

Trabajo de tesis

“Adaptación y validación de una actividad matemática a través de la gamificación para promover la habilidad de representación matemática, mediante el concepto de homotecia de forma vectorial en estudiantes de primer año medio”

Trabajo de titulación presentado a la Escuela de Educación de la
Universidad de Concepción para optar al título de Profesor(a) de Matemática.

Paulina Liset Varela Vega

Agosto 2024

Dedicatorias

A todo aquel que aportó en mi paso para llegar hasta este punto; a mis estudiantes, que me ayudaron a amar aún más la pedagogía; a mi familia que siempre tuvo una palabra de aliento en los momentos difíciles; y en especial a mis padres, quienes prepararon mi camino y lo hicieron más fácil de andar.

Agradecimientos

Agradezco inmensamente a mi familia por siempre estar presente, apoyarme y no dejarme caer en los momentos difíciles; a Catalina, que estuvo presente en todo mi camino universitario, en los momentos buenos y malos, gracias por aguantarme y consolarme cuando lo necesitaba; a mis padres por estar siempre detrás de mí en cada etapa de mi vida; a mis profesores de universidad por el gran trabajo realizado; a los profesores con los que logré compartir en mi práctica profesional, aquellos que todos los días me recibían con una sonrisa, sus palabras de aliento y consejos fueron muy valiosos; a mis amigos por el apoyo en cada etapa que logramos superar, con especial cariño a Marco, por su preocupación constante y que siempre tenía el chiste preciso para subirme el ánimo; a Pía, que fue mi gran compañera de ramos, siempre trabajando y distrayéndonos juntas con cualquier cosa; a Pamela, que fue un gran apoyo para sacar esta investigación adelante, que sin ella no habría sido posible; y a Noelia, que me abrió constantemente las puertas de su casa y de su familia, a quienes tengo mucho cariño.

Paulina Varela Vega

Índice

Resumen	6
Abstract	7
Introducción.	8
Capítulo I: Planteamiento del problema	10
Justificación de la investigación.	12
Pregunta de investigación	13
Objetivos	13
Objetivo general	13
Objetivos específicos	13
Capítulo II: Marco teórico.....	14
1.1.1 Dinámica, mecánica y componentes.....	15
1.1.2 Tipos de jugador	16
1.2 Gamificación en la educación.....	17
1.2.1 Modelos de gamificación en la educación.....	17
1.2.2 Estudios de gamificación en la matemática y la geometría.....	21
2. Motivación.	22
2.1 Definiciones.....	22
2.2 Motivación y aprendizaje.	23
2.3 Modelos de motivación.....	24
3. Habilidad de representar	25
3.1 Importancia de la habilidad de representar.....	25
3.2 Representar y la taxonomía de Bloom.....	26
3.3 Gamificación en la habilidad de representar	27
4. Homotecia.....	28
4.1 Definición	28
4.2 Homotecia y representación matemática.....	28
4.3 Gamificación y homotecia.	29
Capítulo III: Marco metodológico	30
Fase 1: Caracterización de jugadores.....	30
Fase 2: Adaptación de la actividad matemática.....	32
Fase 3: Validación del diseño adaptado.....	33

Capítulo IV: Resultados	37
Fase 1: Caracterización de jugadores	37
• Análisis Individual por Alumno	38
Tipos de Jugadores para la Siguiente Fase	40
Importancia de los Perfiles Mixtos y Otros Tipos de Jugadores	41
• Análisis General del Curso	41
Tipos de Jugadores para la Siguiente Fase	42
Implicaciones de los nuevos datos	42
Fase 2: Adaptación de la actividad matemática	43
Planificación de clases	52
Fase 3: Validación del diseño adaptado	62
Implicación de los resultados	70
Capítulo V: Discusión	72
Limitaciones y proyecciones	74
Conclusiones	76
Referencias	78
Anexos	90
Anexo 1: Guía de actividades	90
Anexo 2: Conceptos relevantes para grupo focal	95
Anexo 3: Resumen de la investigación para grupo focal	98
Anexo 4: Respuestas cuestionario grupo focal	100
Anexo 5: Tipo reunión grupo focal	113
Anexo 6: Test Hexad-12	130
Anexo-7: Diseño original planificación de la guía didáctica del docente	131
Anexo 8: Consentimiento informado	137
Anexo 9: Auto reporte sobre contribuciones primarias y secundarias a los Objetivos de Desarrollo Sostenible	140

Resumen

Esta investigación tiene por objetivo adaptar y validar el diseño de una actividad matemática existente para el aprendizaje de homotecia aplicada con elementos de gamificación educativa, para promover la habilidad de representar en estudiantes de primer año medio, de un colegio particular subvencionado de la comuna de Los Ángeles. El estudio se realizó en tres fases, utilizando un enfoque metodológico cualitativo con un diseño exploratorio-descriptivo. La primera fase se enfocó en caracterizar los tipos de jugadores entre los estudiantes mediante el modelo Hexad-12, que identifica tipos de usuarios en gamificación de forma rápida y eficiente (Krath et al., 2023), en un contexto no experimental con un grupo de 35 alumnos, identificando sus preferencias y motivaciones. En la segunda fase, se adaptó una actividad sugerida en la Guía Didáctica del Docente de primero medio, que promueve la habilidad de representar en el contenido de homotecia vectorial. Para esto, se emplearon el modelo LM-GM, que conecta las mecánicas de aprendizaje con las de juego, permitiendo a diseñadores y educadores evaluar y mejorar la efectividad pedagógica de estos juegos (Lim et al., 2015); el metamodelo Gamify-SN, una metodología diseñada para ayudar a los instructores a planificar y desplegar conceptos de gamificación (Toda, 2019); y las características de los tipos de jugadores identificados en la fase anterior. En una tercera etapa, se buscó validar la adaptación realizada a través de un grupo focal compuesto por tres docentes: dos de ellos profesores de matemáticas y el tercero, un experto en gamificación. El grupo focal sugirió ajustes menores en el diseño de las clases y un rediseño en la guía, encaminados a mejorar la estructura general y la efectividad pedagógica de la actividad. Los resultados de esta validación y los ajustes planteados de acuerdo con ella dan cuenta de un diseño que pueda implementarse, para posteriormente medir los resultados del impacto de dicha intervención.

Abstract

This research aims to adapt and validate the design of an existing mathematical activity for learning homothety applied with educational gamification elements, in order to promote the ability to represent among first-year high school students from a subsidized private school in the Los Ángeles district. The study was conducted in three phases, using a qualitative methodological approach with an exploratory-descriptive design. The first phase focused on characterizing player types among students using the Hexad-12 model, which identifies user types in gamification quickly and efficiently (Krath et al., 2023), in a non-experimental context with a group of 35 students, identifying their preferences and motivations. In the second phase, an activity suggested in the Teacher's Didactic Guide for first-year students was adapted, which promotes the ability to represent within the content of vector homothety. For this, the LM-GM model was used, connecting learning mechanics with game mechanics, allowing designers and educators to evaluate and improve the pedagogical effectiveness of these games (Lim et al., 2015); the Gamify-SN metamodel, a methodology designed to help instructors plan and deploy gamification concepts (Toda, 2019); and the characteristics of the player types identified in the previous phase. In a third stage, the adaptation was validated through a focus group composed of three teachers: two of them mathematics teachers, and the third an expert in gamification. The focus group suggested minor adjustments to the class design and a redesign of the guide, aimed at improving the overall structure and pedagogical effectiveness of the activity. The results of this validation and the adjustments made accordingly indicate a design that can be implemented, in order to later measure the results of the impact of this intervention.

Introducción.

La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria continúa enfrentando desafíos significativos, particularmente en lo que respecta a la motivación y el compromiso de los estudiantes (Reséndiz et al, 2020). Por ello, es imperativo buscar estrategias innovadoras para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos. Una de estas estrategias emergentes es la gamificación, que consiste en la incorporación de elementos y dinámicas de juegos en contextos educativos, con el objetivo de transformar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes (Paladines & Mediavilla, 2021).

De esta forma, la presente investigación surge de la necesidad de encontrar nuevas formas de hacer que conceptos matemáticos abstractos sean más accesibles y atractivos para los estudiantes, en un nivel educativo crucial donde se sientan las bases para futuros aprendizajes.

La elección de la homotecia como concepto central no es arbitraria; Esta “transformación geométrica en la que se obtiene una figura a partir de ampliar o reducir otra [...]” (MINEDUC, 2016, p.107), ofrece un terreno fértil para explorar cómo los estudiantes visualizan y manipulan objetos matemáticos, aspectos fundamentales para la comprensión matemática (Lehning, 2021). En particular, la homotecia vectorial utiliza vectores para describir la relación entre las figuras originales y las transformadas, lo cual facilita a los estudiantes el análisis de escalas y posiciones en el plano. Esta transformación permite trabajar de manera visual y algebraica, favoreciendo la capacidad de transitar entre distintas formas de representación, que es clave para el aprendizaje de la geometría (MINEDUC, 2016). Además, fomenta la comprensión de propiedades geométricas a través del uso de vectores, lo cual desarrolla habilidades fundamentales para el razonamiento espacial y la resolución de problemas (Ortega, 2017)

Aunque en la revisión bibliográfica hecha hasta el momento sobre la literatura específica de la "habilidad de representación matemática" se encontró escaso material, este estudio se propone como un paso exploratorio para examinar cómo las estrategias de gamificación podrían influir en la manera en que los estudiantes interactúan con la representación.

La relevancia de esta investigación radica en su potencial para abrir nuevas vías de estudio en la intersección entre gamificación y enseñanza de las matemáticas proporcionando una base teórica y práctica que podría guiar futuras investigaciones y aplicaciones en el aula. Al

caracterizar los tipos de jugadores entre los estudiantes y validar la estrategia diseñada a través de un grupo focal con docentes, se busca no solo refinar la propuesta, sino también generar ideas valiosas sobre cómo las estrategias gamificadas podrían adaptarse efectivamente al contexto educativo real.

Este estudio se enmarca en proponer un diseño que gamifique la enseñanza para el aprendizaje de un contenido matemático, en este caso la homotecia de forma vectorial situándose en un panorama educativo más amplio, donde la integración de tecnologías y estrategias innovadoras se ha vuelto crucial (Mena et al, 2023), especialmente ante los desafíos planteados por las nuevas modalidades de enseñanza-aprendizaje. La gamificación, en este contexto, se presenta no solo como una herramienta para aumentar el atractivo del aprendizaje, sino también como un medio potencial para desarrollar competencias esenciales del siglo XXI como el pensamiento crítico, la creatividad y la colaboración (Landucci, 2023).

Capítulo I: Planteamiento del problema

La geometría es un eje de la matemática fundamental, porque desarrolla habilidades cognitivas esenciales. Además, constituye un lenguaje universal para comprender y transformar el mundo, con aplicaciones prácticas vitales en diversos campos del conocimiento y el progreso social (Vargas y Gamboa, 2013). Sin embargo, como señalan Peña y Ortega (2022) citando a Gamboa y Ballesterro (2010) y Ramírez-Uclés et al. (2018), y Vargas y Gamboa (2013), en la enseñanza de la geometría “[...] se ha privilegiado la memorización de fórmulas, definiciones, teoremas y propiedades apoyadas en construcciones mecánicas y descontextualizadas. Esto tiene como consecuencia, que los estudiantes perciban la Geometría como una disciplina compleja y poco relacionada con la realidad” (p. 95). Lo que se ve reflejado en estudios recientes que muestran un bajo rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas geométricos, evidenciando las dificultades que enfrentan en esta área (Mugnianingsih et al., 2022).

Estas dificultades del aprendizaje se observan también en los bajos resultados obtenidos en evaluaciones estandarizadas a nivel nacional e internacional, como en la prueba The Programme for International Student Assessment (PISA), donde el desempeño de los estudiantes chilenos estuvo por debajo del promedio de los países Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Solo el 44% de los estudiantes alcanzó al menos el Nivel 2 de competencia de 6 niveles totales en comparación con un promedio de 69% en los países de la OCDE. Lo anterior indica que en Chile el 44% de los estudiantes tienen dificultades para interpretar y reconocer cómo representar situaciones simples matemáticamente. En cuanto a los estudiantes de alto rendimiento (Niveles 5 y 6), sólo el 1% de los estudiantes chilenos alcanzó esos niveles en matemática, que requieren modelar situaciones complejas matemáticamente, frente a un promedio del 9% en la OCDE (*PISA Results 2022 (Volume III) - Factsheets: Chile, 2024*).

Finalmente, las puntuaciones promedio en matemáticas de PISA 2022 para Chile están por debajo de las observadas en el año 2015, ubicándose entre las más bajas registradas (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2022). Por otro lado, los resultados de la prueba estandarizada Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) realizada el año 2019 a alumnos de octavo

básico en Chile, mostraron una evidente debilidad en el aprendizaje de la geometría, esto se observa en el rendimiento, siendo significativamente menor al general de los estudiantes y en comparación con los otros ejes de la matemática es el peor evaluado (TIMSS, 2020).

De acuerdo con las Bases Curriculares del Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) (2016) la habilidad de representar es un factor clave en el aprendizaje de la geometría, en efecto:

[...] la habilidad de representar juega un rol especial. Los y las estudiantes deben describir posiciones y movimientos usando coordenadas y vectores, y tienen que obtener conclusiones respecto de las propiedades y las características de lugares geométricos, de polígonos y cuerpos conocidos, por medio de representaciones. Deben transitar desde un ámbito bidimensional a uno tridimensional por medio de caras, bases, secciones, sombras y redes de puntos (p.99-100).

En este sentido se puede determinar que la habilidad de representar implica la capacidad de interpretar, construir y transformar representaciones visuales de objetos geométricos, lo que es fundamental para comprender conceptos abstractos y resolver problemas en esta disciplina (Hernández, Cecilio y Romay, 2021).

Estas deficiencias en el aprendizaje de la geometría podrían estar vinculadas a una falta de motivación y compromiso por parte de los estudiantes, así como a la utilización de métodos de enseñanza poco efectivos o descontextualizados que no logren despertar el interés y la motivación intrínseca necesarios para un aprendizaje significativo (Vázquez, 2021).

De acuerdo con lo anterior, el problema abarca no solo el bajo rendimiento de los estudiantes en geometría, sino también la implementación de métodos de enseñanza que fomenten la motivación y el compromiso. Por lo tanto, es importante explorar y diseñar estrategias de enseñanza y aprendizaje más efectivas. Estas estrategias deben enfocarse en mejorar el desarrollo de habilidades y en promover un aprendizaje más contextualizado de esta área de las matemáticas. La gamificación se presenta como una alternativa para abordar estos desafíos, al ofrecer una posibilidad de mejorar la comprensión de conceptos geométricos e incrementar la motivación y el compromiso de los estudiantes a través de la integración de dinámicas de juego que promuevan un aprendizaje más activo, interactivo y significativo.

Justificación de la investigación.

Abordar estas deficiencias de la geometría es importante para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes. Según Farias y Pérez (2010), la clave para lograrlo radica en que los docentes conozcan las necesidades, expectativas e intereses de sus alumnos, orientando las actividades hacia aplicaciones prácticas y situaciones atractivas. Esto implica adaptar herramientas tecnológicas y recursos educativos a las necesidades específicas de los estudiantes. Por ejemplo, utilizar aplicaciones interactivas que permitan visualizar conceptos geométricos de forma personalizada, atendiendo a los distintos estilos de aprendizaje. Además, es posible implementar actividades lúdicas y trabajos colaborativos diseñados en función de los intereses particulares de cada grupo, como proyectos que apliquen la geometría a situaciones cotidianas o a campos que fascinen a los alumnos. Además, es importante brindar oportunidades para que los estudiantes tomen decisiones sobre su propio aprendizaje de la geometría, fomentar un ambiente de reconocimiento a sus logros y esfuerzos, y mostrar la utilidad y relevancia de conceptos como la homotecia en contextos reales. Estas estrategias pueden incrementar su motivación intrínseca, sentido de competencia y deseo de logro en el estudio de la geometría.

En este contexto, surge la necesidad de explorar estrategias innovadoras que permitan mejorar la habilidad de representación en geometría y, por ende, el aprendizaje en esta área. Una posible alternativa podría ser la implementación de enfoques gamificados, es decir, la incorporación de elementos propios de los juegos en el contexto educativo (Fuentes *et al.*, 2023). Distintos estudios muestran que la gamificación puede aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes hacia el aprendizaje, incrementar su interés, mejorar su rendimiento académico, y desarrollar competencias tecnológicas y digitales, además de brindar oportunidades para la práctica interactiva, el aprendizaje experiencial y la creación de una identidad de jugador, lo que podría ser beneficioso para el desarrollo de habilidades como la representación (García, Rangel y Mera, 2020; Castellanos, 2021; Guevara, 2018).

Ahora bien, para que estos beneficios se materialicen en las actividades gamificadas el diseño educativo es fundamental. Los elementos de diseño de juegos, como reglas, niveles y retroalimentación, deben integrarse de manera coherente con los objetivos de aprendizaje y las necesidades de los usuarios. Un enfoque de diseño centrado en el usuario y adaptado al contexto educativo específico es clave para que la gamificación logre

involucrar a los participantes y facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje (Borrás, 2015). En este sentido, surge la inquietud de explorar el potencial de la gamificación como una herramienta para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, específicamente en el desarrollo de la habilidad de representación. Esta línea de investigación podría proporcionar información potencialmente útil para el campo de la educación matemática. Los resultados obtenidos podrían servir como base para el desarrollo de nuevas estrategias de enseñanza, especialmente en lo que respecta a conceptos geométricos como la homotecia. Al explorar métodos innovadores para abordar este tema específico, se busca contribuir a mejorar la comprensión y el aprendizaje de la geometría en general, lo cual podría ayudar a abordar algunos de los desafíos actuales en la enseñanza de esta disciplina.

Además, es importante aprovechar los libros y actividades que proponen los programas de estudio o guías didácticas del docente, integrando y complementando estos recursos tradicionales con las propuestas de gamificación, de modo que se logre una mejor articulación entre las estrategias convencionales y las nuevas estrategias metodológicas.

Pregunta de investigación

- ¿Cómo adaptar y validar el diseño de una actividad matemática existente para el aprendizaje de homotecia con elementos de gamificación educativa, para promover la habilidad de representación matemática, en estudiantes de primer año medio?

Objetivos

Objetivo general

- Adaptar y validar el diseño de una actividad matemática existente para el aprendizaje de homotecia aplicada con elementos de gamificación educativa, para promover la habilidad de representar, en estudiantes de primer año medio, de un colegio particular subvencionado de la comuna de Los Ángeles.

Objetivos específicos

- Caracterizar los tipos de jugadores y jugadoras entre estudiantes de primer año

medio de un colegio particular subvencionado, de la comuna de Los Ángeles.

- Adaptar una actividad matemática existente que aborda el aprendizaje de homotecia de forma vectorial, incorporando elementos de la gamificación educativa.
- Validar el diseño adaptado de una actividad matemática a través de un grupo focal con docentes.

Capítulo II: Marco teórico

Desde una perspectiva histórica, la educación ha evolucionado a lo largo del tiempo, adaptándose a los cambios de intereses y necesidades de los estudiantes (Guichot, 2006). En este contexto, es fundamental implementar estrategias pedagógicas innovadoras que logren captar la atención y motivación de los alumnos. La gamificación surge como una alternativa prometedora, integrando elementos lúdicos con objetivos educativos de manera efectiva (Zainuddin et al, 2020). Además, el aprendizaje de la matemática, particularmente en el ámbito de la geometría, requiere el desarrollo de habilidades específicas, como la capacidad de representación (MINEDUC, 2016). Por lo tanto, la adopción de enfoques gamificados podría resultar beneficiosa para promover el desarrollo de estas destrezas matemáticas en los estudiantes.

En consecuencia, la exploración de la gamificación como herramienta para favorecer la habilidad de representación en geometría se plantea como un área de estudio relevante. De esta forma, se presentarán a continuación los principales elementos relacionados con la gamificación, la motivación y las habilidades matemáticas, con énfasis en la habilidad de representación, con el fin de fundamentar la relevancia de este estudio.

1. Gamificación

1.1. ¿Qué es la gamificación?

Werbach & Hunter (2015) definen la gamificación como "el uso de elementos de juego y técnicas de diseño de juegos en contextos distintos a los juegos"(P.26). Aplicada al ámbito educativo, implica incorporar componentes lúdicos como puntos, insignias, tablas de

clasificación, misiones, narrativa, retroalimentación y recompensas, entre otros, para promover experiencias de aprendizaje más atractivas e inmersivas (Deterding et al., 2011).

Como estrategia pedagógica la gamificación busca la motivación, el compromiso y el aprendizaje de los estudiantes (Manzano et al., 2021; Fernández et al., 2020; Gironella, 2023; Rincón et al., 2022).

En el contexto de este estudio, nos basaremos en la definición proporcionada por el Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid ([UPM], 2020). Según esta fuente, la gamificación se entiende como:

El uso de ciertas características o elementos concretos de juegos para ponerlos en práctica en un entorno educativo, con el objetivo de lograr una mayor implicación en la consecución de objetivos, permitiendo la diversión y la equivocación, a la vez que se motiva el cambio de los estudiantes (actitudinal, conceptual, desarrollo de nuevas habilidades, etc.) (p.4).

Ahora bien, Borrás-Gene (2022) indica que

[...] gamificación no es crear un juego o convertir todo en un juego, no son mundos virtuales en 3D o juegos en el lugar de trabajo no son simulaciones o juegos serios. Tampoco se trata de usar elementos como lo “badges” o insignias, los puntos o las recompensas porque sí. Cuidado pues no funciona para todos los contextos y no es fácil aplicarla, requiere de un diseño elaborado y una estrategia previa (p. 43).

1.1.1 Dinámica, mecánica y componentes.

Para poder gamificar debemos incluir elementos de juego serio sin que necesariamente se deba jugar y con una finalidad distinta a la de buscar entretenimiento, así según Kevin Werbach (2015), la gamificación tiene 3 elementos clave:

- Las **dinámicas**, se refieren a los conceptos abstractos de alto nivel que motivan la participación intrínseca, como restricciones, emociones, narrativa, progresión y relaciones.
- Las **mecánicas**, son los procesos concretos que impulsan la acción y el compromiso, como desafíos, oportunidades, competencia, cooperación, feedback, recompensas, niveles, logros, estatus, etc.

- Los **componentes**, son las específicas instanciaciones de mecánicas y dinámicas, como puntos, insignias, leaderboards, niveles, misiones, avatares, etc.

Para implementar la gamificación eficazmente, se debe considerar cómo estas dinámicas, mecánicas y componentes interactúan para motivar y comprometer a los alumnos (UPM, 2020). La dinámica motiva la participación, las mecánicas generan la acción, y los componentes son las herramientas concretas, siendo importante alinearlos con los objetivos generales y el contexto específico a tratar de cada tema.

1.1.2 Tipos de jugador

Para gamificar de forma efectiva, es importante entender la motivación de los diferentes tipos de usuarios. La taxonomía de Bartle (1996) provee información útil para comprender su funcionamiento. Desarrollada originalmente para jugadores de juegos online multiplayer, la taxonomía de Bartle clasifica a los usuarios en 4 categorías principales: Asesinos, Triunfadores, Socializadores y Exploradores. Cada uno tiene motivaciones distintas dentro del sistema gamificado.

Marczewski (2015), a partir de la taxonomía de Bartle, propone una de las taxonomías más influyentes en este campo, conocida como la Taxonomía HEXAD. Esta taxonomía identifica seis tipos principales de usuarios en sistemas gamificados (Marczewski, 2015) los cuales, de acuerdo con este autor, se definen de la siguiente manera:

- **Socializadores (Socialisers):** Están motivados por las relaciones y la conexión social. Disfrutan de interactuar con otros usuarios y construir vínculos dentro del sistema.
- **Espíritus Libres (Free Spirits):** Están motivados por la autonomía y la autoexpresión. Les gusta tener la libertad de explorar, crear y personalizar sus experiencias.
- **Triunfadores (Achievers):** Están motivados por la maestría y el dominio. Buscan superar desafíos, adquirir nuevas habilidades y mejorar continuamente.
- **Filántropos (Philanthropists):** Están motivados por el propósito y el significado. Desean contribuir y enriquecer la experiencia de otros usuarios, sin esperar recompensas.
- **Disruptores (Disruptors):** Están motivados por el cambio. Quieren alterar el

sistema, ya sea directamente o a través de otros usuarios, para provocar mejoras o transformaciones.

- **Jugadores (Players):** Están motivados por recompensas extrínsecas. Participarán en el sistema solo para obtener beneficios tangibles sin importar el propósito subyacente.

Además, es importante tener en cuenta que estos tipos de usuarios no son mutuamente excluyentes, sino que las personas pueden exhibir características de varios tipos en diferentes grados (Marczewski, 2015). Por esto, al diseñar sistemas gamificados, es crucial considerar estas motivaciones y preferencias de los usuarios para crear experiencias que los mantengan comprometidos y satisfechos (Zichermann & Cunningham, 2011). ~~Para lo~~
anterior

Para evaluar y cuantificar estas preferencias de usuario, se han desarrollado herramientas específicas como el test Hexad. El Hexad-24 creado por Tondello et al, (2016) es un cuestionario de 24 ítems diseñado para medir las motivaciones de los usuarios en entornos gamificados, basándose en los seis tipos de usuarios propuestos por Marczewski. Este instrumento ha demostrado ser una herramienta válida y confiable para identificar las tendencias motivacionales de los usuarios en contextos de gamificación. Posteriormente, Krath et al, (2023) desarrolló una versión más corta y eficiente conocida como el Hexad-12. Este cuestionario reduce el número de ítems a 12, manteniendo una alta validez y confiabilidad en la medición de los tipos de usuarios.

Tal como señala Marczewski (2015), "cuando se crea un sistema gamificado, es necesario diseñar para fomentar los comportamientos que darán al sistema el mejor resultado, al tiempo que involucran a la mayor cantidad de usuarios posible. Estos tipos pueden ayudar con eso"(p.5). Asimismo, Buckley y Doyle (2016) señalan que las intervenciones de aprendizaje gamificadas tienen un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, aunque su efecto en la participación varía según la motivación intrínseca o extrínseca del estudiante. Por lo tanto, comprender los perfiles y motivaciones de los usuarios resulta clave para diseñar experiencias gamificadas efectivas y atractivas.

1.2 Gamificación en la educación

1.2.1 Modelos de gamificación en la educación

El **modelo LM-GM**, propuesto por Lim et al. (2014), es un marco de referencia clave para el diseño de juegos serios que buscan equilibrar los objetivos de aprendizaje y la experiencia de juego. Los dos elementos principales del modelo son:

- **Mecánicas de aprendizaje (LM):** Estos son los elementos pedagógicos como preguntas, explicaciones, retroalimentación, etc. que facilitan y apoyan el proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- **Mecánicas de juego (GM):** Estos son los elementos de diseño de juegos como puntos, niveles, desafíos, tableros de clasificación, etc. que involucran a los jugadores y guían la jugabilidad.

Este modelo establece conexiones entre estos dos componentes clave para crear una experiencia de juego serio articulada que logre los objetivos de aprendizaje deseados de manera atractiva y motivadora para los estudiantes (Lim et al., 2014).

El modelo LM-GM incorpora la taxonomía de Bloom como un marco para estructurar y alinear las mecánicas de juego con los objetivos de aprendizaje. La versión adaptada de la taxonomía utilizada en el modelo incluye las siguientes categorías, que se relacionan con

las mecánicas de juego de la siguiente manera:

GAME MECHANICS	THINKING SKILLS	LEARNING MECHANICS	LOTS to HOTS
- Design/Editing - Infinite Game play - Ownership - Protégé Effect - Status - Strategy/Planning - Tiles/Grids	CREATING	- Accountability - Ownership - Planning - Responsibility	
- Action Points - Assessment - Collaboration - Communal Discovery - Resource Management - Game Turns - Pareto Optimal - Rewards/Penalties - Urgent Optimism	EVALUATING	- Assessment - Collaboration - Hypothesis - Incentive - Motivation - Reflect/Discuss	
- Feedback - Meta-game - Realism	ANALYSING	- Analyse - Experimentation - Feedback - Identify - Observation - Shadowing	
- Capture/Elimination - Competition - Cooperation - Movement - Progression - Selecting/Collecting - Simulate/Response - Time Pressure	APPLYING	- Action/Task - Competition - Cooperation - Demonstration - Imitation - Simulation	
- Appointment - Cascading Information - Questions And Answers - Role-play - Tutorial	UNDERSTANDING	- Objectify - Participation - Question And Answers - Tutorial	
- Cut scenes/Story - Tokens - Virality - Behavioural Momentum - Pavlovian Interactions - Goods/Information	RETENTION	- Discover - Explore - Generalisation - Guidance - Instruction - Repetition	

Imagen 1: Tabla con la *clasificación de mecánicas de juego y mecánicas de aprendizaje basadas en las habilidades de pensamiento ordenadas de Bloom* (Lim, et al, 2015, p.4)

Esta integración de la taxonomía de Bloom con las mecánicas de juego y aprendizaje permite a los diseñadores crear experiencias de aprendizaje que no solo sean entretenidas, sino que también aborden diferentes niveles de procesamiento cognitivo, asegurando un aprendizaje más profundo y significativo.

Es importante destacar que el modelo LM-GM no es una fórmula rígida, sino una herramienta flexible que permite a los diseñadores y educadores analizar y crear juegos serios que equilibren efectivamente el aprendizaje y la diversión, adaptándose a diferentes estilos de aprendizaje y objetivos educativos.

Por otro lado el **meta-modelo GAMIFY-SN**, desarrollado por Toda et al. (2018), se enfoca específicamente en ayudar a los instructores a integrar conceptos de gamificación dentro de entornos de redes sociales y su enfoque es ampliable sobre diferentes contextos como incorporar la gamificación en la educación. En este sentido, se concibe como un meta-modelo porque proporciona un marco conceptual de alto nivel que puede ser adaptado y aplicado a diversos escenarios educativos, donde no se limita a un conjunto específico de reglas o elementos de gamificación, sino que ofrece una estructura flexible que permite a los educadores diseñar y implementar estrategias de gamificación personalizadas, considerando las particularidades de cada entorno de aprendizaje y las necesidades específicas de los estudiantes.

Los componentes clave de este meta-modelo en torno a la definición establecida por Toda et al, (2018), son:

- Conceptos de gamificación: Los elementos de diseño de juegos como puntos, insignias, tablas de clasificación, etc. que pueden incorporarse al entorno de aprendizaje.
- Características de las redes sociales: Las funcionalidades interactivas y colaborativas de las redes sociales que se pueden aprovechar para mejorar la experiencia de aprendizaje gamificada.
- Participación del instructor: El papel activo y la guía del instructor en la planificación e implementación del entorno de aprendizaje gamificado en redes sociales.

El meta-modelo GAMIFY-SN funciona a través de cuatro fases principales:

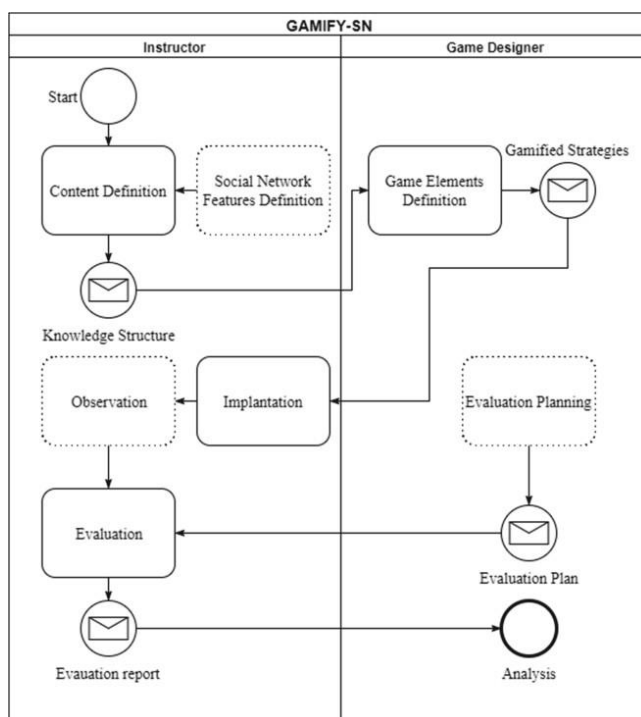


Imagen 2: Diagrama del meta-modelo GAMIFY-SN que muestra el proceso del diseño, (Toda et al, 2018, p.5).

1. **Definición de contenidos:** El instructor identifica y organiza los contenidos clave del curso, creando una representación visual que muestra las relaciones entre los conceptos. Esta planificación establece la base para integrar elementos de gamificación de manera coherente con los objetivos de aprendizaje.
2. **Definición de elementos de diseño de juegos:** Se seleccionan y diseñan las mecánicas de juego que mejor se adapten a los objetivos del curso. Las tareas gamificadas se desarrollan para motivar a los estudiantes y mantener su interés, equilibrando diversión con rigor académico.
3. **Implementación:** Los elementos gamificados se integran en las lecciones. El instructor supervisa la participación y ajusta las actividades según sea necesario, asegurando que la gamificación esté alineada con los objetivos educativos.
4. **Evaluación:** Se mide la efectividad de la gamificación evaluando el rendimiento académico y la satisfacción de los estudiantes. Los resultados de esta evaluación permiten ajustar y mejorar el diseño e implementación de futuras estrategias.

gamificadas, cerrando el ciclo de mejora continua.

Este meta-modelo proporciona un marco estructurado para que los instructores implementen de manera efectiva la gamificación en entornos de aprendizaje basados en redes sociales, lo cual puede ser un desafío debido a la falta de conocimientos y recursos (Toda et al., 2018). Este, ha sido validado específicamente para entornos educativos (Toda et al., 2019), demostrando su aplicabilidad práctica. Además, su eficacia ha sido contrastada con otros métodos de gamificación, como el modelo 6D, que es un marco diseñado para aplicar elementos de juego en diversas áreas, incluyendo la educación (Werbach y Hunter, 2012); a través de un estudio experimental revelando que puede ser más adecuado para planificar clases gamificadas no digitales (Oliveira et al., 2020), lo que refuerza su relevancia y potencial en el campo de la educación.

1.2.2 Estudios de gamificación en la matemática y la geometría.

La gamificación se ha convertido en una estrategia efectiva para la enseñanza de las matemáticas, mejorando la participación estudiantil y la comprensión de conceptos abstractos (Rincón, 2023). Según Hidalgo et al. (2022), la incorporación de elementos lúdicos como puntos, insignias y desafíos en el aprendizaje matemático aumenta la motivación y el compromiso de los estudiantes, transformando positivamente su experiencia educativa y su actitud hacia la materia.

La implementación de la gamificación en la enseñanza de la geometría ha demostrado tener un impacto positivo en el aprendizaje y la motivación de los estudiantes. González et al. (2021) señalan que el uso de Juegos educativos en el aprendizaje de conceptos geométricos produce mejores resultados en comparación con los métodos tradicionales. Su estudio reveló que el grupo que utilizó un videojuego obtuvo un mayor porcentaje de logro en todos los ítems evaluados, evidenciando así el impacto positivo de la gamificación.

Además de mejorar el rendimiento académico, la gamificación también aborda aspectos emocionales del aprendizaje. Martínez (2023) sugiere que la implementación de actividades gamificadas puede ayudar a reducir la ansiedad asociada con el aprendizaje de la geometría. Estas actividades, que incluyen juegos interactivos y desafíos grupales,

proporcionan un contexto más amigable y atractivo para el aprendizaje, aumentando la motivación de los estudiantes y creando un ambiente de aprendizaje más colaborativo y solidario.

Cruz y Cabero (2020) argumentan que las aulas gamificadas generan estudiantes más motivados, mejoran la dinámica del grupo, la capacidad de atención y la creatividad, logrando actitudes más positivas hacia el aprendizaje. Esto permite que los alumnos sean más autónomos y activos en su proceso de formación. Los autores también destacan que la gamificación permite a los docentes ser innovadores y crear entornos dinámicos donde se pueden desarrollar tanto destrezas matemáticas como habilidades tecnológicas.

Es importante considerar que el éxito de la gamificación depende en gran medida del rol del docente, quien debe diseñar y adaptar las actividades gamificadas para asegurar que estén alineadas con los objetivos de aprendizaje (Fotaris et al., 2016).

Sin embargo, es necesario realizar más investigaciones para explorar a fondo la relación entre gamificación y rendimiento, así como su aplicación en diferentes áreas del conocimiento (Cruz y Cabero, 2020).

2. Motivación.

2.1 Definiciones.

La motivación es un factor crucial en el aprendizaje y el desarrollo personal. Como señalan Gopalan et al. (2017), "La motivación es la fuerza que anima a los estudiantes a enfrentar todas las circunstancias difíciles y desafiantes. La motivación en sí misma es un ámbito enorme para atender"(p.1). En psicología, la Teoría de la Autodeterminación (Deci y Ryan, 1985) proporciona un marco conceptual útil para comprender los diferentes tipos de motivación.

Según Stover et al. (2017), la Teoría de la Autodeterminación distingue entre motivación intrínseca, que implica realizar actividades por el placer inherente a su ejecución, y motivación extrínseca, que se refiere a comportamientos efectuados como medio para alcanzar un fin externo. Estos conceptos son fundamentales para entender cómo y por qué los estudiantes se involucran en sus actividades académicas. Mientras que una surge del interior del individuo, la otra se basa en factores externos. A continuación, exploraremos en detalle estas dos formas de motivación y cómo se manifiestan en el contexto educativo.

Sobre estas, Reeve (1994) y León (2010), como se citó Alonso & Pino (2014), en indican que:

La **motivación intrínseca** se refiere a la motivación que viene del interior de la persona, basada en sus intereses, curiosidad y deseo de superación. Por ejemplo, un estudiante con motivación intrínseca aprende porque disfruta del proceso y reto de entender nuevos conceptos.

La **motivación extrínseca** proviene de factores externos al individuo, como recompensas, evaluaciones, presiones sociales o castigos. Un alumno extrínsecamente motivado estudia para recibir buenas calificaciones o evitar un castigo de sus padres.

2.2 Motivación y aprendizaje.

Partiendo de la distinción entre motivación intrínseca y extrínseca establecida por la Teoría de la Autodeterminación, es crucial examinar cómo estos tipos de motivación influyen en el aprendizaje y el rendimiento académico.

La motivación intrínseca, caracterizada por el interés personal y la satisfacción inherente, ha demostrado ser particularmente beneficiosa para lograr un aprendizaje más profundo y significativo. Como señala Young (2005), "las estrategias de aprendizaje superficiales se vincularon a la motivación extrínseca, mientras que la motivación intrínseca determinó el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas profundas" (p. 25).

Para fomentar esta motivación intrínseca, Kusurkar et al. (2011) proponen diversas estrategias como el diseño de actividades atractivas, la concesión de autonomía y la provisión de retroalimentación constructiva. Estas técnicas buscan despertar el interés genuino del estudiante y su deseo de aprender por el placer del conocimiento mismo.

Sin embargo, es importante reconocer que cierto grado de motivación extrínseca también juega un papel en el entorno educativo. Un enfoque equilibrado que combine ambos tipos de motivación puede potenciar el aprendizaje y contribuir al desarrollo integral del estudiante (Serin, 2018).

En este contexto, la gamificación ofrece herramientas valiosas para alinear las estrategias de aprendizaje con los diferentes tipos de motivaciones de los estudiantes. La taxonomía de Marczewski, que identifica los seis tipos de jugadores (disruptor, espíritu libre,

triunfador, jugador, socializador y filántropo), puede aplicarse para diseñar mecánicas y componentes gamificados que se adapten a las diversas motivaciones de los alumnos, como leaderboards para triunfadores o misiones sociales para socializadores. Así, la taxonomía de Marczewski complementa el conocimiento previo sobre las dinámicas, mecánicas y componentes de la gamificación, proveyendo una útil comprensión de los diferentes tipos de motivaciones de los usuarios en sistemas gamificados. Esto puede ayudar a implementar soluciones de gamificación más efectivas.

2.3 Modelos de motivación

Tres modelos prominentes que abordan aspectos clave de la motivación en el contexto de la gamificación son Relatedness, Autonomy, Mastery and Purpose (RAMP), que se enfoca en la motivación intrínseca; Status, Access, Power and Stuff (SAPS), que se centra en la motivación extrínseca a través de recompensas; y Attention, Relevance, Confidence and Satisfaction plus gamification (ARCS+G), que integra elementos de gamificación en el proceso educativo para promover la atención y la satisfacción.

Modelo RAMP

El modelo RAMP, propuesto por Marczewski (2013), se enfoca en la motivación intrínseca y establece cuatro componentes clave: Relaciones, Autonomía, Competencia y Propósito. Este modelo sugiere que las actividades deben promover interacciones sociales significativas, dar libertad para tomar decisiones, permitir desarrollar habilidades y transmitir un sentido de propósito valioso. Estos elementos intrínsecos despiertan el interés y disfrute naturales de los estudiantes.

Modelo SAPS

El modelo SAPS de Zichermann y Cunningham (2011), aborda la motivación extrínseca mediante cuatro tipos de recompensas: Estatus, Acceso, Poder y Elementos tangibles/virtuales. Este modelo se centra en los incentivos externos como prestigio, habilidades desbloqueables, autoridad sobre otros jugadores y recompensas físicas/digitales que motivan al estudiante a completar actividades.

Modelo ARCS+G

El modelo ARCS+G, desarrollado por Keller (1987), se enfoca en cuatro componentes clave para promover la motivación: atención, relevancia, confianza y

satisfacción. Además, el modelo incorpora un componente adicional, la Gamificación, que hace énfasis en la integración de elementos de juego para mejorar la experiencia de aprendizaje. Este modelo busca captar la atención de los estudiantes, hacer que los contenidos sean relevantes, fomentar la confianza en sus habilidades y generar satisfacción con los logros alcanzados, todo ello a través de la incorporación de mecánicas y dinámicas de juego.

Estos tres modelos, RAMP, SAPS y ARCS+G, ofrecen un marco para diseñar juegos serios y entornos gamificados que promuevan la motivación de los estudiantes de manera integral, combinando elementos de motivación intrínseca y extrínseca, así como la integración de elementos de juego en el proceso de aprendizaje.

De los modelos mencionados, ARCS+G tiene una orientación más específica hacia el ámbito educativo. Su enfoque en la atención, relevancia, confianza y satisfacción, combinado con elementos de gamificación, lo hace particularmente útil para diseñar experiencias de aprendizaje motivadoras (Galicía, & Edel, 2014).

3. Habilidad de representar

El Ministerio de Educación chileno (MINEDUC) toma como base la asignatura de matemáticas 4 habilidades matemáticas principales representar, argumentar y comunicar, modelar y finalmente resolver problemas.

La habilidad de representar constituye un componente fundamental en la enseñanza de las matemáticas, según lo establecido en las Bases Curriculares para 7° básico a 2° medio del Ministerio de Educación chileno (MINEDUC, 2016). En ella se busca que “los alumnos y las alumnas transiten fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para más tarde avanzar progresivamente hacia un lenguaje simbólico” (p.97).

3.1 Importancia de la habilidad de representar.

Esta habilidad no solo se limita a la mera traducción de conceptos matemáticos a diferentes formatos, sino que busca que los estudiantes logren expresar ideas matemáticas de manera versátil, adaptando su representación según el contexto y el propósito específico. En el marco teórico de PISA para Matemáticas 2022, se define la capacidad de representar como “codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de

representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre diversas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación, de acuerdo con la situación y el propósito particulares" (PISA, 2003, P.4). Esto implica no solo la comprensión de tablas, gráficos, diagramas, imágenes, ecuaciones y fórmulas, sino también la capacidad de crear representaciones propias para registrar y comunicar datos, así como construir y manipular objetos mentales o físicos de manera efectiva.

En este sentido, el desarrollo de la habilidad matemática de representar en los estudiantes no solo contribuye a su comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también les capacita para resolver problemas de manera más eficaz y comunicar sus ideas de forma clara y precisa. Así, se reconoce su importancia tanto en el ámbito educativo como en el desarrollo de competencias necesarias para enfrentar los desafíos del mundo actual.

3.2 Representar y la taxonomía de Bloom

La habilidad de representar ocupa un lugar en la taxonomía cognitiva, tanto en su versión original de Bloom (1956) como en la revisión posterior de Anderson y Krathwohl (2001). Esta ubicación se fundamenta en un análisis minucioso de ambas versiones de la taxonomía y su aplicación en diversos contextos educativos.

En la taxonomía original, Bloom et al. (1956) sitúan "la habilidad de representar dentro del nivel de "comprensión". Este nivel se define como "la habilidad de captar o construir significado a partir del material" donde entre los verbos asociados a esta función, se mencionan explícitamente "representar", "ilustrar" y "dibujar" (Krathwohl, 2002, p.113), lo que subraya la inclusión directa de la representación en este nivel.

La revisión de Anderson y Krathwohl (2001) mantiene esta habilidad en el segundo nivel, aunque con una nueva denominación: entendimiento" o "comprender". Según Wilson (2016), este nivel se describe ahora como la capacidad de "construir significado a partir de diferentes tipos de funciones, sean escritas o gráficas, mensajes o actividades, como interpretar, ejemplificar, clasificar, resumir, inferir, comparar o explicar"(p.2).

Sin embargo, es importante notar que la habilidad de representar no se limita únicamente al segundo nivel de la taxonomía. Investigaciones previas de las taxonomías indican que en el contexto educativo, el acto de representar matemáticamente conceptos a

través de gráficos, diagramas y otras formas visuales no solo es parte del nivel de “comprender” y “aplicar”, sino que también se relaciona con niveles superiores como “Analizar” y “Crear”, donde los estudiantes deben usar estas representaciones para resolver problemas complejos (Wilson, 2016; Krathwohl, 2002; Adams, 2015). Esta observación amplía la relevancia de la representación a lo largo de toda la jerarquía cognitiva.

3.3 Gamificación en la habilidad de representar

La integración de la gamificación con el desarrollo intencionado de la habilidad de representar en matemáticas podría crear un entorno de aprendizaje potencialmente enriquecedor. Yan (2023) encontró que la gamificación mejora significativamente la capacidad de los estudiantes para construir y entender representaciones matemáticas, contribuyendo al desarrollo del pensamiento creativo.

La gamificación ha demostrado ser eficaz para involucrar a los estudiantes en actividades educativas. Retno et al. (2019) evidenciaron que el uso de herramientas gamificadas mejora las habilidades de resolución de problemas matemáticos, incluyendo la capacidad de representar conceptos matemáticos de manera efectiva.

Bekdemir y Selim (2008) argumentan que la gamificación permite a los estudiantes involucrarse en niveles más altos de la taxonomía de Bloom, como “aplicar” y “crear”, lo que se traduce en una mejor habilidad para representar matemáticamente conceptos complejos. Reforzando esta idea, Zainuddin et al. (2022) desarrollaron un modelo de evaluación que subraya cómo los elementos de la gamificación pueden ayudar a los estudiantes a alcanzar niveles cognitivos superiores, incluyendo la habilidad de crear y manipular representaciones matemáticas.

Con lo anterior, podemos indicar que la gamificación se perfila como una estrategia prometedora para el desarrollo de la habilidad de representar en matemáticas. Este enfoque podría proporcionar a los estudiantes oportunidades para fortalecer su capacidad de representación matemática de manera más activa y motivadora. El uso de elementos lúdicos de gamificación como puntos, recompensas, niveles, etc.; podría mejorar la comprensión y aplicación de conceptos a través de diversas formas de representación, aumentando el compromiso de los estudiantes y facilitando una conexión más tangible entre los conceptos

abstractos y sus representaciones concretas.

4. Homotecia

Uno de los contenidos pertenecientes a la geometría es la homotecia, una transformación geométrica que se relaciona con la semejanza de figuras, preserva ángulos y multiplica las distancias por un factor constante, lo que implica relaciones de proporcionalidad. Esta tiene aplicaciones en diversos campos científicos y técnicos, como la medicina, la astronomía, la anatomía y la ingeniería, donde se utiliza para realizar mediciones, comparaciones y simulaciones a diferentes escalas (Flores et al, 2020).

4.1 Definición

Para comprender mejor el concepto de homotecia en geometría, es fundamental examinar una definición precisa y autorizada. El Texto del estudiante de matemáticas para primero medio (2021) la define como:

[...] una transformación geométrica en la que se obtiene una figura a partir de ampliar o reducir otra, multiplicando cada trazo por un mismo valor distinto de 0, llamado razón de homotecia, con lo que la imagen obtenida conserva la forma de la original en el mismo sentido o invertida, por tanto, sus trazos son proporcionales y la unión de los puntos homólogos convergen en un punto llamado centro de homotecia (p.107).

Sin embargo, es importante destacar que esta definición, aunque precisa en algunos aspectos, solo menciona la transformación de figuras y no profundiza suficientemente en el papel del centro de homotecia. En contraste, Ortiz y Ángulo (2010) aportan una definición más detallada y técnica:

La transformación que hace corresponder a un punto A otro A' , alineado con A y O , tal que: $OA' = k \cdot OA$. Si $k > 0$ se llama homotecia directa y si $k < 0$ se llama homotecia inversa, donde O es el centro de la homotecia y k la razón de homotecia" (p. 697)

4.2 Homotecia y representación matemática

La homotecia, se integra estrechamente con la representación matemática, abarcando la expresión de ideas a través de diversos medios como gráficos, ecuaciones y descripciones

verbales (Mainali, 2020). En el estudio de la homotecia la capacidad de traducir entre diferentes formas de representación es crucial para la resolución efectiva de problemas matemáticos (Ratumanan et al., 2022). En la homotecia, esto se manifiesta cuando los estudiantes alternan entre representaciones gráficas y algebraicas para comprender plenamente las transformaciones.

La utilización de múltiples registros de representación, junto con la integración de entornos físico y virtual en la realización de transformaciones homotéticas por parte de los estudiantes, promueve una comprensión más profunda de las relaciones de escala y proporción (Ortega, 2017).

Además, este enfoque en la representación desarrolla la flexibilidad cognitiva de los estudiantes, una habilidad esencial para resolver problemas matemáticos complejos (Gagatsis & Shiakalli, 2004). La exposición a múltiples representaciones en la enseñanza de las matemáticas, lo que también incluye la homotecia, enriquece el repertorio de herramientas cognitivas de los estudiantes, mejorando su rendimiento en diversas áreas matemáticas y preparándolos para desafíos más avanzados en todos los niveles educativos (Çetin & Aydın, 2020).

4.3 Gamificación y homotecia.

Si bien no se encontraron estudios directos que vinculen específicamente la gamificación con el aprendizaje de la homotecia, es posible extraer algunas conclusiones a partir de investigaciones previas sobre gamificación y geometría en general. La implementación de estrategias de gamificación en la enseñanza primaria ha demostrado ser efectiva para ayudar a los estudiantes a construir estructuras geométricas adecuadas y fomentar el desarrollo del pensamiento creativo (Yan, 2023). Estos hallazgos podrían aplicarse al aprendizaje de la homotecia, donde los estudiantes deben visualizar y aplicar transformaciones geométricas complejas.

La homotecia requiere trabajo sobre la habilidad de representación matemática, Ortega (2017) destaca la importancia de utilizar múltiples registros de representación en su enseñanza, como gráficos, tablas y operaciones numéricas. Esta diversidad permite a los estudiantes visualizar y manipular transformaciones geométricas efectiva, desarrollando habilidades de visualización espacial y razonamiento proporcional. Cómo se observa en los

Objetivos de Aprendizaje del Programa de Estudio de Matemática para primero medio, los alumnos deben trabajar con figuras en diferentes escalas y representar estas transformaciones gráfica y algebraicamente (Ministerio de Educación, 2016). El dominio de estas formas de representación es crucial para comprender las relaciones de escala y proporción en la homotecia. Enfoques pedagógicos como la gamificación podrían facilitar la adquisición y aplicación de estos conceptos en diversos contextos, fortaleciendo el aprendizaje integral de esta transformación geométrica.

Es importante señalar que en la revisión bibliográfica realizada hasta ahora no se logró encontrar estudios específicos que vinculen la gamificación y la homotecia representa una oportunidad significativa en el campo de la investigación educativa. Esta brecha en la literatura actual abre la puerta para el diseño de intervenciones innovadoras que incorporen elementos de gamificación en la enseñanza de la homotecia. Futuros estudios podrían evaluar el impacto de estas estrategias en la comprensión conceptual, la motivación y el rendimiento de los estudiantes en este tema específico de la geometría.

Capítulo III: Marco metodológico

El presente estudio se enmarca un diseño exploratorio descriptivo, debido a la escasez de investigaciones que aborden estrategias de gamificación dirigidas a promover la habilidad matemática de representar (Narváez y Villegas, 2014), así como la falta de estudios sobre el impacto de estas estrategias en el contenido de homotecia. Para esto se implementará un enfoque secuencial por fases, donde se tomarán tres fases diferenciadas que permitirán abordar el tema de manera sistemática y profunda.

Fase 1: Caracterización de jugadores

Enfoque metodológico

En la primera fase de este estudio, se adoptó un enfoque metodológico cualitativo, esto ya que se buscó medir los gustos y preferencias de los alumnos, a fin de comprender, interpretar y caracterizar el grupo en términos de los tipos de jugadores más predominantes. Se siguió un diseño no experimental, donde las variables no fueron manipuladas intencionalmente, sino que los datos se recuperaron y analizaron sin tal como estaban (Hernández et al, 2014).

Muestra

La muestra de esta fase fue un grupo curso de 35 alumnos de un establecimiento particular subvencionado de la comuna de Los Ángeles que cuenta con 89% de vulnerabilidad al año 2023

Técnica de recolección de datos

La técnica de recolección de datos fue el cuestionario Hexad-12, propuesto por Krath et al. (2023) y validado al español en 2019. Este instrumento permitió identificar el tipo de jugador al que pertenecía cada alumno según sus gustos y preferencias, utilizando una escala Likert de 5 puntos. Los tres tipos de jugadores con los puntajes más altos fueron seleccionados para un posterior análisis interpretativo.

Instrumento de recolección de datos

El instrumento utilizado para la recolección de datos fue el cuestionario Hexad-12, donde se empleó una escala de Likert de 5 puntos. La cual mide actitudes mediante afirmaciones ante las cuales los encuestados indican su nivel de acuerdo o desacuerdo, asignando valores numéricos que luego se suman para obtener una puntuación total (Morales et al, 2016). Esta escala es ampliamente utilizada en investigaciones para medir actitudes y opiniones de los participantes. En este caso, la escala se estructuró de la siguiente manera:

1 = Totalmente en desacuerdo

2 = En desacuerdo

3 = Neutral

4 = De acuerdo

5 = Totalmente de acuerdo

Técnica de análisis de datos

Los resultados fueron divididos en dos partes, el curso como grupo con sus respuestas, donde se recopiló la cantidad de alumnos que indicaban cada grado de acuerdo para las preguntas y con esto extrayendo un puntaje en general para cada tipo de jugador; y cada alumno por separado, donde se midieron los puntajes y con esto sus dos tipos de jugadores con mayor puntaje, con esto se contabilizaron los tipos más presentes y se

tomaron los 3 primeros.

A partir de los resultados obtenidos mediante ello anterior, se llevó a cabo un análisis interpretativo de datos que permitió asociar las características propias de cada tipo de jugador identificado en la muestra.

Fase 2: Adaptación de la actividad matemática

Enfoque metodológico

En la segunda fase del estudio de casos, se mantuvo el enfoque cualitativo, orientado a adaptar un diseño educativo matemático existente, incorporando estrategias de gamificación para promover la habilidad de representación matemática.

Contexto

Se utilizó un muestreo teórico, seleccionando documentos clave que aporten en el diseño educativo matemático y las estrategias de gamificación (Henríquez, Pais & Espejo, 2012).

Técnica de recolección de datos

La técnica de recolección de datos fue el análisis de documentos, donde se revisaron informes, artículos académicos y material didáctico que proporcionan una base conceptual y práctica para la integración de estrategias gamificadas en la enseñanza de las matemáticas

Instrumento de recolección de datos

El instrumento de recolección de datos fueron los documentos seleccionados, que incluyeron las bases curriculares de séptimo básico a segundo medio, la guía didáctica del docente, y artículos académicos diversos sobre teorías de gamificación. Cada documento fue evaluado en función de su contenido, identificando conceptos clave y estrategias aplicables al diseño educativo adaptado. Los artículos académicos incluyeron teorías relevantes como el modelo LM.GM y el metamodelo Gamify-SN. Este proceso permitió extraer información crucial para la incorporación de la gamificación en la enseñanza de la representación matemática, facilitando así la adaptación efectiva del diseño educativo.

Técnica de análisis de datos

Para el análisis de los datos recolectados, se empleó la técnica de análisis de contenido. Esta técnica permitió descomponer los documentos sobre los elementos principales necesarios para implementar en la adaptación de gamificación, didáctica y la habilidad matemática de

representar.

Diseño educativo adaptado

El diseño educativo adaptado en esta fase se estructuró en tres módulos de clases que abordaron el Objetivo de Aprendizaje N°11 del currículo de primero medio, tomando como base las sugerencias estipuladas en la Guía Didáctica del Docente, específicamente las lecciones 8, clases 7, 8 y 9:

Módulo 1: "Conociendo los vectores"

Este módulo tuvo como objetivo que los estudiantes comprendieran el concepto de vector y sus propiedades básicas. Se incluyeron actividades de exploración, representación gráfica y resolución de problemas sencillos, incorporando elementos de gamificación como puntos de experiencia, insignias y desafíos.

Módulo 2: "Vectores y homotecia"

En este módulo, los estudiantes trabajaron con vectores en el contexto de la homotecia, explorando diferentes formas de representación y aplicaciones. Se implementaron dinámicas de juego como la competencia entre equipos, la retroalimentación constante y el trabajo colaborativo.

Módulo 3: "Practicando con Vectores y homotecia"

El tercer módulo se enfocó en la aplicación práctica de los conceptos de vectores y homotecia. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de, a partir de una guía didáctica, presentar sus propias representaciones, fomentando la autonomía y la expresión personal. Se incluyeron elementos como tablas de clasificación, elección de desafíos y badges.

Fase 3: Validación del diseño adaptado

Contexto y muestra

En la tercera fase del estudio de casos, se buscó validar el diseño adaptado de una actividad matemática. La muestra utilizada para la validación de este diseño fue un grupo focal de 3 profesores, seleccionados de manera intencional y representativa de diferentes perfiles docentes.

Los participantes en este estudio incluyen a tres docentes con perfiles diversos y

complementarios. En primer lugar, contamos con una profesora de matemáticas que posee una década de experiencia en el aula. En segundo lugar, participa una docente titulado en Educación General Básica, quien actualmente se desempeña como profesora titular de matemáticas en el curso utilizado como objeto de análisis. Por último, el tercer participante es un profesor titulado en Biología para Enseñanza Media, quien además ha obtenido un magíster en Didáctica para el Trabajo Metodológico en el Aula, siendo relevante destacar que su proyecto de tesis se centró en una estrategia de gamificación.

Enfoque metodológico

Al igual que en las fases anteriores, se mantuvo un enfoque metodológico cualitativo, con el propósito de comprender en profundidad la percepción y las experiencias de los docentes con respecto al diseño educativo adaptado. Se siguió un diseño no experimental de corte transversal, donde los datos fueron recopilados en un único momento temporal, sin realizar un seguimiento y las respuestas de los profesores no fueron manipuladas de ninguna forma (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

Técnica de recolección de datos

El proceso de validación del diseño educativo se llevó a cabo mediante un cuestionario utilizado en un grupo focal. Este fue diseñado para que los participantes analizaran la claridad y pertinencia del diseño adaptado propuesto para el tema, en consonancia con los objetivos de la investigación. Siguiendo las recomendaciones de Soriano (2014), se elaboró un formato único de pauta para garantizar que todos los miembros del grupo focal realizaran sus observaciones bajo los mismos criterios. La pauta incluyó secciones específicas para evaluar cada componente del diseño, así como espacios para observaciones y recomendaciones detalladas sobre cada sesión del plan. Este enfoque estructurado permite obtener una retroalimentación consistente y valiosa para su potencial futuro uso, contribuyendo significativamente a la validación y mejora del diseño educativo propuesto.

Guion grupo focal

El grupo focal se estructuró mediante un guion cuidadosamente diseñado, que sirvió como pauta para el moderador en la conducción de la discusión. Este guion se elaboró con el propósito de alinear la conversación con los objetivos de la investigación, manteniendo un equilibrio entre estructura y flexibilidad que permitiera la emergencia de opiniones diversas

sin comprometer el análisis comparativo de las respuestas.

El guion del grupo focal se organizó en siete partes fundamentales: 1) Bienvenida y presentación, 2) Firma del consentimiento informado, 3) Resumen de la investigación, 4) Explicación de conceptos importantes, 5) Análisis de las planificaciones y guías, 6) Comentarios y retroalimentación de los profesores, y 7) Cierre y agradecimientos. Esta estructura permitió una progresión lógica de la discusión, desde la introducción hasta la recolección de información clave y la conclusión del encuentro.

Para asegurar la calidad y pertinencia del instrumento, el guion fue sometido a un proceso de validación por expertos en el área. Los validadores fueron docentes de la Universidad de Concepción, quienes cuentan con títulos de postgrado y experiencia en áreas relevantes para este estudio. Este proceso de validación por expertos académicos contribuyó a fortalecer la calidad metodológica del estudio y la efectividad del guion en relación con los objetivos de la investigación.

Técnicas de recolección de datos

Para la recolección de datos se utilizó la siguiente técnica:

- **Grupo Focal:** Se realizaron entrevistas grupales con el grupo focal de profesores, seleccionados por su experiencia y diversidad en áreas, para indagar en sus percepciones, actitudes y experiencias en torno al diseño educativo adaptado (Hamui & Varela, 2013).

Técnica de análisis de datos

- **Análisis de contenido:** Este se desarrolló en cuatro etapas secuenciales. En la primera etapa, se definió la unidad de análisis, que incluyó el diálogo de la entrevista realizada y las respuestas del cuestionario aplicado, donde se evaluó cada categoría en una escala de 1 a 3 para claridad y pertinencia. Seguidamente, se procedió a la codificación, identificando los temas o elementos principales en de la entrevista. La tercera etapa consistió en la creación de categorías, donde, con la entrevista, se agruparon los comentarios relacionados con cada tema identificado en la fase anterior, y para el cuestionario, se consideraron los ítems evaluados como las categorías.. Finalmente, se llevó a cabo la interpretación de los datos, analizando las categorías establecidas en el contexto de los objetivos de la investigación (Cáceres,

2003).

Capítulo IV: Resultados

Fase 1: Caracterización de jugadores

En esta primera fase del estudio, se aplicó el cuestionario Hexad-12 (Krath et al., 2023) a un grupo de 35 alumnos para identificar sus tipos de jugadores predominantes. Los datos fueron analizados tanto a nivel individual como general del curso, donde las preguntas aplicadas en el test exploran aspectos como la tendencia a socializar, el deseo de exploración y autonomía, la orientación hacia el logro, la inclinación a ayudar a otros, la búsqueda de recompensas, y la propensión a desafiar las reglas establecidas. Estos aspectos nos permiten identificar y extraer las características de los diferentes tipos de jugadores, según la Taxonomía de Marczewski (2015). A continuación, se presenta un cuadro que resume los tipos de jugadores identificados y sus principales características, basado en lo expuesto en el marco teórico:

Tipo de jugador	Características	Motivación
Socializador	Disfrutan de la interacción y la construcción de relaciones dentro del sistema.	Conexión social y relaciones interpersonales
Espíritu libre	Valoran la autonomía y la autoexpresión. Les gusta explorar, crear y personalizar sus experiencias.	Autonomía y creatividad
Triunfador	Enfocados en superar desafíos y adquirir nuevas habilidades. Buscan mejorar continuamente.	Maestría y dominio de habilidades
Filántropo	Motivados por el propósito y el significado. Quieren contribuir al bienestar de otros usuarios sin esperar recompensas a cambio.	Altruismo y propósito
Disruptor	Buscan alterar o transformar el sistema para provocar mejoras.	Cambio e innovación

Jugador	Motivados principalmente por recompensas extrínsecas. Participan en el sistema para obtener beneficios tangibles.	Recompensas y beneficios tangibles
----------------	---	------------------------------------

- **Análisis Individual por Alumno**

El análisis individual reveló una interesante complejidad en los perfiles de los alumnos:

- 15 alumnos: Un solo tipo de jugador predominante.
- 7 alumnos: Dos tipos de jugadores predominantes.
- 7 alumnos: Tres tipos de jugadores predominantes.
- 5 alumnos: Cuatro tipos de jugadores predominantes.
- 1 alumno: Cinco tipos de jugadores predominantes.

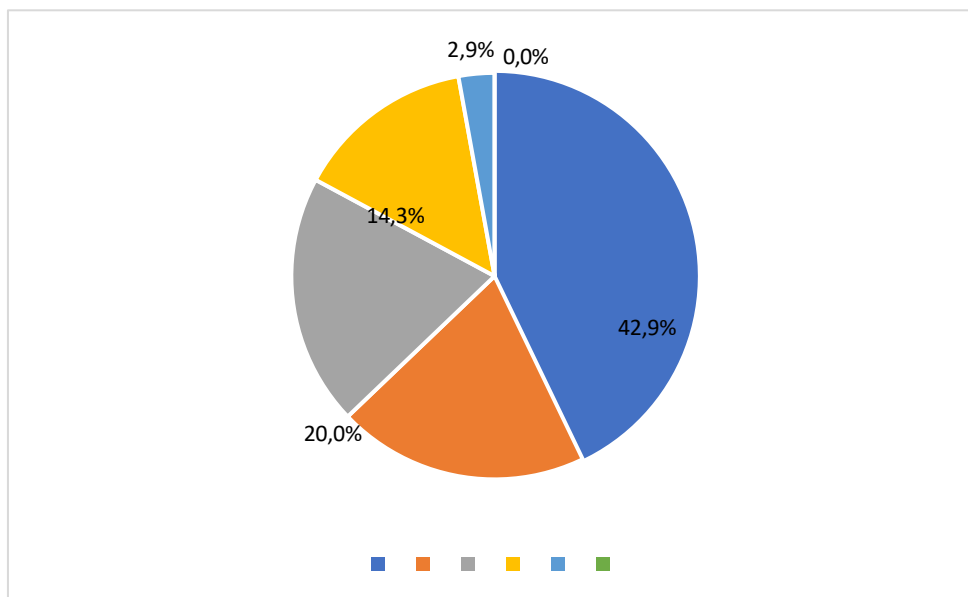


Gráfico 1: Porcentaje de alumnos versus la cantidad de tipos jugadores predominantes que poseen según los resultados de aplicar el test Hexad-12

Esta distribución indica que más de la mitad de la clase muestra afinidad significativa por múltiples tipos de jugadores. Con esto, la distribución de tipos de jugadores, considerando todas las afinidades que presentan, es:

- Espíritus Libres: 25 menciones
- Filántropos: 16 menciones
- Jugadores: 15 menciones
- Triunfadores: 11 menciones
- Socializadores: 8 menciones
- Disruptores: 0 menciones

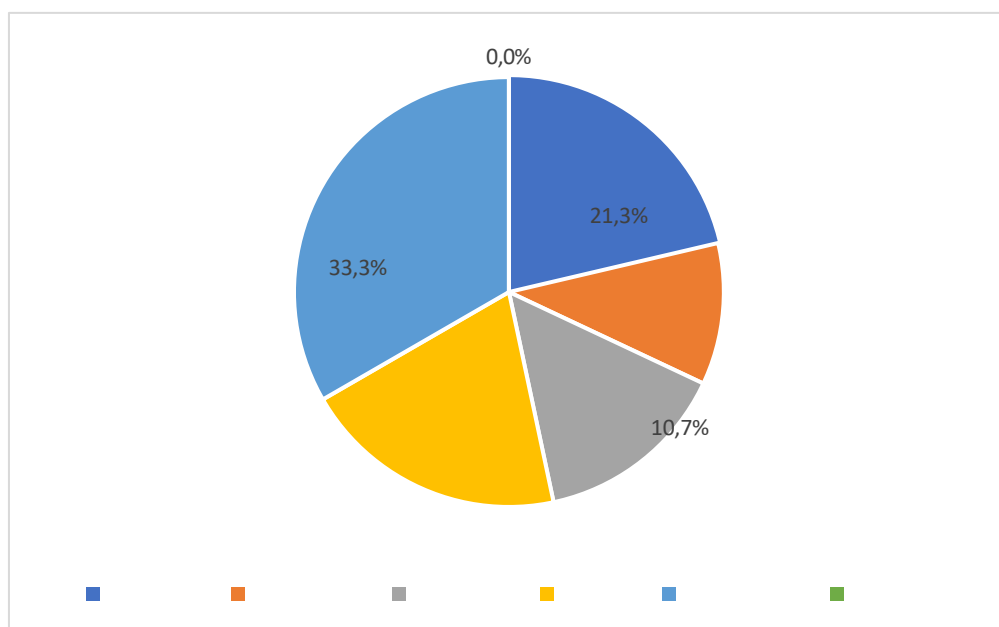


Gráfico 2: Porcentaje de menciones versus tipo de jugador presentes según resultados de test hexad-12.

Ahora bien, teniendo en cuenta que los estudiantes encuestados fueron 35 en total, podemos ver lo siguiente:

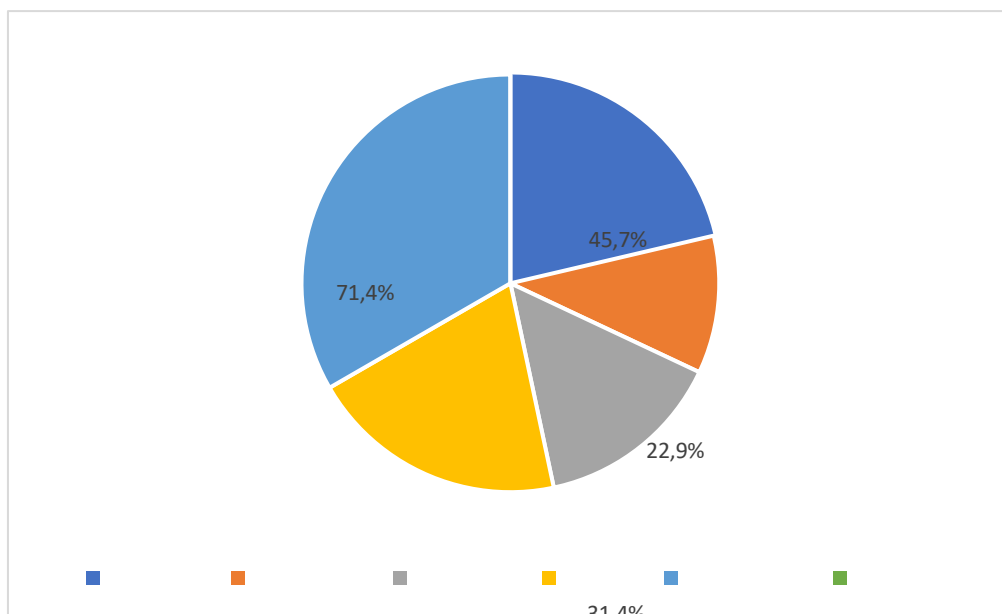


Gráfico 3: Porcentaje de alumnos versus el tipo de jugador perteneciente según resultados test Hexad-12.

Tipos de Jugadores para la Siguiente Fase

Basándonos en estos resultados, los tres tipos de jugadores que serán el foco principal de la siguiente fase son:

- **Espíritus Libres:** Con 25 menciones, este tipo aparece en el 71.4% de los alumnos, indicando una fuerte preferencia general por la autonomía, la creatividad y la exploración.
- **Filántropos:** Con 16 menciones (45.7% de los alumnos), se destaca el valor del propósito, el altruismo y las contribuciones significativas.
- **Jugadores:** Muy cerca con 15 menciones (42.9% de los alumnos), mostrando una motivación importante por recompensas, puntos y competencia.

Importancia de los Perfiles Mixtos y Otros Tipos de Jugadores

La alta prevalencia de perfiles mixtos (57.1% de los alumnos) es un hallazgo clave. Esto indica que:

- Las estrategias de gamificación deben ser multidimensionales, incorporando elementos que atraigan a diferentes tipos de jugadores simultáneamente.
- Incluso los alumnos categorizados principalmente como un tipo pueden responder positivamente a elementos diseñados para otros perfiles.
- La flexibilidad y la variedad en las actividades gamificadas serán cruciales para mantener el compromiso de toda la clase.

Además, los Triunfadores (31.4%) y Socializadores (22.9%) no pueden ser ignorados:

- Triunfadores: Se incorporarán desafíos progresivos y oportunidades para el dominio de habilidades, lo cual también resonará con los Espíritus Libres y Jugadores.
- Socializadores: Los elementos de colaboración, discusión grupal y apoyo entre pares beneficiarán no solo a los Socializadores sino también a los Filántropos y potencialmente a los Jugadores en contextos de competencia en equipo.

La ausencia de Disruptores (0%) se mantiene notable, sugiriendo un ambiente de aprendizaje donde los desafíos y la autonomía son bienvenidos, pero dentro de un marco de reglas y objetivos claros.

• Análisis General del Curso

El análisis general, donde se sumaron los puntajes obtenidos en cada pregunta de todo el curso y promediando las dos correspondientes a los tipos de jugadores, ofrece una perspectiva complementaria:

1. Espíritus Libres: 159,5 puntos
2. Jugadores: 147 puntos
3. Filántropos: 145 puntos
4. Triunfadores: 140 puntos
5. Socializadores: 131 puntos
6. Disruptores: 88 puntos

Este ranking colectivo arroja luz sobre algunas dinámicas interesantes:

- La consistencia en los primeros tres tipos (Espíritus Libres, Jugadores, Filántropos) entre ambos análisis refuerza su importancia como núcleo motivacional del grupo.
- Los Triunfadores, cuarto en puntaje general (280) pero menos mencionados individualmente, sugieren una motivación por el logro que, aunque no es dominante en muchos alumnos, es significativa cuando está presente.
- Los Socializadores, con 262 puntos, están más cerca de los tipos predominantes de lo que el análisis individual sugería. Esto podría indicar que, aunque pocos alumnos son principalmente Socializadores, muchos valoran aspectos sociales.
- La presencia de puntos para Disruptores (176) es sorprendente dado que ningún alumno fue identificado principalmente como tal. Esto sugiere que elementos de disrupción o desafío a las normas, aunque no dominantes, están presentes y podrían ser importantes para algunos alumnos en ciertos contextos.

Tipos de Jugadores para la Siguiente Fase

Basándonos en ambos análisis, los tres tipos de jugadores que serán el foco principal de la siguiente fase se mantienen:

- Espíritus Libres: Dominantes en ambos análisis, indicando una fuerte preferencia por la autonomía y la creatividad.
- Filántropos: Alta presencia individual y colectiva, subrayando el valor del propósito y la contribución.
- Jugadores: Consistentemente altos, mostrando la importancia de recompensas y competencia.

Implicaciones de los nuevos datos

- Triunfadores: Su cuarto lugar en el análisis general sugiere que los elementos de desafío y maestría son más valorados colectivamente de lo que se pensaba. Esto podría indicar que muchos alumnos, independientemente de su tipo principal,

responden bien a la sensación de progreso y logro.

- Socializadores: Aunque pocos alumnos son principalmente Socializadores, el puntaje general indica que los elementos sociales como la colaboración, el diálogo y el apoyo entre pares son apreciados por muchos. Esto refuerza la idea de que las actividades gamificadas deben incluir componentes sociales, beneficiando a todos los tipos.
- Disruptores: La presencia de puntos, aunque bajos, desafía la idea de un ambiente totalmente cohesivo. Esto sugiere que algunos alumnos, quizás en momentos específicos, valoran la oportunidad de cuestionar reglas o explorar soluciones no convencionales. En lugar de evitar completamente estos elementos, se podrían incluir "zonas seguras" para la experimentación y el pensamiento lateral.

Siendo esto concordante con el análisis individual por alumno, Así, con base en los resultados obtenidos, se evidencia una clara diversidad en las motivaciones de los alumnos, con una predominancia significativa de los perfiles de Espíritus Libres, Filántropos y Jugadores. Estos tres tipos serán el eje central de la siguiente fase del estudio, ya que encapsulan las principales motivaciones del grupo. Al enfocarnos en estos perfiles, se

busca diseñar estrategias gamificadas que mejoren el compromiso y motivación en el proceso de aprendizaje, asegurando que la intervención educativa responda de manera óptima a las necesidades y preferencias de cada uno.

Fase 2: Adaptación de la actividad matemática

Implementación tipo de jugadores

En primer lugar, se han considerado los tres tipos principales de jugadores identificados a través de la encuesta Hexad-12: **jugadores, espíritus libres y filántropos**. Para los jugadores, que responden positivamente a la competencia y los desafíos, se ha implementado una "Tabla de Progreso" que funciona como un ranking. Esta tabla no solo motiva a través de la competencia, sino que también proporciona una retroalimentación constante sobre el desempeño en cuatro elementos generales: conocimiento, creatividad, colaboración y participación. En este sentido, Castillo Mora et al. (2022) señalan que las tablas de clasificación permiten la comparación entre usuarios individuales, mientras que los puntos e insignias sirven como medios efectivos para comunicar el progreso y reconocer

el esfuerzo de los participantes. Esta perspectiva refuerza la importancia de implementar herramientas de visualización del progreso en entornos gamificados, ya que proporcionan un feedback continuo sobre el desempeño de los estudiantes.

Para los espíritus libres, que valoran la autonomía y la exploración, se han diseñado actividades que permiten cierta flexibilidad. Además de la opción de ayudar a sus compañeros, se han incorporado ejercicios donde tienen la libertad de escoger elementos como la escala de la homotecia o la posición del centro de homotecia. Esto para fomentar la exploración y una personalización de la experiencia de aprendizaje.

En cuanto a los filántropos, además de las actividades colaborativas, se han incluido preguntas que contextualizan la materia en situaciones de la vida cotidiana o laboral. Por ejemplo, se les pide reflexionar sobre cómo la homotecia se aplica en el diseño gráfico o en la arquitectura. Esto no solo satisface su deseo de contribuir, sino que también proporciona un sentido de propósito al aprendizaje (Rubio & Gómez, 2021).

Implementación modelo LM-GM con la taxonomía de Bloom

La implementación de los elementos del modelo LM-GM ha sido cuidadosamente considerada en la planificación, con un enfoque particular en promover la habilidad matemática de representar. Esta habilidad, como se analizó anteriormente, se sitúa inicialmente en el segundo nivel de la taxonomía de Bloom (Comprender). Sin embargo, en esta propuesta se ha decidido ampliar su alcance para abarcar también el tercer nivel (Aplicar). Esta expansión permite una mayor profundidad en el desarrollo de la habilidad, incorporándola no solo en las mecánicas de aprendizaje y mecánicas de juego correspondientes al nivel de comprensión, sino también en aquellas diseñadas para la aplicación práctica del conocimiento. Esta estrategia busca fomentar una comprensión más profunda y una aplicación más efectiva de la habilidad de representar en contextos matemáticos variados, lo cual es consistente con el estudio presentado en el marco teórico de Adams (2015), que sitúa la representación en matemáticas no solo con el nivel de aplicar, sino también con habilidades cognitivas de orden superior.

Para comprender más en profundidad las mecánicas de juego y de aprendizaje de segundo y tercer nivel se plantean las siguientes tablas:

Nivel	Tipo de mecánica	Mecánica	Descripción
Segundo nivel	Aprendizaje	Objectify	Transforma ideas abstractas en representaciones concretas que los estudiantes pueden manipular y observar.
		Participation	Impulsa la participación activa de los estudiantes en diversas actividades que requieren la representación matemática de conceptos aprendidos.
	Aprendizaje y juego	Questions and answers	Involucra a los estudiantes en preguntas que requieren respuestas reflexivas, ayudando a consolidar el conocimiento adquirido mediante retroalimentación inmediata.
	Juego	Cascading information	Introduce conceptos de manera secuencial, desde lo más básico a lo más complejo, facilitando la asimilación progresiva del conocimiento.
		Appointment	Estimula a los estudiantes a completar tareas en momentos específicos, incentivando la continuidad y la planificación del aprendizaje.
Tercer nivel	Aprendizaje	Action/Task	Implica la realización de tareas prácticas, como la construcción de vectores y la resolución de problemas, aplicando directamente los conceptos aprendidos.
		Demonstration	Involucra la demostración de soluciones o procedimientos por parte de los estudiantes, lo que refuerza su comprensión y les permite enseñar a sus compañeros.
	Aprendizaje y juego	Competition	Fomenta la competencia saludable entre los estudiantes mediante la acumulación de

			puntos, lo que motiva a participar activamente y mejorar continuamente.
		Cooperation	Promueve la colaboración entre estudiantes para completar tareas, permitiendo que aquellos que avanzan más rápido asistan a sus compañeros.
	Juego	Progression	Sistema mediante el cual los jugadores avanzan a través del juego, ganando acceso a nuevos niveles, habilidades, o contenido a medida que cumplen ciertos objetivos o desafíos.
		Time pressure	Añade un elemento de urgencia al asignar tiempos específicos para completar tareas, aumentando el desafío y el compromiso de los estudiantes.

(Lim, 2015 citando a Keller, 1983; Gagnè, 1992; Papert y Harel, 1991; Brainerd, 1978; Järvinen, 2008; Sicart, 2008; Bellotti et al., 2009a; Bellotti et al., 2009b; Connolly et al., 2012)

A partir de lo anterior se implementan dichas mecánicas de juego y aprendizaje de la siguiente forma:

- **Segundo nivel (Comprender)**

El elemento “Objectify”, que pertenece a las mecánicas de aprendizaje, se manifiesta en nuestro sistema a través de la “Tabla de Progreso”. Esta tabla transforma el concepto abstracto del progreso de aprendizaje en un elemento concreto, utilizando rangos y puntajes. De esta manera, convierte el proceso de aprendizaje en elementos tangibles que los estudiantes pueden observar, comprender y superar fácilmente.

“Participation”, como mecánica de aprendizaje, se fomenta constantemente a través de la participación de los estudiantes en diversas actividades que requieren diferentes formas de representación matemática, y se recompensa mediante la “Tabla de Progreso”.

Este enfoque asegura que los estudiantes practiquen activamente la habilidad de representar a lo largo de toda la unidad.

El uso de "Questions and Answers" como mecánica de aprendizaje y de juego se refleja en las preguntas de repaso y reflexión, muchas de las cuales requieren que los estudiantes representen conceptos matemáticos de diversas formas.

"Cascading Information", como mecánica de juego, se implementa a través de la introducción gradual de conceptos, desde representaciones básicas de vectores hasta aplicaciones más complejas en homotecia. Este enfoque no solo gestiona la carga cognitiva, sino que también permite a los estudiantes desarrollar progresivamente su habilidad de representación.

Finalmente, el elemento "Appointment" como mecánica de juego, hace referencia a tareas o desafíos que deben cumplir los estudiantes en las clases. Estas pueden contribuir a los cuatro elementos generales (conocimiento, creatividad, colaboración y participación) a través de la "Tabla de Progreso". Esta evaluación multidimensional reconoce las diversas formas en que los estudiantes pueden demostrar su comprensión y habilidad de representación.

- **Tercer nivel (Aplicar)**

Uno de los elementos más destacados en la planificación es la incorporación de la competencia (competition) como mecánica de juego y aprendizaje. Esto se evidencia en la implementación de la "Tabla de Progreso", que permite a los estudiantes ganar puntos por diversas actividades en clase, fomentando una competencia saludable entre ellos. Esta mecánica no solo motiva a los estudiantes a participar activamente, sino que también proporciona una retroalimentación visual de su progreso, alineándose con la mecánica de juego llamada progresión (progression).

La mecánica de juego y aprendizaje cooperación (cooperation) también se manifiesta en la planificación, aunque de manera más sutil. Se observa en actividades grupales y en la oportunidad que se brinda a los estudiantes que terminan antes para ayudar a sus compañeros.

La mecánica de juego presión del tiempo (time pressure) se utiliza en varias actividades, asignando tiempos específicos para completar tareas. Esto con el propósito de añadir un elemento de desafío y urgencia en los estudiantes.

En cuanto a las mecánicas de aprendizaje, la acción/tarea (action/task) está bien representada a través de las diversas actividades prácticas, como la construcción de vectores y la resolución de problemas. Estas tareas permiten a los estudiantes aplicar directamente los conceptos aprendidos, reforzando su comprensión.

La mecánica de aprendizaje demostración (demonstration) se observa en momentos donde los estudiantes comparten sus resultados en la pizarra o explican sus procedimientos al resto de la clase. Esta mecánica podría potenciarse, proporcionando más oportunidades para que los estudiantes enseñen a sus compañeros o presenten soluciones innovadoras.

Implementación Modelo Gamify- SN

Para estructurar este proceso, se ha empleado el meta-modelo gamify-SN como marco de referencia, concentrándose en las dos primeras Etapas: la definición del contenido y la definición de los elementos de juego.

La primera etapa del proyecto, la **definición del contenido**, constituye la base sobre la cual se construye toda la experiencia gamificada. En esta, se realizó un análisis exhaustivo del currículo de matemáticas para primer año medio, resultando el contenido de homotecia vectorial. La selección de este contenido no fue arbitraria; se fundamentó en el objetivo de aprendizaje MA1M OA 11, que busca "Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo", y su enfoque en la representación matemática, alineado con los principales objetivos de la investigación. Además, se realizó un estudio detallado de la planificación propuesta por el Ministerio de Educación en la guía didáctica del docente, eligiendo finalmente las clases 7, 8 y 9 de la lección 8, en las que se identificaron áreas de oportunidad para la integración de elementos gamificados sin comprometer el objetivo de aprendizaje establecido.

En la transición hacia la segunda fase, la **definición de los elementos de juego** marcó un punto importante en el proyecto. Esta fase abordó un enfoque dividido: primero, la aplicación del cuestionario Hexad-12 a un grupo de estudiantes, y segundo, la adaptación de un diseño de clase gamificada.

La implementación del Hexad-12 representó un paso significativo hacia la personalización de la experiencia gamificada. Este cuestionario, diseñado para identificar tipos de jugadores, proporcionó una perspectiva valiosa sobre las preferencias y motivaciones de los estudiantes. Los resultados de esta encuesta no solo apoyaron a la selección de elementos de juego, sino que también sirvieron como base para asegurar que la actividad gamificada abarcara una diversidad de perfiles de estudiantes.

El diseño de la Tabla de Progreso emergió como el núcleo de la estrategia de gamificación. Esta herramienta se concibió como un sistema multidimensional que incorpora rangos, elementos evaluados (conocimiento, creatividad, colaboración y participación), y un sistema de puntaje simplificado. La Tabla de Progreso no es meramente un sistema de recompensas; es un mecanismo diseñado para fomentar la motivación intrínseca, ya que permite a los estudiantes visualizar su progreso y logros, conectando sus esfuerzos con resultados tangibles y significativos (Smith, 2019). Además, promueve la metacognición al incentivar a los alumnos a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje y las estrategias que utilizan para mejorar en cada área evaluada. Finalmente, facilita una retroalimentación continua y visible, proporcionando a los estudiantes información clara y oportuna sobre su desempeño, lo que les permite ajustar sus estrategias de aprendizaje de manera efectiva.

La creación de cuatro rangos (Aprendiz Vectorial, Explorador de Homotecia, Maestro de Transformaciones y Genio Matemático) dentro de la Tabla de Progreso responde a la necesidad de proporcionar metas claras y alcanzables, creando un sentido de progresión que se alinea con la mecánica de gamificación (Borrás, 2015). Cada rango no solo representa un nivel de dominio del contenido, sino que también refleja el desarrollo de la habilidad de representación matemática en el contexto de la homotecia vectorial, esto al ir trabajando los diferentes tipos de representación durante las actividades que brindan puntaje.

La inclusión de elementos como el conocimiento, la creatividad, la colaboración y la participación en la evaluación refleja un enfoque integral del aprendizaje. Este diseño busca no solo medir la comprensión conceptual, sino también fomentar habilidades transversales cruciales en el aprendizaje de las matemáticas. El sistema de puntaje simplificado, por su parte, se diseñó pensando en la practicidad de su implementación en el aula, permitiendo una actualización frecuente y transparente del progreso de los estudiantes.

Es importante destacar que, aunque el proyecto se limita a las dos primeras fases del meta-modelo Gamify-SN, la planificación ha considerado las fases subsiguientes de implementación y evaluación. Se han establecido directrices preliminares para la futura puesta en práctica de la actividad gamificada, incluyendo la preparación del aula y la capacitación docente. Asimismo, se han delineado estrategias de evaluación que permitirán, en fases posteriores, medir la efectividad de la intervención en términos de mejora en la habilidad de representación matemática y el compromiso de los estudiantes con el contenido.

La tabla ha sido diseñada y estructurada de la siguiente manera:

- **Rangos:**

La Tabla de Progreso incluye los siguientes rangos, en orden ascendente:

- a) Novato Vectorial
- b) Aprendiz de Homotecia
- c) Explorador de Transformaciones
- e) Experto en Geometría Vectorial

- Criterios evaluados y sus objetivos**

Criterio	Objetivo	Actividades medidas
Conocimiento	Demostrar comprensión y aplicación de los conceptos de homotecia y vectores.	Resolución de problemas, respuestas correctas en clase, pruebas cortas
Creatividad	Aplicar conceptos de manera innovadora y encontrar soluciones originales.	Proponer nuevos ejemplos, resolver problemas de múltiples formas, crear problemas originales
Colaboración	Trabajar efectivamente en equipo y ayudar a los compañeros	Participación en trabajos grupales, ayudar a compañeros, explicar conceptos a otros.
Participación	Involucrarse activamente en las discusiones y actividades de clase	Hacer preguntas relevantes, ofrecer respuestas voluntarias, participar en discusiones

- Sistema de Puntaje:**

Cada elemento se puntúa de 0 a 60. Los estudiantes comienzan en 0 y avanzan según sus logros. El puntaje total es el promedio de los cuatro elementos.

Acción	Puntaje Referencial
Respuesta correcta en clase	+4 puntos en Conocimiento y Participación
Resolución correcta de un problema	+4 puntos en Conocimiento
Propuesta de solución creativa	+4 puntos en Creatividad
Ayudar a un compañero	+4 puntos en Colaboración
Participación activa en discusión	+4 puntos en Participación
Crear un problema original	+5 puntos en Creatividad
Explicar un concepto a la clase	+5 puntos en Conocimiento y Colaboración
Cambiar su enfoque basado en sugerencias del grupo	+4 puntos en colaboración
Distribución equitativa de tareas	+4 puntos en colaboración
Aporta en actividades grupales	+4 puntos en colaboración y participación

- **Rangos y Puntajes Requeridos:**

Novato Vectorial: 0-15 puntos

Aprendiz de Homotecia: 16-30 puntos

Explorador de Transformaciones: 31-45 puntos

Experto en Geometría Vectorial: 46-60 puntos

- **Método de Medición:**

- El profesor llevará un registro diario de las actividades de los estudiantes.
- Se utilizará una hoja de cálculo para registrar los puntos ganados en cada elemento.
- Los estudiantes podrán ver su progreso actualizado al final de cada clase.
- Se realizará una actualización semanal de los rangos alcanzados.

- **Bonificaciones y Desafíos Especiales:**

Bonus de desafío: Un problema complejo que otorga +10 puntos en el elemento correspondiente al estudiante que lo resuelva primero.

Bonus de consistencia: +3 puntos en todos los elementos si el estudiante mantiene participación activa durante todas las actividades.

- **Implementación en el Aula:**

- Se mostrará una versión simplificada de la Tabla de Progreso en el aula, actualizándola al final de cada clase.
- Los estudiantes recibirán un reporte individual detallado al finalizar las tres clases.
- Se celebrará el avance de rangos públicamente para motivar a toda la clase.

Planificación de clases

A partir de los elementos propuestos para el diseño curricular, se han elaborado tres módulos de clases en formato de planificación estructurada. Los módulos se presentan a continuación:

Profesor a cargo	Paulina Varela Vega
Duración de la clase	90 minutos
Modalidad	Presencial

Clase N°: 1 Fecha: Nivel: 1° medio		Unidad 3: Homotecia y sus aplicaciones	
Objetivo Curricular: MA1M OA 11: Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.		Objetivo de la clase: Representar el concepto de homotecia de forma vectorial relacionándolo con situaciones cotidianas	
Contenidos: ● Homotecia. ● Vectores.	Recursos: ● PowerPoint. ● Plumón y pizarra. ● Libro del estudiante.	Indicadores de logro: ● Realizan operaciones de multiplicación de un vector por un escalar. ● Grafican vectores y sus vectores ponderados en el plano cartesiano. ● Analizan el efecto de multiplicar un vector por escalares positivos, negativos y cero. ● Aplican el concepto de vector en el contexto de la homotecia.	
Conocimientos previos: ● Homotecia. ● Vectores. ● Razones y proporciones. ● El plano cartesiano.	Evaluación: ● Observación directa del trabajo realizado en clases. ● Tabla de progreso. ● Preguntas dirigidas		

Momento	Actividad
Inicio (20 min)	Los estudiantes anotan el objetivo de la clase en sus cuadernos. Luego, conocen la "Tabla de Progreso" que muestra cómo crecen juntos en conocimiento, creatividad, participación y colaboración durante los próximos tres días, además se indica que los estudiantes ganan puntos por diversas actividades en clase, con un máximo de 60 puntos totales medida en forma de ranking, visualizándose su progreso en el aula durante los 3 días de la actividad, para fomentar la motivación y el aprendizaje activo. Para activar conocimientos previos, los estudiantes discuten sobre el concepto de homotecia por medio de preguntas dirigidas ¿Qué es una homotecia?, ¿Qué características tiene? ¿Crees que la homotecia está presente en otras áreas?, ¿Cuáles? Los estudiantes observan el logo de reciclaje proyectado en dos tamaños diferentes y responden la pregunta ¿de cuántos tamaños han visto la misma imagen?, ¿a qué figura geométrica conocida se asemeja?, mencionan otras marcas y logotipos que han visto en distintas escalas. Responden las preguntas ¿Cómo creen que los diseñadores lograron crear estas versiones del logo? ¿Cómo podemos medir y controlar el cambio de tamaño de una figura de manera precisa? y reflexionan sobre cómo los diseñadores crean estas versiones y cómo se podría medir y controlar el cambio de tamaño de manera precisa. Esta discusión los lleva a entender la utilidad de la homotecia para representar y manipular estas transformaciones. Para lograr realizar estas diferentes transformaciones conocerán los vectores de forma algebraica explorando sus componentes, representaciones, operaciones y comprendiendo su relación con la homotecia.
Desarrollo (60 min)	La profesora realiza una presentación en la pizarra donde explica que un vector tiene magnitud, dirección específica y sentido determinado. Utiliza una flecha para ilustrar estos conceptos: su longitud representa la magnitud, su orientación la dirección y la punta indica el sentido. Para una mejor comprensión, la profesora utiliza la analogía del camino de su casa al colegio, identificando la distancia recorrida como la magnitud del vector, la ruta como la dirección y hacia dónde caminan como el sentido. La profesora muestra cómo un vector se representa tanto pictórica como simbólicamente, como un segmento de recta orientado determinado por un origen y un extremo, y como un par ordenado en el plano cartesiano. Los estudiantes observan y toman notas.

	Luego, los estudiantes estudian el vector ponderado como la multiplicación algebraica de un vector por un escalar. Copian en sus cuadernos: "vector ponderado: Si $\vec{u} = (x, y)$, al multiplicar por α obtenemos: $\alpha \cdot \vec{u} = \alpha \cdot (x, y) = (\alpha \cdot x, \alpha \cdot y) = (\alpha x, \alpha y)$". Para practicar, los estudiantes realizan el ejemplo de la página 115 del libro. Donde calculan $2 \cdot \vec{u}$ y $-2 \cdot \vec{u}$, y los grafican en 7 minutos. Los que terminan primero ayudan a sus compañeros y se revisa en pizarra. Después, los estudiantes discuten las diferencias observadas en los vectores ponderados respondiendo las preguntas ¿Qué diferencias se pueden evidenciar en cada vector ponderado después de la operación?, ¿Qué sucede con el vector cuando se multiplica por el escalar cero?, ¿existe alguna diferencia si el vector se multiplica por un escalar negativo o positivo? Reflexionan sobre qué pasa cuando el escalar es cero, positivo o negativo. Concluyen que si $\alpha = 0$, resulta el vector nulo $(0, 0)$; si $\alpha < 0$, el vector cambia de sentido; y si $\alpha > 0$, el vector mantiene el sentido. Para reforzar, los estudiantes trabajan con el vector $\vec{u} = (-4, 2)$. Escogen dos escalares distintos, uno positivo y otro negativo, calculan los vectores ponderados y los grafican en 7 minutos. Finalmente, en grupos con su compañero de puesto, los estudiantes enfrentan un "desafío": usar el logo de reciclaje visto al inicio (forma triangular), lo grafican con puntos A $(0,0)$, B $(2,0)$ y C $(1,2)$ como sus vértices, eligen un escalar y encuentran la nueva figura homotética. Tienen 15 minutos para esta actividad. Se pide voluntarios (más de uno) para presentar el procedimiento que realizaron en el desafío a la clase. Se realizan las preguntas: ¿cómo se ven afectados la figura geométrica cuando cambia el escalar?, ¿Qué diferencia pueden apreciar entre una figura y la otra?, ¿Qué sucede con los vectores cuando los escalares cambian? Los estudiantes participan en la discusión concluyendo que cuando el escalar cambia también las características del vector, como su módulo, sentido y dirección.
Cierre (10 min)	Para finalizar los estudiantes responden ¿Cómo se relaciona la homotecia con los vectores? ¿Qué fue lo más difícil de comprender en esta clase? ¿En qué otra situación de la vida cotidiana o laboral se puede encontrar la homotecia? Se les anticipa que en la siguiente sesión profundizarán en la construcción de vectores y homotecias cambiando de forma algebraica a gráfica utilizando regla y compás. Esto les permitirá visualizar de manera más concreta las transformaciones que han estudiado algebraicamente. Se piden los cuadernos para evaluar las actividades para tabla y se cierra la clase.

Clase N°: 2 Fecha: Nivel: 1° medio		Unidad 3: Homotecia y sus aplicaciones	
Objetivo Curricular: MA1M OA 11: Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.		Objetivo de la clase: Representar homotecias de manera gráfica utilizando vectores en el plano cartesiano.	
Contenidos: ● Homotecia. ● Vectores.	Recursos: ● PowerPoint. ● Plumón y pizarra. ● Libro del estudiante. ● Regla y Compas.	Indicadores de logro: ● Construyen homotecia de vectores utilizando regla y compás ● Identifican la relación entre la razón de homotecia y el escalar en operaciones con vectores. ● Representan homotecias utilizando vectores. ● Calculan los componentes de vectores resultantes de una homotecia.	
Conocimientos previos: ● Homotecia. ● Vectores. ● Razones y proporciones. ● El plano cartesiano.	Evaluación: ● Observación directa del trabajo realizado en clases. ● Tabla de progreso. ● Preguntas dirigidas		

Momento	Actividad
Inicio (15 min)	Los estudiantes anotan el objetivo de la clase en sus cuadernos. Responden las preguntas ¿Quién puede explicar qué es un vector y cómo lo representamos? ¿Cómo describimos la multiplicación de un vector por un escalar? ¿Qué ocurre con un vector cuando lo multiplicamos por un número positivo? ¿Y por uno negativo? ¿Alguien puede explicar cómo se relaciona la homotecia con los vectores? ¿Recuerdan algún ejemplo de la vida cotidiana donde vimos aplicada la homotecia? Esto repasa lo visto en la clase anterior sobre homotecia, vectores y la construcción de homotecias a partir de la multiplicación de un vector por un escalar La profesora explica que, en esta clase, además de la representación algebraica, los estudiantes aprenderán a construir homotecias utilizando herramientas gráficas como regla y compás.
Desarrollo (60 min)	Los estudiantes prestan atención a una demostración práctica sobre el uso de regla y compás. Observan cómo se mide un vector colocando la punta del compás en su origen y extendiéndolo hasta su extremo, trasladar un vector, al "capturar" la longitud del vector original y cómo esta medida se usa para marcar un arco desde un nuevo punto de origen. Usando la regla, trazan la continuación del segmento a la dirección original del vector hasta intersectar el arco, completando así la traslación. y finalmente conocen que utilizando regla y compas se pueden hacer diferentes transformaciones a una figura inicial. Los estudiantes conocen la definición de la homotecia sobre un punto P como una homotecia con centro O y razón $K \neq 0$ a la transformación asociada a cada punto p en el plano, distinto de O, un punto P' tal que: • O, P y P' son colineales, • $OP' = k \cdot OP$ • La imagen del punto O es el mismo punto O Con esto, observan un vector que va desde el punto A al punto B donde $\vec{AB} = v$ en un plano y en parejas se les plantea un nuevo “Desafío” donde, utilizando regla y Compas, construyen el vector $2\vec{AB}$, se les da un tiempo estimado de 5 min para lograrlo se invita a los estudiantes a la pizarra para mostrar sus resultados y comparar con el resto. Los que hayan terminado pueden ayudar a sus compañeros, comparten en pizarra y responden la pregunta ¿Qué procedimiento realizaron para llegar al resultado? Los estudiantes explican cómo duplicaron el

vector usando regla y compás, demostrando su comprensión de que multiplicar un vector por 2 implica extender su longitud manteniendo su dirección y sentido.

Los estudiantes realizan un ejercicio en la pizarra en conjunto con sus compañeros de ser necesario, donde determinan las coordenadas de la imagen del punto $A(-3, -2)$ al aplicarle una homotecia de centro $O(0, 0)$ y razón $k = -3$. Luego, lo grafican con regla y compás. En sus cuadernos, los estudiantes responden ¿Qué cambiaría si la razón de homotecia fuera $k = 3$? ¿Qué pasa si cambia el centro de homotecia? ¿Hay relación entre la razón de homotecia y el escalar en los vectores? Llegando a la conclusión que si cambia el centro de homotecia la figura homotética también se ve afectada, el escalar y los vectores cumplen la misma función y reafirman que al cambiar la razón de homotecia por uno negativo la figura se invierte.

Los estudiantes observan un dibujo de un segmento AB y un punto O en la pizarra. Trazan los vectores OA y OB . Reflexionan sobre qué pasaría si aplican una homotecia con centro O y factor $k = -1$ al segmento AB . Dan sus hipótesis y las justifican, recordando que implica un factor negativo en una homotecia y cómo se representa con vectores. Establecen que cuando el escalar es negativo, los vectores invierten su dirección. Lo grafican para visualizarlo mejor.

Los estudiantes observan un dibujo de un segmento AB y un punto O en la pizarra, se les pide trazar los vectores OA y OB y se les plantea que “Si aplicamos una homotecia con centro O y factor $k = -1$ a este segmento AB , ¿qué creen que pasaría? Los estudiantes reflexionan y dan sus hipótesis y a partir de esto responden ¿Cómo justificarían su predicción? ¿Recuerdan que implica un factor negativo en una homotecia? ¿Cómo podríamos representar eso con los vectores? se establece que cuando el escalar es negativo los vectores deben invertir su dirección, a continuación, lo grafican. Los estudiantes reconocen que, al realizar una homotecia a una figura, implica transformar geométricamente cada punto, y se cumplen las propiedades de proporcionalidad de la razón de homotecia y razonan que se pueden determinar los puntos de la figura homotética multiplicando los coordenados por la misma.

En 15 minutos, los estudiantes realizan la siguiente actividad en grupos. En el plano cartesiano se representa el Cuadrado $ABCD$. Si se le aplica una homotecia de centro $O(0, 0)$ y razón de homotecia $k = 2$, ¿Cuáles son los componentes de los vectores correspondientes a OA , OB , OC y OD ? ¿Cuál sería el escalar utilizado para llegar a la figura resultante? ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de la figura que resulta? Grafica”. Se establece

	la relación entre el escalar y la razón de homotecia, que es posible determinar los puntos de la figura homotética multiplicando los puntos coordinados por la razón de homotecia. La profesora pide a los estudiantes que escriban en una hoja un resumen de lo aprendido en clase, incluyendo definiciones, procedimientos y ejemplos. Esta hoja deben entregarla. Luego además se les pide a los estudiantes sus cuadernos para revisión. Estos insumos servirán para la tabla de progreso y retroalimentación.
Cierre (15 min)	Mediante lluvia de ideas los estudiantes recuerdan los dos métodos vistos para obtener la imagen homotética: construcción geométrica de vectores con regla y compas y cálculo directo de coordenadas. Los estudiantes responden la pregunta ¿cuándo sería más conveniente utilizar cada método y por qué? enfatizando que comprender ambos enfoques les da una comprensión más profunda del concepto de homotecia.

Clase N°: 3 Fecha: Nivel: 1° medio		Unidad 3: Homotecia y sus aplicaciones	
Objetivo Curricular: MA1M OA 11: Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.		Objetivo de la clase: Construir homotecias utilizando regla y compás y vectores, y aplicando sus propiedades para resolver problemas en contextos diversos.	
Contenidos: ● Homotecia. ● Vectores.	Recursos: ● PowerPoint. ● Plumón y pizarra. ● Guía de trabajo. ● Regla y Compas.	Indicadores de logro: ● Construyen vectores utilizando regla y compás. ● Determinan coordenadas de figuras homotéticas. ● Calculan razones de homotecia.	

Conocimientos previos: ● Homotecia. ● Vectores. ● Razones y proporciones. ● El plano cartesiano.	Evaluación: ● Observación directa del trabajo realizado en clases. ● Tabla de progreso. ● Guía de trabajo	● Aplican homotecia en situaciones de la vida real. ● conocen la importancia de la homotecia en contextos reales.
--	--	--

Momento	Actividad
Inicio (10 min)	Se establece la clase y los estudiantes anotan el objetivo de la clase. Los estudiantes participan en un breve repaso de los conceptos vistos en las clases anteriores, respondiendo preguntas dirigidas. Los estudiantes reciben y observan la guía de actividades proyectada en pizarra y escuchan las instrucciones
Desarrollo (75 min)	Los estudiantes comienzan la guía utilizando los puntos $A(-4, 2)$ y $O(-1, 4)$ construyendo el vector $\vec{OA} = (-3, -2)$, identificando la imagen del vector $\vec{OA}$ que se obtiene mediante una homotecia de centro 1 $E(-1, 1)$ y centro 2 $D(0, 0)$ con razón de homotecia $k = -3$. A partir de esto deben analizar que ocurrió con el sentido del vector $\vec{OA}$ luego de aplicar las homotecias Seguidamente, analizan un triángulo ABC graficado con coordenadas A (4,2), B (6,4) y C (2,5), el centro de homotecia en D (2,2). A partir de esta información construyen los vectores $\vec{DA}$, $\vec{DB}$ y $\vec{DC}$. Luego encuentran una figura homotética con razón $k=2$, donde calculan los vectores ponderados $\vec{DA'}$, $\vec{DB'}$ y $\vec{DC'}$, trazan el vector dado e identificando los vértices de la figura homotética en A'B'C'. Llegando a la última parte del ítem donde

	deben seguir el mismo procedimiento, pero con la razón $k=-2$, resultando la figura $A''B''C''$ lo que causa que la figura se invierta Para el siguiente ítem los estudiantes deben, a partir de un triángulo, su figura homotética, el centro de homotecia y utilizando únicamente una regla y un compás, determinar el valor aproximado del escalar utilizado. Los estudiantes a partir de un triángulo $\triangle ABC$ y un punto fijo P fuera del triángulo realizar una homotecia con razón $k = 2$ usando únicamente una regla y un compás para construir la imagen homotética $\triangle A'B'C'$ Los estudiantes deben cumplir con una actividad extra, donde eligen un caso de homotecia presentes en la vida real, seguir las instrucciones que presente, explicar la importancia y los beneficios de aplicar la homotecia en el contexto del ejemplo seleccionado y como “desafío” (voluntario) preparar una presentación breve (5 minutos) para exponer su trabajo al resto de la clase. Para el ultimo ítem de la guía deben responder la pregunta ¿Crees que el visualizar los vectores y las figuras en el plano cartesiano te ayuda a comprender mejor los contenidos? Que se comentara en clases Durante el desarrollo, los estudiantes pueden solicitar ayuda y orientación cuando sea necesario a un compañero o a la profesora. Los grupos de estudiantes (voluntario) presentan brevemente su trabajo de la Actividad “Desafío” sobre homotecia en la vida real. Los estudiantes reciben retroalimentación general sobre los ejercicios, resuelven sus dudas finales y entregan sus guías para evaluación y actualización de la tabla de progreso.
Cierre (5 min)	Finalmente reflexionan sobre la importancia de la homotecia en contextos reales y su relación con los vectores al cierre de la clase.

Fase 3: Validación del diseño adaptado

A continuación, se darán a conocer los principales temas que fueron comentados en el grupo focal diferenciado por cada clase y por la guía didáctica diseñada. además, es importante acotar que los criterios de evaluación de adaptación que son claridad y pertinencia fueron clasificados según los siguientes niveles.

Claridad:

- Nivel 1. La redacción no es clara
- Nivel 2. La redacción es medianamente clara y requiere modificaciones
- Nivel 3. La redacción es muy clara.

Pertenencia:

- Nivel 1. Las actividades no son pertinentes en relación con el objetivo de aprendizaje / marco teórico, según corresponda.
- Nivel 2. Las actividades son parcialmente pertinentes en relación con el objetivo de aprendizaje / marco teórico, según corresponda.
- Nivel 3. Las actividades son pertinentes en relación con el objetivo de aprendizaje / marco teórico, según corresponda.

Los conceptos claves identificados en la entrevista al grupo focal y que se analizarán son los siguientes:

- Clase general: Estructura y componentes fundamentales de una sesión de aprendizaje, incluyendo objetivos, actividades, habilidades a desarrollar, y la organización en inicio, desarrollo y cierre.
- Matemáticas: Contenido específico de la asignatura, centrándose en la homotecia vectorial y la representación matemática, incluyendo conceptos, ejercicios y su aplicación práctica.
- Gamificación: Aplicación de elementos de diseño de juegos en la educación, incluyendo modelos como Gamify-SN y LM-GM, tipos de jugadores y mecánicas de juego adaptadas al aprendizaje.

- Métodos de evaluación: Estrategias y herramientas para medir el aprendizaje de los estudiantes, incluyendo evaluación formativa, observación, tests y uso de la tabla de progreso como herramienta de seguimiento.

Clase 1

Dimensión	Comentario
Clase general	"En relación a la primera clase, en lo relacionado con el inicio en cuanto a la pertenencia y claridad, está en el nivel 3. Está bien redactado, se entienden las ideas principales, las experiencias, lo que se quiere lograr con el inicio. El desarrollo igual, bueno, la clase en general está relacionada con el nivel 3..." a la clase le colocaría un 3 en todo. Mencionar que estaba muy claro y bastante pertinente. "...yo sí la encontré súper clara, pertinente también. Igual le pondría los tres puntos en todo". "en el cierre yo hubiera puesto como una actividad igual quizás más allá que la observación" "...en el cierre yo hubiera puesto como una actividad igual quizás más allá que la observación"
Matemáticas	"...incluir más ejemplos concretos para ver cómo la actividad se relaciona con los conceptos matemáticos que se quiere enseñar."
Gamificación	"asegurarse que la mecánica de gamificación se integre de manera correcta y efectiva en el contexto del objetivo del aprendizaje" "se nota justamente la orientación (gamificación) que tiene..."
Métodos de evaluación	"la única contribución que podría mencionar sería algún tipo de evaluación más objetiva más que la observación directa o la revisión del cuaderno objetivo a la revisión del ejercicio delante de todos los compañeros"

Clase 2

Dimensión	Comentario
Clase general	“En cuanto a claridad y pertinencia, yo lo encuentro que está en todos los niveles, entonces está en el nivel tres, tanto para todas las dimensiones del aprendizaje que aparecen y según los indicadores y descriptores que están” “la clase 2 le coloqué en respecto a la pertinencia nivel 3”
Matemáticas	“proporcionar ejemplos adicionales o gráficos si es necesario para clarificar los conceptos complejos para verificar que el concepto haya sido aprendido por todos los estudiantes.”
Gamificación	“...se podría mencionar en la planificación cómo es que alguna interacción, o algo, iteración o demostración de cómo es que estos ejercicios ya es el inicio a la mitad de la clase van contribuyendo al progreso de la tabla y cómo es que esto también se incentiva para mejorar la interacción de la gamificación con la estrategia con la clase en sí y justamente se le puede dar mayor importancia, mayor realce y también adhesión de los propios estudiantes a esto.” “...en el inicio como sugerencia yo hubiera comenzado igual destacando los niveles de la tabla”
Métodos de evaluación	“Y en cuanto a la pertinencia, asegurar que todos los estudiantes participen activamente y puedan demostrar su comprensión de los conceptos. Y ahí viene de nuevo la evaluación formativa, que no sea solamente la observación de clase, sino que haya, no sé, un test de salida, una pregunta que ellos tengan que entregar, pero algo que me quede a mí de evidencia que el alumno está aprendiendo.” “...en el cierre, en la parte que ahí especificaba de entregar una hoja definiendo los términos, quizás yo aplicaría como un test de salida haciendo las mismas preguntas, pero donde me aseguro que todos los estudiantes van a responder hacia la misma parte los mismos términos”

Clase 3

Dimensión	Comentario
Clase en general	“...en cuanto a claridad y pertinencia, la situé en el nivel 3” “...claridad y pertinencia también están en nivel 3.” “...en cuanto a claridad y pertinencia igual está todo en el nivel 3”
Matemáticas	“agregar ejemplos visuales, cierto, agregar demostraciones prácticas adicionales”
Gamificación	“...asegurarme que la actividad de gamificación sea accesible y motivadora para todos los tipos de estudiantes que se categorizaron al inicio” “...en el cierre se hace obviamente se hace la reflexión de la homotecia, pero quizás yo igual utilizaría la tabla para mostrarle a los estudiantes el avance, los logros que tuvieron, en el nivel que se situaron” “...en el cierre, [...], sería bueno quizás añadir alguna reflexión no solamente a los contenidos, sino que también al propio proyecto de gamificación y cómo es que, de nuevo, la tabla termina por demostrarles a los propios estudiantes las habilidades que adquirieron”
Métodos de evaluación	“...asegurarme de que directamente todos los estudiantes estén aprendiendo y eso es ya cambiando la evaluación formativa que está realizando” “...con esto (tabla de progreso) también realizar la propia evaluación final con referente al macro que fueron las 3 clases.”

Guía didáctica

Dimensión	Comentario
Clase en general	“...hay problemas en la redacción de los objetivos, los ítems no están claramente especificados, las instrucciones no están entregadas de forma clara.” “...en relación a la pertinencia y la claridad em... creo que como está planteada, como está definido claridad y pertinencia creo que está bien redactado, o por lo menos lo veo bastante claro.” “...lo que también concuerdo con la profesora 3 en el tema eh..., de cómo redactar los ítems, siento que están como tirados en la guía, no están muy claros, no están como tan específicos”
Matemáticas	
Gamificación	“...en la guía yo ahí tengo sentimientos encontrados, porque encuentro que las clases fueron muy buenas y la guía es una guía más, una guía de aprendizaje más. No está contextualizada con la metodología de enseñanza que se trabajó” “...de lo que se enseñó en las 3 clases, pasamos de nuevo al método tradicional de la enseñanza” “...quizás podría verse la gamificación un poco más reflejada en la guía o bien en el abordaje de esta guía para que no sea de nuevo una clase tradicional y una guía tradicional, y que pueda realmente poder conectar y motivar a los estudiantes.” “...donde a simple vista queda como una clase común y corriente y no se observa la gamificación”
Métodos de evaluación	

Según lo analizado, los docentes identificaron y apreciaron explícitamente la integración de elementos de gamificación en la planificación, reconociendo su potencial para motivar y encajar a los estudiantes. No obstante, a pesar de esta valoración positiva, los participantes coincidieron en la necesidad de fortalecer los métodos de evaluación, proponiendo la incorporación de elementos más objetivos y concretos que permitan una medición más precisa del aprendizaje y la comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes.

Se observó un énfasis en la importancia de incluir más elementos visuales y ejemplos prácticos para reforzar la comprensión de los conceptos matemáticos, lo cual podría contribuir significativamente a la efectividad de la actividad gamificada. Asimismo, los profesores manifestaron una preocupación por asegurar que la actividad fuera accesible y motivadora para todos los tipos de estudiantes identificados, subrayando la importancia de la inclusividad en el diseño educativo.

Un aspecto crítico que emergió del análisis fue la disparidad percibida entre la planificación de las clases y la guía de ejercicios. Los docentes señalaron que esta última no reflejaba adecuadamente la metodología gamificada presentada en las clases, lo cual podría comprometer la coherencia y efectividad global de la intervención educativa. Esta observación sugiere la necesidad de una revisión y alineación más estrecha entre todos los componentes de la actividad.

Adicionalmente, se propusieron sugerencias para mejorar la continuidad y conexión entre las clases, particularmente en relación con la utilización de la tabla de progreso y la provisión de retroalimentación. Estas recomendaciones apuntan a la importancia de mantener un hilo conductor claro y reforzar constantemente los elementos de gamificación a lo largo de toda la intervención.

El análisis realizado al grupo focal a partir de sus declaraciones revela una recepción predominantemente favorable de la planificación adaptada, con una valoración consistentemente alta en términos de claridad y pertinencia por parte de los tres profesores participantes. Esta evaluación positiva sugiere que la adaptación de la actividad matemática incorporando elementos de gamificación ha sido percibida como adecuada y alineada con el objetivo propuesto de promover la habilidad de representación matemática en estudiantes de primer año medio mediante el concepto de homotecia vectorial.

Por otra parte, los resultados extraídos de la pauta de evaluación revelan una marcada tendencia hacia valoraciones positivas en cuanto a la claridad y pertinencia de las actividades propuestas. La escala de evaluación, que comprende tres niveles, muestra una concentración predominante en el nivel más alto (Nivel 3), indicando que la mayoría de los elementos evaluados se consideran muy claros y altamente pertinentes en relación con los objetivos de aprendizaje establecidos. Esta tendencia sugiere que la estructura general de la planificación y las estrategias de gamificación son, en su mayoría, comprensibles y alineadas con las metas educativas propuestas.

La estructura de las clases, desglosada en inicio, desarrollo y cierre, recibió valoraciones consistentemente altas por parte de los tres evaluadores. Esta uniformidad en las apreciaciones indica que la organización temporal y metodológica de las sesiones se percibe como bien diseñada y coherente con los principios pedagógicos esperados. No obstante, a pesar de esta valoración positiva general, se identificaron sugerencias específicas para enriquecer ciertos aspectos de la implementación.

En lo que respecta a la gamificación y su adaptación a diferentes tipos de jugadores, las evaluaciones reflejan una percepción favorable. Las actividades de mecánicas de juego y aprendizaje, basadas en el modelo LM-GM, se consideran efectivas para fomentar la habilidad de representación matemática. Asimismo, se aprecia que las estrategias propuestas atienden adecuadamente a las necesidades de los diversos perfiles de jugadores identificados, incluyendo el espíritu libre, el jugador y el filántropo.

Sin embargo, el análisis también revela áreas que requieren atención y refinamiento. La guía de actividades emerge como el elemento que suscita mayor divergencia entre los evaluadores. Mientras que algunas valoraciones la sitúan en el nivel más alto de claridad y pertinencia, otras señalan deficiencias significativas, particularmente en la integración explícita de elementos de gamificación. Esta discrepancia subraya la necesidad de una revisión minuciosa y posibles ajustes en este componente crucial de la propuesta educativa.

Adicionalmente, se identificaron sugerencias recurrentes para mejorar la implementación de la gamificación. Entre estas, destaca la recomendación de hacer más explícita la interacción con los sistemas de puntuación y recompensas, así como la diversificación de actividades para mantener altos niveles de motivación y compromiso entre los estudiantes.

Se enfatiza también la importancia de incluir instancias de reflexión sobre la experiencia de gamificación, lo cual podría enriquecer significativamente el proceso de aprendizaje y la metacognición de los estudiantes.

Las estrategias de evaluación y cierre de las sesiones también fueron objeto de recomendaciones. Se sugiere diversificar estas estrategias para evitar la repetición de recursos y proporcionar una variedad de métodos que permitan verificar el logro de los aprendizajes de manera más comprehensiva y dinámica.

Implicación de los resultados

A partir de los resultados de la validación, con las observaciones y recomendaciones recibidas por los docentes participantes en el grupo focal, se ha evidenciado la necesidad de realizar ajustes en la adaptación de la actividad matemática gamificada. Los elementos que requieren modificación en la planificación, según las observaciones de los docentes, son:

- Métodos de evaluación: Incorporar estrategias de evaluación más objetivas y concretas, como tests de salida o actividades específicas que proporcionen evidencia tangible del aprendizaje de los estudiantes, complementando la observación directa.
- Representación visual de conceptos matemáticos: Incluir más ejemplos visuales y demostraciones prácticas para reforzar la comprensión de los conceptos matemáticos complejos, especialmente en relación con la homotecia vectorial.
- Integración de la gamificación: Asegurar una implementación más consistente y visible de los elementos de gamificación a lo largo de todas las actividades, incluyendo la guía didáctica, para mantener la coherencia con la metodología de enseñanza propuesta.
- Retroalimentación y seguimiento: Implementar un uso más sistemático de la tabla de progreso, incorporándola en los cierres de clase para mostrar a los estudiantes sus avances y logros de manera más explícita.
- Reflexión sobre la gamificación: Incluir momentos específicos para la reflexión sobre el proceso de gamificación y su impacto en el aprendizaje, fomentando la metacognición en los estudiantes.

- Diversificación de actividades de cierre: Variar las estrategias de cierre de sesión para evitar la repetición y proporcionar diferentes formas de consolidar el aprendizaje.
- Alineación de la guía didáctica: Rediseñar la guía de ejercicios para que refleje mejor la metodología gamificada presentada en las clases, asegurando una transición fluida entre la instrucción en clase y el trabajo independiente.
- Claridad en las instrucciones: Mejorar la redacción y especificación de los objetivos e instrucciones en la guía didáctica para aumentar su claridad y facilitar su comprensión por parte de los estudiantes.

Estos ajustes propuestos buscan mejorar la efectividad de la actividad matemática gamificada, asegurando una mejor integración de los elementos de gamificación, una evaluación más robusta del aprendizaje y una experiencia educativa más coherente y motivadora para los estudiantes.

Capítulo V: Discusión

El diseño de estrategias de gamificación en la enseñanza del concepto de homotecia vectorial ha producido resultados mixtos en el presente estudio. Si bien la adaptación de una actividad matemática gamificada mediante el meta-modelo Gamify-SN y el modelo LM-GM fue, en general, bien recibida por los docentes, su eficacia en la promoción de la habilidad de representación matemática en estudiantes de primer año medio ha revelado tanto fortalezas como áreas de mejora.

Por un lado, uno de los aspectos más positivos fue la alineación del objetivo de aprendizaje MA1M OA 11 con la taxonomía de Bloom. Este objetivo se vinculó adecuadamente con las mecánicas de juego y aprendizaje, lo cual permitió estructurar de manera ordenada y coherente la gamificación dentro del aula. Martens & Müller (2016) destacan que una estructura bien definida es esencial para el logro académico, y los resultados de este estudio refuerzan dicha afirmación, mostrando que la combinación de un diseño claro con la gamificación puede ser un método eficaz para alcanzar metas educativas. Además, la aplicación del test Hexad-12 para identificar los tipos de jugadores predominantes, como el espíritu libre, el jugador y el filántropo, permitió adaptar las actividades a los perfiles específicos de los estudiantes, lo que en teoría debería potenciar la efectividad de la intervención educativa. Daghestani et al. (2020) sugieren que una gamificación adaptativa puede incrementar significativamente la eficacia de una intervención educativa, y esta premisa fue parcialmente validada por los hallazgos de este estudio.

La implementación de mecánicas de juego como "Appointment", "Cascading Information", y "Questions and Answers" también refleja un diseño intencionado para fomentar la comprensión y la aplicación del concepto de homotecia vectorial. Arnab et al. (2015) señalan que la combinación de estas mecánicas puede aumentar tanto el compromiso como la motivación de los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas. La adopción de estas mecánicas dentro del marco del modelo LM-GM permite una alineación más directa entre los objetivos de aprendizaje y las actividades lúdicas, facilitando un entorno donde los estudiantes pueden aplicar y fortalecer sus habilidades matemáticas de manera significativa.

Sin embargo, el estudio también identificó varios aspectos que requieren una revisión y mejora. La disparidad observada entre la planificación de las clases y la guía de ejercicios sugiere la necesidad de una alineación más estrecha entre todos los componentes de la actividad gamificada. Según González & Area (2013), abordan la coherencia interna en el diseño gamificado, un aspecto que podría fortalecerse en futuros usos de esta intervención. Dicha coherencia fue insuficiente, afectando potencialmente la eficacia de la actividad gamificada.

Además, aunque se hicieron esfuerzos por incorporar elementos específicos para cada tipo de estudiante, los docentes expresaron dudas sobre la efectividad de esta inclusión, sugiriendo que aún existe un amplio margen de mejora en este aspecto. Rodríguez et al. (2022) subrayan la importancia de adoptar un enfoque más adaptativo y personalizado en el diseño de estrategias de gamificación educativa, argumentando que es necesario garantizar que todos los estudiantes se beneficien de manera equitativa e inclusiva de estas metodologías innovadoras. Asimismo, estos autores cuestionan la estabilidad de los perfiles de jugador a lo largo del tiempo y en diferentes contextos educativos, lo que plantea la necesidad de una evaluación continua y flexible de las estrategias de gamificación para adaptarse a los cambios y variaciones en los perfiles de los estudiantes.

Otra área crítica que se identificó para mejorar es el fortalecimiento de los métodos de evaluación. Labayen (2021) advierte que la gamificación no debe oscurecer los objetivos fundamentales del aprendizaje, y que es esencial que la evaluación se mantenga rigurosa y alineada con los estándares educativos. En este estudio, la necesidad de incorporar elementos de evaluación más objetivos y concretos fue clara, pues sin una evaluación adecuada, los beneficios potenciales de la gamificación podrían verse comprometidos.

La continuidad y la conexión entre las clases, especialmente en relación con la utilización de la tabla de progreso y la provisión de retroalimentación, también fueron señaladas como áreas que requieren mejora. Cubas (2022) enfatiza la importancia de mantener un hilo conductor claro y un sistema de retroalimentación constante para garantizar el compromiso de los estudiantes. En este estudio, la falta de una estructura de retroalimentación sólida podría haber afectado negativamente la capacidad de los estudiantes para mantener un seguimiento coherente de su progreso y logros.

Finalmente, aunque la gamificación muestra un potencial significativo para aumentar el compromiso de los estudiantes, también plantea desafíos considerables en términos de implementación y evaluación. Subhash & Cudney (2018) discuten que la gamificación en la educación enfrenta desafíos como la integración efectiva de los elementos de juego, la alineación con los objetivos de aprendizaje y la evaluación del impacto en el compromiso y el rendimiento de los estudiantes. Estos desafíos deben ser considerados cuidadosamente en el diseño y la implementación de estrategias gamificadas en el aula para asegurar su efectividad.

Limitaciones y proyecciones

Uno de los principales desafíos fue la falta de tiempo, lo que impidió la implementación del diseño gamificado en un entorno real, limitando así el alcance del estudio a una validación mediante un grupo focal. Esta restricción temporal no permitió observar directamente el impacto del diseño en los estudiantes, lo cual hubiera sido fundamental para evaluar de manera integral la efectividad de la estrategia.

Además, la ausencia de un profesor de matemáticas con experiencia específica en gamificación y sus elementos representó una limitación significativa en la etapa de validación. Aunque se contó con la participación de tres profesores, incluyendo uno con experiencia en matemáticas, otro que es docente del curso de la muestra, y un tercero especializado en biología con conocimiento en gamificación, la falta de expertos específico en gamificación dentro del contexto matemático influyó en la profundidad del análisis y la precisión del feedback recibido.

Otro aspecto limitante fue la escasez de investigaciones previas en español o en contextos educativos similares, lo que dificultó la contextualización de la propuesta y la comparación con estudios existentes. Esta carencia resalta la necesidad de generar más investigaciones en este campo para proporcionar una base teórica y práctica más robusta.

En cuanto a las proyecciones, futuras implementaciones deben considerar un rediseño integral de la actividad gamificada, enfocándose en la personalización según los perfiles de los estudiantes. Para seguir avanzando con el modelo Gamify-SN, se proyecta que estas actividades deben ser implementadas y evaluadas en un entorno controlado que permita medir su impacto real en los resultados de aprendizaje. Este enfoque permitirá

ajustar y perfeccionar tanto las mecánicas de juego como las estrategias de evaluación, garantizando que la gamificación se mantenga como una herramienta eficaz y adaptativa en la enseñanza de la homotecia vectorial.

Además, se sugiere explorar la posibilidad de integrar enfoques de diseño participativo, donde los propios estudiantes puedan involucrarse en la creación y adaptación de los elementos de juego. Esta participación activa podría fomentar un mayor compromiso y una mayor apropiación del proceso de aprendizaje, asegurando que las estrategias gamificadas respondan de manera más directa a las necesidades y preferencias de los estudiantes

Por último, se espera que al aplicar el diseño gamificado adaptado con los elementos pertinentes, este logre potenciar la habilidad de representación matemática. Esto podría abrir la puerta a futuras investigaciones que exploren cómo la gamificación puede potenciar esta habilidad en relación con otros contenidos matemáticos, permitiendo un análisis más amplio de su impacto en diversas áreas del aprendizaje.

Conclusiones

Los resultados obtenidos a partir de la evaluación del grupo focal de profesores sugieren que la actividad gamificada diseñada pueden involucrar a los estudiantes en el aprendizaje de la geometría y, específicamente, en el desarrollo de habilidades de representación matemática. La incorporación de elementos de juego, como desafíos, retroalimentación y una narrativa atractiva, podría despertar la motivación de los estudiantes y contribuir a un aprendizaje más significativo.

Sin embargo, el análisis realizado por los docentes también reveló que el diseño de la actividad gamificada requiere de ajustes y mejoras para lograr una integración más efectiva de los elementos lúdicos. Los profesores señalaron que, en su estado actual, la guía de actividad podría ser percibida por los estudiantes como una tarea más, sin aprovechar plenamente los beneficios potenciales de la gamificación.

Para adaptar y validar de manera efectiva esta estrategia de gamificación educativa, se recomienda realizar un rediseño integral de la actividad matemática gamificada, con un enfoque en la incorporación más sólida de los elementos de juego y en la alineación de estos elementos con las preferencias y necesidades de los estudiantes. Además, se debe prestar especial atención al proceso de evaluación, desarrollando instrumentos que permitan medir de manera precisa y representativa el impacto de la gamificación en el desarrollo de habilidades cognitivas y en el aprendizaje significativo de los conceptos geométricos.

Futuras implementaciones de esta estrategia gamificada deberán abordar estas oportunidades de mejora, con el objetivo de potenciar los beneficios de la gamificación en el aprendizaje y el desarrollo de los estudiantes. Adicionalmente, se sugiere explorar la posibilidad de integrar enfoques de diseño participativo, donde los propios estudiantes puedan involucrarse en la creación y adaptación de los elementos de juego.

Así, mientras que la implementación de estrategias de gamificación en la enseñanza de homotecia vectorial muestra un potencial significativo para promover la habilidad de representación matemática, también revela áreas críticas de mejora. La alineación más estrecha entre la planificación, las actividades y las evaluaciones, una atención más explícita a la inclusividad, y un enfoque más dinámico en la adaptación a los perfiles de jugadores podrían mejorar significativamente la efectividad de esta aproximación. Futuras

investigaciones podrían beneficiarse de un enfoque longitudinal para evaluar el impacto a largo plazo de estas estrategias, así como de una exploración más profunda de cómo las diferentes mecánicas de juego y aprendizaje interactúan con los diversos perfiles de jugadores en el contexto del aprendizaje matemático.

Referencias

- Adams, N. (2015). Bloom's taxonomy of cognitive learning objectives. Journal of the Medical Library Association : JMLA, 103 3, 152-3 . <https://doi.org/10.3163/1536-5050.103.3.010>.
- Alonso, J. D., & Pino-Juste, M. R. (2014). Motivación intrínseca y extrínseca: análisis en adolescentes gallegos. International Journal of Developmental and Educational Psychology, 1(1), 349-358.
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R., et al. (Eds.). (2001). A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Allyn & Bacon.
- Arias, P. (2020). Análisis resultados TIMSS 2019. Santiago de Chile: Fundación acciónEDUCAR.
- Arnab, S., Lim, T., Carvalho, M. B., Bellotti, F., de Freitas, S., Louchart, S., Suttie, N., Berta, R. and De Gloria, A. (2015), Mapping learning and game mechanics for serious games analysis. British Journal of Educational Technology, 46: 391–411, which has been published in final form at DOI:10.1111/bjet.12113.
- Bartle, R. (1996). Hearts, clubs, diamonds, spades: Players who suit MUDs. Journal of MUD Research, 1(1), 19.
- Bekdemir, M., & Selim, Y. (2008). Revised Bloom Taxonomy And Its Application In Algebra Area. Journal of Education Faculty, 10, 185-196. <https://doi.org/10.17556/JEF.89273>.
- Bloom, B. S., & Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals by a committee of college and university examiners. Handbook I: Cognitive Domain. Longmans Green.
- Borrás Gené, O. (2015). Fundamentos de gamificación.
- Buckley, P., & Doyle, E. (2016). Gamification and student motivation. Interactive Learning Environments, 24, 1162-1175. <https://doi.org/10.1080/10494820.2014.964263>.
- Cáceres, P. (2003). Análisis cualitativo de contenido: una alternativa metodológica alcanzable. Psicoperspectivas, 11, 53-82.

- Castellanos-Hernández, L. G. (2021). Gamificación como estrategia didáctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría para estudiantes de noveno grado.
- Çetin, H., & Aydın, S. (2020). The Effect of Multiple Representation Based Instruction on Mathematical Achievement: A Meta-Analysis. *International Journal of Educational Research Review*, 5, 26-36. <https://doi.org/10.24331/ijere.647531>.
- Cruz Pichardo, I. M., & Cabero Almenara, J. (2020). Una experiencia gamificada en el aprendizaje de los triángulos en geometría: grado de aceptación de la tecnología. *Prisma social: Revista de Ciencias Sociales*, 30, 65-87.
- Cubas, M. D. V. (2022). Retroalimentación como herramienta efectiva para el aprendizaje. *TZHOECOEN*, 14(2), 21-33.
- Daghestani, L., Ibrahim, L., Al-Towirgi, R., & Salman, H. (2020). Adapting gamified learning systems using educational data mining techniques. *Computer Applications in Engineering Education*, 28, 568-589. <https://doi.org/10.1002/cae.22227>.
- Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., & Nacke, L. (2011). From game design elements to gamefulness: Defining "gamification". *Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments*, 9-15.
- Farias, D., & Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación Universitaria*, 3(6), 33-40. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062010000600005>.
- Fernández-Río, J., Heras, E., González, T., Trillo, V., & Palomares, J. (2020). Gamification and physical education. Viability and preliminary views from students and teachers. *Physical Education and Sport Pedagogy*, 25, 509-524. <https://doi.org/10.1080/17408989.2020.1743253>.
- Fernández, R., Hernández, C., & Batista, P. (2014). Metodología de la investigación [en línea]. Sexta ed. México: ISBN 978-1-4562-2396-0.
- Flores, Y. G., Gómez, I. A., & Alfaro, M. P. (2020). LA HOMOTECIA: ANÁLISIS CONCEPTUAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO THE HOMOTHECY: CONCEPTUAL ANALYSIS AND CONTENT ANALYSIS.
- Fotaris, P., Mastoras, T., Leinfellner, R., & Rosunally, Y. (2016). Climbing up the leaderboard: an empirical study of applying Gamification techniques to a computer programming

class. Electronic Journal of e-Learning, 14, 94-110.

- Froiland, J., & Worrell, F. (2016). Intrinsic Motivation, Learning Goals, Engagement, and Achievement in a Diverse High School. *Psychology in the Schools*, 53, 321-336. <https://doi.org/10.1002/PITS.21901>.
- Fuentes-Riffo, K., Salcedo-Lagos, P., Sanhueza-Campos, C., Pinacho-Davidson, P., Friz-Carrillo, M., Kotz-Grabole, G., & Espejo-Burkart, F. (2023). The Influence of Gamification on High School Students' Motivation in Geometry Lessons. *Sustainability*, 15(21), 15615.
- Gagatsis*, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational psychology*, 24(5), 645-657.
- Galicia-Alarcón, L., & Edel-Navarro, J. A. B. T. (2014). Revisión del modelo atención, relevancia, confianza y satisfacción (ARCS). *Los Modelos Tecno-Educativos*, 47.
- García, F. Y. H., Rangel, E. G. H., & Mera, N. A. G. (2020). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática. *Telos: revista de estudios interdisciplinarios en ciencias sociales*, 22(1), 62-75.
- Gaviria Millán, D. (2021). *Pedagogía de la Gamificación*.
- Gironella, F. (2023). Gamification pedagogy: A motivational approach to student-centric course design in higher education. *Journal of University Teaching and Learning Practice*. <https://doi.org/10.53761/1.20.3.04>.
- González, O., Rodríguez, E. R., & Saldías, P. V. (2021). Implicaciones de la gamificación en educación matemática: un estudio exploratorio. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 21(68).
- González, C., & Area, M. (2013). Breaking the rules: Gamification of learning and educational materials. In *International Workshop on Interaction Design in Educational Environments* (Vol. 2, pp. 47-53). SciTePress.
- Gopalan, V., Bakar, J., Zulkifli, A., Alwi, A., & Mat, R. (2017). A review of the motivation theories in learning. 1891, 020043. <https://doi.org/10.1063/1.5005376>.
- Guevara Vizcaíno, C. (2018). Estrategias de gamificación aplicadas al desarrollo de competencias digitales docentes (Master's thesis, Universidad Casa Grande).

Departamento de Posgrado).

Guichot Reina, V., (2006). HISTORIA DE LA EDUCACIÓN: REFLEXIONES SOBRE SU OBJETO, UBICACIÓN EPISTEMOLÓGICA, DEVENIR HISTÓRICO Y TENDENCIAS ACTUALES. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos* (Colombia), 2(1), 11-51.

Hamui-Sutton, A., & Varela-Ruiz, M. (2013). La técnica de grupos focales. *Investigación en Educación Médica*, 2(5), 55-60. Recuperado en 10 de agosto de 2024 de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-50572013000100009&lng=es&tlng=es.

Hamzah, W. M. A. F. W., Ali, N. H., Saman, M. Y., Yusoff, M. H., & Yacob, A. (2015). Influence of gamification on students' motivation in using e-learning applications based on the motivational design model. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 10(2), 30-34.

Hernández, R., Fernández, C., y Batista, P. (2014). Metodología de la investigación. [en línea]. sexta. MEXICO: sn ISBN 978-1-4562-2396-0. de: <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>

Henríquez, S. S., Pais, M. R., & Espejo, J. C. (2012). *Orientaciones para la elaboración de tesis, seminarios y paper académicos*. Ediciones Universidad Católica del Maule.

Hidalgo-Cajo, B., Castillo-Parra, B., Vásconez-Barrera, M., & Oleas-López, J. (2022). Gamification in higher education: A review of the literature. *World Journal on Educational Technology: Current Issues*, 14(3), 797-816. <https://doi.org/10.18844/wjet.v14i3.7341>.

Keller, J. (1987). Development and Use of the ARCS Model of Instructional Design. *Journal of instructional development*, 10, 2-10.

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into practice*, 41(4), 212-218.

Krath, J., Altmeyer, M., Tondello, G. F., & Nacke, L. E. (2023). Hexad-12: Developing and validating a short version of the gamification user types hexad scale. In *Proceedings of the 2023 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems* (pp. 1-18).

Kusurkar, R., Croiset, G., & Cate, T. (2011). Twelve tips to stimulate intrinsic motivation in students through autonomy-supportive classroom teaching derived from Self-

Determination Theory. Medical Teacher, 33, 978-982.
<https://doi.org/10.3109/0142159X.2011.599896>.

Labayen, M. R. S. (2021). Gamificar en el aula. Padres y Maestros/Journal of Parents and Teachers, (387), 8-12.

Landucci, L. M. (2023). Gamificación: una Oportunidad para el Desarrollo de Competencias para el Siglo XXI (Bachelor's thesis).

Lehning, H. (2021). Visualisation of Mathematical Thinking, 73-98. <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-5753-2.ch003>.

Lim, T., Carvalho, M. B., Bellotti, F., Arnab, S., De Freitas, S., Louchart, S., ... & De Gloria, A. (2015). The LM-GM framework for serious games analysis. Pittsburgh: University of Pittsburgh.

Mainali, B. (2020). Representation in Teaching and Learning Mathematics. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 9, 1-21. <https://doi.org/10.46328/IJEMST.1111>.

Manzano-León, A., Camacho-Lazarraga, P., Guerrero, M., Guerrero-Puerta, L., Aguilar-Parra, J., Trigueros, R., & Alías, A. (2021). Between Level Up and Game Over: A Systematic Literature Review of Gamification in Education. Sustainability. <https://doi.org/10.3390/SU13042247>.

Marczewski, A. (2013). Gamification: A simple introduction & a bit more (Vol. 2). Andrzej Marczewski.

Marczewski, A. (2013). The intrinsic motivation RAMP. Gamified UK) Available at.

Marczewski, A. (2015). Even Ninja Monkeys like to play. London: Blurb Inc, 1(1), 28.

Martens, A., & Müller, W. (2016). Gamification - A Structured Analysis. 2016 IEEE 16th International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT), 138-142. <https://doi.org/10.1109/ICALT.2016.72>.

Matemática 1° medio, SM, Guía didáctica del docente Tomo 2. (2021). Curriculum Nacional. MINEDUC. Chile. Recuperado el 11 de agosto de 2024, de <https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/Matematica-2-medio/145596:Matematica-2-medio-SM-Guia-didactica-del-docente-Tomo-2>

- Melgar, Á., Luy-Montejo, C., Saavedra, S., Almiron, A., Arturo, Q., & Mercado-Marrufo, C. (2021). Gamification in the Learning of Mathematics in University Students. *International Journal of Early Childhood Special Education*. <https://doi.org/10.9756/int-jecse/v13i2.211081>.
- Mena, M. E. G., Fernandez, H. C. F., Yanez, L. A. G., & Mullo, I. M. A. (2023). Dificultades de Aprendizaje en el Siglo XXI: Nuevas Perspectivas y Estrategias de Enseñanza Innovadoras. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, 8(12), 1509-1524.
- Meza-Holguin, L. F., Constante-Portero, M. L., de Lourdes Criollo-Cárdenas, N., & Bastidas-González, L. D. (2024). Gamificación en la enseñanza de matemáticas, ¿cómo los juegos educativos pueden facilitar la comprensión de las funciones cuadráticas?. *MQRInvestigar*, 8(3), 2846-2861.
- Ministerio de Educación (2016). Bases Curriculares 7° básico a 2° medio, Ministerio de Educación 2015. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación, Primera edición. Santiago de Chile.
- Ministerio de Educación (2016). Matemática Programa de Estudio Primero medio Ministerio de Educación. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación, Primera edición Santiago de Chile.
- Mora, M. J. C., Murillo, M. G. E., Murillo, R. D. L. Á. B., & Moyano, M. Y. C. (2022). La Gamificación como herramienta metodológica en la enseñanza. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, 7(1), 43.
- Morales, N., Sequeira, N., Prenda, T. y Zúñiga, K. (2016). Escala de Likert: Una herramienta económica. *Universidad Técnica Nacional*. 1-6. https://www.academia.edu/30245064/ESCALA_DE_LIKERT_UNA_HERRAMIENTA_ECON%C3%93MICA_Contentido
- Moreno, A. G. (2017). Análisis e interpretación de datos cualitativos. *Tema de Investigación Central de la Academia*, 151-165.
- Mugniarningsih, A. N., Awiria, Rony, Z. T., (2022). STUDENTS' LEARNING DIFFICULTIES IN PROBLEM SOLVING ABILITY IN FACE-TO-FACE LEARNING LIMITED ELEMENTARY SCHOOL. *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran Guru Sekolah Dasar (JPPGuseda)*. <https://doi.org/10.55215/jppguseda.v5i2.5979>.

- Muñoz, J. R. (2017). Aplicación de la gamificación como estrategia motivacional para el aprendizaje de la matemática.
- Mutis, E. T., & Molana, B. S. (2003). *Evaluación Pisa 2003 Matemáticas*. <https://eduteka.icesi.edu.Co/Articulos/Pisa2003Math>.
- Narváez, O., Villegas, L. (2014). Introducción a la Investigación: guía interactiva. Recursos didácticos 1. Biblioteca Digital de Humanidades. Universidad Veracruzana. Recuperado el 18 de enero de 2023 de <https://www.uv.mx/apps/bdh/investigacion/unidad1/investigacion-tipos.html>
- Oliveira, W., Toda, A. M., Palomino, P. T., Rodrigues, L., & Isotani, S. (2020). Which one is the best? A quasi-experimental study comparing frameworks for unplugged gamification. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, 18(1).
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023). PISA 2022 Assessment and Analytical Framework. OECD Publishing.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2004). Definición y selección de competencias clave. Proyecto DeSeCo: Resumen ejecutivo. Paris: OCDE.
- Ortega Betancourt, J. E. (2017). Complementariedad para la enseñanza del concepto de la Homotecia con artefactos como Cabri II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las representaciones homotéticas cotidianas.
- Ortiz Colón, A. M., & Gomariz, S. P. (2014). Investigación Cualitativa y Triangulación de la información: la planificación de una metodología combinada. *Revista de Educación*, (5), 53-82.
- Ortiz, J. y Angulo, J. (2010). La Homotecia, un tema casi olvidado en la enseñanza de la educación matemática en Buenaventura: una propuesta desde el punto de vista algebraico. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1176/1/692_La_Homotecia_Asocolme2010.pdf
- Paladines, L. J. G., & Mediavilla, C. M. Á. (2021). Gamificación como estrategia de motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, 6(3), 329-349.
- Peña, J. A. L., & Ortega, C. M. V. (2022). Desarrollo del Razonamiento Geométrico de

estudiantes de Enseñanza Media cuando abordan el concepto de Homotecia. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 25(1), 93–120.
<https://www.redalyc.org/journal/335/33575386001/html/>

Peralta Zambrano, A. M. (2015). El estudio de caso como metodología de investigación y su importancia en el ámbito empresarial. *Contribuciones a las Ciencias Sociales*.

Pérez Martínez, R. C. (2023). Explorando la conexión emocional con la geometría: Un análisis de la experiencia gamificada en estudiantes de grado 11° de tres instituciones educativas en Chigorodó. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 4(2), 5888–5905. <https://doi.org/10.56712/latam.v4i2.1025>

Pichardo, I. M. C., & Almenara, J. C. (2020). Una experiencia gamificada en el aprendizaje de los triángulos en geometría: grado de aceptación de la tecnología. *Prisma Social: revista de investigación social*, (30), 65-87.

PISA Results 2022 (Volume III) - Factsheets: Chile. (2024, junio 17). OECD.
https://www.oecd.org/en/publications/pisa-results-2022-volume-iii-factsheets_041a90f1-en/chile_9477bb64-en.html

Rahim, R., Baharum, A., & Hijazi, H. (2020). Evaluation on effectiveness of learning linear algebra using gamification. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. <https://doi.org/10.11591/IJEECS.V17.I2.PP997-1004>.

Ramos, J. L., & Sanabria, S. (2019). Ventajas y desventajas del uso de la gamificación para el aprendizaje de los alumnos de segundo grado de educación básica. *Revista Espacios*, 40(30).

Ratumanan, T., Ayal, C., & Tupamahu, P. (2022). MATHEMATICAL REPRESENTATION ABILITY OF MATHEMATICS EDUCATION STUDY PROGRAM STUDENTS. *Jurnal Pendidikan Matematika (JUPITEK)*. <https://doi.org/10.30598/jupitekvol5iss1pp50-59>.

Reséndiz, A. C., Hernández, O. E. C., Torres, C. I., & Segovia, D. A. L. (2020). La motivación y el abandono escolar en alumnos de bachillerato. *PsicoEducativa: reflexiones y propuestas*, 6(11), 38-43.

Retno, N., Arfatin, N., & Nur, A. (2019). The Effect of Revised Bloom'S Taxonomy on Mathematical Problem-Solving Skill. *Proceedings of the 1st International Conference on Education and Social Science Research (ICESRE 2018)*.

<https://doi.org/10.2991/ICESRE-18.2019.31>.

Ribes Iñesta, E. (2007). ¿Qué es un caso de estudio? Revista Electrónica de Investigación Educativa, 9(2), 1-6. <http://redie.uabc.mx/redie/article/view/206>.

Richardson, V. (2001). Handbook of research on teaching. Constructivist Pedagogy, 4th ed., 105-150. Washington DC: AERA.

Rincón-Flores, E., Mena, J., & López-Camacho, E. (2022). Gamification as a Teaching Method to Improve Performance and Motivation in Tertiary Education during COVID-19: A Research Study from Mexico. Education Sciences. <https://doi.org/10.3390/educsci12010049>.

Rincón-Flores, E., Santos-Guevara, B., Martínez-Cardiel, L., Rodríguez-Rodríguez, N., Quintana-Cruz, H., & Matsuura-Sonoda, A. (2023). Gamit! Icing on the Cake for Mathematics Gamification. Sustainability. <https://doi.org/10.3390/su15032334>.

Rodríguez, I., Puig, A., & Rodríguez, A. (2022). Towards Adaptive Gamification: A Method Using Dynamic Player Profile and a Case Study. Applied Sciences. <https://doi.org/10.3390/app12010486>.

Rubio González, J., & Gómez Francisco, T. (2021). Aprendizaje contextualizado y expansivo: Una propuesta para dialogar con las incertidumbres en los procesos educativos. Actualidades Investigativas en Educación, 21(3), 96-119.

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions. Contemporary Educational Psychology, 25(1), 54-67.

Saldaña, J. (2015). The coding manual for qualitative researchers. Sage.

Salmon, G. (2000). E-moderating: The key to teaching and learning online. Kogan Page.

Seixas, A. M., & Bassani, P. B. S. (2021). Gamificación de la Enseñanza y Aprendizaje en el ámbito escolar. Revista Pedagógica Adal, 24(53), 91-107. <https://doi.org/10.17058/adal.v24i53.15199>.

Serin, H. (2018). The Use of Extrinsic and Intrinsic Motivations to Enhance Student Achievement in Educational Settings. International journal of social sciences, 5, 191-194. <https://doi.org/10.23918/IJSSES.V5I1P191>.

Servicio de Innovación Educativa de la UPM (2020). Gamificación en el Aula. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Disponible en: https://innovacioneducativa.upm.es/guias_pdi

Simões, J., Redondo, R., & Vilas, A. (2013). A social gamification framework for K-6 learning platform. *Computers in Human Behavior*, 29, 345-353. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2012.06.007>.

Smith, P. (2019). Engaging online students through peer-comparison progress dashboards. *Journal of Applied Research in Higher Education*. <https://doi.org/10.1108/JARHE-11-2018-0249>.

Soriano Rodríguez, A. M. (2014). Diseño y validación de instrumentos de medición. *Diálogos*, 14, 19-40.

Stover, J. B., Bruno, F. P., Uriel, F. E., & Fernandez Liporace, M. M. (2017). Teoría de la Autodeterminación: una revisión teórica.

Subhash, S., & Cudney, E. (2018). Gamified learning in higher education: A systematic review of the literature. *Comput. Hum. Behav.*, 87, 192-206. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.05.028>.

Teixeira, P., Carreira, M., & Simões, J. (2023). Gamificación: motivando para el aprendizaje. *Innovación Educativa*. <https://doi.org/10.32870/iee.vi66.8106>.

Toda, A. M., do Carmo, R. M., da Silva, A. P., & Isotani, S. (2018). GAMIFY-SN: A meta-model for planning and deploying gamification concepts within social networks-A case study. In *Trends and Advances in Information Systems and Technologies: Volume 2 6* (pp. 1357-1366). Springer International Publishing.

Toda, A. M., do Carmo, R. M., da Silva, A. P., Bittencourt, I. I., & Isotani, S. (2019). An approach for planning and deploying gamification concepts with social networks within educational contexts. *International Journal of Information Management*, 46, 294-303.

Tondello, G. F., Wehbe, R. R., Diamond, L., Busch, M., Marczewski, A., & Nacke, L. E. (2016, October). The gamification user types hexad scale. In *Proceedings of the 2016 annual symposium on computer-human interaction in play* (pp. 229-243).

Vansteenkiste, M., Lens, W., & Deci, E. (2006). Intrinsic versus extrinsic goal contents in self-

determination theory: Another look at the quality of academic motivation. Educational Psychologist, 41(1), 19-31.

Vargas-González, M. L. (2020). El aprendizaje en línea en el contexto de la educación superior: Revisión bibliográfica en torno al papel de la motivación de los estudiantes y su relación con el abandono escolar. Revista de Educación Superior, 49, 155-176. <https://doi.org/10.36857/res.v49i195.236>.

Vázquez Rivera, P. F. (2021). Motivación educativa y aprendizaje en el área de matemática en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa John Nash-2020.

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. Uniciencia, 27(1), 74-94.

Wilson, L. O. (2016). Anderson and Krathwohl – Bloom's Taxonomy Revised. The Second Principle. <https://thesecondprinciple.com/teaching-essentials/beyond-bloom-cognitive-taxonomy-revised/>

Werbach, K., & Hunter, D. (2015). The Gamification Toolkit: Dynamics, mechanics, and components for the win. University of Pennsylvania Press.

Werbach, K. y D. Hunter. (2012). For the Win: How Game Thinking Can Revolutionize Your Business, 1ts Edition, 147, Wharton Digital Press, Philadelphia-Pennsylvania.

Yan, Y. (2023). Gamification in Primary School Mathematics Education. Journal of Education, Humanities and Social Sciences. <https://doi.org/10.54097/ehss.v22i.12468>.

Yáñez, S., & Castro, F. (2022). Evaluación de una estrategia de gamificación en estudiantes de educación media superior para el aprendizaje del inglés. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 12(2), 23-36.

Young, M. (2005). The Motivational Effects of the Classroom Environment in Facilitating Self-Regulated Learning. Journal of Marketing Education, 27, 25 - 40. <https://doi.org/10.1177/0273475304273346>.

Zainuddin, Z., Alba, A., Gunawan, T., Armanda, D., & Zahara, A. (2022). Implementation of gamification and bloom's digital taxonomy-based assessment: a scale development study with mixed-methods sequential exploratory design. Interact. Technol. Smart Educ., 20, 512-533. <https://doi.org/10.1108/itse-02-2022-0029>.

-
- Zainuddin, Z., & Hajar Halili, S. (2016). Flipped classroom research and trends from different fields of study. *International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 17(3), 313-340.
- Zainuddin, Z., Shujahat, M., Haruna, H., & Chu, S. K. W. (2020). The impact of gamification on learning and instruction: A systematic review of empirical evidence. *Educational Research Review*, 30, 100326.
- Zichermann, G., & Cunningham, C. (2011). *Gamification by design: Implementing game mechanics in web and mobile apps*. O'Reilly Media, Inc.
- Zuniga-Estrella, S. P. (2020). Estudio de la implementación de gamificación en cursos de matemáticas en la educación secundaria.

Anexos

Anexo 1: Guía de actividades.

Guía de actividades: Homotecia de forma Vectorial

Unidad 3: Homotecia y sus aplicaciones

Asignatura:	Matemáticas	Curso: 1º medio.
Objetivo	Construir homotecias utilizando regla y compás y vectores, y aplicando sus propiedades para resolver problemas en contextos diversos.	
NOMBRE		

Instrucciones: Disponen de 90 minutos para completar esta guía. Pueden trabajar en grupos de hasta 3 personas, pero cada uno debe entregar su propia guía completamente resuelta. Lean cuidadosamente cada pregunta y respondan lo solicitado. Al finalizar, entreguen la guía para su evaluación en la tabla de progreso. Administren bien su tiempo y soliciten ayuda si es necesario.

- I. Considera los puntos $A(-4, 2)$ y $O(-1, 4)$ y realiza lo pedido.

a) Construye el vector $\overrightarrow{OA}$.



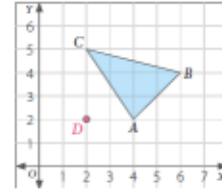
b) Determina la imagen del vector $\overrightarrow{OA}$ que se obtiene mediante una homotecia de centro $E(-1, 1)$ y razón de homotecia $k = -3$.

c) Determina la imagen del vector $\overrightarrow{OA}$ que se obtiene mediante una homotecia de centro $D(0, 0)$ y razón de homotecia $k = -3$.

d) ¿Qué ocurrió con el sentido del vector $\overrightarrow{OA}$ luego de aplicar las homotecias? Explica.

II. Analiza la figura, y luego responde lo solicitado.
 Considera el centro de homotecia $D(2, 2)$.

a) Valores de los vectores $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ y $\overrightarrow{DC}$

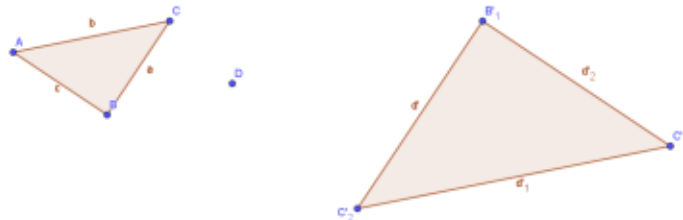


b) Las coordenadas de la nueva figura homotética si aplica una homotecia de razón $k = 2$.

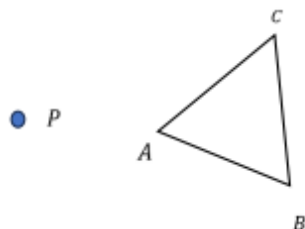
c) Las coordenadas de la nueva figura homotética si aplica una homotecia de razón $k = -2$.

d) La nueva figura homotética si aplica una homotecia de razón $k = 3$.

III. Tienes dos triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ en el plano. El triángulo $\triangle A'B'C'$ es la imagen homotética del triángulo $\triangle ABC$ con centro de homotecia P . Utilizando únicamente una regla y un compás, determina el valor aproximado del escalar utilizado para llegar de la figura original a la homotética. $A' B' C'$



- IV. Se tiene un triángulo $\triangle ABC$ y un punto fijo P fuera del triángulo. Realice una homotecia con razón $k = 2$ usando únicamente una regla y un compás para construir la imagen homotética $\triangle A'B'C'$



- V. **Actividad:** Homotecia en la vida real

1. Deben elegir uno de los siguientes casos de homotecia presentes en la vida real y lo trabajarán siguiendo los pasos indicados en cada problema (revisar al final de la guía)
2. Explicar la importancia y los beneficios de aplicar la homotecia en el contexto del ejemplo seleccionado.
3. Como "desafío" (voluntario) preparar una presentación breve (5 minutos) para exponer su trabajo al resto de la clase.

Además, se evaluará:

- Comprensión del concepto de homotecia y su aplicación en un contexto real.
- Capacidad de análisis e identificación de homotecias en ejemplos prácticos.
- Corrección en la construcción geométrica y cálculos realizados.
- Claridad en la explicación y presentación del trabajo.

- VI. ¿Crees que el visualizar los vectores y las figuras en el plano cartesiano te ayuda a comprender mejor los contenidos? Comenta con tus compañeros y responde.

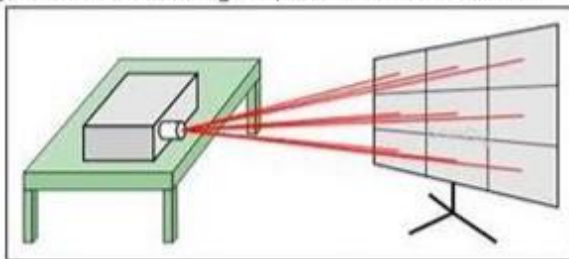
Matemática 1º medio / Unidad 3 / OA8 / Actividad 10

10. Resuelven los siguientes problemas:

- En el mapa se ve el plano de la ciudad de Pucón. La escala con la cual se proyecta es de 1:12 500.



- Miden en el mapa el largo y el ancho de la plaza y calculan aproximadamente sus dimensiones reales.
 - Calculan el área real de la plaza.
 - Determinan el factor con el cual se transforman las áreas.
- El dibujo de abajo representa la proyección de una diapositiva fotográfica del área original, de 24 mm x 36 mm.

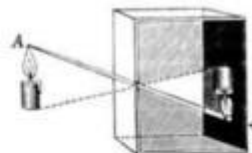


- Elaboran un modelo matemático con el cual se puede determinar, aproximadamente, el factor de transformación del área de la imagen de la diapositiva a la pantalla.
- Determinan aproximadamente el factor con el cual se proyectan segmentos lineales.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 1º medio**

Matemática 1º medio / Unidad 3 / OA8 / Actividad 7

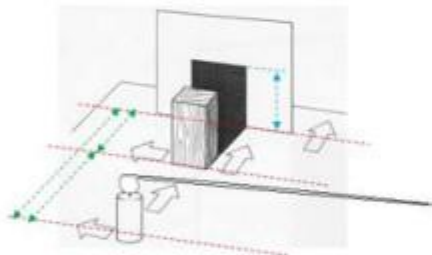
- 1) La figura corresponde a una cámara oscura que muestra la imagen de una vela proyectada en la pared del fondo.
 - Modelan la cámara oscura en el plano.
 - Aplican una homotecia para la proyección de una vela que tiene 5 cm de altura. La imagen de la vela en el fondo de la cámara oscura debe tener el doble de la altura original.
 - Explican y comunican la construcción realizada.



Ⓢ Ciencias Naturales OA 11 de 1º medio

Matemática 1º medio / Unidad 3 / OA8 / Actividad 1

- 1) Experimentan con luz de una lámpara o vela, un bloque y una pantalla, observando la sombra del bloque en esta última. Determinan cómo la altura de la sombra en la pantalla depende de la posición del bloque entre la luz y la pantalla. Luego, responden las preguntas que se indican más abajo.



- ¿Cómo cambia la altura de la sombra si se aleja el bloque de la lámpara o vela?
- ¿Cómo cambia la altura de la sombra si se acerca el bloque a la lámpara o vela?
- ¿En qué posición debe estar el bloque si la altura de la sombra es el doble de la altura del bloque?
- ¿En qué posición debe estar el bloque si la altura de la sombra es 1,5 veces más grande que la altura del bloque?

Ⓢ Ciencias Naturales OA 11 de 1º medio

Anexo 2: Conceptos relevantes para grupo focal.



Guía de conceptos

Gamificación

Uso de elementos de diseño de juegos en contextos no relacionados con juegos (Deterding et al., 2011). Estos elementos pueden ser: puntos, niveles, insignias, tablas de clasificación, desafíos, entre otros.

Tipos de jugadores

Los tipos de jugadores según Marczewski (2015) se dividen en seis categorías principales:

1. **Filántropos:** Motivados por el propósito y el significado, disfrutan ayudando a otros sin esperar una recompensa.
2. **Socializadores:** Disfrutan interactuando con otras personas y estableciendo relaciones.
3. **Espíritus Libres:** Valoran la autonomía y la autoexpresión, buscando explorar y crear dentro del sistema.
4. **Triunfadores:** Están motivados por desafíos y logros, buscando superar obstáculos y alcanzar objetivos.
5. **Jugadores:** Motivados principalmente por recompensas, están dispuestos a participar en actividades para obtener beneficios tangibles.
6. **Disruptores:** Les gusta provocar cambios en el sistema, ya sea para mejorar o simplemente para causar caos.

Hexad-12

Es una versión abreviada de la escala Hexad (Tondello et al., 2016) utilizada para evaluar los tipos de usuarios en gamificación. La escala original consta de 24 ítems, pero se desarrolló una versión corta que mantiene la validez y fiabilidad (Krath et al., 2023).

Gamify-SN

Es un meta-modelo diseñado para planificar e implementar conceptos de gamificación. Originalmente fue elaborado para redes sociales, pero se ha validado como estrategia para aplicarlo en educación (Toda et al., 2018).

Consta de las siguientes etapas:

Planificación: Definir los objetivos educativos y el contenido a gamificar.

Diseño: Desarrollar los elementos y reglas de la gamificación.

Implementación: Poner en marcha la actividad gamificada.

Evaluación: Evaluar la efectividad y recoger retroalimentación para mejoras.

Modelo LM-GM

Se utiliza para analizar y diseñar juegos, especialmente aquellos con propósitos educativos. Este modelo relaciona las mecánicas de aprendizaje (Learning Mechanics) con las mecánicas de juego (Game Mechanics) para asegurar que los elementos del juego apoyen los objetivos pedagógicos. Esto significa que las acciones realizadas en el juego están alineadas con los objetivos de aprendizaje, facilitando la adquisición de conocimientos y habilidades (Arnab et al., 2015).

Conexión entre LM-GM y la Taxonomía de Bloom

GAME MECHANICS	THINKING SKILLS	LEARNING MECHANICS	LOTS to HOTS
- Design/Editing - Infinite Game play - Ownership - Protégé Effect - Status - Strategy/Planning - Tiles/Grids	CREATING	- Accountability - Ownership - Planning - Responsibility	
- Action Points - Assessment - Collaboration - Communal Discovery - Resource Management - Game Turns - Pareto Optimal - Rewards/Penalties - Urgent Optimism	EVALUATING	- Assessment - Collaboration - Hypothesis - Incentive - Motivation - Reflect/Discuss	
- Feedback - Meta-game - Realism	ANALYSING	- Analyse - Experimentation - Feedback - Identify - Observation - Shadowing	
- Capture/Elimination - Competition - Cooperation - Movement - Progression - Selecting/Collecting - Simulate/Response - Time Pressure	APPLYING	- Action/Task - Competition - Cooperation - Demonstration - Imitation - Simulation	
- Appointment - Cascading Information - Questions And Answers - Role-play - Tutorial	UNDERSTANDING	- Objectify - Participation - Question And Answers - Tutorial	
- Cut scenes/Story - Tokens - Virality - Behavioural Momentum - Pavlovian Interactions - Goods/Information	RETENTION	- Discover - Explore - Generalisation - Guidance - Instruction - Repetition	

Table 2. Classifications based on Bloom's ORDERED Thinking Skills

(Lim et.al, 2016)

Referencias

Arnab, S., Lim, T., Carvalho, M. B., Bellotti, F., Freitas, S. D., Louchart, S., Suttie, N., Berta, R., & De Gloria, A. (2015). Mapping learning and game mechanics for serious games analysis. *British Journal of Educational Technology*, 46(2), 391-411.

Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., & Nacke, L. (2011). From game design elements to gamefulness: Defining "gamification". *Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments*, 9-15.

Krath, J., Altmeyer, M., Tondello, G. F., & Nacke, L. (2023). Hexad-12: Developing and Validating a Short Version of the Gamification User Types Hexad Scale. *Proceedings of the 2023 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*.

Lim, T., Carvalho, M. B., Bellotti, F., Arnab, S., De Freitas, S., Louchart, S., ... & De Gloria, A. (2015). The LM-GM framework for serious games analysis. *Pittsburgh: University of Pittsburgh*.

Marczewski, A. (2015). User types. En *Even Ninja Monkeys Like to Play: Gamification, Game Thinking and Motivational Design*

Tondello, G. F., Wehbe, R., Diamond, L., Busch, M., Marczewski, A., & Nacke, L. (2016). The Gamification User Types Hexad Scale. *Proceedings of the 2016 Annual Symposium on Computer-Human Interaction in Play*.

Anexo 3: Resumen de la investigación para grupo focal

Resumen de la investigación:

Objetivo general: Adaptar y validar una actividad matemática con gamificación para promover la habilidad de representación matemática, mediante el concepto de homotecia vectorial, en estudiantes de primer año medio.

Objetivos específicos:

- Caracterizar los tipos de jugadores y jugadoras entre estudiantes de primer año medio utilizando el test Hexad-12.
- Adaptar una actividad matemática con gamificación, mediante el concepto de homotecia de forma vectorial, a través del meta-modelo Gamify-SN y el marco LM-GM para juegos serios.
- Validar la estrategia diseñada a través de un grupo focal con docentes.

Para planificar el proceso de gamificación se utilizó el meta-modelo Gamify-SN, las etapas utilizadas fueron planificación y diseño, donde en la primera se escogió como objetivo de aprendizaje el MA1M OA 11: "Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo". Este objetivo fue seleccionado por su enfoque explícito en la habilidad de representación matemática, uno de los focos principales de la investigación. La planificación se adaptó a partir de tres clases de homotecia vectorial ya escritas en la guía didáctica del docente.

Para la segunda parte (diseño), la investigación se dividió en dos fases, comenzando, aplicando el test Hexad-12 para identificar los tipos de jugadores predominantes en el curso dando por resultado espíritu libre, jugador y filántropo.

Se alineó la taxonomía de Bloom con el modelo LM-GM (Learning Mechanics and Game Mechanics). Se identificó que la habilidad de representación matemática corresponde al segundo nivel de la taxonomía de Bloom (comprender) y se amplió hacia el tercer nivel (aplicar).

Para el nivel de comprensión, se implementaron las siguientes mecánicas:

- Game Mechanics:
 - Appointment: Implica establecer citas o plazos para completar tareas o actividades motiva al jugador a regresar al juego en momentos específicos.
 - Cascading Information: Proporciona información gradualmente, como una cascada de detalles.
 - Question and Answer: Involucra preguntas y respuestas para fomentar la comprensión.
- Learning Mechanics:
 - Question and Answer: Similar al enfoque de preguntas y respuestas en el juego.
 - Objectify: asigna objetivos concretos y medibles al estudiante.
 - Participation: Fomenta la participación activa de los estudiantes.

Para el nivel de aplicación, se utilizaron:

- **Learning Mechanics:**
 - Cooperation: Promueve la colaboración entre estudiantes.
 - Competition: Introduce elementos competitivos para motivar el aprendizaje.
 - Action/Task: Enfoca en tareas prácticas y aplicadas.
- **Game Mechanics:**
 - Cooperation: Fomenta la cooperación entre jugadores.
 - Progression: Proporciona un sentido de avance y logro.
 - Time Pressure: Introduce presión temporal para aumentar la emoción y el compromiso.

Para la segunda fase de la investigación, estos elementos se incorporaron en la adaptación de tres planificaciones de clase, integrando la gamificación considerando los tipos de jugadores identificados y sus motivaciones.

Los elementos de juegos para los tipos de jugadores en la planificación son:

1. Jugadores:
 - Se implementó una "Tabla de Progreso" que funciona como un ranking motivando a través de la competencia.
 - La tabla proporciona retroalimentación constante sobre el desempeño en cuatro elementos: conocimiento, creatividad, colaboración y participación.
2. Espíritus libres:
 - Se diseñaron actividades que permiten flexibilidad, como la libertad de escoger problemas a trabajar entre diferentes opciones y contextos.
 - Se incorporaron ejercicios donde los estudiantes pueden escoger elementos como la escala de la homotecia o la posición del centro de homotecia.
3. Filántropos:
 - Se incluyeron actividades colaborativas.
 - Se incorporaron preguntas que contextualizan y dan propósito sobre el contenido en situaciones de la vida cotidiana o laboral.

Anexo 4: Respuestas cuestionario grupo focal.



Pauta de validación de la adaptación de la actividad matemática con gamificación

Objetivo de la investigación: Adaptar y validar una actividad matemática con gamificación para promover la habilidad de representación matemática mediante el concepto de homotecia vectorial en estudiantes de primer año medio.

Objetivo de la adaptación de la actividad: Promover la habilidad de representación matemática en los estudiantes de primer año medio mediante estrategias de gamificación basadas en el concepto de homotecia vectorial.

A continuación, se dan a conocer criterios a evaluar de la adaptación de la actividad matemática. En los espacios en blanco anote el nivel de claridad y pertenencia de cada ítem.

Claridad:

Nivel 1. La redacción no es clara

Nivel 2. La redacción es medianamente clara y requiere modificaciones

Nivel 3. La redacción es muy clara.

Pertenencia:

Nivel 1. Las actividades no son pertinentes en relación con el objetivo de aprendizaje / marco teórico, según corresponda.

Nivel 2. Las actividades son parcialmente pertinentes en relación con con el objetivo de aprendizaje / marco teórico, según corresponda.

Nivel 3. Las actividades son pertinentes en relación con el objetivo de aprendizaje / marco teórico, según corresponda.

- Profesor 1**

Clase 1:

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	3	3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	3	3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	3	3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	3	3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	3	3

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
No aplica
Propuestas de mejora:
Añadir, en algún momento del desarrollo o cierre un formato de evaluación con mayor objetividad sobre los contenidos/habilidades que la observación directa o preguntas dirigidas

Clase 2:

Dimensión de los aprendizajes	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	3	3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	3	3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	3	3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	3	3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	3	3

Módulo	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
No aplica
Propuestas de mejora:

Clase 3:

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los	3	3

	aprendizajes de la clase.		
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	3	3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	3	3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	3	3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	3	3

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
No aplica
Propuestas de mejora:
En el cierre, se podría añadir una reflexión final de los estudiantes respecto a la propia experiencial del proyecto de gamificación
Una interacción con la propia tabla que demuestre el progreso y posiciones finales de los estudiantes

Guía:

Dimensión	Claridad	Pertenencia
Item I	3	3
Item II	3	3
Item III	3	3
Item IV	3	3
Item V	3	3
Item VI	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
No aplica
Propuestas de mejora:
Según la taxonomía de Bloom, hay actividades que superan el nivel de comprensión/aplicación presupuestada en el diseño de la gamificación. Mejorar
Las siguientes recomendaciones funcionan tanto para el presente documento como para propia guía de actividades: - Diversificar las actividades con minijuegos o dinámicas respecto a la clase 1 para así lograr captar la motivación de los estudiantes - Hacer más explícita la interacción con la tabla y el puntaje - La mayoría de las actividades planteadas en la propuesta, están pensadas para lograr el desarrollo de las habilidades matemáticas. Por lo mismo, y considerando que se declara como elemento relevante la cooperación/trabajo en equipo, se podrían añadir actividades que den mayor importancia (Por ejemplo apuntar a una cooperación entre los distintos grupos de trabajo)

- **Profesor 2**

Clase 1:

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	3	3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	3	3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	3	3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	3	3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	3	3

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
Propuestas de mejora:
Excelente propuesta, cómo sugerencia agregaría en el final de la clase, el avance que los estudiantes lograron alcanzar, para que ellos se motiven a la clase siguiente y analicen que podrían hacer para mejorar o sus avances por clases.

Clase 2:

Dimensión de los aprendizajes	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	3	3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	3	3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	3	3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	3	3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	3	3

Módulo	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
Propuestas de mejora:
Muy buena clase, organizada correctamente, sugerencia para mejorar, cambiar la estrategia de cierre por algún test o ticket de salida, para no utilizar el mismo recurso de la clase anterior.

Clase 3:

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	3	3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	3	3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	3	3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	3	3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	3	3

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	3	3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	3	3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	3	3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
Propuestas de mejora:
La clase esta muy bien organizada, en la parte final de la clase se debería analizar la estrategia de gamificación con los estudiantes, si les gusto o no, si notaron diferencia en las clases, y los logros que obtuvieron con el desarrollo de las clases y las actividades.

Guía:

Dimensión	Claridad	Pertenencia
Ítem I	2	1
Ítem II	3	1
Ítem III	3	2
Ítem IV	3	2
Ítem V	3	1
Ítem VI	3	1

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:

--

Propuestas de mejora:

Todos los ítems de la guía se entienden, son claros, pero al leer las indicaciones se aprecia una guía común, no se observa la gamificación, como sugerencia modificar las indicaciones y guiarlas hacia una gamificación, dando puntos, creando la instancia de competencia entre los estudiantes (dirigida hacia el conocimiento y no al hecho de ganar o terminar primero).

• **Profesor 3**

Clase 1:

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	Nivel 3	Nivel 3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	Nivel 3	Nivel 3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	Nivel 3	Nivel 3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	Nivel 3	Nivel 3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	Nivel 3	Nivel 3

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	Nivel 3	Nivel 3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	Nivel 3	Nivel 3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
Propuestas de mejora:
Claridad: - Asegurarse de que todas las instrucciones y descripciones sean lo más específicas y detalladas posible. - Incluir ejemplos concretos para ilustrar cómo las actividades se relacionan con los conceptos matemáticos. Pertenencia: - Verificar que cada actividad esté directamente vinculada con el objetivo de aprendizaje y cubra todos los aspectos necesarios.

- Asegurarse de que las mecánicas de gamificación se integren de manera coherente y efectiva en el contexto de los objetivos de aprendizaje.

Clase 2:

Dimensión de los aprendizajes	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	Nivel 3	Nivel 3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	Nivel 3	Nivel 3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	Nivel 3	Nivel 3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	Nivel 3	Nivel 3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	Nivel 3	Nivel 3

Módulo	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	Nivel 3	Nivel 3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	Nivel 3	Nivel 3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por los cuales puede ser no clara o pertinente:
Propuestas de mejora:
Claridad: • Proporcionar ejemplos adicionales o gráficos si es necesario para clarificar conceptos complejos.

Pertenencia:

- Asegurar que todos los estudiantes participen activamente y puedan demostrar su comprensión de los conceptos.

Clase 3:

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Inicio de clase	Relación con el contexto, ideas, experiencias o intereses de los estudiantes para aproximarlos a los aprendizajes de la clase.	Nivel 3	Nivel 3
Desarrollo de clase	Abordaje de las habilidades, contenidos y actitudes (si corresponde) que declare el objetivo.	Nivel 3	Nivel 3
	Descripción de distintos recursos o medios didácticos requeridos para el desarrollo de las actividades.	Nivel 3	Nivel 3
Cierre de clase	Existencia de instancias de consolidación, síntesis o relación con otros aprendizajes o experiencias, de los aprendizajes centrales de la clase.	Nivel 3	Nivel 3
Evaluación de los aprendizajes	Definición de estrategias de evaluación que permitan verificar el logro de los aprendizajes.	Nivel 3	Nivel 3

Dimensión	Descripción	Claridad	Pertenencia
Gamificación	Contribución de las actividades de mecánicas de juego (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de mecánicas de aprendizaje (modelo LM-GM) a la promoción de la habilidad de representación matemática.	Nivel 3	Nivel 3
Tipos de jugadores	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "espíritu libre".	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "jugador".	Nivel 3	Nivel 3
	Contribución de las actividades de gamificación a la satisfacción de las necesidades de los jugadores de tipo "filántropo".	Nivel 3	Nivel 3

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por las cuales puede ser no clara o pertinente:
Propuestas de mejora:
Claridad:

- Agregar ejemplos visuales y demostraciones prácticas adicionales para asegurar que todos los estudiantes comprendan los procedimientos.
- Proporcionar guías más detalladas para el uso de herramientas gráficas, especialmente para los estudiantes que pueden necesitar apoyo adicional.

Pertenencia:

- Revisar las actividades para asegurarse de que todas estén directamente alineadas con el objetivo de aprendizaje y adaptadas al nivel de los estudiantes.
- Asegurarse de que las actividades de gamificación sean accesibles y motivadoras para todos los tipos de jugadores, y que todas las partes de la planificación estén diseñadas para reforzar el objetivo de la clase.

Guía:

Dimensión	Claridad	Pertenencia
Ítem I	Nivel 2	Nivel 1
Ítem II	Nivel 2	Nivel 1
Ítem III	Nivel 2	Nivel 1
Ítem IV	Nivel 3	Nivel 1
Ítem V	Nivel 3	Nivel 1
Ítem VI	Nivel 3	Nivel 1

Observaciones y recomendaciones:

Motivos por las cuales puede ser no clara o pertinente:
No cumple con la metodología de aprendizaje que se quiere implementar.
Propuestas de mejora:
Realizar una actividad pertinente a gamificación.

Anexo 5: Tipeo reunión grupo focal

mar, 23 jul 2024

Moderador: Hola, estamos esperando a que se conecten dos profesoras. ¿Cómo está, profesor 1?
Hola, bien, aquí.

Profesor 1: Voy a aprovechar a hacer un comentario. Bueno, gracias. ¿Y ustedes cómo están? Bien.

Moderador: Aquí estamos con frío

Profesor 1: Estamos esperando que vea una profe que tiene problemas para ingresar, así que eso estamos solucionando.

Moderador: Ya, súper.

Profesor 1: Bueno, entonces. Un saludo.

Moderador: Hola, buenas noches. Buenas noches. ¿Cómo están? Bien. Buenas noches.

Profesor 2: Buenas noches. Hola, hola, muchas gracias.

Moderador: Gracias por por aceptar la invitación. Bueno, vamos a partir. Primero les voy a mostrar uno de los documentos que les envié. Ya tiene el tema del consentimiento informado. Ya para que lo puedan revisar. Bueno, igual lo voy a compartir, de hecho, para que lo puedan ir mirando. A ver, espérenme un poquito es porque, más que nada es por el hecho del tema de la grabación entonces, ese es el consentimiento informado que yo les envié al correo y ahí está, digamos, la descripción dice que han sido invitados a participar en este estudio que se titula adaptación y validación de estrategia de gamificación para promover la habilidad de representación matemática mediante el concepto de homotecia vectorial en estudiantes de primer año medio. Entonces ahí está el objetivo general del estudio, adaptar y validar una actividad matemática con gamificación para promover la habilidad de representación matemática mediante el concepto de homotecia vectorial. Entonces acá está, por ejemplo, el tema de asistir al grupo focal, la sesión del grupo focal, que será grabada, ese es el punto, por eso entonces les tengo que hacer ese comentario primero, donde discutiremos la planificación adoptada, las actividades planificadas y efectivas. Ahí están los beneficios y riesgos, los de almacenamiento de los datos, digamos, no se van a mencionar, ninguno de esos datos solamente los vamos a mencionar, digamos, los vamos a almacenar ahora, pero para el tema de investigación, digamos, no se van a mencionar nombres ni nada, solamente profesor 1, profesor 2, profesor 3. Entonces eso es para que lo tengan claro, y ahí abajito, al final del documento, está la autorización, entonces ahí ponen su nombre, una firma, o sea, si tienen alguna foto digital de la firma, la podrían agregar ahí, y la fecha de hoy, digamos que es 23 julio. Así que eso es lo primero, ya como para yo empezar a, digamos, la autorización para que podamos grabar esta sesión, como les digo, No vamos a almacenar ningún dato de ustedes, más que nada solamente para el tema de la investigación vamos a mencionar como profesor 1, profesor 3. Así que eso, quiero saber si, bueno, en realidad está más o menos claro ese tema para poder partir con la grabación.

Profesor 1: Sí, muy claro. Gracias, profesor.

Moderador: Profesoras, para poder partir. Ningún problema.

Profesor 3: Muchas gracias, profesora.

Moderador: Sí, ningún problema. Muchas gracias, profesora. Entonces vamos a partir, voy a partir grabando Estoy partiendo la grabación entonces La idea, bueno, yo voy a ser el moderador de este grupo focal, la tesista en este caso va a tomar las notas La idea es que puedan anotar lo más posible, aunque como va a estar la transcripción igual, después la vamos a tener que pasar a documento. Pero de todas formas es para ir anotando los puntos más importantes de lo que se vaya a conversar hoy día. Como primer punto, quiero que nos presentemos. Voy a partir yo. Después le voy a decir a la tesista que se presente, y después el resto también, que se presente y que ojalá, bueno, los profesores que van a estar involucrados en este grupo focal, que puedan decir cuántos años llevan, digamos, de profesores ejerciendo, digamos, qué asignaturas realizan, y lo otro es, les voy a pedir si es que tienen alguna experiencia, que cuenten si es que han tenido alguna experiencia previa trabajando con gamificación. Esos son los tres puntos. Bueno, me voy a presentar yo primero, Soy el moderador, de profesión soy ingeniero civil, pero hice un magíster en educación informática, o sea, tengo un magíster en informática educativa, en la Universidad de Concepción. Hago clases en la Universidad de Concepción-Campo de Los Ángeles ya desde hace siete años, me he especializado en temas de tecnología, esa es mi área, entonces la idea es que acá también, bueno, la tesis se refleja un poco el hecho de que podamos aplicar, más que tecnologías, sino que estrategias innovadoras en también el desarrollo de las clases de matemáticas y de la especialización. Así que eso, le voy a pedir a la tesista también, ahora que se presente, digamos, para el resto.

Tesista: Hola, me llamo Paulina, para el profesor que no me conoce, soy estudiante de la carrera de pedagogía en matemática, y estoy ya finalizando aquí con mi tesis, validando esta planificación.

Moderador: Muy bien, muchas gracias. Bueno, ya les voy a pedir entonces a los profesores, no sé quién quiere partir ahí de los profes presentándose, digamos. Profesora 3. Perdón, pensé que, como había... ¿Ahí? Sí, se escucha.

Profesor 3: Mi nombre es Profesor 3, soy profesora de Matemáticas y Docencia Tecnológica y profesora guía de la tesista. Llevo 10 años de docencia en el mismo establecimiento de educación.

Moderador: Y la otra pregunta era si había tenido alguna experiencia con gamificación, con el concepto de gamificación.

Profesor 3: No, es un concepto nuevo, o sea, nosotros hemos aplicado técnicas de juego dentro del aula pero nunca llevado al concepto de gamificación, siempre más que como estrategia de enseñanza, como estrategia de motivación para activar conocimiento, para motivar la introducción del concepto, pero nunca como una estrategia en sí para enseñar un concepto, ni menos un concepto matemático.

Moderador: Eso, muchas gracias profesora. Vamos a dirigir nomás, profesor 1.

Profesor 1: Sí, de hecho, soy Profesor 1, primero tengo la carrera de Kinesiología, luego, por cosas de la vida, terminé en el programa de la UNAP para egresados, en el cual saqué el título de profesor de Biología para Enseñanza Media, y posterior a eso hice un magistro en Didáctica para el Trabajo de Metodología de una aula, y justamente la tesis, el proyecto de tesis que hice ahí, fue una estrategia de gamificación, en donde se desarrollaba la idea de la metodología de análisis de casos, en combinación con la gamificación. Llevo actualmente cinco años en ejercicio, y actualmente me desempeño como encargado de laboratorio y profesor de Biología en Enseñanza Media, y una experiencia de gamificación ya estructurada, con todos los pasos y eh y requerimientos es una en donde se aplicó una una estrategia de eh la evolución de dragones en y de evolución de dragones en primero en primero medio

Moderador: Muchas gracias profesor. Profesora 2

Profesor 2: eh hola mi nombre es Profesor 2, Llevo seis años ejerciendo como profesora, soy profesora de educación básica y este año es primera vez que estoy haciendo una enseñanza media. Así que igual estoy innovando. Como la profesora 1, igual yo he utilizado los juegos más que nada como motivación, pero no como para enseñar algún concepto o para bajar algo propiamente matemático. Así que va a ser totalmente nuevo y gratificante.

Moderador: Súper, muchas gracias profesora 2. Bien, una vez hecha la presentación, la idea ahora es que yo les voy a mostrar algunos conceptos que van a ser relevantes. Ustedes también tienen el archivo, se los envíe, digamos, que el archivo se llama conceptos relevantes, creo, para el grupo Focal. Vamos a revisarlos, ya para que todos más o menos tengamos al menos una idea de lo que, digamos, es gamificación, de los conceptos que vamos a utilizar hoy día, o sea, más que nada, son temas de literatura, de cómo la literatura aborda esto, entonces para eso yo les voy a compartir, ya, que es el documento que ustedes mismos tienen ahí, ya, en un minuto, Estos conceptos relevantes... Bien. Entonces, esta guía es una pequeña guía, una mini guía de lo que vamos a ocupar hoy día también para poder validar esta planificación. Entonces, lo primero es definir lo que es gamificación. La gamificación, según la definición de Betadine, Y muchos, como dice ahí, el año 2011 define como el uso de elementos de diseño de juegos en contextos no relacionados con juegos. Cuando habla de uso de elementos de diseño de juego, allá abajo especifica que estos elementos pueden ser, por ejemplo, puntos, niveles, insignias, tablas de clasificación, desafíos entre los estudiantes y otros que también pueden ser mencionados. Cuando se habla de contextos no relacionados con juegos, específicamente, es porque uno puede aplicar estos elementos en otras áreas de la vida en general Ahí se toca también el tema de que esta gamificación puede ser utilizada en educación, pero también puede ser utilizada en salud, puede ser utilizada en Por ejemplo, ustedes cuando van al supermercado y tienen que dar su punto, o sea, su root para acumular puntos, eso también es gamificación. O sea, en un punto ustedes lo están, digamos, diciendo que le van a presentar, ¿cierto? Ustedes por sus compras van a poder acumular puntos, y esos puntos después se van a poder canjear por premios. Entonces, en cierto modo también eso también sería gamificación. Entonces, no es necesariamente un juego. Sino que son los elementos

que se usan en los juegos para poder trasladarlos a otros contextos. Entonces eso es lo primero a clarificar. Ya lo segundo es el tema de los tipos de jugadores. Hay una clasificación que se ha dado según, digamos, Marzewski el año 2015, ya que divide a los jugadores en seis categorías. O sea, él dice que los tipos de jugadores son los siguientes. Primero, que existe un tipo que se llaman los filántropos, y esos filántropos en realidad lo que los mueve, por lo general, es más que el hecho de poder ganar o de, digamos, competir, es el hecho de ayudar a otras personas. O sea, ellos como que disfrutan haciendo eso, digamos, sin esperar, como dice ahí, una recompensa. O sea, están ahí, como dice también, motivados por el propósito, o sea, por un significado, un sentido. O sea, yo hago esto porque tiene un sentido para mí, digamos, entonces, más que el hecho de estar compitiendo. Después vienen los socializadores, que también son personas que podrían, a lo mejor, parecerse un poco a los filántropos, pero ellos disfrutan más, como dice ahí, de la interacción. Digamos, establecer vínculos, establecer relaciones, eso, por eso también, digamos, juegan, porque necesitan, digamos, hacer ese tipo de vínculo, ya de socialización. Después está la clasificación de los espíritus libres, ya se dice que los espíritus libres son, digamos, jugadores que van a poder, digamos, explorar, que les gusta explorar, que les gusta como, como buscar cosas nuevas, ya, y valoran mucho lo que es la autonomía, o sea, que los dejen un poco en paz, como podríamos decir, y también autoexpresarse, o sea, que ellos puedan tener, digamos, la voluntad y que no, a lo mejor, no fijarse tanto por las reglas, ya, ese es, digamos, el concepto de espíritu libre. Que que les den más independencia. Ya también está el concepto de los triunfadores, ya ahí como bien dice están motivados, estos sí que están motivados por el tema de desafío, de logro, de que tengan un reconocimiento. Ya entonces buscan también ahí como dice superar los obstáculos, alcanzar objetivos. Estos triunfadores como bien se refleja aquí, sí digamos los motiva más el hecho de que sean reconocidos. Ahora aparecen también los jugadores, Jugador es así como definido como jugador, tipo jugador, que es el que realmente lo único que lo mueve son las recompensas. O sea, están movidos principalmente por eso, porque yo voy a recibir algo por hacer esto. Entonces, ahí como dices, están dispuestos a participar en actividades para obtener beneficios. Finalmente, lo que los mueve es eso, la recompensa. Y están los disruptores, que creo que en general son como los menos, pero son los que le gusta jugar porque generan caos, o sea, generan cambio, le gusta que todo cambie, que si hay un juego ojalá cambien las reglas, ojalá hacer como una especie de disrupción dentro de eso. Entonces esos son los tipos de jugadores.

Moderador: tenemos que... Hay un... Nosotros lo que... Bueno, vamos a revisar después lo que ocupamos para poder evaluar este tipo de jugador, de hecho, ustedes mismos pueden evaluarse y pueden ver qué tipo de jugador es predominante porque por lo general uno a veces puede tener rasgos de uno u otro, pero hay siempre un rasgo predominante. Ya, entonces, el HEXAD-12 es un cuestionario, digamos, que se utiliza para evaluar estos tipos de usuarios, o sea, la verdad es que son 12 preguntas, que hacen relación con los tipos de jugadores anteriores. Entonces, antes había un cuestionario que era el exacto 24, ya que eran 24 preguntas, pero se acortó, digamos, a 12, porque en realidad para evitar que uno se aburriera en que contestan 24 preguntas, porque igual es harto, digamos. Entonces, mantiene eso sí la validez, o sea, finalmente es lo mismo. Hacer el test de hacer 12 el test de va a 24 entregar un resultado, digamos, similar. Y lo otro es el Gamify-SN. Gamify-SN es un modelo, un metamodelo en realidad, que es parte de otros modelos, y lo que

hace este metamodelo es poder planificar. Originalmente se hizo para las redes sociales, o sea, esto era para que, digamos, poder a lo mejor capturar elementos de gamificación en un Instagram de publicidad, en una red social como Facebook. Ya, de hecho, ese era su objetivo al principio, pero después ha sido realmente una estrategia que se ha visto que es efectiva en educación, ya como para poder planificar y diseñar, e implementar también, y posteriormente vamos a ver que también se evalúa. Ya entonces, de hecho, es como la única estrategia probada y evaluada y validada, digamos, en realidad, más que probada, es validada, para poder aplicarlo en educación. Ya, de hecho, ahí está la referencia, y bueno, en este caso podemos ver que ese es el modelo que nosotros vamos a utilizar en la investigación. Lo vamos a contar ahí después, cuando sigamos. Y, bueno, ahí están, digamos, las etapas de Gamify-SN. Está la planificación, que sería como definir los objetivos educativos y lo que vamos a planificar. El contenido, ya primero definir los objetivos de aprendizaje, todo lo que tiene que ver con educación. Después, el diseño nos va a permitir compatibilizar esto con los elementos y reglas de la gamificación. Después, la implementación va a ser poner en marcha, o sea, implementar la actividad gamificada. Y, finalmente, evaluar. Nosotros para efectos de estrategia vamos a ocupar solo las primeras dos etapas, ya que la implementación no la vamos a realizar ni la evaluación tampoco. Ya solamente nos vamos a enfocar en planificación y diseño. Y por último, tenemos el modelo LM-GM. ¿Qué es el modelo LM-GM? Bueno, la idea es, como tenemos que enfocar un poco esto a lo que es el tema educativo, ya se ha creado este modelo para poder darle una orientación de aprendizaje a esta gamificación porque sabemos que la gamificación son los elementos del diseño pero para poder crear lo que se llaman los juegos serios ya que son juegos que tienen un objetivo no necesariamente son así como que son serios pero se refiere a que tienen un objetivo como más digamos desde, por ejemplo, el punto de vista de salud, de educación, una cosa que, claro, uno lo podría categorizar como seria, pero no quiere decir que el juego sea serio, o sea, igual uno se puede entretener, digamos, pero la idea es que el objetivo es serio, o sea, el objetivo es aprender, por ejemplo, en el caso de salud también, o sea, uno podría decir que puede ocupar la calificación para que, como se ha dado varias veces, para que a lo mejor un grupo de, digamos, de gente, pacientes, ¿cierto?, se mejoren su calidad de vida, o mejoren la forma en que, por ejemplo, pueden consumir los medicamentos, hay un juego súper conocido que es el Remission, que habla de que les enseña a los pacientes con cáncer por qué tienen que tomarse los medicamentos, por qué tienen que seguir un tratamiento, y ha sido efectivo, digamos, en que ellos adoptan mejor su tratamiento. Entonces ahí estamos hablando de juegos serios. Entonces, ¿qué es lo que el modelo LM-GM? Lo que hace es relacionar lo que se llaman las mecánicas del juego, que a veces ahí en la literatura como que se habla de mecánica, a veces se habla de elementos, bueno, pero por lo general acá son, digamos, las características que va a tener el juego las cosas, los elementos que va a tener este juego, por ejemplo, el hecho que puedan, hay como bien dice, digamos en inglés, pero hay varios aspectos ahí, por ejemplo, el hecho de que puedan capturar o eliminar a un rival, competir, cooperar, moverse, moverse, todas esas cosas son elementos de juegos que vamos a considerar que son las mecánicas. Ahí también habla de, digamos, el punto de acción, diseño, edición, status, hay varias cosas ahí, planeación, estrategia, digamos que son elementos que son de los juegos. Entonces eso lo vamos a definir como las mecánicas de juego, y lo interesante acá es que se vincula esto con

mecánicas de aprendizaje. Y aquí entra el tema educativo. Vamos a vincular estos elementos de juego que la idea es que apoyen estos objetivos pedagógicos. Que podamos hacer este vínculo entre lo que hacemos en los juegos con lo que aprenden.

Moderador: Lo otro que nosotros vamos a considerar acá es que dentro del modelo LM-GM, que se llama, hay una conexión que se hace entre las mecánicas de juego, las mecánicas de aprendizaje, y los elementos, los niveles de la taxonomía de Bloom. Entonces ahí aparece, por ejemplo, en la parte de retención, que sería el primer nivel, o parte de, digamos, lo más bajo, digamos, ahí aparecen algunas cosas dentro de las mecánicas del juego que nos pueden ayudar también a estas mecánicas de aprendizaje, por ejemplo, repetición, exploración, generalización, descubrimiento, y para eso también podemos tomar esas mecánicas del juego que están en el lado izquierdo. Ahora, también después subiendo de nivel tenemos la comprensión. Ya hay ahí de nuevo, hay preguntas y respuestas, también se mencionan... Preguntas y respuestas también son parte de un juego, o sea, si uno ve un juego, por ejemplo, puede ver que en algunos juegos uno tiene que responder a lo mejor una pregunta para poder avanzar. Entonces acá también se relaciona con la mecánica de la comprensión. También está la de la aplicación, y ahí vamos subiendo, digamos, a los niveles de la taxonomía de Bloom hasta los niveles de orden superior, que serían estos tres que están acá. Entonces, dicho esto, me parece que esto sería lo último, bueno, ahí yo les envié ese documento para que lo tengan también, lo puedan ahí, y ahí están, digamos, las referencias que están utilizadas dentro de la literatura de este documento. Entonces, eso primero como para que tengamos una especie de marco donde nos vayamos, digamos, moviendo. Una vez dicho esto, ahora les voy a presentar lo que es el resumen de la investigación que hemos estado haciendo hasta el momento.

Moderador: Entonces un resumen también trata de ser lo más sintetizado posible para que no tampoco estemos tanto rato. Entonces acá el resumen de la investigación, ustedes también lo tienen, se lo envíen. Entonces el objetivo de esta investigación es adaptar y validar una actividad matemática con gamificación para promover la representación matemática mediante el concepto de homotecia vectorial en estudiantes de primer año medio. Los objetivos específicos son los siguientes, caracterizar los tipos de jugadores y jugadoras entre estudiantes del primer año medio utilizando el test HEXAD-12, y aquí ya lo habíamos mencionado anteriormente en la introducción, adaptar esta actividad matemática con gamificación, o sea, hacer aquí la planificación, digamos, mediante el concepto de homotecia vectorial, a través del modelo Gamify-SN y el marco LM-GM, que también lo revisamos, o sea, revisamos esos dos aspectos. Y finalmente, que ya estaríamos en esta etapa ahora, que es lo que, la verdad, cuando ustedes entran acá en este punto, que es el validar esta estrategia, digamos, que va a validarse en dos puntos, vamos a validar una planificación y una guía de ejercicios que, digamos, Paulina desarrolló. Entonces, aquí cuenta un poquito también cómo hicimos nosotros el proceso, ya para, digamos, planificar el proceso, entonces, de gamificación, se utiliza este modelo, el modelo Gamify-SN. Entonces, como vemos ahí, las etapas que nosotros, y yo les había comentado ya, las etapas que nosotros utilizamos fueron la planificación y el diseño. Entonces, en la planificación uno lo que hace, como habíamos visto en el modelo Gamify-SN, lo primero que hacemos es ver qué es lo que vamos a enseñar, o

sea, cuál es el contenido, digamos, pedagógico que vamos a utilizar. Entonces acá para la tesis se escogió el objetivo aprendizaje 11, es representar el concepto de homotecia de forma vectorial relacionándolo con un producto de un vector por un escalar de manera manual y o con software educativo. Entonces como ahí se menciona, este objetivo fue seleccionado por su enfoque explícito en la habilidad de representar, ya que si recordamos el objetivo, la idea es que también se promueva esa habilidad, la habilidad de representación. Entonces, ¿cómo lo realizó? Adaptó tres clases con este objetivo de aprendizaje, a partir de, digamos, lo que es el concepto de homotecia vectorial, y que también utilizó como base la guía del docente. Entonces, eso como primera parte. Para el diseño de la actividad, acá ya en el diseño uno empieza a ver los elementos de planificación, cómo se relacionan con los elementos que se hacen en la planificación, Entonces, acá la investigación, como ahí se describe, se dividió en dos fases. La primera es que tratamos de identificar el tipo de jugador que tenían los estudiantes en este curso. Nosotros, bueno, aquí no se menciona porque en realidad no, pero lo hicimos en un primer año medio. Identificamos entonces los tipos de jugadores predominantes en el curso y los resultados que tuvo el test HEXAD-12, que lo aplicamos en una clase, Fueron los... Escogimos los tres primeros. Espíritu libre apareció, apareció jugador y apareció filántropo. Esos fueron los tres tipos de jugadores predominantes que estuvieron en el curso. Entonces, en base a eso, nosotros también pudimos hacer el match, digamos, entre lo que es la taxonomía de Bloom, el modelo LM-GM, y, digamos, estos tipos de jugadores que íbamos a hacer en función de, digamos, lo que ya habíamos visto en el principio, que lo que queríamos lograr, que era el objetivo de aprendizaje, ese que escogió anteriormente. Entonces, lo que hicimos acá es mediante algunas fuentes, digamos, no están acá las fuentes, pero las tenemos, sí, es que la habilidad de representación matemática la vamos a posicionar en algunos niveles, o sea, la representación en general puede abarcar varios niveles de taxonomía de Bloom, pero nosotros escogimos el segundo nivel y el tercero, la de comprensión y aplicación. Primero, claro, habíamos hecho una discusión que la íbamos a poner solamente en el nivel de la comprensión, pero la ampliamos hacia el tercer nivel de la aplicación, también entendiendo que, por cosas de tiempo, también es complejo desarrollar habilidades de orden superior. Desde ahí hacia arriba, digamos, el análisis, la creación, es más complejo. Pero según la literatura hay varias opciones de que uno pudiese trabajar la representación matemática en muchos niveles de la taxonomía de Bloom, pero nosotros escogimos esa. Entonces, para la comprensión aplicamos las siguientes mecánicas. Estas mecánicas están en el cuadro ese donde ustedes ven que era el modelo del LM-GM, donde se tomaban las mecánicas de juego, se asociaba con la línea de la taxonomía de Bloom y también se asociaba con la mecánica de aprendizaje. Entonces, ¿cuáles escogimos aquí? Porque pensamos que pueden ser pertinentes para, digamos, el diseño de la clase. Es el appointment, que se llama, que es en inglés, y que ahí como bien se define, implica como establecer citas o plazos para completar tareas o actividades. Esto motiva al jugador a regresar al juego en momentos específicos. ¿Qué ejemplo hay de esto? Por ejemplo, cuando uno se mete a un juego y tiene que estar constantemente, ¿cierto? Todos los días logueándose, o iniciando sesión, o se lo dan un premio si es que está todo el rato, todos los días iniciando sesión en el juego. También pueden ser algunos desafíos entre medio que aparezcan dentro del mismo juego, que pueden dar puntos extras, etc. El Cascading Information, que vendría siendo en este

caso la información encascada, nosotros vamos a proporcionar, como bien dice ahí, información gradualmente, como una escala de detalles, una cascada de detalles, Y la típica preguntas y respuestas, esa pregunta y respuesta está asociada en el Game Mechanics, la mecánica de juego, y también está asociada a una mecánica de aprendizaje que sería preguntas y respuestas, que es básicamente el hecho de que mediante preguntas y respuestas uno empieza a fomentar la comprensión, independiente del diseño en ese caso. Bueno, ahí están las mecánicas de aprendizaje que también como les mencionaba, el enfoque pregunta y respuesta en el juego, la mecánica de aprendizaje acá es la pregunta y respuesta, el objectify sería en este caso asignar objetivos concretos, cosas que podamos medir dentro de las clases, y la participación, la idea es que Game Mechanics, su intención dentro de esto es fomentar la participación de los estudiantes, eso como parte del nivel de comprensión. Ahora, ya para lo de aplicación, utilizamos lo siguiente, en base a las mecánicas de juego, ocupamos cooperación, ya la idea es que se fomente la cooperación entre los jugadores, la progresión, ¿por qué en el tema de aplicar? Porque dentro de la progresión uno empieza a tener un sentido de logro, o sea, finalmente cuando uno genera como, por ejemplo, una tabla de progreso en este caso, que van a ver que fue la que utilizamos, aquí uno va también, tiene niveles, o sea, se reconoce también dentro de un nivel, y eso también podría eventualmente motivar el hecho de que pudiesen avanzar en la tabla o en esa progresión. Y también ocupamos la presión del tiempo, ya que eso también tiene un efecto, o sea, trata de tener un efecto para, como dice ahí, aumentar la emoción y el compromiso de los estudiantes Dentro de lo que es consecuencia del Learn Mechanics, vamos a utilizar lo siguiente, cooperación, porque también tiene una consecuencia con lo anterior, o sea, es uno a uno O sea, cooperación y cooperación, también la cooperación, digamos, dentro de una mecánica de aprendizaje útil, después la competición, digamos, que lo que hace es introducir elementos competitivos para motivación también, y digamos, la tarea o acción, y estas tareas nos van a permitir también enfocarnos en las cosas prácticas y aplicadas, o sea, que puedan hacer o que puedan ejecutar ciertas cosas, porque también estamos en el nivel de aplicación. Entonces la idea es tomar esas herramientas, también pensando en lo que fue el resultado de nuestro test de HEXAD-12 Entonces en la segunda fase de la investigación ahí empezamos a adaptar, porque también teníamos en mente esto de que teníamos que integrar la gamificación con los tipos de jugadores Entonces, ¿qué elementos de juego, digamos, para los tipos de jugadores? La idea es que, por ejemplo, alguna mecánica como es la progresión sirve para los tipos de jugador, porque ellos, digamos, se motivan a través del ranking, la competencia, el ganar, estar ahí como, por lo general, como una motivación más extrínseca, que podríamos decir que viene desde afuera, Entonces ahí la tabla, como dice ahí, proporciona retroalimentación también sobre el desempeño en esos elementos. Vamos a considerar, digamos, cuatro elementos en una tabla, que sería la tabla de progreso, que tiene estos cuatro elementos, conocimiento, creatividad, colaboración y participación.

Moderador: Después para los espíritus libres, nosotros diseñamos actividades que sean flexibles, o sea, la idea es que puedan también en algunos puntos escoger los problemas o los contextos donde se puedan desenvolver para atacar, digamos, ese tipo de jugado. Y por último, incorporamos ejercicios también donde los estudiantes puedan escoger elementos, también puedan tener esa opción de escoger ya elementos como la escala de la amortecía o la posición del

centro de amortecía, como dice. Para el tema de los filántropos, ya se incluyeron actividades colaborativas. O sea, hay actividades de cooperación que también se vinculan con las mecánicas del juego y mecánicas de aprendizaje, también haciendo alusión a los filántropos que necesitan esta, digamos, cooperación. Y ustedes van a ver también que en la planificación hay algunas actividades donde ellos tienen la posibilidad de, bueno, en realidad en general, pero atacando también al tema de los filántropos, es que pueden, digamos, ayudar a otro compañero. Esa es la idea, al menos de los filántropos, el hecho de que puedan cooperar. Más que el hecho de colaboración, sino que puedan tener la posibilidad de ayudar a otros. Y ahí está, bueno, hay incorporación de preguntas que contextualizan, porque dan propósito, porque también los filántropos buscan un propósito, entonces la idea es que este propósito se vea reflejado en eso, entonces la idea es que las actividades también tengan un propósito sobre el contenido en situaciones como dice ahí de la vida cotidiana y laboral.

Moderador: Entonces eso sería el resumen de la investigación hasta el momento. Ya nosotros tenemos, entonces ya vimos el tema de los conceptos base, ya vimos también el tema de cómo vamos en la ruta de la investigación, ahora yo les voy a dar, digamos, un tiempo Ya, porque tienen ustedes ahí, que creo que fue la última que les mandé también, está lo que es la planificación adaptada, y lo que es la guía de ejercicios. Ya, porque les voy a pedir que revisen ambas, porque la pauta de validación, que también se las envié, considera las tres clases y considera también la guía. Ya, entonces, ¿qué es lo que vamos a validar acá? Vamos a validar lo que es la claridad, o sea, la redacción, digamos, Así que la reacción es clara, ahí tienen los niveles, se los voy a mostrar igual, que también la deben tener ahí ustedes en su... Ahí se las envía el correo, entonces la pauta de validación ahí está, ahí está el objetivo, el objetivo de la adaptación de la actividad, entonces esto es lo que vamos a hacer nosotros hoy día. Ya, vamos a evaluar claridad y pertenencia. Ahí está, las definiciones van a ser tres niveles. Ya, la reacción es clara, muy clara. Ya, después la pertenencia, si las actividades no son pertinentes con el objetivo de aprendizaje o el marco teórico, según corresponda, etcétera, etcétera. Ahí está.

Moderador: Sobró un con. Ya, ahí hay un error, pero es cortito. Entonces, la pertenencia. Acá abajo ustedes van a tener las clases, el inicio, el desarrollo, el cierre, la descripción de lo que se va a validar, y la idea es que uno le ponga ahí el número, si es que es 1, 2 o 3. Todo esto para cada clase, hay un apartado que es de la clase en sí, que es una parte más pedagógica, Y después viene el tema de gamificación y tipos de jugadores. Si es que creen que, por ejemplo, la clase contribuye a las actividades mecánicas de juego, a la promoción de la habilidad de representación, lo mismo con las mecánicas de aprendizaje. Después viene una validación también de lo que es la contribución de las actividades a los jugadores de tipo espíritu libre, jugador y filántropo, que fueron los que definimos anteriormente. Y ahí también hay observaciones y recomendaciones. Y eso para las tres clases. Ahora para la guía, es lo mismo para las tres clases. Ahora para la guía, vamos a evaluar por la dimensión, digamos, o sea, por lo mismo, por cada ítem. La guía tiene seis ítems, y la idea es que podamos validar la pertenencia y la calidad de esos ítems. O sea, si es clara la redacción de cada ítem, si es pertinente el ítem A, digamos el objetivo de aprendizaje, el marco teórico según corresponde. Y lo mismo, entonces ahí ustedes ven que tiene también hay una cosa

para que ustedes rellenen con la validación, la suformación y también lo mismo la firma, puede ser de manera digital digamos, que la puedan ahí enviar.

Moderador: Eso es, entonces yo les propongo lo siguiente, les voy a dar un tiempito ya unos 15 minutos, 15 a 20 para que ustedes revisen la planificación y la guía, ¿ya? Y después, para que más o menos se ambienten un poco, para después nosotros ir revisando también en conjunto, ¿ya? O sea, como para que se preparen un poquito para poder después revisar todo eso en conjunto e ir comentando, ir haciendo los comentarios de manera también así verbal, ¿ya? No sé si les parece eso.

Profesor 2: Sí, por mí no hay ningún problema.

Moderador: Sí, muchas gracias. Entonces, bueno, tienen que tener los siguientes documentos, entonces, bueno, están todos, digamos, pero lo importante es el tema de la clase, planificación de clase, que fue el último que le envié, que no se lo había enviado en un momento, y la guía de ejercicio. Entonces, en base a eso, ustedes lo leen y vienen un poquito preparados también para, bueno, también pueden ir rellorando, si quieren, mientras la pauta de validación, y la idea es que nosotros una vez que volvamos, digamos, unos veinte minutos, pues vamos a ir revisándola en conjunto, ¿ya? Eso es. Entonces, eh, volvemos entonces en un ratito, ¿ya? Nueve veinte, ahí yo les pregunto cómo, cómo van, si es que terminaron o no terminaron, ¿ya? Y ahí ver si es que damos unos cinco minutos más o, ¿ya? Entonces, de aquí a las nueve veinte, para que eh, revisen la planificación, ¿ya? Nos vemos entonces.

Moderador: Bueno, volvimos. La idea es que vayamos comentando sea en base a algo a clase y después la idea es que hagan los comentarios que tengan en líneas generales, ideas a lo mejor para mejorar. Bueno, ahí vamos a ir revisando. Entonces les voy a compartir la pauta, entonces vamos a partir por la parte pedagógica de la primera clase. Entonces le voy a pedir que hagan comentarios en general sobre el tema de la claridad, la pertenencia de la parte del inicio de la clase, así que abro la palabra para los comentarios que puedan tener en esa parte. Ahí está la descripción, digamos, así que abro el micrófono para que puedan comentar acerca de eso.

Profesor 3: En relación a la primera clase, en lo relacionado con el inicio en cuanto a la pertenencia y claridad, está en el nivel 3. Está bien redactado, se entienden las ideas principales, las experiencias, lo que se quiere lograr con el inicio. El desarrollo igual, bueno, la clase en general está relacionada con el nivel 3. Las acotaciones que yo le podría hacer a la primera clase es en el objetivo de clase, que falta el "para qué" y lo que tiene relación con los conocimientos previos y los conocimientos en sí de la clase, que ahí también faltarían. Y a modo de sugerencias, bueno, de lo que yo le puse que faltaría, porque claridad no hay problema en la redacción, en cuanto a claridad sería de ver y verificar que todas las instrucciones estén dadas y descritas de forma correcta y lo más específicas y detalladas posible e incluir más ejemplos concretos para ver cómo la actividad se relaciona con los conceptos matemáticos que se quiere enseñar. Y la pertenencia es

asegurarse que la mecánica de gamificación se integre de manera correcta y efectiva en el contexto del objetivo del aprendizaje. Eso sería la acotación de la primera clase.

Moderador: Perfecto. A lo mejor, si quieren, para que vayamos más rápido, mejor. Está buena esa dinámica, digamos, de mejor altiro comentar en líneas generales cada uno qué observó en el inicio, desarrollo y cierre, si tienen algunos comentarios, para no estar yendo uno por uno. Ya voy a tomar esa dinámica mejor para no demorarnos más. Entonces, muchas gracias, profesora por los comentarios. No sé si la parte de la última de gamificación, usted mencionó todo en general, los comentarios que tiene en base a las dimensiones y a la...

Profesor 3: Sí.

Moderador: Ah, ya, perfecto. Entonces le voy a pedir al siguiente, al profesor 1 que haga los comentarios en cuanto a lo pedagógico y el tema de gamificación y tipo de jugador.

Profesor 1: Primero, a la clase le colocaría un 3 en todo. Mencionar que estaba muy claro y bastante pertinente. Respecto a gamificación, se nota justamente la orientación que tiene, y la única contribución que podría mencionar sería algún tipo de evaluación más objetiva más que la observación directa o la revisión del cuaderno objetivo a la revisión del ejercicio delante de todos los compañeros. Sobre todo considerando que podría discutirse que hay estudiantes que podrían no estar prestando atención y simplemente copian y al final esto tergiversaría bastante los resultados finales. Además, justamente si el objetivo es mejorar el aprendizaje propio del estudiante, justamente tendría que tener un parámetro más claro y definido, pero esto es claramente aparte de los criterios de claridad y pertinencia.

Moderador: Perfecto, muchas gracias profesor. Profesora 2, la clase uno general nomás.

Profesor 2: De forma general yo sí la encontré súper clara, pertinente también. Igual le pondría los tres puntos en todo. Quizás igual concuerdo con el profesor, en el cierre yo hubiera puesto como una actividad igual quizás más allá que la observación, por lo mismo que decía el profesor, que igual para poder con las preguntas dirigidas ir atacando como precisamente en los estudiantes que no estuvieron tan pendientes, que no participaron tanto de la clase. Solamente eso, pero de lo demás súper claro. Me gustó que estuvieran las preguntas claras, la orientación, hacia dónde quería apuntar el objetivo de su clase. Con respecto a eso, súper bien.

Moderador: Los invito ahora a hacer los comentarios de la segunda clase.

Profesor 3: En relación a la clase dos, es básicamente lo mismo. En cuanto a claridad y pertinencia, yo lo encuentro que está en todos los niveles, entonces está en el nivel tres, tanto para todas las dimensiones del aprendizaje que aparecen y según los indicadores y descriptores que están. Lo mismo, revisar los objetivos de la clase, falta de nuevo el "para qué", la misma acotación, que los contenidos previos y los contenidos que se están pasando y aprendiendo en la clase también falta especificar un poco más. Y a modo de acotación, las propuestas de la clase que anoté yo: proporcionar ejemplos adicionales o gráficos si es necesario para clarificar los conceptos complejos para verificar que el concepto haya sido aprendido por todos los estudiantes. Y en

cuanto a la pertinencia, asegurar que todos los estudiantes participen activamente y puedan demostrar su comprensión de los conceptos. Y ahí viene de nuevo la evaluación formativa, que no sea solamente la observación de clase, sino que haya, no sé, un test de salida, una pregunta que ellos tengan que entregar, pero algo que me quede a mí de evidencia que el alumno está aprendiendo.

Moderador: Perfecto, muchas gracias profesora. Profesor 1, clase 2.

Profesor 1: Lo mismo, la clase 2 le coloqué en respecto a la pertinencia nivel 3. Mencionar de que justamente se nota que está bien pensada y por lo mismo ahora como posible área de mejora le podría sugerir que se podría mencionar en la planificación cómo es que alguna interacción, o algo, iteración o demostración de cómo es que estos ejercicios ya es el inicio a la mitad de la clase van contribuyendo al progreso de la tabla y cómo es que esto también se incentiva para mejorar la interacción de la gamificación con la estrategia con la clase en sí y justamente se le puede dar mayor importancia, mayor realce y también adhesión de los propios estudiantes a esto. Y finalmente, algo que también podría sugerir es que las segunda clase, la primera y segunda clase, son bastante, las actividades se basan en realizar ejercicios, que si bien son justamente pertinentes para el contexto quizás el realizar alguna diversificación de la actividad podría mejorar, abordar el objetivo de manera distinta sin salirse del marco de la gamificación y de nuevo con eso mejorar la motivación de los propios estudiantes que justamente es uno de los objetivos o de las variables que van a medir más adelante.

Moderador: Muy bien.

Profesor 1: Y destacar que todos tienen nivel 3, claridad y pertinencia todos tienen nivel 3.

Moderador: Perfecto, muchas gracias profesor 1. Profesora 2, clase 2.

Profesor 2: En la clase 2, en el inicio como sugerencia yo hubiera comenzado igual destacando los niveles de la tabla, dónde quedaron por ejemplo en la clase 1, dónde llegaron, quizás hacer una retroalimentación de lo que se espera mejorar o a qué objetivos llegar o cumplir en esa clase para poder hacer como la conexión en lo que avanzaron de la primera clase a la segunda. Y también como sugerencia en el cierre, en la parte que ahí especificaba de entregar una hoja definiendo los términos, quizás yo aplicaría como un test de salida haciendo las mismas preguntas pero donde me aseguro que todos los estudiantes van a responder hacia la misma parte los mismos términos. De esa forma también igual se le puede agregar como un poquito más de importancia al cierre más que solamente como la hoja de los conceptos que ellos tenían. Entonces quizás ir dirigir un poquito más el cierre. Con claridad pertinencia súper bien e igual destacar que en el desarrollo de la clase había una palabrita que decía "cad". Y ahí me parece que era "cada punto". Solamente eso.

Moderador: Bueno, muchas gracias profesora. Un detalle, una cosa que se escapó por ahí. Gracias por sus comentarios. Vamos entonces a la última clase. Le vamos entonces a pedir a la profesora 3 que haga sus comentarios sobre la clase 3, la última del módulo.

Profesor 3: La última clase yo igual la, en cuanto a claridad y pertinencia, la situé en el nivel 3 y las acotaciones que tengo, de la claridad, o sea las propuestas de mejora serían agregar ejemplos visuales, cierto, agregar demostraciones prácticas adicionales siempre asegurándome de que todos los estudiantes estén comprendiendo el procedimiento que se está realizando y proporcionar guías siempre detalladas con el uso de herramientas gráficas porque esa es la finalidad, de que se está aprendiendo a través del juego. Ciertamente, especialmente para los estudiantes que necesitan apoyo adicional. En cuanto a la pertinencia, lo mismo, de nuevo volver a asegurarme de que directamente todos los estudiantes estén aprendiendo y eso es ya cambiando la evaluación formativa que está realizando y asegurarme que la actividad de gamificación sea accesible y motivadora para todos los tipos de estudiantes que se categorizaron al inicio y que todas las partes de la planificación estén diseñadas para reforzar el objetivo de la clase. Esa sería la propuesta.

Moderador: Muchas gracias profesora 3. Se desconectó profesor 1, por mientras se vuelve a conectar, profesora 2 la clase 3.

Profesor 2: Ya, en la clase 3 igual en el cierre siento que su clase 3 ya debería ser como el sello de todo y en el cierre se hace obviamente se hace la reflexión de la homotecia, pero quizás yo igual utilizaría la tabla para mostrarle a los estudiantes el avance, los logros que tuvieron, en el nivel que se situaron. Entonces así igual se puede como motivar a los estudiantes que estaban como jugadores, que era su meta y así también ir mostrando los avances que tuvieron cada estudiante. Y claridad y pertinencia también están en nivel 3. Y quizás para el inicio en esta última clase como método de redacción apareció como preguntas dirigidas, la clase uno y dos estaban como súper pauteadas también, entonces quizás en la clase 3 también como redacción solamente faltaba pautear cómo qué pregunta iba dirigida para saber hacia dónde apuntar con los estudiantes, pero a rasgos generales claro y pertinente súper bien.

Moderador: Perfecto, muchas gracias profesora 2. Profesor 1, la última clase, la clase 3.

Profesor 1: Disculpa, no sé qué le pasa a la señal. Bueno, no, lo mismo, en cuanto a claridad y pertinencia igual está todo en el nivel 3 y justamente no tengo mayor comentario. Solamente que en el cierre, dado que se le escapa de los dos criterios mencionados, sería bueno quizás añadir alguna reflexión no solamente a los contenidos sino que también al propio proyecto de gamificación y cómo es que, de nuevo, la tabla termina por demostrarles a los propios estudiantes las habilidades que adquirieron y finalmente también, con esto también realizar la propia evaluación final con referente al macro que fueron las 3 clases.

Moderador: Ya, muy bien, muchas gracias profesor 1. Bien, entonces para ya ir finalizando vamos a revisar también con la misma fórmula que hemos estado haciendo el tema de la guía, ya a líneas generales solamente. Si aquí solo se evalúa la claridad y pertinencia de los ítems, ya, en base a que los estudiantes van a recibir esa guía en la clase 3. Así que profesora 3, le voy a pedir que por favor comente.

Profesor 3: Ya, en la guía yo ahí tengo sentimientos encontrados, porque encuentro que las clases fueron muy buenas y la guía es una guía más, una guía de aprendizaje más. No está contextualizada con la metodología de enseñanza que se trabajó, no está totalmente fuera de..., no tiene pertinencia, o sea falta, hay problemas en la redacción de los objetivos, los ítems no están claramente especificados, las instrucciones no están entregadas de forma clara. Entonces para mí, en cuanto a claridad y pertinencia está en el nivel 1 la guía completa, de la metodología de... de lo que se quiere, de lo que se enseñó en las 3 clases, pasamos de nuevo al método tradicional de la enseñanza. Entonces yo aquí me esperaba un juego, vi la guía yo pensé claro, que iba a haber una competencia, íbamos a construir un tablero, o vamos a hacer un concurso de resolver algún problema o situación matemática de homotecia, algo así yo me imaginé. Entonces verme, encontrarme con una guía tradicional eh... fue totalmente alejado de la metodología que se está introduciendo en este caso. No sé si seré yo la única que sintió eso, de que las clases fueron mucho y después volvimos al método tradicional. Yo creo que ahí los ítems también, pero falta claro, que se vea la metodología, que se vea realmente efectiva. Claro, yo puedo crear una guía de aprendizaje basada en esa metodología, construir no sé un tablero con un... bastaría con un solo problema que sea bien aplicado jugando, estaría todo, más que tanto ítem, o sea seis ítems que en este caso serían innecesarios.

Moderador: Perfecto, muchas gracias por sus comentarios profesora 3. Profesor 1, si está de acuerdo, también, quizás fue un contraste.

Profesor 1: Solo para ver si entiendo de nuevo el... la metodología de la planificación, lo que se pretende hacer es pasar esta guía, pasar el contenido, luego pasarles esta guía, y que a partir de los, de cómo van respondiendo, de la claridad de las respuestas de los estudiantes se va asignando puntos a la...

Moderador: O sea no, la guía se introduce en la clase tres, por lo que entiendo la guía es como un instrumento de la clase tres, donde ahí los estudiantes digamos la resuelven y en base a las resoluciones de las respuestas, es el nivel de puntos que reciben. No recuerdo bien, aquí la tengo. La guía es parte de la clase tres, no tiene que ver con las otras dos clases ni con... es parte de la clase tres. No sé si ahí la tesista puede confirmar eso.

Tesista: Sí, la guía es parte de la clase tres, es la actividad que se va a hacer, eh... la tabla se debería evaluar durante todas las clases e incluida lo que hacen durante la guía, lo que están trabajando, las respuestas que dan y las respuestas que van a dar al final, los resultados, todo iría evaluado en la tabla.

Moderador: Ya, perfecto.

Profesor 1: Ya, emm... entonces en relación a la pertinencia y la claridad em... creo que como está planteada, como está definido claridad y pertinencia creo que está bien redactado, o por lo menos lo veo bastante claro. Me refiero que yo no soy del área y por lo menos entendí lo que hay que hacer a grandes rasgos en cada uno de los ítems. Y además mencionar de que en todos los ítems van a tener estas, o por lo menos está apuntando, tributando a esta construcción de homotecias.

Entonces por lo mismo, respecto a los ítems como están definidos claridad y pertinencia están bien definidos. Ahora bien, em... creo que saliendo de eso, concuerdo con la profesora que quizás podría verse la gamificación un poco más reflejada en la guía o bien en el abordaje de esta guía para que no sea de nuevo una clase tradicional y una guía tradicional, y que pueda realmente poder conectar y motivar a los estudiantes.

Moderador: Super, gracias profesor 1. Profesora 2, sobre el tema de la guía.

Profesor 2: Ya, yo en claridad eh... a la guía le daba un punto y pertinencia le tenía dos puntos, ya. En claridad de la guía, ahora cuando escuchaba los comentarios, eh... yo igual lo tomé casi como una guía aparte de las clases, pero ahora estaba revisando otra vez em... la clase tres mientras estaban hablando y claro me quedó con la sensación de que la clase tres va todo muy pauteado, o sea en todas las clases, definido todo correctamente, pero eh... en la guía no me queda todo tan claro al momento de leer la guía. Eh... lo otro, la pertinencia quizás en el concepto está súper, yo lo siento como súper bien, pero eh... sí me quedó igual con esa sensación de que no queda bien especificado hacia dónde está apuntado, porque como veníamos con las clases con la gamificación yo igual esperaba un poquito más en la guía. Quizás dirigir más, obviamente la redacción acá de la guía influye eh... donde a simple vista queda como una clase común y corriente y no se observa la gamificación, no se observa por ejemplo la competencia que puede haber, no se puede observar quizás cuando dice claro trabajo de dos o tres personas, eh... pero no se observa dónde puede haber como un apoyo para ver otro tipo de jugadores. Eh... quizás en la redacción podríamos cambiar eh para que sea más dirigida y se note también que es como de gamificación, porque si no igual a ver a simple vista la guía me quedó con esa sensación de que es una guía común y corriente de una clase normal, y dejamos afuera todo el tema de la gamificación. Eh, lo que también concuerdo con la profesora 3 en el tema eh..., de cómo redactar los ítems, siento que están como tirados en la guía, no están muy claros, no están como tan específicos, para que los estudiantes también sientan como eh claridad en lo que van a hacer.

Moderador: Perfecto, muchas gracias por los comentarios. Bueno, eso era lo último en realidad. La idea era que ojalá si tienen los documentos, si llegaron digamos ahí los ítems tres, dos, dos, en realidad que los objetivos, perdón las cosas que, no todas, pero si algunas, puedan ahí anotarlas. Bueno, si se nos escapa una va a estar grabada la entrevista, no hay problema, nosotros podemos anotar eso. Así que esos documentos la idea es que ojalá lo puedan enviar, lo puedan registrar. Yo no sé si hay algún problema con el tema de las firmas, más que nada con el profesor 1 porque a la profesora 2 y la profesora 3, porque profesor 1 está en otra ciudad.

Profesor 1: Sí, en Lota.

Moderador: Entonces como para ir a buscarle la firma no... pero a la profesora 2 y la profesora 3 podemos sacarle la firma porque están acá en Los Ángeles, pero con usted nomás es el problema. Esto va a estar solamente los datos, como para tener registro, con los datos confidenciales. La idea es tener esa firma digamos para nuestra validación, ya. Entonces eso, también el tema del consentimiento informado, lo pueden, son esos dos documentos los que necesitamos, el documento de consentimiento informado y el documento de esta pauta de validación donde están

los ejes hoy día trabajados. Bueno, no sé si la tesista tienes algún comentario, algún tema como para ir cerrando ya.

Tesista: Bueno, más que nada agradecerle a los profesores que han podido asistir a pesar de todas las complicaciones que hubo, los cambios de fecha. Muchas gracias y bueno, espero que nos volvamos a ver en otra instancia.

Moderador: Bien, les quiero agradecer por darse el tiempo. Sé que es tarde ya, digamos hemos tenido complicaciones también para coordinar pero.. pero eso, o sea también contarles que bueno, estoy a plena disposición también. Les agradezco por su conocimiento, tienen más experiencia digamos en el ámbito educativo, saben más o menos cosas que a veces uno no ve pero probablemente ustedes las ven. Entonces agradecer también su conocimiento y también mi disposición por si necesitan asesoría o ayuda en los temas que al menos yo me manejo, que es el tema en la parte teórica de gamificación, poder aplicarlo. Así que también van a tener ahí, tienen las clases, tienen el material también por si lo necesitan ocupar en algunas clases si les gustaría implementarlo en algún momento porque nosotros nos vamos a quedar por ahora con el diseño, pero cualquier herramienta y cualquier cosa, cualquier documento que necesiten o alguna ayuda, yo estoy plenamente dispuesto. Ahí tienen mi correo, ya, así que si necesitan también un apoyo ahí está. Así que eso, agradecerles. No sé si tienen alguna palabra para ir cerrando ya también.

Profesor 2: No, yo gracias a la tesista igual por la oportunidad de estar aquí porque eh, me llamaba la atención el tema de la gamificación, entonces siempre es grato ir aprendiendo un poquito más y todo el éxito para la tesista igual. Tengo el gusto de conocerla, así que sé que le va a ir bien.

Moderador: Muchas gracias profesora 2.

Profesor 3: Yo lo mismo, agradecer a la tesista por considerarnos. Me voy enriquecida con ideas nuevas, con un concepto que yo no manejaba. A lo mejor sí lo, viéndolo claro desde la teoría no me sonaba en sí, pero sí lo hemos aplicado más de alguna vez sin querer en el aula. Así que ahora me voy enriquecida, y tengo una estrategia nueva de trabajo.

Moderador: Muchas gracias.

Profesor 1: De hecho, muchas gracias por invitarme. Como dicen las profesoras, fue bastante enriquecedor, y además que se nota el trabajo que se ha tenido con este documento y por lo mismo mucho ánimo y a seguir adelante y felicidades también por haber desarrollado y pensado esta idea.

Moderador: Sí, muchas gracias. Yo también quiero agradecerle públicamente al profesor 1 ya que él, de hecho yo fui parte de la comisión de su tesis de gamificación y él me acercó en parte al concepto de gamify-sn del diseño porque para mí fue algo nuevo. Así que también darle las gracias por presentar esa nueva metodología como de desarrollo porque hay muy pocas digamos para poder implementar realmente esto en aula, hay realmente muy poca información. Así que también fue muy enriquecedor haber conocido esa metodología de gamify-sn que yo la había escuchado nomás pero no sabía que tenía una aplicación en educación. Así que esto también es

partecita sacada de su proyecto también, al menos la parte de planificación y diseño. Así que eso, muchas gracias a todos y como les vuelvo a repetir, estoy dispuesto a cualquier cosa. Si hay tienen mi correo, si necesitan alguna pregunta, tienen alguna cita de algún documento o algo, feliz de poder colaborarles. Así que eso, quiero gracias que tengan buena noche, descansen.

Anexo 6: Test Hexad-12

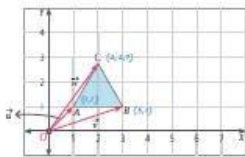
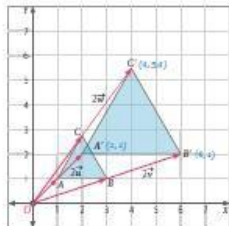
- Hexad-12

Hexad type	Item	English Version (based on [84])
Philanthropist	p1	It makes me happy if I am able to help others.
	p4	The well-being of others is important to me.
Socializer	s2	I like being part of a team.
	s4	I enjoy group activities.
Achiever	a2	I like mastering difficult tasks.
	a4	I enjoy emerging victorious out of difficult circumstances.
Player	r4	If the reward is sufficient, I will put in the effort.
	r2	Rewards are a great way to motivate me.
Free Spirit	f1	It is important to me to follow my own path.
	f3	Being independent is important to me.
Disruptor	d3	I see myself as a rebel.
	d4	I dislike following rules.

- Hexad-12 español

Tipos de Usuario	Ítems
Filántropo (Philanthropist)	P1 Me hace feliz ser capaz de ayudar a los demás.
	P2 Me gusta guiar a los demás en las situaciones nuevas.
	P3 Me gusta compartir mi conocimiento con los demás.
	P4 El bienestar de los demás es importante para mí.
Socializador (Socialiser)	S1 Interactuar con los demás es importante para mí.
	S2 Me gusta formar parte de un equipo.
	S3 Sentir que formo parte de una comunidad es importante para mí.
	S4 Disfruto con las actividades grupales.
Espíritu Libre (Free Spirit)	F1 Seguir mi propio camino es importante para mí.
	F2 A menudo me dejo guiar por la curiosidad.
	F3 Ser independiente es importante para mí.
	F4 Tener la oportunidad de expresarme es importante para mí.
Triunfador (Achiever)	A1 Me gusta superar obstáculos.
	A2 Me gusta dominar tareas difíciles.
	A3 Mejorar continuamente mis habilidades es importante para mí.
	A4 Me gusta salir victorioso de las circunstancias difíciles.
Revolucionario (Disruptor)	D1 Me gusta provocar.
	D2 Me gusta cuestionar el estado de las cosas.
	D3 Me defino a mi mismo como un rebelde.
	D4 No me gusta seguir las reglas.
Jugador (Player)	R1 Me gustan las competiciones donde se pueda ganar un premio.
	R2 Los premios son una buena manera de motivarme.
	R3 El retorno de inversión es importante para mí.
	R4 Si el premio es adecuado, haré un esfuerzo.

Anexo-7: Diseño original planificación de la guía didáctica del docente.

Planificación Clase 7 2 horas pedagógicas/ págs. 114 y 115 Propósito Representar el concepto de homotecia de forma vectorial. Objetivo de Aprendizaje OA 11 Actitudes OA B y OA D	Homotecia de forma vectorial En la imagen se muestra un logotipo universal que encontramos en papeleras, contenedores y otros lugares para referirse al reciclaje.  Representemos este símbolo en el plano cartesiano con el triángulo ABC y los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$, que van desde el origen (O) a cada uno de los vértices del triángulo.  Tenemos que $\vec{u} = \vec{OA}$, cuyas componentes son (1, 1). Luego, al multiplicar por 2 el vector $\vec{u}$ se obtiene: $2 \cdot \vec{u} = (2 \cdot 1, 2 \cdot 1) = (2, 2)$ • ¿Cuáles son las componentes de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$? • ¿Cuál es el producto que obtenes al multiplicar los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ por 2? Al ubicar estos tres nuevos vectores en el plano cartesiano, obtenemos el triángulo A'B'C', que resulta ser homotético al triángulo original.  $2\vec{u} = \vec{OA'}$ $2\vec{v} = \vec{OB'}$ $2\vec{w} = \vec{OC'}$ EJEMPLO 1 Identifica la razón de homotecia en el ejercicio anterior. Como los triángulos son homotéticos, sus lados homólogos son proporcionales, por lo que se cumple que $\frac{A'B'}{AB} = k$, entonces, $\frac{A'B'}{AB} = \frac{4}{2} = 2$. 114 Unidad 3 - Medioambiente
Gestión de la clase Inició: 15 minutos Comience la clase entregando la reafirmación a los grupos de trabajo de lo realizado en la clase anterior. En plenario, revise aquellos aspectos débiles que sean comunes al curso y luego permita que revisen y corrijan lo necesario. A continuación, promueva la participación de los estudiantes a través de las siguientes preguntas: • ¿Qué es una homotecia? • ¿Qué características tiene? • ¿En qué áreas de la ciencia la homotecia está presente? Luego, invítelos a leer la información respecto al símbolo del reciclaje y pregunte: ¿dónde han visto ese símbolo? ¿a qué figura geométrica se parece? Guíe la discusión para representar el símbolo en el plano cartesiano a través de vectores siguiendo las instrucciones.	Conocimientos y experiencias previos Para el estudio de esta lección los estudiantes deben repasar los siguientes contenidos: • Notación de puntos como pares ordenados • El plano cartesiano • El concepto de vector • Multiplicación de un vector por un escalar

En el plano cartesiano, un **vector** se puede representar como un segmento de recta orientado que está determinado por dos puntos: un origen y un extremo. De esta manera, un vector se caracteriza por su magnitud (es decir, longitud), dirección y sentido.

Al **multiplicar un vector $\vec{a}$ por un escalar α** se obtiene otro vector, que corresponde al **vector ponderado** de $\vec{a}$.

Si $\vec{a} = (x, y)$, al multiplicar por α obtenes: $\alpha \cdot \vec{a} = \alpha \cdot (x, y) = (\alpha \cdot x, \alpha \cdot y) = (\alpha x, \alpha y)$

Un vector ponderado cumple con lo siguiente:

- Mantiene la dirección del vector.
- Si $\alpha = 0$, se obtiene el vector nulo, es decir, $0 \cdot \vec{a} = 0 \cdot (x, y) = (0 \cdot x, 0 \cdot y) = (0, 0)$.
- Si $\alpha < 0$, el vector cambia de sentido.
- Si $\alpha > 0$, el vector mantiene el sentido.

• EJEMPLO 2

En el plano cartesiano se representa el vector $\vec{a}$. Construye los vectores $2\vec{a}$ y $-2\vec{a}$.

Como $\vec{a} = (3, 1)$, entonces, tenemos que:

$$2\vec{a} = 2 \cdot (3, 1) = (6, 2)$$

$$-2\vec{a} = -2 \cdot (3, 1) = (-6, -2)$$



Gráficamente:



• ACTIVIDADES EN TU CUADERNO

1. Considerando los datos del **EJEMPLO 2**, determina los vectores $-\vec{a}$, $3\vec{a}$ y $0,5\vec{a}$.
2. ¿Qué propiedades tiene el vector $-2\vec{a}$ en comparación con el vector $\vec{a}$? ¿Y el vector $0,5\vec{a}$? Comenta con un compañero.
3. Construye el vector $\vec{a} = (-1, 2)$ y determina los vectores $2\vec{a}$ y $-2\vec{a}$.
4. ¿Qué vector obtienes al multiplicar un vector $\vec{v}$ por 0?
5. ¿Qué sucede al multiplicar un vector $\vec{v}$ por un escalar $\alpha < 0$?

Lección 8 • Homotecia y Isomorfismo de Tales | 115

Desarrollo: 60 minutos

Pida a sus alumnos que respondan las preguntas planteadas y que comprueben que el triángulo que se obtiene es el homotético del triángulo original. ¿Cuál es la razón de homotecia?

Apoyándose en la información del recuadro, formalice la definición de vector en el plano cartesiano, su notación y sus características al multiplicarlo por un escalar.

Junto con los estudiantes, analice el Ejemplo 2 sobre la construcción de un vector a partir del vector unitario y un escalar.

Luego, invítelos a abordar las actividades planteadas en parejas aplicando lo aprendido durante la clase.

Cierre: 15 minutos

Para finalizar, trabaje la metacognición y pregunte:

- ¿Cómo se relaciona la homotecia con los vectores?
- ¿Qué fue lo más difícil de comprender en esta clase?

Esta actividad es una oportunidad para que usted promueva **actitudes** como la iniciativa, la disposición a reflexionar, y aspectos valóricos, como el respeto por la opinión de los compañeros, comunicación de ideas, tolerancia al error.

Uso de recursos tecnológicos

Luego de que desarrollen las actividades en sus cuadernos, invite a sus alumnos a que lo hagan en el **software GeoGebra**.

Diversificación de aprendizaje

Desafíe a los más aventajados a que desarrollen dinámicamente cada propuesta utilizando vectores en GeoGebra.

Planificación

Clase 8

2 horas pedagógicas/ págs. 116 y 117

Propósito

Representar el concepto de homotecia de forma vectorial.

Objetivo de Aprendizaje

OA 11

Actitudes

OA B y OA D

Gestión de la clase

Inicio: 15 minutos

Para comenzar, realice un breve repaso de los contenidos estudiados las clases anteriores: homotecia, vectores y la construcción de homotecias a partir de la multiplicación de un vector por un escalar.

Guíe a sus estudiantes para que sean ellos quienes elaboren gran parte de este repaso utilizando sus propias palabras para explicar los contenidos estudiados.

Conduzca la instancia para que analicen juntos el Ejemplo 3 utilizando regla y compás.

Desarrollo: 60 minutos

En conjunto, analicen el procedimiento de uso del compás en el ejemplo mediante el cual sus alumnos pueden construir el doble de un vector dado. Puede ampliar este trabajo solicitando otro vector, cuyo escalar sea un número natural. Desafíelos a construir el vector $1/2 \overrightarrow{AB}$, el cual se puede determinar, por ejemplo, obteniendo la simetral del vector $\overrightarrow{AB}$, que lo corta justo por la mitad.

EJEMPLO 3

Construye el vector $2 \cdot \overrightarrow{AB}$ utilizando el compás a partir del vector $\overrightarrow{AB}$.



Ubica el compás con centro en A y radio $\overrightarrow{AB}$.

Luego, a partir de B, copias la amplitud del vector $\overrightarrow{AB}$ y obtendrás el vector $2 \cdot \overrightarrow{AB}$.

¿Cómo construirías el vector $2 \cdot \overrightarrow{AB}$ del EJEMPLO 3 utilizando regla en vez de compás?
Compara tu estrategia con la de tus compañeros.

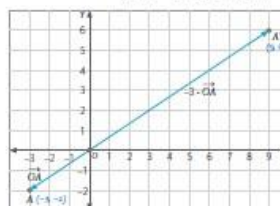
EJEMPLO 4

Determina las coordenadas de la imagen del punto $A(-3, -2)$ si se le aplica una homotecia de centro $O(0, 0)$ y razón de homotecia $k = -3$.

Para hallar el punto imagen, podemos multiplicar el vector $\overrightarrow{OA}$ por el valor de la razón k :

$$k \cdot \overrightarrow{OA} = -3 \cdot (-3, -2) = (9, 6)$$

Gráficamente:



Luego, el punto imagen es $A'(9, 6)$.

ACTIVIDADES en tu cuaderno

Considera los datos del EJEMPLO 4 y responde.

1. ¿Qué diferencia habría si la razón de homotecia fuera $k = 3$? Explica.
2. ¿Qué ocurre si el centro de homotecia se cambia? Comenta con tu curso.

116 | Unidad 3 - Medioambiente

Uso de recursos tecnológicos

Para complementar el trabajo con homotecias, invite a sus estudiantes a visitar el enlace propuesto en el **Recurso web**, en el cual podrán repasar algunas propiedades fundamentales de las homotecias y revisar recursos audiovisuales sobre este contenido.

Notas para el docente

Es importante que promueva de manera articulada la motivación y el **reconocimiento de ideas previas**. El trabajar esta instancia predispone positivamente a los estudiantes hacia los nuevos aprendizajes.

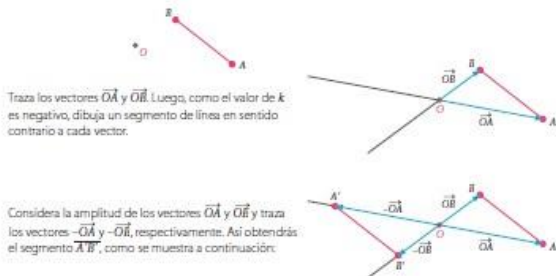
Recurso Web
Para practicar y repasar más acerca de homotecia, visita el siguiente sitio: <https://m3.ccnmtl.org/>



• EJEMPLO 5

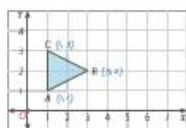
Construye mediante una homotecia la imagen del segmento $\overline{AB}$ considerando el centro de homotecia O y el factor $k = -1$.

Utiliza tus materiales para desarrollar las actividades.



• EJEMPLO 6

En el plano cartesiano se representa el triángulo ABC . Si se le aplica una homotecia de centro $O(0, 0)$ y razón de homotecia $k = 2$, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de la figura que resulta?



Se trazan los vectores $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ y $\vec{OC}$, que van desde el origen a cada uno de los vértices, y se multiplica cada uno por el escalar k , es decir:

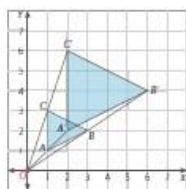
$$k \cdot \vec{OA} = 2 \cdot (1, 1) = (2, 2)$$

$$k \cdot \vec{OB} = 2 \cdot (3, 1) = (6, 2)$$

$$k \cdot \vec{OC} = 2 \cdot (1, 3) = (2, 6)$$

Luego, se trazan los nuevos vectores y se obtiene el triángulo $A'B'C'$, cuyos vértices son:

$$A'(2, 2) \quad B'(6, 2) \quad C'(2, 6)$$



Leción 8 - Homotecia y semejanza de triángulos | 117

Desarrollo: (continuación)

Utilizando la actividad en tu cuaderno como referencia, continúa el trabajo con la regla y el compás en los ejemplos siguientes, en los que el centro de homotecia ha cambiado de lugar.

Explique al curso que realizar una homotecia a una figura implica hacer una transformación geométrica a cada punto de esta, y se cumplen las propiedades de proporcionalidad de la razón de homotecia.

Enfatice en el procedimiento realizado al finalizar el ejemplo 6, con el que se muestra que es posible determinar los puntos de la figura homotética multiplicando los puntos coordenados por la razón de homotecia.

Recuerde que es importante que los estudiantes actúen con autonomía en las actividades habituales y en las relaciones de grupo, con el propósito de desarrollar las posibilidades de tomar iniciativas y de establecer relaciones afectivas. Además las altas expectativas de los estudiantes son la clave para motivar a los estudiantes en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Cierre: 15 minutos

Formalice el procedimiento utilizado para determinar los puntos de la figura homotética a través de la multiplicación de los pares ordenados por un escalar.

Actividad de refuerzo

Calcula lo pedido a partir del vector $\vec{u} = (2, -1)$.

- a. $2\vec{u}$ b. $-3\vec{u}$ c. $0,5\vec{u}$

Respuestas:

- a. $(4, -2)$
b. $(-6, 3)$
c. $(1, -0,5)$

Ambiente de aprendizaje

Promueva que los estudiantes compartan sus opiniones con el propósito de desarrollar objetivos **actitudinales** como el respeto por la opinión de sus compañeros y valorar los aportes de todos.

Planificación

Clase 9 2 horas pedagógicas/ págs. 118 y 119

Propósito

Construir homotecias utilizando regla y compás y vectores, y aplicando sus propiedades para resolver problemas en contextos diversos.

Objetivo de Aprendizaje

OA 11

Actitudes

OA B y OA D

Gestión de la clase

Inicio: 15 minutos

Solicite a sus estudiantes que realicen un cuadro resumen con los conceptos estudiados durante esta lección.

Ambientes de aprendizaje

Motívelos a abordar las actividades en un ambiente en el que se respeten las opiniones de los demás. Reflexione junto con ellos cómo un error permite generar una instancia de aprendizaje.

Desarrollo: 60 minutos

Acompañe a sus alumnos en el desarrollo de las actividades y procure motivarlos para abordar el trabajo con una actitud positiva, esfuerzo y perseverancia.

Luego, pídale que evalúen su nivel de logro respecto a los aprendizajes. Para complementar, promueva que cada uno responda en sus cuadernos de manera individual lo siguiente: ¿Qué te resultó fácil?, ¿qué te resultó difícil?, ¿qué harías diferente si tuvieras que hacer la misma tarea?

■ ACTIVIDADES EN TU CUADERNO

1. Construye cada vector utilizando regla y compás, y explica el procedimiento a tus compañeros.

a. Construir $3\vec{AB}$ a partir de $\vec{AB}$.

b. Construir $-2\vec{EF}$ a partir de $\vec{EF}$.



2. Considera los puntos $A(-2, 6)$ y $O(0, 0)$ y realiza lo pedido.

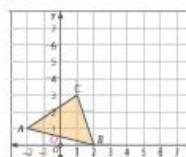
a. Construye el vector $\vec{OA}$.

b. Calcula las coordenadas del vector $3\vec{OA}$.

c. Determina la imagen del vector $3\vec{OA}$ que se obtiene mediante una homotecia de centro $O(0,0)$ y razón de homotecia $k = -3$.

d. ¿Qué ocurrió con el sentido del vector $3\vec{OA}$ luego de aplicar la homotecia? Explica.

3. Analiza la figura, y luego resuelve.



a. Aplica una homotecia al triángulo ABC considerando centro de homotecia $O(0, 0)$ y razón $k = -2$.

b. Aplica una homotecia al triángulo ABC considerando centro de homotecia $O(0, 0)$ y razón $k = 2$.

c. Aplica una homotecia al triángulo imagen $A'B'C'$ del ejercicio b. considerando centro de homotecia $O(0, 0)$ y razón $k = 0,5$.

4. Realiza la siguiente actividad usando un software educativo. Puedes utilizar el software GeoGebra ingresando en el sitio <https://www.geogebra.org/geometry>. Luego, considera los siguientes pasos:

1. Haz clic en y construye un polígono.

2. Con el botón ubicas el centro de homotecia.

3. Con el botón haces clic en el centro de homotecia de la figura, y luego debes ingresar el valor de la razón de homotecia.

Construye un cuadrilátero de vértices $A(-2, 4)$, $B(-4, 4)$, $C(-5, 1)$ y $D(-1, 1)$, y luego aplica una homotecia de centro $U(1, -1)$ y valor de la razón $k = -0,5$. ¿Cuáles son las coordenadas homotéticas de cada vértice?

118 | Unidad 3 - Medioambiente

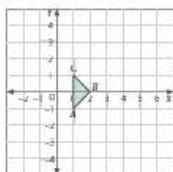
Notas para el docente

Diversificación de aprendizaje

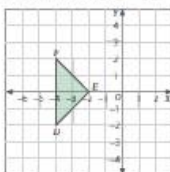
Algunos estudiantes tendrán dificultades para relacionar el trabajo algebraico (o aritmético) con los pares ordenados y la ponderación por un escalar con la representación gráfica del vector. Esto es una aproximación al trabajo de la geometría analítica. Para ello, utilice como recurso adicional el software GeoGebra, en el cual puede definir puntos y ponderarlos por cualquier escalar y ver su resultante en el entorno geométrico de manera inmediata. Explique la importancia de utilizar procedimientos de esta forma para simplificar el trabajo geométrico en el plano cartesiano.

5. Aplica una homotecia a cada figura. Para ello, considera que el valor de la razón es k .

a. Centro de homotecia O , $k = 2,5$.



b. Centro de homotecia O , $k = -0,5$.



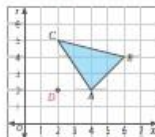
6. Analiza la figura, y luego responde. Considera el centro de homotecia $H(2, 2)$.

a. Aplica una homotecia de razón $k = -2,5$.

b. Aplica una homotecia de razón $k = -2,5$.

c. Aplica una homotecia de razón $k = 2$.

Explica cómo desarrollaste los ejercicios a tus compañeros.



7. Resuelve el siguiente problema.

A un triángulo de vértices $A(-2, 4)$, $B(-4, 6)$ y $C(-4, 2)$ se le aplica una homotecia de centro O y valor de razón k , obteniéndose como imagen otro triángulo de vértices $A'(4, 4)$, $B'(8, 0)$ y $C'(8, 8)$.

a. ¿Cuáles son las coordenadas del centro O ?

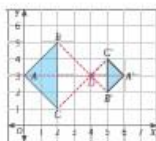
b. ¿Cuál es el valor de razón de homotecia?

8. Evalúa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas respecto de la homotecia que se muestra. Justifica tu respuesta.

a. O es el centro de homotecia.

b. La razón de homotecia es $-\frac{1}{2}$.

c. $\overline{DC'} = 2 \cdot \overline{DC}$



Cuaderno de Actividades
Páginas 84 a 87

CIERRE

* ¿Crees que el visualizar los vectores y las figuras en el plano cartesiano te ayuda a comprender mejor los contenidos? Comenta con tus compañeros.

Unión 8 - Homotecia y semejanza de Tales | 119

Desarrollo: (continuación)

Opciones para profundizar

Desafía a sus estudiantes a realizar homotecias de polígonos de 5 y 6 lados, y a comprobar las propiedades estudiadas respecto a la razón de homotecia.

Para promover el trabajo colaborativo, proponga el desarrollo de las actividades 5 y 6 en parejas.

Incentive el intercambio de ideas entre parejas y el desarrollo conjunto de estrategias para abordar cada una de las actividades.

Pida que entre parejas compartan cómo resolvieron cada una de las homotecias solicitadas.

Cierre: 15 minutos

Para finalizar, invite a sus alumnos a responder las preguntas de Cierre y a comentar las respuestas con sus compañeros.

Motive la reflexión del curso acerca de la importancia de lo aprendido durante la clase.

Planificación

Clase 10

2 horas pedagógicas

Para reforzar los contenidos, puede trabajar las actividades de las páginas 84 a 87 del **Cuaderno de Actividades**.

Uso de recursos tecnológicos

Invite a sus estudiantes a abordar la actividad 4 utilizando el software GeoGebra, disponible en <https://www.geogebra.org/geometry>.

Para los más aventajados, puede proponer el desafío de construir la homotecia sin utilizar el botón "homotecia" del programa. Para ello, tiene dos opciones: calcular la coordenada de cada punto de la figura, lo cual es válido, o utilizar deslizadores, lo cual comprende un conocimiento avanzado sobre el uso de este programa, pero que es relativamente sencillo de aprender.

Puede conocer más sobre los deslizadores de GeoGebra

en el siguiente enlace: https://wiki.geogebra.org/es/Herramienta_de_Deslizador

Herramienta_de_Deslizador

Anexo 8: Consentimiento informado

- Grupo focal

CONSENTIMIENTO INFORMADO DE PARTICIPACIÓN EN TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Estimado(a) profesor(a):

Usted ha sido invitado(a) a participar en el estudio titulado "**Adaptación y validación de estrategias de gamificación para promover la habilidad de representación matemática mediante el concepto de homotecia vectorial en estudiantes de primer año medio**", dirigido por el profesor Álvaro Moya Oliva.

El estudio tiene como objetivo general **adaptar y validar una actividad matemática con gamificación para promover la habilidad de representación matemática, mediante el concepto de homotecia vectorial, en estudiante de primer año medio**. Este estudio se realiza en el marco del Trabajo de Titulación de **Paulina Varela Vega**, estudiante de la carrera de Pedagogía en Matemáticas de la Universidad de Concepción, campus Los Ángeles, RUT 20.437.800-2.

Por este motivo se pide su colaboración, que consistirá en **asistir a una sesión de grupo focal online**, que será grabada, donde discutiremos la planificación adaptada, las actividades gamificadas y su efectividad.

La investigación es conducida por Álvaro Moya Oliva, académico del departamento de Ciencias Básicas de la Escuela de Educación de la Universidad de Concepción, campus Los Ángeles, teléfono 43 240 5297, correo electrónico: amoya@udec.cl

BENEFICIOS Y RIESGOS:

Este estudio contribuirá significativamente al desarrollo de una planificación más efectiva y adaptada a las necesidades de los estudiantes donde su retroalimentación será de gran ayuda para ajustar y mejorar las estrategias propuestas.

A juicio de los investigadores, su participación en este estudio no conlleva riesgos ni consecuencias, debido a que se realizará en de forma no presencial y los resultados obtenidos serán de forma anónima.

ALMACENAMIENTO DE LOS DATOS Y USO DE LOS RESULTADOS:

La información recogida será ingresada a una base de datos codificada, la cual no permite establecer la identidad de las personas ni cualquier otra información que lleve a identificarlas. La base de datos sólo será manejada por los investigadores que desarrollan el proyecto.

Los resultados del estudio serán usados para fines de la investigación. No se identificarán nombres de las personas ni el establecimiento educativo al que pertenecen. Toda divulgación se hará con propósitos educativos.

LUGAR Y TIEMPO INVOLUCRADO:

La investigación se llevará a cabo de forma remota el día viernes 23 de julio a las 20:15 horas del presente año, y tendrá una duración aproximada de 60-90 minutos.

AUTORIZACIÓN

He leído la información proporcionada o me ha sido leída. He tenido la oportunidad de preguntar sobre ella y se me ha contestado satisfactoriamente las preguntas que he realizado. Consiento voluntariamente participar en esta investigación como participante y entiendo que tengo el derecho de retirarme de la investigación en cualquier momento sin que me afecte en ninguna manera.

Nombre participante: _____

Firma

Fecha: _____

- **Estudiantes**

**CONSENTIMIENTO INFORMADO DE PARTICIPACIÓN
EN TRABAJO DE INVESTIGACIÓN**

Su pupilo(a) ha sido invitado(a) a participar en el estudio llamado *"Adaptación y validación de una actividad matemática a través de la gamificación para promover la habilidad de representación matemática, mediante el concepto de homotecia de forma vectorial en estudiantes de primer año medio"*, dirigido por el profesor Alvaro Moya Oliva. El estudio tiene como objetivo general adaptar y validar una estrategia de gamificación educativa centrada en la geometría para promover la habilidad de representación matemática mediante el concepto de homotecia de forma vectorial en estudiantes de primer año medio. Este estudio se realiza en el marco del Trabajo de Titulación de Paulina Varela Vega, estudiante de la carrera de Pedagogía en Matemáticas de la Universidad de Concepción, campus Los Ángeles, RUT 20.437.800-2.

Por este motivo, se pide la colaboración de su pupilo(a), que consiste en completar un cuestionario llamado "Hexad-12", el cual está compuesto de 12 afirmaciones que serán medida en una escala que va desde el "muy de acuerdo" al "muy en desacuerdo". Esta actividad será realizada en la sala de computación utilizando un formulario de Google para recopilar las respuestas de cada estudiante.

La investigación es conducida por Álvaro Moya Oliva, académico del departamento de Ciencias Básicas de la Escuela de Educación de la Universidad de Concepción, campus Los Ángeles, teléfono 43 240 5297, correo electrónico alvaro.moya.o@gmail.com.

BENEFICIOS Y RIESGOS:

Este estudio tiene el beneficio de identificar los distintos perfiles de jugador presentes en el estudiante, con el motivo de caracterizar el grupo curso en torno a sus motivaciones personales para jugar. Esta información resulta relevante para emplear estrategias lúdicas de aprendizaje basado en la gamificación que promueva la habilidad matemática de representar.

A juicio de los investigadores, la participación de su pupilo(a) en este estudio no conlleva riesgos ni consecuencias, debido a que se realizará en las instalaciones del establecimiento educacional y los resultados obtenidos serán de forma anónima.

ALMACENAMIENTO DE LOS DATOS E USO DE LOS RESULTADOS:

La información recogida será ingresada a una base de datos codificada, la cual no permite establecer la identidad de las personas ni cualquier otra información que lleve a identificarlas. La base de datos sólo será manejada por los investigadores que desarrollan el proyecto. Los resultados del estudio serán usados para fines de la investigación. No se identificarán nombres de las personas ni del establecimiento educativo. Toda divulgación se hará con propósitos educativos.

LUGAR Y TIEMPO INVOLUCRADO:

La investigación se llevará a cabo al interior del establecimiento educacional el ~~día~~ Jueves 16 de mayo del presente año durante algunos minutos de un cierto bloque de clase, procurando que no pierdan contenidos. Por lo tanto, es importante la asistencia ese día.

Anexo 9: Auto reporte sobre contribuciones primarias y secundarias a los Objetivos de Desarrollo Sostenible

Bloques	Objetivos	1°	2°
Personas	1. Poner fin a la pobreza en todas sus formas y en el mundo.		
	2. Poner fin al hambre, lograr la seguridad alimentaria y la mejora de la nutrición y promover la agricultura sostenible		
	3. Garantizar una vida sana y promover el bienestar de todos y todas las edades.		
	4. Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos.	x	
	5. Lograr la igualdad de género y empoderar a todas las mujeres y las niñas.		
Planeta	6. Garantizar la disponibilidad y la gestión sostenible del agua y el saneamiento para todos.		
	12. Garantizar modalidades de consumo y producción sostenible.		
	13. Adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos.		
	14. Conservar y utilizar sosteniblemente los océanos, los mares y los recursos marinos para el desarrollo sostenible.		
	15. Proteger, restablecer y promover el uso sostenible de los ecosistemas terrestres, gestionar sosteniblemente los bosques, luchar contra la desertificación, detener e invertir la degradación de las tierras y detener la pérdida de biodiversidad.		
Prosperidad	7. Garantizar el acceso a una energía asequible, fiable, sostenible y moderna para todos.		
	8. Promover el crecimiento económico sostenido, inclusivo y sostenible, el empleo pleno y productivo y el trabajo decente para todos.		
	9. Construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización inclusiva y sostenible y fomentar la innovación.		
	10. Reducir la desigualdad en los países y entre ellos.		
	11. Lograr que las ciudades y los asentamientos humanos sean inclusivos, seguros, resilientes y sostenibles.		
Paz	16. Promover sociedades pacíficas e inclusivas para el desarrollo sostenible, facilitar el acceso a la justicia para todos y construir a todos los niveles institucionales eficaces e inclusivas que rindan cuentas.		
Asociaciones	17. Fortalecer los medios de implementación y revitalizar la Alianza Mundial para el Desarrollo Sostenible		