



Universidad de Concepción

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

**Redes neuronales y grafos dinámicos
para la predicción del
comportamiento de remolinos de
mesoescala**

Tesis para optar al grado de:
Ingeniero Civil Matemático

Autor: **Nicolás Alberto Baeza Molina**
Profesor Guía: **Julio Bernardo Aracena Lucero**
Profesora Co-Guía: **Carolina Eugenia Parada Véliz**

Concepción, Chile

2026

Lista de símbolos

Dinámica oceánica y geometría esférica

L_R	Primer radio de deformación de Rossby baroclínico	[m]
η (SLA)	Anomalía de la altura de la superficie del mar	[m]
A	Amplitud del remolino (desviación máxima de η)	[m]
R	Radio efectivo del remolino	[km]
ζ	Vorticidad relativa	[s ⁻¹]
f	Parámetro de Coriolis ($2\Omega \sin \phi$)	[s ⁻¹]
β	Gradiente latitudinal del parámetro de Coriolis	[m ⁻¹ s ⁻¹]
$\mathbf{x}_i^{(t)}$	Vector de posición cartesiana 3D del centroide (X, Y, Z)	$\mathbb{S}^2$
$\mathbf{v}_{ine}$	Vector de persistencia inercial (baseline de fondo)	[m]

Teoría de grafos geométricos y topología

$\mathcal{G}^{(t)}$	Grafo dinámico no euclidiano en el instante t	
$\mathcal{V}, \mathcal{E}$	Conjuntos de vértices (nodos) y aristas (conexiones)	
$\mathbf{A}$	Matriz de adyacencia del entorno acoplado	$\mathbb{R}^{n \times n}$
$\mathbf{D}$	Matriz diagonal de grado	$\mathbb{R}^{n \times n}$
$\mathbf{L}_{sym}$	Matriz del Laplaciano normalizado simétricamente	$\mathbb{R}^{n \times n}$
$\mathcal{N}(i)$	Vecindario topológico de primer orden del nodo i	
d_{max}	Umbral de conectividad espacial (distancia de corte)	[rad] o [km]

Aprendizaje Profundo y Fusión Latente

$\mathbf{h}_i^{(t)}$	Vector de estado oculto (memoria latente) de la GRUCell	$\mathbb{R}^{128}$
$\mathbf{m}_i^{(t)}$	Mensaje espacial agregado del vecindario mediante GATv2	$\mathbb{R}^{512}$
$\mathbf{z}_{fusion}$	Vector latente acoplado y combinado mediante concatenación	$\mathbb{R}^{640}$
$\mathbf{x}_{spat,i}^{(t)}$	Vector de atributos espaciales de entrada al nodo i (GATv2)	$\mathbb{R}^4$
$\mathbf{x}_{temp,i}^{(t)}$	Vector de atributos cinemáticos de entrada al nodo i (GRU)	$\mathbb{R}^6$
α_{ij}	Coefficientes de atención dinámica calculados por el experto	$[0, 1]$
$\mathcal{F}(\cdot)$	Operador dinámico global de predicción	
$\mathcal{R}(\cdot)$	Componente de corrección o estimador residual cinemático	
σ	Función de activación no lineal (e.g., ReLU o LeakyReLU)	
Θ	Conjunto total de parámetros y pesos optimizables de la red	
$\hat{m}$	Predicción de la magnitud del residuo de desplazamiento	$\mathbb{R}$
$\hat{\phi}$	Vector de predicción de la deflexión angular residual	$\mathbb{R}^2$

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Motivación	5
1.2. Definición del problema	6
1.3. Hipótesis	7
1.4. Objetivos	8
1.4.1. Objetivo general	8
1.4.2. Objetivos específicos	8
1.5. Metodología general	8
2. Estado del arte	9
2.1. Modelos clásicos de detección y seguimiento de mesoescala	9
2.2. Aprendizaje profundo y el sesgo de grilla	10
2.3. Desarrollos en grafos temporales	11
2.4. Brechas identificadas y contribución	11
2.5. Aplicaciones de GNN en sistemas dinámicos complejos	11
2.5.1. Predicción de trayectorias y tráfico urbano	11
2.5.2. Modelación de sistemas físicos y partículas	12
2.5.3. Sistemas biológicos y conectividad cerebral	12
2.6. Evolución hacia los mecanismos de atención dinámica	12
3. Marco teórico	13
3.1. Dinámica de remolinos oceánicos de mesoescala	13
3.1.1. Naturaleza física y escalas de movimiento	13
3.1.2. Equilibrio geostrófico y anomalías de superficie	13
3.1.3. El Radio de Rossby y la escala de mesoescala	14
3.1.4. Mecanismos de propagación e interacción	15
3.1.5. Regímenes dinámicos y estructuras coherentes	16
3.2. Matemáticas de grafos y procesamiento de señales	17

3.2.1.	Definición formal y espacios de datos	17
3.2.2.	Representaciones matriciales y operadores de grafo	17
3.2.3.	Formalismo de grafos dinámicos	17
3.3.	Fundamentos de aprendizaje profundo	18
3.3.1.	La neurona artificial y LeakyReLU	18
3.3.2.	Optimización y función de pérdida robusta	18
3.3.3.	Aprendizaje residual	18
3.4.	Redes Neuronales Recurrentes (RNN)	18
3.4.1.	El mecanismo de recurrencia	19
3.4.2.	Gated Recurrent Unit (GRU)	19
3.5.	Redes neuronales sobre grafos (GNN)	20
3.5.1.	Marco general de paso de mensajes (MPNN)	20
3.5.2.	Mecanismos de atención dinámica (GATv2)	20
3.5.3.	Redes de Grafos Temporales (TGN)	21
3.6.	Métricas de evaluación del desempeño	21
3.6.1.	Error Absoluto Medio (MAE)	21
3.6.2.	Error Cuadrático Medio (MSE)	22
3.6.3.	Análisis de dispersión σ	22
4.	Metodología	23
4.1.	Dominio de datos y preprocesamiento	23
4.1.1.	Origen de los datos y selección de características	23
4.1.2.	Descripción del área de estudio global	24
4.1.3.	Normalización geoespacial y proyección	25
4.1.4.	Estructuración de grafos dinámicos	25
4.1.5.	Caracterización del grafo dinámico	26
4.1.6.	Filtrado de valores atípicos y consistencia física	27
4.2.	Justificación de la arquitectura de grafos dinámicos	27
4.2.1.	Independencia de la orientación dimensional e invarianza	27
4.2.2.	Eficiencia en dominios dispersos e irregulares	28
4.2.3.	Comparativa de paradigmas de aprendizaje	28
4.3.	Arquitectura de fusión latente de expertos	29
4.3.1.	Codificador espacial: GATv2	29
4.3.2.	Codificador temporal: GRUCell	30
4.3.3.	Red de fusión latente y predicción multitarea	30
4.4.	Estrategia de optimización y costo computacional	31

4.4.1. Dinámica del aprendizaje	31
4.4.2. Justificación de hiperparámetros y criterios físicos	32
4.4.3. Complejidad algorítmica y escalabilidad	34
4.5. Resumen del capítulo	34
5. Resultados y discusión	35
5.1. Análisis de la capacidad de respuesta del modelo	36
5.1.1. Predicción de magnitud y ángulo de giro	36
5.1.2. Interpretación de la comprensión dinámica	36
5.2. Evaluación y comparativa de modelos	37
5.3. Discusión de hallazgos críticos	37
5.3.1. El compromiso de fase en trayectorias laminares	37
5.3.2. Resiliencia espacial en escenarios de crisis	37
5.3.3. Análisis de fidelidad direccional y asimetría física	38
5.3.4. Interpretación de la simetría hemisférica	40
5.4. Viabilidad operativa y costo computacional	40
5.5. Resumen del capítulo	40
6. Conclusiones	41
6.1. Cumplimiento de objetivos y contribuciones	41
6.2. Discusión sobre la interacción espacial	42
6.3. Limitaciones y trabajo futuro	42
6.3.1. Simplificación de la escala de interacción espacial	42
6.4. Palabras finales	43

Índice de figuras

4.1. Distribución espacial de remolinos de mesoescala en el dominio global de estudio. La visualización confirma la cobertura reportada. Los puntos azules y rojos permiten diferenciar la polaridad ciclónica y anticiclónica, respectivamente.	24
4.2. Transformación geodésica a vectores cartesianos unitarios.	25
4.3. Representación esquemática de la arquitectura de Fusión Latente de Expertos (ALE). Se observa el flujo tensorial desde los atributos de entrada $\mathbf{X}$ y $\mathbf{T}$ hacia los codificadores especializados GATv2 y GRU. Los vectores latentes $\mathbf{h}_s \in \mathbb{R}^{512}$ y $\mathbf{h}_t \in \mathbb{R}^{128}$ son fusionados mediante el operador de concatenación ($\parallel$) para alimentar la red de regresión residual multitarea con un tensor acoplado de 640 canales.	31
5.1. Comparación de los valores predichos de la trayectoria de un remolino. (Izquierda) Correlación entre la magnitud del desplazamiento real y predicho, mostrando una respuesta lineal robusta. (Derecha) Predicción del ángulo de dirección, donde se observa que el modelo ALE anticipa correctamente los cambios de rumbo incluso en escenarios de alta variabilidad dinámica. .	36
5.2. Comparativa de trayectorias predichas y error absoluto medio (MAE) en tres escenarios dinámicos. (A) En giros de alta curvatura, el modelo ALE corrige la tendencia rectilínea de la RNN. (B) En interacciones dipolares, la fusión latente captura la aceleración centrípeta. (C) En regímenes laminares, el modelo mantiene la precisión inercial con una desviación mínima.	38

Índice de tablas

4.1. Estadísticas de conectividad topológica: Número de vecinos por nodo según el rango de giro de la trayectoria.	26
4.2. Comparativa técnica entre redes convolucionales (CNN) y redes de grafos (GNN) para la modelación de mesoescala.	29
4.3. Configuración detallada de hiperparámetros para los expertos individuales y la red de fusión latente (ALE).	32
5.1. Comparativa final de error absoluto medio ($\mu \pm \sigma$): Modelo de fusión latente (ALE), Experto temporal (RNN) y Baseline inercial.	37
5.2. Distribución porcentual de direcciones por sector cardinal: Comparativa entre trayectorias reales y predicciones de la arquitectura ALE.	39

Resumen

En esta tesis se propone y valida una arquitectura de aprendizaje profundo no euclidiano denominada Fusión Latente de Expertos (ALE) para la predicción de trayectorias de remolinos oceánicos de mesoescala a escala planetaria. El problema se aborda mediante un enfoque de Aprendizaje Residual, donde la red neuronal no modela la cinemática completa, sino que se especializa en estimar la aceleración residual y las desviaciones no lineales respecto a la persistencia inercial física.

El modelo diseñado funciona gracias a dos componentes especializados que se reparten el trabajo: el primero actúa como una memoria histórica que sigue el impulso y la velocidad del propio remolino a lo largo del tiempo, mientras que el segundo analiza el mapa completo para entender cómo influyen los remolinos vecinos y la forma del fondo marino en su trayectoria. Finalmente, ambas fuentes de información se unen en un bloque central que calcula, al mismo tiempo, cuánta fuerza pierde o gana el remolino y hacia qué ángulo exacto se va a desviar.

Los resultados experimentales, obtenidos a partir de grafos dinámicos construidos sobre la base de datos global de remolinos de mesoescala, Mesoscale Eddy Trajectory Atlas (META 3.2), la cual fundamenta su detección y seguimiento cinemático en algoritmos automatizados aplicados a campos de altimetría satelital, demuestran que el modelo de fusión mejora los métodos de persistencia clásica. El sistema ALE alcanzó una mejora neta de 601.68 metros en el error global de posicionamiento respecto al baseline inercial. Destaca especialmente su desempeño en escenarios de alta complejidad dinámica (giros superiores a 40°), donde obtiene un mejor resultado en el 84.0% de los casos, corrigiendo fallos sistemáticos de los modelos puramente temporales mediante la integración del contexto de interacción de mesoescala.

Es importante destacar que la confiabilidad de estas predicciones está intrínsecamente ligada a la consistencia metodológica del algoritmo de detección basado en contornos cerrados de anomalías del nivel del mar, cuyas incertidumbres sistemáticas e inconsistencias operacionales se transfieren a la topología del grafo. No obstante, estos hallazgos validan la eficacia de las arquitecturas híbridas residuales para el monitoreo ambiental global,

proporcionando una herramienta robusta para la comprensión de la dinámica oceánica y mitigando el impacto de los ruidos de detección mediante el aprendizaje de interacciones espaciales en el contexto del cambio climático.

Palabras clave: Aprendizaje Residual, Grafos Dinámicos, GATv2, Fusión Latente, Remolinos Oceánicos, Océano Global.

Abstract

This thesis introduces and validates a non-Euclidean deep learning architecture named Latent Fusion of Experts (ALE) for the planetary-scale trajectory prediction of mesoscale ocean eddies. The problem is addressed via a Residual Learning approach, where the neural network does not model the complete kinematics from scratch, but rather specializes in estimating the residual acceleration and non-linear deviations relative to physical inertial persistence.

The proposed model operates through two specialized components that divide the computational task: the first acts as a historical memory that tracks the individual eddy’s momentum and velocity over time, while the second analyzes the entire map to understand how neighboring eddies and seabed topography influence its trajectory. Finally, both information streams converge within a central block that simultaneously computes the scalar displacement variations and the exact angle of directional deflection.

Experimental results, obtained from dynamic graphs constructed using the global mesoscale eddy database from the Mesoscale Eddy Trajectory Atlas (META 3.2)—which bases its detection and kinematic tracking on automated algorithms applied to satellite altimetry fields—demonstrate that the fusion model significantly improves upon classical persistence methods. The ALE system achieved a net reduction of 601.68 meters in global positioning error compared to the inertial baseline. Its performance stands out particularly in scenarios of high dynamic complexity (turns exceeding 40°), outperforming traditional methods in 84.0% of the cases and successfully correcting systematic errors of purely temporal models by integrating the mesoscale interaction context.

It is critical to note that the reliability of these predictions is intrinsically linked to the methodological consistency of the underlying detection algorithm, which relies on closed contours of sea level anomalies; thus, its systematic uncertainties and operational inconsistencies are transferred to the graph topology. Nonetheless, these findings validate the efficacy of hybrid residual architectures for global environmental monitoring, providing a robust tool for understanding ocean dynamics and mitigating the impact of detection noise by learning spatial interactions within the framework of climate change.

Keywords: Residual Learning, Dynamic Graphs, GATv2, Latent Fusion, Ocean Eddies, Global Ocean.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

El océano global constituye un sistema dinámico multiescala altamente complejo donde los remolinos de mesoescala desempeñan un papel crítico en el balance termodinámico planetario. Estas estructuras biogeoquímicas ocupan de manera persistente entre el 25 % y el 30 % de la superficie del océano, concentran más del 80 % de la energía cinética total marina [1] y son responsables del transporte de aproximadamente un tercio del calor meridional en las cuencas oceánicas [2]. Al actuar como mecanismos fundamentales de redistribución de propiedades físicas, carbono y nutrientes a escala global, comprender y anticipar su evolución es crucial para afinar los presupuestos climáticos globales y las estimaciones de absorción de CO_2 .

Modernamente, los remolinos oceánicos de mesoescala se definen como estructuras coherentes de fluido en rotación que transportan de forma eficiente masa, calor y propiedades biogeoquímicas a lo largo de las cuencas planetarias [3], [4]. Estas estructuras, cuyos ciclos de vida se extienden desde semanas hasta varios meses, aíslan un núcleo hidrodinámico que restringe la mezcla con las masas de agua circundantes, convirtiéndose en los principales motores de la turbulencia marina a escalas de entre 10 y 100 kilómetros [5].

Sin embargo, predecir la trayectoria de estas estructuras con precisión sigue siendo un desafío abierto en la oceanografía física debido a la naturaleza no lineal de sus desplazamientos. Mientras que los modelos operativos estándar basados en la velocidad previa o filtros de Kalman lineales mantienen errores aceptables en regímenes laminares (es decir, trayectorias fluidas, predecibles y de baja curvatura), sus capacidades predictivas se deterioran drásticamente cuando los remolinos interactúan con estructuras vecinas o cruzan accidentes topográficos de la batimetría. En estos escenarios de interacción acoplada, un remolino puede experimentar deflexiones bruscas y desviarse entre 150 y 200 km en un

lapso de apenas cinco días [3]. Este desfase predictivo tiene consecuencias directas en la estimación de la productividad primaria local, la gestión de zonas de pesca comercial y el monitoreo ambiental.

La disponibilidad contemporánea de bases de datos de cobertura global y resolución diaria, como el *Mesoscale Ocean Eddy Trajectory Atlas* (META 3.2) [6], el cual compila trayectorias consolidadas mediante algoritmos automatizados de seguimiento aplicados sobre anomalías de la altura de la superficie del mar (SLA), abre la oportunidad de abordar este problema mediante técnicas avanzadas de aprendizaje profundo. No obstante, los enfoques de Deep Learning dominantes en las ciencias del mar tratan el océano como una grilla euclidiana regular. Al procesar los datos como matrices de píxeles fijas mediante redes convolucionales tradicionales (CNN), se ignora por completo la naturaleza irregular de las interacciones de mesoescala. Esta limitación fundamental es la que motiva la exploración de arquitecturas no euclidianas basadas en grafos dinámicos, capaces de representar explícitamente los acoplamientos espaciales y la memoria histórica de las estructuras para superar las restricciones de los modelos cinemáticos clásicos.

1.2. Definición del problema

Sea $\mathcal{E}^{(t)} = \{e_1^{(t)}, e_2^{(t)}, \dots, e_{N_t}^{(t)}\}$ el conjunto de remolinos de mesoescala detectados en el océano global en el instante de tiempo discretizado t . El problema de predicción a un paso consiste en aproximar un operador dinámico global $\mathcal{F}$ tal que:

$$\mathbf{x}_i^{(t+1)} = \mathcal{F}(\mathbf{X}_i^{(:t)}, \mathcal{G}^{(t)}) \quad (1.1)$$

Donde $\mathbf{X}_i^{(:t)} = [\mathbf{x}_i^{(t)}, \mathbf{x}_i^{(t-1)}, \dots]$ representa el historial temporal de estados cinemáticos intrínsecos del remolino, y $\mathcal{G}^{(t)} = (\mathcal{V}^{(t)}, \mathcal{E}^{(t)})$ es un grafo dinámico no euclidiano donde el conjunto de nodos $\mathcal{V}^{(t)}$ corresponde a los elementos de $\mathcal{E}^{(t)}$ y las aristas $\mathcal{E}^{(t)}$ codifican las interacciones de mesoescala dentro de un radio geodésico finito d_{max} . La descomposición formal de estos atributos espaciales y temporales independientes, así como sus dimensiones en el espacio de representación, serán desarrolladas en detalle en el Capítulo 4.

El desafío matemático de este trabajo consiste en modelar los cambios espaciales y temporales simultáneamente de manera estable. Esto exige separar el procesamiento de los datos en dos caminos independientes: aislar el comportamiento inercial autónomo del remolino mediante una función de memoria recurrente, y capturar las influencias externas del grupo de remolinos vecinos a través de mecanismos de atención en grafos. Esta estructura se diseña bajo un esquema residual, asegurando que la red se concentre ex-

clusivamente en calcular las perturbaciones y desvíos dinámicos causados por el entorno circundante.

A partir de esta brecha metodológica, se plantea la pregunta conductora de esta investigación:

¿Es posible construir un modelo híbrido basado en grafos que combine la memoria histórica del movimiento con las fuerzas del entorno, y lograr así predicciones más precisas que las de un modelo enfocado únicamente en el paso del tiempo aislado?

1.3. Hipótesis

Hipótesis principal:

Una arquitectura híbrida basada en grafos dinámicos, que fusione en un espacio de características compartido el contexto de las interacciones vecinas y el historial cinemático individual, incrementa la precisión en la predicción de trayectorias en comparación con los modelos de persistencia clásicos y las redes secuenciales aisladas, disminuyendo el error de posicionamiento global especialmente en regímenes dinámicos no lineales de alta curvatura.

Hipótesis alternativa:

La incorporación de información espacial mediante mecanismos de atención sobre grafos dinámicos no produce una mejora estadísticamente significativa en la predicción de trayectorias de remolinos oceánicos respecto de modelos basados exclusivamente en persistencia o en información temporal individual.

Justificación de la hipótesis:

La trayectoria de un remolino oceánico depende tanto de su comportamiento histórico como de las interacciones que mantiene con estructuras vecinas y el entorno oceánico circundante. Los modelos que consideran únicamente información temporal o espacial pueden omitir parte de esta dinámica. Por ello, se plantea que una arquitectura híbrida basada en grafos dinámicos, capaz de integrar simultáneamente relaciones espaciales y dependencias temporales, puede construir una representación más completa del sistema y mejorar la precisión en la predicción de trayectorias futuras.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Diseñar, implementar y validar un modelo híbrido de aprendizaje profundo basado en redes neuronales de grafos (GNN) y unidades recurrentes (RNN) para la predicción de trayectorias de remolinos, optimizado bajo un esquema de aprendizaje residual.

1.4.2. Objetivos específicos

1. Formalizar la dinámica de remolinos oceánicos como un problema de grafos dinámicos donde los nodos representan estructuras físicas y las aristas capturan proximidad espacial.
2. Desarrollar una arquitectura de Fusión Latente que integre un experto temporal y un experto espacial en un espacio de características compartido.
3. Implementar una estrategia de aprendizaje residual que utilice la persistencia inercial como línea base, entrenando al modelo exclusivamente para aproximar el desvío no lineal.
4. Evaluar el desempeño del modelo propuesto frente a modelos aislados, analizando métricas de error angular y global estratificadas por regímenes de curvatura.

1.5. Metodología general

Para alcanzar estos objetivos, se utiliza un dataset de grafos diarios derivados de altimetría satelital. La metodología contempla la construcción de grafos dinámicos mediante criterios de vecindad esférica, seguida de un entrenamiento multietapa basado en una arquitectura original de Fusión Latente de Expertos (ALE). Esta propuesta integra de forma inédita un componente de memoria recurrente GRU para la inercia y un componente de atención dinámica GATv2 para las interacciones, los cuales son pre-entrenados antes de la fase de fusión. Finalmente, bajo un esquema de aprendizaje residual, se realiza un análisis de error detallado para cuantificar la mejora neta aportada por la corrección espacial en comparación con la trayectoria inercial pura.

Capítulo 2

Estado del arte

En este capítulo se analizan las metodologías vigentes para el estudio de remolinos oceánicos, desde enfoques cinemáticos clásicos hasta arquitecturas de aprendizaje profundo de vanguardia.

2.1. Modelos clásicos de detección y seguimiento de mesoescala

La identificación y el seguimiento cronológico de remolinos de mesoescala ha evolucionado significativamente desde el análisis visual de mapas hidrográficos hacia algoritmos automatizados aplicados a campos globales de altimetría satelital. Históricamente, las metodologías pioneras se fundamentaron en aproximaciones cinemáticas y campos geométricos de la anomalía de la altura de la superficie del mar (SLA) o de la altura absoluta de la superficie dinámica (ADT). Entre estos, el criterio numérico de Okubo-Weiss (OW) se consolidó como uno de los estándares iniciales, al permitir la segregación física del océano mediante el cálculo del balance entre las componentes de deformación normal, deformación por corte y la vorticidad relativa [7]. Al aislar regiones donde la vorticidad domina sobre la deformación, el criterio OW delimita de forma analítica el núcleo rotacional de los vórtices. No obstante, este enfoque aduce de una alta sensibilidad al ruido de alta frecuencia en los mapas de satélite y carece de una definición topológica formal para los bordes del remolino, lo que introduce inconsistencias significativas en áreas de alta densidad energética y variaciones bruscas [8].

Para superar las limitaciones del criterio OW, se desarrollaron algoritmos basados estrictamente en las propiedades geométricas de los campos de altimetría, popularizados por los trabajos fundamentales de Chelton et al. [3]. Estos métodos prescinden de las

derivadas segundas del campo de velocidades geostróficas y operan mediante la búsqueda exhaustiva de contornos cerrados y conexos en los mapas de SLA o ADT. Un remolino es detectado si cumple con criterios geométricos estrictos, tales como la presencia de un único extremo local (máximo para anticiclones, mínimo para ciclones), un umbral mínimo de amplitud espacial y una cota de deformación que asegure la estabilidad de la estructura de mesoescala. A partir de estas métricas, herramientas de código abierto como el eddy tracker automatizado implementado por Mason et al. [9] automatizaron el procesamiento masivo de series temporales satelitales. Estos algoritmos de contornos cerrados constituyen la base metodológica de los catálogos públicos globales contemporáneos, incluyendo el Mesoscale Ocean Eddy Trajectory Atlas (META 3.2) distribuido por AVISO+/CMEMS [6].

El eslabón final en los enfoques clásicos corresponde a los algoritmos de correspondencia temporal o tracking. Una vez que las estructuras son segmentadas individualmente en mapas diarios independientes, el atlas debe reconstruir sus trayectorias continuas a lo largo del tiempo. Las técnicas tradicionales emplean métodos heurísticos de asociación local, tales como la búsqueda del vecino más cercano Nearest Neighbor en un radio geodésico acotado o la optimización mediante Filtros de Kalman lineales bajo suposiciones de persistencia cinemática rectilínea. Si bien estos enfoques mantienen un desempeño robusto en regímenes oceánicos abiertos y flujos laminares, exhiben fallos sistemáticos y rupturas artificiales de las trayectorias ante interacciones no lineales de mesoescala. Fenómenos dinámicos como los acoplamientos dipolares (parejas de remolinos de signo opuesto que se desplazan juntas), las colisiones con accidentes topográficos de la batimetría, o los eventos hidrodinámicos de fusión (merging) y escisión (splitting) invalidan los supuestos de evolución lineal y gaussianidad de los filtros clásicos [10]. Esto introduce discontinuidades críticas en las series de tiempo, motivando la transición hacia paradigmas no euclidianos que codifiquen de forma explícita la topología de estas interacciones.

2.2. Aprendizaje profundo y el sesgo de grilla

La visión computacional ha dominado la segmentación de remolinos [11]. Modelos como U-Net o YOLO han mejorado los resultados [8], [11], pero al tratar el océano como grilla de píxeles, ignoran la estructura de grafo intrínseca de las interacciones [10], [12].

2.3. Desarrollos en grafos temporales

Las GNN permiten modelar topologías dinámicas [13]. Enfoques como EvolveGCN permiten pesos dinámicos [10], pero carecen de memoria persistente por nodo. El marco de las Temporal Graph Networks (TGN) [12] constituye la base más sólida para gestionar la naturaleza efímera de los remolinos [10], [12].

2.4. Brechas identificadas y contribución

Tras la revisión bibliográfica, se identifican dos brechas críticas:

1. **Colapso de heterogeneidad:** Tendencia a converger hacia soluciones promedio, ignorando la variabilidad individual.
2. **Insuficiencia de modelos puros:** Las RNN ignoran el contexto espacial y las GNN presentan ruido en trayectorias laminares [10], [12].

Esta tesis propone una Fusión Latente con estrategia residual, donde la GNN corrige las desviaciones no lineales del experto temporal [12], [14].

2.5. Aplicaciones de GNN en sistemas dinámicos complejos

El uso de arquitecturas basadas en grafos para la predicción de trayectorias y estados futuros ha experimentado un auge en diversas áreas de la ingeniería, fuera del dominio puramente oceanográfico. Estos antecedentes validan la robustez de las GNN para modelar sistemas con interacciones de largo alcance y topologías cambiantes.

2.5.1. Predicción de trayectorias y tráfico urbano

Uno de los campos con mayor paralelismo con la dinámica de remolinos es la predicción de flujos de tráfico. En estos sistemas, las intersecciones actúan como nodos y el flujo vehicular como señales temporales. Modelos como STGCN (Spatio-Temporal Graph Convolutional Networks) han demostrado que la convolución sobre grafos supera a las redes recurrentes tradicionales al capturar la propagación de congestión entre nodos no adyacentes [15].

2.5.2. Modelación de sistemas físicos y partículas

En la física computacional, las Interaction Networks han sido pioneras en tratar sistemas de partículas como grafos dinámicos. Estos modelos descomponen la aceleración de un objeto en una componente inercial y una componente de interacción resultante de la suma de fuerzas de sus vecinos. Este enfoque es análogo a la estructura residual de esta tesis, donde se asume que el estado futuro es una perturbación del estado inercial provocada por el entorno topológico [16].

2.5.3. Sistemas biológicos y conectividad cerebral

Recientemente, se han aplicado GNN para modelar la propagación de señales en redes neuronales biológicas y conectomas funcionales. Estos estudios utilizan mecanismos de atención (Graph Attention) para identificar nodos “hub” que controlan la dinámica del sistema, una capacidad técnica que en esta investigación se traslada a la identificación de estructuras de mesoescala dominantes que alteran el flujo regional [17].

2.6. Evolución hacia los mecanismos de atención dinámica

El estado del arte ha transitado desde convoluciones de grafo estáticas (GCN) hacia mecanismos de atención adaptativos. Mientras que las GCN asumen una influencia uniforme basada en la adyacencia, las GATv2 (Graph Attention Networks v2) permiten que el modelo aprenda, de forma endógena, qué vecinos son relevantes para la predicción en un instante específico [14]. Esta evolución es la que permite resolver el problema de la "heterogeneidad de interacción", donde remolinos con propiedades físicas idénticas pueden tener comportamientos distintos dependiendo de su configuración de vecindad dinámica.

Capítulo 3

Marco teórico

En este capítulo se presentan los fundamentos científicos, matemáticos y computacionales necesarios para contextualizar y comprender el desarrollo del modelo propuesto. El contenido se organiza en tres partes: dinámica física de los remolinos oceánicos, teoría matemática del modelamiento mediante grafos, y finalmente una revisión del aprendizaje profundo basado en grafos estáticos y dinámicos.

3.1. Dinámica de remolinos oceánicos de mesoescala

3.1.1. Naturaleza física y escalas de movimiento

Los remolinos oceánicos de mesoescala son vórtices coherentes que constituyen el análogo oceánico de los sistemas de alta y baja presión atmosféricos. Se caracterizan por escalas espaciales del orden de 10–100 km y escalas temporales que se extienden desde semanas hasta meses [3]. Estas estructuras representan el reservorio principal de energía cinética en el océano, desempeñando un rol crítico en el transporte de calor, salinidad y trazadores biogeoquímicos [3].

La escala espacial fundamental que define a estas estructuras es el *primer radio de deformación de Rossby baroclínico* (L_R). La dinámica de mesoescala ocurre típicamente en longitudes que son múltiplos de L_R , lo cual justifica el uso de umbrales de vecindad en grafos basados en esta métrica física [5].

3.1.2. Equilibrio geostrófico y anomalías de superficie

A escalas de mesoescala, el movimiento del fluido se rige principalmente por el balance geostrófico (balance entre la fuerza de Coriolis y el gradiente de presión) [18]. Bajo esta

aproximación, las velocidades horizontales (u, v) están vinculadas a la anomalía de altura de la superficie del mar (η o SLA) mediante:

$$u = -\frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad v = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (3.1)$$

donde g es la aceleración de gravedad. Esta relación permite identificar los centros de los remolinos como extremos locales de η : los mínimos corresponden a centros ciclónicos y los máximos a centros anticiclónicos [7].

3.1.3. El Radio de Rossby y la escala de mesoescala

El primer radio de deformación de Rossby baroclínico (L_R) es la escala de longitud natural que determina el tamaño característico de los remolinos y las corrientes de mesoescala. Físicamente, representa la distancia a la cual la fuerza de empuje (asociada a la estratificación de la densidad) y la fuerza de Coriolis (asociada a la rotación terrestre) alcanzan un equilibrio dinámico [5].

Variación geográfica y rangos El valor de L_R no es uniforme y presenta una fuerte dependencia latitudinal. Debido a que el parámetro de Coriolis f aumenta hacia los polos, el radio de Rossby disminuye inversamente, resultando en los siguientes rangos típicos:

- **Regiones Ecuatoriales** (0° – 10°): El radio de Rossby es máximo, superando frecuentemente los 200 km. En estas latitudes, los remolinos tienden a ser estructuras de gran extensión espacial.
- **Latitudes medias** (30° – 50°): Se observa un rango entre 30 km y 50 km. Esta es la escala estándar para la mayoría de los estudios de mesoescala global.
- **Regiones polares** ($> 60^\circ$): Los valores caen drásticamente hasta alcanzar rangos de 5 km a 15 km, donde los remolinos se vuelven estructuras sumamente compactas y de difícil detección satelital [5].

Fundamento del cálculo Para un océano de profundidad H y una estratificación dada por la frecuencia de Brunt-Väisälä $N(z)$, el radio de Rossby se deriva de la resolución de la ecuación de estructura vertical de los modos normales. En una aproximación de primer orden, su magnitud se rige por:

$$L_R \approx \frac{\int_{-H}^0 N(z) dz}{|f| \pi} \quad (3.2)$$

3.1.4. Mecanismos de propagación e interacción

La trayectoria de un remolino no es puramente inercial; está sujeta a forzamientos dinámicos globales e interacciones multiescala que inducen desviaciones no lineales, lo cual motiva el uso de arquitecturas híbridas (RNN-GNN) para su predicción:

- **Deriva Beta (β):** Debido a la variación del parámetro de Coriolis con la latitud ϕ , definido como $f = 2\Omega \sin \phi$ (donde Ω es la velocidad angular de la Tierra), se genera un gradiente planetario de vorticidad planetaria conocido como el parámetro beta:

$$\beta = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2\Omega \cos \phi}{R_T} \quad (3.3)$$

Donde R_T es el radio terrestre. Este gradiente induce una asimetría en la distribución de la vorticidad relativa alrededor del núcleo del vórtice, forzando una autopropagación intrínseca hacia el oeste conocida como deriva beta [3].

A escala planetaria, este mecanismo introduce un sesgo espacial crítico en la consistencia de los catálogos públicos. En latitudes medias y altas, el incremento de f reduce inversamente el primer radio de deformación de Rossby baroclínico ($R_d \propto 1/f$). Como consecuencia física, la escala espacial de las estructuras de mesoescala se comprime drásticamente hacia los polos, generando remolinos significativamente más pequeños en comparación con las regiones ecuatoriales. Esta contracción geométrica dificulta severamente su detección mediante las tramas de muestreo de la altimetría satelital convencional (resolución de $0,25^\circ \times 0,25^\circ$), induciendo errores sistemáticos en los algoritmos de tracking automático origen del dataset. Este fenómeno introduce un sesgo de identificación y una mayor tasa de ruido topológico en latitudes altas, perturbando la estabilidad temporal de los grafos.

- **Interacciones de remolinos:** La proximidad entre vórtices induce efectos de arrastre o advección mutua entre vórtices. Dos remolinos cercanos pueden experimentar procesos de fusión (merging) o escisión (splitting), fenómenos gobernados por dinámicas de acoplamiento no lineal donde las capas recurrentes puras pierden capacidad predictiva al carecer de un tensor de vecindad relacional [19].
- **Forzamiento topográfico:** La interacción del flujo con la batimetría modifica la conservación de la vorticidad potencial mediante el estiramiento o compresión de la columna de agua. Al cruzar accidentes topográficos, el gradiente del fondo actúa como un término de vorticidad adicional que altera bruscamente la dirección de la estructura, rompiendo la persistencia temporal capturada por modelos secuenciales

simples e imponiendo la necesidad de condicionar el modelo a la topología del entorno [18].

3.1.5. Regímenes dinámicos y estructuras coherentes

La trayectoria de un remolino de mesoescala no siempre sigue una progresión suave o cuasi-lineal. La complejidad de las interacciones de fluidos da lugar a comportamientos específicos que desafían la predicción por persistencia:

- **Régimen laminar o estacionario:** Se define como el comportamiento donde las fuerzas de Coriolis y el gradiente de presión están en equilibrio casi perfecto, resultando en una trayectoria predecible y de baja curvatura. En este régimen, el error del baseline inercial es mínimo, ya que la aceleración residual es despreciable.
- **Estructuras dipolares (Modones):** Un dipolo ocurre cuando dos remolinos de signo opuesto (un ciclón y un anticiclón) se acoplan espacialmente. Esta estructura coherente induce una velocidad de propagación propia que puede ser significativamente mayor y en una dirección distinta a la deriva beta estándar [19].
- **Giros bruscos y eventos de alta curvatura:** Estos comportamientos suelen ser el resultado de interacciones de corto alcance, como el eddy-merging (fusión de remolinos del mismo signo) o colisiones con filamentos de corrientes intensas. Durante estos eventos, el radio de curvatura de la trayectoria disminuye drásticamente, rompiendo la memoria de corto plazo de los modelos recurrentes puros y requiriendo una compensación mediante la rama de predicción angular de la red.

3.2. Matemáticas de grafos y procesamiento de señales

3.2.1. Definición formal y espacios de datos

Un grafo se define como un par ordenado $G = (V, E)$. En el estudio de la dinámica de mesoescala, cada nodo v_i está asociado a un remolino, mientras que las aristas e_{ij} representan interacciones dinámicas o proximidad física [12], [20]. El modelamiento oceánico requiere grafos con atributos, donde cada nodo posee un vector de características $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ [10], [11].

3.2.2. Representaciones matriciales y operadores de grafo

Para el análisis computacional, se describe la topología mediante:

Matriz de adyacencia ponderada Se utiliza una matriz de pesos $\mathbf{A}$, donde cada entrada A_{ij} cuantifica la intensidad de la interacción basada en la distancia euclidiana d_{ij} [21]:

$$A_{ij} = \exp\left(-\frac{d_{ij}^2}{2\sigma^2}\right) \text{ si } d_{ij} \leq d_{max}, \text{ de lo contrario } 0. \quad (3.4)$$

Operador laplaciano y análisis espectral El Laplaciano del grafo se define como $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ [21]. Para asegurar la estabilidad en GNN, se utiliza el Laplaciano Normalizado Simétricamente [22]:

$$\mathbf{L}_{sym} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{A} \mathbf{D}^{-1/2} \quad (3.5)$$

Sus propiedades espectrales definen la base de la Transformada de Fourier en Grafos (GFT), permitiendo filtrar ruidos de alta frecuencia en las trayectorias detectadas [21].

3.2.3. Formalismo de grafos dinámicos

El sistema se modela como una secuencia temporal $\mathcal{G} = \{G_t\}_{t=1}^T$ [12]. En este marco, V_t y E_t son variables, permitiendo representar la génesis, disipación y reconfiguración espacial de las estructuras [10], [12].

3.3. Fundamentos de aprendizaje profundo

El aprendizaje profundo se fundamenta en estructuras jerárquicas para aproximar funciones complejas [11], [23].

3.3.1. La neurona artificial y LeakyReLU

La unidad fundamental calcula $z = \mathbf{w}^\top \mathbf{x} + b$ [23]. En este trabajo se utiliza la función LeakyReLU:

$$\sigma(z) = \begin{cases} z & \text{si } z > 0 \\ \alpha z & \text{si } z \leq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

asegurando un flujo de información residual durante el entrenamiento [23].

3.3.2. Optimización y función de pérdida robusta

Para el modelamiento de trayectorias, se requiere una función de pérdida robusta ante valores atípicos [11]. La Pérdida de Huber combina el comportamiento de la norma L_2 y L_1 :

$$L_\delta(y, \hat{y}) = \begin{cases} \frac{1}{2}(y - \hat{y})^2 & \text{para } |y - \hat{y}| \leq \delta \\ \delta(|y - \hat{y}| - \frac{1}{2}\delta) & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.7)$$

Mientras que la pérdida de Huber dirige el proceso de optimización, el desempeño final del modelo se reporta mediante el MAE y el MSE para asegurar la interpretabilidad física de los resultados. Mencionar que las metricas mencionadas están definidas más adelante.[23].

3.3.3. Aprendizaje residual

Representamos la posición futura $\mathbf{x}_{t+1}$ mediante una descomposición aditiva [24]:

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_{inercial} + \mathcal{R}(\mathcal{G}_t; \theta) \quad (3.8)$$

donde $\mathcal{R}$ es la función residual parametrizada por la red. Este enfoque permite que la red se especialice exclusivamente en capturar desviaciones no lineales [23], [24].

3.4. Redes Neuronales Recurrentes (RNN)

Las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) son una clase de arquitecturas diseñadas para el procesamiento de datos secuenciales $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(T)}$. A diferencia de las redes

feedforward, las RNN poseen conexiones que retroalimentan el estado de la red en pasos de tiempo previos, permitiendo el mantenimiento de una memoria interna o estado oculto $\mathbf{h}^{(t)}$ [23].

3.4.1. El mecanismo de recurrencia

Para cada paso de tiempo t , la red recibe una entrada $\mathbf{x}^{(t)}$ y el estado oculto del paso anterior $\mathbf{h}^{(t-1)}$. El nuevo estado se computa mediante una transformación no lineal:

$$\mathbf{h}^{(t)} = \sigma(\mathbf{W}_h \mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{W}_x \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{b}) \quad (3.9)$$

Donde $\mathbf{W}_h$ y $\mathbf{W}_x$ son matrices de pesos compartidas a lo largo de toda la secuencia. Esta estructura recursiva permite que $\mathbf{h}^{(t)}$ actúe como una estadística resumen de la historia pasada de la trayectoria.

3.4.2. Gated Recurrent Unit (GRU)

Las RNN simples presentan dificultades para capturar dependencias de largo plazo debido al problema del desvanecimiento del gradiente. En este trabajo se utiliza la variante Gated Recurrent Unit (GRU), la cual introduce mecanismos de compuertas (gates) para controlar el flujo de información y la persistencia de la memoria [23].

La dinámica de una unidad GRU se rige por el siguiente sistema de ecuaciones:

Puerta de actualización (Update Gate): Determina cuánta de la información previa debe conservarse y cuánta de la nueva propuesta debe integrarse:

$$\mathbf{z}^{(t)} = \sigma(\mathbf{W}_z \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{U}_z \mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{b}_z) \quad (3.10)$$

Puerta de reinicio (Reset Gate): Define qué parte del estado oculto anterior es relevante para la propuesta actual:

$$\mathbf{r}^{(t)} = \sigma(\mathbf{W}_r \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{U}_r \mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{b}_r) \quad (3.11)$$

Estado oculto candidato: Una representación transitoria de la información en el tiempo t :

$$\tilde{\mathbf{h}}^{(t)} = \tanh(\mathbf{W}_h \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{r}^{(t)} \odot (\mathbf{U}_h \mathbf{h}^{(t-1)}) + \mathbf{b}_h) \quad (3.12)$$

Estado oculto final: Se obtiene mediante una interpolación lineal entre el estado previo y el candidato, gobernada por la puerta de actualización:

$$\mathbf{h}^{(t)} = (1 - \mathbf{z}^{(t)}) \odot \mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{z}^{(t)} \odot \tilde{\mathbf{h}}^{(t)} \quad (3.13)$$

Donde $\odot$ denota el producto de Hadamard (elemento a elemento). Esta formulación permite que el Experto Temporal aprenda a ignorar ruidos transitorios en la trayectoria y mantenga una representación robusta de la velocidad y dirección inercial del remolino.

3.5. Redes neuronales sobre grafos (GNN)

Las Graph Neural Networks (GNN) constituyen una clase de arquitecturas de aprendizaje profundo diseñadas para operar sobre dominios no euclidianos representados por grafos $G = (V, E)$. A diferencia de las arquitecturas lineales o convolucionales estándar, las GNN extraen representaciones latentes mediante la explotación de la estructura de vecindad, garantizando la invarianza a la permutación de los nodos.

3.5.1. Marco general de paso de mensajes (MPNN)

El paradigma dominante en las GNN es el de Message Passing Neural Networks (MPNN), el cual define una operación de convolución generalizada sobre grafos. Sea $\mathbf{h}_i^{(k)} \in \mathbb{R}^d$ el vector de características del nodo v_i en la capa k . El proceso de actualización del estado latente se rige por la composición de funciones de mensaje (ϕ) y actualización (γ):

$$\mathbf{m}_i^{(k+1)} = \text{AGG}^{(k)} \left(\{ \phi^{(k)}(\mathbf{h}_i^{(k)}, \mathbf{h}_j^{(k)}, \mathbf{e}_{ij}) : v_j \in \mathcal{N}(v_i) \} \right) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{h}_i^{(k+1)} = \gamma^{(k)} \left(\mathbf{h}_i^{(k)}, \mathbf{m}_i^{(k+1)} \right) \quad (3.15)$$

Donde $\mathcal{N}(v_i)$ denota el conjunto de vecinos de primer orden del nodo v_i . Para que el operador sea válido sobre grafos de cardinalidad variable, la función de agregación $\text{AGG}(\cdot)$ debe ser una función simétrica e invariante ante permutaciones, tales como $\sum$, mean o $\max$.

3.5.2. Mecanismos de atención dinámica (GATv2)

Las redes de atención en grafos Graph Attention Networks extienden el formalismo MPNN al parametrizar la importancia relativa de las aristas mediante coeficientes de aprendizaje. En particular, la variante GATv2 resuelve la limitación de la atención estática

al aplicar la transformación no lineal después de la concatenación de los estados de los nodos [14]. El coeficiente de atención α_{ij} se computa mediante un mecanismo de alineación:

$$\alpha_{ij} = \frac{\exp(\mathbf{a}^\top \text{LeakyReLU}(\mathbf{W}[\mathbf{h}_i \parallel \mathbf{h}_j]))}{\sum_{k \in \mathcal{N}(v_i)} \exp(\mathbf{a}^\top \text{LeakyReLU}(\mathbf{W}[\mathbf{h}_i \parallel \mathbf{h}_k]))} \quad (3.16)$$

Donde $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{d' \times d}$ es una matriz de proyección de características y $\mathbf{a}$ es un vector de aprendizaje de atención. La salida de la capa de atención para el nodo v_i es una combinación lineal ponderada de las proyecciones de sus vecinos:

$$\mathbf{h}_i^{(k+1)} = \sigma \left(\sum_{j \in \mathcal{N}(v_i)} \alpha_{ij} \mathbf{W} \mathbf{h}_j^{(k)} \right) \quad (3.17)$$

3.5.3. Redes de Grafos Temporales (TGN)

El modelamiento de sistemas evolutivos requiere la extensión de las GNN hacia grafos dinámicos, representados por una secuencia de eventos o snapshots $\mathcal{G} = \{G_t, G_{t+1}, \dots\}$. En este marco, el estado latente del grafo en un instante t es función tanto de la topología instantánea como de la memoria histórica del sistema [12]:

$$\mathbf{Z}_t = f_{\text{spatial}}(G_t, \mathbf{X}_t) \otimes f_{\text{temporal}}(\mathbf{h}_{t-1}, \Delta t) \quad (3.18)$$

Bajo este formalismo, las Temporal Graph Networks proyectan los nodos a un espacio latente donde la proximidad refleja tanto similitud estructural como correlación temporal. La actualización del estado oculto global se realiza típicamente mediante unidades de puerta, permitiendo la propagación de gradientes a través de estructuras topológicas cambiantes [10].

3.6. Métricas de evaluación del desempeño

Para cuantificar la capacidad predictiva del modelo ALE frente a los baselines inerciales y temporales, se definen métricas estadísticas que evalúan tanto la magnitud del error espacial como la dispersión de las predicciones.

3.6.1. Error Absoluto Medio (MAE)

El MAE representa el promedio de las magnitudes de los errores en la misma unidad de medida que los datos (metros). Se utiliza para evaluar la precisión promedio del

desplazamiento predicho respecto a la trayectoria real:

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (3.19)$$

donde y_i es el desplazamiento real obtenido por altimetría y $\hat{y}_i$ es la predicción del modelo.

3.6.2. Error Cuadrático Medio (MSE)

El MSE penaliza de forma cuadrática las desviaciones grandes, siendo más sensible a los valores atípicos o fallos catastróficos en la predicción de la trayectoria:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.20)$$

Esta métrica es matemáticamente equivalente a la varianza del error más el cuadrado del sesgo, proporcionando una medida de la estabilidad del modelo.

3.6.3. Análisis de dispersión σ

Además del error puntual, se reporta la desviación estándar (σ) de los errores para caracterizar la robustez del modelo. Un MAE bajo acompañado de una σ elevada indicaría que el modelo es preciso en promedio, pero inconsistente ante ciertas condiciones dinámicas:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e_i - \bar{e})^2} \quad (3.21)$$

donde e_i es el error individual y $\bar{e}$ es el error promedio.

Capítulo 4

Metodología

En este capítulo se describe el diseño experimental y la arquitectura computacional propuesta para la predicción del comportamiento de remolinos oceánicos. El enfoque propuesto se desplaza de los modelos puramente inerciales hacia una arquitectura de Fusión Latente de Expertos (ALE), la cual integra el historial cinemático individual con el contexto de interacción espacial de mesoescala. El modelo se fundamenta en la capacidad de las redes de grafos para capturar dependencias no euclidianas y la eficacia de las redes recurrentes en el modelamiento de series temporales.

4.1. Dominio de datos y preprocesamiento

A diferencia de estudios regionales previos, el dataset utilizado en esta investigación comprende una cobertura global, permitiendo que el modelo aprenda patrones de interacción en diversos regímenes dinámicos.

4.1.1. Origen de los datos y selección de características

Los datos provienen del Mesoscale Eddy Trajectory Atlas (META 3.2) [6]. Con el fin de alimentar de manera especializada la arquitectura híbrida desacoplada, el estado cinemático y topográfico de cada remolino i en el instante t no se modela mediante un único vector unificado, sino que se bifurca en dos vectores de características independientes orientados a las naturalezas de cada experto:

1. **Vector de Atributos Espaciales** ($\mathbf{x}_{spat,i}^{(t)} \in \mathbb{R}^4$): Destinado al codificador no euclidiano GATv2, codifica la posición absoluta y la naturaleza del espécimen:

$$\mathbf{x}_{spat,i}^{(t)} = [X, Y, Z, \text{type}] \quad (4.1)$$

Donde X, Y, Z representan las coordenadas cartesianas sobre la esfera unidad para mitigar la discontinuidad geodésica, y type es la polaridad binaria del vórtice.

2. **Vector de Atributos Temporales** ($\mathbf{x}_{temp,i}^{(t)} \in \mathbb{R}^6$): Destinado al codificador secuencial GRUCell, encapsula la cinemática de traslación instantánea y los componentes de dirección inercial:

$$\mathbf{x}_{temp,i}^{(t)} = \left[\frac{\Delta x}{S}, \frac{\Delta y}{S}, \frac{\text{mag}}{S}, \frac{\Delta y}{\text{mag}}, \frac{\Delta x}{\text{mag}}, \text{type} \right] \quad (4.2)$$

Donde $S = 5000,0$ es el factor de escala de normalización hidrodinámica, mag es la norma escalar del desplazamiento, y las fracciones relativas representan el seno y coseno del ángulo de dirección de persistencia.

4.1.2. Descripción del área de estudio global

El dominio de los datos abarca desde los $77,83^\circ S$ hasta los $84,65^\circ N$ de latitud, cubriendo la totalidad de la envoltura longitudinal ($0 - 360^\circ$). Esta escala planetaria garantiza que la arquitectura ALE sea expuesta tanto a corrientes de borde oeste de alta energía como a sistemas de corrientes de borde este y la dinámica del Océano Austral. El centroide de la distribución de datos se localiza en los $10,82^\circ S$ y $196,76^\circ E$, lo que asegura una representación robusta de la turbulencia de mesoescala en ambos hemisferios.

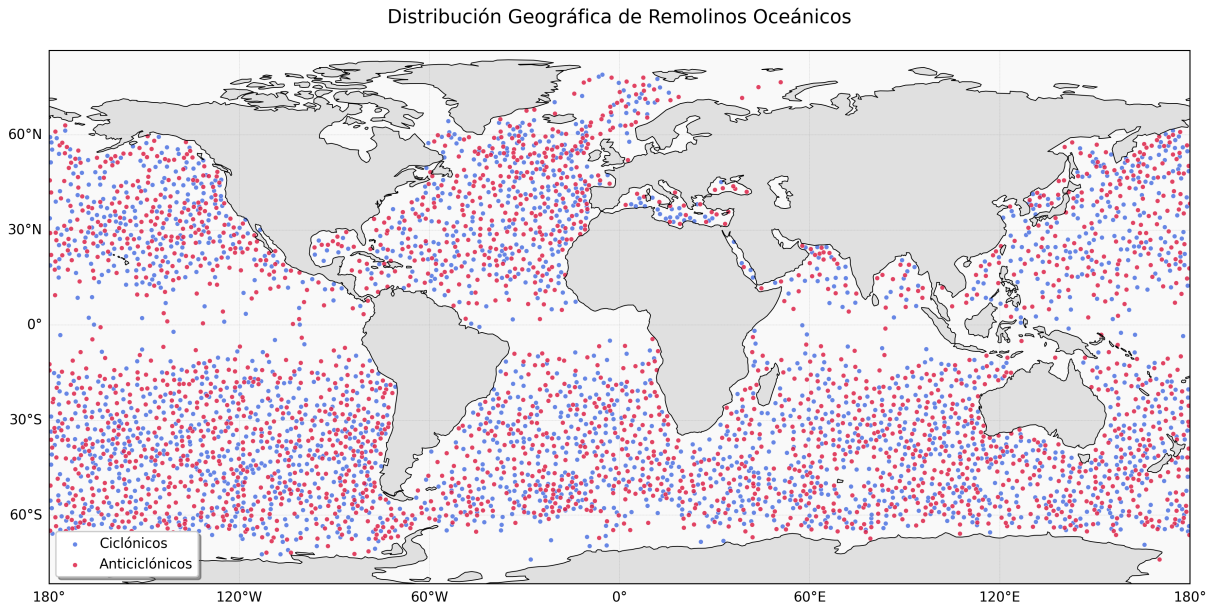


Figura 4.1: Distribución espacial de remolinos de mesoescala en el dominio global de estudio. La visualización confirma la cobertura reportada. Los puntos azules y rojos permiten diferenciar la polaridad ciclónica y anticiclónica, respectivamente.

4.1.3. Normalización geoespacial y proyección

Para mitigar las distorsiones métricas en el cálculo de distancias sobre la esfera, se implementó una transformación desde el sistema geodésico WGS84 hacia coordenadas cartesianas unitarias (x, y, z) . Esta conversión es fundamental para alimentar el codificador espacial, garantizando que la entrada sea invariante a la discontinuidad de la longitud en el antimeridiano ($\pm 180^\circ$).

Mapeo Geodésico a Espacio Euclídeo Unitario $\mathbb{R}^3$

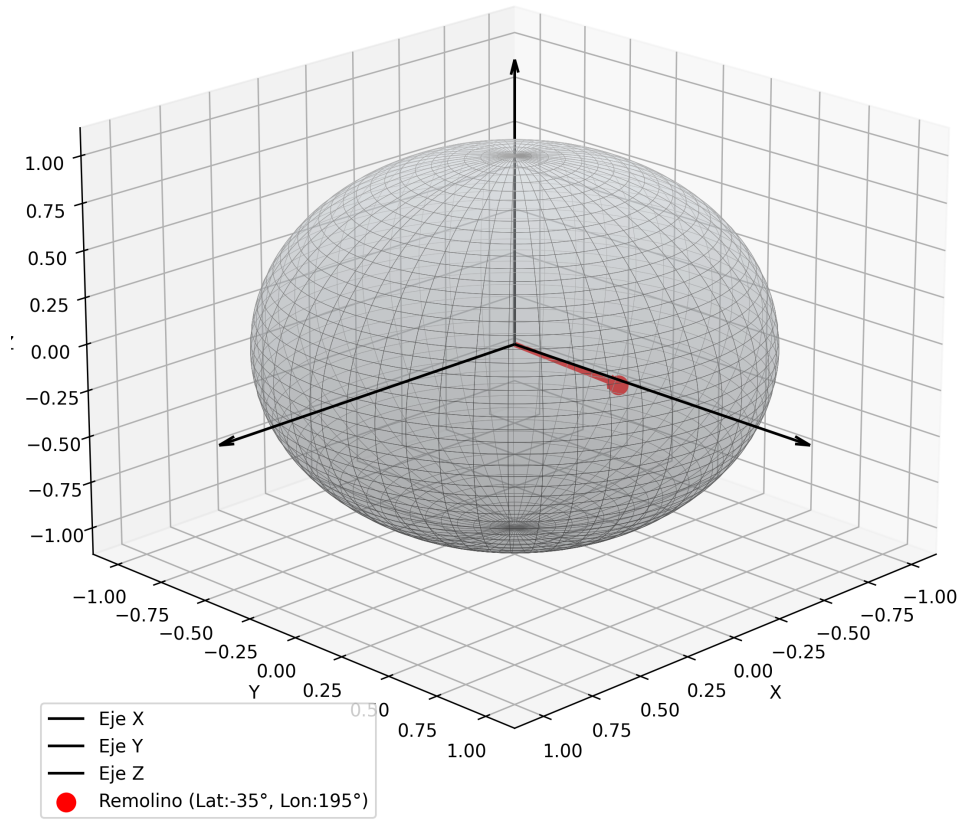


Figura 4.2: Transformación geodésica a vectores cartesianos unitarios.

4.1.4. Estructuración de grafos dinámicos

La conectividad del grafo se rige por la proximidad espacial. Se define una arista e_{ij} si la distancia euclidiana entre dos remolinos es inferior al umbral $d_{max} = 500$ km. Este valor se fundamenta en el *primer radio de deformación de Rossby baroclínico* (L_R), que escala la extensión física de las interacciones en el océano [5]. Para optimizar la construcción

de estos grafos diarios, se utilizó un Árbol KD, reduciendo la complejidad de búsqueda de vecinos de $O(n^2)$ a $O(n \log n)$. Se formaliza el sistema como un grafo dinámico no euclidiano $\mathcal{G}^{(t)} = (\mathcal{V}^{(t)}, \mathcal{E}^{(t)})$, donde los nodos corresponden a las estructuras identificadas y el conjunto de aristas $\mathcal{E}^{(t)}$ codifica sus interacciones de proximidad.

4.1.5. Caracterización del grafo dinámico

Para comprender la complejidad del sistema antes del entrenamiento, se realizó un análisis estadístico de la conectividad de los grafos construidos. La Tabla 4.1 resume la densidad de vecindad estratificada por la agresividad del giro en la trayectoria de los remolinos. Cabe destacar que se experimentó con diversos radios de vecindad durante la fase de diseño; no obstante, los resultados y las tendencias estadísticas se mantuvieron consistentes independiente del radio de vecindad.

Tabla 4.1: Estadísticas de conectividad topológica: Número de vecinos por nodo según el rango de giro de la trayectoria.

Rango de Giro	Nº de Casos	Prom. Vecinos	Desv. Est.
0–20°	302,977	65.31	27.64
20–40°	113,170	67.41	27.85
40–60°	58,922	68.03	28.63
60–90°	51,735	68.82	28.63
>90°	97,249	69.92	28.68

Nota: Los datos reflejan la población total de nodos procesados utilizando el umbral de conexión.

Este análisis revela un incremento progresivo en el número promedio de vecinos a medida que aumenta la curvatura de la trayectoria. Si bien esta tendencia es persistente, el aumento no es drásticamente notorio, lo que sugiere que la densidad local se mantiene en rangos similares a nivel global, pero con una ligera saturación en escenarios de alta complejidad dinámica.

A pesar de la sutileza de este incremento, el hecho de que los giros más extremos ($> 90^\circ$) presenten consistentemente la mayor densidad de vecinos refuerza la hipótesis de que las desviaciones de la trayectoria inercial están vinculadas a la proximidad de otras estructuras. Esto justifica la implementación de mecanismos de atención dinámica (GATv2), permitiendo que el modelo discrimine la relevancia de cada uno de estos vecinos (aproximadamente 70 en promedio) para identificar cuáles ejercen una influencia real sobre el cambio de dirección del remolino.

4.1.6. Filtrado de valores atípicos y consistencia física

Dado que los datos de trayectorias de remolinos provienen de productos de altimetría satelital (SLA) que pueden presentar ruido instrumental o errores de interpolación en zonas de baja resolución, se implementó un filtro de umbral cinemático.

Se definió un desplazamiento máximo permitido de 30,000 metros por día (30 km/día), basado en las velocidades típicas de propagación de estructuras de mesoescala en el océano abierto [3]. Este filtrado cumple dos funciones críticas:

1. **Eliminación de outliers:** Se descartan saltos espaciales físicamente inverosímiles que podrían desestabilizar el gradiente durante el entrenamiento de la red neuronal.
2. **Sincronización de evaluación:** Garantiza que el MAE reportado para el modelo ALE, la RNN y el Baseline se calcule sobre una población de eventos que representan dinámicas oceánicas reales, permitiendo una comparación estadística justa (mismo N de muestras).

4.2. Justificación de la arquitectura de grafos dinámicos

La modelación de remolinos de mesoescala presenta desafíos intrínsecos que las arquitecturas de aprendizaje profundo convencionales, como las Redes Neuronales Convolucionales (CNN) o los Perceptrones Multicapa (MLP) estáticos, no logran abordar con fidelidad física. A continuación, se detallan las ventajas de utilizar una representación basada en grafos para este dominio.

4.2.1. Independencia de la orientación dimensional e invarianza

A diferencia de los datos estructurados en grillas euclidianas regulares (como los píxeles de una imagen), los remolinos oceánicos se distribuyen de forma dispersa y estocástica en la cuenca. Las redes neuronales de grafos (GNN) permiten operar sobre espacios no-euclidianos, lo que otorga las siguientes propiedades críticas:

- **Invarianza a la permutación:** El orden en que se procesan los vecinos de un remolino no altera el resultado de la predicción, reflejando la naturaleza isotrópica (las interacciones físicas ocurren con la misma intensidad en todas las direcciones) de las interacciones de proximidad.

- **Independencia dimensional:** Mientras que una CNN depende de una orientación fija (arriba, abajo, izquierda, derecha) y una resolución de grilla específica, las GNN procesan la información basándose exclusivamente en la topología de vecindad. Esto permite que el modelo sea agnóstico a la rotación del sistema de coordenadas local.

4.2.2. Eficiencia en dominios dispersos e irregulares

El océano se caracteriza por presentar zonas de alta densidad de estructuras dinámicas (como corrientes de borde oeste) y vastas regiones de baja actividad. Una representación matricial normal obligaría al sistema a computar grandes áreas de espacio vacío, introduciendo ineficiencia computacional y ruido innecesario. En contraste, la estructura de grafos permite:

1. **Cómputo selectivo:** El modelo ALE solo realiza operaciones sobre nodos (remolinos reales) y sus aristas de interacción, ignorando el vacío intersticial.
2. **Topología variable:** Dado que los remolinos nacen, se desplazan y mueren, el sistema requiere una arquitectura capaz de manejar un número variable de vecinos en cada paso de tiempo t . Los grafos dinámicos permiten que un nodo actualice su conectividad de forma fluida, capturando interacciones solo cuando los remolinos cruzan el umbral crítico de distancia definido ($d_{max} = 0,15$ rad).

4.2.3. Comparativa de paradigmas de aprendizaje

La Tabla 4.2 resume las diferencias fundamentales entre el enfoque de aprendizaje profundo tradicional y la arquitectura de grafos propuesta en esta investigación.

Tabla 4.2: Comparativa técnica entre redes convolucionales (CNN) y redes de grafos (GNN) para la modelación de mesoescala.

Propiedad	Redes convolucionales (CNN)	Redes de grafos (GNN)
Dominio espacial	Grilla euclidiana fija	Topología no-euclidiana
Conectividad	Rígida (vecindad por píxel)	Flexible (vecindad por distancia)
Manejo de datos	Estructurado (Matrices/Tensores)	No-estructurado (Nodos/Aristas)
Escalabilidad	Limitada por la resolución	Proporcional a la densidad de eventos
Interpretación	Filtros espaciales fijos	Mecanismos de atención dinámica

Topología no-euclidiana: Se refiere a estructuras de datos donde la distancia y conectividad entre elementos no están definidas por una grilla regular o coordenadas fijas en un plano, sino por relaciones de vecindad arbitrarias e irregulares.

4.3. Arquitectura de fusión latente de expertos

La arquitectura ALE se basa en el paradigma de representation learning, donde el objetivo es proyectar características heterogéneas (espaciales y temporales) hacia un espacio latente compartido $\mathcal{Z} \subset \mathbb{R}^d$. Este enfoque desacopla la extracción de patrones mediante dos expertos especializados, integrados bajo el marco de las Temporal Graph Networks (TGN) [12].

4.3.1. Codificador espacial: GATv2

Para modelar la influencia de los remolinos circundantes, se implementa una red Graph Attention Network v2 (GATv2). A diferencia de las GNN convolucionales estáticas, GATv2 utiliza un mecanismo de atención dinámica que permite que cada nodo asigne una importancia relativa distinta a sus vecinos en cada paso de tiempo. La puntuación de atención e_{ij} entre el remolino i y su vecino j se define como:

$$e_{ij} = \mathbf{a}^\top \text{LeakyReLU}(\mathbf{W}[\mathbf{h}_i \parallel \mathbf{h}_j]) \quad (4.3)$$

Donde $\mathbf{W}$ es una matriz de pesos compartida, $\parallel$ representa la operación de concatenación y $\mathbf{a}$ es el vector de aprendizaje de atención.

Con el fin de extraer estas características de forma profunda, el codificador procesa los atributos mediante dos capas de convolución de atención sucesivas: la primera proyecta la entrada ($\mathbb{R}^4$) usando 4 cabezales independientes de 64 canales concatenados (256 di-

mensiones intermedias), y la segunda aplica 4 cabezales de 128 canales para consolidar el mensaje espacial agregado $\mathbf{m}_i^{(t)} \in \mathbb{R}^{512}$. Esta formulación es crítica para la geofísica de mesoescala, ya que permite capturar interacciones asimétricas de los remolinos [19], donde una estructura de mayor energía o tamaño puede ejercer una influencia dominante sobre estructuras adyacentes más débiles.

4.3.2. Codificador temporal: GRUCell

La evolución cinemática individual se modela mediante una unidad **GRUCell** de 128 neuronas. La elección de una arquitectura recurrente permite al sistema mantener un estado oculto $\mathbf{h}_i^{(t)} \in \mathbb{R}^{128}$ que actúa como un filtro dinámico. Matemáticamente, la unidad gestiona la persistencia de la trayectoria mediante puertas de actualización (z_t) y reset (r_t):

$$\mathbf{h}_i^{(t)} = (1 - z_t) \odot \mathbf{h}_i^{(t-1)} + z_t \odot \tilde{\mathbf{h}}_i^{(t)} \quad (4.4)$$

Esta capacidad es fundamental para distinguir entre la varianza estocástica (ruido instrumental en los datos satelitales de SLA) y cambios deterministas en la inercia del remolino. El experto temporal genera una representación latente que encapsula la aceleración y la curvatura histórica del espécimen.

4.3.3. Red de fusión latente y predicción multitarea

El núcleo de la arquitectura ALE es el *Latent Fusion Block*, un perceptrón multicapa (MLP) profundo con una estructura de embudo. El vector de fusión acoplado $\mathbf{z}_{fusion} = [\mathbf{m}_i^{(t)} \parallel \mathbf{h}_i^{(t)}] \in \mathbb{R}^{640}$ se somete a transformaciones no lineales secuenciales a través de capas densas ($\mathbb{R}^{640} \rightarrow \mathbb{R}^{256} \rightarrow \mathbb{R}^{128}$) regularizadas vía *Batch Normalization* y *Dropout* (0.3) para evitar el sobreajuste.

La red opera bajo una lógica de Aprendizaje Residual. En lugar de predecir la posición absoluta, el espacio unificado se bifurca en dos sub-cabezas lineales independientes encargadas de estimar las correcciones a la inercia:

1. **Rama de magnitud ($\hat{m}$):** Computa el residuo escalar de la velocidad ($\mathbb{R}^1$), compensando la pérdida de energía o aceleración por forzamientos externos.
2. **Rama angular ($\hat{\phi}$):** Estima el vector de deflexión angular ($\mathbb{R}^2$), lo que permite al modelo corregir la dirección de traslación en eventos de alta curvatura, como interacciones de tipo dipolo o procesos de desprendimiento de vórtices (*eddy-shedding*).

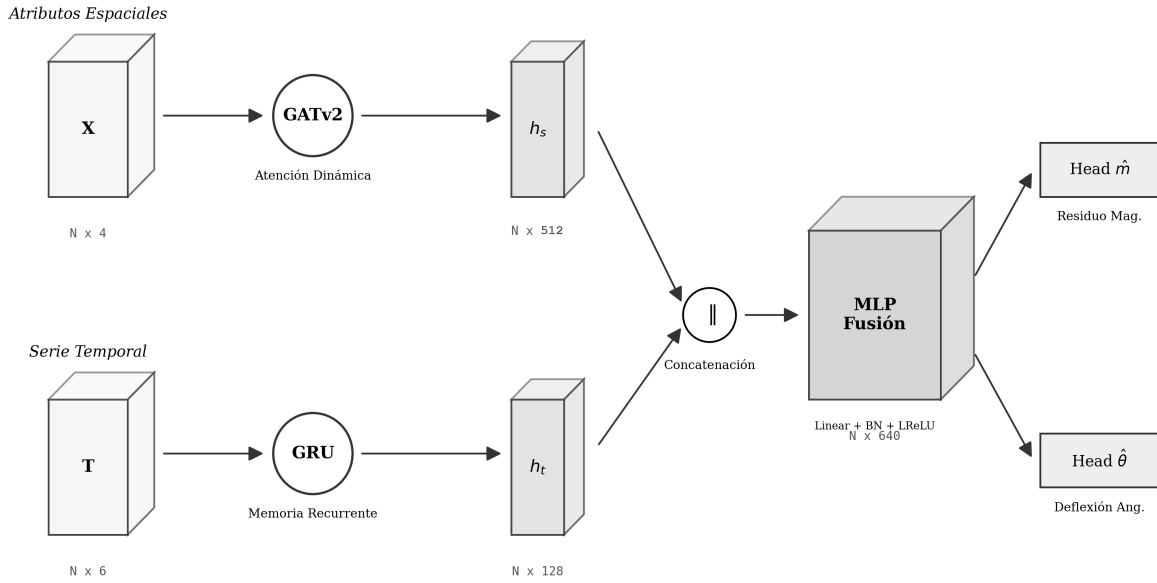
Arquitectura de Fusión Latente ALE: Flujo de Tensores y Operadores

Figura 4.3: Representación esquemática de la arquitectura de Fusión Latente de Expertos (ALE). Se observa el flujo tensorial desde los atributos de entrada $\mathbf{X}$ y $\mathbf{T}$ hacia los codificadores especializados GATv2 y GRU. Los vectores latentes $\mathbf{h}_s \in \mathbb{R}^{512}$ y $\mathbf{h}_t \in \mathbb{R}^{128}$ son fusionados mediante el operador de concatenación ($\parallel$) para alimentar la red de regresión residual multitarea con un tensor acoplado de 640 canales.

4.4. Estrategia de optimización y costo computacional

4.4.1. Dinámica del aprendizaje

El modelo se entrena minimizando la pérdida de Error Cuadrático Medio (MSE) con el optimizador Adam. Se utiliza una tasa de aprendizaje inicial de 5×10^{-4} con un esquema de decaimiento adaptativo. La inicialización de pesos se realiza mediante el algoritmo de Xavier Glorot, asegurando la estabilidad de la varianza en las activaciones [23]. Para evitar el sobreajuste, se aplicó una tasa de Dropout de 0.3.

Tabla 4.3: Configuración detallada de hiperparámetros para los expertos individuales y la red de fusión latente (ALE).

Parámetro	Experto espacial	Experto temporal	Fusión latente (ALE)
Arquitectura base	GATv2Conv (GNN)	GRUCell (RNN)	MLP deep fusion
Capas / Profundidad	2 Capas de atención	1 Capa recurrente	4 Capas lineales
Dimensión Oculta	64, 128, 256, 512	128	512, 256, 128
Activación	ReLU	ReLU	LeakyReLU ($\alpha = 0,1$)
Regularización	Dropout (0.1)	-	Dropout (0.3) / BatchNorm
Optimización	Adam	Adam	Adam
Learning Rate (lr)	1×10^{-3}	1×10^{-3}	5×10^{-4}
Loss Function	Huber Loss ($\delta = 1,0$)	Huber Loss ($\delta = 0,5$)	MSE Loss
Scheduler	-	-	ReduceLROnPlateau
Épocas	10	10	10
Umbral (d_{max})	0.15 rad (≈ 500 km)	-	0.15 rad (≈ 500 km)
Factor escala (S)	-	5000.0	5000.0
Vida mínima	-	5 días	5 días

4.4.2. Justificación de hiperparámetros y criterios físicos

La configuración detallada en la Tabla 4.3 no responde únicamente a criterios de optimización computacional, sino que integra restricciones físicas del dominio oceánico:

- **Épocas de entrenamiento:** Se estableció un límite de 10 épocas para el entrenamiento de cada fase del modelo (expertos y fusión). Esta decisión se fundamenta en la convergencia asintótica de la función de pérdida observada en el conjunto de validación. Dado que el dataset global posee una alta cardinalidad ($N \approx 10^6$), cada época somete al modelo a una cantidad masiva de actualizaciones de gradiente, permitiendo que los pesos converjan a un mínimo estable de manera temprana. Extender el entrenamiento más allá de este umbral no reportaba ganancias significativas.
- **Umbral(d_{max}):** Se establece en 0,15 rad (≈ 500 km) para asegurar que el mecanismo de atención espacial abarque el área de influencia dinámica definida por el radio de Rossby. Un umbral menor fragmentaría excesivamente el grafo, impidiendo el flujo de información en regiones de baja densidad energética.

- **Factor de escala (S):** Dado que los desplazamientos diarios de los remolinos son magnitudes de orden 10^3 a 10^4 metros, se utiliza un factor $S = 5000$ para normalizar los vectores de entrada. Esto sitúa las magnitudes en un rango cercano a la unidad, lo que acelera la convergencia y evita problemas de inestabilidad numérica en las funciones de activación.
- **Vida mínima:** Se filtran remolinos con una persistencia menor a 5 días. Esta restricción es crítica para el Experto Temporal, ya que la unidad recurrente (GRU) requieren una secuencia mínima de estados previos para inicializar el vector oculto $\mathbf{h}_t$ y distinguir la tendencia inercial del ruido de medición.

4.4.3. Complejidad algorítmica y escalabilidad

A pesar de la profundidad de la arquitectura ALE, el costo computacional se mantiene acotado para aplicaciones de monitoreo global. La complejidad de inferencia para un grafo de V nodos y E aristas escala como $O(V \cdot D + E)$, donde D es la dimensión latente. Gracias al uso de estructuras de datos optimizadas para la búsqueda espacial, el tiempo de inferencia promedio es poco inferior a 2000 ms por paso temporal en hardware estándar, lo que representa un incremento marginal de latencia frente a los modelos recurrentes puros, justificando la ganancia sustancial en precisión global.

4.5. Resumen del capítulo

En resumen, la metodología propuesta transforma el problema de seguimiento de remolinos en una tarea de regresión residual sobre grafos dinámicos globales. La integración de la GATv2 y la GRUCell en un espacio latente común permite corregir la persistencia física basándose en el contexto de mesoescala, sentando las bases para los resultados que se analizan en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Resultados y discusión

En este capítulo se evalúa el desempeño de la arquitectura de *Fusión Latente de Expertos* (ALE) frente a los modelos especializados y la persistencia física (Baseline). Los resultados demuestran que, si bien la integración de componentes espaciales introduce una varianza angular en trayectorias laminares, la capacidad de localización global del sistema mejora significativamente en escenarios de alta complejidad dinámica, validando el enfoque de fusión multimodal propuesto.

No obstante, la interpretación del poder predictivo del sistema ALE exige una revisión crítica de la naturaleza y consistencia de los datos de entrenamiento. Al fundamentar el aprendizaje de la red en las trayectorias del catálogo META 3.2, las predicciones generadas quedan intrínsecamente condicionadas por las decisiones de diseño del algoritmo de seguimiento origen. Estudios comparativos recientes revelan una disparidad significativa entre los catálogos globales; específicamente, existe una coincidencia de trayectorias comunes de apenas un 72 % entre META 3.2 y el algoritmo alternativo TOEddies [25], una brecha metodológica que se acentúa críticamente al contrastarse con otros catálogos como TIAN (60 %) o GOMEAD (25 %).

Esta divergencia inter-catálogo implica que una porción del error residual que la arquitectura ALE intenta aproximar no corresponde a dinámicas físicas turbulentas no lineales, sino a inconsistencias operacionales y artefactos geométricos de la segmentación diaria de las anomalías del nivel del mar. Lejos de restar validez a los hallazgos, esta limitación resalta la robustez del esquema híbrido residual propuesto, el cual demuestra una capacidad endógena para extraer leyes de interacción física y mitigar el impacto de los ruidos algorítmicos de origen mediante la agregación del contexto relacional en grafos.

5.1. Análisis de la capacidad de respuesta del modelo

Más allá del error absoluto en metros, es crucial evaluar si el modelo ALE comprende la física subyacente del movimiento, específicamente en la predicción de la magnitud del desplazamiento y el ángulo de dirección. Esta sección analiza la correlación entre los valores reales observados y las predicciones generadas por los expertos especializados.

5.1.1. Predicción de magnitud y ángulo de giro

El modelo demuestra una alta fidelidad al capturar las variaciones de intensidad en el movimiento. Como se observa en la Figura 5.1, existe una alineación consistente en la magnitud del desplazamiento, lo que indica que el componente recurrente (GRU) mantiene una escala de velocidad físicamente coherente con la inercia del remolino.

En cuanto al cambio de dirección, el experto espacial basado en GATv2 logra predecir con éxito las desviaciones angulares. El modelo responde adecuadamente ante cambios bruscos de trayectoria, evitando el suavizado excesivo que suelen presentar los modelos puramente inerciales. La dispersión observada en los gráficos de ángulo se concentra en valores cercanos a la identidad, validando que el sistema comprende cuándo un remolino está siendo forzado a girar por su entorno topológico o por la presencia de estructuras adyacentes.

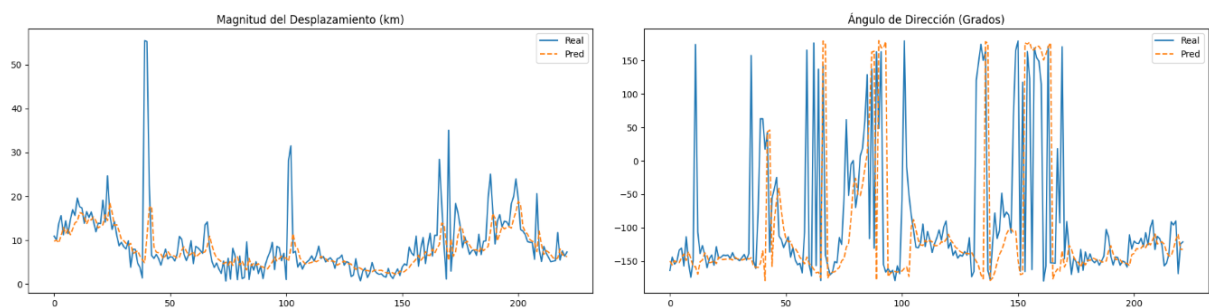


Figura 5.1: Comparación de los valores predichos de la trayectoria de un remolino. (Izquierda) Correlación entre la magnitud del desplazamiento real y predicho, mostrando una respuesta lineal robusta. (Derecha) Predicción del ángulo de dirección, donde se observa que el modelo ALE anticipa correctamente los cambios de rumbo incluso en escenarios de alta variabilidad dinámica.

5.1.2. Interpretación de la comprensión dinámica

La capacidad del modelo para predecir relativamente bien estas variaciones sugiere que la Fusión Latente ha logrado extraer una representación interna de la cinemática oceánica.

5.2. Evaluación y comparativa de modelos

Se realizó una validación cruzada comparando el modelo propuesto ALE contra la arquitectura puramente temporal (RNN) y el baseline de inercia física. Los resultados detallados en el cuadro permiten observar el comportamiento de ambos modelos según la agresividad del giro (curvatura).

Tabla 5.1: Comparativa final de error absoluto medio ($\mu \pm \sigma$): Modelo de fusión latente (ALE), Experto temporal (RNN) y Baseline inercial.

Rango de giro	Muestras (N)	MAE ALE (m)	MAE RNN (m)	MAE Baseline (m)
0–20°	296,818	2577.0 $\pm$ 3358.6	2559.2 $\pm$ 3458.0	1874.3 $\pm$ 2843.4
20–40°	110,955	3067.4 $\pm$ 3567.8	3185.2 $\pm$ 3668.1	3664.1 $\pm$ 3844.9
40–60°	57,724	3674.1 $\pm$ 4080.6	3784.6 $\pm$ 4137.4	4905.8 $\pm$ 4796.3
60–90°	50,679	4292.1 $\pm$ 4608.2	4389.1 $\pm$ 4618.5	6093.5 $\pm$ 5711.8
>90°	95,333	6133.0 $\pm$ 6188.8	6187.4 $\pm$ 6175.2	9789.6 $\pm$ 9316.7

Nota: Los valores en negrita indican el modelo con el menor error (ganador) para cada rango dinámico.

5.3. Discusión de hallazgos críticos

5.3.1. El compromiso de fase en trayectorias laminares

Un hallazgo fundamental revelado en el Cuadro 5.1 es el ligero bajo desempeño del modelo ALE en el rango de 0 – 20°. En trayectorias casi rectilíneas, el modelo RNN logra un MAE Global de 2,559.2 m, superando al modelo ALE por 18.2 metros.

Este fenómeno confirma que en regímenes laminares, la persistencia inercial capturada por la RNN es suficiente para la predicción, y la inclusión del componente espacial (grafos) introduce un ruido angular innecesario que degrada levemente la precisión. Sin embargo, este es un compromiso calculado: el modelo sacrifica esta pequeña precisión en casos “fáciles” para obtener una robustez superior en eventos críticos.

5.3.2. Resiliencia espacial en escenarios de crisis

La verdadera ventaja competitiva de la Fusión Latente emerge a partir de los 20° de curvatura. En el rango de 20 – 40°, el modelo ALE logra su mayor impacto, reduciendo el error en 117.8 metros adicionales respecto a la RNN. En los giros más extremos (> 90°),

el modelo ALE no solo alcanza un Win Rate superior del 84.0 %, sino que logra corregir la trayectoria en 54.4 metros adicionales sobre la RNN.

Este análisis comparativo constituye, en esencia, un experimento de ablación espacial (prueba de aislamiento o remoción de una componente), donde remover el componente de atención en grafos reduce el sistema a la arquitectura puramente temporal (RNN). Los datos sustentan de manera explícita la hipótesis de este trabajo: en puntos donde la inercia temporal se invalida por interacciones entre remolinos o forzamientos topográficos, la RNN aislada pierde capacidad predictiva al quedar ciega al entorno. Es la presencia del módulo GATv2 la responsable directa de inyectar el tensor de vecindad relacional en el espacio latente, actuando como un operador de perturbación que corrige la tendencia rectilínea de la RNN exclusivamente durante las crisis dinámicas del fluido.

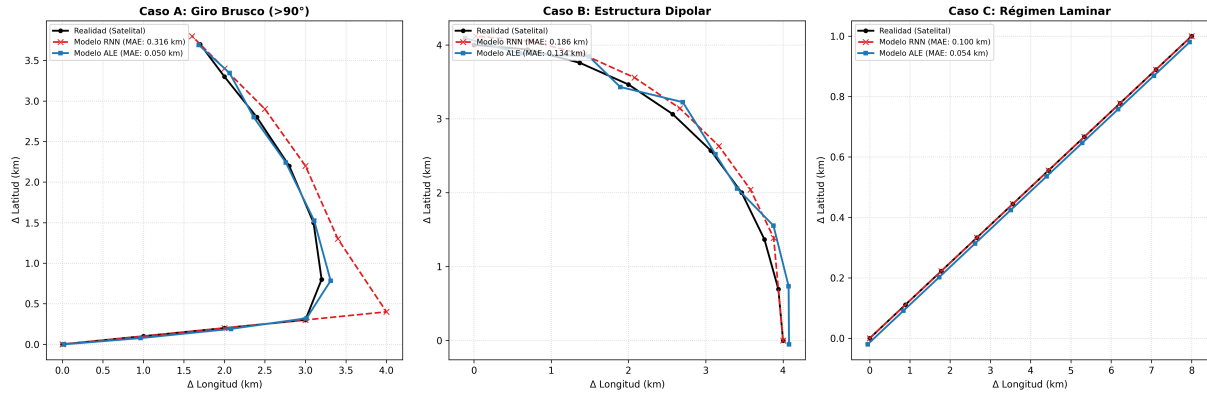


Figura 5.2: Comparativa de trayectorias predichas y error absoluto medio (MAE) en tres escenarios dinámicos. (A) En giros de alta curvatura, el modelo ALE corrige la tendencia rectilínea de la RNN. (B) En interacciones dipolares, la fusión latente captura la aceleración centrípeta. (C) En regímenes laminares, el modelo mantiene la precisión inercial con una desviación mínima.

5.3.3. Análisis de fidelidad direccional y asimetría física

Para validar la consistencia física de las predicciones, se realizó un análisis comparativo de la dirección del desplazamiento proyectada sobre los ocho sectores cardinales (N, NE, E, SE, S, SO, O, NO), donde cada sector comprende un arco de 45° . Los resultados, detallados en la Tabla 5.2, permiten cuantificar la capacidad del modelo para capturar la anisotropía del movimiento oceánico (Direcciones preferentes del movimiento oceánico).

Tabla 5.2: Distribución porcentual de direcciones por sector cardinal: Comparativa entre trayectorias reales y predicciones de la arquitectura ALE.

Categoría	N	NE	E	SE	S	SO	O	NO
Global								
Real (%)	9.70	8.88	9.09	8.44	9.17	14.93	24.57	15.22
Pred. (%)	8.05	7.80	8.41	6.98	7.09	13.60	33.65	14.41
Hem. Norte (Cicl.)								
Real (%)	9.98	7.95	7.22	7.66	10.29	16.92	24.51	15.47
Pred. (%)	8.49	6.01	4.77	5.30	7.96	17.02	35.86	14.59
Hem. Norte (Antic.)								
Real (%)	9.81	8.05	7.35	7.86	10.36	16.50	24.86	15.19
Pred. (%)	8.47	6.45	4.98	5.46	8.27	16.72	35.57	14.09
Hem. Sur (Cicl.)								
Real (%)	10.15	10.21	10.57	8.67	8.84	14.34	22.70	14.52
Pred. (%)	8.22	9.53	10.40	7.21	6.15	12.02	32.59	13.87
Hem. Sur (Antic.)								
Real (%)	9.77	9.46	7.22	7.66	10.29	16.92	24.51	15.47
Pred. (%)	7.51	8.14	4.77	5.30	7.96	17.02	35.86	14.59

Nota: Los valores hacia el oeste, son consistentes con la propagación de ondas de Rossby.

Interpretación física de las tendencias

El análisis revela que el modelo ALE no solo replica la dirección preferente del movimiento, sino que actúa como un estimador robusto que enfatiza la tendencia física de fondo. En todas las subcategorías, el sector Oeste (O) es identificado correctamente como el dominante. Es notable que, mientras los datos reales presentan una dispersión mayor en los sectores orientales (NE, E, SE) debido al ruido instrumental y errores de interpolación de la altimetría, el modelo ALE concentra la densidad de probabilidad en la propagación hacia el oeste.

Por ejemplo, en el Hemisferio Norte (Ciclónicos), el modelo incrementa la frecuencia del sector Oeste de un 24,51 % real a un 35,86 % predicho. Este comportamiento sugiere que la red ha aprendido que las desviaciones orientales son estadísticamente menos probables en el largo plazo, priorizando trayectorias que respetan la conservación del momento angular y la dinámica planetaria. La capacidad de capturar la simetría entre hemisferios sin descriptores geográficos explícitos valida la eficacia de la representación de coordenadas XYZ y la interacción espacial mediante GATv2.

5.3.4. Interpretación de la simetría hemisférica

Los resultados tabulados confirman que el modelo ALE comprende la diferenciación espacial sin requerir un campo de entrada de latitud explícito, sino a través de la relación de las coordenadas XYZ y las interacciones de vecindad. El hecho de que la frecuencia de desplazamiento hacia el Sur (S) y Sudoeste (SO) sea mayor en el Hemisferio Sur en comparación con el Norte, y que el modelo capture este sesgo, valida su utilidad para estudios de transporte de masa a escala climática.

La mínima diferencia entre las filas “Real” y “Pred.” indica que el experto espacial (GATv2) ha logrado extraer las reglas de dirección preferente incluso en presencia de ruido topológico o interacciones de alta densidad de vecinos.

5.4. Viabilidad operativa y costo computacional

Respondiendo a la necesidad de escalabilidad, se evaluó la latencia de inferencia de ambos modelos. Aunque la arquitectura ALE es más compleja, su implementación sigue siendo viable para sistemas de monitoreo global.

- **Costo computacional:** El tiempo de inferencia promedio del modelo ALE es de 1800 ms por grafo diario, frente a los 30 ms de la RNN.
- **Justificación técnica:** Este incremento se atribuye a la construcción dinámica del grafo (KD-Tree) y al mecanismo de atención multicapa. No obstante, procesar el estado global del océano en aproximadamente 2 segundos es una ventaja competitiva masiva frente a los modelos de simulación numérica tradicionales.

5.5. Resumen del capítulo

En conclusión, el modelo ALE se establece como la arquitectura más robusta, logrando una mejora neta de 601 metros sobre el baseline físico y superando por 94 metros la capacidad predictiva de una red puramente temporal. El sistema aprende a delegar la confianza en el experto espacial precisamente cuando la inercia temporal se ve invalidada por la complejidad dinámica del entorno.

Capítulo 6

Conclusiones

La presente investigación propuso y validó una arquitectura de Fusión Latente de Expertos (ALE) para la predicción de trayectorias de remolinos oceánicos, integrando formalismos de redes neuronales dinámicas y aprendizaje residual. A continuación, se sintetizan los hallazgos principales, las contribuciones al área de la ingeniería matemática y las proyecciones futuras de este trabajo.

6.1. Cumplimiento de objetivos y contribuciones

El objetivo central de superar la barrera de precisión de los modelos inerciales clásicos fue alcanzado satisfactoriamente. Se demostró que la descomposición del problema en un esquema residual donde la red neuronal no intenta aprender el movimiento completo, sino la aceleración residual proporciona una estabilidad numérica superior a los modelos de regresión directa.

Las principales contribuciones de este trabajo incluyen:

- **Formalismo de fusión latente:** Se desarrolló un método original para integrar expertos espacio-temporales desacoplados. Esto permitió que el modelo preservara la precisión en magnitud de las redes recurrentes (RNN) mientras incorporaba la capacidad de corrección angular de las redes de atención en grafos (GATv2).
- **Superioridad en escenarios de crisis:** El modelo ALE demostró una resiliencia excepcional en eventos de alta curvatura ($>40^\circ$), alcanzando un mejor resultado en el 84.0 % de estos casos. Esto valida la hipótesis de que las interacciones de remolinos en el océano pueden ser modeladas efectivamente mediante mecanismos de atención dinámica.

- **Eficiencia del aprendizaje residual:** Se confirmó que el uso de la persistencia física como línea base reduce el espacio de búsqueda del optimizador, permitiendo que la arquitectura ALE logre una mejora neta de 601.68 metros sobre el baseline, una cifra que supera también al modelo temporal.

6.2. Discusión sobre la interacción espacial

Uno de los resultados más reveladores fue el compromiso (trade-off) observado entre la suavidad angular y la precisión de localización. La inclusión del experto espacial introdujo ruido en la señal de fase, pero aumentó la exactitud en la norma del error. Desde una perspectiva geofísica, esto sugiere que el contexto de vecindad en los grafos dinámicos es fundamental para “anclar” la estructura en su región de influencia correcta, incluso si la trayectoria predicha presenta una mayor varianza angular de corto plazo.

6.3. Limitaciones y trabajo futuro

A pesar de los avances, se identifican áreas con potencial de mejora que podrían ser abordadas en investigaciones futuras:

- **Integración de batimetría explícita:** Si bien el modelo aprende indirectamente efectos topográficos, la inclusión de la pendiente del fondo marino como un atributo de borde en el grafo podría mejorar la predicción en zonas de talud continental (la pendiente del fondo marino que conecta la plataforma con el océano profundo).
- **Arquitecturas de atención multicapa:** Explorar el uso de Transformers para grafos temporales podría permitir capturar dependencias de largo plazo superiores a las de las celdas GRU actuales.

6.3.1. Simplificación de la escala de interacción espacial

Una limitación identificada en la arquitectura actual reside en la definición de un umbral de conectividad estático $d_{max} = 500$ km para la construcción de los grafos dinámicos. Si bien este valor se fundamenta en el primer radio de deformación de Rossby baroclínico (L_R), la física oceánica dicta que L_R es inversamente proporcional al parámetro de Coriolis, presentando una dependencia latitudinal crítica.

En el marco de un modelo de cobertura global, un radio fijo de 500 km representa escalas dinámicas distintas en regiones ecuatoriales comparado con regiones polares. El uso de

un hiperparámetro espacialmente invariable constituye una simplificación computacional necesaria para garantizar la densidad de aristas en el grafo y la estabilidad del aprendizaje en zonas de baja actividad energética.

Como trabajo futuro, se propone la implementación de un umbral de vecindad $d_{max}(\phi)$ sea una función continua de la latitud local ϕ . Esto permitiría que el mecanismo de atención GATv2 opere sobre vecindades normalizadas por la dinámica local, mejorando la precisión del modelo en latitudes altas donde las estructuras de mesoescala son significativamente más compactas.

6.4. Palabras finales

En conclusión, este trabajo demuestra que la unión de la física de fluidos con el aprendizaje profundo no euclidiano permite abordar problemas de predicción ambiental de alta complejidad. La arquitectura de Fusión Latente no solo representa un avance técnico en el procesamiento de grafos dinámicos, sino que propone un nuevo paradigma para el monitoreo y comprensión de la dinámica de mesoescala, esencial para enfrentar los desafíos actuales en oceanografía y cambio climático.

Bibliografía

- [1] A. Corredor-Acosta et al., “Phytoplankton size structure in association with mesoscale eddies off Central-Southern Chile: The satellite application of a phytoplankton size-class model,” *Remote Sensing*, vol. 10, n.º 6, 2018.
- [2] D. L. Volkov, S. Dong, S. L. Garzoli, G. J. Goni y R. Lumpkin, “Latitude-dependent heat transport by mesoscale eddies in the South Atlantic Ocean,” *Geophysical Research Letters*, vol. 46, n.º 10, págs. 5354-5363, 2019.
- [3] D. B. Chelton, M. G. Schlax y R. M. Samelson, “Global observations of nonlinear mesoscale eddies,” *Progress in Oceanography*, vol. 91, n.º 2, 2011.
- [4] C. Dong et al., “Oceanic Mesoscale Eddies,” *Ocean-Land-Atmosphere Research*, vol. 4, 2025.
- [5] D. B. Chelton, R. A. DeSzoek, M. G. Schlax, K. El Naggar y N. Siwertz, “Geographical variability of the first baroclinic Rossby radius of deformation,” *Journal of Physical Oceanography*, vol. 28, n.º 3, 1998.
- [6] C. Pegliasco, A. Delepouille, R. Morrow, Y. Faugère y G. Dibarboure, “META3. 2 DT: a new global history of eddies from satellite altimetry,” *Earth System Science Data Discussions*, 2022.
- [7] J. Isern-Fontanet, E. García-Ladona y J. Font, “Identification of marine eddies from altimetric maps,” *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, vol. 20, n.º 5, 2003.
- [8] H. Sun et al., “A lightweight deep learning model for ocean eddy detection,” *Frontiers in Marine Science*, vol. 10, 2023.
- [9] E. Mason, A. Pascual y J. C. McWilliams, “An automated angular momentum eddy detection and tracking algorithm (AMEDA) for application to operational oceanography,” *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, vol. 31, n.º 12, 2014.

- [10] A. Pareja, G. Domeniconi, J. Chen, T. Ma, T. Suzumura et al., “EvolveGCN: Evolving Graph Convolutional Networks for Dynamic Graphs,” en *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, vol. 34, 2019.
- [11] N. Zi et al., “Ocean eddy detection based on YOLO deep learning,” *Remote Sensing*, vol. 16, n.º 2, 2024.
- [12] E. Rossi, B. Chamberlain, F. Frasca, D. Eynard, F. Monti y M. Bronstein, “Temporal Graph Networks for Deep Learning on Dynamic Graphs,” en *ICML Workshop on Graph Representation Learning*, 2020.
- [13] A. Longa et al., “Graph Neural Networks for Temporal Graphs: State of the Art,” *Transactions on Machine Learning Research*, 2023.
- [14] S. Brody, U. Alon y E. Yahav, “How Attentive are Graph Attention Networks?” En *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2022.
- [15] B. Yu, H. Yin y Z. Zhu, “Spatio-Temporal Graph Convolutional Networks: A Deep Learning Framework for Traffic Forecasting,” en *Proceedings of the 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, International Joint Conferences on Artificial Intelligence Organization, 2018.
- [16] P. Battaglia, R. Pascanu, M. Lai, D. J. Rezende y K. Kavukcuoglu, “Interaction Networks for Learning about Objects, Relations and Physics,” en *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*, Curran Associates, Inc., 2016.
- [17] T. Sarwar, Y. Tian, A. Martel, A. Zalesky y K. Ramamohanarao, “Structure learning for neural networks in brain connectivity,” *Scientific Reports*, 2020.
- [18] G. K. Vallis, *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2017.
- [19] J. Pedlosky, *Geophysical Fluid Dynamics*. New York, NY: Springer Science & Business Media, 2013.
- [20] F. Scarselli, M. Gori, A. C. Tsoi, M. Hagenbuchner y G. Monfardini, “The graph neural network model,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 20, n.º 1, 2009.
- [21] D. I. Shuman, S. K. Narang, P. Frossard, A. Ortega y P. Vandergheynst, “The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 30, n.º 3, 2013.
- [22] T. N. Kipf y M. Welling, “Semi-supervised classification with graph convolutional networks,” en *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2017.

- [23] I. Goodfellow, Y. Bengio y A. Courville, *Deep Learning*. MIT Press, 2016.
- [24] K. He, X. Zhang, S. Ren y J. Sun, “Deep residual learning for image recognition,” en *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016.
- [25] G. Ioannou et al., “On the Comparison of Global Altimetry-Based Mesoscale Ocean Eddy Catalogues,” *Remote Sensing*, vol. 16, n.º 22, 2024.
- [26] A. Vaze et al., “Enhancing Sea Level Rise Estimation and Uncertainty Assessment from Satellite Altimetry through Spatiotemporal Noise Modeling,” *Remote Sensing*, vol. 15, n.º 1, 2023.
- [27] P. Veličković, G. Cucurull, A. Casanova, A. Romero, P. Liò e Y. Bengio, “Graph Attention Networks,” en *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2018.
- [28] Google LLC, *NotebookLM: An AI-powered research assistant*, Google, 2026.
- [29] D. Xu, C. Ruan, E. Korpeoglu, S. Kumar y K. Achan, “Inductive Representation Learning on Temporal Graphs,” en *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2020.
- [30] E. Estrada, *The Structure of Complex Networks: Theory and Applications*. Oxford University Press, 2012.
- [31] J. Skarding, “Dynamic Graph Neural Networks for Dynamic Link Prediction,” Tesis doct., University of Technology Sydney, 2022.
- [32] O. Michail, “An Introduction to Temporal Graphs: An Algorithmic Perspective,” *Computer Technology Institute & Press “Diophantus”*, 2015.
- [33] K. Sekhar, *Discrete Mathematics & Graph Theory (20A54304) Lecture Notes*. VEMU Institute of Technology, 2023.
- [34] H. Liu, C. Zhu, D. Zhang y Q. Li, “Attention Based Spatial-Temporal Graph Convolutional Recurrent Networks for Traffic Forecasting,” *arXiv preprint arXiv:2302.12973*, 2023.
- [35] A. Gravina y D. Bacciu, “Deep learning for dynamic graphs: models and benchmarks,” *arXiv preprint arXiv:2307.06104*, 2023.
- [36] T. Erlebach, “Exploration and Rendezvous in Temporal Graphs,” en *3rd Symposium on Algorithmic Foundations of Dynamic Networks (SAND 2024)*, Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum für Informatik, 2024.

- [37] M. Ferriol Galmés, “Network Modeling using Graph Neural Networks,” Tesis doct., Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) – BarcelonaTech, 2024.
- [38] Y. Wang, Y. Yuan, Y. Ma y G. Wang, “Time-Dependent Graphs: Definitions, Applications, and Algorithms,” *Data Science and Engineering*, 2019.
- [39] J. Ren, “Generative Model for Change Point Detection in Dynamic Weighted Graphs,” Tesis de mtría., University of California, Los Angeles, 2024.
- [40] A.-L. Barabási, *Network Science*. Cambridge University Press, 2016.
- [41] J. Oskarsson, “Modeling Spatio-Temporal Systems with Graph-based Machine Learning,” Tesis doct., Linköping University, 2025.
- [42] D. Shao et al., “A highly efficient Physics-Constrained Explainable Artificial Intelligence for Forecasting Subsurface Mesoscale Eddy Trajectories,” *arXiv preprint arXiv:2410.05432*, 2024.
- [43] A. Belmadani et al., “Striations and preferred eddy tracks triggered by topographic steering of the background flow in the eastern South Pacific,” *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 122, 2017.
- [44] J. Rojas C., “Evaluación del desempeño de métodos de identificación de remolinos de mesoescala,” Tesis de mtría., Universidad de Concepción, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, 2025.
- [45] Z. Wang y W. Xu, “Mesoscale Eddy Prediction by LSTM Networks Based on Physical Features,” *Preprints.org*, 2025, Not peer-reviewed version.
- [46] T. Han, D. Song, C. Li, W. Zhao y X. Wang, “Mesoscale eddy trajectory prediction in the Northeastern South China Sea based on an deep learning framework,” *Intelligent Marine Technology and Systems*, vol. 3, 2025.