

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN - CHILE
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

***Un modelo de planificación de la
producción en una fábrica de calzados***

por
Fabián Adolfo Álvarez Uribe

Profesor Guía:
Dr. Hernaldo Reinoso Alarcón

Concepción, marzo de 2009

Tesis presentada a la

**ESCUELA DE GRADUADOS
DE LA UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**



Para optar al grado de

MAGISTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

Agradecimientos

En primer lugar, deseo agradecer a Dios por ofrecerme la oportunidad de seguir creciendo y desarrollarme personal y profesionalmente.

A mi madre, que aunque ya no está presente físicamente, lo ha estado espiritualmente, cuidándome y apoyándome. A mi padre y a mi hermana, por el apoyo transversal que siempre me han entregado.

A mis amigos, que siempre me enorgullecen y están conmigo de alguna u otra forma.

Al profesor Hernaldo Reinoso, por guiarme en todo este proceso. A los administrativos del departamento, quienes también han aportado al logro de este trabajo.



RESUMEN

Un modelo de planificación de la producción en una fábrica de calzados

Fabián Adolfo Álvarez Uribe
Marzo de 2009

PROFESOR GUÍA: Dr. Hernaldo Reinoso Alarcón
PROGRAMA: Magíster en Ingeniería Industrial

En esta investigación se propone un modelo de programación lineal entera para resolver un problema de planificación agregada de la producción en una fábrica de calzados. Se consideró como objetivo maximizar las utilidades sujeto a restricciones de inventario, de demanda, de capacidad y de dominio de variables. El modelo fue implementado utilizando CPLEX 11.0 de ILOG. Se resolvió el problema original y se comparó en términos porcentuales con la planificación efectivamente realizada sin el modelo. La mejora en la función objetivo fue del orden de un 8%. Adicionalmente, se realizaron problemas de prueba, comprobando que factores como el porcentaje de demanda, su magnitud y su aleatoriedad tienen importantes efectos sobre el tiempo de ejecución del modelo. El aumento del porcentaje y magnitud de la demanda ocasionó un incremento en el tiempo de ejecución. Debido a su incertidumbre, la aleatoriedad en la demanda provocó imprevisiblemente un aumento o disminución del tiempo de ejecución.

Palabras clave: Planificación Agregada, Planificación de Producción, Programación Lineal Entera.

Magíster en Ingeniería Industrial, Escuela de Graduados – Universidad de Concepción

ABSTRACT

A production planning model in a footwear factory

Fabián Adolfo Álvarez Uribe
March 2009

THESIS SUPERVISOR: Dr. Hernaldo Reinoso Alarcón
PROGRAM: Master in Industrial Engineering

This research proposes an integer linear programming model to solve a production aggregate planning problem in a footwear factory. The objective of maximizing profits was considered subject to inventory, demand, capacity and variable domain restrictions. The model was implemented in ILOG CPLEX 11.0. The original problem was solved and compared with planning done without this model in percent terms. The objective function was improved by nearly 8%. In addition, test problems were run and it was proved that demand's percentage, magnitude and randomness have an important effect on model's runtime. An increase of demand's percentage and magnitude caused a runtime's increase. Demand's randomness caused an unpredictable runtime's increase or decrease due to its uncertainty.

Keywords: Aggregate Planning, Integer Linear Programming, Production Planning.

CONTENIDO

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 HIPÓTESIS DE TRABAJO	1
1.2 OBJETIVO GENERAL	2
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.4 METODOLOGÍA	2
CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	4
2.1 SITUACIÓN ACTUAL DE LA INDUSTRIA DEL CALZADO EN CHILE	4
2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO PRODUCTIVO	6
2.2.1 Cortado	8
2.2.2 Aparado	8
2.2.3 Prefinito	9
2.2.4 Armado	9
2.3 FUNDAMENTOS PRÁCTICOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO	10
2.3.1 Unidad de Negocios	10
2.3.2 Producción y Capacidad	12
2.3.3 Función Objetivo y Unidad de Tiempo	13
CAPÍTULO 3. MARCO CONCEPTUAL Y ESTADO DEL ARTE	14
3.1 ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES	14
3.1.1 Enfoque Sistémico	15
3.1.2 Proceso de Planificación	15
3.1.3 Planificación Agregada	19
3.1.4 Métodos de Solución	20
3.2 MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL	22
3.2.1 Problemas con Variables Continuas	23
3.2.2 Problemas con Variables Discretas	24
3.3 TRABAJOS Y ARTÍCULOS RELACIONADOS	25
CAPÍTULO 4. MODELO PROPUESTO	30
4.1 ÍNDICES	31
4.2 PARÁMETROS	33
4.3 VARIABLES	35
4.4 FORMULACIÓN DEL MODELO	36
4.4.1 Función Objetivo	36
4.4.2 Restricciones	39

4.4.3 Resumen del Modelo	50
CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DEL MODELO	57
5.1 IMPLEMENTACIÓN	57
5.2 EVALUACIÓN DEL MODELO	58
5.2.1 Pruebas	60
5.2.2 Resultados	70
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES	72
REFERENCIAS	74
ANEXO 1. CÓDIGO FUENTE	77
ANEXO 2. PROBLEMAS DE PRUEBA	92



CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

La función operativa es de vital importancia para cualquier empresa, tanto manufacturera como de servicios, porque es a través de ella que se generan los productos tangibles e intangibles que permiten obtener el fin por el cual se creó: generación de utilidad.

La planificación de la producción es parte importante de esta función y toma decisiones respecto al volumen y el tiempo de producción de los productos. Una planificación adecuada y eficiente puede ser vital para conseguir ahorros en costos y obtener mejor rentabilidad.

Una empresa de manufactura de calzado necesita planificar la producción de cada temporada para satisfacer la demanda de sus clientes. La fábrica posee cuatro áreas, cada una de las cuales tiene un proceso distinto para cada parte del calzado. Como el producto de salida de algunas se dirigen a otras como productos de entrada, existe una dependencia en las fechas de entrega de cada área. Se requiere establecer las fechas de producción de los productos con el fin de mejorar y optimizar la utilidad.

En este estudio se investiga en el área de Administración de Operaciones respecto a la Planificación Agregada de la Producción con el fin de proponer un modelo de programación matemática para su resolución.

1.1 HIPÓTESIS DE TRABAJO

Se formulará un modelo de planificación de la producción que permitirá aumentar la diferencia entre los ingresos y los costos totales de producción satisfaciendo un conjunto de restricciones de inventario, demanda y capacidad.

1.2 OBJETIVO GENERAL

Formulación de un modelo de programación matemática cuya resolución permitirá obtener un plan óptimo de producción.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Formular un modelo de programación matemática.
- Implementarlo en una plataforma computacional.
- Analizar el desempeño del modelo.

1.4 METODOLOGÍA



Para probar la hipótesis se formula un modelo de programación lineal con variables enteras. Este problema es un problema difícil de resolver en cuanto a su complejidad computacional, correspondiendo al tipo de problemas *NP-hard*. Se propone realizar una implementación computacional en una plataforma adecuada como CPLEX 11.0 de ILOG. En ella, se ingresó una instancia de un problema real con el fin de comprobar si ésta es una mejor solución que la planificación utilizada por la fábrica sin el modelo. Adicionalmente, diversas instancias ficticias fueron ejecutadas, problemas de pruebas con estructuras características de demanda, probándose su efecto en el tiempo de ejecución del modelo implementado.

En este informe, el siguiente capítulo describe el problema a abordar, las propiedades del proceso productivo del calzado y los requerimientos que se deben cumplir. El capítulo 3 presenta los fundamentos teóricos relacionados con el problema en estudio y la revisión del estado del arte. En el capítulo 4 se desarrolla el modelo paso a paso, describiendo

índices, parámetros, variables y expresiones matemáticas que componen la función objetivo y las restricciones. En el capítulo 5 se realizan pruebas del modelo para analizar su comportamiento frente a problemas de diversas características. Finalmente, se exponen las conclusiones del estudio en el capítulo 6.



CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

2.1 SITUACIÓN ACTUAL DE LA INDUSTRIA DEL CALZADO EN CHILE

El consumo de pares de calzado en Chile en el año 2006 alcanzó los 60 millones de pares (ver figura 2.1), equivalentes a un promedio de 3,8 pares per cápita, siendo el consumo más alto en Latinoamérica. Se estima que al finalizar el año 2007, el consumo será de 67 millones de pares.

La competencia en el sector del calzado es muy fuerte en nuestro país y esto ha provocado que la fabricación local decaiga frente a la importación de productos provenientes de China, Brasil y otros centros de producción de calzado a nivel global. Entre 1991 y 1999, las importaciones aumentaron de 2,2 millones a 24,4 millones de pares, año desde el cual la cantidad de calzado importado supera a la cantidad producida. En el año 2006, el 82,71% del total de pares importados provenía de China, un 4,76% provino de Brasil y un 3,82%, de Vietnam. Las importaciones chilenas de calzado sostuvieron su crecimiento, alcanzando un récord de 60,5 millones de pares, los que ingresaron con un valor de \$368 millones de dólares CIF, con un 22% de crecimiento en comparación con el año 2005.

La producción chilena de calzado alcanza a 10 millones de pares, 9 de los cuales fueron producidos por no más de 50 medianas empresas. El millón restante fue fabricado por 350 micro y pequeñas empresas, aproximadamente. [1]

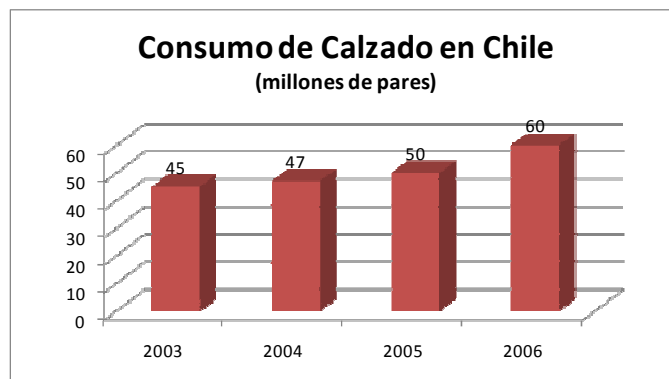


Figura 2.1. Consumo del calzado en Chile.
Fuente: Fedeccal F.G.

En este escenario, la cantidad total de calzado de producción nacional más el importado resulta mucho mayor que el consumo. Esto se puede explicar por el gran stock de calzado importado que termina estancado en bodegas, obsoleto en moda, y susceptible de ser vendido sólo en liquidaciones a precios de oferta. Los industriales del calzado que han sabido adaptarse a las turbulencias de la globalización y a la dura competencia del producto importado se desenvuelven a plena capacidad y competitividad dentro del medio.

Las empresas líderes de la industria del calzado comercializan sus productos a través de sus propios canales de venta, tanto en sus propias cadenas de tiendas como venta directa a mayoristas. Las tiendas por departamento comercializan cerca del 40% del consumo nacional del calzado, constituyendo a su vez el 19% del total de calzados importados anualmente en Chile.

Los supermercados son un actor no despreciable en cuanto a la importación de calzado en el país. En el año 2006, éstos llegaron a importar un 10% del total anual. En cuanto a la distribución del consumo del calzado, el 60% se comercializa en las regiones Metropolitana, Quinta y Sexta. El 25% en la Zona Sur y el 15% restante en la Zona Norte.

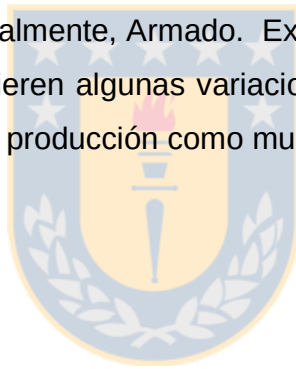
[1]

Las industrias chilenas del sector deben ser capaces de diseñar e implementar planes y programas que permitan su permanencia exitosa en el mercado local y su internacionalización, para no ser sustituidas por las importaciones.

2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO PRODUCTIVO

La fábrica de la empresa dispone de cuatro áreas productivas: Cortado, Aparado, Prefinito y Armado. Existe una quinta, Curtiembre, que se encuentra en otras instalaciones alejadas de la fábrica donde se confecciona el calzado.

En términos generales, el proceso de producción comienza cuando se emite una orden de trabajo. En Curtiembre se preparan los cueros que serán necesarios traspasar al área de Cortado. En Aparado se confecciona la capellada. Paralelamente, en Prefinito se elaboran la planta y la plantilla de armado. Finalmente, en Armado se ensamblan los componentes provenientes de Aparado y Prefinito. En la figura 2.2 se puede apreciar este procedimiento. La mayor parte del calzado producido en la fábrica sigue el flujo de Cortado, Aparado, Prefinito y, finalmente, Armado. Existen algunos productos que por sus requerimientos productivos requieren algunas variaciones de este flujo, pero, en general, se puede observar el proceso de producción como muestra la figura 2.3.



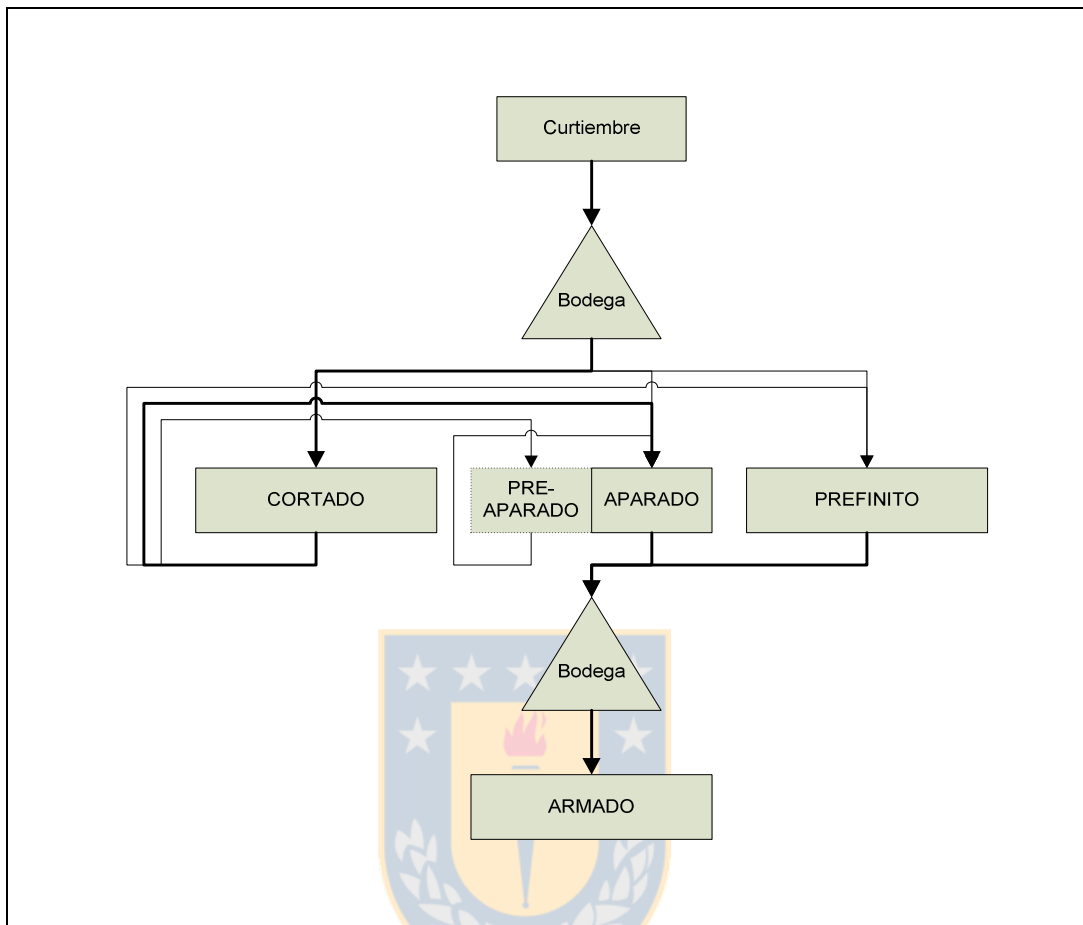


Figura 2.2. Proceso productivo.

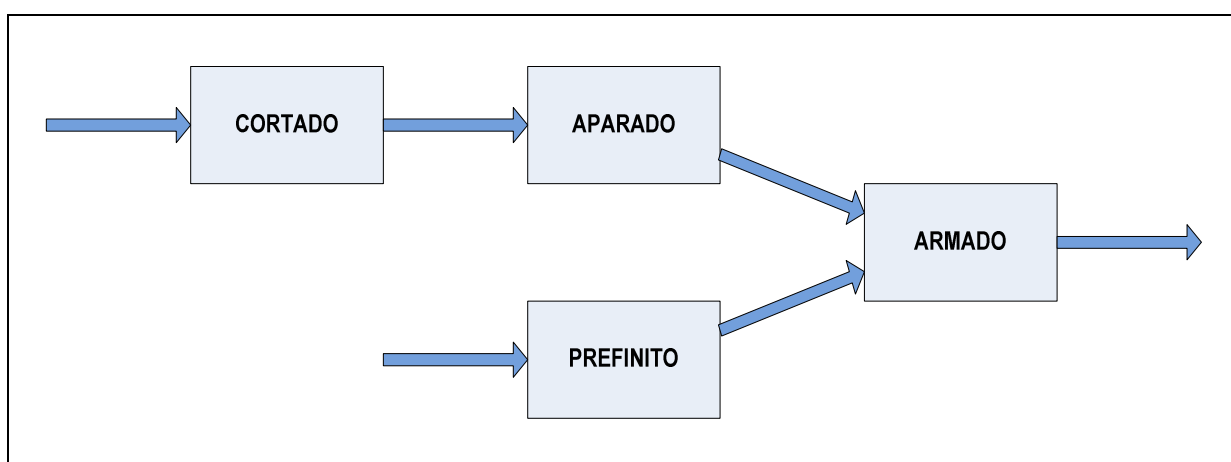


Figura 2.3. Proceso Productivo.

2.2.1 Cortado

En esta área de la fábrica se agrupan varias órdenes de trabajo de acuerdo a las características de corte que se necesiten. Existen 3 tipos de cortes: corte manual, a través de una chaveta; corte semiautomático, mediante troqueladoras; y corte automatizado, con el uso de máquinas computarizadas.

A Cortado llegan guías de fábrica provenientes del área de planificación. De acuerdo a ellas se efectúa el requerimiento de cuero a bodega, el que se encuentra almacenado en rollos y que resulta del tratamiento aplicado en Curtiembre. Al salir de bodega, el cuero es pesado e identificado en una guía matriz, para determinar el artículo y modelo que se debe procesar. En la ficha técnica de un artículo se detallan los bosquejos de los modelos y sus características.

De Cortado salen principalmente 3 productos: capellada, que es la parte superior del calzado; empastes, espuma que posteriormente es adherida al cuero para; y forros, para la plantilla interior y el recubrimiento interno de botas.

2.2.2 Aparado

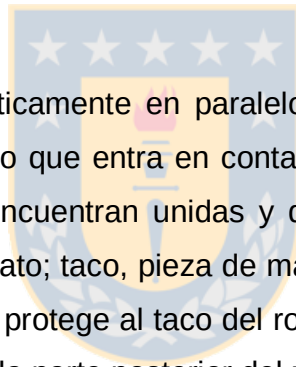
Existe un proceso anterior al que se efectúa en Aparado llamado Pre-Aparado, donde se cosen ciertas piezas antes de ingresar al área de Aparado propiamente tal. También se realizan algunos timbrados que no son posibles de realizar en etapas posteriores. De esta sección salen como productos: piezas forradas, piezas tira de topes y piezas empastadas.

En Aparado se realizan distintas costuras que permiten formar la capellada del calzado. Esta sección de la fábrica cuenta con una tecnología para asignar tareas mediante cintas

transportadoras. Un sistema computacional controla estas tareas, en las cuales se especifican las operaciones que deben ejecutarse.

El cosido debe conseguir que las uniones sean fuertes y duraderas. Para lograrlo se ocupa hilo de algodón para las zonas delgadas y de lino para las zonas más gruesas. El hilo varía tanto en su material, color y grosor, eligiéndose el adecuado de acuerdo a las especificaciones del modelo que se esté procesando. En esta sección también se agregan accesorios y adornos, como hebillas, cierres y figuras.

2.2.3 Prefinito



La sección Prefinito opera prácticamente en paralelo a Cortado y a Aparado. Aquí se elabora: planta, parte del calzado que entra en contacto con el piso; plantilla de armado, dos planchas de fibra que se encuentran unidas y que poseen un filo de acero que le entrega mayor estabilidad al zapato; taco, pieza de madera o plástica forrada que eleva la zona del talón; tapilla, pieza que protege al taco del roce del suelo; y contrafuerte, sección que entrega mayor resistencia a la parte posterior del zapato.

2.2.4 Armado

Los componentes necesarios para armar el zapato provienen de las áreas anteriormente mencionadas. Para ello se utiliza una herramienta fundamental para su montaje: la “horma”. La horma es un modelo físico del pie humano y sirve para sustituir el pie en la confección del calzado, actuando como superficie de trabajo.

El calzado recorre esta sección mediante de 3 líneas de armado. Cada una de ellas posee bandejas que viajan a una velocidad constante pasando por los distintos centros de trabajo. Al completar el armado del zapato se efectúan los últimos retoques de limpieza y embellecimiento, para finalmente ser embalado y despachado.

2.3 FUNDAMENTOS PRÁCTICOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

En un mediano a largo plazo, la empresa desea cumplir con una meta que se ha propuesto: adoptar el concepto de Unidad Estratégica de Negocios (U. E. N.) en sus operaciones. Esto significa la división de las actividades de la empresa en Unidades de Negocios conscientes de la existencia de un mercado externo. Es así como cada área de producción de la fábrica (a saber, Cortado, Aparado, Prefinito y Armado) pasaría a convertirse en una Unidad de Negocios por sí misma. Este nuevo enfoque se está acogiendo gradualmente y para resolver el problema de la Planificación Agregada se debe considerar este aspecto. El modelo que se propone en este estudio considera estos aspectos y el trabajo de Acuña, R. (2004). [2]

2.3.1 Unidad de Negocios

La manera más simple de comprender el concepto de Unidad de Negocios aplicado al proceso productivo de la empresa es pensar en una entidad que posee tanto entradas como salidas. El origen de las entradas puede ser interno y/o externo, así como el destino de las salidas también puede ser interno y/o externo.

En la figura 2.4, la U. E. N. corresponde a cada área productiva de la empresa. Obtiene insumos desde diversas fuentes, ya sea interna y/o externamente. Luego, estos insumos

pasan por una serie de operaciones que van transformándolos en productos finales para esa U. E. N. y que deben ser entregados a clientes internos y/o externos de acuerdo a la demanda existente. En consecuencia, el flujo en la figura comienza con compras de insumos, pasa por el proceso de transformación para, finalmente, efectuar la venta de los productos terminados.

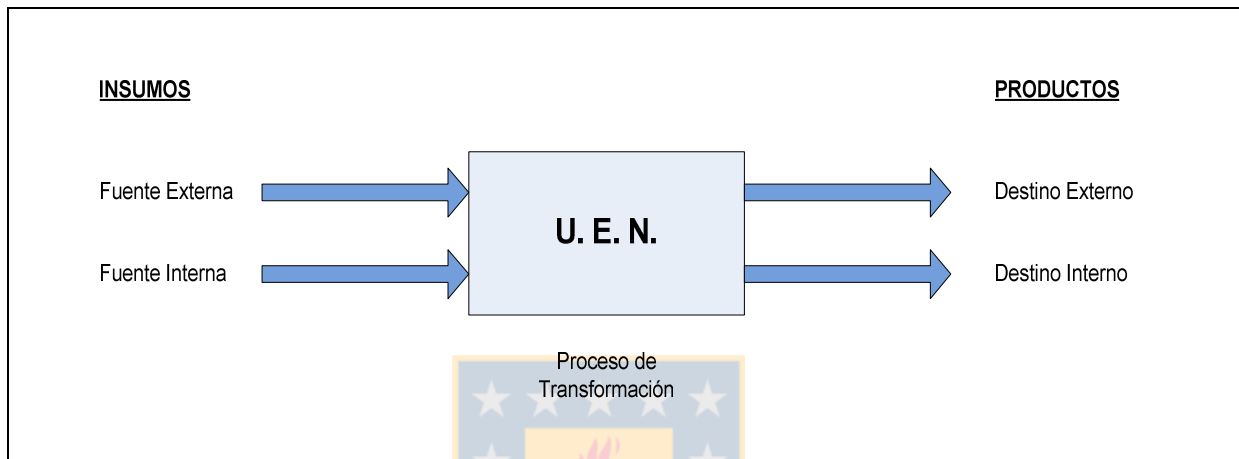


Figura 2.4. Unidad de Negocios para cada área de producción.

En la figura 2.5 se puede observar la interdependencia entre las distintas U. E. N. de la empresa (nótese que la U. E. N. Armado posee dos fuentes internas y externas porque requiere de dos tipos de insumos diferentes). Se debe estar dispuesto a aceptar requerimientos que, incluso, aún pueden no existir. El modelo debe también considerar estos matices, como se verá en el próximo capítulo.

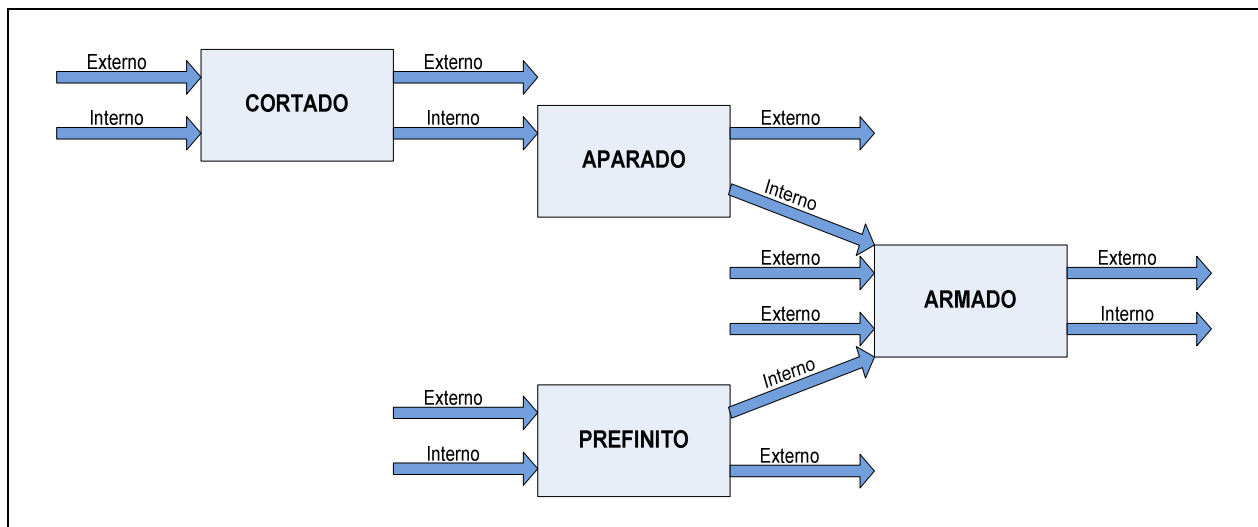


Figura 2.5. Esquema de interrelaciones entre unidades de negocio y el entorno.

2.3.2 Producción y Capacidad



En cada U. E. N. el proceso de transformación puede llevarse a cabo en dos regímenes. El primero corresponde al efectuado en tiempo regular, es decir, las operaciones se realizan durante una jornada semanal normal de trabajo que está especificada dentro de los contratos de los operarios. El segundo régimen se realiza en sobre-tiempo, en el cual incumben horas extraordinarias de trabajo los días sábados y/o domingos, si es necesario. Por supuesto que el valor de cada hora adicional de labor también se especifica en los respectivos contratos.

En ciertas ocasiones puede suceder que la producción en estos dos regímenes no sea suficiente para satisfacer la demanda. Cuando esto ocurre, se tienen dos opciones adicionales. La primera opción es la subcontratación de procesos de producción. Es factible solicitar a una empresa externa que se encargue de ciertas operaciones que no son posibles de realizar por diversos motivos dentro de la misma fábrica. Otra opción es la compra del producto terminado a algún proveedor que disponga de él y que tampoco sea posible producir.

Estos problemas de producción tienen un factor común: la capacidad. Cada U. E. N. tiene una capacidad de producción, la cual es función del producto que se desee producir. Si el producto en cuestión tiene una complejidad de operaciones muy alta, en un periodo de tiempo dado se podrán fabricar muchas menos unidades que las de un producto con una complejidad de operaciones baja. Por otro lado, también se debe tener en mente que tanto la subcontratación de procesos como la compra de productos a proveedores es limitada, por lo que también se puede pensar en una capacidad de ellos para satisfacer los requerimientos de la empresa.

2.3.3 Función Objetivo y Unidad de Tiempo

De acuerdo a lo expresado por la propia empresa, el interés primordial es obtener las mayores utilidades posibles. Por lo tanto, lo más apropiado es que el modelo debe maximizar la diferencia entre los ingresos por ventas percibidos y los costos asociados a la producción.

La unidad de tiempo a utilizar es semanal porque interesa obtener resultados agregados en un tiempo de ejecución razonable. Una unidad de tiempo menor incrementa sustancialmente este último, y uno mayor no tiene mucha utilidad.

CAPÍTULO 3. MARCO CONCEPTUAL Y ESTADO DEL ARTE

En el presente capítulo se entregan los fundamentos teóricos que sustentan esta investigación. Se presenta una breve introducción a la Administración de Operaciones con el fin de exponer y entender el alcance de esta función dentro de una organización y de la necesidad de contar con un enfoque sistémico y jerárquico para resolver problemas prácticos de esta área.

3.1 ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES

Producción es la creación de bienes y servicios. Administración de Operaciones es el conjunto de actividades que crean valor en forma de bienes y servicios al transformar los insumos en productos terminados. [3] Las empresas manufactureras emplean actividades evidentes para la creación de bienes. En las empresas que no crean productos físicos la función de producción puede ser menos notoria.

Toda organización que crea bienes o servicios, desarrolla funciones tales como: marketing, producción (operaciones) y finanzas (contabilidad). La importancia de la Administración de Operaciones en cualquier tipo de empresa tiene razones como: la relación integral con las demás funciones empresariales, el conocimiento que entrega sobre la creación de bienes y servicios, el entendimiento de las actividades de los administradores de operaciones, y el elevado costo que tienen las operaciones para la organización.

3.1.1 Enfoque Sistémico

Desde un punto de vista muy general un sistema es un conjunto de objetos unidos por alguna forma de interacción e interdependencia constantes. [4]

Un modelo sistémico de la organización identifica como subsistemas las funciones de finanzas, marketing, ingeniería, contabilidad, personal, entre otras. Ellas no son independientes entre sí; al contrario, cada una de ellas está estrechamente interrelacionada con las demás. Las decisiones que se toman en el subsistema de producción/operaciones influyen en el funcionamiento y desempeño de los otros subsistemas. Por su parte, el propio subsistema de operaciones tiene componentes que interactúan entre sí y las decisiones que se toman en cada uno de ellos también tienen influencia en el resto.



3.1.2 Proceso de Planificación

El pronóstico de la demanda estudia problemas a corto, mediano y largo plazos. Los pronósticos de largo plazo ayudan a los administradores a manejar aspectos estratégicos y de capacidad, los cuales son responsabilidad de la alta administración. Ésta formula cuestionamientos relacionados con las políticas, como la localización y ampliación de instalaciones, el desarrollo de nuevos productos, los fondos para investigaciones y la inversión a un plazo de varios años. [3] Se desarrollan los recursos que la empresa necesita para satisfacer requerimientos externos de manera consistente con sus metas específicas.

Anthony, R. (1965) `define la planeación estratégica como “el proceso de decisión de los objetivos de la organización, de los cambios en estos objetivos, de los recursos usados para lograr estos objetivos, y de las políticas que regirán la adquisición, uso y disposición

de estos recursos". [5] En el área de la administración de producción e inventario, las decisiones más relevantes que se pueden facilitar con sistemas basados en modelos son aquellas relacionadas con el diseño de productos y distribución de instalaciones. Estas decisiones sobre instalaciones involucran mayor inversión de capital para el desarrollo de nuevas capacidades, ya sea por expansión de la capacidad existente o la construcción o compra de nuevas instalaciones y equipamiento. También incluye la determinación de la ubicación y el tamaño de nuevas plantas y bodegas, la adquisición de nuevos equipos de producción, el diseño de centros de trabajo dentro de cada planta, y el diseño de equipos de comunicación, medios de procesamiento de información, entre otros.

Estas decisiones son muy importantes debido a que, en gran parte, son responsables de mantener la competitividad de la empresa, de su tasa de crecimiento, y eventualmente del éxito o fracaso. Una característica esencial de estas decisiones estratégicas es que tienen un efecto a largo plazo, forzando así el análisis en horizontes de tiempo largos. Esto requiere la consideración de incertidumbres y actitudes frente al riesgo en el proceso de la toma de decisiones.

Además, las inversiones en nuevas instalaciones y en expansiones de la capacidad existente se resuelven en niveles de alta administración y se ven afectadas por información tanto interna como externa a la empresa. Por lo tanto, cualquier forma de análisis racional de estas decisiones tiene necesariamente un muy amplio alcance y requiere de información para procesar en forma muy agregada para permitir la introducción de todas las dimensiones del problema y evitar que los administradores se distraigan con detalles operacionales innecesarios.

Una vez tomadas las decisiones de largo plazo, se inicia la planificación de mediano plazo, tarea que debe realizar el administrador de operaciones. Las decisiones de programación estudian el problema de ajustar la productividad a las fluctuaciones de la demanda. Éstas deben ser congruentes con la estrategia a largo plazo y funcionar bajo las restricciones de recursos asignados por las decisiones estratégicas anteriores.

La planificación a mediano plazo se conoce también como planificación táctica o control de administración. Anthony define el control de administración como “el proceso a través del cual los administradores aseguran que los recursos son obtenidos y usados efectiva y eficientemente para cumplir con el objetivo de la organización”. [5] El énfasis en el control de administración radica en el proceso de utilización de recursos.

Luego del diseño de instalaciones, el problema básico a resolver es la asignación efectiva de recursos (como por ejemplo: producción, capacidades de almacenamiento y distribución, disponibilidad de fuerza de trabajo, recursos financieros, comerciales y administrativos) para satisfacer la demanda y los requerimientos técnicos, tomando en cuenta los costos y retornos asociados con la operación de los recursos disponibles para la empresa. Estas decisiones no son simples cuando se trata con varias plantas, muchos centros de distribución, muchas bodegas locales y regionales, con productos de fabricación y procesos de ensamblaje complejos, de abarcar amplias áreas de mercado afectas a fuertes aleatoriedades y estacionalidades en sus patrones de demanda. Normalmente involucran la consideración de un horizonte de tiempo medio, dividido en varios períodos, y requieren de una agregación significativa de la información de administración relevante. Decisiones típicas en este contexto son la utilización de fuerza de trabajo regular y en sobre-tiempo, asignación de recursos de capacidad agregada a familias de productos, acumulación de inventarios estacionales, definición de canales de distribución, y selección de alternativas de transporte y embarque. Por consiguiente, la planificación de mediano plazo resulta en un plan de producción agregado.

La planificación a corto plazo normalmente comprende menos de 3 meses; sin embargo, puede extenderse hasta un año. El personal de operaciones debe desagregar el plan de mediano plazo en programas semanales, diarios y por horas. Esto involucra determinar cargas de trabajo, secuencias, ejecución y despacho.

También conocido como control operacional, corresponde a la programación detallada de la producción. Después de hacer una asignación agregada de los recursos de la empresa, es necesario enfrentar decisiones de programación y de operación del *día a día*. Anthony define el control operacional como “el proceso de asegurar que tareas específicas se

llevan a cabo efectiva y eficientemente”. Las decisiones de control operacional requieren de la desagregación completa de la información generada en los niveles más altos hacia detalles consistentes con los procedimientos administrativos seguidos en las actividades diarias. Las decisiones típicas en este nivel son: asignación de órdenes de producción a máquinas individuales, el secuenciamiento de estas órdenes en talleres, actividades de control de inventario, despacho y procesamiento de órdenes, programación de vehículos, entre otras.

La figura 3.1 muestra los horizontes de tiempo y las características de la planificación a corto, mediano y largo plazos.

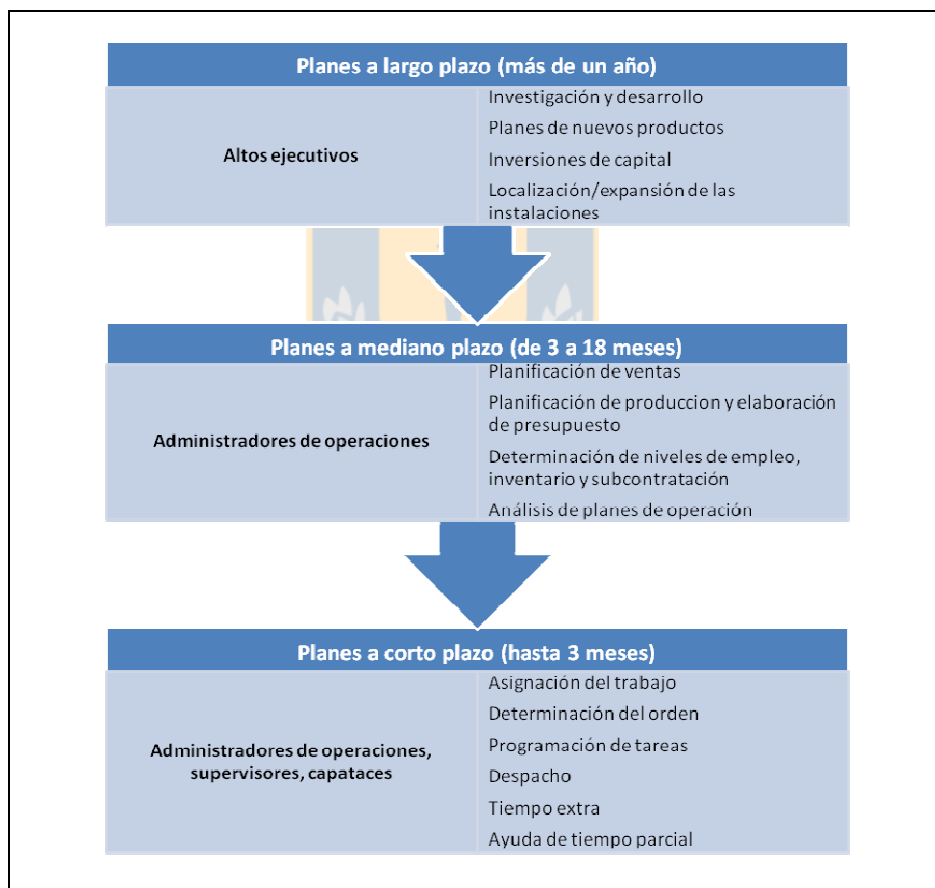


Figura 3.1. Planeación de tareas y responsabilidades.
Fuente: Render, Heizer. “Principios de Administración de Operaciones”.

3.1.3 Planificación Agregada

Un plan agregado, como su nombre bien lo indica, consiste en la combinación de recursos adecuados en términos globales. Se debe determinar la tasa de producción para una instalación durante 3 a 18 meses, dados el pronóstico de la demanda, los niveles de inventario, el tamaño de la fuerza de trabajo y los insumos relacionados.

La planificación agregada forma parte de un sistema más amplio de planeación de la producción, por lo que es útil entender las interfaces y los diferentes factores internos y externos que se muestran en la figura 3.2.

La desagregación del plan agregado resulta en el programa maestro de producción, el cual proporciona la información necesaria a los sistemas de planificación de requerimiento de materiales (MRP, material requirements planning). El programa maestro se refiere a la compra o a la producción de las partes o los componentes necesarios para fabricar los productos finales. La MRP toma los requerimientos para estos productos y los descompone en sus partes y subensamblajes para crear un plan de materiales. Este plan especifica cuándo la producción y las órdenes de compra deben colocarse en cada parte, y el subensamblaje para completar los productos del programa. [6]

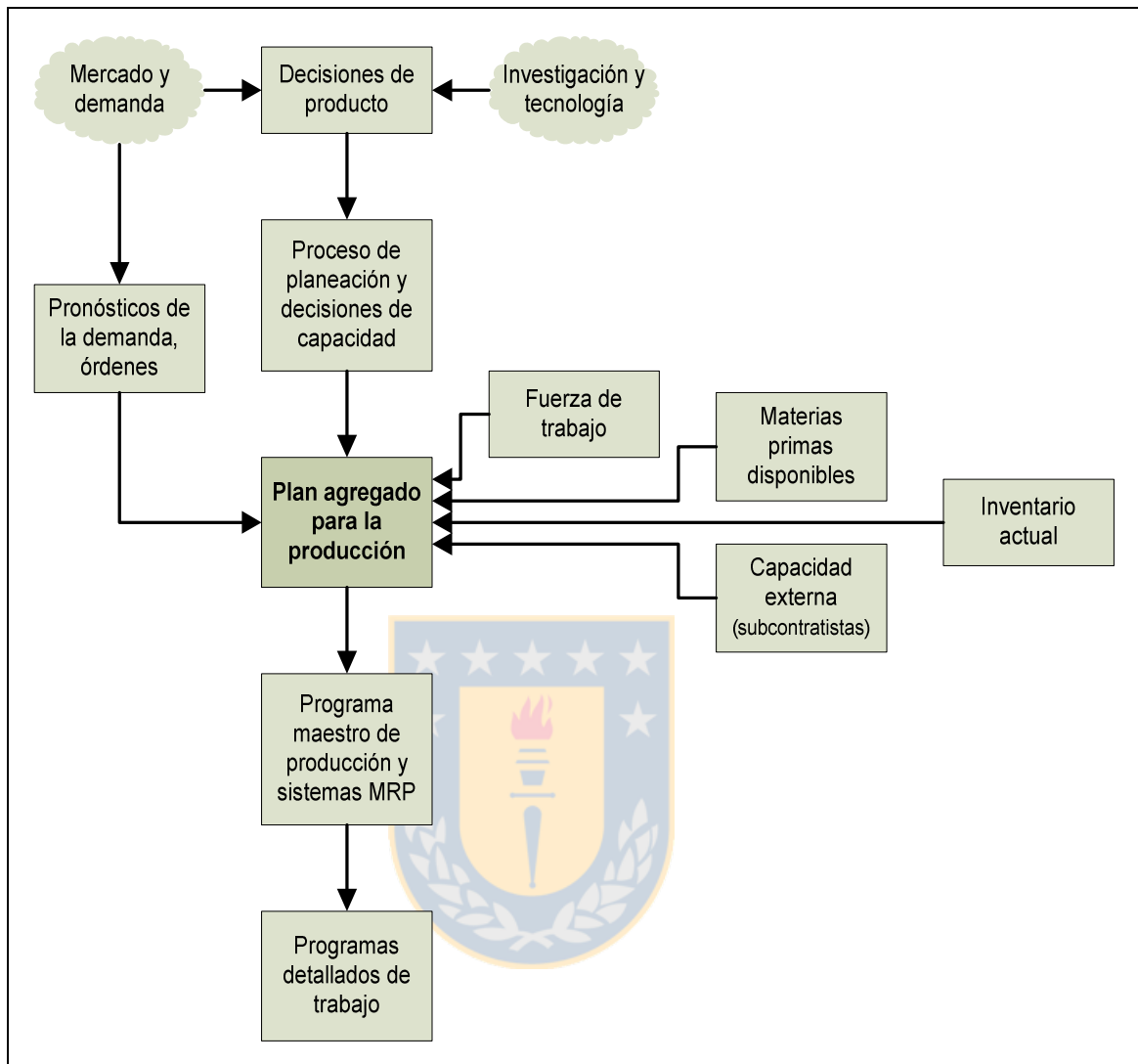


Figura 3.2. Relaciones del plan agregado.
Fuente: Render, Heizer. "Principios de Administración de Operaciones".

3.1.4 Métodos de Solución

Muchas empresas no disponen de un proceso formal de planificación agregada y se conforman con aplicar el mismo plan año tras año, ajustándolo sólo lo suficiente para adaptarlo a la nueva demanda anual. Esto no ofrece flexibilidad y el proceso completo

puede estar dirigido a un mal desempeño. La literatura ofrece muchas investigaciones que varían en complejidad, siendo algunas más prácticas que otras.

3.1.4.1 Métodos Gráficos y Diagramas

Las técnicas gráficas y diagramas son populares porque es sencillo entenderlos y usarlos. Básicamente, estos planes emplean sólo unas cuantas variables a la vez, con la finalidad de permitir que quienes planifican comparen la demanda proyectada con la capacidad existente. Se trata de enfoques de prueba y error que no garantizan un plan de producción óptimo, pero que requieren pocos cálculos. Los cinco pasos del método gráfico son los siguientes: [3]

- Determinar la demanda para cada período.
- Determinar la capacidad del tiempo normal, tiempo extra y subcontratado para cada período.
- Encontrar los costos de mano de obra, contratación y despido, así como los costos de mantener inventario.
- Considerar la política de la compañía que se aplica a los trabajadores o a los niveles de inventario.
- Desarrollar planes alternativos y estudiar sus costos totales.

Si bien las gráficas y los diagramas son una popular herramienta administrativa, su función no es generar estrategias, sino más bien evaluarlas. Para generar estrategias se requiere de un enfoque sistémico que tome en cuenta todos los costos y produzca una solución efectiva.

3.1.4.2 Enfoques Matemáticos

A veces los problemas de planificación pueden plantearse como un modelo de programación lineal. Esto no corresponde a un enfoque de prueba y error como los diagramas antes mencionados, más bien produce un plan óptimo para generalmente minimizar los costos. Un modelo de programación lineal también es flexible en cuanto a que especifica la producción en el tiempo normal y tiempo extra para cada período, el número de unidades a subcontratar, los turnos extra y el inventario que se mantendrá de un período a otro. [3]

En la literatura del área existen distintos modelos que han sido propuestos para resolver problemas de planificación. En Hax, A., Candea, D. (1984) [7] se describen diferentes modelos para varios tipos de problemas.



3.2 MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal es parte de la ciencia de la administración, denominada Investigación de Operaciones (I. O.). La I. O. es un enfoque científico en la toma de decisiones que busca el mejor diseño y operar de un sistema, por lo regular en condiciones que requieren la asignación de recursos escasos.

En el enfoque científico de toma de decisiones se requiere el uso de uno o más modelos matemáticos. Éstos son representaciones matemáticas de situaciones reales que se podrían usar para tomar mejores decisiones, o bien, simplemente para entender mejor la situación real. [8]

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir un problema. El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser

funciones lineales. La palabra programación no se refiere a la programación en computador, sino más bien es un sinónimo de planeación. Así, la programación lineal trata de la planificación de actividades para obtener un resultado óptimo; es decir, el resultado que mejor alcance la meta especificada por el modelo matemático entre todas las alternativas de solución. [9]

Un problema de planificación puede requerir una formulación donde sus variables sean continuas o discretas. En el primer caso, si todas ellas están restringidas a ser variables continuas positivas, se puede resolver fácilmente a través del conocido método símplex. En el segundo caso, la resolución del problema aumenta de complejidad, siendo necesario utilizar técnicas como Branch & Bound.

3.2.1 Problemas con Variables Continuas

Como se mencionó en el apartado anterior, los problemas lineales con variables continuas pueden resolverse mediante la aplicación del método símplex. El método es un procedimiento general para resolver este tipo de problemas. Fue desarrollado por George Dantzig en 1947, siendo comprobada su extraordinaria eficiencia hasta la actualidad. Se usa cotidianamente para resolver problemas grandes en computador. Excepto en el caso de problemas muy pequeños, se ejecuta siempre en un computador y existe una amplia variedad de paquetes complejos de software para ello. [9]

3.2.2 Problemas con Variables Discretas

En muchos problemas prácticos las variables de decisión sólo tienen un sentido real si su valor es entero. Si esta es la única diferencia que tiene un problema con la formulación de programación lineal, entonces se trata de un problema de programación entera (PE).

El modelo matemático para programación entera corresponde al mismo del modelo de programación lineal con la restricción adicional de que las variables deben tener valores enteros. Si sólo algunas variables tienen que cumplir esta restricción (y el resto siguen siendo continuas), el modelo se conoce como programación entera mixta (PEM). Cuando todas las variables son enteras, se conoce como programación entera pura. Si el modelo contiene sólo variables binarias, es decir, variables que sólo pueden tener valores 0 ó 1, entonces se está en presencia de un problema de programación entera binaria (PEB).

Puede parecer que un problema PE es mucho más sencillo de resolver por el hecho de tener menos soluciones a considerar. Esto es un error, puesto que por un lado tener un número finito de soluciones factibles hace que la dificultad del problema crezca de forma exponencial. Otro aspecto a considerar es que cuando se eliminan las soluciones factibles no enteras no se puede garantizar que existe una solución óptima en el vértice. En consecuencia, es mucho más sencillo resolver problemas de programación lineal que problemas de programación entera.

Para resolver estos problemas, se han desarrollado algoritmos heurísticos muy eficientes para problemas de gran tamaño, aunque éstos no garantizan llegar a una solución óptima. Algunos de ellos son: *Tabu Search*, *Simulated Annealing* y *Genetic Algorithms*.

Uno de los algoritmos más utilizados en programación entera es la técnica de Branch & Bound (ramificación y cotas), cuya idea fundamental es *dividir para vencer*. El problema se va subdividiendo en subproblemas cada vez más pequeños hasta que éstos puedan ser *vencidos*. La división (ramificación) se hace mediante una partición del conjunto completo de soluciones factibles en subconjuntos más pequeños. La conquista (sondeo)

se hace en parte acotando la mejor solución en el subconjunto y después descartando los subconjuntos cuya cota indique que no es posible que contenga una solución óptima para el problema original. [9]

3.3 TRABAJOS Y ARTÍCULOS RELACIONADOS

Importantes trabajos en el área de Administración de Operaciones se han desarrollado a nivel universitario. Ejemplos de ello son: Acuña, R. (2009) [2]; Álvarez, F. (2008) [10]; Álvarez, C. (2006) [11]; Campos, A. (2006) [12]; entre otros, de la Universidad de Concepción. Todos ellos abocados a crear propuestas de solución para problemas operacionales reales de empresas chilenas.

Se pueden encontrar publicaciones de gran interés en revistas científicas, las que abordan tanto propuestas de solución a problemas reales como a problemas teóricos de la Investigación de Operaciones.

En su publicación, Benjaoran y Dawood [13] estudian el caso de los productos de concreto prefabricados a medida. Estos productos se prefabrican fuera del lugar donde se lleva a cabo el proyecto de construcción. Su proceso de producción desde el diseño a la manufactura posee incertezas debido a factores externos tales como el diseño multidisciplinario y el progreso en el lugar de construcción. La carga de trabajo típica en las fábricas es una combinación compleja de productos diseñados única e idénticamente, los cuales tienen diversas fechas de entrega y requieren de costosos moldes contruidos especialmente. Su investigación apunta al mejoramiento de la eficiencia del proceso a través de la planificación de producción. Desarrollan un sistema de planificación innovador, a cuyo prototipo llamaron “*Artificial Intelligence Planner*” (AIP). AIP posee dos funcionalidades. La primera es el sistema de integración de información que fomenta la automatización en el proceso de planificación. La otra es un sistema de soporte de decisión orientado a planificadores para mejorar la eficiencia de los planes de producción.

Como su nombre lo indica, AIP emplea inteligencia artificial; en particular, redes neuronales y algoritmos genéticos.

Otro trabajo notable de mencionar es el realizado por Liu y Tu [14]. Ellos analizan la situación que ocurre en la planificación de producción cuando la cantidad de producción es limitada por capacidad de inventario en vez de capacidad de producción. Esto ocurre con frecuencia en la fabricación petroquímica, en el procesamiento de alimentos, en la fabricación de vidrios, entre otros. En su publicación, ellos consideran el problema de planificación de producción con capacidad de inventario como un factor limitante. Además, consideran el problema con las siguientes características de acuerdo a lo que suponen de naturaleza práctica:

- 1) Se permite escasez.
- 2) Las funciones de producción y del costo de pérdida de ventas son dependientes del tiempo y no-crecientes.
- 3) La capacidad de inventario es constante.

Los autores presentan un modelo para posteriormente probar algunas propiedades en la solución óptima. Basándose en dichas propiedades, desarrollan un algoritmo de complejidad de tiempo polinomial usando el enfoque de flujo de red. Finalmente, muestran un caso de estudio para justificar la practicabilidad de la estrategia propuesta.

Pastor, Altimiras y Mateo [15] presentan un caso de planificación de producción en una compañía de torneado de madera, la cual desea planificar el torneado de varios tipos de productos de diferentes radios en un grupo de maquinas paralelas (tornos) y con las siguientes condiciones principales: para cada tipo de producto existe un tamaño de lote de producción mínimo; algunos tornos no pueden fabricar cualquier tipo de producto; la capacidad de producción de un torno depende del mismo torno y del tipo de producto a fabricar; los productos se clasifican en familias de acuerdo al radio; y existe un tiempo de *setup* dentro de las familias (para fabricar distintos productos que tienen el mismo radio) y entre las familias (para fabricar productos que tienen distinto radio); parte de la producción puede ser subcontratada; cada tipo de producto puede ser fabricado en diferentes tornos

y/o ser subcontratado; y los operadores pueden trabajar en sobre-tiempo, durante el cual pueden operar tornos simultáneamente. El objetivo es cumplir con la demanda a un costo mínimo, el cual incluye el costo de cualquier sobre-tiempo más cualquier subcontratación. El problema fue modelado y resuelto usando programación lineal entera mixta.

La publicación de Jungwattanakit *et al* [16] considera el problema de programar una cierta cantidad de trabajos independientes en un ambiente donde las instalaciones productivas están dispuestas como instalaciones multi-etapa *flow shop* donde cada etapa de producción puede contener máquinas paralelas, situación que ocurre en la industria textil. Adicionalmente, también consideran el caso general en el cual máquinas paralelas en cada etapa pueden no estar relacionadas entre sí. Cada trabajo es procesado en operaciones ordenadas en una máquina de cada etapa. Los *release date* y *due date* son conocidos y no se permite la interrupción de una tarea para terminarla más tarde. Consideran tiempos de *setup* dependientes de la máquina y de la secuencia. El problema es determinar una programación que minimice una combinación convexa del *makespan* y del número de *tardy jobs*. Los autores formulan el problema como uno entero mixto binario. Al tratarse de un problema de clase *NP-hard*, desarrollan algoritmos heurísticos para resolverlo de forma aproximada. Sugieren algoritmos genéticos, discutiendo sus componentes y probando sus parámetros. El desempeño de las heurísticas se compara entre sí mediante pruebas de un conjunto de problemas.

Kung y Chern [17] estudian cómo resolver el problema de planificación de fábricas para estructuras de productos con múltiples productos finales. El algoritmo que proponen es capaz de planificar todos los trabajos a la vez minimizando el tiempo de retraso, el tiempo de ciclo y el tiempo de avance, en situaciones donde la capacidad del centro de trabajo está limitada y existe dependencia secuencial de múltiples etapas de trabajos. En el estudio se plantea un algoritmo heurístico llamado algoritmo heurístico de planificación de fábricas (HFPA) para resolver el problema de planificación de fábrica de la cadena de suministro de forma eficiente y efectiva. El HFPA primero identifica el centro de trabajo cuello de botella y ordena los centros de trabajo de acuerdo a su carga de trabajo, colocando aquel que tiene mayor carga al comienzo. Luego, agrupa y ordena los trabajos de acuerdo a varios criterios, como por ejemplo, dependencia en el centro de trabajo

cuello de botella, la carga de trabajo en el mismo, y la fecha de entrega. Los autores elaboran y prueban un prototipo para exponer la efectividad y la eficiencia del HFPA. Asimismo, se demuestra el poder del algoritmo a través de análisis de complejidad computacional.

También se han propuesto procedimientos para el análisis de heurísticas. Coy *et al* [18] plantean un método para encontrar ajustes efectivos para parámetros de heurísticas a través del diseño de experimentos y del gradiente descendiente. Para ello, aplican el procedimiento en un pequeño subconjunto de problemas para encontrar ajustes de parámetros para dos nuevas heurísticas de ruteo de vehículos. Luego, utilizan esos parámetros en cada heurística y resuelven problemas de diversos tamaños. Concluyen que el procedimiento es un método efectivo.

Almada-Lobo, B. *et al* [20] reportan una exitosa aplicación de búsqueda en vecindario variable al problema de planificación y programación de producción que existe en la industria de envases de vidrio. Este es un sistema de producción de múltiples instalaciones, donde cada instalación tiene un conjunto de hornos donde la pasta de vidrio se produce con el fin de satisfacer la demanda, siendo después distribuido a un conjunto de máquinas moldeadoras en paralelo. Como los vecindarios usados no están anidados, no se encuentran ordenados por tamaño creciente sino que por medio de una nueva medida empírica para cuantificar la distancia entre dos soluciones cualesquiera. Los tamaños de vecindarios decrecen significativamente a través de la búsqueda, sugiriendo así el uso de un esquema en el cual la eficiencia está por sobre la efectividad en un primer paso, y viceversa en el segundo caso. Se prueban variantes con instancias de problemas del mundo real.

Un trabajo de gran interés es el efectuado por Ceroni y Nof [20]. En él se describe la aplicación del modelo de evaluación e integración paralela (PIEM) en un caso de estudio industrial. El modelo PIEM se basa en modelar las interacciones entre las partes de una red de suministro. Genera una configuración en paralelo de producción y servidores de suministro generando el mínimo costo y tiempo total de suministro y producción para el sistema. El modelo es aplicado al caso de una red de suministro de zapatos distribuida

globalmente. Se alcanzan ahorros significativos de alrededor de 35% de los costos de operación anuales. Posteriormente, el modelo es generalizado e implementado como herramienta de optimización del diseño de red de suministro.

Agrawal *et al* [21] abordan el importante problema práctico de planificar la producción de grandes montajes empleando un sistema basado en MRP. El objetivo es producir productos a tiempo, con un mínimo ciclo de tiempo y bajos costos de trabajo en proceso. La propuesta se basa en la determinación de estimaciones de *lead-time* y en la introducción y uso de compensaciones de *lead-time* en la metodología de solución. Se emplea un efectivo algoritmo de programación y evaluación de *lead-time* con el objetivo de minimizar el tiempo de ciclo. Los autores presentan experimentos numéricos para validar el desempeño de su propuesta, y logran minimizar tanto el tiempo de ciclo como los costos de programación.

En la publicación de Albritton *et al* [22] tratan el problema de planificación de producción incluyendo en los modelos la aleatoriedad que existe en las estimaciones de las demandas futuras. Resuelven el modelo con dos variantes o métodos de optimización basados en simulación. La primera variante asume que la distribución de la demanda actual es conocida y se asume como continua. La segunda es útil cuando se posee información limitada respecto de la distribución de la demanda. El segundo enfoque resulta ser particularmente atractivo ya que resulta en una solución cercana al óptimo, siendo mucho más rápido que el enfoque de distribución continua.

CAPÍTULO 4. MODELO PROPUESTO

El problema de Planificación Agregada para la fábrica de calzados descrito en el capítulo 2 se aborda mediante el desarrollo de un modelo de programación lineal entera. Para conseguir mayor claridad en la descripción del modelo se muestra a continuación el esquema presentado en el capítulo 2, al cual se hace referencia en diversas ocasiones cuando es pertinente para la explicación del modelo.

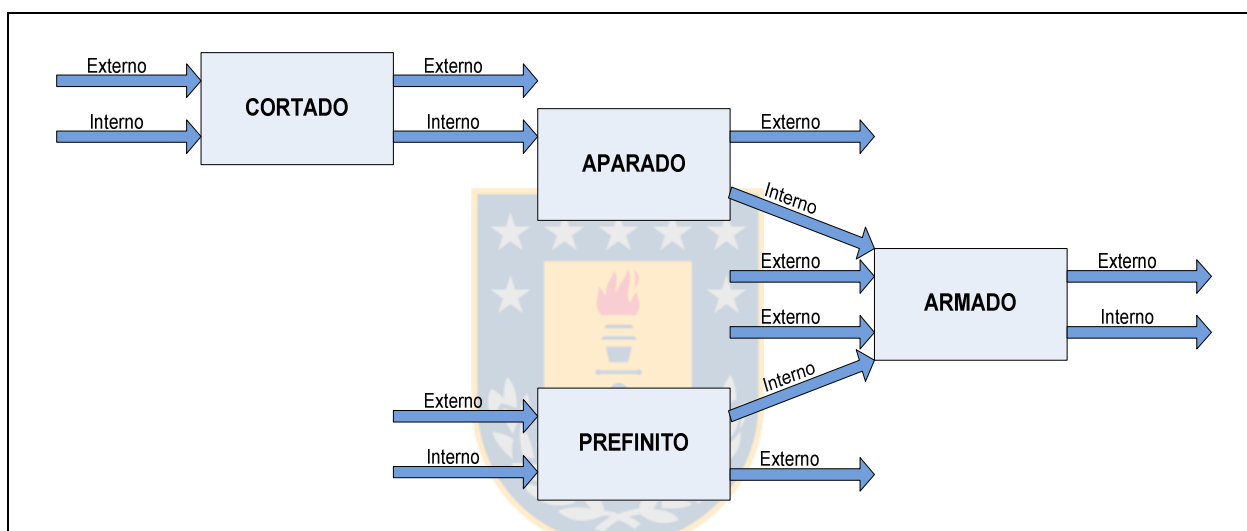


Figura 4.1. Esquema de interrelaciones entre unidades de negocio y el entorno.

Cabe recordar que en la figura 4.1 cada unidad de negocios posee 2 tipos de entrada de materias primas, uno de fuente interna y otro, externa. Asimismo, cada unidad de negocios posee 2 tipos de salidas de productos, uno con destino interno y otro, externo. Esto es válido para Cortado, Aparado y Prefinito. En el caso de Armado, esta unidad de negocios posee 4 tipos de entrada en vez de 2: una de fuente interna y otra de fuente externa del tipo de producto que elabora Aparado, y una de fuente interna y otra de fuente externa del tipo de producto que elabora Prefinito.

En este capítulo, se presenta la descripción del modelo de optimización propuesto. En primer lugar se efectúa la definición de los índices, los parámetros y las variables necesarios, para posteriormente desarrollar y explicar detalladamente la función objetivo y

las restricciones. En adelante se hará uso del término *unitario o unidades* al hacer referencia a un par de calzado perteneciente a alguna familia en particular.

4.1 ÍNDICES

I : número de unidades de negocios, $i = 0, 1, 2, I - 1$

En la fábrica se consideran cuatro unidades de negocios, es decir, $I = 4$. Las unidades de negocios se asocian con el correspondiente valor de i como se indica:

Tabla 4.1. Unidades de negocios de la fábrica

i	Unidad de negocios
0	Cortado
1	Aparado
2	Prefinito
3	Armado

J : número de modalidades de producción, $j = 0, \dots, J - 1$

Como ya se ha mencionado, cada unidad de negocios de la fábrica tiene cuatro formas o modalidades de obtención de sus productos. Éstas son:

Tabla 4.2. Modalidades de producción

j	Modalidad
0	Producción en tiempo regular
1	Producción en sobre-tiempo
2	Sub-contratación de procesos (outsourcing)
3	Adquisición de productos terminados

K : número de tipos de origen o destino de productos, $k = 0, \dots, K - 1$

Este índice indica si un insumo proviene de fuente interna o externa, o si un producto está destinado a ser comercializado interna o externamente. Por ello, $K = 2$.

Tabla 4.3. Origen o destino de productos

k	Origen o Destino
0	Interno
1	Externo

L : número de familias de productos, $l = 0, \dots, L - 1$

Para el problema se contemplan cuatro familias en un nivel agregado, haciendo que $L = 4$. Éstas que se asocian al índice l de la siguiente forma:

Tabla 4.4. Familias contempladas

l	Familia
0	Botas
1	Botines
2	Sandaletas
3	Zapatos

M : número de tipos de insumos para unidad de negocios Armado, $m = 0, \dots, M - 1$

La unidad de negocios Armado tiene una característica que no poseen las demás unidades. Como se puede apreciar en la figura 4.1, Armado se alimenta de dos tipos de insumos ($M = 2$): uno es el producto que elabora la unidad de Aparado y el otro es el producto que proviene de la unidad de Prefinito. Esta particularidad debe ser considerada en la formulación, lo cual se pondrá en evidencia en las secciones posteriores del presente capítulo.

Tabla 4.5. Tipo de insumos para Armado

m	Tipo de insumo
0	Producto de Aparado
1	Producto de Prefinito

T : número de períodos a planificar, $t = 0, \dots, T - 1$

El problema a resolver es la planificación de una temporada de producción, el cual contempla 31 períodos semanales, es decir, $T = 31$.

4.2 PARÁMETROS

$PV_{i,k,l,t}$: precio de venta unitario de producto de la unidad de negocios i , con destino k , de la familia l , en el período t .

$COSTPROD_{i,j,l,t}$: costo de producción *unitario* de producto de la unidad de negocios i , con modalidad de producción j , de la familia l , en el tiempo t .

$COSTMP1_{i,k,l,t}$: costo de insumos *unitario* para la producción de producto de la unidad de negocios i (para todo $i < 3$), de origen k , de la familia l , en el tiempo t .

$COSTMP2_{i,k,l,m,t}$: costo de insumos *unitario* para la producción de producto de la unidad de negocios i (para $i = 3$), de origen k , de la familia l , del tipo de insumo m , en el tiempo t .

Debido a la particularidad de Armado mencionada en el apartado anterior y apreciada en la figura 4.1, el parámetro de costos de insumos es separado en dos parámetros. El primero corresponde a las unidades de negocios Cortado, Aparado y Prefinito, mientras

que el segundo corresponde a Armado. Notar la diferencia en el número de índices que utilizan ambos parámetros. El COSTMP2 requiere un índice adicional, m , ya que debe identificar el tipo de producto del cual se requiere el costo de insumo, es decir, identificar si se está considerando el costo de insumo de un tipo *producto de Aparado* o del costo de insumo de un tipo *producto de Prefinito*.

$COSTAL_{i,l,t}$: costo de almacenamiento *unitario* de la unidad de negocios i , de la familia l , en el tiempo t .

$COSTES_{i,l,t}$: costo de escasez *unitario* de la unidad de negocios i , de la familia l , en el tiempo t .

$CAP_{i,j,l}$: capacidad de producción semanal de la unidad de negocios i , en modalidad de producción j , de la familia l .

$DEM1_{i,l,t}$: demanda externa de la unidad de negocios i , de la familia l , en el tiempo t .

$DEM2_{i,l,t}$: demanda interna de la unidad de negocios i (para $i = 3$), de la familia l , en el tiempo t .

Al igual como ocurrió con el parámetro de costos de insumos, el parámetro de demanda también es separado por el mismo motivo del caso particular de Armado. El primer parámetro de la demanda cubre toda aquella que proviene externamente, para todas las unidades de negocios. Sin embargo, el segundo parámetro sólo cubre la demanda interna de la unidad de negocios Armado. Cabe preguntarse: ¿qué sucede con la demanda interna del resto de las unidades? Pues bien, al observar nuevamente la figura 4.1 es posible notar que la demanda interna de las restantes unidades corresponde en realidad a las compras de insumos de la unidad siguiente. Esto implica que esas demandas no son parámetros sino variables de compras de insumos, las cuales se definen en el siguiente apartado.

4.3 VARIABLES

$PROD_{i,j,k,l,t}$: cantidad de *unidades* a producir en la unidad de negocios i , con modalidad de producción j , con destino k , de la familia l , en el tiempo t .

$INV_{i,l,t}$: cantidad de *unidades* que se tiene en inventario o que escasean en la unidad de negocios i , de la familia l , en el tiempo t .

$INVP_{i,l,t}$: cantidad de *unidades* que se tiene en inventario en la unidad de negocios i , de la familia l , en el tiempo t .

$INVP_{i,l,t}$: cantidad de *unidades* que escasean en la unidad de negocios i , de la familia l , en el tiempo t .

$CMP1_{i,k,l,t}$: cantidad de *unidades* de insumo en la unidad de negocios i (para todo $i < 3$), de origen k , de la familia l , en el tiempo t .

$CMP2_{i,k,l,m,t}$: cantidad de *unidades* de insumo en la unidad de negocios i (para $i = 3$), de origen k , de la familia l , del tipo de insumo m , en el tiempo t .

Nuevamente se aplica la particularidad de Armado en la definición y separación de la variable de cantidad de insumos a adquirir. La primera variable corresponde a las unidades de negocios Cortado, Aparado y Prefinito, en cuanto que la segunda variable corresponde a Armado. Aquí $CMP2$ también requiere el índice adicional m para identificar un insumo de *producto de Aparado* o un insumo de *producto de Prefinito*. Las razones de esto son las mismas expuestas para el caso del parámetro de costo de insumos de la sección anterior.

Por último, para el modelo propuesto son necesarias las siguientes variables de decisión. Notar que en el caso de que no exista ni almacenamiento ni escasez de productos, la variable de decisión correspondiente tiene la libertad de tomar cualquier valor binario.

$$Q_{i,l,t} : \begin{cases} 0, & \text{si no existe escasez en la unidad de negocios } i, \text{ de la familia } l, \text{ en} \\ & \text{el tiempo } t. \\ 1, & \text{si no existe almacenamiento en la unidad de negocios } i, \text{ de la} \\ & \text{familia } l, \text{ en el tiempo } t. \end{cases}$$

4.4 FORMULACIÓN DEL MODELO

Para detallar la construcción del modelo propuesto, este apartado se sub-divide en tres secciones. En primer lugar, se explica la función objetivo y sus componentes. Luego, se aplican las restricciones necesarias para acotar el problema. Por último, se muestra un resumen de la formulación matemática.

4.4.1 Función Objetivo

El problema tiene por objetivo maximizar la función objetivo. Ésta se define como la utilidad de la fábrica de calzados durante la temporada a planificar. La utilidad está compuesta por las ventas totales de los productos de las familias consideradas menos los costos asociados a su producción. Los costos contemplados son: costos de producción en tiempo regular, costos de producción en sobre-tiempo, costos de sub-contratación de procesos, costos de adquisición de productos terminados, costos de compra de insumos, costos de almacenamiento y costos de escasez.

Las ventas totales se expresan como:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} PV_{i,k,l,t} \cdot PROD_{i,j,k,l,t} \quad (1)$$

O, de forma equivalente,

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} PV_{i,k,l,t} \cdot \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \quad (2)$$

La expresión (2) hace más evidente el hecho de que el precio de venta no depende de la modalidad de producción del producto, sino que es el mismo independientemente de cuál sea ésta.

Los costos de producción en tiempo regular, en sobre-tiempo, de sub-contratación de procesos y de adquisición de productos terminados se pueden expresar así:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTPROD_{i,j,l,t} \cdot PROD_{i,j,k,l,t} \quad (3)$$

Reescribiendo la expresión (3),

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTPROD_{i,j,l,t} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \quad (4)$$

Con esto, la expresión (4) hace notar que estos costos de producción lógicamente no obedecen al destino interno o externo que pueda tener la producción.

Como se ha mencionado, Armado recibe insumos de dos tipos, al contrario del resto de las unidades de negocios, según muestra la figura 4.1. Así, es necesario separar esta unidad del resto en la siguiente expresión:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTMP1_{i,k,l,t} \cdot CMP1_{i,k,l,t} + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=i-1}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} COSTMP2_{i,k,l,m,t} \cdot CMP2_{i,k,l,m,t} \quad (5)$$

La primera componente de (5) representa los costos totales de compra de insumos para las unidades de negocios Cortado, Aparado y Prefinito, en tanto que la segunda componente representa los mismos costos para la unidad de Armado.

Los costos totales de almacenamiento son:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTAL_{i,l,t} \cdot INV P_{i,l,t} \quad (6)$$

Y finalmente, los costos de escasez se expresan como:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTES_{i,l,t} \cdot INV N_{i,l,t} \quad (7)$$

Reuniendo (2), (4), (5), (6), (7), y restando todos los costos totales a las ventas totales, se obtiene que la función objetivo a maximizar es:

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} PV_{i,k,l,t} \cdot \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \\
& - \left[\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTPROD_{i,j,l,t} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \right. \\
& + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTMP1_{i,k,l,t} \cdot CMP1_{i,k,l,t} \\
& + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} COSTMP2_{i,k,l,m,t} \cdot CMP2_{i,k,l,m,t} \\
& \left. + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTAL_{i,l,t} \cdot INVP_{i,l,t} + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTES_{i,l,t} \cdot INVN_{i,l,t} \right] \quad (8)
\end{aligned}$$



4.4.2 Restricciones

En lo que sigue de este apartado, se establecen las restricciones que permiten definir la región factible del problema de planificación agregada.

Un requerimiento para la fabricación de calzados es que no debe existir escasez al final del período de planificación. Esto es, la variable $INV_{i,l,t}$ debe ser no negativa para $t = T - 1$.

$$INV_{i,l,T-1} \geq 0 \quad \forall i, l \quad (9)$$

El inventario en un determinado período se define como el inventario del período anterior más la producción del período menos la demanda del mismo período. El inventario del primero período de planificación no considera inventario de un período anterior por no existir.

Para cada unidad de negocios, el inventario se define como el inventario del período anterior más la producción del período en cualquiera de sus modalidades de producción menos la demanda interna y externa. En el caso de las unidades Cortado, Aparado y Prefinito, la demanda interna corresponde a la compra de insumos de la unidad siguiente. Por ejemplo, la demanda interna de la unidad de Cortado es en realidad la compra de insumos de la unidad de Aparado. Esta situación se repite para las otras dos unidades. En el caso de la unidad de Armado, se considera una demanda interna potencial en caso que en el futuro se desee agregar una unidad de negocios adicional de la misma fábrica. La demanda externa de Armado corresponde al del área de comercialización de la empresa y no es vista como interna pues no es considerada como una unidad de negocios productiva, de acuerdo a los requisitos de la empresa.

Debido a la separación de variables efectuada en desde su creación, se describen las siguientes expresiones separando cada unidad de negocios.

- Cortado

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP1_{i+1,0,l,t} \quad \begin{matrix} i = 0, \\ \forall l, \\ t = 0 \end{matrix} \quad (10)$$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP1_{i+1,0,l,t} \quad \begin{matrix} i = 0, \\ \forall l, \\ \forall t > 0 \end{matrix} \quad (11)$$

- Aparado

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+2,0,l,m,t} \quad (12)$$

$i = 1,$
 $\forall l,$
 $m = 0,$
 $t = 0$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+2,0,l,m,t} \quad (13)$$

$i = 1,$
 $\forall l,$
 $m = 0,$
 $\forall t > 0$



- Prefinito

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+1,0,l,m,t} \quad (14)$$

$i = 2,$
 $\forall l,$
 $m = 1,$
 $t = 0$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+1,0,l,m,t} \quad (15)$$

$i = 2,$
 $\forall l,$
 $m = 1,$
 $\forall t > 0$

- Armado

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - DEM2_{i,l,t} \quad \begin{matrix} t = 3, \\ \forall l, \\ t = 0 \end{matrix} \quad (16)$$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - DEM2_{i,l,t} \quad \begin{matrix} t = 3, \\ \forall l, \\ \forall t > 0 \end{matrix} \quad (17)$$

Para las siguientes restricciones se requiere definir una constante M que representa un número muy grande. Para ello, se puede pensar en el peor caso en que se produzcan productos a máxima capacidad y que toda esa producción quede en inventario. Aunque esta situación es muy poco probable, sirve para acotar el valor de M. Se define esta constante como:

$$M_i = T \cdot \max_{\forall j, \forall l} \{CAP_{i,j,l}\} \quad \forall i, \quad (18)$$

Ahora es posible expresar las siguientes restricciones de inventario.

La variable $INV_{i,l,t}$ por definición puede tomar valores positivos o negativos. Si adquiere un valor positivo, indica que existen productos almacenados. En caso de que tome un valor negativo, significa que existe escasez de productos. Las variables $INVP_{i,l,t}$ y $INVN_{i,l,t}$ están restringidas a poder tener sólo valores positivos. Indican almacenamiento y escasez de productos, respectivamente. Sin embargo, para una misma unidad de negocios, una misma familia y un mismo período no puede existir almacenamiento y escasez a la vez. Las siguientes restricciones se ocupan de velar por que eso no pueda ocurrir, obligando a que siempre por lo menos una de ellas sea igual a cero.

$$INV_{i,l,t} = INVP_{i,l,t} - INVN_{i,l,t} \quad \forall i, \forall l, \forall t \quad (19)$$

$$INVP_{i,l,t} \leq M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \forall i, \forall l, \forall t \quad (20)$$

$$INVN_{i,l,t} \leq M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \quad \forall i, \forall l, \forall t \quad (21)$$

Los productos obtenidos de las distintas modalidades de producción deben satisfacer sus respectivas demandas. Se debe prohibir que ocurra, por ejemplo, la existencia de escasez para satisfacer una demanda externa y, al mismo tiempo exista inventario almacenado para satisfacer una demanda interna en el mismo período y para una misma familia. La demanda externa se puede cubrir con las siguientes dos restricciones.

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq DEM1_{i,l,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \begin{matrix} k = 1, \\ \forall i, \forall l, \forall t \end{matrix} \quad (22)$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq DEM1_{i,l,t} \quad \begin{matrix} k = 1, \\ \forall i, \forall l, \forall t \end{matrix} \quad (23)$$

Respecto a la demanda interna, debido a la separación de variables efectuada desde el comienzo se requieren expresiones separadas para cada unidad de negocios.

- Cortado

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CMP1_{i+1,k,l,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \begin{array}{l} i = 0, \\ k = 0, \\ \forall l, \forall t \end{array} \quad (24)$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq CMP1_{i+1,k,l,t} \quad \begin{array}{l} i = 0, \\ k = 0, \\ \forall l, \forall t \end{array} \quad (25)$$

- Aparado

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CMP2_{i+2,k,l,m,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \begin{array}{l} i = 1, \\ k = 0, \\ m = 0 \\ \forall l, \forall t \end{array} \quad (26)$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq CMP2_{i+2,k,l,m,t} \quad \begin{array}{l} i = 1, \\ k = 0, \\ m = 0 \\ \forall l, \forall t \end{array} \quad (27)$$

- Prefinito

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CMP2_{i+1,k,l,m,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad (28)$$

$$i = 2,$$

$$k = 0,$$

$$m = 1$$

$$\forall l, \forall t$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq CMP2_{i+1,k,l,m,t} \quad (29)$$

$$i = 2,$$

$$k = 0,$$

$$m = 1$$

$$\forall l, \forall t$$



- Armado

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq DEM2_{i,l,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad (30)$$

$$i = 3,$$

$$k = 0,$$

$$\forall l, \forall t$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq DEM2_{i,l,t} \quad (31)$$

$$i = 3,$$

$$k = 0,$$

$$\forall l, \forall t$$

Cada unidad de negocios posee una capacidad de producción, que depende de la complejidad del producto a fabricar. Un producto más complejo que otro implica que la unidad de negocios podrá fabricar menos unidades de él. Por supuesto que la capacidad de fabricación también depende de la disponibilidad de maquinaria y de mano de obra.

Las siguientes restricciones impiden que suceda algo tan ilógico como fabricar más de lo que se puede efectivamente.

$$\sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CAP_{i,j,l} \quad \forall l, \forall j, \forall l, \forall t \quad (32)$$

Como se mencionó, se debe tener en cuenta que la capacidad de producción de una familia es distinta a la de cualquier otra familia. Esto significa que es imposible fabricar a máxima capacidad de una familia y a la vez fabricar a máxima capacidad de otra familia. Aquí aparece una capacidad conjunta que es función de cuánto se produce de cada familia. Para sortear esta dificultad, es posible calcular un porcentaje de utilización de esa capacidad. Si esto se replica para todas las familias, es lógico pensar que la suma de estos porcentajes no debe exceder el 100% de utilización. De esto, surge la siguiente expresión.

$$\sum_{l=0}^{L-1} \frac{\sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t}}{CAP_{i,j,l}} \leq 1 \quad \forall l, \forall j, \forall t \quad (33)$$

De (33) se puede observar que no puede existir ninguna capacidad igual a cero, ya que esto provocaría una división por cero, lo que se traduciría en un error. Por este motivo, cuando no exista capacidad, el parámetro correspondiente debe ser ingresado como un valor en el intervalo]0,1[. Un valor adecuado podría ser 0,1 para que así sea equivalente a multiplicar la sumatoria del numerador por un número mayor que 1, obligando a las variables de producción a tomar el valor 0 por ser éstas variables positivas del tipo entero.

Todo lo producido en cada una de las unidades de negocios debe satisfacer las respectivas demandas durante el período de planificación. Esto ocurrirá con prioridad en el momento en que la demanda lo indique. No obstante, si esto no es posible, el modelo también permite que exista almacenamiento o escasez de productos.

La expresión para las demandas externas es la que se muestra a continuación.

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} DEM1_{i,l,t} \quad \begin{matrix} \forall l, \forall l, \\ k = 1 \end{matrix} \quad (34)$$

Para las demandas internas, es necesario definirlas por separado para cada unidad de negocios, de la misma forma en que se ha hecho antes para otras restricciones.

- Cortado

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} CMP1_{i+1,k,l,t} \quad \begin{matrix} t = 0, \\ k = 0, \\ \forall l \end{matrix} \quad (35)$$

- Aparado

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} CMP2_{i+2,k,l,m,t} \quad \begin{matrix} t = 1, \\ k = 0, \\ m = 0 \\ \forall l \end{matrix} \quad (36)$$

- Prefinito

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} CMP2_{i+1,k,l,m,t} \quad \begin{array}{l} i = 2, \\ k = 0, \\ m = 1 \end{array} \quad (37)$$

$\forall l$

- Armado

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} DEM2_{i,l,t} \quad \begin{array}{l} i = 3, \\ k = 0, \end{array} \quad (38)$$

$\forall l$

La compra de insumos debe satisfacer a la producción en el período correspondiente. El proceso completo de fabricación de un calzado es menor a una semana, la unidad de tiempo utilizada para la planificación. Por lo tanto, se puede utilizar el supuesto de que la compra de insumos ocurre en la misma semana de producción. Además, la compra de insumos debe ser efectuada para las tres primeras modalidades de producción. Se excluye la modalidad de adquisición de producto terminado debido a que ésta no requiere de insumos. De esto nacen las siguientes restricciones.

$$\sum_{k=0}^{K-1} CMP1_{i,k,l,t} = \sum_{j=0}^{J-2} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \quad \begin{array}{l} \forall i < 3, \\ \forall l, \forall t \end{array} \quad (39)$$

$$\sum_{k=0}^{K-1} CMP2_{i,k,l,m,t} = \sum_{j=0}^{J-2} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \quad \begin{array}{l} i = 3, \\ \forall l, \forall m, \forall t \end{array} \quad (40)$$

Finalmente, resta restringir el dominio de todas las variables de decisión.

$$PROD_{i,j,k,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \begin{matrix} \forall i, \forall j, \forall k, \\ \forall l, \forall t \end{matrix} \quad (41)$$

$$INV_{i,l,t} \in \mathbb{Z} \quad \begin{matrix} \forall i, \forall l, \\ \forall t \neq T - 1 \end{matrix} \quad (42)$$

$$INVP_{i,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, \forall l, \forall t \quad (43)$$

$$INVN_{i,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, \forall l, \forall t \quad (44)$$

$$CMP1_{i,k,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, \forall k, \forall l, \forall t \quad (45)$$

$$CMP2_{i,k,l,m,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \begin{matrix} \forall i, \forall k, \forall l, \\ \forall m, \forall t \end{matrix} \quad (46)$$

$$Q_{i,l,t} \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall l, \forall t \quad (47)$$

4.4.3 Resumen del Modelo

Maximizar:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} PV_{i,k,l,t} \cdot \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \\
 & - \left[\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTPROD_{i,j,l,t} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \right. \\
 & + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-2} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTMP1_{i,k,l,t} \cdot CMP1_{i,k,l,t} \\
 & + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=I-1}^{I-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} COSTMP2_{i,k,l,m,t} \cdot CMP2_{i,k,l,m,t} \\
 & \left. + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTAL_{i,l,t} \cdot INVP_{i,l,t} + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} COSTES_{i,l,t} \cdot INVN_{i,l,t} \right]
 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$INV_{i,l,T-1} \geq 0 \quad \forall i, \forall l$$

$$\begin{aligned}
 INV_{i,l,t} &= \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP1_{i+1,0,l,t} & i = 0, \\
 & & \forall l, \\
 & & t = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 INV_{i,l,t} &= INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP1_{i+1,0,l,t} & i = 0, \\
 & & \forall l, \\
 & & \forall t > 0
 \end{aligned}$$

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+2,0,l,m,t}$$

$$i = 1,$$

$$\forall l,$$

$$m = 0,$$

$$t = 0$$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+2,0,l,m,t}$$

$$i = 1,$$

$$\forall l,$$

$$m = 0,$$

$$\forall t > 0$$

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+1,0,l,m,t}$$

$$i = 2,$$

$$\forall l,$$

$$m = 1,$$

$$t = 0$$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - CMP2_{i+1,0,l,m,t}$$

$$i = 2,$$

$$\forall l,$$

$$m = 1,$$

$$\forall t > 0$$

$$INV_{i,l,t} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - DEM2_{i,l,t}$$

$$i = 3,$$

$$\forall l,$$

$$t = 0$$

$$INV_{i,l,t} = INV_{i,l,t-1} + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} - DEM1_{i,l,t} - DEM2_{i,l,t}$$

$$i = 3,$$

$$\forall l,$$

$$\forall t > 0$$

$$M_i = T \cdot \max_{\forall j, \forall l} \{CAP_{i,j,l}\} \quad \forall i,$$

$$INV_{i,l,t} = INVP_{i,l,t} - INVN_{i,l,t} \quad \forall i, \forall l, \forall t$$

$$INVP_{i,l,t} \leq M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \forall i, \forall l, \forall t$$

$$INVN_{i,l,t} \leq M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \quad \forall i, \forall l, \forall t$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq DEM1_{i,l,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \begin{matrix} k = 1, \\ \forall i, \forall l, \forall t \end{matrix}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq DEM1_{i,l,t} \quad \begin{matrix} k = 1, \\ \forall i, \forall l, \forall t \end{matrix}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CMP1_{i+1,k,l,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t} \quad \begin{matrix} i = 0, \\ k = 0, \\ \forall l, \forall t \end{matrix}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq CMP1_{i+1,k,l,t} \quad \begin{matrix} i = 0, \\ k = 0, \\ \forall l, \forall t \end{matrix}$$

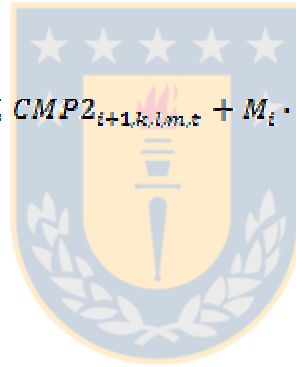
$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CMP2_{i+2,k,l,m,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 1, \\ k &= 0, \\ m &= 0 \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq CMP2_{i+2,k,l,m,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 1, \\ k &= 0, \\ m &= 0 \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CMP2_{i+1,k,l,m,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t}$$



$$\begin{aligned} i &= 2, \\ k &= 0, \\ m &= 1 \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq CMP2_{i+1,k,l,m,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 2, \\ k &= 0, \\ m &= 1 \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq DEM2_{i,l,t} + M_i \cdot Q_{i,l,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 3, \\ k &= 0, \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} + M_i \cdot (1 - Q_{i,l,t}) \geq DEM2_{i,l,t} \quad \begin{array}{l} t = 3, \\ k = 0, \\ \forall l, \forall t \end{array}$$

$$\sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t} \leq CAP_{i,j,l} \quad \forall l, \forall j, \forall l, \forall t$$

$$\sum_{i=0}^{L-1} \frac{\sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t}}{CAP_{i,j,l}} \leq 1 \quad \forall l, \forall j, \forall t$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} DEM1_{i,l,t} \quad \begin{array}{l} \forall l, \forall l, \\ k = 1 \end{array}$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} CMP1_{i+1,k,l,t} \quad \begin{array}{l} t = 0, \\ k = 0, \\ \forall l \end{array}$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} CMP2_{i+2,k,l,m,t} \quad \begin{array}{l} t = 1, \\ k = 0, \\ m = 0 \\ \forall l \end{array}$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} CMP2_{i+1,k,l,m,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 2, \\ k &= 0, \\ m &= 1 \\ \forall l \end{aligned}$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{J-1} PROD_{i,j,k,l,t} = \sum_{t=0}^{T-1} DEM2_{i,l,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 3, \\ k &= 0, \\ \forall l \end{aligned}$$

$$\sum_{k=0}^{K-1} CMP1_{i,k,l,t} = \sum_{j=0}^{J-2} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t}$$

$$\begin{aligned} \forall l < 3, \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$\sum_{k=0}^{K-1} CMP2_{i,k,l,m,t} = \sum_{j=0}^{J-2} \sum_{k=0}^{K-1} PROD_{i,j,k,l,t}$$

$$\begin{aligned} i &= 3, \\ \forall l, \forall m, \forall t \end{aligned}$$

$$PROD_{i,j,k,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+$$

$$\begin{aligned} \forall i, \forall j, \forall k, \\ \forall l, \forall t \end{aligned}$$

$$INV_{i,l,t} \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \forall i, \forall l, \\ \forall t \neq T-1 \end{aligned}$$

$$INVP_{i,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+$$

$$\forall i, \forall l, \forall t$$

$$INVN_{i,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+$$

$$\forall i, \forall l, \forall t$$

$$CMP1_{i,k,l,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, \forall k, \forall l, \forall t$$

$$CMP2_{i,k,l,m,t} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, \forall k, \forall l, \\ \forall m, \forall t$$

$$Q_{i,l,t} \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall l, \forall t$$



CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DEL MODELO

5.1 IMPLEMENTACIÓN

El modelo explicado y propuesto en el capítulo anterior fue implementado computacionalmente en ILOG CPLEX 11.0 empleando la tecnología Concert. Esta tecnología corresponde a una biblioteca que permite modelar y resolver problemas de programación lineal, entre otros, a través de diversos lenguajes de programación como C++, C# y Java. Particularmente en este caso, se utilizó el lenguaje C++.

Al ingresar un problema, el programa recibe los parámetros del modelo leyéndolos desde archivos .csv (archivo del tipo de valores separados por coma, del inglés *comma-separated values*). Estos archivos contienen toda la información necesaria para que el programa pueda funcionar y procesar las instrucciones que contiene. Al terminar su ejecución, el programa devuelve los resultados de dos formas. Resultados generales como el valor de la función objetivo, el tiempo de ejecución, el número de variables binarias y enteras, el número total de variables y el número de restricciones, son entregados por una ventana de consola. Los valores resultantes de las variables de decisión son exportados como archivos de extensión .csv.

Para la evaluación del modelo se utilizó un computador con procesador Intel® Core™2 de 2,0 GHz y 2GB de memoria RAM, bajo el sistema operativo de 32 bits Windows Vista™ Home Premium.

El código del programa se encuentra en el Anexo 1, al final de este informe.

5.2 EVALUACIÓN DEL MODELO

El problema original de la fábrica de calzados fue ingresado al programa y solucionado con un tiempo de ejecución de 1,076 segundos. El número de variables enteras fue de 7.193, y el número de restricciones fue de 7.116. Debido a la privacidad de información por parte de la empresa, en este informe no se entregan valores de función objetivo ni de parámetros o soluciones del problema. Sí se puede mencionar que en comparación con la planificación de la temporada pasada a la del problema, se logró un incremento en la función objetivo de 7,65%.

Para analizar el comportamiento del modelo propuesto se ha escogido estudiar el parámetro de demanda. Esto debido a ciertas características o propiedades que en conjunto hacen que ésta tenga una gran variación de una temporada a otra, lo que reviste gran importancia ya que el modelo debe poder ser utilizado en diversos escenarios, dentro de las limitaciones propias de la industria del calzado. El resto de los parámetros también puede poseer diferencias de una temporada a otra, pero a diferencia de la demanda éstos están presentes para cada período, familia y unidad de negocios, fluctuando entre rangos que se asemejan entre sí.

La estructura de la demanda puede tener un gran efecto en el tiempo de ejecución del programa. Las 3 principales variaciones que puede sufrir dicha estructura son:

1. Porcentaje de demanda. Es decir, demanda distinta de cero comparada con todos los períodos, para cada familia y para cada unidad de negocios posibles. A esta forma se le llamará factor A.

En la figura 5.1 puede apreciarse cómo sucede esta variación. Se desea mostrar sólo el efecto de este factor, aislando el efecto de los demás. Cada casillero representa una demanda $DEM1_{i, l, t}$ o $DEM2_{i, l, t}$. Un punto dentro de un casillero corresponde a una demanda distinta de cero. Como todos los puntos tienen el mismo tamaño, se trata de

demandas con igual magnitud. A partir la primera matriz se van agregando nuevas demandas sucesivamente a las ya existentes.

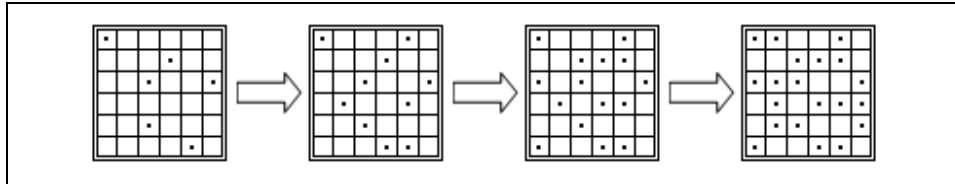


Figura 5.1. Efecto del factor A.

2. Aleatoriedad de la demanda. Las demandas distintas de cero pueden repartirse aleatoriamente dentro de la matriz. Este factor B también posee demandas de igual magnitud. En la figura 5.2, cada matriz corresponde a una repartición aleatoria de demandas distintas de cero.

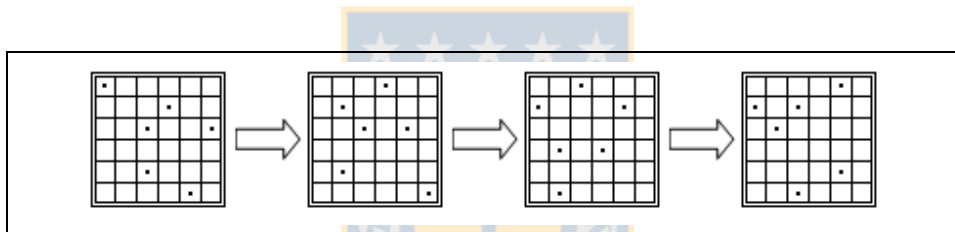


Figura 5.2. Efecto del factor B.

3. Magnitud de la demanda. Se refiere a la magnitud del valor de cada demanda.

Para aislar este factor C del resto de los factores, en la figura 5.3 las matrices conservan la misma distribución de demandas y sólo se hace variar su magnitud. Por esto, los puntos en los casilleros tienen distinto tamaño.

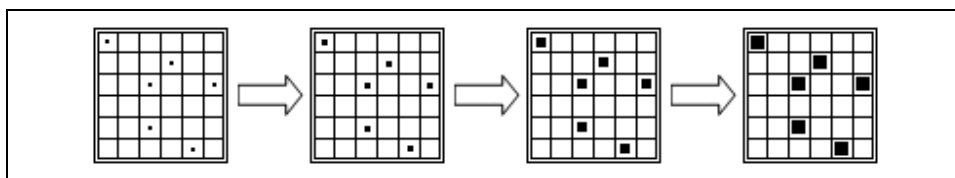


Figura 5.3. Efecto del factor C.

5.2.1 Pruebas

Los factores A, B y C, y sus respectivas combinaciones representan las variaciones que puede sufrir el parámetro de demanda de una temporada a otra. Con el objetivo de comprobar que estos factores afectan en rendimiento de la medida de tiempo de ejecución del modelo, se tienen las siguientes consideraciones:

- Factor A con 5 niveles. Considerando que el factor A para el problema original es de aproximadamente 6% y que la demanda de esta industria se caracteriza por ser no-densa y esparcida en el tiempo, es de interés estudiar qué sucede con los niveles 8%, 10%, 12%, 14% y 16%. En total, entre los parámetros de demanda $DEM1_{i,l,t}$ o $DEM2_{i,l,t}$ se tienen 620 posibles demandas. Desglosando, para DEM1: 4 unidades de negocios, 4 familias de productos y 31 períodos (496 posibilidades). Para DEM2: 1 unidad de negocios, 4 familias de productos y 31 períodos (124 posibilidades). El nivel de este factor indica el porcentaje del total de estas 620 posibilidades que son demandas distintas de cero. Así, por ejemplo, el nivel 1 significa que el 8% de 620, es decir, 50 demandas son distintas de cero. Las demás 570 son demandas iguales a cero.
- Factor B con 3 niveles. Este factor toma en cuenta 3 diferentes dispersiones aleatorias de la demanda.
- Factor C con 3 niveles. También es de interés analizar qué ocurre en los niveles de magnitud de demanda de 500, 2000 y 3500 unidades por período semanal.

Para poder evaluar estos factores y su efecto sobre el tiempo de ejecución del programa, se crearon 45 problemas con estructuras de demandas que cumplen con las características y consideraciones descritas hasta aquí. Los datos de estos problemas pueden consultarse en el Anexo 2.

Por las características del análisis, se optó por utilizar un Diseño de Experimentos Multifactorial. Para determinar el número de réplicas a emplear se usó como guía las curvas características de operación para el análisis de varianza. Éste resultó en un tamaño muestral de 3.

La tabla 5.1 contiene los resultados del tiempo de ejecución (en segundos) al correr los 45 problemas de prueba.

Tabla 5.1. Tiempos de Ejecución (segundos)

Aleatoriedad de Demanda (B)														
		B1												
		Magnitud de Demanda (C)												
		C1			Total	C2			Total	C3			Total	
Porcentaje de Demanda (A)	A1	0,686	0,733	0,718	2,137	1,930	1,950	1,872	5,752	16,926	16,911	16,833	50,670	
	A2	1,076	1,045	1,076	3,197	5,008	5,039	5,023	15,070	83,414	83,554	83,476	250,444	
	A3	1,108	1,123	1,139	3,370	6,224	6,209	6,256	18,689	180,197	180,431	180,571	541,199	
	A4	2,886	2,870	2,839	8,595	7,207	7,129	7,254	21,590	345,205	347,001	346,993	1.039,199	
	A5	2,730	2,746	2,761	8,237	11,248	11,185	11,122	33,555	731,143	733,990	728,606	2.193,739	
				25,536					94,656					4.075,251
		B2												
		Magnitud de Demanda (C)												
		C1			Total	C2			Total	C3			Total	
Porcentaje de Demanda (A)	A1	0,936	0,905	0,920	2,761	3,323	3,276	3,292	9,891	7,784	7,847	7,784	23,415	
	A2	1,451	1,451	1,466	4,368	8,377	8,471	8,299	25,147	176,344	176,453	176,515	529,312	
	A3	1,404	1,373	1,342	4,119	68,391	68,250	68,469	205,110	204,102	205,312	201,978	611,392	
	A4	1,934	1,950	1,981	5,865	18,814	18,907	18,798	56,519	464,230	467,765	465,368	1.397,363	
	A5	1,685	1,654	1,669	5,008	269,002	271,173	272,391	812,566	766,453	769,404	768,122	2.303,979	
				22,121					1.109,233					4.865,461
		B3												
		Magnitud de Demanda (C)												
		C1			Total	C2			Total	C3			Total	
Porcentaje de Demanda (A)	A1	0,468	0,499	0,452	1,419	38,860	39,047	38,922	116,829	38,329	38,532	38,407	115,268	
	A2	0,811	0,796	0,780	2,387	14,508	14,352	14,430	43,290	57,440	57,939	58,485	173,864	
	A3	1,170	1,139	1,108	3,417	73,898	73,430	74,038	221,366	62,978	62,307	63,134	188,419	
	A4	1,045	1,061	1,076	3,182	169,058	167,592	170,244	506,894	673,472	670,922	668,294	2.012,688	
	A5	1,607	1,576	1,669	4,852	19,173	19,079	19,630	57,882	826,212	828,300	830,742	2.485,254	
				15,257					946,261					4.975,493

El modelo correspondiente al experimento de tres factores es:

$$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \epsilon_{ijkl} \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3, 4, 5 \\ j = 1, 2, 3 \\ k = 1, 2, 3 \\ l = 1, 2, 3 \end{cases}$$

Donde:

Y_{ijkl} : $(ijkl)$ -ésima observación de la variable aleatoria Tiempo de Ejecución

μ : parámetro de la media global.

τ_i : efecto del i -ésimo nivel del factor A.

β_j : efecto del j -ésimo nivel del factor B.

γ_k : efecto del k -ésimo nivel del factor C.

$(\tau\beta)_{ij}$: efecto del i -ésimo nivel del factor A con el j -ésimo nivel del factor B.

$(\tau\gamma)_{ik}$: efecto del i -ésimo nivel del factor A con el k -ésimo nivel del factor C.

$(\beta\gamma)_{jk}$: efecto del j -ésimo nivel del factor B con el k -ésimo nivel del factor C.

$(\tau\beta\gamma)_{ijk}$: efecto del i -ésimo nivel del factor A con el j -ésimo nivel del factor B con el k -ésimo nivel del factor C.

ϵ_{ijkl} : componente de error aleatorio con distribución $N(0,1)$.

Las hipótesis son:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_5 = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } \tau_i \neq 0$$

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } \beta_j \neq 0$$

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } \gamma_k \neq 0$$

$$H_0: (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots = (\tau\beta)_{53} = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$$

$$H_0: (\tau\gamma)_{11} = (\tau\gamma)_{12} = \dots = (\tau\gamma)_{53} = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } (\tau\gamma)_{ik} \neq 0$$

$$H_0: (\beta\gamma)_{11} = (\beta\gamma)_{12} = \dots = (\beta\gamma)_{33} = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } (\beta\gamma)_{jk} \neq 0$$

$$H_0: (\tau\beta\gamma)_{111} = (\tau\beta\gamma)_{112} = \dots = (\tau\beta\gamma)_{533} = 0$$

$$H_1: \text{al menos para un } (\tau\beta\gamma)_{ijk} \neq 0$$

Las hipótesis nulas proponen que no hay efectos principales de los factores A, B, C, ni efectos debidos a sus interacciones ya que éstas no existen. Las hipótesis alternativas sugieren que por lo menos algún efecto principal o de interacción tiene lugar sobre la variable aleatoria.

El análisis de varianza del modelo supone que las observaciones están distribuidas de manera normal e independiente con varianza constante para cada nivel de factor. Para verificar estas suposiciones, las figuras 5.4, 5.5 y 5.6 muestran gráficas de residuos para su examen.

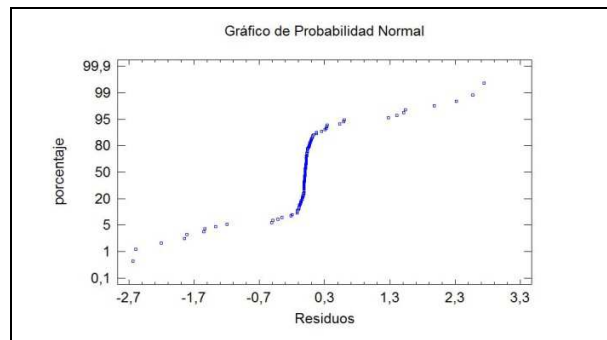


Figura 5.4. Gráfica de probabilidad normal de los residuos.

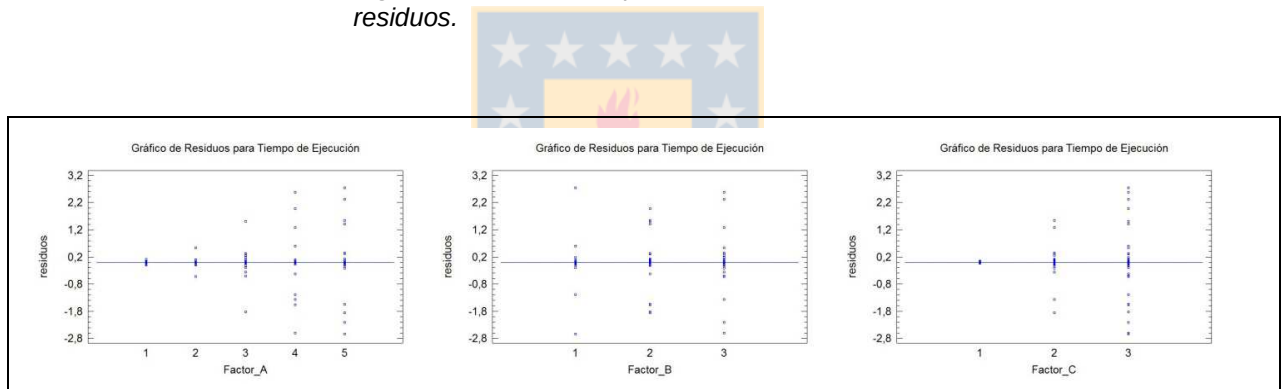


Figura 5.5. Gráfica de residuos versus niveles de cada factor.

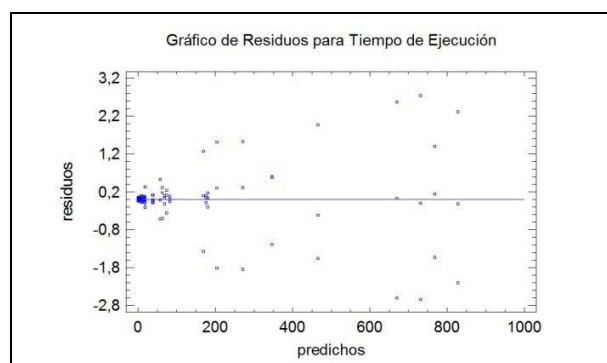


Figura 5.6. Gráfica de residuos versus medias.

Se puede apreciar que los supuestos del modelo no se cumplen. Los residuos no siguen una distribución normal, por lo que la figura 5.4 no se puede ajustar a una recta. Por otro lado, en la figura 5.5 se observa que a mayor factor la varianza aumenta, es decir, no es constante. En la figura 5.6, parece existir una dependencia entre los residuos y los valores ajustados.

En consecuencia, para poder utilizar el diseño de experimentos se requiere una previa transformación de los datos para analizarlos desde una métrica distinta. Se optó por utilizar *raíz cuadrada* como función transformadora. La tabla 5.2 muestra la información luego de aplicar la función.

Tabla 5.2. Tiempos de Ejecución transformados

Aleatoriedad de Demanda (B)													
		B1											
		Magnitud de Demanda (C)											
		C1			Total	C2			Total	C3			Total
Porcentaje de Demanda (A)	A1	0,910	0,925	0,921	2,756	1,179	1,182	1,170	3,530	2,028	2,028	2,026	6,082
	A2	1,018	1,011	1,018	3,048	1,496	1,498	1,497	4,491	3,022	3,023	3,023	9,068
	A3	1,026	1,029	1,033	3,088	1,579	1,579	1,582	4,740	3,664	3,665	3,666	10,995
	A4	1,303	1,302	1,298	3,903	1,638	1,634	1,641	4,914	4,310	4,316	4,316	12,942
	A5	1,285	1,287	1,289	3,862	1,831	1,829	1,826	5,486	5,200	5,205	5,195	15,600
					16,657				23,161				54,687
		B2											
		Magnitud de Demanda (C)											
		C1			Total	C2			Total	C3			Total
Porcentaje de Demanda (A)	A1	0,984	0,975	0,979	2,938	1,350	1,345	1,347	4,042	1,670	1,674	1,670	5,014
	A2	1,098	1,098	1,100	3,295	1,701	1,706	1,697	5,105	3,644	3,645	3,645	10,934
	A3	1,089	1,082	1,076	3,247	2,876	2,874	2,877	8,627	3,780	3,785	3,770	11,335
	A4	1,179	1,182	1,186	3,547	2,083	2,085	2,082	6,250	4,642	4,651	4,645	13,937
	A5	1,139	1,134	1,137	3,410	4,050	4,058	4,063	12,170	5,262	5,267	5,265	15,793
					16,438				36,194				57,013
		B3											
		Magnitud de Demanda (C)											
		C1			Total	C2			Total	C3			Total
Porcentaje de Demanda (A)	A1	0,827	0,840	0,820	2,488	2,497	2,500	2,498	7,494	2,488	2,491	2,489	7,469
	A2	0,949	0,945	0,940	2,833	1,952	1,946	1,949	5,847	2,753	2,759	2,765	8,277
	A3	1,040	1,033	1,026	3,099	2,932	2,927	2,933	8,793	2,817	2,810	2,819	8,445
	A4	1,011	1,015	1,018	3,044	3,606	3,598	3,612	10,816	5,094	5,089	5,084	15,268
	A5	1,126	1,120	1,137	3,383	2,093	2,090	2,105	6,287	5,361	5,365	5,369	16,095
					14,847				39,237				55,555

Las gráficas de residuos para estos datos se presentan en las figuras 5.7, 5.8 y 5.9.

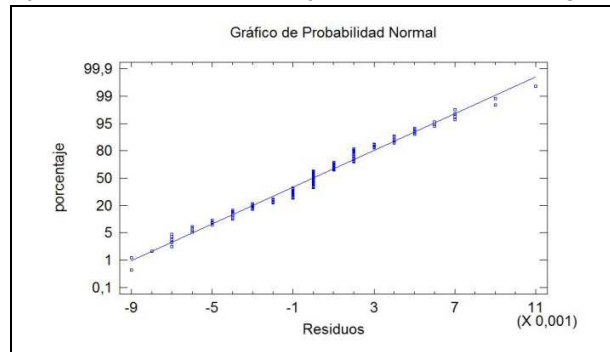


Figura 5.7. Gráfica de probabilidad normal de los residuos.

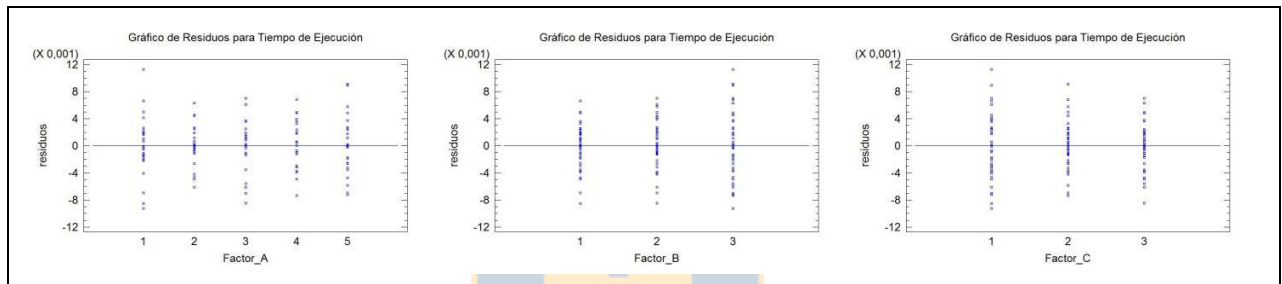


Figura 5.8. Gráfica de residuos versus niveles de cada factor.

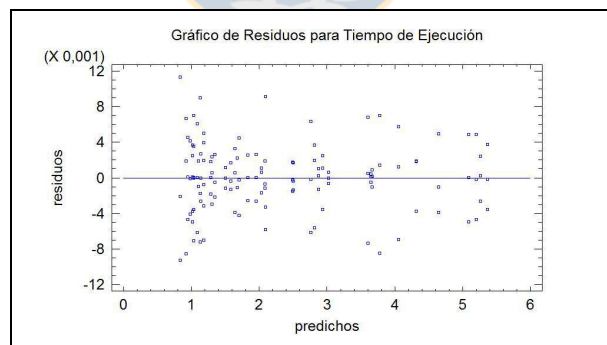


Figura 5.9. Gráfica de residuos versus medias.

Estas gráficas no revelan ningún inconveniente del modelo ni algún problema inusual con los supuestos, permitiendo proceder con el diseño de experimentos.

La tabla 5.3 contiene la información del Análisis de Varianza calculada a partir del análisis del diseño de experimentos de 3 factores.

Tabla 5.3. Análisis de Varianza

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_0	Valor p
Porcentaje de Demanda (A)	38,9	4	9,7	466757,3	0,0000
Aleatoriedad de Demanda (B)	3,4	2	1,7	81455,4	0,0000
Magnitud de Demanda (C)	159,4	2	79,7	3824313,0	0,0000
AB	6,2	8	0,8	37277,2	0,0000
AC	27,9	8	3,5	167312,8	0,0000
BC	6,6	4	1,7	79712,9	0,0000
ABC	11,0	16	0,7	33107,1	0,0000
Error	0,0	90	0,0		
Total	253,5	134			

El valor p para los factores principales y sus interacciones aparecen en la última columna de la tabla 5.3. Todos ellos son aproximadamente cero. Esto significa que para un nivel de confianza $\alpha=0,05$ se rechazan todas las hipótesis nulas, es decir, cada factor y sus interacciones tienen un efecto muy fuerte sobre el tiempo de ejecución del programa.

Las medias y los intervalos de confianza de los factores y sus interacciones aparecen en las tablas 5.4 y 5.5 respectivamente.

Tabla 5.4. Medias para Tiempo de Ejecución con intervalos de confianza del 95% para factores principales

Nivel	Casos	Media	Error Est.	Límite Inferior	Límite Superior
MEDIA GLOBAL	135	2,32437			
Factor_A					
8%	27	1,54866	0,00088	1,54691	1,55040
10%	27	1,95922	0,00088	1,95747	1,96096
12%	27	2,30995	0,00088	2,30820	2,31169
14%	27	2,76378	0,00088	2,76204	2,76553
16%	27	3,04025	0,00088	3,03851	3,04200
Factor_B					
Nivel 1	45	2,10012	0,00068	2,09877	2,10147
Nivel 2	45	2,43656	0,00068	2,43521	2,43792
Nivel 3	45	2,43643	0,00068	2,43508	2,43778
Factor_C					
500 unid.	45	1,06540	0,00068	1,06405	1,06675
2000 unid.	45	2,19094	0,00068	2,18959	2,19229
3500 unid.	45	3,71677	0,00068	3,71542	3,71813

Tabla 5.5. Medias para Tiempo de Ejecución con intervalos de confianza del 95% para interacciones

Nivel	Casos	Media	Error Est.	Límite Inferior	Límite Superior
Factor_A por Factor_B					
8%, Nivel 1	9	1,37419	0,00152	1,37117	1,37721
8%, Nivel 2	9	1,33280	0,00152	1,32977	1,33582
8%, Nivel 3	9	1,93899	0,00152	1,93596	1,94201
10%, Nivel 1	9	1,84527	0,00152	1,84225	1,84829
10%, Nivel 2	9	2,14819	0,00152	2,14517	2,15122
10%, Nivel 3	9	1,88419	0,00152	1,88117	1,88721
12%, Nivel 1	9	2,09140	0,00152	2,08838	2,09443
12%, Nivel 2	9	2,57876	0,00152	2,57573	2,58178
12%, Nivel 3	9	2,25968	0,00152	2,25666	2,26270
14%, Nivel 1	9	2,41767	0,00152	2,41465	2,42070
14%, Nivel 2	9	2,63716	0,00152	2,63414	2,64018
14%, Nivel 3	9	3,23651	0,00152	3,23349	3,23953
16%, Nivel 1	9	2,77205	0,00152	2,76903	2,77508
16%, Nivel 2	9	3,48592	0,00152	3,48289	3,48894
16%, Nivel 3	9	2,86279	0,00152	2,85976	2,86581
Factor_A por Factor_C					
8%, 500 unid.	9	0,90908	0,00152	0,90606	0,91211
8%, 2000 unid.	9	1,67409	0,00152	1,67107	1,67711
8%, 3500 unid.	9	2,06280	0,00152	2,05978	2,06582
10%, 500 unid.	9	1,01964	0,00152	1,01662	1,02266
10%, 2000 unid.	9	1,71588	0,00152	1,71285	1,71890
10%, 3500 unid.	9	3,14214	0,00152	3,13911	3,14516
12%, 500 unid.	9	1,04832	0,00152	1,04530	1,05134
12%, 2000 unid.	9	2,46208	0,00152	2,45906	2,46510
12%, 3500 unid.	9	3,41944	0,00152	3,41642	3,42246
14%, 500 unid.	9	1,16609	0,00152	1,16307	1,16911
14%, 2000 unid.	9	2,44220	0,00152	2,43918	2,44522
14%, 3500 unid.	9	4,68305	0,00152	4,68003	4,68607
16%, 500 unid.	9	1,18386	0,00152	1,18083	1,18688
16%, 2000 unid.	9	2,66045	0,00152	2,65743	2,66348
16%, 3500 unid.	9	5,27645	0,00152	5,27342	5,27947
Factor_B por Factor_C					
Nivel 1, 500 unid.	15	1,11048	0,00118	1,10813	1,11282
Nivel 1, 2000 unid.	15	1,54405	0,00118	1,54171	1,54640
Nivel 1, 3500 unid.	15	3,64582	0,00118	3,64348	3,64817
Nivel 2, 500 unid.	15	1,09589	0,00118	1,09355	1,09824
Nivel 2, 2000 unid.	15	2,41294	0,00118	2,41060	2,41529
Nivel 2, 3500 unid.	15	3,80085	0,00118	3,79851	3,80320
Nivel 3, 500 unid.	15	0,98982	0,00118	0,98748	0,99216
Nivel 3, 2000 unid.	15	2,61582	0,00118	2,61348	2,61817
Nivel 3, 3500 unid.	15	3,70364	0,00118	3,70130	3,70599

De la tabla 5.4 se puede observar que las medias de los factores principales A y C aumentan conforme el nivel respectivo se incrementa. Esto no ocurre con el factor B, ya que sus niveles sólo corresponden a distintos órdenes aleatorios de un mismo problema.

Por ello, no se espera que exista un patrón entre los niveles del factor y sus medias. La figura 5.10 ilustra esta información para los 3 factores principales.

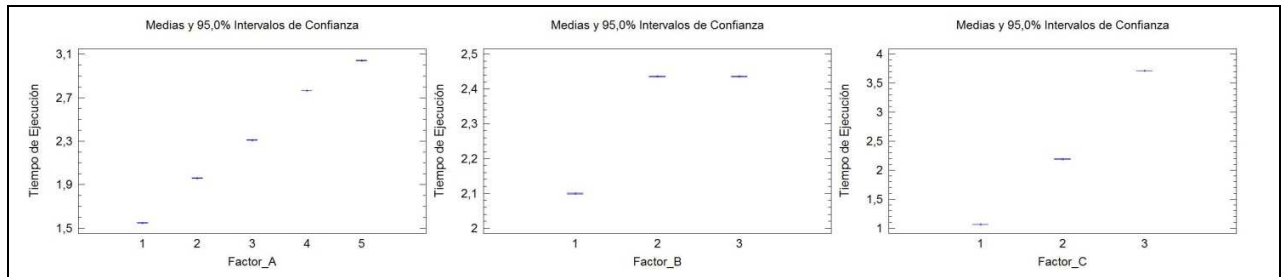


Figura 5.10. Gráfico de medias para factores principales.

Respecto al efecto de las interacciones entre los factores, la tabla 5.5 y la figura 5.11 muestran que el comportamiento del factor B respecto del factor A y del factor C, y el comportamiento del factor A respecto del de C tienen un crecimiento más fuerte o notorio que el resto de las interacciones. El comportamiento de C respecto de A también presenta un crecimiento fuerte, pero sólo para sus dos últimos niveles. El crecimiento para el nivel 1 de C sucede a una tasa mucho menor que el resto de los niveles del factor. El comportamiento de A y C respecto de B es difuso. Esto es causado por la aleatoriedad del factor B, tal como se explicó en el párrafo anterior.

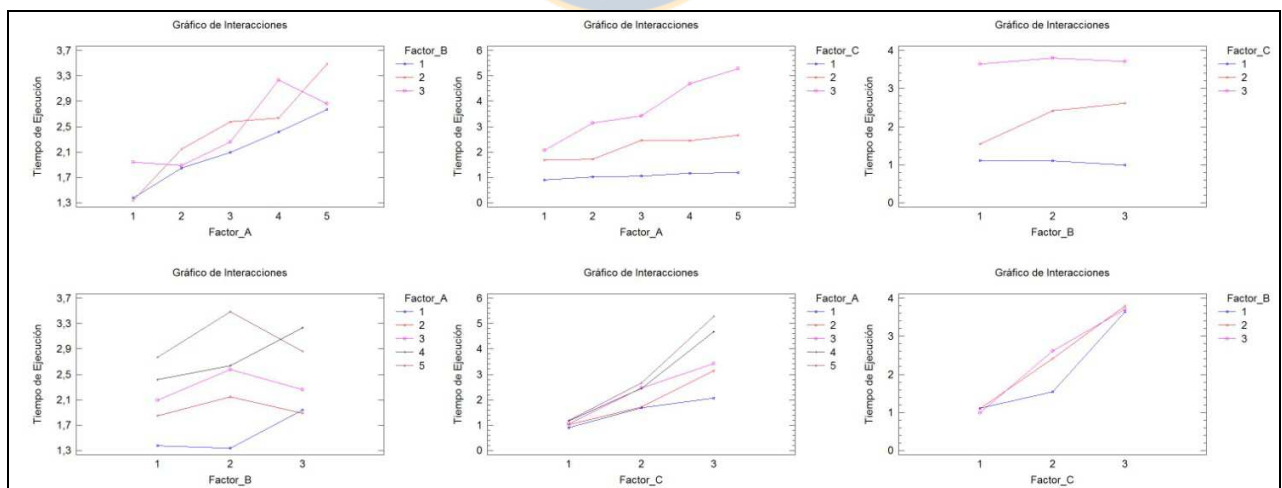


Figura 5.11. Gráfico de medias para interacciones.

Cabe mencionar de la tabla 5.5 que la mayor media en el tiempo de ejecución ocurre para el caso de la interacción entre los niveles más altos del factor A con los niveles más altos del factor C.

5.2.2 Resultados

Las pruebas realizadas para recoger la información necesaria para el diseño de experimentos demuestran que los tres factores tienen un gran efecto sobre el tiempo de ejecución del modelo propuesto. Las gráficas muestran que aumentar el porcentaje y la magnitud de la demanda provoca un incremento sobre dicha variable. Sin embargo, en cuanto a la distribución aleatoria de la demanda, no se puede prever si su efecto provoca un aumento o disminución del tiempo de ejecución debido a su naturaleza incierta.

El porcentaje de aproximadamente 6% de la demanda del problema real es una característica de este rubro. El análisis de mayores porcentajes de demanda es relevante ya que pueden existir esas situaciones. El modelo propuesto responde con mayores tiempos de ejecución para problemas de mayor complejidad, lo que es ciertamente esperable. Asimismo, es capaz de resolver los problemas de prueba para todos los niveles del factor A definidos. Sin embargo, para problemas con niveles más altos, el éxito o fracaso en resolverlos se vuelve incierto, especialmente debido a la interacción con el factor aleatorio de la demanda. Se han registrado pruebas de hasta un 24% de demanda. Algunas se han resuelto satisfactoriamente en un tiempo *alto* de ejecución. Otras, no han podido resolverse por motivo de falta de memoria del equipo en el cual se ejecutaron los programas. La tecnología actual permite contar con equipos de mayor rendimiento y mejores características que permitirían ejecutar problemas aún más complejos.

Para magnitudes de demanda mayores, el modelo es resuelto en mayores tiempos de ejecución, tal como ocurre con el porcentaje de demanda. Los niveles del factor C corresponden a valores típicos de la industria.

En resumen, los problemas de prueba escogidos fueron ejecutados exitosamente para su estudio. Problemas más complejos que los analizados en esta investigación pueden ser o no ser resueltos en el equipo utilizado. Esta incertidumbre, como se mencionó, se debe principalmente a la aleatoriedad que es agregada por el factor B. No obstante, esta limitación puede ser reducida ocupando un equipo aún más eficiente.



CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

Se realizó un estudio del sistema productivo y de las necesidades de la administración para resolver el problema de la planificación agregada en una fábrica de calzados.

Se efectuó una investigación en la literatura de Administración de Operaciones e Investigación de Operaciones, y se revisaron publicaciones de revistas científicas en busca de casos de estudio y de propuestas de solución en el área.

De esta investigación se desarrolló un modelo de programación lineal entera para resolver el problema de planificación agregada en una fábrica de calzados. Junto con ello, se implementó computacionalmente de forma satisfactoria utilizando lenguaje C++ y la biblioteca de la tecnología Concert de ILOG CPLEX 11.0.

El problema real de la fábrica fue ingresado al programa para su resolución. Se obtuvo que la planificación devuelta por el programa logró un valor de la función objetivo superior en un 7,65% en comparación con la planificación realizada por los métodos intuitivos tradicionales de la firma.

Se crearon diversos problemas de pruebas para analizar el desempeño del programa en términos de su tiempo de ejecución frente a cambios en la demanda. Se escogió este parámetro debido a que es el único que tiene distintos tipos de potenciales variaciones y, por consiguiente, mayor efecto sobre la medida de desempeño.

Se aplicó un diseño de experimentos multifactorial considerando diversos niveles para tres factores con el objetivo de comprobar estadísticamente que ellos ejercen efectos sobre el tiempo de ejecución del programa. Estos niveles fijos se escogieron considerando que: para el factor del porcentaje de demanda reviste interés saber que sucede con niveles más altos pero cercanos al del problema real probado previamente; para el factor de magnitud de demanda se tienen valores representativos de una demanda baja, media y alta; y para el problema de aleatoriedad, los niveles no tienen orden.

El porcentaje de la demanda, la magnitud de la demanda y la aleatoriedad demostraron tener un gran impacto sobre el tiempo de ejecución. Se encontró que al aumentar el porcentaje de la demanda la medida de desempeño también se incrementa. Lo mismo ocurre para con la magnitud de la demanda. Sin embargo, no se pudo obtener una relación del factor aleatorio, lo cual era previsible por su naturaleza incierta. Para un mismo problema este factor influye de manera impredecible en el tiempo de ejecución, pudiendo producirse un incremento o decremento de la medida de tiempo.

Finalmente, como futura investigación puede ser de interés estudiar la aplicación de algún método de relajación que permita aprovechar la estructura intrínseca del problema. O bien, desarrollar un método de solución híbrida entre alguna heurística y métodos tradicionales, para evaluar si tener resultados aproximados es aceptable en pro de un mejor desempeño computacional para problemas de bastante mayor complejidad.



REFERENCIAS

- [1] Beriestain Bosco, P. La industria chilena del calzado en la primera década del siglo XXI. Documentación interna de FEDECCAL. 2008.
- [2] Acuña, R. Planificación, programación y control de la producción en una empresa manufacturera de calzado. Memoria de Título (Ingeniería Civil Industrial). Concepción, Chile, Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería. 2004.
- [3] Heizer, J., Render, B. Principios de administración de operaciones. 5ª edición. Pearson Educación. 2004.
- [4] Everett, A. Jr., Ronald, Ebert. Administración de la producción y las operaciones. 4ª edición. Prentice-Hall Hispanoamericana. 1991.
- [5] Anthony, R. Planning and control systems. A framework for analysis. Boston, Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University. 1965.
- [6] Chase, R., Aquilano, N., Jacobs, F. Administración de producción y operaciones. Manufactura y servicios. 8ª edición. McGraw-Hill. 2000.
- [7] Hax, A., Candea, D. Production and inventory management. Prentice-Hall. 1984.
- [8] Winston, W. Investigación de operaciones. Aplicaciones y algoritmos. 4ª edición. Thomson Learning. 2005.
- [9] Hillier, F., Lieberman, G. Investigación de operaciones. 7ª edición. McGraw-Hill/Interamericana Editores. 2002.

- [10] Álvarez, F. Un modelo de optimización para planificar la producción de una compañía siderúrgica. Memoria de Título (Ingeniería Civil Industrial). Concepción, Chile, Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería. 2008.
- [11] Álvarez, C. Una solución para el problema de planificación agregada de la producción: aplicación a un aserradero forestal. Tesis de Magister en Ingeniería Industrial. Concepción, Chile, Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería. 2006.
- [12] Campos, A. Un modelamiento para un problema de flow shop flexible: una aplicación para el proceso de refinado y moldeo de cobre. Memoria de Título (Ingeniería Civil Industrial). Concepción, Chile, Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería. 2006.
- [13] Benjaoran, V., Dawood, N. Intelligence approach to production planning system for bespoke precast concrete products. Automation in Construction. 2006.
- [14] Liu, X., Tu, YI. Production planning with limited inventory capacity and allowed stockout. International Journal of Production Economics. 2008.
- [15] Pastor, R., Altimiras, J., Mateo, M. Planning production using mathematical programming: the case of a woodturning company. Computers and Operations Research. 2008.
- [16] Jungwattanakit, J., Reodecha, M., Chaovalitwongse, P., Werner, F. Algorithms for flexible flow shop problems with unrelated parallel machines, setup times and dual criteria. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2008.
- [17] Kung, L., Chern, C. Heuristic factory planning algorithm for advanced planning and scheduling. Computers & Operations Research. 2008.
- [18] Coy, S., Golden, B., Runger, G., Wasil, E. Using experimental design to find effective parameter settings for heuristics. Journal of Heuristics. 2000.

[19] Almada-Lobo, B., Oliveira, J., Carravilla, M. Production planning and scheduling in the glass container industry: a VNS approach. Int. J. Production Economics. 2008.

[20] Ceroni, J., Nof, S. Task parallelism in distributed supply organizations: a case study in the shoe industry. Taylor and Francis. 2005.

[21] Agrawal, A., Minis, I., Nagi, R. Cycle time reduction by improved MRP-based production planning. Taylor and Francis. 2000.

[22] Albritton, M., Shapiro, A., Spearman, M. Finite capacity production planning with random demand and limited information. Stochastic Programming E-Print Series. 2000.



ANEXO 1. CÓDIGO FUENTE

```
#include <ilcplex/ilocplex.h>

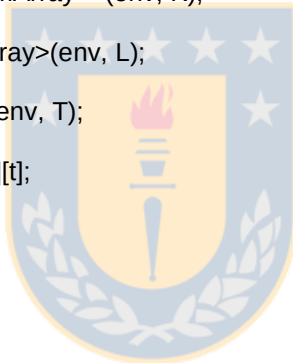
ILOSTLBEGIN

int main(int, char**) {
    IloEnv env;
    try {
        IloModel modelo(env);
        IloInt I = 4;
        IloInt J = 4;
        IloInt K = 2;
        IloInt L = 4;
        IloInt M = 2;
        IloInt T = 31;

        IloArray<IloArray<IloArray<IloNumArray>>> PV(env, I);
        ifstream temp_PV("data/data0/data_PV.csv");
        for(int i = 0; i < I; i++) {
            PV[i] = IloArray<IloArray<IloNumArray>>>(env, K);
            for(int k = 0; k < K; k++) {
                PV[i][k] = IloArray<IloNumArray>(env, L);
                for(int l = 0; l < L; l++) {
                    PV[i][k][l] = IloNumArray(env, T);
                    for(int t = 0; t < T; t++) {
                        temp_PV >> PV[i][k][l][t];
                    }
                }
            }
        }
        temp_PV.close();

        IloArray<IloArray<IloArray<IloNumArray>>> COSTPROD(env, I);
        ifstream temp_COSTPROD("data/data0/data_COSTPROD.csv");
        for(int i = 0; i < I; i++) {
            COSTPROD[i] = IloArray<IloArray<IloNumArray>>>(env, J);
            for(int j = 0; j < J; j++) {
                COSTPROD[i][j] = IloArray<IloNumArray>(env, L);
                for(int l = 0; l < L; l++) {
                    COSTPROD[i][j][l] = IloNumArray(env, T);
                    for(int t = 0; t < T; t++) {
                        temp_COSTPROD >> COSTPROD[i][j][l][t];
                    }
                }
            }
        }
        temp_COSTPROD.close();

        IloArray<IloArray<IloArray<IloNumArray>>> COSTMP1(env, I);
        ifstream temp_COSTMP1("data/data0/data_COSTMP1.csv");
        for(int i = 0; i < I - 1; i++) {
            COSTMP1[i] = IloArray<IloArray<IloNumArray>>>(env, K);
            for(int k = 0; k < K; k++) {
                COSTMP1[i][k] = IloArray<IloNumArray>(env, L);
            }
        }
    }
}
```



```

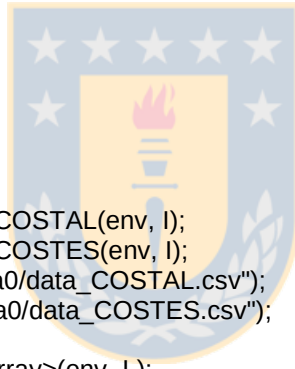
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            COSTMP1[i][k][l] = lloNumArray(env, T);
            for(int t = 0; t < T; t++) {
                temp_COSTMP1 >> COSTMP1[i][k][l][t];
            }
        }
    }
}
temp_COSTMP1.close();

lloArray<lloArray<lloArray<lloArray<lloNumArray>>>> COSTMP2(env, l);
ifstream temp_COSTMP2("data/data0/data_COSTMP2.csv");
for(int i = 0; i < l - 3; i++) {
    COSTMP2[i] = lloArray<lloArray<lloArray<lloNumArray>>>(env, K);
    for(int k = 0; k < K; k++) {
        COSTMP2[i][k] = lloArray<lloArray<lloNumArray>>(env, L);
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            COSTMP2[i][k][l] = lloArray<lloNumArray>(env, M);
            for(int m = 0; m < M; m++) {
                COSTMP2[i][k][l][m] = lloNumArray(env, T);
                for(int t = 0; t < T; t++) {
                    temp_COSTMP2 >> COSTMP2[i][k][l][m][t];
                }
            }
        }
    }
}
temp_COSTMP2.close();

lloArray<lloArray<lloNumArray>> COSTAL(env, l);
lloArray<lloArray<lloNumArray>> COSTES(env, l);
ifstream temp_COSTAL("data/data0/data_COSTAL.csv");
ifstream temp_COSTES("data/data0/data_COSTES.csv");
for(int i = 0; i < l; i++) {
    COSTAL[i] = lloArray<lloNumArray>(env, L);
    COSTES[i] = lloArray<lloNumArray>(env, L);
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        COSTAL[i][l] = lloNumArray(env, T);
        COSTES[i][l] = lloNumArray(env, T);
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            temp_COSTAL >> COSTAL[i][l][t];
            temp_COSTES >> COSTES[i][l][t];
        }
    }
}
temp_COSTAL.close();
temp_COSTES.close();

lloNumArray BigM(env, l);
lloArray<lloArray<lloNumArray>> CAP(env, l);
ifstream temp_CAP("data/data0/data_CAP.csv");
for(int i = 0; i < l; i++) {
    CAP[i] = lloArray<lloNumArray>(env, J);
    BigM[i] = 0;
    for(int j = 0; j < J; j++) {
        CAP[i][j] = lloNumArray(env, L);
        for(int l = 0; l < L; l++) {

```



```

        temp_CAP >> CAP[i][j][l];
        if(CAP[i][j][l] > BigM[i]) {
            BigM[i] = CAP[i][j][l];
        }
    }
}
BigM[i] *= T;
}
temp_CAP.close();

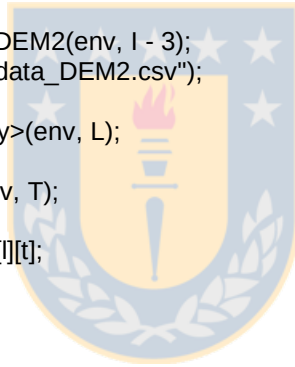
IloArray<IloArray<IloNumArray>> DEM1(env, l);
ifstream temp_DEM1("data/data0/data_DEM1.csv");
for(int i = 0; i < l; i++) {
    DEM1[i] = IloArray<IloNumArray>(env, L);
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        DEM1[i][l] = IloNumArray(env, T);
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            temp_DEM1 >> DEM1[i][l][t];
        }
    }
}
temp_DEM1.close();

IloArray<IloArray<IloNumArray>> DEM2(env, l - 3);
ifstream temp_DEM2("data/data0/data_DEM2.csv");
for(int i = 0; i < l - 3; i++) {
    DEM2[i] = IloArray<IloNumArray>(env, L);
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        DEM2[i][l] = IloNumArray(env, T);
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            temp_DEM2 >> DEM2[i][l][t];
        }
    }
}
temp_DEM2.close();

IloArray<IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>>> PROD(env, l);
for(int i = 0; i < l; i++) {
    PROD[i] = IloArray<IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>>(env, J);
    for(int j = 0; j < J; j++) {
        PROD[i][j] = IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>(env, K);
        for(int k = 0; k < K; k++) {
            PROD[i][j][k] = IloArray<IloIntVarArray>(env, L);
            for(int l = 0; l < L; l++) {
                PROD[i][j][k][l] = IloIntVarArray(env, T, 0, IloIntMax);
            }
        }
    }
}

IloArray<IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>> CMP1(env, l);
for(int i = 0; i < l - 1; i++) {
    CMP1[i] = IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>(env, K);
    for(int k = 0; k < K; k++) {
        CMP1[i][k] = IloArray<IloIntVarArray>(env, L);
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            CMP1[i][k][l] = IloIntVarArray(env, T, 0, IloIntMax);
        }
    }
}

```



```

    }
  }
}

IloArray<IloArray<IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>>> CMP2(env, I);
for(int i = 0; i < I - 3; i++) {
  CMP2[i] = IloArray<IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>>>(env, K);
  for(int k = 0; k < K; k++) {
    CMP2[i][k] = IloArray<IloArray<IloIntVarArray>>>(env, L);
    for(int l = 0; l < L; l++) {
      CMP2[i][k][l] = IloArray<IloIntVarArray>(env, M);
      for(int m = 0; m < M; m++) {
        CMP2[i][k][l][m] = IloIntVarArray(env, T, 0, IloIntMax);
      }
    }
  }
}

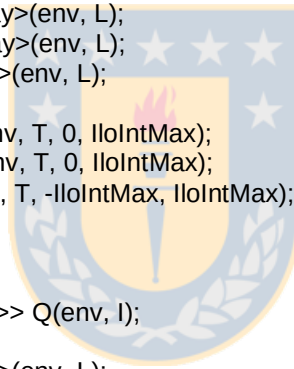
IloArray<IloArray<IloIntVarArray>> INVP(env, I);
IloArray<IloArray<IloIntVarArray>> INVN(env, I);
IloArray<IloArray<IloIntVarArray>> INV(env, I);
for(int i = 0; i < I; i++) {
  INVP[i] = IloArray<IloIntVarArray>(env, L);
  INVN[i] = IloArray<IloIntVarArray>(env, L);
  INV[i] = IloArray<IloIntVarArray>(env, L);
  for(int l = 0; l < L; l++) {
    INVP[i][l] = IloIntVarArray(env, T, 0, IloIntMax);
    INVN[i][l] = IloIntVarArray(env, T, 0, IloIntMax);
    INV[i][l] = IloIntVarArray(env, T, -IloIntMax, IloIntMax);
  }
}

IloArray<IloArray<IloBoolVarArray>> Q(env, I);
for(int i = 0; i < I; i++) {
  Q[i] = IloArray<IloBoolVarArray>(env, L);
  for(int l = 0; l < L; l++) {
    Q[i][l] = IloBoolVarArray(env, T);
  }
}

IloExpr ventas(env);
IloExpr c_prod(env);
for(int i = 0; i < I; i++) {
  for(int j = 0; j < J; j++) {
    for(int k = 0; k < K; k++) {
      for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
          ventas += PV[i][j][k][l][t] * PROD[i][j][k][l][t];
          c_prod += COSTPROD[i][j][k][l][t] * PROD[i][j][k][l][t];
        }
      }
    }
  }
}

IloExpr c_mp(env);
for(int i = 0; i < I - 1; i++) {

```



```

    for(int k = 0; k < K; k++) {
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            for(int t = 0; t < T; t++) {
                c_mp += COSTMP1[i][k][l][t] * CMP1[i][k][l][t];
            }
        }
    }
}

for(int i = 0; i < I - 3; i++) {
    for(int k = 0; k < K; k++) {
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            for(int m = 0; m < M; m++) {
                for(int t = 0; t < T; t++) {
                    c_mp += COSTMP2[i][k][l][m][t] * CMP2[i][k][l][m][t];
                }
            }
        }
    }
}

}

IloExpr c_alm(env);
for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            c_alm += COSTAL[i][l][t] * INVP[i][l][t] + COSTES[i][l][t] * INVN[i][l][t];
        }
    }
}

IloExpr fo(env);
fo = ventas - (c_prod + c_mp + c_alm);
modelo.add(IloMaximize(env, fo));
fo.end();
ventas.end();
c_prod.end();
c_mp.end();
c_alm.end();

IloExpr exp(env);
for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        exp = INV[i][l][T - 1];
        modelo.add(exp >= 0);
    }
}

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            exp.clear();
            for(int j = 0; j < J; j++) {
                for(int k = 0; k < K; k++) {
                    exp += PROD[i][j][k][l][t];
                }
            }
            if(t == 0) {
                if(i == 0) {

```



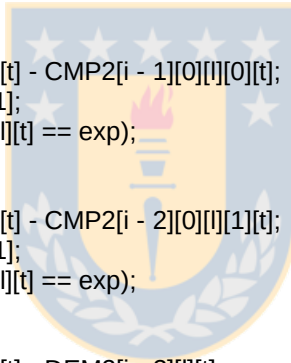
```

        exp += - DEM1[i][l][t] - CMP1[i + 1][0][l][t];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
    if(i == 1) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - CMP2[i - 1][0][l][0][t];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
    if(i == 2) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - CMP2[i - 2][0][l][1][t];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
    if(i == 3) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - DEM2[i - 3][l][t];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
}
else {
    if(i == 0) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - CMP1[i + 1][0][l][t];
        exp += INV[i][l][t - 1];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
    if(i == 1) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - CMP2[i - 1][0][l][0][t];
        exp += INV[i][l][t - 1];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
    if(i == 2) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - CMP2[i - 2][0][l][1][t];
        exp += INV[i][l][t - 1];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
    if(i == 3) {
        exp += - DEM1[i][l][t] - DEM2[i - 3][l][t];
        exp += INV[i][l][t - 1];
        modelo.add(INV[i][l][t] == exp);
    }
}
}
}
}

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            modelo.add(INV[i][l][t] == INVP[i][l][t] - INVN[i][l][t]);
            modelo.add(INVP[i][l][t] <= BigM[i] * Q[i][l][t]);
            modelo.add(INVN[i][l][t] <= BigM[i] * (1 - Q[i][l][t]));
        }
    }
}

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            exp.clear();

```




```

        for(int j = 0; j < J; j++) {
            exp += PROD[i][j][1][t];
        }
        modelo.add(exp <= DEM1[i][t] + BigM[i] * Q[i][t]);
        modelo.add(exp + BigM[i] * (1 - Q[i][t]) >= DEM1[i][t]);
    }
}

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            exp.clear();
            for(int j = 0; j < J; j++) {
                exp += PROD[i][j][0][t];
            }
            if(i == 0) {
                modelo.add(exp <= CMP1[i + 1][0][t] + BigM[i] * Q[i][t]);
                modelo.add(exp + BigM[i] * (1 - Q[i][t]) >= CMP1[i + 1][0][t]);
            }
            if(i == 1) {
                modelo.add(exp <= CMP2[i - 1][0][0][t] + BigM[i] * Q[i][t]);
                modelo.add(exp + BigM[i] * (1 - Q[i][t]) >= CMP2[i - 1][0][0][t]);
            }
            if(i == 2) {
                modelo.add(exp <= CMP2[i - 2][0][1][t] + BigM[i] * Q[i][t]);
                modelo.add(exp + BigM[i] * (1 - Q[i][t]) >= CMP2[i - 2][0][1][t]);
            }
            if(i == 3) {
                modelo.add(exp <= DEM2[i - 3][t] + BigM[i] * Q[i][t]);
                modelo.add(exp + BigM[i] * (1 - Q[i][t]) >= DEM2[i - 3][t]);
            }
        }
    }
}

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int j = 0; j < J; j++) {
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            for(int t = 0; t < T; t++) {
                exp.clear();
                for(int k = 0; k < K; k++) {
                    exp += PROD[i][j][k][t];
                }
                modelo.add(exp <= CAP[i][j][t]);
            }
        }
    }
}

lloExpr exp1(env);
lloExpr exp2(env);
lloNum prod;
for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int j = 0; j < J; j++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            for(int l = 0; l < L; l++) {

```

```

        exp1.clear();
        prod = 1;
        for(int k = 0; k < K; k++) {
            exp1 += PROD[i][j][k][t];
        }
        exp2 += exp1 / CAP[i][j][t];
        prod *= CAP[i][j][t];
    }
    modelo.add(prod * exp2 <= prod);
    exp2.clear();
}
}
}

```

```

lloNum sum;
for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        exp.clear();
        sum = 0;
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            sum += DEM1[i][l][t];
            for(int j = 0; j < J; j++) {
                exp += PROD[i][j][1][t];
            }
        }
        modelo.add(exp == sum);
    }
}

```

```

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        exp1.clear();
        exp2.clear();
        if(i == 0) {
            for(int t = 0; t < T; t++) {
                exp1 += CMP1[i + 1][0][t];
                for(int j = 0; j < J; j++) {
                    exp2 += PROD[i][j][0][t];
                }
            }
        }
        if(i == 1) {
            for(int t = 0; t < T; t++) {
                exp1 += CMP2[i - 1][0][0][t];
                for(int j = 0; j < J; j++) {
                    exp2 += PROD[i][j][0][t];
                }
            }
        }
        if(i == 2) {
            for(int t = 0; t < T; t++) {
                exp1 += CMP2[i - 2][0][1][t];
                for(int j = 0; j < J; j++) {
                    exp2 += PROD[i][j][0][t];
                }
            }
        }
        if(i == 3) {

```



```

        for(int t = 0; t < T; t++) {
            exp1 += DEM2[i - 3][l][t];
            for(int j = 0; j < J; j++) {
                exp2 += PROD[i][j][0][l][t];
            }
        }
    }
    modelo.add(exp2 == exp1);
}

for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            exp1.clear();
            exp2.clear();
            if(i == 3) {
                for(int m = 0; m < M; m++) {
                    for(int k = 0; k < K; k++) {
                        exp1 += CMP2[i - 3][k][l][m][t];
                        for(int j = 0; j < J - 1; j++) {
                            exp2 += PROD[i][j][k][l][t];
                        }
                    }
                }
                modelo.add(exp1 == exp2);
                exp1.clear();
                exp2.clear();
            }
            else {
                for(int k = 0; k < K; k++) {
                    exp1 += CMP1[i][k][l][t];
                    for(int j = 0; j < J - 1; j++) {
                        exp2 += PROD[i][j][k][l][t];
                    }
                }
                modelo.add(exp1 == exp2);
            }
        }
    }
}
exp.end();
exp1.end();
exp2.end();

IloCplex cplex(modelo);
if(!cplex.solve()) {
    env.error() << "No fue posible resolver el modelo." << endl;
    throw (-1);
}
else {
    env.out() << "Estado: " << cplex.getStatus() << endl;
    env.out() << "Valor F.O.: " << cplex.getObjValue() << endl;
    env.out() << "Tiempo de Ejecucion: " << env.getTime() << endl;
}
env.out() << "Variables Binarias: " << cplex.getNbinVars() << endl;
env.out() << "Variables Enteras: " << cplex.getNintVars() << endl;

```



```

env.out() << "Filas - Restricciones: " << cplex.getNrows() << endl;
env.out() << "Columnas - Variables: " << cplex.getNcols() << endl;

ofstream prod_cortado("output/output0/PROD_CORTADO.csv");
ofstream prod_aparado("output/output0/PROD_APARADO.csv");
ofstream prod_prefinito("output/output0/PROD_PREFINITO.csv");
ofstream prod_armado("output/output0/PROD_ARMADO.csv");

prod_cortado << "Tiempo ; ; ; ";
prod_aparado << "Tiempo ; ; ; ";
prod_prefinito << "Tiempo ; ; ; ";
prod_armado << "Tiempo ; ; ; ";
for(int t = 0; t < T; t++) {
    prod_cortado << t << "; ";
    prod_aparado << t << "; ";
    prod_prefinito << t << "; ";
    prod_armado << t << "; ";
}
prod_cortado << endl << endl;
prod_aparado << endl << endl;
prod_prefinito << endl << endl;
prod_armado << endl << endl;
for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int j = 0; j < J; j++) {
        for(int k = 0; k < K; k++) {
            for(int l = 0; l < L; l++) {
                switch (i) {
                    case 0:
                        prod_cortado << "Familia (L=" << l << "); ";
                        prod_cortado << "Modo Prod. (J=" << j << "); ";
                        prod_cortado << "Destino (K=" << k << "); ";
                        break;
                    case 1:
                        prod_aparado << "Familia (L=" << l << "); ";
                        prod_aparado << "Modo Prod. (J=" << j << "); ";
                        prod_aparado << "Destino (K=" << k << "); ";
                        break;
                    case 2:
                        prod_prefinito << "Familia (L=" << l << "); ";
                        prod_prefinito << "Modo Prod. (J=" << j << "); ";
                        prod_prefinito << "Destino (K=" << k << "); ";
                        break;
                    case 3:
                        prod_armado << "Familia (L=" << l << "); ";
                        prod_armado << "Modo Prod. (J=" << j << "); ";
                        prod_armado << "Destino (K=" << k << "); ";
                        break;
                }
            }
        }
    }
    for(int t = 0; t < T; t++) {
        switch (i) {
            case 0:
                prod_cortado << cplex.getValue(PROD[i][j][k][l][t]) << "; ";
                break;
            case 1:
                prod_aparado << cplex.getValue(PROD[i][j][k][l][t]) << "; ";
                break;
            case 2:

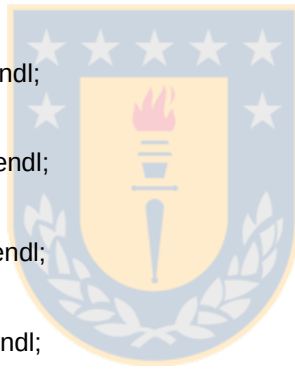
```



```

        prod_prefinito << cplex.getValue(PROD[i][j][k][l][t]) << " ";
        break;
    case 3:
        prod_armado << cplex.getValue(PROD[i][j][k][l][t]) << " ";
        break;
    }
}
switch (i) {
    case 0:
        prod_cortado << endl;
        break;
    case 1:
        prod_aparado << endl;
        break;
    case 2:
        prod_prefinito << endl;
        break;
    case 3:
        prod_armado << endl;
        break;
}
}
switch (i) {
    case 0:
        prod_cortado << endl;
        break;
    case 1:
        prod_aparado << endl;
        break;
    case 2:
        prod_prefinito << endl;
        break;
    case 3:
        prod_armado << endl;
        break;
}
}
switch (i) {
    case 0:
        prod_cortado << endl;
        break;
    case 1:
        prod_aparado << endl;
        break;
    case 2:
        prod_prefinito << endl;
        break;
    case 3:
        prod_armado << endl;
        break;
}
}
}
prod_cortado.close();
prod_aparado.close();
prod_prefinito.close();
prod_armado.close();

```



```

ofstream inv_cortado("output/output0/INV_CORTADO.csv");
ofstream inv_aparado("output/output0/INV_APARADO.csv");
ofstream inv_prefinito("output/output0/INV_PREFINITO.csv");
ofstream inv_armado("output/output0/INV_ARMADO.csv");

inv_cortado << "Tiempo ; ";
inv_aparado << "Tiempo ; ";
inv_prefinito << "Tiempo ; ";
inv_armado << "Tiempo ; ";
for(int t = 0; t < T; t++) {
    inv_cortado << t << "; ";
    inv_aparado << t << "; ";
    inv_prefinito << t << "; ";
    inv_armado << t << "; ";
}
inv_cortado << endl << endl;
inv_aparado << endl << endl;
inv_prefinito << endl << endl;
inv_armado << endl << endl;
for(int i = 0; i < I; i++) {
    for(int l = 0; l < L; l++) {
        switch(i) {
            case 0:
                inv_cortado << "Familia (L=" << l << "); ";
                break;
            case 1:
                inv_aparado << "Familia (L=" << l << "); ";
                break;
            case 2:
                inv_prefinito << "Familia (L=" << l << "); ";
                break;
            case 3:
                inv_armado << "Familia (L=" << l << "); ";
                break;
        }
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            switch(i) {
                case 0:
                    inv_cortado << cplex.getValue(INV[i][l][t]) << "; ";
                    break;
                case 1:
                    inv_aparado << cplex.getValue(INV[i][l][t]) << "; ";
                    break;
                case 2:
                    inv_prefinito << cplex.getValue(INV[i][l][t]) << "; ";
                    break;
                case 3:
                    inv_armado << cplex.getValue(INV[i][l][t]) << "; ";
                    break;
            }
        }
        switch(i) {
            case 0:
                inv_cortado << endl;
                break;
            case 1:

```



```

        inv_aparado << endl;
        break;
    case 2:
        inv_prefinito << endl;
        break;
    case 3:
        inv_armado << endl;
        break;
    }
}
}
inv_cortado.close();
inv_aparado.close();
inv_prefinito.close();
inv_armado.close();

ofstream cmp_cortado("output/output0/CMP_CORTADO.csv");
ofstream cmp_aparado("output/output0/CMP_APARADO.csv");
ofstream cmp_prefinito("output/output0/CMP_PREFINITO.csv");
ofstream cmp_armado("output/output0/CMP_ARMADO.csv");

cmp_cortado << "Tiempo ; ; ";
cmp_aparado << "Tiempo ; ; ";
cmp_prefinito << "Tiempo ; ; ";
cmp_armado << "Tiempo ; ; ";
for(int t = 0; t < T; t++) {
    cmp_cortado << t << "; ";
    cmp_aparado << t << "; ";
    cmp_prefinito << t << "; ";
    cmp_armado << t << "; ";
}
cmp_cortado << endl << endl;
cmp_aparado << endl << endl;
cmp_prefinito << endl << endl;
cmp_armado << endl << endl;
for(int i = 0; i < I - 1; i++) {
    for(int k = 0; k < K; k++) {
        for(int l = 0; l < L; l++) {
            switch(i) {
                case 0:
                    cmp_cortado << "Familia (L=" << l << "); ";
                    cmp_cortado << "Origen (K=" << k << "); ";
                    break;
                case 1:
                    cmp_aparado << "Familia (L=" << l << "); ";
                    cmp_aparado << "Origen (K=" << k << "); ";
                    break;
                case 2:
                    cmp_prefinito << "Familia (L=" << l << "); ";
                    cmp_prefinito << "Origen (K=" << k << "); ";
                    break;
            }
        }
        for(int t = 0; t < T; t++) {
            switch(i) {
                case 0:
                    cmp_cortado << cplex.getValue(CMP1[i][k][l][t]) << "; ";
                    break;

```



```

        case 1:
            cmp_aparado << cplex.getValue(CMP1[i][k][l][t]) << " ";
            break;
        case 2:
            cmp_prefinito << cplex.getValue(CMP1[i][k][l][t]) << " ";
            break;
    }
}
switch(i) {
    case 0:
        cmp_cortado << endl;
        break;
    case 1:
        cmp_aparado << endl;
        break;
    case 2:
        cmp_prefinito << endl;
        break;
}
}
switch(i) {
    case 0:
        cmp_cortado << endl;
        break;
    case 1:
        cmp_aparado << endl;
        break;
    case 2:
        cmp_prefinito << endl;
        break;
}
}
for(int i = 0; i < I - 3; i++) {
    for(int k = 0; k < K; k++) {
        for(int m = 0; m < M; m++) {
            for(int l = 0; l < L; l++) {
                cmp_armado << "Familia (L=" << l << " ";
                cmp_armado << "Origen (K=" << k << " ";
                cmp_armado << "Tipo (M=" << m << " ";
                for(int t = 0; t < T; t++) {
                    cmp_armado << cplex.getValue(CMP2[i][k][l][m][t]) << " ";
                }
                cmp_armado << endl;
            }
            cmp_armado << endl;
        }
        cmp_armado << endl;
    }
}
cmp_cortado.close();
cmp_aparado.close();
cmp_prefinito.close();
cmp_armado.close();
}
catch (IloException& ex) {

```




```
    cerr << "Error: " << ex << endl;  
}  
catch (...) {  
    cerr << "Error" << endl;  
}  
env.end();  
return 0;  
}
```



ANEXO 2. PROBLEMAS DE PRUEBA

[illegible]

Magíster en Ingeniería Industrial, Escuela de Graduados – Universidad de Concepción 93

[illegible]

Magíster en Ingeniería Industrial, Escuela de Graduados – Universidad de Concepción 95

Magíster en Ingeniería Industrial, Escuela de Graduados – Universidad de Concepción 96

[illegible]

98