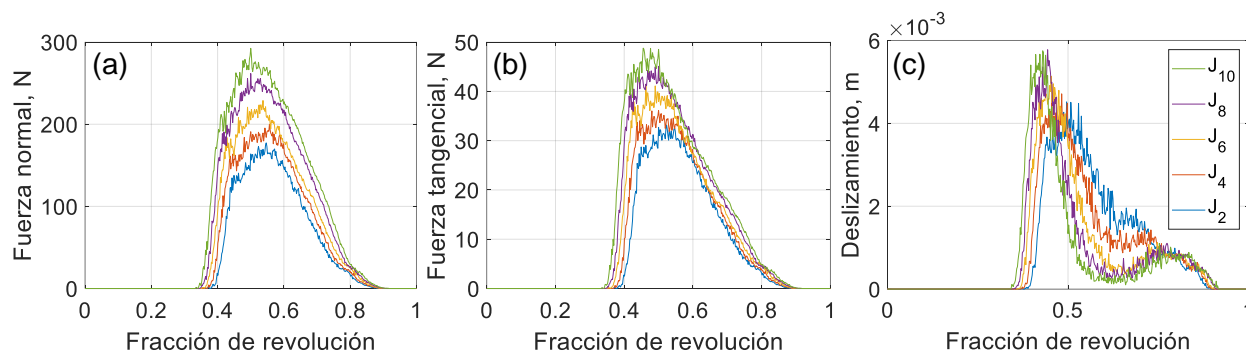


Figura 7.10. Pulso promedio de fuerza y deslizamiento para una velocidad de rotación N_6 y diversos niveles de llenado: (a) Fuerza normal; (b) Fuerza tangencial; (c) Deslizamiento.

De manera similar, en la Figura 7.11 se muestran las fuerzas y el deslizamiento en la zona CT, pero considerando el efecto de la velocidad de rotación. Se observa que el cambio en la magnitud de las fuerzas al variar la velocidad no es tan significativo como al variar el nivel de llenado. Además, se concluye que un incremento en la velocidad no necesariamente resulta en un incremento de la fuerza normal y tangencial. Esto se debe a que, al ir aumentando la velocidad de rotación, mayor es la carga suspendida en el aire y menor es la aglomeración de partículas por donde circulan los recubrimientos. Por otro lado, la tendencia del deslizamiento al variar la velocidad es similar a los pulsos de desgaste promedio presentados en la Figura 7.7.

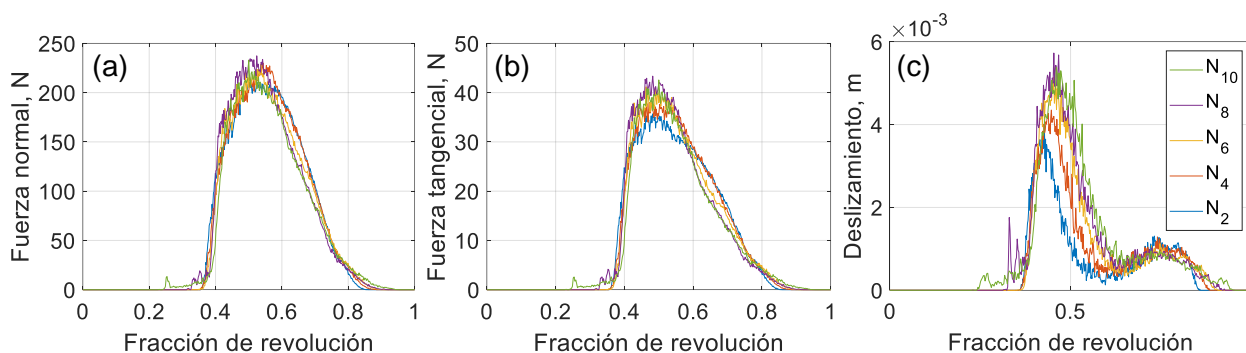


Figura 7.11. Pulso promedio de fuerza y deslizamiento para un nivel de llenado J_6 y diversas velocidades de rotación: (a) Fuerza normal; (b) Fuerza tangencial; (c) Deslizamiento.

7.3 Tasa de desgaste total

Dado que se conoce el desgaste en el sensor virtual en cada posición angular del molino, y también su distribución a lo largo de la superficie, se determina el desgaste total en una revolución como variable representativa del grado de severidad del desgaste. En la Figura 7.12, se muestra una comparación del desgaste total entre los modelos de Archard y SIEM. Los valores corresponden al área bajo la curva de los pulsos de desgaste promedio. Es posible observar que ambos modelos tienen una tendencia similar al variar los efectos operativos. Por lo tanto, por simplicidad y al igual que en la sección anterior, se emplea solo el modelo de Archard para el resto de las condiciones operativas.

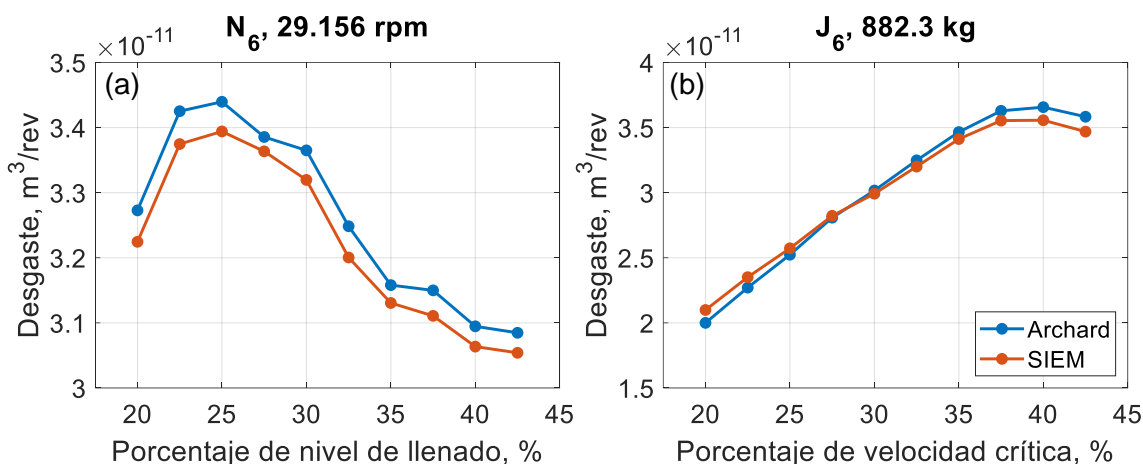


Figura 7.12. Comparación del desgaste total por revolución entre los modelos de Archard y SIEM: (a) en función del nivel de llenado; (b) en función de la velocidad de rotación.

En la Figura 7.13 se observa el desgaste total por revolución y la tasa de desgaste total por unidad de tiempo, en función del porcentaje de nivel de llenado del molino. De la Figura 7.13, se observa que un aumento en el nivel de llenado entre las velocidades de rotación N_1 y N_5 , conllevan a una disminución en el desgaste. Cuando el molino asciende a la velocidad N_6 y N_7 , surge un punto de inflexión aproximadamente en el 25% y 27.5% del nivel de llenado, respectivamente. En cambio, cuando el molino opera entre las velocidades de rotación N_8 y N_{10} , el punto de inflexión ocurre alrededor del 30% del nivel de llenado. Las tendencias de las curvas presentan poca variabilidad cuando el molino opera bajo N_6 , en comparación con velocidades superiores a N_6 . Esto se debe a que, para velocidades sobre N_6 , gran parte de la carga se encuentra suspendida en el aire impactando directamente los recubrimientos y la zona aglomerada de partículas, lo que provoca una mayor variabilidad. Además, se observa en las figuras que el efecto del nivel de llenado en el molino para diversas condiciones de velocidad de rotación presenta un comportamiento no lineal, cuya variabilidad depende de la magnitud de la velocidad de rotación.

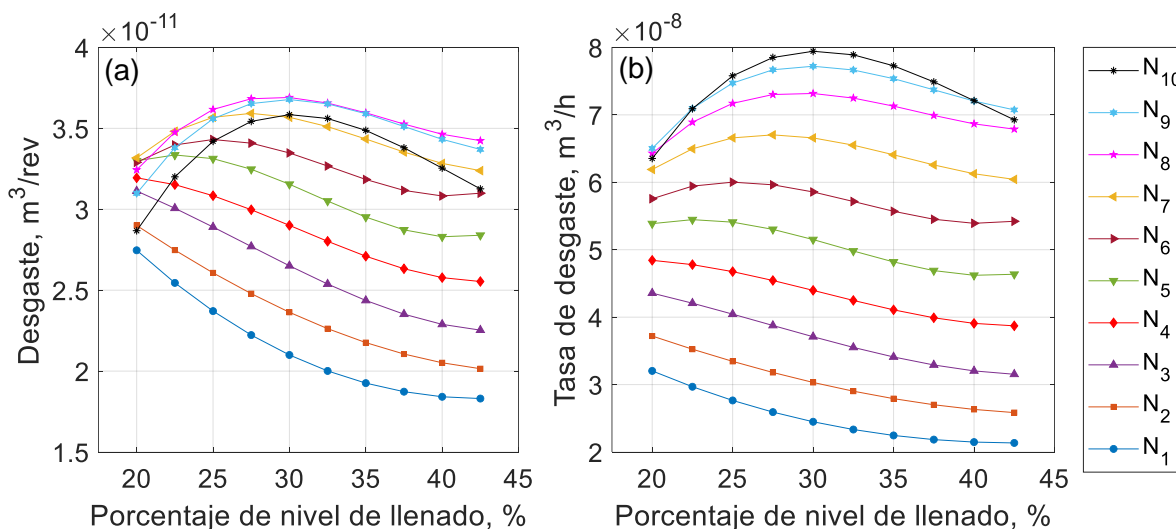


Figura 7.13. Desgaste total en función del nivel de llenado: (a) desgaste por revolución; (b) tasa de desgaste.

En la Figura 7.14 se presentan los mismos resultados de la Figura 7.13, pero en función del porcentaje de velocidad crítica del molino. En la Figura 7.14 (a) se observa que, cuando el molino

opera bajo el 75% (N_6) de velocidad crítica, un aumento en la velocidad implica un incremento en el desgaste por revolución. A velocidades de rotación altas, un incremento en la velocidad implica una disminución en el desgaste por revolución, cuya tendencia dependerá de la carga del equipo. Esto se debe a que, mientras mayor es la velocidad, mayor es la cantidad de partículas suspendidas en el aire. De la Figura 7.14 (b) se observa que, desde el punto de vista operativo, un incremento en la velocidad de rotación del molino conlleva un aumento en la tasa de desgaste en la mayoría de las condiciones operativas. Además, se observa en las figuras que el efecto de la velocidad rotación en el molino para diversas condiciones de nivel de llenado presenta un comportamiento no lineal, cuya variabilidad depende de la magnitud del nivel de llenado.

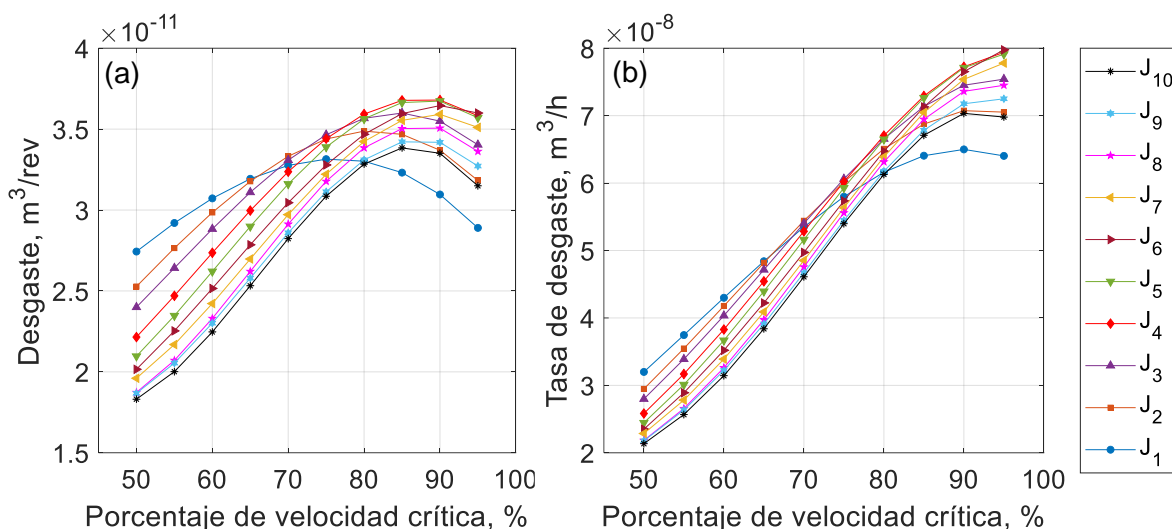


Figura 7.14. Desgaste total en función de la velocidad de rotación: (a) desgaste por revolución; (b) tasa de desgaste.

7.4 Desgaste erosivo

Cuando el molino opera a elevadas velocidades de rotación, se producen impactos directos sobre los recubrimientos por parte de la carga. Utilizar los modelos de Archard y SIEM para estudiar el desgaste subestimaría el daño superficial. Esto se debe a que, generalmente, cuando ocurren impactos directos, predomina la fuerza normal y el deslizamiento de las partículas es bajo. Además, estos modelos no predicen desgaste cuando una partícula impacta sin deslizarse a 90° sobre una superficie. Es por esto que, para un estudio adecuado de estas situaciones, se deben emplear los modelos de erosión de Bitter o Finnie.

La elección entre el modelo de Bitter o Finnie dependerá del ángulo de impacto de la carga. Si bien el modelo de Finnie es el más utilizado para predecir el desgaste erosivo, este subestima el daño a elevados ángulos de impacto. Por lo tanto, es necesario realizar un análisis de ángulo de impacto en el sensor virtual cuando el molino opera a elevadas velocidades.

7.4.1 Impactos directos en el sensor virtual

En la Figura 7.15, se muestra la cantidad de impactos por revolución de las partículas en función de su ángulo de incidencia sobre el sensor virtual. Se observa que la cantidad de impactos es más sensible a la velocidad de rotación que al nivel de carga. Esto se debe a que, mientras mayor es la velocidad, mayor es el área de impacto por parte de la carga en el interior del molino. Además, se puede concluir que la mayor cantidad de impactos ocurren a ángulos de incidencia

sobre los 35° . Por lo tanto, utilizar el modelo de Finnie subestimaría la cantidad de volumen removido. Por esta razón, se recomienda emplear el modelo de Bitter. En la Figura 7.16 se ilustra el ángulo de incidencia cuando una partícula impacta sobre un recubrimiento.

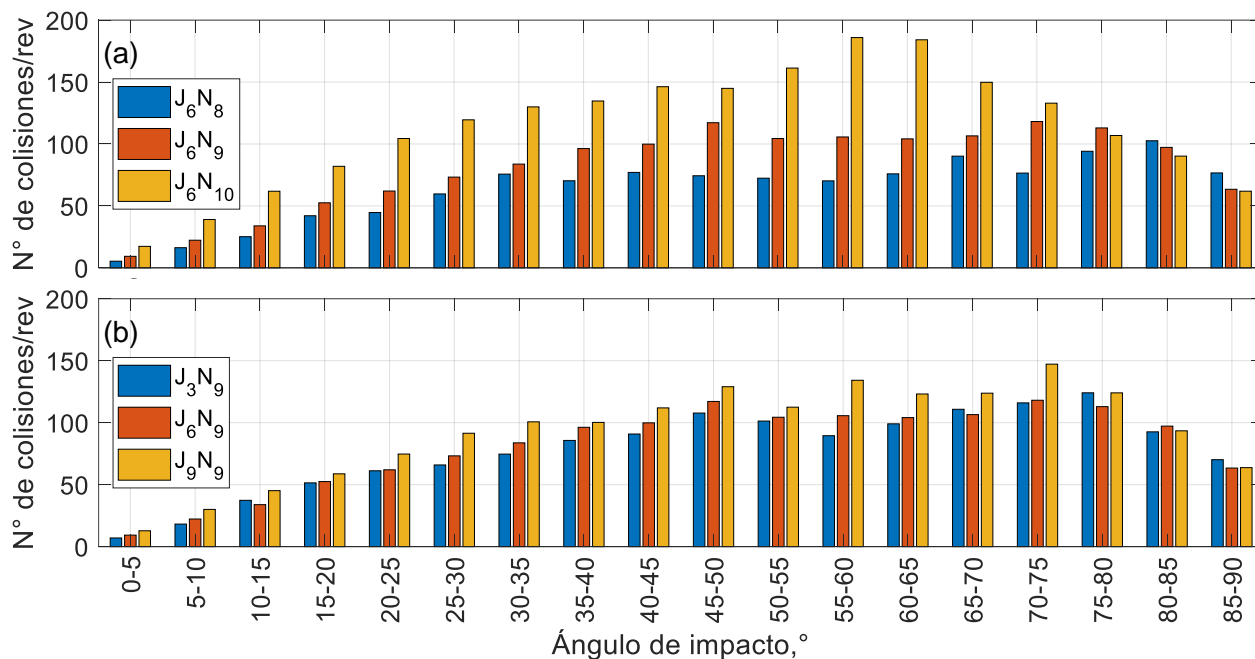


Figura 7.15. Cantidad de impactos directos en función de su ángulo de incidencia variando: (a) velocidad de rotación N_8 , N_9 y N_{10} ; (b) nivel de carga J_3 , J_6 y J_9 .

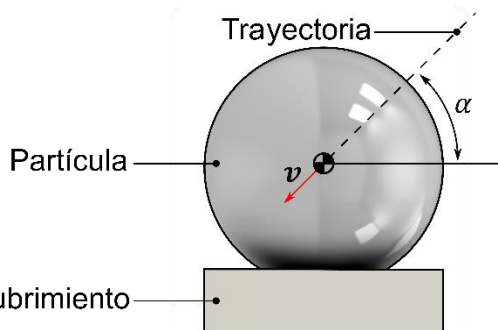


Figura 7.16. Esquema de ángulo de incidencia (α) de partícula impactando sobre recubrimiento.

A menudo, las colisiones de baja energía por parte de las partículas no generan necesariamente desgaste, aspecto que el modelo de Bitter considera. En la Figura 7.17 (a) se presenta la cantidad de impactos de las partículas que sólo causan desgaste sobre el sensor virtual, filtradas mediante el modelo de Bitter. En comparación con la cantidad total de impactos visualizadas en la Figura 7.15 (a), se observa una reducción aproximada del 55% para ángulos de impacto inferiores a 10° y del 2% para ángulos superiores. Por otro lado, en la Figura 7.15 (b) se muestra el desgaste promedio que generan las partículas de forma individual sobre el sensor virtual, estimado mediante el modelo de Bitter. Se observa que el mayor desgaste se produce cuando la partícula impacta sobre el sensor virtual a un ángulo de impacto entre los 25° y 35° , independientemente de la velocidad de rotación. No obstante, un incremento en la velocidad tiende a reducir el desgaste promedio generado por una partícula sobre la superficie. Esto se debe a que, mientras mayor es la velocidad de rotación, mayor es el flujo de partículas sobre la superficie, generando una capa protectora frente a aquellas que están a punto de colisionar.

De manera similar, en la Figura 7.18 (a) se muestra la cantidad de impactos que solo causan desgaste, filtradas mediante el modelo de Bitter, mientras que en la Figura 7.18 (b) se muestra el desgaste promedio generado por partícula, con la diferencia de que se aprecia el efecto del nivel de carga. Es posible observar que un cambio en el nivel de carga genera una menor variación en el desgaste causado por partícula que un cambio en la velocidad. Además, se aprecia que el mayor desgaste ocurre entre los 25° y 35°, independientemente del nivel de carga. Al igual que con la velocidad, un incremento en la carga tiende también a reducir el desgaste promedio generado por una partícula sobre la superficie.

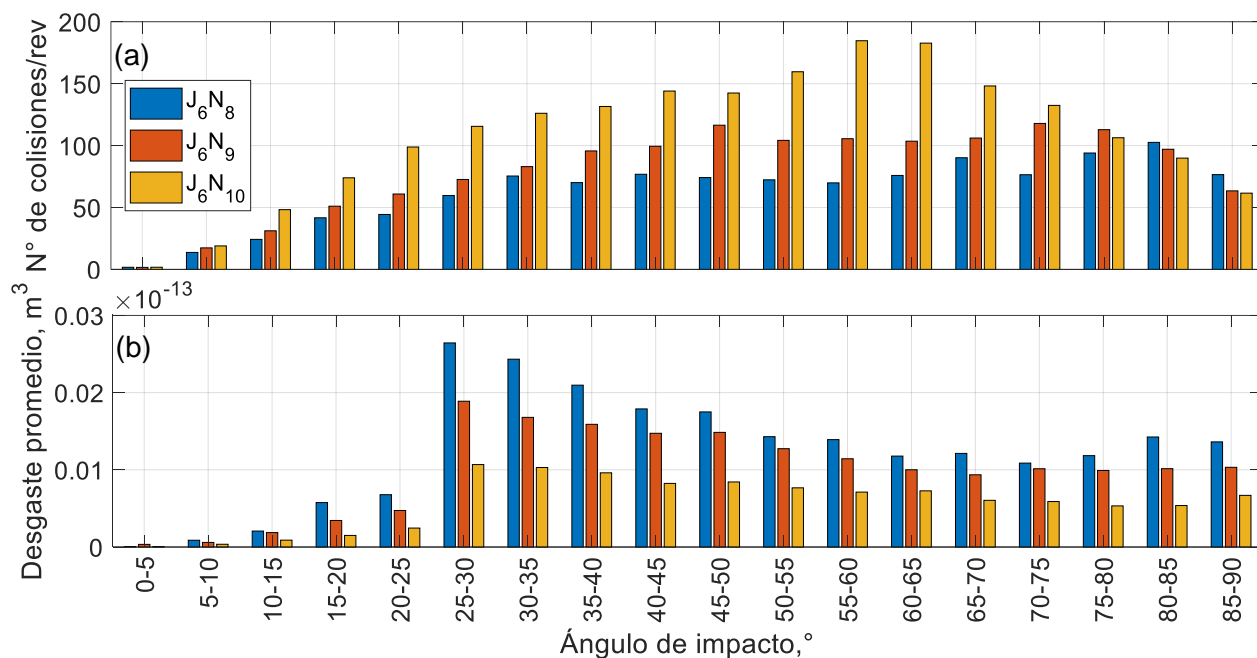


Figura 7.17. Efecto de la velocidad de rotación en la utilización del modelo de Bitter: (a) Cantidad de partículas que causan desgaste; (b) Desgaste promedio por cada partícula.

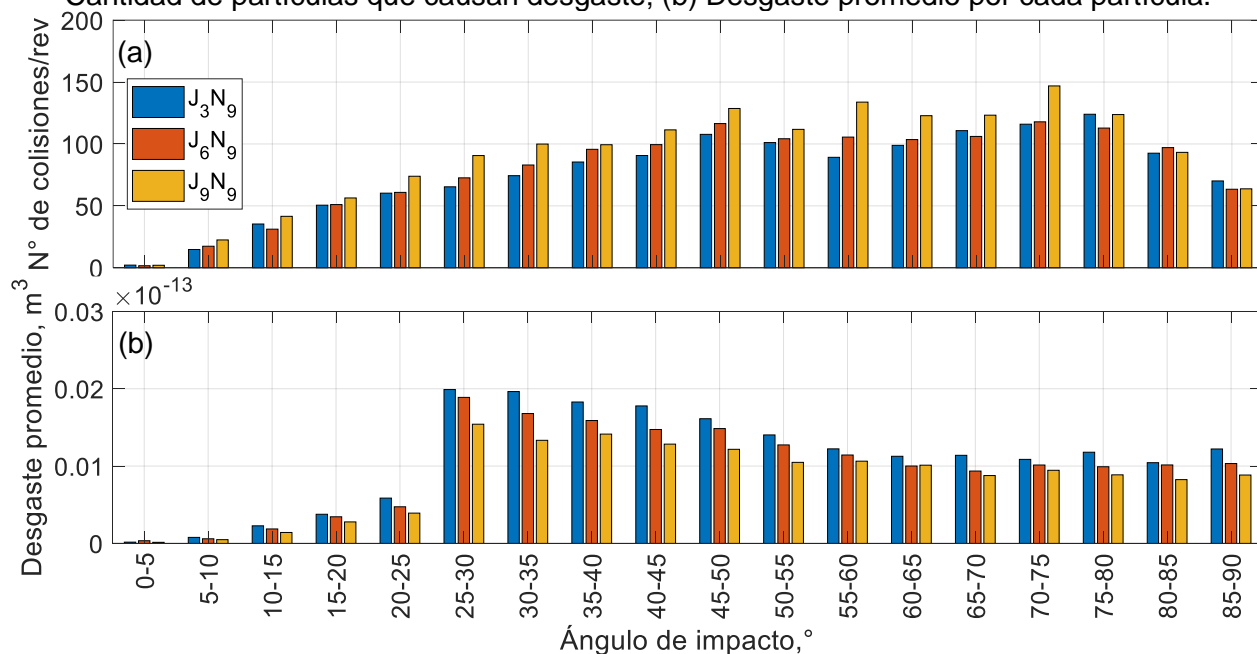


Figura 7.18. Efecto del nivel de carga en la utilización del modelo de Bitter: (a) Cantidad de partículas que causan desgaste; (b) Desgaste promedio por cada partícula.

7.4.2 Pulsos de desgaste promedio

En la Figura 7.19 se muestran los pulsos de desgaste promedio para la condición de operación J_6N_9 , estimados por los modelos Bitter y Finnie, respectivamente. Se evidencia que la magnitud del desgaste estimado por el modelo de Bitter es superior a la estimada por el modelo de Finnie, debido a los elevados ángulos de impacto que existen por parte de la carga cuando el molino opera. Por otro lado, se observa que las curvas de desgaste promedio presentan fluctuaciones en la zona de impacto ($For \leq 0.4$), causadas por la frecuencia de paso de los recubrimientos. También, ambos modelos estiman desgaste cuando el sensor virtual ingresa en la zona aglomerada de partículas ($For = 0.4$), producto del impacto de ingreso. Cuando el sensor virtual continua su recorrido por la zona aglomerada ($For > 0.4$), el desgaste inicialmente decrece de forma significativa, debido a su distanciamiento con la zona de ingreso. Luego, ambos modelos no estiman desgaste, ya que existe solo deslizamiento por parte de la carga.

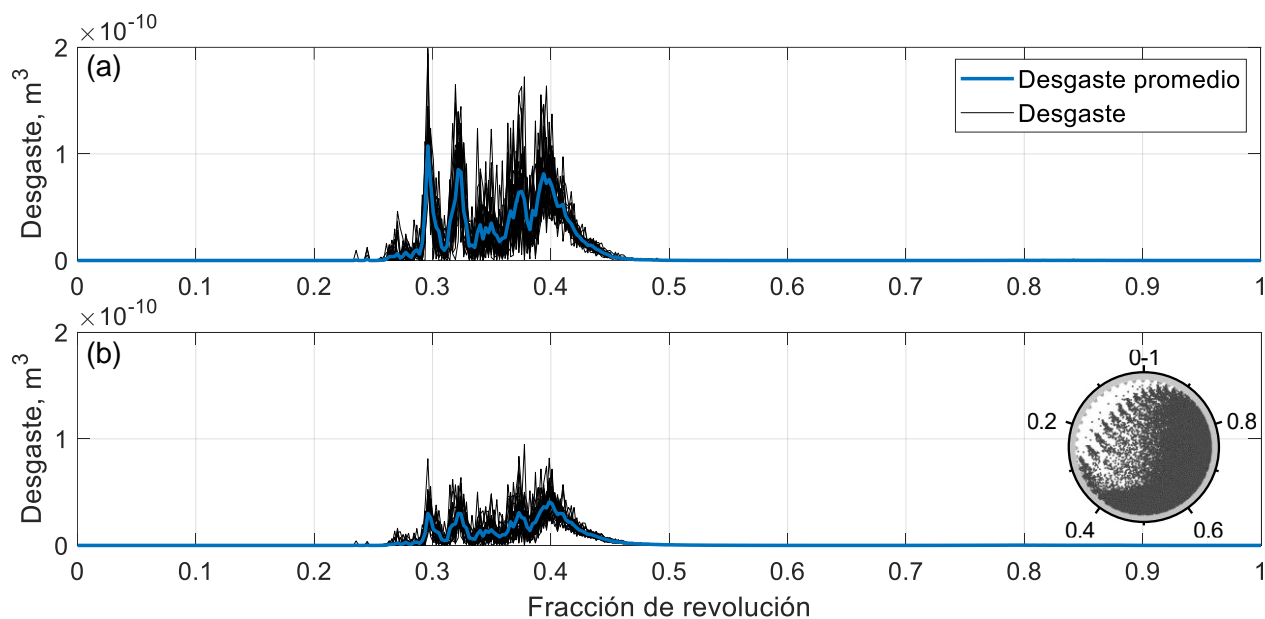


Figura 7.19. Pulso de desgaste promedio para la condición de operación J_6N_9 , estimado por: (a) Modelo de Bitter; (b) Modelo de Finnie.

En la Figura 7.20 se muestran los pulsos de desgaste promedio estimados por el modelo de Bitter al variar los niveles de llenado J_3 , J_6 y J_9 , manteniendo fijas tres velocidades de rotación: N_8 , N_9 y N_{10} . Desde el punto de vista del nivel de carga, un aumento en su valor tiende a reducir el desgaste para las velocidades seleccionadas, debido al incremento del tamaño de la zona aglomerada, lo que ocasiona una disminución del área de impacto directo de las partículas sobre los recubrimientos. Esto ocurre porque el punto de impacto más lejano se mantiene en la misma posición, mientras que el talón de la zona aglomerada se aproxima a dicho punto conforme aumenta la carga. También, es relevante destacar que el aumento de la carga tiende a incrementar el desgaste en el sensor virtual cuando este ingresa a la zona aglomerada de partículas, debido a que está expuesto a un impacto con mayor cantidad de partículas. A modo de ejemplo, el punto de ingreso a la zona aglomerada para la condición de operación J_6N_9 ocurre en la fracción de revolución 0.4 como se muestra en la Figura 7.19.

En la Figura 7.21 se muestran los pulsos de desgaste promedio estimados por el modelo de Bitter al variar las velocidades de rotación N_3 , N_6 y N_9 , manteniendo fijos tres niveles de carga: J_8 , J_9 y J_{10} . Desde el punto de vista de la velocidad de rotación, un aumento en su valor tiende a

incrementar el área de impacto en los recubrimientos, dado que, a mayor velocidad, mayor es la carga suspendida en el aire siguiendo trayectorias más largas. No obstante, los valores máximos de desgaste se reducen producto de la alta cantidad de partículas que circulan en el área de impacto, las cuales amortiguan la energía de colisión de la carga suspendida. Es por esta razón, que un incremento en la velocidad de rotación no siempre genera un incremento en el desgaste total cuando existe erosión. Esto se puede visualizar en la Figura 7.21, donde se identifica un punto de inflexión en el desgaste total a la velocidad de rotación N_9 para los tres niveles de llenado considerados. En esta condición de velocidad operativa, el desgaste erosivo en los recubrimientos es mayor. Por lo tanto, se recomienda operar a la velocidad N_{10} cuando el nivel de llenado es bajo y a N_9 cuando el nivel de llenado es alto.

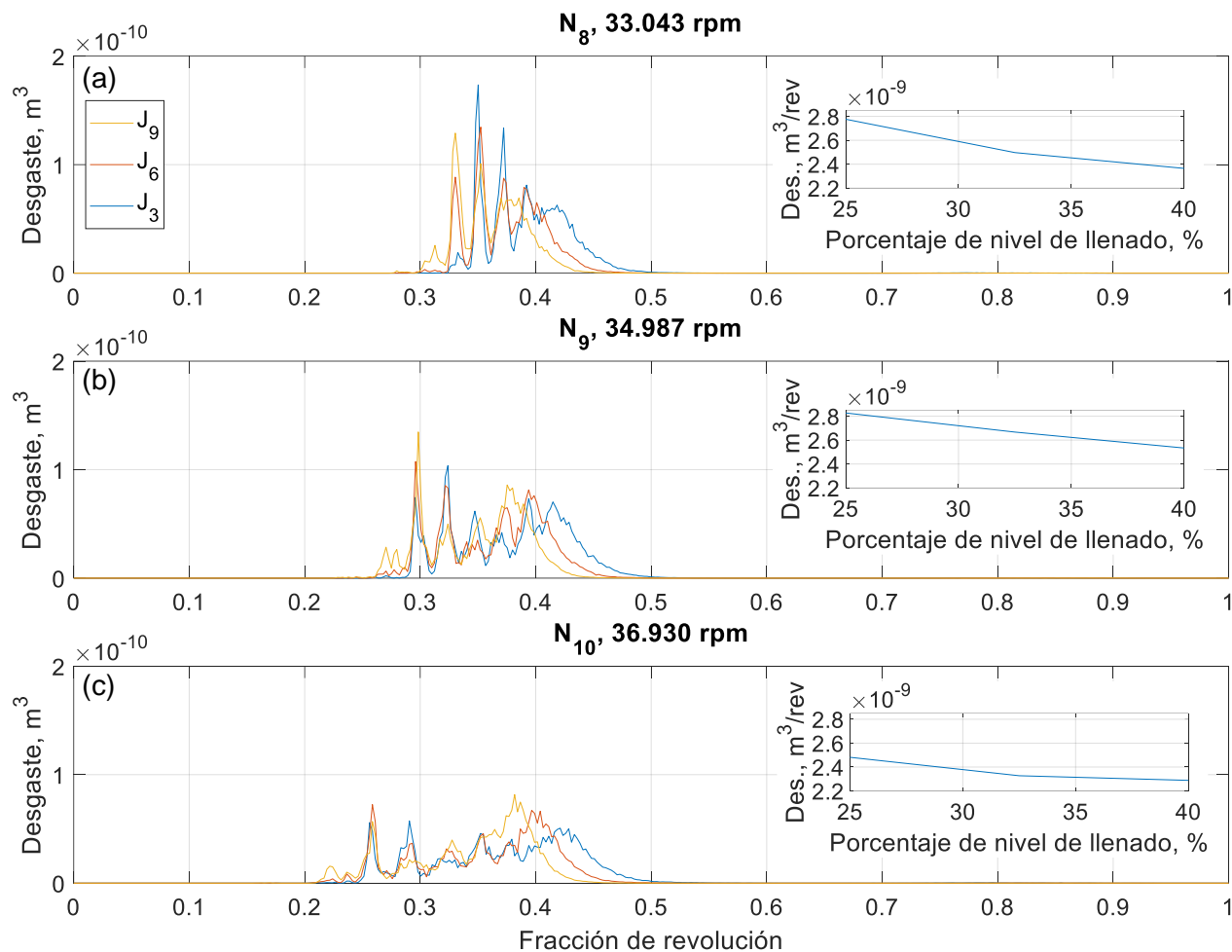


Figura 7.20. Pulsos promedio estimados por el modelo de Bitter para los niveles de carga J_3 , J_6 y J_9 , y velocidades de rotación: (a) N_8 ; (b) N_9 ; (c) N_{10} .

Por otro lado, es importante destacar que el aumento de la velocidad de rotación no tiende a aumentar el desgaste en el sensor virtual cuando este ingresa a la zona aglomerada de partículas, aspecto contrario a lo que ocurre con el nivel de carga.

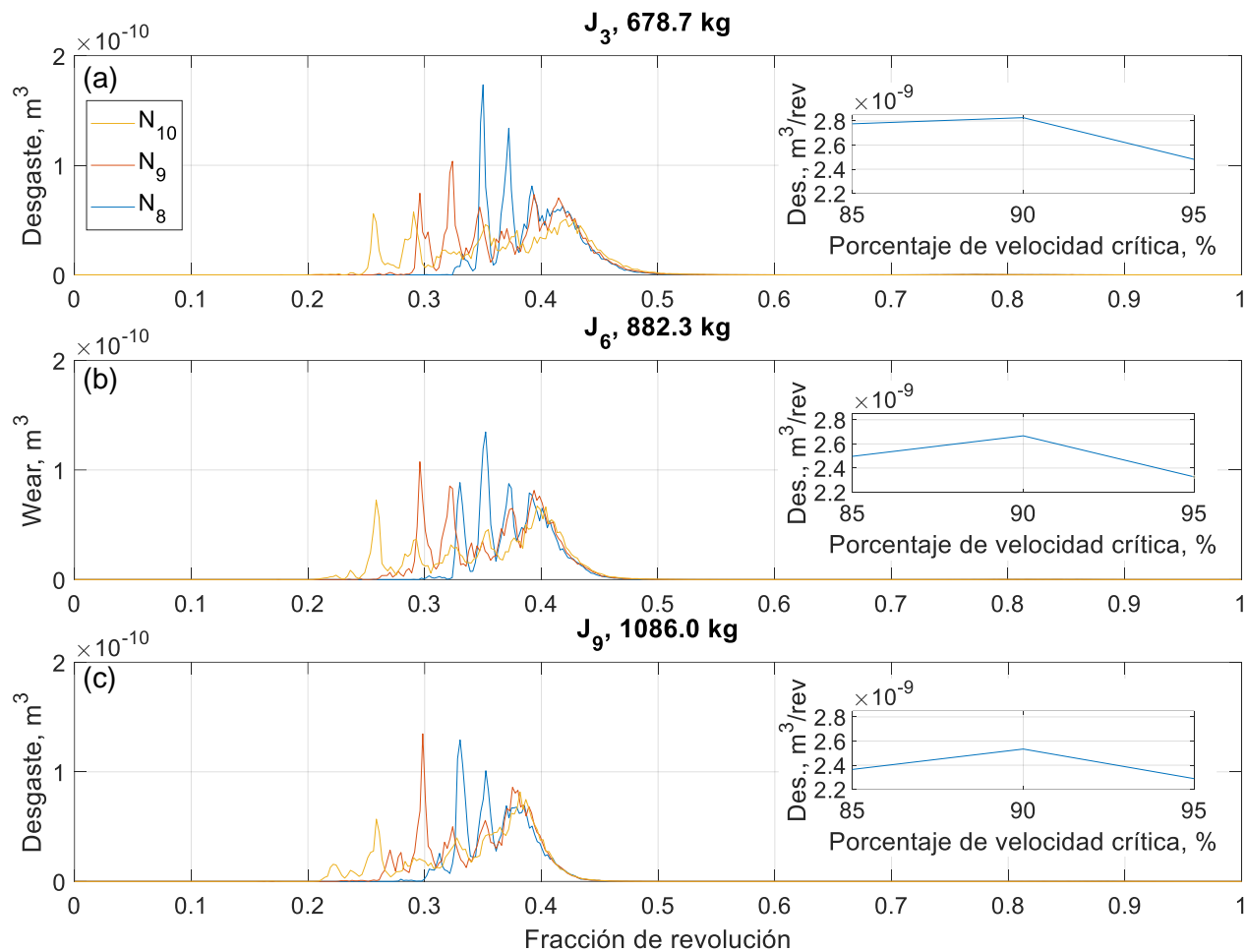


Figura 7.21. Pulsos promedios estimados por el modelo de Bitter para las velocidad de rotación N_8 , N_9 y N_{10} , y niveles de carga: (a) J_8 ; (b) J_9 ; (c) J_{10} .

CAPÍTULO 8

8 Energía de la conminución

En este capítulo se presentan los resultados de energía de impacto y de corte de las partículas que se obtuvieron a partir de las simulaciones DEM al considerar diversas condiciones operativas.

8.1 Energía por sector

Cuando el molino opera en régimen estacionario, los valores de energía de impacto y de corte de la carga dependen de su localización en el interior del molino. Para analizar la distribución energética de la carga y su relación con la variación de las condiciones operativas, se genera una grilla ficticia en la sección transversal del molino, como se muestra en la Figura 8.1. Cada sector de la grilla agrupa un determinado grupo de partículas en cada paso de tiempo de simulación.

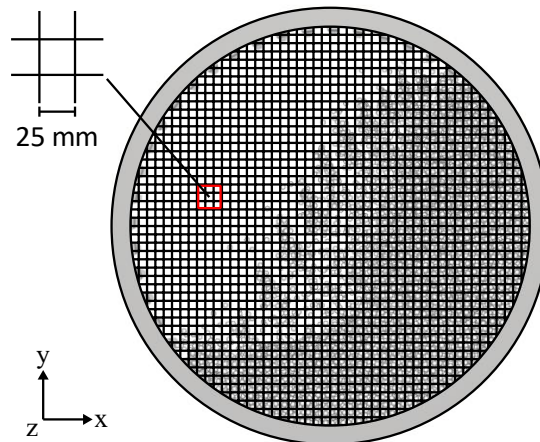


Figura 8.1. Grilla ficticia en la sección transversal del molino.

Para determinar la energía promedio de impacto y de corte de la carga en cada sector, se emplea la metodología discreto a continuo, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\bar{E}_{imp} = \frac{1}{n_{\Delta t}} \sum_{\Delta t=1}^{n_{\Delta t}} \left(\frac{1}{n_p} \sum_{p=1}^{n_p} E_{imp,p}^{\Delta t} \right) \quad (8.1)$$

$$\bar{E}_{cor} = \frac{1}{n_{\Delta t}} \sum_{\Delta t=1}^{n_{\Delta t}} \left(\frac{1}{n_p} \sum_{p=1}^{n_p} E_{cor,p}^{\Delta t} \right) \quad (8.2)$$

Donde $E_{imp,p}$ y $E_{cor,p}$ son la energía de impacto y de corte para una partícula, respectivamente; n_p es el número de partículas pertenecientes a un sector específico; $n_{\Delta t}$ es el número de pasos de tiempo de simulación; y Δt es el paso de tiempo. Para este análisis, se consideraron 1501 pasos de tiempo de simulación, valor en que los resultados promedio no presentan variaciones significativas. Con el objetivo de visualizar de mejor manera los cambios de la distribución energética, se aplica logaritmo natural al valor promedio energético asociado a cada sector.

Con el propósito de analizar el efecto de la velocidad de rotación del molino en la distribución energética, la Figura 8.2 muestra la evolución de las energías de impacto y de corte por sector al incrementar progresivamente la velocidad desde N_1 a N_{10} , manteniendo el nivel de carga en J_6 . De la Figura, se puede observar que, a medida que aumenta la velocidad de rotación, también aumentan las energías, siendo la de impacto más predominante que la de corte. La región de mayor energía se encuentra alrededor de la posición del talón de la carga, tanto para la de impacto como para la de corte. Cuando el molino opera a elevadas velocidades ($\omega \geq N_7$), de tal forma que se produzcan impactos directos sobre los recubrimientos por parte de las partículas, surgen zonas con elevado valor energético. Para el caso de la energía de impacto, estas zonas presentan alto valor energético en comparación con el resto de la sección transversal. En cambio, la energía de corte también muestra un alto valor energético en estas zonas, sin embargo, su magnitud es más uniforme en comparación al resto de las zonas de la sección transversal.

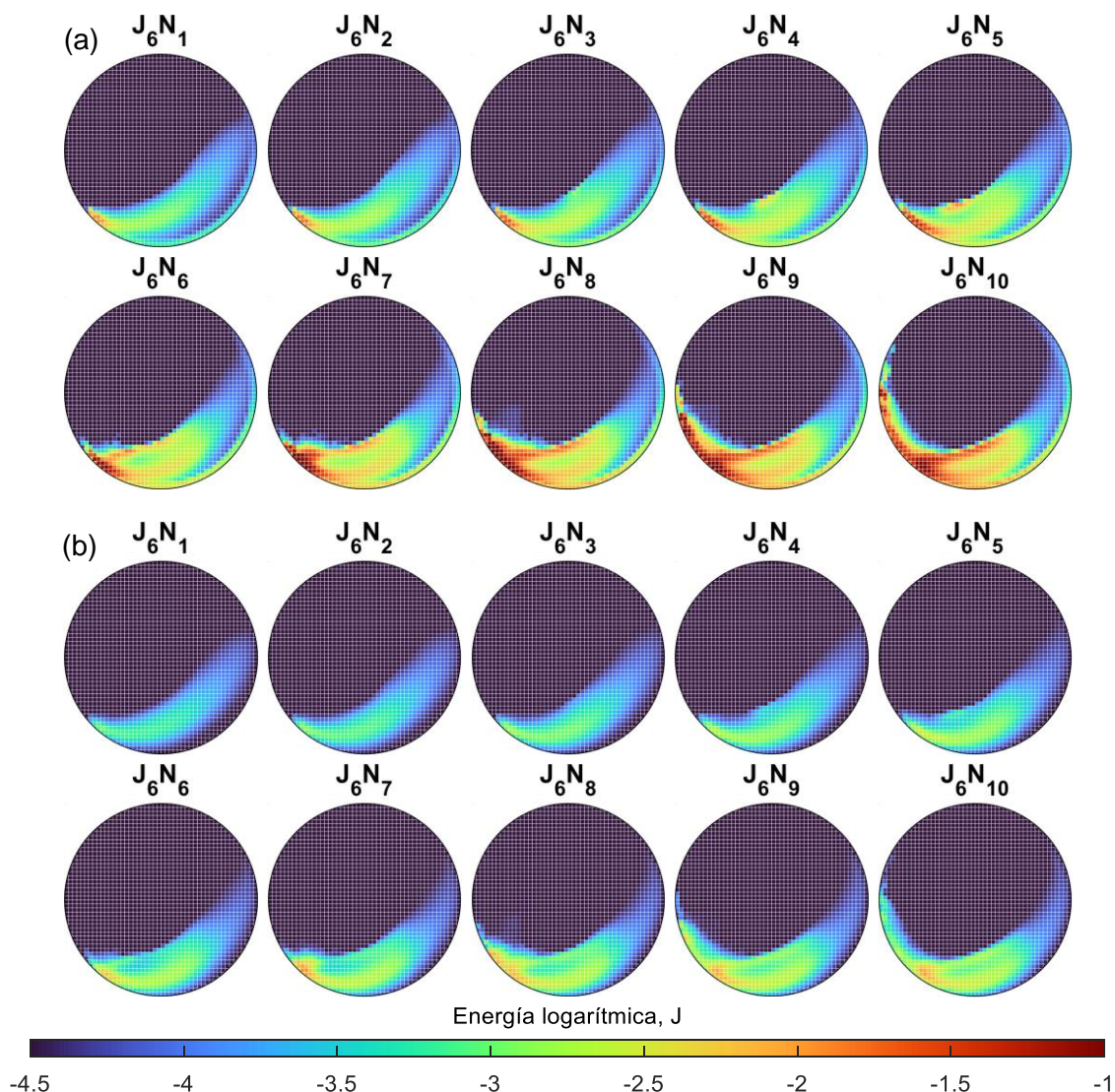


Figura 8.2. Efecto de la velocidad de rotación en la distribución energética interna del molino: (a) Energía de impacto promedio; (b) Energía de corte promedio. Logaritmo natural aplicado.

Por otro lado, cuando el molino opera a una velocidad igual o mayor a N_3 , parte de las partículas suspendidas en el aire colisionan directamente con la carga aglomerada, generando una zona de

energía superficial relevante, como se observa en la Figura 8.2. Esta zona energética aumenta su valor y área superficial a medida que se incrementa la velocidad. Además, cabe destacar que no se observan energías de contacto significativas entre las partículas mientras están suspendidas en el aire.

Con el propósito de analizar el efecto del nivel de carga del molino en la distribución energética, la Figura 8.3 muestra la evolución de las energías de impacto y de corte por sector al incrementar progresivamente la carga desde J_1 a J_{10} , manteniendo la velocidad de rotación en N_6 . De la Figura se puede observar que, a medida que aumenta el nivel de carga, la variación en la magnitud de las energías no es tan predominante como cuando se varía la velocidad de rotación. Sin embargo, el incremento de la carga aumenta el tamaño de la zona energética. También, se observa que esta zona se desplaza verticalmente a medida que aumenta el nivel de carga, generando una zona de muy baja energía ubicada en la parte inferior derecha del molino.

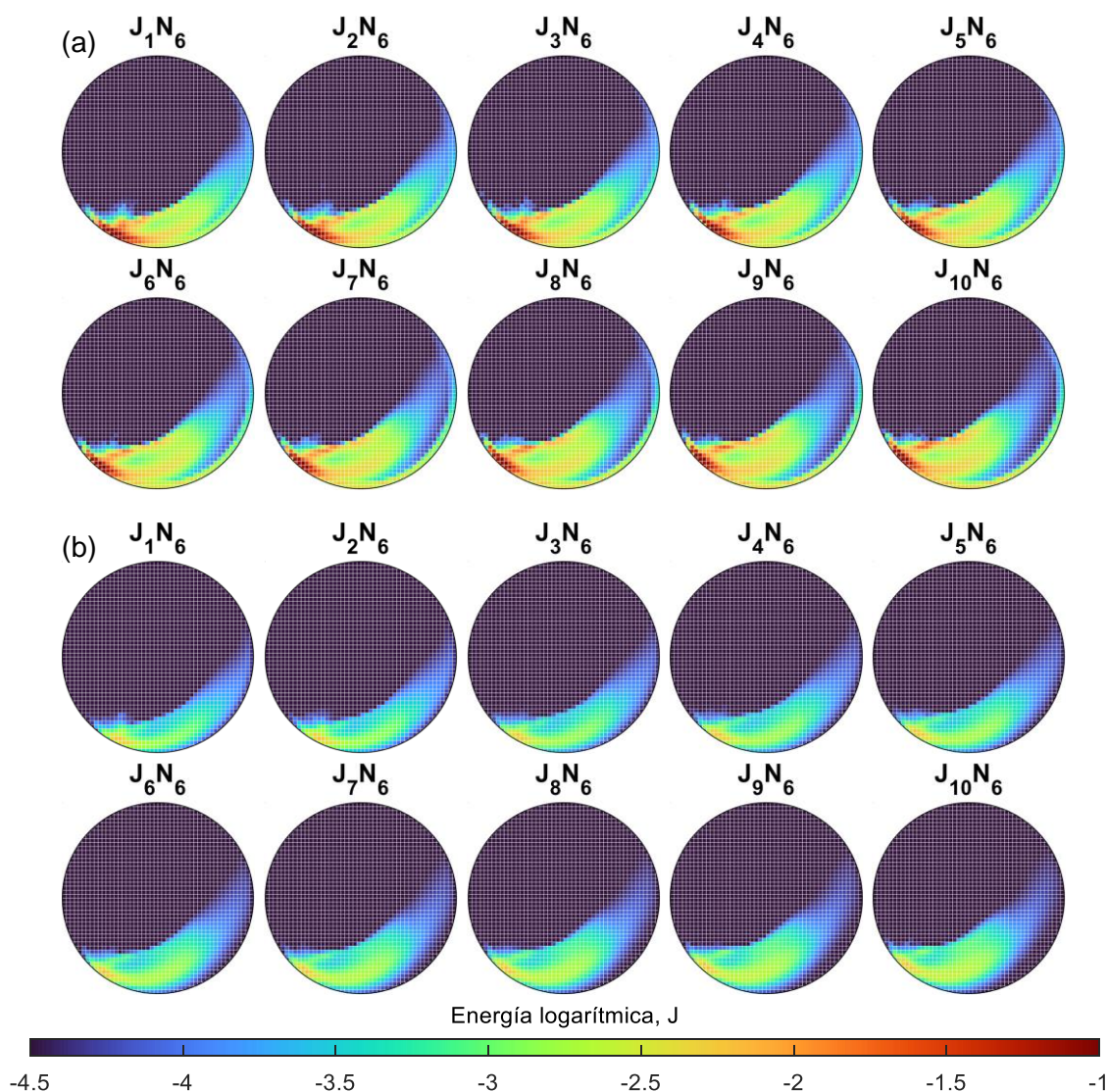


Figura 8.3. Efecto del nivel de carga en la distribución energética interna del molino: (a) Energía de impacto promedio; (b) Energía de corte promedio. Logaritmo natural aplicado.

Con el objetivo de analizar de manera más detallada la forma de la distribución energética de las Figura 8.2 y Figura 8.3, se extraen las velocidades traslacionales y rotacionales de las partículas para la condición de operación J_6N_9 , las cuales se muestran en la Figura 8.4. La zona A presenta un elevado valor energético debido al impacto generado por los recubrimientos al ingresar en la carga aglomerada. En la zona B, la distribución energética se debe principalmente a la elevada velocidad rotacional de las partículas. Sin embargo, los valores en esta zona son más bajos en comparación con sus alrededores, ya que la velocidad traslacional de las partículas es cercana a 0 m/s. La zona C muestra altos valores energéticos en la energía de impacto localizada en la pared interna del molino, producto del deslizamiento de las partículas entre sí, que finalmente terminan generando pequeños impactos en los recubrimientos. La zona D es de alto valor energético debido a las colisiones de las partículas contra los recubrimientos a elevadas velocidades traslacionales. Además, se producen colisiones entre partículas como resultado de su restitución al impactar con los recubrimientos, generando una mayor área de alto valor energético. En la zona E, el alto valor energético se debe a las colisiones de las partículas que se encuentran suspendidas en el aire, las cuales tienen elevadas velocidades traslacionales. Además, es una zona donde las partículas también tienen elevadas velocidades rotacionales. Por último, la zona F presenta un alto valor energético debido a la combinación de altas velocidades traslacional y rotacional. Además, en los extremos de dicha zona se generan capas de partículas deslizantes, debido a la zona de baja velocidad traslacional ubicada en la parte superior y del efecto de las partículas que son elevadas por los recubrimientos en la parte inferior.

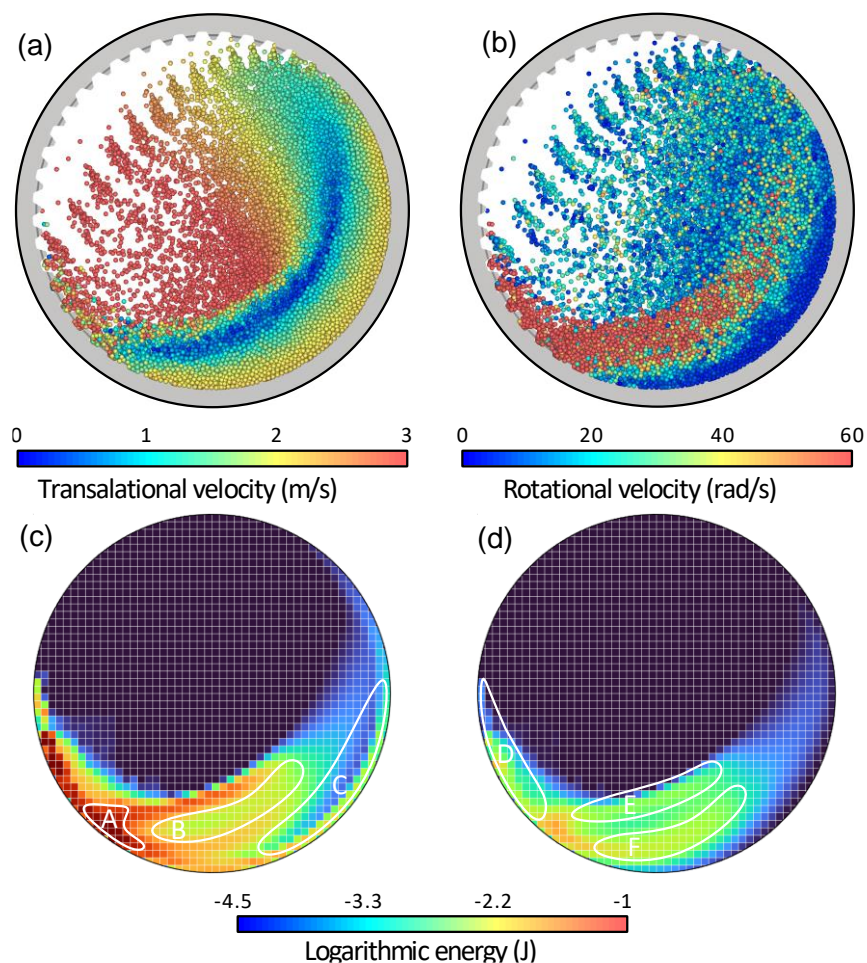


Figura 8.4. Dinámica de las partículas y energía para la condición de operación J_6N_9 : (a) Velocidad traslacional; (b) Velocidad rotacional; (c) Energía de impacto; (d) Energía de corte.

Para tener una mejor comparativa entre condiciones de operación cercanas, en el Anexo E se muestran las distribuciones energéticas para las 100 condiciones de operación.

8.2 Energía promedio total

En el Anexo F, se muestran las energías sumativas de impacto y de corte, respectivamente, en cada paso de tiempo de simulación para un nivel de llenado J_6 y diversas velocidades de rotación. Con el objetivo de cuantificar la distribución energética, se suman todas las energías asociadas a cada partícula en cada paso de tiempo de simulación, y posteriormente se determina el promedio en 1501 pasos de tiempo. Al estimar el valor promedio para las 100 condiciones de operación, tanto para la energía de impacto como para la de corte, se obtienen las curvas de energía de la Figura 8.5, las cuales están en función de la velocidad de rotación.

De la Figura 8.5, se observa que la energía de impacto es superior a la energía de corte en las 100 condiciones operativas. La energía de impacto aumenta a medida que se incrementa la velocidad de rotación, mostrando un comportamiento lineal hasta el 75% de velocidad crítica, luego, muestra un comportamiento no lineal con una variación descendente. En cambio, la energía de corte aumenta de forma lineal entre el 50% y 70% de la velocidad crítica, y luego muestra un comportamiento no lineal con una variación descendente, presentando un comportamiento levemente horizontal a partir del 90% de la velocidad crítica.

En la Figura 8.6 se observa la energía promedio total de impacto y de corte para las 100 condiciones operativas en función del nivel de carga. Ambas energías aumentan a medida que se incrementa el nivel de carga, pero el aumento es más lineal para la energía de impacto que en la energía de corte.

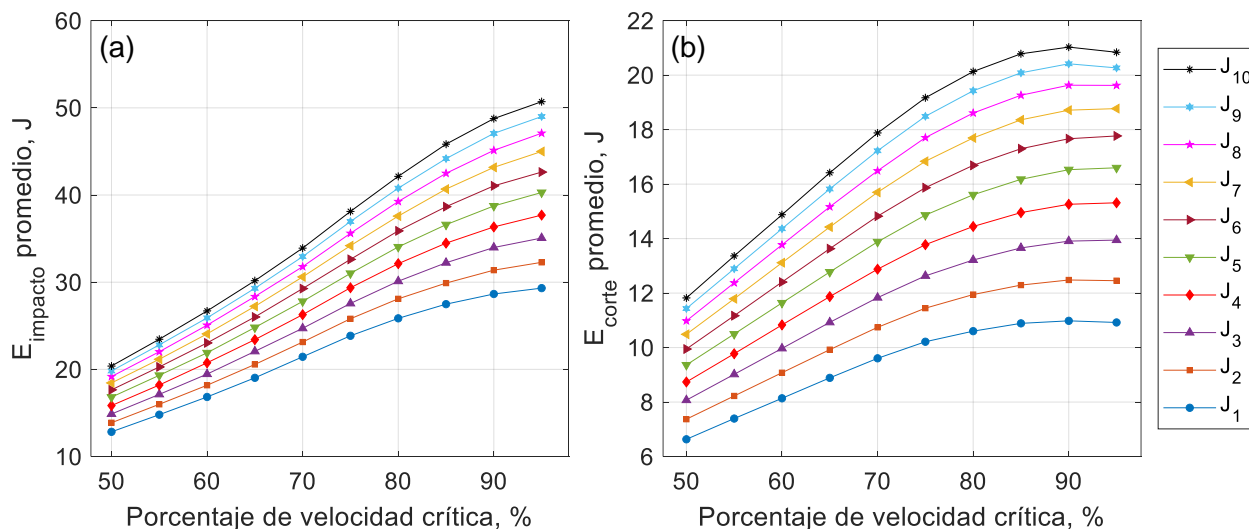


Figura 8.5. Efecto de la velocidad de rotación en la energía promedio total de: (a) Impacto; (b) Corte.

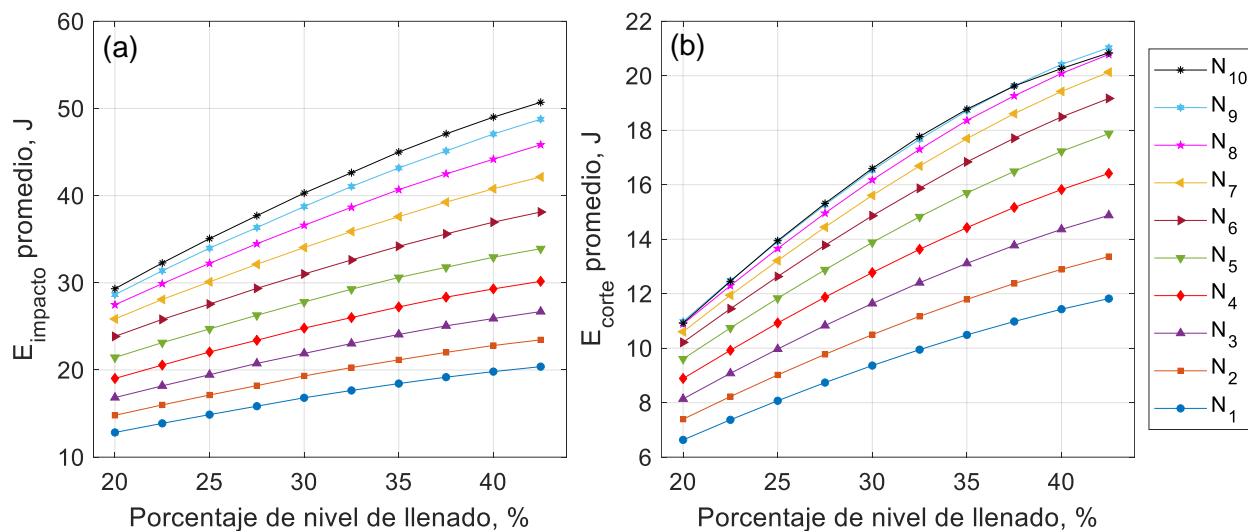


Figura 8.6. Efecto del nivel de carga en la energía promedio total de: (a) Impacto; (b) Corte.

8.3 Energía promedio en densidad

En la sección anterior se estimó la energía promedio total en el interior del molino. Sin embargo, es importante expresar las energías en unidades de masa para cuantificar la eficiencia del sistema. En la Figura 8.7 se muestra la energía específica promedio de impacto y de corte en función de la velocidad de rotación. A partir de las gráficas, es posible observar que el comportamiento de las curvas es similar, pero con una tendencia invertida a las curvas de energía promedio total. Sobre el 75% de la velocidad crítica, las curvas de energía específica muestran una disminución en la tasa de crecimiento. Esto también se evidenció en la energía total promedio, explicándose a partir de las Figura 8.2, donde se observa que, a medida que aumenta la velocidad de rotación, menor es el área energética de partículas aglomeradas que no causan impacto directo en los recubrimientos.

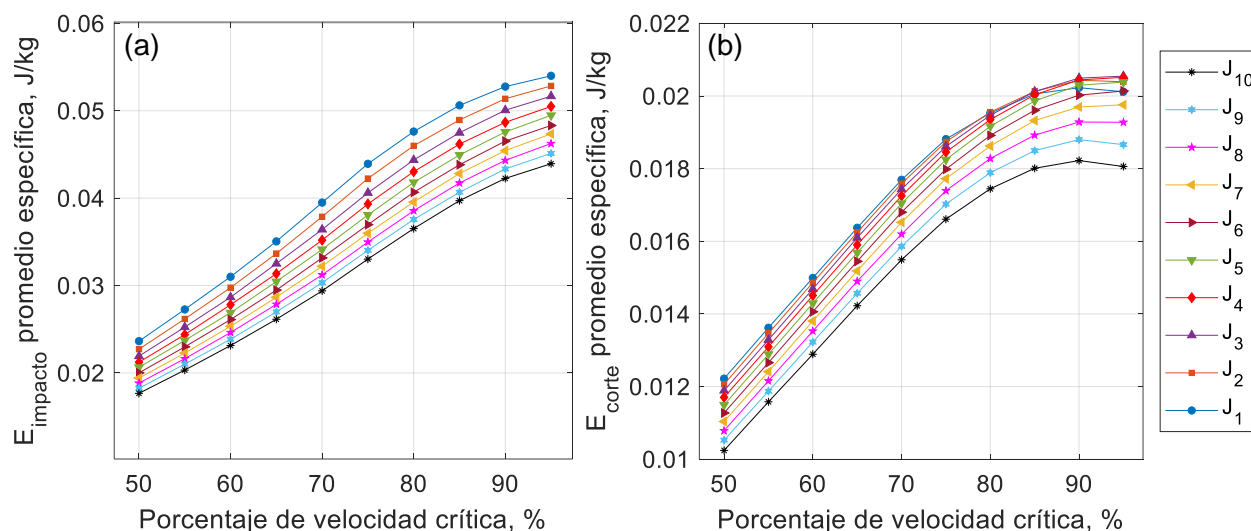


Figura 8.7. Efecto de la velocidad de rotación en la energía específica promedio de: (a) Impacto; (b) Corte.

En la Figura 8.8 se muestra la energía específica promedio de impacto y de corte en función del nivel de carga. Es posible observar que disminuyen en magnitud a medida que se incrementa el

nivel de carga. Esto se explica a partir de la Figura 8.3, donde se observa que, a medida que aumenta el nivel de carga, se genera una zona de baja energía cada vez mayor en la parte inferior del molino. Es relevante destacar que esta tendencia no ocurre para las curvas de energía específica de corte con velocidades de operación N_9 y N_{10} , ya que presentan un punto de inflexión en el 25% del nivel de carga. Además, operar el equipo a dichas velocidades genera el mismo efecto de energía de corte sobre la carga.

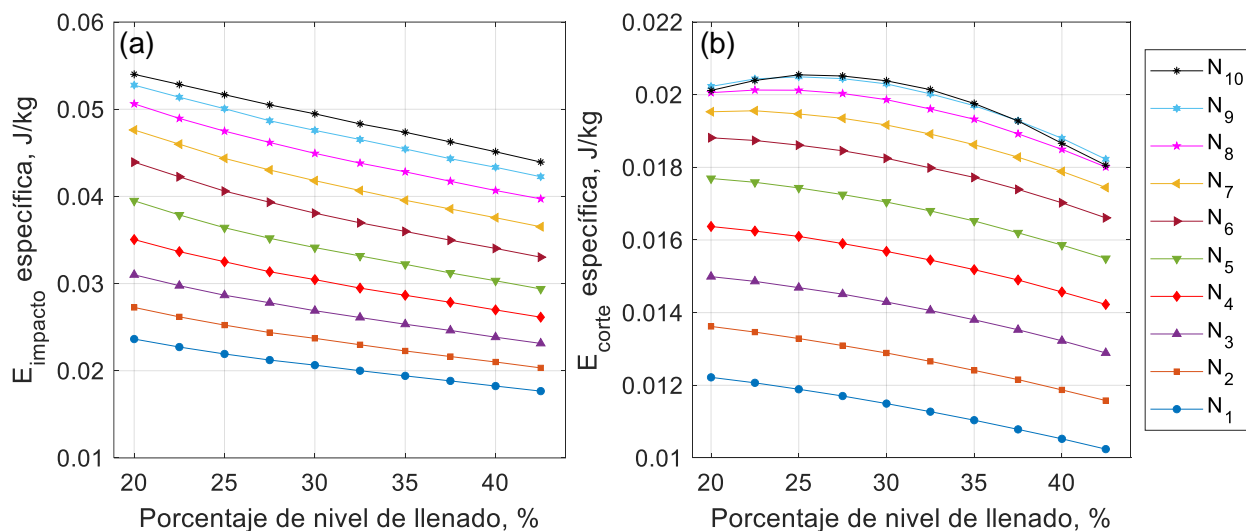


Figura 8.8. Efecto del nivel de carga en la energía específica promedio de: (a) Impacto; (b) Corte.

8.4 Relación energía consumida por el molino con las energías de impacto y corte

En la Figura 8.9 y la Figura 8.10 se observa la relación entre la potencia consumida por el molino y las energías de impacto y de corte. Se puede ver que, un incremento en la velocidad de rotación independientemente del nivel de llenado, la potencia y la energía de impacto también se incrementan, pero lo realizan a una tasa decreciente. Esto también ocurre para la energía de corte, con la diferencia de que, a altas velocidades, el cambio entre condiciones operativas no genera variaciones significativas, e incluso, se generan en algunos casos puntos de inflexión.

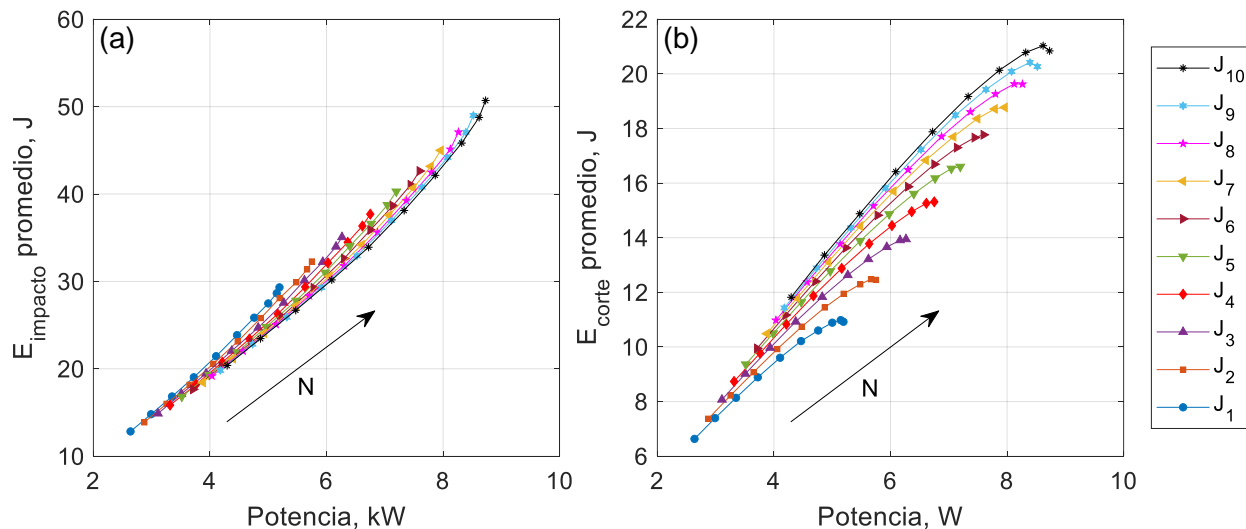


Figura 8.9. Relación entre la potencia y las curvas de nivel de llenado asociadas a la: (a) Energía de impacto; (b) Energía de corte.

Por otro lado, de la Figura 8.10 se concluye que un incremento en el nivel de llenado genera un aumento en la potencia, independientemente de la velocidad de rotación, lo que a su vez genera un aumento en las energías de impacto y de corte.

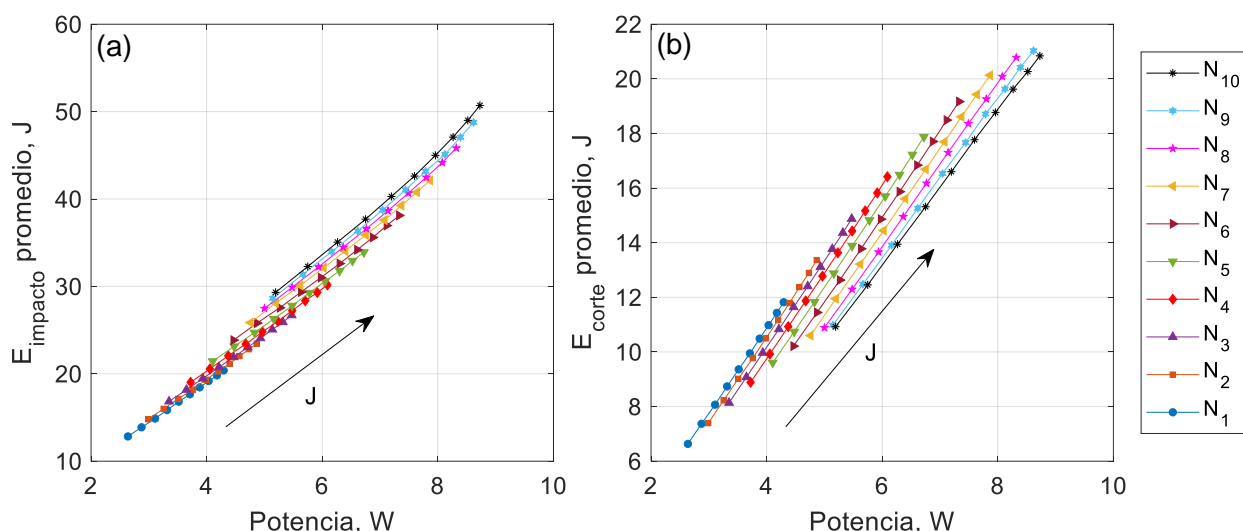


Figura 8.10. Relación entre la potencia y las curvas de velocidad asociadas a la: (a) Energía de impacto; (b) Energía de corte.

La conclusión principal de la Figura 8.9 y Figura 8.10, es que es posible incrementar las energías de impacto y de corte sobre las partículas, sin la necesidad de aumentar la energía suministrada al equipo, si no que cambiando estratégicamente la velocidad de rotación y el nivel de llenado.

8.5 Relación energía de la conminución con el desgaste

En las secciones anteriores, se analizó de forma independiente el desgaste en los sensores virtuales, así como las energías de impacto y de corte, utilizando diversas condiciones operativas. Sin embargo, es necesario conocer la relación entre desgaste y energía de la conminución para encontrar condiciones óptimas de operación, y también, conocer los efectos de la transición entre diferentes condiciones operativas. Se utiliza la energía de impacto porque es más predominante y está directamente relacionada con la tasa de molienda [Jayasundara & Zhu, 2022b].

En la Figura 8.11, se presenta la distribución energética en el interior del molino, y alrededor la curva de desgaste por revolución en el sensor virtual estimada por el modelo de Archard, para diversas combinaciones de nivel de llenado y velocidad de rotación. Se consideraron condiciones de operación extremas e intermedias para una mejor visualización de los efectos de transición entre condiciones operativas.

A partir de la Figura 8.11, se puede observar que, para todas las condiciones operativas, a medida que se incrementa la velocidad de rotación, la zona de baja energía, denotada como zona C en la Figura 8.4, tiene un desplazamiento en la dirección horizontal hacia la derecha, donde sus dimensiones cada vez son menores. Esto ocasiona que el desgaste también se incline hacia la derecha, aumentando su valor en la zona de baja energía. Esto se debe principalmente al aumento del movimiento de partículas, las cuales ocasionan un mayor deslizamiento con respecto a los recubrimientos.

Por otro lado, para todas las condiciones operativas, a medida que se incrementa el nivel de llenado, la misma zona de baja energía aumenta su tamaño en la dirección horizontal hacia la

izquierda. Esto ocasiona que el desgaste también se incline más hacia la izquierda, disminuyendo su valor en la zona de baja energía. Esto se debe principalmente a la disminución del movimiento de las partículas, debido a la adición de más carga.

Cuando el sensor virtual ingresa a la aglomeración de partículas, se visualiza la zona de mayor energía de impacto. Sin embargo, el desgaste máximo ocurre fracciones de revolución después. Este desgaste se produce en la parte intermedia entre la zona de mayor energía y la de baja energía.

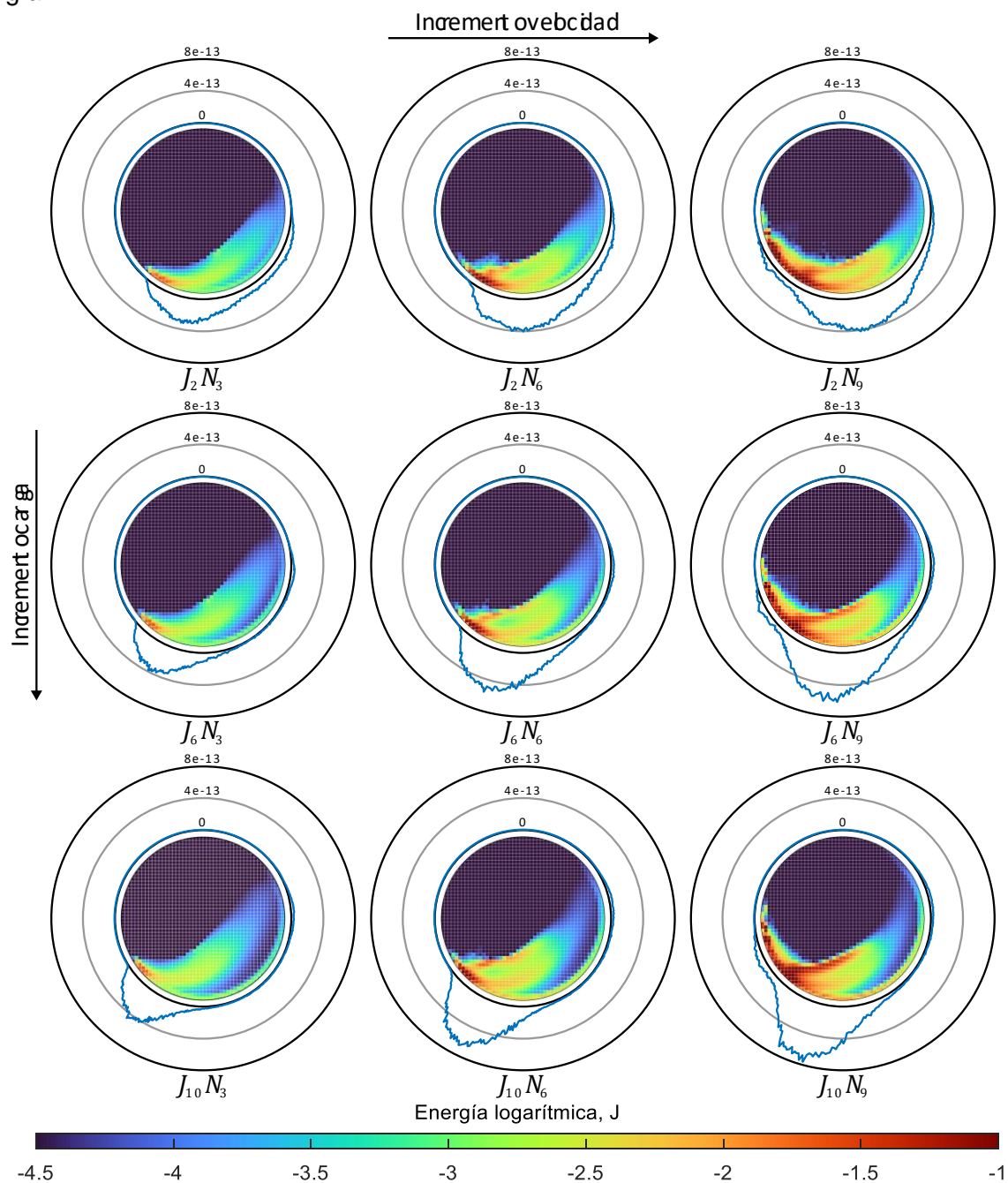


Figura 8.11. Desgaste de Archard alrededor de la distribución energética interna del molino para múltiples condiciones operativas. Logaritmo natural (ln) aplicado a los valores energéticos.

De la Figura 8.11, también se observa que las mayores distribuciones energéticas ocurren cuando el molino opera a altas velocidades, pero también se producen las mayores zonas de desgaste.

De la misma forma, en la Figura 8.12 se presenta la distribución energética en el interior del molino, y alrededor la curva de desgaste por revolución en el sensor virtual estimada por el modelo de Bitter, para diversas combinaciones de nivel de llenado y velocidad de rotación. La principal diferencia con el modelo de Archard, es que predice desgaste una vez que el sensor virtual pasa por la zona de mayor energía de impacto.

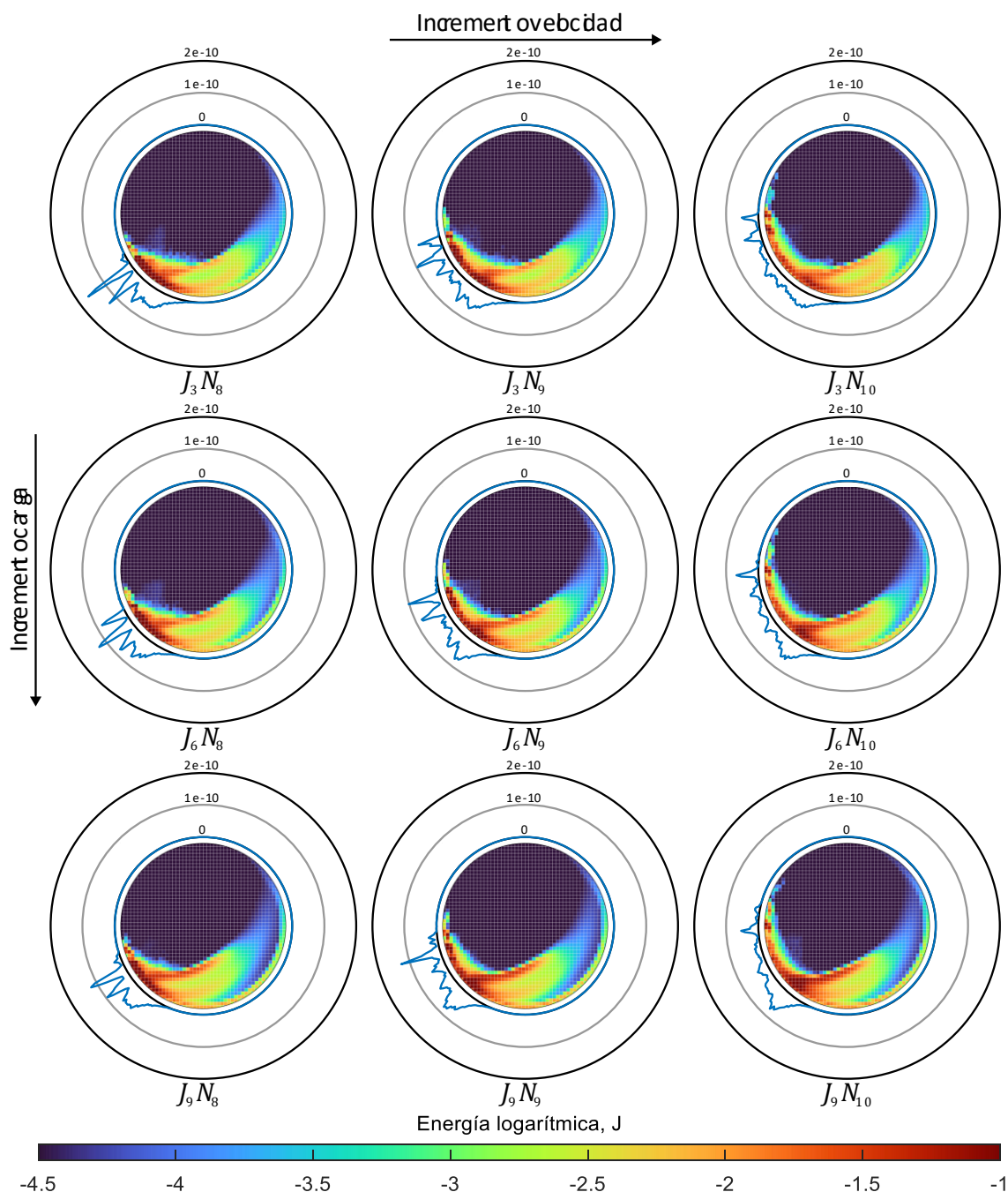


Figura 8.12. Desgaste de Bitter alrededor de la distribución energética interna del molino para múltiples condiciones operativas. Logaritmo natural (ln) aplicado a los valores energéticos.

De la Figura 8.12, es importante observar que, si no se considera el desgaste producto de los impactos directos en los recubrimientos causados por las partículas suspendidas en el aire, el desgaste máximo en el sensor virtual ocurre en la zona de mayor energía de impacto, cuando el sensor ingresa a la zona aglomerada de partículas, situación en la que el modelo de Archard difiere.

En cuanto a los impactos directos, a medida que se incrementa la velocidad de rotación, los valores máximos de desgaste tienden a reducirse, al igual que los valores máximos de energía de impacto. Esto se debe a que, a mayor velocidad de rotación, mayor es la cantidad de partículas suspendidas en el aire que impactan la superficie, generando una zona de alto flujo que protege parcialmente la superficie.

Dado que los modelos de Archard y Bitter representan mecanismos de desgaste distintos, no es posible sumar directamente sus resultados por la diferencia de variables entre ambos. Sin embargo, se pudo visualizar los efectos del desgaste erosivo y abrasivo de forma independiente, así como la diferencia en los resultados producto del modo de desgaste predominante. Esto representa un avance hacia el desarrollo de modelos o teorías que permitan acoplar ambos mecanismos de desgaste

9 CONCLUSIONES

El presente estudio evaluó el efecto de las condiciones operativas, específicamente el nivel de llenado y la velocidad de rotación, en el desgaste de los recubrimientos y en las variables características de la energía de la conminución en un molino SAG a escala de laboratorio utilizando el método de elementos discretos (DEM). El modelo numérico se valida experimentalmente mediante la comparación del torque y el movimiento de la carga en múltiples condiciones operativas. Los resultados muestran que la diferencia máxima en magnitud del torque es de un 6.43% y que la distribución espacial de las partículas en el modelo presenta el mismo comportamiento dinámico que en los ensayos.

A partir de los modelos de desgaste abrasivo, se concluye que los modelos de Archard y SIEM predicen tendencias de desgaste similares. Sin embargo, no se puede afirmar que ambos modelos concuerden en magnitud debido a la constante de calibración experimental K del modelo de Archard. En cuanto a los modelos de desgaste erosivo, se concluye que la magnitud del desgaste estimada por el modelo Bitter es levemente superior a la estimada por el modelo Finnie, debido a que la mayor parte de los impactos sobre los recubrimientos ocurren con un ángulo de incidencia superior a 35° .

Para determinar la severidad del desgaste ante los efectos de la velocidad de rotación, es necesario establecer si el molino rotatorio opera con o sin impactos. El modelo de Archard predice que un incremento en la velocidad generalmente provoca un aumento en la tasa de desgaste independientemente del nivel de llenado. Sin embargo, cuando se generan impactos sobre los recubrimientos a velocidades superiores a N_6 , la curva de la tasa de desgaste se vuelve decreciente a medida que aumenta la velocidad. Esto se debe a que, al ser un modelo abrasivo, el desgaste generado por impactos directos sobre los recubrimientos es inferior en comparación con el que ocurre cuando el recubrimiento ingresa al riñón. A mayor tamaño del riñón, mayor será el desgaste cuando el recubrimiento ingrese, sin embargo, dicho tamaño disminuirá a medida que aumenta la velocidad.

Por otro lado, cuando existen impactos, el modelo de Bitter predice que un incremento en la velocidad no necesariamente conlleva un aumento en la tasa de desgaste. Esto se debe a que, las mismas partículas que ya han impactado forman una especie de capa que protegen el recubrimiento de las partículas que están a punto de hacerlo. Además, al ser un modelo erosivo, este no predice desgaste después que los recubrimientos ingresan al riñón. Sin embargo, el desgaste erosivo es superior en comparación al abrasivo en este equipo.

En cuanto al efecto del nivel de llenado en el desgaste, su incremento tiende a reducir la tasa de desgaste en los recubrimientos. Mientras menor es la velocidad de rotación, esta reducción se vuelve más lineal. Este comportamiento se observa al utilizar el modelo de Archard cuando no ocurren impactos, así como el modelo de Bitter. Esto se debe a que, a mayor nivel de llenado, se reduce el deslizamiento por parte de las partículas y aumenta el tamaño del riñón, lo que resulta en una reducción del área de impacto.

También se investigó el cambio en la distribución energética de la carga al variar las condiciones operativas. Los resultados indican que la energía de impacto predomina sobre la energía de corte en todas las zonas de la sección transversal del molino. Además, se observó que las zonas que combinan altas velocidades traslacionales y rotacionales, incluyendo las zonas de impacto, son las que presentan los valores energéticos de mayor magnitud.

En cuanto al efecto de la velocidad de rotación, su aumento tiende a incrementar los valores promedio de energía de impacto de forma aproximadamente lineal. En cambio, los valores promedio de energía de corte también aumentan de forma lineal cuando no existen impactos. Sin embargo, en presencia de impactos, la tasa de incremento de esta energía es decreciente.

Respecto al efecto del nivel de llenado, su aumento tiende a incrementar los valores promedio de energía de impacto y de corte de forma aproximadamente lineal. Sin embargo, este incremento reduce la energía por unidad de masa debido a que una zona de baja energía ubicada en la superficie interna del equipo crece de forma progresiva.

Con base a los análisis de desgaste y energía de la conminución, se concluye que operar el equipo a altas velocidades de tal forma que se generen impactos no es recomendable. Si bien se alcanzan los valores más altos de energía de conminución, el desgaste es acelerado, lo que puede causar daños a la carcasa, el cual es un componente crítico del equipo. En el hipotético caso de que el equipo solo pueda operar a las velocidades N_8 , N_9 y N_{10} , no se recomienda operar con la velocidad intermedia N_9 , ya que se obtienen los valores de desgaste más altos. Si se quiere controlar el desgaste a estas velocidades, se recomienda aumentar el nivel de llenado.

Los valores más altos de energía de conminución sin impactos ocurren cuando parte de la carga está suspendida en el aire (N_4 , N_5 y N_6). Al pasar entre estas condiciones manteniendo el nivel de llenado, se observa un incremento promedio aproximado del 12.14%. Respecto al desgaste, este incremento es del 14.54%. Los valores de energía de impacto y de corte presentan una disminución promedio aproximada del 3.05% y 1.49%, al incrementarse el nivel de llenado desde J_1 a J_{10} , respectivamente, manteniendo la velocidad de rotación. En contraste, el desgaste presenta generalmente una disminución promedio aproximada del 2.94%. Por lo tanto, se puede ver que la condición de operación óptima netamente dependerá de los costos asociados de preferir minimizar el desgaste o incrementar la cantidad de material procesado. Esto permite a los operadores de molinos desarrollar estrategias de gestión operativas. Si el objetivo es incrementar la cantidad de material procesado, se recomienda aumentar la velocidad de rotación y operar con niveles de llenado intermedios. En cambio, si se busca reducir el desgaste, se debe disminuir la velocidad de rotación y/o incrementar el nivel de llenado. Los valores de velocidades no deben ser lo suficientemente altos para que la carga no cause impacto en los recubrimientos.

Bibliografía

- [Aldrich, 2013] Chris Aldrich. (2013). Consumption of steel grinding media in mills – A review. *Minerals Engineering*, Volume 49, Pages 77-91.
- [Ali-Kawaz et al., 2017] Al-Kawaz, A., Hadi, N. J., & Hamzah, A. F. (2017). Study the Effect of Bi-Layers on the Friction and Impact Resistance of PMMA/Nano-composite Hard Coatings. *International Journal of Applied Engineering Research*, Volume 12(16), Pages 6176-6181.
- [Ames, 2016] Ames Ramírez, J. C. (2016). Plan estratégico para los servicios de cambio de revestimientos molino SAG y bolas en el mercado peruano. Trabajo de Investigación presentado para optar al Grado Académico de Magíster en Administración. Universidad del Pacífico. Historia secreta de Chile. Sudamericana.
- [Archard, 1953] Archard, J. F. (1953). Contact and Rubbing of Flat Surfaces. *Journal of Applied Physics*, Vol.24, pp. 981-988.
- [Archard, 1980] Archard, J.F. (1980). *Wear Theory and Mechanisms*. *Wear Control Handbook*. American Society of Mechanical Engineers, New York. pp. 35–80.
- [Arkema, 2010] Arkema (2010). Technical Sheet: Plexiglas G Acrylic Sheet, Arkema Inc, Philadelphia, USA.
- [Ashrafizadeh & Ashrafizadeh, 2012] Hossein Ashrafizadeh & Fakhreddin Ashrafizadeh. (2012). A numerical 3D simulation for prediction of wear caused by solid particle impact. *Wear*, Volumes 276–277, Pages 75-84.
- [ASM International, 2019] ASM International (2019). *ASM Handbook, Volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials* (9th. Ed). ASM international.
- [Banisi & Hadizadeh, 2007] S. Banisi & M. Hadizadeh (2007). 3-D liner wear profile measurement and analysis in industrial SAG mills. *Minerals Engineering*, Volume 20, Pages 132-139.
- [Bian et al., 2017] Xiaolei Bian, Guoqiang Wang, Hongdi Wang, Shuai Wang & Weidong Lv. (2017). Effect of lifters and mill speed on particle behaviour, torque, and power consumption of a tumbling ball mill: Experimental study and DEM simulation. *Minerals Engineering*, Volume 105.
- [Bibak & Banisi, 2021] Z. Bibak & S. Banisi (2021). A combined physical and DEM modelling approach to investigate particle shape effects on load movement in tumbling mills. *Advanced Powder Technology*, Volume 32, Pages 916-930.
- [Bitter, 1963a] J. G. A. Bitter. (1963). A study of erosion phenomena part I. *Wear*, Volume 6, Pages 5-21.
- [Bitter, 1963b] J. G. A. Bitter. (1963). A study of erosion phenomena part II. *Wear*, Volume 6, Pages 169-190.

- [Boemer & Ponthot, 2017] Dominik Boemer & Jean-Philippe Ponthot (2017). A generic wear prediction procedure based on the discrete element method for ball mill liners in the cement industry. *Minerals Engineering*, Volume 109, Pages 55-79.
- [Cleary & Morrison, 2011] Paul W. Cleary & Rob D. Morrison (2011). Understanding fine ore breakage in a laboratory scale ball mill using DEM. *Minerals Engineering*, Volume 24.
- [Cleary & Morrison, 2012] Paul W. Cleary & Rob D. Morrison (2012). Prediction of 3D slurry Flow within the grinding chamber and discharge from a pilot scale SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 39, Pages 184-195.
- [Cleary & Morrison, 2016] P.W. Cleary & R.D. Morrison (2016). Comminution mechanisms, particle shape evolution and collision energy partitioning in tumbling mills. *Minerals Engineering*, Volume 86, Pages 75-95.
- [Cleary & Owen, 2015] Paul W. Cleary & Phil Owen (2015). Effect of liner design on performance of a HICOM® mill over the predicted liner life cycle. *International Journal of Mineral Processing*, Volume 134, Pages 11-22.
- [Cleary & Owen, 2015] Paul W. Cleary & Phil Owen (2015). Effect of liner design on performance of a HICOM® mill over the predicted liner life cycle. *International Journal of Mineral Processing*, Volume 134, Pages 11-22.
- [Cleary & Owen, 2018] Paul W. Cleary & Phil Owen (2018). Development of models relating charge shape and power draw to SAG mill operating parameters and their use in devising mill operating strategies to account for liner wear. *Minerals Engineering*, Volume 117, Pages 42-62.
- [Cleary & Owen, 2019a] Paul W. Cleary & Phil Owen (2019). Effect of particle shape on structure of the charge and nature of energy utilisation in a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 132, Pages 48-68.
- [Cleary & Owen, 2019b] Paul W. Cleary & Phil Owen (2019). Effect of operating condition changes on the collisional environment in a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 132, Pages 297-315.
- [Cleary et al., 2010] Cleary, P.W., Owen, P.J., Hoyer, D.I. & Marshall, S. (2010). Prediction of mill liner shape evolution and changing operational performance during the liner life cycle: Case study of a HICOM mill. *Int. J. Numer. Methods Eng*, Volume 81, Pages 1157–1179.
- [Cleary et al., 2018] Paul W. Cleary, Gary W. Delaney, Matt D. Sinnott & Rob D. Morrison (2018). Inclusion of incremental damage breakage of particles and slurry rheology into a particle scale multiphase model of a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 128, Pages 92-105.
- [Cleary, 1998] Cleary, P. W. (1998). Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. *Minerals Engineering*, Vol. 11, Pages. 1061-1080.
- [Cleary, 1998] Cleary, P. W. (1998). Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. *Minerals Engineering*, Vol. 11, Pages 1061-1080.

- [Cleary, 2015] Paul W. Cleary (2015). Prediction of coupled particle and fluid flows using DEM and SPH. *Minerals Engineering*, Volume 73, Pages 85-99.
- [Cleary, Morrison & Delaney, 2018] Paul W. Cleary, Rob D. Morrison & Gary W. Delaney (2018). Incremental damage and particle size reduction in a pilot SAG mill: DEM breakage method extension and validation. *Minerals Engineering*, Volume 128, Pages 56-68.
- [Cleary, Morrison & Sinnott, 2020] Paul W. Cleary, Rob D. Morrison & Matt D. Sinnott (2020). Prediction of slurry grinding due to media and coarse rock interactions in a 3D pilot SAG mill using a coupled DEM + SPH model. *Minerals Engineering*, Volume 159.
- [Cundall & Strack, 1979] Cundall, P. A. y Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1), 47–65.
- [Cundall, 1971] Cundall, P.A. (1971). A Computer Model for Simulating Progressive, Large-scale Movement in Blocky Rock System. In *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics*, Francia.
- [Cundall, 1988] Cundall, P. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model part i. a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Volume 25(3), 107–116.
- [Delaney et al., 2013] G.W. Delaney, P.W. Cleary, R.D. Morrison, S. Cummins & B. Loveday (2013). Predicting breakage and the evolution of rock size and shape distributions in AG and SAG mills using DEM. *Minerals Engineering*, Volumes 50–51, Pages 132-139.
- [Delaney et al., 2013] G.W. Delaney, P.W. Cleary, R.D. Morrison, S. Cummins & B. Loveday (2013). Predicting breakage and the evolution of rock size and shape distributions in Ag and SAG mills using DEM. *Minerals Engineering*, Volumes 50–51, Pages 132-139.
- [ESSS, 2018] ESSS (2018). DEM Technical Manual 4.2. ESSS Rocky DEM, S.R.L.
- [ESSS, 2018] ESSS. (2018). DEM Technical Manual 4.2. ESSS Rocky DEM, S.R.L.
- [Finnie, 1960] I. Finnie. (1960). Erosion of surfaces by solid particles. *Wear*, Volume 3, Pages 87-103.
- [Finnie, 1960] I. Finnie. (1960). Erosion of surfaces by solid particles. *Wear*, Volume 3, Pages 87-103.
- [Finnie, 1972] I. Finnie. (1972). Some observations on the erosion of ductile metals. *Wear*, Volume 19, Pages 81-90.
- [Franke, Cleary & Sinnott, 2014] Jochen Franke, Paul W. Cleary & Matthew D. Sinnott (2015). How to account for operating condition variability when predicting liner operating life with DEM – A case study. *Minerals Engineering*, Volume 73, Pages 53-68.
- [Hart et al., 1988] Hart, R., Cundall, P., y Lemos, J. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system

composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Volume 25(3), 117–125.

- [Hasankhoei et al., 2019] A.R. Hasankhoei, M. Maleki-Moghaddam, A. Haji-Zadeh, M.E. Barzgar & S. Banisi (2019). On dry SAG mills end liners: Physical modeling, DEM-based characterization and industrial outcomes of a new design. *Minerals Engineering*, Volume 141.
- [Herbst et al., 2003, cap. 3] John A. Herbst, Yi Chang Lo & Brian Flintoff (2003). Size reduction and liberation. En M. C. Fuerstenau y K. N. Han (Eds), *Principles of Mineral Processing* (3er capitulo, pp. 61-79). Littleton, CO, USA: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME).
- [Hutchings, 1980] I. M. Hutchings. (1981). A model for the erosion of metals by spherical particles at normal incidence. *Wear*, Volume 70, Pages 269-281.
- [Jayasundara & Zhu, 2022a] C.T. Jayasundara & H.P. Zhu (2022). Predicting liner wear of ball mills using discrete element method and artificial neural network. *Chemical Engineering Research and Design*, Volume 182, Pages 438-447.
- [Jayasundara & Zhu, 2022b] C.T. Jayasundara & H.P. Zhu. (2022). Impact energy of particles in ball mills based on DEM simulations and data-driven approach. *Powder Technology*, Volume 395 Pages 226-234.
- [Kalala & Moys, 2004] Kalala, J.T. & Moys, M.H. (2004). DEM modelling of liner wear in dry ball milling. *Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy (SAIMM)* 104 (10), 597–602.
- [Kalala, Breetzke, & Moys, 2008] Kalala, J.T., Breetzke, M. & Moys, M.H. (2008). Study of the influence of liner wear on the load behaviour of an industrial dry tumbling mill using the Discrete Element Method (DEM). *Int. J. Miner. Process.* 86 (1), 33–39.
- [Kalala, Bwalya & Moys, 2005a] Kalala, J.T., Bwalya, M.M. & Moys, M.H. (2005). Discrete element method (DEM) modelling of evolving mill liner profiles due to wear, Part I: DEM validation. *Miner. Eng.* Volume 18, Pages 1386–1391.
- [Kalala, Bwalya & Moys, 2005b] Kalala, J.T., Bwalya, M.M. & Moys, M.H. (2005). Discrete element method (DEM) modelling of evolving mill liner profiles due to wear, Part II: Industrial case study. *Miner. Eng.* Volume 18, Pages 1392–1397.
- [Liu et al., 2022] Zhengbin Liu, Guoqiang Wang, Wei Guan, Jianbo Guo, Gang Sun & Zeren Chen (2022). Research on performance of a laboratory-scale SAG mill based on DEM-EMBD. *Powder Technology*, Volume 406.
- [Mayank et al., 2015] K. Mayank, M. Malahe, I. Govender & N. Mangadoddy (2015). Coupled DEM-CFD Model to Predict the Tumbling Mill Dynamics. *Procedia IUTAM*, Volume 15, Pages 139-149.
- [Mecánica plástica, 2023] *Mecánica Plástica* (2023). Ficha Técnica: Material HMW (polietileno de alto peso molecular), Santiago.

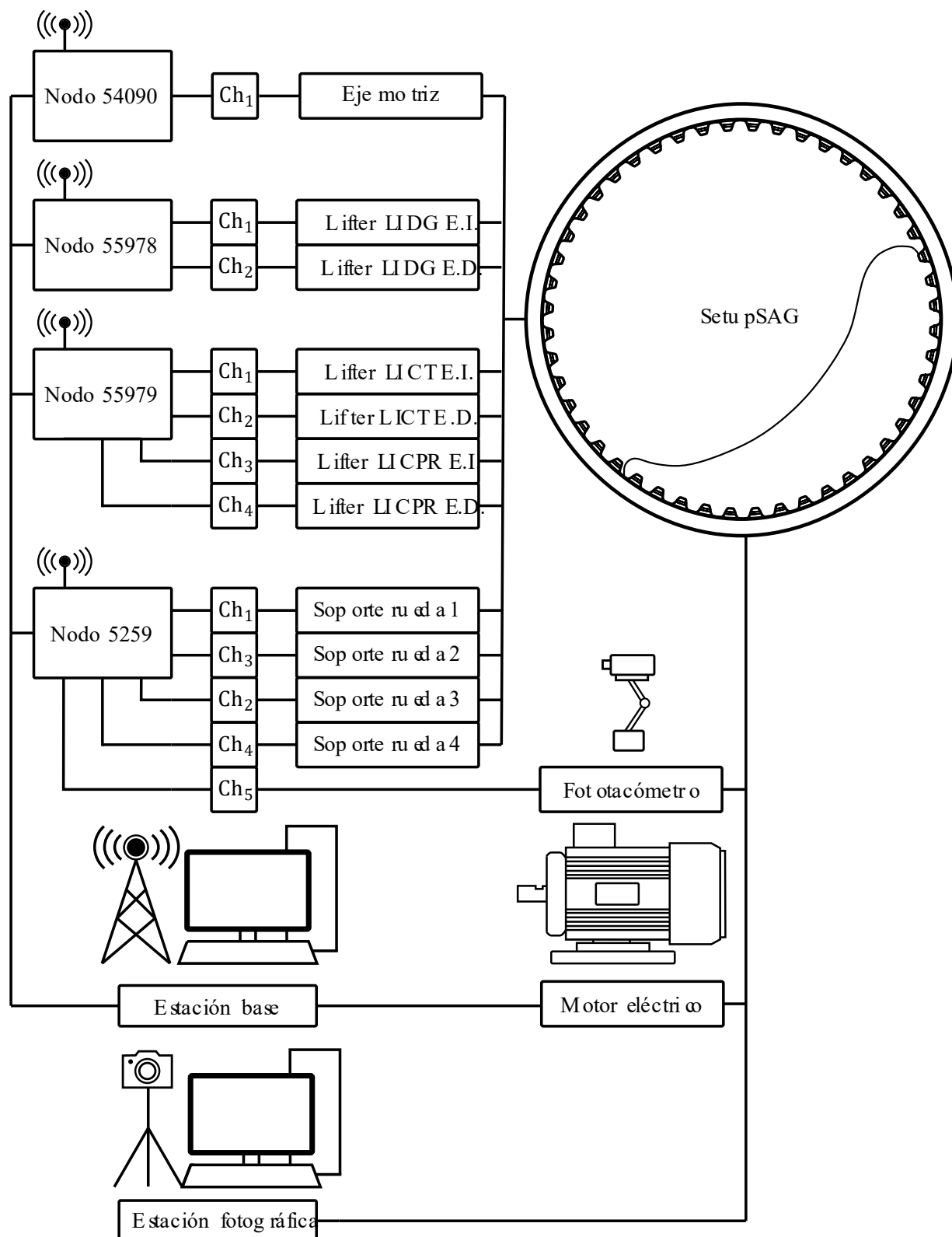
- [Metso, 2025] Metso (2025). Molinos. URL: <https://www.metso.com/es/mineria/molienda/molinos>.
- [Metzger & Glasser, 2013] Matthew J. Metzger & Benjamin J. Glasser (2013). Simulation of the breakage of bonded agglomerates in a ball mill. *Powder Technology*, Volume 237, Pages 286-302.
- [Moncada, 2023] Moncada M. (2023). Análisis no estacionario de torque en chancadores primarios. phdthesis, Universidad de Concepción, Jan. 2023.
- [Ocaranza, 2022] Ocaranza A., J. (2022). Anuario de estadísticas del cobre y otros minerales. Santiago, Chile: Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO).
- [Olivares, 2017] Olivares, A. A. (2017). Excelencia operacional en la gestión del mantenimiento en planta concentradora División El Teniente - Codelco Chile. (Tesis para optar al grado de Magíster en Gestión y Dirección de Empresas). Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [Powell et al., 2011] M.S. Powell, N.S. Weerasekara, S. Cole, R.D. LaRoche & J. Favier (2011). DEM modelling of liner evolution and its influence on grinding rate in ball mills. *Minerals Engineering*, Volume 24, Pages 341-351.
- [PPI, 2019] Plastics Pipe Institute (PPI) (2019). HDPE & Propylene Materials. The Society for the plastics Industry, Inc., 105 Decker Court.
- [Qiu et al., 2001] Qiu, X., Potapov, A., Song, M. & Nordell, L. (2001). Prediction of wear of mill lifters using Discrete Element Method. *Int. AG and SAG Grinding Technology*, Volume 5, Pages 260–271.
- [Radziszewski & Tarasiewicz, 1993] P. Radziszewski & S. Tarasiewicz. (1993). Simulation of ball charge and liner wear. *Wear*, Volume 169, Pages 77-85.
- [Radziszewski et al., 2005] Peter Radziszewski, Rena Varadi, Tapiwa Chenje, Lena Santella & Anthony Sciannamblo (2005). Tumbling mill steel media abrasion wear test development. *Minerals Engineering*, Volume 18, Pages 333-341.
- [Rainer et al., 2023] Rainer, S., Rodrigo, V. & Javier, H. (2023). Proyecto eficiencia energética en minería: Reporte energía en minería. En Deutshe Gesellschaft für (Ed.). Alemania: Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH.
- [Rezaeizadeh et al. 2010] M. Rezaeizadeh, M. Fooladi, M.S. Powell, S.H. Mansouri & N.S. Weerasekara (2010). A new predictive model of lifter bar wear in mills. *Minerals Engineering*, Volume 23, Pages 1174-1181.
- [Rosana & Jorge, 2022] Rosana, B. A., & Jorge, C. A. (2022). Proyección del consumo de energía eléctrica en la minería del cobre 2021-2032. Santiago, Chile: Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO).
- [Rosana et al., 2022] Rosana, B. A., Ada, C., & Victor, G. (2022). Informe de actualización del consumo energético de la minería del cobre al año 2021. Santiago, Chile: Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO).

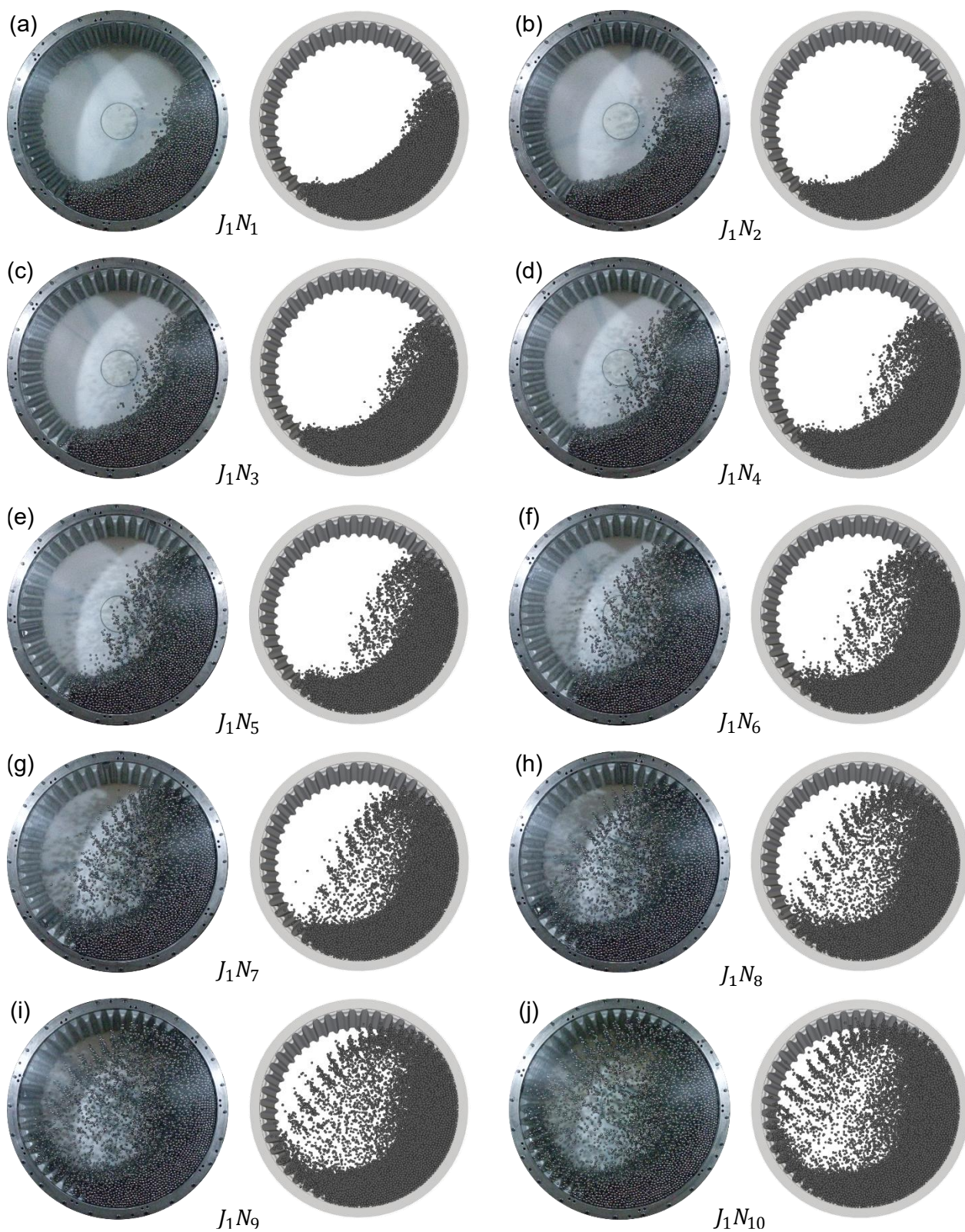
- [SERNAGEOMIN, 2022] Servicio Nacional de Geología y Minería (SERNAGEOMIN) (2022). Anuario de la Minería en Chile 2021. Servicio Nacional de Geología y Minería, 279 p. Santiago.
- [Sinnott, Cleary & Morrison, 2017] M.D. Sinnott, P.W. Cleary & R.D. Morrison (2017). Combined DEM and SPH simulation of overflow ball mill discharge and trommel flow. *Minerals Engineering*, Volume 108, Pages 93-108.
- [Stachowiak, 2005] Stachowiak, G. W. (Ed.). *Wear - Materials, Mechanisms and Practice*. (2005). Tribology in Practice Series. John Wiley & Sons Ltd. The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.
- [Tavares, 2009] Luis Marcelo Tavares. (2009). Analysis of particle fracture by repeated stressing as damage accumulation. *Powder Technology*, Volume 190, Pages 327-339.
- [Toledo, 2025] Patricio Toledo M., Manuel Moncada M., Cristóbal Ruiz S., Fernando Betancourt C., Cristian G. Rodríguez & Cristián Vicuña. (2025). A review of the application of the discrete element method in comminution circuits, *Powder Technology*, Volume 459.
- [Venegas, 2019] Venegas Pulgar, J.I. (2019). Análisis numérico-experimental de la influencia de los lifters y las condiciones de operación en la dinámica de la carga y los requerimientos de potencia de molinos rotatorios en la industria minera. Tesis de magister, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.
- [Walton & Braun, 1986] Walton, O. R. & Braun, R. L. (1986). Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*, Volume 30, Pages 948-980.
- [Weerasekara et al., 2011] Weerasekara, N.S., Powell, M., Franke, J. & Favier, J. (2011). Integrating liner profile evolution and mill performance with 3D DEM modeling. In: Major, K., Flintoff, B., Klein, B., McLeod, K. (Eds.), *SAG 2011*, Vancouver, Canada, 2011, Pages 1–15.
- [Weerasekara et al., 2013] N.S. Weerasekara, M.S. Powell, P.W. Cleary, L.M. Tavares, M. Evertsson, R.D. Morrison, J. Quist & R.M. Carvalho (2013). The contribution of DEM to the science of comminution. *Powder Technology*, Volume 248, Pages 3-24.
- [Wensrich & Katterfeld, 2012] Wensrich, C. M. & Katterfeld, A. (2012). Rolling friction as a technique for modelling particle shape in DEM. *Powder Technology*, Volume 217, Pages 409-417.
- [Xie et al., 2021a] Changhua Xie, Huaqing Ma, Tao Song & Yongzhi Zhao (2021). DEM investigation of SAG mill with spherical grinding media and non-spherical ore based on polyhedron-sphere contact model. *Powder Technology*, Volume 386, Pages 154-165.
- [Xie et al., 2021b] Changhua Xie, Yuan Zhao, Tao Song & Yongzhi Zhao (2021). Investigation of the effect of filling level on the wear and vibration of a SAG mill by DEM. *Particology*, Volume 63, Pages 24-34.

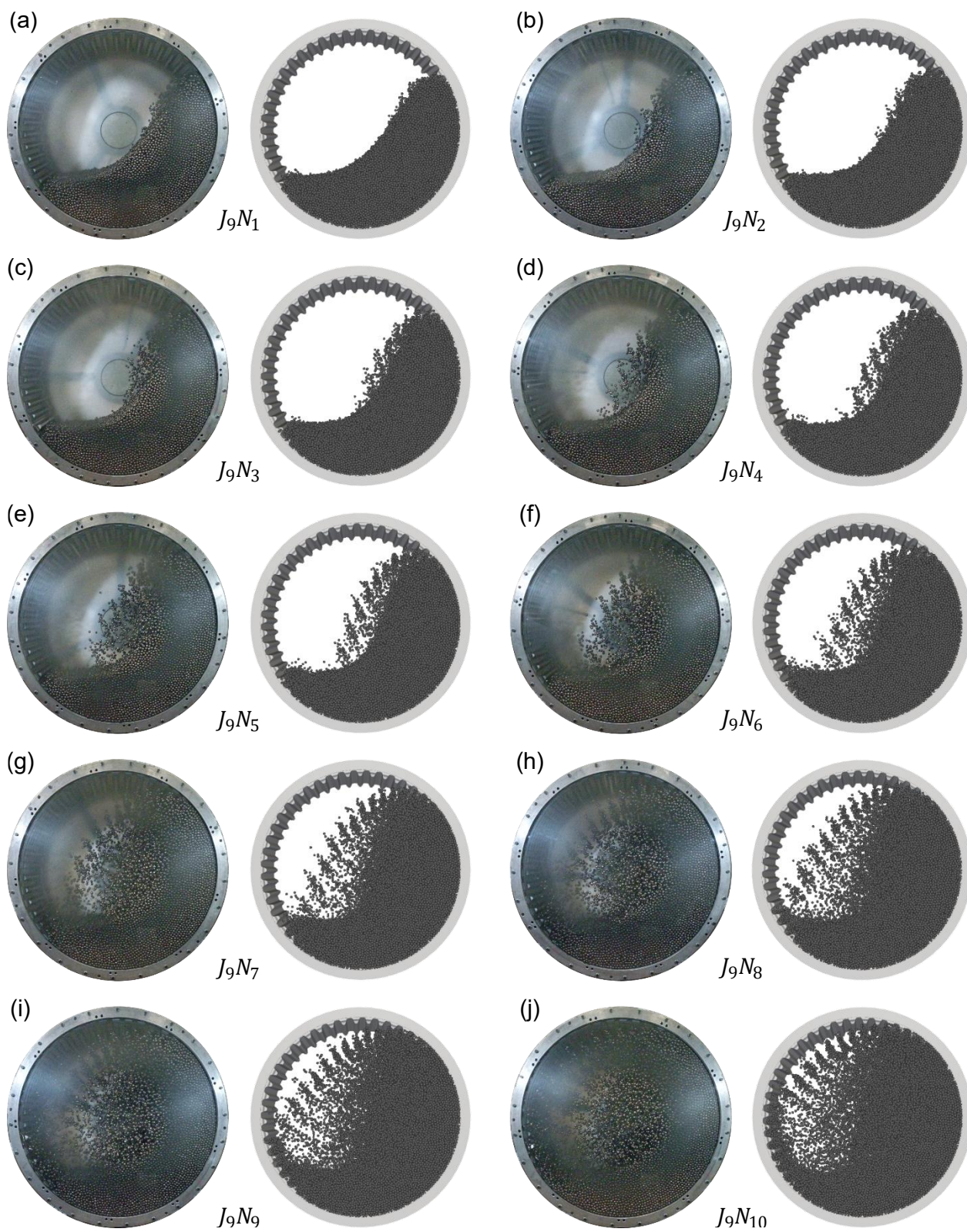
- [Xu et al., 2019] Lei Xu, Kun Luo, Yongzhi Zhao, Jianren Fan & Kefa Cen. (2019). Influence of particle shape on liner wear in tumbling mills: A DEM study. *Powder Technology*, Volume 350, Page 26-35.
- [Xu et al., 2023] Chao Xu, Zihan Liu, Lianyong Zhou, Tao Song, Jiawei Yang, Guobin Zou, Huaqing Ma & Yongzhi Zhao (2023). An improved model for predicting the erosion within the DEM framework. *Powder Technology*, Volume 428.
- [Xu, Bao & Zhao, 2020] Lei Xu, Shiyi Bao & Yongzhi Zhao (2020). Multi-level DEM study on liner wear in tumbling mills for an engineering level approach. *Powder Technology*, Volume 364, Pages 332-342.
- [Xu, Luo & Zhao, 2018] Lei Xu, Kun Luo & Yongzhi Zhao (2018). Numerical prediction of wear in SAG mills based on DEM simulations. *Powder Technology*, Volume 329, Pages 353-363.
- [Zhao et al., 2017] Yongzhi Zhao, Huaqing Ma, Lei Xu & Jinyang Zheng (2017). An erosion model for the discrete element method. *Particuology*, Volume 34, Pages 81-88.
- [Zhao, Xu & Zheng, 2017] Y. Zhao, L. Xu & J. Zheng (2017). CFD–DEM simulation of tube erosion in a fluidized bed. *AIChE J.*, Volume 63, Pages 418–437.

ANEXOS

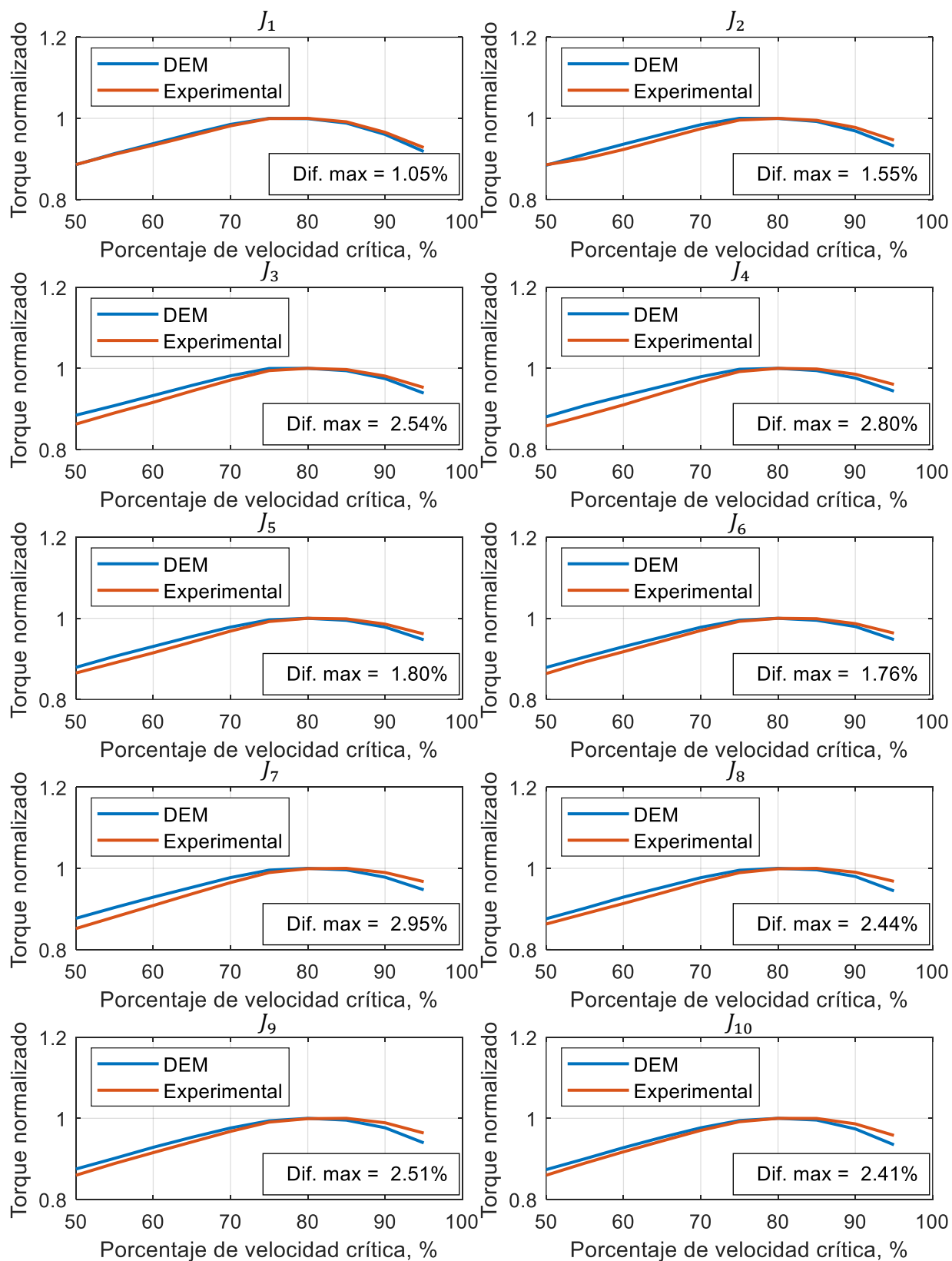
Anexo A. Esquema general de medición SetupSAG.



Anexo B. Movimiento de las partículas DEM v/s experimental.Nivel de llenado J_1 

Nivel de llenado J_9 

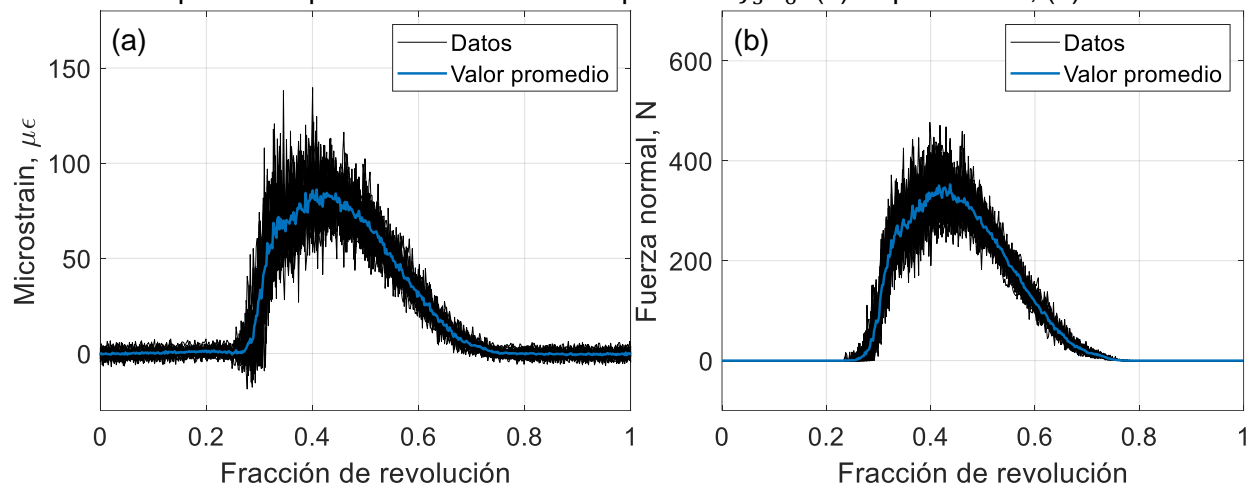
Anexo C. Comparación de la tendencia de las curvas de torque DEM y experimental.



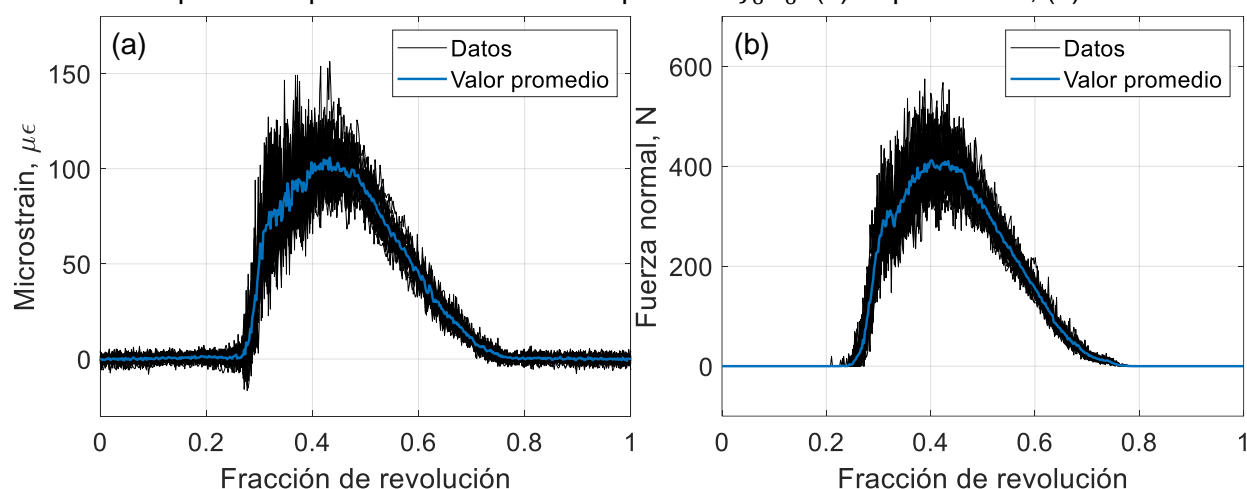
Anexo D. Pulsaciones promedio.

Manteniendo la velocidad de rotación del molino constante y variando el nivel de llenado:

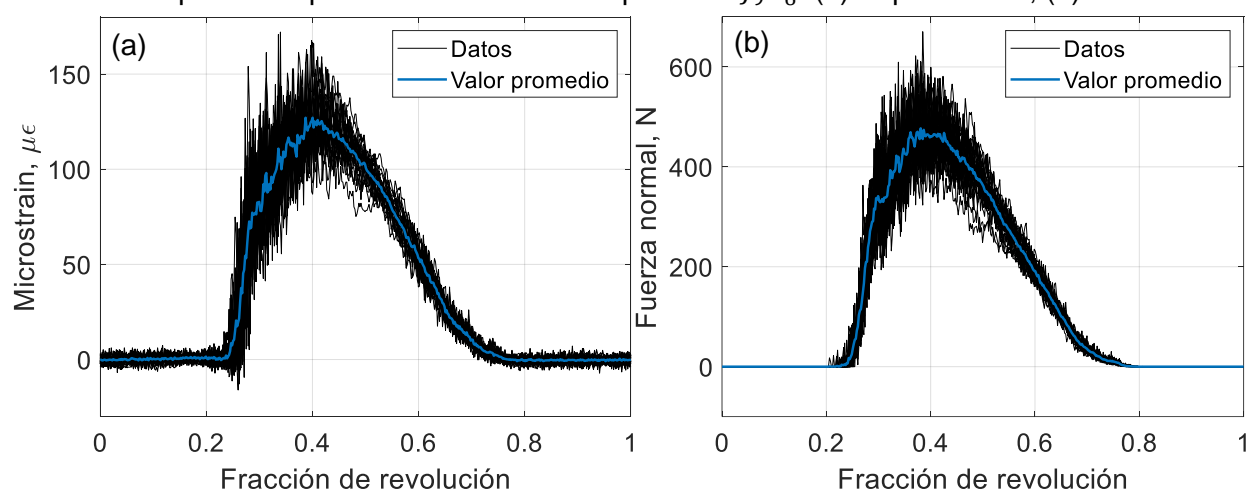
Pulso promedio para una condición de operación J_3N_6 : (a) Experimental, (b) DEM.



Pulso promedio para una condición de operación J_6N_6 : (a) Experimental, (b) DEM.

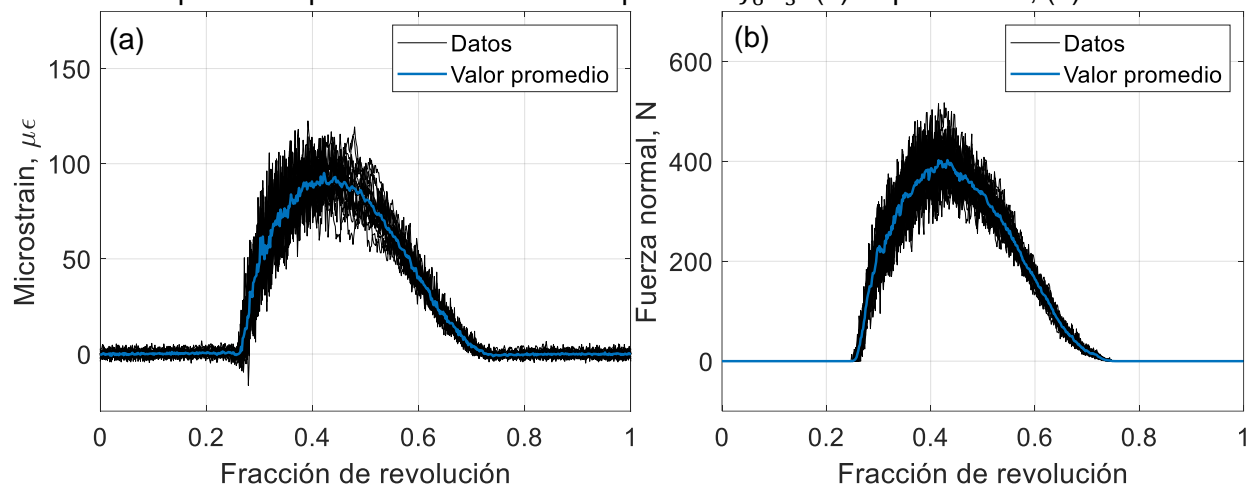


Pulso promedio para una condición de operación J_9N_6 : (a) Experimental, (b) DEM.

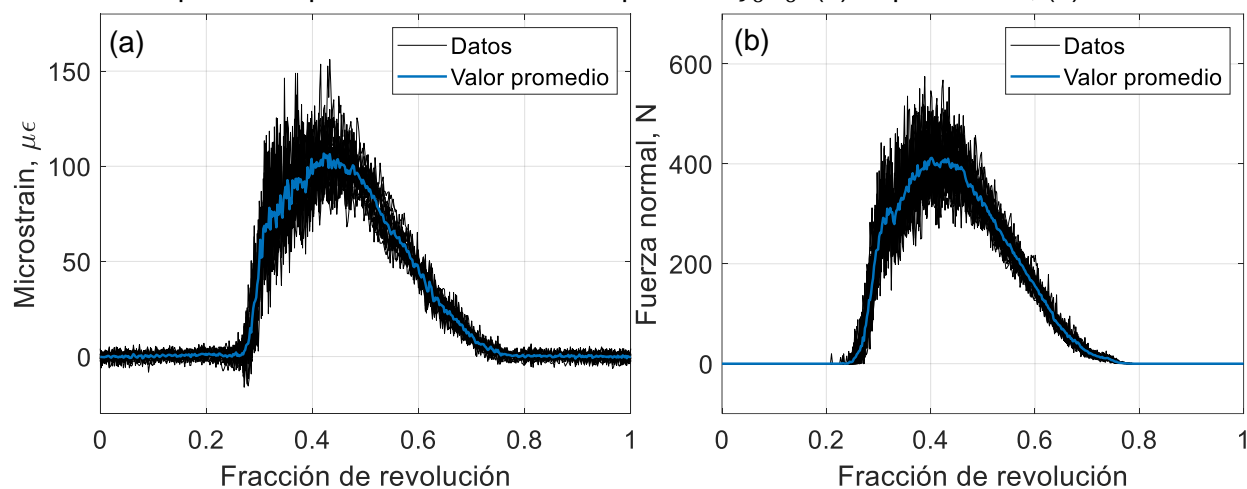


Manteniendo el nivel de llenado del molino constante y variando la velocidad de rotación:

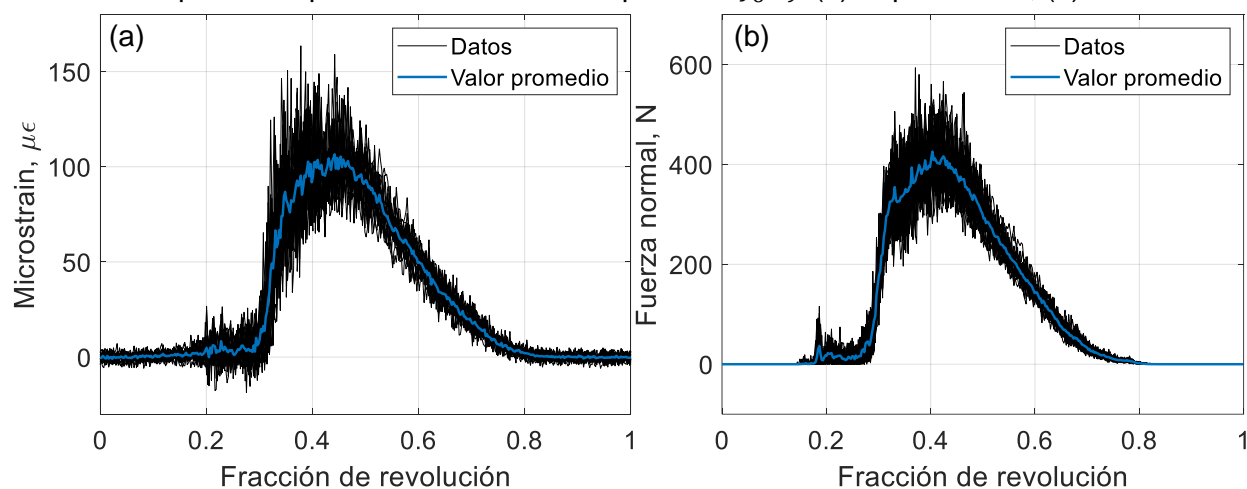
Pulso promedio para una condición de operación J_6N_3 : (a) Experimental, (b) DEM.



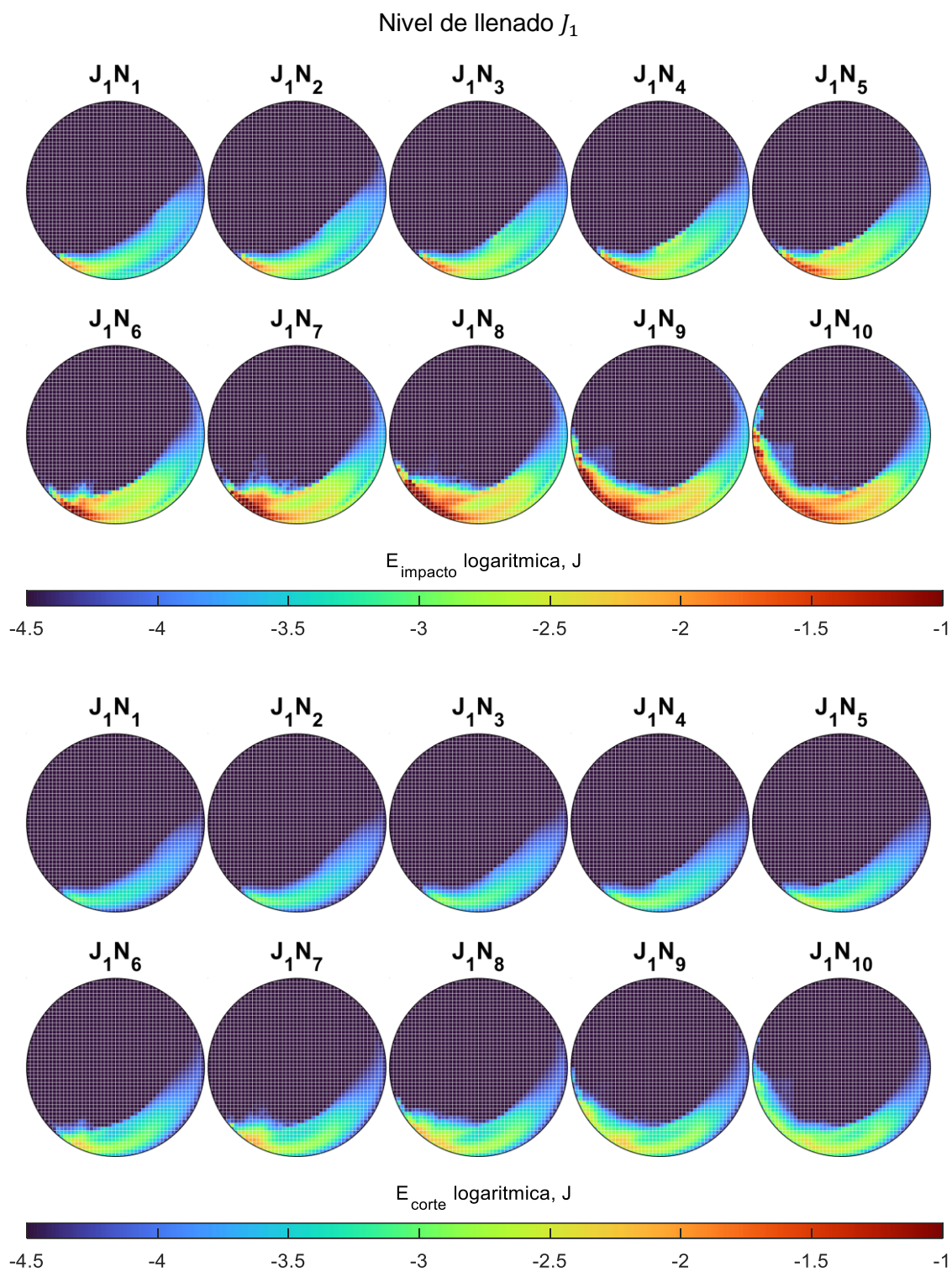
Pulso promedio para una condición de operación J_6N_6 : (a) Experimental, (b) DEM.

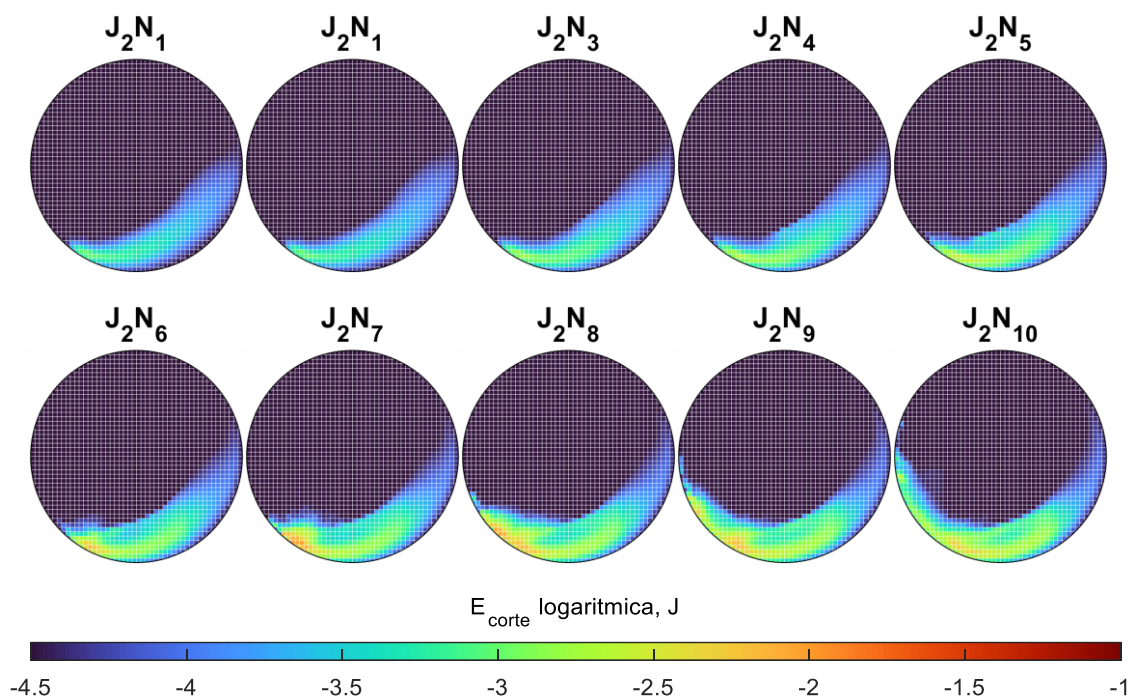
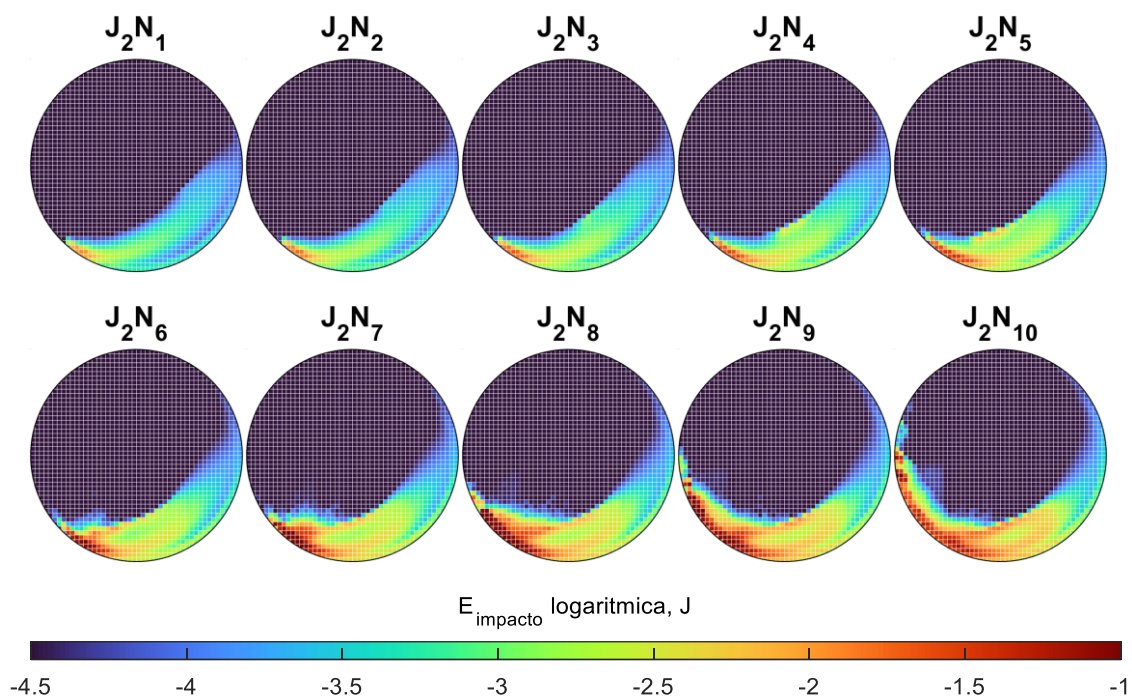


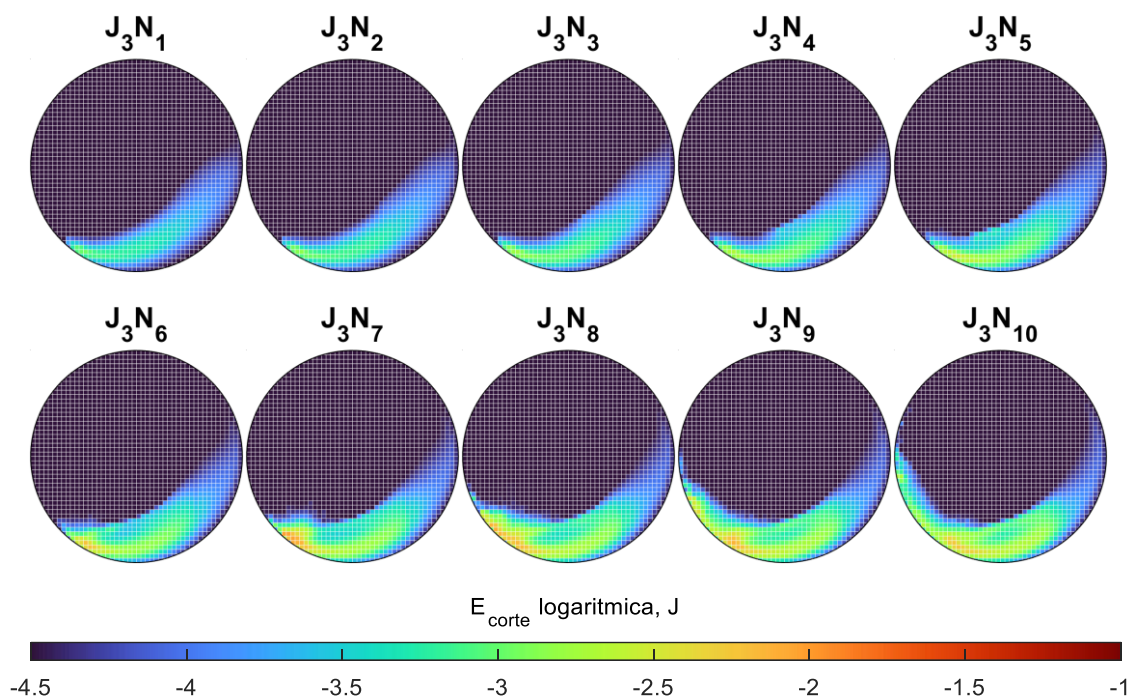
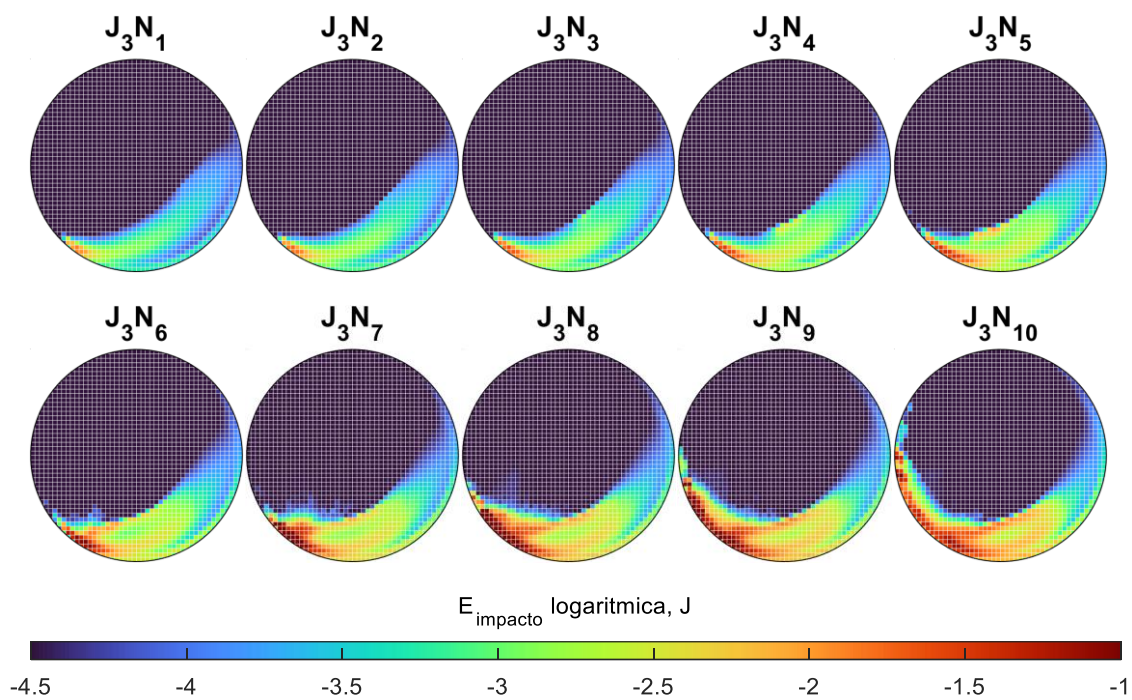
Pulso promedio para una condición de operación J_6N_9 : (a) Experimental, (b) DEM.

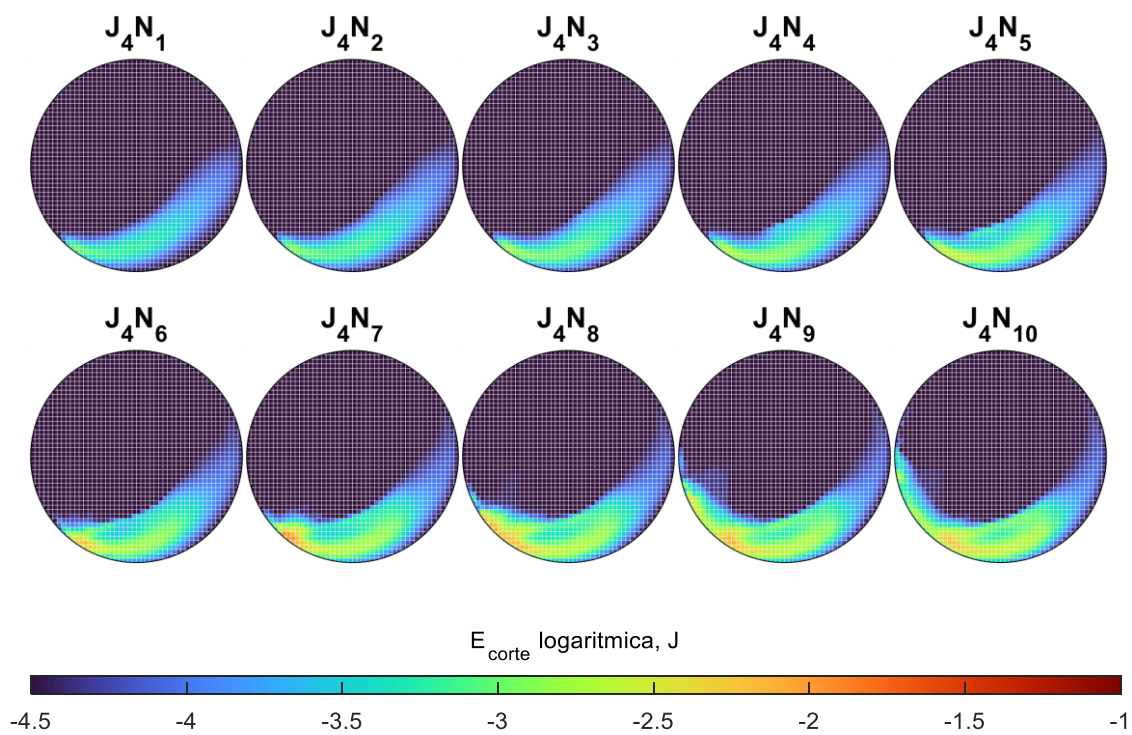
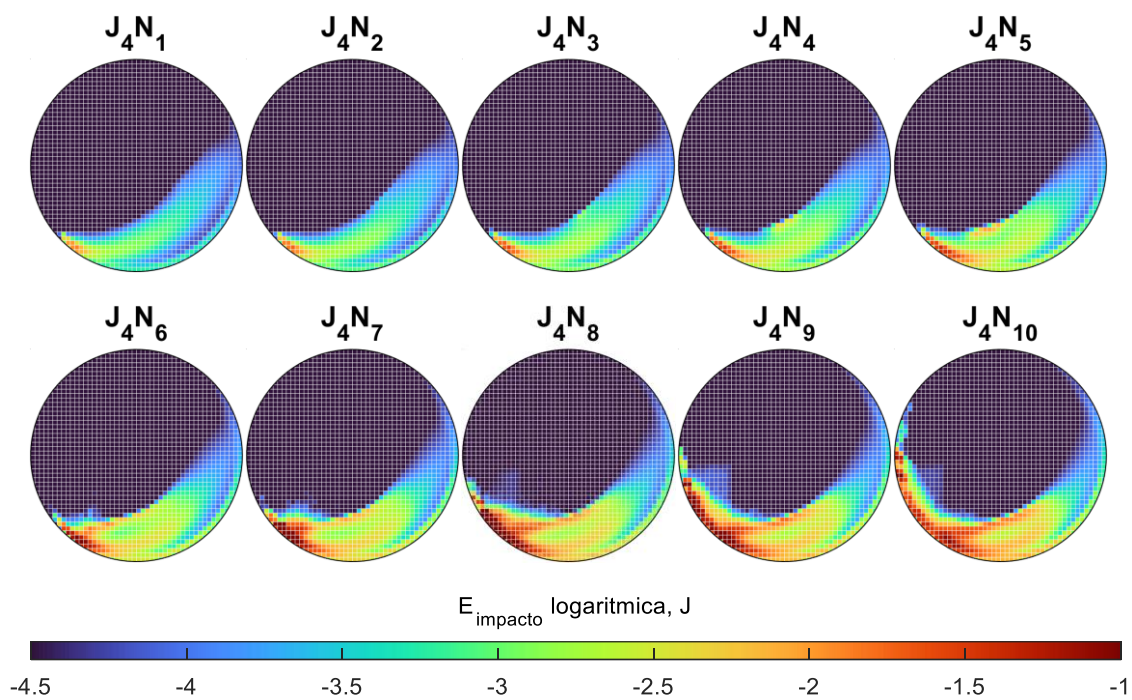


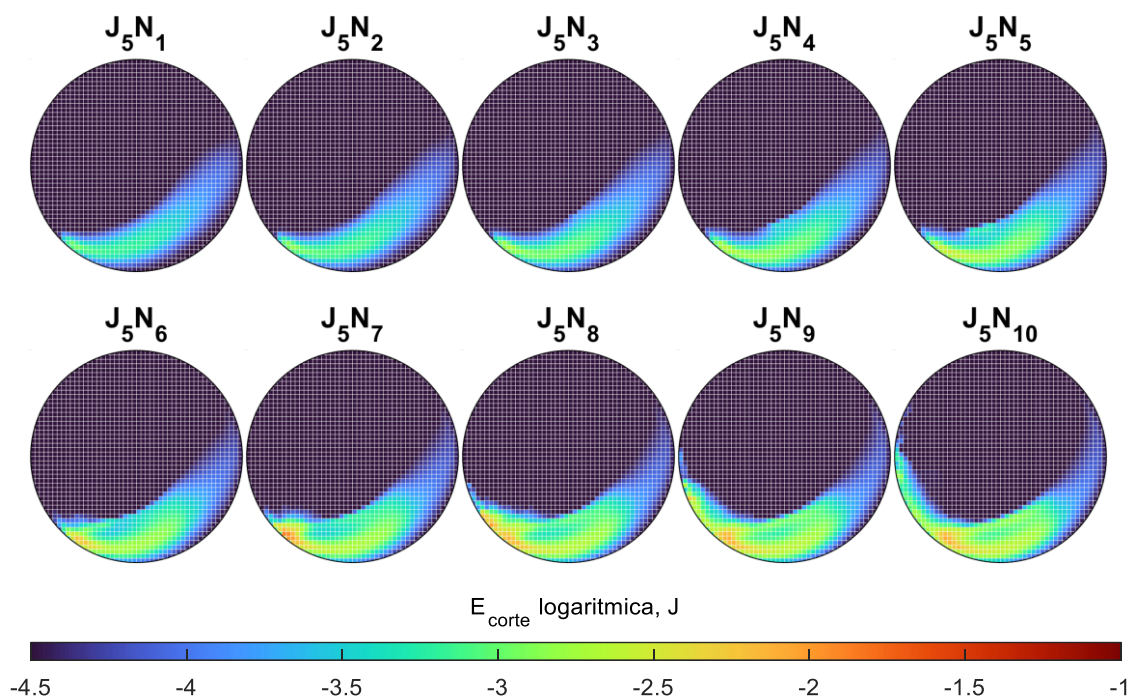
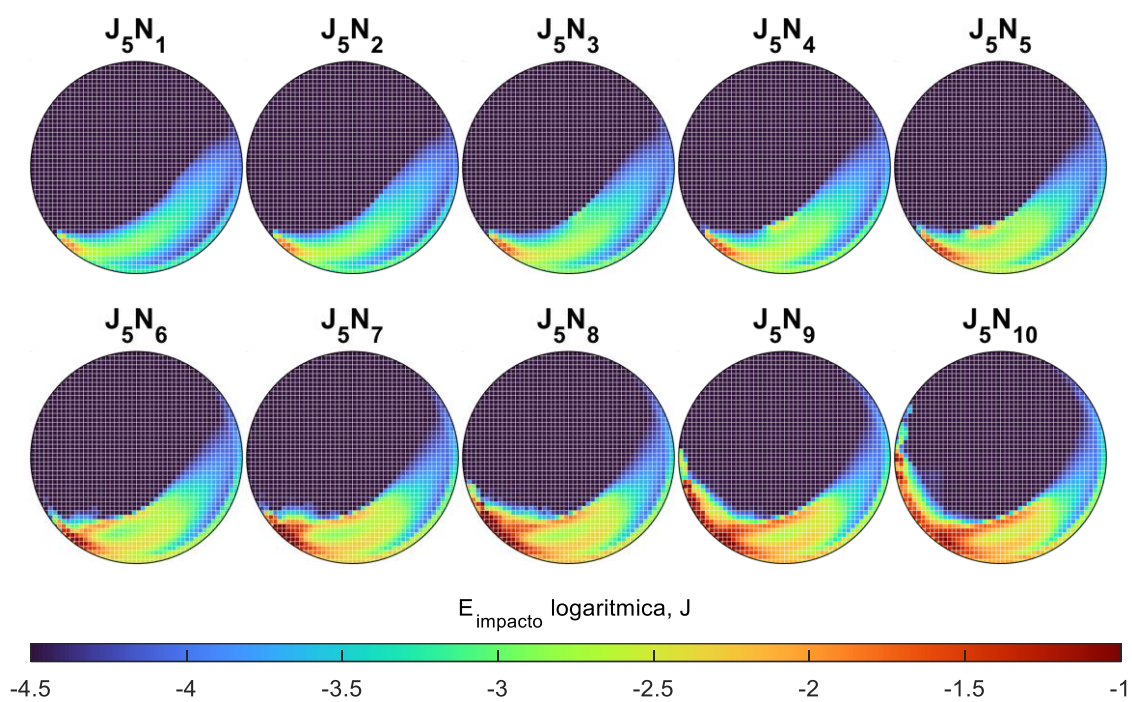
Anexo E. Distribución energética por sector.

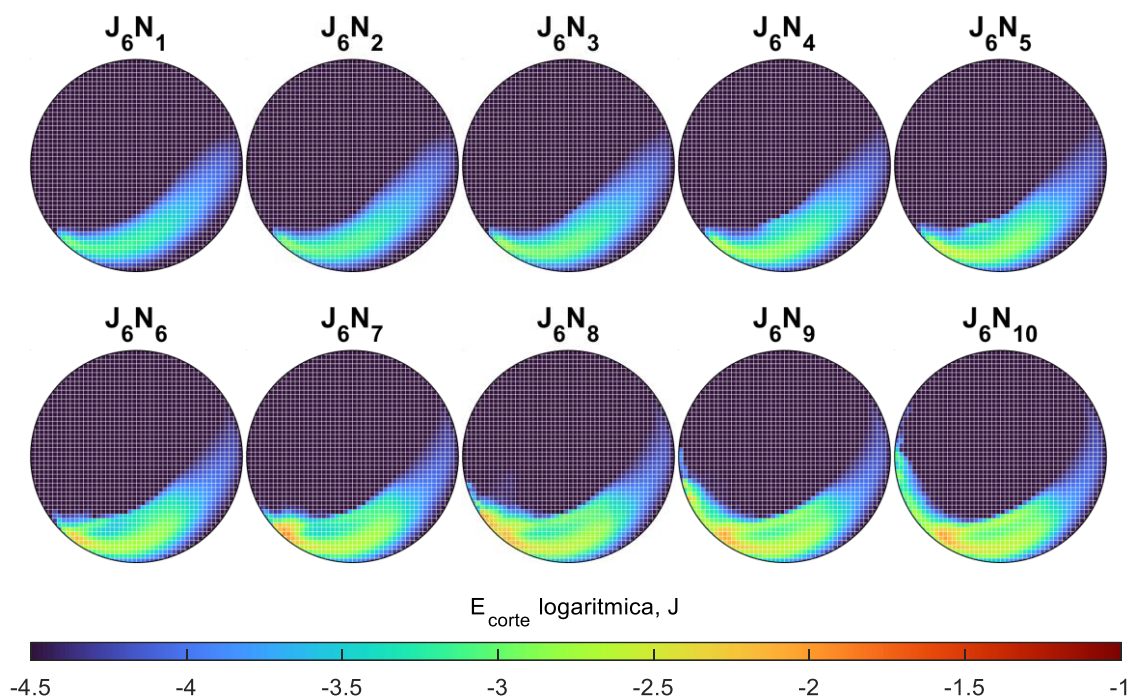
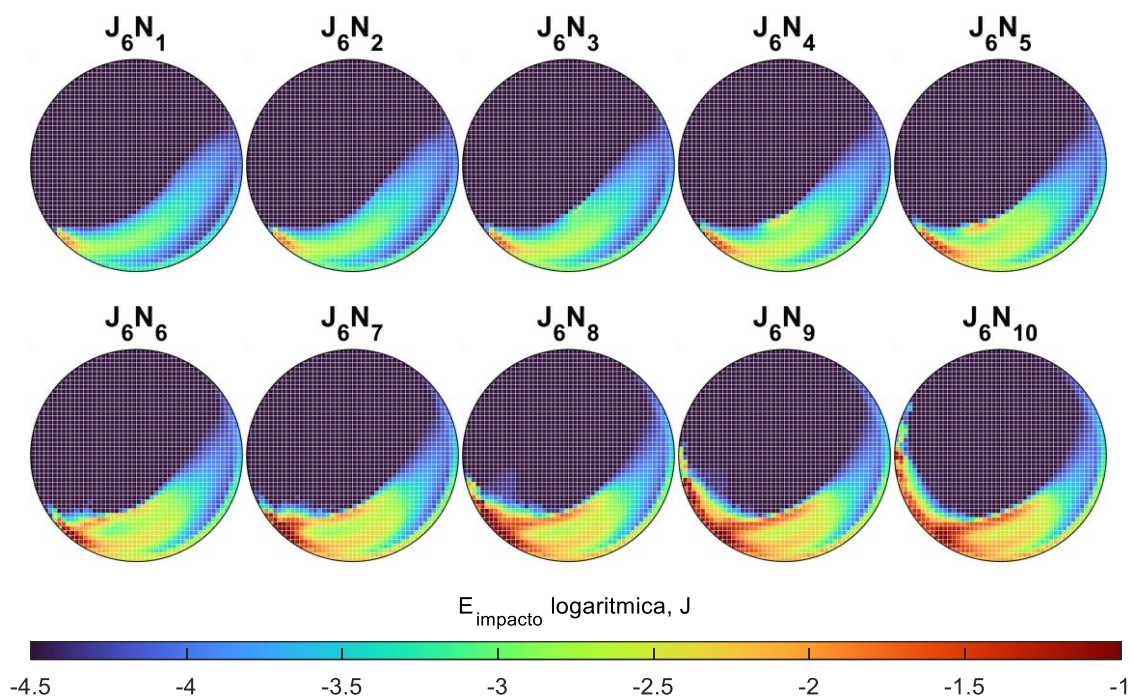


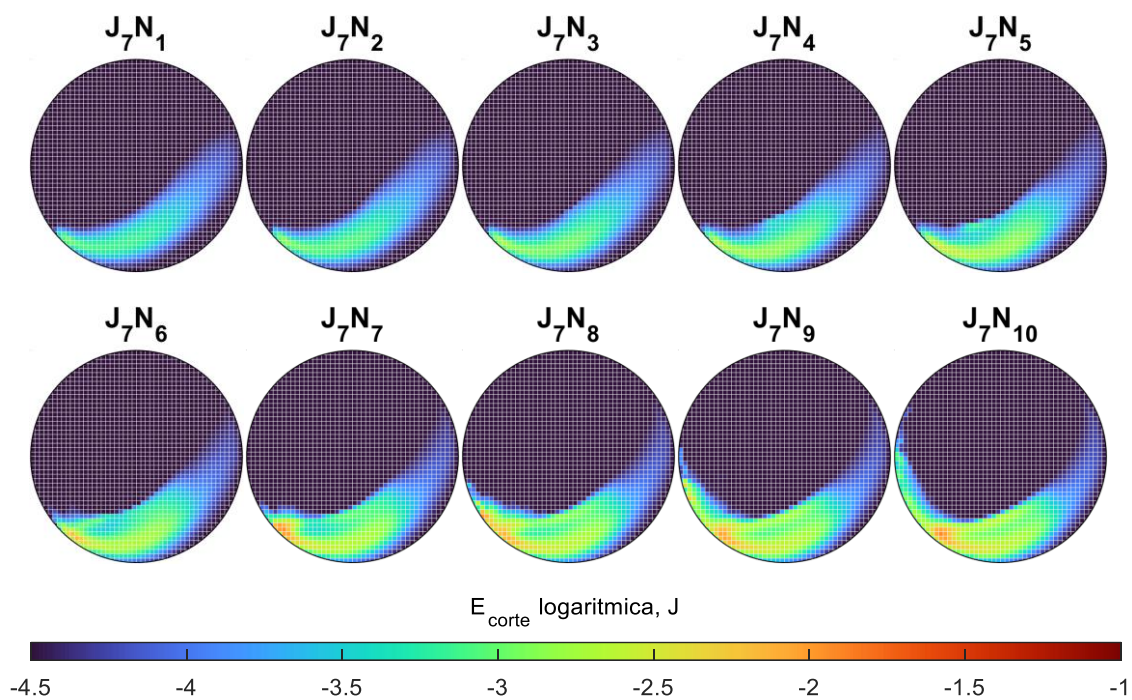
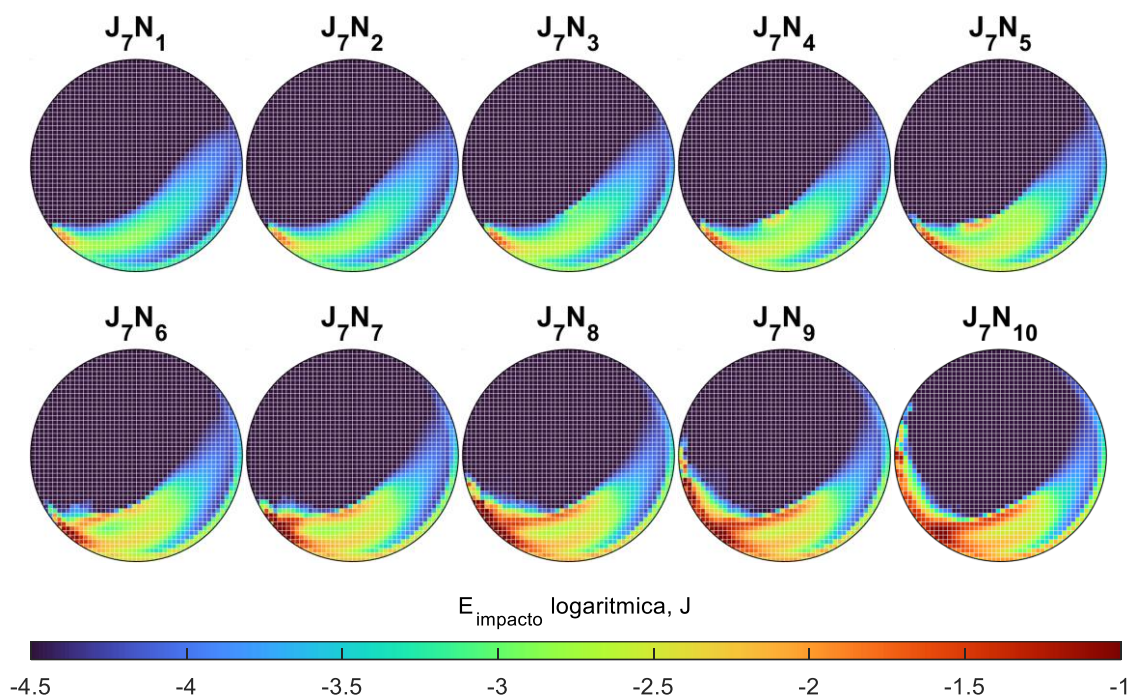
Nivel de llenado J_2 

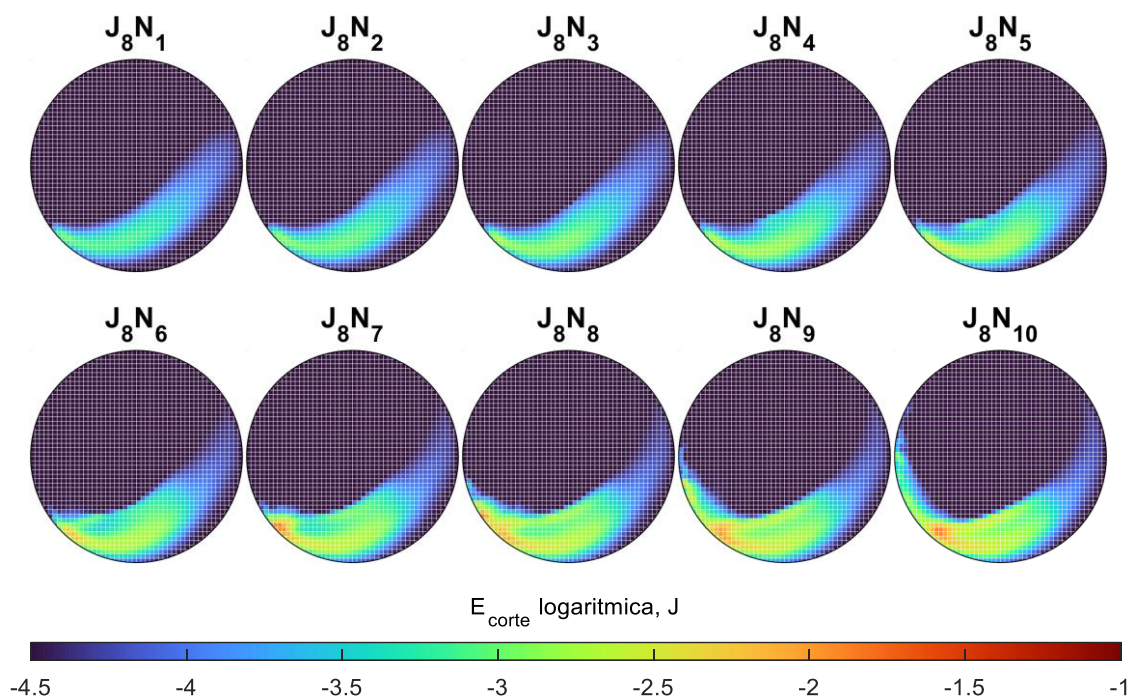
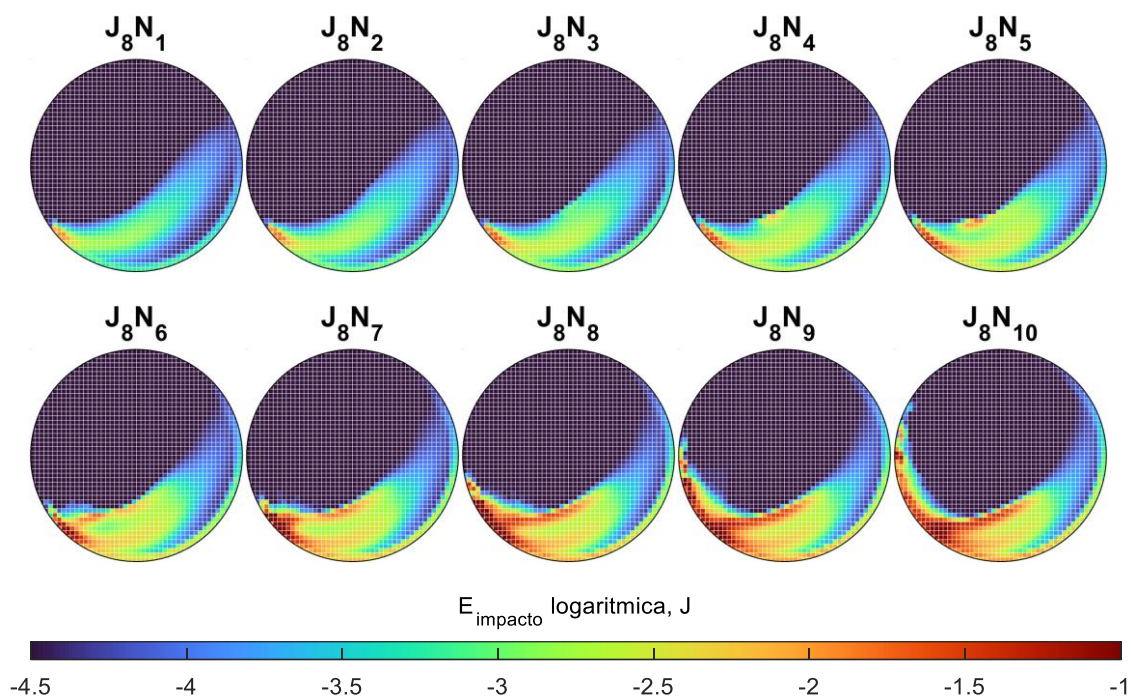
Nivel de llenado J_3 

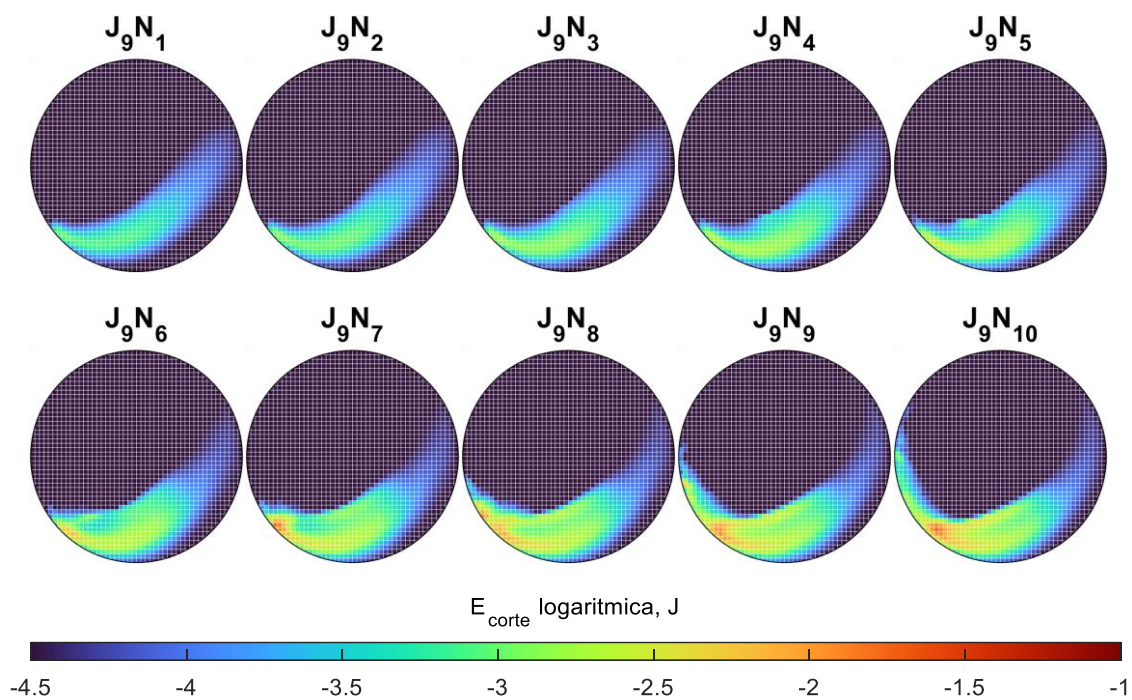
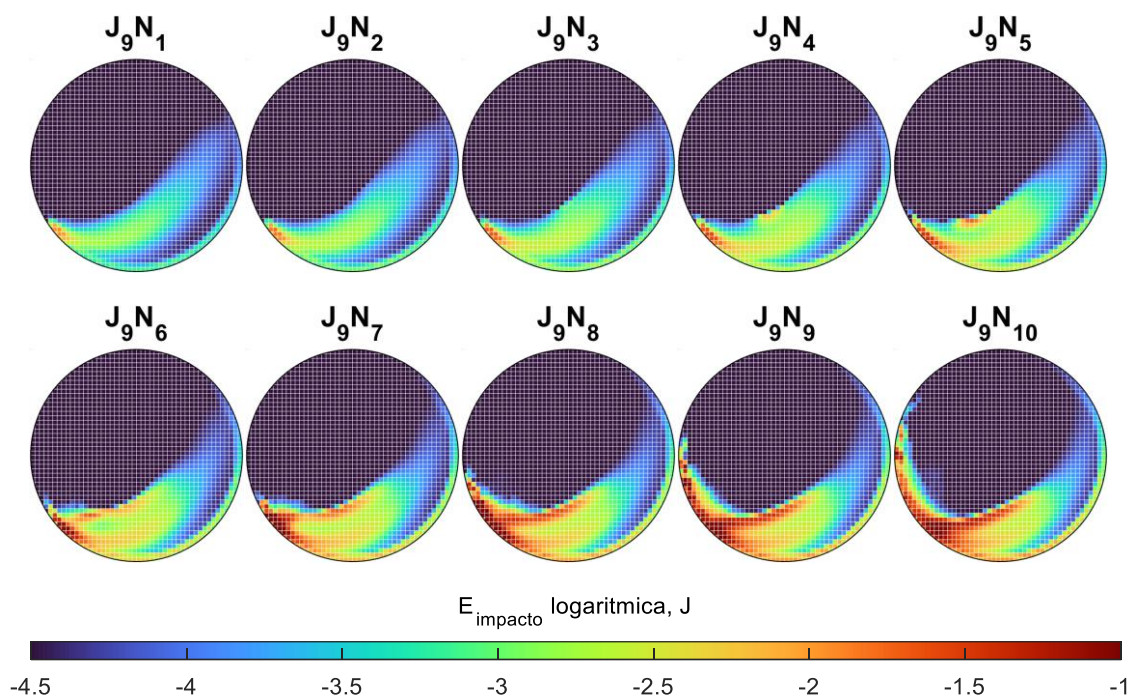
Nivel de llenado J_4 

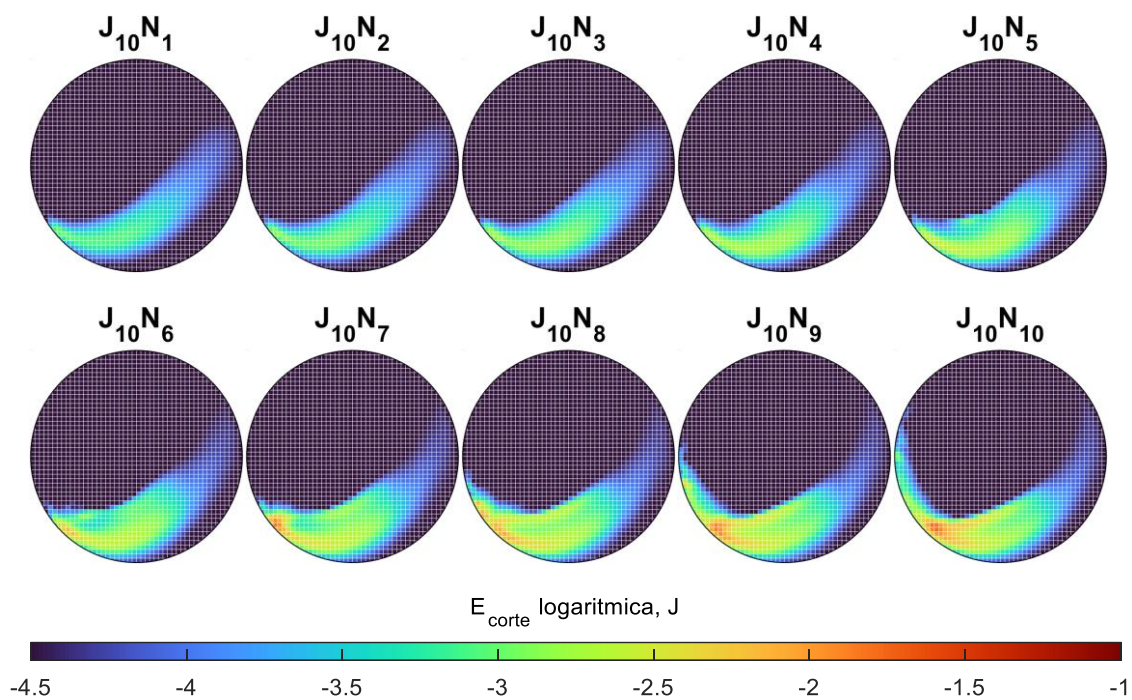
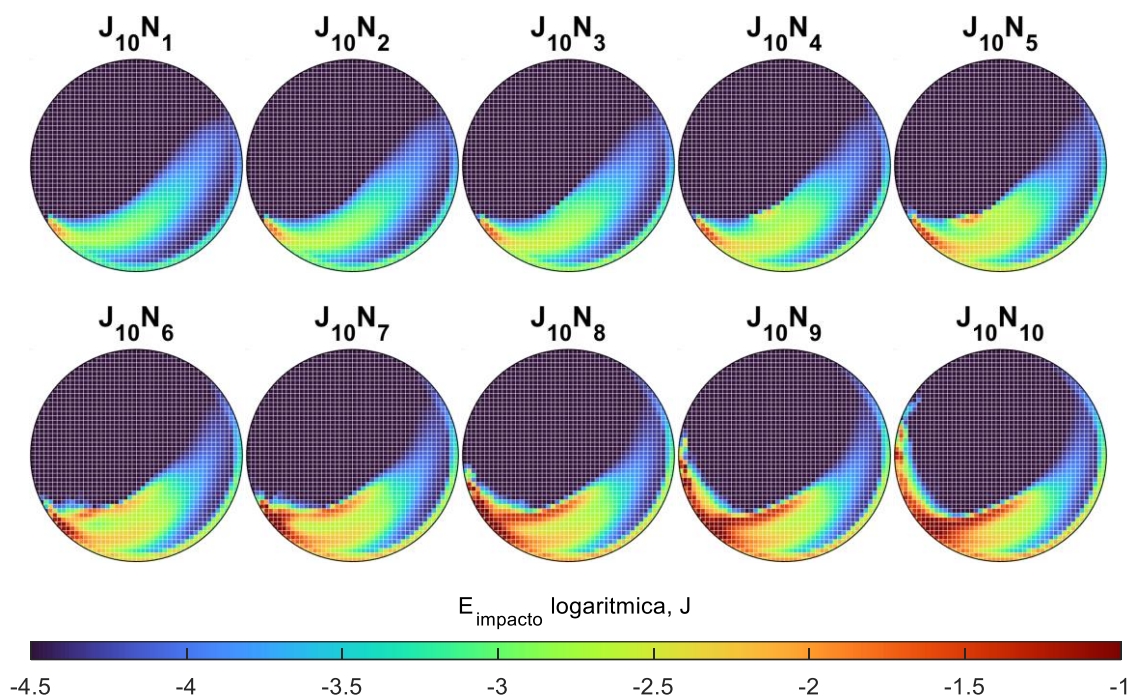
Nivel de llenado J_5 

Nivel de llenado J_6 

Nivel de llenado J_7 

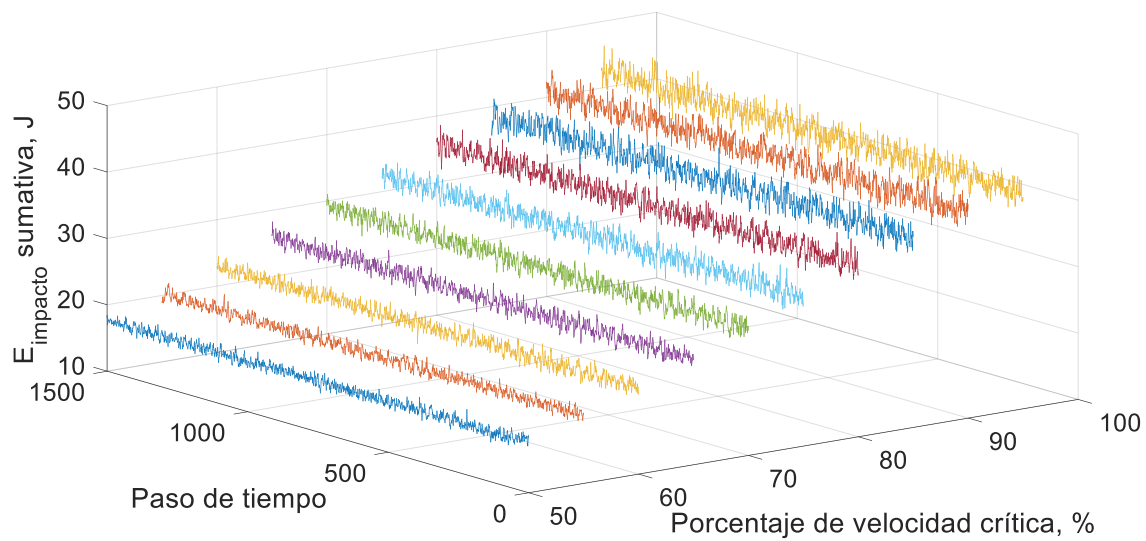
Nivel de llenado J_8 

Nivel de llenado J_9 

Nivel de llenado J_{10} 

Anexo F. Energías de impacto y de corte sumativas.

Energía de impacto sumativa en cada paso de tiempo de simulación para un nivel de llenado J_6 y diversas velocidades de rotación.



Energía de corte sumativa en cada paso de tiempo de simulación para un nivel de llenado J_6 y diversas velocidades de rotación.

