



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**



**Desarrollo de un banco de experimentos para la determinación del pandeo en columnas**

POR

**Sebastián Andrés Oñate Salazar**

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para optar al título profesional de Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guía:  
PhD. Meylí Valin Fernández

Enero 2025  
Concepción (Chile)

© 2025 Sebastián Andrés Oñate Salazar

© 2025 Sebastián Andrés Oñate Salazar

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

## **Agradecimientos**

En primer lugar, me gustaría agradecerle a mi familia, quienes han sido los responsables principales por los que he llegado hasta aquí. Sin dudas, han sido mi gran apoyo durante todo este tiempo.

También reconocer y agradecer a la profesora Meylí, quien me ha entregado toda la confianza y el apoyo durante todo este proceso. Asimismo, agradecer a los demás profesores que han demostrado su interés en ayudarme cuando han podido.

Por otro lado, agradecer a los encargados del taller, Rodrigo, Mario y Eduardo, quienes hicieron que el diseño de este proyecto se materializara físicamente con todo su trabajo y conocimiento para la fabricación de cada pieza. Mención especial para don Patricio y don Hernán, encargados del Laboratorio de Mecánica de los Sólidos y del Edificio Tecnológico Mecánico respectivamente, quienes siempre estuvieron dispuestos a ayudar, aconsejar y escuchar, quienes me acompañaron cada vez que tuve que quedarme sobre la hora de cierre para realizar ensayos.

Por otro lado, agradecer a todos mis compañeros y amigos que se hicieron parte de este último semestre, que fueron fundamentales en todo este proceso, ya sea con un almuerzo, una conversación, y por, sobre todo, a quienes se dieron el tiempo de acompañarme y ayudarme durante el diseño, la fabricación y la validación del banco de ensayos. Sin su apoyo y compañía durante los días de pruebas, no me habría sido posible realizar cada una de las pruebas, muchas gracias, Catalina, Arnaldo, Alonso, Gustavo, Joaquín y Jorge, por su tiempo y dedicación.

Finalmente, un agradecimiento muy especial al equipo CAADIM, Gabriela, Paz, Lukas, Reinaldo y Sebastián, quienes fueron fundamentales no solo para esta memoria, sino que también para todas las actividades paralelas a este proceso. Conformamos un gran equipo y logramos grandes cosas juntos.

## Resumen

El presente proyecto tiene por objetivo diseñar, construir y validar un banco de pruebas para el estudio del pandeo en columnas bajo tres condiciones de contorno: apoyos articulado-articulado, articulado-empotrado y empotrado-empotrado, donde cada condición tiene un comportamiento diferente según el valor de la longitud efectiva.

Se determina que solo se pueden utilizar columnas con sección rectangular con dimensiones pequeñas, que garantizan valores de carga crítica bajos. Además, se restringe el uso de columnas esbeltas para aplicar la Fórmula de pandeo de Euler. Se define la carga de diseño del banco de 400 [N] en tres puntos diferentes. Así, se decide fabricar la estructura exterior del banco con un perfil costanera de  $40 \times 80 \times 15 \times 3$  [mm], que garantiza una alta resistencia a flexión y pandeo.

Los apoyos articulados se diseñan con una ranura triangular truncada, de base 4 [mm] y apertura máxima de 18 [mm] por su inclinación de  $22^\circ$ , que permite la rotación libre de la pletina. Los apoyos empotrados incorporan un perno que presiona la columna contra un bloque de acero, restringiendo su movimiento lateral y rotación. El sistema de carga asegura que las fuerzas se apliquen de forma concéntrica, facilitando la comparación con la Fórmula de Euler.

Para validar el banco, se realizan diez pruebas por cada condición de contorno, donde se alcanzó en promedio entre todas las condiciones un 86,2% de la carga teórica. Se tiene que la condición de apoyos articulados es la más cercana al valor teórico, mientras que los apoyos empotrados son los más lejanos. Asimismo, el error de experiencia múltiple para cada condición no supera el 3,5%.

Además, se realizan mediciones de la deflexión lateral sufrida por la columna una vez superada la carga crítica, donde se aprecian zonas de estabilidad previo a que ocurran deflexiones abruptas. A su vez, se pudo notar que al utilizar pletinas adquiridas en otro local comercial y que presentan defectos geométricos mayores a las pletinas ensayadas anteriormente, el valor de la carga crítica experimental disminuyó considerablemente. Por lo tanto, se deduce que la variación entre la carga teórica y la experimental se debe principalmente a las imperfecciones iniciales del material, así como a posibles desalineamientos o fricciones en el banco de ensayos.

Se realizan tres ensayos finales, donde se mide previamente el ancho, el espesor y la desviación de cada columna antes de realizar la experiencia. Luego, se determina la carga crítica y los valores de deflexión para cada condición de borde, con lo que se analiza el efecto de las imperfecciones iniciales sobre una columna articulada en ambos extremos. Se obtienen valores cercanos entre la teoría y la experiencia, que demuestra la importancia de estas imperfecciones en el análisis de pandeo.

Para aumentar la precisión de la medición de carga crítica, deflexión y las imperfecciones iniciales, se propone incluir un sistema de medición, ya sea con medidores de distancia láser, sensores ultrasónicos o sensores ópticos, siendo el último la opción más precisa.

**Palabras clave:** pandeo, columnas, apoyos, carga crítica, deflexión.

## Abstract

The objective of this project is to design, construct, and validate a testing bench for studying buckling in columns under three boundary conditions: pinned-pinned, pinned-fixed, and fixed-fixed. Each condition exhibits different behavior based on the effective length factor.

It was determined that only rectangular columns with small dimensions can be used to ensure low critical load values. Furthermore, the use of slender columns is restricted to apply Euler's buckling formula. A design load of 400 [N] is defined for the bench, applied at three different points. Consequently, the external structure of the bench is made using a channel section of  $40 \times 80 \times 15 \times 3$  [mm], ensuring high resistance to bending and buckling.

The pinned supports are designed with a truncated triangular groove, having a 4 [mm] base and a maximum opening of 18 [mm] at a  $22^\circ$  inclination, allowing free rotation of the flat plate. The fixed supports incorporate a bolt that presses the column against a steel block, restricting lateral movement and rotation. The load system ensures that forces are applied concentrically, facilitating comparisons with Euler's formula.

To validate the bench, ten tests were conducted for each boundary condition. On average, across all conditions, 86.2% of the theoretical load was achieved. The pinned support condition was the closest to the theoretical value, while the fixed support condition was the furthest. Additionally, the multiple-test error for each condition did not exceed 3.5%.

Lateral deflection measurements were also taken after the critical load was surpassed, revealing stability zones prior to abrupt deflections. Furthermore, when flat plates purchased from another supplier with larger geometric defects were tested, the experimental critical load value decreased significantly. It was concluded that the variation between theoretical and experimental loads is primarily due to initial material imperfections, as well as possible misalignments or friction within the testing bench.

Three final tests were conducted, measuring the width, thickness, and deviation of each column prior to testing. The critical load and deflection values were then determined for each boundary condition, analyzing the effect of initial imperfections on a column pinned at both ends. Results showed values close to theory, highlighting the importance of these imperfections in buckling analysis.

To enhance the accuracy of measuring critical load, deflection, and initial imperfections, the inclusion of a measurement system is proposed, such as laser distance meters, ultrasonic sensors, or optical sensors, with the latter being the most precise option.

**Keywords:** buckling, columns, supports, critical load, deflection.

## Tabla de Contenidos

Agradecimientos.....	i
Resumen .....	ii
Abstract .....	iii
Tabla de Contenidos .....	iv
Lista de Tablas .....	vii
Lista de Figuras .....	viii
Glosario .....	x
Nomenclatura .....	x
Subíndices .....	xi
Letras griegas .....	xi
<b>1 CAPÍTULO 1: Introducción.....</b>	<b>1</b>
1.1 Contexto.....	1
1.2 Planteamiento del problema .....	2
1.3 Objetivos.....	3
1.4 Condiciones de diseño .....	3
1.5 Metodología.....	4
<b>2 CAPÍTULO 2: Marco Teórico .....</b>	<b>5</b>
2.1 Condiciones de contorno o extremo en análisis estructural .....	5
2.2 Fórmula de Euler para pandeo de columnas articuladas .....	6
2.3 Fórmula de Euler para columnas con otras condiciones de extremo .....	7
2.4 Propiedades mecánicas y geométricas.....	8
2.5 Tipos de carga.....	9
2.6 Cálculo de error en experiencias múltiples.....	10
<b>3 CAPÍTULO 3: Estado del arte .....</b>	<b>11</b>
3.1 Diseño y construcción de un banco de prueba para determinar carga crítica de miembros esbeltos cargados axialmente a compresión [16] .....	11
3.2 Elaboración de una guía práctica para estudio de pandeo bajo la norma ASTM E9-89a [8]...	13
3.3 Análisis de variables que influyen sobre el pandeo en columnas de un mismo material [17] .	14
3.4 Procedimiento para realizar ensayos de pandeo [18] .....	17
3.5 Implementación de galgas extensiométricas para el monitoreo de pandeo en columnas [8] ...	19
3.6 Estudio de pandeo en columnas con imperfecciones iniciales y excentricidades de carga [19] .....	20

4	CAPÍTULO 4: Diseño del banco de ensayos.....	22
4.1	Selección de columnas para ensayar .....	22
4.2	Propuesta inicial .....	23
4.3	Diseño de la plataforma de carga y el sistema de transmisión .....	24
4.4	Cálculo de resistencia de la estructura marco.....	25
4.5	Propuesta de diseño final para la estructura marco .....	29
4.6	Diseño de los apoyos para cumplir las tres condiciones de contorno .....	30
5	CAPÍTULO 5: Fabricación del banco de ensayos .....	34
5.1	Materiales requeridos .....	34
5.2	Fabricación del marco .....	35
5.3	Fabricación del sistema de transmisión de carga.....	36
5.4	Fabricación de los apoyos.....	38
5.5	Ensamblaje del banco de ensayos.....	39
6	CAPÍTULO 6: Validación del banco de ensayos.....	40
6.1	Determinación de la carga real del sistema de transmisión de carga .....	40
6.2	Validación del funcionamiento de los apoyos .....	40
6.3	Resultados y análisis de los ensayos con las diferentes condiciones de contorno .....	41
6.4	Cálculo del error en las mediciones de las experiencias realizadas .....	42
6.5	Análisis de los resultados de los ensayos con apoyos articulado-articulado .....	43
6.6	Análisis de los resultados de los ensayos con apoyos articulado-empotrado .....	43
6.7	Análisis de los resultados de los ensayos con apoyos empotrado-empotrado.....	43
7	CAPÍTULO 7: Medición de la deflexión lateral .....	45
7.1	Ajuste del sistema de carga .....	45
7.2	Implementación del sistema de medición para deflexión lateral.....	45
7.3	Resultados para las mediciones de la deflexión lateral .....	46
7.4	Análisis de la deflexión lateral en apoyos articulado-articulado .....	47
7.5	Análisis de la deflexión lateral en apoyos articulado-empotrado.....	48
7.6	Análisis de la deflexión lateral en apoyos empotrado-empotrado.....	48
7.7	Repetición de ensayos para definir el impacto de las imperfecciones de las columnas .....	49
8	CAPÍTULO 8: Propuestas de mejora para la medición en el banco de ensayos .....	52
8.1	Medidor de distancia láser digital.....	52
8.2	Sensor ultrasónico de distancia.....	52
8.3	Sensor óptico láser de distancia.....	53

8.4 Comparación de instrumentos .....	53
9 CAPÍTULO 9: Presupuesto total del banco de ensayos.....	55
9.1 Listado de materiales para la fabricación .....	55
9.2 Listado de herramientas para la operación .....	55
9.3 Listado de herramientas e insumos para la fabricación.....	56
9.4 Presupuesto final del banco de ensayos.....	56
10 CAPÍTULO 10: Conclusiones .....	57
Referencias .....	59
Anexos.....	63
Anexo A.....	63
Anexo B.....	64
Anexo C.....	64
Anexo D.....	65
Anexo E.....	66
Anexo F.....	72
Anexo G.....	76
Anexo H.....	88
Anexo I.....	90

## Lista de Tablas

Tabla 2.1.1: Tipos de apoyo estudiados en análisis estructural .....	5
Tabla 3.1.1: Propiedades geométricas de las columnas escogidas [16] .....	11
Tabla 3.1.2: Resultados de las cargas de diseño máxima y mínima con software [16] .....	11
Tabla 3.1.3: Comparación de resultados teóricos y experimentales [16].....	13
Tabla 3.3.1: Dimensiones y propiedades geométricas de las columnas utilizadas [17].....	15
Tabla 3.3.2: Valores de carga crítica para diferentes alturas de cada columna [17] .....	15
Tabla 3.4.1: Resultados obtenidos utilizando la máquina DNS-200 [18] .....	19
Tabla 4.1.1: Columnas encontradas y sus propiedades mecánicas y geométricas .....	22
Tabla 4.1.2: Resultados del radio de esbeltez y carga crítica.....	23
Tabla 4.4.1: Propiedades geométricas del perfil C <b>40 × 80 × 3 [mm]</b> [20].....	26
Tabla 4.4.2: Propiedades geométricas del perfil costanera <b>40 × 80 × 15 × 3 [mm]</b> [20].....	27
Tabla 5.1.1: Lista preliminar de materiales e insumos requeridos para la fabricación del banco de ensayos .....	34
Tabla 6.1.1: Masas reales de cada uno de los sistemas de carga medidas con una balanza .....	40
Tabla 6.3.1: Resultados de los ensayos para las diferentes condiciones de contorno .....	41
Tabla 6.4.1: Resultados del cálculo de error en experiencias múltiples .....	43
Tabla 7.1.1: Masas reales de cada uno de los sistemas de carga medidas con una balanza luego de la modificación.....	45
Tabla 7.3.1: Resultados de la deflexión lateral máxima medida en la serie 1 de ensayos .....	46
Tabla 7.3.2: Resultados de la deflexión lateral máxima medida en la serie 2 de ensayos .....	47
Tabla 7.7.1: Medición de la geometría de las pletinas y el error asociado a esas imperfecciones.....	49
Tabla 7.7.2: Desviaciones medidas en cada pletina .....	50
Tabla 7.7.3: Resultados de la crítica y la deflexión lateral máxima medida con las pletinas estudiadas .....	50
Tabla 7.7.4: Comparación de la deflexión teórica y experimental para la columna articulada .....	51
Tabla 8.4.1: Tabla comparativa de los sistemas de medición propuestos.....	53
Tabla 9.1.1: Lista de materiales, proveedores y precios .....	55
Tabla 9.2.1: Listado de herramientas necesarios para la operación del banco de ensayos con precio y proveedor.....	55
Tabla 9.3.1: Lista de herramientas e insumos claves para la fabricación del banco, con precio y proveedor.....	56
Tabla 9.4.1: Presupuesto total del banco de ensayos para pandeo .....	56

## Lista de Figuras

Figura 1.1.1: Comparación entre una columna sometida a la carga crítica y una columna sometida a una carga mayor a la carga crítica [2] .....	1
Figura 1.1.2: Usos varios de columnas. a) Estructuras industriales [4]. b) Torres de tendido eléctrico [5] .....	2
Figura 1.2.1: Malla Curricular de Ingeniería Civil Mecánica en la Universidad de Concepción [6] ..	2
Figura 1.4.1: Condiciones de contorno que existen en el fenómeno de pandeo [9].....	4
Figura 2.2.1: Diagramas de cuerpo libre para deducir la Fórmula de Euler [1].....	6
Figura 2.3.1: Diagramas para obtener la longitud efectiva. a) Empotrado-empotrado. b) Articulado-empotrado [1] .....	7
Figura 2.3.2: Valores de longitud efectiva para cada condición. a) Articulado-articulado. b) Articulado-empotrado. c) Empotrado-empotrado [1] .....	8
Figura 2.5.1: Modelo de carga excéntrica para pandeo [1] .....	9
Figura 3.1.1: Diseño propuesto para el banco de prueba [16].....	12
Figura 3.1.2: Prensa de cierre rápido para simular condiciones de contorno [16].....	12
Figura 3.3.1: Columnas utilizadas para el ensayo de pandeo [17].....	15
Figura 3.3.2: Curvas de Esfuerzo Crítico de pandeo vs Relación de esbeltez [17] .....	16
Figura 3.3.3: Resultados de los ensayos de compresión sobre las 3 columnas [17] .....	16
Figura 3.4.1: Máquina DNS-200 utilizada para realizar ensayos de pandeo [18] .....	17
Figura 3.4.2: Dispositivos diseñados para simular las condiciones de contorno en la máquina [18]	18
Figura 3.4.3: Medición de la longitud de la columna descontando los apoyos [18].....	18
Figura 3.5.1: Técnica de extensimetría utilizada para determinar esfuerzos sobre una barra [8] ....	19
Figura 3.5.2: Designación estándar de las galgas extensiométricas de la firma Vishay y RS Amidata [8] .....	20
Figura 3.6.1: Modelo para columna articulada con imperfecciones iniciales y sometida a carga excéntrica [19].....	21
Figura 3.6.2: Columnas fabricadas mediante impresión 3D con imperfecciones iniciales [19].....	21
Figura 4.2.1: Equipo WP 121 de Gunt Hamburg utilizado para demostraciones de pandeo [22] .....	23
Figura 4.2.2: Estructura tipo marco para el banco de ensayos .....	24
Figura 4.3.1: Discos de carga del Laboratorio de Mecánica de Sólidos .....	24
Figura 4.3.2: Diseño del sistema de transmisión de carga .....	25
Figura 4.4.1: Diagrama de fuerzas del perfil superior del banco de ensayos.....	27
Figura 4.4.2: Diagrama de momento flector del perfil costanera horizontal de la parte superior.....	28
Figura 4.5.1: Diseño del marco del banco de pruebas considerando los orificios para los rodamientos .....	29
Figura 4.6.1: Esquema de la distribución de los tipos de apoyo para cumplir las condiciones de contorno.....	30
Figura 4.6.2: Diseño general para los apoyos fijos .....	31
Figura 4.6.3: Dimensiones de los apoyos empotrados. a) Para pletinas de <b>3 [mm]</b> . b) Para pletinas de <b>5 [mm]</b> .....	31

Figura 4.6.4: Diseño general para los apoyos simples .....	32
Figura 4.6.5: Esquema para determinar el ángulo de inclinación de la ranura .....	32
Figura 4.6.6: Apoyos superiores con la pieza tipo C para fijar al eje. a) Apoyo superior articulado. b) Apoyo superior empotrado.....	33
Figura 5.2.1: Dimensiones de los perfiles que componen la estructura marco .....	35
Figura 5.2.2: Perfiles horizontales. a) Superior con los rodamientos instalados. b) Inferior con las placas de los apoyos instaladas .....	35
Figura 5.2.3: Proceso de unión de los perfiles en el taller mecánico .....	36
Figura 5.3.1: Bloque de soporte para el eje cromado.....	36
Figura 5.3.2: Montaje correcto de la placa cuadrada que soporta las cargas .....	37
Figura 5.3.3: Sistema de transmisión de carga ensamblado e instalado en el banco de experimentos con los apoyos .....	38
Figura 5.4.1: Apoyos simples fabricados con la ranura triangular truncada.....	39
Figura 5.5.1: Verificación de la alineación entre los apoyos. a) Articulado-articulado. b) Articulado-empotrado. c) Empotrado-empotrado .....	39
Figura 6.2.1: Comparación de las curvas teóricas con las curvas experimentales para cada condición de contorno. a) Apoyos articulado-articulado. b) Apoyos articulado-empotrado. c) Apoyos empotrado-empotrado. ....	40
Figura 6.7.1: Gráfico comparativo entre carga crítica teórica y experimental obtenida para la condición de apoyos empotrado-empotrado .....	44
Figura 7.2.1: Líneas referenciales dibujadas sobre la hoja graduada.....	46
Figura 7.4.1: Curva de deflexión medida respecto a la carga aplicada en apoyos articulado-articulado .....	48
Figura 7.5.1: Curva de deflexión medida respecto a la carga aplicada en apoyos articulado-empotrado .....	48
Figura 7.6.1: Curva de deflexión medida respecto a la carga aplicada en apoyos empotrado-empotrado .....	49
Figura 8.4.1: Dispositivos de medición propuestos. a) Medidor láser Bosch GLM 40 Professional. b) Sensor Ultrasónico HC-SR04. c) Sensor óptico VL53L1X.....	54

## Glosario

ASTM	:	Sociedad Estadounidense para Pruebas y Materiales
DIM	:	Departamento de Ingeniería Mecánica
M	:	Rosca medida en unidades del Sistema Internacional de Unidades
SAE	:	Society of Automotive Engineers

## Nomenclatura

$a$	:	Imperfección inicial [ $mm$ ]
$A$	:	Área [ $mm^2$ ]
$b$	:	Lado base de la pletina [ $mm$ ]
$c$	:	Distancia entre centro de la sección y punto máximo para momento flector [ $mm$ ]
$d$	:	Diámetro [ $mm$ ]
$e$	:	Excentricidad [ $mm$ ]
$E$	:	Módulo Elástico [ $GPa$ ], [ $MPa$ ]
$FS$	:	Factor de seguridad [-]
$GL$	:	Grados de libertad [-]
$I$	:	Momento de inercia [ $mm^4$ ], [ $cm^4$ ]
$K$	:	Factor de longitud efectiva [-]
$L$	:	Longitud [ $m$ ], [ $cm$ ], [ $mm$ ]
$M$	:	Momento [ $Nmm$ ]
$m$	:	Masa [ $kg$ ], [ $g$ ]
$n$	:	Número de datos [-]
$P$	:	Carga [ $N$ ], [ $kN$ ], [ $kg$ ]
$r$	:	Radio de giro o curvatura de la sección [ $mm$ ], [ $cm$ ]
$S$	:	Módulo de sección [ $mm^3$ ]
$s$	:	Desviación estándar [ $kg$ ]
$t$	:	$t$ de Student [-], Espesor [ $mm$ ]
$W$	:	Módulo de sección [ $mm^3$ ]
$w$	:	Peso lineal [ $kg/m$ ]
$x$	:	Valor medido experimentalmente [ $kg$ ]
$\bar{x}$	:	Promedio de los valores medidos [ $kg$ ]
$y$	:	Deflexión lateral de la columna [ $mm$ ]

## Subíndices

art	:	Articulado
cr	:	Crítica
dis	:	Diseño
e	:	Efectiva
eje	:	Eje del sistema de carga
emp	:	Empotrado
esp	:	Espárrago del sistema de carga
exp	:	Experimental
f	:	Flexión
máx	:	Máximo
mín	:	Mínimo
perfil	:	Perfil costanera
placa	:	Placa de carga
perm	:	Permisible
rod	:	Rodamiento lineal
sc	:	Sistema de carga
teo	:	Teórica
x	:	Eje fuerte de la pletina
y	:	Eje débil de la pletina, fluencia

## Letras griegas

$\alpha$	:	Factor de longitud efectiva [-]
$\delta$	:	Deflexión lateral [mm]
$\varepsilon$	:	Error [kg], [%]
$\lambda$	:	Relación de esbeltez, [mm/mm]
$\rho$	:	Densidad, [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	:	Esfuerzo [MPa]

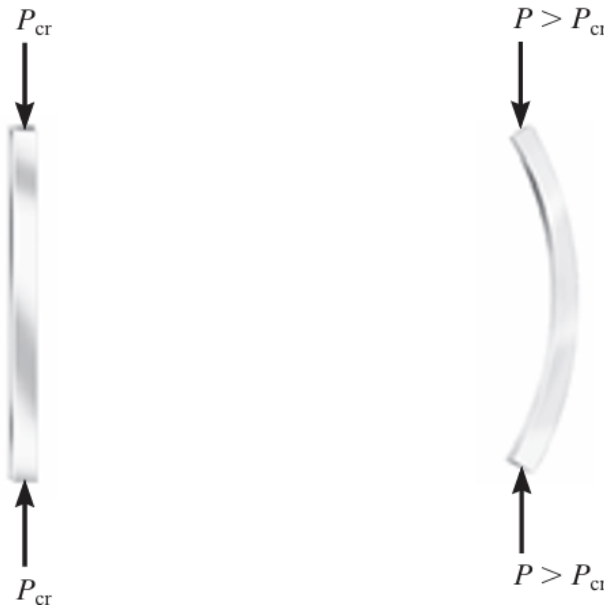
## CAPÍTULO 1: Introducción

### 1.1 Contexto

En el diseño de estructuras se analizan de los requisitos de resistencia, deflexión y estabilidad de sus componentes. Cuando se analiza la resistencia de la estructura, se evalúa su capacidad para soportar una carga sin experimentar esfuerzos excesivos. Por otro lado, en el caso de la deflexión, se revisa la capacidad de la estructura para sostener una carga específica sin sufrir deformaciones inaceptables [1]. Dentro del requerimiento de estabilidad, se analiza la capacidad de una estructura para soportar una carga dada sin experimentar un cambio súbito en su configuración, donde se enfoca principalmente en el estudio de columnas [1].

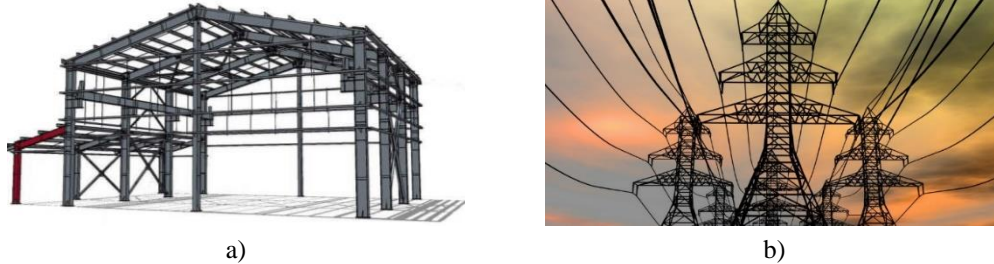
Las columnas son elementos largos y delgados que al encontrarse sometidas a una carga axial compresiva lo suficientemente grande pueden hacer que el elemento experimente deflexión lateral o se ladee, produciendo el fenómeno conocido como pandeo [2]. Cabe decir, que la inestabilidad ocurre solo cuando se presentan esfuerzos de compresión, ya que, en algunas situaciones, las columnas pueden soportar una carga en tracción sin sufrir efectos perjudiciales, mientras que, si se somete a la misma carga en compresión puede existir inestabilidad [3].

En este caso, la carga axial máxima que soporta una columna cuando está al borde del pandeo, es decir, antes de sufrir deflexión lateral o ladearse, se conoce como carga crítica. Por lo tanto, cualquier carga adicional producirá el pandeo de la columna, como se aprecia en la Figura 1.1.1 [2].



**Figura 1.1.1: Comparación entre una columna sometida a la carga crítica y una columna sometida a una carga mayor a la carga crítica [2]**

El uso de columnas es bastante amplio, ya que se pueden encontrar en diversas estructuras y con diferentes utilidades. Por ejemplo, se pueden encontrar columnas de aceros en estructuras industriales, como son los galpones, así como en puentes colgantes, torres de electricidad o edificios residenciales, como las que se observan en la Figura 1.1.2.



**Figura 1.1.2: Usos varios de columnas. a) Estructuras industriales [4]. b) Torres de tendido eléctrico [5]**

Además de columnas de acero, existen otras fabricadas con diferentes materiales, como puede ser el concreto y la madera. Las de madera son ampliamente utilizadas en construcciones de viviendas, mientras que las de concreto son típicas en puentes y edificios.

Se puede notar, que el pandeo es una forma de falla crítica en elementos sometidos a cargas axiales, y su estudio es esencial para garantizar la seguridad y estabilidad de las estructuras.

## 1.2 Planteamiento del problema

Dada la importancia del pandeo como forma de falla crítica en estructuras, en el Semestre VI de la carrera Ingeniería Civil Mecánica perteneciente a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción se aborda esta temática, específicamente en la asignatura denominada Mecánica de Sólidos II, tal como se aprecia en la Malla Curricular de la carrera mostrada en la Figura 1.2.1.

1º AÑO		2º AÑO		3º AÑO		4º AÑO		5º AÑO		6º AÑO
SEM I	SEM II	SEM III	SEM IV	SEM V	SEM VI	SEM VII	SEM VIII	SEM IX	SEM X	SEM XI
Física I	Física II	Ecuaciones Diferenciales	Cálculo Numérico	Mecánica de Fluidos	Integración a través de CAD	Termodinámica Aplicada	Integración a través de Investigación	Electivos o Estadías	Integradora Solución de un Problema Complejo	Práctica Profesional
Álgebra I	Álgebra II	Cálculo III	Termodinámica	Mecánica de Sólidos I	Transferencia de Calor	Electrotecnia	Centrales de Energía	Diseño de Máquinas	Electivos o Estadías	Memoria de Título
Cálculo I	Cálculo II	Mediciones	Materiales	Electromagnetismo	Mecánica de Sólidos II	Electrónica Industrial	Sistemas de Control	Formulación y Evaluación de Proyectos	Gestión de Empresas	
Química General I	Química General II	Estadística	Dinámica	Sistemas Mecánicos	Análisis de Sistemas Dinámicos	Electivo	Elementos de Máquinas			
Introducción a la Ingeniería Mecánica	Introducción a la Innovación en Ingeniería	Programación	Estadística y Probabilidades	Inglés Comunicativo Nivel Básico I	Inglés Comunicativo Nivel Básico II	Procesos Industriales de Fabricación	Relaciones Humanas			
		Comunicación Gráfica	Introducción a Procesos de Manufactura	Complementario		Técnicas de Simulación	Economía			
			Comunicación en Ingeniería			Redacción Técnica y Científica				

**Figura 1.2.1: Malla Curricular de Ingeniería Civil Mecánica en la Universidad de Concepción [6]**

Durante el estudio del pandeo en la asignatura mencionada, actualmente no se cuenta con actividades experimentales que complementen la formación teórica de los estudiantes, por lo que su incorporación puede favorecer su aprendizaje y les permitiría comprender este fenómeno de mejor manera.

Dentro de las diversas instalaciones de la universidad, y específicamente en el Departamento de Ingeniería Mecánica (DIM) que está a cargo de dictar la carrera, no se cuenta con un banco de ensayos específico para pandeo. Sin embargo, existe un Laboratorio de Mecánica de Sólidos, donde se cuenta con diferentes equipos para realizar pruebas de tracción, compresión, flexión e impacto, que se abordan principalmente en la asignatura de Mecánica de Sólidos I. En el caso de las máquinas de compresión que se tienen en el laboratorio, no se pueden realizar ensayos de pandeo dado que no tiene

la capacidad para simular todas las condiciones de contorno posibles en este tema, y, además, la realización de estos ensayos limitaría el uso de estos equipos para otras actividades de investigación que se realizan en el departamento.

El primer capítulo de la asignatura Mecánica de Sólidos II, se denomina “Inestabilidad en columnas”, en el cual se analiza exhaustivamente este modo de falla. Dentro de la metodología de evaluación, se encuentra un informe que consiste en la resolución de un ejercicio donde se utilizan varias columnas con diferentes geometrías y materiales, de modo que los estudiantes calculen la carga crítica y puedan analizar sus diferencias [7]. La elaboración de este informe sería mucho más completa para todos los estudiantes si existiese un banco de experimentos que les permitiera realizar ensayos de pandeo sobre diferentes columnas, de modo que, además de obtener y analizar resultados de forma teórica, también los puedan obtener experimentalmente y observar de manera física este fenómeno.

### **1.3 Objetivos**

#### **1.3.1 Objetivo general**

Diseñar y construir un banco de pruebas para el estudio del pandeo en columnas, validando su funcionamiento para varias condiciones de contorno.

#### **1.3.2 Objetivos específicos**

1. Diseñar un banco de experimentos para el estudio del pandeo en columnas para varias condiciones de contorno con los apoyos necesarios para cumplir cada condición.
2. Construir y ensamblar el banco de experimentos.
3. Validar el banco de experimentos mediante pruebas de pandeo en columnas.
4. Desarrollar un manual de uso y mantenimiento del banco de experimentos.

### **1.4 Condiciones de diseño**

El diseño se basa en que la carga axial de compresión se produzca a partir de la ubicación de diferentes masas sobre la columna que se someta a la experiencia. De esta manera, se debe considerar un tamaño del equipo que permita el montaje de las masas sobre las columnas. Por lo tanto, la longitud máxima de columnas que se trabaje en el banco diseñado está restringida a 1 [m].

Otro aspecto por considerar respecto al montaje de las masas es que se realice de forma manual. Dada esta situación, es que se buscó reducir al máximo el peso de las masas que se utilizarán para realizar la compresión sobre las columnas. Es decir, se limita el uso de columnas con una baja carga crítica, ya sea modificando materiales o dimensiones. Así, la carga crítica se calculó de forma teórica en los siguientes capítulos previo a seleccionar las columnas. El cálculo de carga crítica se realiza usando exclusivamente la Fórmula de Euler, de modo que se restringe la geometría de las columnas solo a elementos que cumplan con las condiciones de esbeltez dadas por la fórmula.

Los ensayos de pandeo se rigen según la norma ASTM E9-89a [8], llamada “Métodos de Prueba Estándar de Análisis de Compresión de Materiales Metálicos a temperatura ambiente”. Dentro de lo explicado en esta norma, se define que el equipo que se utilice para realizar los ensayos de compresión

sobre las columnas debe contar con ambas superficies de apoyos paralelas siempre [9]. Por lo tanto, el equipo que se diseñe debe procurarse que tenga ambas superficies paralelas. Además, la norma exige una serie de requerimientos respecto a materiales, calibraciones y dimensiones que se escapan de las posibilidades de este proyecto, ya que para cumplirlas el presupuesto se eleva sobre el límite. Asimismo, este banco de ensayos en principio no se utilizará para estudiar detalladamente el comportamiento de los materiales, ya que su función es mostrarles a los estudiantes el fenómeno.

La última condición de diseño es que el banco de ensayos funcione para las diferentes condiciones de contorno que se tienen en pandeo y que se muestran en la Figura 1.4.1 y se explica cada una a continuación:

- Caso (a): ambos extremos giran libremente con pasadores o bisagras, es decir, articulados.
- Caso (b): un extremo empotrado y el otro libre para girar.
- Caso (c): ambos extremos empotrados.

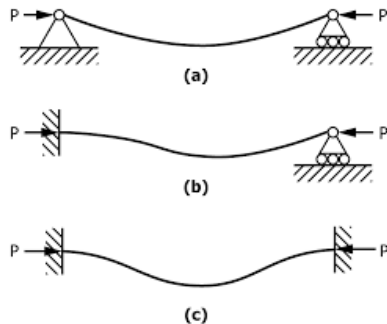


Figura 1.4.1: Condiciones de contorno que existen en el fenómeno de pandeo [9]

## 1.5 Metodología

La metodología que se utilizó en este proyecto consta de una combinación de actividades de investigación teórica, fabricación del equipo y pruebas experimentales. De esta forma, se tiene que las acciones a realizar durante este proyecto son las siguientes:

- 1) Especificar los requerimientos técnicos y operativos iniciales del banco de experimentos.
- 2) Revisar material teórico sobre la inestabilidad en columnas y sus condiciones de contorno.
- 3) Revisar normas nacionales e internacionales aplicables a los ensayos de pandeo.
- 4) Revisar diseños existentes y entregar una propuesta de diseño para el banco de ensayos.
- 5) Seleccionar los materiales y componentes adecuados para la construcción del banco.
- 6) Seleccionar las columnas para realizar pruebas, especificando el tipo de perfil y dimensiones.
- 7) Realizar cálculo teórico previo para definir las cargas necesarias para llegar al pandeo.
- 8) Fabricar y ensamblar las partes del banco siguiendo el diseño especificado.
- 9) Realizar pruebas preliminares de funcionamiento y ajuste.
- 10) Comparar los resultados de las pruebas preliminares con los resultados teóricos.
- 11) Analizar los resultados obtenidos y compararlos con teorías y modelos existentes para validar el correcto funcionamiento del banco de experimentos.
- 12) Crear documentación detallada para la operación segura y efectiva del banco.
- 13) Incluir procedimientos de mantenimiento y calibración.
- 14) Redactar el informe final de la Memoria de Título.

## CAPÍTULO 2: Marco Teórico






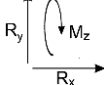
El presente informe se enmarca en el área de la Mecánica de Sólidos y Materiales, ya que el objetivo principal es diseñar un banco de ensayos para el estudio de pandeo en columnas. Por esta razón, es que se abordan los conceptos más importantes del área vitales para el desarrollo del proyecto.

### 2.1 Condiciones de contorno o extremo en análisis estructural

Las condiciones de extremo o también conocidas como condiciones de contorno en análisis estructural se refieren a la forma en que se conectan los elementos estructurales, ya sean enlaces, ligaduras o apoyos. Estas conexiones son dispositivos que restringen de alguna manera los movimientos del sistema estructural y permiten la transmisión de esfuerzos [10].

En el caso de las columnas, y específicamente en el estudio de pandeo de columnas, las condiciones de contorno se enfocan en el tipo de apoyo a través del cual se conecta la barra. De esta manera, los apoyos tienen por objetivo restringir los desplazamientos en alguno de los ejes en los que está ubicado. Así, se tiene la Tabla 2.1.1 donde se clasifican los tipos de apoyo según las restricciones respectivas y los grados de libertad que permite cada uno [11]:

**Tabla 2.1.1: Tipos de apoyo estudiados en análisis estructural**

Apoyo	Símbolo(os)	GL	Diagrama
Móvil		Dos	
Articulado		Uno	
Empotrado		Cero	

Para el estudio de pandeo, el análisis se centra en dos tipos de apoyo, que se describen a continuación a partir de la Tabla 2.1.1 y la Tabla C-A 7.1 de la especificación “ANSI/AISC 360-16: Specification for Structural Steel Buildings” [11].

1. Apoyo fijo o articulado: en este caso, el apoyo genera reacciones en ambos ejes, restringiendo la traslación del elemento conectado. A su vez, no genera ningún momento que se oponga a la rotación del elemento, por lo que la columna puede rotar libremente respecto al apoyo articulado. En resumen, impide la traslación, pero permite la rotación del elemento [11].
2. Apoyo empotrado: no posee grados de libertad, ya que genera una reacción en cada uno de los ejes del plano y además genera un momento que impide la rotación de la columna. De este modo, se impide tanto la traslación como la rotación [11].

En el estudio de pandeo en columnas, la combinación de estos apoyos es fundamental para el análisis de la carga que soporta cada estructura y se analizará en detalle en las secciones siguientes.

## 2.2 Fórmula de Euler para pandeo de columnas articuladas

De acuerdo con lo descrito en el libro Mecánica de Materiales de Ferdinand Beer [1], el pandeo en columnas con apoyos de tipo articulados se puede modelar mediante la Fórmula de Euler, o también conocida como Teoría de Euler, que fue bautizada en honor al matemático suizo Leonhard Euler.

La Teoría de Euler se basa en 4 suposiciones fundamentales, donde se considera que la pieza es completamente recta y no presenta tensiones residuales, el material es perfectamente elástico lineal y la carga crítica de pandeo está perfectamente centrada. Es fácil notar que solo son hipótesis, ya que llevarlas a la práctica es imposible debido a las imperfecciones de los sistemas constructivos y de los procesos de fabricación de los materiales [12].

La deducción de la Fórmula de Euler comienza a partir de los diagramas de cuerpo libre mostrados en la Figura 2.2.1, donde se analiza la columna desde el extremo A hasta el punto Q de la curva elástica, ambos marcados en los diagramas. De esta manera, al considerar el equilibrio en el segundo diagrama, se tiene que  $M = -Py$ , donde  $y$  corresponde a la deflexión lateral de la columna según el sistema de referencia marcado en los esquemas [1], con lo que se obtiene la ecuación (1) que describe el comportamiento de la columna.

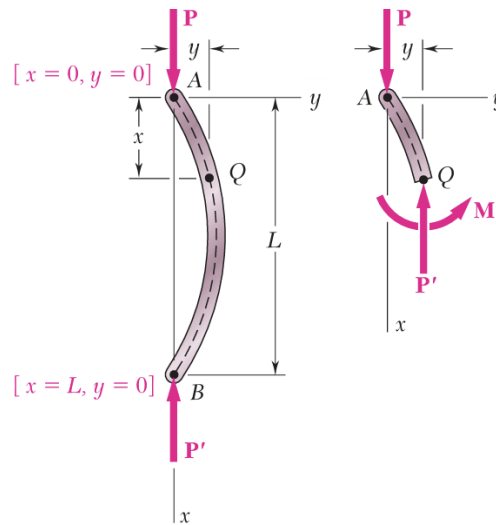


Figura 2.2.1: Diagramas de cuerpo libre para deducir la Fórmula de Euler [1]

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{P}{EI}y = 0 \quad (1)$$

Es una ecuación diferencial lineal, homogénea y de segundo orden semejante a la ecuación del movimiento armónico simple, que tiene como solución lo expresado en la ecuación (2) [1]:

$$y = A \sin px + B \cos px \quad (2)$$

Aplicando las condiciones de contorno en ambos extremos, donde  $x = 0$  e  $y = 0$ , se tiene que  $B = 0$ . Luego, para el otro extremo, se considera que  $x = L$  e  $y = 0$ , obteniendo que  $A \sin pL = 0$ . Así, resolviendo para  $\sin pL = 0$ , se obtiene la Fórmula de Euler que se muestra en la ecuación (3) [1]:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3)$$

Donde se tiene que  $P_{cr}$  corresponde a la carga crítica de Euler,  $E$  al módulo elástico del material,  $I$  al momento de inercia de la sección transversal de la columna y  $L$  es la longitud de la columna.

Es importante destacar, que el pandeo de la columna ocurre perpendicular al eje con el menor momento de inercia  $I$  de la sección transversal. En el caso de una sección circular o cuadrada, la deflexión puede ocurrir con respecto a cualquier eje. Por otra parte, se tiene que dicha inercia se puede calcular como dicta la ecuación (4) a partir del área de la sección transversal  $A$  y el radio de giro  $r$ , que además sirve para calcular el esfuerzo crítico de pandeo  $\sigma_{cr}$  como indica la ecuación (5):

$$I = Ar^2 \quad (4)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EAr^2}{AL^2} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (5)$$

Siendo  $L/r$  la relación de esbeltez  $\lambda$  de la columna [1]. Es clave destacar, que esta fórmula solo se aplica a columnas esbeltas, es decir, a columnas que cumplan con la ecuación (6):

$$\lambda > \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (6)$$

### 2.3 Fórmula de Euler para columnas con otras condiciones de extremo

Es clave destacar que el procedimiento anterior es aplicable solo a columnas articuladas en ambos extremos, por lo que se extiende su uso para otras condiciones. Cuando se tiene una columna con ambos extremos empotrados, se realiza el análisis a partir del diagrama adjunto en la Figura 2.3.1a, de donde se obtiene que la carga crítica se calcula de forma equivalente al caso explicado en la sección 2.2 cuando los extremos están articulados, pero esta vez utilizando una longitud efectiva de la mitad de la longitud de la columna. Por otro lado, cuando se tiene una columna articulada en un extremo y empotrada en el otro, se analiza a partir de los diagramas de cuerpo libre mostrados en la Figura 2.3.1b. Así, para este caso se obtiene que la longitud efectiva equivalente es 0,7 veces la longitud real de la columna en estudio para aplicar la teoría de Euler.

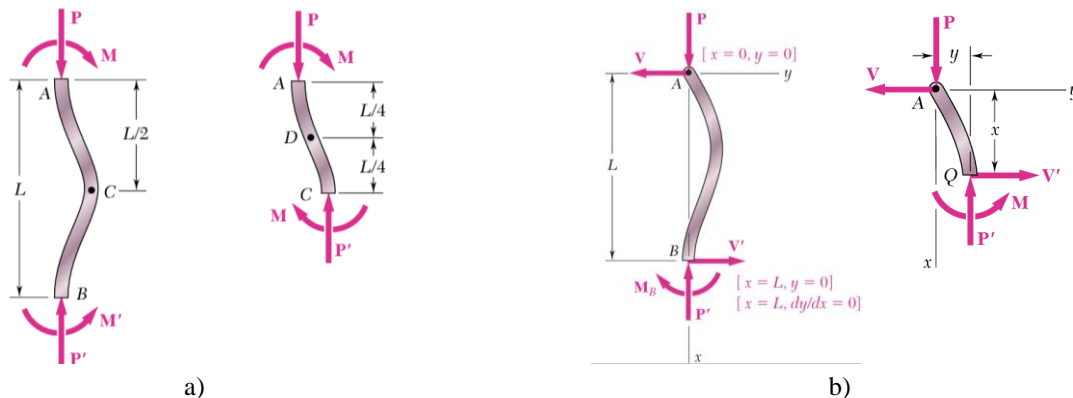
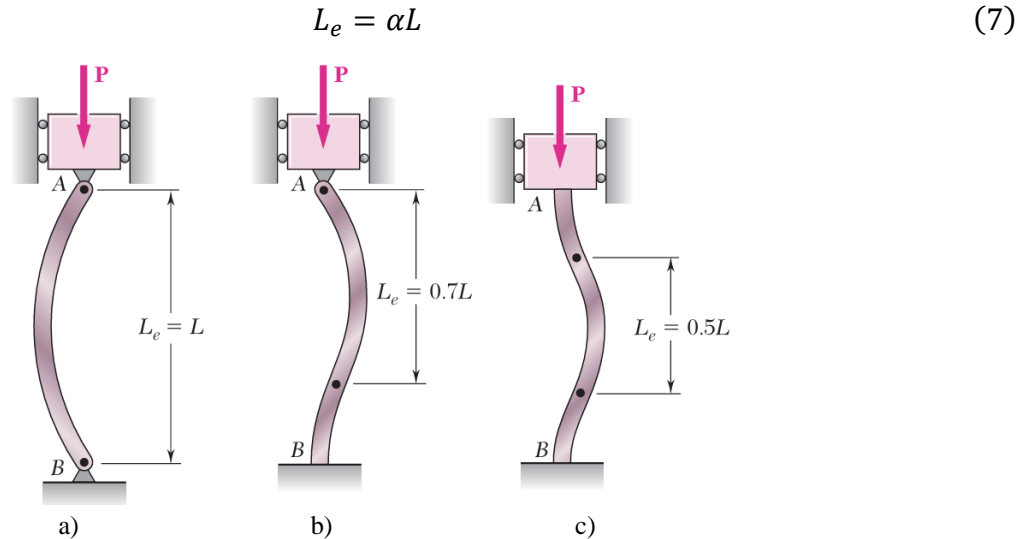


Figura 2.3.1: Diagramas para obtener la longitud efectiva. a) Empotrado-empotrado. b) Articulado-empotrado [1]

De este análisis, surgió una nueva variable denominada longitud efectiva  $L_e$ , que consiste en un factor  $\alpha$  que multiplica a la longitud real de la barra esbelta como indica la ecuación (7) y sus valores para condición se aprecian en la Figura 2.3.2



**Figura 2.3.2: Valores de longitud efectiva para cada condición. a) Articulado-articulado. b) Articulado-empotrado. c) Empotrado-empotrado [1]**

Así, se reescribe la “Fórmula de Euler” en la ecuación (8) para aplicarse en cada uno de los casos:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L_e)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(\alpha L)^2} \quad (8)$$

De esta manera, se reformula también la ecuación (5) de esfuerzo crítico para obtener la ecuación (9) que incorpora la longitud efectiva  $L_e$  de la columna.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/r)^2} = \frac{\pi^2 E}{(\alpha L/r)^2} \quad (9)$$

## 2.4 Propiedades mecánicas y geométricas

Dentro del cálculo de carga crítica usando la teoría de Euler, se utilizan varias propiedades mecánicas y geométricas de las columnas que afectan directamente la resistencia del elemento a sufrir pandeo. A continuación, se explican las propiedades generales que afectan la inestabilidad de las columnas.

**Módulo de Young o de elasticidad ( $E$ ):** es un parámetro que caracteriza el comportamiento de un material elástico según la dirección en que se aplique una carga. Se puede obtener empíricamente a partir de ensayos de tracción y varía dependiendo el material [13]. Determina la rigidez del material, es decir mientras mayor sea este valor, más rígido será el material y por ende es más difícil deformarlo.

**Momento de inercia ( $I$ ):** es la medida de la inercia rotacional de un cuerpo, es decir, la resistencia que opone el cuerpo a rotar. Depende de la geometría de la sección transversal del elemento y sus dimensiones. Su valor varía dependiendo del eje donde se calcule la inercia.

Radio de giro ( $r$ ): es una propiedad de una sección determinada que describe su distribución alrededor de un eje. Entrega una distancia única y efectiva desde el eje de rotación, en la que, si toda el área estuviera concentrada, su momento de inercia sería el mismo que el del cuerpo real [14]. Depende del área y la inercia de la sección según indica la ecuación (4), es decir, de su geometría.

Radio de esbeltez ( $\lambda$ ): relaciona el largo de la columna y la geometría de la sección transversal usando el radio de giro. Se calcula según la ecuación (10) y afecta directamente el cálculo de carga crítica, ya que de esto depende si la columna se considera como columna corta o esbelta.

$$\lambda = \frac{L}{r} \quad (10)$$

## 2.5 Tipos de carga

Al principio del capítulo 2.2 se enfatizó que la “Teoría de Euler” solamente se aplica cuando la carga se ejerce precisamente en el centro de la columna, lo que se denomina carga concéntrica.

Pero, también existe el caso donde la carga se aplica con cierta separación desde el eje de la columna, distancia que se conoce como excentricidad [1]. En este caso, se denomina a dicha fuerza como carga excéntrica, y para poder realizar el análisis de pandeo se reemplaza dicha carga por una fuerza concéntrica adicionada a un momento de magnitud igual a la carga por la excentricidad, tal como muestra la Figura 2.5.1. Donde, a partir de dicho diagrama, se obtiene la ecuación (11) del esfuerzo máximo  $\sigma_{m\acute{a}x}$  al que se somete la columna debido a la carga excéntrica.

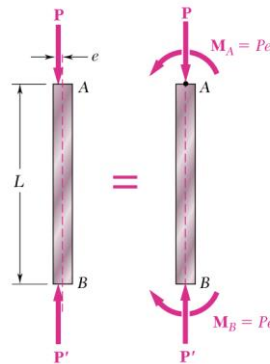


Figura 2.5.1: Modelo de carga excéntrica para pandeo [1]

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} + \frac{M_{m\acute{a}x}c}{I} \quad (11)$$

Donde  $c$  corresponde a la distancia desde el eje neutro de la columna hasta el punto donde el momento flector  $M$  se maximiza. Luego, se obtiene la ecuación (12) que permite calcular el esfuerzo máximo de otra manera:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} \left[ 1 + \frac{ec}{r^2} \sec \left( \sqrt{\frac{P L}{EI}} \frac{L}{2} \right) \right] \quad (12)$$

## 2.6 Cálculo de error en experiencias múltiples

Dado que se espera realizar diferentes ensayos para una misma condición, es útil realizar el cálculo del error de experiencia múltiple de la experiencia con el fin de evaluar la precisión de las mediciones realizadas, considerando la ecuación (13), donde  $\varepsilon$  corresponde al error [15]:

$$\varepsilon = \frac{ts}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

Siendo  $n$  la cantidad de datos,  $t$  la distribución de la  $t$  de student que se obtiene de la tabla de distribución  $t$  adjunta en el Anexo B, que depende de la probabilidad usada para el cálculo de error y de los grados de libertad  $GL$  con los que se trabaje, que corresponde a la ecuación (14). A su vez,  $s$  es la desviación estándar, que se calcula como muestra la ecuación (15):

$$GL = n - 1 \quad (14)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (15)$$

De esta manera, se obtiene el valor medido como indica la expresión (16) considerando  $\bar{x}$  como el promedio de las mediciones.

$$x = \bar{x} \pm \varepsilon \quad (16)$$

## CAPÍTULO 3: Estado del arte

### 3.1 Diseño y construcción de un banco de prueba para determinar carga crítica de miembros esbeltos cargados axialmente a compresión [16]

En el Proyecto de Grado titulado “Diseño y construcción de un banco de prueba para determinar carga crítica de miembros esbeltos cargados axialmente a compresión” [16] presentado por Félix Mendoza González en la Universidad de Los Andes de Bogotá, se realizó el diseño y la posterior construcción de un banco de prueba que permitió la determinación de la carga crítica de pandeo de una columna. Además, el funcionamiento del diseño planteado fue validado para diferentes condiciones requeridas.

Antes de comenzar el diseño como tal, se revisó de forma teórica la carga crítica para columnas con diferentes secciones transversales y de diferentes materiales. Dados los resultados, se apreció que se requería una carga excesiva para lograr el pandeo en las diversas geometrías y materiales, por lo que se restringió el diseño del banco para columnas fabricadas con aluminio y solo tres tipos de secciones transversal. En este caso, se decidió usar secciones rectangulares (pletinas), cuadradas (barras) y circulares (tubos), con una longitud de 0,9 [m].

El banco de ensayos diseñado tuvo como condición que se pudieran simular tres condiciones de borde diferentes: apoyos empotrados, apoyos articulados y apoyo empotrado – apoyo articulado. De esta forma, se seleccionaron columnas con las geometrías mencionadas anteriormente con las dimensiones e inercias mostradas en la Tabla 3.1.1.

**Tabla 3.1.1: Propiedades geométricas de las columnas escogidas [16]**

Referencia	Sección	Dimensiones [mm × mm]	Momento de Inercia [m <sup>4</sup> ]
P-001	Rectangular	12,70 × 1,58	4,2 · 10 <sup>-12</sup>
P-003	Rectangular	12,70 × 3,17	3,4 · 10 <sup>-11</sup>
P-008	Rectangular	15,87 × 3,20	4,3 · 10 <sup>-11</sup>
P-012	Rectangular	19,05 × 3,17	5,1 · 10 <sup>-11</sup>
P-016	Rectangular	25,40 × 1,60	8,7 · 10 <sup>-12</sup>
P-018	Rectangular	25,40 × 3,17	6,1 · 10 <sup>-11</sup>
C-001	Cuadrada	6,35 × 6,35	1,4 · 10 <sup>-10</sup>
TC-002	Circular	7,91 × 1,01	1,3 · 10 <sup>-10</sup>

A partir de las propiedades de los perfiles, se pudo calcular la carga crítica de Euler para cada una de ellas. En este caso, era necesario conocer las cargas de diseño mínimas y máximas para el banco de pruebas, por lo que se decidió utilizar el software “MDSolid 2.5 Mechanics of Deformable Solids Software” para la pletina P-001, que era la que requería menor carga, y el perfil cuadrado C-001 que era el elemento más resistente. Ambos cálculos se realizaron para las condiciones más desfavorables en cada caso, obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 3.1.2 a partir del software mencionado.

**Tabla 3.1.2: Resultados de las cargas de diseño máxima y mínima con software [16]**

Perfil	Condiciones de contorno	$P_{cr}$ [N]
P-001	Articulado – articulado	3,5
C-001	Empotrado - empotrado	455,7

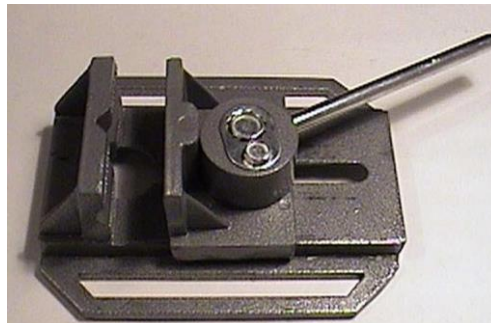
Considerando las condiciones de diseño realizó el diseño del banco. Se propuso una estructura de fácil fabricación y bajo costo. El diseño estaba compuesto por 4 varillas guías unidas en sus extremos a dos placas de acero por medio de uniones roscadas, tal como se aprecia en la Figura 3.1.1.



**Figura 3.1.1: Diseño propuesto para el banco de prueba [16]**

Las varillas guías se diseñaron con una altura de 1,3 [m], acopladas en la parte inferior a una placa de acero cuadrada de  $20 \times 20 \times 2,5$  [cm], y en la parte superior a una pletina de  $1/8$  [pulg] de espesor. Entre ambas placas, se colocó una tercera placa móvil fabricada con HDPE guiada por las varillas, la que fue utilizada para colocar las masas calibradas sobre ella y además para simular las condiciones de apoyo requeridas en cada ensayo.

Una vez planteado el diseño, se realizó el cálculo de los componentes del sistema para definir sus dimensiones exactas, analizando cargas estáticas, de impacto, pandeo sobre las varillas, resistencia en los empotramientos y la resistencia de cada placa. Cuando se tuvo certeza de que la estructura resistía, se incorporaron los accesorios que permitirían simular las condiciones de apoyo para los ensayos de pandeo. En este caso se utilizaron prensas de cierre rápido como se aprecia en la Figura 3.1.2



**Figura 3.1.2: Prensa de cierre rápido para simular condiciones de contorno [16]**

Una vez fabricado el banco de pruebas, se realizaron las experiencias con las diferentes columnas seleccionadas, donde se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 3.1.3 para cada condición de contorno y los errores obtenidos entre la carga teórica y la experimental.

**Tabla 3.1.3: Comparación de resultados teóricos y experimentales [16]**

Referencia	Extremos articulados			Articulado - empotrado			Extremos empotrados		
	$L_e = 0,9 m$			$L_e = 0,63 m$			$L_e = 0,45 m$		
	$P_{cr,teo}$ [N]	$P_{cr,exp}$ [N]	Error [%]	$P_{cr,teo}$ [N]	$P_{cr,exp}$ [N]	Error [%]	$P_{cr,teo}$ [N]	$P_{cr,exp}$ [N]	Error [%]
P-001	3,5	3,5	0,0	7,2	4,8	<b>34,0</b>	14	14	0,0
P-003	28,3	21,3	24,9	57,8	44	23,9	113,4	96,8	14,6
P-008	36,4	32,8	9,9	74,4	58,8	21,0	145,7	107,5	26,2
P-012	42,5	35	17,6	86,8	75	13,6	170,1	146	14,2
P-016	7,3	7,3	0,7	14,9	14,8	1,0	29,2	31,3	-7,0
P-018	56,7	50,0	11,9	115,7	105,2	9,1	226,8	161,5	28,8
C-001	113,3	86,5	23,5	231,3	178,8	22,7	453,4	-	-
TC-002	92,3	97,45	5,6	232,5	207,3	10,9	455,7	-	-

Se analizaron los resultados, comparando el valor teórico de la carga crítica y el valor experimental medido, de lo que se obtuvo un error promedio general de 13% y un error máximo del 34%. De esto, se concluyó inicialmente que el experimento era de baja exactitud, pero que ayudaba a entender de mejor forma las diferencias entre la teoría y la práctica, que era uno de los objetivos principales.

Luego, se cerró la investigación analizando que el error obtenido en la experiencia se debía en gran parte a imperfecciones inherentes a la realidad, donde se mencionan los defectos en las columnas y su fabricación, presencia de excentricidad para aplicar la carga, la imposibilidad de tener una columna perfectamente recta, junto a posibles desalineamientos entre las placas de la estructura. Finalmente, se concluye que el banco de pruebas diseñado es un buen instrumento para determinar de forma aproximada los valores de carga crítica en columnas.

Esta investigación demostró que es posible diseñar y fabricar un banco de ensayos desde su origen, presentando una idea de diseño interesante. Se valoró realizar un diseño similar al propuesto en esta sección, pero se desestimó debido a que el movimiento de la placa móvil que transmite la carga no asegura el alineamiento de la fuerza, lo que puede generar excentricidades y modificar los resultados.

### **3.2 Elaboración de una guía práctica para estudio de pandeo bajo la norma ASTM E9-89a [8]**

La Tesis de Grado presentada por Diego Amancha en la Universidad Técnica de Ambato denominada “Estudio de pandeo bajo la norma ASTM E9-89 para elaborar la guía práctica en los laboratorios de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica de la Universidad Técnica de Ambato”, se aborda el diseño y la construcción de un sistema mecánico para la realización de pruebas de compresión de materiales metálicos a temperatura ambiente, así como la implementación de un sistema electrónico dedicado al monitoreo del comportamiento de las probetas.

Dentro del estudio, se explicó exhaustivamente conceptos claves que giran en torno al pandeo junto a la norma ASTM E9-89, de la cual se obtuvo el tipo de columnas para ensayar, métodos de cálculo, consideraciones de carga y condiciones de empotramiento en los extremos. A partir de esto, se entregaron una serie de columnas rectangulares de tipo lámina y algunas secciones circulares con variadas longitudes y dimensiones de la sección para realizar los ensayos de compresión.

El procedimiento que se utilizó como base para la confección de la guía de laboratorio se basó en la norma E9-89a, definiendo las siguientes etapas:

1. Medir el ancho y espesor, o diámetro según el tipo de sección, utilizando un micrómetro que garantice la precisión de la medición según las dimensiones de la probeta,
2. Limpiar los extremos de la muestra y los bloques de fijación con acetona u otro fluido que permita quitar las grasas y el aceite.
3. Lubricar las superficies que puedan ejercer fricción y afectar los resultados.
4. Instalar la pieza de modo que se garantice la aplicación de las cargas de forma concéntrica. Para los apoyos laterales, se deben ajustar según las recomendaciones dadas por el fabricante.
5. Se selecciona un rango de carga – deformación, donde se debe escoger un intervalo de carga de la máquina de ensayo en el cual la carga máxima sea al menos un tercio de este rango.
6. Los dispositivos utilizados para medir la tensión deben cumplir con los requisitos de la clase aplicable de extensómetro expuestos en la norma ASTM E83.
7. Ajustar la velocidad de prueba de la máquina. Para las máquinas equipadas con pruebas de deformación, se ajusta la máquina para tensar la muestra a una tasa de  $0,005 [(in/in)/min]$ . Para otras máquinas, se debe revisar en detalle esta variable y modificarla según corresponda.
8. Una vez que se instaló la probeta y el dispositivo de medición, ya sea que mida presión o deformación, se activa el dispositivo de grabación para iniciar la prueba a la tasa definida.
9. Se deben obtener de la pieza en bruto el número de muestras para ensayar que sea suficiente para cumplir con los requisitos que indique el propósito de la prueba, o según las partes implicadas.
10. Se deben tomar las precauciones correspondientes utilizando un dispositivo de protección, ya que existen dos peligros principales: fractura de la probeta, que hará que las piezas sean expulsadas como metralla, y, en el caso de los ensayos sin apoyo lateral, las muestras se pueden doblar elásticamente y volar del lugar de la prueba. Para prevenir ambas situaciones, se debe mantener instalado un dispositivo de protección.

Luego, se ahondó en el tipo de informe que se elabora cuando se realizan pruebas bajo la norma ASTM E9-89a, los sistemas de medición, control, precisión y sesgo.

Esta guía muestra varios aspectos que se deben considerar para los ensayos de pandeo, en especial los requerimientos de seguridad. A su vez, demuestra que es complejo cumplir en su totalidad lo descrito en la norma cuando se desea diseñar y fabricar un nuevo banco de ensayos, ya que presenta requerimientos de precisión que solo se pueden cumplir con equipos de alto costo económico. Dado esto, se buscó cumplir con la mayor cantidad de condiciones de la norma ASTM E9-89a.

### **3.3 Análisis de variables que influyen sobre el pandeo en columnas de un mismo material [17]**

En el artículo nombrado “Ensayo de Pandeo (Buckling test)” [17] publicado por Andrea Camargo y Karen Lorena, junto a varios autores, se realizaron ensayos de compresión a columnas de un mismo material con diferentes longitudes y secciones. A partir de los ensayos de laboratorio realizados, se esperaba conocer cuáles eran los factores que más influían para que un elemento se pandee.

Se definió teóricamente la ecuación de Euler y todas las variables que se involucran en dicha teoría, para luego realizar los ensayos. Se utilizaron tres columnas clasificadas según su longitud como pequeña, mediana y alta, las cuales se pueden apreciar en la Figura 3.3.1.



**Figura 3.3.1: Columnas utilizadas para el ensayo de pandeo [17]**

Las columnas fueron fabricadas con Icopor, o también conocido como poliestireno expandido. Este material posee un módulo de elasticidad  $E$  de  $0,0016 \text{ kN/mm}^2$  y las dimensiones de las columnas eran las mostradas en la Tabla 3.3.1 junto a sus propiedades geométricas.

**Tabla 3.3.1: Dimensiones y propiedades geométricas de las columnas utilizadas [17]**

Referencia	Dimensiones [cm × cm]	Longitud [cm]	Área [cm <sup>2</sup> ]	$I_x$ [cm <sup>4</sup> ]	$I_y$ [cm <sup>4</sup> ]	$r$ [cm]
Alta	10 × 10	40	100	833	833	2,89
Mediana	10 × 5	25	50	104	417	1,44
Pequeña	10 × 10	10	100	833	833	2,89

Asimismo, la máquina presentaba dos apoyos articulados, por lo que el valor de longitud efectiva alcanzaba un valor de 1, ya que se impedía la traslación mas no la rotación. Luego, utilizando como referencia las secciones transversales de las tres columnas mencionadas en la Tabla 3.3.1 se calculó la carga crítica para distintas longitudes, obteniendo los valores mencionados en la Tabla 3.3.2

**Tabla 3.3.2: Valores de carga crítica para diferentes alturas de cada columna [17]**

	Alta	Mediana	Baja
Longitud [cm]	$P_{cr}$ [kN]	$P_{cr}$ [kN]	$P_{cr}$ [kN]
0,667	29,61	3,70	29,61
1,333	7,40	0,93	7,40
2,000	3,29	0,41	3,29
2,667	1,85	0,23	1,85
3,333	1,18	0,15	1,18
4,000	0,82	0,10	0,82

Posteriormente, se calculó para valores de longitud distintos, de modo que se obtuvo el gráfico mostrado en la Figura 3.3.2 donde se aprecia la variación del esfuerzo crítico de pandeo con respecto a la relación de esbeltez para cada una de las 3 columnas ensayadas.

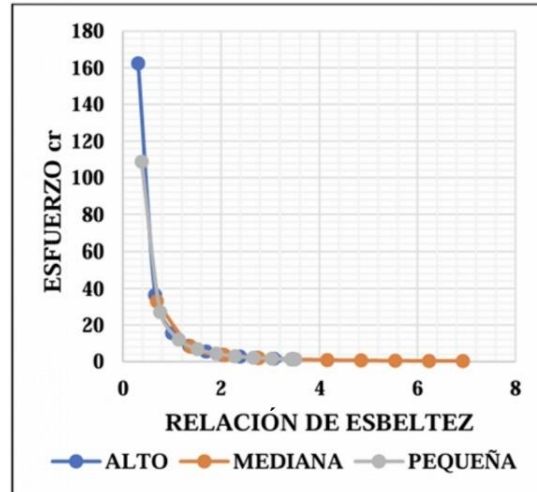


Figura 3.3.2: Curvas de Esfuerzo Crítico de pandeo vs Relación de esbeltez [17]

Se apreció que las columnas altas y mediana tenían formas de curva semejantes dada las dimensiones de su sección transversal que coincidían. Por otro lado, se realizaron los ensayos de compresión a cada columna, resultando el gráfico adjunto en la Figura 3.3.3.

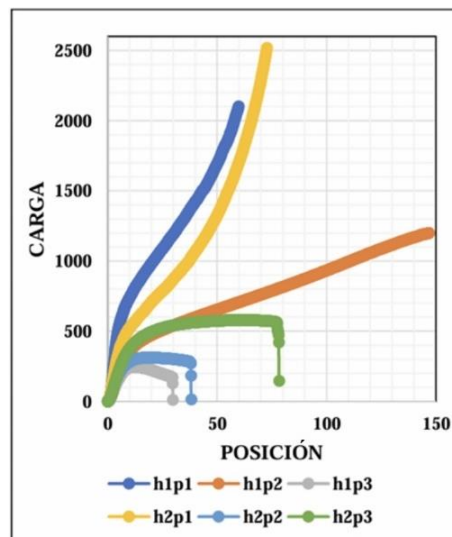


Figura 3.3.3: Resultados de los ensayos de compresión sobre las 3 columnas [17]

Se destacó la importancia del radio de esbeltez por sobre el radio de giro, dado que incluye la longitud de la columna. Esto se debe a que, al usar dos columnas con secciones transversales idénticas, se pudo notar que la longitud era el principal factor que influía sobre la carga obtenida. Finalmente, se invirtió la ecuación de carga crítica como se muestra a continuación, con la finalidad de analizar si el factor de longitud efectiva  $K$  era el correcto utilizando la ecuación (17).

$$K = \frac{\sqrt{\pi^2 \cdot E \cdot I}}{P_{cr(experimental)} \cdot L} \quad (17)$$

De esta manera, se obtuvieron valores del factor  $K$  a partir de cada uno de los ensayos, con lo que se calculó un factor promedio de 0,466, muy cercano al valor de 0,5 que corresponde a la situación en

donde la columna está empotrada en ambos extremos. Así, se determinó que en la práctica la máquina de compresión entregó dos apoyos que impidieron tanto rotación como traslación.

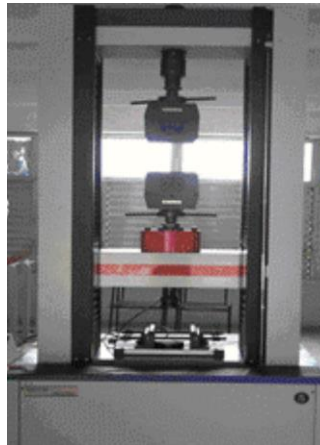
La investigación analizada en esta sección, respalda la teoría de Euler, demostrando que la carga crítica de pandeo disminuye para columnas más largas o de menor inercia. A su vez, permitió analizar como las propiedades geométricas de las secciones transversales afectan al pandeo, aunque se apreció que era más útil analizar todas las columnas con la misma sección.

### **3.4 Procedimiento para realizar ensayos de pandeo [18]**

El artículo llamado “Un procedimiento para realizar los ensayos de pandeo” [18] publicado en conjunto por Pavel Michel Almaguer-Zaldivar y Hortensia Santiago-Cuenca de la Universidad de Holguín en Cuba tuvo como propósito entregar las directrices para realizar un ensayo de pandeo.

En principio, se destacó la importancia de la realización de ensayos mecánicos para verificar experimentalmente los resultados obtenidos de forma analítica. La finalidad de estos ensayos es determinar las propiedades mecánicas del material, fundamentales para caracterizar los diferentes tipos de materiales existentes. En primer lugar, se analizaron investigaciones previas que obtuvieron resultados experimentales con buena correspondencia respecto a los resultados analíticos.

Luego, se comenzó a plantear el procedimiento para realizar ensayos de pandeo sobre columnas utilizando la Máquina Universal DNS- 200 que llegó durante el año 2010 a la Universidad y que se muestra en la Figura 3.4.1. Dicho equipo, además servía para realizar ensayos de tracción, compresión y flexión en tres puntos. Para realizar otro tipo de ensayos, era necesario diseñar y fabricar nuevos dispositivos adecuados para la situación que se quiere probar, como el caso de los ensayos de pandeo.



**Figura 3.4.1: Máquina DNS-200 utilizada para realizar ensayos de pandeo [18]**

El equipo contaba con un cabezal fijo en la parte superior y uno inferior que era donde se ubicaba la celda de carga. En la parte inferior, era posible intercambiar el punzón según el tipo de ensayo que se quería realizar. Dado que la máquina no estaba diseñada para realizar ensayos de pandeo, se debió diseñar los dispositivos necesarios que permitieran simular las diferentes condiciones de contorno a las que se debían someter las columnas en los ensayos de pandeo y que son fundamentales para obtener

la carga crítica. Los dispositivos mostrados en la Figura 3.4.2a simulan el empotramiento de la barra, mientras que las piezas presentadas en la Figura 3.4.2b se comportan como apoyos articulados.

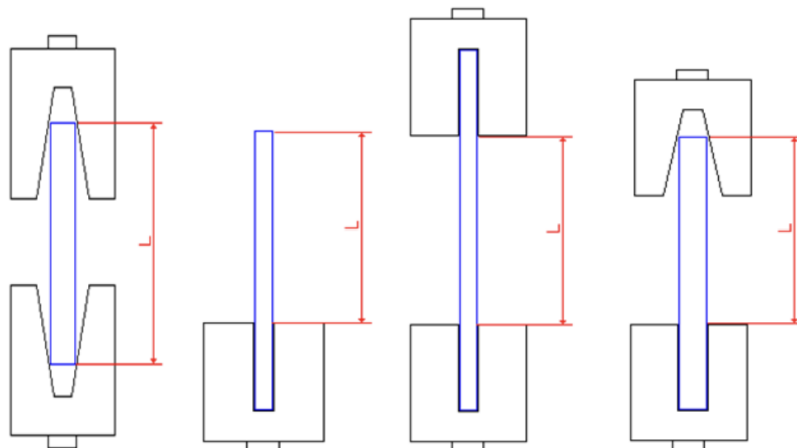


**Figura 3.4.2: Dispositivos diseñados para simular las condiciones de contorno en la máquina [18]**

Mediante la combinación de estos dispositivos, se pudieron simular las situaciones mostradas anteriormente en la Figura 2.3.2. En este caso, estos implementos junto a la máquina DNS-200 limitaron el tamaño de las probetas que se podían ensayar:

- Base de la sección transversal: debe ser 60 [mm], que coincide con el diámetro de los dispositivos y asegura que la columna se apoye sobre todo el elemento.
- Altura máxima de la sección transversal: depende del ancho de las ranuras mostradas en la Figura 3.4.2 y que en este caso correspondía a 10 [mm].
- Altura mínima de la sección transversal: puede llegar hasta 1 [mm], a pesar de ser menor que el ancho de las ranuras para apoyar las probetas. Si se ensayan muestras con altura menor a 10 [mm] se deben calzar las mismas en las zonas de apoyo para lograr la sujeción.
- Longitud de la probeta: 500 [mm] ya que garantiza el desplazamiento del cabezal móvil.

Vale decir que se midió la longitud de las columnas descontando los extremos que se encontraban apoyados en los dispositivos que simulan las condiciones de borde, como muestra la Figura 3.4.3.



**Figura 3.4.3: Medición de la longitud de la columna descontando los apoyos [18]**

Luego, se midieron las probetas, se encendió y configuró la máquina con el software TextExpert.NET, se instalaron las columnas y se realizó el ensayo de pandeo con probetas de acero CT3, obteniendo los resultados de la Tabla 3.4.1 para la carga crítica teórica, experimental y el error porcentual.

**Tabla 3.4.1: Resultados obtenidos utilizando la máquina DNS-200 [18]**

Prueba	$P_{cr,teo}$ [N]	$P_{cr,exp}$ [N]	Error [%]
1	40,759	50,219	23,211
2	41,686	49,980	19,896
3	42,513	43,245	1,721
4	42,312	39,141	7,495
<b>Promedio</b>	<b>41,818</b>	<b>45,646</b>	<b>13,081</b>

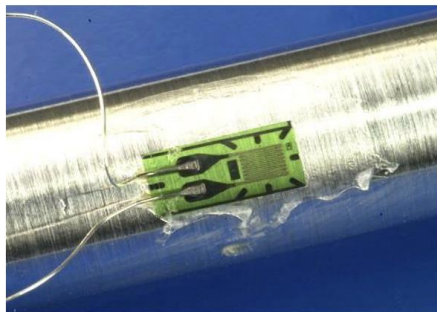
Se concluyó que el error del 13% se podía deber a defectos de las columnas de acero CT3, la forma en que se aplicó la carga y la forma de la barra antes de comenzar el ensayo, por lo que se consideró esta diferencia en los resultados dentro de un rango permisible.

El estudio descrito presenta diseños útiles para la fabricación de los apoyos requeridos en el banco de ensayos y que permitirían cumplir las condiciones de contorno requeridas. En particular, el diseño de los apoyos articulados en este caso se plantea como una opción válida que se puede recrear en el nuevo banco de experimentos. Asimismo, se pudo notar la consideración que se debe tener para medir la longitud de las diferentes columnas antes de realizar un ensayo.

### 3.5 Implementación de galgas extensiométricas para el monitoreo de pandeo en columnas [8]

Retomando la tesis “Estudio de pandeo bajo la norma ASTM E9-89 para elaborar la guía práctica en los laboratorios de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica de la Universidad Técnica de Ambato” presentada por Diego Amancha, se destacó la opción de incorporar un sistema de medición con señales eléctricas por sobre uno con señales mecánicas, debido a su facilidad de transmisión, amplificación, filtrado y manipulación de parámetros.

Dentro del procedimiento que se explicó en la tesis, se detalló que usando la extensimetría se podía medir el esfuerzo que hay en un punto cualquiera de una pieza que se somete a una determinada carga. En este caso, no se mide directamente el esfuerzo, más bien se mide el alargamiento que sufre el elemento y se obtiene el esfuerzo mediante la ley de Hooke que incorpora el módulo elástico del material utilizando la técnica de extensimetría mostrada en la Figura 3.5.1.

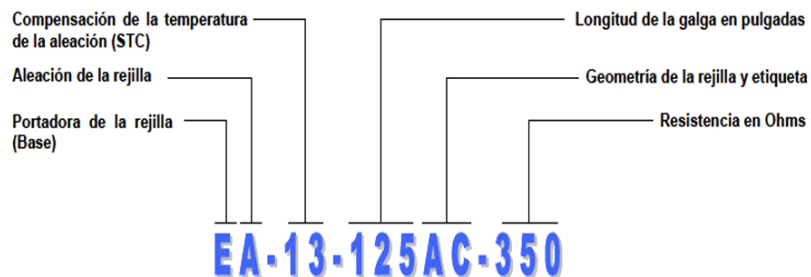
**Figura 3.5.1: Técnica de extensimetría utilizada para determinar esfuerzos sobre una barra [8]**

Las galgas extensiométricas son pequeños sensores capaces de detectar variaciones longitudinales extremadamente pequeñas y convertirlas en variaciones de resistencia medibles. Son utilizadas en la

industria para medir con precisión fuerzas o pesos muy grandes. La galga extensiométrica es un alambre de resistencia, que se pega de manera firme en la superficie del objeto que se desea estudiar. Cuando al objeto se le aplica una fuerza de tensión o compresión, ésta provoca que el objeto se estire o se comprima ligeramente.

Luego de estas definiciones de las galgas, se mencionan varios criterios a tener en consideración, los parámetros de selección, la temperatura de funcionamiento, el tipo de adhesivo, la instrumentación electrónica complementaria, el sistema de adquisición de datos, entre otros aspectos importantes que no se detallarán en el presente informe.

Una vez que se analizaron todos los criterios, se seleccionó la galga ideal considerando la combinación entre el material de la estructura, la galga y el adhesivo que sea compatible para la fijación del elemento en la barra. Así, se decidió utilizar una galga extensiométrica con la designación mostrada en la Figura 3.5.2, que forma parte de la designación estándar de la firma Vishay y RS Amidata.



**Figura 3.5.2: Designación estándar de las galgas extensiométricas de la firma Vishay y RS Amidata [8]**

De esta manera, se definió que la galga se conectaría a un Puente de Wheatstone en configuración de medio puente o puente completo, que le permitía medir el cambio de resistencia de la galga debido al cambio en la longitud de la estructura, en este caso, la columna sometida a pandeo.

La implementación de galgas extensiométricas para medir las deformaciones de las columnas estudiadas plantea la posibilidad de incorporar un sistema de medición que permita obtener la deflexión sufrida por las columnas durante el ensayo de pandeo, a pesar de no contemplarse dentro de los objetivos del proyecto.

### **3.6 Estudio de pandeo en columnas con imperfecciones iniciales y excentricidades de carga [19]**

El artículo titulado “Buckling of elastic columns with initial imperfections and load eccentricity” [19] escrito por Harvey Jr. y Cain, se enfocó en analizar el efecto de las imperfecciones iniciales y las excentricidades de carga sobre el pandeo en columnas elásticas, ya que la Teoría de pandeo de Euler utiliza como supuestos que la columna es perfectamente recta y la carga compresiva se aplica exactamente a través del eje neutro de la sección transversal. En una experiencia real, es prácticamente imposible cumplir con ambos supuestos. Generalmente, ambos factores se analizan por separado.

El objetivo de los autores fue encontrar la combinación de valores de imperfección inicial  $a$  y la excentricidad de carga  $e$  que producía un cambio en el sentido de la curvatura. Así, consideraron el modelo para una columna articulada en ambos extremos mostrado en la Figura 3.6.1, donde se

aprecian los valores de excentricidad e imperfección. Además, se aprecia que para esta condición de borde la deflexión máxima  $\delta$  ocurre en el punto medio de la columna. Así, el modelo se rige según la ecuación (18) similar a la ecuación (1) presentada en la sección 2.2 de este informe. Por su parte, la deflexión  $\delta$  en el punto medio de la columna está dado por la ecuación (19).

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} - Py = -Pa \sin(\pi x/L) - Pe \quad (18)$$

$$\delta = y(L/2) + y_0(L/2) \equiv \frac{a}{1 - P/P_{cr}} + e \left[ \sec\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{P/P_{cr}}\right) - 1 \right] \quad (19)$$

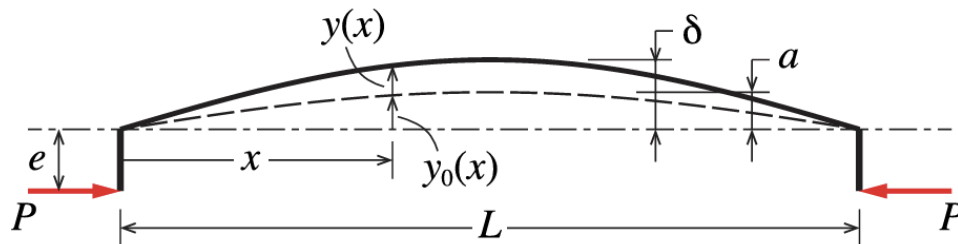


Figura 3.6.1: Modelo para columna articulada con imperfecciones iniciales y sometida a carga excéntrica [19]

Se fabricaron tres columnas esbeltas diferentes de 190,5 [mm] de longitud, mediante impresión 3D utilizando PolyLite PLA. Cada columna tenía un valor de imperfección inicial diferente tal como muestra la Figura 3.6.2. Además, se le fabricaron en sus extremos pequeños filetes que permitieron la aplicación de la carga excéntrica.

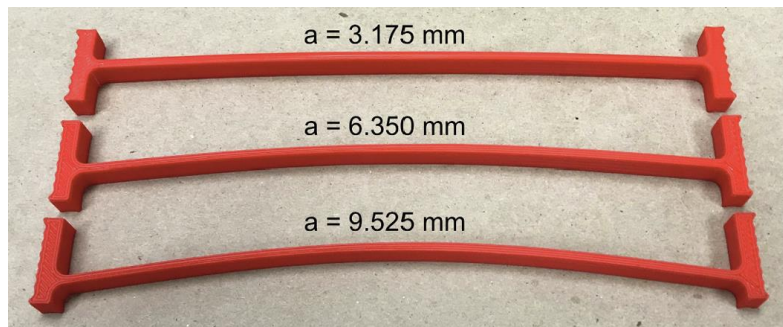


Figura 3.6.2: Columnas fabricadas mediante impresión 3D con imperfecciones iniciales [19]

Se obtuvo teóricamente que el cambio del sentido de la deflexión ocurría cuando  $e/a = -\pi/4$ , mientras que si  $e/a < -\pi/4$  el sentido de la curva lo definía la excentricidad. En el caso opuesto, cuando  $e/a > -\pi/4$ , la imperfección determinaba el signo de la deflexión. Luego de realizar las experiencias correspondientes, se obtuvo que la teoría se cumplía, definiendo el valor de  $-\pi/4$  como el punto crítico donde cambia el sentido, y, por ende, el signo de la deflexión.

Este artículo representa un gran aporte para el análisis de los resultados obtenidos con el banco de ensayos diseñado, ya que mediante la ecuación (19) permite obtener un valor aproximado de la deflexión que se debe obtener en columnas reales que presentan imperfecciones geométricas. Vale decir, que solo es válido para columnas articuladas, por lo que restringe el estudio de la deflexión solo a esa condición de contorno.

## CAPÍTULO 4: Diseño del banco de ensayos

### 4.1 Selección de columnas para ensayar

Antes de comenzar el diseño del banco de ensayos como tal, se tuvo que determinar el tipo de perfiles que se pueden utilizar como elementos de ensayo para determinar la carga de diseño. Considerando lo propuesto en la sección 1.4, se buscó minimizar la carga necesaria para pandear las columnas seleccionadas. De esta manera, se comenzó calculando para perfiles de acero cuadrados, canales y redondos de las series más pequeñas del catálogo de Prodalam [20]. Se apreció rápidamente que no sería posible utilizar perfiles de acero ya sean tubulares, de canal o ángulos, dado que, alcanzan valores de carga crítica bastante elevados debido a sus altos valores de inercia, como se pueden observar en la tabla del Anexo C.

Por lo tanto, se buscaron nuevas opciones de materiales y secciones transversales menos resistentes. A partir de eso, se realizó una búsqueda en la web de barras rectangulares delgadas, conocidas como platinas o pletinas, con distintas dimensiones y materiales. Las pletinas encontradas se incorporaron a una planilla Excel que facilitó la comparación de las variables más importantes. En este caso, como solo se analizaron barras rectangulares, que poseen sección transversal rectangular, se pudo calcular el menor momento de inercia de cada una con la ecuación (20):

$$I = \frac{b \cdot t^3}{12} \quad (20)$$

Donde  $b$  corresponde a la base de la sección rectangular, que sería el lado mayor y equivalente al ancho de la pletina. Por su parte,  $h$  corresponde a la altura de la sección, que coincide con el espesor de la pieza. De esta manera, se obtuvieron las opciones de pletinas mostradas en la Tabla 4.1.1, donde además se aplicaron las ecuaciones (20) y (4) junto a sus propiedades mecánicas.

**Tabla 4.1.1: Columnas encontradas y sus propiedades mecánicas y geométricas**

Material	$b$ [mm]	$t$ [mm]	$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	$r$ [mm]	$E$ [MPa]	$\sigma_y$ [MPa]
Acero	20	3	60	45,0	0,8660	200000	250
Acero	12	3	36	27,0	0,8660	200000	250
Aluminio	12	2,3	27,6	12,2	0,6640	70000	95
Aluminio	19	1,7	32,3	7,8	0,4907	70000	95
Aluminio	19	2,5	47,5	24,7	0,7217	70000	95
Cobre	15	3	45	33,8	0,8660	110000	70

Para diseñar el banco de pruebas, se debía conocer la carga de diseño para este. Por lo tanto, se calculó la carga máxima que se debe ejercer para pandear estas columnas. La carga crítica se maximiza según la ecuación del pandeo de Euler cuando el factor  $\alpha$  es el menor, es decir, cuando su valor alcanza 0,5, equivalente a dos extremos empotrados. Además, se consideró una longitud de 1 [m].

De esta manera, primero se verificó si la columna es esbelta y se puede aplicar la “Fórmula de Euler”, de modo que, se calculó su radio de esbeltez y el valor mínimo de la columna con la ecuación (6), notando que para todas las columnas el valor de esbeltez está por sobre el mínimo requerido, por lo

que es posible aplicar la ecuación de Euler para cada una de ellas. Además, se aplicó la ecuación (8) para obtener la carga crítica de pandeo  $P_{cr}$ , para luego obtener la masa  $m$  que se debe aplicar a cada columna para llegar a dicha carga. Así, se exponen los resultados obtenidos en la Tabla 4.1.2.

**Tabla 4.1.2: Resultados del radio de esbeltez y carga crítica**

Material	$b \times t$ [mm]	$\lambda$	$\lambda_{min}$	$P_{cr}$ [N]	$m$ [kg]
Acero	$20 \times 3$	577,4	88,9	<b>355,3</b>	<b>36,2</b>
Acero	$12 \times 3$	577,4	88,9	213,2	21,7
Aluminio	$12 \times 2,3$	753,1	85,3	33,6	3,4
Aluminio	$19 \times 1,7$	1018,9	85,3	21,5	2,2
Aluminio	$19 \times 2,5$	692,8	85,3	68,4	7,0
Cobre	$15 \times 3$	577,4	124,5	146,6	14,9

Se pudo notar que la pletina de acero de  $20 \times 3$  [mm] es la que necesita una carga mayor para ser pandeada, por lo cual se definió como la carga máxima que se debe ejercer en el banco.

## 4.2 Propuesta inicial

El diseño se basó en la idea mostrada en un video explicativo de lo que es el pandeo de columnas [21], donde se ensayan cuatro columnas a la vez en un mismo banco de experimentos denominado WP 121 y comercializado por Gunt Hamburg [22], el cual se puede observar en la Figura 4.2.1.



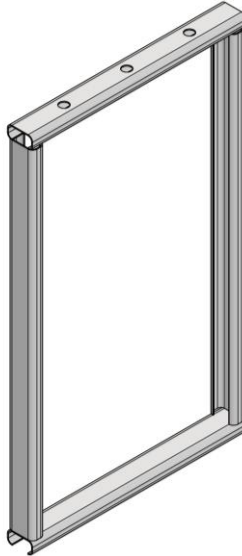
**Figura 4.2.1: Equipo WP 121 de Gunt Hamburg utilizado para demostraciones de pandeo [22]**

Basándose en dicho equipo, se presentó un primer diseño compuesto por los siguientes elementos:

- Estructura tipo marco, encargada de soportar las cargas que se colocarán sobre las columnas. Dentro de esta estructura se deben instalar las columnas para ser ensayadas.
- Apoyos que simulen cada una de las condiciones de extremo, es decir empotrado-empotrado, articulado-empotrado y articulado-articulado.
- Discos de carga que con su peso generarán la fuerza necesaria para pandear la columna.
- Sistema de transmisión de carga. En la parte superior del banco se deben colocar los discos que ejercerán el peso sobre las columnas. Por lo tanto, se debe diseñar un sistema que permita ejercer la carga directamente sobre las columnas y asegurar que sea de forma concéntrica

De esta manera, se buscó diseñar un banco de ensayos que permitiera realizar los ensayos con cada una de las condiciones de borde por separado y en simultáneo. Es decir, se debieron diseñar tres

sistemas independientes dentro del mismo banco de ensayos, por lo que se propuso inicialmente la estructura mostrada en la Figura 4.2.2 para el marco del banco de ensayos.



**Figura 4.2.2:** Estructura tipo marco para el banco de ensayos

### 4.3 Diseño de la plataforma de carga y el sistema de transmisión

En el Laboratorio de Mecánica de Sólidos se tienen discos calibrados que se utilizan en los diferentes equipos, por lo que se buscó utilizar esos mismos discos en el banco para pandeo. Se tienen discos de diferentes tamaños, formas y masas, donde el más pequeño tiene una masa de 100 [g] y el mayor una masa 5 [kg]. En la Figura 4.3.1 se aprecian los discos calibrados de 5 [lb] y un diámetro aproximado de 13 [cm], que se utilizaron como base para el diseño del sistema de transmisión de carga. Otro aspecto importante de los discos de carga es que en el caso de los discos de 5 [lb] tienen una ranura interior de 13 [mm], mientras que los discos más pequeños cuentan con una ranura de 7 [mm].



**Figura 4.3.1:** Discos de carga del Laboratorio de Mecánica de Sólidos

De esta manera, se consideró utilizar discos de un diámetro máximo de 14 [cm], dado que se necesita alcanzar hasta 36,2 [kg] de carga. Debido a lo anterior, es que se decidió ubicar cada par de apoyos del banco de ensayos con esta separación de 15 [cm].

Para aplicar la carga sobre las columnas, se escogió la opción de montar una barra redonda unida a una placa cuadrada que funcionaría como plataforma de carga, en la cual se pueden colocar los discos.

Por otro lado, para permitir el movimiento lineal del conjunto barra-placa, se consideró el rodamiento cilíndrico de ejes lineales LMK16UU [23], que tiene un diámetro interior de 16 [mm] y cuenta con un flange en uno de sus extremos para su montaje. Respecto a la barra redonda, se consideró el eje de acero cromado de 16 [mm] de diámetro y 1500 [mm] [24]. Ambas piezas son comercializadas en conjunto, y por lo general, se venden como un conjunto dado que el eje garantiza una gran precisión en su fabricación, lo que permite un movimiento suave y preciso a través del rodamiento.

Para la plataforma de carga, se consideraron placas cuadradas de  $140 \times 140$  [mm] de 5 [mm] de espesor. Por otro lado, para asegurar que las cargas se apliquen de forma concéntrica sobre la placa, se consideró añadir en la parte superior del eje cromado y a través de la placa un perno espárrago, también conocido como barra roscada o hilo, con un diámetro no mayor a 8 [mm], que es el diámetro de los agujeros de los discos de 100 [g]. De esta manera, se planteó el diseño de la Figura 4.3.2.

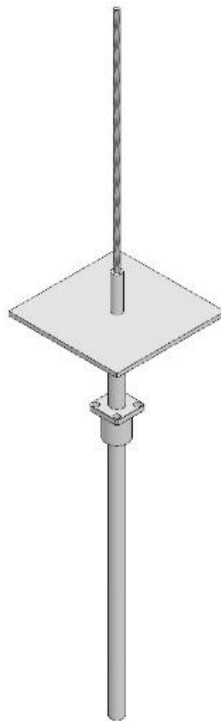


Figura 4.3.2: Diseño del sistema de transmisión de carga

#### 4.4 Cálculo de resistencia de la estructura marco

Para el diseño de la estructura del banco, se consideró como condiciones restrictivas la altura del equipo mayor a 1 [m] dada la longitud de las columnas, y el tamaño de los discos de carga. A su vez, fue necesario definir las cargas que se ejercerían sobre cada una de las piezas del equipo que se diseñó. En este caso, se contempló una carga de trabajo máxima de 36,2 [kg], determinada por la pletina de acero de  $20 \times 3$  [mm] que sería la columna más resistente con la que se podría llegar a trabajar.

Por otro lado, en la sección anterior se detallaron las piezas que se debieron incluir para el correcto funcionamiento del banco de ensayos. De esta manera, se observó que cada uno de estos elementos posee una masa que genera carga sobre la estructura tipo marco.

#### 4.4.1 Determinación de cargas sobre la estructura marco

Para definir las cargas sobre el marco, se cuantificaron las masas de cada componente para sumarlas y obtener la carga de diseño para el banco de ensayos. Vale destacar, que en todos los componentes se consideró la densidad del acero con un valor de  $7860 [kg/m^3]$  [25]. La masa de la placa se obtuvo como muestra la ecuación (21), donde se consideró el uso de acero estructural ASTM A36:

$$m_{placa} = A \cdot t \cdot \rho \quad (21)$$

$$m_{placa} = 140 [mm] \cdot 140 [mm] \cdot 5 [mm] \cdot 7860 [kg/m^3] = 0,770 [kg]$$

La masa del eje y del espárrago se calcularon de forma similar, utilizando nuevamente la densidad del acero. Además, se estimaron las longitudes de cada componente para aplicar las ecuaciones (22) y (23), donde se pueden obtener las masas de cada elemento

$$m_{eje} = \pi \frac{d_{eje}^2}{4} \cdot L_{eje} \cdot \rho = \pi \frac{(16 [mm])^2}{4} \cdot 0,5 [m] \cdot 7860 [kg/m^3] = 0,790 [kg] \quad (22)$$

$$m_{esp} = \pi \frac{d_{esp}^2}{4} \cdot L_{esp} \cdot \rho = \pi \frac{(6 [mm])^2}{4} \cdot 0,33 [m] \cdot 7860 [kg/m^3] = 0,073 [kg] \quad (23)$$

Por su parte, el rodamiento lineal tiene una masa  $m_{rod}$  definida de  $0,104 [kg]$  [23]. Así, finalmente se obtuvo el valor de la carga de diseño.

$$P_{dis} = 37,83 [kg] = 371,14 [N]$$

Se decidió trabajar con una carga de diseño final de  $400 [N]$ , de modo que se le entregara mayor seguridad a la estructura para que se eviten inconvenientes en caso de que se pueda sobrepasar un poco la carga de diseño calculada, ya que las dimensiones anteriores son solo estimativas.

#### 4.4.2 Cálculo de resistencia a la flexión del perfil horizontal superior

Inicialmente, se consideró fabricar el marco del banco de experimentos con vigas de madera, pero esta idea se descartó debido al riesgo de deformaciones por humedad, lo que afectaría el paralelismo requerido. En su lugar, se optó por usar perfiles de acero. Para calcular la resistencia, se utilizó la carga de diseño definida en el capítulo anterior aplicada tres veces sobre la parte superior del banco donde cada una de ellas se aplica en el punto donde se ubica el centro de cada rodamiento. Para calcular inicialmente se propuso un perfil tipo canal, o perfil C, de dimensiones  $40 \times 80 \times 3 [mm]$ , el cual posee las propiedades indicadas en la Tabla 4.4.1, donde  $W$  corresponde al módulo de la sección, también nombrado en la literatura como  $S$ .

**Tabla 4.4.1: Propiedades geométricas del perfil C  $40 \times 80 \times 3 [mm]$  [20]**

Perfil	Área [ $cm^2$ ]	$I_x [cm^4]$	$W_x [cm^3]$	$I_y [cm^4]$	$W_y [cm^3]$
C $40 \times 80 \times 3 [mm]$	4,44	43,22	10,89	6,94	2,94

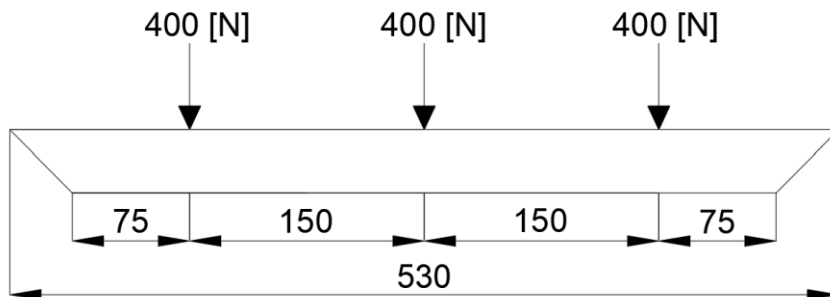
Luego de analizar las propiedades del perfil, se examinó la dificultad que existía para ensamblar los perfiles tipo C mediante soldadura y armar la estructura soportante del banco, por lo que se decidió

utilizar un nuevo tipo de perfil, en este caso, un perfil tipo costanera de las mismas dimensiones, que tiene las propiedades mostradas en la Tabla 4.4.2.

**Tabla 4.4.2: Propiedades geométricas del perfil costanera  $40 \times 80 \times 15 \times 3$  [mm] [20]**

Perfil	Área [ $cm^2$ ]	$I_x$ [ $cm^4$ ]	$W_x$ [ $cm^3$ ]	$I_y$ [ $cm^4$ ]	$W_y$ [ $cm^3$ ]
Cost $40 \times 80 \times 15 \times 3$ [mm]	5,0	46,21	11,55	10,15	3,90

Se notó rápidamente que este perfil cuenta con propiedades que lo hacen más resistente que el perfil tipo C, y además favorecen el ensamble de la estructura. Ahora bien, como ya se obtuvo el tipo de perfil, se definió que la parte superior contaría con una longitud de 450 [mm] sumado a los 40 [mm] en cada extremo que le agregan los perfiles costanera verticales. Así, el diagrama definitivo de la parte superior quedó como sigue en la Figura 4.4.1.



**Figura 4.4.1: Diagrama de fuerzas del perfil superior del banco de ensayos**

Se comenzó estudiando la flexión sobre el perfil de la parte superior del banco de experimentos, de forma que se garantizara la resistencia a la flexión del perfil propuesto. La resistencia a la flexión de una viga se calcula como indica la ecuación (24):

$$\sigma_f = \frac{M_{m\acute{a}x}c}{I} \quad (24)$$

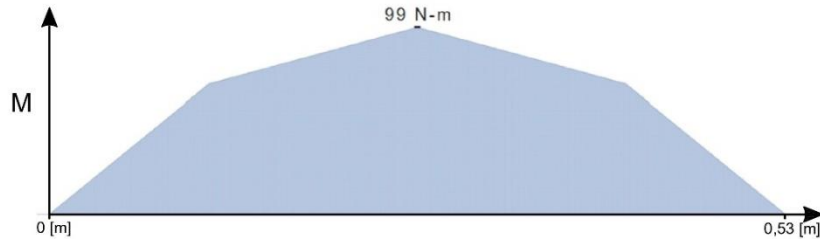
Donde  $M_{m\acute{a}x}$  corresponde al momento flector máximo al que se somete la viga con la configuración de cargas mostrada en la Figura 4.4.1, y  $c$  es la distancia entre el eje neutro del perfil y el punto donde el momento flector es máximo. A su vez, se tiene que la relación entre la inercia  $I$  y la distancia  $c$  lleva a la ecuación (25) para obtener el módulo de la sección  $S$ .

$$S = \frac{I}{c} \quad (25)$$

Por lo tanto, al combinar las ecuaciones (24) y (25) se obtuvo una forma mucho más simple de obtener el esfuerzo de flexión sobre la viga, utilizando la ecuación (26):

$$\sigma_f = \frac{M_{m\acute{a}x}}{S} \quad (26)$$

Por su parte, utilizando la calculadora web “Blue Ketchup Deflection” [26], se elaboró el diagrama de momento flector del perfil ubicado en la parte superior del banco que observa en la Figura 4.4.2.



**Figura 4.4.2: Diagrama de momento flector del perfil costanera horizontal de la parte superior**

Se llegó a que el momento flector máximo  $M_{m\acute{a}x}$  alcanzó un valor de 99 [Nm] en el punto medio del perfil. Así, se define esfuerzo de flexión permisible  $\sigma_{f,perm}$  como el esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$  dividido por un factor de seguridad de 2 como muestra la ecuación (27). Luego, se combinaron las ecuaciones (26) y (27) para obtener la ecuación (28), donde finalmente se reemplazan los valores.

$$\sigma_f < \sigma_{f,perm} = \frac{\sigma_y}{FS} = \frac{250 [MPa]}{2} = 125 [MPa] \quad (27)$$

$$S > \frac{M_{m\acute{a}x}}{\sigma_{f,perm}} = \frac{99000 [Nmm]}{125 [MPa]} = 792 [mm^3] \quad (28)$$

En este caso, se tenía que el módulo de la sección  $S$  del perfil costanera  $40 \times 80 \times 15 \times 3 [mm]$  mostrado en la Tabla 4.4.2 era de 3900 [mm<sup>3</sup>], lo que es muy superior al módulo mínimo requerido. Además, se calcula el nuevo factor de seguridad con la ecuación (29).

$$FS = \frac{\sigma_{f,perm}}{\sigma_f} = \frac{125 [MPa]}{25,38 [MPa]} = 4,92 \quad (29)$$

#### 4.4.3 Cálculo de resistencia al pandeo de los perfiles verticales

Una vez verificada la resistencia a la flexión del perfil horizontal que se ubica en el sector superior del banco de ensayos, se procedió a estudiar el pandeo de los soportes verticales que conforman la estructura marco. En este caso, dichos perfiles se encuentran sometidos a carga excéntrica, dado que las cargas se ejercen a diferentes distancias del centro del perfil. De esta manera, se aplicó la ecuación (11), que se desarrolló para obtener la ecuación (30):

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P_1}{A} + \frac{P_1 \cdot e_1}{S_y} + \frac{P_2}{A} + \frac{P_2 \cdot e_2}{S_y} + \frac{P_3}{A} + \frac{P_3 \cdot e_3}{S_y} + \frac{W}{A} + \frac{W \cdot e_w}{S_y} \quad (30)$$

Donde  $P_1 = P_2 = P_3 = P_{dis} = 400 [N]$ , y las excentricidades se definen según la Figura 4.4.1.

Asimismo, se consideró que el peso del perfil es equivalente a una carga concéntrica en el centro de la viga y su magnitud es igual a lo mostrado en la ecuación (31). Luego, se calculó el esfuerzo máximo  $\sigma_{m\acute{a}x}$  al que se somete el perfil vertical utilizando el código Matlab que se muestra en el Anexo D.

$$W_{perfil} = w_{perfil} \cdot L_{perfil} \cdot g = 4,01 [kg/m] \cdot 0,53 [m] \cdot 9,81 [m/s^2] = 20,85 [N] \quad (31)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 85,4 [MPa]$$

Una vez calculado el esfuerzo máximo al que se someten los perfiles verticales, se analizó el esfuerzo crítico de pandeo del perfil, que se calculó con la ecuación (5) considerando que el esfuerzo se maximiza cuando se tienen ambos extremos articulados y  $\alpha = 1$ . De esta manera, se calculó con el código mencionado anteriormente y se obtuvo el factor de seguridad con la ecuación (32).

$$\sigma_{cr} = 297,8 \text{ [MPa]}$$

$$FS = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{m\acute{a}x}} = 3,487 \quad (32)$$

Por lo tanto, se concluyó que la estructura marco resiste de muy buena forma, dejando un amplio margen de seguridad para cada requisito de resistencia. Por lo tanto, la selección del perfil se consideró como sobredimensionada, pero se decidió priorizar la seguridad de la estructura.

#### 4.5 Propuesta de diseño final para la estructura marco

Luego de validar el diseño de la estructura, se corrigieron algunos detalles, como las uniones entre perfiles y los soportes inferiores de la estructura. De esta manera, se determinó realizar el corte de los perfiles con una inclinación de  $45^\circ$ , de modo que se aumentara la superficie de unión entre perfiles. Considerando las condiciones de diseño planteadas en la sección 1.4, se planteó una estructura marco de  $1160 \times 530 \text{ [mm]}$ . Por otro lado, se decidió incorporar dos soportes de  $300 \text{ [mm]}$  en la sección inferior del marco, uno en cada extremo de la estructura, para brindarle estabilidad a la estructura.

Así, se dibujó el modelo tridimensional del diseño en el software Inventor, que se muestra en la Figura 4.5.1, donde se incluyeron estas nuevas correcciones respecto a la propuesta inicial. Además, se consideraron los tres agujeros para los rodamientos cilíndricos lineales montados sobre el perfil superior según las dimensiones mostradas en la Figura 4.4.1.

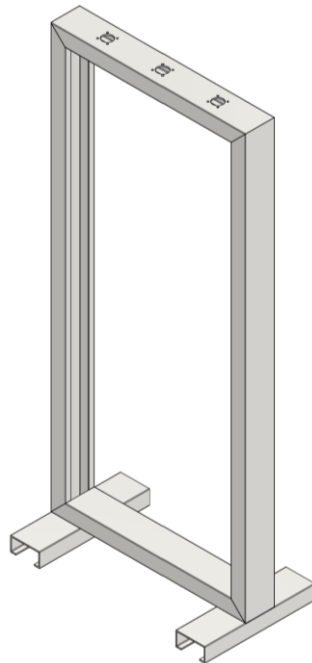


Figura 4.5.1: Diseño del marco del banco de pruebas considerando los orificios para los rodamientos

## 4.6 Diseño de los apoyos para cumplir las tres condiciones de contorno

Anteriormente se mencionó que el banco de experimentos debe ser capaz de funcionar con las tres diferentes condiciones de contorno que se tienen en pandeo, es decir: apoyos articulado-articulado, apoyos empotrado-articulado y apoyos empotrado-empotrado. A partir de esto, se tuvieron que diseñar dos tipos de apoyos diferentes para combinarlos y poder obtener las diferentes condiciones de contorno planteadas. Además, se consideró un largo constante de los apoyos de 30 [mm], lo que permitiría experimentar con pletinas de hasta 30 [mm] de ancho.

### 4.6.1 Distribución de los apoyos en el banco de experimentos

Para cumplir las condiciones de contorno necesarias se definieron las posiciones de cada tipo de apoyo en el marco, considerando que algunos apoyos se ubican sobre el perfil inferior, mientras que otros se encuentran unidos al eje móvil del sistema de transmisión de carga, de modo que se pueda mover en conjunto con este sistema. Así, se definió según lo indicado en la Figura 4.6.1.

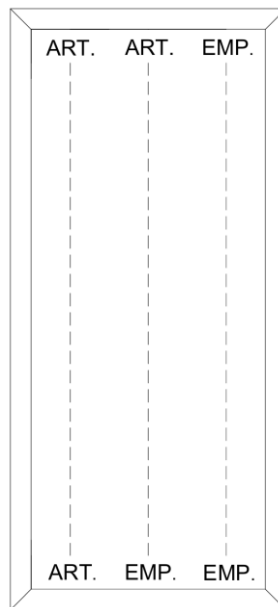
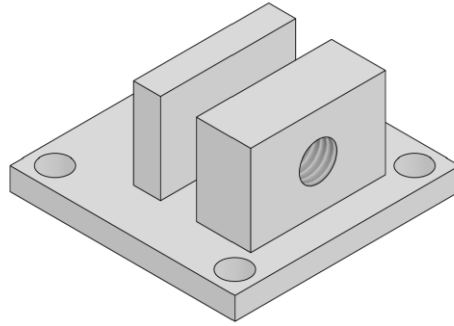


Figura 4.6.1: Esquema de la distribución de los tipos de apoyo para cumplir las condiciones de contorno

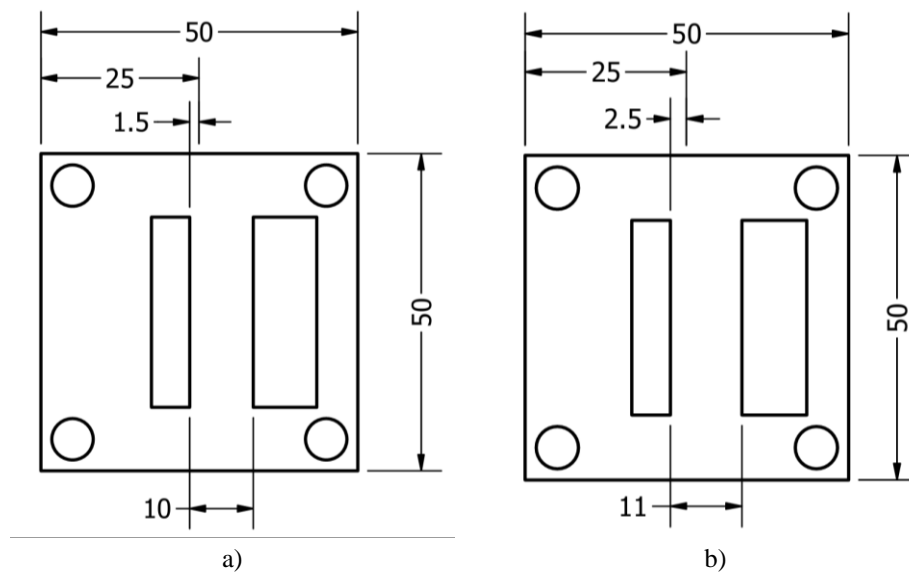
### 4.6.2 Diseño general de los apoyos empotrados

Para el apoyo empotrado, se consideró lo planteado en Tabla 2.1.1, donde se observa que en este caso se debe restringir tanto traslación como rotación de la columna ensayada. Con el fin de lograr este objetivo, se plantea un sistema similar a una prensa C. Así, se planteó fabricar el apoyo empotrado utilizando dos bloques de acero A36 soldados sobre una placa cuadrada de 5 [cm] por lado y 5 [mm] de espesor junto a un perno que ejerce la fuerza sobre la pletina para fijarla y restringir su movimiento tanto traslacional como rotacional. Respecto a los bloques, el primero se diseña con un espesor de 10 [mm] en el cual se fabricaría un hilo para un perno de tipo M10. En este caso, el diseño fue pensado para que el perno empujara la pletina contra el segundo bloque de acero con un espesor de 6 [mm], obteniendo el diseño presentado en la Figura 4.6.2.



**Figura 4.6.2: Diseño general para los apoyos fijos**

Para asegurar que las cargas se apliquen de manera concéntrica con estos apoyos, se diseñaron para que el centro de la pletina se ubique en el medio de la placa. De esta manera, se propusieron dos versiones con diferentes dimensiones. La primera, mostrada en la Figura 4.6.3a, se dimensionó para pletinas de 3 [mm] de espesor, por lo que el bloque contra el que se empuja la columna se ubica a 1,5 [mm] del centro de la placa. Asimismo, en la Figura 4.6.3b se aprecia la que el bloque de apoyo está ubicado a 2,5 [mm] del centro, por lo que funciona para columnas de 5 [mm] de espesor.

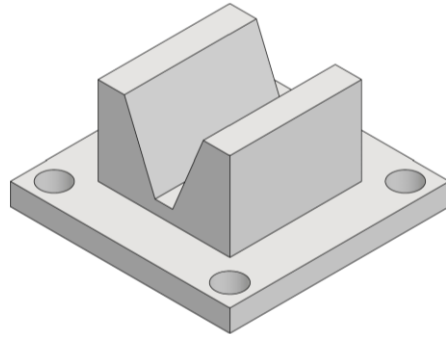


**Figura 4.6.3: Dimensiones de los apoyos empotrados. a) Para pletinas de 3 [mm]. b) Para pletinas de 5 [mm]**

### 4.6.3 Diseño general de los apoyos articulados

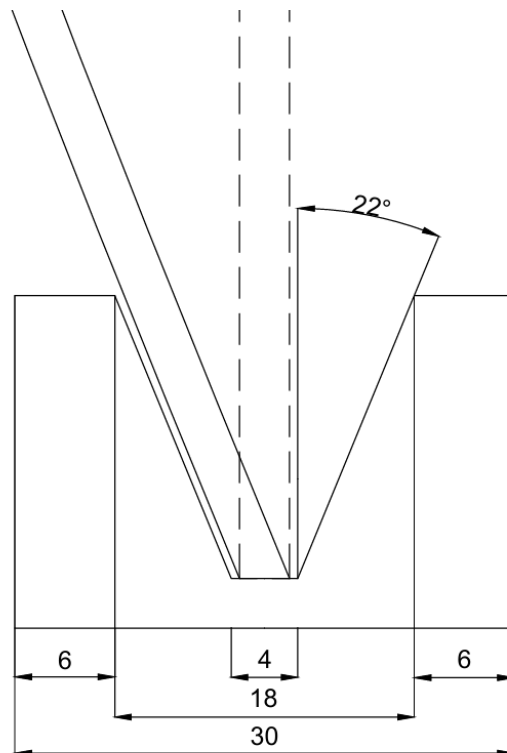
Como se mencionó anteriormente, el apoyo articulado debe restringir el movimiento traslacional de la columna, pero no debe impedir el movimiento rotacional. Dada esta condición, y basándose en lo expuesto en la memoria “Un procedimiento para realizar los ensayos de pandeo” [18] investigado en la sección 3.4, se propuso seguir una idea similar a la que se muestra en la Figura 3.4.2.

De esta manera, se diseñó una ranura triangular truncada, dado que la parte inferior de la pieza no es un vértice del triángulo, sino que presenta una base plana como se ve en la Figura 4.6.4. Esta pieza se ensambla sobre una placa cuadrada de 5 [cm] por lado y 5 [mm] de espesor, igual que los anteriores.



**Figura 4.6.4: Diseño general para los apoyos simples**

La base truncada del triángulo tiene una longitud de 4 [mm], dado que inicialmente se realizarían experiencias con pletinas de 3 [mm] de espesor. Así, la pletina se apoya completamente en la base truncada, sin tocar las aristas laterales de la ranura. El ángulo de la ranura se diseñó esperando que la pletina al pandearse no pueda tocar los costados de la pieza, debido a que, si existe contacto, se genera una reacción que limita la rotación de la columna, por lo que el apoyo deja de ser articulado y se comporta como un apoyo empotrado. Por lo tanto, se decidió limitar la deflexión lateral de la pletina hasta los 10 [cm] para obtener el ángulo de las aristas de la ranura. De este modo, se dibujó la pieza pandeada según el límite dado y se determinó que el ángulo de la ranura debía ser de  $22^\circ$  para evitar que la columna tenga contacto con las aristas, tal como muestra el esquema de la Figura 4.6.5.



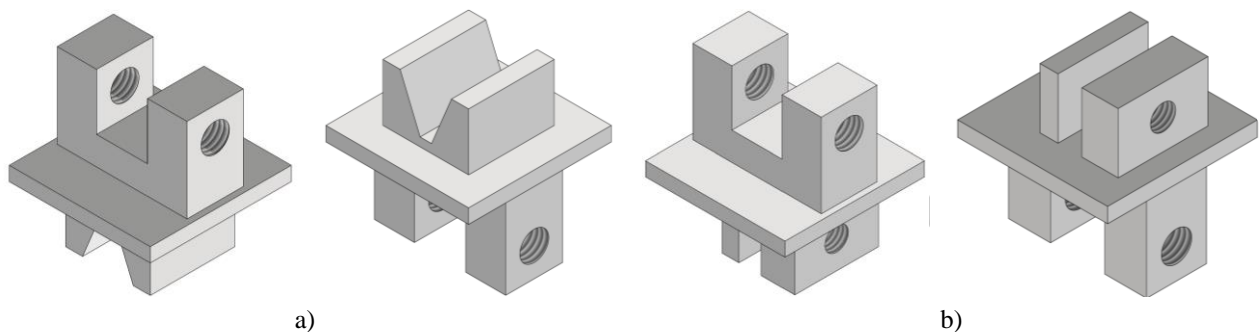
**Figura 4.6.5: Esquema para determinar el ángulo de inclinación de la ranura**

Asimismo, esta ranura garantiza su correcto funcionamiento para pletinas de 3 [mm] de espesor, pero también puede funcionar para pletinas con menor espesor, e incluso para piezas que alcanzan los

18 [mm] de espesor. Vale decir, que utilizar columnas que se acerquen a este límite es poco factible, dado que requieren cargas mucho más altas para llegar al pandeo.

#### 4.6.4 Diseño del montaje de los diferentes apoyos

Tal como se mostró en la Figura 4.6.1, existen apoyos tanto en la parte superior como la parte inferior del banco de ensayos. En el caso de los apoyos inferiores, se consideró realizar 4 agujeros en las esquinas de la placa para apernarlas al perfil inferior como se mostró en la Figura 4.6.2 y Figura 4.6.4. Respecto a los apoyos superiores, se deben acoplar al eje del sistema de carga, por lo que se requería realizar un diseño que permitiera instalar y retirar el apoyo cuando fuese necesario. De esta manera, se diseñó una pieza con forma de C cuadrada que encaja con el diámetro del eje cromado. A su vez, para permitir la fijación de la pieza se propuso realizar dos agujeros, uno por cada lado de la pieza. Ambos agujeros debían tener rosca para poder instalar pernos que al girar a través del hilo ejercerían una fuerza sobre el eje y mantendrían la pieza fija. De esta manera, se propone unir mediante soldadura la pieza C con la placa de los diferentes apoyos, tal como se aprecia en la Figura 4.6.6.



**Figura 4.6.6: Apoyos superiores con la pieza tipo C para fijar al eje. a) Apoyo superior articulado. b) Apoyo superior empotrado**

Vale destacar, que todos los planos de fabricación de las piezas descritas anteriormente con sus respectivas dimensiones se encuentran en el Anexo I y permiten entender de mejor manera cada uno de los diseños.

## CAPÍTULO 5: Fabricación del banco de ensayos

La fabricación completa del banco de ensayos para la determinación del pandeo en columnas se realizó en las instalaciones del Departamento de Ingeniería Mecánica, específicamente en el Laboratorio de Procesos de Fabricación, o denominado popularmente por los miembros del departamento como taller mecánico, con el apoyo del personal a cargo de los diferentes equipos. Cabe resaltar, que durante el proceso de fabricación se modificaron ciertas dimensiones, formas e incluso se agregaron algunos elementos con respecto al diseño inicial planteado en el capítulo 4. Todos los planos de fabricación finales se encuentran adjuntos en el Anexo I. Además, todas las uniones por soldadura se realizaron utilizando electrodo 6011 3/32”.

### 5.1 Materiales requeridos

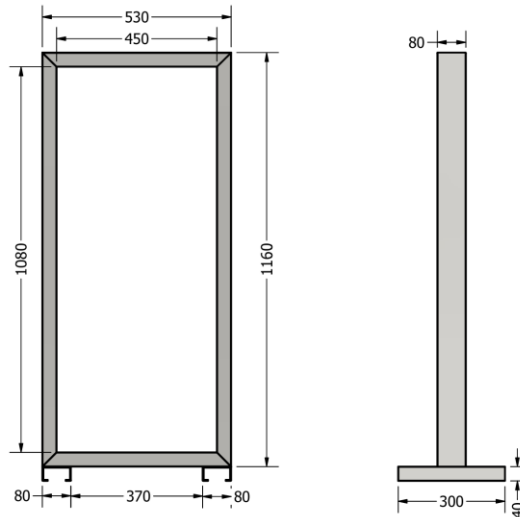
Para comenzar la fabricación del banco de ensayos, fue necesario adquirir los materiales seleccionados en la etapa de diseño expuesta anteriormente. A continuación, en la Tabla 5.1.1 se adjunta el listado preliminar de materiales e insumos.

**Tabla 5.1.1: Lista preliminar de materiales e insumos requeridos para la fabricación del banco de ensayos**

Material	Cantidad	Uso
Perfil costanera 40 × 80 × 15 × 3 [mm]	6 [m]	Estructura marco
Rodamiento lineal cerrado LMK16UU con flange	3	Sistema de carga
Eje de acero cromado 16 [mm]	1,5 [m]	Sistema de carga
Perno Parker M4 cabeza cilíndrica	12	Fijación de rodamientos
Tuerca hexagonal m4	12	Fijación de rodamientos
Espárrago M6	1 [m]	Sistema de carga
Placa de acero cuadrada 140 × 140 [mm]	3	Sistema de carga
Perno Parker M6	12	Fijación apoyos inferiores
Tuerca hexagonal M6	12	Fijación apoyos inferiores
Perno Parker M10	9	Apriete apoyo empotrado Fijación placa de carga
Perno Parker M12	6	Fijación apoyos superiores
Apoyo articulado	3	Condición de borde
Apoyo empotrado	6	Condición de borde
Nivel láser	1	Alineación
Llave Allen 5 [mm]	1	Montaje de pernos
Llave Allen 8 [mm]	1	Montaje de pernos
Llave Allen [11 mm]	1	Montaje de pernos
Electrodo 6011 3/32”	1 [kg]	Unión de piezas

## 5.2 Fabricación del marco

En primer lugar, se cortó el perfil tipo costanera según las dimensiones mostradas en la Figura 5.2.1 utilizando un esmeril angular con disco de corte.



**Figura 5.2.1: Dimensiones de los perfiles que componen la estructura marco**

Una vez cortados los perfiles, se realizaron los agujeros respectivos en cada perfil utilizando la máquina CNC disponible en el taller del DIM y según lo mostrado en los planos adjuntos en el Anexo I. En el caso del perfil superior, se fabricaron los agujeros para los rodamientos y sus respectivos pernos. Asimismo, se perforó el perfil inferior para obtener los agujeros y realizar el montaje de los diferentes apoyos, tal como se aprecia en la Figura 5.2.2.



**Figura 5.2.2: Perfiles horizontales. a) Superior con los rodamientos instalados. b) Inferior con las placas de los apoyos instaladas**

Tras finalizar los agujeros, se realizó la unión de los perfiles utilizando soldadura al arco con electrodo 6011 **3/32"**, dada su buena penetración y resistencia. De esta forma, se ensambló la estructura marco del banco de ensayos. En la Figura 5.2.3 se observa que fue necesario emplear una serie de prensas tipo C y sargentos para alinear la estructura de la mejor forma posible, debido a que los perfiles no presentaban la forma ni la rectitud ideales para la fabricación del banco.



**Figura 5.2.3: Proceso de unión de los perfiles en el taller mecánico**

### **5.3 Fabricación del sistema de transmisión de carga**

Para fabricar el sistema de carga se buscó disminuir las uniones por soldadura, de modo que se permitiera realizar el montaje y desmontaje de los componentes del sistema y poder desmontar el eje del rodamiento en caso de requerir mantenciones o correcciones. Además, es importante mencionar que lo explicado en las secciones 5.3.1 y 5.3.2 se debe repetir tres veces cada uno, dado que se tienen tres sistemas de carga independientes que se deben fabricar y luego ensamblar.

#### **5.3.1 Fabricación de las piezas y sus componentes**

Una vez que se tuvo la placa cuadrada de acero, se realizó un agujero central con un diámetro de 16 [mm] al igual que el eje cromado. Para esta perforación, se utilizó una broca de la misma medida, asegurando un ajuste preciso con el eje y permitiendo el montaje de la placa sin juego significativo.

Además, se preparó un bloque de acero que se encontró en el Laboratorio de Procesos de Fabricación, que actúa como elemento de fijación entre el eje y la placa. Este bloque presenta dos perforaciones, una longitudinal con un diámetro de 16 [mm], fabricada para que el bloque pueda montarse sobre el eje, y otra perforación perpendicular a la anterior destinada a alojar un perno M10. Para el agujero roscado del perno, se utilizó una broca de 8,5 [mm], correspondiente al diámetro de núcleo del perno. Posteriormente, el agujero fue roscado utilizando un macho de 10 [mm] de diámetro y un paso de rosca de 1,5 [mm], creando un hilo adecuado que permite el apriete seguro del perno, como se aprecia en la Figura 5.3.1.



**Figura 5.3.1: Bloque de soporte para el eje cromado**

Vale destacar, que todas las perforaciones realizadas con brocas se llevaron a cabo utilizando el taladro de pedestal presente en el laboratorio, lo que garantiza una estabilidad y precisión necesarias para obtener un acabado limpio y bien alineado de los agujeros.

Lo siguiente, fue cortar tanto el eje cromado como el espárrago. Ambos elementos fueron cortados en tres piezas iguales, en este caso el eje de 50 [cm] y el espárrago de 33 [cm]. Por otro lado, se decidió maquinar el eje cromado en el torno del taller para adaptarlo a las especificaciones requeridas. Inicialmente, el eje tenía un diámetro de 16 [mm] a lo largo de toda su longitud. Durante el proceso de torneado, se redujo el diámetro de una sección de 5 [cm] desde el extremo superior, pasando desde 16 [mm] a 12 [mm]. La reducción de diámetro se diseñó específicamente para permitir el montaje de discos de 5 [lb], los cuales admiten un diámetro máximo de 13 [mm], por lo que se aseguró un ajuste correcto. Los 45 [cm] restantes del eje, mantuvieron su diámetro original de 16 [mm].

Además, en el extremo superior de la sección mecanizada, con un diámetro de 12 [mm], se realizó una perforación axial para poder insertar el espárrago. Para ello, se utilizó una broca de 5 [mm], fabricando el agujero para posteriormente poder generar la rosca interna correspondiente al hilo M6 del espárrago adquirido. Así, se utilizó un macho de 6 [mm] de diámetro y paso de 1 [mm], de forma que se asegure un ajuste firme y confiable para el hilo espárrago M6. En este caso, el espárrago tiene una función clave, ya que permite el montaje seguro de los discos más pequeños, que admiten diámetros de hasta 7 [mm]. Este diseño no solo asegura la retención de los discos en el eje, evitando su caída, sino que también garantiza la concentricidad de los pesos montados, condición determinante para el funcionamiento del banco de ensayos.

### 5.3.2 Ensamblaje del sistema de transmisión de carga

El ensamblaje del sistema comenzó montando el eje en el rodamiento cilíndrico. Vale decir, que esta pieza se puede colocar a diferentes alturas del eje, pero lo recomendable es posicionarlo a 5 [mm] del cambio de sección, de modo que se asegure que la superficie de la placa coincida exactamente con este cambio, tal como se muestra en la Figura 5.3.2.



**Figura 5.3.2: Montaje correcto de la placa cuadrada que soporta las cargas**

Una vez posicionado en el lugar deseado, se inserta el perno M10 en la perforación roscada y se aprieta con firmeza, fijando el bloque al eje y eliminando cualquier posibilidad de desplazamiento. Para

terminar, la placa se coloca sobre el bloque y se monta el conjunto sobre el rodamiento, con lo que se completó el ensamblaje del sistema de carga como se puede notar en la Figura 5.3.3.



**Figura 5.3.3: Sistema de transmisión de carga ensamblado e instalado en el banco de experimentos con los apoyos**

## **5.4 Fabricación de los apoyos**

Dado que los apoyos están compuestos de diferentes piezas pequeñas, se decidió pedirlos en una empresa especialista en corte láser de acero llamada Difierro [27]. Una vez que se tuvieron las piezas, se armaron los apoyos completos.

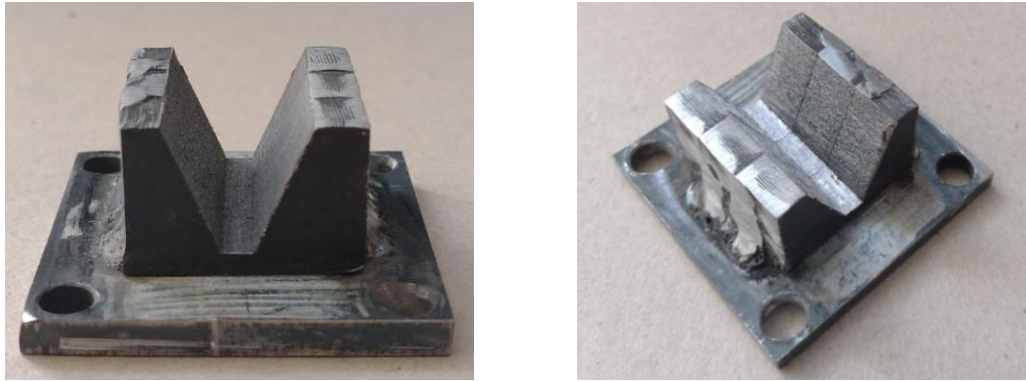
### **5.4.1 Fabricación de los apoyos empotrados**

En primer lugar, se trazó la placa cuadrada, ya sea con orificios o sin ellos, de modo que se marcaron las posiciones de los bloques de acero. Posteriormente, se marcó el centro del bloque de mayor espesor que alojaría el perno de la prensa. Así, se realizó la perforación en el taladro de pedestal con una broca de 8,5 [mm] para luego fabricar la rosca con un macho de 10 [mm].

Una vez marcada la placa y fabricada la rosca para el perno, se soldaron todos los componentes sobre la placa. Vale decir, que según el esquema planteado en la Figura 4.6.1 se debían elaborar tres apoyos empotrados, pero dado que se consideraron dos versiones diferentes, se fabricaron tres apoyos para pletinas de 3 [mm] y tres apoyos para columnas con espesor de 5 [mm].

### **5.4.2 Fabricación de los apoyos articulados**

Se pidió la pieza con la ranura triangular truncada mostrada en las Figura 4.6.4 y Figura 4.6.5. Debido a restricciones para realizar el corte láser de parte de la empresa Difierro, no se pudo fabricar la pieza completa, por lo que se solicitaron bloques de 10 [mm] de espesor con la forma requerida que luego se fijaron con soldadura a la placa cuadrada base del apoyo. En este caso, para los apoyos superiores se unió la ranura a una placa plana y sin agujeros, mientras que los apoyos inferiores se fabricaron con placas perforadas según los planos mostrados en el Anexo I, con lo que se obtuvo la pieza de la Figura 5.4.1

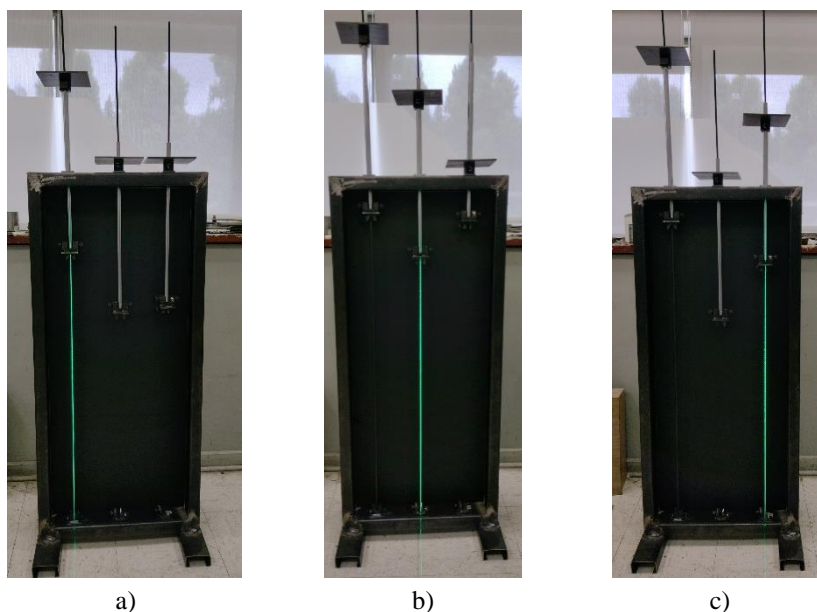


**Figura 5.4.1: Apoyos simples fabricados con la ranura triangular truncada**

### 5.5 Ensamblaje del banco de ensayos

Una vez que se tuvo la estructura marco, se instalaron los rodamientos cilíndricos en los agujeros correspondientes y se fijaron con los pernos Parker M4, donde se les colocó la tuerca correspondiente en su extremo inferior. Para facilitar el montaje de los rodamientos, se soldaron las tuercas en la parte inferior del perfil horizontal superior, de modo que las tuercas quedaron fijas en el perfil. Así, para montar y desmontar el rodamiento solo se debe trabajar con los pernos.

El segundo paso fue montar los apoyos inferiores utilizando los pernos Parker M6, considerando que el eje débil de las columnas se ubique de forma paralela a los perfiles horizontales. Luego de montar los apoyos inferiores, se montó el sistema de carga ya ensamblado. Así, se fijaron los apoyos superiores correspondientes al extremo inferior del eje, donde además se verificó que sus centros coincidan con los centros de los apoyos inferiores utilizando un nivel láser, como se muestra en la Figura 5.5.1.



**Figura 5.5.1: Verificación de la alineación entre los apoyos. a) Articulado-articulado. b) Articulado-empotrado. c) Empotrado-empotrado**

## CAPÍTULO 6: Validación del banco de ensayos

### 6.1 Determinación de la carga real del sistema de transmisión de carga

La carga generada por el sistema de transmisión de carga se estimó anteriormente en el capítulo 4.4.1, donde se determinó que alcanzaba un valor de 1,663 [kg]. Considerando que se le agregaron algunas piezas al sistema, se decidió pesar cada uno de los sistemas de carga en una balanza previamente calibrada, donde se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 6.1.1.

Tabla 6.1.1: Masas reales de cada uno de los sistemas de carga medidas con una balanza

Sistema	Articulado-articulado	Articulado-empotrado	Empotrado-Empotrado
Masa [kg]	2,076	2,065	2,034

Se puede notar que la carga generada por el sistema real es mayor a la estimada en los capítulos anteriores por lo que se verificó si la carga real se mantiene por debajo de la carga de diseño mediante las ecuaciones (30) y (31):

$$P_{real} = P_{cr,m\acute{a}x} + P_{sc} + P_{rod} = 36,2 [kg] + 2,076 [kg] + 0,104 [kg] = 376,5 [N] \quad (30)$$

$$P_{dis} = 400 [N] > 376,5 [N] = P_{real} \quad (31)$$

Por lo tanto, se comprobó que el diseño soporta bien la carga real, ya que a pesar de su aumento se mantuvo por debajo de la carga de diseño teórica.

### 6.2 Validación del funcionamiento de los apoyos

Para validar el funcionamiento del banco de ensayos como tal, primero se optó por verificar que los apoyos diseñados están cumpliendo sus funciones. De esta manera, se compararon las curvas obtenidas experimentalmente para cada apoyo con las curvas teóricas [11], tal como se aprecia en la Figura 6.2.1. Vale decir, que se utilizaron platinas de  $12 \times 3 [mm]$  para los ensayos realizados.

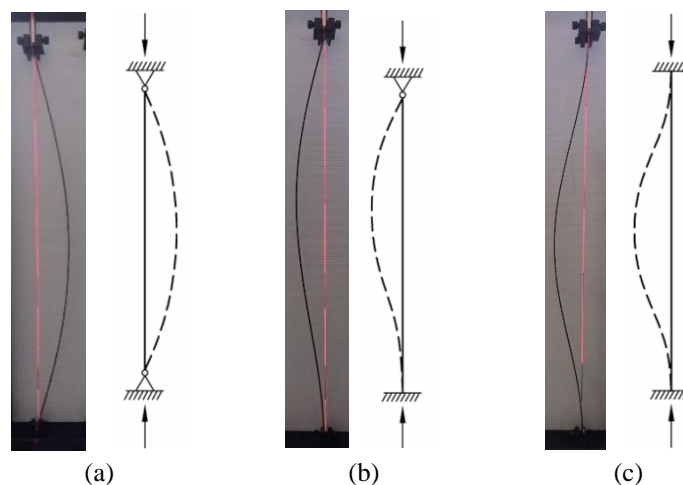


Figura 6.2.1: Comparación de las curvas teóricas con las curvas experimentales para cada condición de contorno. a) Apoyos articulado-articulado. b) Apoyos articulado-empotrado. c) Apoyos empotrado-empotrado.

Se pudo notar que las curvas obtenidas en el banco de ensayos fueron muy similares a las curvas teóricas, lo que indica que el funcionamiento de los apoyos que simulan las condiciones de contorno requeridas es correcto. Además, se puede observar que también se cumple que las cargas necesarias para pandear las columnas son distintas, siendo la máxima para la condición de apoyos empotrados y la mínima para los apoyos articulados, tal como lo indicó la teoría. Por lo tanto, se puede decir que el banco permite que los estudiantes puedan notar la diferencia entre las condiciones, que era una de las fortalezas de este diseño. El manual de uso y mantenimiento se incluye al final de este documento

### 6.3 Resultados y análisis de los ensayos con las diferentes condiciones de contorno

Se realizaron un total de diez ensayos para cada condición de contorno, donde se utilizó el mismo tipo de columna para todos, es decir, pletinas de acero rectangulares de  $12 \times 3$  [mm]. Vale decir, que se utilizaron distintos tipos de discos y en diferente orden, de modo de obtener diferentes combinaciones de carga para modificar el valor de la carga y encontrar resultados más exactos. La secuencia en que se aplicaron las cargas y el resultado final de cada ensayo se muestra en el Anexo E. Además, para cada condición se utilizó solo una pletina, es decir, se realizaron los diez ensayos a la misma columna.

A continuación, en la Tabla 6.3.1 se exponen los resultados de la carga crítica que se obtuvo en cada uno de los ensayos junto al porcentaje de la carga crítica teórica alcanzado en cada ensayo que se calculó para cada una de las condiciones. Cabe destacar, que a pesar de que la longitud de todas las pletinas es de 1 [m], la longitud real  $L_{real}$  de las pletinas se debe medir según el esquema de la Figura 3.4.3 para poder calcular la carga crítica.

**Tabla 6.3.1: Resultados de los ensayos para las diferentes condiciones de contorno**

Ensayo	Articulado-articulado $P_{cr,teo} = 6,198$ [kg] $L_{real} = 1000$ [mm]		Articulado-empotrado $P_{cr,teo} = 11,906$ [kg] $L_{real} = 965$ [mm]		Empotrado-empotrado $P_{cr,teo} = 23,728$ [kg] $L_{real} = 957$ [mm]	
	$P_{cr,exp}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$P_{cr,exp}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$P_{cr,exp}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$
Ensayo 1	5,476	87,9%	10,105	84,9%	20,884	88,0%
Ensayo 2	5,476	87,9%	10,105	84,9%	20,784	87,6%
Ensayo 3	5,376	86,3%	10,105	84,9%	21,884	92,2%
Ensayo 4	5,476	87,9%	10,305	86,6%	20,194	85,1%
Ensayo 5	5,376	86,3%	10,205	85,7%	19,154	80,7%
Ensayo 6	5,376	86,3%	10,305	86,6%	19,924	84,0%
Ensayo 7	5,556	89,2%	10,405	87,4%	19,924	84,0%
Ensayo 8	5,456	87,6%	10,375	87,1%	19,424	81,9%
Ensayo 9	5,656	90,8%	10,285	86,4%	19,424	81,9%
Ensayo 10	5,646	90,6%	10,385	87,2%	18,924	79,8%
<b>Promedio</b>	<b>5,487</b>	<b>88,1%</b>	<b>10,258</b>	<b>86,2%</b>	<b>20,052</b>	<b>84,5%</b>

Fácilmente se puede apreciar que existe una buena relación entre el valor teórico calculado y los valores prácticos medidos en cada experiencia, ya que en general se alcanzó en promedio un 86,2% de la carga teórica. La diferencia entre la carga calculada y la medida en el banco puede suceder debido algunos defectos en las columnas ensayadas o imperfecciones propias del banco de ensayos debido a la fabricación del equipo, tales como:

- Imperfecciones en la geometría de la sección transversal, es decir, que no tenga el mismo ancho ni espesor a lo largo de toda la pletina. Se revisaron las pletinas, y efectivamente se tenían algunas variaciones mínimas en las dimensiones de la sección.
- Desviaciones en la rectitud de las pletinas, que puede producir pandeo local anticipado. Este problema se pudo notar visualmente, ya que varias de las pletinas usadas tenían problemas con su rectitud. Por esta razón, se escogieron las pletinas de mejor calidad para realizar los ensayos.
- Variabilidad de las propiedades y composición del material, ya que puede suceder que el material no sea homogéneo, o tenga algún defecto debido a su fabricación que afecte sus propiedades mecánicas, como el módulo elástico o el esfuerzo de fluencia.
- Desalineación entre los apoyos superiores e inferiores, o bien desalineación en el montaje de las columnas. Si bien se intentó reducir al máximo este error utilizando el nivel láser, no se pudo tener completa certeza de que las pletinas estaban completamente alineadas. Además, hay que resaltar que la fabricación del banco de ensayos se complicó debido a los defectos en el perfil costanera que se debieron solucionar cuando se soldó la estructura marco.
- Fricción en los apoyos articulados, que pudo suceder a la hora de realizar los ensayos.
- En los apoyos empotrados, podría suceder que se la fuerza ejercida por el perno deforme la columna si no está completamente pegada al bloque de acero en que se apoya.

A su vez, se verificó que se cumple la teoría, ya que la carga crítica obtenida experimental sigue la misma tendencia que la carga teórica, ya que en este caso la magnitud de la fuerza medida para la condición de los apoyos empotrados es la mayor entre todas, mientras que la carga obtenida para ambos apoyos articulados es la menor. Así, se puede analizar la relación entre las cargas teóricas y experimentales como sigue en las ecuaciones (32) y (33):

$$\frac{P_{cr,teo,art-art}}{P_{cr,teo,emp-emp}} < \frac{P_{cr,teo,art-emp}}{P_{cr,teo,emp-emp}} < \frac{P_{cr,teo,emp-emp}}{P_{cr,teo,emp-emp}} \quad (32)$$

$$0,261 < 0,502 < 1$$

$$\frac{P_{cr,exp,art-art}}{P_{cr,exp,emp-emp}} = \frac{P_{cr,exp,art-emp}}{P_{cr,exp,emp-emp}} = \frac{P_{cr,exp,emp-emp}}{P_{cr,exp,emp-emp}} \quad (33)$$

$$0,274 < 0,511 < 1$$

Se observó que la relación entre las cargas para las diferentes condiciones se mantuvo prácticamente igual entre la teoría y la práctica, por lo que se puede decir que el banco de ensayos funciona de buena forma al variar las condiciones de extremo.

#### 6.4 Cálculo del error en las mediciones de las experiencias realizadas

Para evaluar la precisión de las mediciones para cada una de las condiciones de contorno, se calculó el error de experiencia múltiple con los 10 valores de carga crítica obtenidos en cada caso. A partir de esto, utilizando los códigos de Matlab adjuntos en el Anexo F, que se basa en las ecuaciones (13), (14) y (15). Así, se obtuvieron los resultados expuestos en la Tabla 6.4.1. Vale decir, que se tenían 9 grados de libertad y se utilizó un 95% de probabilidad en el cálculo del error para obtener la t de student.

**Tabla 6.4.1: Resultados del cálculo de error en experiencias múltiples**

Condición	$\bar{x}$ [kg]	s [kg]	t	$\epsilon$ [kg]	$\epsilon$ %	$x$
Articulado-articulado	5,487	0,102	2,2622	0,0732	1,335	5,487 $\pm$ 0,0732
Articulado-empotrado	10,258	0,118	2,2622	0,0846	0,825	10,258 $\pm$ 0,0846
Empotrado-empotrado	20,052	0,913	2,2622	0,6532	3,258	20,052 $\pm$ 0,6532

Se notó que la condición con mayor error en este caso es la que cuenta con ambos apoyos empotrados, ya que el error porcentual es mayor al doble de los otros valores, coincidiendo con que esa experiencia es la que alcanza un menor porcentaje de la carga crítica.

### 6.5 Análisis de los resultados de los ensayos con apoyos articulado-articulado

Se evaluó rápidamente que las experiencias con esta condición de borde fueron las más precisas con respecto a la carga teórica, dado que el valor más bajo alcanzó un 86,7%, que ya es un valor más alto que el promedio para las demás condiciones. Además, se tuvo un par experiencias que superaron el 90% de la carga calculada. Asimismo, la precisión de las mediciones es bastante buena ya que su error apenas supera el 1%, por lo que se considera que el comportamiento del ensayo con apoyos articulados funciona de forma correcta, y que las diferencias entre las mediciones sucedieron debido al cambio en la secuencia aplicación de las cargas que permitió mejorar el resultado.

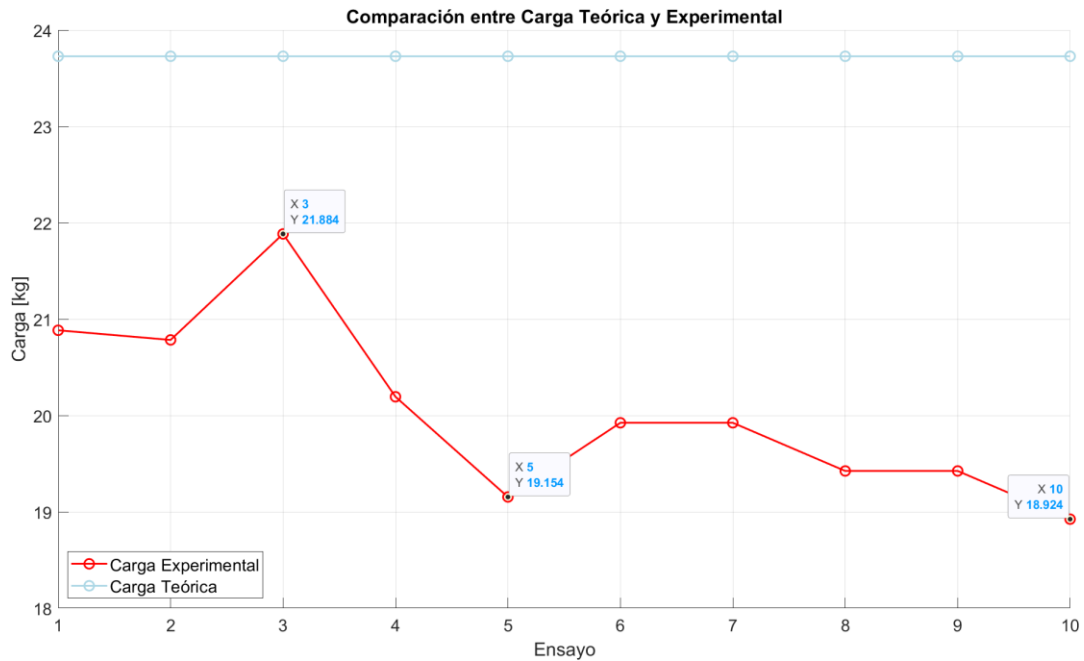
### 6.6 Análisis de los resultados de los ensayos con apoyos articulado-empotrado

Es la experiencia con mayor precisión entre sus mediciones, ya que el error ni siquiera supera el 1%. A su vez, se puede observar que se fue modificando el orden de las cargas y las magnitudes con el fin de llegar a un valor de carga crítica más preciso, por lo que hay poco que mejorar en este caso.

Respecto a la relación entre teoría y la experiencia, se concluyó que se puede deber a lo mencionado anteriormente en la sección 6.3, ya sean problemas del material o defectos en el banco.

### 6.7 Análisis de los resultados de los ensayos con apoyos empotrado-empotrado

Es la condición que presentó mayores inconvenientes en cuanto a sus resultados, ya que su error asociado es el mayor entre las tres condiciones, y el porcentaje de carga crítica experimental también es el más bajo del grupo. Por esta razón, se decidió realizar un análisis más exhaustivo al respecto. De esta forma, se elaboró el gráfico de la Figura 6.7.1 para observar de mejor manera la tendencia en las mediciones y sus diferencias con la teoría:



**Figura 6.7.1: Gráfico comparativo entre carga crítica teórica y experimental obtenida para la condición de apoyos empotrado-empotrado**

Se notó que durante el ensayo 3 la carga experimental alcanzó un peak cercano a los 22 [kg], que equivale a un 92,2% de la carga teórica. A su vez, justo después de ese ensayo, comienza la tendencia de disminuir la carga experimental, llegando a sus puntos más bajos en los ensayos 5 y 10. Este análisis, sugiere la opción de que el peak ocurrido en el tercer ensayo haya afectado la resistencia al pandeo de la pletina que se usó para todos los ensayos.

De esta manera, se infirió que la carga aplicada durante el ensayo 3 y en los previos pudo generar efectos de fatiga o deformaciones residuales que indujeron a la reducción de la carga crítica medida.

## CAPÍTULO 7: Medición de la deflexión lateral

Luego de realizar las experiencias para medir determinar la carga crítica en las pletinas de acero, se decidió implementar algunas mejoras en el banco de ensayos diseñado. Según la teoría, las columnas ideales están fabricadas con un material elástico perfecto, por lo que una vez que se alcanza la carga crítica, cualquier carga adicional puede causar un pandeo catastrófico ya que se encuentra en una zona completamente inestable, por lo que la pieza colapsa abruptamente. Pero, es sabido, que las columnas reales están lejos de ser perfectamente elásticas, lo que permite que pueda existir una deflexión estable después de la carga crítica. Esto puede ocurrir en columnas donde el material posee alta ductilidad y que tienen un comportamiento plástico. Asimismo, las imperfecciones geométricas iniciales del elemento ayudan a suavizar el efecto del pandeo. De esta manera, como se utilizaron columnas de acero, que es un material dúctil y que presentaban imperfecciones geométricas, en las secciones que se muestran a continuación se analiza la estabilidad de la estructura a partir de la deflexión medida.

### 7.1 Ajuste del sistema de carga

Tal como se mencionó anteriormente en las secciones 4.3 y 5.3 la longitud del eje guía era de 50 [cm], mientras que el espárrago alcanzaba los 33 [cm]. Estas longitudes, se definieron por conveniencia y facilidad en la fabricación de las piezas, ya que de este modo solo se debían cortar en partes iguales ambos elementos. De esta manera, se aprecia en la Figura 5.5.1 que dichas longitudes son excesivas, lo que complica el montaje de los discos de carga sobre la placa. Por esta razón, se decidió realizar un corte en ambas piezas para obtener un eje de 40 [cm] y el espárrago de 20 [cm], reduciendo 23 [cm] la altura final del sistema, lo que facilita la operación del banco de ensayos y la aplicación de las cargas. Una vez realizada esta modificación, se pesó nuevamente el sistema de carga completo para ajustar su valor en ensayos posteriores, obteniendo los valores mostrados en la Tabla 7.1.1

**Tabla 7.1.1: Masas reales de cada uno de los sistemas de carga medidas con una balanza luego de la modificación**

Sistema	Articulado-articulado	Articulado-empotrado	Empotrado-Empotrado
Masa [kg]	1,856	1,845	1,824

### 7.2 Implementación del sistema de medición para deflexión lateral

Tal como se presentó en el capítulo anterior, la determinación de la carga crítica se realizó de manera visual, utilizando el láser del nivel como referencia. Una vez que se observó que la columna se alejaba de la referencia, se consideró que había alcanzado la carga crítica. De esta forma, solo se permitió medir la carga crítica como forma de estudio del pandeo en columnas, que era el objetivo inicial de este proyecto. Como la carga crítica de pandeo por definición es la carga que se encuentra justo antes de que la columna comience a pandearse, no era necesario medir la deflexión lateral del elemento sometido a compresión. Pero, se decidió incorporar una forma para medir dicho desplazamiento.

Así, se incorporó una plancha de acrílico de 8 [mm] de espesor que se encontraba disponible en el taller, que se dimensionó para que se ajuste a las medidas del banco de ensayos y se colocó en la parte

posterior del equipo utilizando pernos con tuercas M10. Asimismo, se imprimió una hoja graduada en milímetros en tamaño A0 ( $841 \times 1189$  [mm]), capaz de cubrir toda la parte posterior del banco. Una vez que se fijó la plancha de acrílico, se ajustó la hoja graduada de forma que sus líneas verticales coincidan con la línea entregada por el nivel láser. Cuando se ajustó el papel, se pegó con cinta doble faz para fijarlo a la plancha. Posteriormente, se marcó sobre la hoja graduada una línea referencial que marcaba la ubicación inicial de cada una de las pletinas al ser montadas, utilizando el láser como guía. Para medir, se ubica la línea del nivel láser justo en la parte con mayor deflexión de la columna, para luego medir con una regla graduada la distancia entre el láser y la línea referencial dibujada sobre la hoja tal como se observa en la Figura 7.2.1.

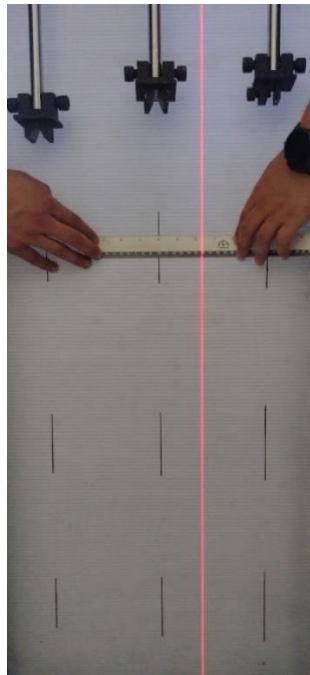


Figura 7.2.1: Líneas referenciales dibujadas sobre la hoja graduada

### 7.3 Resultados para las mediciones de la deflexión lateral

La medición de la deflexión lateral y se realizó como se detalla la sección anterior, donde se utilizó el mismo tipo de pletina que se utilizó en la carga crítica. Así, se realizaron dos series de cinco ensayos, utilizando una pletina por serie, obteniendo los resultados mostrados en las Tabla 7.3.1 y Tabla 7.3.2.

Tabla 7.3.1: Resultados de la deflexión lateral máxima medida en la serie 1 de ensayos

Ensayo	Articulado-articulado $P_{cr,teo} = 5,433$ [kg] $L_{real} = 1000$ [mm]			Articulado-empotrado $P_{cr,teo} = 11,906$ [kg] $L_{real} = 965$ [mm]			Empotrado-empotrado $P_{cr,teo} = 23,728$ [kg] $L_{real} = 957$ [mm]		
	$P_{ap}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$y$ [mm]	$P_{ap}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$y$ [mm]	$P_{ap}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$y$ [mm]
Ensayo 1	3,756	69,1%	18	6,885	57,8%	11,5	12,904	54,4%	8
Ensayo 2	3,956	72,8%	20	7,385	62,0%	14	13,904	58,6%	11
Ensayo 3	4,056	74,7%	26	7,885	66,2%	18	15,674	66,1%	25
Ensayo 4	4,356	80,2%	35	8,385	70,4%	22	16,444	69,3%	31
Ensayo 5	4,456	82,0%	42	8,885	74,6%	33	16,944	71,4%	38

**Tabla 7.3.2: Resultados de la deflexión lateral máxima medida en la serie 2 de ensayos**

Ensayo	Articulado-articulado $P_{cr,teo} = 5,433 [kg]$ $L_{real} = 1000 [mm]$			Articulado-empotrado $P_{cr,teo} = 11,906 [kg]$ $L_{real} = 965 [mm]$			Empotrado-empotrado $P_{cr,teo} = 23,728 [kg]$ $L_{real} = 957 [mm]$		
	$P_{ap} [kg]$	% $P_{cr,teo}$	$y [mm]$	$P_{ap} [kg]$	% $P_{cr,teo}$	$y [mm]$	$P_{ap} [kg]$	% $P_{cr,teo}$	$y [mm]$
Ensayo 1	4,256	78,3%	14	8,885	73,9%	17	10,904	46%	16
Ensayo 2	4,356	80,2%	17	9,085	75,5%	22,5	13,174	56%	28
Ensayo 3	4,456	82,0%	18	9,385	78,0%	24	14,674	62%	37
Ensayo 4	4,556	83,9%	26	9,585	79,7%	35	15,674	66%	45
Ensayo 5	4,656	85,7%	59	9,685	80,5%	40	16,174	68%	61

La serie 1 se caracteriza por obtener deflexiones más bajas en comparación a la serie 2, donde se alcanzan valores más altos para las tres condiciones de borde. Durante la experiencia, se pudo notar que mientras mayor carga se aplicaba, mayor inestabilidad demostraban las columnas, ya que con pequeñas masas sufrían grandes deformaciones. Así, las fotografías capturadas durante cada ensayo, junto a la secuencia de aplicación de cargas se pueden encontrar en el Anexo G. Además, se puede notar rápidamente que el porcentaje de la carga crítica teórica que se alcanzó en estas pruebas es menor al obtenido en la determinación de la carga crítica experimental mostrado en la sección 6.3. Vale decir, que en general el banco no cambió entre una experiencia y otra, solo se acertaron el eje y el espárrago, lo cual solo influye en el peso del sistema de carga, que no modifica en nada los resultados. Por lo tanto, se deduce que esta variación se debe a las pletinas utilizadas, dado que anteriormente se utilizaron pletinas compradas en una tienda y cortadas de forma manual en el lugar utilizando un arco de sierra, mientras que las pletinas probadas para medir la deflexión se adquirieron en una tienda distinta, donde se cortaron con guillotina, lo que genera una deformación importante en los extremos de la pieza debido a la alta fuerza que genera este tipo de corte.

Si bien, ambos conjuntos de pletinas tienen las mismas dimensiones, se pudo observar que las piezas utilizadas en la segunda experiencia presentaban mayores imperfecciones en su sección transversal y desviaciones de su rectitud aún más pronunciadas que se producen durante el transporte del material. Además, se puede considerar que ambas empresas utilizan diferentes proveedores, por lo cual pueden existir variaciones respecto a su composición como a en los procesos de fabricación empleados que pueden modificar sus propiedades mecánicas. De esta manera, se concluye que la relación de la carga crítica experimental con la teoría depende en gran parte de las columnas que se estén probando.

#### 7.4 Análisis de la deflexión lateral en apoyos articulado-articulado

Se graficó la curva de la deflexión lateral máxima medida respecto a la carga aplicada en la Figura 7.4.1 para apreciar de mejor manera la inestabilidad de la pieza. Se notó en la serie 2, que entre los dos últimos puntos la columna estaba en la zona de inestabilidad, ya que con un aumento de 100 [g] en la carga aplicada se produjo una deflexión cercana a 35 [mm]. Asimismo, se pudo notar que, a pesar de sufrir deflexiones, en la serie 1 no se tuvo esa inestabilidad, ya que la curva siempre se mantuvo muy cercana a la referencia lineal añadida como referencia en la Figura 7.4.1. Además, cuando apenas comenzó la deflexión de la columna, en ambas series se da que la deflexión se mantiene prácticamente constante a pesar de los aumentos de carga, por lo que es relativamente estable.

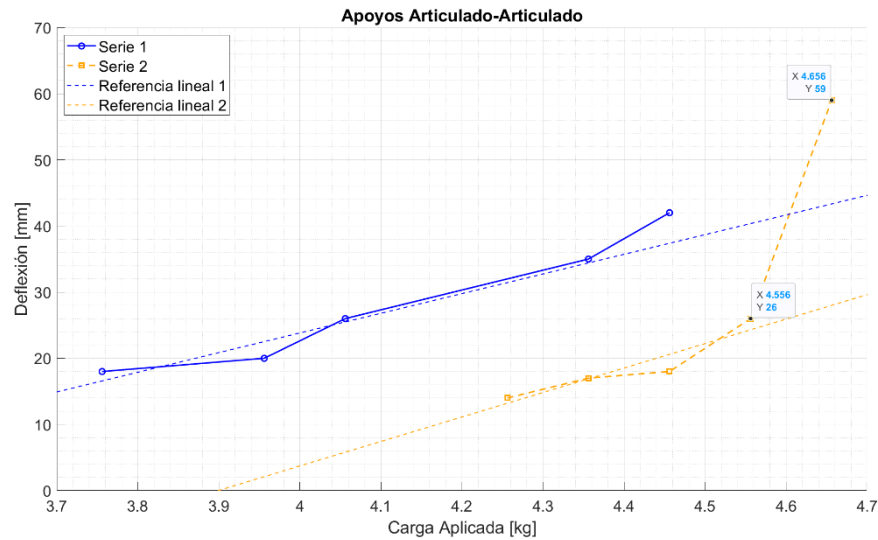


Figura 7.4.1: Curva de deflexión medida respecto a la carga aplicada en apoyos articulado-articulado

### 7.5 Análisis de la deflexión lateral en apoyos articulado-empotrado

En la Figura 7.5.1 se muestran las curvas de cada una de las series para esta condición, donde se puede apreciar que la serie 2 alcanza la inestabilidad cuando se le aplican una carga cercana a de 9,4 [kg], ya que sufre una deflexión de 11 [mm] con 200 [g]. Por su parte, la serie 1 se nota estable hasta el cuarto punto, ya que mantiene una tendencia de aumento lineal hasta la deflexión de 22 [mm], lo que indica que la columna encuentra un equilibrio. Posterior a dicho desplazamiento, se tiene que se aplicaron 500 [g] de carga que aumentaron 11 [mm], es decir, la mitad de la deflexión sufrida hasta ese momento. Esto señala que la columna entró en inestabilidad luego de 8,4 [kg] de carga aplicados.

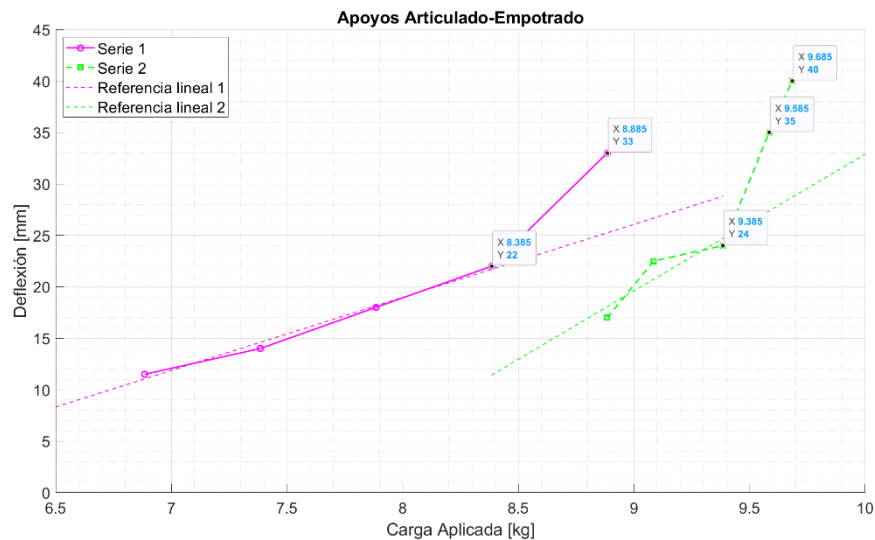


Figura 7.5.1: Curva de deflexión medida respecto a la carga aplicada en apoyos articulado-empotrado

### 7.6 Análisis de la deflexión lateral en apoyos empotrado-empotrado

Para los apoyos empotrados se presentan las curvas en la Figura 7.6.1, donde se aprecia una anomalía con respecto a las otras condiciones. Para este caso, la mayor deflexión se alcanzó con la serie 2, que

no coincide con la serie con mayor carga aplica, lo que reitera la importancia de la pletina utilizada. Por otro lado, se aprecia que la serie 1 no alcanzó la inestabilidad, ya que su curva siempre fue prácticamente lineal. Asimismo, la serie 2 es lineal hasta la carga de 15,7 [kg], para luego entrar en la inestabilidad y sufrir una deflexión de 16 [mm] con un 0,5 [kg] adicionales.

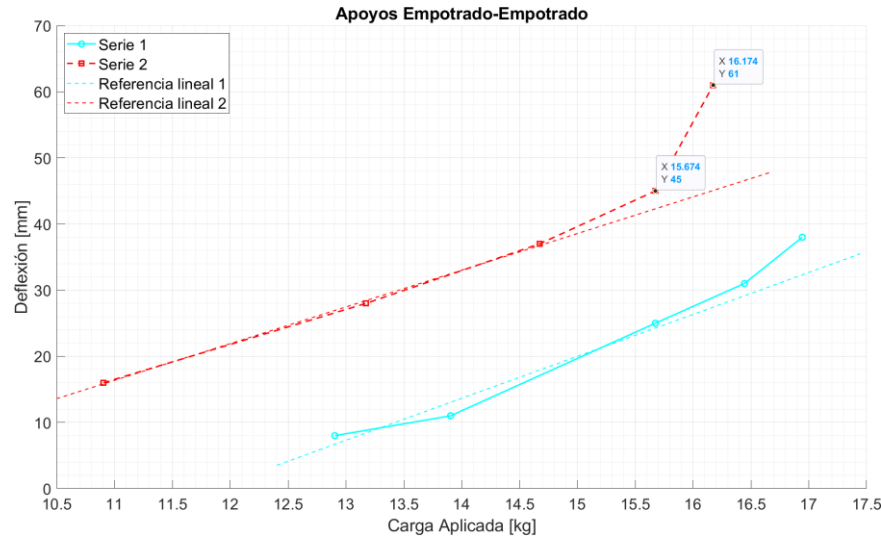


Figura 7.6.1: Curva de deflexión medida respecto a la carga aplicada en apoyos empotrados-empotrados

### 7.7 Repetición de ensayos para definir el impacto de las imperfecciones de las columnas

En primera instancia, se observó que las columnas alcanzaban valores de carga crítica que rondaban el 85% de la teoría. Luego, se apreció que con otras pletinas la carga disminuyó, por lo que se decidió realizar algunos nuevos ensayos de manera más rigurosa y añadiendo nuevos parámetros de control utilizando el mismo tipo de pletinas.

En primer lugar, se midieron tanto el ancho como el espesor de las piezas utilizando un pie de metro digital y un micrómetro respectivamente. Así, se midió en cinco puntos a lo largo de cada columna, equidistantes entre sí, incluyendo específicamente el centro de la pieza. De esta manera, se muestran los valores medidos para cada caso junto al error asociado a dichos defectos en la Tabla 7.7.1.

Tabla 7.7.1: Medición de la geometría de las pletinas y el error asociado a esas imperfecciones

Punto	Articulado-articulado $P_{cr,teo} = 5,379 [kg]$ $L_{real} = 1005 [mm]$				Articulado-empotrado $P_{cr,teo} = 11,451 [kg]$ $L_{real} = 984 [mm]$				Empotrado-empotrado $P_{cr,teo} = 23,433 [kg]$ $L_{real} = 963 [mm]$			
	$b [mm]$	$t [mm]$	$P_{cr} [kg]$	$\epsilon$	$b [mm]$	$t [mm]$	$P_{cr} [kg]$	$\epsilon$	$b [mm]$	$t [mm]$	$P_{cr} [kg]$	$\epsilon$
1	11,82	2,989	5,240	2,580%	11,89	2,978	11,098	3,081%	11,81	2,989	22,809	2,662%
2	11,81	2,981	5,194	3,441%	11,96	2,987	11,265	1,623%	11,73	2,984	22,541	3,806%
3	11,93	2,981	5,247	2,460%	11,9	2,974	11,063	3,389%	11,76	2,993	22,804	2,684%
4	11,88	2,984	5,240	2,576%	11,85	2,986	11,150	2,626%	11,82	2,973	22,464	4,136%
5	11,91	2,988	5,275	1,936%	11,83	2,976	11,020	3,764%	11,78	2,981	22,569	3,687%
Prom	11,87	2,985	5,239	2,599%	11,886	2,980	11,119	2,897%	11,78	2,984	22,638	3,395%

Asimismo, se midió la desviación de las pletinas, ya que visualmente se podía notar que no eran perfectamente rectas. De esta forma, se utilizó una barra recta con un ancho constante de 25,51 [mm] como referencia para medir la rectitud de cada pieza. Cada pletina se ubicó en el costado de la barra, donde se podía observar su curvatura, para luego medir la distancia desde el extremo de la barra recta hasta la pletina utilizando la parte inferior del pie de metro que se utiliza para medir profundidades. Así, se obtuvieron los valores las imperfecciones iniciales  $a$  de cada pletina en cinco puntos distintos ubicados cercanos al centro de la columna que se muestran en la Tabla 7.7.2

**Tabla 7.7.2: Desviaciones medidas en cada pletina**

Columna	Articulado-articulado	Articulado-empotrado	Empotrado-Empotrado
Variable	$a$ [mm]	$a$ [mm]	$a$ [mm]
Punto 1	1,25	0,77	1,87
Punto 2	2,27	1,53	2,11
Punto 3	1,79	1,44	3,24
Punto 4	1,61	1,52	2,73
Punto 5	0,48	1,01	2,04

Rápidamente se pudo notar que las pletinas tienen imperfecciones aleatorias en toda su longitud, e incluso en el peor de los casos posee una desviación mayor que su espesor. Considerando estos parámetros medidos, se decidió realizar un ensayo para determinar tanto la carga crítica como la deflexión de cada una de las columnas estudiadas. Vale decir que solo se determinó la carga crítica una vez, para no correr el riesgo de modificar alguno de los parámetros geométricos ya medidos, obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 7.7.3.

**Tabla 7.7.3: Resultados de la crítica y la deflexión lateral máxima medida con las pletinas estudiadas**

Ensayo	Articulado-articulado $P_{cr,teo} = 5,379$ [kg] $L_{real} = 1005$ [mm]			Articulado-empotrado $P_{cr,teo} = 11,451$ [kg] $L_{real} = 984$ [mm]			Empotrado-empotrado $P_{cr,teo} = 23,433$ [kg] $L_{real} = 963$ [mm]		
	$P_{ap}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$y$ [mm]	$P_{ap}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$y$ [mm]	$P_{ap}$ [kg]	% $P_{cr,teo}$	$y$ [mm]
Ensayo 1	3,456	64,3%	Crítica	7,385	64,5%	Crítica	14,174	60,5%	Crítica
Ensayo 2	3,956	73,5%	7	8,385	73,2%	9	15,444	65,9%	10
Ensayo 3	4,456	82,8%	11	9,385	82,0%	17	17,714	75,6%	28
Ensayo 4	4,656	86,6%	21	9,885	86,3%	54	18,714	79,9%	51
Ensayo 5	4,856	90,3%	87	10,085	88,1%	67	18,914	80,7%	73

Se puede notar que en general se alcanzaron valores de carga crítica experimental menores que en los ensayos pasados. Esto se debe a que se utilizaron pletinas que visualmente tenían más defectos que las anteriores, dado que al principio se priorizó utilizar las columnas que se apreciaban más rectas.

A partir de lo mostrado en la sección 3.6, se puede determinar la deflexión lateral de las columnas que presentan imperfecciones iniciales y excentricidades de carga utilizando la ecuación (19). En este caso, no se consideran valores de excentricidad, por lo que se tiene la ecuación (34).

$$\delta \equiv \frac{a}{1 - P/P_{cr}} \quad (34)$$

Utilizando el valor de carga crítica promedio corregido considerando las imperfecciones geométricas de la sección transversal que se mostró en la Tabla 7.7.1, se calculó la deflexión teórica con la ecuación (34) para la columna con apoyos articulados, donde se utilizó el valor de imperfección inicial medido en el punto 4 que es el que coincide con lo mostrado en la Figura 3.6.1. Luego, se compararon los resultados teóricos con los valores medidos en el banco de ensayos que se muestran en la Tabla 7.7.4.

$$a = 1,61 [mm]$$

$$P_{cr} = 5,239 [kg]$$

**Tabla 7.7.4: Comparación de la deflexión teórica y experimental para la columna articulada**

Ensayo	$\delta_{exp} [mm]$	$P [kg]$	$\delta_{teo} [mm]$	$\epsilon$
Ensayo 1	Crítica	3,456	–	–
Ensayo 2	7	3,956	6,574	93,92%
Ensayo 3	11	4,456	10,772	97,93%
Ensayo 4	21	4,656	14,468	68,89%
Ensayo 5	87	4,856	22,023	25,31%

Se pudo notar que en los ensayos 2 y 3 se la deflexión teórica y experimental alcanzan valores muy cercanos. Respecto a los ensayos 4 y 5, se observó que la pletina entró en la zona de inestabilidad, por lo que no se puede modelar su comportamiento en dicha zona ya que la columna ya falló.

De esta manera, el modelo para las columnas articuladas dentro del rango de estabilidad de la columna después de alcanzar la carga crítica se asemeja bastante a lo que se obtuvo experimentalmente en el banco de ensayos, por lo cual si se le puede atribuir la mayor parte de las diferencias entre los valores teóricos y prácticos a las imperfecciones iniciales de las pletinas.

Además, se puede notar que en este caso el valor experimental es mayor al teórico, contrario a lo que sucede con la carga crítica. En este caso, la variación se atribuye a que el modelo de la imperfecciones considera una curva perfecta de la columna, pero se pudo notar visualmente y con las desviaciones medidas que la curva descrita por la pletina es irregular.

Finalmente, se podría incluir un análisis de las propiedades mecánicas de las pletinas utilizadas para definir qué porcentaje del error depende del material y sus procesos de fabricación. Este nuevo proceso, escapa de los objetivos del presente informe.

## **CAPÍTULO 8: Propuestas de mejora para la medición en el banco de ensayos**

La deflexión lateral de las columnas se pudo medir de forma simple y sencilla utilizando el nivel láser requerido para la operación del banco junto a una regla. Sin embargo, esta medición conlleva un error importante, dado que depende del observador. A su vez, no permite obtener datos de forma continua, debido a que el registro de mediciones se realiza manualmente. Por esta razón, se decidió proponer algunas opciones para medir la deflexión de la columna de forma más precisa, lo que además puede aumentar la exactitud en la determinación de la carga crítica al detectar pequeños desplazamientos.

### **8.1 Medidor de distancia láser digital**

Es un dispositivo láser digital portátil que mide distancias de forma rápida, en tiempo real y con alta precisión, y que se utiliza de forma más simple y cotidiana que las opciones que se mencionarán más adelante, ya que no requiere de programación, por ende, su implementación sería más rápida.

Estos dispositivos se deben ubicar de forma perpendicular a la superficie que se quiere medir, por lo que en este caso se debe instalar de forma perpendicular a la columna respecto a su eje débil. Además, los medidores láser se caracterizan por ser fáciles de utilizar, pero solo entrega mediciones puntuales y no continuas, por lo que se dificulta el registro en el tiempo.

El medidor de distancia láser Makita LD030P [28] tiene la capacidad de medir distancias entre 0,2 y 30 [m] con una tolerancia de  $\pm 2$  [mm]. A su vez, el medidor láser Bosch GLM 40 Professional [29] posee una precisión de  $\pm 1,5$  [mm] en un rango de medición entre los 0,15 y 40 [m]. Ambos equipos, presentan una complicación, y es que ambos tienen dimensiones cercanas a los  $3 \times 5 \times 11$  [cm], lo que dificultaría su instalación en el banco de experimentos.

### **8.2 Sensor ultrasónico de distancia**

Esta alternativa se basa en el uso de un sensor ultrasónico de distancia instalado en uno de los perfiles verticales del banco de experimentos para que mida de forma perpendicular la deflexión. Estos sensores, permiten la visualización de las mediciones de forma relativamente simple, y el componente del error humano se reduce, ya que, se debe conectar a una placa Arduino para procesar y registrar los datos, lo que permite medir el desplazamiento de la columna en tiempo real y de forma continua. Así, se determinaría con mejor precisión la carga crítica, ya que entregaría el instante preciso donde comienza la deflexión.

El principio de funcionamiento de un sensor ultrasonido se basa en la emisión de una onda ultrasonido que se refleja en el objeto que se quiere medir. Así, el sensor detecta la onda reflejada y mide el tiempo que transcurrió entre la emisión y la recepción de la onda sonora, para luego calcular la distancia utilizando la velocidad del sonido. Dado este principio, es que las mediciones pueden ser afectadas por factores ambientales, como la temperatura y el ruido. A su vez, este equipo requiere de calibración y conocimientos básicos de programación.

Una buena opción es el Sensor Ultrasónico HC-SR04 [30], que posee una precisión de  $\pm 3$  [mm] y un rango de medición de 2 a 450 [cm], por lo que encaja de buena manera dentro del del banco de ensayos. Además, este sensor se puede conectar a una placa Arduino Uno [31] que permite registrar y procesar los datos a través de cualquier computadora.

### 8.3 Sensor óptico láser de distancia

Los sensores ópticos se caracterizan por su alta precisión y velocidad de medición. A su vez, también permite una medición continua del movimiento de la columna ensayada. En general, los sensores ópticos láser son más costosos que los ultrasónicos, pero presentan una mejor precisión, mejorando tanto la medición de la deflexión como la carga crítica. Un sensor óptico requiere de un soporte estable para evitar errores en la medición y se debe ubicar de forma perpendicular al objeto a medir. Por lo tanto, la instalación de este sensor es la misma que en la alternativa anterior, ya que se debe colocar perpendicular a la columna para poder medir la deflexión lateral.

La opción que se propone es el sensor óptico VL53L1X [32] fabricado por STMicroelectronics, que utiliza la tecnología Time-of-Flight (ToF), es decir, que calcula la distancia midiendo el tiempo que tarda el pulso láser en llegar al objeto y regresar. Así, se calcula la distancia a partir del tiempo medido y la velocidad de la luz del láser [33].

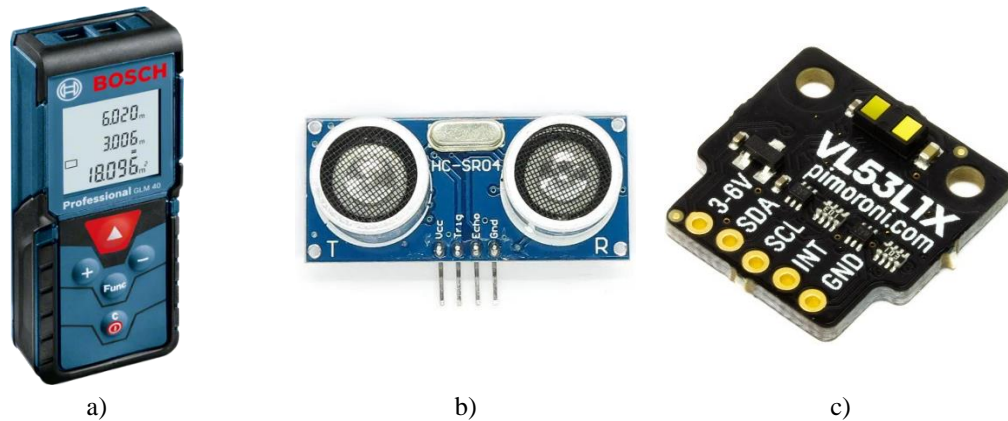
Este sensor mide distancias de entre 4 a 400 [cm] con una precisión de  $\pm 1$  [mm], por lo que encaja dentro de las dimensiones del banco de ensayos. A su vez, los principales inconvenientes del sensor óptico es que requiere de una calibración inicial y tiene alta sensibilidad a la luz ambiental. Asimismo, es compatible con microcontroladores como Arduino o Raspberry Pi.

### 8.4 Comparación de instrumentos

A continuación, se adjunta la Tabla 8.4.1 donde se comparan los aspectos más importantes de los instrumentos con el fin de definir la mejor opción, mientras que en la Figura 8.4.1 se aprecian los tres dispositivos analizados.

**Tabla 8.4.1: Tabla comparativa de los sistemas de medición propuestos**

Aspecto	Medidor láser Bosch GLM 40 Professional	Sensor Ultrasónico HC-SR04	Sensor óptico VL53L1X
Precisión [mm]	$\pm 1,5$	$\pm 3,0$	$\pm 1,0$
Rango de medición [m]	0,15 a 40	0,02 a 4,5	0,02 a 4
Tipo de medición	Puntual	Continua	Continua
Costo	\$69.990	\$2.590	\$ 5.835 + \$ 26.000 (envío)
Proveedor	Sodimac [34]	MCI Electronics [35]	Mouser Electronics [36]
Compatibilidad	No necesita	Arduino Uno	Arduino Uno o Raspberry Bi
Costo accesorios	No aplica	\$ 29.990	\$ 29.990
Proveedor accesorios	No aplica	MCI Electronics [37]	MCI Electronics [37]
Costo total	\$ 69.990	\$32.580	\$ 61.825
Desventaja principal	Sus dimensiones complican su montaje dentro del banco	Sensible a la temperatura y el ruido	Sensible a la luz ambiental



**Figura 8.4.1: Dispositivos de medición propuestos. a) Medidor láser Bosch GLM 40 Professional. b) Sensor Ultrasonico HC-SR04. c) Sensor óptico VL53L1X**

Cabe destacar, que para ambos sensores se determinó utilizar una placa Arduino Uno R3 [37], donde no se consideran el costo de cables y otros accesorios. Es fácil notar que la opción más económica es la del sensor ultrasónico, ya que su costo es casi la mitad de las otras opciones. A, su vez, se descarta el uso del medidor láser dado que su alto costo no se justifica, ya que no permite la medición continua de la distancia.

El sensor óptico se mostró como la opción más precisa, ya que tiene una precisión mucho mayor que el sensor de ultrasonido y permite un rango de medición similar. De esta manera, se propone que la opción ideal es la implementación del sensor óptico VL53L1X, ya que permitiría una medición continua, precisa y confiable, a pesar de su mayor costo económico. En esta aplicación, es fundamental la precisión del instrumento, ya que los desplazamientos que debe medir el sensor varían en muchos casos en 1 [mm], por lo que su mayor precisión compensa su costo.

La implementación de este sensor con alta precisión permitiría medir también las imperfecciones iniciales de cada columna en diferentes puntos de la pieza disminuyendo el error asociado a dicha medición. Así, se podría realizar un análisis más exhaustivo y detallado del pandeo.

## CAPÍTULO 9: Presupuesto total del banco de ensayos

La fabricación del banco de ensayos se realizó en las instalaciones de la Universidad, tal como se mencionó anteriormente. Aun así, se tuvieron que pedir piezas ya fabricadas a empresas dedicadas al corte de acero, así como comprar los materiales base para el equipo.

### 9.1 Listado de materiales para la fabricación

En la Tabla 9.1.1 se muestran cada uno de los materiales utilizados para la fabricación del banco de ensayos, ya sea el marco, los apoyos, entre otros, junto al proveedor y el precio.

**Tabla 9.1.1: Lista de materiales, proveedores y precios**

Ítem	Cantidad	Precio unitario	Precio total	Proveedor
Perfil Costanera 80 × 40 × 15 × 3 [mm] × 6 [m]	1	\$31.490	\$31.490	Prodalam
Rodamiento lineal cerrado LMK16UU con flange	3	\$4.395	\$13.185	RM Partes
Perno Parker M4 20 [mm]	12	\$67,25	\$807	Milan Fabjanovic
Tuerca hexagonal M4	12	\$26,75	\$321	Milan Fabjanovic
Eje de acero cromado 16 [mm]	1	\$17.990	\$17.990	RM Partes
Espárrago M6	1	\$2.632	\$2.632	Milan Fabjanovic
Placa de acero cuadrada 140 × 140 × 5 [mm]	3	\$4.522	\$13.566	Diferro
Perno Parker M10 20 [mm]	6	\$338,75	\$2.033	Milan Fabjanovic
Placa de acero 30 × 30 × 20 [mm]	3	\$6.664	\$19.992	Diferro
Placa de acero cuadrada 50 × 50 × 5 [mm]	9	\$1.428	\$12.852	Diferro
Perno Parker M6 20 [mm]	12	\$137,75	\$1.653	Milan Fabjanovic
Tuerca hexagonal M6	12	\$13,50	\$162	Milan Fabjanovic
Placa de acero 20 × 30 × 6 [mm]	6	\$1.904	\$11.424	Diferro
Placa de acero 20 × 30 × 10 [mm]	6	\$2.975	\$17.850	Diferro
Placa con ranura 20× 30 × 10 [mm]	9	\$3.570	\$32.130	Diferro
Pieza tipo C 20 × 46 × 30 [mm]	4	\$9.520	\$38.080	Diferro
Perno Parker M12 20 [mm]	6	\$486,50	\$2.919	Milan Fabjanovic
<b>Total</b>	-	-	<b>\$219.086</b>	-

### 9.2 Listado de herramientas para la operación

Existen elementos claves para la realización de ensayos y el montaje previo del equipo, donde destaca el nivel láser para la correcta alineación de los apoyos y las pletinas, además de ser la referencia para encontrar la carga crítica. A su vez, se consideraron las llaves tipo Allen que son fundamentales para el montaje y desmontaje del equipo. De esta manera, se adjunta el listado en la Tabla 9.2.1.

**Tabla 9.2.1: Listado de herramientas necesarios para la operación del banco de ensayos con precio y proveedor**

Ítem	Precio	Proveedor
Nivel láser autonivelante Einhell	\$76.990	Easy
Juego de llaves Allen 10 piezas 1,5 a 10 [mm] Stanley	\$12.390	IMPERIAL
<b>Total</b>	<b>\$89.380</b>	-

Cabe destacar, que se cotizó el mismo nivel láser utilizado durante las experiencias realizadas para la validación del banco de ensayos.

### 9.3 Listado de herramientas e insumos para la fabricación

Para la fabricación del banco se utilizaron algunas herramientas, tales como las brocas para taladro y discos para esmeril angular que se deben considerar dentro del presupuesto. En el caso de los agujeros realizadas en la fresadora CNC, no se incluyeron dichas brocas al presupuesto debido a lo específicas que son. Asimismo, todas las uniones fijas fueron realizadas con soldadura, por lo que es esencial para el desarrollo del banco de ensayos. De esta manera, en la Tabla 9.3.1 se incluye el presupuesto:

**Tabla 9.3.1: Lista de herramientas e insumos claves para la fabricación del banco, con precio y proveedor**

Ítem	Cantidad	Precio unitario	Precio total	Proveedor
Electrodo 6011 3/32" 1 [kg]	1	\$6.790	\$6.790	Sodimac
Disco de corte 4 1/2"	2	\$1.390	\$2.780	Sodimac
Disco de desbaste 4 1/2"	2	\$1.890	\$3.780	Sodimac
Disco flap lija traslapado 4 1/2"	1	\$4.190	\$4.190	Sodimac
Broca 16 [mm]	1	\$8.490	\$8.490	Sodimac
Broca 11 [mm]	1	\$4.990	\$4.990	Sodimac
Broca 8,5 [mm]	1	\$7.990	\$7.990	Sodimac
Broca 5 [mm]	1	\$7.401	\$7.401	Sodimac
<b>Total</b>	-	-	<b>\$46.411</b>	-

Vale decir, que para la fabricación del banco solo se compraron un disco de desbaste y un disco flap para pulir la soldadura, ya que las demás herramientas e insumos estaban en el taller.

### 9.4 Presupuesto final del banco de ensayos

Finalmente, se tiene que el presupuesto total del banco incluyendo materiales y herramientas, considerando que se ya se cuenta con las herramientas básicas como lo son el taladro, el esmeril y soldadora, asciende hasta los \$354.877. Cabe destacar, que a este valor se le podrían agregar los costos de despacho de algunos componentes.

Ahora bien, se debe incluir la mano de obra para realizar tanto el diseño como la fabricación del equipo. En este caso, se consideran los trabajos de un ingeniero encargado de realizar el diseño del equipo, junto a la revisión posterior a la fabricación. Asimismo, se deben incluir las labores de un soldador certificado que realice los trabajos de corte, soldadura y perforaciones varias. Así, en la Tabla 9.4.1 se muestra el presupuesto final completo, considerando 21 días de trabajo del soldador [38] y 30 días del ingeniero [39] a partir de los sueldos promedio en Chile para cada uno. Asimismo, en el Anexo H se adjuntan algunas cotizaciones que respaldan el presupuesto entregado.

**Tabla 9.4.1: Presupuesto total del banco de ensayos para pandeo**

Ítem	Costo
Materiales	\$219.086
Herramientas para operación	\$89.380
Herramientas e insumos para fabricación	\$46.411
Servicios de soldador (21 días)	\$541.340
Servicios de ingeniero mecánico (30 días)	\$1.162.842
<b>Total</b>	<b>\$2.059.059</b>

## CAPÍTULO 10: Conclusiones

La presente memoria de título tuvo como objetivo principal el diseño, construcción y validación de un banco de ensayos para el estudio del pandeo en columnas bajo diferentes condiciones de contorno. Este proyecto abordó una problemática significativa en el ámbito de la formación académica de los estudiantes de Ingeniería Civil Mecánica, en especial aquellos que cursan la asignatura Mecánica de Sólidos II, quienes carecían de una herramienta experimental que complementara el aprendizaje teórico sobre un fenómeno crítico en la estabilidad estructural. El banco de ensayos diseñado permitirá que los estudiantes de la asignatura observen físicamente el fenómeno de pandeo, donde además podrán comparar en una misma estructura el pandeo con las diferentes condiciones de borde.

El diseño del banco se basó en una estructura de tipo marco rectangular, utilizando perfiles costanera de  $40 \times 80 \times 15 \times 3$  [mm] que garantizaron la resistencia y rigidez frente a las cargas aplicadas, luego de analizar los efectos de la flexión sobre el perfil horizontal y el pandeo sobre los perfiles verticales a partir de la carga de diseño definida en un valor de 400 [N] y distribuida en tres puntos distintos. Así, los cálculos realizados para las dos situaciones anteriores entregaron factores de seguridad bastante elevados, siendo alrededor de 3,5 para el pandeo y prácticamente 5 en flexión.

En cuanto al diseño de los apoyos, se desarrollaron configuraciones específicas para simular cada una de las condiciones de contorno utilizando como base algunas investigaciones previas. Así, los apoyos articulados fueron diseñados con una ranura triangular truncada que permitió la libre rotación de la columna e impidió su movimiento lateral. Por su parte, los apoyos empotrados incorporaron un perno que presiona la columna contra un bloque de acero, restringiendo tanto su rotación como la traslación. Al analizar las curvas obtenidas en ensayos donde se superó ampliamente la carga crítica de pandeo de las pletinas, se pudo observar que estas tenían la misma forma que las curvas teóricas, lo que indica un buen funcionamiento de los diseños propuestos y el cumplimiento de las condiciones de contorno. El sistema de carga, compuesto principalmente por el eje cromado, el rodamiento y la plataforma de carga aseguraron que las fuerzas aplicadas fueran concéntricas, lo que permitió obtener resultados comparables con el modelo teórico del pandeo de Euler.

Durante la validación experimental del banco, se realizaron diez pruebas para cada una de las condiciones de contorno. Los resultados obtenidos mostraron una concordancia razonable con los valores teóricos, donde se obtuvo un promedio general de 86,4% con respecto a la carga teórica. En la configuración articulado-articulado, se tuvo el promedio más cercano a la carga crítica de Euler, alcanzando un promedio del 88,5%. A su vez, la condición que combinaba un apoyo empotrado con otro articulado superó el 86% de la carga teórica. La configuración empotrado-empotrado presentó los resultados más desfavorables, obteniendo un promedio del 84,5% de la carga teórica. Estas discrepancias evidencian la influencia de factores como la fatiga del material y los esfuerzos residuales, particularmente en condiciones de mayor restricción, donde se observó una disminución significativa de la carga crítica después del tercer ensayo. Respecto a las mediciones como tal, se analizó el error para experiencias múltiples que indicó que se tuvo una precisión bastante alta, ya que la experiencia que mayor error porcentual marcó fue la de los apoyos empotrados con un 3,258%. En el caso de la composición articulado-empotrado, se tuvo un valor de 0,825%, es decir, las mediciones fueron muy cercanas entre sí. La condición que más se acercó a la teoría fue la de los apoyos articulados, donde además se tuvo un error de experiencia múltiple de 1,335%.

Las variaciones entre los valores teóricos y experimentales para la carga crítica también se atribuyeron a desalineaciones en los apoyos y fricciones presentes en el sistema de ensayo. Posterior a estos ensayos, y luego de validar el funcionamiento del banco, ya que demostró ser una herramienta confiable para el análisis de pandeo, se decidió realizar nuevas pruebas con el fin de medir la deflexión lateral sufrida por las columnas luego de sobrepasar la carga crítica.

Los ensayos de deflexión demostraron que las pletinas de acero tienen un comportamiento plástico, como era de esperarse, ya que poseen amplias zonas de estabilidad antes de llegar a la inestabilidad, donde se presentan deflexiones abruptas en relación con los desplazamientos previos. Asimismo, se observó una disminución importante del valor de carga crítica, ya que todas las deflexiones se midieron con cargas mucho menores a la carga crítica teórica y la carga experimental determinada anteriormente, cuando, según la teoría, las deflexiones debían ocurrir con valores mayores.

Estas variaciones, se atribuyeron principalmente a la calidad de las pletinas, tanto en su geometría como el material, dado que entre la experiencia de carga crítica y la de deflexión se cambió el proveedor de estas piezas. Además, en el segundo caso, se notó que las pletinas presentaban defectos evidentes y mayores con respecto al primer caso. De esta manera, se decidió evaluar el efecto de las imperfecciones geométricas de las columnas ensayadas sobre el valor de carga crítica obtenido, por lo que se realizaron tres nuevos ensayos, uno por cada condición, donde se midió el ancho, el espesor y la desviación en diferentes puntos de cada pieza. Así, se obtuvo que los defectos de la sección transversal no tenían un impacto demasiado alto en el valor de carga crítica, ya que solo produjo un error promedio cercano al 3% en todas las condiciones. En el caso de la desviación, se pudo estudiar para la condición de apoyos articulados con un modelo teórico, donde se obtuvo que la deflexión experimental sobrepasaba la teórica en un porcentaje bastante bajo dentro de la zona de estabilidad de la columna, lo que demuestra que la principal fuente de las diferencias entre las cargas experimentales y teóricas son las imperfecciones iniciales.

Para mejorar el desempeño del equipo y reducir los errores asociados, se propuso la integración algún sistema de medición de alta precisión. La implementación de alguna de las opciones permitirá mejorar la precisión de la medición de carga crítica y deflexión, donde se consideró como la mejor opción el sensor óptico VL53L1X fabricado por STMicroelectronics, debido a su alta precisión, ya que permitiría mejorar la medición de carga crítica, deflexión y las imperfecciones iniciales.

Por otro lado, se plantea como un desafío futuro, además de mejorar el sistema de medición, añadir estudios de nuevas columnas, incorporando nuevos materiales, diferentes alturas y secciones transversales para extender el alcance del proyecto y poder encontrar nuevas oportunidades de mejora. Además, para determinar de forma específica las fuentes de error, se plantea realizar ensayos de tracción con las mismas pletinas, de modo que se puedan obtener sus propiedades mecánicas, como el módulo elástico y el esfuerzo de fluencia que afectan directamente al pandeo de la columna.

En conclusión, este proyecto representa un aporte significativo para la comprensión y el análisis del pandeo en columnas de parte de los estudiantes de la carrera, quienes podrán observar experimentalmente este fenómeno. Si bien se identificaron posibles mejoras, los resultados obtenidos validan el diseño y funcionalidad del banco, aunque remarca la importancia de la calidad de las columnas utilizadas. La aplicación de las propuestas de mejora permitirá ampliar las capacidades del equipo y reducir las fuentes de error, garantizando mediciones más precisas y confiables.

## Referencias

- [1] F. Beer, E. R. Johnston, J. DeWolf y D. Mazurek, «Capítulo 10: Columnas,» de *Mecánica de Materiales*, McGraw Hill, 2009, pp. 606-617.
- [2] R. Hibbeler, «Pandeo de columnas,» de *Mecánica de Materiales*, Pearson, 2011, pp. 657-667.
- [3] E. Popov, «Capítulo 16: Columnas,» de *Mecánica de Sólidos*, Pearson Educación, 2000.
- [4] Montajes, Ingeniería y Construcción SAS, «¿Cómo elegir la estructura perfecta para su construcción en acero?,» 2024. [En línea]. Available: <https://www.estructurasmetalicascolombia.com/montaje-de-estructuras/como-elegir-la-estructura-perfecta-para-su-construccion-en-acero>.
- [5] Alambres y Refuerzos DAC, «Torres construidas de acero,» 16 Julio 2018. [En línea]. Available: <https://alambresyrefuerzos.com/torres-construidas-de-acero/>.
- [6] Universidad de Concepción, «Ingeniería Civil Mecánica,» 2023. [En línea]. Available: <https://admission.udec.cl/ingenieria-civil-mecanica/>.
- [7] M. Valin, «Syllabus-Mecánica de Sólidos II,» Concepción, 2024.
- [8] D. Amancha, «Estudio de pandeo bajo la norma ASTM E9-89a para elaborar la guía práctica en los laboratorios de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica de la Universidad Técnica de Ambato,» Ambato, Ecuador, 2012.
- [9] ASTM, « Standard Test Methods of Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature,» *Designation: E9–89a (Reapproved 2000)*, 2000.
- [10] L. C. De La Peña Arribas, «BREVE RESUMEN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO EN REVIT ESTRUCTURAS,» LinkedIn, 12 Junio 2020. [En línea]. Available: <https://www.linkedin.com/pulse/breve-resumen-de-las-condiciones-contorno-en-revit-luis-carlos/>.
- [11] AISC, «Effective Length Method,» de *Specification for Structural Steel Buildings*, Chicago, 2016, p. 570.
- [12] D. Dávila Armesto, «Teoría de Euler: La carga crítica de pandeo,» INGENIO xyz, [En línea]. Available: <https://ingenioxyz.com/articulos/20220726-teoria-de-euler-la-carga-critica-de-pandeo>.
- [13] «El módulo de Young o módulo de elasticidad longitudinal,» Servosis, 29 Junio 2020. [En línea]. Available: <https://www.servosis.com/el-modulo-de-young-o-modulo-de-elasticidad-longitudinal/>.

- [14] «Radio de Giro,» StudySmarter, 2024. [En línea]. Available: <https://www.studysmarter.es/resumenes/ingenieria/mecanica-de-solidos/radio-de-giro/>.
- [15] A. Fissore, Mediciones, Concepción: DIM UdeC, 2020.
- [16] F. Mendoza González, «Diseño y construcción de un banco de prueba para determinar carga crítica de miembros esbeltos cargados axialmente a compresión,» Universidad de Los Andes, Bogotá, 2003.
- [17] A. Camargo y K. Lorena, «Ensayo de Pandeo (Buckling test),» *Research Gate*, 2019.
- [18] H. Santiago-Cuenca y P. Michel, «Un procedimiento para realizar los ensayos a pandeo,» *Ciencias Holguín*, 2017.
- [19] P. Harvey Jr y T. Cain, «Buckling of elastic columns with initial imperfections and load eccentricity,» *Structures ELSEVIER*, 2020.
- [20] Prodalam, Catálogo de Aceros y Productos Industriales, Santiago: Bekaert, 2024.
- [21] M. Rodríguez, «Pandeo de Columnas, Parte 2: Experimento,» 29 Junio 2016. [En línea]. Available: [https://youtu.be/XG4e\\_smamHQ?si=Kju4VCGaDI6KYVs5](https://youtu.be/XG4e_smamHQ?si=Kju4VCGaDI6KYVs5).
- [22] Equipment for Engineering Education, «WP 121 Demostración: casos del pandeo de "Euler",» Gunt Hamburg, 2024. [En línea]. Available: <https://www.gunt.de/es/productos/mecanica-y-diseno-mecanico/resistencia-de-materiales/pandeo-y-estabilidad/demostracion-casos-del-pandeo-de-euler/020.12100/wp121/glct-1:pa-150:ca-11:pr-1530>.
- [23] «LMK16UU Rodamiento cilíndrico ejes lineales 16mm (Pack 2 Unds),» RM Partes, 2024. [En línea]. Available: [https://www.rmpartes.cl/sku-179/lmk16uu-rodamiento-cilindrico-ejes-lineales-12mm?utm\\_source=js-google-shopping-app&utm\\_medium=js-google-shopping-app&gad\\_source=1&gclid=CjwKCAjw3624BhBAEiwAkxgTOgRhNR5KDp6cN4aAkCbjvZ FseGTp3Gu-da34GfWW8hPpcfG4HAFfJBoChpMQAvD](https://www.rmpartes.cl/sku-179/lmk16uu-rodamiento-cilindrico-ejes-lineales-12mm?utm_source=js-google-shopping-app&utm_medium=js-google-shopping-app&gad_source=1&gclid=CjwKCAjw3624BhBAEiwAkxgTOgRhNR5KDp6cN4aAkCbjvZ FseGTp3Gu-da34GfWW8hPpcfG4HAFfJBoChpMQAvD).
- [24] «Eje de acero cromado 16x1500mm,» RM Partes, 2024. [En línea]. Available: <https://www.rmpartes.cl/sku-127/eje-de-acero-cromado-16x1500mm?srltid=AfmBOooENe4hDmcbogDaxV0VqJht4ViP7RAkLseZMf2gD0qPOrC2TWef>.
- [25] F. Beer, E. Russel Johnston, J. DeWolf y D. Mazurek, «Apéndice B. Propiedades típicas de materiales seleccionados usados en ingeniería,» de *Mecánica de Materiales*, Mc Graw Hill, 2010, p. 747.
- [26] «Deflection,» Blue Ketchep, 2024. [En línea]. Available: <https://deflection.app/design/CIryrLOUQUGEuc0dVNjIaA>.

- [27] «DIFIERRO,» 2024. [En línea]. Available: <https://difierro.cl/>.
- [28] «Medidor De Distancia Laser 0,05m - 30m Makita,» Medidor De Distancia Laser 0,05m - 30m Makita, Makita. [En línea]. Available: [https://www.makitacenter.cl/medidor-de-distancia-laser-0-05m-30m-ld030p/p?srsltid=AfmBOop-\\_6DcXStN0EWA0nH9eAVB7BE24VojYoq\\_0bO8Yrv10nfgwTaX](https://www.makitacenter.cl/medidor-de-distancia-laser-0-05m-30m-ld030p/p?srsltid=AfmBOop-_6DcXStN0EWA0nH9eAVB7BE24VojYoq_0bO8Yrv10nfgwTaX).
- [29] «GLM 40 Professional,» Bosch, 2024. [En línea]. Available: <https://www.bosch-professional.com/cl/es/products/glm-40-0601072900>.
- [30] «Sensor de Ultrasonico HC-SR04,» AFEL, 2024. [En línea]. Available: <https://afel.cl/products/sensor-de-ultrasonico-hc-sr04?srsltid=AfmBOooW1ev672BkZyPtfQZvsSnTvIXlxwAcWqzzS0ahzdg-u0QWuPCV>.
- [31] «Sensor ultrasónico HC-SR04 y Arduino,» El Octavo Bit, 24 Junio 2020. [En línea]. Available: <https://eloctavobit.com/proyectos-tutoriales-arduino/sensor-ultrasonico-hc-sr04-y-arduino>.
- [32] «VL53L1X,» ST, [En línea]. Available: <https://www.st.com/en/imaging-and-photonics-solutions/vl53l1x.html>.
- [33] «Time-of-Flight principle,» TERABEE, 2024. [En línea]. Available: <https://www.terabee.com/time-of-flight-principle/>.
- [34] «Medidor de distancia láser 40 m,» Sodimac, 2024. [En línea]. Available: [https://www.sodimac.cl/sodimac-cl/articulo/110033500/Medidor-de-distancia-laser-40m/110033514?kid=goosho\\_373415&shop=googleShopping&gad\\_source=1&gclid=CjwKCAiApsm7BhBZEiwAvIu2X6g-ni0JKWBOEMau-zMH23hRcKfyM4L5B2H7m\\_KfRt2PMuZW5KaILxoCSqgQAvD\\_BwE](https://www.sodimac.cl/sodimac-cl/articulo/110033500/Medidor-de-distancia-laser-40m/110033514?kid=goosho_373415&shop=googleShopping&gad_source=1&gclid=CjwKCAiApsm7BhBZEiwAvIu2X6g-ni0JKWBOEMau-zMH23hRcKfyM4L5B2H7m_KfRt2PMuZW5KaILxoCSqgQAvD_BwE).
- [35] «Sensor de proximidad ultrasonico HC-SR04,» MCI Electronics, 2024. [En línea]. Available: [https://mcielectronics.cl/shop/product/sensor-de-proximidad-de-ultrasonido-hc-sr04-23582/?srsltid=AfmBOoovqo06TDd9hJf-a2RP6jldUjGDVaR-syx\\_RMmztox6g0c-P\\_vX](https://mcielectronics.cl/shop/product/sensor-de-proximidad-de-ultrasonido-hc-sr04-23582/?srsltid=AfmBOoovqo06TDd9hJf-a2RP6jldUjGDVaR-syx_RMmztox6g0c-P_vX).
- [36] «STMicroelectronics VL53L1CXV0FY/1,» MOUSER Electronics, 2024. [En línea]. Available: <https://www.mouser.cl/ProductDetail/STMicroelectronics/VL53L1CXV0FY-1?qs=W0yvOO0ixfQE5v5L6h6PA%3D%3D>.
- [37] «Arduino Uno R3,» MCI Electronics, 2024. [En línea]. Available: <https://mcielectronics.cl/shop/product/arduino-uno-r3-arduino-10230/>.
- [38] «Salario o sueldo promedio de soldador,» Chiletrabajos, Enero 2025. [En línea]. Available: <https://www.chiletrabajos.cl/sueldos/soldador>.

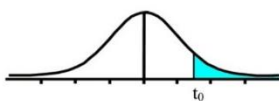
- [39] «Salario o sueldo promedio de ingeniero mecanico,» Chiletrabajos, Enero 2025. [En línea]. Available: <https://www.chiletrabajos.cl/sueldos/ingeniero/mecanico>.
- [40] «Tabla t-Student,» Univerisdad de Buenos Aires, [En línea]. Available: [https://cms.dm.uba.ar/academico/materias/1ercuat2024/probabilidades\\_y\\_estadistica\\_C/tabla\\_tstudent.pdf/](https://cms.dm.uba.ar/academico/materias/1ercuat2024/probabilidades_y_estadistica_C/tabla_tstudent.pdf/).
- [41] «Perfil Costanera 80mm x 40mm x 15mm x 3mm de espesor y 6m largo,» Prodalam, [En línea]. Available: <https://www.prodalam.cl/productos/9391-UN/perfil-costanera-80mm-x-40mm-x-15mm-x-3mm-de-espesor-y-6m-largo?grupo=WA000066>.



## Anexo B

### Tabla de la t de Student [40]

Tabla t-Student



Grados de libertad	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3137	12.7062	31.8210	63.6559
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9645	9.9250
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8408
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7765	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9979	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7970
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
31	0.6825	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.7440
32	0.6822	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385
33	0.6820	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333
34	0.6818	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
35	0.6816	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238
36	0.6814	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195
37	0.6812	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154
38	0.6810	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116
39	0.6808	1.3036	1.6849	2.0227	2.4258	2.7079
40	0.6807	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
41	0.6805	1.3025	1.6829	2.0195	2.4208	2.7012
42	0.6804	1.3020	1.6820	2.0181	2.4185	2.6981
43	0.6802	1.3016	1.6811	2.0167	2.4163	2.6951
44	0.6801	1.3011	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923
45	0.6800	1.3007	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896
46	0.6799	1.3002	1.6787	2.0129	2.4102	2.6870
47	0.6797	1.2998	1.6779	2.0117	2.4083	2.6846
48	0.6796	1.2994	1.6772	2.0106	2.4066	2.6822
49	0.6795	1.2991	1.6766	2.0096	2.4049	2.6800

## Anexo C

### Análisis de perfiles de acero con diferentes geometrías [20]

Perfil	Dimensiones	$I [mm^4]$	$P_{cr}[N]$	$P_{cr}[kN]$	$m [kg]$
Tubo redondo	5 / 8" x 1,0 mm	1300	10264,4	10,26	1044,3
Tubular cuadrado	15 x 15 x 1,0 mm	1700	13422,7	13,42	1368,3
Ángulo	20 x 20 x 2,0 mm	2800	22107,9	22,11	2253,6
Canal	50 x 25 x 2,0 mm	70000	552697,8	552,70	56340,2

Se puede apreciar que para pandear los perfiles más pequeños de las diferentes geometrías comercializadas por Prodalam, se necesitan a lo menos 1000 [kg].

## Anexo D

### Código Matlab para el cálculo de pandeo sobre las columnas del marco

```

% Cálculo de pandeo de los perfiles verticales: Perfil costanera 40x80x15x3 mm
de acero
% Propiedades geométricas y de material perfil costanera
A = 5 * 100; % Área en mm^2
I = 10.15 * 10000; % Momento de inercia en mm^4
S = 3.9 * 1000; % Módulo de sección en mm^3
E = 200 * 1000; % Módulo de elasticidad en MPa
L = 1160; % Longitud en mm
r = sqrt(I / A); % Radio de giro en mm
% Cargas
L_h = 530; % Longitud del perfil horizontal en mm
P_1 = 400; % Carga en N
P_2 = 400; % Carga en N
P_3 = 400; % Carga en N
W = 4.01 * (L_h / 1000) * 9.81; % Peso en N
% Distancias (excentricidades)
e_1 = 40 + 75; % mm
e_2 = 40 + 75 + 150; % mm
e_3 = 40 + 75 + 150 + 150; % mm
e_w = L_h / 2; % mm
% Momentos
M_1 = P_1 * e_1; % N·mm
M_2 = P_2 * e_2; % N·mm
M_3 = P_3 * e_3; % N·mm
M_w = W * e_w; % N·mm
% Cálculo del esfuerzo máximo
sigma_max = (P_1 / A) + (M_1 / S) + (P_2 / A) + (M_2 / S) + (P_3 / A) + (M_3 /
S) + (W / A) + (M_w / S); % MPa
% Carga crítica por pandeo
sigma_cr = (pi^2 * E) / ((L / r)^2); % MPa
% Resultados
if sigma_cr > sigma_max
    FS = sigma_cr / sigma_max; % Factor de seguridad
    fprintf('Esfuerzo máximo: %.2f MPa\n', sigma_max);
    fprintf('Esfuerzo crítico: %.2f MPa\n', sigma_cr);
    fprintf('Factor de seguridad: %.3f\n', FS);
    fprintf('El banco se puede construir.\n');
else
    fprintf('Esfuerzo máximo: %.2f MPa\n', sigma_max);
    fprintf('Esfuerzo crítico: %.2f MPa\n', sigma_cr);
    fprintf('El banco NO se puede construir porque la tensión crítica es menor
que la máxima.\n');
end

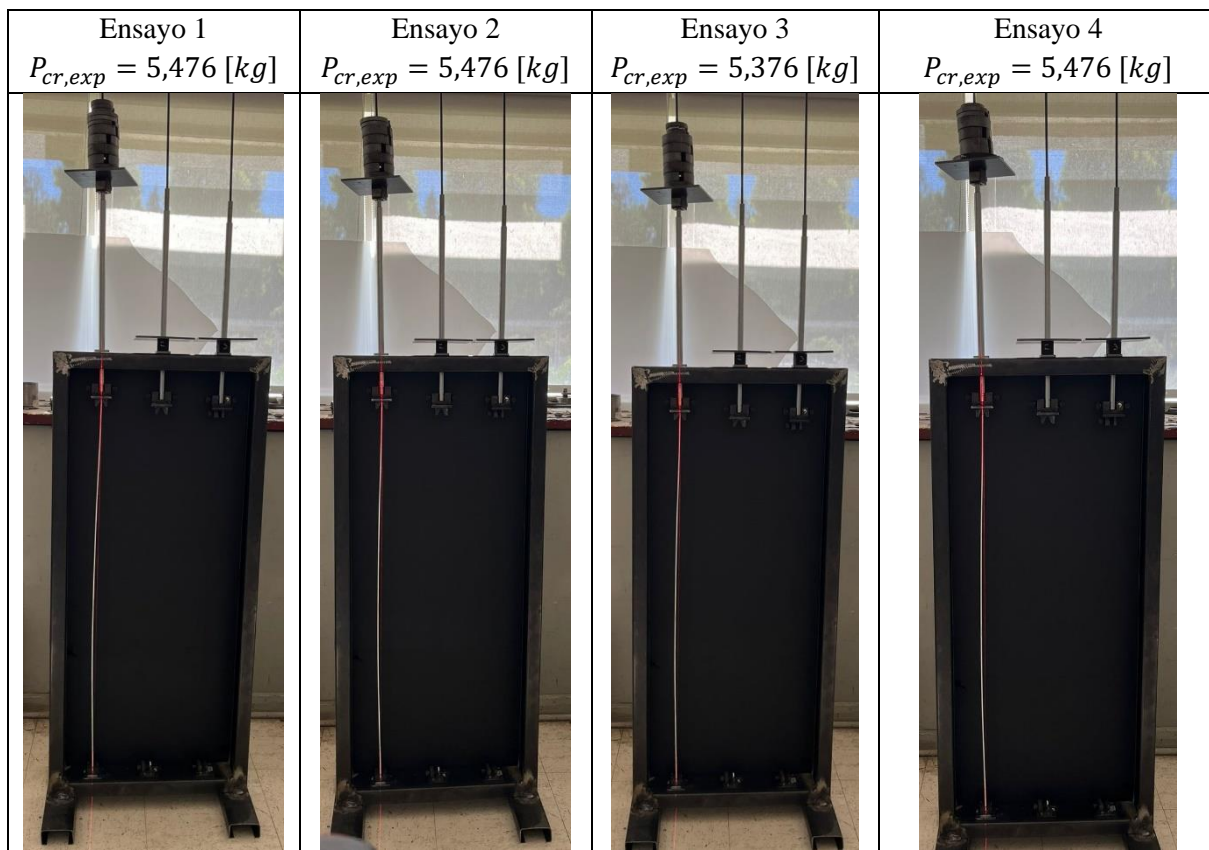
```




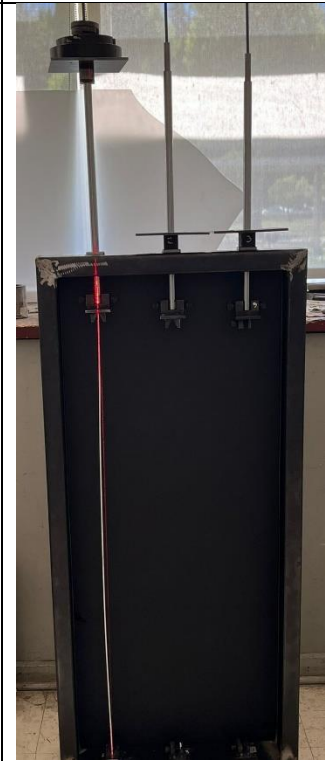
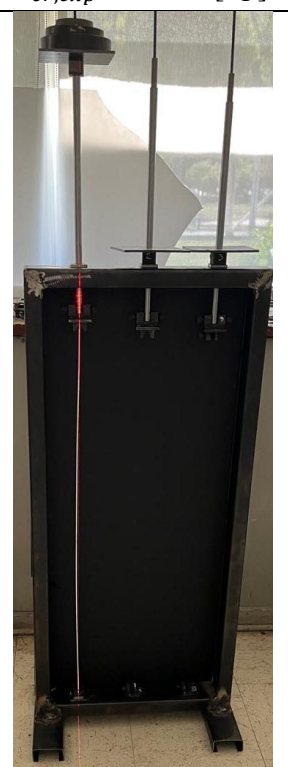
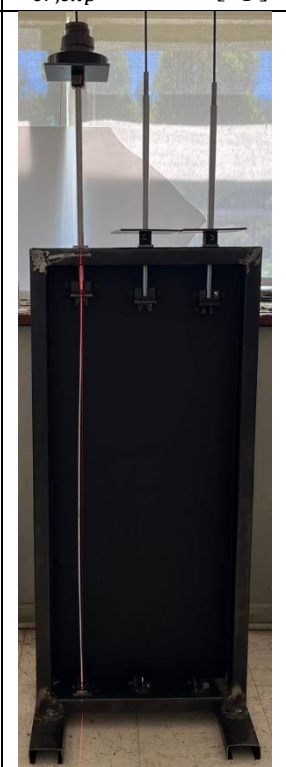
## Anexo E

### Recopilación fotográfica de los ensayos de carga crítica para apoyos articulado-articulado

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	Carga apl.	Carga teo.	Precisión
Ensayo 1	2,076	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	5,476	6,229	87,9%
Ensayo 2	2,076	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,2	0,2			5,476	6,229	87,9%
Ensayo 3	2,076	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,1	0,1	0,1		5,376	6,229	86,3%
Ensayo 4	2,076	0,9	1	0,5	0,5	0,2	0,2	0,1					5,476	6,229	87,9%
Ensayo 5	2,076	0,9	1	0,5	0,5	0,2	0,1	0,1					5,376	6,229	86,3%
Ensayo 6	2,076	0,9	1	1	0,2	0,2							5,376	6,229	86,3%
Ensayo 7	2,076	0,9	1	1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,18				5,556	6,229	89,2%
Ensayo 8	2,076	2,27	0,91	0,1	0,1								5,456	6,229	87,6%
Ensayo 9	2,076	2,27	0,91	0,2	0,2								5,656	6,229	90,8%
Ensayo 10	2,076	2,27	0,5	0,5	0,1	0,1	0,1						5,646	6,229	90,6%
													<b>5,487</b>	<b>6,229</b>	<b>88,1%</b>

A continuación, se adjuntan las fotografías de los ensayos realizados para la condición de apoyos articulado-articulado en el momento donde se consideró que se había alcanzado la carga crítica y su respectivo valor.

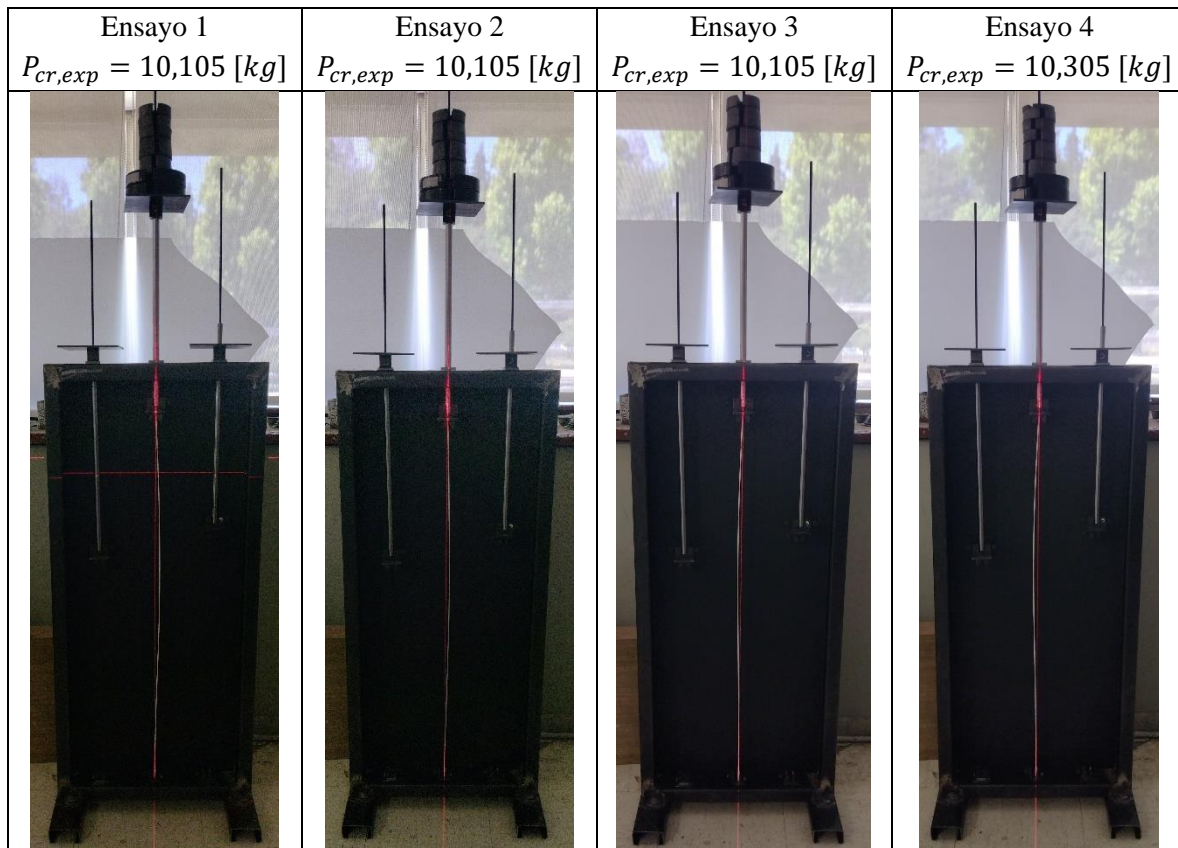




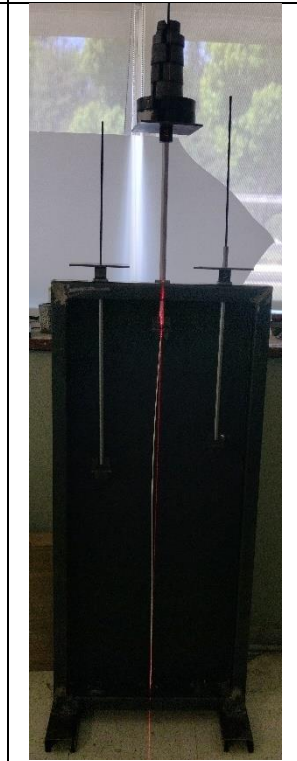



<p>Ensayo 5 <math>P_{cr,exp} = 5,376 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 6 <math>P_{cr,exp} = 5,376 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 7 <math>P_{cr,exp} = 5,556 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 8 <math>P_{cr,exp} = 5,456 [kg]</math></p>
			
<p>Ensayo 9 <math>P_{cr,exp} = 5,656 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 10 <math>P_{cr,exp} = 5,646 [kg]</math></p>		
			

## Recopilación fotográfica de los ensayos de carga crítica para apoyos articulado-empotrado

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Carga apl.	Carga teo.	Precisión
Ensayo 1	2,065	2,27	2,27	1	1	0,5	0,5	0,5				10,105	11,906	84,9%
Ensayo 2	2,065	2,27	2,27	1	1	1	0,5					10,105	11,906	84,9%
Ensayo 3	2,065	2,27	2,27	1	1	1	0,5					10,105	11,906	84,9%
Ensayo 4	2,065	2,27	2,27	1	1	0,5	0,5	0,5	0,2			10,305	11,906	86,6%
Ensayo 5	2,065	2,27	2,27	1	1	1	0,2	0,2	0,2			10,205	11,906	85,7%
Ensayo 6	2,065	2,27	2,27	1	1	1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	10,305	11,906	86,6%
Ensayo 7	2,065	2,27	2,27	1	1	1	0,5	0,1	0,1	0,1		10,405	11,906	87,4%
Ensayo 8	2,065	2,27	2,27	2,27	1	0,5						10,375	11,906	87,1%
Ensayo 9	2,065	2,27	2,27	2,27	0,91	0,2	0,2	0,1				10,285	11,906	86,4%
Ensayo 10	2,065	2,27	2,27	2,27	0,91	0,5	0,1					10,385	11,906	87,2%
												<b>10,258</b>	<b>11,906</b>	<b>86,2%</b>

A continuación, se adjuntan las fotografías de los ensayos realizados para la condición de apoyos articulado-empotrado en el momento donde se consideró que se había alcanzado la carga crítica y su respectivo valor.

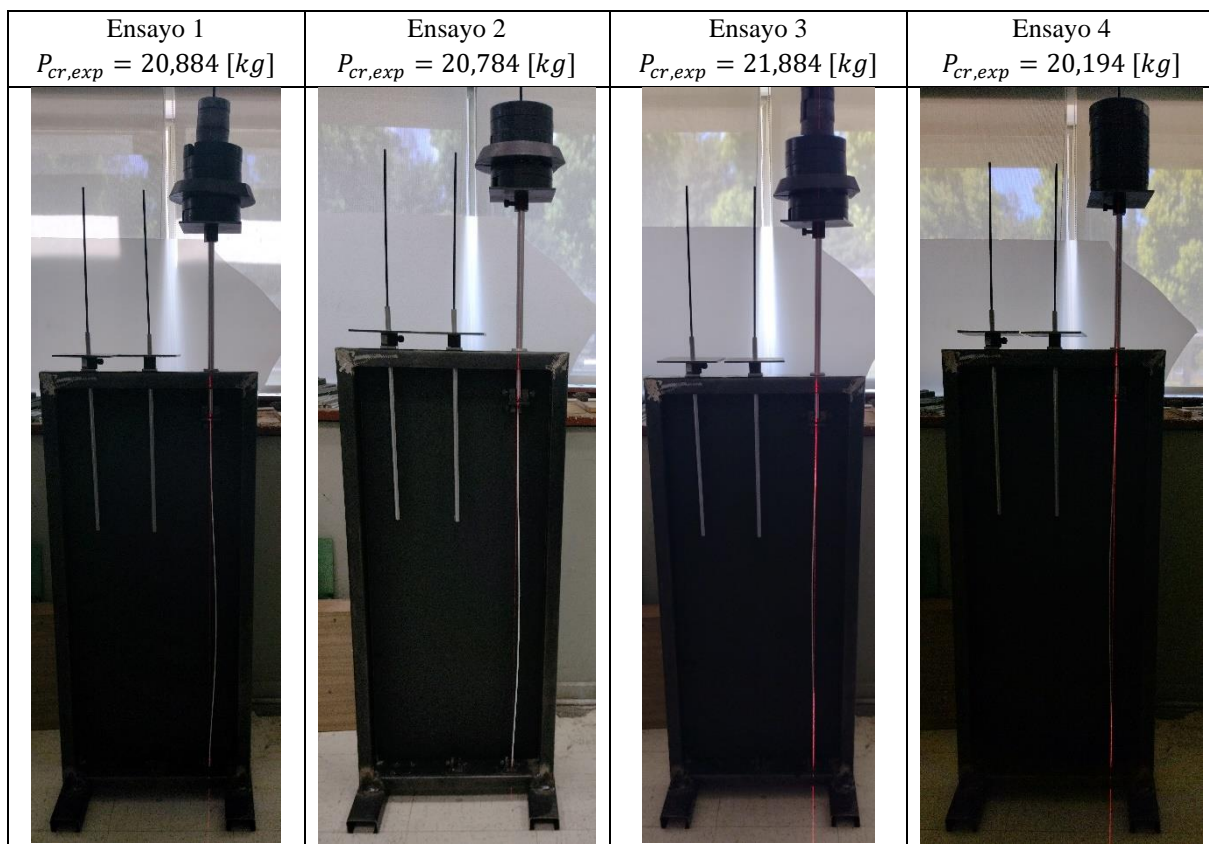






<p>Ensayo 5 <math>P_{cr,exp} = 10,205 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 6 <math>P_{cr,exp} = 10,305 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 7 <math>P_{cr,exp} = 10,405 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 8 <math>P_{cr,exp} = 10,375 [kg]</math></p>
			
<p>Ensayo 9 <math>P_{cr,exp} = 10,285 [kg]</math></p>	<p>Ensayo 10 <math>P_{cr,exp} = 10,385 [kg]</math></p>		
			

## Recopilación fotográfica de los ensayos de carga crítica para apoyos empotrado-empotrado

A continuación, se adjuntan las fotografías de los ensayos realizados para la condición de apoyos empotrado-empotrado en el momento donde se consideró que se había alcanzado la carga crítica y su respectivo valor.

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	Carga apl.	Carga teo.	Error
Ensayo 1	2,034	2,27	2,27	5	2,27	2,27	2,27	1	1	0,5			20,884	23,728	88,0%
Ensayo 2	2,034	2,27	2,27	5	2,27	2,27	2,27	1	0,2	0,2	1		20,784	23,728	87,6%
Ensayo 3	2,034	2,27	2,27	5	2,27	2,27	2,27	1	1	0,5	0,5	0,5	21,884	23,728	92,2%
Ensayo 4	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27				20,194	23,728	85,1%
Ensayo 5	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	1	0,5	0,5	0,5	19,154	23,728	80,7%
Ensayo 6	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5	0,5		19,924	23,728	84,0%
Ensayo 7	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	1			19,924	23,728	84,0%
Ensayo 8	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5			19,424	23,728	81,9%
Ensayo 9	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5			19,424	23,728	81,9%
Ensayo 10	2,034	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1				18,924	23,728	79,8%
													<b>20,052</b>	<b>23,728</b>	<b>84,5%</b>



Ensayo 5 $P_{cr,exp} = 19,154 [kg]$	Ensayo 6 $P_{cr,exp} = 19,924 [kg]$	Ensayo 7 $P_{cr,exp} = 19,924 [kg]$	Ensayo 8 $P_{cr,exp} = 19,424 [kg]$
			
Ensayo 9 $P_{cr,exp} = 19,424 [kg]$	Ensayo 10 $P_{cr,exp} = 18,924 [kg]$		
			

## Anexo F

### Código de Matlab para cálculo de error de experiencia múltiple para apoyos articulado-articulado

```

% Código para calcular el error de experiencia múltiple en condicion
% articulado-articulado

clc; clear; close all;

% Ingreso de los datos como vector
fprintf('Cálculo del Error de Experiencia Múltiple para Apoyos Articulado
A\n');
x = [5.476, 5.476, 5.376, 5.476, 5.376, 5.376, 5.556, 5.446, 5.646, 5.646];

% Número de datos
n = length(x);

% Verificar cantidad de datos
if n < 2
    error('La cantidad de datos debe ser mayor o igual a 2 para calcular el
error.');
```

```

end

% Cálculo del promedio de las mediciones
x_prom = mean(x);

% Cálculo de la desviación estándar (s) usando la ecuación (16)
s = sqrt(sum((x - x_prom).^2) / (n - 1));

% Cálculo de los grados de libertad (GL) - ecuación (15)
GL = n - 1;

% Elección del valor t (tabla t de Student) basado en la probabilidad deseada
fprintf('\n--- Parámetros para la distribución t-Student ---\n');
fprintf('Seleccione una probabilidad común (nivel de confianza):\n');
fprintf('1. 90%\n2. 95%\n3. 99%\n');
option = input('Opción (1, 2 o 3): ');

% Selección del valor de t basado en grados de libertad y probabilidad
switch option
    case 1 % 90% de confianza
        t_value = tinv(0.95, GL); % 0.95 porque es bilateral
    case 2 % 95% de confianza
        t_value = tinv(0.975, GL);
    case 3 % 99% de confianza
        t_value = tinv(0.995, GL);
    otherwise
        error('Opción no válida.');
```

```

end

% Cálculo del error  $\epsilon$  usando la ecuación (14)
epsilon = t_value * (s / sqrt(n));

% Cálculo del error porcentual

```

```

error_porcentual = (epsilon / x_prom) * 100;

% Rango del valor medido usando la ecuación (17)
x_inf = x_prom - epsilon;
x_sup = x_prom + epsilon;

% Resultados
fprintf('\n--- Resultados del Cálculo ---\n');
fprintf('Promedio de las mediciones (x): %.4f\n', x_prom);
fprintf('Desviación estándar (s): %.4f\n', s);
fprintf('Grados de libertad (GL): %d\n', GL);
fprintf('Valor t (de Student): %.4f\n', t_value);
fprintf('Error absoluto (ε): %.4f\n', epsilon);
fprintf('Error porcentual: %.3f%%\n', error_porcentual);
fprintf('Rango del valor medido: %.4f <= x <= %.4f\n', x_inf, x_sup);

```

### **Código de Matlab para cálculo de error de experiencia múltiple para apoyos articulado-empotrado**

```

% Código para calcular el error de experiencia múltiple en condicion
% Articulado-Empotrado

clc; clear; close all;

% Ingreso de los datos como vector
fprintf('Cálculo del Error de Experiencia Múltiple para Apoyos Articulado-
Empotrado A\n');
x = [10.105, 10.105, 10.105, 10.305, 10.205, 10.305, 10.405, 10.375, 10.272,
10.372];

% Número de datos
n = length(x);

% Verificar cantidad de datos
if n < 2
    error('La cantidad de datos debe ser mayor o igual a 2 para calcular el
error.');
```

```

end

% Cálculo del promedio de las mediciones
x_prom = mean(x);

% Cálculo de la desviación estándar (s) usando la ecuación (16)
s = sqrt(sum((x - x_prom).^2) / (n - 1));

% Cálculo de los grados de libertad (GL) - ecuación (15)
GL = n - 1;

% Elección del valor t (tabla t de Student) basado en la probabilidad deseada
fprintf('\n--- Parámetros para la distribución t-Student ---\n');
fprintf('Seleccione una probabilidad común (nivel de confianza):\n');
fprintf('1. 90%\n2. 95%\n3. 99%\n');
option = input('Opción (1, 2 o 3): ');

```

```

% Selección del valor de t basado en grados de libertad y probabilidad
switch option
    case 1 % 90% de confianza
        t_value = tinv(0.95, GL); % 0.95 porque es bilateral
    case 2 % 95% de confianza
        t_value = tinv(0.975, GL);
    case 3 % 99% de confianza
        t_value = tinv(0.995, GL);
    otherwise
        error('Opción no válida.');
```

end

```

% Cálculo del error  $\epsilon$  usando la ecuación (14)
epsilon = t_value * (s / sqrt(n));

% Cálculo del error porcentual
error_porcentual = (epsilon / x_prom) * 100;

% Rango del valor medido usando la ecuación (17)
x_inf = x_prom - epsilon;
x_sup = x_prom + epsilon;

% Resultados
fprintf('\n--- Resultados del Cálculo ---\n');
fprintf('Promedio de las mediciones ( $\bar{x}$ ): %.4f\n', x_prom);
fprintf('Desviación estándar (s): %.4f\n', s);
fprintf('Grados de libertad (GL): %d\n', GL);
fprintf('Valor t (de Student): %.4f\n', t_value);
fprintf('Error absoluto ( $\epsilon$ ): %.4f\n', epsilon);
fprintf('Error porcentual: %.3f%%\n', error_porcentual);
fprintf('Rango del valor medido: %.4f <= x <= %.4f\n', x_inf, x_sup);
```

### **Código de Matlab para cálculo de error de experiencia múltiple para apoyos empotrado-empotrado**

```

% Código para calcular el error de experiencia múltiple en condicion
% Empotrado-Empotrado

clc; clear; close all;

% Ingreso de los datos como vector
fprintf('Cálculo del Error de Experiencia Múltiple para Apoyos Empotrado-
Empotrado A\n');
x = [20.884, 20.784, 21.884, 20.194, 19.154, 19.924, 19.924, 19.424, 19.424,
18.924];

% Número de datos
n = length(x);

% Verificar cantidad de datos
if n < 2
    error('La cantidad de datos debe ser mayor o igual a 2 para calcular el
error.');
```

end

```

% Cálculo del promedio de las mediciones
x_prom = mean(x);

% Cálculo de la desviación estándar (s) usando la ecuación (16)
s = sqrt(sum((x - x_prom).^2) / (n - 1));

% Cálculo de los grados de libertad (GL) - ecuación (15)
GL = n - 1;

% Elección del valor t (tabla t de Student) basado en la probabilidad deseada
fprintf('\n--- Parámetros para la distribución t-Student ---\n');
fprintf('Seleccione una probabilidad común (nivel de confianza):\n');
fprintf('1. 90%\n2. 95%\n3. 99%\n');
option = input('Opción (1, 2 o 3): ');

% Selección del valor de t basado en grados de libertad y probabilidad
switch option
    case 1 % 90% de confianza
        t_value = tinv(0.95, GL); % 0.95 porque es bilateral
    case 2 % 95% de confianza
        t_value = tinv(0.975, GL);
    case 3 % 99% de confianza
        t_value = tinv(0.995, GL);
    otherwise
        error('Opción no válida. ');
end

% Cálculo del error  $\epsilon$  usando la ecuación (14)
epsilon = t_value * (s / sqrt(n));

% Cálculo del error porcentual
error_porcentual = (epsilon / x_prom) * 100;

% Rango del valor medido usando la ecuación (17)
x_inf = x_prom - epsilon;
x_sup = x_prom + epsilon;

% Resultados
fprintf('\n--- Resultados del Cálculo ---\n');
fprintf('Promedio de las mediciones ( $\bar{x}$ ): %.4f\n', x_prom);
fprintf('Desviación estándar (s): %.4f\n', s);
fprintf('Grados de libertad (GL): %d\n', GL);
fprintf('Valor t (de Student): %.4f\n', t_value);
fprintf('Error absoluto ( $\epsilon$ ): %.4f\n', epsilon);
fprintf('Error porcentual: %.3f%%\n', error_porcentual);
fprintf('Rango del valor medido: %.4f <= x <= %.4f\n', x_inf, x_sup);

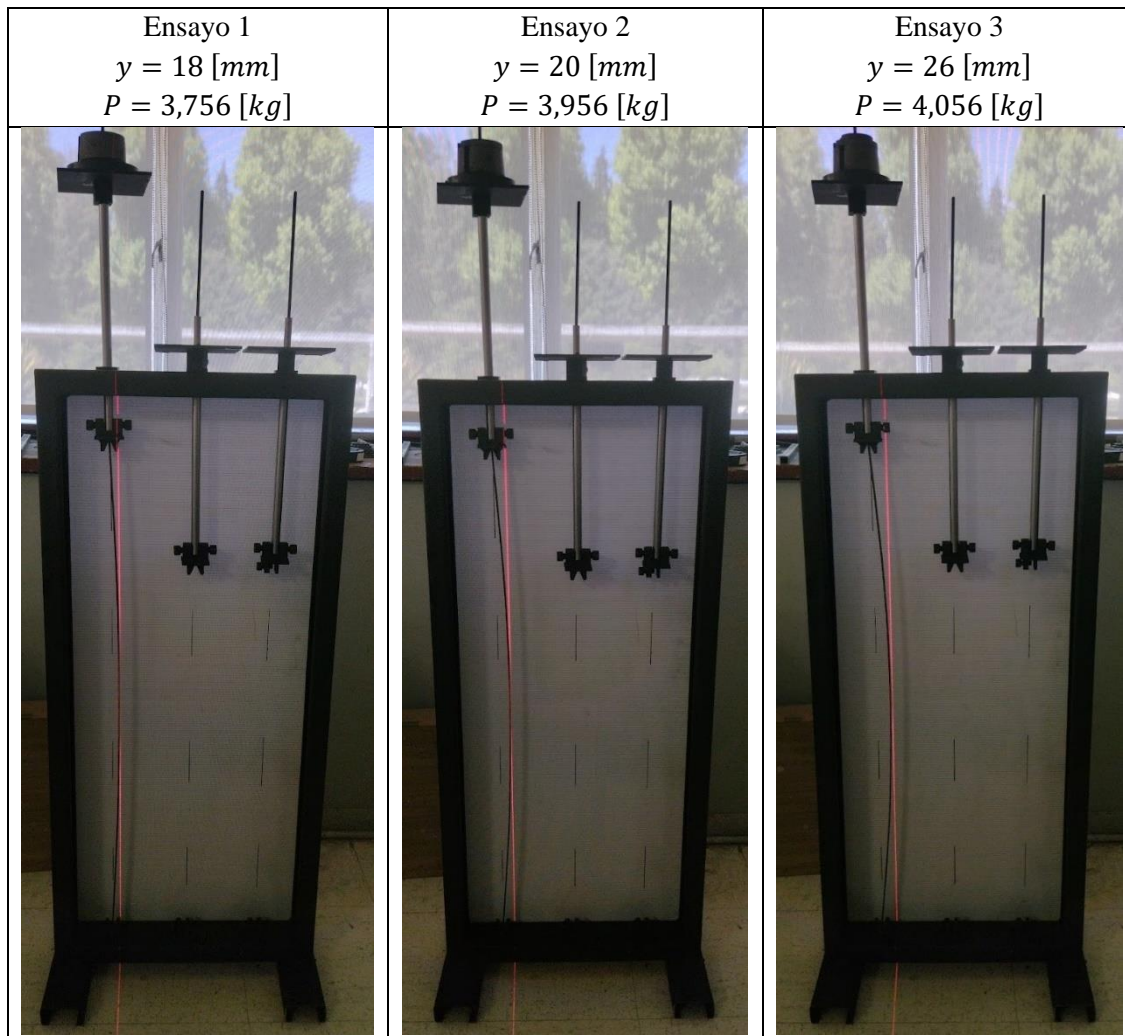
```

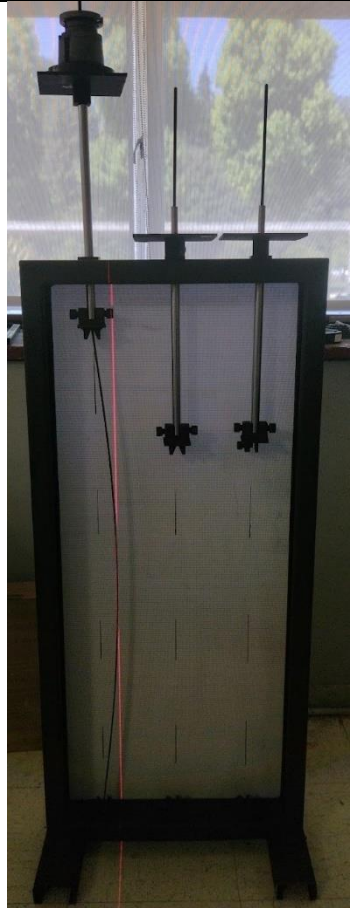
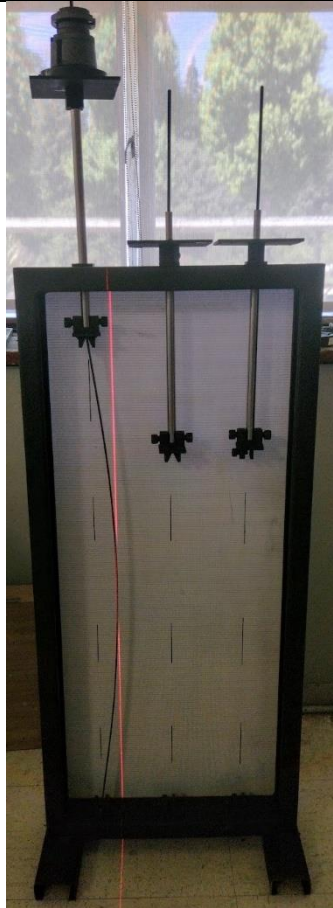
## Anexo G

### Recopilación fotográfica de los ensayos de deflexión lateral para apoyos articulado-articulado Serie 1

A continuación, se adjunta la secuencia de aplicación de cargas para los ensayos de la serie 1 de la condición de apoyos articulado-articulado, junto a las fotografías capturadas antes de medir cada deflexión junto al valor obtenido.

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	Carga apl.	Carga teo.	Error	Def.
Ensayo 1	1,856	0,9	1						3,756	5,433	69,1%	18
Ensayo 2	1,856	0,9	1	0,2					3,956	5,433	72,8%	20
Ensayo 3	1,856	0,9	1	0,2	0,1				4,056	5,433	74,7%	26
Ensayo 4	1,856	0,9	1	0,2	0,1	0,1	0,2		4,356	5,433	80,2%	35
Ensayo 5	1,856	0,9	1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	4,456	5,433	82,0%	42
									<b>4,116</b>	<b>5,433</b>	<b>75,8%</b>	

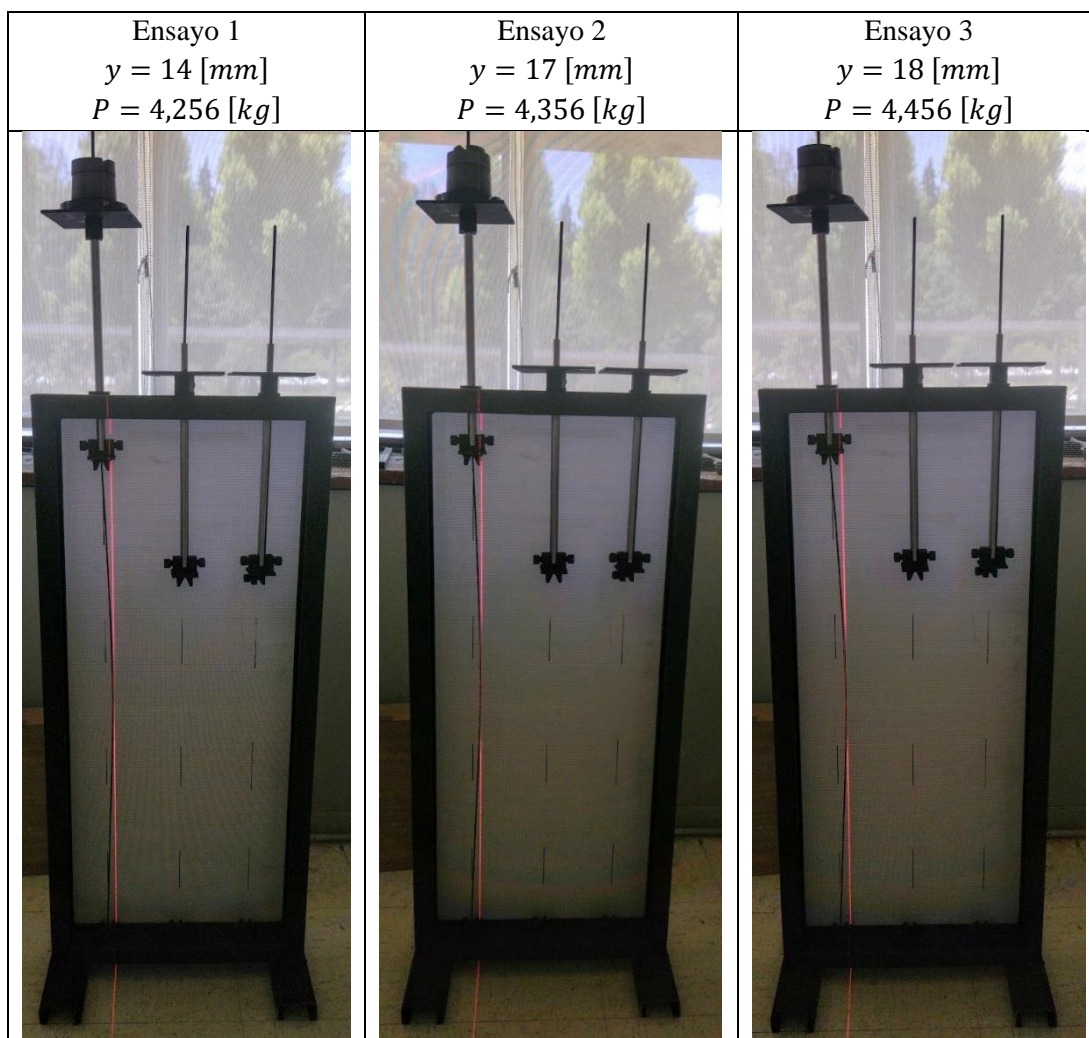


Ensayo 4 $y = 35 [mm]$ $P = 4,356 [kg]$	Ensayo 5 $y = 42 [mm]$ $P = 4,456 [kg]$
	

## Recopilación fotográfica de los ensayos de deflexión lateral para apoyos articulado-articulado Serie 2

A continuación, se adjunta la secuencia de aplicación de cargas para los ensayos de la serie 2 de la condición de apoyos articulado-articulado, junto a las fotografías capturadas antes de medir cada deflexión junto al valor obtenido.

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	Carga apl.	Carga teo.	Error	Def.
Ensayo 1	1,856	0,9	1	0,5				4,256	5,433	78,3%	14
Ensayo 2	1,856	0,9	1	0,5	0,1			4,356	5,433	80,2%	17
Ensayo 3	1,856	0,9	1	0,5	0,2			4,456	5,433	82,0%	18
Ensayo 4	1,856	0,9	1	0,5	0,2	0,1		4,556	5,433	83,9%	26
Ensayo 5	1,856	0,9	1	0,5	0,2	0,1	0,1	4,656	5,433	85,7%	59
								<b>4,456</b>	<b>5,433</b>	<b>82,0%</b>	

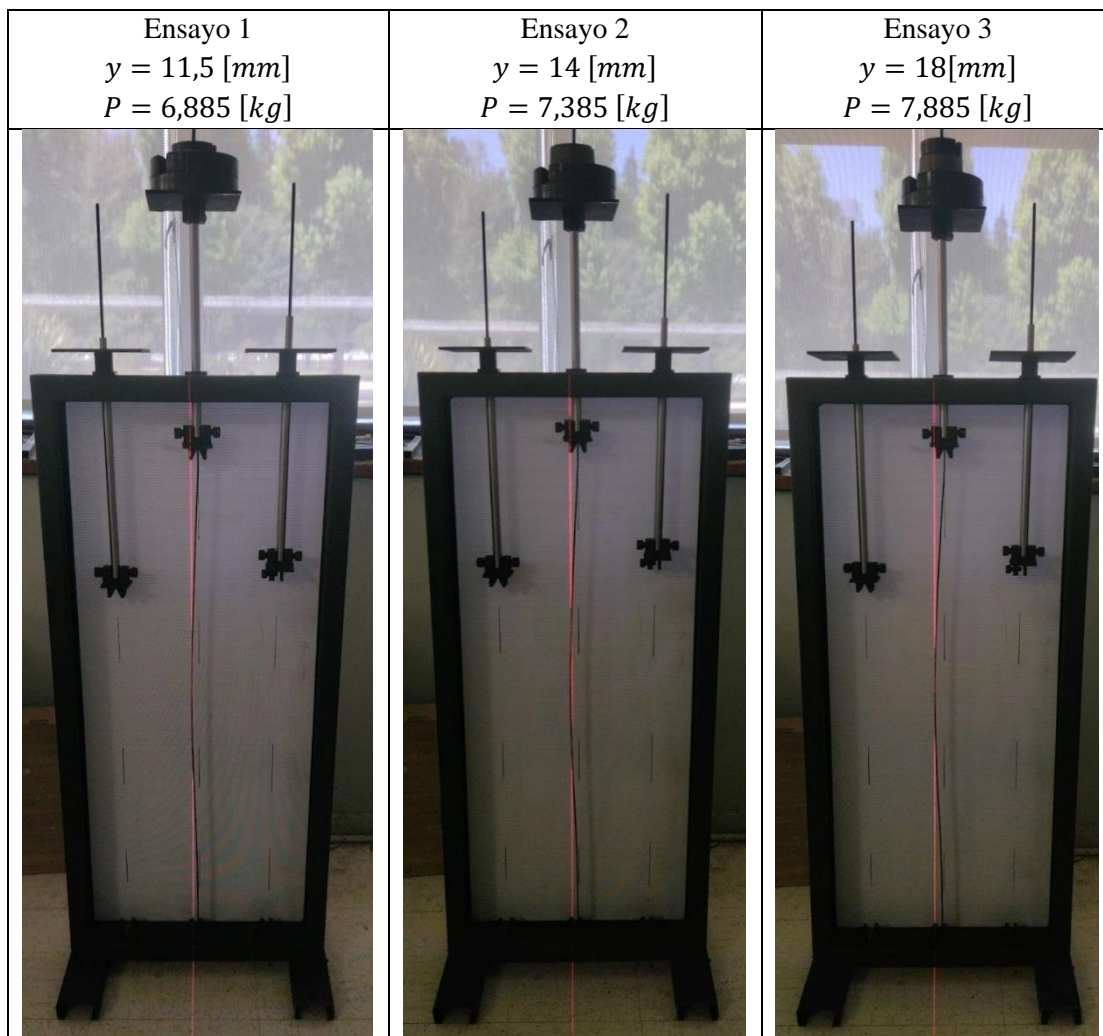




Ensayo 4 $y = 26 [mm]$ $P = 4,556 [kg]$	Ensayo 5 $y = 59 [mm]$ $P = 4,656 [kg]$
	

### Recopilación fotográfica de los ensayos de deflexión lateral para apoyos articulado-empotrado Serie 1

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	Carga apl.	Carga teo.	Error	Def
Ensayo 1	1,845	2,27	2,27	0,5				<b>6,885</b>	11,906	57,8%	11,5
Ensayo 2	1,845	2,27	2,27	1				<b>7,385</b>	11,906	62,0%	14
Ensayo 3	1,845	2,27	2,27	1	0,5			<b>7,885</b>	11,906	66,2%	18
Ensayo 4	1,845	2,27	2,27	1	0,5	0,5		<b>8,385</b>	11,906	70,4%	22
Ensayo 5	1,845	2,27	2,27	1	0,5	0,5	0,5	<b>8,885</b>	11,906	74,6%	33
								<b>7,885</b>	<b>11,906</b>	<b>66,2%</b>	

A continuación, se adjunta la secuencia de aplicación de cargas para los ensayos de la serie 1 de la condición de apoyos articulado-empotrado, junto a las fotografías capturadas antes de medir cada deflexión junto al valor obtenido.

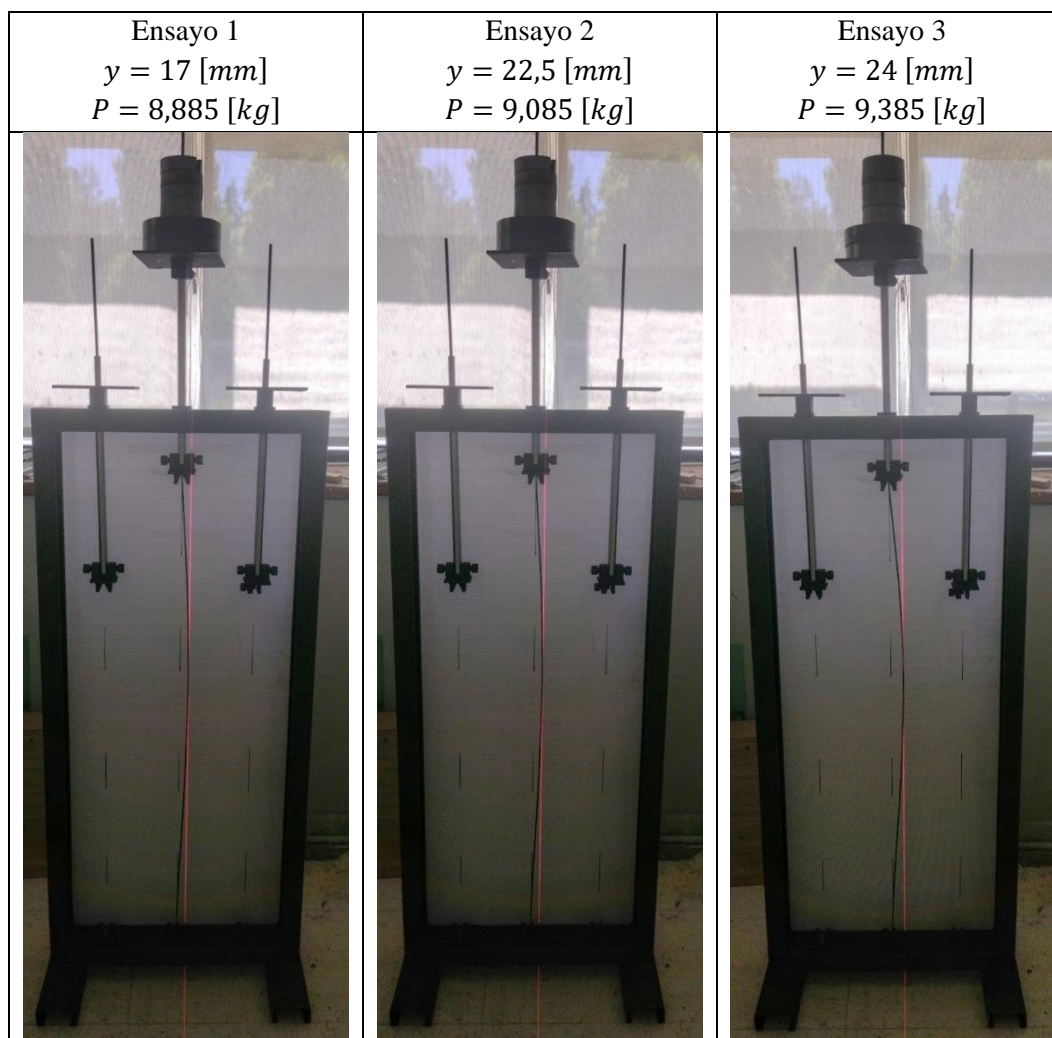




Ensayo 4 $y = 22 \text{ [mm]}$ $P = 8,385 \text{ [kg]}$	Ensayo 5 $y = 33 \text{ [mm]}$ $P = 8,885 \text{ [kg]}$
	

## Recopilación fotográfica de los ensayos de deflexión lateral para apoyos articulado-empotrado Serie 2

A continuación, se adjunta la secuencia de aplicación de cargas para los ensayos de la serie 2 de la condición de apoyos articulado-empotrado, junto a las fotografías capturadas antes de medir cada deflexión junto al valor obtenido.

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	Carga apl.	Carga teo.	Error	Def
Ensayo 1	1,845	2,27	2,27	1	0,5	0,5	0,5		8,885	11,906	73,9%	17
Ensayo 2	1,845	2,27	2,27	1	0,5	0,5	0,5	0,2	9,085	11,906	75,5%	22,5
Ensayo 3	1,845	2,27	2,27	1	1	1			9,385	11,906	78,0%	24
Ensayo 4	1,845	2,27	2,27	1	1	1	0,2		9,585	11,906	79,7%	35
Ensayo 5	1,845	2,27	2,27	1	1	1	0,2	0,1	9,685	11,906	80,5%	40
									<b>9,325</b>	<b>11,906</b>	<b>77,5%</b>	

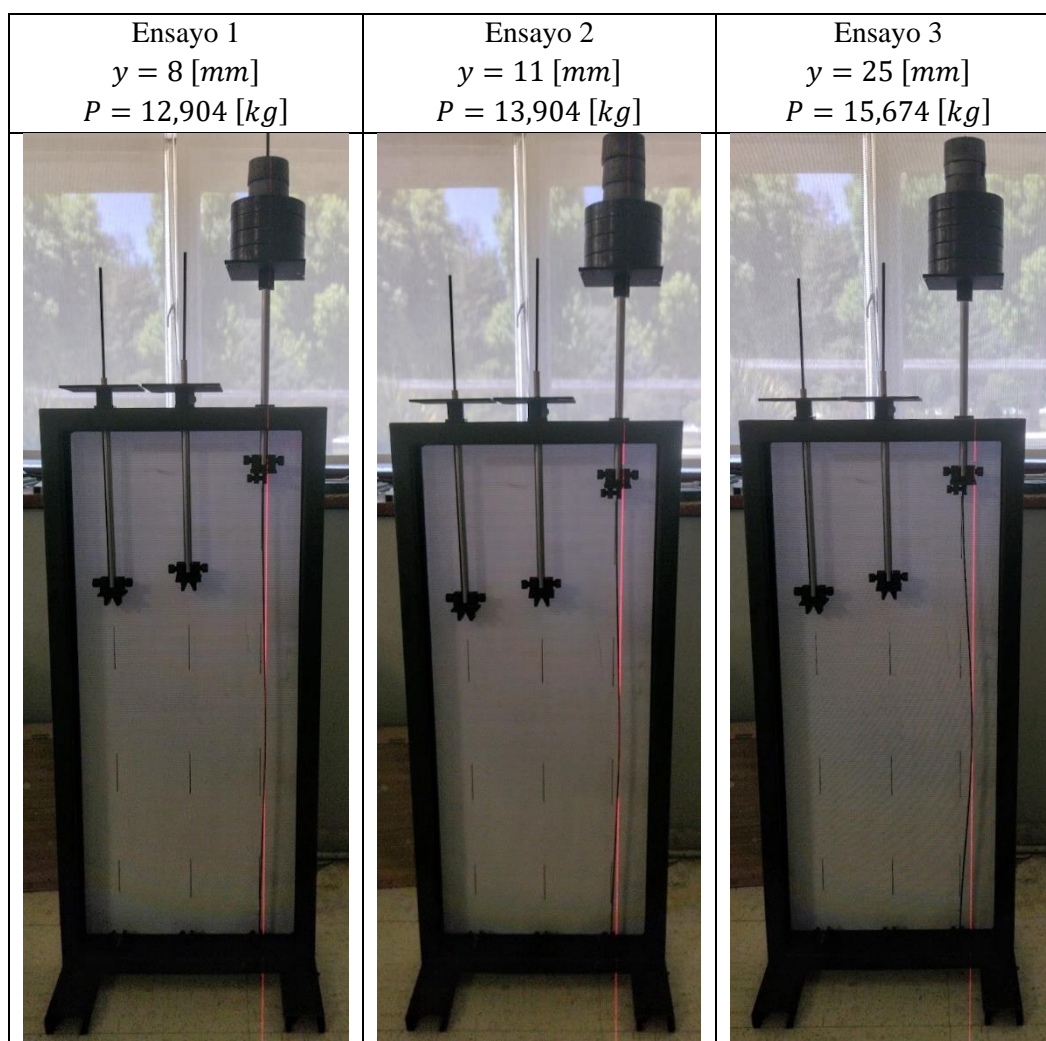


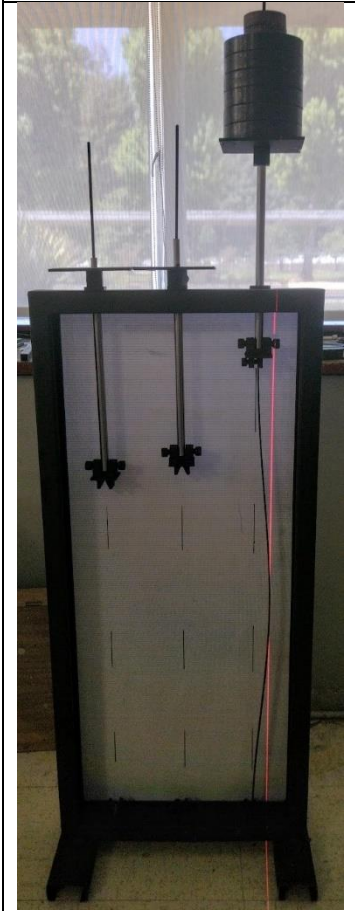
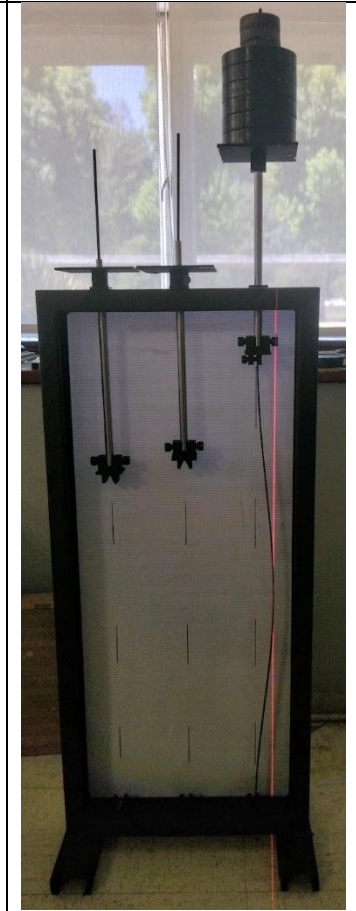
Ensayo 4 $y = 35 [mm]$ $P = 9,585 [kg]$	Ensayo 5 $y = 40 [mm]$ $P = 9,685 [kg]$
	

## Recopilación fotográfica de los ensayos de deflexión lateral para apoyos empotrado-empotrado Serie 1

A continuación, se adjunta la secuencia de aplicación de cargas para los ensayos de la serie 1 de la condición de apoyos empotrado-empotrado, junto a las fotografías capturadas antes de medir cada deflexión junto al valor obtenido.

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	Carga apl.	Carga teo.	Error	Def
Ensayo 1	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	1	1				12,904	23,7279716	54,4%	8
Ensayo 2	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	1	1	1			13,904	23,7279716	58,6%	11
Ensayo 3	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5	1		15,674	23,7279716	66,1%	25
Ensayo 4	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	0,5	0,5		16,444	23,7279716	69,3%	31
Ensayo 5	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	0,5	0,5	0,5	16,944	23,7279716	71,4%	38
											<b>15,174</b>	<b>23,728</b>	<b>63,9%</b>	

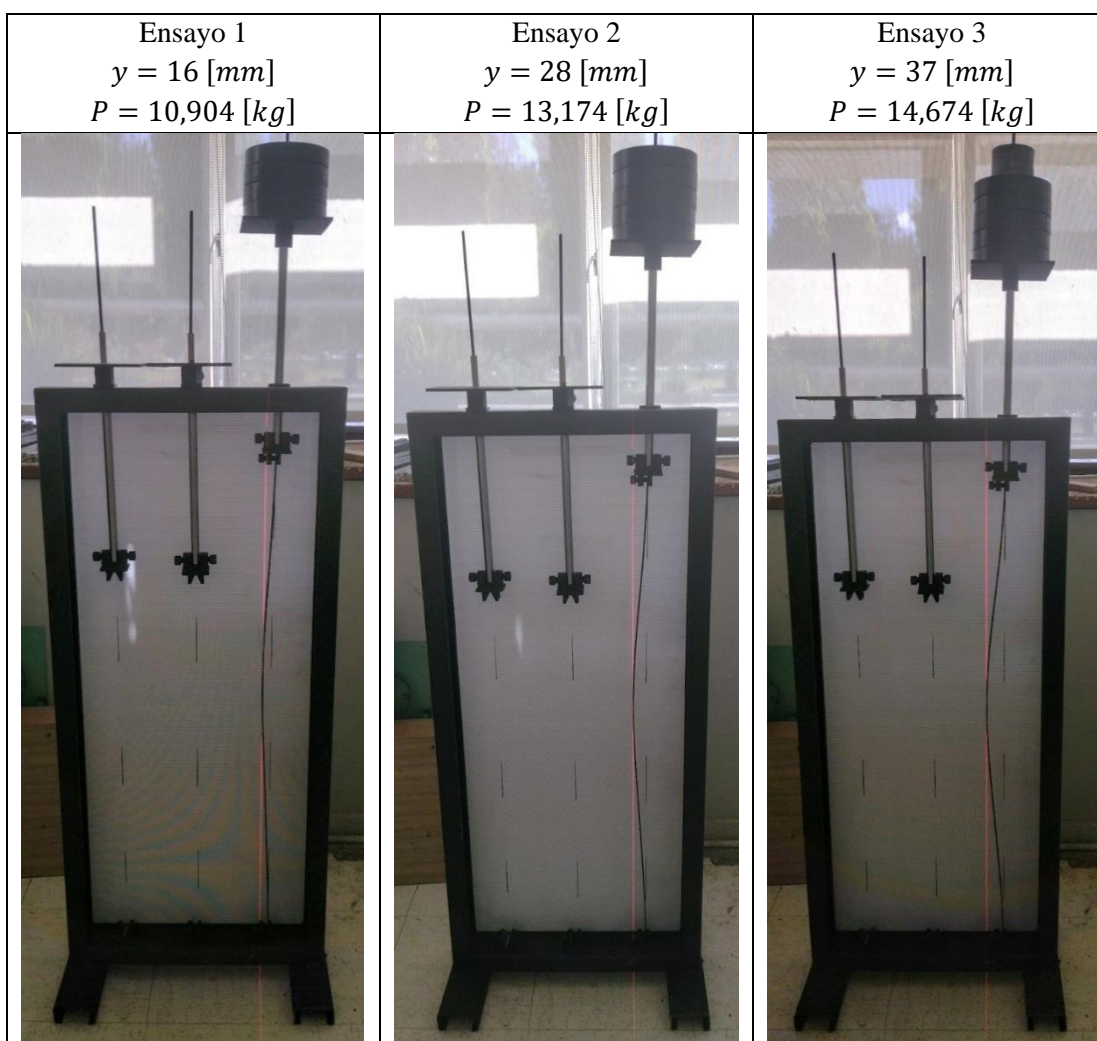


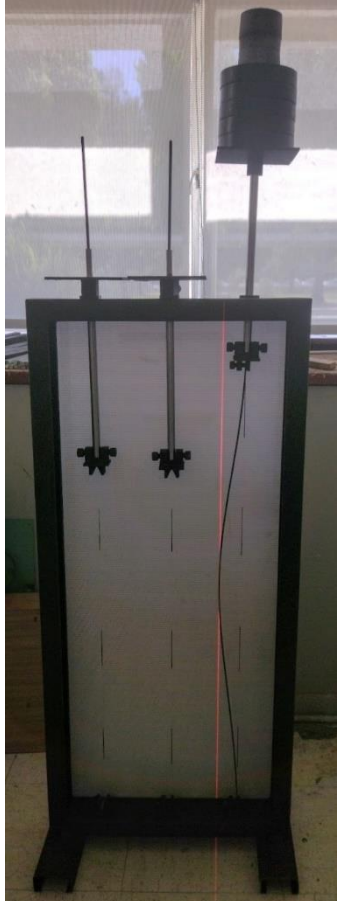
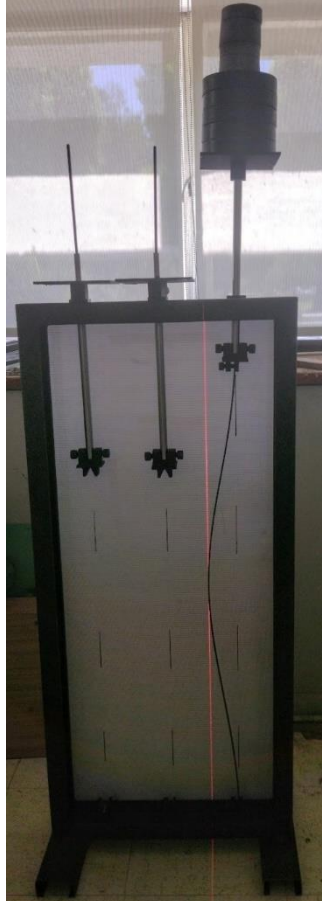
Ensayo 4 $y = 31 [mm]$ $P = 16,444 [kg]$	Ensayo 5 $y = 38 [mm]$ $P = 16,944 [kg]$
	

## Recopilación fotográfica de los ensayos de deflexión lateral para apoyos empotrado-empotrado Serie 2

A continuación, se adjunta la secuencia de aplicación de cargas para los ensayos de la serie 2 de la condición de apoyos empotrado-empotrado, junto a las fotografías capturadas antes de medir cada deflexión junto al valor obtenido.

Ensayo	EJE	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	Carga apl.	Carga teo.	Error	Def
Ensayo 1	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27						10,904	23,728	46%	16
Ensayo 2	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27					13,174	23,728	56%	28
Ensayo 3	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5			14,674	23,728	62%	37
Ensayo 4	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5	1		15,674	23,728	66%	45
Ensayo 5	1,824	2,27	2,27	2,27	2,27	2,27	1	0,5	1	0,5	16,174	23,728	68%	61
											<b>14,12</b>	<b>23,728</b>	<b>59,5%</b>	



Ensayo 4 $y = 45 [mm]$ $P = 15,674 [kg]$	Ensayo 5 $y = 61 [mm]$ $P = 16,174 [kg]$
	

## Anexo H

### Cotizaciones de respaldo para el presupuesto

A continuación, se adjuntan los precios revisados en la web y las cotizaciones que se pidieron a alguna empresa para las piezas más importantes del banco de experimentos.

#### Precio Perfil Costanera Prodalam [41]

##### Perfil Costanera 80mm x 40mm x 15mm x 3mm de espesor y 6m largo

SKU: 9391-UN | Compartir



★★★★★ 5 (1)

Precio Con IVA:

**\$31.490**

Descripción:

Perfil costanera de acero al carbono de 80 milímetros de ancho, 40 milímetros de alto, 15 milímetros de ancho del ala, 3 milímetros de espesor y 6 metros de largo. Calidad A270ES / A240ES.

[Más Información](#)

SKU: 9391-UN

Dimensiones: 80mm x 40mm x 15mm

Espesor: 3mm

#### Precio rodamiento cilíndrico de 16 [mm] y el eje cromado de 16 [mm] [23] [24]

##### LMK16UU Rodamiento cilíndrico ejes lineales 16mm (Pack 2 Unds)

SKU: PC00179

PRECIO  
**8.790 CLP**  
IVA Incluido

2

DESCRIPCIÓN

Rodamiento lineal cerrado LMK16UU con brida/flange. Posee 4 orificios para pernos a través de los cuales se puede fijar a un marco. Este rodamiento lineal tiene un punto de montaje para colocar el eje verticalmente. Debido al uso de aluminio es muy fuerte pero liviano.

Tiene las siguientes características:

- Diámetro interno: 16 mm
- Diámetro externo: 28 mm
- Largo: 37 mm
- Peso: 104 gr
- Material: Acero al carbono
- Color: plateado
- Carga dinámica: 774 N.
- Carga estática: 1180 N.





### Eje de acero cromado 16x1500mm

★★★★★ (1 Reseña)

SKU: PU00127

PRECIO  
**17.990 CLP**  
IVA Incluido

AGREGAR AL CARRO

#### DESCRIPCIÓN

Los ejes de acero cromado son elementos esenciales en sistemas mecánicos que requieren un movimiento lineal suave y preciso. Están fabricados con acero de alta calidad y recubiertos con una capa de cromo, lo que no solo proporciona resistencia adicional, sino que también reduce la fricción y el desgaste.

Tienen las siguientes características

- Diámetro: 16mm
- Largo: 1500mm
- Dureza de las barras:HRC62 +/- 2 (Dureza Rockwell)
- Material de las barras: Acero al carbono GCr15 45#

Paquete incluye 1 unidad de eje de acero cromado 16x1500mm

Ideal para crear ejes lineales en combinación con SK16 + SC16UU

Estos ejes destacan por su durabilidad y resistencia a la corrosión, lo que los hace ideales para una variedad de aplicaciones industriales. Estos ejes de acero cromado son la elección ideal para sistemas de movimiento lineal en maquinaria CNC, impresoras 3D, sistemas de grabado y otras aplicaciones que requieren precisión y fiabilidad.

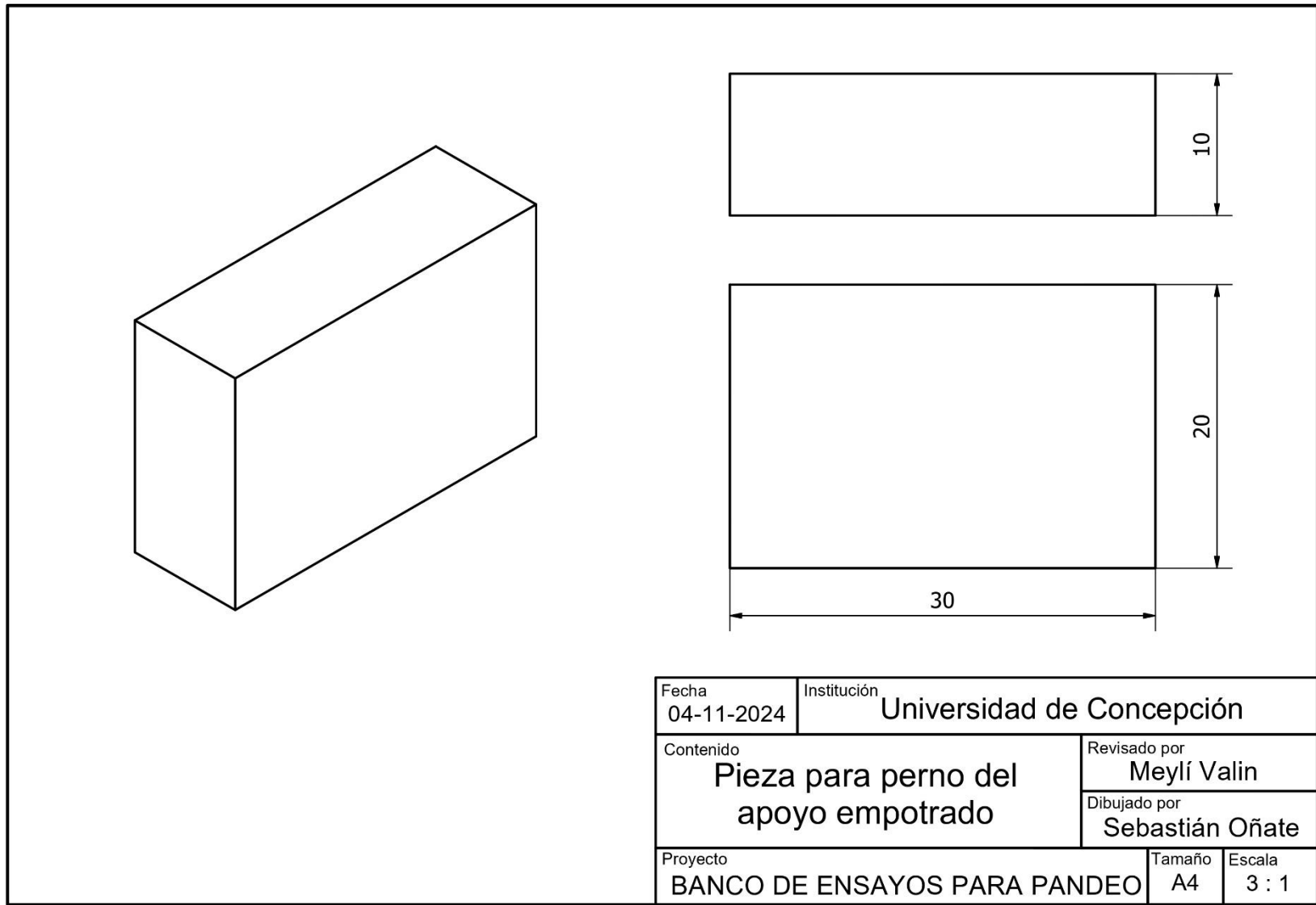
## Cotizaciones de piezas de acero en Diferro

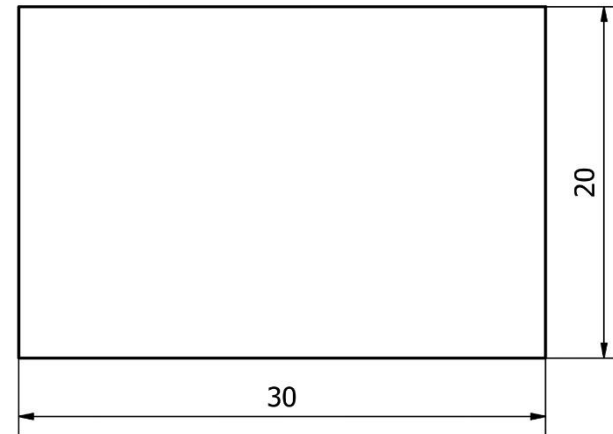
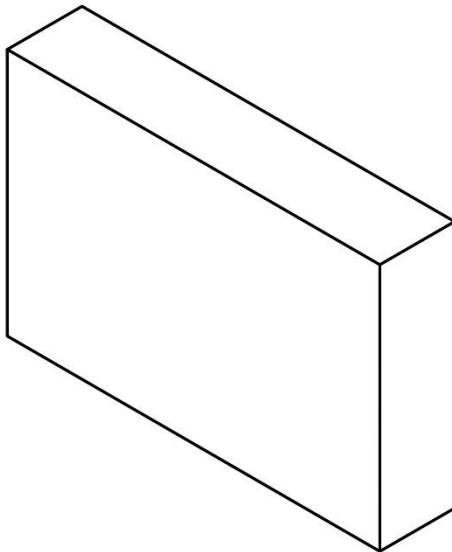
Detalle de la cotización				
#	Cantidad	Descripción del producto / trabajo	Valor unitario	Valor total
1	6	Corte Laser plancha de 20*30*10mm	\$2.500	\$15.000
2	6	Corte Laser plancha de 20*30*6mm	\$1.600	\$9.600
3	6	Pieza Corte Laser de E-20mm 46*30	\$8.000	\$48.000
4	18	Pieza Corte Laser de E-10mm 30*20	\$3.000	\$54.000
5	3	Corte Laser plancha de 140*140*5mm	\$3.800	\$11.400
6	9	Corte Laser plancha de 50*50*5mm	\$1.200	\$10.800
<b>Observaciones</b>			<b>Neto</b>	<b>\$148.800</b>
			<b>19% (IVA)</b>	<b>\$28.272</b>
			<b>Valor Total</b>	<b>\$177.072</b>
<b>Condiciones de pago :</b> 50% contado junto O/C, saldo contra Entrega				

Detalle de la cotización				
#	Cantidad	Descripción del producto / trabajo	Valor unitario	Valor total
1	3	Corte Laser plancha de 30*30*20mm	\$5.600	\$16.800
<b>Observaciones</b>			<b>Neto</b>	<b>\$16.800</b>
Cotización creada desde el sitio diferro.cl N°12712			<b>19% (IVA)</b>	<b>\$3.192</b>
			<b>Valor Total</b>	<b>\$19.992</b>
<b>Condiciones de pago :</b> 50% contado junto O/C, saldo contra Entrega				

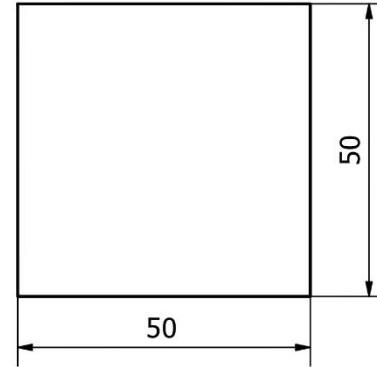
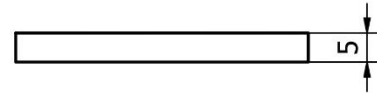
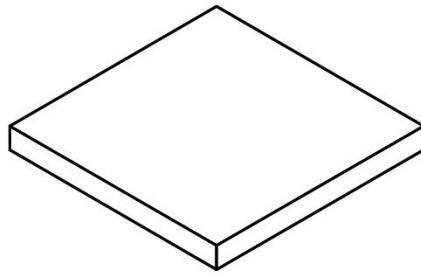
## Anexo I

## Planos de fabricación de las piezas pedidas a Diferro

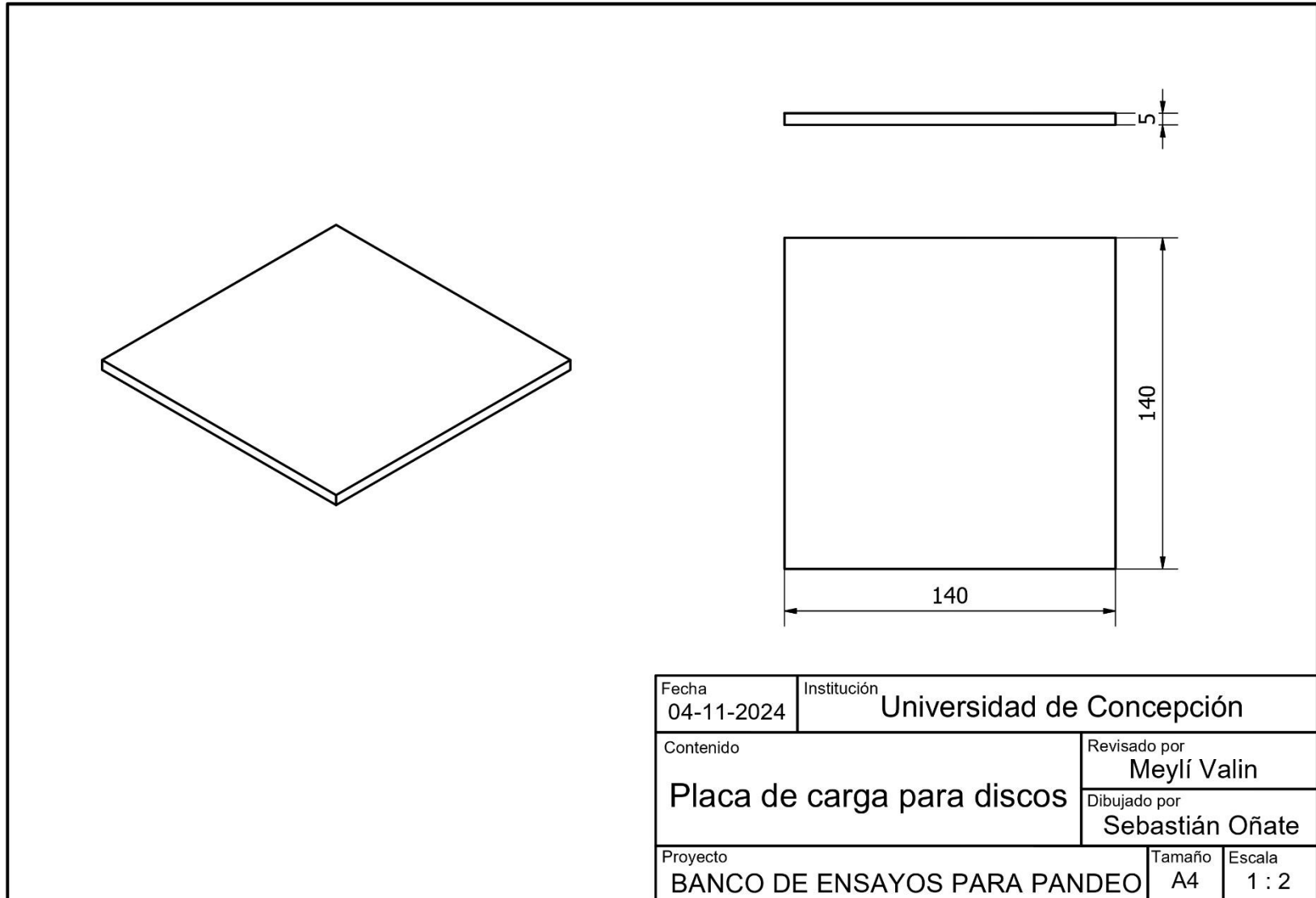


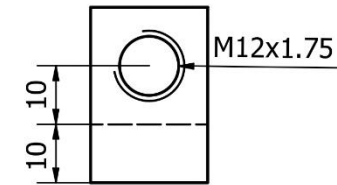
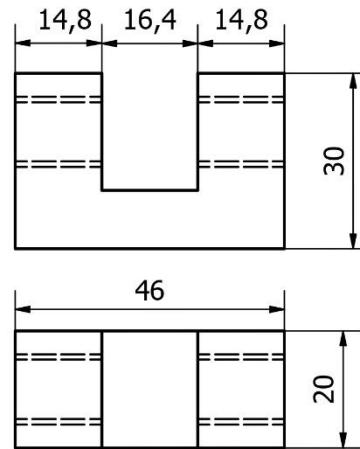
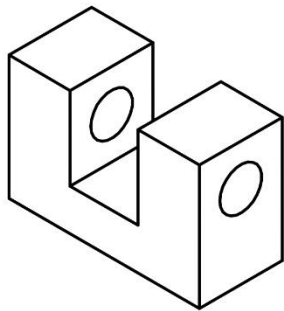


Fecha 07-11-2024	Institución Universidad de Concepción	
Contenido <b>Pieza de soporte para apoyo empotrado</b>	Revisado por Meylí Valín Dibujado por Sebastián Oñate	
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4	Escala 3 : 1



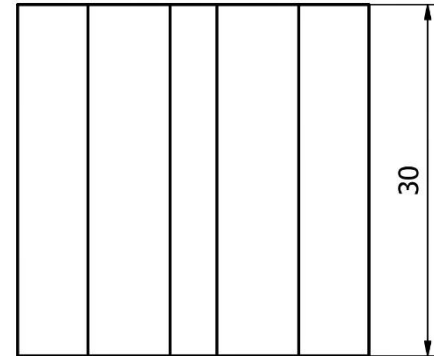
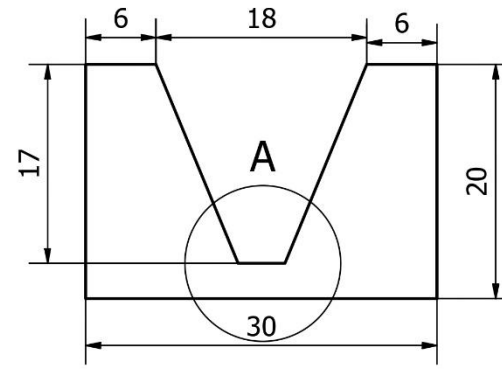
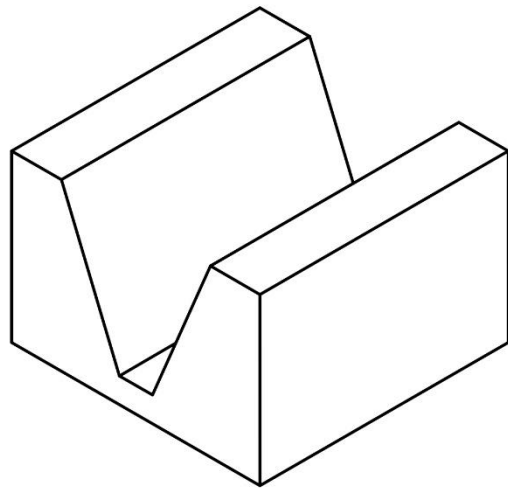
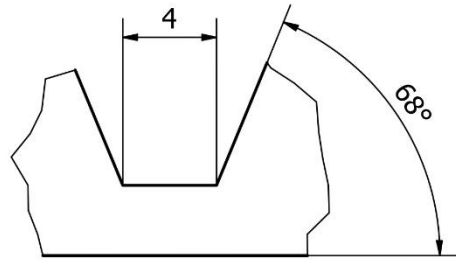
Fecha 30-09-2024	Institución Universidad de Concepción	
Contenido Placa para apoyos	Revisado por Meylí Valin	
	Dibujado por Sebastián Oñate	
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4	Escala 1 : 1





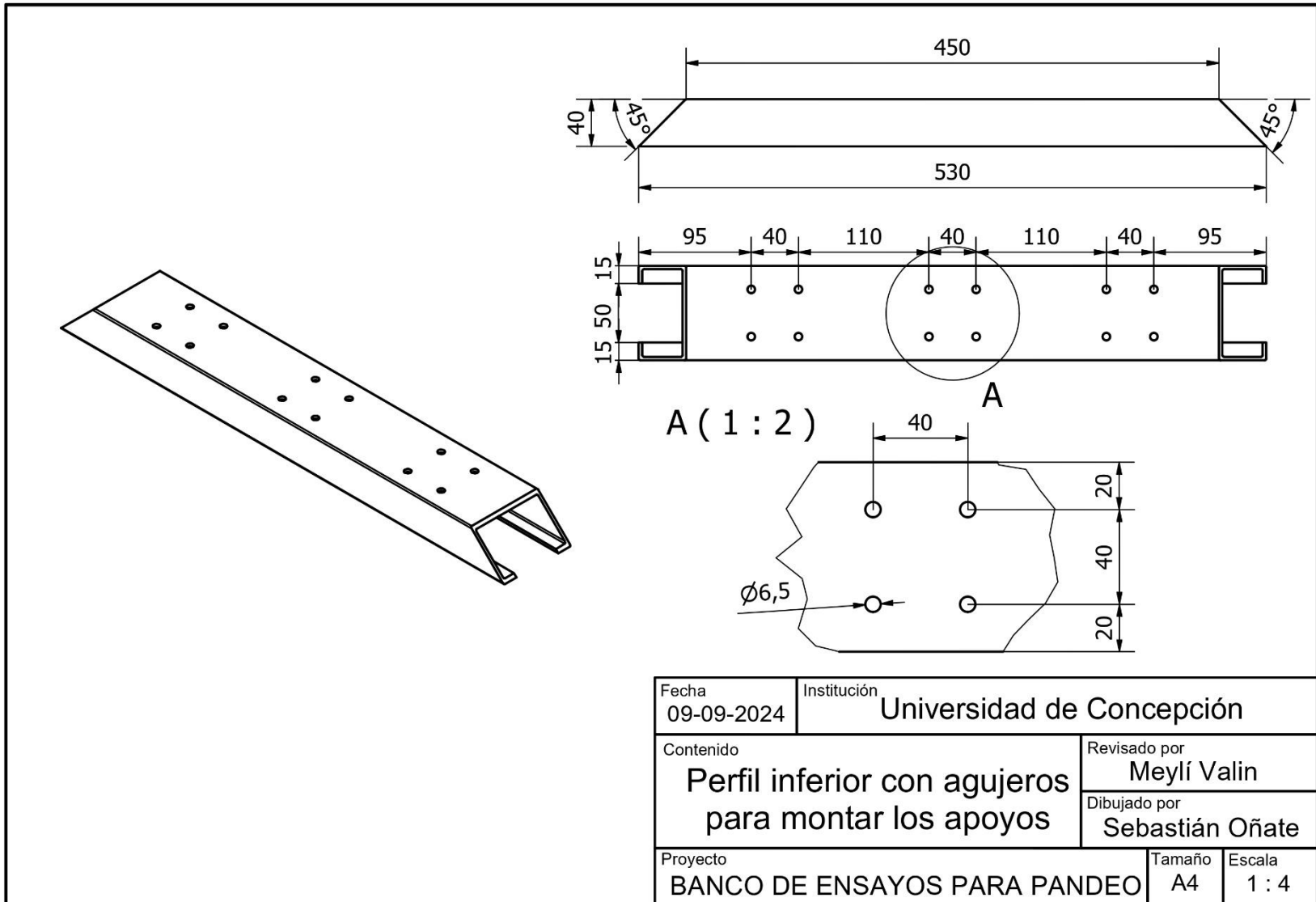
Fecha 07-11-2024	Institución Universidad de Concepción
Contenido <b>Pieza C para apoyos superiores</b>	Revisado por Meylí Valin
	Dibujado por Sebastián Oñate
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4
	Escala 1 : 1

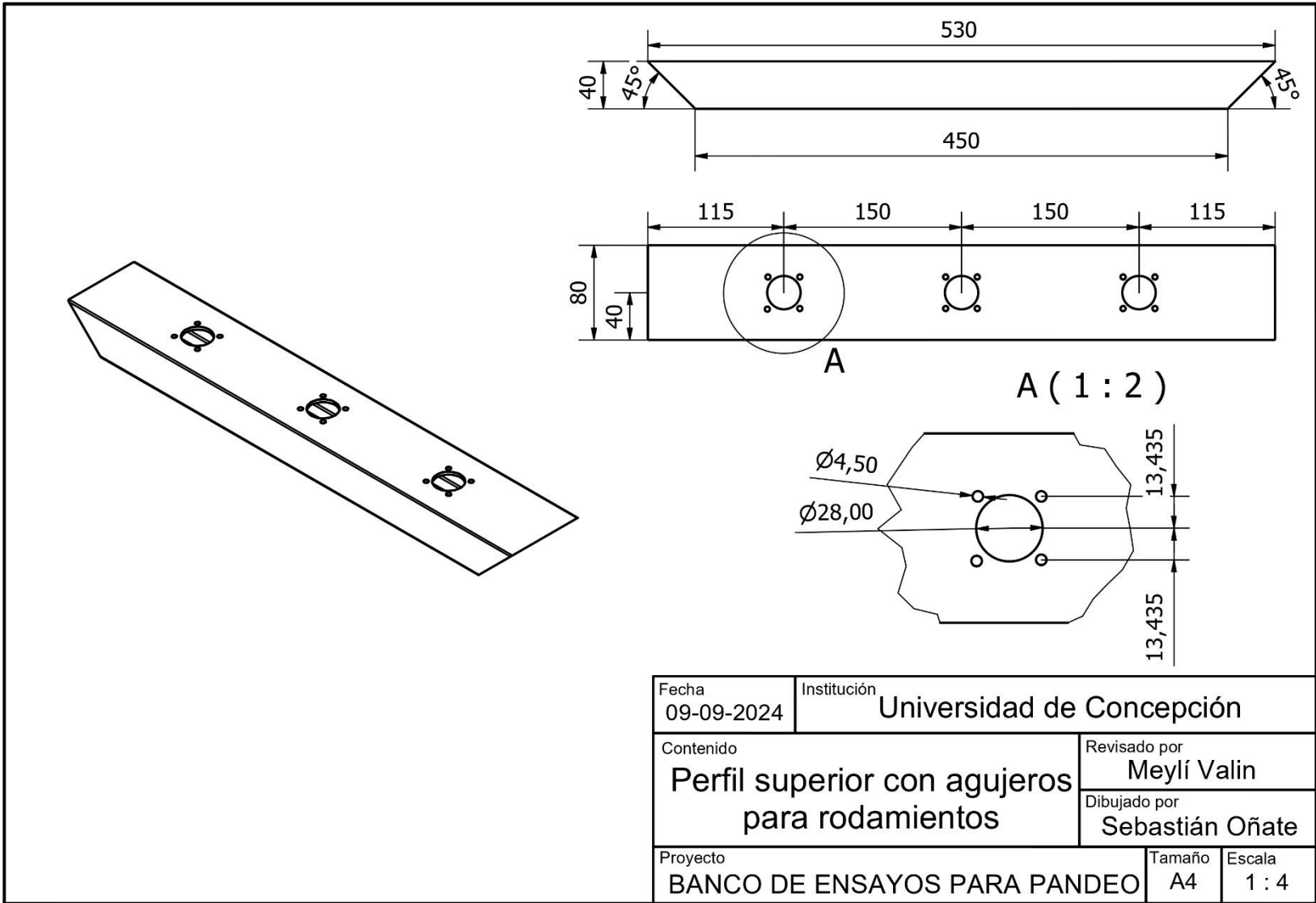
A (4 : 1)



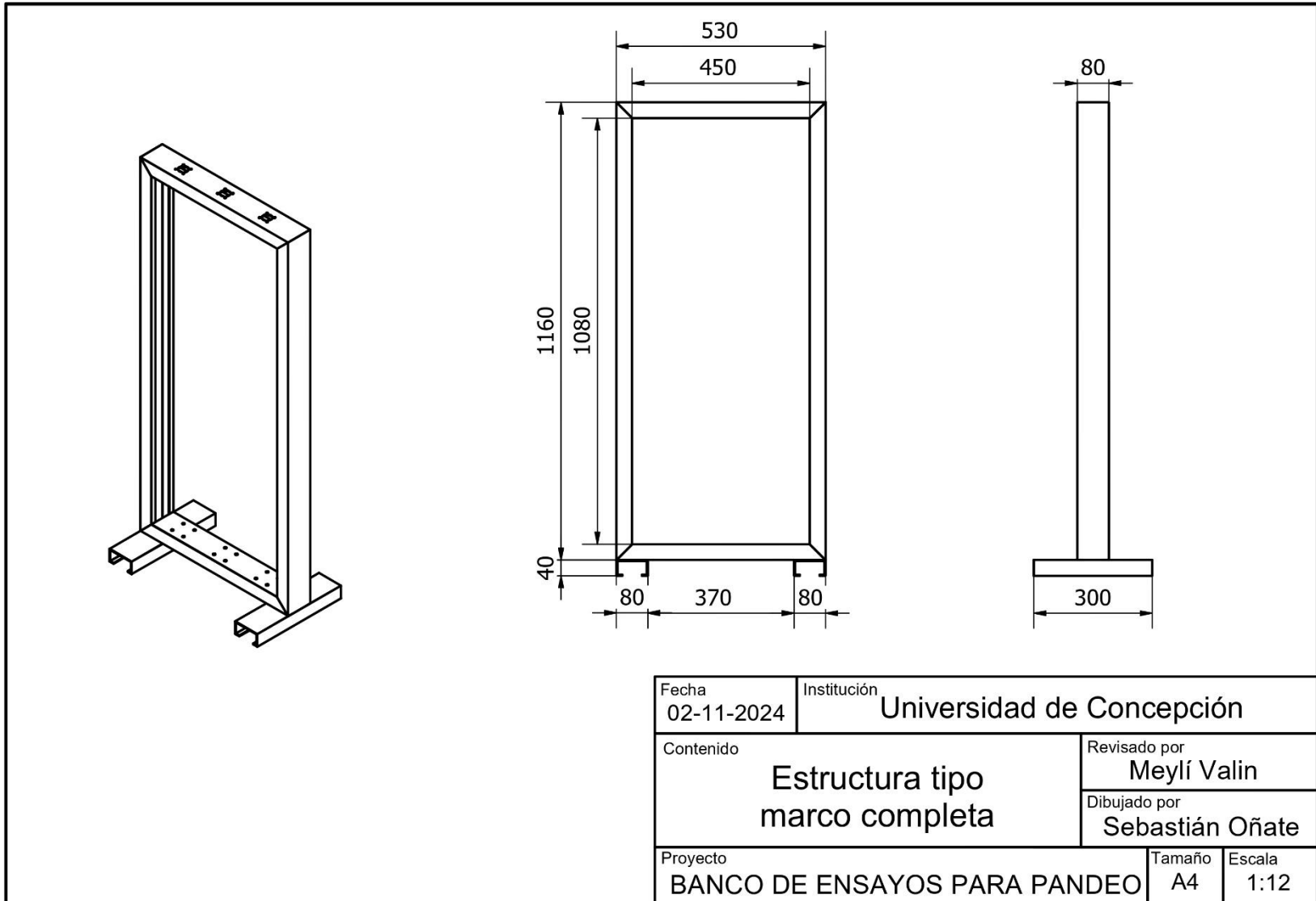
Fecha 04-11-2024	Institución Universidad de Concepción
Contenido Ranura triangular truncada para apoyo articulado	Revisado por Meylí Valin
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Dibujado por Sebastián Oñate
Tamaño A4	Escala 2 : 1

Planos de fabricación de la estructura tipo marco

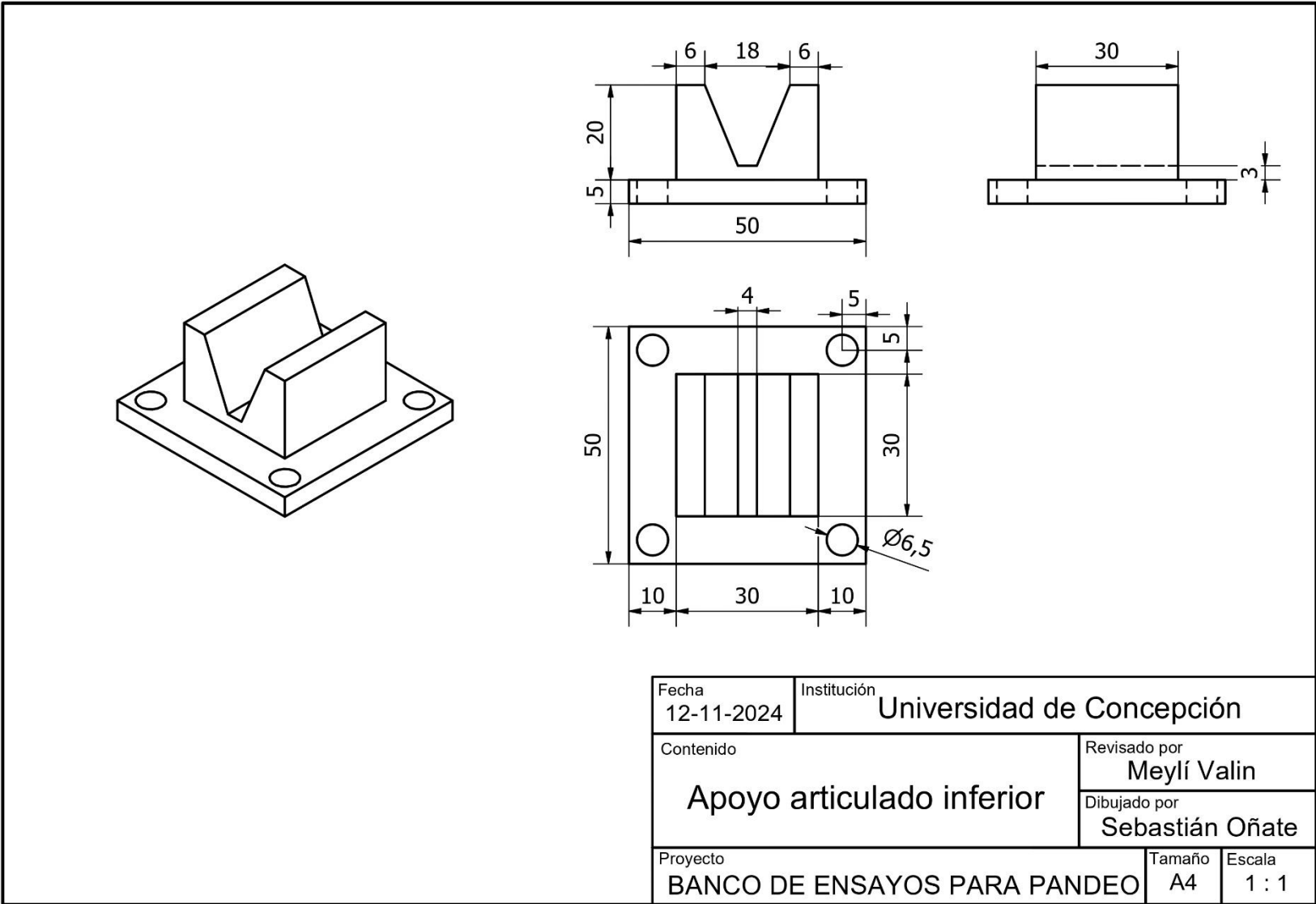




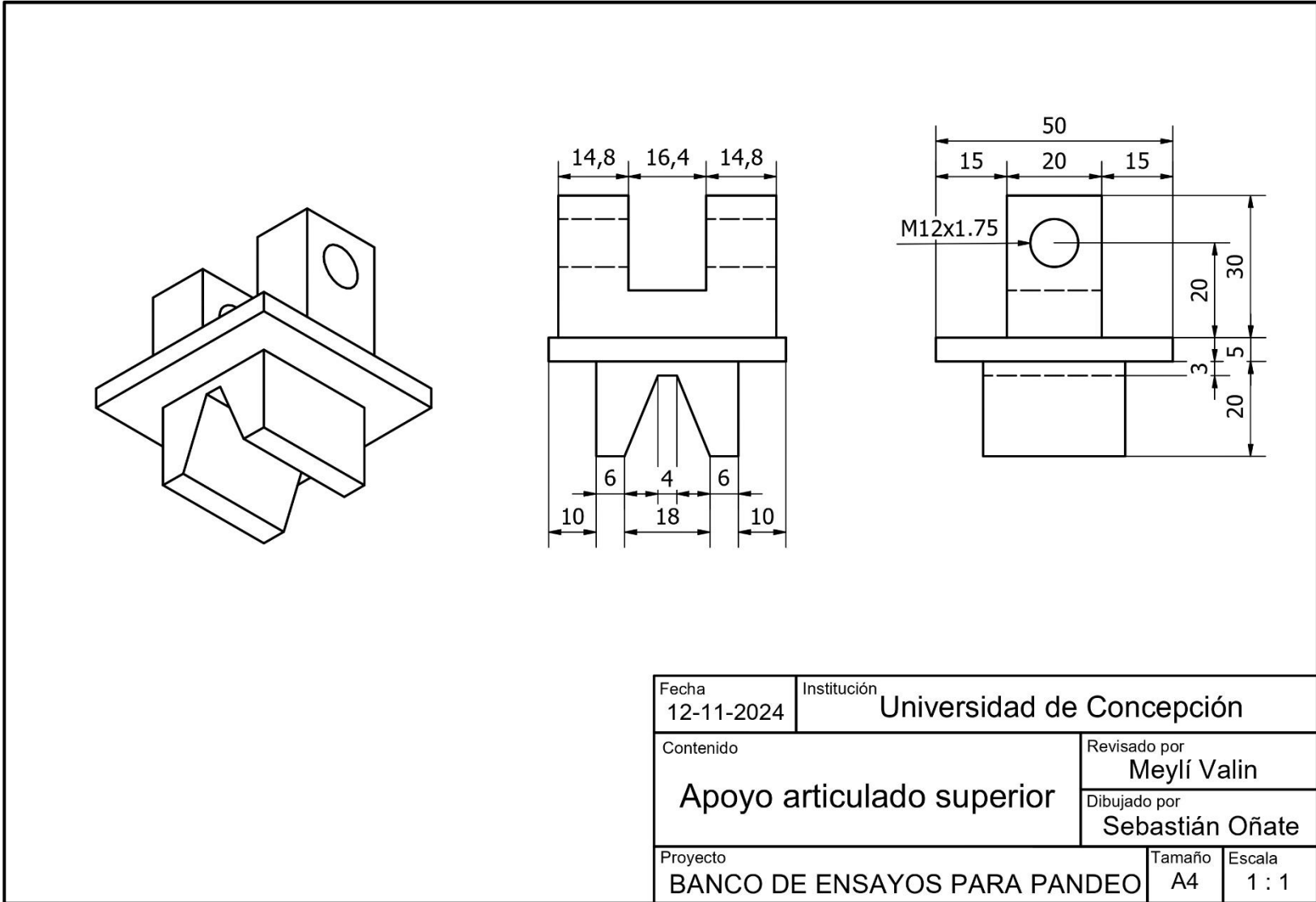
Fecha 09-09-2024	Institución Universidad de Concepción
Contenido Perfil superior con agujeros para rodamientos	Revisado por Meylí Valin
	Dibujado por Sebastián Oñate
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4
	Escala 1 : 4



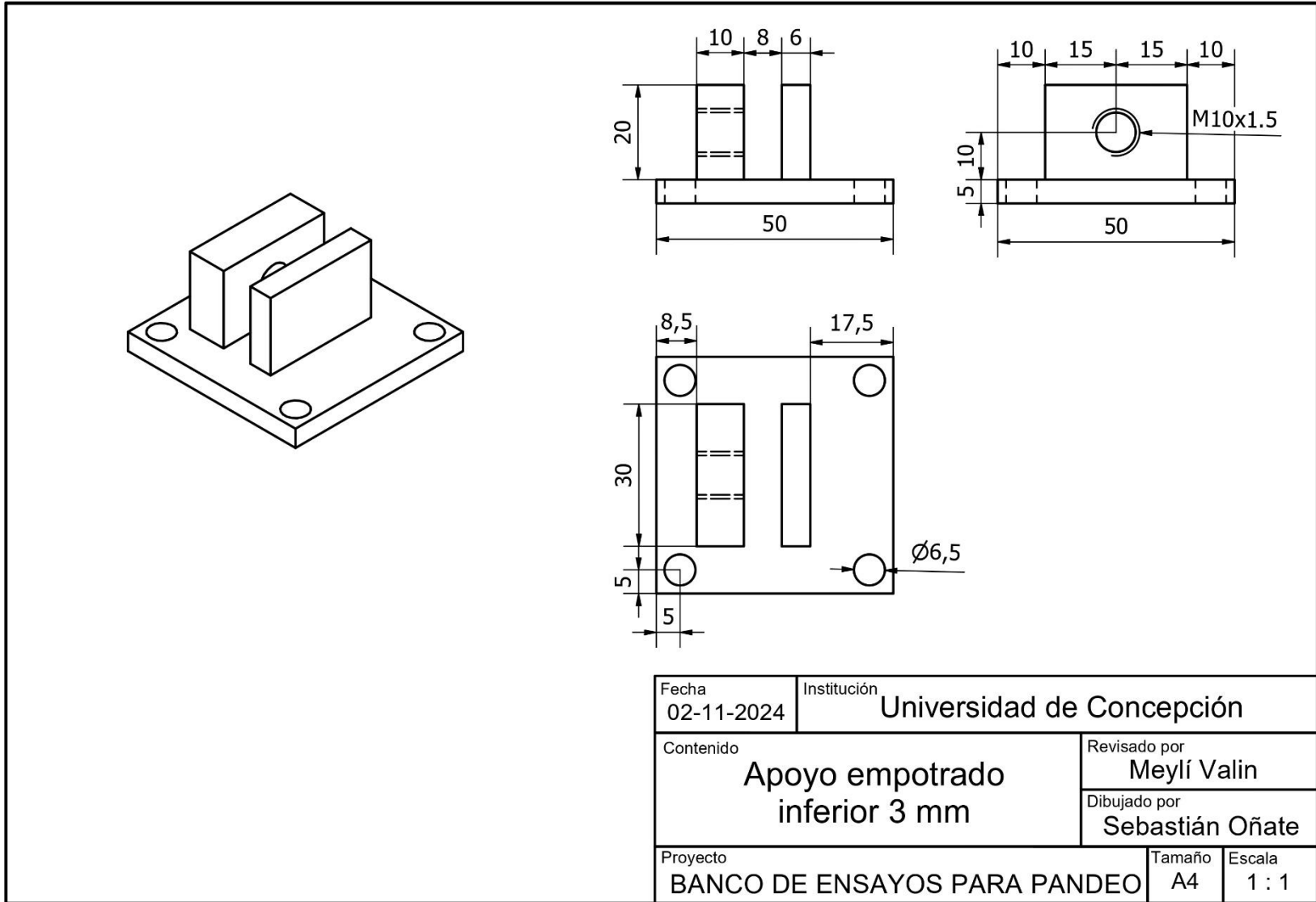
Planos de fabricación de los apoyos articulados

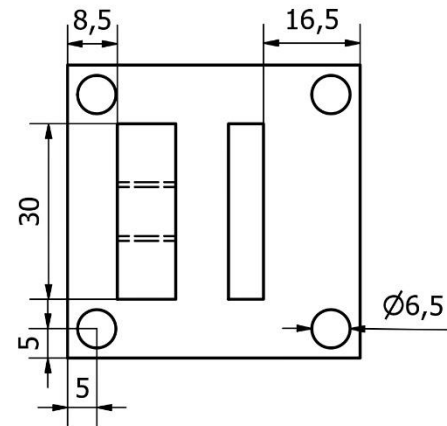
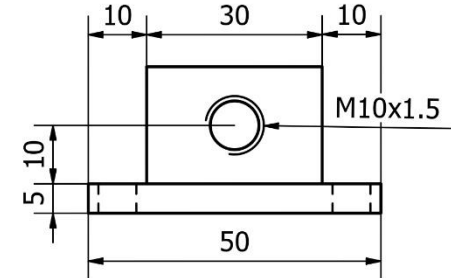
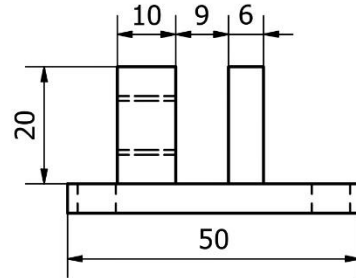
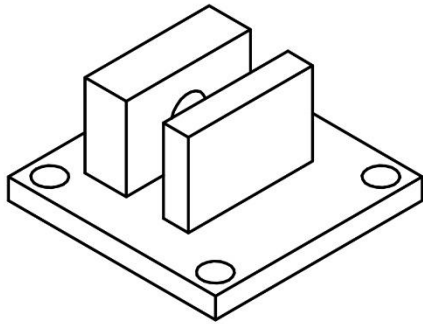


Fecha 12-11-2024	Institución Universidad de Concepción
Contenido  Apoyo articulado inferior	Revisado por Meylí Valin
	Dibujado por Sebastián Oñate
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4
	Escala 1 : 1

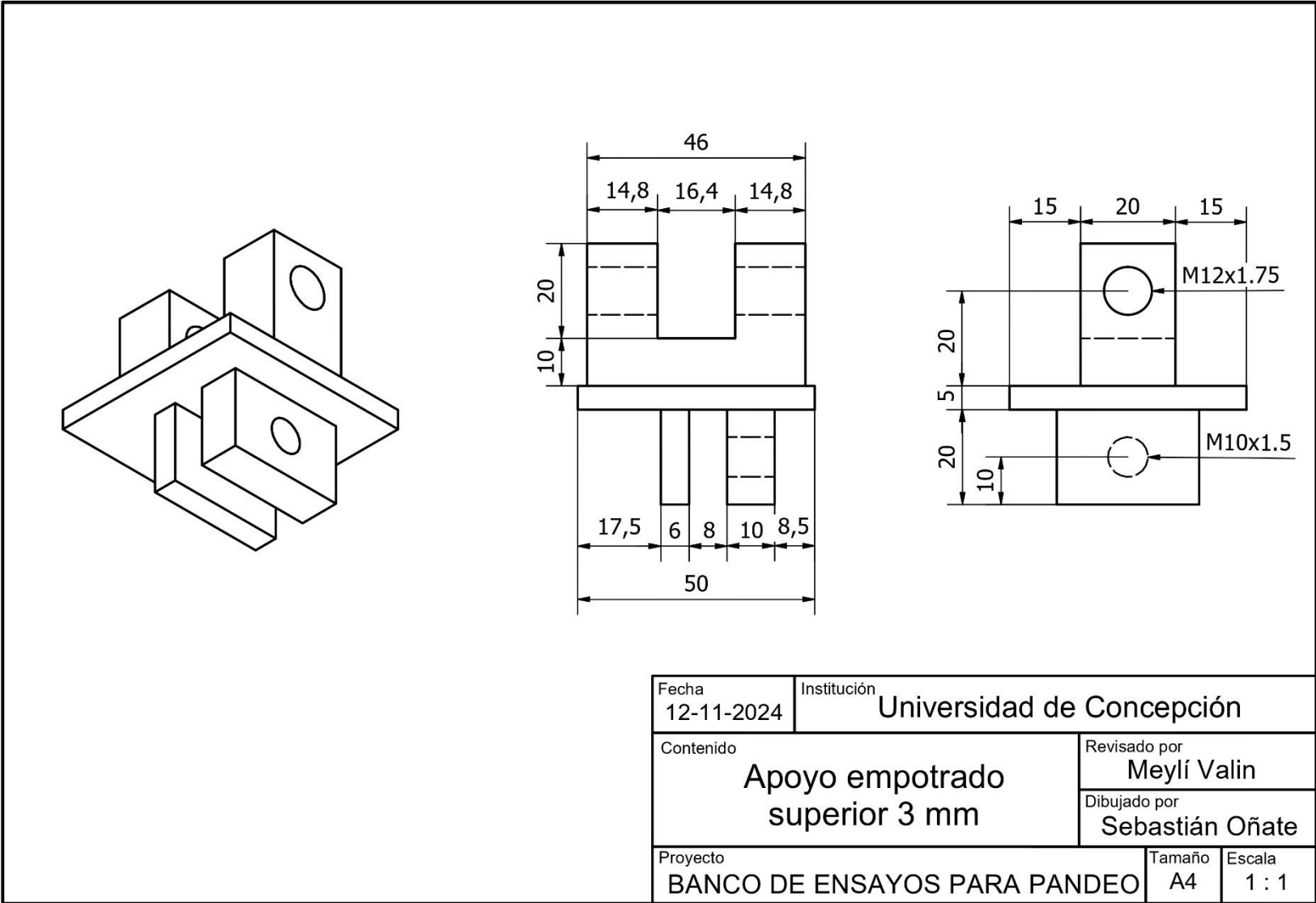


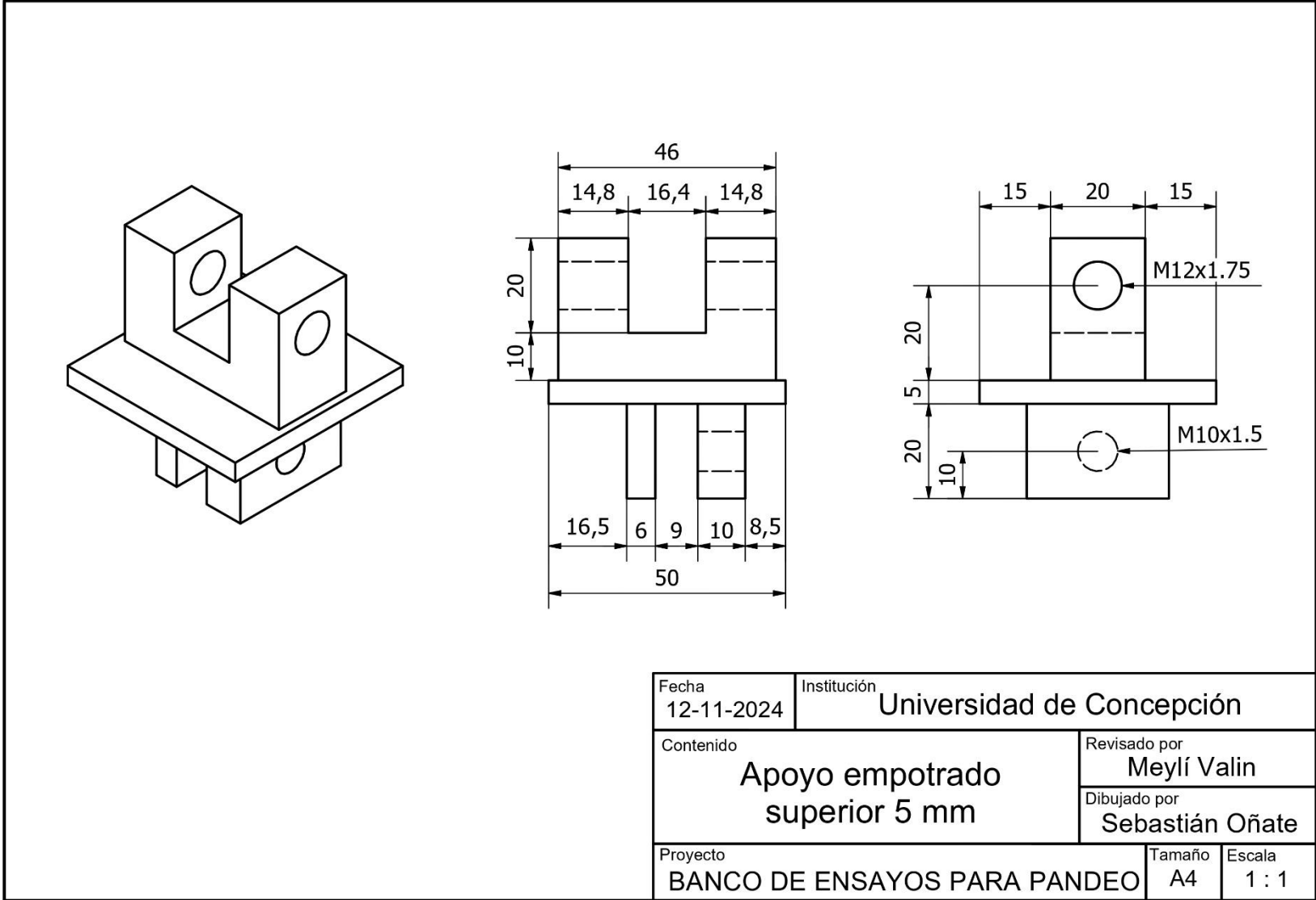
Planos de fabricación de los apoyos empotrados



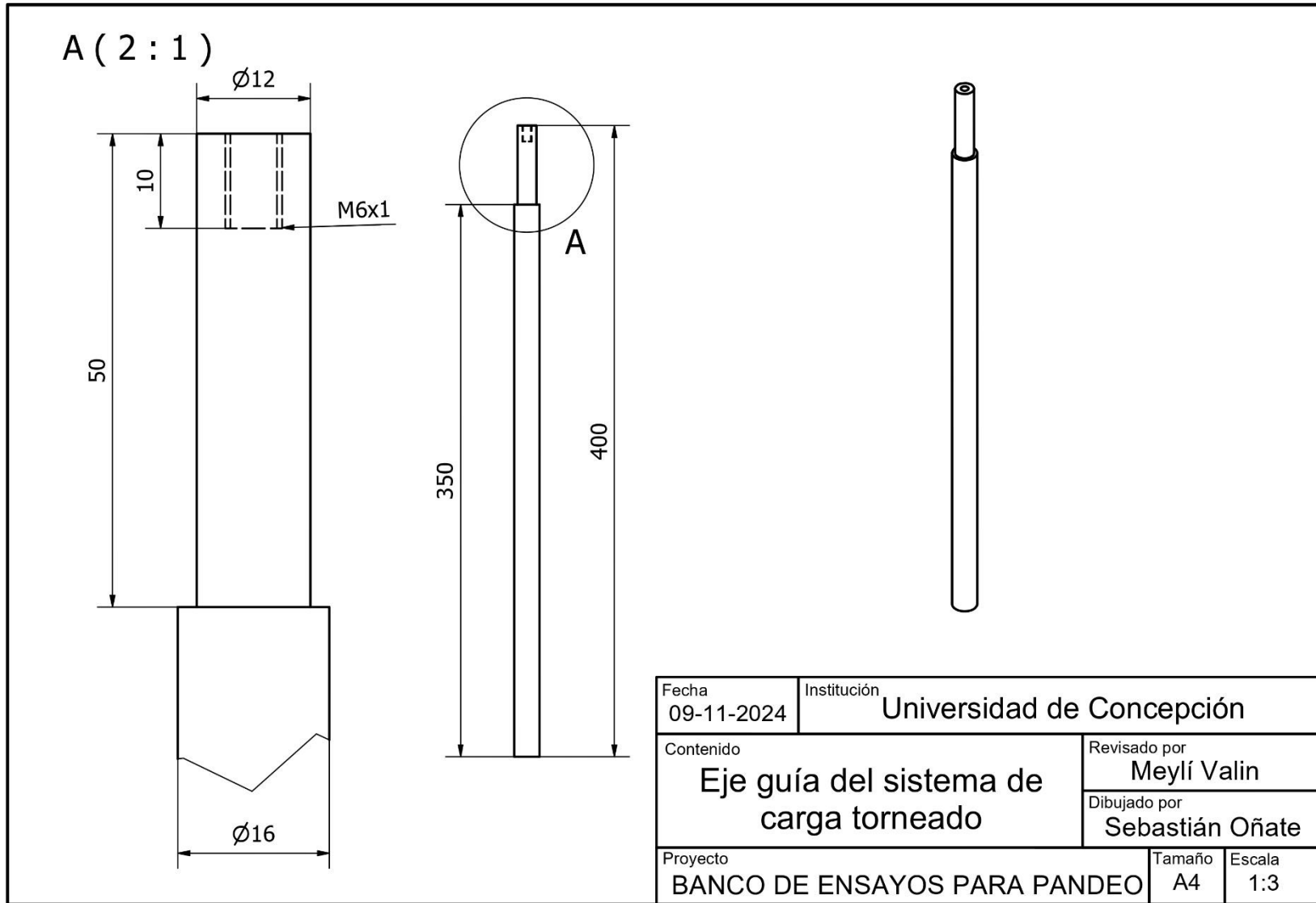


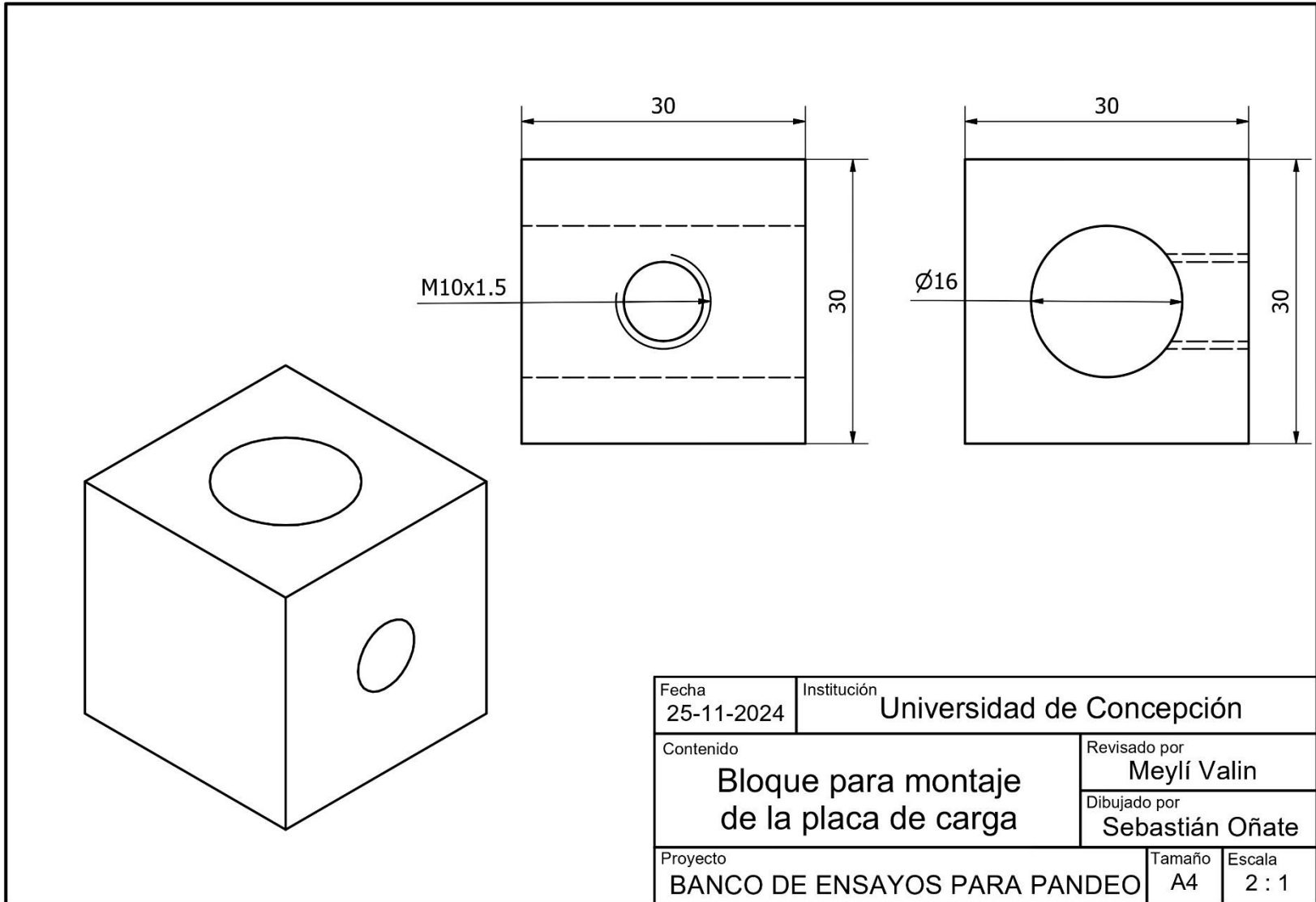
Fecha 02-11-2024	Institución Universidad de Concepción
Contenido <b>Apoyo empotrado inferior 5 mm</b>	Revisado por Meylí Valin
	Dibujado por Sebastián Oñate
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4
	Escala 1 : 1

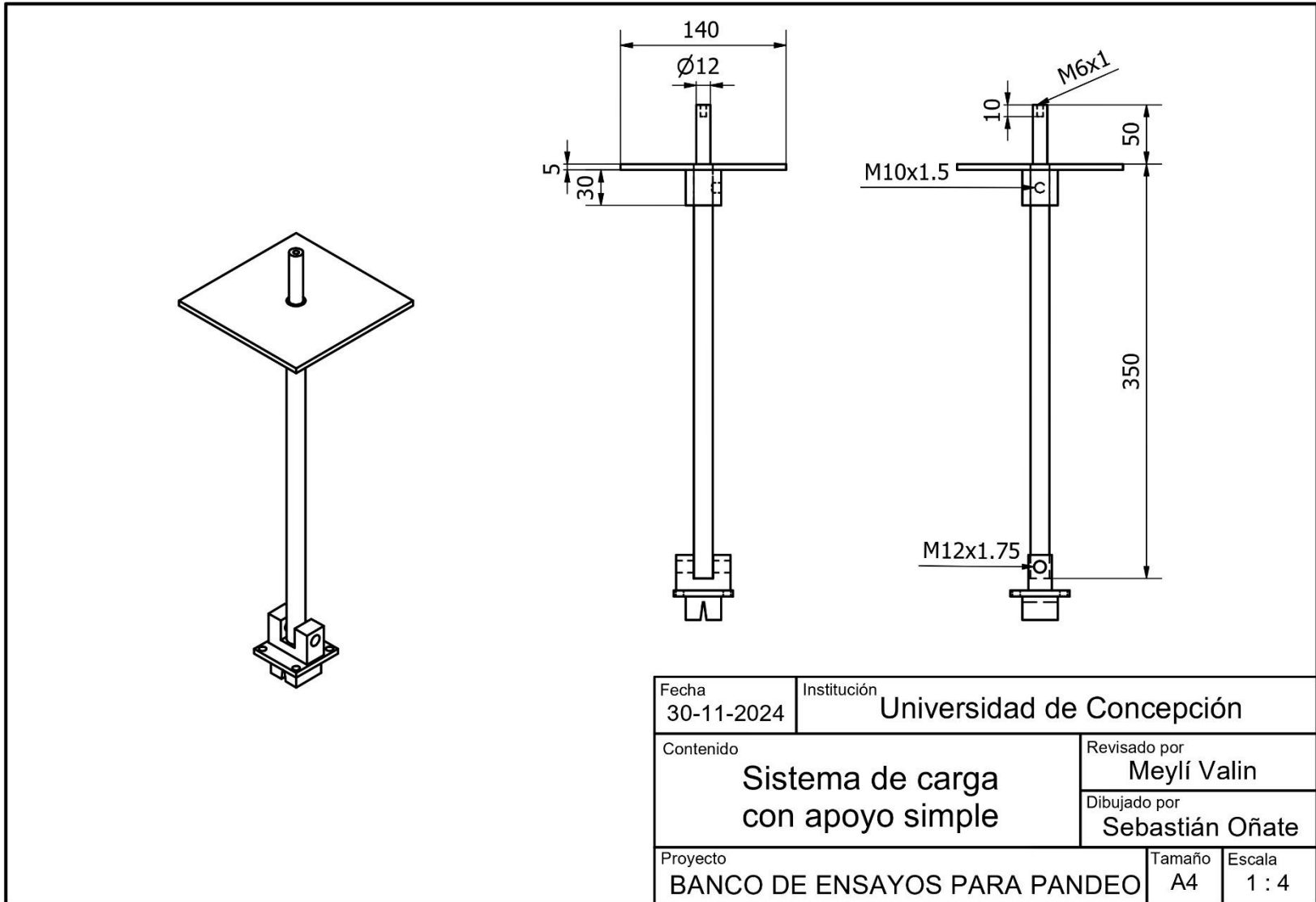


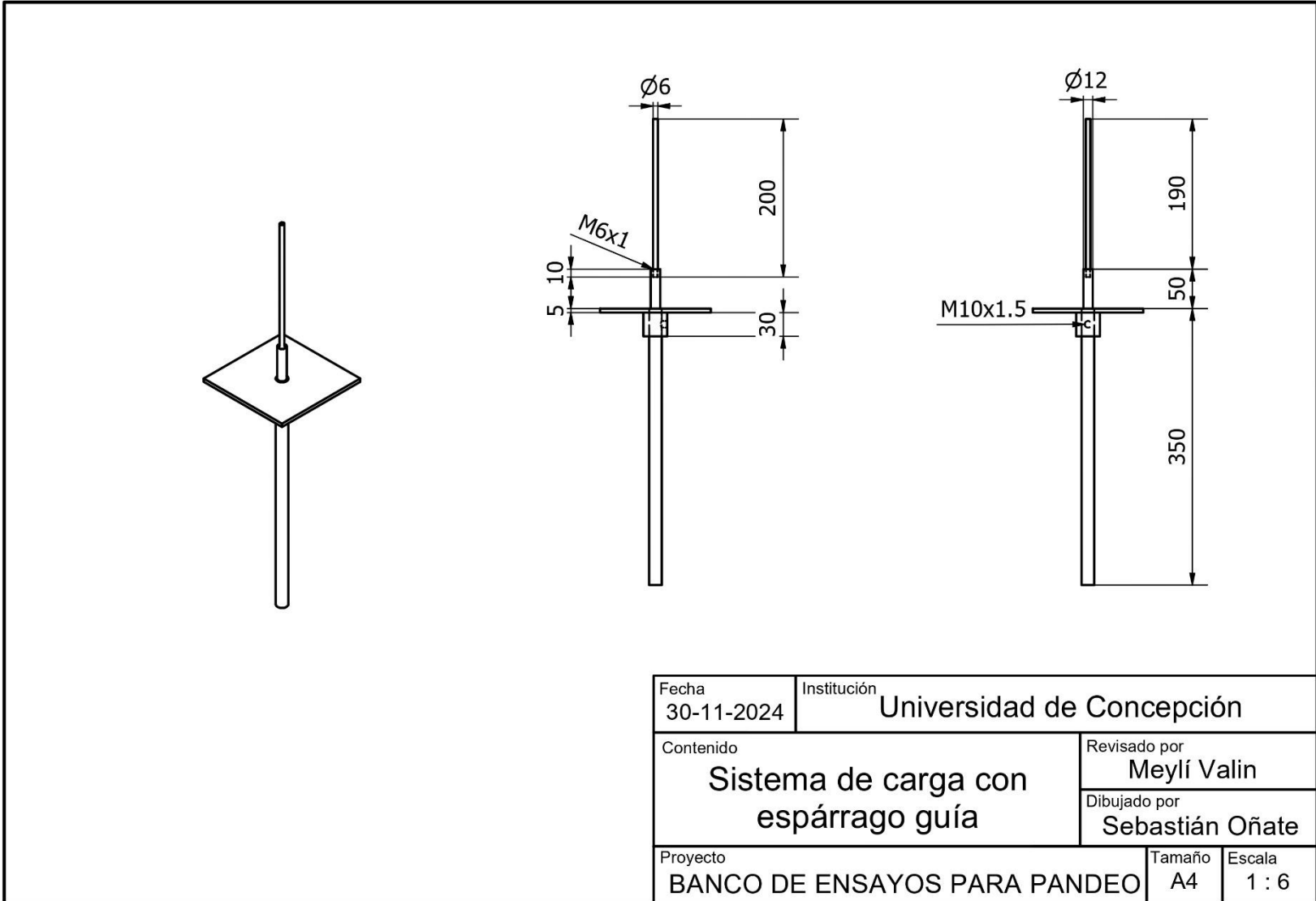


Planos de fabricación del sistema de carga









Fecha 30-11-2024	Institución Universidad de Concepción
Contenido <b>Sistema de carga con espárrago guía</b>	Revisado por Meylí Valin
	Dibujado por Sebastián Oñate
Proyecto BANCO DE ENSAYOS PARA PANDEO	Tamaño A4
	Escala 1 : 6



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**



**Manual de uso y mantenimiento del banco de ensayos diseñado para el estudio  
de pandeo en columnas**

POR

**Sebastián Andrés Oñate Salazar**

Profesor Guía:  
Ph.D Meylí Valin Fernández

Enero 2025  
Concepción (Chile)

© 2025 Sebastián Andrés Oñate Salazar

© 2025 Sebastián Andrés Oñate Salazar

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

## Tabla de Contenidos

Tabla de Contenidos .....	i
Lista de Figuras .....	ii
Manual de uso y mantenimiento .....	1
1.1 Medidas de seguridad .....	1
1.2 Protocolo de mantenimiento .....	1
1.3 Procedimiento de uso.....	2
Referencias.....	6

## Lista de Figuras

Figura 1.3.1: Secuencia de apriete de los pernos de los apoyos inferiores .....	2
Figura 1.3.2: Verificación de la alineación entre los apoyos. a) Articulado-articulado. b) Articulado-empotrado. c) Empotrado-empotrado [1].....	3
Figura 1.3.3: Medición de la longitud de la columna descontando los apoyos [2].....	4
Figura 1.3.4: Forma de medir la deflexión lateral [1] .....	5

## Manual de uso y mantenimiento

A continuación, se explica el procedimiento detallado para utilizar el banco de experimentos, así como algunos aspectos clave en cuanto a la seguridad y el mantenimiento.

### 1.1 Medidas de seguridad

- Uso obligatorio de zapatos de seguridad para proteger los pies en caso de caída de los discos de carga.
- Uso de guantes de trabajo y lentes de seguridad para evitar posibles impactos en los ojos durante el montaje de los discos sobre la placa de carga y el ensayo.
- Inspeccionar el banco de experimentos previo a la realización del ensayo, asegurándose que no existan defectos visibles en la estructura, tales como grietas o deformidades que indiquen que la estructura puede fallar.
- Ubicar el banco en una zona nivelada y lejos de las zonas de tránsito de personas.
- Durante el ensayo, no colocar ninguna parte del cuerpo debajo de la placa de carga y mantener una distancia de al menos 1 [m] con la pletina que se está cargando, ya que podría resbalarse o fracturarse.
- Utilizar las herramientas adecuadas para realizar el apriete de cada uno de los pernos. Se debe evitar realizar esto con la mano directamente.

### 1.2 Protocolo de mantenimiento

En general, el banco no cuenta con piezas que requieran de un mantenimiento regular y periódico, ya que dependerá totalmente de la frecuencia de uso. En este caso, los componentes más críticos del equipo son los rodamientos cilíndricos de desplazamiento lineal, dado que su función es mantener el eje alineado y permitir su desplazamiento para ejercer la carga sobre las columnas ensayadas. Así, se recomienda realizar una inspección previa a cada una de las experiencias que permita verificar que el movimiento del eje a través del rodamiento sea suave y preciso. En caso de detectar alguna anomalía, se recomienda lubricar cada uno de los rodamientos.

A su vez, se deben inspeccionar los pernos tanto de las prensas como de los bloques soportantes de la placa de carga, ya que constantemente hay que ajustarlos. Por lo tanto, se debe revisar que no presenten desgaste ni deformaciones y que las roscas se mantengan limpias y en buen estado. Se recomienda realizar una limpieza de las roscas y pernos previo a utilizar el banco. En caso de que se encuentre mucha suciedad en los agujeros roscados, o que se haya deformado la rosca, de debe reparar el hilo utilizando el macho correspondiente al diámetro del perno. Asimismo, si el perno se encuentra en mal estado, se debe reemplazar por uno nuevo del mismo tipo y con las mismas dimensiones.

Además, se sugiere inspeccionar visualmente las uniones soldadas de la estructura, previo a cada tanda de ensayos. En caso de que se observen defectos en la soldadura, se debe llevar la estructura al taller para reforzar las uniones.

### 1.3 Procedimiento de uso

A continuación, se adjunta el procedimiento paso a paso para realizar los experimentos en el banco de forma segura y correcta.

#### 1.3.1 Preparación de la experiencia

Antes de realizar cualquier experiencia, se deben verificar algunas condiciones determinantes para el correcto funcionamiento del banco y garantizar resultados confiables.

##### 1. Trabajo previo:

- Determinar que columnas se utilizarán, en cuanto a material, geometría y dimensiones. Investigar las propiedades mecánicas del material y calcular las propiedades geométricas de la sección transversal útiles para el cálculo de carga crítica de pandeo.
- Calcular la carga crítica de pandeo utilizando la Fórmula de Euler para cada condición. Verificar que no sobrepase los 400 [N] definidos como carga de diseño. De lo contrario, no se puede realizar la experiencia.

##### 2. Inspección del banco de ensayos:

- Asegurarse que la estructura del banco no posea daños visibles.
- Limpiar las piezas que permiten movimientos, como los rodamientos y las roscas. Además, limpiar los apoyos, en especial los apoyos articulados ya que la acumulación de suciedad en la ranura afecta los resultados.
- Comprobar que los discos de carga tengan la misma masa indicada. De lo contrario, tabular los nuevos valores.
- Pesarse cada uno de los tres sistemas de carga completos, incluyendo el eje con espárrago, la placa, el bloque, el apoyo correspondiente y los pernos, ya que pueden variar sus masas.

##### 3. Montaje de los apoyos y el sistema de carga

- Instalar los apoyos inferiores, siguiendo una secuencia de apriete que se muestra en la Figura 1.3.1. En caso de que los apoyos ya estén instalados, verificar que el apriete sea suficiente.

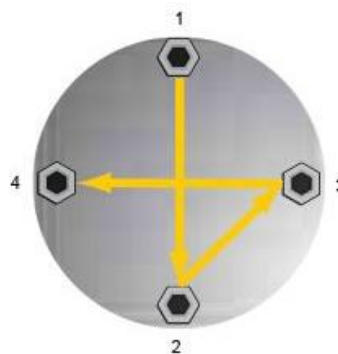


Figura 1.3.1: Secuencia de apriete de los pernos de los apoyos inferiores

- Instalar los apoyos correspondientes en el extremo inferior de cada eje, realizando el apriete de los pernos en forma simultánea por dos personas.

- Realizar el montaje del eje cromado dentro del rodamiento. Se recomienda montar el eje con el apoyo apernado previamente en su extremo inferior, como se indicó en el paso anterior. Una vez que el eje atravesó el rodamiento, se debe instalar inmediatamente el soporte cuadrado de la placa, dado que además de soportar la placa de carga, también sirve como soporte del eje cuando no se tiene una columna instalada.
- El montaje del soporte se realiza apretando el perno hasta que la pieza se mantenga fija sobre el eje. El soporte se debe fijar a 5 [mm] por debajo del cambio de sección del eje.
- Instalar la placa de carga sobre el soporte.  
Instalar el espárrago en el agujero del extremo superior del eje.
- Verificar la alineación de los apoyos utilizando un nivel láser autonivelante, como se muestra en la Figura 1.3.2.

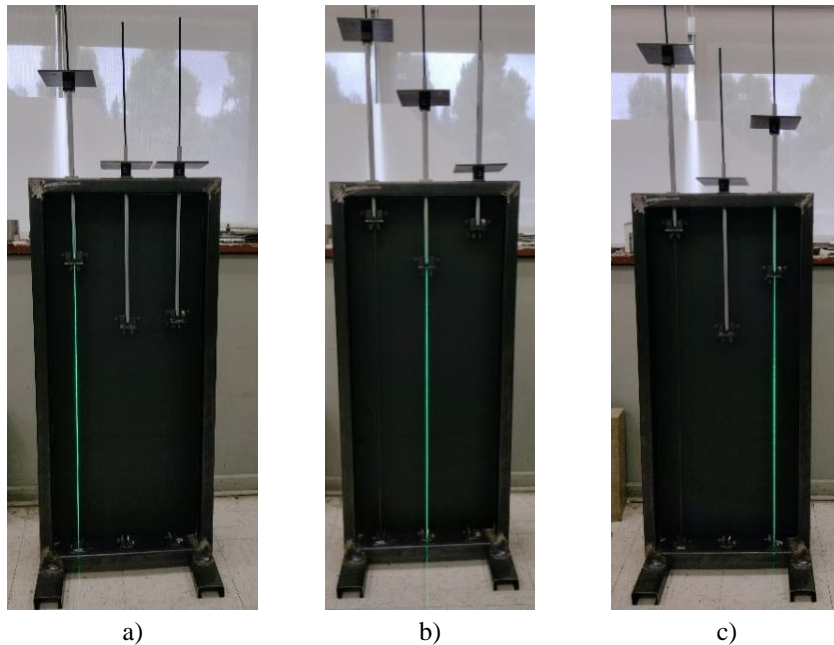


Figura 1.3.2: Verificación de la alineación entre los apoyos. a) Articulado-articulado. b) Articulado-empotrado. c) Empotrado-empotrado [1]

### 1.3.2 Ejecución de la experiencia

Una vez instalados los apoyos, se pueden comenzar los ensayos para cualquiera de las tres condiciones.

#### 1. Montaje de la columna:

- Medir el ancho de la columna utilizando un pie de metro y el espesor idealmente con un micrómetro, de lo contrario se podría utilizar solo el pie de metro. Asimismo, se debe medir la curvatura inicial que posee la columna.
- Instalar la columna en los apoyos correspondientes. En caso de los apoyos articulados, verificar que se mantenga justo en el centro de la base de la ranura. Para los apoyos empotrados se debe instalar pegada al tope, y luego apretar el perno hasta fijar la columna. Se debe tener precaución con el apriete, ya que puede deformar la pieza antes de comenzar el ensayo si se genera una fuerza excesiva con el perno.

- Instalar el nivel láser autonivelante en una superficie cercana al banco de ensayos. Una vez instalado, se debe activar el modo de autonivelación y ajustar la posición del láser para que coincida con los apoyos. Luego, verificar que la columna se haya instalado de forma alineada entre los apoyos y esté recta.
- Medir la longitud real de la columna descontando los apoyos, como indica la Figura 1.3.3.

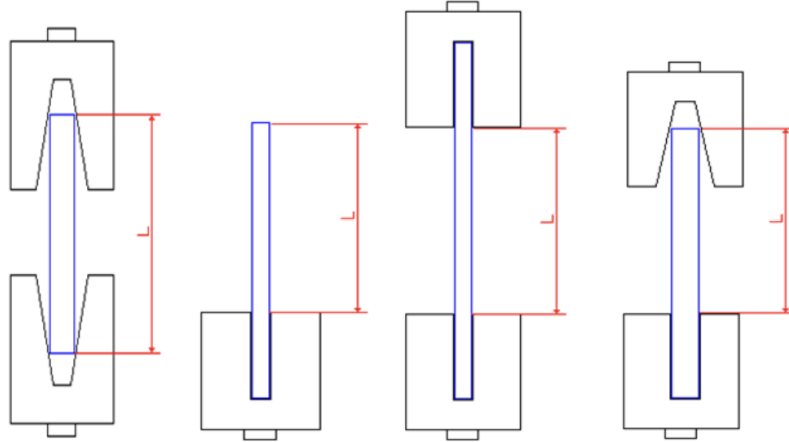
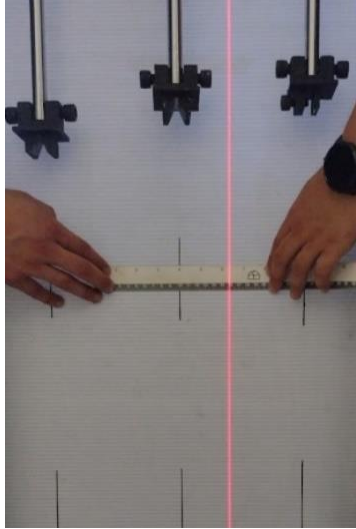


Figura 1.3.3: Medición de la longitud de la columna descontando los apoyos [2]

## 2. Ejecución del ensayo

- Comenzar a colocar los discos de carga sobre la plataforma de carga. El montaje de los discos debe ser de uno a la vez, de forma pausada y controlada para evitar que se sobrepase la carga crítica de la columna.
- Se recomienda mantener un margen 3 [kg] con respecto a la carga crítica teórica. Una vez que se alcanza dicho límite, se recomienda utilizar los discos de menor carga.
- Se aconseja registrar el orden en el que se colocan los discos, para luego probar con otras combinaciones y pesos.
- Registrar fotográficamente el comportamiento de la columna con cada carga aplicada.
- La carga crítica experimental se determina de forma visual cuando la columna se comienza a deformar y ya no coincide con el láser.
- Una vez alcanzada la carga crítica y finalizado el registro fotográfico, se deben quitar los discos de carga.
- Repetir el ensayo las veces que se estime conveniente para tener una medición de la carga crítica donde se reduzca al máximo su error asociado.
- Si se quiere medir la deflexión, se debe sobrepasar la carga crítica aplicando los pesos pequeños. Luego, se marca la posición donde la columna sufrió la mayor deflexión utilizando el láser.
- Para medir, se quitan las cargas y se desmonta la columna como indica la sección 1.3.3, manteniendo el láser en la posición mencionada anteriormente. Luego, se mide con una regla la distancia entre el láser y la línea de referencia marca en el fondo del banco.



**Figura 1.3.4: Forma de medir la deflexión lateral [1]**

### **1.3.3 Finalización de la experiencia**

Luego de finalizar todos los ensayos y haber retirado las cargas, se debe retirar la columna ensayada y realizar el análisis de los resultados.

1. Retiro de la columna:

- Para apoyos empotrados, aflojar los pernos para retirar la columna. Se debe levantar el eje para retirar la columna del apoyo superior, y luego levantar la columna para sacarla del inferior.

2. Análisis de los resultados:

- Calcular el porcentaje de la carga crítica teórica que se alcanzó en cada ensayo.
- Calcular el error de experiencia múltiple cuando se realizaron varios ensayos por condición.
- Analizar las fuentes de posibles errores que afectan para no alcanzar la carga crítica teórica.

## Referencias

- [1] S. Oñate Salazar, «Desarrollo de un banco de experimentos para la determinación del pandeo en columnas,» 2025.
- [2] H. Santiago-Cuenca y P. Michel, «Un procedimiento para realizar los ensayos a pandeo,» *Ciencias Holguín*, 2017.