



Análisis de condiciones de carga en el desgaste del manto de un chancador primario

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con Mención en Ingeniería Mecánica

POR: Christian Rojas López
Profesores Guías: Dr. Cristian Rodríguez Godoy
Dr. Manuel Moncada Merino

Concepción, Chile 2025

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profunda y sincera gratitud a todas las personas que fueron pilares fundamentales a lo largo de este camino. Este logro no me pertenece solo a mí, sino que es el reflejo del amor, el apoyo y la confianza que tantos depositaron en mí.

A mis padres, mi agradecimiento infinito. Su apoyo incondicional ha sido el cimiento sobre el que he construido cada paso de mi vida, tanto académica como personal. Gracias por cada consejo en los momentos de duda, por darme siempre las herramientas necesarias para avanzar y por ser mi refugio y mi fuerza cuando más lo necesitaba. Sus palabras de aliento resonaron en mí cada vez que tuve dudas, y su presencia constante me recordó que nunca estuve solo. Ustedes son el corazón de todos mis logros y una parte esencial de quien soy.

A mi hermano menor, Martín, mi compañero de vida, gracias por estar siempre a mi lado. Valoro profundamente cada abrazo en mis momentos de frustración. Aunque no siempre comprendieras la complejidad de mis desafíos, tu cariño sincero fue muchas veces el impulso que necesitaba para seguir adelante. Tu compañía y lealtad han sido un tesoro invaluable en cada etapa de mi vida.

A Monse, mi pareja y gran compañera de vida, gracias por tu amor incondicional y tu infinita paciencia. Gracias por creer en mí incluso cuando el cansancio y el estrés parecían ganarme. Tus palabras de aliento, tu comprensión durante las largas horas de estudio y tu apoyo constante fueron el motor que me impulsó a no rendirme y a mantener siempre la mirada en mis metas.

A Dios, mi gratitud por el don de la vida, por las oportunidades que ha puesto en mi camino y por la fortaleza espiritual que me permitió superar cada obstáculo y culminar con éxito esta etapa tan importante.

En el ámbito académico, quiero expresar mi más sincero agradecimiento y respeto a mis profesores guía, Manuel Moncada y Cristian Rodríguez. Gracias por la confianza que depositaron en mí desde el inicio, por su orientación constante y por el apoyo incondicional que me brindaron para completar con éxito esta investigación. Su experiencia, paciencia y sabiduría fueron fundamentales para el desarrollo de este trabajo.

Extiendo también mi gratitud a ESSS Grupo S.A. y Altair EDEM, cuya cesión de licencias de investigación (en el marco de su valiosa colaboración con el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción) fue clave para realizar las simulaciones que constituyen el núcleo de este estudio.

Finalmente, agradezco el respaldo del Southern GPU Cluster - Fondecip EQM150134. El acceso a su infraestructura de supercómputo de alto rendimiento fue esencial para el procesamiento de datos y el desarrollo experimental de esta investigación. Sin ese apoyo, los resultados alcanzados no habrían sido posibles.

Tabla de Contenido

Glosario.....	ix
CAPÍTULO 1	1
1.1 Proceso de Conminución	1
1.2 Solución propuesta	5
1.3 Hipótesis	5
1.4 Objetivo general.....	6
1.5 Objetivos específicos	6
1.6 Metodología.....	6
CAPÍTULO 2	7
2.1 Modelación DEM.....	7
2.2 Desgaste.....	9
CAPÍTULO 3	11
3.1 Método de elementos discretos	11
3.1.1 Modelo de contacto.....	11
3.1.2 Modelo de Fractura	12
3.2 Correlación de Pearson y Coeficiente de determinación	14
3.3 Error Cuadrático Medio de la Raíz	15
CAPÍTULO 4	16
4.1 Modelación de un chancador giratorio	16
4.2 Modelo Geométrico.....	16
4.3 Modelo de contacto.....	18
4.4 Casos De estudio.....	19
4.5 Modelo de fractura	19
4.6 Forma de partículas	20
4.7 Parámetros operacionales	21
4.8 Obtención de datos	22
4.8.1 Fuerzas espaciales y velocidad de compresión	22
CAPÍTULO 5	24
5.1 Modelo DEM del chancador giratorio utilizando partículas poliédricas	24
5.2 Variación de parámetros operacionales con la presencia del desgaste	25
5.3 Análisis de las fuerzas y cómo cambian con el desgaste	29
5.4 Concentración de fuerzas respecto a la altura del chancador y su relación con el desgaste	32

5.5	Influencia de la forma de la partícula en los resultados obtenidos.....	36
CAPÍTULO 6	39
Bibliografía	41

Índice de Tablas

Tabla 1. Parámetros geométricos y materiales de las geometrías de la simulación DEM.....	17
Tabla 2. Parámetros del modelo de contacto del material de cobre.....	19
Tabla 3. Parámetros del modelo de fractura para mineral de cobre [Arruda y Tavares, 2021]...	20
Tabla 4. Forma de partícula.	21
Tabla 5. Resultados obtenidos de las simulaciones realizadas	26
Tabla 6. Combinaciones entre las magnitudes de las fuerzas espaciales y la magnitud velocidad de compresión donde se obtuvieron los mejores resultados de la correlación de Pearson.....	32
Tabla 7. Combinaciones entre las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión donde se obtuvieron los mejores resultados del coeficiente de determinación.....	33
Tabla 8. Comparativa resultados obtenidos.....	37

Índice de Figuras

Figura 1. Esquema del proceso de conminución: (a) chancador primario, (b) harnero primario, (c) chancadores secundarios, (d) harneros secundarios, (e) chancadores terciarios, (f) harneros terciarios [Fuente: Moncada, 2022].	2
Figura 2. Partes de un chancador giratorio: (a) Excéntrica; (b) Eje motriz; (c) Poste; (d) Manto; (e) Araña; (f) Cóncava [Fuente: FLSmidth, 2021].	3
Figura 3. Movimiento nutacional del chancador [Lindqvist y Evertsson, 2006].	3
Figura 4. Chancador Metso superior 60-89 [Metso, 2023].	16
Figura 5. Geometría empleada para la simulación del chancador giratorio.	17
Figura 6. Movimiento pendular del chancador modelado.	18
Figura 7. Granulometría de alimentación y producto del chancador giratorio [Fuente: Simkus y Dance, 1998].	21
Figura 8. Medición experimental del perfil de desgaste del manto del chancador Metso Superior 60-89 obtenida a través de sensores láser [Rosario, 2003].	24
Figura 9. Captura de Pantalla de la simulación del chancador primario en $t = 10,86$ segundos mostrando la sección frontal del chancador. Las partículas están coloreadas de acuerdo con el tamaño de las partículas, además posee un corte en la cóncava para visualizar las partículas.	25
Figura 10. Potencia a través del tiempo para los casos de simulación, a) Caso $D0$; b) Caso $D28$; c) Caso $D42$; d) Caso $D57$.	26
Figura 11. Variación de la Potencia RMS a través del tiempo acumulativa.	27
Figura 12. Potencia RMS por tramo.	28
Figura 13. Distribución de tamaño para los 4 casos simulados.	28
Figura 14. Fuerzas normales media en los rangos de estudios para los 4 casos de estudio.	29
Figura 15. Fuerzas tangenciales media en los rangos de estudios para los 4 casos de estudio.	30
Figura 16. Velocidad de compresión para los distintos casos de desgaste.	31
Figura 17. Comparación de la velocidad de compresión con respecto al delta de desgaste de cada caso.	31
Figura 18. Correlación lineal entre la magnitud de las ecuaciones con mejores resultados respecto al desgaste.	34
Figura 19. Curva de concentración de la magnitud la ecuación $F_n^2 \cdot VC$ en comparación con el desgaste	35
Figura 20. Curva de concentración de la magnitud la ecuación $F_t \cdot VC$ en comparación con el desgaste	35
Figura 21. Curva de concentración de la magnitud la ecuación $F_n \cdot Vc$ en comparación con el desgaste	36
Figura 22. Captura de pantalla de la simulación del chancador primario con partículas esféricas en $t = 12$ s mostrando la sección frontal del chancador. Las partículas están coloreadas de acuerdo con el tamaño de las partículas, además posee un corte en la cóncava para visualizar las partículas.	37
Figura 23. Distribución de tamaño el caso de las partículas esféricas y poliédricas.	38

Resumen

El chancador giratorio primario es un equipo esencial en la minería del cobre, ya que permite la reducción de tamaño de las rocas extraídas, facilitando su posterior procesamiento. Sin embargo, el desgaste de sus componentes, especialmente el manto, afecta su eficiencia, incrementa los costos operacionales y reduce la disponibilidad del equipo. Este estudio busca analizar el desgaste del manto a través de simulaciones utilizando el Método de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés), con el objetivo de identificar los factores clave que influyen en su deterioro.

La hipótesis planteada sugiere que el perfil de desgaste del manto está directamente relacionado con la combinación de la magnitud de las fuerzas normal y tangencial, así como con la velocidad de compresión de las partículas durante el proceso de chancado. Para comprobar esta hipótesis, se modeló el chancador Metso Superior 60-89 en el software Rocky DEM, simulando su comportamiento en diferentes etapas de desgaste (0, 28, 42 y 57 días). Se analizaron variables como la fuerza aplicada sobre el manto, la velocidad de compresión y la influencia de la forma de las partículas en los resultados, considerando tanto partículas poliédricas como esféricas.

Los resultados obtenidos muestran que el desgaste es más pronunciado en las zonas donde la fuerza normal es mayor, lo que sugiere que este tipo de carga tiene una mayor influencia en la degradación del manto en comparación con la fuerza tangencial. Además, se observó que, en una etapa inicial del desgaste, el flujo de producción aumentó desde 4.013,7 tph en la condición sin desgaste (D_0) hasta 5.330,5 tph en el caso D_{42} , debido a una reducción en la restricción del material. Sin embargo, en etapas avanzadas, como en el caso D_{57} , el flujo disminuyó a 4.969,2 tph producto de las irregularidades generadas en la geometría del revestimiento, lo que afecta negativamente la eficiencia del proceso de chancado.

Otro hallazgo relevante es el efecto del desgaste sobre el consumo energético. Se observó que, a medida que progresa el deterioro del manto, la potencia requerida para el chancado aumenta considerablemente, pasando de 624,9 kW en la condición inicial sin desgaste (D_0) a un máximo de 933,4 kW tras 57 días de operación (D_{57}), lo que equivale a un incremento del 49%. Este aumento evidencia la demanda energética adicional necesaria para mantener la operación, impactando en la eficiencia del proceso.

Se realizó un análisis de correlación utilizando los coeficientes de Pearson y de determinación (R^2), evidenciando relaciones significativas entre las fuerzas espaciales, la velocidad de compresión y el desgaste experimental. Se observaron valores de Pearson superiores a 0,89, con un máximo de 0,9043 en el caso D_{57} , mientras que R^2 alcanzó un máximo de 0,8178. Estos resultados respaldan la posibilidad de predecir el desgaste del manto a partir de la concentración de fuerzas normales y tangenciales combinadas con la velocidad de compresión.

En conclusión, este estudio permite establecer una correlación entre el desgaste del manto y variables como las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión, con el fin de desarrollar modelos predictivos indirectos. Estos modelos ofrecen una base para mejorar el diseño del chancador y optimizar las estrategias de mantenimiento preventivo, lo que a su vez contribuye a reducir los costos operacionales y a incrementar la disponibilidad del equipo en faenas mineras.

Palabras clave: chancador giratorio, desgaste, DEM, simulación, conminución.

NOMENCLATURA

Glosario

BPM	Modelo de partículas unidas
CSS	Ajuste de lado cerrado
DEM	Método de elementos discretos
OSS	Ajuste de lado abierto
PRM	Modelo de fractura de reemplazo de partículas
PSD	Distribución de tamaño
RMSE	Error cuadrático medio de la raíz
ROM	<i>Run of Mine</i>
SERNAGEOMIN	Servicio Nacional de Geología y Minería
Tph	Toneladas por hora

Variables

A	Parámetro de ajuste del modelo de fragmentación
b'	Parámetro de pendiente del modelo de Tavares
c_t	Fracción de energía tangencial que contribuye a la colisión
d	Tamaño de partícula
d_0	Tamaño característico del material
d_{min}	Tamaño mínimo de partícula
δ_n	Superposición normal entre partículas
δ_0	Superposición residual tras descarga
δ_t	Deformación tangencial
$\Delta e_{c,b}$	Energía de contacto específica efectiva
E	Módulo de Young del material
ε	Coefficiente de restitución
e	Energía total de deformación
e^*	Energía de fractura específica relativa
e_{50}	Energía de fractura específica media
e_{50b}	Energía de fractura media de partículas rotas
e_{max}	Energía de impacto específica máxima (fractura total)
e_∞	Energía asintótica de fractura
e_n	Energía de deformación normal
e_t	Energía de deformación tangencial (corte)
F_n	Fuerza normal entre partículas
F_t	Fuerza tangencial
γ	Parámetro de daño acumulado
H_m	Altura del manto
K_l	Rigidez de carga normal
K_r	Rigidez al rodamiento

K_t	Rigidez tangencial del contacto
K_u	Rigidez de descarga normal
κ	Factor ajustable de rigidez tangencial
λ	Exponente logarítmico de distribución
M_r	Momento de resistencia al rodamiento
μ	Coefficiente de fricción estática
μ_r	Coefficiente de fricción al rodamiento
n	Número de observaciones
φ	Exponente empírico del modelo de fractura
R	Radio de la partícula
R_r	Radio de rodamiento equivalente
R^2	Coefficiente de determinación
r	Coefficiente de correlación de Pearson
t_{10}	Porcentaje de fragmentos < 1/10 del tamaño original
t_4	Tamaño acumulado al 4 %
t_{75}	Tamaño acumulado al 75 %
θ	Ángulo de rotación relativa
x_i, y_i	Valores observados de variables X e Y
\bar{x}, \bar{y}	Promedios de X e Y
Y_i, Y_j	Resistencia del material (partículas i y j)
\hat{y}_i	Valor estimado por el modelo
σ^2	Varianza de la distribución log-normal
ζ	Ángulo entre el eje x y la fuerza de roce

CAPÍTULO 1

Introducción

Este capítulo ofrece una introducción a la conminución, destacando las características y el funcionamiento de los chancadores. Además, se presenta la motivación del estudio, la hipótesis de trabajo y los objetivos que guían la presente tesis.

1.1 Proceso de Conminución

La minería nacional es uno de los pilares fundamentales de la economía chilena, donde no solo destaca por su contribución directa al producto interno bruto (PIB) de un 11.9% en el año 2023 sino también por su fuerte impacto social en la bolsa de empleo e innovación tecnológica [SERNAGEOMIN, 2024].

Dentro de la industria minera, la conminución desempeña un rol clave. Este proceso consiste en la fractura de grandes rocas mediante esfuerzos mecánicos para reducirlas a fragmentos más pequeños facilitando y mejorando la eficiencia de los procesos posteriores. La granulometría del material en el flujo de alimentación puede variar significativamente, alcanzando tamaños máximos de hasta 1,5 metros [Mosher, 2011]. Los fragmentos generados pasan por diferentes etapas de conminución hasta obtener el producto final deseado. Este proceso constituye la etapa de mayor consumo energético en el procesamiento de minerales, representando aproximadamente el 40% de la energía total. [Bengtsson et al., 2016].

La conminución se realiza en dos operaciones unitarias principales: trituración y molienda. La molienda, que ocurre luego de la trituración, reduce el material chancado a tamaños de micras para prepararlo para procesos posteriores como la concentración por flotación [Merello, 2016]. Por su parte, la trituración tiene como objetivo inicial disminuir el tamaño de las rocas, facilitando su transporte en las etapas siguientes y optimizando la eficiencia energética del proceso [Mosher, 2011].

Para el proceso de trituración existen diversos tipos de chancadores, donde existe de mandíbula, giratorios, de cono, de rodillos y de impacto. En minas subterráneas, los chancadores primarios suelen ubicarse cerca del lugar de extracción debido a la dificultad de transportar grandes rocas a la superficie. Este enfoque permite reducir el tamaño del material antes de su transporte [Jeswiet y Szekeres, 2015].

El chancado o trituración comienza utilizando un chancador primario. Cuando el flujo de alimentación es inferior a 1000 toneladas por hora (tph), se emplea un chancador de mandíbula, mientras que, en flujos superiores, se utiliza un chancador giratorio [Mosher, 2011]. En la minería chilena, los chancadores giratorios son los más utilizados por su capacidad para manejar altos volúmenes de material [Merello, 2016].

La potencia requerida para llevar a cabo el proceso de chancado puede variar considerablemente, oscilando entre 180 kW y 1200 kW, dependiendo de la aplicación y el tipo de chancador utilizado [Jeswiet y Szekeres, 2015].

En el proceso de conminución, el mineral reduce sus dimensiones hasta alcanzar tamaños hasta 10 veces menores que los del material original. Este comienza con la alimentación de mineral de

hasta 1,5 metros de tamaño al chancador primario, obteniéndose fragmentos de aproximadamente 15 centímetros de diámetro. Posteriormente, el material es clasificado por tamaño mediante harneros vibratorios, antes de ser enviado a las etapas de chancado secundario y terciario, donde se continúa reduciendo su tamaño hasta alcanzar un producto final cercano a 1/2" de diámetro. La Figura 1 muestra un esquema general de este proceso.

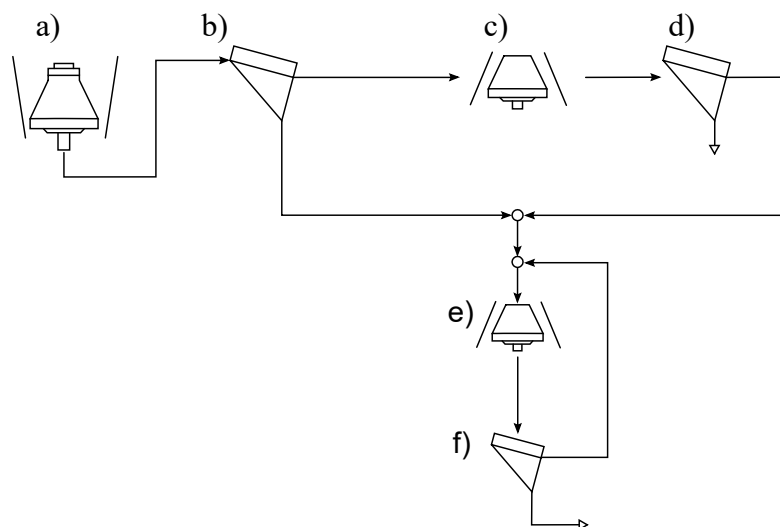


Figura 1. Esquema del proceso de conminución: (a) chancador primario, (b) harnero primario, (c) chancadores secundarios, (d) harneros secundarios, (e) chancadores terciarios, (f) harneros terciarios [Fuente: Moncada, 2022].

El chancador giratorio, conocido como chancador primario, consiste en una cabeza móvil y una carcasa cóncava fija. Este equipo incluye un poste con giro excéntrico que sostiene un cono como elemento de molienda, el cual está cubierto por un manto, una pieza de desgaste clave en el proceso. El poste está soportado en la parte superior por una estructura llamada araña y en la parte inferior por un hidrosset, un sistema hidráulico ajustable verticalmente, además de una plataforma excéntrica que opera mediante un buje. La cámara de chancado, definida por el espacio entre el manto y la cóncava, es donde ocurre la compresión del material [Chen et al., 2020]. En la Figura 2 podemos ver las principales partes del chancador.

El objetivo principal del chancador giratorio es triturar el mineral mediante la compresión entre el manto y la cóncava. La fractura de las partículas se logra a través de dos modos principales: rotura de partículas individuales y rotura entre partículas. Este proceso se realiza con un movimiento nutacional del cono interior, mientras que la cóncava permanece fija [Quist et al., 2016]. El espacio más pequeño entre el manto y la cóncava se denomina ajuste de lado cerrado (CSS por sus siglas en inglés), y el mayor espacio, ajuste de lado abierto (OSS por sus siglas en inglés) [Toledo, 2022], los cuales se visualizan en la Figura 3.

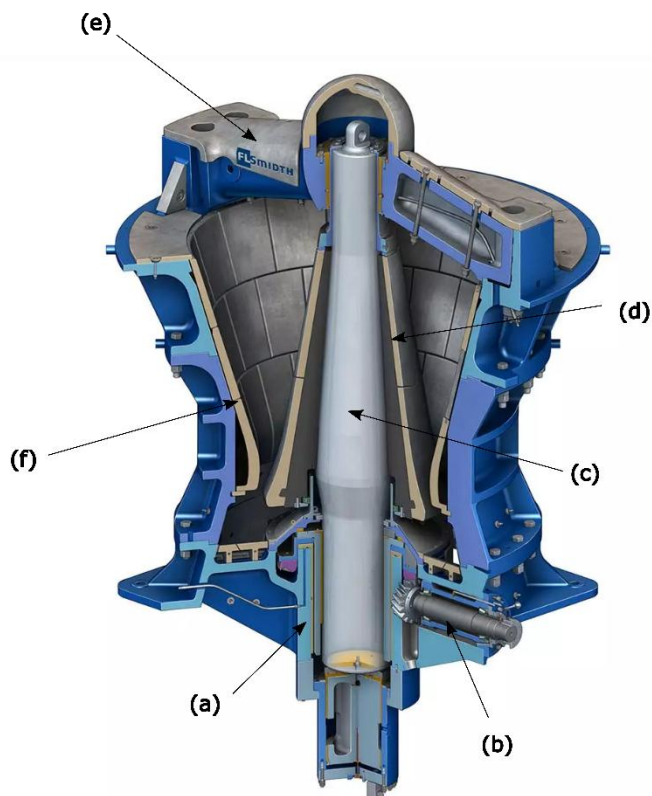


Figura 2. Partes de un chancador giratorio: (a) Excéntrica; (b) Eje motriz; (c) Poste; (d) Manto; (e) Araña; (f) Cónica [Fuente: FLSmidth, 2021].

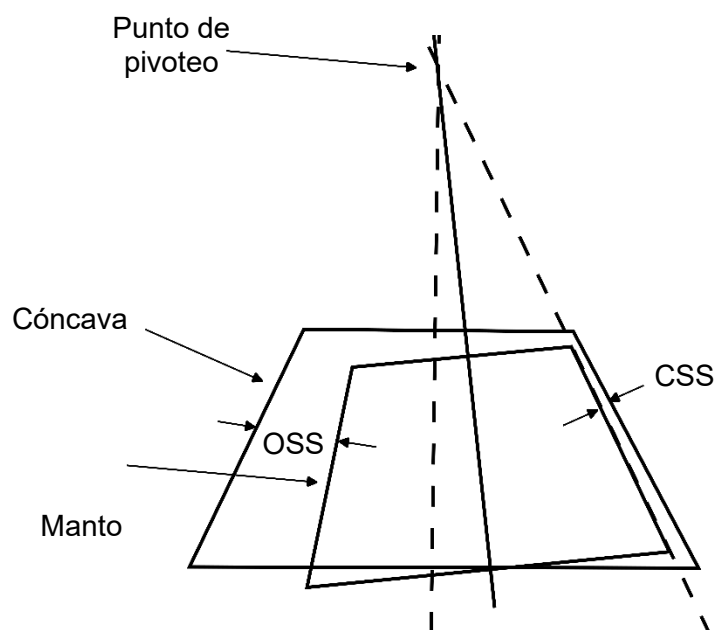


Figura 3. Movimiento nutacional del chancador [Lindqvist y Evertsson, 2006].

El chancador giratorio se utiliza en la trituración primaria de minerales metálicos como el hierro y el cobre, y es común en la minería chilena [Chen et al., 2020]. Este equipo trabaja con material

ROM (*Run of Mine*) no procesado, y su alimentación es controlada cuidadosamente por operadores para garantizar un flujo uniforme y evitar picos de potencia que afecten su rendimiento [Toledo, 2022]. Su velocidad de rotación oscila entre 85 y 150 rpm, y el rendimiento depende de factores como el movimiento del eje, la geometría del manto, el ángulo de inclinación del poste y la velocidad del eje.

El desgaste de los revestimientos es un desafío significativo en el funcionamiento del chancador giratorio. La presión ejercida durante la trituración produce un desgaste irregular que altera la geometría de la cámara, afecta la uniformidad del tamaño de las partículas y eleva los costos operativos debido a la necesidad de reemplazar piezas desgastadas o a la reducción del rendimiento [Walker, 2012]. Este desgaste no solo impacta la calidad del producto final, sino también la vida útil de los componentes, lo que puede derivar en paradas imprevistas. Por ello, es crucial analizar y cuantificar el desgaste, ya que predecir su magnitud en un periodo determinado permite planificar mantenencias predictivas, mejorando la disponibilidad y eficiencia del equipo [Lindqvist y Evertsson, 2006].

El desgaste es uno de los principales problemas que enfrentan los chancadores, siendo una de las principales causas de mantenencias por fallas. Durante el funcionamiento del chancador, el mecanismo de desgaste predominante en la trituración del mineral corresponde al desgaste abrasivo de tres cuerpos [Ospina y Beltrán, 2015]. Este tipo de mecanismo implica que la forma en que se fractura la partícula está directamente relacionada con la magnitud del desgaste generado en los componentes del chancador.

El desgaste abrasivo ocurre cuando partículas duras generan fricción y corte sobre las superficies del equipo, provocando su deterioro. Este mecanismo es común en chancadores giratorios y en el *Rotary Offset Crusher* (ROC), especialmente con minerales de alta abrasión como la sílice, cuyo índice de abrasión de Bond [Bond, 1952] determina su efecto sobre los revestimientos de acero. La configuración del equipo influye en la tasa de desgaste, siendo mayor cuando hay fuerzas de corte elevadas, como en la ROC con el disco superior estacionario [Nghipulile et al., 2024].

El desgaste por impacto se genera cuando partículas de mineral chocan a alta velocidad contra las superficies del equipo, causando deformación y fractura del material. En chancadores giratorios, la geometría de la cámara y la velocidad del eje del manto afectan la intensidad de estos impactos. En la ROC con ambos discos girando, este desgaste se minimiza, ya que se reduce la cantidad de colisiones directas contra superficies fijas [Nghipulile et al., 2024].

En los últimos años, se han empleado distintas representaciones de partículas para modelar el mineral a triturar, utilizando tanto partículas esféricas como poliédricas. Por ejemplo, en el estudio de Doroszuk y Król [Doroszuk y Król, 2024], los investigadores validaron un modelo de chancador industrial a partir del análisis de un chancador a escala, empleando partículas esféricas y un modelo de reemplazo de partículas (PRM, por sus siglas en inglés).

Por otro lado, diversas simulaciones han utilizado partículas poliédricas para analizar el comportamiento de chancadores. Moncada et al. [Moncada et al., 2021] estudiaron el torque en un chancador giratorio, mientras que Nghipulile et al. [Nghipulile et al., 2024] analizaron un chancador rotativo offset, cuyo diseño busca mejorar la productividad del proceso de conminución mediante el aumento de la velocidad de transporte impulsada por la fuerza centrífuga de los discos.

No obstante, aún no se ha realizado un estudio exhaustivo que determine cuál de estas representaciones de partículas proporciona los mejores resultados ni cómo la elección de la forma de partícula influye en el análisis de los datos obtenidos. Algunos estudios han comparado el rendimiento de las simulaciones en función de la geometría de las partículas.

Por ejemplo, Jiménez et al. [Jiménez et al., 2018] evaluaron el comportamiento del proceso de fractura mediante simulaciones que consideraron tanto partículas individuales como lechos de partículas, variando el modelo de fractura empleado. Sus hallazgos indicaron que el uso de partículas poliédricas favorece una mayor conservación de la masa y genera fragmentos con formas más irregulares. En contraste, las partículas esféricas produjeron distribuciones de tamaño de fragmentos que se ajustaron con mayor precisión a los datos experimentales, tanto en la fractura de partículas individuales como en la fragmentación de lechos de partículas.

1.2 Solución propuesta

Durante el funcionamiento de un chancador giratorio existen fuerzas normales y tangenciales a la superficie del manto que resultan de la trituración del mineral, dado esto, la presión que va ejerciendo el mineral al manto provoca desgaste según la incidencia y magnitud de cada fuerza. Así, es importante realizar un modelamiento de distribución de fuerzas en direcciones tangenciales y normales a la superficie del manto. Las fuerzas se obtienen con una simulación DEM, que se utilizarán para obtener una distribución y cómo se comporta a lo largo del chancador.

Realizar una distribución en sus componentes espaciales se debe principalmente a que las fuerzas normales producirán mayor desgaste que las tangenciales, dado que el chancador aparte del movimiento nutacional posee un movimiento rotacional en su propio eje, que significaría que las fuerzas tangenciales estarían en la misma dirección del sentido de rotación, provocando menor desgaste que la ocasionada por la fuerza en dirección normal a la superficie.

Una vez obtenidas las direcciones, se modelará distribuciones probabilísticas de la concentración de las fuerzas normales y tangenciales. Esto se hace con el objetivo de comprender las zonas más críticas del chancador y poner mayor énfasis en estas áreas donde hay una mayor concentración de fuerzas. Esto permite realizar un estudio detallado en estas zonas. Para usar esta distribución de fuerzas para cuantificar y comparar con el volumen de desgaste en tiempo real.

Posteriormente, se compara la relación que posee las curvas obtenidas con los perfiles de desgaste del poste medido experimentalmente por Rosario [Rosario, 2003]. Además, de comparar las curvas de fuerzas espaciales, se analizará la relación existente con la velocidad de compresión de las partículas con el poste. Esto nos permitirá analizar su distribución y realizar modelos de estimación del desgaste, nos permitirán tomar decisiones de diseño que nos permita optimizar y aumentar la disponibilidad de la máquina minera y mantener un rendimiento mayor durante los ciclos de trabajo del proceso de conminución.

1.3 Hipótesis

Es posible establecer una relación entre el perfil de desgaste del manto y una combinación ponderada de magnitud de fuerza normal, magnitud de fuerza tangencial, y velocidad de compresión, para un poste de un chancador primario de la gran minería del cobre.

1.4 Objetivo general

Obtener una combinación de la magnitud de las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión que se relacione con el perfil de desgaste de un poste de un chancador primario.

1.5 Objetivos específicos

- OE1. Analizar y establecer los principales parámetros influyentes en la generación de desgaste al compararlo con distintos perfiles de desgaste.
- OE2. Analizar la influencia de la forma de la partícula en los resultados obtenidos.

1.6 Metodología

- OE1. Analizar y establecer los principales parámetros influyentes en la generación de desgaste al compararlo con distintos perfiles de desgaste.

Mediante las mediciones y datos entregados por Rosario [Rosario, 2003] se modelará el chancador giratorio Metso superior 60-89 ubicado en la minera *Highland Valley Copper* en Canadá. La modelación será realizada con el método de elementos discretos donde se utilizará Rocky DEM. A partir de los resultados obtenidos, se analizarán los principales parámetros que influyen en la generación del desgaste de la estructura. Entre los más relevantes a considerar se encuentran las fuerzas espaciales, el ángulo de aplicación de la fuerza, la velocidad de compresión, los esfuerzos, entre otros.

Una vez analizada la influencia de cada parámetro se busca obtener una combinación ponderada a partir de los parámetros y poder establecer una relación de estos parámetros con el avance de los perfiles de desgaste a través del tiempo. A partir de los resultados obtenidos de las simulaciones DEM y de la posterior extracción numérica mediante Python Shell, se llevará a cabo un análisis en MATLAB para evaluar cómo influyen estos parámetros en el desgaste de las zonas más críticas del poste. Para ello, se emplearán modelos iterativos, métodos de diferencias finitas y la redacción de código específico para la obtención de los distintos resultados.

Cabe destacar que los resultados obtenidos no se contrastan con datos experimentales en condiciones equivalentes, ya que las mediciones experimentales corresponden a la geometría del manto y al desprendimiento progresivo de material a lo largo del tiempo, hasta el término de la vida útil del chancador.

- OE2. Analizar la influencia de la forma de la partícula en los resultados obtenidos.

Una vez validadas ambas simulaciones se analizará la influencia de la forma en la obtención de resultados, dado que en la aplicación del modelo de fractura en Rocky DEM se emplea la forma de partícula poliédrica, en cambio en EDEM se utilizó la forma esférica.

CAPÍTULO 2

Estado del arte

En este Capítulo se presentará el estado del arte que sustenta esta investigación, clasificado en 2 tópicos principales: modelación DEM de chancadores y desgaste.

2.1 Modelación DEM

Legendre y Zevenhoven [Legendre y Zevenhoven, 2014] modelaron un chancador de mandíbula utilizando DEM para simular la ruptura de partículas, el objetivo de esta investigación radicaba en obtener mejoras en los parámetros de diseño de la maquinaria de conminución para obtener valores de eficiencia energética más altos, dado que en su investigación obtuvieron que la eficiencia del uso de la energía en equipos de conminución es inferior a 10%.

Delaney et al. [Delaney et al., 2015] desarrollaron un modelo DEM de un chancador de cono para predecir la rotura y el flujo de partículas no esféricas a escala industrial. Se utiliza un modelo de fractura de reemplazo de partículas y un modelo t_{10} para determinar el tamaño de las partículas luego de la fractura. El análisis de las simulaciones realizadas permite predecir el consumo de energía y obtener una distribución de tamaño de las partículas (PSD).

En la investigación realizada por Cleary et al. [Cleary et al., 2015] se realizó un estudio exhaustivo sobre la simulación de flujos de partículas y la fragmentación en chancadores utilizando DEM, los equipos de trituración simulados son chancador de cono, giratorio, de mandíbula, de impacto y de doble rodillo. Se modela la fractura de estas simulaciones con el modelo PRM, y a partir de los resultados realizaron estimaciones de potencia, tamaño de partícula del producto, rendimiento y estimación de desgaste en algunos componentes de los equipos de conminución, estos parámetros son útiles para la optimización de operación del chancador.

Posteriormente, Cleary modeló un chancador de cono utilizando el modelo de fractura formulado por Delaney et al. [Delaney et al., 2015], en esta investigación se analizó el comportamiento que posee el chancador ante diferentes condiciones de operación al variar CSS velocidad de rotación, parámetros del material, entre otros. Esta variación permite analizar el rendimiento operativo al que se somete el chancador durante su funcionamiento [Cleary et al., 2017].

En la investigación de Johansson et al. [Johansson et al., 2017] obtuvieron la potencia de un chancador de cono de laboratorio *Morgårdshammar B90* ubicado en el laboratorio de rocas Chalmers en Gotemburgo, Suecia. Este chancador posee un variador de velocidad, que permite controlar la velocidad excéntrica del eje principal. Para la validación del modelo se comparan los resultados de tamaño de partículas entre lo obtenido a partir de la simulación DEM y lo medido experimentalmente. Para esto se utilizó un diseño de revestimiento mecanizado utilizando material *Uddeholm Nimax*.

En la modelación DEM Johansson et al. [Johansson et al., 2017] utilizaron el software EDEM 2.7, para la fractura de las partículas utilizaron el modelo de partículas unidas, para modelar el movimiento rotatorio del poste en el software utilizaron 2 rotaciones sinusoidales considerando un desfase de 90° entre ambas rotaciones, además para el contacto se utilizó el modelo de *Hertz-Mindlin no slip*. Al obtener los resultados de potencia de la simulación y del análisis experimental, para dos velocidades de rotación no se obtuvieron los valores esperados manteniendo una gran diferencia entre las magnitudes simuladas y las medidas experimentalmente. Además, en su

investigación analizaron la distribución de tamaño para un CSS de 2,2 mm, se obtuvieron buenos resultados al comparar lo experimental y lo simulado. De los cuales se destaca la gran concordancia de distribución a la velocidad de 20 Hz, no obstante, no sucede lo mismo para el caso de 10 Hz donde presenta grandes diferencias en la región gruesa.

En la investigación realizada por Chen se modeló en el software EDEM un chancador giratorio que tritura el mineral de hierro. Para la fractura del mineral se utilizó un modelo de partículas unidas (BPM). En este trabajo se estudió y analizó la distribución de las fuerzas de trituración y el PSD. Con el modelo ya desarrollado se buscó realizar una optimización del equipo variando los parámetros hasta encontrar los valores ideales que mejorarían el rendimiento del equipo mediante dos objetivos principales: maximizar la capacidad de producción y minimizar las fuerzas de trituración [Chen et al., 2020].

André y Tavares [André y Tavares, 2020] desarrollaron un modelo DEM de un chancador de cono de laboratorio utilizando partículas poliédricas, presentan distintos modelos de rotura de las partículas. Sus resultados concuerdan con los obtenidos experimentalmente para el rendimiento con un error relativo del 9,6%, 10,4% y 37,9% para los tres casos de estudios presentados, no obstante, en la energía específica y tamaño de productos, la desviación se eleva considerablemente hasta un 50%.

Barrios et al. [Barrios et al., 2020b] en su investigación simuló en EDEM un chancador de mandíbula a escala del laboratorio de *Otsuka Iron Works Ltd.* Cada trituración por lotes utilizó alrededor de 6 kg con una distribución de tamaño específica, para las mediciones experimentales se utilizaron celdas integradas acopladas a un Arduino UNO para la obtención de los datos. El material utilizado en la investigación es un mineral aurífero de la mina *San José en Iquira*, este mineral es una roca ígnea intrusiva compuesto principalmente por cuarzo, feldespato y en porcentajes menores posee pirita, galena, hematita y arsenopirita, este mineral posee tamaño de grano grueso a medio.

Para su modelación de fractura utilizó un modelo PRM, este fue desarrollado por Barrios et al. [Barrios et al., 2020a]. En la experiencia se realizó un análisis de sensibilidad del modelo para analizar los efectos del CSS, frecuencia, potencia, la fuerza compresiva y la relación de reducción. Las simulaciones fueron validadas mediante mediciones experimentales, obteniendo buena concordancia entre estos valores. Los resultados describieron el rendimiento en términos de la distribución de tamaño, fuerza de compresión, relación de reducción y consumo de energía.

En la investigación de Moncada et al. [Moncada et al., 2021] realizaron una simulación DEM en Rocky de un chancador giratorio Metso 60-110, utilizando el modelo de fractura de Tavares. En la investigación se propuso una nueva representación de las fuerzas radiales en coordenadas polares, la cual permite ayudar a diseñadores a analizar y comprender las zonas más críticas del manto y como se distribuyen las fuerzas aplicadas sobre el manto, este modelo además fue validado con datos de operación nominal del chancador.

El estudio de Liu et al. [Liu et al., 2024] analiza una co-simulación MBD-DEM para mejorar el rendimiento de chancadores giratorios. Se obtuvo un aumento del 10,96% en la productividad y una reducción significativa de las vibraciones. Los resultados muestran que la rigidez y el amortiguamiento son factores clave en la eficiencia del equipo. La metodología propuesta optimiza el diseño y minimiza el desgaste. Además, se logra una reducción en el consumo energético del sistema.

Xiong et al. [Xiong et al., 2024] presentaron un modelo de co-simulación que combina la Dinámica Multicuerpo (MBD) y el Método de Elementos Discretos (DEM) para optimizar el rendimiento de los trituradores giratorios en el procesamiento de minerales. El modelo simula el comportamiento mecánico y dinámico de las partículas, considerando condiciones operativas y el diseño de los revestimientos. Los resultados destacan mejoras en la eficiencia energética y la capacidad de producción. Este enfoque proporciona una herramienta útil para optimizar la operación de circuitos de conminución en la industria minera.

2.2 Desgaste

Las principales razones del deterioro en los componentes de un chancador incluyen una alimentación deficiente de la máquina, es decir, un flujo de material con fragmentos más pequeños de lo que se diseñó originalmente, lo que lleva a la trituración en el extremo de salida de la cámara. Otro factor importante es la distribución desigual del tamaño del mineral, lo que resulta en un desgaste preferencial en el área de la cámara donde ocurre la mayor cantidad de fractura. Por último, la subalimentación del chancador, que implica un suministro inadecuado de material en cantidad o flujo correcto, lleva a una trituración irregular y menos precisa durante su funcionamiento, aumentando así el riesgo de fallo del revestimiento. [Bearman et al., 1998].

En el estudio de Lindqvist y Evertsson [Lindqvist y Evertsson, 2006] se desarrolló un modelo de desgaste para chancadores de cono que incorpora de manera efectiva las fuerzas de corte a lo largo de las superficies de trituración. Las simulaciones realizadas se compararon con mediciones en diferentes cámaras de trituración, observándose una mejora significativa en la capacidad predictiva de la geometría de desgaste. Asimismo, se registraron parámetros operativos como la presión del sistema hidráulico y el consumo de energía, encontrándose una concordancia parcial entre los valores medidos y los simulados. Los autores señalan que las condiciones de operación ideales corresponden a trabajar bajo alimentación estrangulada y mantener constante el CSS mediante la calibración periódica del sistema de control. No obstante, el estudio reconoce que el chancador no siempre operó bajo dichas condiciones ideales, lo que constituye una limitación. A pesar de ello, este trabajo contribuye a una mejor comprensión de los factores que influyen en el desgaste de los chancadores, resaltando la relevancia de considerar las fuerzas de corte en el desarrollo de modelos predictivos de desgaste.

En la investigación de Rosario [Rosario, 2003] se estudió sobre el desgaste del revestimiento y el rendimiento de los chancadores giratorios primarios en operaciones mineras. El estudio se centró en la correlación entre el desgaste de los revestimientos y el rendimiento. Se utilizó un dispositivo de medición láser para tomar mediciones de desgaste en un chancador en servicio, y se correlacionó esta información con los datos de producción del chancador. Los resultados del estudio indican que el desgaste de los revestimientos tiene un impacto significativo en el rendimiento del chancador, y que la optimización del manejo de los revestimientos puede mejorar la eficiencia y la rentabilidad de las operaciones mineras.

En la investigación de Quist et al. [Quist, 2016] se presentan los resultados de un estudio de caso en el que se utilizó el método de elementos discretos para examinar cómo el desgaste del revestimiento afecta la eficiencia de los chancadores giratorios. El objetivo principal del estudio fue evaluar el impacto del desgaste del revestimiento en la capacidad y fragmentación de la trituración, y desarrollar la capacidad de simular chancadores utilizando datos escaneados en 3D de aplicaciones reales de trituración.

Los investigadores concluyeron que el uso de datos escaneados en 3D de aplicaciones reales de trituración proporciona información de calidad para el modelado DEM y para evaluar cómo el

desgaste influye en la operación de trituración. Además, se creó un nuevo modelo BPM que incorpora la distribución de tamaño de partícula fraccionada y la forma de meta-partícula basada en la geometría escaneada en 3D de la roca real. También se encontró que el rendimiento de producción de los chancadores giratorios varía significativamente entre los revestimientos nuevos y desgastados, incluso cuando se utiliza la posición vertical del manto para compensar el desgaste y mantener el ajuste objetivo del CSS.

En el estudio de Ou y Chen [Ou y Chen, 2023] se presenta el desarrollo e implementación de una metodología combinada de monitoreo digital y modelación numérica para evaluar el desgaste en los revestimientos cóncavos de un chancador giratorio. Se diseñó un sensor digital inalámbrico, intrusivo y encapsulado, capaz de medir en línea el espesor del revestimiento durante la operación sin detener el equipo. El sensor fue instalado en un chancador Metso Nordberg 62–75, y sus mediciones fueron comparadas con un modelo DEM que incluye mecanismos de fragmentación y desgaste. Los resultados mostraron concordancia entre las simulaciones, las mediciones en planta y un escaneo láser realizado al final de la vida útil del revestimiento. Se observó que la zona de mayor desgaste correspondió a las filas inferiores del cóncavo, con una tasa aproximadamente seis veces mayor que en la parte superior. Esta metodología permite predecir con precisión el desgaste global a partir de mediciones puntuales, y se proyecta como una herramienta útil para la automatización y mantenimiento predictivo en procesos de conminución.

En el trabajo de Bembenek et al. [Bembenek et al., 2023] se analiza el mecanismo de desgaste de un revestimiento de manto de chancador giratorio fabricado con acero fundido hipoeutéctico de alto cromo, una alternativa al tradicional acero Hadfield. Mediante ensayos de caracterización microestructural, análisis químico, difracción de rayos X y pruebas de dureza, se identificó una estructura típica de hierro blanco con carburos primarios y secundarios, zonas de martensita y presencia de austenita retenida, producto del tratamiento térmico. Se evidenciaron grietas propagadas a lo largo de los límites de cristalitas, así como porosidad atribuida a tensiones internas de temple o defectos de fundición. El patrón de desgaste observado incluye la formación de cráteres inclinados en la zona inferior del manto, asociados a la acción erosiva de partículas abrasivas en movimiento. A pesar de su alta dureza y resistencia a la abrasión, la configuración microestructural y los defectos internos pueden comprometer el rendimiento del componente en condiciones de operación prolongada.

CAPÍTULO 3

Metodología

Este capítulo describe la metodología empleada en esta investigación para la modelación DEM.

3.1 Método de elementos discretos

DEM es un método numérico para simular problemas ingenieriles, aplicado en materiales granulares y discontinuos. Este método calcula y analiza la interacción entre partículas y geometría a través de modelos de contacto, con el objetivo de calcular las fuerzas que actúan en las interacciones, las cuales se obtienen a través del tiempo [Weerasekara et al., 2016]. Dado esto, el método consiste en calcular las ecuaciones del movimiento de la segunda ley de Newton para cada paso de tiempo e ir actualizando las nuevas posiciones de las partículas en el siguiente paso temporal [Di Renzo y Di Mario, 2004].

3.1.1 Modelo de contacto

Las interacciones entre partículas en DEM se descomponen en componentes normales y tangenciales que son evaluadas de forma independiente. El modelo histerético lineal propuesto por Walton y Braun [Walton y Braun, 1986] se utiliza para describir el comportamiento normal del contacto entre partículas, considerando tanto la carga como la descarga. Este modelo es ideal para simular sistemas en los que la energía disipada no depende de las velocidades relativas entre partículas lo que lo hace adecuado para escenarios con bajas velocidades o contactos intermitentes.

La Fuerza normal F_n depende del nivel de superposición δ_n entre partículas y se define como:

$$F_n = \begin{cases} K_l \cdot \delta_n & \text{carga} & K_l \delta_n < K_u (\delta_n - \delta_0) \\ K_u \cdot (\delta_n - \delta_0) & \text{descarga/recarga} & \delta_n > \delta_0 \\ 0 & \text{descarga} & \delta_n \leq \delta_0 \end{cases} \quad 3.1$$

Donde K_l y K_u son las rigideces de carga y descarga, respectivamente y δ_0 es la superposición residual tras un ciclo de descarga.

Mientras tanto, la fuerza tangencial F_t por su parte, está gobernada por la fricción entre partículas y la rigidez tangencial del contacto.

$$F_t = \text{mín} (\kappa K_l \delta_t, \mu F_n) \quad 3.2$$

Aquí κ es un factor ajustable que controla la rigidez tangencial, mientras que μ define el coeficiente de fricción estática. Este término es fundamental para capturar efectos como el deslizamiento y la rotación relativa entre partículas.

Uno de los aspectos más destacados de DEM es su capacidad para modelar partículas con formas complejas. Dado esto a continuación se presentan las ecuaciones de rigidez normal según la forma de la partícula.

Para partículas poliédricas, la rigidez normal se calcula a través de una combinación en serie como:

$$K_l = \left(\frac{1}{K_{l,i}} + \frac{1}{K_{l,j}} \right)^{-1} \quad 3.3$$

En el caso de partículas esféricas, la rigidez se define en función del radio equivalente y las propiedades del material.

$$K_l = 5R \cdot \min(Y_i, Y_j) \quad 3.4$$

Donde R es el radio de la partícula, Y_i y Y_j son las resistencias del material, determinadas por:

$$Y_i = \frac{4 E_i}{15 \sqrt{R}} \frac{1}{70} \quad 3.5$$

Siendo E_i es el módulo de Young del material. Finalmente, la rigidez de descarga K_u está relacionada con el coeficiente de restitución ε :

$$K_u = \frac{K_l}{\varepsilon^2} \quad 3.6$$

Para caracterizar las formas de partículas esférica, se incorpora la resistencia al rodamiento usando un modelo de resorte lineal de resistencia al rodamiento (Tipo C) propuesto por Ai [Ai et al., 2011]. Este modelo considera un momento de amortiguación no viscosa M_r , el cual se define:

$$M_r = \min(K_r \theta_r, \mu_r R_r F_n) \quad 3.7$$

Aquí θ_r es el ángulo de rotación relativa, R_r es el radio de rodamiento equivalente, μ_r es el coeficiente de fricción al rodamiento. La rigidez al rodamiento K_r es:

$$K_r = \begin{cases} R^2 K_t, & \text{Para partículas poliédricas} & [Wensrich y Katterfeld, 2012] \\ K_t \mu_r^2 R^2, & \text{Para partículas esféricas} & [Jiang et al., 2005] \end{cases} \quad 3.8$$

3.1.2 Modelo de Fractura

El modelo de fractura utilizado es el de Tavares [Tavares, 2009], el que se basa en el concepto de energía de deformación acumulada, la energía total y se descompone en componentes normales y tangenciales.

$$e = e_n + c_t e_t \quad 3.9$$

Donde la energía normal y de corte se representan como e_n y e_t respectivamente y c_t es la fracción de energía de corte que contribuye a la colisión de las partículas.

La probabilidad de fractura $P(e)$ se calcula como:

$$P(e) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln e^* - \ln e_{50}}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right] \quad 3.10$$

Donde e_{50} corresponde a la energía de fractura específica media, mientras que σ^2 representa la varianza de la distribución logarítmica normal de la energía de fractura. Por su parte, la energía de fractura específica relativa e^* describe la fracción de energía absorbida durante una colisión en relación con el límite e_{max} . A medida que la energía aplicada se aproxima a dicho umbral, e^* aumenta de forma no lineal, indicando que la partícula se encuentra en un estado crítico próximo a la fractura. En este contexto, e^* se define como:

$$e^* = \frac{e_{max} e}{e_{max} - e} \quad 3.11$$

Aquí se tiene que e_{max} corresponde al límite máximo de la energía de impacto específica con el cual todas las partículas se fracturan con una sola colisión. La energía de fractura específica depende principalmente de su tamaño, d . Esta relación se introduce en el modelo mediante la correlación entre e_{50} y el tamaño de la partícula.

$$e_{50} = e_{\infty} \left(1 + \left(\frac{d_0}{d} \right)^{\varphi} \right) \quad 3.12$$

Donde los parámetros e_{∞} es la energía asintótica, d_0 es el tamaño característico del material y φ un exponente empírico, todos estos parámetros son determinados experimentalmente.

Cuando hay evento de colisión de partículas, la energía de fractura específica comienza a disminuir debido al daño acumulado durante el proceso de carga. De esta manera, después de cada ciclo de carga sin fractura, se calcula una nueva energía de fractura específica basada en la energía anterior y una estimación del daño acumulado. El modelo de daño incorpora el parámetro γ , el cual regula la tasa a la que disminuye la energía de fractura específica después de cada evento subcrítico, es decir, cuando la energía de impacto no resulta suficiente para producir la fractura de la partícula. De este modo, valores elevados de γ se asocian a materiales con mayor susceptibilidad al daño acumulado, mientras que valores bajos corresponden a materiales más resistentes a la degradación progresiva de su integridad estructural [Tavares, 2009].

Cuando una partícula se fractura, el parámetro t_{10} se calcula de la siguiente manera [Tavares, 2009]:

$$t_{10} = A \left[1 - \exp \left(-b' \left(\frac{\Delta e_{c,b}}{e_{50b}} \right) \right) \right] \quad 3.13$$

Donde t_{10} representa el porcentaje de fragmento que pasan por una malla con un tamaño diez veces menor que la partícula original A y b' son parámetros definidos en el modelo, $\Delta e_{c,b}$ es la

energía de contacto específica efectiva en el momento de la fractura, e_{50b} es la energía de fractura específica media de las partículas rotas.

El tamaño de los fragmentos se calcula con una función beta incompleta. Para definir el tamaño de los fragmentos se realiza a través de un esquema de reemplazo de partícula a través del algoritmo de fractura de Voronoi para poliedros y un enfoque estocástico para las esferas [Tavares y Chagas, 2021] [Tavares et al., 2021]. Para ampliar la distribución de tamaños sin crear partículas más pequeñas en la simulación DEM, la última clase de partículas más pequeña puede ser sustituida por los finos no resueltos al finalizar la simulación. Esto permite generar partículas menores que el tamaño mínimo definido por el usuario. Para calcular estas partículas más pequeñas se utiliza el modelo estocástico de Tavares y Chagas [Tavares y Chagas, 2021] definido según las siguientes ecuaciones:

donde $P(x)$ es la probabilidad acumulada, d_{min} el tamaño mínimo de partícula, y λ el exponente logarítmico definido por:

$$P(x) = P(d_{min}) \left(\frac{d}{d_{min}} \right)^\lambda \quad \text{for } d < d_{min} \quad 3.14$$

donde t_4 y t_{75} corresponden al tamaño de partícula acumulado al 4 % y 75 %.

$$\lambda = 1.27 \log \left(\frac{t_4}{t_{75}} \right) \quad 3.15$$

3.2 Correlación de Pearson y Coeficiente de determinación

Para demostrar que existe correlación entre las variables analizadas con el desgaste, se utiliza la correlación de Pearson y el coeficiente de determinación.

La correlación de Pearson (r) mide la relación lineal entre dos variables, con un coeficiente r entre -1 y 1. Valores cercanos a 1 indican correlación positiva, a -1 correlación negativa y a 0 ausencia de relación lineal, la correlación se calcula de la siguiente manera:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad 3.16$$

donde r es el coeficiente de correlación de Pearson (adimensional), x_i, y_i son los valores observados, \bar{x}, \bar{y} sus promedios, y n el número de observaciones.

Por otro lado, el coeficiente de determinación (R^2) indica qué porcentaje de la variabilidad de una variable dependiente es explicado por una variable independiente en un modelo de regresión. Su valor varía entre 0 y 1, donde 1 significa que el modelo explica perfectamente los datos y 0 que no hay relación explicativa, la cual se calcula a través de la siguiente ecuación:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad 3.17$$

3.3 Error Cuadrático Medio de la Raíz

Para Analizar el error asociado al generar ajustes lineales entre las correlaciones se utilizará el Error Cuadrático Medio de la Raíz (RMSE, por sus siglas en inglés).

El RMSE es un estadístico ampliamente empleado para evaluar la precisión de modelos predictivos, como la regresión lineal. Se define como la raíz cuadrada del promedio de los errores al cuadrado entre los valores observados y los valores estimados por el modelo. Su formulación matemática se presenta en la siguiente ecuación:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad 3.18$$

donde y_i corresponde al valor real, \hat{y}_i al valor estimado, y n al número total de observaciones.

El RMSE proporciona una medida del desvío promedio de las predicciones respecto a los valores reales, expresada en las mismas unidades de la variable analizada. Un valor bajo de este indicador refleja un mayor grado de ajuste del modelo a los datos experimentales, mientras que valores elevados evidencian una mayor dispersión y, por tanto, una menor precisión en las estimaciones.

CAPÍTULO 4

Modelación DEM

En este capítulo se presentan los parámetros y configuraciones del modelo DEM de un chancador giratorio.

4.1 Modelación de un chancador giratorio

El chancador giratorio modelado corresponde al modelo Metso Superior 60-89, el cual fue analizado experimentalmente por Rosario [Rosario, 2003], y se encuentra operativo en la minera *Highland Vallue Copper*, Canadá. En la Figura 4 se presenta una representación 3D de una versión más reciente de dicho modelo.



Figura 4. Chancador Metso superior 60-89 [Metso, 2023].

4.2 Modelo Geométrico

Para los modelos DEM, es necesario diseñar y construir el modelo CAD del chancador. Con el fin de simplificar la simulación, se considerarán únicamente dos componentes: la cóncava y el manto del chancador. Las dimensiones de estos elementos se obtuvieron a partir del análisis del perfil del chancador y la cóncava presentados en el estudio de Rosario [Rosario, 2003], el cual incluye un perfil sin desgaste y tres perfiles con distintos niveles de desgaste. En la Figura 5 se muestra la geometría modelada, cuyas dimensiones geométricas se detallan en la Tabla 1.

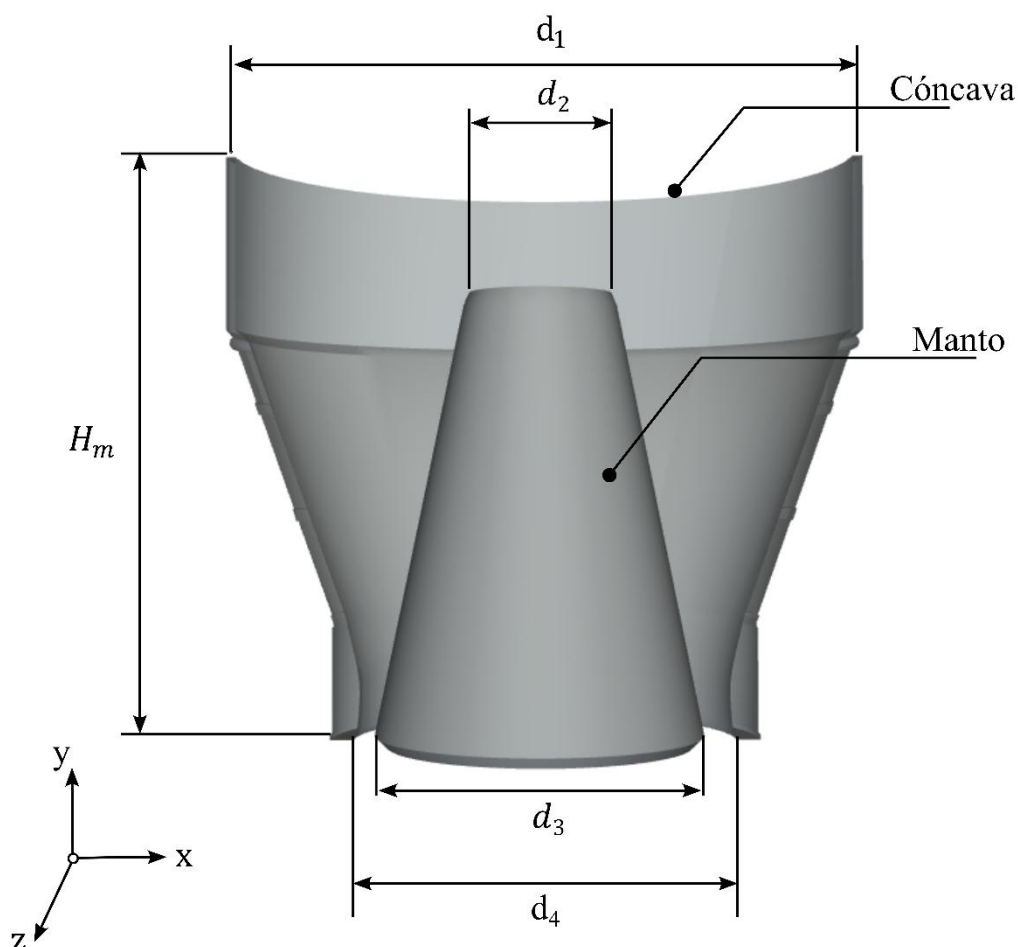


Figura 5. Geometría empleada para la simulación del chancador giratorio.

Tabla 1. Parámetros geométricos y materiales de las geometrías de la simulación DEM.

Variable	Nomenclatura	Valor
Altura del manto [m]	H_m	3,1
Diámetro del manto superior [m]	d_2	1,5
Diámetro del manto inferior [m]	d_3	2,8
Diámetro del cóncavo superior [m]	d_1	4,8
Diámetro del cóncavo inferior [m]	d_4	3,4
Densidad [kg/m^3]	-	7850
Masa del poste [kg]	-	16016,3
Inercia del poste [kg m^2]	-	80509,6

Dentro de las consideraciones adoptadas en la simulación, es importante señalar que no se modela el material constitutivo del manto, lo que representa una limitación significativa. Esta simplificación impide reproducir de manera íntegra los fenómenos tribológicos involucrados en el proceso de conminución, tales como la interacción entre materiales, la generación de microfisuras o la influencia de propiedades mecánicas específicas del revestimiento.

Para representar el movimiento del chancador, se inclinó el poste $0,24^\circ$ respecto al punto de pivoteo del manto, permitiendo el giro libre alrededor del eje y . Este movimiento se definió como un comportamiento pendular, tanto en Rocky DEM como en EDEM. Adicionalmente, se consideró una excentricidad de 127 mm. Las características descritas se ilustran en la Figura 6.

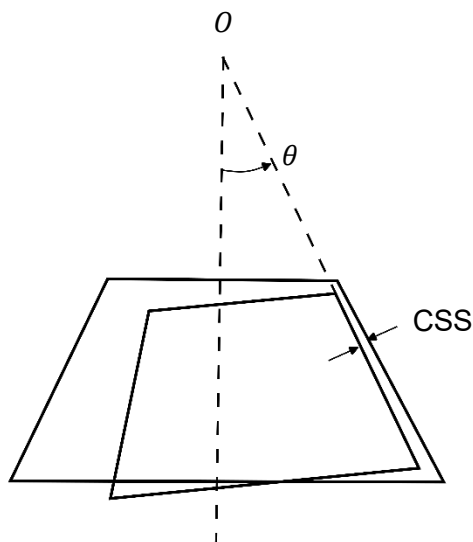


Figura 6. Movimiento pendular del chancador modelado.

4.3 Modelo de contacto

Los modelos de contacto fueron presentados en el capítulo 3, estos permiten calcular las fuerzas normales y tangenciales a través de las interacciones entre partículas y partícula-geometría, para su correcto cálculo es necesario definir los parámetros físicos que caracterizan estas interacciones, estos parámetros son: el coeficiente de roce estático, el coeficiente de roce dinámico, el coeficiente de restitución y el coeficiente de resistencia a la rodadura. Los modelos de contacto normal y tangencial utilizados son el *Hysteretic Linear Spring* y *Linear Spring Coulomb limit* representadas en la ecuación 3.1 y ecuación 3.2 [ESSS, 2018].

En la simulación se utiliza mineral de cobre, cuyos principales parámetros de material se presentan en la Tabla 2. Para el estudio de partículas poliédricas, se toman como referencia los parámetros validados por André y Tavares [André y Tavares, 2020], los cuales se emplean en la obtención y calibración de la forma esférica de las partículas mediante los siguientes métodos:

- Se realiza una prueba de compresión confinada para calibrar el módulo de Young.
- Se utiliza una prueba de corte directo para calibrar el coeficiente de fricción estática y de rodadura [Soltanbeigi et al., 2021].
- Se realiza prueba de plano inclinado para calibrar la fricción de rodadura entre partículas y límites.

Tabla 2. Parámetros del modelo de contacto del material de cobre.

Variable	Poliedro	Esfera
Roce estático, (pp ; pw)	0,3; 0,3	0,3; 0,3
Roce dinámico, (pp ; pw)	0,3; 0,3	0,3; 0,3
Relación de rigidez tangencial	1	1
Coefficiente de restitución, e	0,3	0,3
Densidad (kg/m^3), ρ	2930	2930
Módulo de Young, (MPa), E	100	1962
Coefficiente de rodadura μ_r	0	0,325; 0,35
Relación de rigidez, κ	1	1

4.4 Casos De estudio

En esta investigación se centrará en primera instancia en analizar y comprender la influencia de la forma de la partícula en los resultados operacionales para esto se realizarán dos simulaciones:

- Caso P : Partículas Poliédricas
- Caso E : Partículas esféricas

Tras el análisis inicial, se evaluará la variación de los resultados operacionales al simular el manto desgastado, considerando para estos casos de estudio el uso de partículas poliédricas. Posteriormente, se estudiará la relación entre diversas variables, como la fuerza normal, la fuerza tangencial y el desgaste generado en cada simulación, con el objetivo de identificar posibles correlaciones. Para ello, se llevarán a cabo las siguientes simulaciones:

- Caso D_0 : Simulación con 0 días de operación del chancador.
- Caso D_{28} : Simulación con 28 días de operación del chancador.
- Caso D_{42} : Simulación con 42 días de operación del chancador.
- Caso D_{57} : Simulación con 57 días de operación del chancador.

Es importante señalar que las simulaciones se realizaron utilizando geometrías previamente desgastadas, sin incorporar un modelo acumulativo de daño a lo largo del proceso, debido a las restricciones computacionales asociadas a su implementación. Cada simulación requirió aproximadamente dos días de ejecución iterativa en el *Cluster Southern GPU*.

4.5 Modelo de fractura

En la modelación DEM se utilizó el modelo de fractura de Tavares, para la distribución de tamaño de la fragmentación de las partículas se utiliza la función beta incompleta. Este modelo fue descrito en el capítulo 3.

Los parámetros del modelo de fractura del mineral del cobre fueron obtenidos a partir de la literatura [Arruda y Tavares, 2021] ajustaron los parámetros del modelo de fractura para el mineral de cobre. La Tabla 3 presenta los resultados obtenidos en su estudio. En la presente

investigación, se utilizaron estos mismos parámetros para las simulaciones realizadas. Además, en todas las simulaciones se consideró un tamaño mínimo de partícula de 15 mm.

Tabla 3. Parámetros del modelo de fractura para mineral de cobre [Arruda y Tavares, 2021].

Variable	Poliedro	Esfera
e_{∞} [J/kg]	100	213,5
d_0 [mm]	8,07	8,07
ζ	1,22	1,22
σ	0,799	0,799
$\alpha_{1.2}/\beta_{1.2}$	0,448/10,508	0,448/10,508
$\alpha_{1.5}/\beta_{1.5}$	0,706/7,913	0,706/7,913
α_2/β_2	0,959/5,780	0,959/5,780
α_4/β_4	1,105/2,619	1,105/2,619
α_{25}/β_{25}	0,981/0,524	0,981/0,524
α_{50}/β_{50}	0,956/0,339	0,956/0,339
α_{75}/β_{75}	0,934/0,255	0,934/0,255
γ	5,0	5,0
A [%]	67,7	67,7
b'	0,029	0,029
d_{min} [mm]	15	15

Cabe destacar la diferencia en el valor de E_{∞} utilizado para los poliedros, el cual se estableció en 100 J/kg. Esta elección se basa en simulaciones previas donde se observaron valores elevados de potencia. Mediante un análisis de sensibilidad, se determinó que la reducción de este parámetro permitía disminuir la potencia estimada, manteniendo una adecuada concordancia con los resultados de validación [Rojas, 2024].

Para corregir dicha discrepancia, se analizó y propuso un ajuste en la curva de energía e_{50} , dado que este parámetro influye directamente en la generación de fracturas, al definir la energía requerida para su formación en función del tamaño de partícula.

Esta modificación se fundamenta en que los parámetros propuestos por Arruda y Tavares [Arruda y Tavares, 2021] fueron definidos a partir de la validación de un chancador de cono, en el cual el tamaño máximo de las partículas corresponde al tamaño mínimo típico de un chancador primario. En consecuencia, al reducir el valor de la energía requerida para la fractura de las partículas, se obtiene una disminución en los valores calculados de potencia.






4.6 Forma de partículas

Para representar adecuadamente la simulación DEM, resulta esencial analizar y definir la geometría más apropiada de las partículas que modelan el mineral de cobre. En el caso de las partículas poliédricas, se consideraron cuatro configuraciones distintas, caracterizadas mediante cuatro parámetros: la relación de aspecto vertical y horizontal, el número de esquinas y el grado

supercuadrático [André y Tavares, 2020]. En contraste, la geometría de las partículas esféricas se encuentra completamente determinada por su radio.

Los principales parámetros y las formas consideradas se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Forma de partícula.

Variable	Poliedro 1	Poliedro 2	Poliedro 3	Poliedro 4	Esfera
Relación de aspecto vertical	0.8	0.5	0.7	0.95	1
Relación de aspecto horizontal	1	0.8	1.2	1	1
Número de esquinas	25	20	25	20	-
Grado supercuadrático	3	4	2.3	2	-
Figura					

4.7 Parámetros operacionales

El chancador giratorio Metso Superior 60-89 opera con un flujo de alimentación de 4.248 tph y una potencia nominal de 520 kW [Rosario, 2003]. El CSS varía entre 127 y 140 mm, para el presente estudio, se considerará el valor mínimo de 127 mm. Con el fin de mantener constante el CSS objetivo a lo largo del tiempo, la altura del chancador se ajusta de modo que, aun cuando la geometría sufra desgaste, se preserve el valor definido de CSS.

La granulometría de alimentación y del producto en el chancador, según Simkus y Dance [Simkus y Dance, 1998], se presenta en la Figura 7 correspondiente a la simulación realizada.

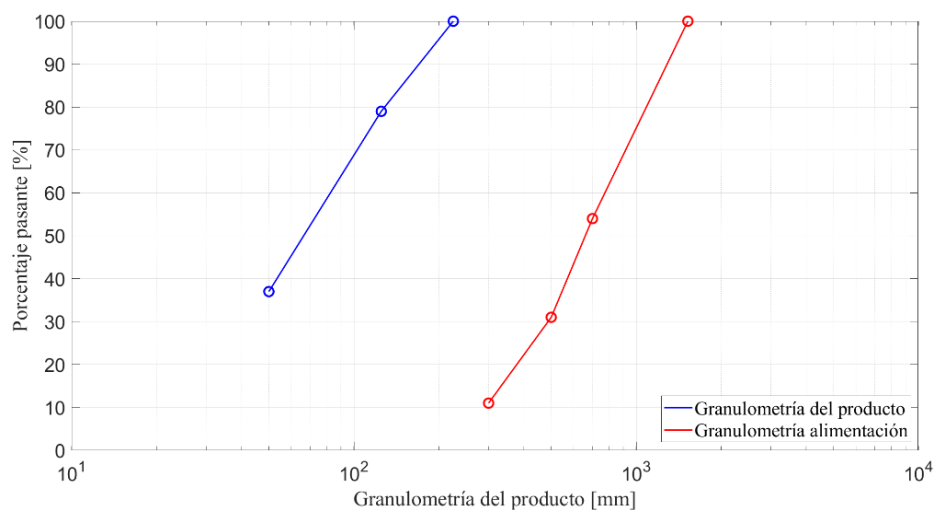


Figura 7. Granulometría de alimentación y producto del chancador giratorio [Fuente: Simkus y Dance, 1998].

4.8 Obtención de datos

Entre los valores analizados se incluyen las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión. A continuación, se describe el procedimiento de obtención de estos parámetros para los distintos pasos de tiempo considerados en la simulación.

4.8.1 Fuerzas espaciales y velocidad de compresión

Para analizar la influencia de las fuerzas y el impacto generado durante la interacción entre las partículas y el revestimiento del manto, se determina la magnitud de las fuerzas espaciales que actúan en cada punto de contacto. Estas fuerzas se descomponen en sus componentes normal y tangencial, lo que permite calcular la fuerza normal F_n y la fuerza tangencial F_t en cada contacto. Esta información es fundamental para evaluar la distribución de carga y los mecanismos de desgaste sobre la superficie del manto.

Adicionalmente, se calcula la magnitud de la velocidad de compresión (en la dirección normal), v_c entre las partículas y la superficie del manto, utilizando el método de diferencias finitas hacia adelante. Este valor se obtiene a partir del análisis del parámetro overlap entre los cuerpos en dos pasos de tiempo consecutivos, según la siguiente expresión:

$$v_c = \frac{\delta_1 - \delta_0}{\Delta t} \quad 4.1$$

Donde:

- δ_1 : overlap entre la partícula y la superficie del manto en el instante de tiempo actual.
- δ_0 : overlap en el instante de tiempo anterior.
- Δt : intervalo de tiempo entre ambos pasos.

Para este cálculo, se requiere extraer y analizar los siguientes datos provenientes de la simulación DEM:

- **ID de la partícula:** identificador único asignado a cada partícula de mineral, lo cual permite hacer seguimiento temporal.
- **Contacto de la partícula:** información que especifica si el contacto ocurre entre partículas, con la superficie del manto o con la cóncava
- **Overlap de la partícula, δ :** magnitud de superposición entre la partícula y la superficie de contacto, directamente relacionada con la fuerza de interacción mediante la ley de Hertz-Mindlin.

El procedimiento consiste en identificar, para cada paso de tiempo, las partículas que están en contacto con la superficie del manto (utilizando el tipo de contacto). Posteriormente, se realiza un seguimiento temporal de cada una de estas partículas mediante su ID, con el objetivo de calcular su velocidad de compresión entre dos pasos de tiempo consecutivos. Esta velocidad se asocia

directamente con la tasa de deformación local y permite estudiar el comportamiento dinámico de las partículas al impactar el revestimiento del manto.

CAPÍTULO 5

Resultados Y Discusión

En este capítulo se detallarán los resultados obtenidos para los distintos casos de estudio utilizando partículas poliédricas.

5.1 Modelo DEM del chancador giratorio utilizando partículas poliédricas

Se modeló el chancador Metso Superior 60-89 utilizando partículas poliédricas. Para este chancador se simularán 4 casos con distintas geometrías en la superficie debido al desgaste.

La geometría experimental fue medida y obtenida por Rosario [Rosario, 2003], estas geometrías se presentan en un gráfico 2D que muestra la evolución del desgaste a lo largo del tiempo. En la Figura 8 se ilustran estos resultados, permitiendo visualizar y analizar tanto el impacto como la progresión del desgaste en el revestimiento.

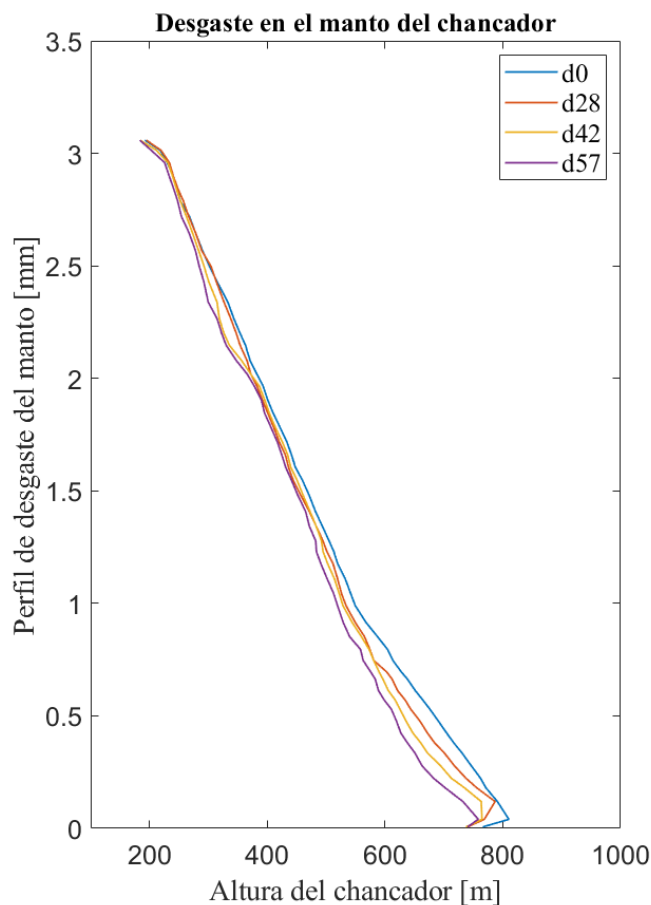


Figura 8. Medición experimental del perfil de desgaste del manto del chancador Metso Superior 60-89 obtenida a través de sensores láser [Rosario, 2003].

Como primer paso, se simula el caso sin considerar desgaste. En la Figura 9 se muestra una imagen de la simulación DEM del chancador giratorio correspondiente al instante 10,86

segundos. En este punto, la cámara de trituración se encuentra completamente llena, alcanzando un total de 32.579,5 kg de carga. La simulación se halla en un régimen estacionario, presentando una baja variación en el flujo de producción. El flujo másico de descarga es de 4.013,7 tph, valor que es un 3,3 % menor que el dato experimental reportado por Rosario [Rosario, 2003].

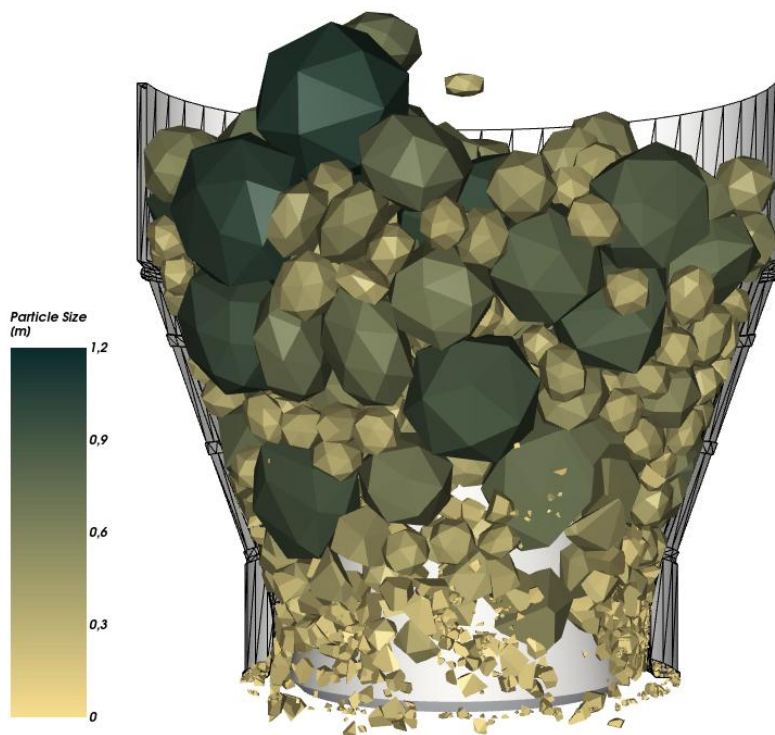


Figura 9. Captura de Pantalla de la simulación del chancador primario en $t = 10,86$ segundos mostrando la sección frontal del chancador. Las partículas están coloreadas de acuerdo con el tamaño de las partículas, además posee un corte en la cóncava para visualizar las partículas.

La potencia media de chancado en estado estacionario tiene una magnitud de 624,86 kW, este valor es mayor con respecto a la medición experimental con una diferencia de 39,4%. Por otro lado, analizando la distribución de tamaño se tiene que para el porcentaje pasante $P(80)$, se observa una diferencia del 3,5 % entre los resultados simulados y los datos experimentales, siendo este último el que presenta el valor más alto

5.2 Variación de parámetros operacionales con la presencia del desgaste

En la Figura 10 se presentan los resultados obtenidos de potencia para los cuatro casos de estudio, donde se visualizan los cambios que experimenta este parámetro ante distintos niveles de desgaste en la superficie del manto. En la Tabla 5 se muestran los valores RMS de la potencia para cada caso, junto con los resultados de flujo másico medio. Para analizar la zona en régimen estacionario, el cálculo de la potencia se realizó considerando los datos posteriores a los 5 segundos de simulación.

Se observa un aumento significativo en la potencia al iniciarse el proceso de desgaste de la geometría. Posteriormente, la magnitud tiende a estabilizarse entre los distintos casos, evidenciando variaciones menores en las etapas finales de simulación.

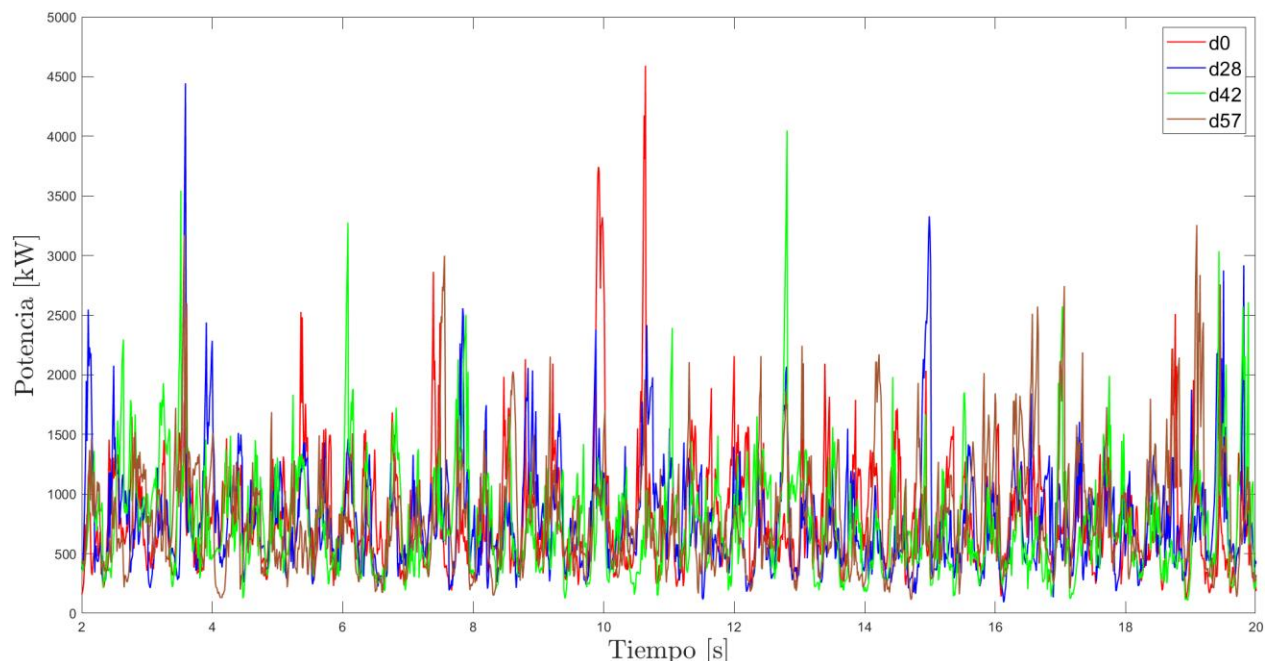


Figura 10. Potencia a través del tiempo para los casos de simulación, a) Caso D_0 ; b) Caso D_{28} ; c) Caso D_{42} ; d) Caso D_{57} .

Tabla 5. Resultados obtenidos de las simulaciones realizadas

Parámetro	D_0	D_{28}	D_{42}	D_{57}
Potencia RMS (kW)	624,86	877,7724	865,2730	933,3544
Flujo Másico (tph)	4013,7	4819,3	5330,5	4969,2

A medida que el chancador se desgasta, el flujo másico aumenta progresivamente, con incrementos de aproximadamente 800 tph tras 28 días de trabajo y más de 1.300 tph a los 42 días. Sin embargo, a los 57 días, el flujo disminuye debido a la irregularidad de la geometría desgastada. Esto impide la compresión uniforme de las partículas, facilitando el paso de aquellas cercanas al CSS en la zona baja de la cámara, mientras que las de mayor tamaño tienen más dificultad para fracturarse por la reducción del área de contacto en zonas desgastadas. Esto refleja la alta variabilidad del tamaño de partícula cuando el manto se desgasta.

A continuación, se analiza el comportamiento de la potencia RMS a lo largo del tiempo de simulación. Para ello, se consideran dos enfoques: en primer lugar, se grafica la evolución continua de la potencia RMS en función del tiempo; en segundo lugar, se analiza el comportamiento de la potencia RMS en intervalos de 3 segundos. En los rangos inferiores a 3 segundos se observa una mayor irregularidad en los resultados, atribuida al tamaño de la frecuencia de muestreo utilizada en la simulación. En cambio, al considerar intervalos más amplios se evidencian saltos significativos en la potencia, los cuales pueden apreciarse de manera más clara al emplear intervalos de 3 segundos. En ambos casos, el análisis se realiza a partir de los 5 segundos de simulación para asegurar que los datos utilizados correspondan a un estado estacionario.

En la Figura 11, se observa la variabilidad de la potencia RMS a lo largo del tiempo de simulación para las cuatro condiciones del chancador. En el caso D_0 , se aprecia una tendencia decreciente

de la potencia a medida que avanza el tiempo, lo que sugiere que, al inicio, se requiere mayor energía para estabilizar el proceso, pero luego disminuye al acomodarse las partículas en la cámara de chancado. En los casos D_{28} y D_{42} , la potencia presenta un comportamiento más estable, con menores fluctuaciones, lo que podría indicar una adaptación del proceso al desgaste progresivo. Sin embargo, en el caso D_{57} se evidencia un cambio notable en la tendencia: la potencia RMS tiende a aumentar con el tiempo, lo que sugiere que el desgaste severo del manto del chancador obliga a la máquina a ejercer un mayor esfuerzo para fracturar las partículas, incrementando así la demanda energética.

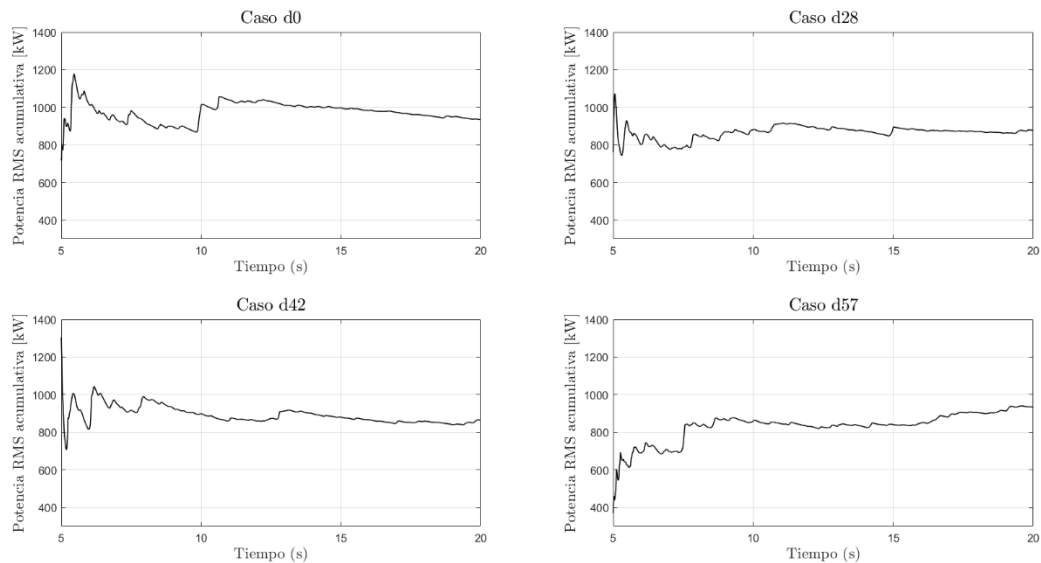


Figura 11. Variación de la Potencia RMS a través del tiempo acumulativa.

Para complementar este análisis, en la Figura 12 se evalúa la potencia RMS en cinco rangos temporales, cada uno con una duración de 3 segundos, a partir del estado estacionario. Esta representación escalonada permite observar con mayor claridad las variaciones promedio de potencia en cada intervalo. En el caso D_0 , la potencia disminuye progresivamente, lo cual refuerza la idea de que el sistema requiere menor energía a medida que las partículas se acomodan optimizando de esta manera el proceso de fractura de las partículas. En el caso D_{28} , se mantiene un comportamiento relativamente estable, con leves alteraciones. En el caso D_{42} , se comienza a evidenciar una mayor irregularidad en la potencia, lo que refleja el impacto del desgaste progresivo en el rendimiento del equipo. Finalmente, en el caso D_{57} , la tendencia es claramente ascendente, mostrando que la potencia requerida aumenta con el tiempo de simulación, lo cual es coherente con una mayor dificultad del chancador para fracturar las partículas debido al desgaste avanzado.

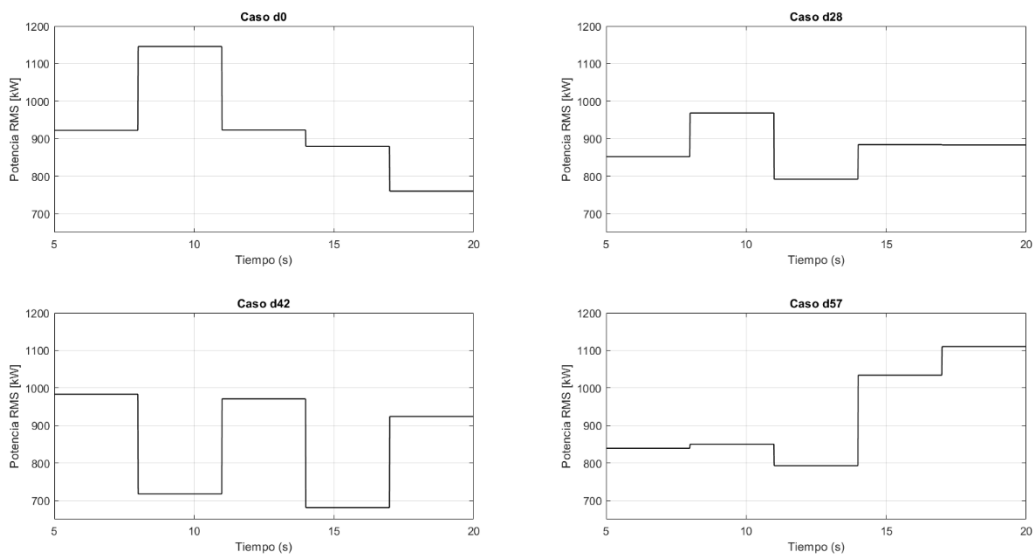


Figura 12. Potencia RMS por tramo.

Otro parámetro clave a evaluar es el PSD y su evolución con el desgaste de la superficie del manto del chancador. En la Figura 13, se observa que el caso base presenta una mayor proporción de partículas finas en comparación con los casos con desgaste. A lo largo del período de estudio, la variación del PSD es mínima, con un aumento de aproximadamente un 3 % en el porcentaje pasante de partículas finas.

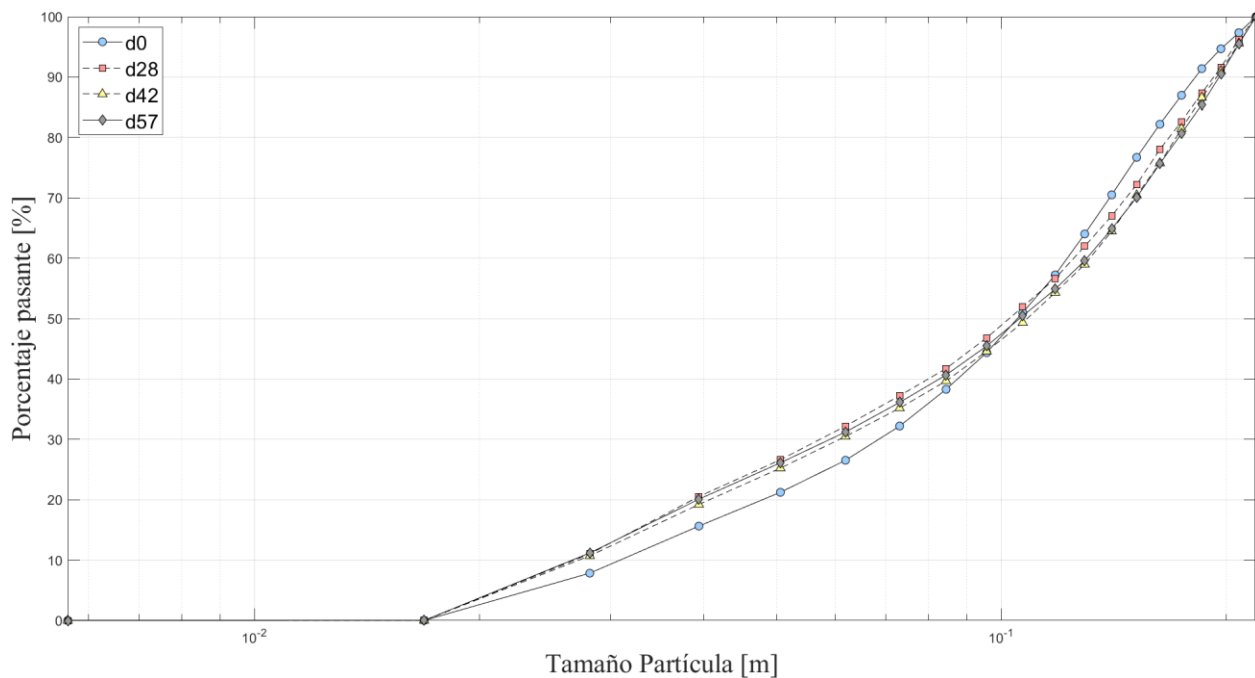


Figura 13. Distribución de tamaño para los 4 casos simulados.

5.3 Análisis de las fuerzas y cómo cambian con el desgaste

En esta sección se busca identificar los parámetros más influyentes en el desgaste del manto. Para ello, en primera instancia se realiza una descomposición de las fuerzas aplicadas sobre el manto en sus componentes normal y tangencial. Posteriormente, estas fuerzas se distribuyen en 31 rangos de estudio, definidos en función de la altura del chancador. Esta segmentación permite simplificar la representación en 2D y comparar el comportamiento de las fuerzas con el desgaste medido. Cada rango corresponde a un intervalo de 0,1 metros de altura, contabilizados desde la parte inferior hasta la altura máxima del manto.

En la Figura 14 y Figura 15 tenemos la representación de las fuerzas medias para la dirección normal y tangencial respectivamente, donde podemos notar un comportamiento similar para los tres primeros casos en cambio para el último caso se evidencia un aumento considerable en la concentración media de fuerzas presentes entre la zona de 1 a 2 metros.

El desgaste tiene mayor presencia en los chancadores en la zona media del manto manteniendo una distribución uniforme en esta zona [Ou y Chen, 2023] ocasionando que el material se debilite progresivamente debido a la acumulación de esfuerzos, alcanzando un punto crítico que provoca fracturas por fatiga.

Se observa que el comportamiento de las fuerzas normales y tangenciales es similar en términos de tendencia esto nos muestra que dentro del software la magnitud de las fuerzas es multiplicada por un factor para obtener la fuerza normal y tangencial. Sin embargo, la principal diferencia radica en su magnitud, siendo la fuerza normal significativamente mayor en comparación con la fuerza tangencial. Esto indica que la dirección normal tiene una influencia predominante en la generación de desgaste, actuando como el principal factor en el deterioro de los componentes del chancador.

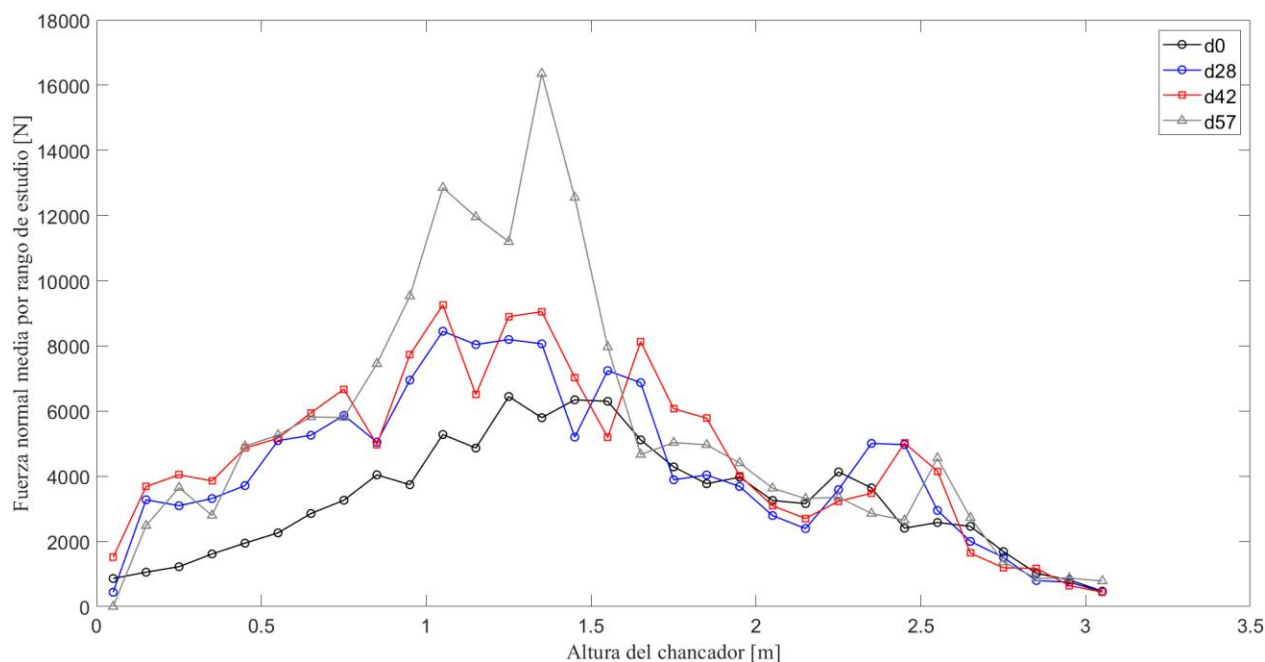


Figura 14. Fuerzas normales media en los rangos de estudios para los 4 casos de estudio.

A continuación, se analiza la influencia de la velocidad de compresión en el desgaste del chancador. Para ello, se utiliza la misma clasificación por zonas aplicada previamente en el

análisis de las fuerzas espaciales, permitiendo estudiar su comportamiento a lo largo del tiempo. En la Figura 16 se presenta la distribución de la magnitud de la velocidad de compresión, graficada por zonas, con el objetivo de identificar su evolución e impacto a medida que progresa el desgaste.

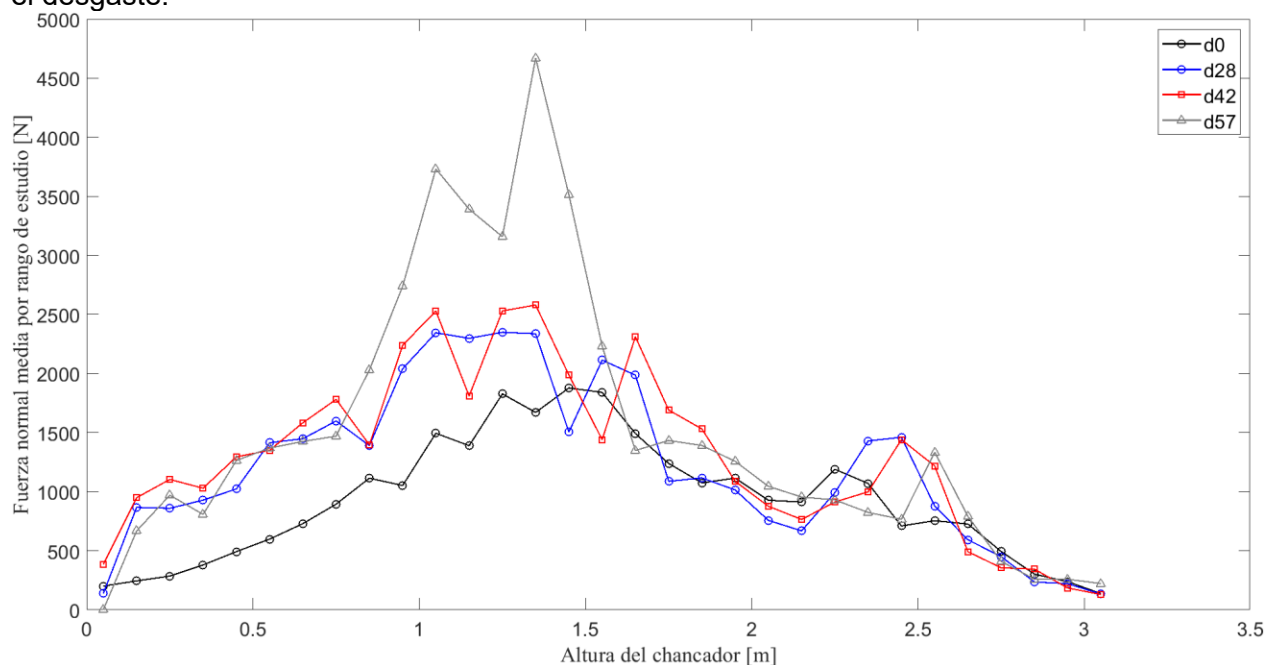


Figura 15. Fuerzas tangenciales media en los rangos de estudios para los 4 casos de estudio.

En la gráfica se observa que la velocidad de compresión no se ve afectada por el desgaste, manteniéndose con poca variación a medida que se desgasta. Sin embargo, esta velocidad disminuye considerablemente a mayor altura en el chancador. Esto se debe a que, al tratarse de un movimiento pendular, la actividad dentro de la cámara de chancado es prácticamente nula en la parte superior debido a la condición preestablecida de cámara llena, lo que limita el movimiento entre partículas. Además, el movimiento nutacional del manto del chancador incrementa la velocidad de compresión en la zona baja, ya que las partículas son comprimidas en función de la posición del CSS en el instante de la simulación.

Este comportamiento se correlaciona con las características operativas y geométricas del chancador donde la zona tiende a experimentar mayor acumulación de material y contacto con las partículas, esto favorece la irregularidad superficial y el desprendimiento de material. Por otro lado, aunque la zona media del chancador presenta menor concentración en comparación a la zona baja, esta corresponde a la región con mayor desgaste acumulado. Esto puede atribuirse al estrés prolongado y al daño acumulativo generado por las fuerzas aplicadas durante el proceso de trituración del mineral, lo que debilita progresivamente la estructura del equipo.

En la Figura 17 podemos observar cómo se comporta al compararlo con el delta de desgaste, el cual corresponde a la variación de la geometría del manto entre el caso base y el caso desgastado. Donde se aprecia una correlación entre ambas graficas, dando una clara evidencia de que la velocidad de compresión es un parámetro influyente en la generación del desgaste.

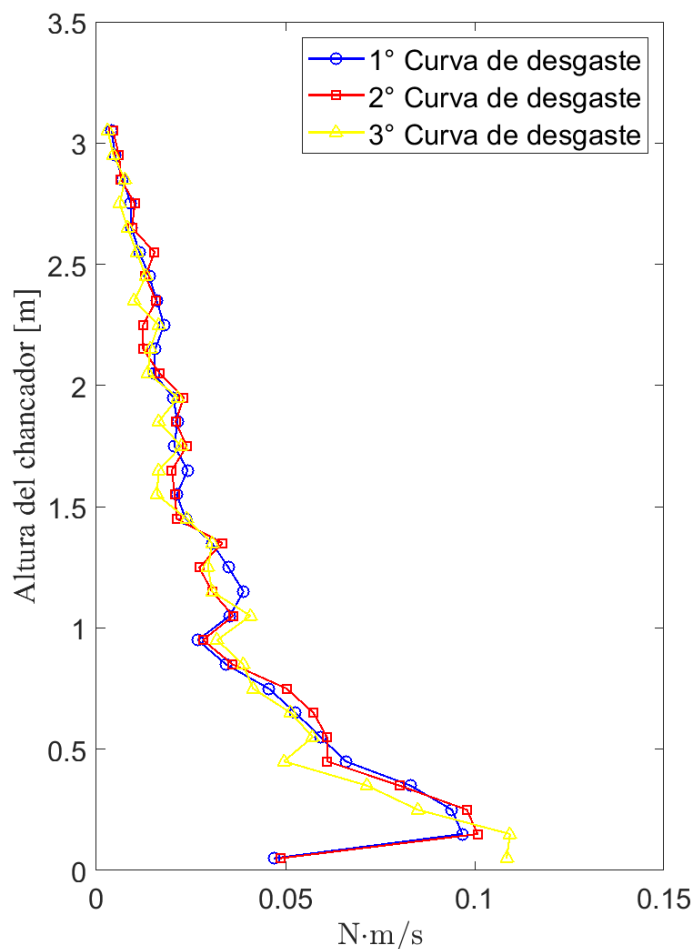


Figura 16. Velocidad de compresión para los distintos casos de desgaste.

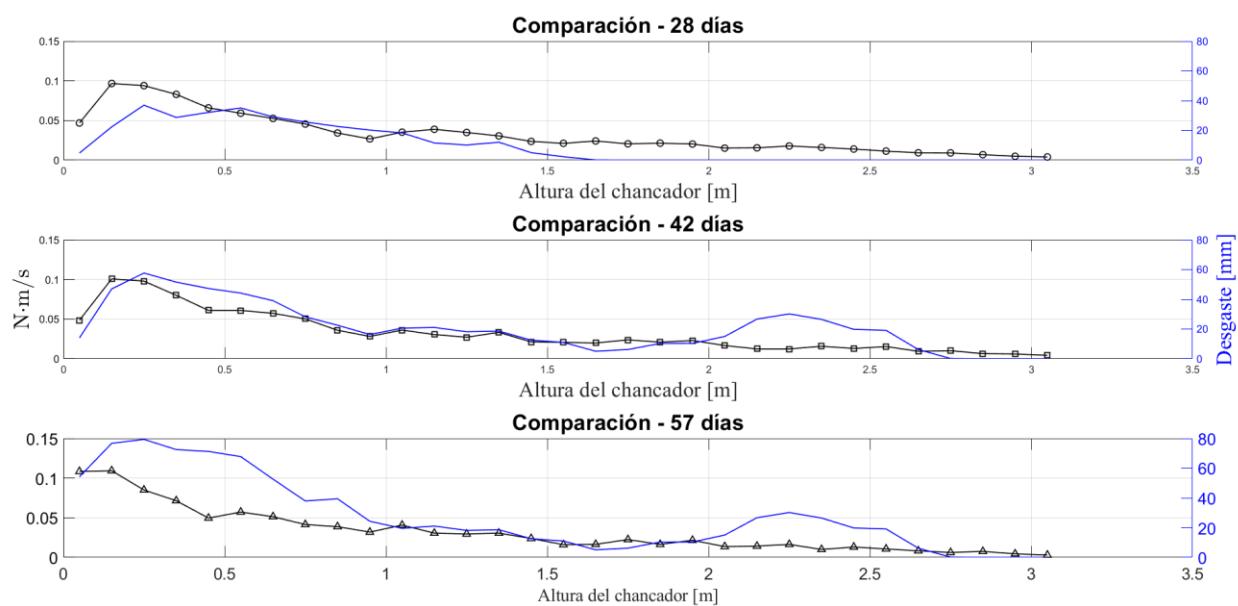


Figura 17. Comparación de la velocidad de compresión con respecto al delta de desgaste de cada caso.

5.4 Concentración de fuerzas respecto a la altura del chancador y su relación con el desgaste

A continuación, se realiza un análisis para determinar la mejor relación entre el delta de desgaste, las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión. Para ello, se evaluaron diversas combinaciones de estos parámetros. En los resultados obtenidos se observó que, al aumentar el exponente tanto de la fuerza como de la velocidad de compresión, los datos tendían a dispersarse significativamente, lo que reducía la correlación entre las variables. Por esta razón, los análisis se mantuvieron en términos cuadráticos y de raíz cuadrada. En la Tabla 6 y Tabla 7 se presentan los resultados más relevantes obtenidos de las pruebas realizadas, seleccionados en función de los valores obtenidos para el coeficiente de correlación de Pearson y para el coeficiente de determinación respectivamente. Estos coeficientes permiten cuantificar el grado de relación entre las variables analizadas, proporcionando una medida objetiva de su interdependencia.

Tabla 6. Combinaciones entre las magnitudes de las fuerzas espaciales y la magnitud velocidad de compresión donde se obtuvieron los mejores resultados de la correlación de Pearson

Variable	Correlación de Pearson		
	d28	d42	d57
$F_t \cdot v_c$	0,891	0,869	0,848
$F_n \cdot v_c$	0,864	0,869	0,876
$F_t \cdot v_c^2$	0,817	0,858	0,804
$F_n \cdot v_c^2$	0,789	0,851	0,825
$F_t^2 \cdot v_c$	0,857	0,868	0,831
$F_n^2 \cdot v_c$	0,836	0,871	0,886
$F_t \cdot \sqrt{v_c}$	0,896	0,832	0,833
$F_n \cdot \sqrt{v_c}$	0,880	0,845	0,884
$F_t^2 \cdot \sqrt{v_c}$	0,873	0,833	0,814
$F_n^2 \cdot \sqrt{v_c}$	0,869	0,857	0,904
$\sqrt{F_t} \cdot v_c$	0,882	0,863	0,854
$\sqrt{F_n} \cdot v_c$	0,867	0,863	0,866

Los resultados obtenidos indican que el coeficiente de correlación de Pearson revela una fuerte correlación lineal positiva entre la concentración de fuerzas, la velocidad de compresión y el desgaste. Esto implica que, a medida que cualquiera de estos parámetros aumenta, el desgaste tiende a incrementarse de manera consistente.

Asimismo, el coeficiente de determinación indica una relación positiva y significativa entre estas variables, lo que permite relacionar el comportamiento del desgaste en función de la concentración de fuerzas y la velocidad de compresión.

Además, se observa que, en los tres casos de mayor influencia, ambos coeficientes muestran una evolución a lo largo del tiempo. A medida que el desgaste progresa, la correlación tiende a aumentar. Esto indica que la evaluación a lo largo de intervalos de tiempo más extensos podría proporcionar resultados más robustos y representativos del comportamiento del desgaste.

Tabla 7. Combinaciones entre las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión donde se obtuvieron los mejores resultados del coeficiente de determinación

Variable	R ²		
	D ₂₈	D ₄₂	D ₅₇
$F_t \cdot v_c$	0,794	0,755	0,719
$F_n \cdot v_c$	0,747	0,754	0,767
$F_t \cdot v_c^2$	0,667	0,735	0,647
$F_n \cdot v_c^2$	0,622	0,724	0,680
$F_t^2 \cdot v_c$	0,735	0,753	0,691
$F_n^2 \cdot v_c$	0,699	0,758	0,784
$F_t \cdot \sqrt{v_c}$	0,803	0,692	0,695
$F_n \cdot \sqrt{v_c}$	0,774	0,713	0,781
$F_t^2 \cdot \sqrt{v_c}$	0,762	0,693	0,662
$F_n^2 \cdot \sqrt{v_c}$	0,755	0,734	0,818
$\sqrt{F_t} \cdot v_c$	0,779	0,745	0,730
$\sqrt{F_n} \cdot v_c$	0,752	0,744	0,749

Se observa que en ambas tablas se presentan múltiples combinaciones de variables, resultado de un análisis que consideró distintas formas de relacionar las fuerzas normales, tangenciales y la velocidad de compresión. Cada combinación corresponde a un ajuste independiente orientado a maximizar la correlación estadística entre las variables, lo que permite identificar patrones consistentes y comparables con la medición de desgaste. En este sentido, la inclusión de un número elevado de resultados responde a la necesidad de explorar todas las posibles relaciones relevantes, garantizando así una mayor solidez en la selección de los modelos más representativos.

En la Figura 18 se presentan los tres mejores ajustes obtenidos, en los cuales se observa una alta correlación entre los datos. Estos resultados evidencian el impacto significativo de la magnitud y el comportamiento de las fuerzas normales, así como de la velocidad de compresión, en la evolución del desgaste.

Se observa que los valores de RMSE en los ajustes lineales a 28 días se mantienen en un rango reducido, entre 5,7 mm y 6,3 mm, lo que refleja una baja variabilidad en la relación entre el desgaste y la concentración de fuerza. No obstante, al extender el periodo a 42 días, los errores aumentan de manera significativa. Esto se explica porque, a medida que la geometría del manto se encuentra más deteriorada, comienzan a presentarse irregularidades en los resultados obtenidos, lo que genera una mayor dispersión de los datos y, en consecuencia, una reducción en la precisión del ajuste lineal.

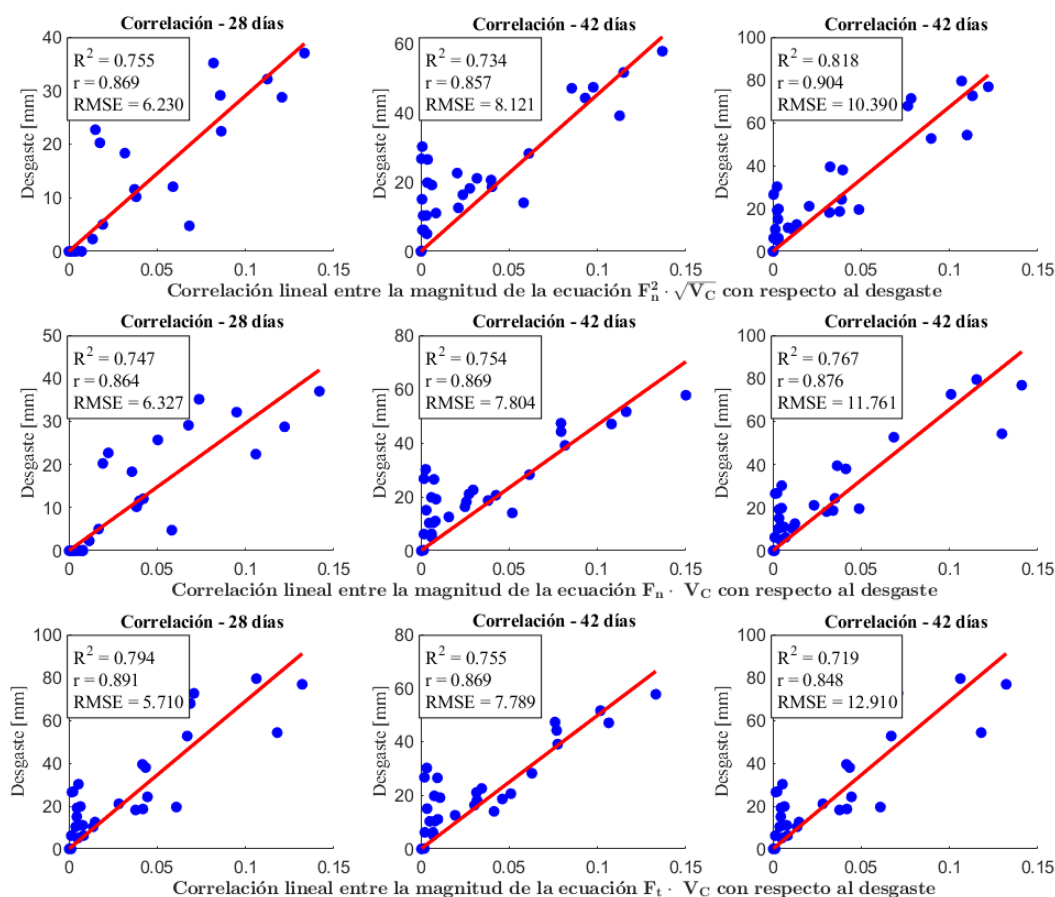


Figura 18. Correlación lineal entre la magnitud de las ecuaciones con mejores resultados respecto al desgaste.

Asimismo, en las Figura 19, Figura 20, Figura 21 se aprecia una notable similitud en el comportamiento de ambas curvas a lo largo de la altura del chancador. Se identifica que la región con mayor concentración de fuerzas de compresión coincide con las zonas de mayor desgaste, particularmente en el rango de 0,4 a 1,5 metros de altura. Este patrón sugiere que la intensidad de la compresión y la magnitud de la fuerza aplicada en estas regiones influyen directamente en el desgaste del material.

A medida que avanzan los días de simulación, se observa un aumento progresivo del desgaste en estas zonas críticas, mientras que, en áreas con menor concentración de compresión, el desgaste es significativamente menor. Esta correlación refuerza la hipótesis de que la distribución del desgaste en el manto del chancador está directamente relacionada con la distribución de esfuerzos dentro de la cámara de trituración.

El análisis de la concentración de fuerzas a lo largo de la altura del chancador permite establecer una relación estadísticamente significativa con la medición de desgaste, en la cual la velocidad de compresión se identifica como un factor diferenciador clave. Los resultados evidencian que, si bien distintas combinaciones de variables pueden generar correlaciones de magnitud comparable, aquellas que integran simultáneamente la fuerza y la velocidad de compresión proporcionan los ajustes más robustos, de acuerdo con los indicadores estadísticos obtenidos.

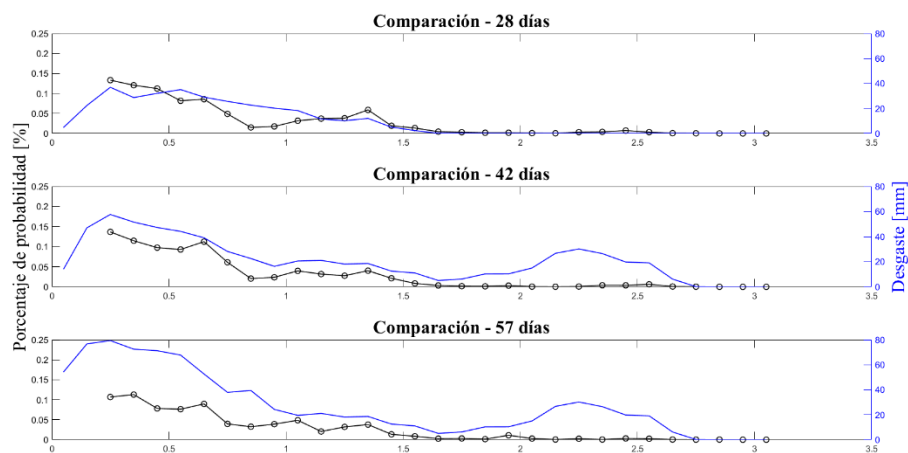


Figura 19. Curva de concentración de la magnitud la ecuación $F_n^2 \cdot \sqrt{V_C}$ en comparación con el desgaste

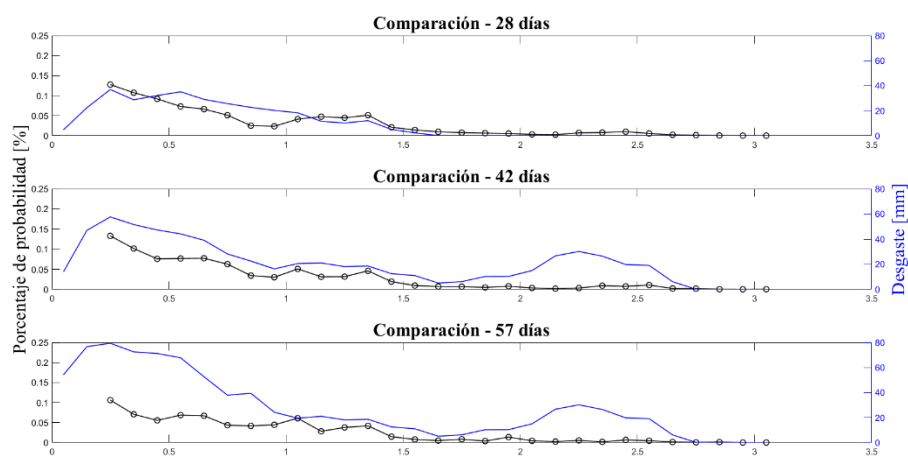


Figura 20. Curva de concentración de la magnitud la ecuación $F_t \cdot V_C$ en comparación con el desgaste

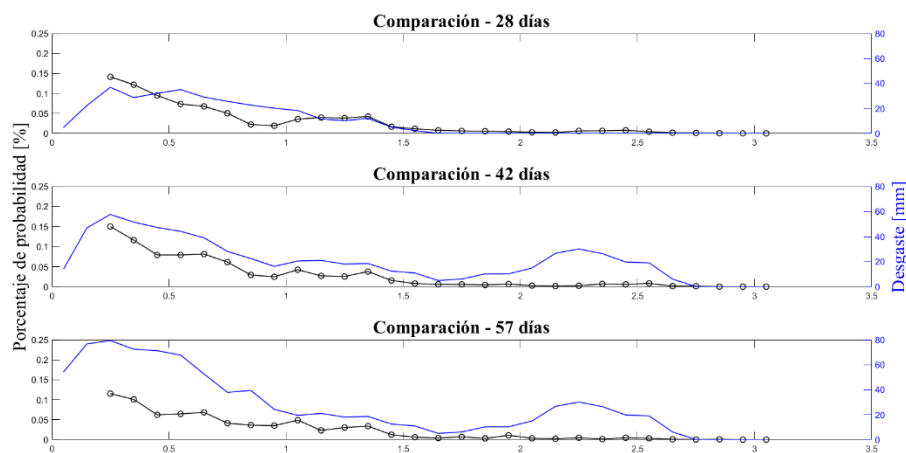


Figura 21. Curva de concentración de la magnitud la ecuación $F_n \cdot V_c$ en comparación con el desgaste

5.5 Influencia de la forma de la partícula en los resultados obtenidos

En esta sección se analiza la influencia de los parámetros operacionales en los resultados obtenidos al simular y comparar dos tipos de formas de partículas: partículas poliédricas y esféricas [Moncada et al., 2025]. En esta comparación se utilizan los parámetros descritos en el capítulo 4.

En la Figura 22 se puede observar la simulación con partículas esféricas a los 12 segundos de simulación, donde podemos notar que en la cámara de trituración las partículas esféricas llenan de mejor manera el espacio disminuyendo considerablemente los espacios vacíos, caso contrario a lo que pasa en las partículas poliédricas que por sus formas irregulares tienen una mayor dificultad a la hora de llenar el espacio, ocasionando que entre una menor cantidad de partículas en el mismo espacio.

Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 8. Para las partículas esféricas, la potencia RMS es de 402,79 kW, lo que representa una diferencia del 10,13% respecto al valor experimental de 448,2 kW. En contraste, para las partículas poliédricas, la diferencia con el valor experimental alcanza el 39,4%. Se observa que las partículas esféricas presentan tanto una menor diferencia como un menor consumo de potencia, lo que indica fuerzas de trituración de menor magnitud en comparación con las partículas poliédricas.

Por otro lado, al analizar el flujo másico, las partículas esféricas tienen un flujo de 5108,1 tph y muestran una diferencia de 20,24% mayor respecto al valor experimental, mientras que para las partículas poliédricas la diferencia es de 3,3% menor. Podemos notar que el flujo másico es mayor para las partículas esféricas, esto se debe a la mayor facilidad de desplazamiento que poseen estas partículas en comparación con las partículas poliédricas, debido a su relación de aspecto. Las partículas esféricas, al tener una razón de aspecto de 1 fluyen con mayor facilidad, a diferencias de las partículas poliédricas, que presentan lados con razón de aspecto mayor o menor a 1.

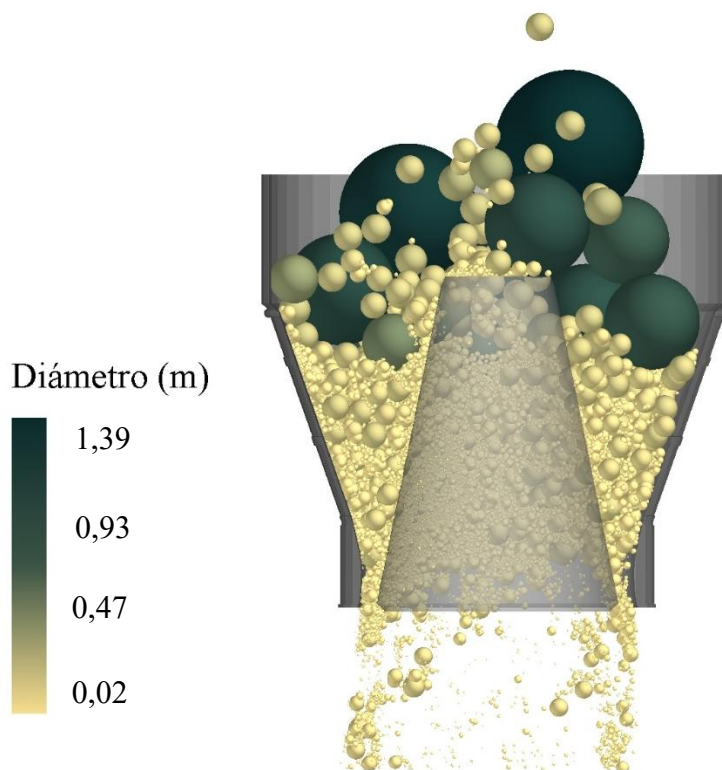


Figura 22. Captura de pantalla de la simulación del chancador primario con partículas esféricas en $t = 12$ s mostrando la sección frontal del chancador. Las partículas están coloreadas de acuerdo con el tamaño de las partículas, además posee un corte en la cóncava para visualizar las partículas.

Esta característica implica que la capacidad de flujo de las partículas poliédricas depende de su orientación. Si la dimensión del lado con mayor aspecto supera el valor del CSS de la simulación, la partícula requerirá volver a fracturarse para fluir en la zona baja del chancador, lo cual aumenta las fuerzas necesarias.

Tabla 8. Comparativa resultados obtenidos.

Partículas	Poliédricas	Esferas
Potencia kW	624,86	402,79
Flujo másico tph	4013,70	5108.1

El último parámetro analizado corresponde a PSD. En la Figura 23 se observa que, para el caso de las partículas esféricas existe un mayor porcentaje de partículas finas en comparación con las partículas poliédricas.

Este comportamiento se explica por las características geométricas y operativas de las partículas poliédricas debido a su forma irregular durante la fractura, en muchas ocasiones basta con que uno de sus lados sea inferior al tamaño del CSS para poder fluir y salir de la cámara de chancado. En contraste, las partículas esféricas, debido a su forma geométrica uniforme, tienen la necesidad que el diámetro de la esfera sea reducido a un tamaño inferior al CSS objetivo para lograr fluir y salir de la cámara de chancado.

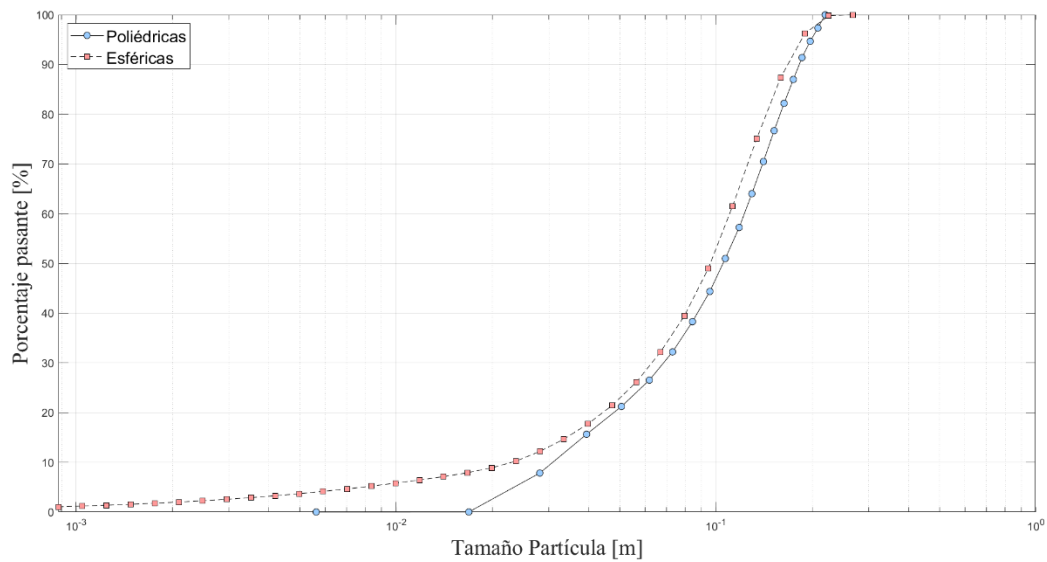


Figura 23. Distribución de tamaño el caso de las partículas esféricas y poliédricas.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

El presente estudio ha permitido analizar en profundidad el impacto del desgaste en el manto de un chancador primario a lo largo del tiempo, utilizando simulaciones DEM con partículas poliédricas y esféricas. Se investigó como afecta la evolución del desgaste en función de parámetros claves, como las fuerzas espaciales y la velocidad de compresión de las partículas, con el objetivo de establecer una relación cuantitativa entre estas variables y el desgaste del revestimiento del equipo.

Los resultados obtenidos por Rosario [Rosario, 2003] demuestran que el desgaste no se distribuye de manera uniforme en la superficie del manto, sino que se concentra principalmente en la zona media del chancador. Esta tendencia coincide con la distribución observada en la concentración de fuerzas, manteniéndose constante a lo largo del tiempo en los distintos casos simulados que consideraban el desgaste del manto. A medida que el revestimiento se deteriora, la potencia demandada aumenta significativamente, pasando de 624,9 kW en la condición sin desgaste (D_0) a 933,4 kW tras 57 días de operación (D_{57}), lo que representa un incremento del 49%. Este comportamiento evidencia un impacto directo del desgaste sobre la eficiencia energética del equipo.

Este incremento está asociado a las modificaciones geométricas que experimenta el manto, ya que, al desgastarse, su superficie presenta mayor irregularidad y resistencia al flujo del material [Jiang et al., 2024]. Como consecuencia, el chancador requiere mayor torque para mantener el mismo nivel de producción, lo que se traduce en un aumento del consumo energético.

El flujo másico presentó un comportamiento no lineal, aumentando desde 4.013,7 tph en D_0 hasta 5.330,5 tph en D_{42} y luego disminuyendo a 4.969,2 tph en D_{57} , reflejando que un desgaste moderado puede favorecer el paso de material, pero un deterioro excesivo compromete el rendimiento. Finalmente, el modelo subestimó levemente la generación de partículas finas, con una diferencia del 3,5 % en el porcentaje pasante P80 respecto al dato experimental, siendo este último más alto.

El análisis de correlación entre las fuerzas espaciales, la velocidad de compresión y el desgaste permitió cuantificar la relación entre estos parámetros, obteniéndose un coeficiente de correlación de Pearson superior a 0,90 y un coeficiente de determinación cercano a 0,75 en los distintos casos de estudio. Estos resultados evidencian una correlación alta entre las variables, confirmando que tanto la magnitud de las fuerzas aplicadas como la velocidad de compresión de las partículas están estrechamente relacionadas con la evolución del desgaste a lo largo del tiempo. En efecto, a medida que aumenta la concentración de las fuerzas aplicadas, se incrementa el desgaste o desprendimiento del material del manto.

En cuanto a la influencia de la forma de las partículas en los resultados obtenidos, se evidenció que las partículas poliédricas representan de manera más precisa el comportamiento del material dentro del chancador, al generar una mayor resistencia al flujo y requerir mayores niveles de energía para su fractura. En términos de potencia, las simulaciones con partículas esféricas presentaron una diferencia del 10,13 % respecto a los valores experimentales, mientras que las partículas poliédricas alcanzaron una diferencia del 39,4 %. Por otro lado, el flujo másico obtenido con partículas poliédricas mostró una desviación de solo 3,3 % en comparación con la medición experimental, frente al 20,24 % observado al utilizar partículas esféricas. Cabe destacar que, si

bien las partículas esféricas poseen una geometría menos compleja que reduce significativamente los tiempos de simulación, las poliédricas ofrecen una representación más realista del comportamiento del material, por lo que su elección depende del equilibrio buscado entre precisión y eficiencia computacional.

Desde un punto de vista operativo, los hallazgos de este estudio tienen implicaciones directas en la optimización del mantenimiento y la gestión de los chancadores giratorios en la industria minera. La posibilidad de predecir el desgaste a partir de la concentración de fuerzas y la velocidad de compresión podría permitir el desarrollo de estrategias de monitoreo en tiempo real, facilitando la planificación de mantenimientos predictivos y evitando fallas inesperadas que puedan comprometer la producción. Asimismo, los resultados sugieren que un rediseño de los revestimientos basado en la distribución del desgaste podría contribuir a extender la vida útil del manto y mejorar la eficiencia del proceso de conminución.

Este estudio presentó ciertas limitaciones, entre ellas la imposibilidad de modelar directamente el material del manto, así como la falta de validación cruzada con datos operacionales reales que permitan contrastar los resultados numéricos. Asimismo, no fue posible medir de manera directa en faena algunas variables simuladas, como la velocidad de compresión. Como proyección a futuro, se destaca la necesidad de realizar un mayor número de simulaciones por caso de estudio, lo que permitiría cuantificar con mayor precisión el error asociado tanto al software como a los modelos matemáticos internos utilizados. Finalmente, se abre la posibilidad de equiparar la variación en la potencia y en la energía a lo largo de la medición del desgaste, empleando como referencia la energía de Bond.

Bibliografía

- [Arruda y Tavares, 2021] De Arruda Tino, A. A., & Tavares, L. M. (2021). Simulating breakage tests using the discrete element method with polyhedral particles. *Computational Particle Mechanics*, 9(4), 811-823. <https://doi.org/10.1007/s40571-021-00448-4>
- [Ai et al., 2011] Ai, J.; Chen, J.F.; Rotter, J.M.; Ooi, J.Y. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. *Powder Technol.* 2011, 206, 269–282.
- [André y Tavares, 2020] André, F. P., & Tavares, L. M. (2020). Simulating a laboratory-scale cone crusher in DEM using polyhedral particles. *Powder Technology*, 372, 362–371. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.06.016>
- [Barrios, et al., 2020a] Barrios, G. K. P., Jiménez-Herrera, N., & Tavares, L. M. (2020). Simulation of particle bed breakage by slow compression and impact using a DEM particle replacement model. *Advanced Powder Technology*, 31(7), 2749–2758. <https://doi.org/10.1016/j.appt.2020.05.011>
- [Barrios, et al., 2020b] Barrios, G. K., Jiménez-Herrera, N., Fuentes-Torres, S. N., & Tavares, L. M. (2020). Dem simulation of laboratory-scale jaw crushing of a gold-bearing ore using a particle replacement model. *Minerals*, 10(8), 1–16. <https://doi.org/10.3390/min10080717>
- [Bearman et al., 1998] Bearman, R., & Briggs, C. A. (1998). The active use of crushers to control product requirements. *Minerals Engineering*, 11(9), 849-859. [https://doi.org/10.1016/s0892-6875\(98\)00072-7](https://doi.org/10.1016/s0892-6875(98)00072-7).
- [Bembenek et al., 2023] Bembenek, M., Krawczyk, J., Zagórski, K., & Pawlik, J. (2023). On the Wear Mechanism of High-Chromium Gyratory Crusher Mantle Lining in Terms of the Assessment of the Used Material. *Tribologia*, (1), 27-40.
- [Bengtsson et al., 2016] Bengtsson, M., Asbjörnsson, G., Hulthén, E., & Evertsson, M. (2016). Towards dynamical profit optimization of comminution circuits. *Minerals Engineering*, 103-104, 14-24. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.07.013>
- [Bond, 1952] Bond, F. C. (1952). Third theory of comminution. *Mining engineering*, 4, 484.
- [Chen et al., 2020] Chen, Z., Wang, G., Xue, D., & Bi, Q. (2020). Simulation and optimization of gyratory crusher performance based on the discrete element method. *Powder Technology*, 376, 93–103. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.07.034>
- [Cleary et al., 2015] Cleary, P. W., & Sinnott, M. D. (2015). Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM: Part 1 - Compression crushers. *Minerals Engineering*, 74, 178–197. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.10.021>.
- [Cleary et al., 2017] Cleary, P. W., Sinnott, M. D., Morrison, R. D., Cummins, S., & Delaney, G. W. (2017). Analysis of cone crusher performance with changes in material properties and operating conditions using DEM. *Minerals Engineering*, 100, 49–70. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.10.005>.
- [Delaney, et al., 2015] Delaney, G. W., Morrison, R. D., Sinnott, M. D., Cummins, S., & Cleary, P. W. (2015). DEM modelling of non-spherical particle breakage and flow in an industrial scale cone crusher. *Minerals Engineering*, 74, 112–122. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.01.013>

- [Di Renzo y Di Maio, 2004] Di Renzo, A. y Di Maio, F. P. (2004). Comparison of contact force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chemical Engineering Science*, 59(3), 525–541.
- [Doroszuk y Król, 2024] Doroszuk, B.; Król, R. Industry Scale Optimization: Hammer Crusher and DEM Simulations. *Minerals* 2022, 12, 244.
- [ESSS, 2018] DEM Technical Manual 4.2. ESSS Rocky DEM, S.R.L.
- [FLSmidth, 2021] FLSmidth: Products (2021) Giratory Crusher TSUV. FLSmidth Corporation
- [Jeswiet y Szekeres, 2015] Jeswiet, J., & Szekeres, A. (2015). Energy Consumption in Mining Comminution. *Procedia CIRP*, 48, 140-145. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.03.250>.
- [Jiang et al., 2005] Jiang, M., Yu, H., & Harris, D. (2005). A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance. *Computers And Geotechnics*, 32(5), 340-357. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2005.05.001>
- [Jiang et al., 2024] Jiang, C., Gou, D., Li, C., Yu, G., An, X., Liu, J., & Long, Y. (2024). Wear evolution of the mantle liner and its effect on the crushing characteristics of a lab-scale cone crusher: A numerical study. *Advanced Powder Technology*, 35(9), 104614. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2024.104614>
- [Jiménez et al., 2018] Jiménez-Herrera, N.; Barrios, G.K.; Tavares, L.M. Comparison of breakage models in DEM in simulating impact on particle beds. *Adv. Powder Technol.* 2018, 29, 692–706.
- [Johansson et al., 2017] Johansson, M., Quist, J., Evertsson, M., & Hulthén, E. (2017). Cone crusher performance evaluation using DEM simulations and laboratory experiments for model validation. *Minerals Engineering*, 103-104, 93-101. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.09.015>.
- [Legendre y Zevenhoven, 2014] Legendre, D., & Zevenhoven, R. (2014). Assessing the energy efficiency of a jaw crusher. *Energy*, 74(C), 119–130. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.04.036>.
- [Lindqvist y Evertsson, 2006] Lindqvist, M., & Evertsson, M. (2006). Development of wear model for cone crushers. *Wear*, 261(3-4), 435-442. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2005.12.010>.
- [Liu et al., 2024] Liu, Z.; Wang, S.; Guo, J.; Chen, Z.; Guan, W.; Bi, Q.; Mao, Y.; Wang, H.; Huang, Q. Analysis and optimization of vibration characteristics of gyratory crusher based on DEM-MBD and PSO. *Comput. Geotech.* 2024, 174, 106665.
- [Merello, 2016] Merello, B. (2016). "Caracterización de la Chancabilidad de Rocas Mineralizadas Provenientes del Proyecto Chuquicamata Subterránea" [Tesis para optar al grado de Magister]. Pontificia Universidad Católica De Chile.
- [Metso, 2023] Metso: Products (2023) Chancador giratorio primario Superior™ MKIII 60-89
- [Mosher, 2011] Mosher, J. (2011). Crushing, Milling, and Grinding: Sme Mining Engineering Handbook chapter 14.2 (P. Darling, Ed.; pp. 1461-1480). Society for Mining, Metallurgy, and Exploration (SME), 3rd edición.

[Moncada et al., 2021] Moncada, M., Toledo, P. A., Betancourt, F., & Rodríguez, C. F. (2021). Torque Analysis of a Gyratory Crusher with the Discrete Element Method. *Minerals*, 11(8), 878. <https://doi.org/10.3390/min11080878>.

[Moncada, 2022] Moncada, M. (2022). «Análisis no estacionario de torque en chancadores primarios» [Tesis para optar al grado de doctor]. Universidad de Concepción.

[Moncada et al., 2025] Moncada, M., Rojas, C., Toledo, P., Rodríguez, C. G., & Betancourt, F. (2025). Influence of particle shape and size on gyratory crusher simulations using the discrete element method. *Minerals*, 15(3), 232. <https://doi.org/10.3390/min15030232>.

[Nghipulile et al., 2024] Nghipulile, T.; Bwalya, M.M.; Govender, I.; Simonsen, H. Discrete Element Modeling of the Breakage of Single Polyhedral Particles in the Rotary Offset Crusher. *Minerals* 2024, 14, 630.

[Ospina y Beltrán, 2015] Ospina Villa, D. A., & Beltrán Solano, N. A. (2015). Análisis del comportamiento al desgaste abrasivo en el recubrimiento 140MXC-560AS producido mediante termo aspersión por arco eléctrico.

[Ou y Chen, 2023] Ou T, Chen W. Modelling of Gyratory Crusher Liner Wear Using a Digital Wireless Sensor. *Sensors*. 2023;23(21):8818. doi:10.3390/s23218818.

[Quist et al., 2016] Quist, J., & Evertsson, C. M. (2016). Cone crusher modelling and simulation using DEM. *Minerals Engineering*, 85, 92-105. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.11.004>.

[Rojas, 2024] Rojas, C. (2024) Fuerzas de chancado y su relación con el desgaste en un chancador primario [Memoria de título]. Universidad de Concepción.

[Rosario, 2003] Rosario, P. (2003). Optimization of primary gyratory crushing at Highland Valley Copper. University Of British Columbia. <https://doi.org/10.14288/1.0081159>

[SERNAGEOMIN, 2024] SERNAGEOMIN (2024). "Anuario de la Minería de Chile 2023".

[Simkus & Dance, 1998] Simkus R. y Dance A. (1998) Tracking Hardness and Size: Measuring and Monitoring ROM Ore Properties at Highland Valley Copper.

[Soltanbeigi et al., 2021] Soltanbeigi, B.; Podlozhnyuk, A.; Kloss, C.; Pirker, S.; Ooi, J.Y.; Papanicolopoulos, S.A. Influence of various DEM shape representation methods on packing and shearing of granular assemblies. *Granul. Matter* 2021, 23, 26.

[Tavares, 2009] Tavares, L. M. (2009). Analysis of particle fracture by repeated stressing as damage accumulation. *Powder Technology* 90(3):327–339.

[Tavares y Chagas, 2021] Tavares, L.M.; das Chagas, A.S. A stochastic particle replacement strategy for simulating breakage in DEM. *Powder Technol.* 2021, 377, 222–232.

[Tavares et al., 2021] Tavares, L.M.; Rodriguez, V.A.; Sousani, M.; Padros, C.B.; Ooi, J.Y. An effective sphere-based model for breakage simulation in DEM. *Powder Technol.* 2021, 392, 473–488.

[Toledo, 2022] Toledo, P. (2022). Nuevo Enfoque para Determinar el Comportamiento Dinámico de Chancadores para el Mejoramiento del Diseño y Operación [Tesis para optar al grado de Magíster]. Universidad de Concepción.

[Walker, 2012] Walker S. (septiembre, 2012). "Combatiendo el Desgaste del Chancador". Equipo minero. <https://www.equipo-minero.com/contenidos/combatiendo-el-desgaste-del-chancador/>.

[Walton y Braun,1986] Walton, O. R., & Braun, R. L. (1986). Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for sharing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal Of Rheology*, 30(5), 949-980. <https://doi.org/10.1122/1.549893>

[Weerasekara et al., 2016] Weerasekara, N., Liu, L. X., & Powell, M. (2016). Estimating energy in grinding using DEM modelling. *Minerals Engineering*, 85, 23-33. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.10.013>.

[Wensrich y Katterfeld, 2012] Wensrich, C.; Katterfeld, A. Rolling friction as a technique for modelling particle shape in DEM. *Powder Technol.* 2012, 217, 409–417.

[Xiong et al., 2024] Xiong, Y.; Gan, J.; Chen, W.; Ou, T.; Zhao, G.; Wu, D. Application of Multibody Dynamics and Bonded-Particle GPU Discrete Element Method in Modelling of a Gyratory Crusher. *Minerals* 2024, 14, 774.